Grado en Física. Mecánica Newtoniana y Relatividad.
Problemas : Mecánica de sistemas continuos.
Curso 2020-2021

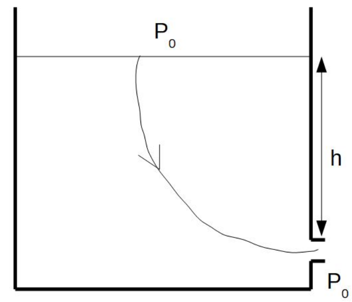
1. Calcula las líneas de corriente, la trayectoria de una partícula del fluido y el campo de aceleraciones para los campos de velocidades siguientes:
   a) Movimiento de traslación rígido: $\vec{v}(t,\vec{r}) = \vec{v}(t)$
   b) Movimiento de rotación rígido: $\vec{v}(t,\vec{r}) = \vec{\omega}(t) \times \vec{r}$

2. Considera el campo de velocidades estacionario
$$\vec{v}(x,y) = x\vec{i} + ky\vec{j}$$
   a) Determina las líneas de corriente para los diferentes valores de k y represéntalas en un diagrama para los casos (i) $k = 0$; (ii) $k = 1$ y (iii) $k = -1$.
   b) Determina los movimientos asociados al campo $\vec{v}$ y comprueba que las trayectorias coinciden con las líneas de corriente.
   c) Para el caso $k = -1$ calcula:
   - El campo de aceleraciones en las descripciones de Euler y de Lagrange.
   - Si $c(t,x,y,z) = \beta x^2|y|e^{-t}$ es la concentración de un cierto componente en el fluido, calcula la derivada temporal de la concentración de dicho componente en los diferentes elementos de fluido.
   - Escribe c en función de las variables lagrangianas.

3. Demuestra las siguientes identidades vectoriales
   a)
$$\nabla \cdot (f\,\vec{v}) \,=\, \vec{v} \cdot \nabla f \,+\, f\nabla \cdot (\vec{v})$$
   b)
$$\nabla(\frac{\vec{v}^{\,2}}{2}) \,=\, (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} \,-\, \vec{v} \times (\nabla \times \vec{v})$$

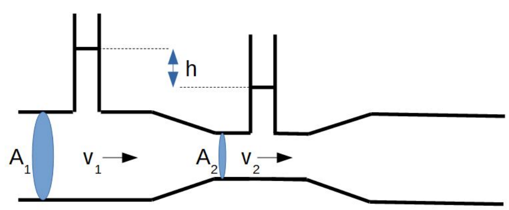
4. Considera un fluido en equilibrio hidrostático en el seno de un campo gravitatorio en la dirección z, $\vec{g} = -g\vec{k}$ (siendo g una constante positiva).
   a) Partiendo de la ecuación de Euler, escribe la ecuación de equilibrio hidrostático para estas condiciones.
   b) Si se trata de un fluido incompresible (densidad constante), calcula la dependencia de la presión con z.
   c) Si el fluido satisface la ecuación de estado adiabática del tipo: $P = K\rho^\gamma$ donde P es la presión, ρ la densidad, y K y γ son dos constantes positivas, calcula la dependencia de la densidad con z y el valor de z para el que la densidad es cero.

5. Problema de Torricelli: Considera un recipiente lleno de agua con un pequeño agujero en la parte inferior, tal y como se muestra en la figura. Determina la velocidad de salida del fluido por el agujero considerando que se trata de un flujo incompresible, cuasi-estacionario y que el área de la parte superior es mucho mayor que la sección del agujero.



Problema de Torricelli

6. Un venturímetro es un aparato que tiene la forma que se muestra en la figura y que permite medir la velocidad de un fluido a partir de la diferencia de alturas h en los dos tubos que se encuentran uno sobre la sección más ancha y el segundo en la sección más estrecha. Deduce la ecuación de la velocidad en la sección estrecha en función de: h, de la relación entre las dos secciones A_2/A_1 y de la densidad del fluido ρ.



Venturímetro