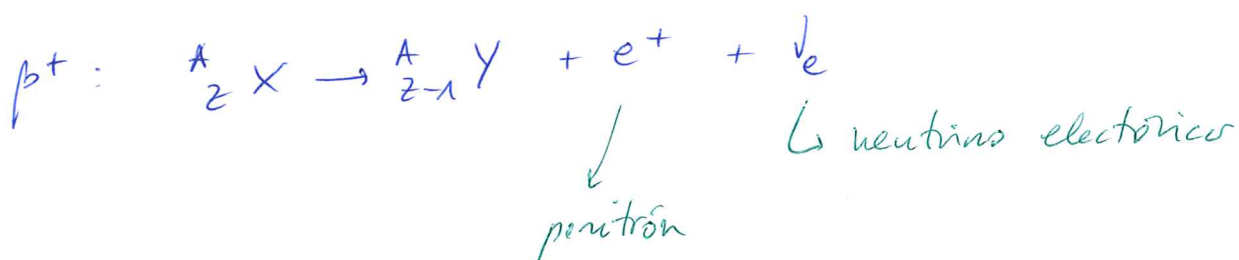
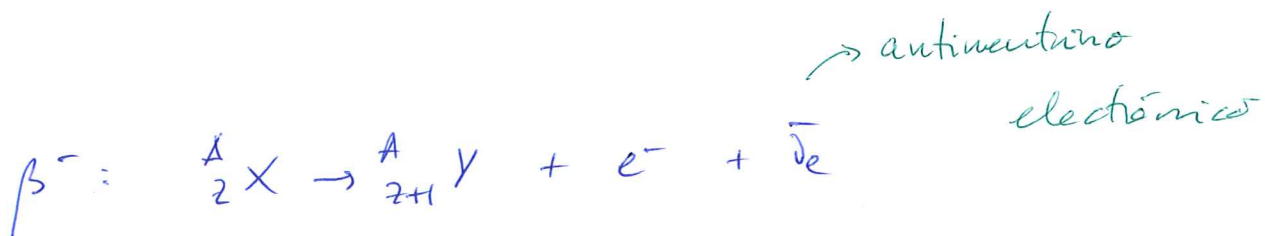


## TEMA 7. DECAIMIENTO $\beta$

Hay dos tipos de decaimiento  $\beta$ :



Observación: el  $e^-$  ( $e^+$ ) emitido no existe en el núcleo. Se crea en la(s) reacción(es):



La reacción 1.- es el decaimiento del neutrón ( $t_{1/2} \approx 10.2$  minutos). Sin embargo,  $p$  es estable (en principio), luego 2.- se da en presencia de otras partículas que hacen el

proceso energéticamente favorable.

Las fuerzas responsables del decaimiento  $\beta$  no son las nucleares. Se llaman fuerzas débiles y actúan en un rango de  $\sim \underline{3 \cdot 10^{-3} \text{ fm}}$ .

cinemática de los decaimientos  $\beta$ :

Un decaimiento  $\beta$  es energéticamente permitido cuando

$$M(Z, A) > M((Z+1), A) + m_e$$

o bien

$$M(Z, A) > M((Z-1), A) + m_e$$

(suponemos  $m_{e^+}, m_{e^-} \approx 0$  y  $m_{e^+} = m_{e^-}$ ).

