T.D. 2 : Integrales dobles y aplicaciones. Teorema de Green-Riemann.

Ejercicio 1

Probar que $\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \int_0^1 x^n y^n dxdy = 0$.

Ejercicio 2

Calcular las integrales :

1. $\int\int_D x^3 y dS$, con D la región entre el eje Y y la parábola $x = -4y^2 + 3$.
2. $\int\int_D 2y dS$, con D la región $y \geq x^2$ interior al círculo $x^2 + y^2 = 2$.

Ejercicio 3

Calcular el volúmen del solido acotado mediante integración doble.
La superficie $z = x^2 + y^2$ y los planos $z = 0$ y $z = 10$.

Ejercicio 4

Calcular la integral doble $\int\int_D 4xy dS$ donde D es el recinto limitado por las curvas $y = 1 - x^2$ e $y = x - 1$.

Ejercicio 5

Calcular el área de la región :

$$R = \{(x,y) : 2x \leq x^2 + y^2, x^2 + y^2 \leq 4x, y \leq x, \frac{-x}{\sqrt{3}} \leq y\}$$

y la masa del cuerpo con densidad $\rho(x,y) = \dfrac{y}{x^2 + y^2}$ y contenido en dicha región.

Ejercicio 6

Hallar el área de la porción de $z = x + y^2$ que se encuentra encima del triángulo de vértices $(0,0,0), (1,1,0)$ y $(0,1,0)$.

Ejercicio 7

Calcular el flujo del campo $\mathbf{F}$ a través de la superficie S donde $\mathbf{F} = (e^x, e^y, z)$ y S es la porción de $z = xy$ sobre el triángulo $(0,0,0), (1,1,0), (1,-1,0)$ con orientación hacia arriba.

Ejercicio 8

Calcular de dos maneras distintas la integral de linea del campo $\mathbf{F}(x,y) = (2x^3 - y^3, x^3 + y^3)$ en la frontera del anillo $\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.