



Electromagnetismo II

3ª entrega de problemas

1. El campo eléctrico de una onda electromagnética plana en el vacío que se propaga a lo largo del eje z (por lo que ninguna magnitud es función ni de x ni de y) viene dado por la ecuación:

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos[\omega(t - z/c)] \hat{u}_x$$

y además se tiene que el potencial escalar es nulo ($\phi = 0$). Determinar:

- (a) El valor del potencial vector \vec{A} y el vector campo magnético \vec{B} de la onda electromagnética.
- (b) Comprobar que los potenciales \vec{A} y ϕ satisfacen el *gauge* de Lorenz.

2. Una carga puntual q describe un movimiento hiperbólico a lo largo del eje x que viene dado por la ecuación

$$\vec{r}'(t) = \sqrt{b^2 + (ct)^2} \hat{u}_x \quad (-\infty < t < +\infty)$$

[en relatividad especial, ésta es la trayectoria de una partícula sometida a una fuerza constante a lo largo del eje x y cuyo valor es $F = mc^2/b$; se denomina “movimiento hiperbólico” pues representa una rama de hipérbola en el plano $x - ct$].

Determinar, para un punto P situado en el eje x a la derecha de la carga:

- (a) El tiempo retardado t' en función de x y del tiempo “actual” t .
- (b) La velocidad de la carga v en función del tiempo retardado t' , así como en función de x y del tiempo “actual” t .

Teniendo en cuenta que la velocidad es relativista:

(c) Demostrar que la potencia radiada es constante y viene dada por la ecuación:

$$P_r = \frac{q^2 c}{6\pi\epsilon_0 b^2} = \frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \left(\frac{F}{m} \right)^2$$

3. Un condensador de láminas planoparalelas de capacidad C y separación entre las placas d , tiene una carga inicial $(\pm)Q_0$. Entonces se contacta a una resistencia R y se descarga de modo que la carga es $Q_0 e^{-t/RC}$.

- (a) ¿Qué fracción de su energía inicial ($Q_0^2 / 2C$) es radiada?
- (b) Si $C = 1$ pF, $R = 1000 \Omega$ y $d = 0.1$ mm, ¿cuál es el valor de esta fracción? En electrónica normalmente no nos preocupamos sobre las pérdidas por radiación, ¿es esto razonable en este caso?

4. En la teoría del átomo de Bohr para el hidrógeno, el electrón en su estado fundamental se supone que gira en una órbita circular de radio r_0 , manteniendo su órbita por acción de la atracción coulombiana del protón. De acuerdo con la electrodinámica clásica, este electrón radiaría, describiendo una trayectoria en espiral hasta caer en sobre el protón. Suponiendo que cada revolución es esencialmente circular, que la aceleración tangencial es muy pequeña comparada con la aceleración centrípeta y que la velocidad del electrón es no relativista ($v \ll c$), determinar:

- (a) La velocidad de la carga negativa en función de un radio genérico r .
- (b) La energía total de la carga negativa en función de un radio genérico r y la pérdida de energía por radiación entre los radios $r = r_0$ y $r = r_0/2$.
- (c) El tiempo que tarda la órbita en disminuir su radio de $r = r_0$ a $r = r_0/2$.
- (d) Hacer un esquema de la distribución angular de la radiación dibujando los vectores velocidad y aceleración. ¿Cómo sería esta distribución angular si el movimiento del electrón fuera no relativista?