Recordemos que, de la fórmula semiempírica de las masas, obtenemos

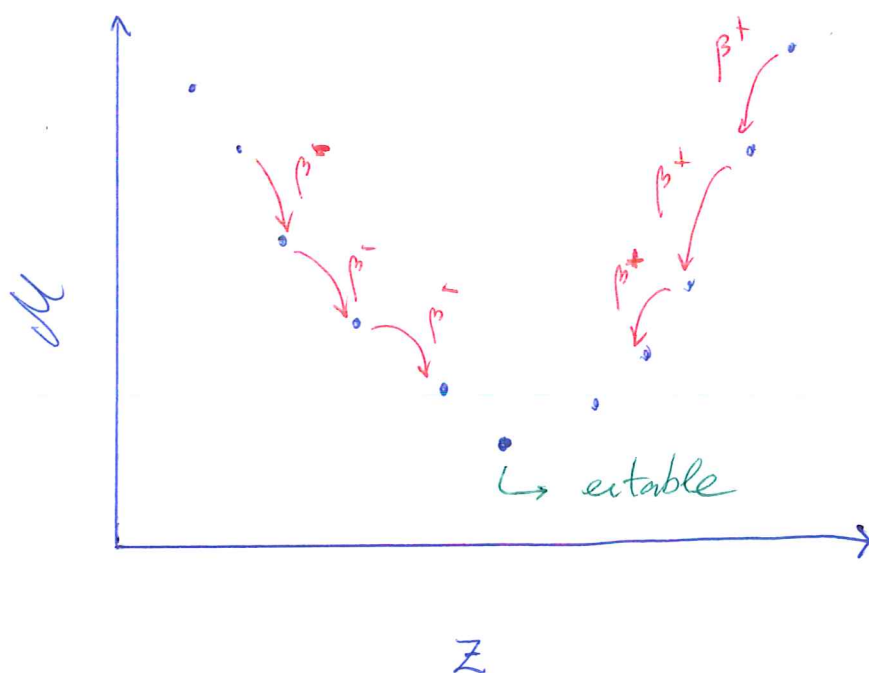
$$\left. \frac{\partial B}{\partial Z}(A, Z) \right|_A = 0 \Rightarrow Z_m = \frac{A}{2} \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \frac{a_c}{a_y} A^{2/3}}$$

Por lo tanto, podemos minimizar la masa atómica (incluyendo las masas de los  $e^-$ ), obteniendo:

$$Z_A = A \cdot \frac{2a_A + (m_n - m_p - m_e)c^2}{4a_A + a_c A^{2/3}}$$

La relación  $M$  (atómica) en función de  $Z$  es una parábola. La llamada parábola de masas:

• Para núcleos con  $A$  impar, el término de apareamiento es cero (recordad). Por lo tanto, se tiene una única parábola de masas:

