TÉCNICAS EXPERIMENTALES I

EVALUACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES

Isabel Abril

Departament de Física Aplicada

Universitat d'Alacant

Clasificación de los errores según la forma de evaluarlos

Oficina Internacional de Pesos y Medidas

Incertidumbre Tipo A

Se evalúa la incertidumbre a través del análisis estadístico de una serie de observaciones

Incertidumbre Tipo B

Se evalúa la incertidumbre a través de medios diferentes al análisis estadístico de una serie de observaciones.

Se obtiene a partir de una función de probabilidad ASUMIDA según los conocimientos que tenemos del evento que ocurre.

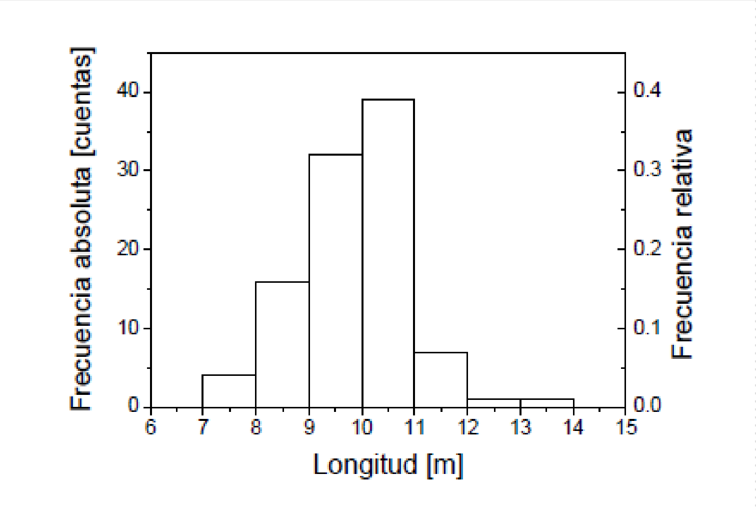
Incertidumbre tipo A

TRATAMIENTO ESTADÍSTICO DE DATOS

Se realizan N medidas independientes de la magnitud X bajo las mismas condiciones

$$x_1, x_2, \dots\ x_N$$

Histograma: distribución de los datos



¿Valor más representativo?

Moda –valor más frecuente

Mediana – valor que divide por 2 los datos

Valor medio $\bar{x}$:

Mejor valor o estimación de la magnitud medida

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

Se debe precisar cuantitativamente la dispersión de la distribución alrededor de su valor medio

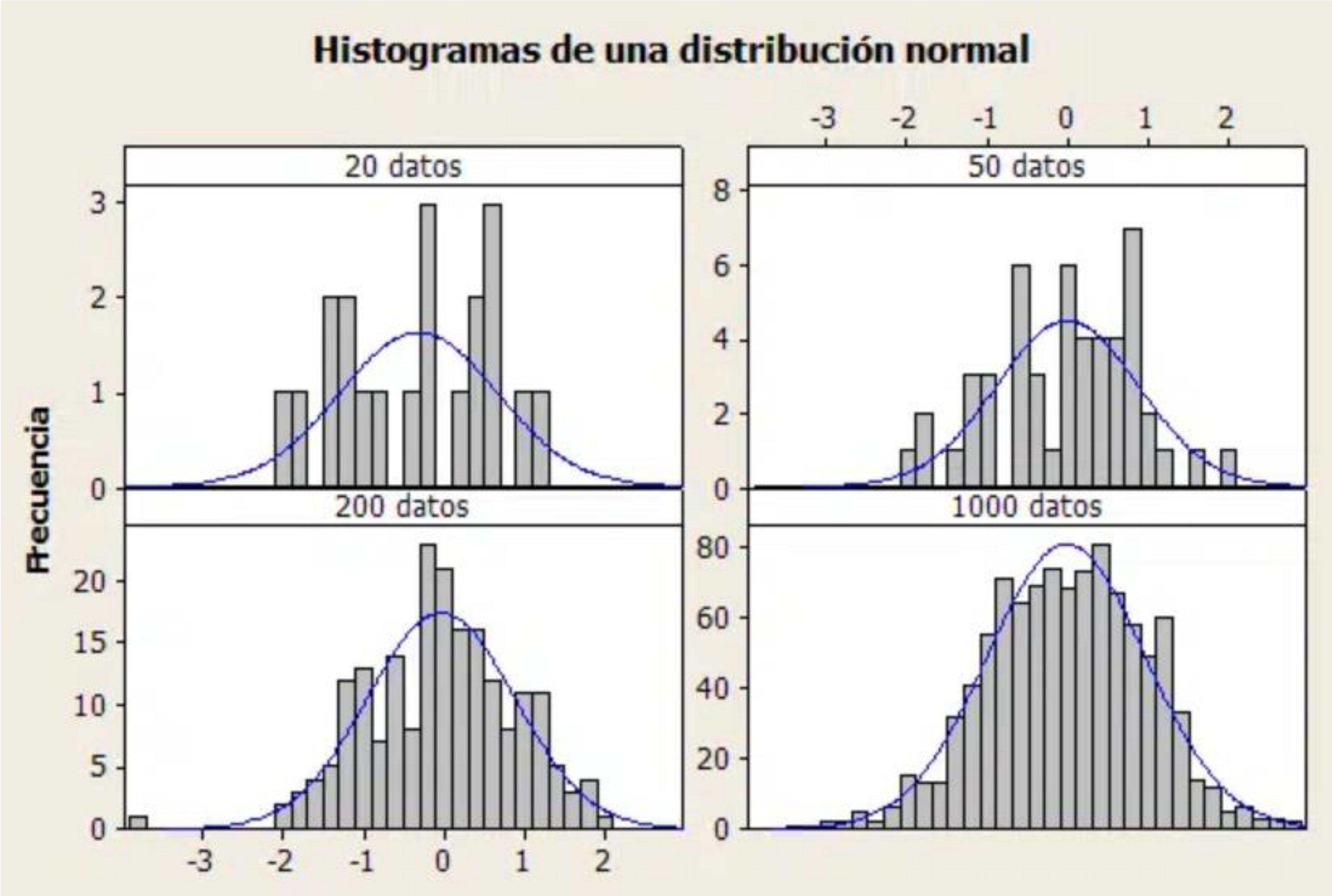
Desviación estándar experimental

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{1}{(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

Varianza = *Var(x)* = $\sigma^2(x)$

Medida de la dispersión asociada a cada medición individual

$N - 1$ grados de libertad



$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}}$$

Desviación estándar de la media

Se realizan muchas muestras del mismo experimento, se calcula su promedio y se construye el histograma. Su desviación estándar es:

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{\frac{1}{(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

$\sigma(x)$ **medida de la dispersión asociada a cada conjunto de medidas individuales**

$\boldsymbol{\sigma(\bar{x})}$ **medida de la dispersión asociada al mejor valor (a la media)**

La incertidumbre típica por fluctuaciones estadísticas tipo A

$$\boldsymbol{u_A(X) = \sigma(\bar{x})}$$

La desviación estándar de la media es la magnitud utilizada para la cuantificación de la incertidumbre estándar tipo A de la medición

Ejemplo: error tipo A

Medida del tiempo de oscilación de un péndulo:

1.8 s, 1.9 s, 2.0 s, 1.9 s, 1.8 s, 2.0 s

$$\bar{t} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i = 1.9\ s$$

$$\boldsymbol{\Delta t = \frac{t_{max} - t_{min}}{2} = 0.1\ s}$$

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{1}{(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(t_i - t)^2} = 0.09\ \mathrm{s}$$

$$\sigma(\bar{t}) = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{N}} = 0.04\ s$$

t = 1.90 ± 0.04 s

Ejemplo: Aplicación no directa (error tipo A)

Medida del área de un rectángulo A =LB

L (mm): 24.25, 24.26, 24.22, 24.28, 24.24, 24.25, 24.22, 24.26, 24.23, 24.24

B (mm): 50.36, 50.35, 50.41, 50.37, 50.36, 50.32, 50.39, 50.38, 50.36, 50.38

$\bar{L} = 24.245$ mm $\quad \sigma(L)$=0.019 mm $\quad \sigma(\bar{L})$=0.006 mm

$\bar{B} = 50.368$ mm $\quad \sigma(B)$=0.024mm $\quad \sigma(\bar{B})$=0.008 mm

L = 24.245 ± 0.006 mm (0.025%)

B = 50.368 ± 0.008 mm (0.016%)

Ejemplo: Otra aplicación no directa (error tipo A)

Medir la constante elástica de un muelle midiendo el tiempo de las oscilaciones de una masa *m* sujeta a su extremo

m (kg): 0.513, 0.581, 0.634, 0.691, 0.752, 0.834, 0.901, 0.950
T (s): 1.24, 1.33, 1.36, 1.44, 1.50, 1.59, 1.65, 1.69

Física y probabilidad

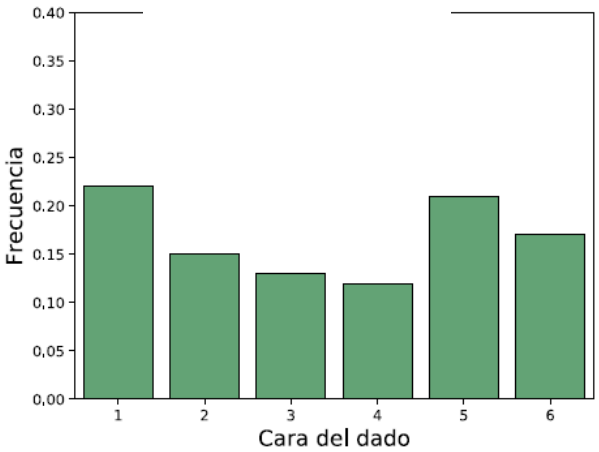
Variables aleatorias

Cantidad cuyo valor no es fijo sino que puede tomar diferentes valores como resultados de un experimento aleatorio.

