

PROBLEMAS DEL TEMA I (clase 3)

Problemas con @ (se harán en clases).

Problemas con ♣ (se recomienda que se realicen en casa)

CLASE 3

CÁLCULO DE V PARA DISTRIBUCIONES CONTINUAS DE CARGA

45. @ Una carga q de $+10^{-8} \text{ C}$ está distribuida uniformemente sobre una corteza esférica de 12cm de radio (asumir que el potencial es cero muy lejos de las cargas). a) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico justo en el exterior de la corteza y justo en el interior de la misma? b) ¿Cuál es el valor del potencial eléctrico justo en el exterior y justo en el interior de la corteza? c) ¿Cuál es el potencial eléctrico en el centro de la corteza? d) ¿Cuál es el módulo del campo eléctrico en dicho punto?

Resultado: a) $E=0$ $r=12 \text{ cm}$ (dentro) $E=6.25 \text{ kN/C}$ $r=12 \text{ cm}$ (fuera)
b) $V=750 \text{ V}$ c) $V=750 \text{ V}$ d) $E=0$

46. Una línea de carga infinita con densidad lineal de carga $+1.5 \mu\text{C/m}$ está en el eje z . Calcular el potencial eléctrico a estas distancias de la línea de carga: a) 2.0m, b) 4.0m y c) 12.0m. Asumir que $V=0$ a una distancia de 2.5m de la línea de carga.

Resultado: a) $V(2 \text{ m})=6 \text{ kV}$ b) $V(4 \text{ m})=-12.7 \text{ kV}$ c) $V(12 \text{ m})=-42.3 \text{ kV}$

47. @ Una corteza conductora esférica de radio interior b y radio exterior c rodea concéntricamente una pequeña esfera metálica de radio $a < b$. La esfera metálica tiene una carga positiva Q . La carga total sobre la corteza esférica conductora es $-Q$. a) ¿Cuál es el potencial de la corteza esférica? b) ¿Cuál es el potencial de la esfera cargada?

Resultado: a) $V=0$ b) $V=kQ\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$

48. Dos cortezas cilíndricas conductoras de gran longitud poseen cargas iguales y opuestas. La corteza interior tiene un radio a y una carga $+q$; la exterior tiene un radio b y una carga $-q$. La longitud de cada corteza cilíndrica es L , siendo L mucho más larga que b . Hallar la diferencia de potencial existente entre las dos capas de la corteza V_b-V_a .

Resultado: $V_b-V_a=\frac{2kQ}{L}\ln\left(\frac{a}{b}\right)$

49. Una esfera uniformemente cargada tiene un potencial de 450V en su superficie. A una distancia radial de 20cm de esta superficie, el potencial es 150V. (asumir que el potencial es cero muy lejos de la esfera) ¿Cuál es el radio de la esfera y cuál es su carga?

Resultado: $r=0.1 \text{ m}$ $q=5 \text{ nC}$

50. ♣ Consideremos dos láminas paralelas infinitas cargadas, una en el plano yz y la otra a una distancia $x = a$. a) Hallar el potencial en todos los puntos del espacio, con $V = 0$ en $x = 0$, si las láminas llevan una densidad de carga positiva igual a $+\sigma$. b) Hacer lo mismo si las densidades de carga son iguales y opuestas, siendo la lámina del plano yz la que tiene la carga positiva.

- Resultado: a) $x < 0$ $V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} x$, $0 < x < a$ $V = 0$, $x > a$ $V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (a - x)$
 b) $x < 0$ $V = 0$, $0 < x < a$ $V = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} x$, $x > a$ $V = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} a$

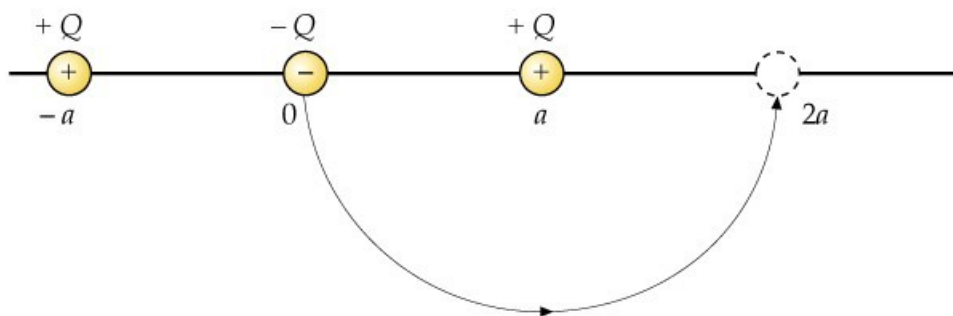
51. Una partícula puntual puesta en el origen tiene una carga de 1.1 nC . a) ¿Qué forma tienen las superficies equipotenciales en la región alrededor de la carga? b) Asumiendo que el potencial es cero en el infinito, calcular los radios de cinco superficies que tienen potenciales de 20.0 V , 40.0 V , 60.0 V , 80.0 V y 100.0 V , y hacer un dibujo a escala centrado en la carga. c) ¿Están espaciadas estas superficies por igual? d) Estimar la intensidad del campo eléctrico entre las superficies equipotenciales de 40.0 V y 60.0 V dividiendo la diferencia entre los dos potenciales por la diferencia de sus dos radios. Comparar esta estimación con el valor exacto en el punto medio entre las dos superficies.