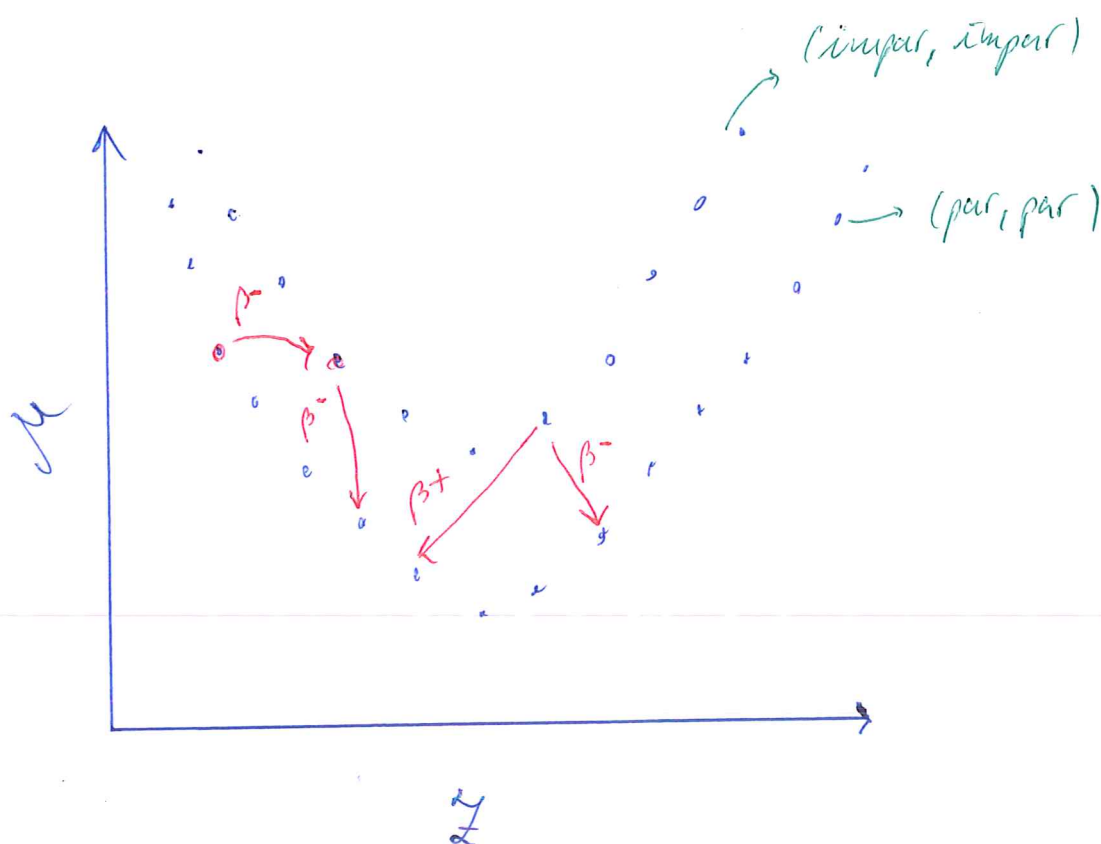


• Para núcleos com  $A$  par se apresentam dois casos :

$$Z_{\text{par}}, N_{\text{par}} \rightarrow a_p > 0$$

$$Z_{\text{ímpar}}, N_{\text{ímpar}} \rightarrow a_p < 0.$$

Em estes casos ( $A$  par), temos dois parábolas



Observa-se que, em estes casos, podemos ter uma desintegração simultânea  $\beta^-$  e  $\beta^+$ .

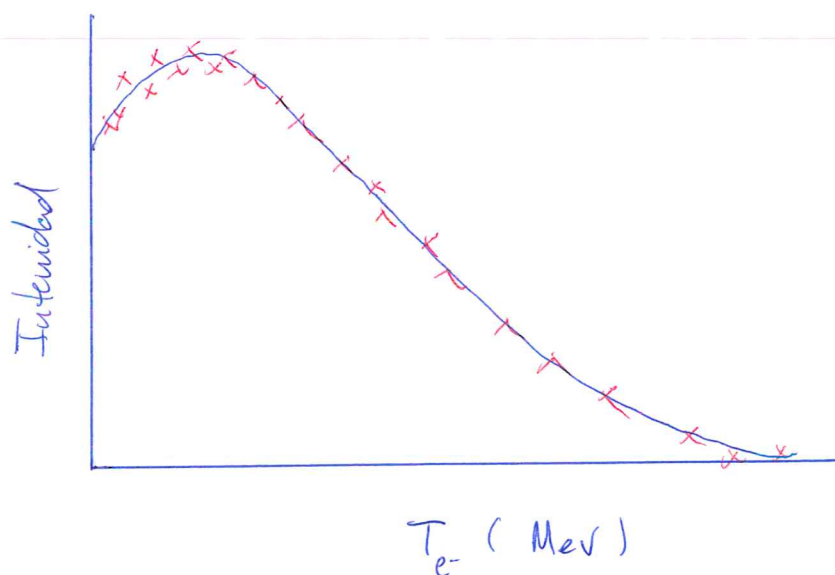
los "Q-values" son :

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= B(A, Z+1) - B(A, Z) + (m_n - m_p - m_e)c^2 \\ &= B(A, Z+1) - B(A, Z) + 0.782 \text{ MeV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{\beta^+} &= B(A, Z-1) - B(A, Z) + (m_p - m_n - m_e)c^2 \\ &= B(A, Z-1) - B(A, Z) - 1.504 \text{ MeV} \end{aligned}$$

### Neutrinos

Se observa lo siguiente : espectro de energía de electrones del  $^{210}_{83}\text{Bi}$ .