No se puede predecir el próximo resultado. Se puede conocer su *probabilidad.*

variable aleatoria discreta

Tirar un dado

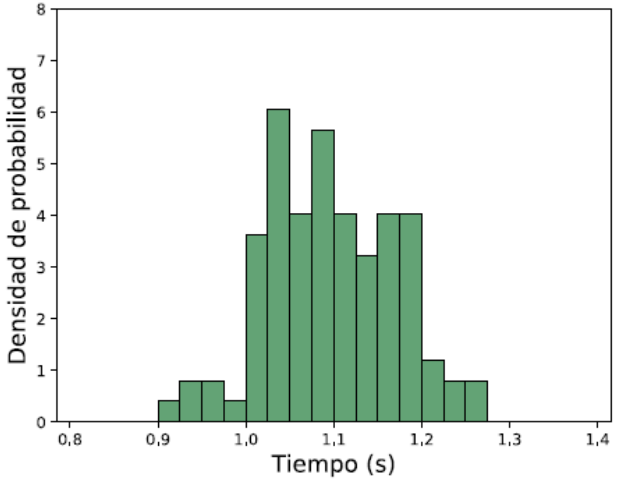


Histograma normalizado

$N = 100$

variable aleatoria continua

Periodo de un faro



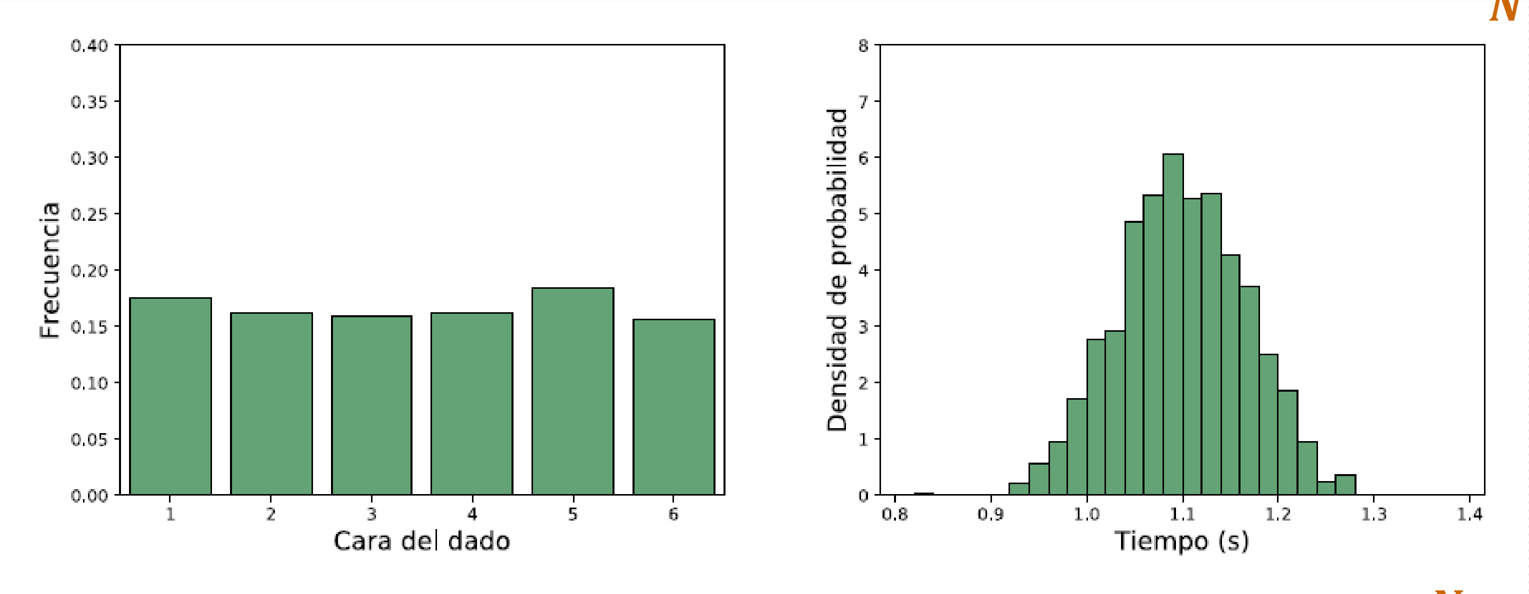
$P(x_i)$ **la probabilidad de que la variable aleatoria** X **tome el valor** x_i

