Ejercicio 1.1 En cada uno de los siguientes casos

a) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -1 < x < 1, -1 < y < 1\}$.

b) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x^2 + y^2 < 4\}$.

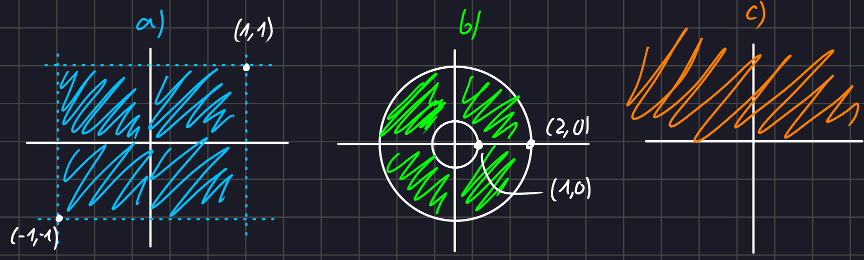
c) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$.

se pide:

i) Determinar la frontera del conjunto A.

ii) Probar que el conjunto A es abierto

iii) Dado $X_0 \in A$, determinar un valor $r > 0$ tal que $B_r(X_0) \subset A$.



i) a) $fr(A) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = \pm 1, -1 < x < 1\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = \pm 1, -1 < y < 1\}$

b) $fr(A) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}$

c) $fr(A) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = 0\}$

ii) a) $A \cap fr(A) = \emptyset \implies A$ es abierto

b) $A \cap fr(A) = \emptyset \implies A$ es abierto

c) $A \cap fr(A) = \emptyset \implies A$ es abierto

iii) $X_0 = (x_0, y_0) \in A \in \mathbb{R}^2$

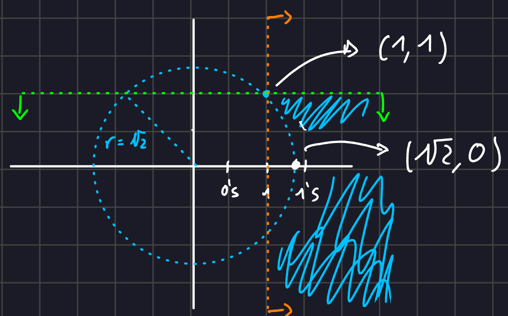
$B_r(X_0) \subset A$

2.2 d) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 2, x \geq 1, y \leq 1\}$

se pide:

i) Representar el conjunto A de $\mathbb{R}^2$.

ii) Indicar si A es abierto, cerrado, acotado, compacto y convexo.



¿Es A abierto, es A cerrado?

Calculo $Fr(A) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = 1, x \geq 1\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 2, y \geq |1|\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = 1, y \leq 1\}$

Calculo $A \cap Fr(A) = Fr(A) \implies A$ no es abierto ya que $A \cap Fr(A) \neq \emptyset$

$\implies A$ es cerrado ya que $A \cap Fr(A) = Fr(A)$

¿Es A acotado, es A compacto?

A no está acotado $\iff$ no es compacto

¿Es A convexo? No, $a = (1,1)$ y $b = (\sqrt{2}, 0) \in A$ pero $\overline{ab} \notin A$