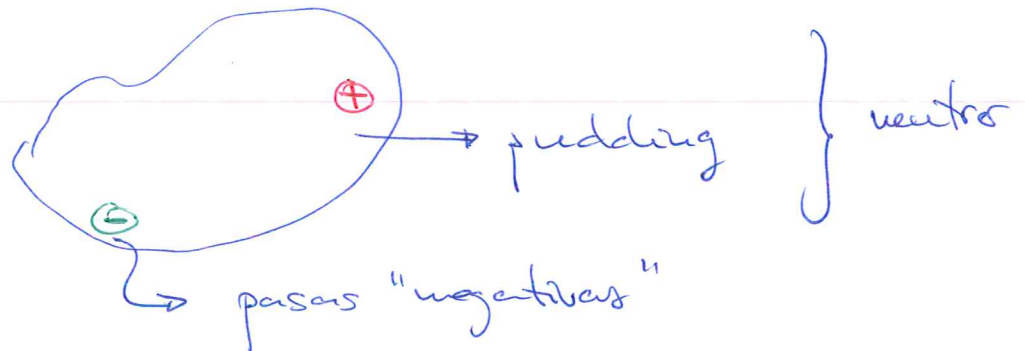


TEMA 1. SCATTERING RUTHERFORD

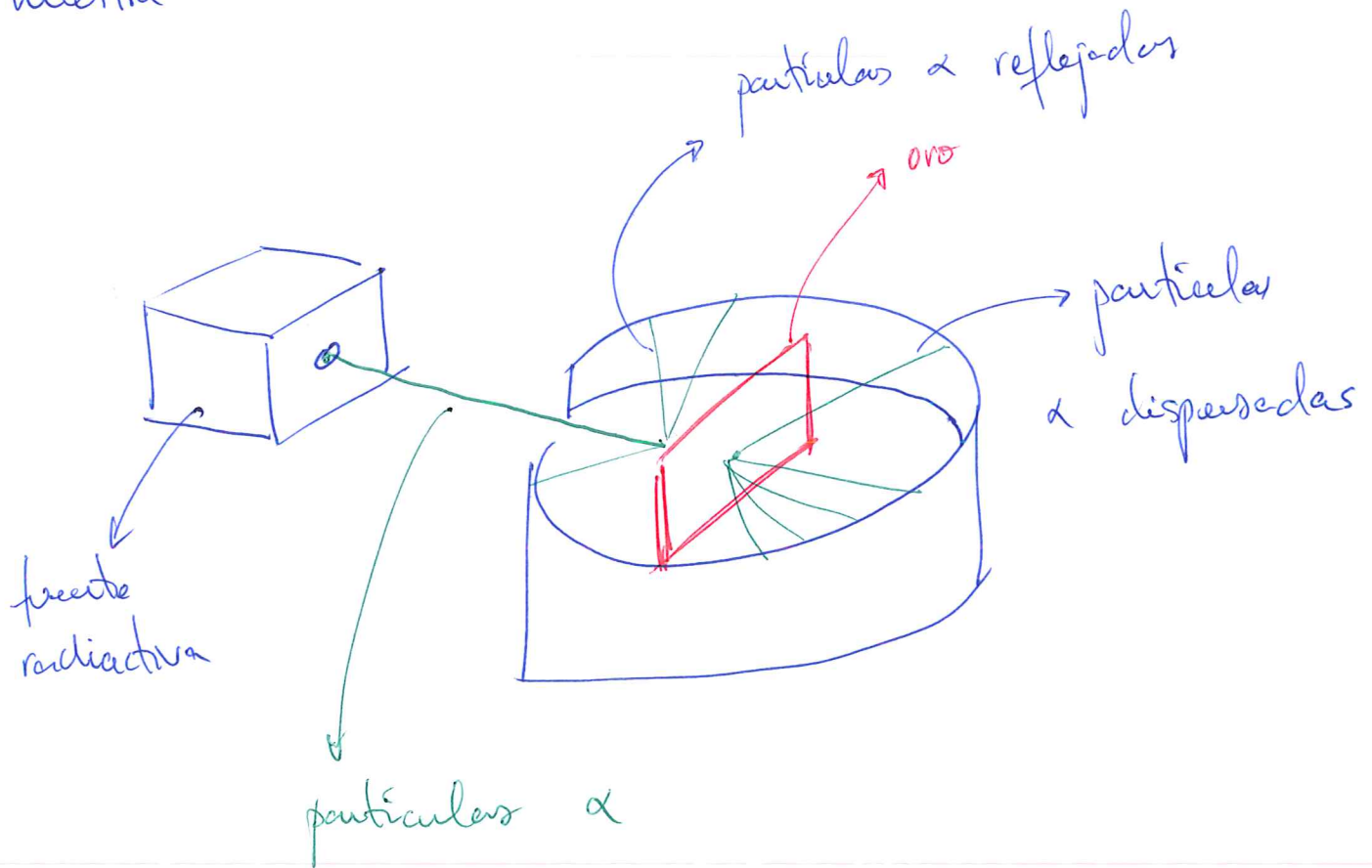
- 1897 J.J. Thompson descubre los e^- usando experimentos con rayos catódicos.
- Observó que los rayos catódicos no eran ondas, como inicialmente se pensaba, sino partículas cargadas negativamente.
- Estimó $m \sim 10^{-3}$ Mátomo y que eran las mismas que se emiten por muestras β -radiactivas (ya veremos qué es esto).

