

# **PROCESSO SELETIVO ROBOCIN**

## **2019**

**Victor Miguel de Moraes Costa - vmmc2**  
**DIAGRAMA DE VORONOI**

### **1) Conceitos básicos**

**I) Distância Euclidiana:** É a distância entre dois pontos que pode ser provada por meio da aplicação do Teorema de Pitágoras. A distância euclidiana pode ser usada como métrica de espaços unidimensionais, bidimensionais, tridimensionais e até mesmo n-dimensionais.

**II) Distância de Manhattan:** A distância de Manhattan é uma outra forma bastante conhecida de medir a distância entre dois pontos em um espaço. De maneira formal, a distância de Manhattan entre dois pontos é dada pela soma do valor absoluto da diferença entre as suas coordenadas. Em notação matemática, temos que: Dado um plano que contém pontos P1 e P2 respectivamente com as coordenadas  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$ , a distância de Manhattan é definida por:  $D(P_1, P_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$

**III) Espaço Métrico:** O espaço métrico nada mais é do que um conjunto onde as distâncias entre quaisquer de seus elementos está previamente definida. Essas distâncias, por sua vez, são responsáveis por elaborar a métrica do conjunto. Existem diferentes tipos de distâncias que podem ser empregadas na determinação de um espaço métrico. Dentre as existentes, destacam-se: Distância Euclidiana e Distância de Manhattan. Portanto, um espaço métrico é definido pelo conjunto de pontos e por uma métrica que determina como a distância entre tais pontos do espaço deve ser calculada.

### **2) O que é o Diagrama de Voronoy?**

O Diagrama de Voronoy é um tipo especial de decomposição do espaço (no caso mais comum, é usado um espaço métrico) determinado pela distância de um ponto qualquer do espaço para uma determinada família de objetos/elementos no espaço.

Esses objetos são comumente denominados de sítios, sementes ou geradores. Cada sítio/gerador está associado a uma célula de Voronoy correspondente. Isto é, um subconjunto de todos os pontos no dado espaço para o qual a distância para o dado sítio não é maior que sua distância para os outros sítios/objetos.

Para fins de exemplos práticos, veremos que a utilização de Diagramas de Voronoy permitem que possamos responder as seguintes perguntas: “Qual é o objeto mais próximo do ponto  $p$ ?” ou ainda: “Onde se encontra o hospital mais próximo do ponto  $q$ ?”

### **3) O caso base do Diagrama de Voronoy**

No caso base do diagrama de Voronoy e nos casos mais comuns/básicos nós trabalhamos com um conjunto discreto de pontos, ou seja, um conjunto finito de pontos  $\{P_1, P_2, P_3, P_4, \dots, P_n\}$  em um espaço bidimensional (ou seja, cada ponto é representado pelo par ordenado  $(x,y)$ ) no Plano Euclidiano. Nessa situação, cada sítio  $P_k$  é meramente um ponto, e corresponde a uma única célula de Voronoy (também conhecida como célula de Dirichlet)  $R_k$ . Essa célula é composta por todos os pontos desse espaço bidimensional cuja distância para  $P_k$  é menor do que a distância para qualquer outro sítio presente no espaço.

Ademais, na visualização do Diagrama de Voronoy abaixo, é perceptível a presença de arestas delimitando as células de Voronoy. Tais arestas são todos os pontos do plano que são equidistantes aos dois sítios mais próximos. Os vértices, também presentes nas células de Voronoy, são os pontos que são equidistantes de 3 ou mais sítios.

