Grado en Física, Curso 2023-2024

Mecánica Estadística

Examen Final

18 de Enero 2024

multiplicar por N?

vamos ¡¡

1. (3 puntos) Supongamos un gas ideal clásico de N moléculas de masa m en equilibrio térmico a temperatura T, en un volumen V que cumple la distribución de velocidades de Maxwell. Calcula:

   (a) El número medio de moléculas por unidad de volumen con velocidad entre v y $v + dv$, $F(v)dv$. ¿Se cumple que $\langle v \rangle = 0$? ¿Y $\langle v^2 \rangle = \langle v \rangle^2$? Obtén $\langle \Delta v^2 \rangle$.

   maxwell de abajo

   (b) Utilizando el cálculo del apartado anterior, obtén el número medio de moléculas por unidad de volumen con energía entre ϵ y $\epsilon + d\epsilon$, $F(\epsilon)d\epsilon$. Si $\tilde{\epsilon}$ es el valor más probable de la energía ¿Se cumple que $\tilde{\epsilon} = \frac{1}{2}m\tilde{v}^2$, donde $\tilde{v}$ es el valor más probable de la velocidad?

La distribución de Maxwell para el vector velocidad es:

$$f(\vec{v})d\vec{v} = \frac{N}{V}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) d\vec{v}$$

2. (2 puntos) Se ha observado que los neutrinos son fermiones que tienen el spin antiparalelo al momento, $\mathbf{p}$. Es decir, para cada valor del momento $\mathbf{p}$ hay un único posible valor del spin. Además, supondremos que los neutrinos no tienen masa y por tanto su energía relativista es $\epsilon = |\mathbf{p}|c = pc$. Si el número medio de neutrinos no está fijado, $\mu = 0$, calcula:

   (a) La densidad de estados $g(\epsilon)$.

   (b) El número medio de neutrinos por unidad de volumen en función de T.

   (c) La densidad de energía media en función de T.

Utiliza que:

- $\int_0^\infty \frac{x^2}{e^x+1}dx \approx \frac{9}{5}$,
- $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x+1}dx = \frac{7\pi^4}{120}$.

→ decir lado unidimensional en distancia relativa

3. (3 puntos)
Considera un gas clásico con N partículas de la misma masa m, cuya interacción entre es débil y energía de interacción $u(r)$ depende únicamente de las distancias r entre cada dos pares de átomos.

(a) Demuestra razonadamente que la función de partición se puede aproximar por:

$$Z = \frac{1}{N!}\left(\frac{2\pi m}{h_0^2\beta}\right)^{3N/2} V^N \left(1 + \frac{N^2}{2}\frac{I(\beta)}{V}\right)$$

donde

$$I(\beta) = 4\pi \int_0^\infty dr\, r^2 (e^{-\beta u(r)} - 1).$$

→ u buscate las fucking cuentas que esto lo tienes que sacar

(b) Calcula la energía media del sistema y la presión media para el siguiente potencial de interacción (Sutherland):

$\langle E \rangle =$

$\langle U \rangle = -\frac{k}{\beta}\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{I(\beta)}{V}\right)$

$$u(r) = \begin{cases} \infty & \text{si } r < r_0 \\ -u_0\left(\frac{r_0}{r}\right)^s & \text{si } r \geq r_0 \end{cases} \quad (1)$$

$\langle P \rangle = \frac{1}{\beta}\frac{\partial \ln Z}{\partial V}$

(c) Interpreta el significado físico de los parámetros r_0 y u_0 en la expresión del potencial de Sutherland, e interpreta tu resultado para la presión.

(d) Discute que sucede en el caso en el que el potencial a grandes distancias sea Coulombiano ($s = 1$).

4. (2 puntos) Considera un gas ideal clásico de Helio ($A = 4$) a temperatura y presión ambientales ($300\,K$ y 1 atm). Si el tamaño típico del átomo (diámetro) es del orden de 0.3 nm y consideramos un modelo de esferas rígidas para el cálculo de la sección eficaz de colisión:

uff bien ramino...

(a) Estima el recorrido libre medio.

(b) Estima la probabilidad de que no se produzca ninguna colisión tras recorrer una distancia de $1\,\mu m$. ⟹ sacando τ?

(c) Estima el número medio de colisiones por segundo.

Datos: Constante de Boltzmann, $k = 1.38 \times 10^{-23}\,J/K$, 1 atm $\approx 10^5$ Pa, $m_n = 1.66 \times 10^{-24}$ kg.

la partícula recorre una cierta distancia, cuando recorre $1\mu m$ cuál es la prob. de no colisionar

$\frac{N_A}{N} = n$ ★

$l = \langle v \rangle \tau$ $\quad$ $l = \frac{1}{\sqrt{2}\, n_2 \sigma_0}$

con gases ideales

$n = \frac{N}{V}\cdot\frac{V}{N} = \frac{1}{v}$

$N_A = \frac{R}{K}$ $\quad$ $\frac{N_A}{N} = n$

N_A → número de moles/átomo } = n moles
N → número de átomos

$N \cdot N_A =$