

## **T.D. 2 :Funciones entre espacios Euclídeos n-dimensionales.**

### **Límites y Continuidad.**

#### **Ejercicio 1**

Encontrar el dominio de la función  $f(x, y) = \sqrt{y} - \ln(\sin(\pi x))$ .

#### **Ejercicio 2**

Usar la definición de límite para probar que

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} 3 - x - y = 1.$$

#### **Ejercicio 3**

Estudiar mediante coordenadas polares el límite siguiente :

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 - 2x}{y^2 + 2x}.$$

#### **Ejercicio 4**

Estudiar la continuidad de la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^3 + y^3)}{x^2 + y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

#### **Ejercicio 5**

Estudiar la continuidad de la función  $f(x, y, z) = \frac{xyz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  con  $f(0, 0, 0) = 0$ .

#### **Ejercicio 6**

Sea  $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  una función uniformemente continua en  $B \subseteq A$  y en  $C \subseteq A$ .

1. Probar que  $f$  es uniformemente continua en  $B \cap C$ .
2. ¿Ha de ser  $f$  uniformemente continua en  $B \cup C$ ?

#### **Ejercicio 7**

Usar la convergencia propia para encontrar el límite de la función  $f(x, y) = \frac{\ln(1 + x - y)}{x - y}$  en el punto  $(0, 0)$ .