• Postuló:



Verificación del modelo: los experimentos
de Geiger-Marsden

El modelo del "pudding de pasas" predice un ángulo de scattering muy pequeño cuando hacemos incidir un haz neutro con una muestra atómica.



Se observó no solo una amplia distribución de partículas dispersadas, sino algunas incluso reflejadas.

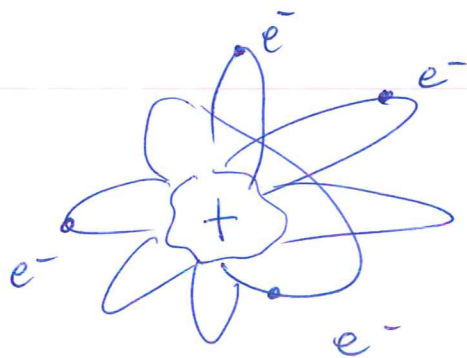
Conclusiones del experimento:

El ángulo de scattering más probable:

1. Aumenta al aumentar el grosor de la placa.
2. Aumenta con la masa atómica " ".
3. Disminuye al incrementar velocidad de las α .

Dichas observaciones se aplicaron con la fórmula de scattering de Rutherford

Rutherford muy sorprendido con experimentos.
Para explicar los resultados, adoptó el modelo de Nagaoka (postulado 7 años antes)



Átomo \equiv núcleo central \oplus
y $e^- \ominus$ orbitando
alrededor de él.

Cálculo de probabilidad de scattering con
las siguientes suposiciones:

1. El átomo contiene un núcleo de carga Ze (Z n.º atómico).

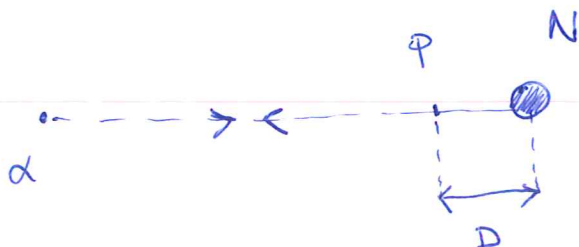
2. El núcleo es puntual

3. $M_{\text{núcleo}} \gg m_{\alpha}$ (no hay retroceso del núcleo)

4. Solo mecánica clásica y electromagnetismo.

5. Colisión elástica.

Caso simplificado: head-on collision (de frente)



$P \equiv$ punto de máximo acercamiento

$D \equiv$ distancia de P al núcleo (N).

($T =$ energía de Coulomb) _{D}

\hookrightarrow de partícula incidente

Si la carga de la partícula incidente es Ze ,

$$T = \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 D}, \text{ luego la distancia}$$