$$0 \leq P(x_i) \leq 1$$

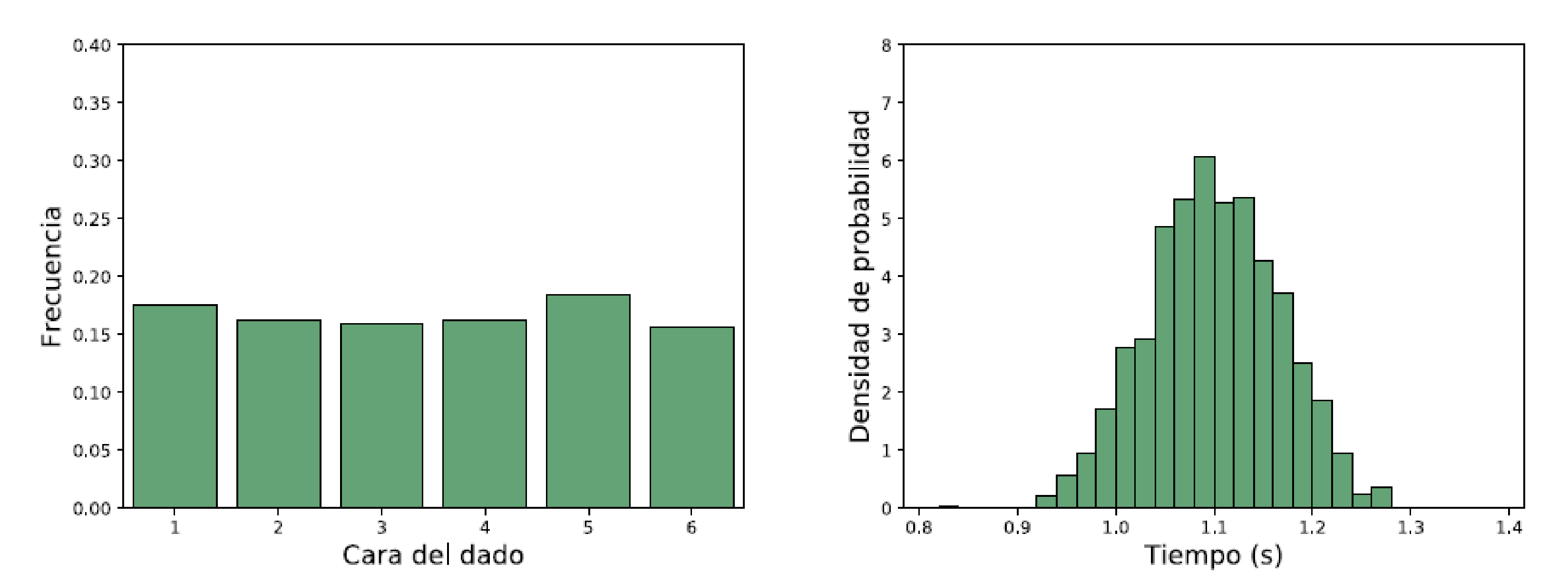
$$\sum_{i=1}^{N} P(x_i) = 1$$

Aumentamos el número de medidas N

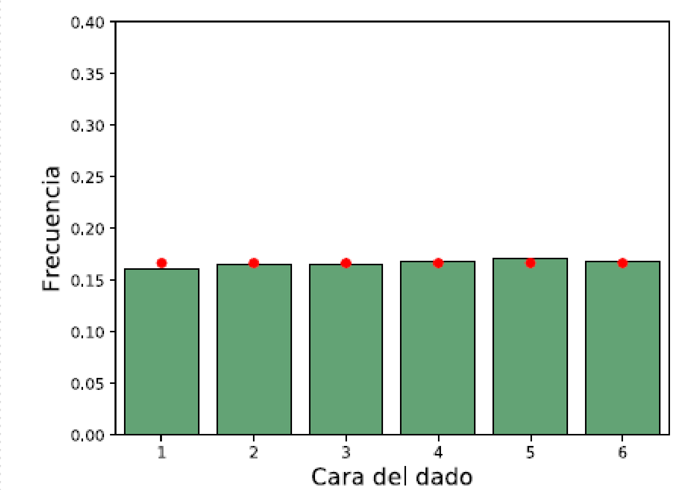
$N = 1000$

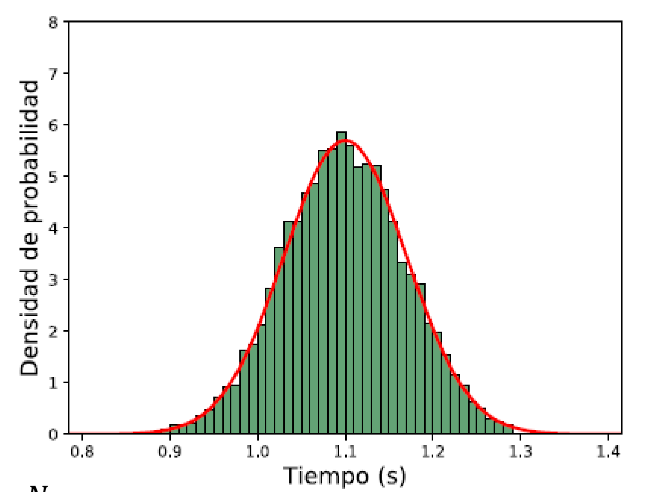


$N = 10000$



Distribución de probabilidad $N \to \infty$

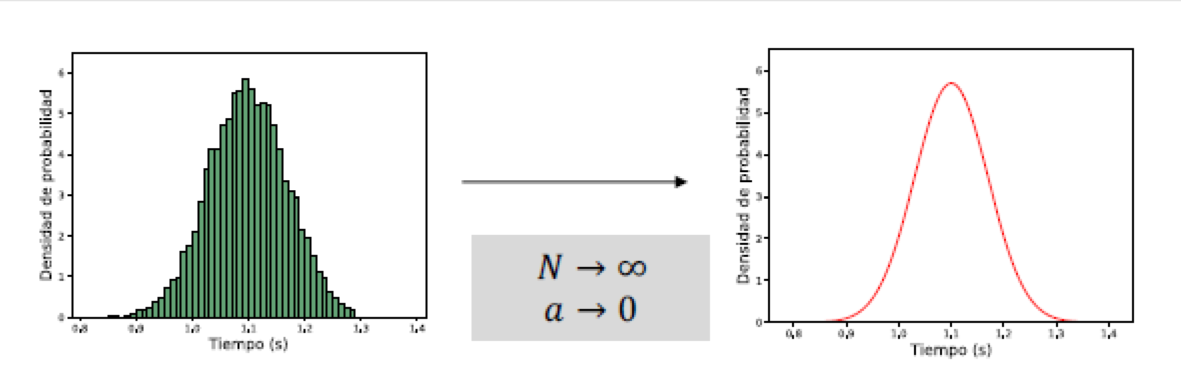




$P(x_i)$ = probabilidad (variable discreta)

$$\sum_{i=1}^{N} P(x_i) = 1$$

Variable continua



$f(x)dx$ = Probabilidad de que al realizar el experimento aleatorio, X tome un valor entre x y $x + dx$

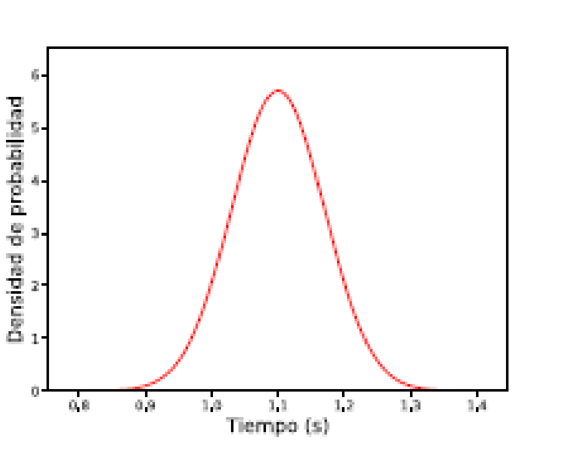
a = bin size

Distribución probabilidad normalizada a la unidad

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

$f(x)$ = densidad de probabilidad

Variable continua: Distribución de probabilidad



$f(x) = \textbf{densidad de probabilidad de la variable X}$

Distribución probabilidad = $\int_a^b f(x)dx$

μ el valor esperado de la distribución y
está localizado en el centro de la distribución

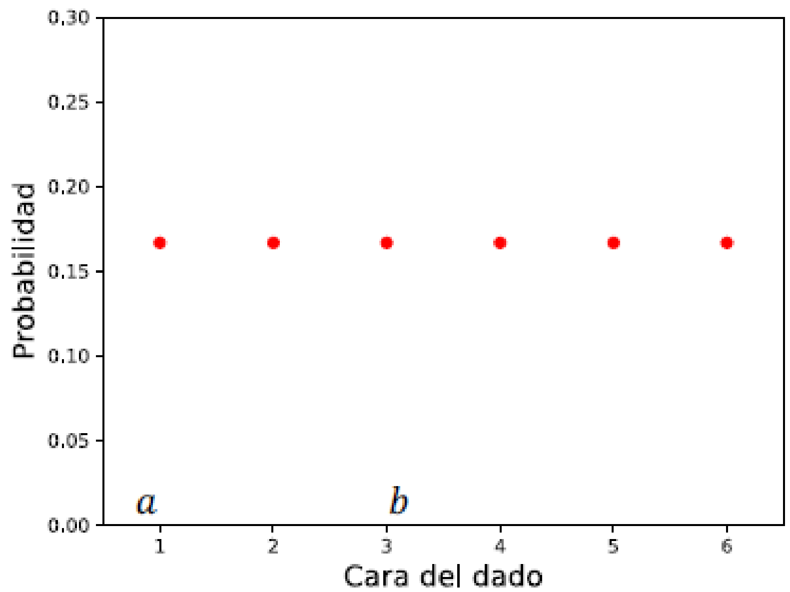
$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)dx$$

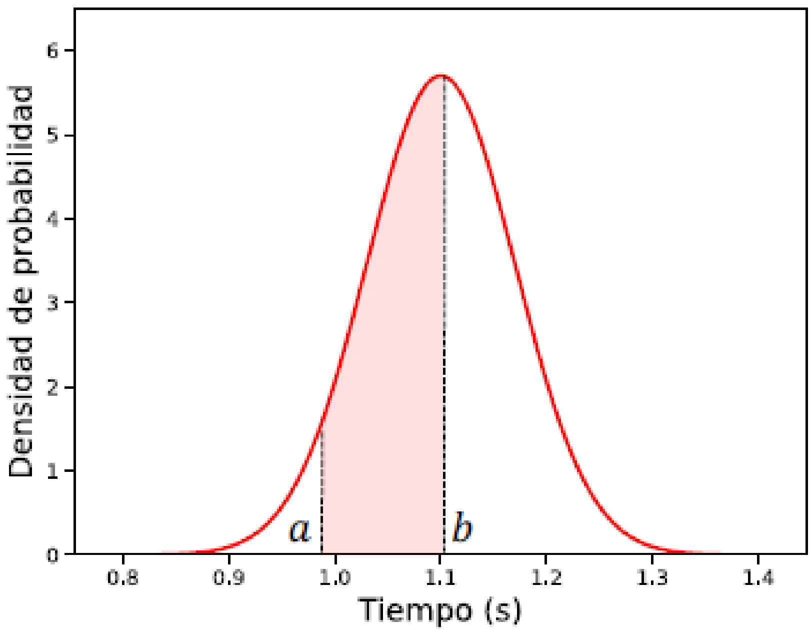
σ es la desviación estándar de la distribución

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx - \mu^2$$

Cálculo de probabilidad en un cierto intervalo

¿Cuál es la probabilidad de que una medición esté comprendida entre a y b?

