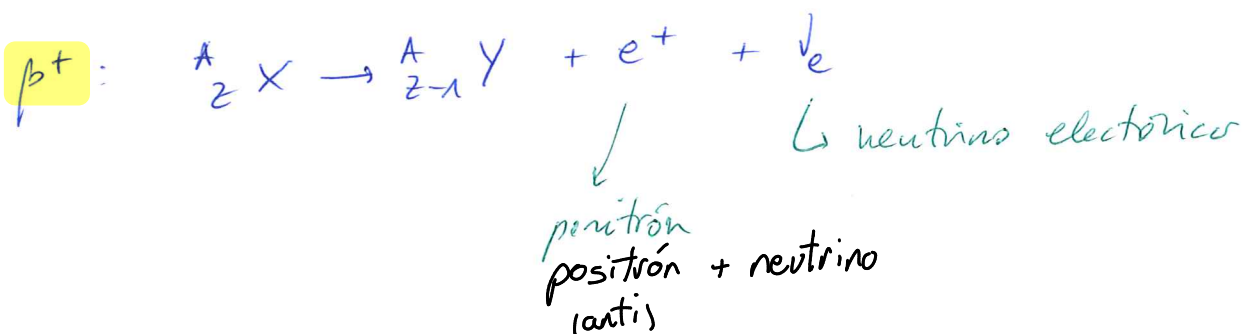
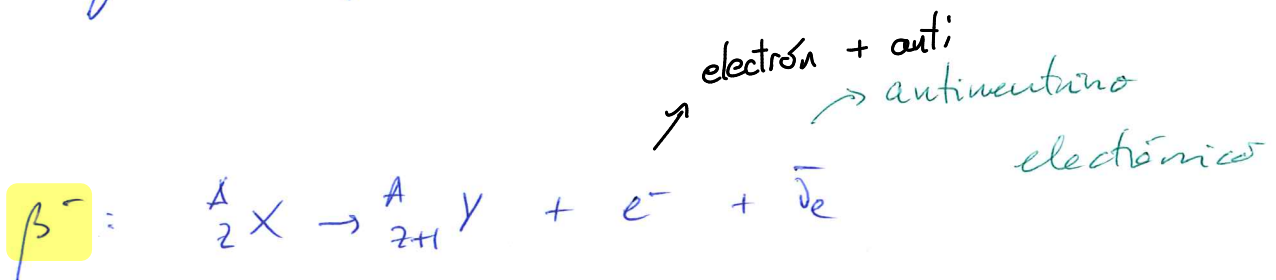


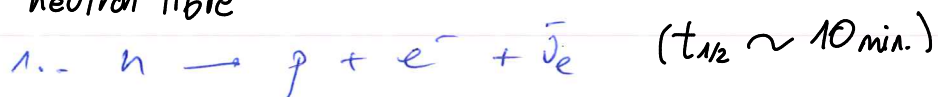
## TEMA 7. DECAIMIENTO $\beta$

Hay dos tipos de decaimiento  $\beta$ :



Observación: el  $e^-$  ( $e^+$ ) emitido no viene en el núcleo. Se crea en las reacciones:

neutrón libre



La reacción 1.- es el decaimiento del neutrón ( $t_{1/2} \sim 10.2 \text{ minutos}$ ). Sin embargo, p es estable (en principio), luego 2.- se da en presencia de otras partículas que hacen el

proceso energéticamente favorable.

Las fuerzas responsables del decaimiento  $\beta$  no son las nucleares. Se llaman fuercas débiles y actúan en un ranço de  $\sim 3 \cdot 10^{-3} \text{ fm}$ .

linemática de los decaimientos  $\beta$ : (Parábolas de masa)

Un decaimiento  $\beta$  es energéticamente permitido cuando

$$M(Z, A) > M(Z+1, A) + m_e$$

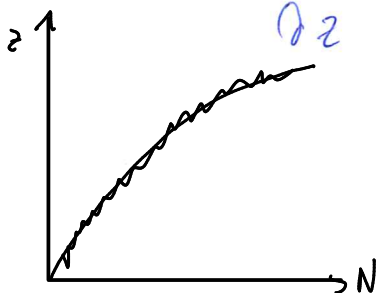
• bien

$$M(Z, A) > M(Z-1, A) + m_e$$

(suponemos  $m_{e^+}, m_{e^-} \approx 0$  y  $m_{e^+} = m_{e^-}$ ).