de acercamiento mínimo será

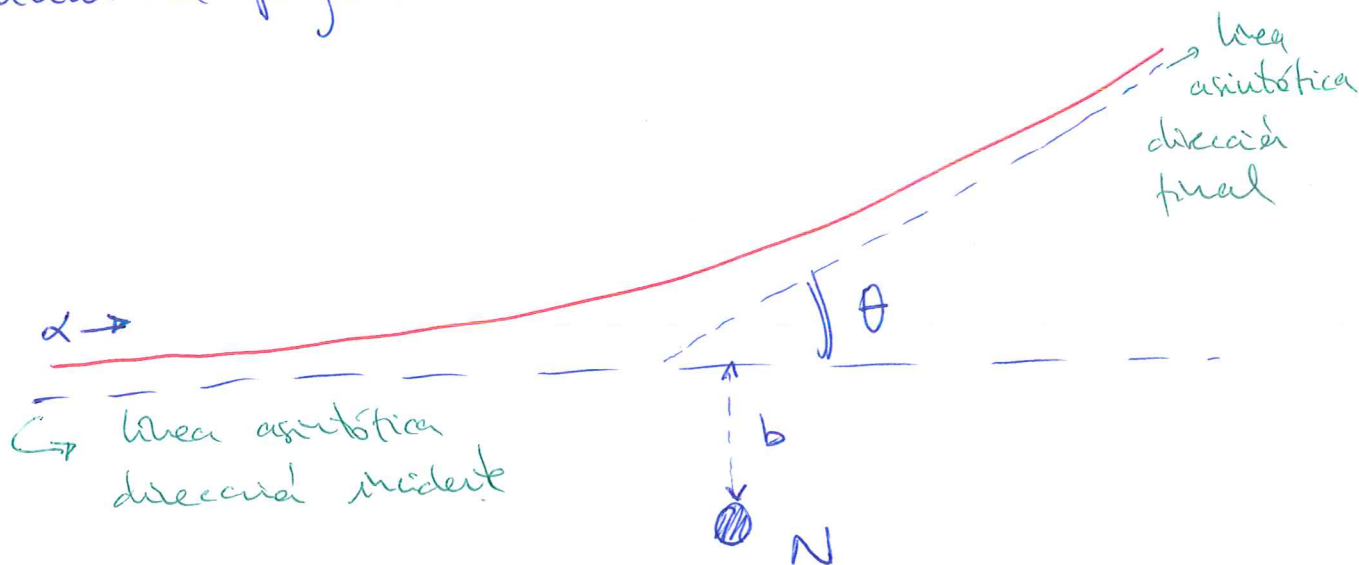
$$D = \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 T}$$

En este punto, la partícula α se ve reflejada.

En general, la colisión no es de frente:

Se describe mediante el parámetro de impacto (b)

→ distancia perpendicular entre N y la línea inicial del proyectil incidente:



$\theta \equiv$ ángulo de scattering

De frente, $b = 0$ y $\theta = 180^\circ$.

En general, se tiene que

$$\tan(\theta/2) = \frac{D}{2b}$$

\rightarrow $E_{\text{mínimo entregable}}$

Pasemos a hablar ahora de

flujo y sección eficaz

- El flujo (F) de partículas incidentes \equiv
 n.º partículas incidentes que llegan por unidad de
 área por segundo al blanco.

- El # partículas ($dN(b)$) con parámetro de
 impacto entre b y $b + db$ es el
 flujo multiplicado por el área entre dos
 círculos concéntricos de radio b y $b + db$:

$$dN(b) = F 2\pi b db$$

Como $\tan(\theta/2) = \frac{D}{2b}$, diferenciando queda:

$$db = - \frac{D}{4\sin^2(\theta/2)} d\theta, \text{ luego}$$

$$dN(\theta) = F \pi \frac{D^2}{4} \frac{\cos(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)} d\theta$$

(hemos quitado el "-" porque solo indica que $\theta \downarrow$ con $b \uparrow$).

La sección eficaz diferencial, $\frac{d\sigma}{d\theta}$, es el # de scatterings entre θ y $\theta + d\theta$ por unidad de flujo y ángulo:

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \frac{dN(\theta)}{F d\theta} = \pi \frac{D^2}{4} \frac{\cos(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)}$$

Normalmente, la sección eficaz diferencial se calcula por intervalo de ángulo sólido, $d\Omega$.

Recordemos que un elemento de área, dS , de una esfera de radio r , subtende un ángulo sólido (en el centro de la esfera) de

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2}$$

De esta forma,

$$\frac{dN}{d\Omega} = \mp \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad , \text{ en analogía con (*)}$$

El ángulo sólido se relaciona con el ángulo de scattering, θ , y con el azimutal, ϕ , mediante:

$$d\Omega \stackrel{(*)}{=} \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

De esta forma:

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \int_0^{2\pi} d\phi \quad \frac{d^2\sigma}{d\theta d\phi} = 2\pi \frac{d^2\sigma}{d\theta d\phi}$$

luego:

$$\frac{d^2\sigma}{d\theta d\phi} = \frac{D^2}{8} \frac{\cos(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)} \quad \text{y, usando (.)}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{D^2}{8} \frac{\cos(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)} \frac{1}{2\sin(\theta/2)\cos(\theta/2)} = \frac{D^2}{16\sin^4(\theta/2)}$$

