Grado en Física

Mecánica Cuántica I

Problemas

Tema 1: Introducción

1. La longitud de onda umbral para el potasio es de 558 nm.

   (a) ¿Cuál es la función de trabajo del potasio?

   (b) ¿Cuál es el potencial de frenado cuando incide luz de 400 nm sobre potasio?

2. Una onda electromagnética con longitud de onda de 400 nm e intensidad $10^{-2} W/m^2$ incide sobre potasio. Estima el retardo para la emisión de fotoelectrones que se esperaría según la teoría clásica. Utiliza el valor de la función de trabajo que has obtenido del ejercicio anterior y considera que el radio del átomo es del orden de $10^{-10} m$.

3. La ley de Duane-Hunt, relaciona la longitud de onda mínima de emisión de rayos X con el voltaje aplicado:

$$\lambda_{min} = \frac{1.24 \times 10^3}{V(voltios)} nm \tag{1}$$

   Comprueba que esta ecuación se puede deducir a partir del efecto fotoeléctrico, considerando que es el fenómeno inverso y que la función de trabajo (ϕ) es mucho menor que la energía típica de los electrones en un tubo de rayos X.

4. Considera un electrón con masa m en movimiento circular uniforme con periodo T y radio R alrededor de un protón, cuya masa, unas dos mil veces mayor, consideramos infinita. Tomamos el origen de coordenadas en la posición del protón. Usando la segunda ley de Newton y la ley de Coulomb calcula:

   (a) El radio de la órbita R, en función de la carga y la masa del electrón y del periodo T.

   (b) Calcula las energías cinética K , potencial U y total $E = K + U$ asociadas al electrón, en función de R , la constante de Coulomb, K, la masa y la carga del electrón.

   (c) Calcula el periodo T si el radio de la órbita es $R = 0.5 \times 10^{-10} m$.

5. Demostrar que el momento angular del electrón L, está cuantizado a través de la relación $L = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar$ partiendo de la cuantización de la energía cinética media del electrón en una órbita, que es igual a $\frac{1}{2}nhf$, donde f es la frecuencia de rotación, h la constante de Planck y n un número entero.

6. Demuestra que la energía total de un electrón moviéndose en una órbita de radio r alrededor de un núcleo de número atómico Z es igual a:

$$E = \frac{-Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r} \tag{2}$$

7. El μ-muón tiene la misma carga que el electrón pero una masa 207 veces mayor. Utiliza el modelo de Bohr para obtener el radio de un átomo con núcleo de carga Ze alrededor del cual circula un μ-muón, comparado con el radio de un átomo de hidrógeno.

8. Calcula el valor de la constante de Rydberg para el hidrógeno que predice el modelo del átomo de Bohr y compáralo con el valor obtenido empíricamente.

9. Calcula las longitudes de onda para el protón para los potenciales de aceleración $V = 10, 100, 1000, 10000V$.

10. La difracción de neutrones es una técnica de caracterización estructural de cristales. En esta técnica, un haz de neutrones "monocromático" es dispersado por un cristal. Calcula la energía deben tener los neutrones para que su longitud de onda de De Broglie sea comparable a la distancia d entre átomos en un cristal ($d \approx 2.5\mathring{A}$).

11. Calcula la longitud de onda asociada a una partícula de masa en reposo m que se desplaza con energía cinética K en los límites no relativistas ($v << c$) y ultrarrelativista ($v \approx c$).

12. Explica la relación de De Broglie y sus implicaciones. Demuestra que, a través de esta relación, la condición de cuantización del momento angular del átomo de Bohr es equivalente a la existencia de ondas estacionarias. Es decir, relaciona el radio de un estado estacionario del átomo de Bohr con la longitud de onda de De Broglie.

13. El comportamiento colectivo de un gas de partículas pasa a estar gobernado por la mecánica cuántica cuando la longitud de onda de De Broglie es mayor que la distancia entre partículas. Considera un gas de N partículas de masa m , con una densidad $n = N/V$. Suponiendo que su energía promedio viene dada por el teorema de equipartición, $E = kBT$, y que la distancia entre partículas viene dada por $r = (1/n)^{1/3}$, calcula lo siguiente:

    (a) La ecuación que relaciona la temperatura, la densidad, $\hbar$ y m , tal que la longitud de onda de De Broglie es igual que la distancia entre partículas.

(b) Da valores numéricos para esta temperatura de degeneración cuántica en el caso de:

   i. Electrones en cobre. Considera que hay un electrón por cada átomo de cobre, y que la distancia entre átomos es $0.36nm$.

   ii. Átomos de ${}^4He$, a una densidad de $0.125\, kg/cm^3$.

   iii. Átomos de ${}^{87}Ru$, con una densidad de $n = 10^{15}\, cm^{-3}$.