Universidad de Alicante

# Efecto del Teorema de la Raqueta de Tenis: Efecto Dzhanibekov

# (Práctica 3)


Estudiante:

Víctor Mira Ramírez

Profesor:

Luis Antón Ruiz

Universidad de Alicante
Facultad de Ciencias: Departamento de Física Aplicada
Mecánica Newtoniana y Relatividad

**Resumen**

# Índice

# 1. Cuestiones propuestas

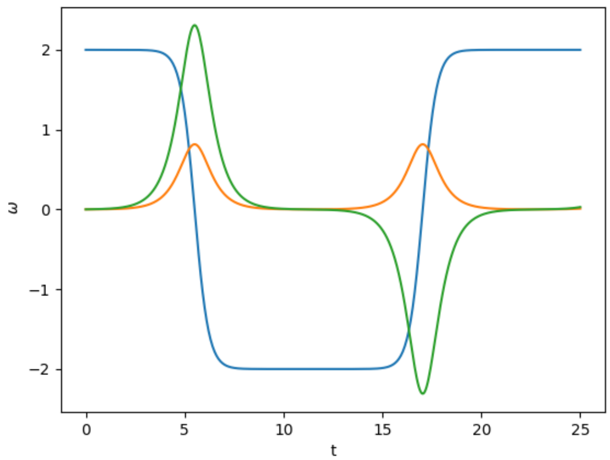
## 1.1. Ejes mayor y menor

**Ejercicio:**

Comprueba en los casos estables si las variaciones de las componentes angulares no principales cumplen el comportamiento armónico predicho. Es decir, que sus oscilaciones tienen una frecuencia angular que para el primer eje será:

$$\omega_{p_1} = \sqrt{\frac{(I_1 - I_2)(I_1 - I_3)}{I_2\ I_3}}\omega_1$$

Vamos a analizar el programa para comprender cómo calcula el periodo. Observamos cómo para dicho cálculo, es programa busca el máximo y el mínimo de la oscilación en el intervalo de tiempo, midiendo el tiempo que tarda entre ambos puntos. Dicho tiempo es la mitad de una oscilación, por lo que basta multiplicar por dos para obtener el periodo.




El programa nos da el valor de esta diferencia multiplicada por dos, pero también podemos calcularlo usando la gáfica y el hecho de que los picos están en $t = 5{,}5s$ y $t = 17$.

$$T_{\text{consola}} = 23{,}046\ s \qquad T_{\text{gráfico}} = (17 - 5{,}5) \cdot 2 = 23\ s$$

Analíticamente, usando la fórmula del enunciado obtenemos que el periodo es

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Longleftrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_{p_1}} \Longleftrightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{(I_1 - I_2)(I_1 - I_3)}{I_2 I_3}}\omega_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{(4-2)(4-1)}{2 \cdot 1}}} \cdot 2\pi = 22{,}79\ s$$

**Ejercicio:**

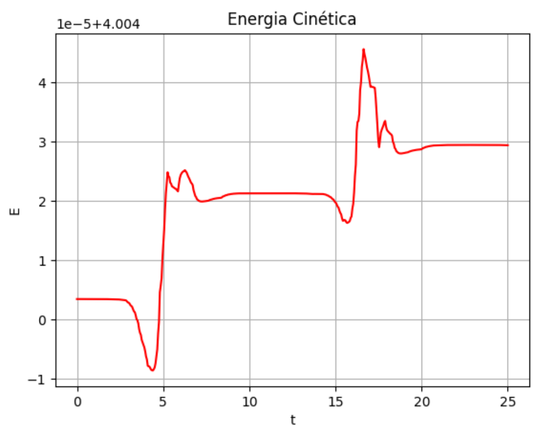
Comprueba que la energía cinética y que el módulo del momento angular se conservan en este caso. *No hace falta comprobar la precesión*

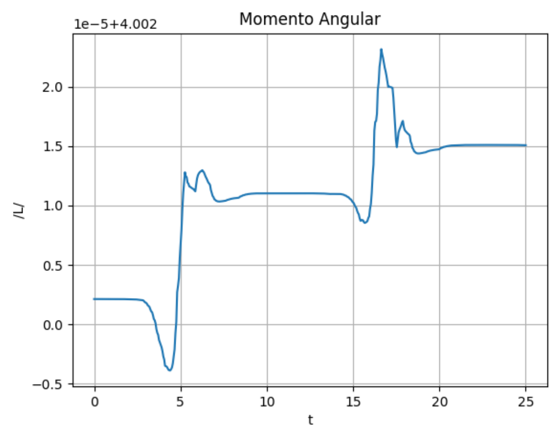
Basta aplicar las ecuaciones:

