$\{y_1, y_1 z\}$

$z = \int \frac{1}{y_1^2} dx \cdot e^{-\int \text{lo q acompaña a } y \, dx}$

b) $(2x+y)dx + (x+6y)dy = 0$ $P(x,y) = 2x+y$ $Q(x,y) = x+6y$ $\frac{\partial P}{\partial y}(x,y) = 1 = \frac{\partial Q}{\partial x}(x,y) \Rightarrow$ EDO exacta

EXACTA $f(x,y) = \int 2x+y\,dx + g(y) = x^2 + g(y)$ $Q(x,y) = x+6y = \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = g'(y) \Leftrightarrow g'(y) = x+6y \Leftrightarrow g(y) = \int x+6y\,dy = xy + 3y^2 + K$

$f(x,y) = x^2 + xy + 3y^2 = C$

$\frac{\partial}{\partial y}(\mu(x) P(x,y)) = \frac{\partial}{\partial x}(\mu(x) Q(x,y))$

$y_0 = x$ solución particular

$\frac{dy}{dx} = a + by + cy^2 \Rightarrow$ Riccati

HOMOGÉNEA $\begin{cases} y = xu \\ dy = u\,dx + x\,du \end{cases}$

LINEAL Mónica $\mu(x) = e^{\int \text{lo de } y \, dx}$

RICCATI $y' = f(t) + g(t)y + h(t)y^2$

$y_0' = 1$ $y = y_0 + v = x + v$

$y' = 1 + v'$

BERNOUILLI $y' = f(t)y + g(t)y^n$

$ay' + y = y^n$ dividir por a, y^n

$v = y^{1-n}$ $\frac{1}{y^n} y' = \frac{1}{1-n} v'$

REDUCIBLE HOMOGENEA $y' = \frac{ax+by+c}{mx+ny+p}$ se cortan en (x_0, y_0) $t = x - x_0$ $z = y - y_0$ homo

paralelas $z = mx + ny$ vs

$\frac{M_y - N_x}{N} = x$ $\frac{N_x - M_y}{M} = y$ $\frac{N_x - M_y}{xM - yN} = xy$ $\frac{M_y - N_x}{N - M} = x+y$ $\frac{M_y - N_x}{N + M} = x - y$

LAGRANGE / CLAIREAUT

$y = f(y')t + g(y')$ $z = y'$

$\frac{b}{m} = 2\gamma$ $\frac{k}{m} = \omega^2$ $(mg = k\Delta l)$ $mx'' + bx' + kx = f(x)$

Corolario "ROMÁNTICO" 1.38 → (Antiguo Corolario 24)

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Sea } D \subset \mathbb{R}^2,\ (x_0, y_0) \text{ un punto de } D \text{ y } f(x,y) \text{ una función continua en } D \Rightarrow \exists \text{ sol del PVI en} \\ [x_0 - r, x_0 + r] \text{ con } r > 0 \\ \text{Si } \exists \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \text{ y es continua en } (x_0, y_0) \Rightarrow \exists r' : 0 < r' \leq r \text{ donde } \exists! \text{ sol del PVI en } [x_0 - r', x_0 + r']\end{array}}$$

Ejercicio 5. *(1'5 puntos) El movimiento de un sistema masa-resorte con amortiguación está regido por la ecuación diferencial $x''(t) + bx'(t) + 4x(t) = 0$. Se pide:*

1. *Clasificar el movimiento en función de b.*
2. *Resolver la ecuación diferencial en el caso $b = 4$, $x(0) = 1$ y $x'(0) = v_0$.*
3. *Deducir qué velocidad inicial hay que darle a la masa para que pase en algún momento por la posición de equilibrio.*

1. $b > 0 \Leftrightarrow$ Movimiento libre amortiguado $mx'' + bx' + kx = 0$

$b = 0 \Leftrightarrow$ Movimiento libre no amortiguado $m = 1$ $K = 4$

si $b < 4 \Rightarrow$ raíces complejas $\Rightarrow$ sub

Estudiamos en función de b: $\lambda^2 + b\lambda + 4 = 0$ $\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot 4}}{2}$ si $b = 4 \Rightarrow$ críticamente

si $b > 4 \Rightarrow$ sobre

2. $b = 4 \Rightarrow \lambda = -2$ $m_a = 2$ $\Leftrightarrow$ CFS $\{e^{-2t}, te^{-2t}\}$ $x(t) = C_1 e^{-2t} + C_2 te^{-2t} \to x'(t) = -2e^{-2t} + -2C_2 te^{-2t}$

$x(0) = 1 \Leftrightarrow 1 = C_1$ $x'(0) = v_0 \Leftrightarrow v_0 = -2 + -2C_2 \Leftrightarrow C_2 = -(1 + \frac{1}{2} v_0)$

$x(t) = e^{-2t} + (2 + v_0) te^{-2t}$

3. Para $b = 4$ todas las v_0 llegarán 1 vez al equilibrio por ser crit. amortiguado

$\left(\frac{-4x^3}{x^4+1} y - 2x\right)dx - (2 - \log(x^4+1))dy = 0$