Sea un metal típico que cumple la ley de Ohm y que en el rango visible tiene una conductividad $\sigma = 10^7\ \Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$ y una permitividad eléctrica $\varepsilon \approx \varepsilon_0$. Si en el instante inicial su densidad de carga por unidad de volumen ρ_0, determinar el tiempo que debe de transcurrir para que esa carga disminuya en un factor 10.

Ecuación de continuidad:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Ley de Ohm:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = \sigma \frac{\vec{D}}{\varepsilon}$$

Ley de Gauss:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho$$

Entonces:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \rightarrow \frac{\sigma}{\varepsilon} \underbrace{\vec{\nabla}\cdot\vec{D}}_{=\rho} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

es decir:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon}\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \xrightarrow[\varepsilon \simeq \varepsilon_0]{} \boxed{\begin{array}{c} \rho + \tau \dfrac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \\ \tau = \dfrac{\varepsilon_0}{\sigma} \end{array}}$$

$$\frac{\partial \rho}{\rho} = -\frac{dt}{\tau} \rightarrow \underline{\underline{\rho(t) = \rho_0\, e^{-t/\tau}}}$$

$$\frac{\rho(t)}{\rho_0} = e^{-t/\tau} \rightarrow \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = -t/\tau$$

de donde:

$$t = -\tau \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = -\frac{\varepsilon_0}{\sigma} \ln\underbrace{\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)}_{\frac{1}{10}} =$$

$$= -\frac{\varepsilon_0}{10\sigma} \ln(0,1) = -\frac{8,854 \times 10^{-12}}{10 \times 10^{7}} \ln(0,1) =$$

$$= -0,8854 \times 10^{-19} \ln 0,1 = 2 \times 10^{-19}\,s$$

luego:

$$\boxed{t = 2 \times 10^{-19}\,s}$$