- Resultado: a) sup. esféricas centradas en el origen
 b) $r_1 = 0.5 \text{ m}$ $r_2 = 0.25 \text{ m}$ $r_3 = 0.167 \text{ m}$ $r_4 = 0.125 \text{ m}$ $r_5 = 0.1 \text{ m}$

52. Un dipolo eléctrico está formado por una carga positiva de $4.8 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ separada de una carga negativa de igual valor absoluto por $6.4 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. ¿Cuál es el valor del potencial eléctrico en un punto situado a $9.2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ de cada una de las dos cargas?

Resultado: $V = 0$

53. ♣ Una carga puntual positiva $+Q$ está localizada en el punto $x = -a$. a) ¿Cuánto trabajo se necesita para llevar una segunda carga puntual e igual de positiva $+Q$ desde el infinito a $x = +a$? b) Si tenemos dos cargas iguales positivas en $x = -a$ y $x = +a$, ¿cuánto trabajo se requiere para desplazar una tercera carga $-Q$ desde el infinito hasta el origen? c) ¿Cuánto trabajo es necesario para mover la carga $-Q$ desde el origen hasta el punto $x = 2a$ a lo largo de una trayectoria semicircular?



- Resultado: a) $W = \frac{kQ^2}{2a}$ b) $W = -\frac{2kQ^2}{a}$ c) $W = \frac{2kQ^2}{3a}$

54. Una carga de 2 nC está uniformemente distribuida alrededor de un anillo de radio 10 cm que tiene su centro en el origen y su eje a lo largo del eje x . Una carga puntual de 1 nC está localizada en $x = 50 \text{ cm}$. Determinar el trabajo necesario para desplazar la carga puntual al origen

Resultado: $W = 1.45 \cdot 10^{-7} \text{ J} = 9.06 \cdot 10^{-11} \text{ eV}$

55. ♣ Los centros de dos esferas metálicas de radio 10cm están separadas 50cm sobre el eje x. Las esferas son inicialmente neutras, pero una carga +Q se transfiere de una esfera a la otra, creando una diferencia de potencial entre las esferas de 100V. Un protón se libera desde el reposo en la superficie de la esfera positivamente cargada y se mueve hacia la esfera cargada negativamente. ¿Cuál es la energía cinética del protón justo en el instante en que choca con la esfera de carga negativa? ¿A qué velocidad choca contra la esfera negativa?

Resultado: $v = 1.38 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ $E_c = 1.6 \cdot 10^{-17} \text{ J}$

CAPACIDAD

56. @ Un conductor esférico aislado de radio 10.0cm se carga a 2.00kV (el potencial lejos de la esfera es cero). a) ¿Cuánta carga se deposita en el conductor? b) ¿Cuál es la capacidad de la esfera? c) ¿Cómo se modificaría la capacidad de la esfera si se cargase a 6kV?

Resultado: a) 22.2 nC b) 11.1 pF c) no se modifica

57. Se carga un condensador de $10\mu\text{F}$ hasta $Q = 4.0\mu\text{C}$. a) ¿Cuánta energía almacena? b) Si se transfiere la mitad de la carga, ¿cuánta energía permanece almacenada?

Resultado: a) $U = 0.8\mu\text{J}$ b) $U = 0.2\mu\text{J}$

58. a) Calcular la energía almacenada en un condensador de 20.0nF cuando las cargas en las placas son $\pm 5.00\mu\text{C}$. b) ¿Cómo varía la energía almacenada si se multiplican por dos las cargas? c) ¿Qué energía adicional es necesaria para incrementar las cargas de 5 a $10\mu\text{C}$?

