



Electromagnetismo II

31 de mayo de 2019

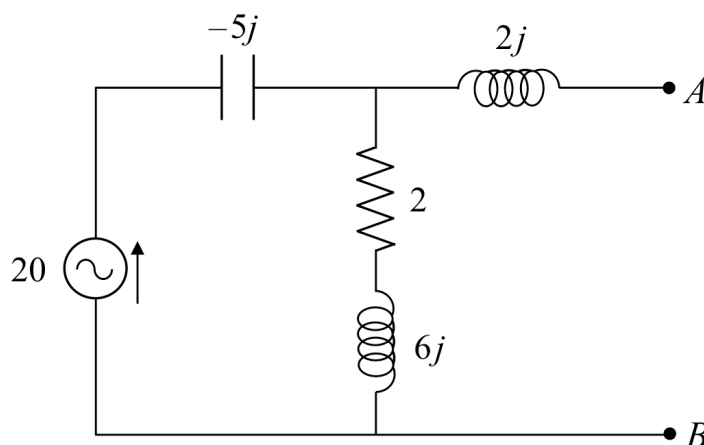
- 1.- Teorema de Poynting para el campo electromagnético con partículas cargadas en forma diferencial y en forma integral. Magnitudes que intervienen. Significado físico. ¿Cómo se expresa este teorema en función del tensor energía-impulso simétrico del campo electromagnético? **(0.75 puntos)**
- 2.- Analogías y diferencias entre las ondas electromagnéticas planas que se propagan en un medio dieléctrico y en un conductor, considerando éstos como medios ilimitados. **(0.75 puntos)**
- 3.- Ecuaciones de movimiento de una partícula cargada en un campo electromagnético en forma covariante. Tensor campo electromagnético. Invariantes del campo electromagnético. Algunas consecuencias inmediatas de que estas magnitudes se mantengan iguales en cualquier sistema de referencia. **(0.75 puntos)**
- 4.- Campos eléctrico y magnético creados por una carga en movimiento arbitrario: características generales, como son sus dependencias, como son entre ellos y cual es su comportamiento a grandes distancias. ¿Cuánto valen los invariantes del campo electromagnético a grandes distancias? Razonar la respuesta. **(0.75 puntos)**
- 5.- Invariancia gauge y conservación de la carga. **(0.75 puntos)**

- 6.- Dado el circuito de la figura:

(a) Determinar el circuito equivalente de Thevenin respecto a los terminales A y B .

(b) Se conecta una impedancia $\bar{Z} = R + jX$ entre los terminales A y B del circuito equivalente obtenido en el apartado (a), de modo que en el circuito resultante hay resonancia y la potencia reactiva de la impedancia \bar{Z} vale 16 VAR. Determinar R , X y la corriente que circula por el circuito resultante.

(1.5 puntos)



- 7.- La conductividad del agua de mar para una onda electromagnética plana de muy baja frecuencia (100 Hz) es alrededor de $4.3 (\Omega \text{ m})^{-1}$. Suponiendo que $\mu = \mu_0$ y $\varepsilon \approx 80\varepsilon_0$, determinar:
 - (a) Si el agua de mar se comporta como un buen o como un mal conductor a esa frecuencia.
 - (b) La profundidad de penetración en el agua de mar de una onda a esa frecuencia.
 - (c) La profundidad a la cual la intensidad de la onda electromagnética vale un 10% de su valor inicial.
 - (d) El ángulo de desfase entre los campos eléctrico y magnético de la onda electromagnética.**(1.5 puntos)**

8.- Una varilla delgada de longitud L tiene carga q distribuida uniformemente con densidad lineal de carga λ . La varilla se encuentra en el eje x y se mueve con velocidad constante v a lo largo de dicho eje x , sentido positivo, de modo que en el instante $t = 0$ la parte de atrás de la varilla pasa por el origen de coordenadas. Determinar:

(a) Los potenciales retardados creados por la varilla en el origen de coordenadas en función del tiempo, para $t > 0$. [Determinar primero los tiempos retardados de los extremos de la varilla y después las correspondientes posiciones retardadas.] ¿Cuáles son las expresiones de estos potenciales cuando la varilla se aproxima a una carga puntual? [En este caso los potenciales coinciden con las expresiones de Liénard-Wiechert.]