Teniendo en cuenta que

$$D = \frac{Z Z e^2}{4\pi\epsilon_0 T} \quad \text{y que}$$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = \alpha \hbar c \quad \rightarrow \quad \approx \frac{1}{137} \quad (\text{constante de estructura fina})$$

queda

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z Z e^2}{4\pi\epsilon_0 T} \right)^2 \frac{1}{16\sin^4(\theta/2)} = \left(\frac{Z Z \alpha \hbar c}{T} \right)^2 \frac{1}{16\sin^4(\theta/2)}$$

En términos del momento de la partícula incidente:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 \alpha \hbar c m_\alpha}{p^2} \right)^2 \frac{1}{4 \sin^4(\theta/2)}$$

Unidades:

$$[d\sigma] = \text{área}$$

$$1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

Ejemplo:

$$T_\alpha = 5 \text{ MeV}$$

$$Z = 79 \text{ (Au)}$$

$$\theta = 45^\circ$$

}

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 6035 \text{ fm}^2/\text{sr}$$

$$= 60.35 \text{ b/sr}$$

donde $1 \text{ fermi (fm)} = 10^{-15} \text{ m}$.

la distancia de máximo acercamiento será

$$D = 1.44 \frac{Z_1 Z_2}{T(\text{MeV})} \text{ (fm)} \sim 45 \text{ fm}.$$

la fracción de partículas dispersadas en un pequeño intervalo de ángulo sólido, será:

$$\frac{dN(\theta)}{N} = \underbrace{\rho}_{\text{densidad placa}} \underbrace{s}_{\text{\# total de núcleos por unidad de área de placa (blanco)}} \underbrace{\frac{1}{A_{\text{imp}}}}_{\sim \text{masa nuclear}} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

→ grosor placa

Si ponemos un detector con un área de aceptación dS a una distancia r de la placa y a un ángulo θ respecto a la dirección de las partículas α incidentes, la fracción de α 's que entran en el detector viene dada por cambiar $d\Omega \rightarrow dS/r^2$.

Finalmente, si lanzamos N α 's a la placa, el # de detecciones por unidad de área realizadas a un ángulo de scattering θ , es:

$$\frac{dN(\theta)}{ds} = N \frac{\rho_s}{A_{pr}^2} \left(\frac{z Z \alpha h c}{m_\alpha v^2} \right)^2 \frac{1}{4 \sin^4(\theta/2)}$$

(donde $p = m_\alpha v$).

Fórmula de Rutherford

Observaciones:

i) $\frac{d\sigma}{d\Omega} \xrightarrow{\infty} \text{ni } \theta \rightarrow 0.$

