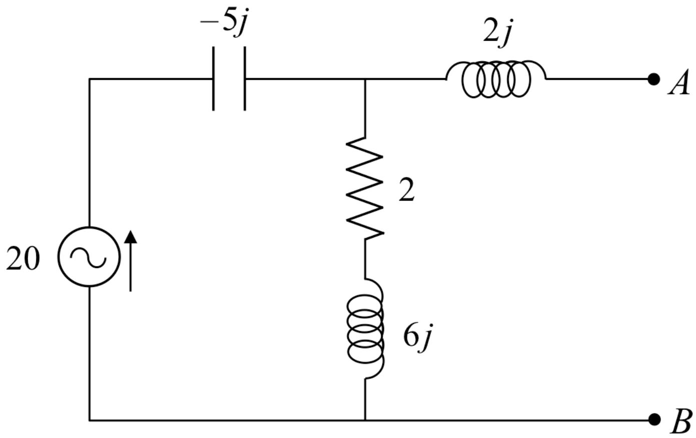
Dado el circuito de la figura:



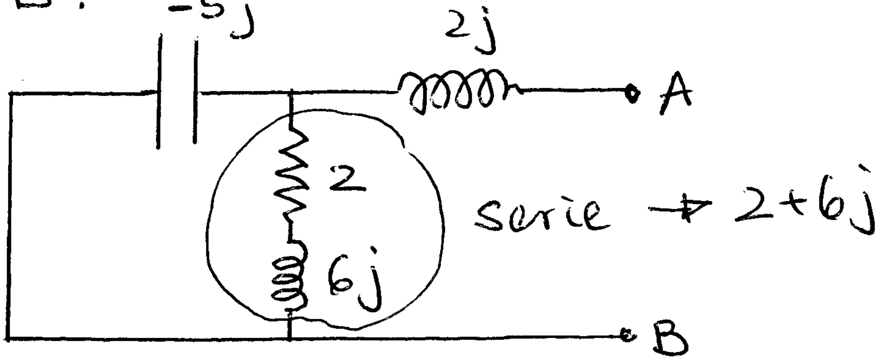
(a) Determinar el circuito equivalente de Thevenin respecto a los terminales A y B.

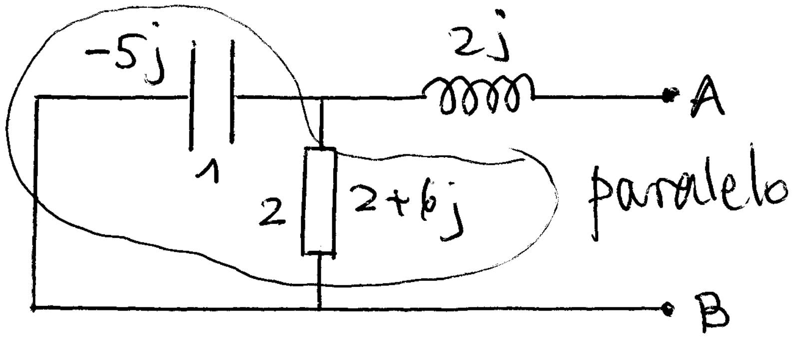
(b) Se conecta una impedancia $\overline{Z} = R + jX$ entre los terminales A y B del circuito equivalente obtenido en el apartado (a), de modo que en el circuito resultante hay resonancia y la potencia reactiva de la impedancia $\overline{Z}$ vale 16 VAR. Determinar R, X y la corriente que circula por el circuito resultante.

(c) Si entre los puntos A y B se coloca un condensador de reactancia capacitiva $-8j$, determinar las corrientes que circulan por cada rama utilizando el método de las corrientes de malla.

(a) Equivalente de thevenin

Suprimimos todos los generadores para determinar la impedancia equivalente ($\overline{Z}_{th}$) entre los terminales A y B:

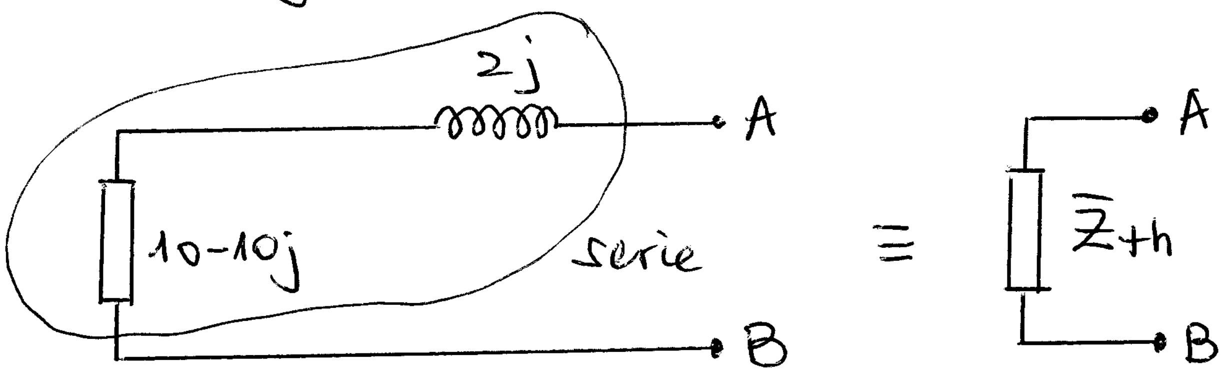




$$\frac{1}{\overline{Z}_{12}} = \frac{1}{-5j} + \frac{1}{2+6j} = \frac{2+6j-5j}{-10j+30} = \frac{2+j}{30-10j}$$

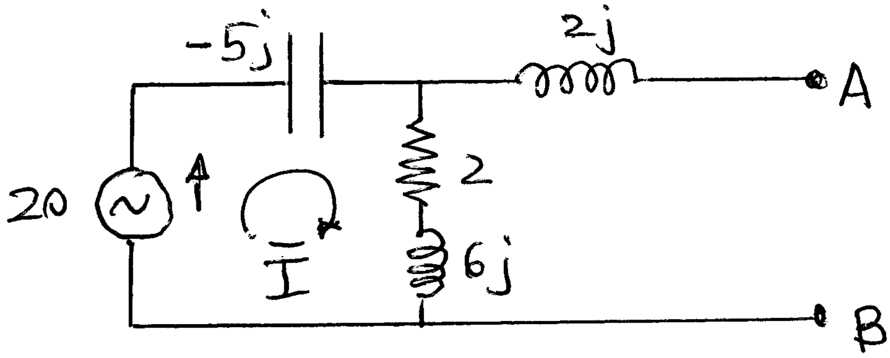
$$\overline{Z}_{12} = \frac{30-10j}{2+j} = \frac{(30-10j)(2-j)}{2^2+1^2} = \frac{60-30j-20j-10}{5} =$$

$$= \frac{50-50j}{5} = 10-10j$$



$$\overline{Z}_{th} = 10-10j+2j = 10-8j \rightarrow \boxed{\overline{Z}_{th} = 10-8j}$$

Calculamos ahora la tensión de Thevenin:



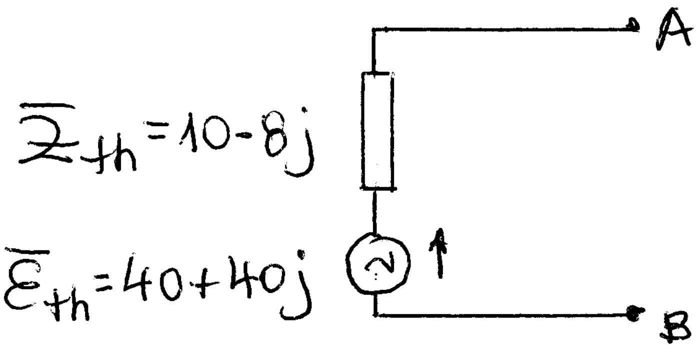
$$\overline{I} = \frac{20}{2+6j-5j} = \frac{20}{2+j} = \frac{20(2-j)}{2^2+1^2} = \frac{40-20j}{5} =$$

$$= 8-4j$$

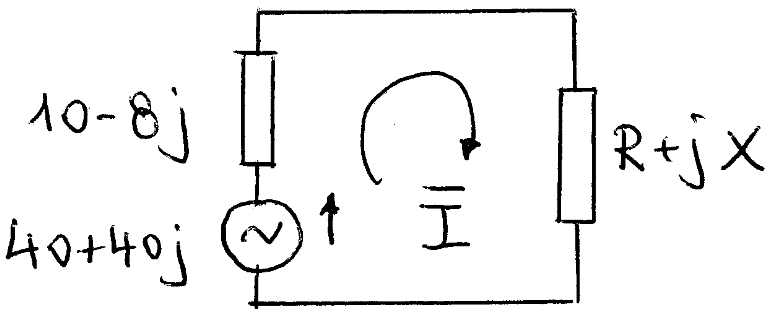
$$\overline{V}_A - \overline{V}_B = 20-(-5j)\overline{I} = 20-(-5j)(8-4j) =$$

$$= 20+40j+20 = 40+40j$$

Flecha del generador de B hacia A:



(b) Conectamos en serie la impedancia $\overline{Z} = R + jX$:



Si el circuito está en resonancia, al ser una única malla (circuito RLC serie) tendrá que ser la reactancia de la impedancia equivalente igual a cero:

$$\overline{Z}_{eq} = 10 - 8j + R + jX = (10+R) + j(X-8)$$

$$\overline{Z}_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} \rightarrow \text{resonancia} \Rightarrow X_{eq} = 0$$

luego:

$$X - 8 = 0 \rightarrow \underline{\underline{X = 8\ \Omega}}$$

La potencia reactiva de la impedancia $\overline{Z}$ vale 16 VAR. La potencia compleja se puede escribir de las siguientes formas:

$$\overline{S} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{potencia activa}}}{P} + j\underset{\substack{\uparrow \\ \text{potencia reactiva}}}{Q}$$

$$\overline{S} = \overline{V}\cdot\overline{I}^* \underset{\substack{\uparrow \\ \overline{V}=\overline{I}\cdot\overline{Z}}}{=} \overline{Z}\,\overline{I}\,\overline{I}^* = \overline{Z} I_e^2 \underset{\substack{\uparrow \\ \overline{Z}=R+jX}}{=}$$

$$= (R+jX) I_e^2 = \underbrace{R I_e^2}_{P} + j \underbrace{X I_e^2}_{Q}$$

luego:

$$\left.\begin{array}{l} Q = X I_e^2 \\ Q = 16\ \text{VAR} \\ X = 8\ \Omega \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} X I_e^2 = 16 \rightarrow 8 I_e^2 = 16 \\ I_e^2 = 2 \rightarrow \underline{\underline{I_e = \sqrt{2}\ \text{A}}} \end{array}$$

Si resolvemos el circuito teniendo en cuenta que $X = 8\ \Omega$:

$$\overline{I} = \frac{40+40j}{10-8j+R+jX} \underset{\substack{\uparrow \\ X=8}}{=} \frac{40+40j}{10+R}$$

$$I_e^2 = \bar{I}\,\bar{I}^* = \frac{(40+40j)(40-40j)}{(10+R)^2} =$$

$$= \frac{1600+1600}{(10+R)^2} = \frac{3200}{(10+R)^2} = 2$$

$$3200 = 2(10+R)^2 \rightarrow 1600 = (10+R)^2$$

$$\sqrt{1600} = 10+R \rightarrow 40 = 10+R \rightarrow \underline{\underline{R = 30\,\Omega}}$$

Luego:

$$\bar{I} = \frac{40+40j}{10+30} = \frac{40+40j}{40} = 1+j$$

de donde:

$$\boxed{\bar{Z} = 30+8j} \quad \boxed{\bar{I} = 1+j}$$

Como hay resonancia la $\bar{I}$ y la $\bar{V}$ están en fase.

$$I_e^2 = \overline{I}\,\overline{I}^* = \frac{(40+40j)(40-40j)}{(10+R)^2} =$$

$$= \frac{1600+1600}{(10+R)^2} = \frac{3200}{(10+R)^2} = 2$$

$$3200 = 2(10+R)^2 \rightarrow 1600 = (10+R)^2$$

$$\sqrt{1600} = 10+R \rightarrow 40 = 10+R \rightarrow \underline{\underline{R = 30\,\Omega}}$$

Luego:

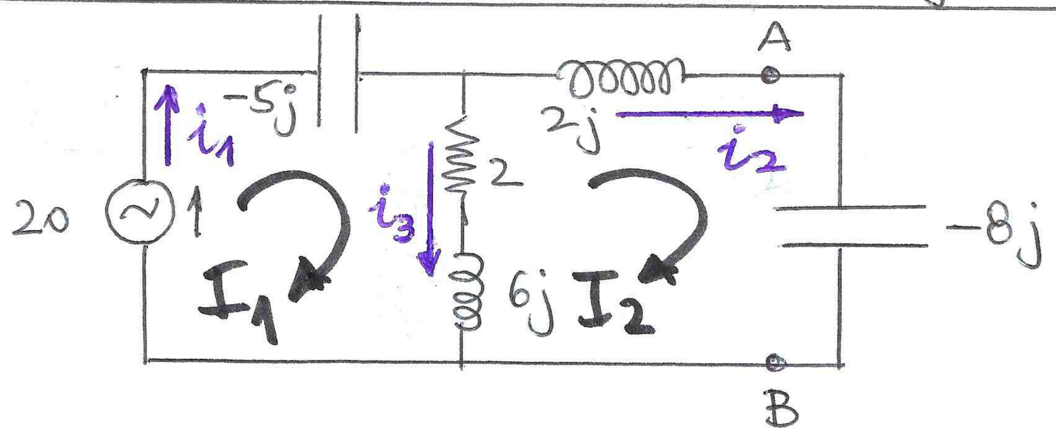
$$\overline{I} = \frac{40+40j}{10+30} = \frac{40+40j}{40} = 1+j$$

de donde:

$$\boxed{\overline{Z} = 30+8j} \quad \boxed{\overline{I} = 1+j}$$

Como hay resonancia la $\overline{I}$ y la $\overline{V}$ están en fase.

(c) Situamos un condensador con $X_c = -8j$ en e A y B:



Aplicamos el método de las corrientes de malla.
Tenemos dos mallas $\longrightarrow$ corrientes $\overline{I}_1, \overline{I}_2$

$$\left.\begin{aligned} (2-5j+6j)\overline{I}_1 - (2+6j)\overline{I}_2 &= 20 \\ -(2+6j)\overline{I}_1 + (2+6j-8j+2j) &= 0 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} (2+j)\overline{I}_1 - (2+6j)\overline{I}_2 &= 20 \\ -(2+6j)\, I_1 + (2)\overline{I}_2 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2+j & -(2+6j) \\ -(2+6j) & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= (2+j)2 - (2+6j)^2 = 36-22j$$

$$\overline{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} 20 & -(2+6j) \\ 0 & 2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{40}{36-22j} = \frac{72}{89} + \frac{44}{89}j$$

$$\overline{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2+j & 20 \\ -(2+6j) & 0 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{40+120j}{36-22j} = -\frac{60}{89} + \frac{260j}{89}$$

Entonces:

$$\left.\begin{aligned} \overline{I}_1 &= \frac{27}{89} + \frac{44}{89}j \text{ A} \\ \overline{I}_2 &= -\frac{60}{89} + \frac{260}{89}j \text{ A} \end{aligned}\right\} \text{corrientes de malla}$$

Corrientes de rama:

$$\bar{i}_1 = \bar{I}_1 = \frac{72}{89} + \frac{44}{89} j \text{ A}$$

$$\bar{i}_2 = \bar{I}_2 = -\frac{60}{89} + \frac{260}{89} j \text{ A}$$

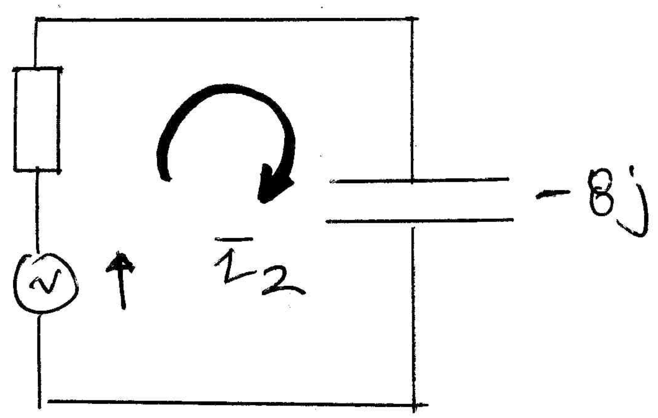
$$\bar{i}_3 = \bar{I}_1 - \bar{I}_2 = \frac{72}{89} + \frac{44}{89} j + \frac{60}{89} - \frac{260}{89} j =$$

$$= \frac{132}{89} - \frac{216}{89} j \text{ A}$$

Podemos comprobar que se obtiene $\bar{i}_2$ usando el equivalente de Thevenin del apartado (a):

$$\bar{Z}_{th} = 10 - 8j$$

$$\bar{\mathcal{E}}_{th} = 40 + 40j$$



$$\bar{I}_2 = \frac{40+40j}{10-8j-8j} = \frac{40+40j}{10-16j} = -\frac{60}{89} + \frac{260}{89} j \text{ A}$$