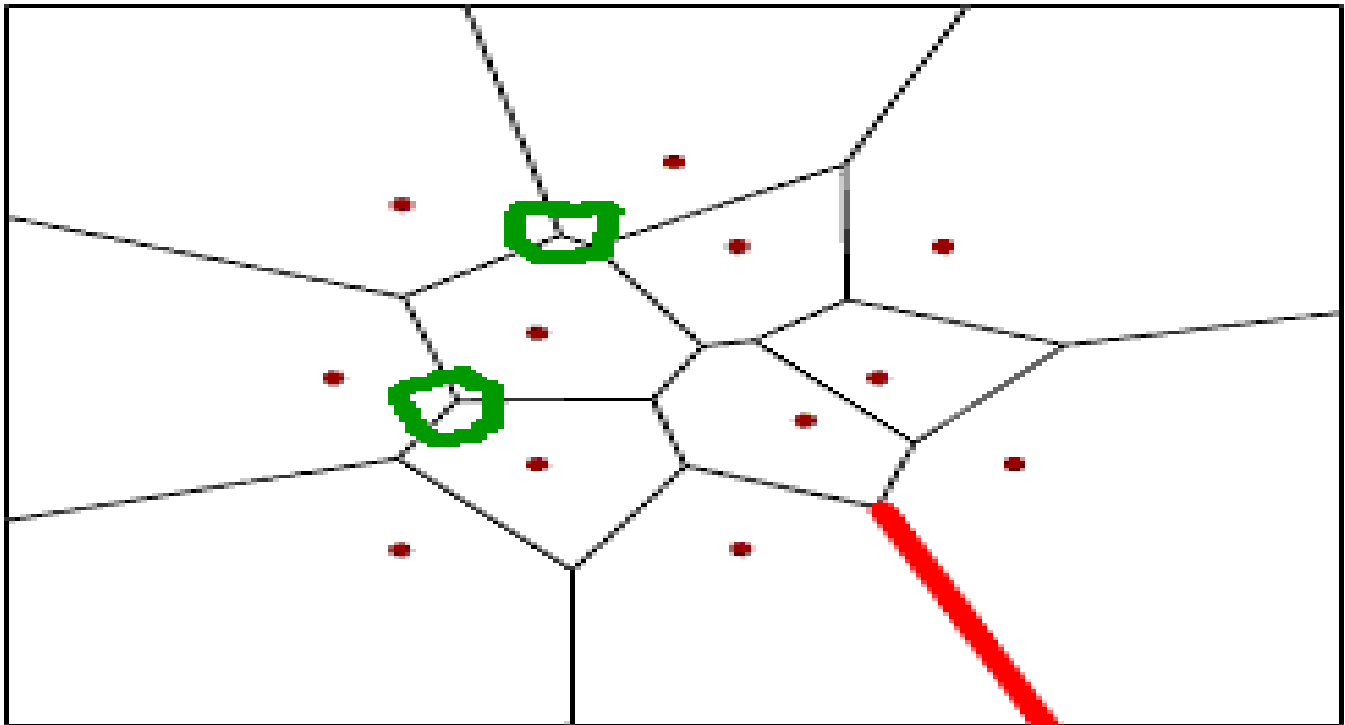


Imagem 1.1: Exemplo de Diagrama de Voronoy. Em vermelho, está destacada uma aresta, que representa um conjunto de pontos do espaço que está equidistante dos dois sítios de Voronoy mais próximos e que, portanto, constitui uma fronteira entre duas células de Voronoy adjacentes. Em verde, temos destacados dois vértices, que correspondem a dois pontos no diagrama de Voronoy que são equidistantes a 3 ou mais células de Voronoy.

### **Observações e propriedades relevantes:**

No caso particular onde o espaço levado em consideração é um espaço Euclidiano de dimensão infinita, cada sítio é um ponto, conforme destacado na imagem acima. Há um número finito de pontos e todos eles são diferentes, então as células de Voronoy são polígonos convexos que podem ser representados de forma combinatória utilizando seus vértices, os lados, faces bidimensionais, etc. Entretanto, em casos mais gerais, as células de Voronoy podem não ser convexas ou até mesmo não estarem conectadas.

O par de pontos mais próximo corresponde a duas células adjacentes do Diagrama de Voronoy.

## **4) Aplicações do Diagrama de Voronoy em navegação de robôs**

**I)** Em robótica autônoma de navegação, Diagramas de Voronoy são utilizados para encontrar rotas livres. Se cada obstáculo do percurso for representado por um ponto, então as bordas do diagrama serão as rotas mais distantes dos obstáculos (afastando assim, em teoria, o risco de colisões).

**II)** Uma estrutura de dados voltada para lidar com localização de pontos pode ser construída através do Diagrama de Voronoy, a fim de responder perguntas como: o vizinho mais próximo ou o objeto que está mais próximo de um determinado ponto de consulta.

## **5) Aplicações do Diagrama de Voronoy na Simulação 2D**

Após assimilar e compreender do que se trata o Diagrama de Voronoy, entender como funciona o processo de construção de tal diagrama em um espaço bidimensional e analisar possíveis aplicações deste no mundo real é perceptível que ele apresenta grande aplicabilidade na categoria Simulação 2D. Ambas aplicações são voltadas para auxiliar na elaboração da estratégia utilizada pelo time.

