Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Tema IV: Corriente eléctrica

Electromagnetismo I

2º Curso Grado Física

Curso 2022-2023 (2º semestre)

Universidad de Alicante – Departamento de Física Aplicada

Índice

1. Corriente eléctrica

CORRIENTE ELÉCTRICA = flujo de carga eléctrica

En este capítulo estudiamos distintos métodos para describir estas corrientes en general.

Un caso particular de interés son las **corrientes que fluyen en los materiales conductores**.

Si en un material conductor hay un campo eléctrico, las cargas libres del conductor se verán sometidas a una fuerza que las hace moverse en una determinada dirección, creando una **corriente de conducción.**

Pero puede haber otro tipo de corrientes (no debidas a la presencia de campos eléctricos). Por ejemplo las **corrientes de difusión**, que se generan por diferencias en la densidad de carga de unas zonas a otras del material. Estas no las veremos aquí pero juegan un papel esencial en los procesos de transporte en los dispositivos semiconductores.

Corrientes de conducción

Si a un medio conductor (por ejemplo un hilo) se le aplica un campo eléctrico **E,** las cargas libres que hay en él experimentarán una fuerza

$$\mathbf{F} = q\,\mathbf{E}$$

Las cargas se mueven $\longrightarrow$ Chocan con partículas del medio $\longrightarrow$ Si E = cte. y el medio Homogéneo, las colisiones Se pueden considerar como F proporcional a velocidad (de tipo resistivo), con **v= cte**

$$\boxed{\boldsymbol{v}_{\mathbf{a}} = \mu\,\mathbf{E}}$$

Velocidad de arrastre en el campo eléctrico E de los portadores de carga

MOVILIDAD: Parámetro característico del material; Velocidad para E = 1. Parámetro relacionado con la conductividad Unidades de $m^2\,V^{-1}\,s^{-1}$

INTENSIDAD DE CORRIENTE: Es un parámetro que se utiliza para describir una corriente y que describe el flujo de cargas que pasan por un punto dado en un instante dado.

Intensidad de corriente promedio

$$\boxed{\langle I \rangle = \frac{\Delta q}{\Delta t}}$$

Cantidad de carga que pasa por el punto P en un intervalo de tiempo Δt

El sentido de la corriente se define como la del flujo de cargas positivas. Es decir que la corriente tiene el sentido del movimiento de las cargas si estas son positivas y en sentido contrario si son negativas

Ejemplo. Si pasan N protones en el intervalo de tiempo Δt, $\Delta q = N\ q$ donde q es la carga del protón.

Intensidad de corriente instantánea

Esta se usa cuando el flujo de cargas cambia con el tiempo

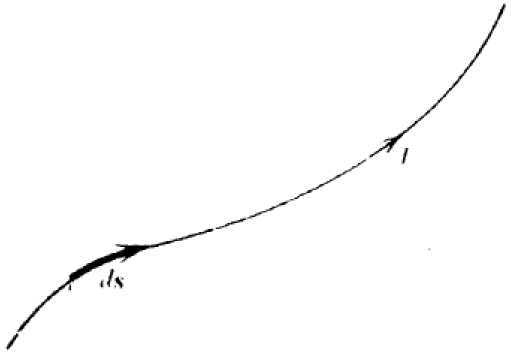
$$\boxed{I = \frac{dq}{dt}}$$

En lo que prosigue sólo estudiaremos **corrientes estacionarias**, es decir, que no varían con el tiempo.

$$I = \text{const.}\ \text{e}\ \langle I \rangle = I.$$

UNIDADES. Intensidad de corriente: ampere
Carga eléctrica: Coulomb = ampere segundo

SITUACIÓN IDEAL UTIL PARA HILOS DE CORRIENTE O ALAMBRES

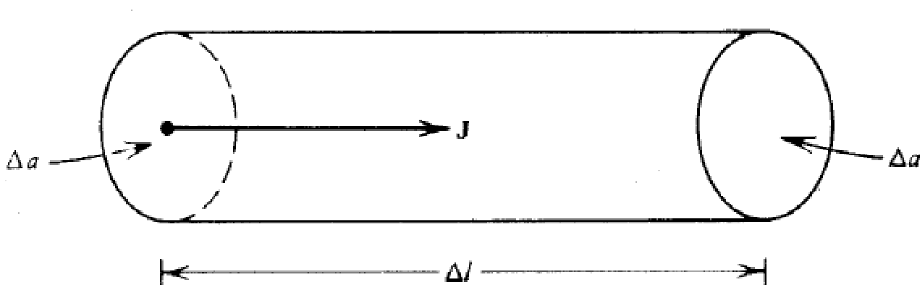


Corriente filamental: el flujo de carga está distribuido en una dimensión (a lo largo de una curva geométrica).
ds es un desplazamiento infinitesimal a lo largo de ella