Como la intensidad varía, algo debe de llevarse la energía.

Además, se tiene la siguiente observación:

$$\begin{array}{ccc} \# \text{ nucleones de } s=1/2 & = & \# \text{ nucleones de } s=1/2 \\ \text{núcleo padre} & & \text{núcleo hijo} \end{array}$$



la diferencia  $A(\text{padre-hijo}) = \# \text{ entero}$

Pero el  $e^-$  tiene  $s=1/2$ . ¿Violación conservación momento angular?

Solución: W. Pauli (1930) postula la existencia del neutrino ( $m \approx 0$ , neutro  $s=1/2$  y acompaña al  $e^-$  en decaimientos  $\beta$ ). (en realidad es el antineutrino)

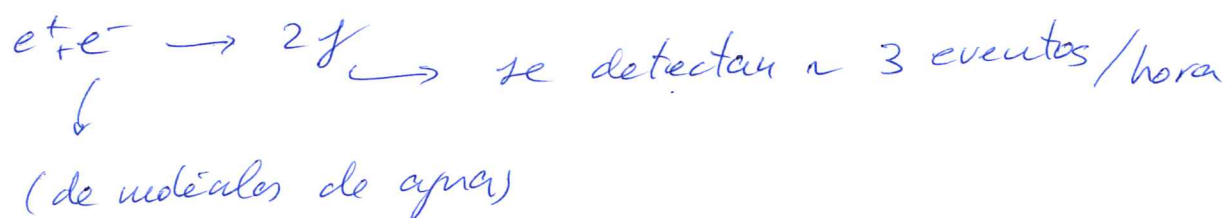
Interaccionan muy débilmente con la materia  
(posible materia oscura)

Experimento (1956 Cowan & Reines)

Flujo de  $\sim 10^{13}$   $\bar{\nu}$  de un reactor nuclear



interacciones con solución de cloruro de cadmio.  
se producen las reacciones:



$$\Rightarrow \sigma_{\bar{\nu}p \rightarrow ne^+} \sim 6.3 \cdot 10^{-44} \text{ cm}^2 \sim \sigma_{Th} \text{ (modelo Pauli)} \\ (\ll 10^{-41} \text{ LHC})$$

### Teoría de Fermi (1934)

Da una explicación del espectro del decaimiento.

Se basa en la "regla de oro de Fermi"

↳  $t^{\text{ra}}$  perturbaciones dependientes  
del tiempo ("mántica avanzada")

la tasa de transición,  $\lambda$ , desde  $|i\rangle$  hasta

$|j\rangle$  mediante una perturbación  $H'$  es:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H' | i \rangle|^2 \rho(E_f)$$

donde  $f(E_f)$  es la densidad de estados con energía final  $E_f$ .

Vamos a calcular  $\lambda(T_e)$ :

$\lambda(T_e) dT_e$  : tasa de decaim.  $\beta$  con  $e^-$  con  $T_e$  entre  $T_e$  y  $T_e + dT_e$

$f(E_f) \rightarrow f(Q, T_e)$  siendo  $f(Q, T_e) dQ dT_e$  el número de  $e^-$  y  $\bar{\nu}_e$  con  $T_e$  entre  $T_e$  y  $T_e + dT_e$  y en total entre  $Q$  y  $Q + dQ$ .