Pero $\tan(\theta/2) = D/2b$, luego $\theta \rightarrow 0 \Leftrightarrow$

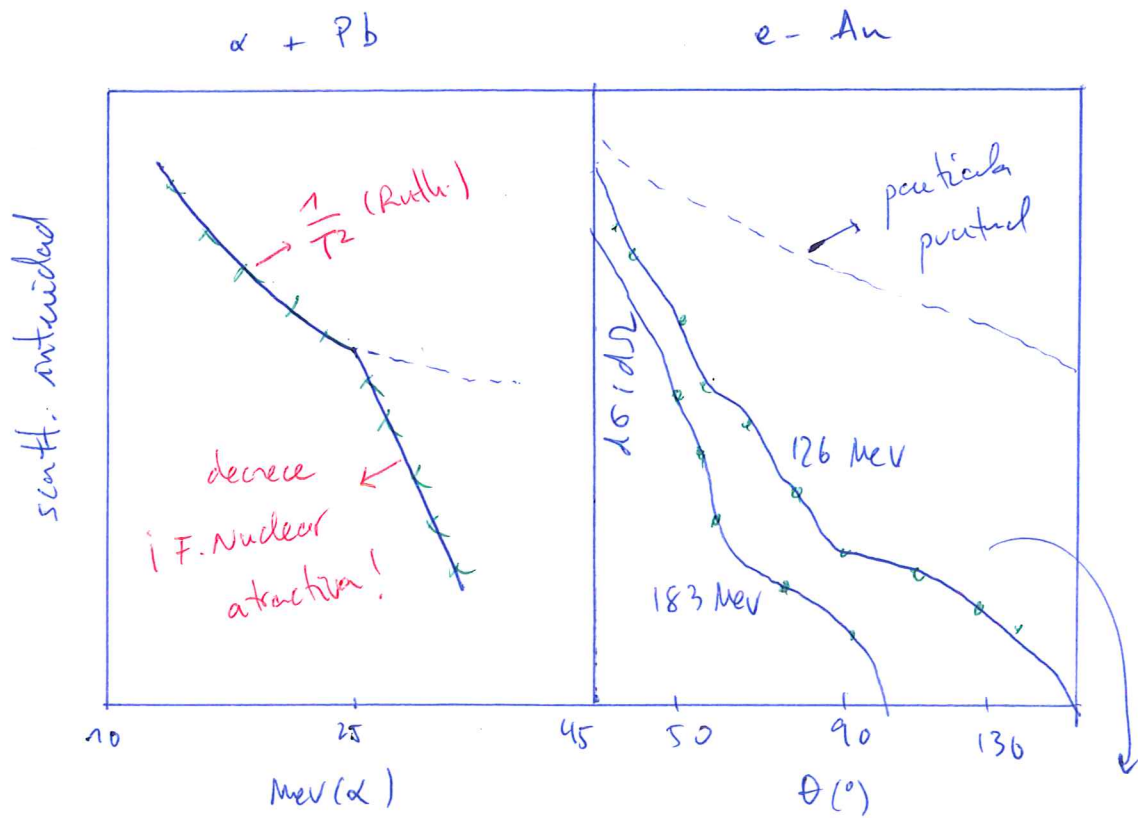
$b \uparrow \uparrow$.

Rutherford supone scattering con núcleos aislados. Si $b \sim R$ (radio atómico), la anterior suposición ya separación núcleos

no es válida. Núcleo aislado $\Rightarrow R \gg b$ o

bien $\theta \gg D/R$ y $\theta \rightarrow 0$ se evita.

ii) ¿Cuándo se observan variaciones de Rutherford y qué indica?



a estas energías,

las e^- "ven" la
distribución de
carga nuclear



factor de forma
(ya lo veremos).

¿Qué ocurriría si el modelo del pudding de pasas fuera correcto? ⁽¹⁾ ¿y los efectos cuánticos? ⁽²⁾

(2) • $\lambda = \frac{h}{m_{\alpha} v} = \frac{h}{\sqrt{2m_{\alpha} T}} \sim 6 \cdot 10^{-15} \text{ m} \ll 170 \text{ nm}$

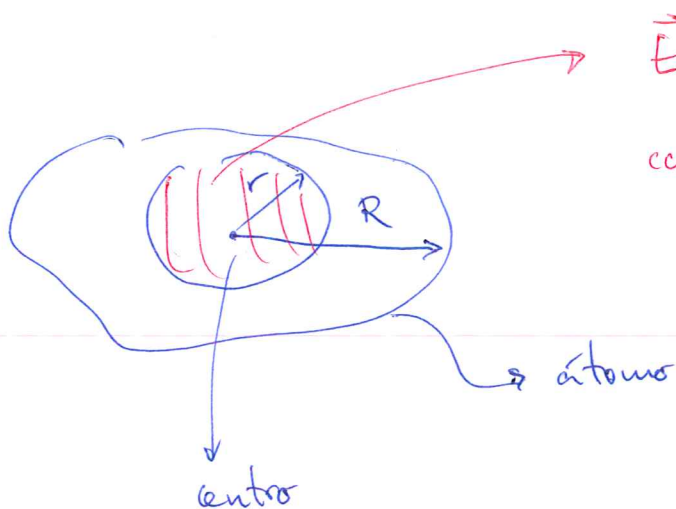
$m_{\alpha} \sim 6.6 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$

$T \sim 5 \text{ MeV} (\sim 8 \cdot 10^{-13} \text{ J})$

separación
átomos de Oro.

\Rightarrow no hay efectos de difracción.

(1) •



\vec{E} aquí determinado por
campo encerrado (Gauss).

h $r \leq R$, $E_r = \left(\frac{r^3}{R^3} \right) \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ y tiene

m máximo en $r = R$.

Esto implica que $\theta \leq \theta_{b=R} \sim 0.017^\circ$ pero
(α -Au)

se observa $\theta \gg 0.017^\circ \Rightarrow$ el modelo no es correcto.