CASO DE FLUJO DISTRIBUIDO EN UNA SUPERFICIE O VOLUMEN:
DENSIDAD DE CORRIENTE

DENSIDAD VOLUMÉTRICA DE CORRIENTE J
Corriente por unidad de área perpendicular a la dirección del flujo = Corriente por unidad de tiempo y de área

CÁLCULO DE LA DENSIDAD VOLUMÉTRICA DE CORRIENTE



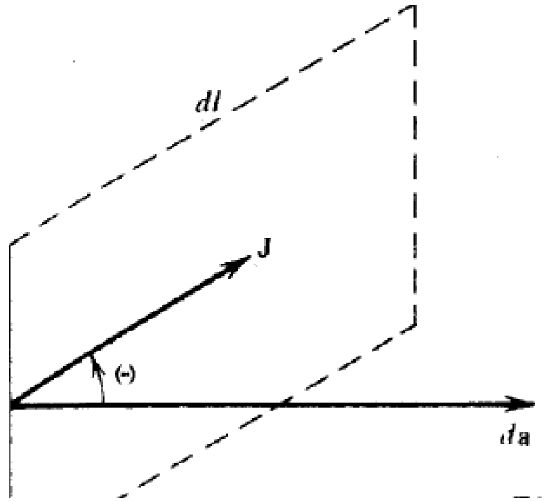
Densidad volumétrica de carga

Densidad volumétrica de corriente promedio: $\langle J \rangle = \rho\,(\Delta l / \Delta t) = \rho \langle v \rangle$

Velocidad promedio de las cargas

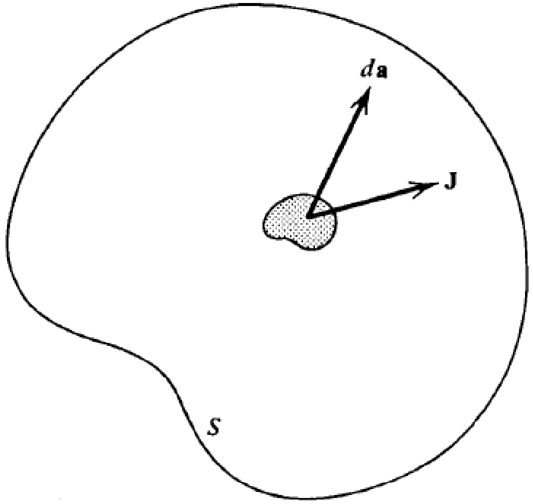
Densidad volumétrica instantánea: $\mathbf{J} = \rho \mathbf{v}$

Si hay distintos tipos de cargas: $\mathbf{J} = \sum_i \rho_i \mathbf{v}_i$



Si los vectores **J** y d**a** no son paralelos:

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)_{\text{a través } d\mathbf{a}} = \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}$$



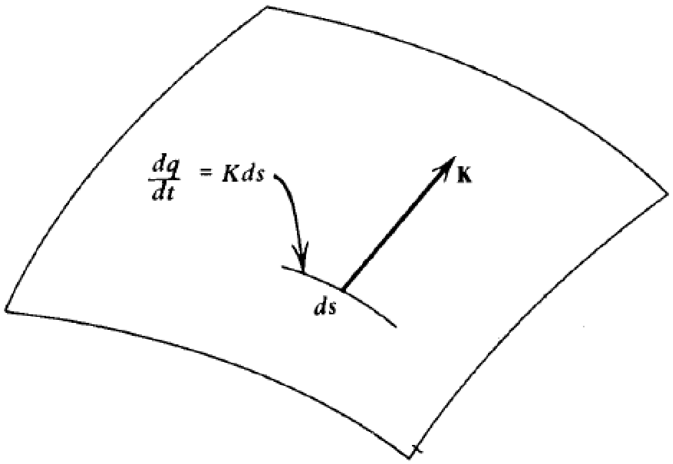
Para una superficie arbitraria S

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)_{\text{a través } S} = \boxed{\int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = I}$$

Densidad de corriente distribuida en una superficie:

DENSIDAD SUPERFICIAL DE CORRIENTE K

Corriente por unidad de longitud a través de una línea que descansa sobre una superficie y está colocada perpendicularmente al flujo