A primeira aplicação diz respeito a organização do conjunto de agentes no espaço do campo de forma que a marcação seja efetuada de forma mais eficiente. Tal objetivo pode ser alcançado baseando-se na utilização do Diagrama de Voronoy. Nesse caso, o espaço do campo será decomposto seguindo tal Diagrama em 11 células de Voronoy (utilizando 11 sítios), tendo em vista que o time é composto por 11 agentes. Essa decomposição permite que, dada a posição da bola no campo, possamos verificar em qual das 11 células de Voronoy ela se encontra e assim sejamos capazes de enviar o subconjunto de robôs (1 agente, 2 agentes, etc) que esteja mais próximo da bola.

Já a segunda aplicação diz respeito ao uso do Diagrama de Voronoy de forma a fortalecer o posicionamento ofensivo dos agentes durante um ataque no decorrer de uma partida. Nessa abordagem, será construído um segundo Diagrama de Voronoy, agora para o time adversário. Nessa situação, as arestas do diagrama montado, bem como os seus vértices serão utilizados como posições em potencial a serem ocupadas pelos agentes de nossa equipe, pois, de acordo com a definição de um Diagrama de Voronoy, suas arestas são compostas por conjuntos de pontos que além de serem equidistantes dos sítios de Voronoy mais próximos (que, no caso, são os agentes adversários)

também se encontram à maior distância possível deles. No caso dos vértices, eles representam os pontos que se encontram à maior distância de 3 ou mais sítios de Voronoy (agentes adversários). Tal configuração favorece o ataque de nossa equipe, uma vez que os agentes adversários deverão percorrer maiores distâncias para alcançar os agentes de nosso time e isso reduz as possibilidades destes serem interceptados e, conseqüentemente, de nosso ataque e chances de gol serem neutralizadas. Como as posições dos agentes adversários são alteradas dinamicamente é necessário construir o Diagrama de Voronoy a todo instante para que as posições dos agentes adversários sejam atualizadas. Como forma de melhorar os resultados da utilização dessa estratégia, recomenda-se que esse algoritmo seja executado por um único agente e então que esse agente comunique aos outros do time atacante os resultados obtidos através da construção do Diagrama de Voronoy. Isso é recomendado afim de evitar problemas possíveis conflitos de decisão entre os agentes de nosso time durante o decorrer da partida.

Por fim, o Diagrama de Voronoy é comumente utilizado em conjunto com a técnica de Matching Máximo de Grafos Bipartidos com Pesos e o Algoritmo Húngaro de tal forma seja possível permitir uma melhor distribuição dos agentes de nosso time no campo tanto em situações de ataque como em situações de defesa, levando em conta fatores como: Consumo de stamina dos agentes, distância dos nossos agentes para a bola e para os agentes adversários e a distância de nossos agentes em relação à formação.

## **6) Uma possível implementação para a construção de um Diagrama de Voronoy**

Para o projeto, a implementação escolhida para a construção do Diagrama de Voronoy foi a mais simples encontrada e, portanto, não é a mais eficiente possível. O algoritmo construtivo funciona da seguinte forma: Primeiramente, são gerados no plano 2D (de dimensões dadas) 11 pontos, que serão os sítios de Voronoy, de forma aleatória,. Tais pontos, podem ser “enxergados” como os agentes de nosso time. Feito isso, uma cor (de acordo com a tupla RGB) é gerada, também de forma aleatória, e associada para cada um dos sítios de forma a colorizar o diagrama. Destacamos, por meio da cor preta esses pontos que funcionam como os sítios de Voronoy. Após isso, para cada píxel presente na nossa imagem, que seria um ponto em nosso

espaço bidimensional, é calculada a distância dele para todos os sítios de Voronoy e é salva o id do sítio que corresponde a menor distância. Após essa iteração, tal píxel é colorido de acordo com a cor do sítio ao qual ele se encontra mais próximo. Esse processo se repete até que tal iteração tenha sido realizada para todos os píxeis presentes na imagem. Feito isso, está gerado o Diagrama de Voronoy.

## 7) Otimizações

No que diz respeito a construção do Diagrama de Voronoy, a otimização mais conhecida é a que faz uso do Algoritmo de Fortune.

## 8) Referências

- I) <https://www.youtube.com/watch?v=IlVVaRvBMcs>
- II) <https://www.youtube.com/watch?v=7eCrHAv6sYY>
- III) <https://www.youtube.com/watch?v=Y5X1TvN9TpM&t=3s>
- IV) [https://pt.wikipedia.org/wiki/Diagrama\\_de\\_Voronoy](https://pt.wikipedia.org/wiki/Diagrama_de_Voronoy)
- V) <https://www.ime.usp.br/~freitas/gc/voronoi.html>
- VI) [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-18615-3\\_46](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-18615-3_46)