DIAGRAMA DE VORONOY

1) Conceitos básicos

I) Distância Euclidiana: É a distância entre dois pontos que pode ser provada por meio da aplicação do Teorema de Pitágoras. A distância euclidiana pode ser usada como métrica de espaços unidimensionais, bidimensionais, tridimensionais até n-dimensionais.

II) Distância de Manhattan: A distância de Manhattan é uma outra forma bastante conhecida de medir a distância entre dois pontos em um espaço. De maneira formal, a distância de Manhattan entre dois pontos é dada pela soma das diferenças absolutas entre as suas coordenadas. Em notação matemática, temos que: Dado um plano que contém pontos P1 e P2 respectivamente com as coordenadas (x1, y1) e (x2,y2), a distância de Manhattan é definida por: $D(P1, P2) = |x1 - x2| + |y1 - y2|$

III) Espaço Métrico: O espaço métrico nada mais é do que um conjunto onde as distâncias entre quaisquer de seus elementos está previamente definida. Essas distâncias, por sua vez, são responsáveis por elaborar a métrica do conjunto. Existem diferentes tipos de distâncias que podem ser empregadas na determinação de um espaço métrico. Dentre as existentes, destacam-se: Distância Euclidiana e Distância de Manhattan. Portanto, um espaço métrico é definido pelo conjunto de pontos e por uma métrica que determina como a distância entre tais pontos do espaço deve ser calculada.

2) O que é o Diagrama de Voronoy?

O Diagrama de Voronoy é um tipo especial de decomposição do espaço (no caso mais comum, é usado um espaço métrico) determinado pela distância de um ponto qualquer do espaço para uma determinada família de objetos/subconjuntos no espaço.

Esses objetos são comumente denominados de sítios, sementes ou geradores. Cada sítio/gerador está associado a uma célula de Voronoy correspondente. Isto é, um subconjunto de todos os pontos no dado espaço para o qual a distância para o dado sítio não é maior que sua distância para os outros sítios/objetos.

Para fins de exemplos práticos, veremos que a utilização de Diagramas de Voronoy permitem que possamos responder as seguintes perguntas: “Qual é o objeto mais próximo do ponto p?” ou ainda: “Onde se encontra o hospital mais próximo do ponto q?”

3) O caso base do Diagrama de Voronoy

No caso base do diagrama de Voronoy e nos casos mais comuns/básicos nós trabalhamos com um conjunto discreto de pontos, ou seja, um conjunto finito de pontos {P1, P2, P3, P4, …, Pn} em um espaço bidimensional (ou seja, cada ponto é representado pelo par ordenado (x,y)) no Plano Euclidiano. Nessa situação, cada sítio Pk é meramente um ponto, e corresponde a uma única célula de Voronoy (também conhecida como célula de Dirichlet) Rk. Essa célula é composta por todos os pontos desse espaço bidimensional cuja distância para Pk é menor do que a distância para qualquer outro sítio presente no espaço.

Ademais, na visualização do Diagrama de Voronoy abaixo, é perceptível a presença de arestas delimitando as células de Voronoy. Tais arestas são todos os pontos do plano que são equidistantes aos dois sítios mais proximos. Os vértices, também presentes nas células de Voronoy, são os pontos que são equidistantes de 3 ou mais sítios.

