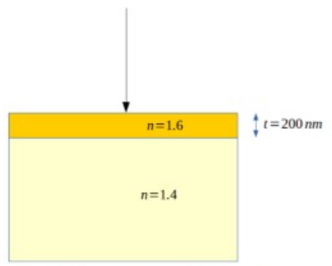
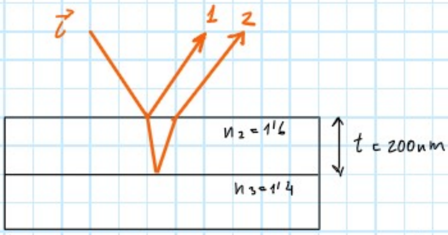
2021

viernes, 27 de mayo de 2022 19:16

Problema 3

(1 punto) Se tiene un bloque de vidrio de índice de refracción 1.4 recubierto con una capa de espesor 200 nm de un material transparente cuyo índice de refracción es de 1.6. Si se incide normalmente desde arriba con luz blanca, decid que longitudes de onda de la luz reflejada dentro del rango visible (380-750 nm) sufren interferencia constructiva y cuáles destructiva.





$$\frac{\delta}{2\pi} = \frac{\Delta r}{\lambda} \Rightarrow \delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r$$

$\delta_1 = \pi$ por reflexión

$\delta_2 = \frac{2t}{\lambda'} 2\pi$ por camino recorrido extra en la lámina

$$\lambda' = \frac{\lambda_{vacío}}{n} = \frac{\lambda}{1'6} \Rightarrow \lambda = 1'6\lambda' \qquad \Delta\delta = \frac{2t}{\lambda'}2\pi - \pi$$

INTERFERENCIA CONSTRUCTIVA

por ser constructiva

$$d\sin(\theta) = m\lambda \Rightarrow \frac{2t}{\lambda'}\cdot 2\cancel{\pi} - \cancel{\pi} = m\,2\cancel{\pi} \Rightarrow \frac{4t}{\lambda'} = (2m+1) \Rightarrow \lambda' = \frac{4t}{2m+1} \Rightarrow \lambda = \frac{4t\cdot 1'6}{2m+1}$$

$t = 200\cdot 10^{-9}$ m

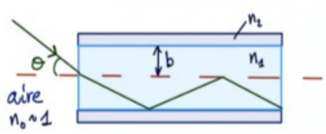
$$\begin{cases} m=0 & \lambda = 1280\text{ nm} \\ m=1 & \boxed{\lambda = 426'66\text{ nm}} \\ m=2 & \lambda = 256'0\text{ nm} \\ \vdots \end{cases}$$

INT. DESTRUCT

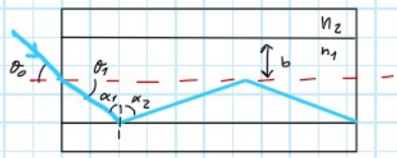
por ser destr.

$$d\sin\theta = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda \Rightarrow \Delta\delta = (2m+1)\pi \Rightarrow \frac{2t}{\lambda'}2\cancel{\pi} - \cancel{\pi} = (2m+1)\cancel{\pi} \Rightarrow \frac{4t}{\lambda'} = 2m+2 \Rightarrow \lambda' = \frac{4t}{2m+2} \Rightarrow \lambda = \frac{4t\cdot 1'6}{2m+2}$$

5. La figura representa una fibra óptica que consta de un material interno con índice de refracción n1 y radio b, revestido por otro material cuyo índice de refracción es $n_2<n_1$. Un rayo incide en el centro de la fibra desde el aire con ángulo θ con respecto al eje de la fibra. ¿Cuál es el valor máximo que puede tomar sen(θ) para que el rayo sea reflejado con ángulo límite en la superficie de separación de los dos materiales, el interno y el de revestimiento?



$n_2 < n_1$



$n_0 = 1$ aire

(a partir de θ_c solo se produce reflexión)

la reflexión ocurrirá a partir del ángulo límite α_1 tq $\operatorname{sen}\alpha_1 n_1 = \operatorname{sen}\overset{0}{90}\, n_2 \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha_1 = \frac{n_2}{n_1}$

A la entrada de la fibra:

$$\alpha_1 = 180 - 90 - \theta_1 = 90 - \theta_1 \Rightarrow \theta_1 + \alpha_1 = \frac{\pi}{2}$$

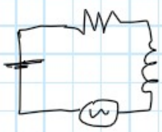
$$\operatorname{sen}\theta_0 \overset{1}{\cancel{n_0}} = \operatorname{sen}\theta_1 n_1 \Rightarrow \operatorname{sen}\theta_0 = \operatorname{sen}\theta_1 n_1$$

$$\operatorname{sen}\theta_1 = \cos\alpha_1 = \sqrt{1-\operatorname{sen}^2\alpha_1}$$

$$\operatorname{sen}\theta_0 \quad n_1\sqrt{1-\operatorname{sen}^2\alpha_1}$$

$$\boxed{\operatorname{sen}\theta_0} = n_1\sqrt{1-\frac{n_2^2}{n_1^2}} = \sqrt{n_1^2\left(1-\frac{n_2^2}{n_1^2}\right)} = \boxed{\sqrt{n_1^2-n_2^2}}$$

