GRADO EN FÍSICA, CURSO 2023-2024

MECÁNICA ESTADÍSTICA

Examen Final

18 de Enero 2024

& Armond

1. (3 puntos) Supongamos un gas ideal clásico de N moléculas de masa m en equilibrio térmico a temperatura T, en un volumen V que cumple la distribución de velocidades de Maxwell. Calcula:

(a) El número medio de moléculas por unidad de volumen con velocidad entre v y v+dv, F(v)dv. ¿Se cumple que v = 0 ¿Y $v^2 = v^2$? Obtén Δv^2 .

(b) Utilizando el cálculo del apartado anterior, obtén el número medio de moléculas por unidad de volumen con energía entre ϵ y $\epsilon+d\epsilon$, $F(\epsilon)d\epsilon$. Si $\tilde{\epsilon}$ es el valor más probable de la energía ¿Se cumple que $\tilde{\epsilon}=\frac{1}{2}m\tilde{v}^2$, donde \tilde{v} es el valor más probable de la velocidad?

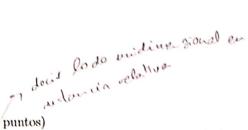
La distribución de Maxwell para el vector velocidad es:

$$f(\vec{v})d\vec{v} = \frac{N}{V} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) d\vec{v}$$

- 2. (2 puntos) Se ha observado que los neutrinos son fermiones que tienen el spin antiparalelo al momento, p. Es decir, para cada valor del momento p hay un único posible valor del spin. Además, supondremos que los neutrinos no tienen masa y por tanto su energía relativista es $\epsilon = |\mathbf{p}|c = pc$. Si el número medio de neutrinos no está fijado, $\mu = 0$, calcula:
 - (a) La densidad de estados $g(\epsilon)$.
 - (b) El número medio de neutrinos por unidad de volumen en función de T.
 - (c) La densidad de energía media en función de T.

Utiliza que:

- $\bullet \int_0^\infty \frac{x^2}{e^x + 1} dx \approx \frac{9}{5},$



3. (3 puntos)

Considera un gas clásico con N partículas de la misma masa m, cuya interacción entre es débil y energía de interacción u(r) depende únicamente de las distancias r entre cada dos pares de átomos.

(a) Demuestra razonadamente que la función de partición se puede aproximar por:

donde

 $Z = \frac{1}{N!} \left(\frac{2\pi m}{h_0^2 \beta} \right)^{3N/2} V^N \left(1 + \frac{N^2}{2} \frac{I(\beta)}{V} \right)$ $I(\beta) = 4\pi \int_0^\infty dr \, r^2 (e^{-\beta u(r)} - 1)^{\frac{1}{2}} \int_0^\infty dr \, r^$

(b) Calcula la energía media del sistema y la presión media para el siguiente potencial de interacción (Sutherland):

207=- 12 80 (T(E)) (62= 12 gn

$$u(r) = \begin{cases} \infty & \text{si } r < r_0 \\ -u_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^s & \text{si } r \ge r_0 \end{cases}$$
 (1)

Interpreta el significado físico de los parámetros r_0 y u_0 en la expresión del potencial de Sutherland, e interpreta tu resultado para la

'r' (d) Discute que sucede en el caso en el que el potencial a grandes distancias sea Coulombiano (s=1).

4. (2 puntos) Considera un gas ideal clásico de Helio (A = 4) a temperatura y presión ambientales (300 K y 1 atm). Si el tamaño típico del átomo (diámetro) es del orden de 0.3 nm y consideramos un modelo de esferas rígidas para el cálculo de la sección eficaz de colisión:

(a) Estima el recorrido libre medio.
(b) Estima la probabilidad de que no se produzca ninguna colisión tras recorrer una distancia de 1 µm. - Sacando T?

(c) Estima el número medio de colisiones por segundo.

Datos: Constante de Boltzmann, $k = 1.38 \times 10^{-23} J/K$, 1 atm $\approx 10^5 \text{ Pa}$, $m_n = 1.66 \times 10^{-24} \text{ kg}.$

la partíale recorre una cierta distancia, uando recorre 1 jun avil es la probe de un colisioner

$$l = \langle v \rangle T$$
 $l = \frac{\Lambda}{\sqrt{2}n_z\sigma_0}$ $\frac{N_A}{N} = M$

2

Con gase, ideales

ハ=答===

NA - minero de moles/atomo y = u moles N - minero de atomos N. NA =