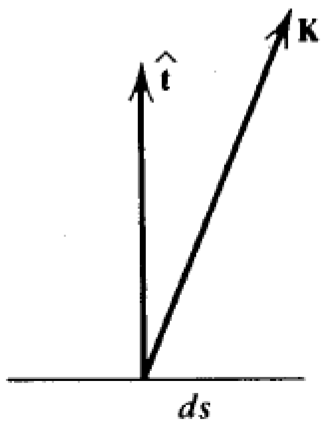


$$\mathbf{K} = \sigma \mathbf{v}$$

σ ↓ Densidad superficial de carga

Si **K** no es perpendicular a *d**s***:

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)_{\text{a través } ds} = |\mathbf{K}\cdot\hat{\mathbf{t}}|\,ds$$



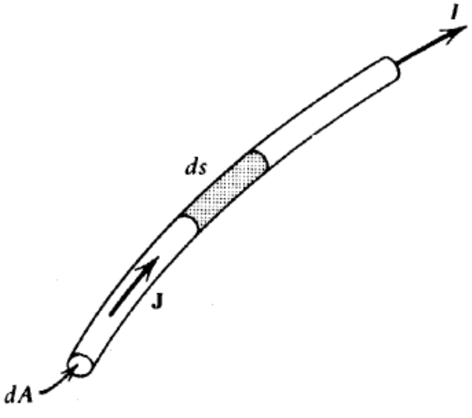
CORRIENTE FILAMENTAL $I = \lambda|\mathbf{v}|$

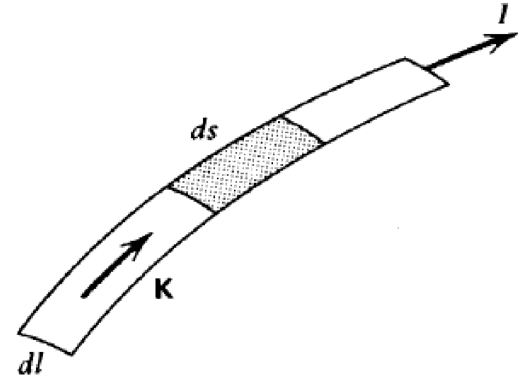
$\downarrow$

Densidad lineal de carga

Concepto de **ELEMENTO DE CORRIENTE** (se utilizará en magnetismo)

CORRIENTE FILAMENTAL: *Ids*





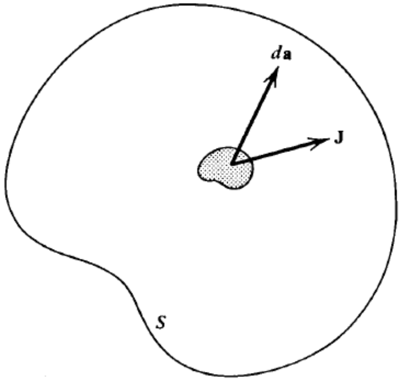
CORRIENTE distribuida en volumen y en superficie

$$I d\mathbf{s} = \mathbf{J}\, d\tau = \mathbf{K}\, da$$

2. Ecuación de continuidad

Ecuación que relaciona la densidad de carga y la densidad de corriente,
Expresión cuantitativa de la
LEY DE CONSERVACIÓN DE LA CARGA

S superficie cerrada que encierra un volumen V



Si la densidad de carga dentro del volumen se conserva = la cantidad de carga que entre (a través de corrientes) debe ser igual a la que salga.

$$-\frac{dQ}{dt} = \oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}$$

Corriente que fluye hacia fuera de S

$$-\frac{d}{dt}\int_V \rho \, d\tau = \int_V \nabla \cdot \mathbf{J} \, d\tau$$

$$-\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau = \int_V \nabla \cdot \mathbf{J} \, d\tau$$

Razón a la que la carga total Q disminuye dentro del volumen V

$$\int_V \left(\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) d\tau = 0$$

Esta expresión debe ser válida para cualquier volumen arbitrario, luego:

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0}$$

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Condiciones de frontera para **J** en una superficie de discontinuidad:

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{J}_2 - \mathbf{J}_1) = J_{2n} - J_{1n} = -\frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

Si a la superficie llega más carga de la que sale o viceversa, esa carga debe almacenarse en la superficie (densidad de carga superficial)

CASO ESPECIAL: CORRIENTES ESTACIONARIAS = I = cte en t.