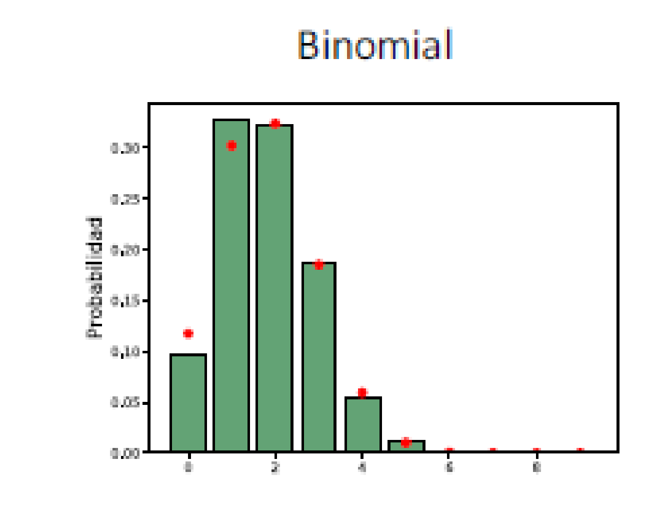


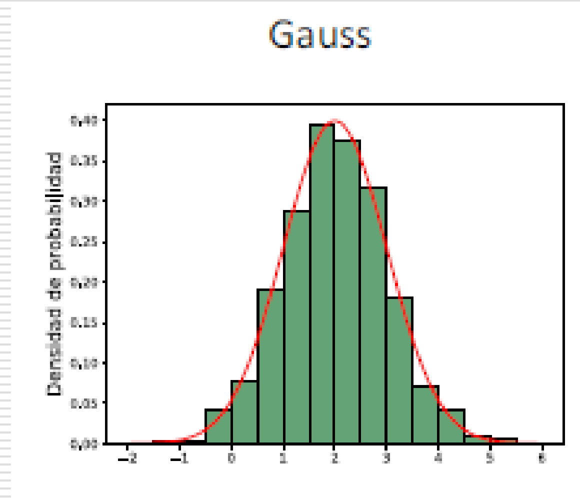


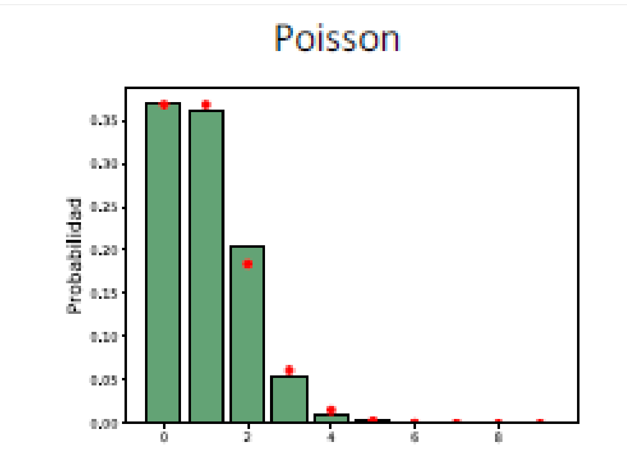
$$Prob(a \leq X \leq b) = \sum_{k=a}^{b} P(x_k)$$

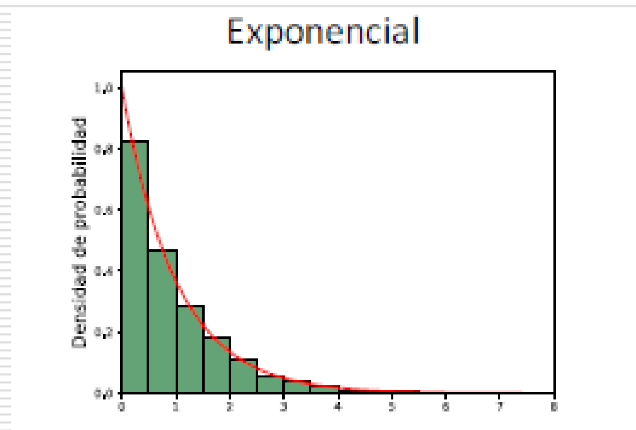
$$Prob(a \leq X \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)dx$$

Posibles distribuciones de probabilidad





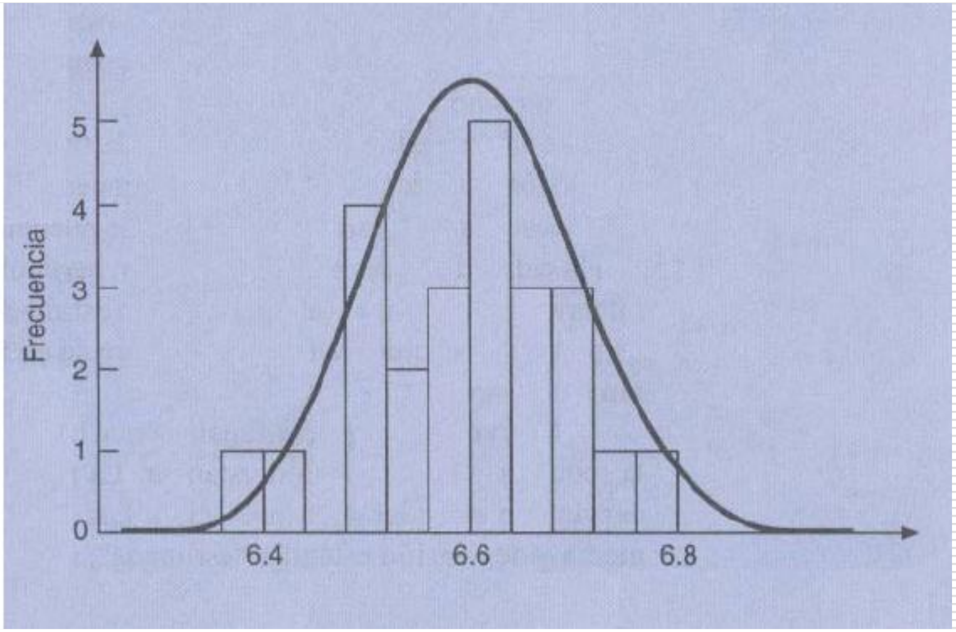


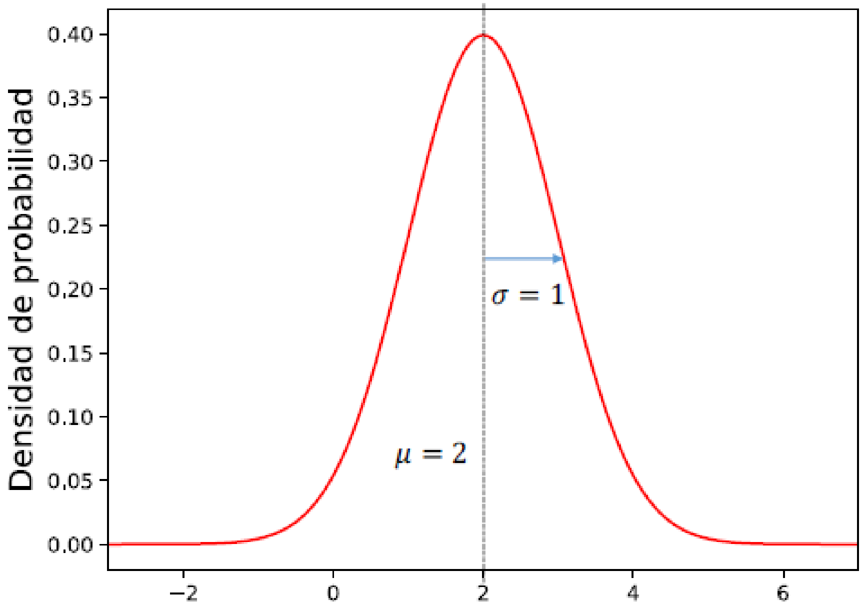


La distribución de Gauss no es la única distribución de probabilidad, pero es la más importante!

Distribución normal o de Gauss

La distribución de Gauss es una buena *aproximación* para muchas medidas experimentales (p.e. errores aleatorios de las mediciones)





Forma típica de una distribución de datos experimentales

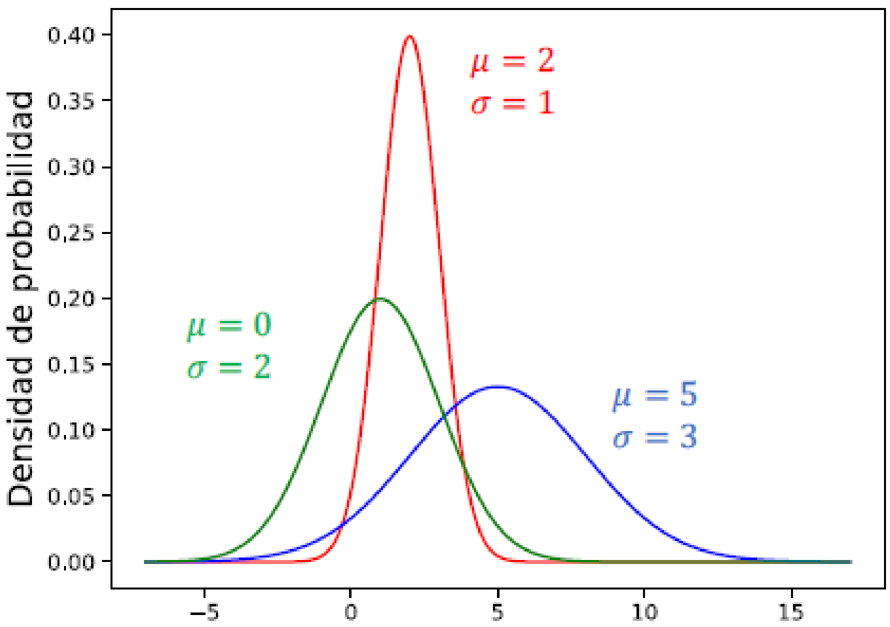
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