Recordemos que, de la fórmula semiempírica de las masas, obtenemos

$$\left. \frac{\partial B}{\partial Z} (A, Z) \right|_A = 0 \Rightarrow Z_m = \frac{A}{2} \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \frac{a_c}{a_y} A^{2/3}}$$



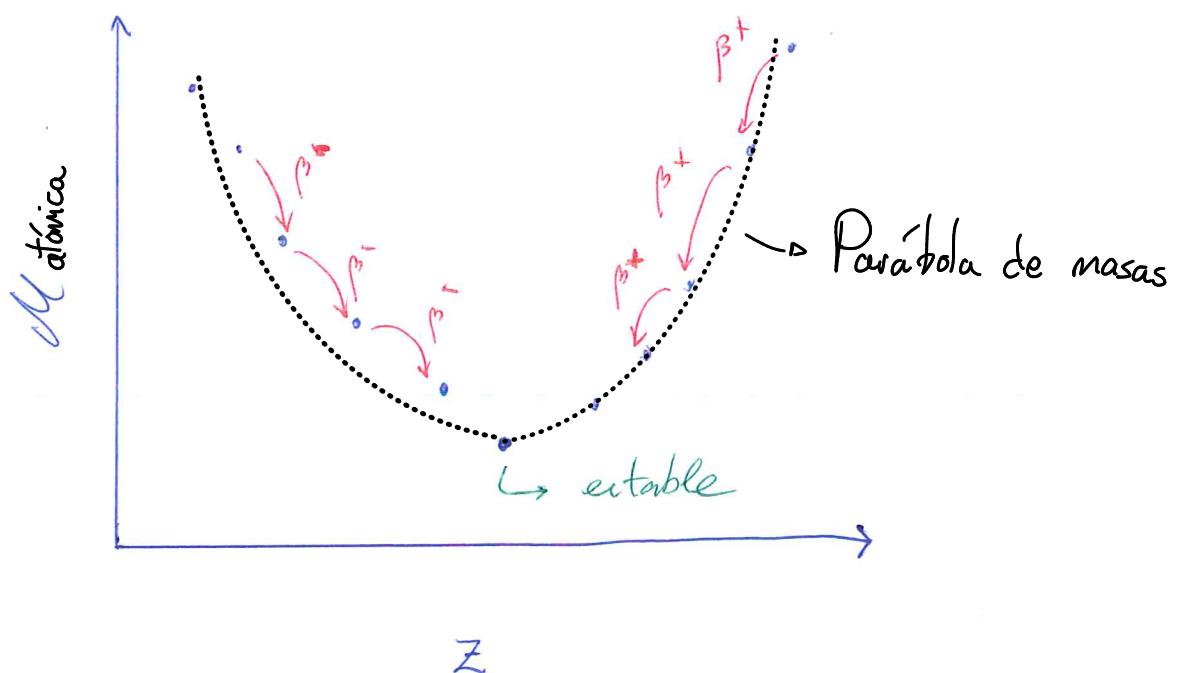
permite predecir el  
tipo de actividad ( $\beta^\pm$ )

Por lo tanto, podemos minimizar la masa atómica (incluyendo las masas de los  $e^-$ ), obteniendo:

$$Z_A = A \frac{2a_A + (m_n - m_p - m_e)c^2}{4a_A + a_c A^{2/3}}$$

La relación  $M$  (atómica) en función de  $Z$  es una parábola. La llamada parábola de masas.

• Para núcleos con  $A$  impar, el término de apareamiento es cero (recordad). Por lo tanto, se tiene una única parábola de masas:

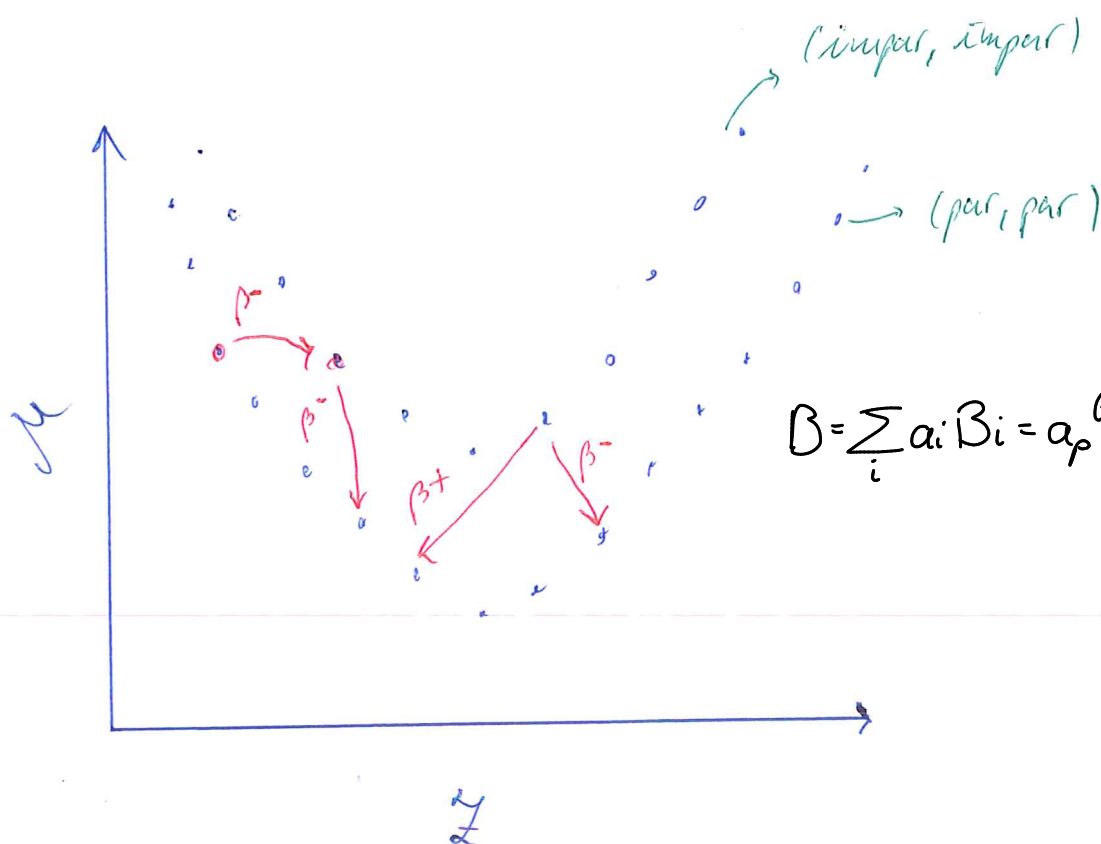


• Para núcleos com  $A$  par se apresentam dois casos :

$$Z_{\text{par}}, N_{\text{par}} \rightarrow a_p > 0$$

$$Z_{\text{ímpar}}, N_{\text{ímpar}} \rightarrow a_p < 0.$$

Em estes casos ( $A_{\text{par}}$ ), temos dois parâmetros



Observa-se que, em estes casos, podemos ter uma desintegração simultânea  $\beta^-$  e  $\beta^+$ .

los "Q-values" son :

$$T_{\alpha} = \frac{A-4}{A} Q_{\alpha} \quad T_{e^{+}} \approx Q_{\beta^{+}}$$

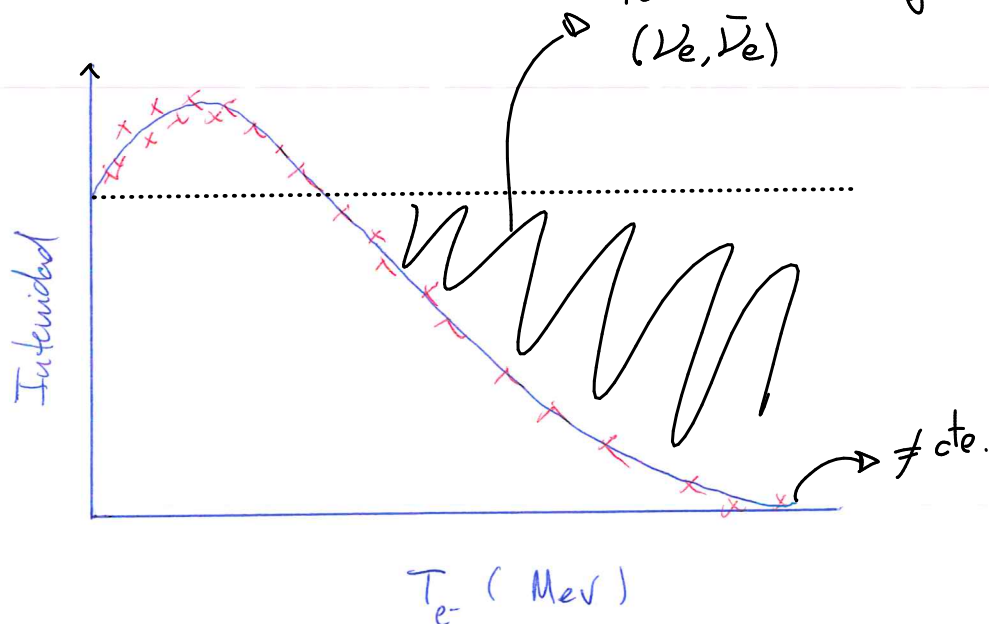
$$\begin{aligned} Q_{\beta^{-}} &= B(A, Z+1) - B(A, Z) + \underbrace{(m_n - m_p - m_e) c^2}_{\downarrow} \\ &= B(A, Z+1) - B(A, Z) + 0.782 \text{ MeV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{\beta^{+}} &= B(A, Z-1) - B(A, Z) + \underbrace{(m_p - m_n - m_e) c^2}_{\downarrow} \\ &= B(A, Z-1) - B(A, Z) \text{ } \textcircled{-1.504 \text{ MeV}} \end{aligned}$$

