

**Grado en Física. Mecánica Analítica. Problemas Tema 5: Teoría de
Hamilton-Jacobi.**

Curso 2023-2024

1. Obtén la ecuación de Hamilton-Jacobi para una partícula libre de masa m que se mueve a lo largo del eje x . Comprueba que las funciones

$$S = \frac{m(x - \alpha)^2}{2t}$$

y

$$S = x\sqrt{2m\alpha} - \alpha t$$

son soluciones completas de la ecuación de Hamilton-Jacobi. Obtén, para cada caso, el movimiento $x(t)$ y el momento $p(t)$ de la partícula. Interpreta el significado de las constantes α y β en cada caso.

2. Obtén la ecuación de Hamilton-Jacobi para la función principal de Hamilton en el caso del oscilador armónico unidimensional, cuya hamiltoniana es

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}k q^2.$$

Obtén la ecuación de Hamilton-Jacobi independiente del tiempo para la función característica de Hamilton. Resuelve esta ecuación y obtén a partir de la solución el movimiento de la partícula $q(t)$ y $p(t)$.

3. Una partícula de masa m se mueve sobre el eje x bajo la acción de una fuerza constante F . Obtén el movimiento $x(t)$ de la partícula usando el método de Hamilton-Jacobi.
4. Obtén el movimiento de una partícula que se mueve en dos dimensiones bajo la acción de un campo gravitatorio constante de intensidad \vec{g} usando el método de Hamilton-Jacobi.
5. Usando las variables ángulo-acción en el oscilador armónico simple unidimensional obtén la frecuencia de oscilación.
6. Obtén el movimiento de una partícula que se mueve en dos dimensiones bajo la acción de una fuerza central con potencial $\frac{1}{2}k r^2$ usando el método de Hamilton-Jacobi. Obtén el periodo del movimiento.