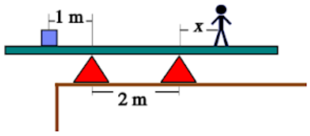
1). La viga de la figura tiene un peso de 300N y una longitud de 6 m. Se encuentra apoyada en dos soportes, separados entre sí 2 m, de manera que el centro de la viga está justo en el punto medio entre los dos soportes. Un paquete de peso 300 N se encuentra situado 1 m a la izquierda del soporte de la izquierda. Una chica, de peso 600N, intenta recoger la caja sin correr riesgos. Para ello, se sube a la viga a una distancia $x = 1$ m a la derecha del soporte de la derecha, con la intención de hacer volcar la viga y conseguir que el paquete deslice hacia sus manos.

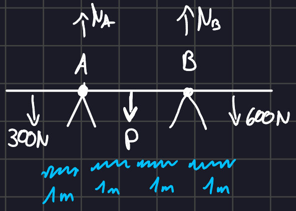
a) Demuestra que la chica no alcanza su objetivo y el sistema permanece en equilibrio. **(1 pto)**

b) ¿Cuál es el mínimo valor que tiene que tener x para que la chica consiga volcar la viga? **(1 pto)**



a) Si hay equilibrio $\longrightarrow \sum M = 0 \quad \sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \iff N_A + N_B = 300 + 600 + 300 = 1200N$

P torque en B. $\sum M = 0 \iff 600x + 2N_A = P + 3 \cdot 300 \overset{x=1}{\iff} N_A = 300N$ $\Big\} \iff N_B = 900N$



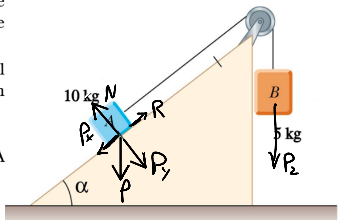
b) La viga empezará a girar en el momento en el que $N_A = 0N$, $N_B = 1200N$ es decir,

$600x = P + 3 \cdot 300 \iff x = 2m$ para $x > 2$ la viga girará.

2). El cuerpo A, que está atado por una cuerda inextensible y sin masa al cuerpo B, se encuentra sobre un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal, tal que sin $\alpha = 3/5$ y cos $\alpha = 4/5$. El coeficiente de rozamiento estático entre el cuerpo A y la superficie en que se apoya es $\mu_e = 0{,}6$ y el coeficiente de rozamiento dinámico es $\mu_d = 0{,}5$.

a) Analiza las condiciones del movimiento y encuentra la aceleración del cuerpo A. **(2 ptos)**

b) ¿Qué sería diferente si el cuerpo A tuviera una masa de 20 kg? **(0,5 ptos)**



$P = 10g \quad P_y = P\cos\alpha = 8gN \quad P_x = P\sin\alpha = 6gN$

$\mu_e = 0'6 \quad \mu_d = 0'5 \quad P_2 = 5gN \quad N = P_y = 8gN$

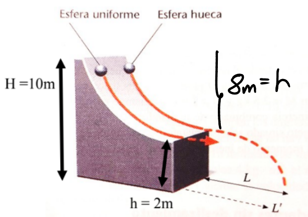
Vemos que $P_x > P_2$ por lo que establecemos la dirección de un posible movimiento hacia la izquierda, a falta de comprobar que la fuerza de rozamiento no impide dicho movimiento.

a) $\sum F_x = P_x - R_e - P_2 = 6g - \mu_e N - 5g = 6g - 0'6 \cdot 8g - 5g = -3'8g \longrightarrow$ Esto nos indica que el peso no llega a superar a F_{ROZ}

Si $A = 20kg \iff P = 20g \quad P_y = 16gN \quad P_x = 12gN \quad N = P_y = 16gN$

b) $\sum F_x = P_x - R_e - P_2 = 12g - \mu_e N - 5g = 12g - 0'6 \cdot 16g - 5g = -2'6g \longrightarrow$ Tampoco habría movimiento.

3). Una esfera hueca y otra sólida (y uniforme) de la misma masa m y del mismo radio R ruedan sin deslizar por el tobogán que muestra la figura. Al salir de la rampa ambas esferas llevan velocidad solamente en la dirección horizontal.



a) ¿Con qué velocidad llega cada una de las esferas al final de la rampa? **(1 pto)**

b) ¿Qué distancia L recorre cada una de esferas? **(0,25 ptos)**

c) ¿Qué ocurriría si no hubiera rozamiento? Da un resultado cuantitativo. **(1 pto)**

Datos: $I_{hueca} = 2/3\ MR^2$, $I_{maciza} = 2/5\ MR^2$, $g = 10\ m/s^2$

Rodadura pura $\iff v = \omega r$

$E_M = K + K_{ROT} + U \iff E_M = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 + gmh$

$\Delta E_M = 0 \iff E_M - E_{M_0} = 0 \iff K - K_0 + K_{rot} - K_{rot_0} + U - U_0 = 0 \iff$