$$E_k = \frac{1}{2}\left(I_1\omega_1^2 + I_2\omega_2^2 + I_3\omega_3^2\right)$$

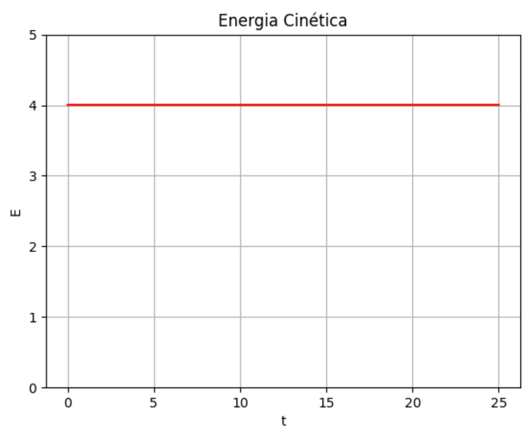
$$L = \sqrt{(I_1\omega_1)^2 + (I_2\omega_2)^2 + (I_3\omega_3)^2}$$

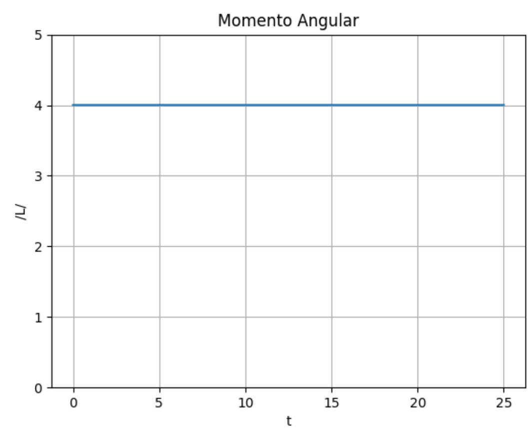
Vemos como tanto la energía cinética como el momento angular se mantienen constantes, pues fijándonos en la escala del gráfico que nos da *matplotlib* vemos que estamos trabajando en el rango de $10^{-5}$, donde la forma de las gráficas se debe al error numérico.




Si nos ponemos la escala en $10^1$ obtenemos las siguientes gráficas mucho más fáciles de leer.




Esta variación es la misma para los ejes 1 y 3.

### 1.2. Eje intermedio

**Ejercicio:**

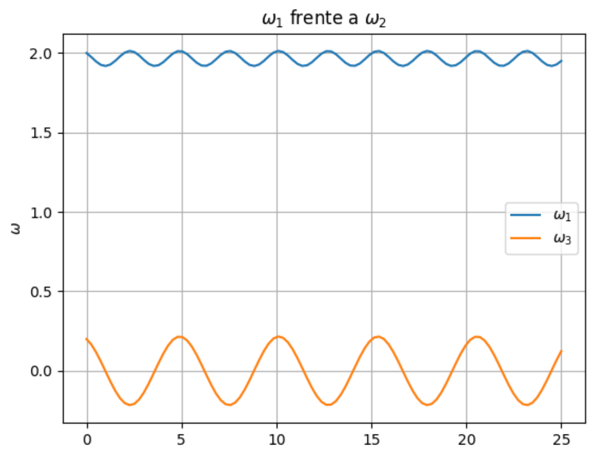
Comprueba en el caso del eje intermedio cuál es el comportamiento de las componentes de las velocidades angulares. ¿Es periódico el proceso o caótico? En el caso que sea periódico intenta estimar el valor del periodo para un caso e intenta ver qué dependencia parece tener con $\omega_2$

**Ejercicio:**

Representa las componentes $\omega_1$ frente a $\omega_3$, ¿Qué se observa?

En la figura de al lado podemos ver como esta vez nos hallamos en el eje intermedio. Además, notamos que el comportamiento de la velocidad angular de tanto $\omega_1$ como de $\omega_2$ es también armónico.

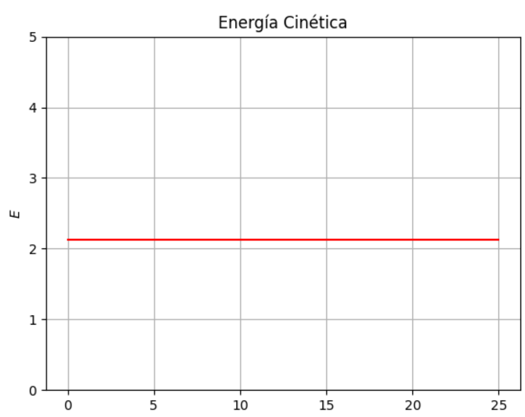
Esta oscilación es regular en el tiempo, lo que sugiere un comportamiento periódico y no caótico. De la gráfica vemos como el periodo es aproximadamente de 5s.

