

## **T.D. 2 : Integrales de linea. Longitud de curva.**

### **Ejercicio 1**

Hallar el vector tangente (normalizado) a la trayectoria  $\gamma(t) = (t^2, t^3)$  en el punto  $(1, -1)$ . Escribir la ecuación de la recta tangente correspondiente.

### **Ejercicio 2**

Hallar la longitud de las siguientes curvas en el intervalo indicado :

a)  $\sigma(t) = (t, 4t, t^2)$ ,  $0 \leq t \leq 4$ .

b)  $\sigma(t) = (3t, 3t^2, 2t^3)$  entre los puntos  $(0, 0, 0)$  y  $(3, 3, 2)$ .

### **Ejercicio 3**

Hallar la masa del arco de curva

$$x = at, \quad y = \left(\frac{a}{2}\right)t^2, \quad z = \left(\frac{a}{3}\right)t^3 \quad 0 \leq t \leq 1$$

si la densidad en cada punto vale  $\rho = \sqrt{\frac{2y}{a}}$ .

### **Ejercicio 4**

Calcular la integral de línea  $\int_{\sigma} y \, dx + z \, dy + x \, dz$  donde  $\sigma$  es la curva  $x = a \cos(t)$ ,  $y = a \sin(t)$ ,  $z = bt$  con  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

### **Ejercicio 5**

Calcular la integral de línea  $\int_{\sigma} yz \, dx + xz \, dy + xy \, dz$  donde  $\sigma$  está formada por los segmentos de recta que unen  $(1, 0, 0)$  con  $(0, 1, 0)$  y con  $(0, 0, 1)$ .

### **Ejercicio 6**

Calcular  $\int_C (y^2 + z^2) \, dx + (z^2 + x^2) \, dy + (x^2 + y^2) \, dz$  a lo largo de la curva  $C : x^2 + y^2 = 2z$ ,  $x + y - z + 1 = 0$ .

### **Ejercicio 7**

Probar que  $|\int_{\sigma} P(x, y) \, dx + Q(x, y) \, dy| \leq L.M$  donde  $L$  es la longitud de  $\sigma$  y  $M = \max \sqrt{P^2 + Q^2}$  a lo largo de  $\sigma$ .

"¿Por qué los números son hermosos? Todo se reduce a preguntar por qué la Novena Sinfonía de Beethoven es hermosa. Si no ves por qué, nadie puede explicártelo. Sé que los números son hermosos. Si no son hermosos, nada lo es." [Paul Erdős (1913-1996)].