$\iff K + K_{rot} - U_0 = 0 \iff \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\frac{v^2}{r^2} = gmh \iff$

$v^2\left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{2r^2}I\right) = gmh \iff v = \sqrt{\dfrac{2gmh}{m + \frac{I}{r^2}}}$

a) $V_{hueca} = \sqrt{\dfrac{2gmh}{m + \frac{\frac{2}{3}mr^2}{r^2}}} = \sqrt{\dfrac{2gh}{1 + \frac{2}{3}}} = \sqrt{\dfrac{16g}{\frac{5}{3}}} = \sqrt{9'6g} = 9'8 m/s \quad V_{maciza} = \sqrt{\dfrac{2gmh}{m + \frac{\frac{2}{5}mr^2}{r^2}}} = \sqrt{\dfrac{2gh}{1 + \frac{2}{5}}} = \sqrt{\dfrac{16g}{\frac{7}{5}}} = \sqrt{\frac{80}{7}g} = 10'69 m/s$

- MRUA – eje Y

$\begin{cases} y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ v_y(t) = v_0 + at \end{cases} \longrightarrow 0 = 2 - 5t^2 \iff t = 0'63 \quad (\cancel{-0'63})$

- MRU – eje x

$x(t) = x_0 + v_x t \longrightarrow$ b) $\begin{cases} L_{hueca} = 9'8 \cdot 0'63 = 6'17m \\ L_{maciza} = 10'69 \cdot 0'63 = 6'73m \end{cases}$

c) Sin rozamiento

$V_{maciza} = V_{hueca} = \sqrt{2gh} = \sqrt{16g} = 12'65 m/s$

$L = 12'65 \cdot 0'63 = 7'97m$

4) Una partícula de masa m = 2 kg se mueve bajo la acción de un potencial unidimensional de la forma $U(x) = x^2 - 2x$.

a) Dibuja la forma del potencial en el dominio comprendido [-3,3]. **(0,25 ptos)**

b) Escribe la expresión de la fuerza y calcula los puntos de equilibrio. ¿Qué tipo de equilibrio se da en cada uno de ellos? **(0,25 ptos)**

c) Escribe la expresión matemática de la energía de la partícula en función de x y v. **(0,25 ptos)**

d) Describe someramente qué tipos de movimiento son posibles en este potencial. **(0,5 ptos)**

e) Describe cómo varía la velocidad y cómo es el movimiento de la partícula si comienza el movimiento en x = 1 con una energía total de 4 J. **(0,5 ptos)**

f) ¿Y si la energía total inicial fuera -1 J? **(0,25 ptos)**

$$F(x) = -\frac{dU}{dx} = -2x + 2$$

$F(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ punto de equilibrio

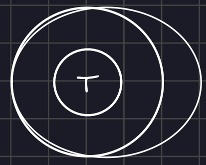
$\frac{d^2U}{dx^2} = -2 < 0$ al evaluar en $x=1 \Rightarrow$ mínimo

Un satélite artificial describe una órbita circular en torno a la Tierra a una altura R sobre la superficie terrestre, donde R es el radio de la Tierra.

a) Se quiere que el satélite pase a describir una órbita elíptica en la que el apogeo se encuentre a una altura 2R sobre la superficie terrestre. Para ello, los motores del satélite cambian la velocidad del mismo. ¿En qué factor tenemos que modificar su velocidad? **(1 pto)**

b) Una vez el satélite se encuentra en la nueva órbita, se quiere que pase a una órbita circular de radio 3R. ¿Dónde habría que encender de nuevo los motores y en qué factor sería necesario modificar la velocidad? **(1 pto)**

Considera que la masa de la Tierra y la constante de gravitación universal son datos.



$$F_c = F_g \iff \frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \iff v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\iff v_0 = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$$

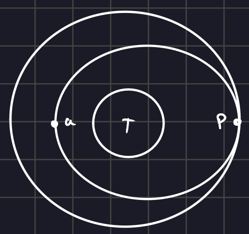
$$2a = r_p + r_a = 2R + 3R = 5R$$

$$E_M = \frac{GMm}{2a} = K + U = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{2R} \iff$$

$$\iff \frac{-GM}{5R} = \frac{1}{2}v_1^2 - \frac{GM}{2R} \iff v_1 = \sqrt{2\frac{GM}{R}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)} \iff v_1 = \sqrt{\frac{3}{5}\frac{GM}{R}}$$

$$\frac{v_0}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{2R}}}{\sqrt{\frac{3}{5}\frac{GM}{R}}} \iff \frac{v_0^2}{v_1^2} = \frac{\frac{GM}{2R}}{\frac{3GM}{5R}} = \frac{5GMR}{6GMR} = \frac{5}{6} \iff \frac{v_0}{v_1} = \sqrt{\frac{5}{6}}$$

$$\iff v_1 = \sqrt{\frac{6}{5}}\, v_0$$



Habría