E2 DETERMINACIÓ DE LA CÀRREGA ESPECÍFICA DE L'ELECTRÓ

OBJECTIUS

Descriure la interacció entre càrregues elèctriques en moviment i camps magnètics creats per bobines.

Determinar la relació càrrega/massa de l'electró analitzant-ne la trajectòria en un camp magnètic després de ser accelerat per un camp elèctric.

MATERIAL

Tub de raigs catòdics, que consta d'un canó d'electrons dins d'una càmera amb gas a baixa pressió, filament emissor d'electrons, elèctrodes, font d'alimentació per al canó d'electrons de voltatge alt (~300 V), bobines de Helmholtz, font d'alimentació per a les bobines de voltatge baix (~20 V), amperímetre, voltímetre, calaix per a atenuar la llum ambient, cables de connexió, regla, peu de rei.

FONAMENT TEÒRIC

La relació entre la càrrega i la massa d'un electró, anomenada càrrega específica, e/m, pot obtenir-se a partir de les desviacions que pateix un feix d'electrons sotmès a l'acció de camps elèctrics i magnètics. En aquesta pràctica analitzarem la trajectòria que segueix un feix d'electrons en travessar una regió de l'espai on estan localitzats un camp magnètic i un camp elèctric.

El descobriment del caràcter corpuscular de la càrrega elèctrica el va realitzar, l'any 1897, el físic anglès J. J. Thomson experimentant amb un tub de buit, que contenia una petita quantitat de gas, i on va col·locar dues làmines metàl·liques situades una davant l'altra (càtode i ànode) i va aplicar una tensió elèctrica entre aquestes. Thomson va comprovar que del càtode eixien uns raigs a gran velocitat (raigs catòdics) que travessaven l'ànode, i si en aquest es feia un forat, es produïa un petit centelleig en arribar a una pantalla fluorescent. Sotmetent els raigs catòdics a camps elèctrics i magnètics va comprovar que es comportaven de la mateixa manera independentment del gas que es col·locara en el tub, i va demostrar que estaven formats per partícules carregades, a les quals va batejar amb el nom d'electrons, i va poder determinar-ne la relació càrrega-massa. El descobriment dels electrons li va valdre el premi Nobel el 1906 i va constituir una fita en la història i el desenvolupament de la Física.

Per a realitzar aquest experiment utilitzarem un tub de raigs catòdics compost per un canó d'electrons dins d'una butllofa transparent amb gas a baixa pressió. Aquest canó emet electrons que poden ser accelerats i col·limats i que interaccionen amb els àtoms del gas de la butllofa formant ions que, en recombinar-se, emeten llum en l'espectre visible, i d'aquest manera es manifesta la trajectòria dels electrons. Tot aquest conjunt es col·loca en el centre de dos rodets de Helmholtz que proporcionen un camp magnètic uniforme perpendicular al feix d'electrons fent que descriguen òrbites circulars. En l'interior de la butllofa hi ha unes marques fosforescents que permeten conèixer el radi de la circumferència formada pel feix d'electrons en aquest camp magnètic.

Prof. Isabel Abril

Seguidament estudiarem el fonament teòric del nostre dispositiu experimental amb el qual pretenem determinar la càrrega específica de l'electró.

En primer lloc, necessitem generar un feix d'electrons. Dins del tub de raigs catòdics, on s'ha realitzat parcialment el buit, es troba el canó d'electrons constituït per un filament que, en calfar-se, emet electrons per efecte termoiònic, ja que l'acció de la calor fa que els electrons de les capes externes dels àtoms d'un conductor puguen adquirir suficient energia cinètica per a escapar del material. Un símil d'aquest procés seria l'evaporació de les molècules d'un líquid en calfar-se. Aquest filament actua de càtode (negatiu) i davant d'aquest se situa una placa metàl·lica, a la qual s'aplica un potencial positiu i que actua com a ànode (positiu). Entre els dos elèctrodes, i prop del càtode, es col·loca un tercer elèctrode o reixeta que serveix per a controlar el pas d'electrons cap a l'ànode. L'ànode té un petit orifici que permet al feix d'electrons entrar en la butllofa de cristall de forma col·limada.

