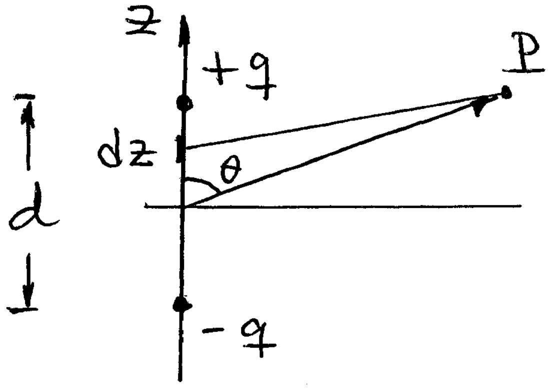
La resistencia de radiación es la resistencia eléctrica R que daría la misma potencia disipada promedio en forma de calor que un dipolo eléctrico oscilante emite en forma de radiación. Encontrar la resistencia de radiación de un cable que une los extremos de un dipolo eléctrico oscilante en función de la separación d entre las cargas y la longitud de onda λ de la radiación emitida. Para cables de radio ordinarios ($d \sim 5$ cm) que emiten ondas de media frecuencia ($\lambda \sim 1$ km), ¿debería tenerse en cuenta la contribución radiativa a la resistencia total?

En este caso la intensidad I vale:



$$I(t)\,\hat{u}_z = \frac{dq}{dt}\,\hat{u}_z$$

$$\boxed{I(t) = -q_0\,\omega\,\mathrm{sen}\,\omega t}$$

$$q(t) = q_0 \cos\omega t$$

Si escribimos la ecuación conocida para la potencia disipada en una resistencia R queda:

$$P = I^2 R$$

de donde:

$$P = I^2 R = (-q_0\,\omega\,\mathrm{sen}\,\omega t)^2 R = q_0^2\omega^2 R\,\mathrm{sen}^2\omega t$$

y su valor medio será

$$\langle P \rangle = q_0^2\omega^2 R \underbrace{\langle \mathrm{sen}^2\omega t \rangle}_{=\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} q_0^2\omega^2 R$$

Para el dipolo eléctrico la potencia radiada es

$\dfrac{q_0^2 d^2 \omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$, por lo que igualando ambas expresiones:

$$\frac{1}{2} q_0^2 \omega^2 R = \frac{q_0^2 d^2 \omega^4}{12\pi \varepsilon_0 c^3}$$

y despejando R:

$$R = \frac{d^2 \omega^2}{6\pi \varepsilon_0 c^3} = \frac{\mu_0 d^2 \omega^2}{6\pi c}$$

Teniendo en cuenta la relación:

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$$

queda:

$$R = \frac{\mu_0 d^2}{6\pi c} \frac{4\pi^2 c^2}{\lambda^2} = \frac{2}{3}\pi \mu_0 c \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 =$$

$$= \frac{2}{3}\pi (4\pi \times 10^{-7}) \cdot (3\times 10^8) \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 =$$

$$= 80\pi^2 \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 = 789{,}6 \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 \Omega \simeq 790 \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2$$

luego:

$$\underline{\underline{R \cong 790 \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 \Omega}}$$

Para $d = 5$ cm $= 5\times 10^{-2}$ m y digamos $\lambda = 10^3$ m se obtiene:

$$R = 790 (5\times 10^{-5})^2 = 2\times 10^{-6}\ \Omega$$

que es despreciable comparada con la resistencia óhmica.