APELLIDOS: .... NOMBRE: ....

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Grado en Física
Facultad de Ciencias
Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal

Electromagnetismo II

Segundo control: 26 de mayo de 2021

1.- Partiendo de las expresiones generales de las ecuaciones de onda para los potenciales:

$$-\nabla^2\phi - \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\cdot\vec{\mathbf{A}}) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \;; \qquad -\nabla^2\vec{\mathbf{A}} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{\mathbf{A}}}{\partial t^2} + \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{\mathbf{A}} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t}\right) = \mu_0\vec{\mathbf{J}}$$

Obtener dichas expresiones en:

(a) El *gauge* de Lorenz y expresarlas en forma covariante.

(b) El *gauge* de Coulomb (sin descomponer la densidad de corriente $\vec{\mathbf{J}}$). ¿Se pueden poner estas expresiones en forma covariante? ¿Por qué?

(1.75 puntos)

2.- Campos eléctrico y magnético creados por una carga en movimiento arbitrario: características generales, como son entre ellos y comportamiento a grandes distancias. Expresión del tiempo retardado, ¿cuál es su significado físico? ¿Cuánto valen los invariantes del campo electromagnético a grandes distancias? Razonar la respuesta.

(1.25 puntos)

3.- Una carga puntual q describe un movimiento hiperbólico a lo largo del eje x que viene dado por la ecuación

$$\vec{\mathbf{r}}'(t) = \sqrt{b^2 + (ct)^2}\,\hat{\mathbf{u}}_x \qquad (-\infty < t < +\infty)$$

Determinar, para un punto P situado en el eje x a la derecha de la carga:

(a) El tiempo retardado t' en función de x y del tiempo "actual" t.

(b) La velocidad de la carga v en función del tiempo retardado t', así como en función de x y del tiempo "actual" t.

(c) Teniendo en cuenta que la velocidad es relativista, demostrar que la potencia radiada es constante y calcular su valor.

(1.75 puntos)

4.- Se deja caer un protón (q = 1.6 × 10^{-19} C, m = 1.67 × 10^{-27} kg) inicialmente en reposo desde una cierta altura bajo la acción de la gravedad. En el primer centímetro, ¿qué fracción de su energía potencial se pierde por radiación? ε_0 = 8.85 × 10^{-12} $C^2N^{-1}m^{-2}$.

(1.25 puntos)

5.- La potencia radiada por una partícula de carga q y masa m que se mueve en una región el la que existen un campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ y otro magnético $\vec{\mathbf{B}}$ se puede expresar, a partir de la fórmula de Liénard en forma covariante, mediante:

$$P_{rad} = \frac{q^4\gamma^4}{6\pi\varepsilon_0 m^2 c^3}\left[(\vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}})^2 - \frac{(\vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{v}})^2}{c^2}\right] \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

(a) Calcular, a igualdad de campos y a igualdad de velocidades, el cociente entre las potencias radiadas por electrones y protones (la masa del protón es 1836 veces superior a la del electrón).

(b) Determinar la potencia radiada en un acelerador lineal en función del módulo E del campo eléctrico aplicado.

(c) Obtener la potencia radiada en un acelerador circular expresada tanto en función del módulo B campo magnético aplicado como en función del radio R de la trayectoria circular.

(d) Para el acelerador circular, ¿cuánto valdría en el caso ultrarrelativista la potencia radiada expresada en función del radio R de la trayectoria y de la energía ε de la partícula?

(1.75 puntos)

6.- Obtener la componente $\underset{s}{\Theta}^{00}$ del tensor energía-impulso de Belifante-Rosenfeld sabiendo que:

$$\underset{s}{\Theta}^{\mu\nu} = \varepsilon_0 c^2 \left(g^{\mu\lambda} F_{\lambda\sigma} F^{\sigma\nu} + \frac{1}{4} g^{\mu\nu} F^{\rho\sigma} F_{\rho\sigma} \right)$$

[se puede utilizar el valor del invariante del campo electromagnético $F^{\rho\sigma}F_{\rho\sigma}$]

¿Cuál es el significado físico de sus demás componentes? En ausencia de cargas y corrientes sabemos que se cumple $\partial_\mu \underset{s}{\Theta}^{\mu\nu} = 0$, ¿qué leyes de conservación están incluidas en esta ecuación? Comentarlas brevemente.

(2.25 puntos)

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x/c & -E_y/c & -E_z/c \\ E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$