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{J}_2 - \mathbf{J}_1) = J_{2n} - J_{1n} = 0$$

ρ y $\mathbf{J}$ Son densidad de carga y de corriente totales (incluyen cualquier tipo (ligada o libre).

Si el material es dieléctrico y está polarizado, la aparición de carga ligada da lugar a una corriente de carga ligada. Como estás solo se redistribuyen, debe cumplirse para ella la ecuación de continuidad

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_b + \frac{\partial \rho_b}{\partial t} = 0$$

Utilizando la expresión que vimos $\rho_b = -\nabla\cdot\mathbf{P}$

$$\nabla\cdot\mathbf{J}_b - \frac{\partial}{\partial t}\nabla\cdot\mathbf{P} = \nabla\cdot\left(\mathbf{J}_b - \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial t}\right) = 0$$

Como esto debe cumplirse para cualquier punto del espacio

$$\boxed{\mathbf{J}_b = \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial t}}$$

DENSIDAD DE CORRIENTE DE POLARIZACIÓN

Como se conserva la carga total y también la carga ligada, debe conservarse también la libre

$$\nabla\cdot\mathbf{J}_f + \frac{\partial\rho_f}{\partial t} = 0$$

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD para cargas libres

$$\hat{\mathbf{n}}\cdot(\mathbf{J}_{f2} - \mathbf{J}_{f1}) = J_{f2n} - J_{f1n} = -\frac{\partial\sigma_f}{\partial t}$$

CONDICIONES DE FRONTERA

CASO ESPECIAL: CORRIENTES ESTACIONARIAS = I = cte en t.

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_f = 0 \qquad \text{y} \qquad \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{J}_{f2} - \mathbf{J}_{f1}) = 0$$

2 TIPOS DE CORRIENTES LIBRES

CORRIENTES DE CONDUCCIÓN
Movimiento de cargas en materiales conductores (que por su naturaleza ya tienen cargas móviles)

Ejemplos: metales, semiconductores, soluciones electrolíticas (aquí las cargas son iones).

CORRIENTES DE CONVECCIÓN
Movimiento de partículas cargadas a través del espacio

3. Relaciones constitutivas en medios conductores

Relaciones entre la densidad de corriente **J** y el campo eléctrico **E**. Indican como responde el material conductor al campo eléctrico.

Experimentalmente se observa proporcionalidad entre **J** y **E**

$$\boxed{\mathbf{J} = \sigma\, \mathbf{E}}$$

σ: Conductividad del material; unidades $(\text{ohm metro})^{-1}$
Independiente del campo, pero puede depender de la posición y/o del temperatura

Esta relación es válida para medios isótropos y homogéneos

Si los medios no lo son, la relación entre las componentes de ambos vectores seguiría siendo lineal, pero σ sería un tensor y los vectores tendrían por qué ser paralelos

$$J_x = \sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y + \sigma_{xz} E_z$$
$$J_y = \sigma_{yx} E_x + \sigma_{yy} E_y + \sigma_{yz} E_z$$
$$J_z = \sigma_{zx} E_x + \sigma_{zy} E_y + \sigma_{zz} E_z$$

Para los casos en los que es válida la expresión **J** = σ **E** (material lineal) la condición de frontera para las componentes normales de $\mathbf{J_f}$, se puede expresar en función de E

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\sigma_2 \mathbf{E}_2 - \sigma_1 \mathbf{E}_1) = 0$$

Si el material es homogéneo (σ independiente de la posición)

Si el material es i.h.l. y además las corrientes son estacionarias

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_f = 0 = \nabla \cdot (\sigma \, \mathbf{E}) = \sigma \, \nabla \cdot \mathbf{E} = -\sigma \nabla^2 \phi.$$

$$\boxed{\nabla^2 \phi = 0}$$

4. Expresión de la conductividad en función de parámetros microscópicos

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{v}_{\mathbf{a}} = \mu\, \mathbf{E} \\ \mathbf{J} = \rho \mathbf{v} \end{array}\right\}$$

J = (N/V) q **v** = n q **v** = n q μ **E**

Nº total cargas en volumen V

Nº de cargas por unidad de volumen

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{J} = n\, q\, \mu\, \mathbf{E} \\ \mathbf{J} = \sigma\, \mathbf{E} \end{array}\right\} \quad \boxed{\sigma = n\, q\, \mu}$$