(c) Los potenciales en el sistema de referencia de la varilla en reposo aplicando las transformaciones de Lorentz a los potenciales del apartado (a). Expresarlos en función de las coordenadas y las magnitudes de la varilla (densidad lineal de carga y longitud) del sistema de referencia de la varilla en reposo. ¿Cuánto valen los potenciales cuando la varilla se aproxima a una carga puntual? [En este caso los potenciales coinciden con los estáticos.] **(1.5 puntos)**

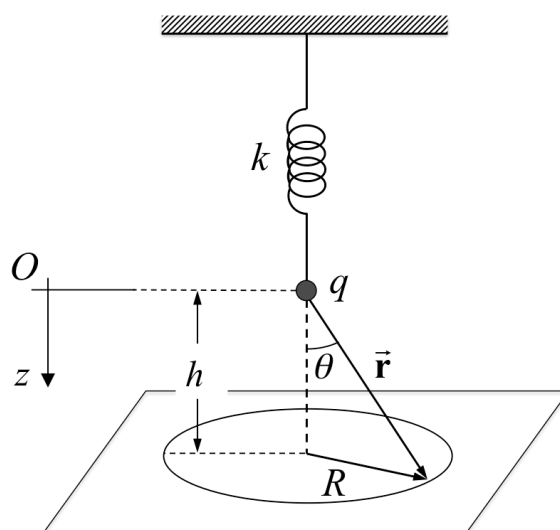
9.- Una partícula de masa m y carga q está unida a un resorte de constante elástica k que cuelga del techo. En el equilibrio la carga se encuentra a una altura h sobre el suelo. En el instante $t = 0$ la carga se separa una distancia d por debajo de su posición de equilibrio y se suelta. Se desprecian los efectos de reacción de radiación de amortiguamiento del oscilador.

(a) Determinar la amplitud p_0 la frecuencia angular ω y momento dipolar $\vec{p}(t)$ del dipolo eléctrico oscilante.

(b) Teniendo en cuenta el valor medio del vector de Poynting para un dipolo eléctrico oscilante cuando $d \ll \lambda \ll h$:

$$\langle \vec{S} \rangle = \left(\frac{\mu_0 \langle |\ddot{\vec{p}}(t)|^2 \rangle}{16\pi^2 c} \right) \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \hat{n} \quad \hat{n} = \frac{\vec{r}}{r}$$

calcular la intensidad de la radiación que incide sobre el suelo, I_s , en función de la distancia R medida desde el punto situado directamente debajo de q . [I_s es la energía promedio por unidad de área sobre el suelo, $I_s da = \langle \vec{S} \rangle \cdot d\vec{a}$, con da el diferencial de superficie del suelo y $d\vec{a}$ su vector superficie]. Expresar el resultado en función de R y h . ¿Para qué valor de R la radiación es más intensa?



(c) Si el suelo es infinito, determinar la energía promedio por unidad de tiempo que incide sobre todo el suelo, ¿es lo que se esperaría? ¿cuál sería la potencia total radiada por la carga?

(d) Debido a la pérdida de energía en forma de radiación, la amplitud de las oscilaciones decrecerá gradualmente. ¿Cuál es el valor del tiempo τ en que la amplitud se ha reducido en un factor d/e ? (suponer que la fracción de energía perdida por ciclo es muy pequeña).

● Expresión de la función beta y valor de la función gamma para números naturales:

$$B(m, n) = \int_0^1 \frac{t^{m-1}}{(1+t)^{m+n}} dt = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)} \quad \Gamma(n+1) = n! \text{ para } n = 0, 1, 2, \dots$$

(1.75 puntos)