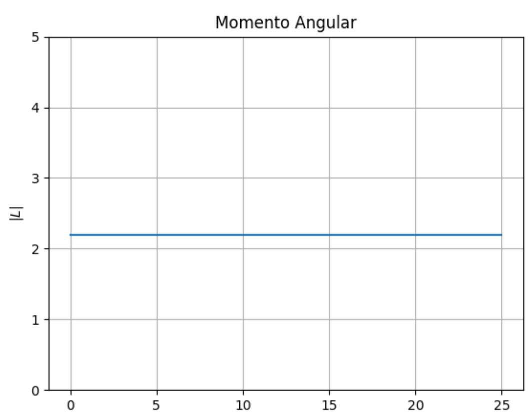



**Ejercicio:**

Comprueba que la energía cinética y que el módulo del momento angular se conservan en el caso del eje intermedio.

De igual manera que en el eje 1 y 3 obtenemos una gráfica que representa la conservación del módulo del momento angular y de la energía cinética en la escala de $10^1$.



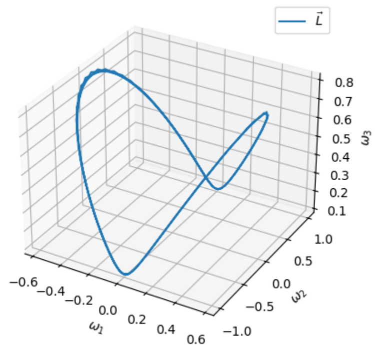
**Ejercicio:**

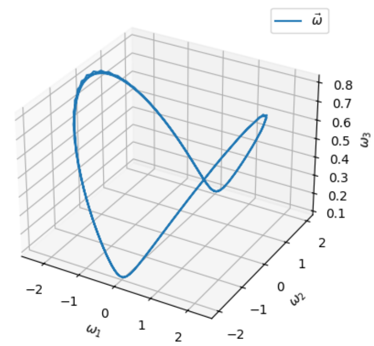
Dibuja la trayectoria del vector velocidad angular $\vec{\omega}$ y $\vec{L}$. *No hace falta estimar el valor del periodo*

Teniendo en cuenta que $\vec{\omega}$ y $\vec{L}$ son proporcionales puesto que el momento angular es un escalar multiplicado por la velocidad angular.

$$\vec{\omega} = (\omega_x \hat{x}, \omega_y \hat{y}, \omega_z \hat{z})$$

$$\vec{L} = \frac{1}{|\vec{L}|}(I_x \omega_x, I_y \omega_y, I_z \omega_z)$$




**Ejercicio:**

Razona: Siempre se ha definido que la Tierra es una esfera achatada por los polos. Por lo que tendría dos ejes de simetría iguales y no se aplicaría el teorema. Pero, si no fuera exactamente así, ¿nos deberíamos preocupar por una posible inversión de la rotación del planeta? *No hace falta programar nada, solo explicarlo.*

La cuestión nos pregunta qué pasaría si La Tierra fuera una esfera y no una esfera achatada con dos ejes de simetría iguales. Por tanto esta pudiera verse afectada por el *Teorema del Eje Intermedio.* Sin embargo, sabemos que La Tierra rota respecto a su eje con mayor momento de inercia y no sobre su eje intermedio. Y esto sucede ya que en el caso planteado La Tierra es una esfera siendo por tanto simétrica respecto a sus tres ejes. Es por esto que el *Efecto de la Raqueta de Tenis* no sucedería.

Experimentalmente sabemos que los objetos esféricos llenos de un líquido no rotan respecto a su eje intermedio, si no que respecto al eje con mayor momento de inercia. Esto se debe a que por contener líquido su energía cinética no es constante. El cuerpo girará respecto a su eje con menor gasto energético, es decir respecto al que tiene mayor momento de inercia.

La Tierra contiene agua y por ello su energía cinética no es constante. El eje con mayor momento de inercia es el tercero, es decir, La Tierra no rotaría respecto a su eje intermedio y por tanto no sería posible una inversión de la rotación de la misma.

## 2. Anexos

**Código de LaTeX que genera este documento:**

MECN-Practica1:raqueta.tex