Quan entre els dos elèctrodes apliquem una diferència de potencial ΔU (potencial o voltatge accelerador), es genera un camp elèctric \vec{E} . Els electrons, com que són partícules carregades, s'acceleren en la presència de camps elèctrics, i per la segona llei de Newton, i per la relació existent entre la força elèctrica \vec{F}_e i el camp elèctric \vec{E} , per a una partícula amb càrrega q i massa m es verifica la relació:

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} \tag{1}$$

Si considerem que els electrons emesos pel filament parteixen del repòs, al final de la regió de camp elèctric els electrons tindran una certa velocitat. L'energia cinètica E_c guanyada per l'electró serà igual a l'energia potencial elèctrica subministrada

$$E_c = E_{\text{p,elec}} = |e|\Delta U \tag{2}$$

en què |e| és el mòdul de la càrrega de l'electró.

Si considerem que el moviment dels electrons és no relativista, l'energia cinètica està donada per:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \tag{3}$$

en què m és la massa en repòs de l'electró, i v la seua velocitat. A partir de les equacions (2) i (3) es pot calcular la velocitat de l'electró en funció del potencial d'acceleració ΔU :

$$v = \sqrt{\frac{2|e|\Delta U}{m}} \tag{4}$$

Com hem comentat anteriorment, els elèctrodes d'acceleració en el canó d'electrons disposen d'unes obertures que permeten que els electrons no impacten en la placa de potencial positiu, i continuen el seu camí amb la mateixa energia cinètica. D'aquesta manera, els electrons accelerats ingressen enfocats en una nova regió de l'espai on ja no hi ha camp elèctric sinó que existeix un camp magnètic \vec{B} creat per les bobines de Helmholtz.

Per a conèixer el moviment d'un electró en un camp magnètic, hem de considerar que quan un electró de càrrega -|e| es mou amb una velocitat \vec{v} en un camp magnètic d'intensitat \vec{B} experimenta una força magnètica o de Lorentz donada per:

$$\vec{F}_m = -|e|(\vec{v} \times \vec{B}) \tag{5}$$

La força magnètica té direcció perpendicular al pla que formen \vec{v} i \vec{B} , de manera que corba la trajectòria de l'electró. En la nostra situació experimental, les bobines de Helmholtz creen un camp magnètic constant i perpendicular a la velocitat de l'electró, la qual cosa donarà lloc al fet que aquest es moga en una trajectòria circular, tal com representa la figura 1. Per a veure la direcció i el sentit de la força magnètica s'ha d'aplicar la regla de la mà dreta.

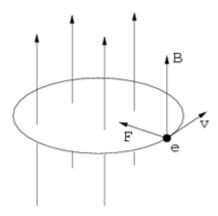


Figura 1. Esquema de la força magnètica de Lorentz sobre un electró que es mou en un camp magnètic

Si considerem que $d\vec{\ell}$ és l'element diferencial de longitud al llarg de la trajectòria de l'electró, el treball dW realitzat per la força magnètica sobre l'electró serà

$$dW = \vec{F}_m \cdot d\vec{\ell} = 0 \tag{6}$$

ja que la força magnètica \vec{F}_m i $d\vec{\ell}$ són perpendiculars. Això significa que l'electró no guanya energia cinètica del camp magnètic. El camp magnètic només canvia la direcció del moviment de l'electró, mentre que el mòdul de la velocitat roman constant.

En el nostre dispositiu experimental es genera un camp magnètic uniforme mitjançant les bobines de Helmhotlz. Aquest camp magnètic \vec{B} és perpendicular a la velocitat dels electrons, i això fa que l'electró es moga en una òrbita circular de ràdio r al voltant de les línies de camp magnètic i que experimente una força centrípeta \vec{F}_c . Si tenim en compte que qui obliga l'electró a moure's en la trajectòria circular és el camp magnètic, això implica que la força centrípeta és igual a la força magnètica:

$$\vec{F}_m = \vec{F}_c \quad \Rightarrow \quad |e|vB = m\frac{v^2}{r} \tag{7}$$

Tenint en compte l'ec (4), podem obtenir una relació entre la càrrega i la massa de l'electró |e|/m en funció dels valors del potencial accelerador ΔU entre els elèctrodes, del valor del camp magnètic B i del radi de la trajectòria que realitza l'electró, r:

$$\frac{|e|}{m} = \frac{2\Delta U}{R^2 r^2} \tag{8}$$

Aquesta expressió ens permet obtenir la càrrega específica de l'electró coneixent el voltatge d'acceleració, el camp magnètic que produeixen les bobines de Helmhotlz i el radi de la trajectòria que realitzen els electrons.