μ es la esperanza de la distribución y está localizado en el centro de la campana

σ es la desviación estándar de la distribución

Los errores aleatorios de las mediciones siguen la distribución de Gauss

Distribución de Gauss: algunas propiedades



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Distribución normalizada a la unidad

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) = 1$$

Está centrada en $x = \mu$

Máximo valor de la distribución: $x = \mu$

$$f_{max}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}$$

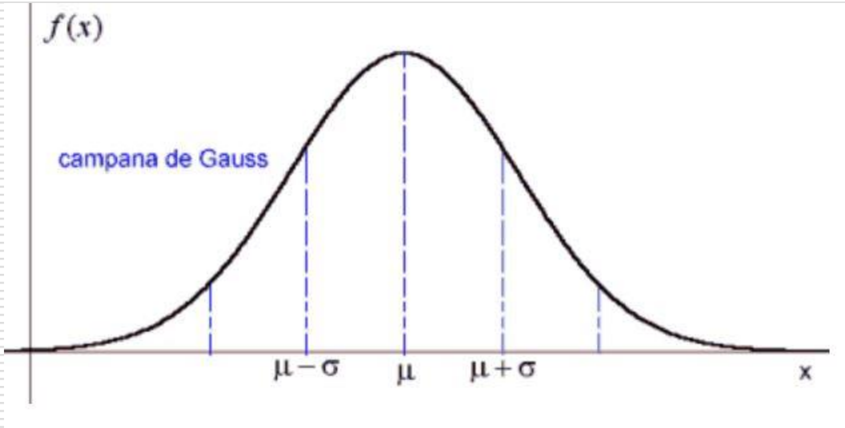
Es simétrica alrededor de $x = \mu$

Tiende exponencialmente a 0 para $|x-\mu| \gg \sigma$

El parámetro σ da una medida de su ancho

Cuando $x = \mu \pm \sigma$ obtenemos que la pendiente de la curva de Gauss es máxima

Distribución de Gauss (depende de μ y σ)



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

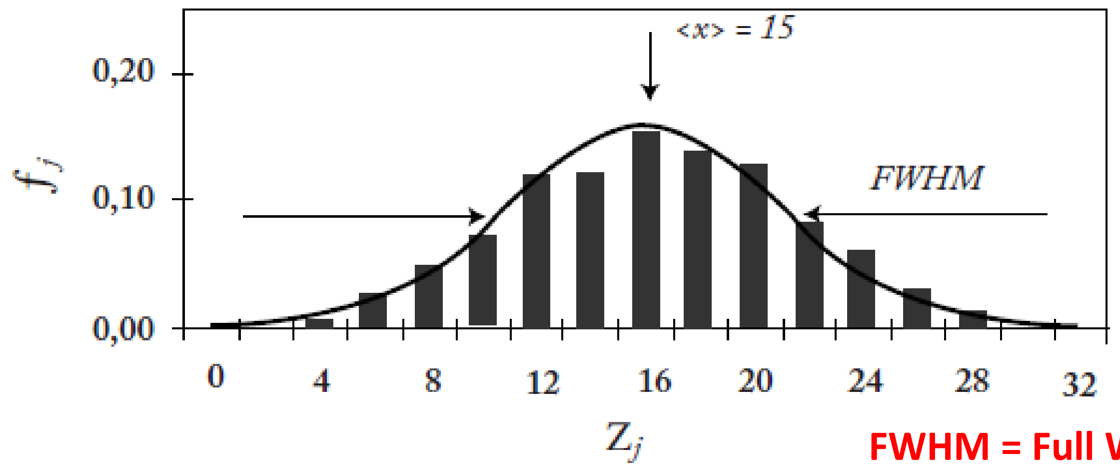
valor esperado de la distribución de Gauss

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) = \mu$$

Desviación estándar de la distribución

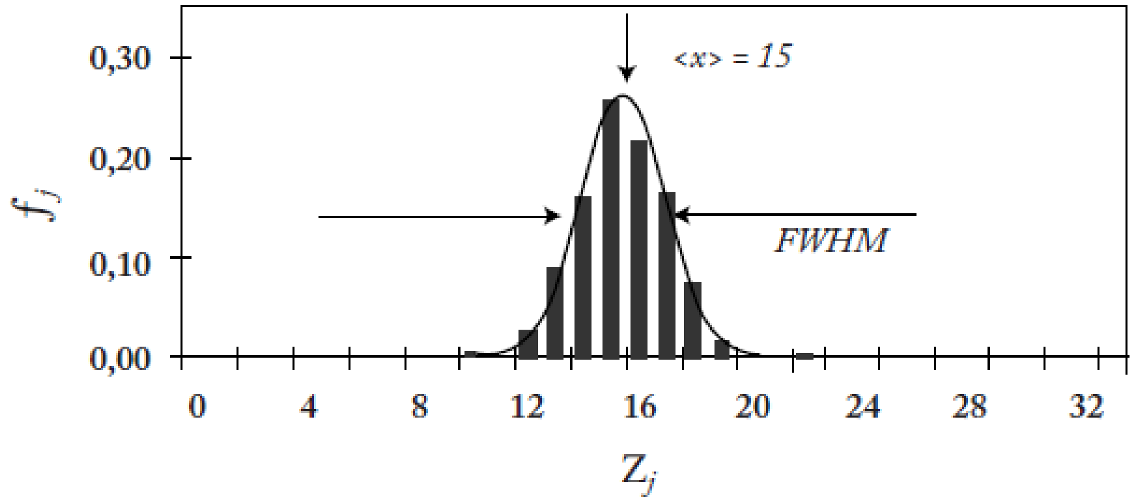
$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx = \sigma^2$$

Distribución de Gauss de dos muestras con igual valor medio y distinta dispersión



FWHM = Full Width Half Maximum

$$FWHM = 2\sigma\sqrt{2\ \ln 2}$$

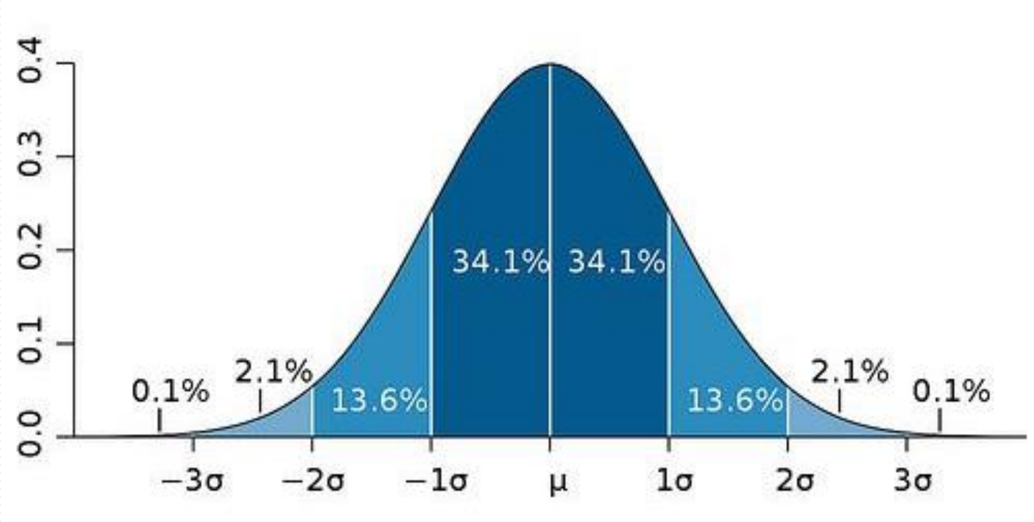


Analizar la pendiente de la distribución de Gauss

Significado físico de la distribución de Gauss

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = P\{x_1 < x < x_2\}$$

Probabilidad de que al realizar una medida su valor se encuentre en el intervalo $[x_1, x_2]$



¿Cuál es la probabilidad de que una medida esté entre $\mu - \sigma$ y $\mu + \sigma$?