Resultado: a) $U = 0.625\text{mJ}$ b) $U = 2.5\text{mJ}$ c) $\Delta U = 1.875\text{mJ}$

59. ♣ Un condensador de placas paralelas tiene las placas de 2m^2 de área y una separación de 1.0mm. Se carga hasta 100V. a) ¿Cuál es el campo eléctrico existente entre las placas? b) ¿Cuál es la energía por unidad de volumen en el espacio situado entre las placas? c) Hallar la energía total en ese volumen. d) Hallar la capacidad C. e) Calcular la energía total a partir de $U = \frac{1}{2} C V^2$ y comparar con c).

Resultado: a) $E = 100 \text{ kV/m}$ b) $u = 0.04425 \text{ J/m}^3$
c) $U = 88.5\mu\text{J}$ d) $C = 17.7 \text{ nF}$ e) coincide con c)

60. @ Un condensador de placas paralelas con placas de área 500cm^2 se carga con una diferencia de potencial V y después se desconecta de la fuente de voltaje. Cuando las placas se separan 0.4cm, el voltaje entre ellas se incrementa en 100V. a) ¿Cuánto vale la carga Q en la placa positiva del condensador? b) ¿En cuánto ha crecido la energía almacenada en el condensador por causa del movimiento de las placas? c) Justifica el resultado de b) determinando la variación de energía del condensador al mover las placas.

Resultado: a) $Q = 0.1105 \text{ nC}$ b) $U = 0.553\mu\text{J}$

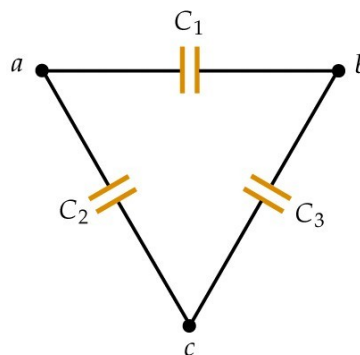
61. a) ¿Cuántos condensadores de $1.0\mu\text{F}$ habrá que conectar en paralelo para almacenar 1mC de carga con una diferencia de potencial de 10V aplicada a cada uno de ellos? b) ¿Cuál será la diferencia de potencial existente entre los bornes de esta asociación? c) Si estos condensadores de $1.0\mu\text{F}$ se conectan en serie y la diferencia de potencial en cada uno de ellos es de 10V , hallar la carga en cada uno de ellos y la diferencia de potencial existente en los extremos de la asociación.

Resultado: a) $n=100$ b) $V=10\text{V}$ c) $q=10\mu\text{C}$ $V_{\text{comb}}=1.0\text{kV}$

62. Un condensador de $3.0\mu\text{F}$ y otro de $6.0\mu\text{F}$ se conectan en serie y la asociación se conecta en paralelo con un condensador de $8.0\mu\text{F}$. Hacer un diagrama de esta asociación ¿Cuál es la capacidad equivalente de esta asociación?

Resultado: $C_{836}=10.0\mu\text{F}$

63. Tres condensadores se conectan en forma de una red triangular como indica la figura. Determinar la capacidad equivalente entre los terminales a y c en función de las tres capacidades.



Resultado: $C=C_2+\frac{C_1C_3}{C_1+C_3}$

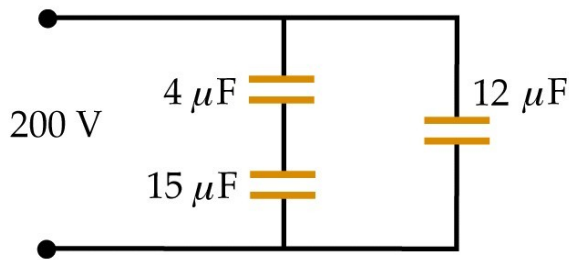
64. Un condensador de $10.0\mu\text{F}$ y otro de $20.0\mu\text{F}$ se conectan en paralelo y se aplica al conjunto una batería de 6.0V . a) ¿Cuál es la capacidad equivalente de esta asociación? b) ¿Cuál es la diferencia de potencial aplicada a cada condensador? c) Hallar la carga que tiene cada condensador. d) Hallar la energía almacenada en cada condensador.

Resultado: a) $C=30.0\mu\text{F}$ b) $V=6.0\text{V}$ c) $Q_1=60\mu\text{C}$ $Q_2=120\mu\text{C}$
d) $U_1=180\mu\text{J}$ $U_2=360\mu\text{J}$

65. ♣ Se conecta un condensador de $10.0\mu\text{F}$ en serie con otro de $20.0\mu\text{F}$ y se aplica al conjunto una batería de 6.0V . a) ¿Cuál es la capacidad equivalente de esta asociación? b) Hallar la carga que tiene cada condensador. c) Hallar la diferencia de potencial en cada condensador. d) Calcular la energía almacenada en cada condensador.