A continuació calcularem el camp magnètic que produeixen les bobines de Helmholtz. Consisteixen en dues bobines de N espires circulars de radi R separades per una distància igual al seu radi (vegeu la figura 2) i recorregudes per un corrent I (en el mateix sentit en les dues espires), això dona lloc a un camp magnètic que en el centre de les espires és pràcticament constant.



Figura 2. Bobines de Helmholtz

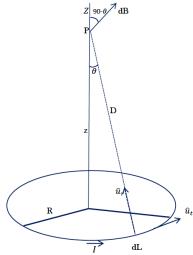


Figura 3. Espira per la qual circula un corrent estacionari

El camp magnètic induït en un cert punt de l'espai per una espira per la qual circula un corrent estacionari I ve donada per la llei de Biot i Savart, obtinguda l'any 1820 per Jean-Baptiste Biot i Félix Savart. Considerem una petita porció $d\vec{L}$ d'una espira circular de radi R per la qual circula un corrent estacionari I (vegeu la figura 3), i volem calcular el camp magnètic creat en un punt P de l'eix de l'espira a una distància z del seu centre. D és la distància entre l'element de corrent $d\vec{L}$ i el punt P. El camp magnètic $d\vec{B}$ creat per aquest element de corrent $d\vec{L}$ en el punt P està donat per

$$d\vec{B}_{\rm espira} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\hat{\mathbf{u}}_t \times \hat{\mathbf{u}}_r}{D^2} dL \tag{9}$$

en què $\hat{\mathbf{u}}_t$ és un vector unitari la direcció del qual és tangent al circuit i que ens indica el sentit del corrent en la posició en la qual es troba l'element dL; $\hat{\mathbf{u}}_r$ és un vector unitari que assenyala la posició del punt P respecte de l'element de corrent; μ_0 és la permeabilitat, el valor de la qual és $\frac{\mu_0}{4\pi}=10^{-7}$ Tm/A. El camp magnètic $d\vec{B}_{\rm espira}$ té una direcció que és perpendicular al pla format per l'element de corrent i el punt P, i el seu sentit resulta d'aplicar la regla del llevataps al producte vectorial $\hat{\mathbf{u}}_t \times \hat{\mathbf{u}}_r$. Segons es pot observar en la figura 3, els vectors

unitaris $\hat{\mathbf{u}}_t$ i $\hat{\mathbf{u}}_r$ formen un angle de 90°, això dona lloc al fet que el vector camp magnètic $d\vec{B}_{\mathrm{espira}}$ tinga dos components: un al llarg de l'eix de l'espira, $dB_{\mathrm{espira}}\cos(90-\theta)$, i un altre perpendicular a l'eix de l'espira, $dB_{\mathrm{espira}}\sec(90-\theta)$. Per simetria, els components perpendiculars a l'eix creats per elements diametralment oposats s'anul·len entre si. Per tant, el camp magnètic resultant està dirigit al llarg de l'eix z i pot ser calculat mitjançant una integració senzilla, ja que D i θ són constants:

$$B_{\text{espira}} = \int dB_{\text{espira}} \cos(90 - \theta) = \frac{\mu_0 I}{4\pi D^2} \sin\theta \oint dL = \frac{\mu_0 I}{4\pi D^2} 2\pi R \sin\theta = \frac{\mu_0 I R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}}$$
(10)

El camp magnètic creat per una bobina formada per N espires serà:

$$B_{bobina} = NB_{\text{espira}} = N \frac{\mu_0 I R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}}$$
 (11)