4. Un circuito LCR en serie con L = 2 H, C = 2 μF y R=20 Ω está conectado a un generador ideal de frecuencia variable y con una fem máxima de 100V.
a) Calcula la potencia media disipada en el circuito cuando el generador tiene una frecuencia de 60 Hz. ¿Qué proporción de esta potencia se disipa en cada elemento del circuito? (0.5 puntos)
b) ¿A qué frecuencia será máxima la potencia disipada por este circuito? Razona tu respuesta. (0.5 puntos)



$L = 2H$
$C = 2\mu F$
$R = 20\Omega$
$V_0 = 100V$

a) $f = 60Hz$ $\quad P_{med} = I^2_{eff} R = V_{eff} I_{eff} \cos(\delta)$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{20^2 + (240\pi - 1326'29)^2} = 572'66\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{wC} = \frac{1}{2\pi 60 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 1326'29\Omega$$

$$I = \frac{V_0}{Z} = \frac{100}{572'66} = 0'175A$$

$$X_L = wL = 2\pi 60 \cdot 2 = 240\pi\Omega$$

$$\delta = \arctan\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) = -1'53 rad \Rightarrow \delta = 1'53 + \frac{\pi}{2} = 0'035 rad$$

$w = 2\pi f = 120\pi \, s^{-1}$

$$P_{med} = \frac{1}{2} I^2_{max} R = 0'3W$$

b) En resonancia P es máxima si Z es mínima

$X_L = X_C \Rightarrow Z = R, \delta = 0$

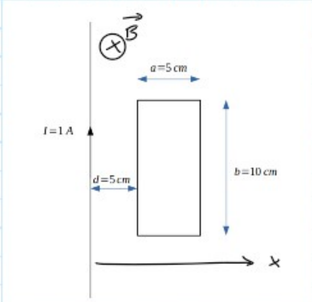
$$wL = \frac{1}{wC} \Rightarrow w^2 LC = 1 \Rightarrow w = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}} = 500Hz \Rightarrow w = 2\pi f \Rightarrow \boxed{f = \frac{w}{2\pi} = \frac{500}{2\pi} = 79'6 Hz}$$

Problema 2

Se tiene un hilo recto infinito que lleva una corriente $I = 1A$ hacia arriba y una espira rectangular cuya resistencia es de 1Ω, tal como se muestra en la figura.

a) (1 punto) Calcula el flujo magnético encerrado por la espira

b) (1 punto) En un determinado instante ($t = 0$) la espira empieza a alejarse del hilo horizontalmente a velocidad constante $v = 1\,cm/s$ de modo que $d(t) = d(t=0) + v \cdot t$. Calcula la corriente inducida en la espira antes y después de comenzar a moverse, diciendo cuál es su sentido.



a) $\Phi_m = \oint_S \vec{B}\hat{n}\, dA = \oint_S B\, ds$ $\quad I = 1A$

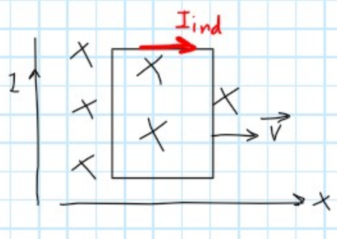
como $\vec{B} \parallel \hat{n}$, $|\vec{B} \times \hat{n}| = B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{x}$

ya que $\vec{B}$ varía a lo largo de x

$$\Phi_m = \oint_d^{d+a} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{x} b\, dx = \frac{\mu_0}{4\pi} 2Ib \oint_d^{d+a} \frac{1}{x} dx = \frac{\mu_0}{4\pi} 2Ib \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$$

b) $v = 0'01 m/s$ $\quad$ La fem inducida $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$ antes de empezar a moverse $\Phi_m = cte \rightarrow \varepsilon = 0 \rightarrow I_{ind} = 0$

$d(t) = d(t=0) + vt$



A partir de la ley de Lenz, como al moverse +x van disminuyendo las líneas de campo, la corriente inducida irá en sentido horario para contrarrestar este efecto.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} \qquad \frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{\mu_0}{4\pi} 2Ib \cdot \left(\ln\left(\frac{d(t)+a}{d(t)}\right)\right)'$$

$$d(t)' = v \qquad \frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{\overbrace{vd - (d+a)v}^{av}}{d^2} \cdot \frac{d}{d+a} \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} I2b$$

$$\varepsilon(t) = -\frac{av}{d(d+a)} \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} I2b \qquad I_{ind} = \frac{\varepsilon}{R}$$