## Neutrinos

Se observa lo siguiente : espectro de energía de electrones del  $^{210}_{83}\text{Bi}$ .

Algo se lleva la energía en forma de energía cinética  $(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_e)$



Como la intensidad varía, algo debe de llevarse la energía.

Además, se tiene la siguiente observación (Pauli):  
"Toda desintegración  $\beta^\pm$  satisface:"

# nucleones de  $s=1/2$  = # nucleones de  $s=1/2$   
núcleo padre  $\hookrightarrow$  spin núcleo hijo

la diferencia  $A(\text{padre-hijo}) = \# \text{ entero}$

$\Rightarrow$  Algo lleva spin  $1/2$  y  $m, p \neq 0$   
Pero el  $e^-$  tiene  $s=1/2$ . ¿Violación conservación  
momento angular? (Principio de Exclusión de Pauli)

Solución: W. Pauli (1930) postula la existencia  
del neutrino ( $m \approx 0$ , neutro  $s=1/2$  y acompaña  
al  $e^-$  en decaimientos  $\beta$ ). (en realidad es el  
antineutrino)  
Doblete  $\rightarrow \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}$

$(\nu, \bar{\nu})$   
Interaccionan muy débilmente con la materia  
(posible materia oscura)

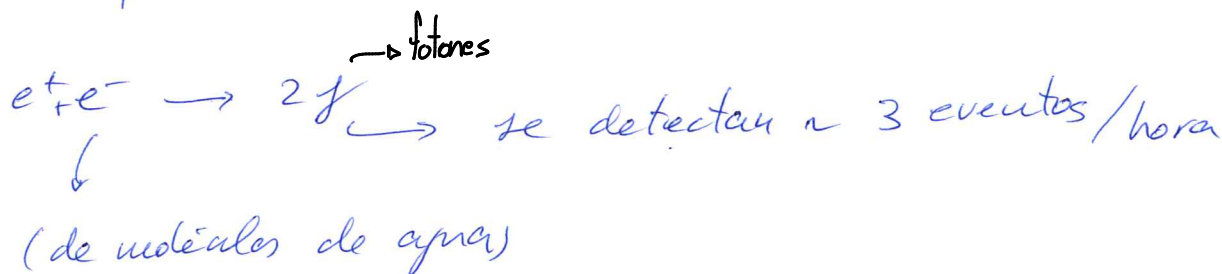
26 años

Experimento (1956 Cowan & Reines) Detección

Flujo de  $\sim 10^{13}$   $\bar{\nu}$  de un reactor nuclear



interaccionan con solución de cloruro de cadmio.  
se producen las reacciones:



$$\Rightarrow \sigma_{\bar{\nu}p \rightarrow ne^+} \sim 6.3 \cdot 10^{-44} \text{ cm}^2 \sim \sigma_{Th} \text{ (modelo Pauli)}$$

( < 10<sup>-41</sup> LHC )

↖ Sección Eficaz

### Teoría de Fermi (1934)

Da una aplicación del espectro del decaimiento.

Se basa en la "regla de oro de Fermi"

(Göhen-Tanoudji)  
(Sakurai)

↪ Teoría perturbaciones dependientes del tiempo ("mántica avanzada")

la <sup>probabilidad</sup> ~~transición~~ de transición,  $\lambda$ , desde  $|i\rangle$  hasta

$|f\rangle$  mediante una perturbación  $H'$  es:  
(peso) Densidad de estados

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H' | i \rangle|^2 \rho(E_f) \xrightarrow{\text{Energía Final}}$$

¿ $\psi_{e,p,\gamma}$ ?

