Electromagnetismo II

Tema 2. ECUACIONES DE MAXWELL Y LEYES DE CONSERVACIÓN

1.- El agua de mar a frecuencia $\nu = 4 \times 10^8$ Hz tiene permitividad $\varepsilon = 81\varepsilon_0$, permeabilidad $\mu = \mu_0$, y resistividad $\rho = 0.23\ \Omega{\cdot}\text{m}$. Considerando un condensador de láminas plano paralelas en agua de mar con un voltaje entre sus extremos $V_0\cos(2\pi\nu t)$, determinar la relación entre la corriente de conducción y la corriente de desplazamiento.

2.- Un condensador de capacidad C está formado por dos placas circulares paralelas de radio a y está conectado a una diferencia de potencial V.
(a) Determinar el campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ en el interior del condensador cuando sus placas se separan lentamente con velocidad constante v.
(b) Repetir los cálculos considerando el condensador aislado.

3.- Consideremos un condensador plano de capacidad C formado por dos placas circulares de radio a separadas una distancia h. El medio entre las placas es aire y se aplica una fuerza electromotriz alterna de alta frecuencia a sus electrodos de forma que el voltaje entre los centros de las placas es $V(t) = V_0 \operatorname{sen}\omega t$. Si se desprecia el efecto de bordes, determinar los campos eléctrico y magnético en el interior del condensador.

4.- Un condensador de capacidad C está formado por dos placas circulares paralelas de radio a separadas una distancia h. El condensador se carga mediante una resistencia R conectada en serie a una diferencia de potencial V_0. La corriente en R y la carga q en las placas son, respectivamente:

$$I = \frac{V_0}{R}\exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \qquad\qquad q = \int_0^t I\,dt$$

(a) Obtener la corriente de desplazamiento en el condensador.
(b) Calcular el flujo del vector de Poynting a través de la superficie cilíndrica de radio a y altura h comprendida entre las placas del condensador.

5.- Un disco delgado de radio R, espesor h y conductividad σ se somete a un campo magnético uniforme lentamente variable con el tiempo de la forma $B(t) = B_0 \operatorname{sen}\omega t$ y perpendicular al disco. ¿Cuál es el valor medio temporal de la potencia disipada en el disco?

6.- Sea una cable conductor cilíndrico, rectilíneo e indefinido de radio a y conductividad σ que transporta una corriente estacionaria de intensidad I uniformemente distribuida en su sección transversal. Mostrar, con ayuda del teorema de Poynting, que la potencia disipada en un segmento de longitud L corresponde a la expresión de Joule:

$$P = \frac{L}{\sigma\pi a^2} I^2$$

7.- Un condensador plano de capacidad C está formado por dos placas circulares de radio a separadas una distancia h se carga hasta una diferencia de potencial V mediante una batería. Mostrar, con ayuda del teorema de Poynting, que la energía almacenada se corresponde con la expresión $\frac{1}{2}CV^2$, siendo la capacidad del condensador:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \pi a^2}{h}$$

8.- Determinar, con ayuda del tensor de tensiones de Maxwell, la fuerza de interacción culombiana entre las placas de un condensador plano.

9.- Consideremos una esfera maciza de radio R cargada con una carga Q distribuida uniformemente en todo su volumen. Determinar, con ayuda del tensor de tensiones de Maxwell, la fuerza neta que actúa sobre la semiesfera "norte" de la esfera.

10.- (a) Considerar dos cargas puntuales iguales q, separadas una distancia $2a$. Considerar el plano equidistante a las dos cargas. Determinar la fuerza que ejerce una carga sobre la otra mediante la integración del tensor de tensiones de Maxwell sobre este plano.
(b) Repetir el apartado (a) si las cargas son de signo contrario.

11.- Consideremos un cable conductor rectilíneo, indefinido y de sección despreciable, cargado con densidad lineal de carga uniforme λ y situado a lo largo del eje z. Determinar, con ayuda del tensor de tensiones de Maxwell, la fuerza que experimenta el cable por unidad de longitud cuando se somete a un campo eléctrico uniforme estacionario perpendicular al cable y de la forma $\vec{\mathbf{E}} = E_0 \hat{\mathbf{u}}_x$.

12.- Un cable largo coaxial de longitud L, está formado por un conductor cilíndrico interior de radio a y otro exterior de radio b. Los dos conductores están conectados entre sí a una batería V por un extremo y a una resistencia R por el otro. El conductor interior está cargado con densidad lineal de carga uniforme λ y transporta una corriente estacionaria hacia la derecha de intensidad I, mientras que el conductor externo tiene una densidad de carga de signo opuesto y la corriente va en sentido contrario. Determinar el momento lineal electromagnético asociado a esta distribución de fuentes.

13.- Consideremos un solenoide cilíndrico muy largo de radio a, con espiras muy apretadas distribuidas uniformemente a razón de n espiras por unidad de longitud y por el que se hace circular una corriente estacionaria de intensidad I. Se coloca un cable conductor rectilíneo, indefinido y de sección despreciable y cargado con densidad lineal de carga uniforme λ a lo largo del eje del solenoide. Determinar los momentos lineal y angular electromagnéticos asociados a esta distribución de fuentes.