El camp magnètic total generat per les bobines de Helmholtz serà la suma de la contribució de cada bobina, i es pot obtenir a partir de l'ec (11). Si assignem al pla de moviment dels electrons com a z=0, es pot demostrar que el component del camp magnètic entre les bobines és no nul, i està donat per:

$$B \cong B(z=0) = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 NI}{R} \tag{12}$$

Si combinem l'equació (8) amb l'ec (12), tindrem que la càrrega específica de l'electró es pot escriure de la manera següent:

$$\frac{|e|}{m} = \left(\frac{5}{4}\right)^3 \frac{2R^2 \Delta U}{\mu_0^2 N^2 r^2 I^2} \tag{13}$$

en funció de variables que coneixem del dispositiu experimental, com el radi R i el nombre d'espires N de les bobines de Helmholtz, i de les variables que podem mesurar en el nostre experiment com el voltatge d'acceleració ΔU , la intensitat de corrent I que circula per les bobines i el radi r que descriuen els electrons.

METODOLOGIA

El dispositiu experimental consta d'un tub de raigs catòdics dins d'una esfera o butllofa de vidre amb gas a baixa pressió (0.1 Pa). Dins hi ha un canó d'electrons (o tub electrònic) constituït per un filament emissor d'electrons, per efecte termoiònic, que actua com a càtode, una placa metàl·lica que actua com a ànode i una reixeta, o segon elèctrode, col·locada prop del càtode i que controla el pas d'electrons cap a l'ànode.

En la part inferior del sòcol redó del tub electrònic hi ha dos terminals que connecten amb el filament emissor d'electrons, el qual s'ha de connectar a la font d'alimentació de corrent altern de 6.3 V, que es troba en el dispositiu anomenat "font d'alimentació canó d'electrons", tal com es pot observar en la figura 4.

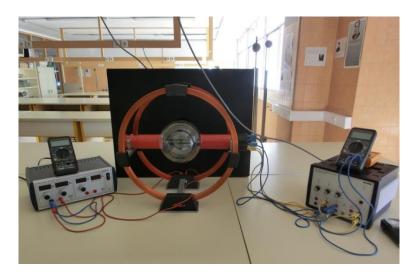


Figura 4. Dispositiu experimental

Els dos elèctrodes per a accelerar els electrons en el tub electrònic tenen els terminals de càtode, reixeta i ànode en la part superior del sòcol redó. L'ànode corresponent a la indicació +250 V s'ha de connectar a la part positiva + de la font d'alimentació de corrent continu 0—300 V, mentre que el càtode (indicació -50 V en el sòcol) ha d'anar connectat a la part — (negativa) de la font d'alimentació de corrent continu 0-50 V. La reixeta (amb indicació 0 en el sòcol) s'ha de connectar al pol negatiu de la font d'alimentació de 0-300 V. Per a obtenir que els elèctrodes es troben a un potencial + i -, és necessari fer una connexió entre el pol positiu de la font 0-50 V amb el pol negatiu de la font 0-300 V. En la figura 5 es presenta l'esquema del circuit elèctric que s'ha de realitzar i que cal entendre abans de realitzar qualsevol connexió.

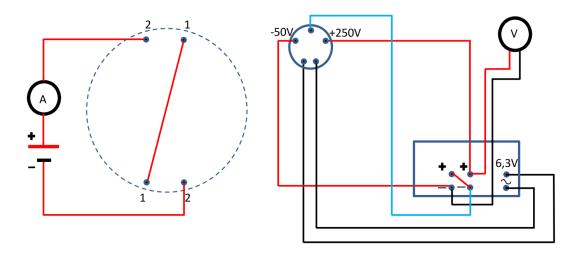


Figura 5. Esquema del circuit que s'ha de realitzar en el dispositiu experimental

Per a poder mesurar la tensió ΔU acceleradora dels electrons, hem de col·locar el voltímetre en paral·lel amb la font d'alimentació 0-300 V. Variant lentament els potenciòmetres de les fonts d'alimentació de 0-300 V i 0-50 V ens permetrà modificar el potencial entre els elèctrodes del canó d'electrons.

Les bobines de Helmholtz estan formades per dos solenoides de 154 espires cadascuna (14 capes amb 11 espires per capa), la resistència de cada bobina és de $2.1~\Omega$ i el corrent màxim que poden suportar és de 3~A. Mesura

diverses vegades el diàmetre de les bobines, com també el gruix d'aquestes amb la finalitat d'obtenir-ne el radi mitjà *R*.