¿ $\rho$ ?

(Al final hay  $e^-$  y  $\bar{\nu}$ ) ¿ $H'$ ?

donde  $f(E_f)$  es la densidad de estados con energía final  $E_f$ .

Vamos a calcular  $\lambda(T_e)$ :

$\lambda(T_e) dT_e$  : tasa de decaim.  $\beta$  con  $e^-$  con  $T_e$  entre  $T_e$  y  $T_e + dT_e$

$f(E_f) \rightarrow f(Q, T_e)$  siendo  $f(Q, T_e) dQ dT_e$  el número de  $e^-$  y  $\bar{\nu}_e$  con  $T_e$  entre  $T_e$  y  $T_e + dT_e$  y en total entre  $Q$  y  $Q + dQ$ .

### Densidad de estados

Si consideramos una partícula confinada en una caja de volumen  $V$ , en nº de estados de  $p$  entre  $p$  y  $p + dp$  es:

$$n(p) = V \frac{p^2 dp}{2\pi^2 \hbar^3}$$

Por lo tanto, el nº de estados permitidos



con  $e^-$  y  $\bar{\nu}_e$  y sus momentos entre

$p_{e,\bar{\nu}}$  y  $p_{e,\bar{\nu}} + dp_{e,\bar{\nu}}$ , es:

$$n_{e\bar{\nu}}(p_e, q_{\bar{\nu}}) = n(p_e) n(q_{\bar{\nu}}) = \left( \frac{V}{2\pi^2 \hbar^3} \right)^2 p_e^2 dp_e q_{\bar{\nu}}^2 dq_{\bar{\nu}}$$

Ponemos ahora a

$n_{e\bar{\nu}}(T_e, E_{\bar{\nu}})$  con  $T_e$  y  $T_e + dT_e$

y  $E_{\bar{\nu}}$  y  $E_{\bar{\nu}} + dE_{\bar{\nu}}$ .

Si  $m_{\bar{\nu}} \approx 0$ , queda:

$$q_{\bar{\nu}} = \frac{E_{\bar{\nu}}}{c}, \quad dq_{\bar{\nu}} = \frac{dE_{\bar{\nu}}}{c}$$

$$p_e = \frac{1}{c} \sqrt{T_e (T_e + 2m_e c^2)}, \quad dp_e = \frac{(T_e + m_e c^2)}{c^2 p_e} dT_e$$

$\hookrightarrow e^-$  relativista

luego

$$n_{e\bar{\nu}}(T_e, E_{\bar{\nu}}) = \frac{V^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^5} E_{\bar{\nu}}^2 (T_e + m_e c^2) p_e dT_e dE_{\bar{\nu}}$$

Pero  $Q = E_0 + T_e$ , luego

$$\int (Q, T_e) dT_e dQ = \frac{v^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^5} (Q - T_e)^2 (T_e + m_e c^2) p_e dT_e dQ$$

### Elemento de matriz

Hay que calcular

$$\langle f | H_W | i \rangle = \int \psi_{\bar{p}}^*(\vec{r}) \psi_e^*(\vec{r}) \psi_D^*(\vec{r}) H_W \psi_p(\vec{r}) d^3r$$

$\swarrow$  antineutrino       $\searrow$  electrón       $\swarrow$  núcleo ligero       $\searrow$  núcleo pesado

(corto alcance: todo se calcula en el mismo punto).

Tomamos ondas planas:

$$\psi_e(r) = \frac{e^{i\vec{p}_e \cdot \vec{r}/\hbar}}{\sqrt{V}} \quad \psi_{\bar{p}}(r) = \frac{e^{i\vec{q}_p \cdot \vec{r}/\hbar}}{\sqrt{V}}$$

Como  $\psi_{D,p}$  despreciables para  $r \gg R$  y  
(radio nuclear)

el momento de  $e^-$  y  $\bar{p}$  satisfacen

$$\frac{\vec{p}_e \cdot \vec{r}}{k}, \frac{q_5 \cdot \vec{r}}{k} \ll 1 \quad \text{para } r \leq R,$$

aproximamos por  $\psi_e(\vec{r}), \psi_5(\vec{r}) \approx \frac{1}{\sqrt{V}}$

El Hamiltoniano será

$$H_N = G_F \hbar^3 c^3 O_N(\vec{r})$$

→ operador que actúa solo en parte nuclear

$$\mathcal{M}_{DP} \equiv \int \psi_0^4(\vec{r}) O_N(\vec{r}) \psi_p(\vec{r}) d^3\vec{r}$$

