



## Electromagnetismo II

Primer control: 31 de marzo de 2020

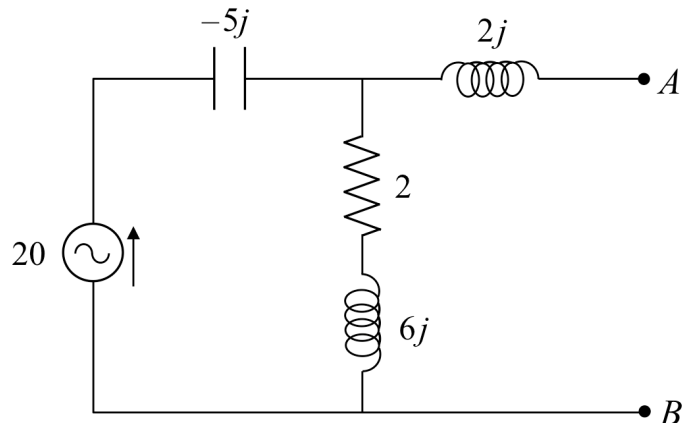
1.- Dado el circuito de la figura:

(a) Determinar el circuito equivalente de Thevenin respecto a los terminales  $A$  y  $B$ .

(b) Se conecta una impedancia  $\bar{Z} = R + jX$  entre los terminales  $A$  y  $B$  del circuito equivalente obtenido en el apartado (a), de modo que en el circuito resultante hay resonancia y la potencia reactiva de la impedancia  $\bar{Z}$  vale 16 VAR. Determinar  $R$ ,  $X$  y la corriente que circula por el circuito resultante.

(c) Si entre los puntos  $A$  y  $B$  se coloca un condensador de reactancia capacitiva  $-8j$ , determinar las corrientes que circulan por cada rama utilizando el método de las corrientes de malla (+0.5 puntos adicionales).

(1.85 puntos)



2.- Un condensador de capacidad  $C$  está formado por dos placas circulares paralelas de radio  $a$  separadas una distancia  $h$ . El condensador se carga mediante una resistencia  $R$  conectada en serie a una diferencia de potencial  $V_0$ . En un instante  $t > 0$  el vector  $\vec{H}$  entre las placas del condensador es:

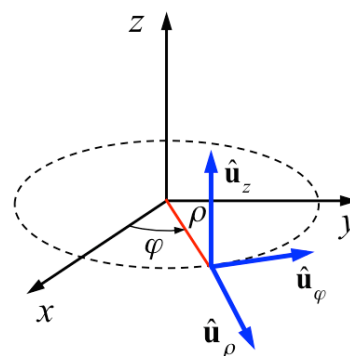
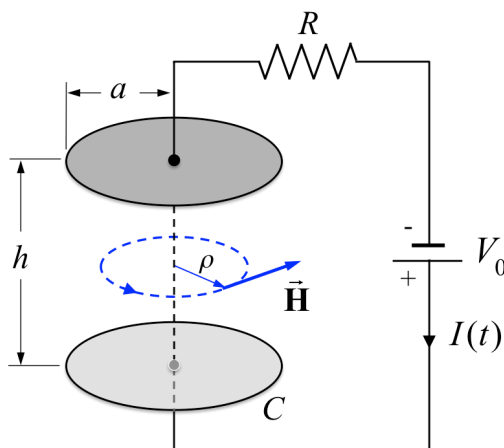
$$\vec{H}(\rho, t) = \frac{V_0 \rho}{2\pi a^2 R} e^{-t/RC} \hat{u}_\varphi$$

(a) Obtener la expresión del vector desplazamiento  $\vec{D}$  entre las placas del condensador. [Usar la expresión del rotacional en coordenadas cilíndricas]

(b) A partir de la expresión del vector desplazamiento  $\vec{D}$  determinar la densidad superficial del carga  $\sigma$  en las láminas del condensador, la variación de la carga  $q$  en función del tiempo y la intensidad de la corriente.

(c) Calcular el flujo del vector de Poynting a través de la superficie cilíndrica de radio  $a$  y altura  $h$  comprendida entre las placas del condensador y la energía final almacenada en el condensador.

(1.85 puntos)



APELLIDOS: ..... NOMBRE: .....

