

Obtención alternativa de la fórmula de Liénard

Fórmula de Larmor (potencia radiada total, $\frac{v}{c} \ll 1$)

$$P = \frac{q^2 |\dot{\vec{v}}|^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} = \frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \right)$$

La generalización invariante Lorentz es:

$$P = -\frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \left(\frac{du_\mu}{d\tau} \cdot \frac{du^\mu}{d\tau} \right) =$$
$$= -\frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} a_\mu a^\mu$$

donde τ es el tiempo propio, $d\tau = dt/\gamma$, u^μ es el tetravector velocidad y a^μ es el tetravector aceleración:

$$u^\mu = (\gamma c, \gamma \vec{v})$$

$$a^\mu = \left(\frac{d}{d\tau} (\gamma c), \frac{d}{d\tau} (\gamma \vec{v}) \right)$$

La expresión invariante Lorentz para P se reduce a la fórmula de Larmor cuando $\beta \rightarrow 0$. Del problema 3 del Tema 4:

$$a^\mu a_\mu = \gamma^6 \left(\frac{(\vec{v} \times \dot{\vec{v}})^2}{c^2} - \dot{\vec{v}}^2 \right)$$

y substituyendo en P invariante Lorentz:

$$P = -\frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} a_\mu a^\mu = -\frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \gamma^6 \left(\frac{(\vec{v} \times \dot{\vec{v}})^2}{c^2} - \dot{\vec{v}}^2 \right) =$$

$$= \frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \gamma^6 \left[\dot{\vec{v}}^2 - \frac{(\vec{v} \times \dot{\vec{v}})^2}{c^2} \right] = \frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 c} \gamma^6 \left[\dot{\vec{\beta}}^2 - (\vec{\beta} \times \dot{\vec{\beta}})^2 \right]$$

Que es la fórmula de Liénard obtenida sin utilizar relatividad en 1898 por el físico francés André Marie Liénard (1869-1958):

$$P = \frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 c} \gamma^6 \left[\dot{\vec{\beta}}^2 - (\vec{\beta} \times \dot{\vec{\beta}})^2 \right]$$

Liénard fue alumno de la Escuela Politécnica de París (Ecole Polytechnique) de la que también fueron alumnos, entre otros:

Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)

Jean-Baptiste Biot (1774-1862)

Louis Poincaré (1777-1859)

Etienne-Louis Malus (1775-1812)

Jean-Baptiste Fourier (1768-1830)

Pierre-Simon Laplace (1749-1827)

Louis-Joseph Gay-Lussac (1778-1850)

Siméon Denis Poisson (1781-1842)

Adrien-Marie Legendre (1752-1833)

Pierre Louis Dulong (1785-1838)

Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836)

François Arago (1786-1853)

Augustin Jean Fresnel (1788-1827)

Augustin Louis Cauchy (1789-1857)

Antoine César Becquerel (1788-1878)

Jean Victor Poncelet (1788-1867)

Alexis Thérèse Petit (1791-1820)

Gaspard-Gustave Coriolis (1792-1843)

André-Marie Ampère (1775-1836)

Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796-1832)

Jacques Babinet (1794-1872)

Gabriel Lamé (1795-1870)

Jean Léonard Marie Poiseuille (1797-1869)

Benoît Paul Emile Clapeyron (1799-1864)

Henry Darcy (1803-1858)

Joseph Liouville (1809-1882)

Auguste Bravais (1811-1863)

Pierre Alphonse Laurent (1813-1854)

Henri Victor Regnault (1810-1878)

Urban Le Verrier (1811-1877)

Jean-Augustin Barral (1811-1877)

Jacques Charles François Sturm (1803-1855)

François Jacques Massieu (1832-1896)
Jules Jamini (1818-1886)
Edmund Nicolas Laguerre (1834-1886)
Marie Ennemond Camille Jordan (1838-1922)
Marie Alfred Cornu (1841-1902)
Emile Verdet (1824-1866)
Henri Louis Le Chatelier (1850-1936)
Pierre-Henri Hugoniot (1851-1887)
Antoine Henri Becquerel (1852-1908) Premio Nobel
1903
Henri Poincaré (1854-1912)
Paul Vieille (1854-1934)
Léon Charles Thevenin (1857-1926)
Alfred Perot (1863-1925)
Georges Friedel (1865-1933)
Maurice Paul Auguste Charles Fabry (1867-1945)
Alfred-Marie Liénard (1869-1958)
Emile Jouguet (1871-1943)
André-Louis Cholesky (1875-1918)
Paul Pierre Levy (1886-1971)
Albert Messiah (1921-2013) - Libro cuántica
Benoît Mandelbrot (1924-2010) - Fractales
Laurent Schwartz (1915-2002)
Serge Haroche (1944 -) Premio Nobel 2012
Gerard Mourou (1944 -) Premio Nobel 2018