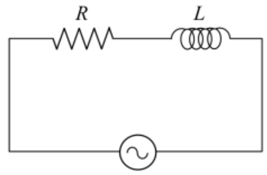
Hoja 1 - circuitos en alterna

1.- En un circuito *RL* serie, $L = 20$ mH y $R = 10\ \Omega$, circula una corriente de intensidad $I = 2\cos 500t$ A. Hallar la tensión total aplicada e indicar si está adelantada o retrasada respecto a la intensidad.



$R = 10\,\Omega$
$L = 20 \cdot 10^{-3}$ H
$I = 2\cos(500t)$ A

Lo que tenemos que hacer para resolver este ejercicio es aplicar la ley de Ohm en corriente alterna, la cual se escribe de la siguiente forma:

$$\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} \Rightarrow \vec{Z} = R + jX,\quad X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

1. Escribimos I en forma compleja

$$\underbrace{I = 2}_{I_0 = 2\ A}\cos(\underbrace{500}_{\omega = 500\ Hz}t) \Rightarrow \vec{I} = I_e \angle \varphi,\quad I_e = I_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow \vec{I} = \frac{2}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \text{ (A)}$$

$\varphi = 0^\circ$

2. Damos $\vec{Z}$ sabiendo que $X_C = 0$ (no tenemos un condensador).

$$\vec{Z} = R + j \cdot X = R + j \cdot X_L = R + j \cdot \omega L = 10 + j \cdot 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} |\vec{Z}| = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \\ \alpha = \arctan\left(\frac{X_L}{R}\right) = 45^\circ \end{array}\right\} \vec{Z} = 10\sqrt{2} \angle 45^\circ$$

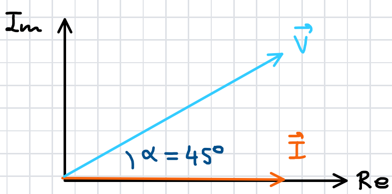
3. Aplicando la ley de Ohm:

$$\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}}\ ;\quad \vec{V} = \vec{I} \cdot \vec{Z} = 10\sqrt{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ + 45^\circ = 20 \angle 45^\circ \text{ (V)}$$

MULTIPLICAR EN FORMA POLAR

$$A \angle \alpha \cdot B \angle \beta = A \cdot B \angle \alpha + \beta$$

4. Representamos $\vec{I}, \vec{V}$ para ver cuál adelanta (aunque ya vemos que V adelanta a I en 45°).

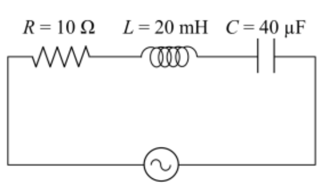


También podemos reescribir V de la siguiente forma:

$$\vec{V} = V_0 \cos(\omega t + \alpha) = 20\sqrt{2}\,(500t + 45^\circ) \text{ (V)}$$

$$V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}}\ ;\ V_0 = 20\sqrt{2}$$

4.- En un circuito *RLC* serie, $R = 10\ \Omega$, $L = 20$ mH y $C = 40\ \mu$F, se aplica la tensión $V = 3000\cos(500t - 10^\circ)$ V. Determinar:
(a) La impedancia equivalente.
(b) La intensidad de la corriente que circula.



a) En el primer apartado nos piden el valor de la impedancia equivalente.
Sabemos, puesto que $\vec{V} = 3000\cos(500t - 10^\circ) = \frac{3000}{\sqrt{2}} \angle -10^\circ$, que

$$V_e = V_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3000}{\sqrt{2}}$$

el valor de ω es $\omega = 500$ Hz. Por tanto:

$$\left.\begin{array}{l} X_L = \omega L = 10 \ (\Omega) \\ X_C = \frac{1}{\omega C} = 50 \ (\Omega) \end{array}\right\} \vec{Z} = R + j(X_L - X_C) = 10 - j \cdot 40 \ (\Omega) \Rightarrow$$

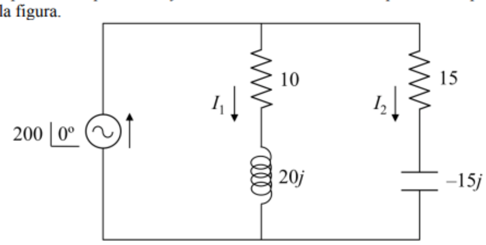
$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} |\vec{Z}| = \sqrt{10^2 + 40^2} = 10\sqrt{17} \\ \alpha = \arctan\left(\frac{-40}{10}\right) = -75'96^\circ \end{array}\right\} \vec{Z} = 10\sqrt{17} \angle -75'96^\circ \ (\Omega)$$

b) La intensidad de la corriente la damos con la ley de Ohm:

$$\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{\frac{3000}{\sqrt{2}} \angle -10^\circ}{10\sqrt{17} \angle -75'96^\circ} = 51'45 \angle 65'96^\circ = 72'76 \cdot \cos(500t + 65'96^\circ) \ (A)$$

$$I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}} ; \ I_0 = 51'45\sqrt{2} = 72'76 \ (A)$$

5.- Hallar la impedancia equivalente y la intensidad de corriente que circula por cada rama del circuito de la figura.



