

PROBLEMAS TEMA 5: Magnetostática en el vacío

PARTE A

Cálculo de campo magnético (a partir de la definición)

Los problemas 1 y 2 están resueltos por el libro. El alumno debe estudiarlos por su cuenta

1. Sea un hilo conductor por el que pasa una corriente I . (a) Calcular el campo \mathbf{B} creado por una porción del hilo de longitud finita en cualquier punto del espacio; (b) Particulariza al caso de que el hilo tenga una longitud infinita.
2. Calcula el campo magnético debido a una espira de radio a en los puntos situados en el eje perpendicular a la espira que pasa por su centro.
3. Utilizando el resultado del problema 2, considera ahora que se desea tener una región accesible de espacio con un campo magnético esencialmente uniforme. Esto puede conseguirse colocando una espira de radio a paralela al plano xy en la posición $z = d$ y por la que circula una corriente I , y otra espira igual a la anterior, paralela a esta en $z = 0$ y por la también circula una corriente I en el mismo sentido. (a) Calcular el campo en puntos del eje situados entre ambas espiras. (b) ¿Para qué valor de z se obtiene un campo uniforme dirigido en la dirección Z ? ¿Para ello, es necesario elegir un valor concreto de d , o se cumple para cualquier valor de d ? Nota: Esta forma de conseguir un campo uniforme es la que se utilizaba en una de las prácticas de laboratorio de la asignatura Técnicas Experimentales I, concretamente la de la determinación de la relación carga/masa del electrón, dentro del bloque de electromagnetismo.

Aplicación de la ley de Ampere

4. Sea la inducción magnética \mathbf{B} producida por un hilo de corriente infinitamente largo por el que circula una corriente I . Tomar una trayectoria cerrada conveniente C , en el plano perpendicular al hilo y que no encierre al hilo, para demostrar por integración que el resultado de la integral de línea de \mathbf{B} a lo largo de esta trayectoria es cero.
5. Sean dos conductores cilíndricos coaxiales. Por el conductor interior circula una corriente I en el sentido positivo del eje z y por el exterior una corriente I en sentido contrario al anterior. Calcular el campo \mathbf{B} en todos los puntos del espacio, suponiendo que las corrientes se distribuyen uniformemente sobre sus respectivas secciones. Representa gráficamente el valor del campo en función de la distancia al eje del cilindro.
6. Un determinado campo \mathbf{B} está dado en coordenadas cilíndricas como:
 $\mathbf{B} = 0$ para $0 < \rho < a$
 $\mathbf{B} = (\mu_0 I / 2\pi \rho) [(\rho^2 - a^2) / (b^2 - a^2)] \mathbf{u}_\phi$ para $a < \rho < b$
 $\mathbf{B} = (\mu_0 I / 2\pi \rho) \mathbf{u}_\phi$ para $\rho > b$
Calcular la densidad de corriente \mathbf{J} . ¿Cómo se podría producir un \mathbf{B} de este tipo?

PARTE B

Los problemas 8 y 9 están resueltos por el libro. El alumno debe estudiarlos por su cuenta

Aplicaciones del potencial vector

7. Calcular el potencial vector magnético \mathbf{A} producido por una distribución uniforme de corriente a lo largo de un cilindro de radio a por dos métodos distintos. (a) Conocido el campo \mathbf{B} (obtenido por ejemplo a partir de la ley de Ampere) y utilizando la expresión que lo relaciona con \mathbf{A} ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$). (b) Resolviendo la ecuación de Poisson o de Laplace, para puntos dentro o fuera del cilindro, respectivamente.
8. Determinar el potencial vector \mathbf{A} a partir de su definición integral de un hilo de longitud finita. A partir de él, determina \mathbf{B} utilizando la relación $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. Verifica que obtienes el mismo resultado que en el problema 1.
9. Idem del problema 8 pero considerando dos hilos paralelos por los que circulan corrientes iguales pero en sentido contrario y que están separados una distancia $2a$. Suponed que los hilos son muy largos. Particulariza la expresión de \mathbf{A} al caso en que el eje de coordenadas se escoge de modo que los hilos son paralelos al eje z y descansan sobre el plano xz . La corriente I intersecta el eje Ox en $x = a$ y la corriente $(-I)$ en $x = -a$.
10. Sea una línea coaxial consistente en un conductor cilíndrico de radio a por el que circula una corriente I en un sentido y otro cilindro hueco que envuelve al anterior y cuyos radios interior y exterior son $5a$ y $6a$ respectivamente, por el que circula una corriente I en sentido contrario al del cilindro interior. Entre ambos cilindros hay un material no conductor. Calcular, resolviendo la ecuación de Poisson, y despreciando el efecto de los bordes, el potencial vector magnético \mathbf{A} en puntos situados dentro del conductor exterior, sabiendo que la componente z de \mathbf{A} (A_z) para $\rho = 5a$ es nula, siendo ρ el radio en coordenadas cilíndricas.