CURA DE NO SOBREPASSAR AQUEST CORRENT MÀXIM DE 3 A EN LES BOBINES

La font d'alimentació per a subministrar corrent continu (DC) a les bobines s'anomena "font alimentació bobines" i es pot variar modificant la posició dels cursors. S'ha d'utilitzar un voltatge entre 100-115 V. L'amperímetre s'utilitzarà per a mesurar el corrent que circula per les bobines i s'ha de connectar en sèrie; com que la intensitat de corrent és molt alta (de l'ordre dels amperes), s'ha d'utilitzar en l'amperímetre els borns "COM" i "A" (groc) del multímetre, i la corresponent escala en groc en el selector de corrent continu, així la mesura que es registra està en amperes. S'ha de comprovar que les bobines de Helmholtz s'han connectat en sèrie, això es fa mesurant la resistència total mitjançant l'ohmímetre del multímetre.

NO CONNECTEU LES FONTS D'ALIMENTACIÓ A LA XARXA FINS QUE EL CIRCUIT HAJA SIGUT REVISAT PER UN/A PROFESSOR/A

Abans de connectar la font d'alimentació s'ha de comprovar que els potenciòmetres estan posats a zero, així s'evita que el càtode es puga deteriorar durant el calfament inicial en existir una tensió acceleradora. S'ha d'enfosquir l'entorn del tub emissor d'electrons amb el calaix per a atenuar la llum ambient abans de realitzar les mesures. Una vegada transcorreguts un parell de minuts després de la connexió, cal augmentar la tensió en el tub accelerador lentament amb els dos potenciòmetres simultàniament fins a observar la trajectòria del feix d'electrons. El feix d'electrons es fa visible com una tènue llum blava-verdosa o ataronjada (depenent del dispositiu experimental). Seguidament, connecteu el circuit d'alimentació de les bobines de Helmholtz. Si la direcció del camp magnètic, que depèn del sentit de circulació de les bobines, és la correcte (recordeu que la càrrega de l'electró és negativa), s'observarà una trajectòria circular. Variant el camp magnètic de les bobines mitjançant canvis de la intensitat del corrent que hi circula o la velocitat dels electrons mitjançant canvis en la tensió d'acceleració càtode-ànode, es pot ajustar la trajectòria circular dels electrons. A l'interior del tub d'acceleració hi ha marques fosforescents que identifiquen els radis de les trajectòries dels electrons, i que corresponen a 2, 3, 4 i 5 cm, i que prèviament s'han d'il·luminar durant uns segons amb una llanterna.

S'han de realitzar mesures per a cada radi de la trajectòria dels electrons i diferents valors del potencial d'acceleració i de la intensitat de les bobines. Per a un radi de la trajectòria dels electrons determinat, cal obtenir els diferents valors de ΔU i I que donen lloc a aquesta mateixa trajectòria dels electrons.

RESULTATS

Realitzeu una taula amb els valors del potencial d'acceleració i la intensitat que passa per les bobines per als diferents valors del radi de la trajectòria dels electrons.

Feu la representació gràfica adequada que permeta obtenir el valor de la càrrega específica de l'electró a partir del pendent de la recta.

Calculeu l'error comès en la determinació de e/m per a cada cas.

Compareu el valor experimental de la càrrega específica de l'electró que heu obtingut a través d'aquest experiment amb el valor de la bibliografia.

Indiqueu possibles errors comesos en realitzar aquesta pràctica i la possible solució.

Gireu una mica les bobines de Helmholtz, observeu el que passa i per què.

QÜESTIONS

- 1. Comenteu com és la utilitat d'utilitzar les bobines de Helmholtz.
- **2.** Consulteu els valors de la relació càrrega-massa per a les partícules fonamentals més importants. Per què és important aquesta relació per a les partícules atòmiques?
- 3. Definiu les diferents unitats per al camp magnètic i la relació entre aquestes (Tesla, Gauss, Weber/m², Maxwell).
- **4.** Expliqueu com es produeixen els raigs X.