$$\int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} f(x)dx = 0.6826$$

La desviación estándar como límite de confianza del 68%

resultado = valor $\pm$ **error**

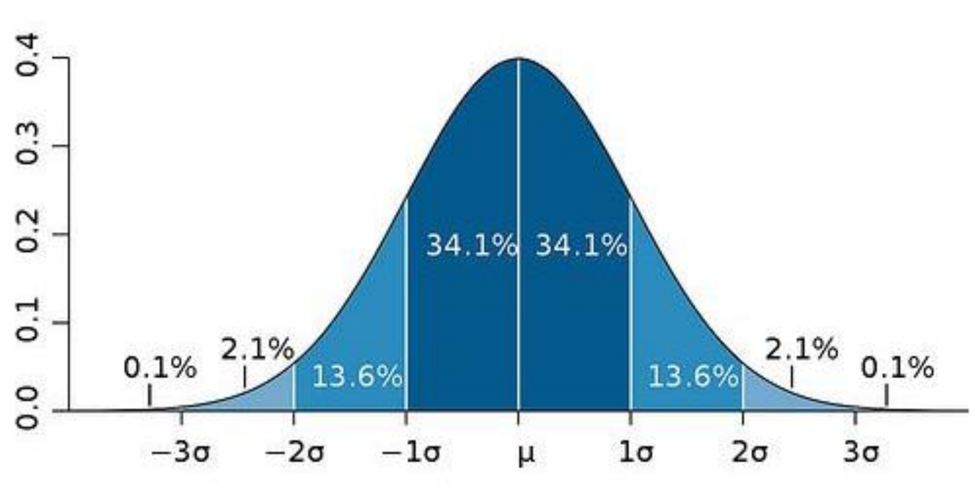
Error = σ , significa nivel de confianza de la medida del 68.3%

Resultado de una medida e intervalo de confianza

$$Prob(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$$

$$Prob(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545$$

$$Prob(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9974$$



Interpretaciones de la probabilidad

$$Prob(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$$

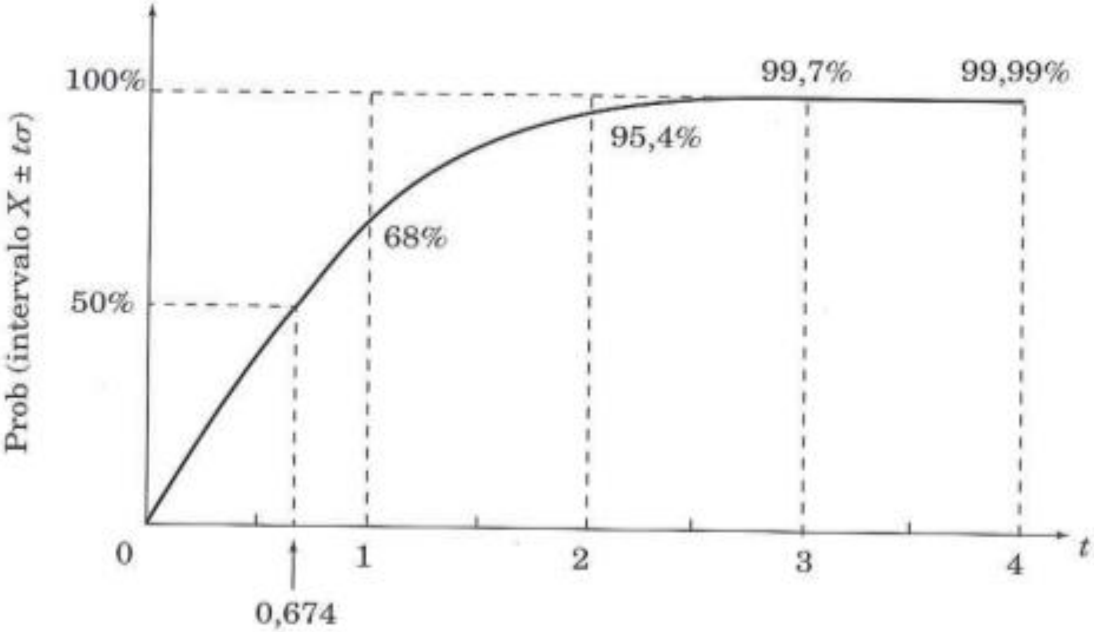
La probabilidad de que la *próxima medición* se encuentre entre $\mu - \sigma$ y $\mu + \sigma$ es del 68.3%

$$Prob(X - \sigma \leq \mu \leq X + \sigma) \approx 0.6827$$

La probabilidad de que el *valor real* μ se encuentre entre $\mu - \sigma$ y $\mu + \sigma$ es del 68.3%

Función integral de Gauss

Probabilidad Prob[$\mu \pm t\sigma$] de que un resultado difiera de μ en menos de $t\sigma$

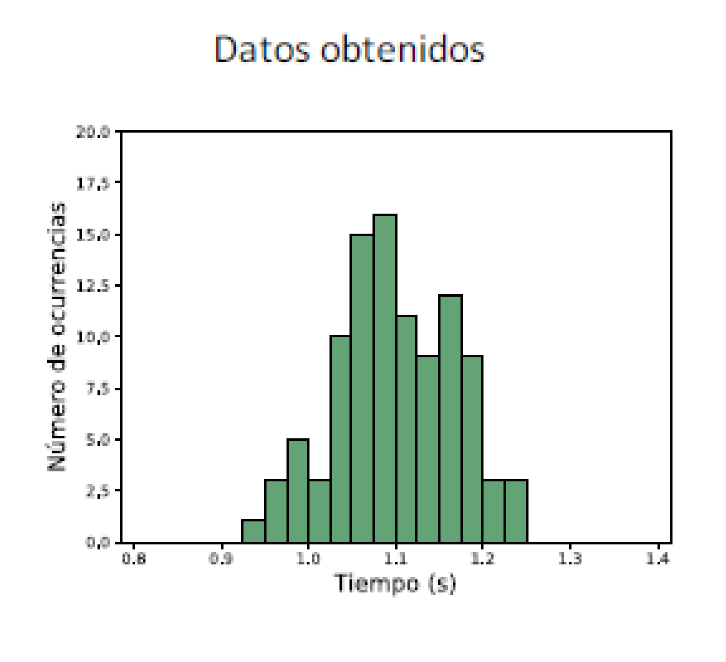


$$\int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} f(x)dx = 0.6827$$

$$\int_{\mu-2\sigma}^{\mu+2\sigma} f(x)dx = 0.9544$$

$$\int_{\mu-3\sigma}^{\mu+3\sigma} f(x)dx = 0.9974$$

Objetivo: ***estimar*** **los parámetros de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria a partir de los datos experimentales**

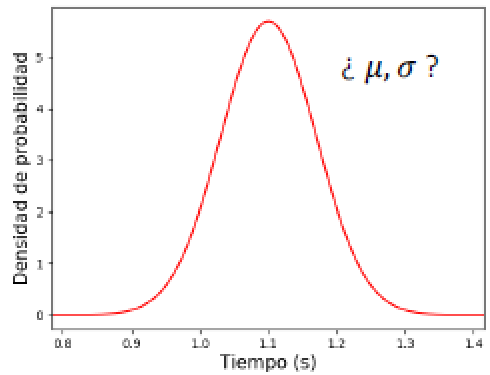


$$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$\sigma(x_k) = \sqrt{\frac{1}{(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}$$

Son *estimadores*: funciones de los datos medidos x_i

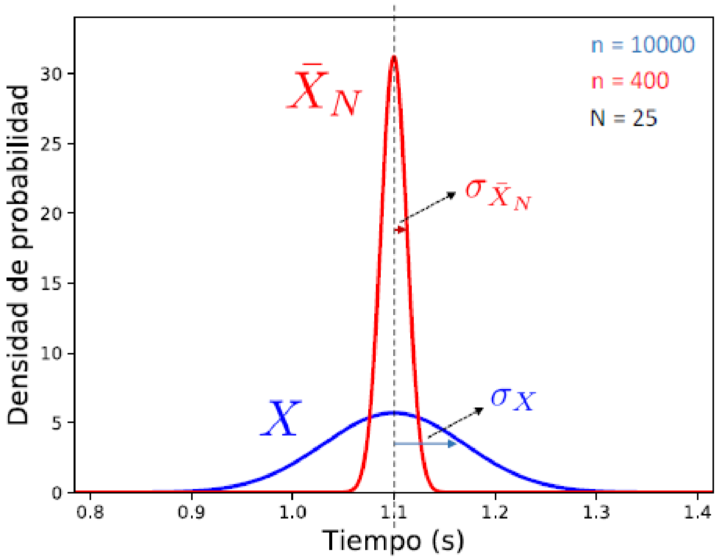
¿De qué distribución de probabilidad provienen mis datos?



