Grado en Física. Mecánica Cuántica Avanzada .
Perturbaciones dependientes del tiempo.
Curso 2022-2023

1. Demuestra las siguientes identidades vectoriales

   a)
   $$\nabla \cdot (f\,\vec{v}) = \vec{v} \cdot \nabla f + f \nabla \cdot (\vec{v})$$

   b)
   $$\nabla (\frac{\vec{v}^{\,2}}{2}) = (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} - \vec{v} \times (\nabla \times \vec{v})$$

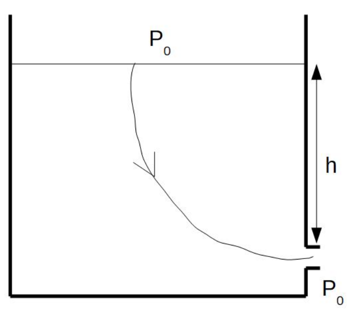
2. Considera un fluido en equilibrio hidrostático en el seno de un campo gravitatorio en la dirección z, $\vec{g} = -g\vec{k}$ (siendo g una constante positiva).

   a) Partiendo de la ecuación de Euler, escribe la ecuación de equilibrio hidrostático para estas condiciones.

   b) Si se trata de un fluido incompresible (densidad constante), calcula la dependencia de la presión con z.

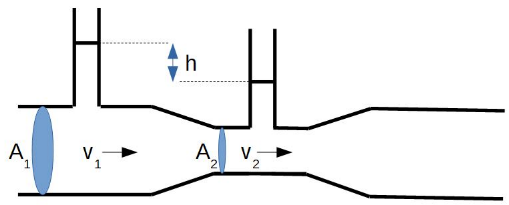
   c) Si el fluido satisface la ecuación de estado adiabática del tipo: $P = K\rho^{\gamma}$ donde P es la presión, ρ la densidad, y K y γ son dos constantes positivas, calcula la dependencia de la densidad con z y el valor de z para el que la densidad es cero.

3. Problema de Torricelli: Considera un recipiente lleno de agua con un pequeño agujero en la parte inferior, tal y como se muestra en la figura. Determina la velocidad de salida del fluido por el agujero considerando que se trata de un flujo incompresible, cuasi-estacionario y que el área de la parte superior es mucho mayor que la sección del agujero.



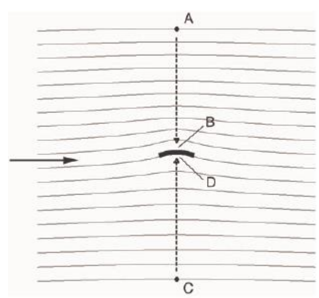
Problema de Torricelli

4. Un venturímetro es un aparato que tiene la forma que se muestra en la figura y que permite medir la velocidad de un fluido a partir de la diferencia de alturas h en los dos tubos que se encuentran uno sobre la sección más ancha y el segundo en la sección más estrecha. Deduce la ecuación de la velocidad en la sección estrecha en función de: h, de la relación entre las dos secciones A_2/A_1 y de la densidad del fluido ρ.



Venturímetro

5. Supón un flujo de aire compresible e isoentrópico en torno a un perfil como el de la figura. Utilizando el teorema de Bernoulli muestra que existe un gradiente de presión, y por lo tanto de entalpía, entre la parte inferior del perfil y la superior. ¿Cómo es la velocidad en la parte superior respecto de la inferior?

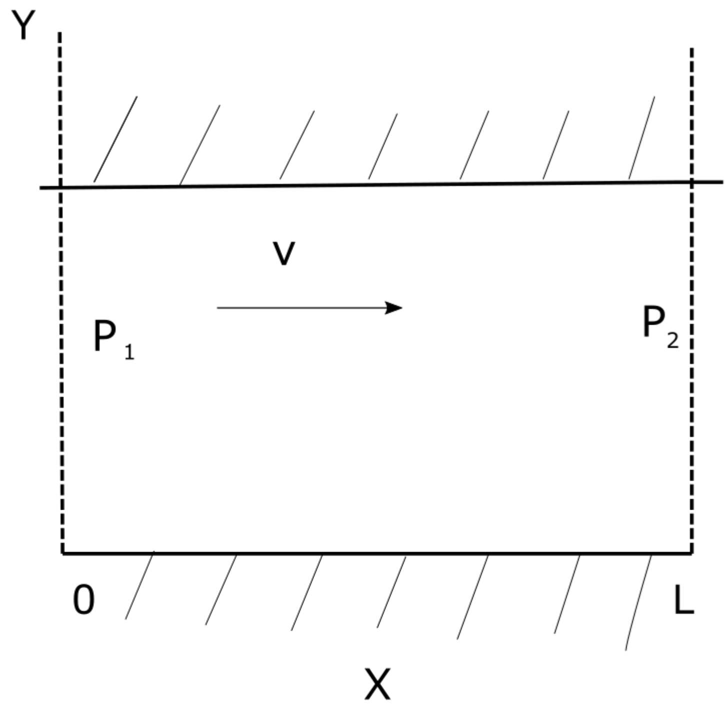


problema 5

6. Considera un flujo con densidad constante ρ_0, horizontal y sin viscosidad, como en la figura. Existe un gradiente de presión entre un extremo y otro ($P_1 > P_2$). Escribe la ecuación de Euler y la ecuación de conservación de la masa para este caso. Resuélvelas y muestra que

$$P(x) = P_1 - \frac{(P_1 - P_2)}{L}; v(t) = \frac{(P_1 - P_2)}{\rho_0 L} t + C,$$

donde ρ_0 es la densidad del fluido y C es una constante. ¿Cómo afectaría un término de rozamiento proporcional a la velocidad a este resultado?.



problema 6