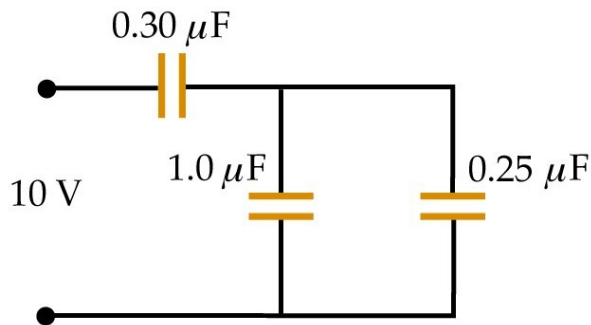
Resultado: a) $C_{eq}=6.67\mu\text{F}$ b) $Q_1=40\mu\text{C}$ $Q_2=40\mu\text{C}$ c) $V_1=4\text{V}$ $V_2=2\text{V}$
d) $U_1=80\mu\text{J}$ $U_2=40\mu\text{J}$

66. @ Para el dispositivo que se muestra en la figura, calcular: a) la capacidad total efectiva entre los terminales, b) la carga almacenada en cada uno de los condensadores, c) el voltaje a través de cada condensador y d) la energía total almacenada.



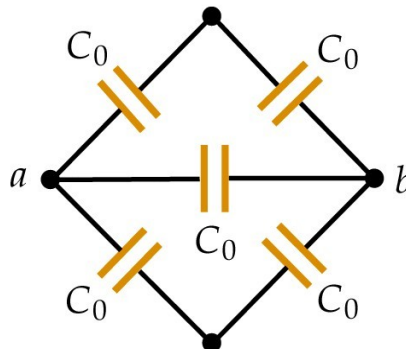
Resultado: a) $C_{eq} = 15.2 \mu F$ b) $Q_4 = Q_{15} = 0.632 mC$ $Q_{12} = 2.4 mC$
 c) $V_{12} = 200$ $V_4 = 158 V$ $V_{15} = 42.1 V$ d) $U = 0.304 J$

67. ♣ Para el dispositivo que se muestra en la figura, calcular: a) la capacidad total efectiva entre los terminales, b) la carga almacenada en cada uno de los condensadores y c) la energía total almacenada.



Resultado: a) $C_{eq} = 0.242 \mu F$ b) $Q_{0.3} = 2.42 \mu C$ $Q_{1.0} = 1.94 \mu C$ $Q_{0.25} = 0.484 \mu C$
 c) $U = 12.1 \mu J$

68. Cinco condensadores idénticos de capacidad C_0 están conectados en un circuito “de puente” como indica la figura. a) ¿Cuál es la capacidad equivalente entre los puntos a y b ? b) Determinar la capacidad equivalente entre los puntos a y b si el condensador del centro se sustituye por otro de capacidad $10C_0$.



Resultado: a) $C_{eqa-b} = 2 C_0$ b) $C_{eqa-b} = 11 C_0$

69. Un condensador de placas paralelas tiene una capacidad de $2.0\mu\text{F}$ y la separación entre las placas es de 1.6mm . a) ¿Cuál es el valor máximo de la diferencia de potencial que puede establecerse entre las placas del condensador antes de que se produzca la ruptura dieléctrica del aire? b) ¿Cuál es el valor de la carga que puede almacenar el condensador antes de que se produzca esta ruptura?

Dato: $E_{\text{máx}} = 3\text{MV/m}$

Resultado: a) $V_{\text{máx}} = 4.8\text{kV}$ b) $Q = 9.6\text{mC}$

70. ♣ Un condensador de placas paralelas, separadas por aire, tiene una capacidad de $0.14\mu\text{F}$. Las placas están separadas entre sí 0.5mm . a) ¿Cuál es el área de cada placa? b) ¿Cuál es la diferencia de potencial si en una de las placas existe una carga de $3.2\mu\text{C}$ y en la otra de $-3.2\mu\text{C}$? c) ¿Cuánta energía hay almacenada? d) ¿Qué cantidad de carga puede contener el condensador antes de que tenga lugar la ruptura dieléctrica del aire entre las placas?

Resultado: a) $A = 7.91\text{m}^2$ b) $V = 22.9\text{V}$ c) $U = 36.7\mu\text{J}$ d) $Q_{\text{máx}} = 210\mu\text{C}$

71. @ Un condensador esférico está formado por dos cortezas esféricas concéntricas y delgadas, de radios R_1 y R_2 . a) Demostrar que la capacidad viene dada por $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$. b) Demostrar que cuando los radios de las cortezas son casi iguales, la capacidad del sistema viene dada, aproximadamente, por la expresión correspondiente a un condensador de placas paralelas $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$, donde A es el área de la esfera, y $d = R_2 - R_1$.

