

## **EXAMEN FINAL C1-C: 11/6/2020**

Alumnos de grupo O2 con DNIs de números < 48.790.000

### **PROBLEMAS**

**Las magnitudes en negrita son vectoriales**

1. (2.5 puntos) Sean dos láminas plano-paralelas conductoras de gran tamaño, de grosor despreciable y misma área  $S$ . Están separadas entre sí una distancia  $d$ , siendo  $d \ll S$ , habiendo entre ellas vacío. Una de las placas reposa sobre el plano  $XY$  y tiene el origen en el centro de ella.

a) Para el caso de que el potencial en las placas sea  $V_1 = \text{cte}$  y  $V_2 = \text{cte}$ , respectivamente, Calcular el potencial electrostático en la región entre las placas (en puntos alejados de los bordes) mediante la resolución de la Ecuación de Laplace o Poisson, según corresponda. A partir de él, obtener el campo eléctrico  $\mathbf{E}$ . ¿Existe densidad de carga superficial en las placas? Calcularlas en cada caso y decir si son libres o ligadas.

b) Para otro caso, en el que la diferencia de potencial entre las placas venga dada por  $V(z) = C z^{4/3}$  ( $C = \text{cte}$ ). Calcular la densidad de carga volumétrica entre los electrodos y la carga total entre los mismos. ¿Esta carga es libre o ligada? ¿Existe densidad de carga superficial en los electrodos?

2. (2.5 puntos) Sea un cilindro recto de longitud  $L$  y radio  $R$  (siendo  $R \ll L$ ) dirigido a la largo del eje  $z$  de un material magnético de permeabilidad  $\mu$ . El material está magnetizado, siendo el vector magnetización (en coordenadas cilíndricas  $(\rho, \phi, z)$ ):  $\mathbf{M} = M_0 (\rho/R) \mathbf{u}_\phi$

a) Calcular las densidades de corriente volumétricas y superficiales de magnetización. Hacer un esquema para dibujar sus direcciones.

b) Calcular los campos  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{H}$  en todos los puntos del espacio. Dibujar gráficamente las componentes de los campos determinadas, así como de  $M$ , en función de la coordenada radial. Verificar que se cumplen las condiciones de contorno para los tres en la superficie del cilindro.

3. (2.5 puntos) Sea una espira conductora cuadrada de lado  $2a$ , situada en el plano  $xy$  y con el origen de coordenadas en el centro de la espira.

a) Determina el potencial vector  $\mathbf{A}$  (utilizando la definición) en puntos del eje  $z$ .

b) Determinar la inducción magnética  $\mathbf{B}$  en un punto cualquiera del espacio, suponiendo que está muy alejado de la espira (se sugiere usar la aproximación dipolar).

c) Particulariza la solución del apartado b) para los puntos del eje  $z$ . ¿Podrías llegar a este resultado a partir del resultado obtenido en  $\mathbf{A}$ ?

d) Hallar el radio y posición equivalente que debería tener una espira circular, para que produjera la misma  $\mathbf{B}$  que la de la espira cuadrada obtenida en el apartado b).

### CUESTIONES

1. (1 punto) Razonar justificando matemáticamente la veracidad de las siguientes afirmaciones:

- a) En un lugar del espacio existe un potencial vector magnético  $\mathbf{A}$ , que no depende del tiempo de forma explícita. Esto implica que el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  en esa región es cero.
- b) La inducción magnética  $\mathbf{B}$ , es un campo no conservativo. Por otro lado, el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  es conservativo.

2. (1.5 puntos) Sea un sistema consistente en una esfera maciza de radio  $a$  de un material conductor que está conectada a tierra. Está envuelta de un material dieléctrico IHL de grosor  $b$  y constante dieléctrica  $\kappa_e$ . El material dieléctrico se carga de forma homogénea con una densidad volumétrica de carga  $\rho = \text{cte}$ .

- a) Explicar qué método o métodos utilizarías para calcular el campo eléctrico en las diferentes regiones del espacio (ten en cuenta que la solución debe expresarse en función de los datos disponibles).
- b) Sin necesidad de hacer cálculos, puedes dibujar esquemáticamente como variaría el módulo del campo  $\mathbf{E}$  en función de la distancia al centro de la esfera.
- c) Justifica qué tipos de densidades de carga (volumétricas y/o superficiales; libres y/o ligadas) habrá que en cada región del espacio y si puedes, indica cuál sería su signo. Y como las calcularías.