### Densidad de estados

Si consideramos una partícula confinada en una caja de volumen  $V$ , en nº de estados de  $p$  entre  $p$  y  $p + dp$  es:

$$n(p) = V \frac{p^2 dp}{2\pi^2 \hbar^3}$$

Por lo tanto, el nº de estados permitidos



con  $e^-$  y  $\bar{\nu}_e$  y sus momentos entre

$p_{e,\bar{\nu}}$  y  $p_{e,\bar{\nu}} + dp_{e,\bar{\nu}}$ , es:

$$n_{e\bar{\nu}}(p_e, q_{\bar{\nu}}) = n(p_e) n(q_{\bar{\nu}}) = \left( \frac{V}{2\pi^2 \hbar^3} \right)^2 p_e^2 dp_e q_{\bar{\nu}}^2 dq_{\bar{\nu}}$$

Ponemos ahora a

$n_{e\bar{\nu}}(T_e, E_{\bar{\nu}})$  con  $T_e$  y  $T_e + dT_e$

y  $E_{\bar{\nu}}$  y  $E_{\bar{\nu}} + dE_{\bar{\nu}}$ .

Si  $m_{\bar{\nu}} \approx 0$ , queda:

$$q_{\bar{\nu}} = \frac{E_{\bar{\nu}}}{c}, \quad dq_{\bar{\nu}} = \frac{dE_{\bar{\nu}}}{c}$$

$$p_e = \frac{1}{c} \sqrt{T_e (T_e + 2m_e c^2)}, \quad dp_e = \frac{(T_e + m_e c^2)}{c^2 p_e} dT_e$$

$\hookrightarrow e^-$  relativista

luego

$$n_{e\bar{\nu}}(T_e, E_{\bar{\nu}}) = \frac{V^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^5} E_{\bar{\nu}}^2 (T_e + m_e c^2) p_e dT_e dE_{\bar{\nu}}$$

Pero  $Q = E_0 + T_e$ , luego

$$\int (Q, T_e) dT_e dQ = \frac{v^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^5} (Q - T_e)^2 (T_e + m_e c^2) p_e dT_e dQ$$

### Elemento de matriz

Hay que calcular

$$\langle f | H_W | i \rangle = \int \psi_{\bar{p}}^*(\vec{r}) \psi_e^*(\vec{r}) \psi_D^*(\vec{r}) H_W \psi_p(\vec{r}) d^3r$$

$\swarrow$  antineutrino       $\searrow$  electrón       $\swarrow$  núcleo ligero       $\searrow$  núcleo pesado

(corto alcance: todo se calcula en el mismo punto).

Tomamos ondas planas:

$$\psi_e(r) = \frac{e^{i\vec{p}_e \cdot \vec{r}/\hbar}}{\sqrt{V}} \quad \psi_{\bar{p}}(r) = \frac{e^{i\vec{q}_p \cdot \vec{r}/\hbar}}{\sqrt{V}}$$

Como  $\psi_{D,P}$  despreciables para  $r \gg R$  y  
(radio nuclear)

el momento de  $e^-$  y  $\bar{p}$  satisfacen

$$\frac{\vec{p}_e \cdot \vec{r}}{k}, \frac{q_5 \cdot \vec{r}}{k} \ll 1 \quad \text{para } r \leq R,$$

aproximamos por  $\psi_e(\vec{r}), \psi_5(\vec{r}) \approx \frac{1}{\sqrt{V}}$

El Hamiltoniano será

$$H_N = G_F \hbar^3 c^3 O_N(\vec{r})$$

→ operador que actúa solo en parte nuclear

$$\mathcal{M}_{DP} \equiv \int \psi_0^4(\vec{r}) O_N(\vec{r}) \psi_p(\vec{r}) d^3\vec{r}$$

$G_F$  es la constante de Fermi

$$G_F = 1.166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

Resultado Final

Para concluir, hay que introducir el llamado "factor de Fermi",  $F(Z_D, T_e)$ , que mide la atracción Coulombiana entre  $D$  y  $e^-$  (o repulsión entre  $D$  y  $e^+$ )

para  $e^-$ , se tiene:

$$F(z_D, T_e) = \frac{2\pi z}{1 - e^{-2\pi z}} \quad , \quad \text{con}$$

$$z = z_D \propto \sqrt{\frac{m_e c^2}{T_e}}$$

para  $e^+$ , tenemos:

