

**EXAMEN FINAL C1-D: 11/6/2020**

Alumnos de grupo O2 con DNIs de números > 48.790.000

**CUESTIONES**

1. (1.5 puntos) Sea un sistema consistente en una esfera maciza de radio  $a$  un material conductor recubierta de una capa de un material dieléctrico IHL de grosor  $b$  y que a su vez está envuelta de una capa de otro material conductor de grosor despreciable. En el exterior hay vacío. Ambos materiales conductores se conectan mediante unos cables a una fuente de alimentación de corriente continua, aplicando una diferencia de potencial de 5 voltios. El borne negativo de la fuente está conectado a la esfera interior.

a) ¿Existe alguna región donde el campo eléctrico sea nulo? Decir dónde y por qué. ¿En qué regiones o puntos el potencial es nulo?

b) Justificar si en las interfases entre los distintos medios el campo eléctrico es continuo o discontinuo. ¿Y el campo  $D$ ?

2. (1 puntos) Sea un cilindro de radio  $a$  de gran longitud de un material magnético de permeabilidad absoluta  $\mu$ . El material está magnetizado con vector magnetización  $\mathbf{M}$ . Decir cómo formularías la ley de Ampere para:

a) Calcular la inducción magnética  $B$  en puntos interiores y exteriores del cilindro, indicando las corrientes que contribuirían en cada caso.

b) Idem para  $H$ .

c) En la práctica sólo es necesario utilizar la ley de Ampere con uno de los campos y determinar el otro, indicar cómo.

## PROBLEMAS

Las magnitudes en negrita son vectoriales

1. (2.5 puntos) Sea una esfera maciza conductora de radio  $R$ , sometida a un potencial  $V_0$ , rodeada por un material dieléctrico de permitividad absoluta  $\epsilon$ . En el material dieléctrico existe una densidad volumétrica de carga (libre) dada por  $\rho_v = (\rho_0 R/r) \exp(-ar)$ , donde  $a$  es una constante y  $r$  la distancia al centro de la esfera ( $\rho_0$  es la densidad de carga en la superficie de la esfera). Obtener mediante la resolución de la ecuación de Laplace o Poisson, el potencial electrostático en cualquier punto del espacio. A partir de él obtener el campo eléctrico  $\mathbf{E}$ .
  
2. (2.5 puntos) Sea un cilindro recto de longitud  $L$  y radio  $R$  (siendo  $R \ll L$ ) dirigido a la largo del eje  $z$  de un material magnético de permeabilidad  $\mu$ . El material está magnetizado, siendo el vector magnetización (en coordenadas cilíndricas  $(\rho, \phi, z)$ ):  $\mathbf{M} = M_0 (\rho/R) \mathbf{u}_\phi$ 
  - a) Calcular las densidades de corriente volumétricas y superficiales de magnetización. Hacer un esquema para dibujar sus direcciones.
  - b) Calcular los campos  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{H}$  en todos los puntos del espacio. Dibujar gráficamente las componentes de los campos determinadas, así como de  $\mathbf{M}$ , en función de la coordenada radial. Verificar que se cumplen las condiciones de contorno para los tres en la superficie del cilindro.
  
3. (2.5 puntos) Sea una espira conductora cuadrada de lado  $2a$ , situada en el plano  $xy$  y con el origen de coordenadas en el centro de la espira.
  - a) Determina el potencial vector  $\mathbf{A}$  (utilizando la definición) en puntos del eje  $z$ .
  - b) Determinar la inducción magnética  $\mathbf{B}$  en un punto cualquiera del espacio, suponiendo que está muy alejado de la espira (se sugiere usar la aproximación dipolar).
  - c) Particulariza la solución del apartado b) para los puntos del eje  $z$ . ¿Podrías llegar a este resultado a partir del resultado obtenido en  $\mathbf{A}$ ?
  - d) Hallar el radio y posición equivalente que debería tener una espira circular, para que produjera la misma  $\mathbf{B}$  que la de la espira cuadrada obtenida en el apartado b).