- 3.- Una onda electromagnética monocromática plana uniforme desciende en la dirección  $+z$  en agua de mar, donde el plano  $xy$  denota la superficie del mar y  $z = 0$  denota un punto exactamente debajo de la superficie. Los parámetros constitutivos del agua de mar son: permitividad relativa  $\epsilon_r = 80$ , permeabilidad relativa  $\mu_r = 1$ , y conductividad  $\sigma = 4 \text{ S/m}$  (1 siemens (S) =  $1 \Omega^{-1}$ ). Si el vector  $\vec{H}$  en  $z = 0$  viene dado por la ecuación:

$$\vec{H}(0,t) = 0.1 \cos(2000\pi t + 15^\circ) \hat{u}_y \quad \text{A/m}$$

Determinar:

- (a) La frecuencia  $f$  de la onda electromagnética ( $\omega = 2\pi f$ ). Justificar que para la frecuencia obtenida el agua de mar es un buen conductor.
- (b) El vector de onda complejo de la onda electromagnética teniendo en cuenta que el medio es un buen conductor.
- (c) Las expresiones de los campos  $\vec{E}(z,t)$  y  $\vec{B}(z,t)$ . [Tener en cuenta que en un conductor los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  no están en fase, por lo que sus amplitudes complejas se pueden escribir  $\tilde{E}_0 = E_0 e^{i\delta_E}$  y  $\tilde{B}_0 = B_0 e^{i\delta_B}$ ].
- (d) El vector de Poynting.
- (e) La profundidad de penetración de la onda electromagnética en el agua de mar, así como la profundidad a la cual la amplitud del campo eléctrico es 1% de su valor en  $z = 0$ .

**(1.85 puntos)**

- 4.- Partiendo de la expresión del tetrapotencial creado en puntos de su eje por un anillo de radio  $a$  y carga  $q$  en reposo, obtener:

- (a) Los potenciales eléctrico y vector si el anillo se mueve con velocidad constante  $v$  en la dirección de su eje. Expresar el resultado tanto en términos de las coordenadas del sistema de referencia del anillo en reposo como en las del sistema de referencia respecto al cual el anillo se mueve con velocidad  $v$ . ¿Cuánto valen en el límite en el que el radio del anillo tiende a cero?
- (b) Los campos eléctrico y magnético creados por el anillo en el sistema respecto al cual el anillo se mueve con velocidad  $v$  a partir de los valores de los potenciales obtenidos en el apartado (a).
- (c) Las expresiones de los campos eléctrico y magnético creados por el anillo en el sistema de referencia respecto al cual se mueve el anillo, usando las expresiones de estos campos en el sistema del anillo en reposo y aplicando las ecuaciones de transformación de los campos.

**(1.85 puntos)**

- 5.- Sea un metal típico que cumple la ley de Ohm y que en el rango visible tiene una conductividad  $\sigma = 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$  y una permitividad eléctrica  $\epsilon \approx \epsilon_0$ . Si en el instante inicial su densidad de carga por unidad de volumen  $\rho_0$ , determinar el tiempo que debe de transcurrir para que esa carga disminuya en un factor 10. **(0.65 puntos)**

- 6.- Analogías y diferencias entre las ondas electromagnéticas planas que se propagan en un medio dieléctrico y en uno conductor, considerando éstos como medios ilimitados. **(0.65 puntos)**

- 7.- En un sistema de referencia  $S$  los campos eléctrico y magnético forman un ángulo de  $30^\circ$  y además la relación entre sus módulos es  $E = 2cB$ . Determinar, en función de  $c$  y  $B$ , los módulos de los campos eléctrico y magnético,  $E'$  y  $B'$ , respectivamente, en un nuevo sistema de referencia  $S'$  en el que los campos eléctrico y magnético forman un ángulo de  $45^\circ$ . **(0.65 puntos)**

- 8.- Ecuaciones de Maxwell en forma covariante. Magnitudes que intervienen y significado físico. **(0.65 punto)**

### INSTRUCCIONES Y CONSIDERACIONES A TENER EN CUENTA

- El apartado (c) del problema 1 es opcional y suma +0.5 puntos extra sobre la nota final cuyo máximo es 10.
- En el problema 4 no es necesario determinar las expresiones electrostáticas del potencial eléctrico y del campo eléctrico, podéis usar las que visteis en primer curso o consultando cualquier libro. A la hora de usar las ecuaciones tener en cuenta que el eje del anillo del problema 4 es el eje  $x$ . También podéis consultar en: [http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/electrico/campo\\_1/campo\\_1.html](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/electrico/campo_1/campo_1.html)
- Recordar que tenéis que escanear (para el móvil hay apps como CamScanner) o fotografiar el examen y subirlo a la aplicación antes de que ésta se cierre.
- Durante el examen me podéis preguntar las dudas que se os presenten mediante Meet a través del enlace <https://meet.google.com/zqh-tfnn-tki> o mediante la aplicación de tutorías de UAdrive.
- Rotacional en coordenadas cilíndricas:

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{1}{\rho} \left[ \left( \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial \varphi} (\rho A_\varphi) \right) \hat{u}_\rho + \left( \rho \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \rho \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} \right) \hat{u}_\varphi + \left( \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\varphi) - \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right) \hat{u}_z \right]$$