Para romper la simetría, antes vamos a escribir el Lagrangiano anterior de forma ligeramente diferente. Recordemos que tenemos:

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu \psi^\dagger - iqA^\mu \psi^\dagger)(\partial_\mu \psi + iqA_\mu \psi) + \mu^2 \psi^\dagger \psi - \lambda(\psi^\dagger \psi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

El segundo término lo escribimos como

$$\partial_\mu \psi + iqA_\mu \psi = (\partial_\mu \rho) e^{i\theta} + i \underbrace{(\partial_\mu \theta + qA_\mu)}_{\text{término interesante}} \rho e^{i\theta}$$

definimos $\quad C_\mu := A_\mu + \frac{1}{q} \partial_\mu \theta$

Por lo tanto,

$$(\partial^\mu \psi^\dagger - iqA^\mu \psi^\dagger)(\partial_\mu \psi + iqA_\mu \psi) =$$

$$= (\partial_\mu \rho)^2 + \rho^2 q^2 C_\mu C^\mu$$, luego

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \rho)^2 + \rho^2 q^2 C_\mu C^\mu + \mu^2 \rho^2 - \lambda \rho^4 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

Rompamos ahora la simetría:

- mínimos del potencial sobre el círculo

  $\rho = \sqrt{\mu^2/2\lambda}$

- escogemos vacío: $\rho_0 = \sqrt{\mu^2/2\lambda}$ y $\theta_0 = 0$.

- estudiemos las excitaciones alrededor del vacío.

Definiendo $\frac{\chi}{\sqrt{2}} \equiv \rho - \rho_0$ e ignorando términos constantes, queda

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \chi)^2 - \mu^2 \chi^2 - \sqrt{\lambda}\mu \chi^3 - \frac{\lambda}{4} \chi^4$$

$$- \frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{q^2}{2} \frac{\mu^2}{\lambda} C_\mu C^\mu +$$

¡¡aparece un campo vectorial masivo!!

$$+ q^2 \left(\frac{\mu^2}{\lambda}\right)^{1/2} \chi C_\mu C^\mu + \frac{1}{2} q^2 \chi^2 C_\mu C^\mu + \dots$$

. Observemos que las excitaciones de θ han desaparecido (se han cambiado por las de C_μ)

. Ahora tenemos:

i) una partícula escalar masiva

con $E_{\vec{p}} = \sqrt{p^2 + 2\mu^2}$

iii) tres partículas vectoriales masivas

(excitaciones de C_μ), con

$$E_{\vec{p}} = \sqrt{p^2 + \left(\frac{q^2\mu^2}{\lambda}\right)}$$

Recordemos que, cuando rompíamos una simetría continua, aparecía un modo escalar masivo y a otro sin masa (bosón de Godstone)

¿Cómo hemos eliminado el Goldstone?

Así: $\quad C_\mu := A_\mu + \frac{1}{q} \partial_\mu \theta$. Ha desaparecido

por hacer una transformación gauge.

Podemos entender el Mecanismo de Higgs de la siguiente manera: quitemos todos los bosones de Goldstone mediante una transformación gauge.

Nos quedan dos grandes temas para acabar la asignatura: teorías gauge no abelianas basadas en $U(1) \times SU(2)$ y el modelo de Weinberg-Salam, basado en $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$.