Práctica 1

Métodos Numéricos y Computación

Introducción a Python

Ejercicio 1 *Construye una matriz cuadrada de orden 5, A, de números enteros aleatorios comprendidos entre -4 y 8. Determina su rango, su traspuesta y su inversa. Calcula A^2 y observa la diferencia entre array y matriz.*

Ejercicio 2 *Construye un vector b de cinco números enteros aleatorios comprendidos entre 2 y 6. Resuelve el sistema $Ax = b$ donde A es la matriz del ejercicio anterior.*

Ejercicio 3 *Construye la matriz B que se obtiene a partir de la matriz A del primer ejercicio cambiando la última fila por la suma de las cuatro anteriores. Comprueba que B no es invertible.*

Ejercicio 4 *Extrae las dos últimas filas de la matriz del primer ejercicio. Obtén la diagonal. Obtén los vectores paralelos a la diagonal por abajo y por arriba y distantes de ella una unidad.*

Ejercicio 5 *Construye la función $e^{-3x}\sin x$. Halla su representación gráfica en el intervalo $[-1, 0]$, construyendo previamente un vector de 100 puntos en dicho intervalo y evaluando la función en dichos puntos.*

Ejercicio 6 *Dibuja en una misma gráfica las funciones $\sin(x)$, $\sin^2(x)$, $\cos(x)$, $\cos^2(x)$ en el intervalo $[-2, 2]$.*

Ejercicio 7 *Dibuja las funciones del apartado anterior en una misma hoja pero en gráficas diferentes (comando `subplot`). Cambia el color de las líneas y dibuja algunas mediante puntos aislados.*

Ejercicio 8 *Representa la función de dos variables:*

$$z = x^2 \sin(xy) + e^{-(x^2+y^2)},$$

definida en el rectángulo $[-1, 2] \times [-2, 3]$. Selecciona 20 puntos igualmente espaciados en el primer intervalo y otros 20 en el segundo, para realizar la representación.

Ejercicio 9 *Integra la función $e^{x^3}\sin(x^2)$ en el intervalo $[-2, 1]$ y dibuja el área calculada mediante esta integral.*

Ejercicio 10 *Construye una función que devuelva una lista con los n primeros números de la sucesión de Fibonacci. Evalúa la función en $n = 1$ y $n = 20$.*

Ejercicio 11 *Modifica la función del apartado anterior para que devuelva todos los números de la sucesión de Fibonacci menores o iguales que n. Utilízala para calcular todos los términos menores que 1000.*

Usando la librería `numpy` (`np`) podemos definir los polinomios como el array de sus coeficientes en **orden o potencias decrecientes**. Por ejemplo, el polinomio $1 + 2x + 3x^2$ se puede construir como `P = np.array([3,2,1])`.

Las raíces del polinomio se pueden obtener con `np.roots(P)` y se puede evaluar dicho polinomio con `np.polyval(P,x0)` (x_0 puede ser un valor único o un array).

Las operaciones más usuales con dos polinomios `P` y `Q` son `np.polyadd(P,Q)`, `np.polysub(P,Q)`, `np.polymul(P,Q)` y `np.polydiv(P,Q)`.

Si deseamos construir un polinomio a partir de sus raíces (almacenadas en el array `r`) se puede cargar la librería `numpy.polynomial.polynomial` (como `npp`) y usar `npp.polyfromroots(r)`. Hemos de tener en cuenta que devolverá el polinomio mónico cuyas raíces son las anteriores en términos de sus coeficientes en **potencias crecientes** y, por tanto, habrá que invertir el orden para trabajar con las funciones mencionadas anteriormente.

Ejercicio 12 *Define el array P formado por los valores $\{1, -1, 3, 2, 5\}$. Compila las instrucciones `np.polyval(P,1)` y `np.polyval(P,0)`. ¿Qué has obtenido? Representa por medio de un array el polinomio $2 + x - 0{,}25x^2 + x^4$ y evalúalo en los puntos $x = 1$ y $x = -2$.*

Ejercicio 13 *Define el polinomio P cuyas raíces son $\{1, -1, 3\}$ y $Q(x) = 2 - 3x + x^3$. Obtén la suma $P(x) + Q(x)$, la diferencia $P(x) - Q(x)$ y el producto $P(x)Q(x)$.*