

## **PROBLEMAS TEMA 2: Electrostática en el vacío. Parte B**

### **Multipolos eléctricos**

1. Se colocan cargas puntuales en los vértices de un cubo de lado  $a$ . Las cargas y sus localizaciones son las siguientes:  $-3q$  en  $(0,0,0)$ ;  $-2q$  en  $(a,0,0)$ ;  $-q$  en  $(a,a,0)$ ;  $q$  en  $(0,a,0)$ ;  $2q$  en  $(0,a,a)$ ;  $3q$  en  $(a,a,a)$ ;  $4q$  en  $(a,0,a)$ ;  $5q$  en  $(0,0,a)$ . Encontrar el momento monopolar, el momento dipolar y todas las componentes  $Q_{ij}$  del tensor momento cuadrupolar de esta distribución de carga. Demostrar que se cumple en este caso la relación  $Q_{11}+Q_{22}+Q_{33}=0$ . Si es posible, encontrar un origen de coordenadas diferente, respecto del cual el momento dipolar de la distribución sea nulo.

Resuelto en clase como ejemplo

2. Dos cargas puntuales  $+q$  y  $-q$  se encuentran sobre el eje  $z$  con coordenadas  $(0,0,C)$  y  $(0,0,-C)$  respectivamente. Encontrar el valor exacto del potencial en un punto de coordenadas  $(0,0,Z)$ . ¿Cuán grande deberá ser  $Z$  para que el término dipolar solo difiera en un 1% del potencial exacto?

3. Una distribución de carga está compuesta por cargas puntuales  $2q$ ,  $-q$ ,  $-q$  situadas en los puntos  $(0,b)$ ,  $(-a,0)$  y  $(a,0)$  respectivamente. Evaluar el valor aproximado del potencial cuando se toman solo los tres primeros términos del desarrollo multipolar.

4. Una carga lineal de longitud  $L$  y densidad lineal de carga  $\lambda$ , constante esta sobre el primer cuadrante del plano  $xy$  con uno de sus extremos situado en el origen y forma un ángulo  $\alpha$  con el eje  $OX$ . Encontrar el momento monopolar, el momento dipolar y todas las componentes del tensor momento cuadrupolar.

### **Resolución de la Ecuación de Laplace y Poisson**

1. Determinar, resolviendo la Ecuación de Laplace, el potencial eléctrico y la intensidad del campo eléctrico en los puntos comprendidos entre dos cilindros circulares rectos concéntricos de radios  $r_1=1\text{ mm}$  y  $r_2=20\text{ mm}$ , sabiendo que los potenciales a los que se encuentran ambos cilindros son  $V_1=0$  y  $V_2=150\text{ V}$ , respectivamente.

Resuelto en clase como ejemplo

2. En coordenadas cilíndricas, sean dos planos  $\varphi=0$  y  $\varphi=\pi/6$ , que contienen el eje  $z$ , y que están a potenciales de 0 y 100 voltios respectivamente. Determinar, resolviendo la ecuación de Laplace, el potencial eléctrico y la intensidad del campo eléctrico en los puntos comprendidos entre ambos planos.

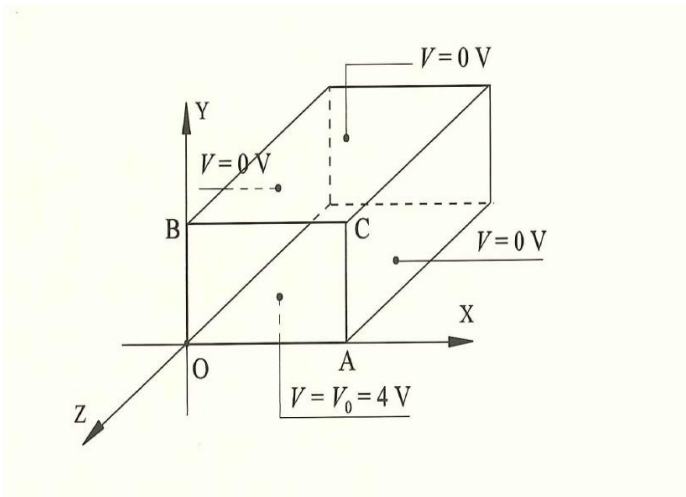
Resuelto en clase como ejemplo

3. Dos superficies esféricas concéntricas de radios 0.1 m y 2 m están a potenciales 0 y 100 respectivamente. Encontrar, resolviendo la ecuación de Laplace, el potencial eléctrico y la intensidad del campo eléctrico en los puntos comprendidos entre ambas superficies esféricas.

Resuelto en clase como ejemplo

4. Determinar, mediante la resolución de la ecuación de Laplace, el potencial en los puntos interiores de un recinto limitado por cuatro conductores planos constituyendo la guía de ondas de la Figura. Los conductores se consideran infinitos según la dirección  $z$ . Los conductores que ocupan la posición de los planos  $x=0$ ,  $x=3$  e  $y=2$ , están a potencial nulo y el que ocupa la posición  $y=0$  está a un potencial de 4 V. Las coordenadas de los vértices de la

sección transversal, perpendicular al eje  $z$ , que tiene forma rectangular, son en unidades del sistema internacional  $O = (0,0)$ ,  $A(3,0)$ ,  $B(0,2)$  y  $C(3,2)$  (ver figura).



5. Sea una esfera de radio  $a$  cargada con densidad de carga uniforme  $\rho$ . Obtener el potencial en todos los puntos del espacio mediante la resolución de la ecuación del Poisson o de Laplace según corresponda. Suponed que en todo el espacio (dentro y fuera de la esfera) hay vacío.