Parámetros desconocidos de la distribución de Gauss

Estimación de los parámetros de la distribución de Gauss μ y σ

Incertidumbre tipo A (basada en el análisis estadístico)



la desviación estándar de la media de N mediciones

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}}$$

El error estadístico disminuye a medida que se realizan más mediciones con dependencia $\propto \frac{1}{\sqrt{N}}$

La incertidumbre típica tipo A, basada en el análisis estadístico $u_A(X) = \sigma(\bar{x})$

Definimos: Incertidumbre expandida $U(x) = k\, u(x)$

k = factor de cobertura

k=1 Nivel de confianza del 68.27%
k=2 Nivel de confianza del 95.45%
k=3 Nivel de confianza del 99.73%

k proporciona un intervalo correspondiente a un nivel de confianza

Caso de un número pequeño de medidas ($N \le 20$)

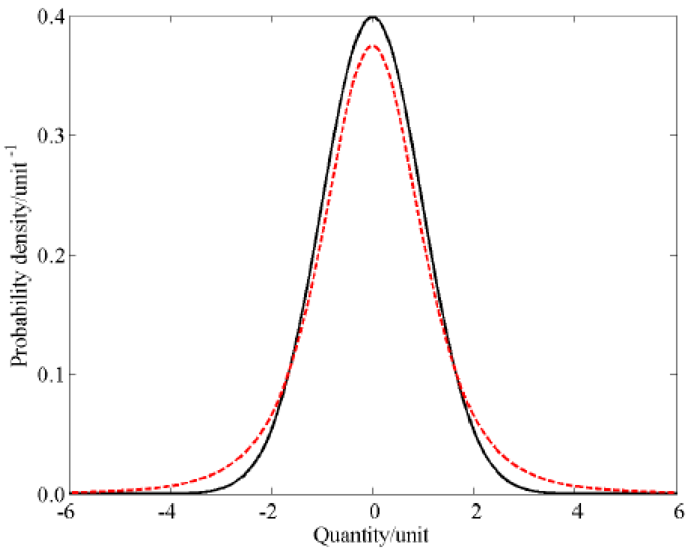
En el caso de pocas mediciones la distribución puede diferir notablemente de una distribución gausiana

$$u_A(X) = t_p(\nu)\, \sigma(\bar{x})$$

$t_p(\nu)$ = distribución t-Student para el número de grados de libertad $\nu = N - 1$

Función de densidad de $t_p(\nu)$:

$$f(t) = \frac{\Gamma\left((\nu+1)/2\right)}{\sqrt{\nu\pi}\,\Gamma(\nu/2)} \left(1 + t^2/\nu\right)^{-(\nu+1)/2}$$



Línea negra = distribución gausiana
Línea roja = distribución t-Student

$t_p(\nu)$ no depende de μ, ni de σ

$t_p(\nu)$ indica los límites del intervalo de confianza de la distribución

$t_p(\nu) \ge k$

Los valores de $t_p(\nu)$ se encuentran en tablas.

la distribución t -Student tiende a 1 cuando $N \to \infty$

$t_p(\nu)$ = distribución t-Student para el número de grados de libertad ν

Número de observaciones N	Grados de libertad N-1	Nivel de Confianza					
		99%	98%	95.45%	90.9%	90.8%	68%
2	1	63.66	31.82	13.97	6.31	3.08	1.82
3	2	9.92	6.96	4.53	2.92	1.89	1.31
4	3	5.84	4.54	3.31	2.35	1.64	1.19
5	4	4.60	3.75	2.87	2.13	1.53	1.13
6	5	4.03	3.36	2.65	2.02	1.48	1.10
7	6	3.71	3.14	2.52	1.94	1.44	1.08
8	7	3.50	3.00	2.43	1.89	1.44	1.07
9	8	3.36	2.90	2.37	1.86	1.40	1.06
10	9	3.25	2.82	2.32	1.83	1.38	1.05
11	10	3.17	2.76	2.28	1.81	1.37	1.05
12	11	3.11	2.72	2.25	1.80	1.36	1.04
13	12	3.05	2.68	2.23	1.78	1.36	1.04
14	13	3.01	2.65	2.21	1.77	1.35	1.03
15	14	2.98	2.62	2.20	1.76	1.35	1.03
16	15	2.95	2.60	2.18	1.75	1.34	1.03
17	16	2.92	2.58	2.17	1.75	1.34	1.03
18	17	2.90	2.57	2.16	1.74	1.33	1.02
19	18	2.88	2.55	2.15	1.73	1.33	1.02
20	19	2.86	2.54	2.14	1.73	1.33	1.02
Infinito	Infinito	2.58	2.33	2.00	1.64	1.28	1.00

Se ha medido el tiempo de caída de un objeto, obteniendo los siguientes resultados: 7.5, 7.6, 7.9,8.0, 7.5,7.6,7.6,7.9 en s

$t_p(\nu)$ = distribución t-Student para el número de grados de libertad ν

Número de observaciones N	Grados de libertad N-1	Nivel de Confianza					
		99%	98%	95.45%	90.9%	90.8%	68%
2	1	63.66	31.82	13.97	6.31	3.08	1.82
3	2	9.92	6.96	4.53	2.92	1.89	1.31
4	3	5.84	4.54	3.31	2.35	1.64	1.19
5	4	4.60	3.75	2.87	2.13	1.53	1.13
6	5	4.03	3.36	2.65	2.02	1.48	1.10
7	6	3.71	3.14	2.52	1.94	1.44	1.08
8	7	3.50	3.00	2.43	1.89	1.44	1.07
9	8	3.36	2.90	2.37	1.86	1.40	1.06
10	9	3.25	2.82	2.32	1.83	1.38	1.05
11	10	3.17	2.76	2.28	1.81	1.37	1.05
12	11	3.11	2.72	2.25	1.80	1.36	1.04
13	12	3.05	2.68	2.23	1.78	1.36	1.04
14	13	3.01	2.65	2.21	1.77	1.35	1.03
15	14	2.98	2.62	2.20	1.76	1.35	1.03
16	15	2.95	2.60	2.18	1.75	1.34	1.03
17	16	2.92	2.58	2.17	1.75	1.34	1.03
18	17	2.90	2.57	2.16	1.74	1.33	1.02
19	18	2.88	2.55	2.15	1.73	1.33	1.02
20	19	2.86	2.54	2.14	1.73	1.33	1.02
Infinito	Infinito	2.58	2.33	2.00	1.64	1.28	1.00

Medida del ph de una disolución

Prueba de repetibilidad única		
Ensayo	pH	Promedio
1	7,01	6,92
2	6,95	Desviación estandar
3	6,25	0,20
4	7,02	Grados de libertad
5	7,08	14
6	7,1	
7	6,89	
8	6,84	
9	7,02	
10	7,01	
11	6,89	
12	6,8	
13	6,94	
14	7,02	
15	6,96	

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}} = 0.05$$

Prueba de repetibilidad multiple					
	pH				
Ensayo	enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo
1	7,72	7,62	6,81	7,03	7,01
2	7,86	7,23	6,66	6,24	6,95
3	7,28	7,52	6,02	7,80	6,25
4	7,21	7,77	6,61	7,58	7,02
5	7,49	6,54	6,77	7,95	7,08
6	7,74	6,97	7,03	6,00	7,1
7	7,43	7,74	6,07	7,17	6,89
8	6,95	7,72	7,15	6,33	6,84
9	7,43	6,71	7,70	6,52	7,02
10	7,14	6,18	6,16	6,48	7,01
11	6,12	6,18	6,16	7,81	6,89
12	7,00	6,27	6,17	6,22	6,8
13	7,82	7,81	6,50	7,25	6,94
14	6,53	7,25	7,51	7,68	7,02
15	6,26	6,61	6,09	7,01	6,96

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo
Promedio	7,20	7,07	6,63	7,00	6,92
Grados de libertad	14	14	14	14	14
Desviacion estandar	0,55	0,62	0,54	0,67	0,20

Incertidumbre tipo B

Se evalúa la incertidumbre a través de medios diferentes al análisis estadístico de una serie de observaciones.

Se obtiene a partir de una función de probabilidad ASUMIDA según los conocimientos que tenemos del evento que ocurre.

¿CUÁNDO SE UTILIZA LA INCERTIDUMBRE TIPO B?

Cuando no se tienen observaciones repetidas.
Cuando su valor se establece o se calcula en base a la información disponible.
Resultado de mediciones anteriores.
Experiencia o conocimiento general acerca del comportamiento y propiedades de los materiales y los instrumentos utilizados.
Especificaciones del fabricante.
Datos suministrados por certificados de calibración
Incertidumbres asignadas a datos de referencia tomados de manuales.
Resolución del dispositivo experimental.