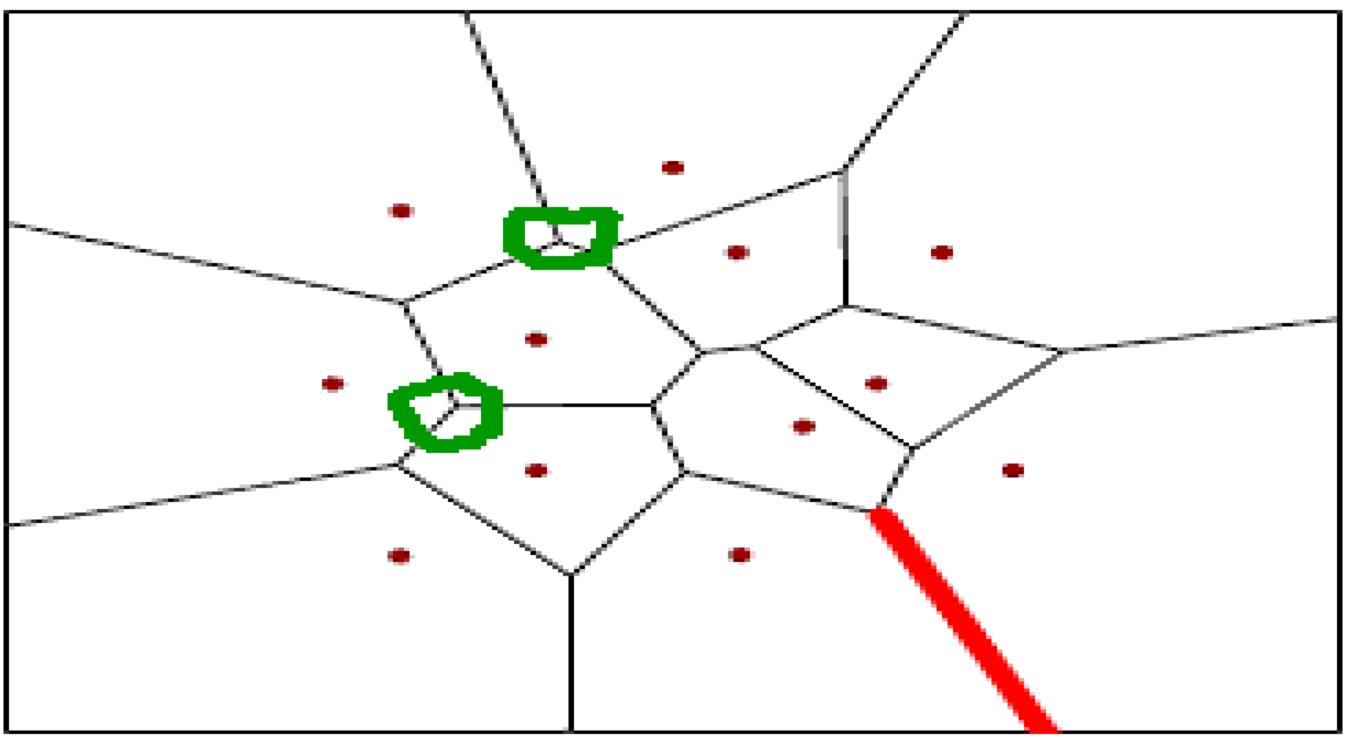

Imagem 1.1: Exemplo de Diagrama de VoronoyEm vermelho, está destacada uma aresta, que representa um conjunto de pontos do espaço que está

equidistantes dos dois sítios de Voronoy mais próximos e que, portanto, constituem uma fronteira entre duas células de Voronoy adjacentes.
Em verde, temos destacados dois vértices, que correspodem a dois pontos no diagrama de Voronoy que são equidistantes a 3 ou mais células de Voronoy.

Observações e propriedades relevantes:

No caso particular onde o espaço levado em consideração é um espaço Euclidiano de dimensão infinita, cada sítio é um ponto, conforme destacado na imagem acima. Há um número finito de pontos e todos eles são diferentes, então as células de Voronoy são polígonos convexos que podem ser representados de forma combinatória utilizando seus vértices, os lados, faces bidimensionais, etc. Entretanto, em casos mais gerais, as células de Voronoy podem não ser convexas ou até mesmo não estarem conectadas.

O par de pontos mais próximo corresponde a duas células adjacentes do Diagrama de Voronoy.

4) Aplicações do Diagrama de Voronoy em navegação de robôs

I) Em robótica autônoma de navegação, Diagramas de Voronoy são utilizados para encontrar rotas livres. Se cada obstáculo do percurso for representado por um ponto, então as bordas do diagrama serão as rotas mais distantes dos obstáculos (afastando assim, em teoria, o risco de colisões).

II) Uma estrutura de dados voltada para lidar com localização de pontos pode ser construída através do Diagrama de Voronoy, a fim de responder perguntas como: o vizinho mais próximo ou o objeto que está mais próximo de um determinado ponto de consulta.

5) Aplicações do Diagrama de Voronoy na Simulação 2D

Após assimilar e compreender do que se trata o Diagrama de Voronoy, entender como funciona o processo de construção de tal diagrama em um espaço bidimensional e analisar possíveis aplicações deste no mundo real é perceptível que ele apresenta grande aplicabilidade na categoria Simulação 2D. Ambas aplicações são voltadas para a auxiliar na elaboração da estratégia utilizada pelo time.

A primeira aplicação diz respeito a organização do conjunto de robôs no espaço do campo de forma que a marcação seja efetuada de forma mais eficiente. Tal objetivo pode ser alcançado baseando-se na utilização do Diagrama de Voronoy. Nesse caso, o espaço do campo será decomposto seguindo tal Diagrama em 11 células de Voronoy (utilizando 11 sítios), tendo em vista que o time é composto por 11 robôs. Essa decomposição permite que, dada a posição da bola no campo, possamos verificar em qual das 11 células de Voronoy ela se encontra e assim sejamos capazes de enviar o subconjunto de robôs (1 robô, 2 robôs, etc) que esteja mais próximo da bola.

Já a segunda aplicação diz respeito ao uso do Diagrama de Voronoy de forma a fortalecer o posicionamento ofensivo dos robôs durante um ataque no decorrer de uma partida. Nessa abordagem, será construído um segundo Diagrama de Voronoy, agora para o time adversário. Nessa situação, as arestas do diagrama montado, bem como os seus vértices serão utilizados como posições em potencial a serem ocupadas pelos robôs de nossa equipe, pois, de acordo com a definição de um Diagrama de Voronoy, suas arestas são compostas por conjuntos de pontos que além de serem equidistantes dos sítios de Voronoy mais próximos (que, no caso, são os robôs adversários) também se encontram à maior distância possível deles. No caso dos vértices, eles representam os pontos que se encontram à maior distância de 3 ou mais sítios de Voronoy (robôs adversários). Tal configuração favorece o ataque de nossa equipe, uma vez que os robôs adversários deverão percorrer maiores distâncias para alcançar os robôs de nosso time e isso reduz as possibilidades de nossos robôs serem interceptados e, consequentemente, de nosso ataque e chances de gol serem neutralizadas. Como as posições dos agentes adversários são alteradas dinamicamente é necessário construir o Diagrama de Voronoy a todo instante para que as posições dos agentes adversários sejam atualizadas. Como forma de melhorar os resultados da utilização dessa estratégia, recomenda-se que esse algoritmo seja executado por um único agente e então que esse agente comunique aos outros do time atacante os resultados obtidos através da construção do Diagrama de Voronoy. Isso é recomendado afim de evitar problemas possíveis conflitos de decisão entre os agentes de nosso time durante o decorrer da partida.

6) Uma possível implementação para a construção de um Diagrama de Voronoy

7) Referências

I) https://www.youtube.com/watch?v=IlVVaRvBMcs
II) https://www.youtube.com/watch?v=7eCrHAv6sYY
III) https://www.youtube.com/watch?v=Y5X1TvN9TpM&t=3s
IV) https://pt.wikipedia.org/wiki/Diagrama_de_Voronoy
V) https://www.ime.usp.br/~freitas/gc/voronoi.html
VI) https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-18615-3_46