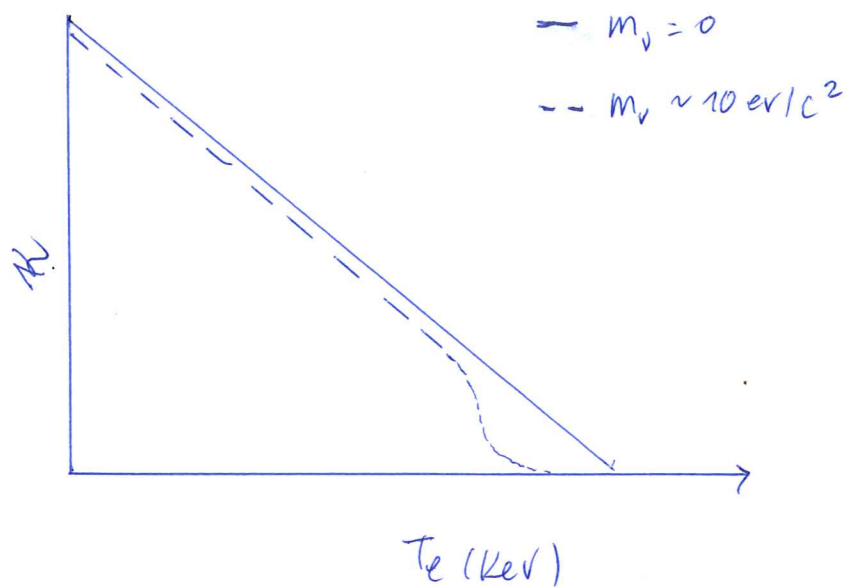
$$F(z_D, T_e) = \frac{2\pi z}{e^{2\pi z} - 1}$$

Juntando todo tenemos la probabilidad de decaimiento  $\beta$

$$\lambda(T_e) = \frac{G_F^2 c}{2\pi^3 \hbar} |\mathcal{M}_{DP}|^2 (Q - T_e)^2 (T_e + m_e c^2) p_e F(z_D, T_e)$$

Resulta útil realizar los gráficos de Kurie:

$$\text{Plotamos } K(T_e) := \sqrt{\frac{\lambda(T_e)}{(T_e + m_e c^2) p_e F(z_D, T_e)}} \quad \text{frente a } T_e.$$



El  $\bar{\nu}$  introduce correcciones, pero como  $m_{\bar{\nu}} \approx \text{pocos } \frac{\text{eV}}{c^2} \ll 0.511 \text{ MeV}/c^2 = m_e$ , es difícil que se detecten en decaimiento  $\beta$ .

$$(m_{\bar{\nu}} < 0.1 \text{ eV})$$

Para acabar este tema, vamos a hablar de

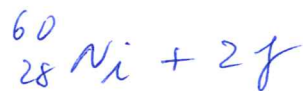
### Violación de la Paridad

- Las primeras señales fueron debidas a Lee y Yang (1956):

- El experimento clave vino de la mano de Chien-Shing Wu (1957)



↳ no emitidos isotrópicamente  
 $\equiv$   
 ↳ hay una preferencia\*



↳ fotones emitidos isotrópicamente respecto de la orientación del spin del Co.

\* Prueba inequívoca de que no se conserva.

- La clave es un acoplamiento nuclear con la helicidad del  $e^-$

$$\lambda \equiv \frac{1}{sk} \vec{S} \cdot \hat{p}$$

Es un operador pseudoscalar

- Resulta que  $H_W \sim G_F \int_{\text{nucl}} \lambda$  (y más cosas)  $\Rightarrow$  los  $e^-$  left-handed se ven favorecidos.



- Contar la historia de los descubrimientos, desde partículas hasta moléculas.