$G_F$  es la constante de Fermi

$$G_F = 1.166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

Resultado Final

Para concluir, hay que introducir el llamado "factor de Fermi",  $F(Z_D, T_e)$ , que mide la atracción Coulombiana entre  $D$  y  $e^-$  (o repulsión entre  $D$  y  $e^+$ )

para  $e^-$ , se tiene:

$$F(z_D, T_e) = \frac{2\pi z}{1 - e^{-2\pi z}} \quad , \quad \text{con}$$

$$z = z_D \propto \sqrt{\frac{m_e c^2}{T_e}}$$

para  $e^+$ , tenemos:

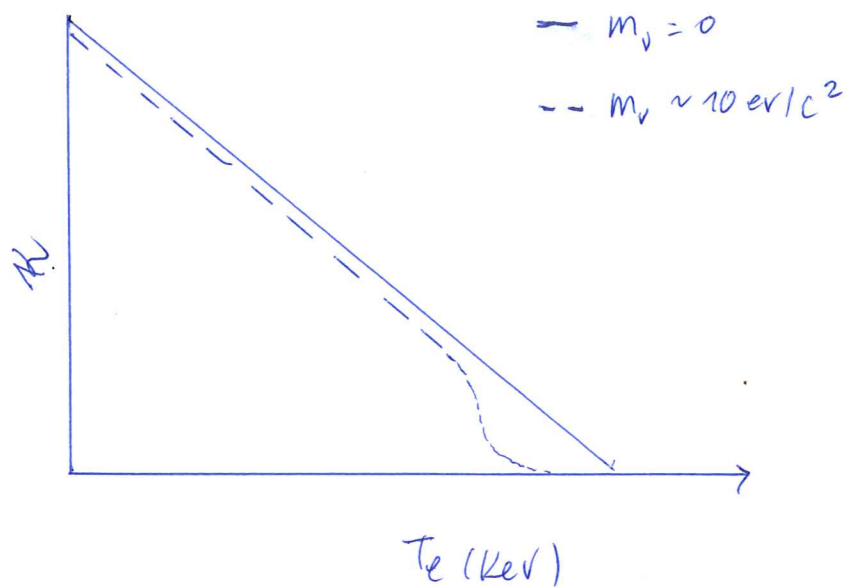
$$F(z_D, T_e) = \frac{2\pi z}{e^{2\pi z} - 1}$$

Juntando todo tenemos la probabilidad de decaimiento  $\beta$

$$\lambda(T_e) = \frac{G_F^2}{2\pi^3 \hbar} |M_{DP}|^2 (Q - T_e)^2 (T_e + m_e c^2) p_e F(z_D, T_e)$$

Resulta útil realizar los gráficos de Kurie:

$$\text{Plotamos } K(T_e) := \sqrt{\frac{\lambda(T_e)}{(T_e + m_e c^2) p_e F(z_D, T_e)}} \quad \text{frente a } T_e.$$



El  $\bar{\nu}$  introduce correcciones, pero como  $m_{\bar{\nu}} \sim \text{pocos } \frac{\text{eV}}{c^2} \ll 0.511 \text{ MeV}/c^2 = m_e$ , es difícil que se detecten en decaimiento  $\beta$ .

$$(m_{\bar{\nu}} < 0.1 \text{ eV})$$

Para acabar este tema, vamos a hablar de

### Violación de la Paridad

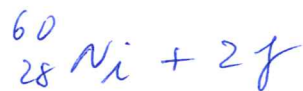
- Las primeras señales fueron debidas a Lee y Yang (1956):



- El experimento clave vino de la mano de Chien-Shing Wu (1957)



↳ no emitidos isotrópicamente  
 $\equiv$   
 ↳ hay una preferencia\*



↳ fotones emitidos  
 isotrópicamente respecto  
 de la orientación del  
 spin del Co.

\* Prueba inequívoca  
 de que no se conserva.

- La clave es un acoplamiento nuclear  
 con la helicidad del  $e^-$

$$\lambda \equiv \frac{1}{sk} \vec{S} \cdot \hat{p}$$

Es un operador pseudoscalar

- Resulta que  $H_W \sim G_F \int_{\text{nucl}} \lambda$  (y más  
 cosas)  $\Rightarrow$  los  $e^-$  left-handed se  
 ven favorecidos.

- Contar la historia de los descubrimientos, desde partículas hasta moléculas.