Cuando se cumple este tipo de relación, se dice que el material es óhmico

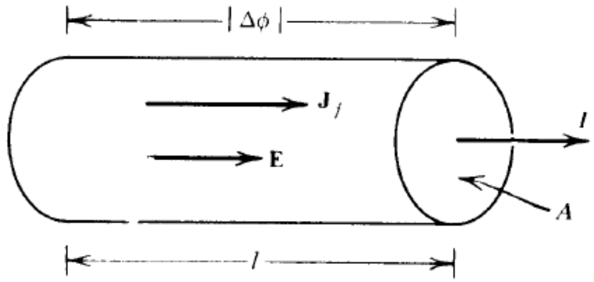
Hay otro parámetro, **la resistividad** (normalmente llamado r, cuidado!!! No confundir con densidad volumétrica de carga), que es la inversa de σ

Resistividad = 1/ σ = 1 / nq μ

Ley de Ohm

La expresión **J** = σ **E** para el caso particular de hilos filamentales (1D)

permite llegar a la **LEY DE OHM** (Desarrollo en pizarra)



$$I = \sigma \, (A/\, l)\, \Delta\phi$$

A = sección del conductor; *l* = longitud del conductor
$\Delta\phi$ = diferencia de potencial aplicada a los extremos del conductor

Definimos el parámetro **RESISTENCIA R** = $(1/\sigma)\ (l\,/A)$ = (l resistividad)/ A

$$\boxed{I = \Delta\phi \,/\, R}$$

Fuerza electromotriz

Sea un alambre metálico. En una situación estática E = 0 en el interior

Si en sus extremos se aplica una diferencia de potencial, por experimentación Se sabe que aparecen corrientes en él, pero si se quita la diferencia de potencial Estas corrientes acaban desapareciendo.

Para que haya una corriente constante circulando es necesario mantener Aplicada la diferencia de potencial = suministrar energía continuamente al Sistema desde una fuente externa.

Fuerza electromotriz, fem, ε: Trabajo que se realiza sobre una carga q que transita por una trayectoria cerrada

$$\mathcal{E} = \frac{W_q}{q} = \frac{1}{q}\oint_C \mathbf{F}_q \cdot d\mathbf{s} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

Sabemos que el campo E es conservativo, por lo que en algún lugar del Circuito debe haber una fuente de campo no conservativo

$$\mathcal{E} = \oint_C \mathbf{E}_{nc} \cdot d\mathbf{s}$$

La fuente más común de este campo no conservativo es **LA BATERIA**

La batería realiza un trabajo sobre la carga que pasa a su través. La fuente de esa energía se debe a reacciones químicas, por ejemplo.

$$\mathcal{E}_{\text{fuente}} = \int_{\text{fuente}} \mathbf{E}_{nc} \cdot d\mathbf{s}$$

4. La consecución del equilibrio electrostático

Si en un conductor se coloca una cierta cantidad de carga libre, el sistema no estará en equilibrio. Aparecerán corrienes hasta lograr un estado de equilibrio en el que toda la carga se sitúa en la superficie.

¿Cuál es la naturaleza de este proceso?¿Cuánto tiempo lleva?

Sea un material conductor i.h.l,

$$\mathbf{J}_f = \sigma\,\mathbf{E}$$
$$\mathbf{D} = \epsilon\,\mathbf{E}.$$

$$-\left(\frac{\partial \rho_f}{\partial t}\right) = \nabla\cdot\mathbf{J}_f = \nabla\cdot(\sigma\mathbf{E}) = \nabla\cdot\left(\frac{\sigma\mathbf{D}}{\epsilon}\right) = \frac{\sigma}{\epsilon}\nabla\cdot\mathbf{D} = \frac{\sigma}{\epsilon}\rho_f$$

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\epsilon}\rho_f$$

Solución: $\rho_f(t) = \rho_f(0)e^{-\sigma t/\epsilon} = \rho_f(0)e^{-t/\tau}$ $\qquad \tau = \epsilon/\sigma$

Densidad de carga inicial

Este resultado implica:

- Si los procesos de conducción son los únicos para llegar al equilibrio, La densidad de carga libre disminuye de forma exponencial, por un factor 1/e en un tiempo. $\tau = \epsilon/\sigma$

- Este comportamiento se llama RELAJACIÓN, y al tiempo τ, TIEMPO DE RELAJACIÓN, su valor da una idea del tiempo requerido para llegar al equilibrio

Ejemplo: Para la mayoría de los metales $\epsilon \simeq \epsilon_0$

Para el Cobre $\sigma \simeq 5.8 \times 10^7$ /ohm-metro

$$\tau = \epsilon/\sigma \simeq (8.85 \times 10^{-12})/(5.8 \times 10^7) \approx 10^{-19} \text{ segundos}$$