Practicas Ordenador Electromagnetismo I 2023

PRÁCTICA 1: Campos Eléctricos

En esta práctica se calcularán los potenciales y campos eléctricos debidos a distribuciones de cargas puntuales y distribuciones contínuas. Usaremos dos métodos: (clase 1) calculando el campo eléctrico como la superposición de los campos eléctricos debidos a las cargas puntuales y (clase 2) resolviendo de forma numérica la ecuación de Poisson.

1. Visualización gráfica de campos escalares y campos vectoriales

En el fichero *2D_representation.py* puedes encontrar algunos ejemplos para generar y representar gráficamente distribuciones espaciales de una magnitud escalar en 2D dimensiones, contenida en una matriz. Así mismo, en *3D_representation.py* hay ejemplos de uso de la librería *streamplot* que puede utilizarse para representar campos vectoriales.

2. Campo eléctrico y potencial debido a un dipolo

a. Genera una matriz de N puntos (ej N=21) que representará la densidad de carga sobre un cuadrado de longitud 4x4 a.u. y centrado en (0,0). Sitúa dos cargas de signo opuestos en las posiciones (-0.5,0) y (0.5,0). Define una función que asigne los valores de las cargas en las posiciones correspondientes de la matriz para las posiciones espaciales deseadas. Esto será útil para simular más tarde distribuciones de carga más complicadas.

b. Define una función que calcule el potencial eléctrico a partir de su definición en cada punto del espacio considerado y represéntalo. Representa también los perfiles en las direcciones horizontales y verticales. Compara el resultado con la expresión analítica para el potencial creado por un dipolo a grandes distancias.

c. Define una función que calcule el campo eléctrico a partir de su definición en cada punto del espacio. Usa la función de matplotlib.pyplot.streamplot para representar el campo eléctrico resultante. Representa también el módulo del campo eléctrico y sus perfiles en las direcciones x e y. Compara el resultado con la expresión analítica para el campo creado por un dipolo a grandes distancias.

d. Estudia alguna otra distribución de carga, por ejemplo, una distribución circular de carga, una distribución lineal (finita o “infinita”), o una distribución cuadrada y compara en las situaciones que sea posible la solución con los resultados de las soluciones analíticas obtenidas para esas distribuciones.

e. (Opcional) Los ejemplos que se dan son para un espacio de dos dimensiones, extender a tres y comparar los resultados obtenidos, por ejemplo, para una distribución circular de carga.

3. Campo eléctrico a partir de la solución de la ecuación de Poisson

a. Genera una matriz de N puntos (ej N=21) que representará un cuadrado de longitud 4x4 a.u. Sitúa dos cargas de signo opuestos en el centro de la matriz situadas en (-0.5,0) y (0.5,0)
b. Usa el método de Jacobi para solucionar la ecuación de Poisson. Como condiciones de contorno impondremos que V = 0 en los bordes de la matriz. Resolveremos iterativamente el problema hasta que el error sea suficientemente pequeño. Calcula el gradiente de V para obtener el campo eléctrico.
c. Compara el resultado obtenido con el del apartado anterior.

d. Estudia los casos de otras distribuciones de carga, por ejemplo, una distribución circular de carga y una distribución cuadrada por este método. Compara los resultados con los obtenidos anteriormente.

Método de Jacobi

Con el método de Jacobi partiremos de suponer una solución x_0 , dicha solución la introduciremos en la ecuación que queremos resolver y a partir de ésta podremos calcular una solución mejor x_1. Cuando la diferencia entre las soluciones x_i y x_{i-1} sea suficientemente pequeña diremos que la solución ha convergido y la daremos por buena.

Diferenciación numérica

Podemos aproximar:

$f'(x) \approx (f(x + \mathrm{h}) - f(x)) / \mathrm{h}$

Deduce la aproximación para la derivada segunda

Ecuación de Poisson

Dado que $\nabla E = \rho/\varepsilon_0$ y $E = -\nabla V$ podemos obtener la ecuación de Poisson $\nabla^2 V = -\rho/\varepsilon_0$. Obtén V al aplicar la diferenciación numérica a la ecuación de Poisson.