

EXAMEN PARCIAL: 19/4/2018

1. (2 puntos) Sea un campo eléctrico de la forma $\vec{E} = (5r^2/4)\vec{u}_r$, expresado en coordenadas esféricas (r, φ, θ) y una esfera de radio $r = 4\text{m}$. Demostrar que se cumple el Teorema de la divergencia para el volumen encerrado en la sección cónica de la esfera correspondiente a $\theta = \pi/4$.

Solución: $640 \pi [1 - \cos(\pi/4)]$

2. (2 puntos) Sea un cilindro muy largo cuyo eje está dirigido a lo largo de la dirección Z, de radio R, en cuyo volumen se ha distribuido carga eléctrica, siendo la densidad volumétrica $\rho = cr$, siendo r la distancia desde un punto cualquiera del cilindro hasta su eje y c una constante. Determinar (se sugiere utilizar el Teorema de Gauss) el campo eléctrico dentro y fuera del cilindro, así como la diferencia de potencial entre un punto O situado en el eje del cilindro y un punto P situado en una distancia $2R$ de O (la coordenada Z de ambos puntos es la misma).

Solución: En coordenadas cilíndricas, llamamos r a la coordenada radial para no confundir con densidad de carga volumétrica.

$$\vec{E} = (cr^2/3\epsilon_0)\vec{u}_r, \text{ si } r < R; \vec{E} = (cR^3/3\epsilon_0 r)\vec{u}_r, \text{ si } r \geq R$$

$$V_0 - V_P = \left(\frac{cR^3}{3\epsilon_0}\right) \left(\frac{1}{3} + \ln 2\right)$$

3. (3 puntos) Sea un condensador formado por dos placas conductoras de área A paralelas entre sí y separadas una distancia D. Entre ambas placas hay tres tipos de material dieléctrico de permitividades absolutas ϵ_1 , ϵ_2 y ϵ_3 , dispuestos en dos configuraciones diferentes: a) En forma de láminas de área A y de espesor $d = D/3$, paralelas a las placas y entre sí; b) En forma de láminas de áreas $A_1 = A_2 = A_3 = A/3$ y espesor D, colocadas una al lado del otro. Para ambos casos determinar los campos \vec{E} y \vec{D} en cada región, así como la capacidad total del condensador. ¿Cuál de las dos configuraciones permitiría obtener una mayor capacidad? Discutir como influiría este hecho en el caso de usar el condensador en un circuito.

Solución: Este ejercicio se corresponde con los ejercicios 7 y 8 de la hoja de problemas del Tema 3. El 8 aquí con 3 materiales. Ambas configuraciones se corresponde con la de tres condensadores en serie y en paralelo.

4. (3 puntos) Obtener el potencial y el campo eléctrico, mediante la resolución de la Ecuación de Laplace o Poisson (según proceda) debidos a una carga Q distribuida uniformemente en el interior de una esfera de radio R hecha de un material dieléctrico lineal y homogéneo de permitividad absoluta ϵ . En el exterior hay vacío.

Solución: Este problema es el problema 14 del Tema 3. Se resuelve igual que el Problema 5 del Tema 2 parte B. Este problema se resolvió en clase en detalle. La diferencia ahora es que en la esfera no hay vacío, sino un dieléctrico. En este caso dentro se resuelve la ecuación de Poisson estando a la derecha de la ecuación la densidad volumétrica de carga libre dividida por la permitividad absoluta ϵ .

Muy importante: El uso de esta ecuación de Poisson solo es posible si el medio es IHL, de modo que la permitividad es independiente de la posición ϵ .

Las soluciones en este caso son como las del problema del Tema 2, simplemente cambiando dentro del material la permitividad del vacío por la del medio.