Para resolver este ejercicio vamos a hacer lo siguiente:

1. Impedancia de la rama 1
2. Impedancia de la rama 2
3. Impedancia equivalente en paralelo e intensidad total

1. Impedancia en la rama que corresponde a I_1

$$\left.\begin{array}{l} R_1 = 10 \ \Omega \\ L_1 = 20j \text{ H} \Rightarrow X_L = \omega L = L = 20j \end{array}\right\} \vec{Z}_1 = 10 + 20j = 10\sqrt{5} \angle 63'43^\circ \ (\Omega)$$

supone $\omega = 1$? no lo entiendo muy bien

$$|\vec{Z}| = \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5} \ (\Omega)$$

$$\alpha = \arctan \frac{20}{10} = 63'43^\circ$$

Ahora damos $\vec{I}_1$ con la ley de Ohm:

$$\vec{I}_1 = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}_1} = \frac{200 \angle 0^\circ}{10\sqrt{5} \angle 63'43} = 4\sqrt{5} \angle -63'43^\circ \ (A)$$

2. Idem con la segunda rama:

$$\left.\begin{array}{l} R_2 = 15 \ \Omega \\ C_2 = -15j \text{ F} \end{array}\right\} \vec{Z}_2 = 15 - 15j = 15\sqrt{2} \angle -45^\circ \ (\Omega)$$

$$|\vec{Z}| = \sqrt{15^2 + 15^2} = 15\sqrt{2} \ (\Omega)$$

$$\alpha = \arctan \frac{-15}{15} = -45^\circ$$

Ahora damos $\vec{I}_2$ con la ley de Ohm:

$$\vec{I}_2 = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}_2} = \frac{200 \angle 0^\circ}{15\sqrt{2} \angle -45^\circ} = 9'43 \angle 45^\circ \ (A)$$

3. La impedancia equivalente en paralelo se escribe de la siguiente forma:

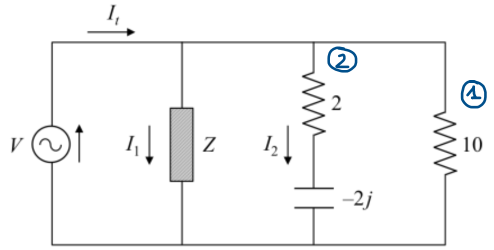
$$\frac{1}{\vec{Z}_e} = \frac{1}{\vec{Z}_1} + \frac{1}{\vec{Z}_2}$$

$$\frac{1}{\vec{Z}_e} = \frac{1}{\vec{Z}_1} + \frac{1}{\vec{Z}_2} ; \ \vec{Z}_e = \frac{\vec{Z}_1 \cdot \vec{Z}_2}{\vec{Z}_2 + \vec{Z}_1} = \frac{10\sqrt{5} \angle 63'43^\circ \cdot 15\sqrt{2} \angle -45^\circ}{(10 + 20j) + (15 - 15j)} = \frac{474'43 \angle 18'43^\circ}{25 + 5j}$$

$$= \frac{474'43 \angle 18'43^\circ}{\ldots}$$

$5\sqrt{26}\angle 11'31^\circ$

6.- En el circuito de la figura $I_t = 50.2\angle 102.5^\circ$ A y $V = 100\angle 90^\circ$ V. Hallar el valor de la impedancia Z.



Con los datos que nos proporcionan y conociendo la ley de Ohm podemos dar la impedancia equivalente. Si conocemos este valor y las impedancias del resto de las ramas, podremos dar la impedancia Z pedida.

1. Impedancia rama 1: $\vec{Z_1} = R = 10\,\Omega = 10\angle 0^\circ$
2. Impedancia rama 2

$$\left.\begin{array}{l} R = 2\,\Omega \\ C = -2j\ F \end{array}\right\} \vec{Z_2} = 2 - 2j\ \Omega = 2\sqrt{2}\angle -45^\circ$$

3. Impedancia equivalente: $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}}$; $\vec{Z_T} = \frac{\vec{V_T}}{\vec{I_T}} = \frac{100\angle 90^\circ}{50'2\angle 102'5^\circ} = 2\angle -12'5^\circ =$

$= 1'95 - 0'43i$

Como están en paralelo, haremos dos pasos:

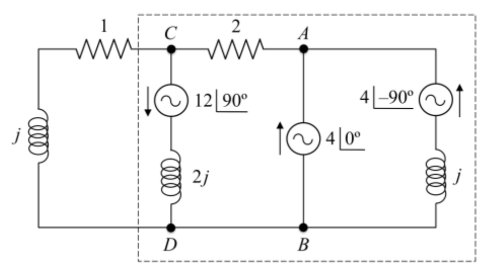
- $\frac{1}{\vec{Z_{12}}} = \frac{1}{\vec{Z_1}} + \frac{1}{\vec{Z_2}} = \frac{\vec{Z_2} + \vec{Z_1}}{\vec{Z_2}\cdot\vec{Z_1}} = \frac{12-2j}{20-20j}$; $\vec{Z_{12}} = \frac{10-10j}{6-j}\cdot\frac{6+j}{6+j} =$

