T.D. 6 : Extremos libres y condicionados.

1 Extremos libres

Ejercicio 1

Encontrar los puntos críticos de la funciones dadas y determinar su naturaleza :

1. $f(x,y) = \dfrac{1}{x}e^{x\sin y}$.
2. $f(x,y) = \dfrac{3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 18}{12(1+4y^2)}$.
3. $f(x,y) = e^{x^2}(x^4 + y^4)$.

Ejercicio 2

Se considera la función f tal que :

$$f(x,y) = (x^2 + 3y^2)(2 - x^2 - y^2).$$

a) Determinar todos sus puntos críticos y explicar cuáles son puntos extremos.

b) Calcular, si existe, su máximo global.

Ejercicio 3

Dada la función f tal que :

$$h(x,y) = ax^2y + bxy^2 + \frac{a^2y^2}{2} + 2y.$$

Determinar los valores de a y b de modo que la función tenga un punto silla en $(1,1)$.

Ejercicio 4

Estudiar los puntos críticos y su naturaleza para :

$$f(x,y,z) = x^3 - xz + yz - y^3 + 2z^3.$$

Ejercicio 5

1. Encontrar y clasificar los puntos críticos de

$$f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}(3x^2 + 5y^2).$$

2. Mostrar que todos los puntos críticos de $f(x,y) = y + x\sin(y)$ corresponden a puntos silla.

2 Extremos condicionados

Ejercicio 6

Encontrar los extremos de f sujetos a las restricciones mencionadas :

1. $f(x,y) = 3x + 2y$, con $2x^2 + 3y^2 = 3$.
2. $f(x,y) = xe^{xy}$, con $x^2 + y = 0$.
3. $f(x,y,z) = xyz$, con $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 1 = 0$.

Ejercicio 7

Encontrar los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y,z) = x^3 + y^3 + z^3$ sobre la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Ejercicio 8

Se considera la curva Γ que resulta ser la intersección del paraboloide de ecuación $z = x^2 + y^2$ con el plano de ecuación $x + y + 2z = 2$. Encontrar el punto que esté a mayor altura y el que esté a menor altura de esta curva.