

## PROBLEMAS TEMA 7: Inducción electromagnética

1. Una pequeña y delgada espira circular de alambre de cobre de radio  $r$  está situada en una zona en la que hay un campo magnético  $B$  variable en el tiempo y perpendicular al área encerrada dentro de la espira. Suponiendo que el campo magnético está confinado en una región circular de radio  $R'$ , calcular el campo eléctrico inducido en el hilo de cobre para  $r < R'$  y para  $r > R'$ .

Solución: Para  $r < R'$   $E_{\varphi} = -\frac{r}{2} \frac{\partial B}{\partial t}$  Para  $r < R'$   $E_{\varphi} = -\frac{1}{2} \frac{R'^2}{r} \frac{\partial B}{\partial t}$

2. Sean dos solenoides de radio interior  $a$  colocados uno a continuación de otro con su ejes a lo largo de  $z$  separados una cierta distancia. Por los solenoides circula corriente variable en el tiempo de manera que en la región entre ambos solenoides hay un campo magnético que tiene la siguiente forma para  $t > 0$ .

$$\mathbf{B} = -B_0 \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} t \mathbf{u}_z$$

Mientras que para  $t < 0$   $B = 0$ . Calcular el campo eléctrico en la región entre ambos solenoides para  $r < a$  y  $r > a$  para todo  $t$ .

Solución: Para  $t > 0$  y  $r < a$   $E_{\varphi}(r,t) = \frac{B_0 a}{r} [(a^2 + r^2)^{1/2} - a]$

Para  $t > 0$  y  $r > a$   $E_{\varphi}(r,t) = \frac{B_0 a^2}{r} [\sqrt{2} - 1]$

Para  $t < 0$  y todo  $E(r,t) = 0$

3. Considerar un alambre de material conductor largo y recto colocado paralelamente al eje  $z$  en una región en la que hay un campo magnético que varía sinusoidalmente con el tiempo  $t$  a una frecuencia  $\omega$  y que está dirigido en la dirección positiva del eje  $x$  ( $\mathbf{B} = B_m \cos \omega t \mathbf{u}_x$ , siendo  $B_m = \text{constante}$ ). Los extremos del alambre están conectados a dos muelles alineados con el eje  $y$  y que están unidos por cables que van a un voltímetro, de modo que el alambre oscila con un movimiento armónico simple en el plano  $yz$  con una velocidad  $\mathbf{v} = v_m \cos \omega t \mathbf{u}_y$  ( $v_m$  es el máximo valor del módulo de la velocidad). La posición de equilibrio de este movimiento es el eje  $z$ . Calcular, usando la ley de Faraday, el voltaje medido en el voltímetro. Indicar el sentido que tendrá la corriente inducida en el hilo.

$$\mathcal{E}_{ind} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} + \oint_C \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B_m \omega l \sin \omega t \cdot [y' + a] - v_m B_m l \left( \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \right)$$

**Ejercicios del Wagness** (capítulo 17). Soluciones al final del libro

17.3. Sea un hilo infinitamente largo  $C'$  por el que circula una intensidad de corriente  $I$  dada por  $I = I_0 \exp(-\lambda t)$ , donde  $I_0$  y  $\lambda$  son constantes y  $t$  es el tiempo. Encontrar la fem inducida en un circuito rectangular situado de modo que

ambos lados del rectángulo son paralelos al hilo  $C'$  y están situados en el mismo plano. La distancia desde el hilo al lado del rectángulo más cercano es  $d$ . Dibujar el sentido de la corriente inducida.

17.11. Un líquido conductor de conductividad  $\sigma$  fluye con velocidad  $\mathbf{v}$  a lo largo de un canal horizontal de longitud muy grande, profundidad  $w$  y anchura  $l$ , en una región donde la componente vertical de la inducción debida a la tierra es  $B_d$ . En las paredes verticales y opuestas del canal se ponen dos electrodos rectangulares de dimensiones  $a$  y  $b$ , con sus lados largos paralelos ( $a$ ) al fondo del canal y situados a una distancia  $d$  de este. Calcular: (a) La resistencia de la columna de líquido contenida en el paralelepípedo rectángulo entre los dos electrodos; (b) La fem inducida entre los electrodos; (c) la corriente que resulta si se conectan los electrodos externamente por medio de un alambre de resistencia despreciable. Obtener los valores numéricos para los diversos apartados en el caso de que el líquido sea agua de mar ( $\sigma = 4 \text{ /ohm-metro}$ ) si  $B_d = 5.5 \times 10^{-5}$  tesla,  $w = 2 \text{ m}$ ,  $l = 5 \text{ m}$ ,  $a = b = 0.5 \text{ m}$ ,  $v = 3 \text{ m/s}$  y  $d = 9.25 \text{ m}$ .

17.15. Un disco conductor muy delgado de radio  $a$  y conductividad  $\sigma$  descansa sobre el plano  $xy$  con su centro en el origen. Una inducción espacialmente uniforme se encuentra presente y está dada por  $\mathbf{B} = B_0 \cos(\omega t + \alpha) \mathbf{u}_z$ , donde  $B_0$ ,  $\omega$  y  $\alpha$  son constantes y  $t$  es el tiempo. Encontrar la densidad de corriente inducida  $\mathbf{J}_f$  producida en el disco.