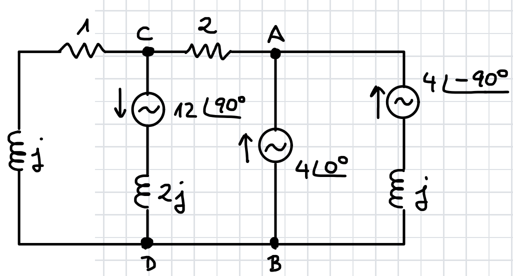
$$= \frac{60+10j+10-60j}{6^2+1^2} = \frac{70-50j}{37} = 2'32\angle -35'54^\circ$$

- $\frac{1}{\vec{Z_T}} = \frac{1}{\vec{Z_{12}}} + \frac{1}{\vec{Z}}$; $\frac{1}{\vec{Z}} = \frac{1}{\vec{Z_T}} - \frac{1}{\vec{Z_{12}}} = \frac{\vec{Z_{12}} - \vec{Z_T}}{\vec{Z_{12}}\cdot\vec{Z_T}} = \frac{-0'058 - 0'92i}{4'64\angle -48'04^\circ}$;

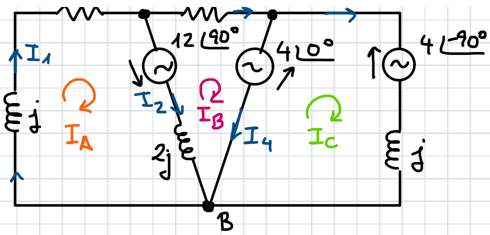
; $\vec{Z} = \frac{4'64\angle -48'04^\circ}{0'92\angle 86'39^\circ} = 5'043\angle -134'43^\circ$

7.- Dado el circuito de la figura, determinar:
(a) Las corrientes que circulan por cada rama utilizando leyes de Kirchoff.
(b) Las corrientes que circulan por cada rama mediante el método de las corrientes de malla.
(c) El circuito equivalente de Thevenin de la parte de circuito dentro de las líneas discontinuas así como la intensidad que circula por la rama eliminada.
(d) Las corrientes en cada rama resolviendo los circuitos parciales, con un generador cada uno, en el que se descompone el circuito al aplicar el principio de superposición.
(e) Las potencias complejas generadas y consumidas y verificar el teorema de Boucherot.





FORMA 1: LEYES DE KIRCHHOFF



El circuito se simplifica mucho si suponemos que D = B, lo cual podemos hacer porque entre ellos no existe ningún tipo de elemento que afecte a la intensidad de corriente.
A cada malla y a cada rama le asignamos una corriente tal y como se muestra en el dibujo.

Vamos a aplicar sobre este conjunto la ley de las mallas, según la cual la suma de los voltajes en una malla cerrada + las ddp instantáneas en las impedancias es cero.

$$\sum_{j=1}^{n} \vec{Z}_{ij}\,\vec{I}_j = V_i$$

$$\left.\begin{array}{lll} \text{MALLA A:} & I_1(j+1) + I_2 \cdot 2j - 12j = 0 & (1) \\ \text{MALLA B:} & 2I_3 + I_4 \cdot 0 - I_2 \cdot 2j + 4 + 12j = 0 & (2) \\ \text{MALLA C:} & I_5 \cdot j - I_4 \cdot 0 - 4 + 4j = 0 & (3) \end{array}\right\}$$

Además, también podemos usar la ley de los nodos, que afirma que la suma de las corrientes instantáneas que fluyen hacia un nudo es cero (las gallinas que entran por las que salen).

$$\left.\begin{array}{lll} \text{NUDO A:} & I_3 = I_5 + I_4 & (4) \\ \text{NUDO B:} & I_2 + I_4 + I_5 = I_1 & (5) \\ \text{NUDO C:} & I_1 = I_2 + I_3 & (6) \end{array}\right\}$$

Vamos a resolver este sistema que nos ha quedado de 6 ecuaciones y 5 incógnitas:

(3) $I_5 \cdot j = 4;\ I_5 = 4 - 4j$ (A)

(1) $I_1 = \dfrac{12j - I_2 \cdot 2j}{j+1}$ $\Rightarrow$ (6) $\dfrac{12j - 2j \cdot I_2}{j+1} = -2 - 6j + I_2 j + I_2$

(2) $I_3 = -2 - 6j + I_2 j$

$$I_2\left(1 + \frac{2j}{j+1} + j\right) = \frac{12j}{1+j} + 2 + 6j$$

$$\vdots$$

$$I_2 = 5 + j$$

Con esto sabemos que $I_1 = 2$, $I_3 = -3 - j$. Si sustituimos en (5), $I_4 = -7 + 3j$.