Incertidumbre tipo B debida al patrón o calibrado del instrumento

Se divide la incertidumbre expandida U dada en el certificado de calibración del patrón por el factor de cobertura k indicado que caracteriza la calidad de las medidas

$$u_{B,calibracion} = \frac{U(calibracion)}{k(calibracion)}$$

Incertidumbre tipo B debida a la resolución del instrumento de medida

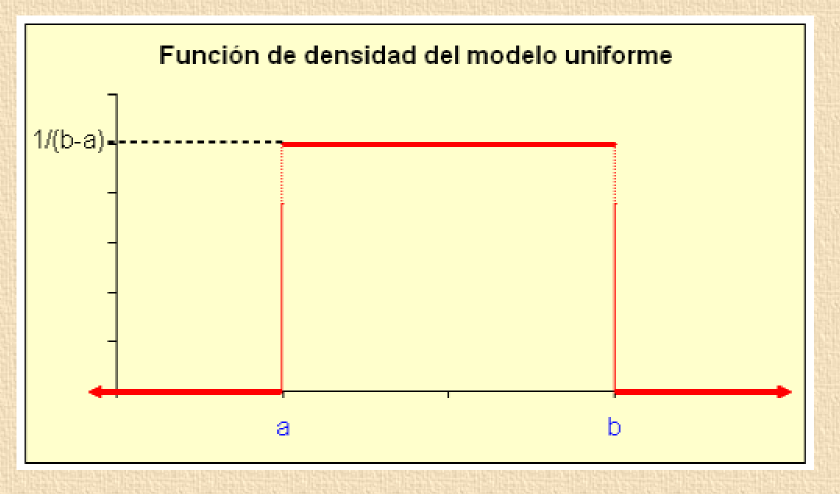
Se debe de asignar una distribución de probabilidad a los valores de este intervalo de resolución del instrumento.

Se debe de suponer una distribución de probabilidad para la variable de entrada:

- **Rectangular (uniforme)**
- **Triangular**
- **Tipo U**
- **Gausiana**

Resolución del instrumento de medida

Distribución Uniforme Rectangular en el intervalo (a,b)



$$f(x) = \frac{1}{(b-a)} \quad si\ a \le x \le b$$

$$f(x) = 0$$ Fuera del intervalo (a,b)

Distribución normalizada a la unidad

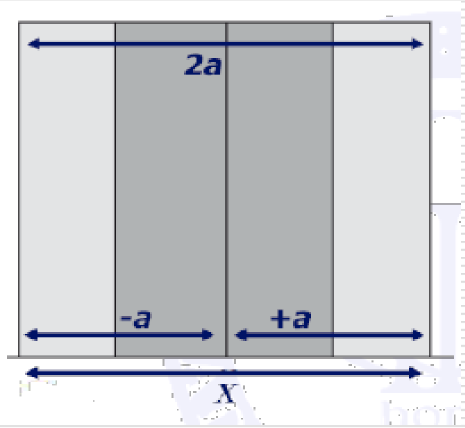
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) = \int_{a}^{b} f(x) = 1$$

Valor esperado de la distribución uniforme

$$\mu = \frac{a+b}{2}$$

Desviación estándar de la distribución

$$\sigma = \frac{(b-a)}{\sqrt{12}}$$

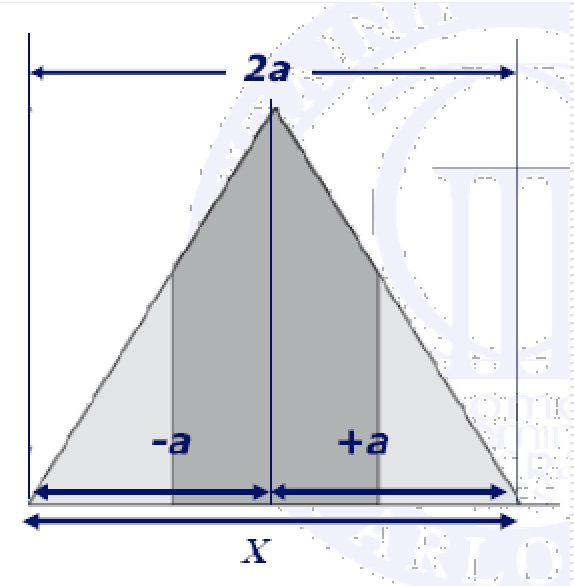


R = (b-a) = resolución del aparato de medida = 2 $\varepsilon_{instrum}$

$$u_{B,resolucion} = \frac{R}{\sqrt{12}} = \frac{\varepsilon_{instrum}}{\sqrt{3}}$$

$u_{B,resolucion}$ es la incertidumbre tipo B debido a la resolución del aparato de medida

Distribución Triangular

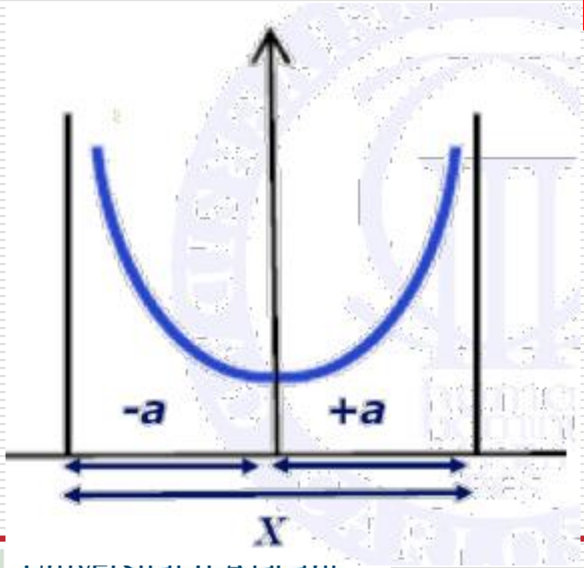


$$\mu = 0$$

$$\sigma = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

a = semiintervalo de la distribución

Distribución Tipo U



$$\mu = 0$$

$$\sigma = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Realización de un experimento

Se efectúan múltiples lecturas mediante un instrumento con incertidumbre experimental $u_{instrum}$ y observamos fluctuaciones al azar

$$u_A = \sigma(\bar{x})$$

$$u_B(resolucion) = \frac{\text{resolución experimental}}{\sqrt{12}}$$

Incertidumbre típica combinada tipo A y B

$$u_{comb}{}^2 = u_A{}^2 + u_B{}^2\,(resolucion) + u_B{}^2\,(calibracion) + \ \ldots$$

$$x = \bar{x} \pm u_{comb}$$

Se pude definir la incertidumbre expandida : $\mathbf{U} = k u_{comb}$

k = factor de cobertura (2-3), elegido en función del nivel de confianza requerido
k=2 para un nivel de confianza del 95%

Resumen del proceso de obtener la incertidumbre de una medida

1. **Para magnitudes X estimadas a partir de N observaciones repetidas e independientes x_i. Valor de la magnitud** $x = \bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$

Incertidumbre (tipo A) $u_A(x) = \sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{\frac{1}{(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$

2. **Para magnitudes no estimadas a partir de observaciones repetidas (error tipo B).**

Resolución experimental: distribución rectangular: $\boldsymbol{u_B(x)} = \frac{\boldsymbol{Resolucion\ aparato}}{\sqrt{\mathbf{12}}}$

3. **Incertidumbre típica combinada** $u_c{}^2 = u_A{}^2 + u_{B,1}{}^2_{resolucion} + u_{B,2}{}^2_{calibracion} + \ldots$

4. Indicar el resultado de la medición en la forma $X = \bar{x} \pm u_c$ indicando las unidades.

5. Expandir la incertidumbre combinada multiplicándola por un factor de cobertura K, según el nivel de confianza requerido, dando lugar a la incertidumbre expandida U

$\mathbf{U} = \boldsymbol{k u_{comb}}$

Ejemplo:
Obtener la densidad de una solución de NaCl al 2% utilizando la masa y el volumen como variables.
Se utilizó un picnómetro de 10 ml de volumen y una balanza analítica de 4 cifras decimales.
El certificado de calibración de la balanza informa de una incertidumbre expandida de 2.10^{-5} g con un factor de cobertura de 2.
El certificado de calibración del picnómetro informa una incertidumbre expandida de $1.3.10^{-4}$ ml con un factor de cobertura k=2 al 95 % de confianza.

1. **Definir el mensurando.**
2. **Identificar las fuentes de incertidumbre.**
3. **Cuantificar las fuentes de incertidumbre.**
4. **Combinar las incertidumbres típicas o estándar: Incertidumbre combinada.**

Obtener la densidad de una solución de NaCl al 2% utilizando la masa y el volumen como variables. Se utilizó un picnómetro de 10 ml de volumen y una balanza analítica de 4 cifras decimales. El certificado de calibración de la balanza informa de una incertidumbre expandida de 2.10^{-5} g con un factor de cobertura de 2. El certificado de calibración del picnómetro informa una incertidumbre expandida de $1.3.10^{-4}$ ml con un factor de cobertura k=2 al 95 % de confianza.

Replica	Peso del picnómetro vacío	Peso del picnómetro + la solución	Masa de la solución de NaCL al 2 %.
1	30,5432	40,5534	10,0102
2	30,5431	40,5538	10,0107
3	30,5433	40,5536	10,0103
Promedio			**10,0104**
Desviación estándar			**0,0003**

Replica	Peso del picnómetro vacío en g.	Peso del picnómetro + agua en g.	Masa del agua en gramos	Volumen del picnómetro en mL
1	30,5432	40,5526	10,0094	10,0264
2	30,5431	40,5529	10,0098	10,0268
3	30,5433	40,5528	10,0095	10,0265
Promedio				**10,0266**
Desviación estándar				**0,00021**