CONDENSADORES DESCONECTADOS Y RECONECTADOS

72. @ Un condensador de $2.0\mu\text{F}$ se carga a una diferencia de potencial de 12V y, a continuación, se desconecta de la batería. Cuando se conecta un segundo condensador (inicialmente sin cargar) en paralelo a este condensador, la diferencia de potencial disminuye hasta 4.0V . ¿Cuál es la capacidad del segundo condensador?

Resultado: $C_2 = 4.0\mu\text{F}$

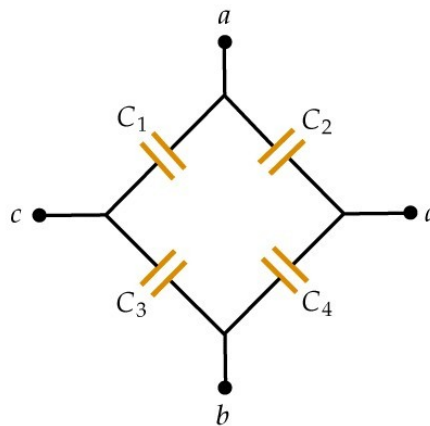
73. Dos condensadores, uno de 100pF y otro de 400pF , se cargan hasta 12V . Entonces, se desconectan de la fuente de voltaje y se conectan entre sí en paralelo uniendo sus lados positivos y sus lados negativos. a) Calcular la diferencia de potencial resultante a través de cada uno de los condensadores. b) Calcular la energía disipada al realizar las conexiones.

Resultado: a) Los dos tienen la misma diferencia de potencial 12V . b) $\Delta U = 0$

74. Un grupo de ingenieros de materiales ha fabricado un nuevo dieléctrico cuya constante dieléctrica es $\kappa = 24$ y que puede resistir un campo eléctrico de $4 \cdot 10^7 \text{V/m}$. Con este dieléctrico se quiere construir un condensador de $0.1\mu\text{F}$ que pueda resistir una diferencia de potencial de 2000V . a) ¿Cuál es la separación mínima entre las placas? b) ¿Cuál debe ser el área de las placas?

Resultado: a) $d_{\text{mín}} = 0.05\text{mm}$ b) $A = 235\text{cm}^2$

75. La figura muestra cuatro condensadores conectados según una asociación llamada “puente de capacidad”. Los condensadores están inicialmente descargados. ¿cuál debe ser la relación entre las cuatro capacidades para que la diferencia de potencial entre los puntos c y d sea cero al aplicar un voltaje V entre los puntos a y b ?

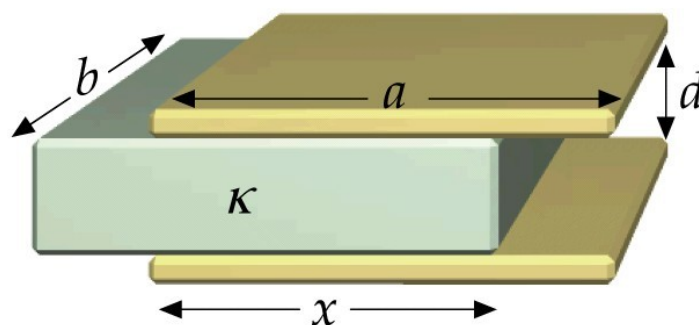


Resultado: $C_3 C_2 = C_1 C_4$

76. ♣ Un condensador de placas paralelas tiene una capacidad C_0 sin dieléctrico. Se le inserta un dieléctrico de constante κ : El espacio entre placas se llena con un material con constante dieléctrica κ . cuando un segundo condensador de capacidad C' se conecta en serie con el primero, la capacidad de la nueva asociación es C_0 . determinar C' en función de C_0 .

Resultado: $C' = \frac{\kappa}{\kappa - 1} C_0$

77. Un condensador de placas paralelas rectangulares de longitud a y anchura b posee un dieléctrico de igual anchura insertado parcialmente una distancia x entre las placas, como se indica en la figura. a) Determinar la capacidad en función de x . Despreciar los efectos de los bordes. b) Comprobar que la respuesta ofrece los resultados esperados para $x=0$ y $x=a$. Ayuda: Considerar el sistema como compuesto por dos condensadores en paralelo, uno con dieléctrico y el otro no.



Resultado: a) $C_{eq} = \frac{\epsilon_0 b}{d} [(\kappa - 1)x + a]$