



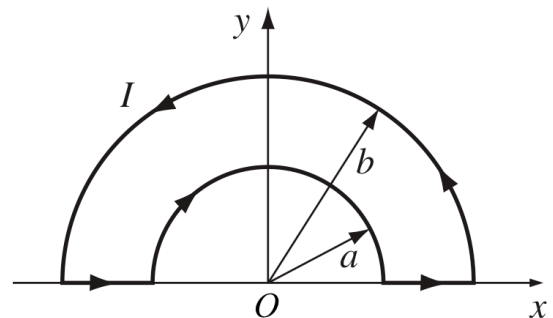
Electromagnetismo II

Segundo control: 24 de mayo de 2022

- 1.- Ecuaciones de Maxwell en forma covariante. Significado físico, descripción de los elementos que aparecen en ellas. Deducir la ley de Gauss y la ecuación de continuidad a partir de estas ecuaciones. **(1.75 puntos)**
- 2.- Campos eléctrico y magnético creados por una carga en movimiento arbitrario: características generales, como son entre ellos y comportamiento a grandes distancias. Expresión del tiempo retardado, ¿cuál es su significado físico? ¿Cuánto valen los invariantes del campo electromagnético a grandes distancias? Razonar la respuesta. **(1.5 punto)**
- 3.- La espira que se muestra en la figura tiene carga neta nula y transporta una corriente cuya intensidad I aumenta linealmente con el tiempo t de modo que:

$$I(t) = kt \quad (-\infty < t < +\infty), \quad k = \text{constante}$$

- (a) Determinar los potenciales retardados ϕ y \mathbf{A} en el punto O .
- (b) Encontrar el valor del campo eléctrico \mathbf{E} en el punto O . ¿Por qué a pesar de que la carga neta de la espira es nula, ésta produce un campo eléctrico?
- (c) ¿Por qué no se puede determinar el campo magnético \mathbf{B} creado por la espira de la expresión del potencial vector \mathbf{A} obtenida en el apartado (a)? **(1 punto)**



- 4.- Una carga puntual q describe un movimiento hiperbólico a lo largo del eje x que viene dado por la ecuación:

$$\vec{r}'(t) = \sqrt{b^2 + (ct)^2} \hat{\mathbf{u}}_x \quad (-\infty < t < +\infty)$$

[en relatividad especial, ésta es la trayectoria de una partícula sometida a una fuerza constante a lo largo del eje x y cuyo valor es $F = mc^2/b$; se denomina “movimiento hiperbólico” pues representa una rama de hipérbola en el plano $x - ct$].

Determinar, para un punto P situado en el eje x a la derecha de la carga:

- (a) El tiempo retardado t' en función de la coordenada x y del tiempo “actual” t .
- (b) La velocidad de la carga v en función del tiempo retardado t' , así como en función de la coordenada x y del tiempo “actual” t . ¿Cuánto vale la velocidad v para $t' = 0$ y para $t' \rightarrow \infty$?
- (c) Demostrar que la potencia radiada es constante y calcular su valor, teniendo en cuenta que la velocidad es relativista.
- (d) ¿Cuánto vale la aceleración inicial de la partícula (para $t' = 0$)? Expresar la potencia radiada tanto en función de la aceleración inicial como de la fuerza F aplicada y comprobar que conduce a la expresión familiar de la potencia de Larmor (en reposo o $v \ll c$, no relativista). **(1.5 puntos)**

- 5.- Un condensador de láminas planoparalelas de capacidad C y separación entre las placas d , se encuentra inicialmente descargado. Se conecta a una batería de fem V_0 y a una resistencia R y se carga totalmente.
- (a) ¿Qué fracción de la energía almacenada finalmente en el condensador es radiada durante el proceso de carga?
- (b) Si $C = 1$ pF, $R = 1000 \Omega$ y $d = 0.1$ mm, ¿cuál es el valor de esta fracción? En electrónica normalmente no nos preocupamos sobre las pérdidas por radiación, ¿es esto razonable en este caso? **(1.5 puntos)**
- 6.- La resistencia de radiación es la resistencia eléctrica R que daría la misma potencia disipada promedio en forma de calor que un dipolo eléctrico oscilante emite en forma de radiación. Encontrar la resistencia de radiación de un cable que une los extremos de un dipolo eléctrico oscilante en función de la separación d entre las cargas y la longitud de onda λ de la radiación emitida. Para cables de radio ordinarios ($d \sim 5$ cm) que emiten ondas de media frecuencia ($\lambda \sim 1$ km), ¿debería tenerse en cuenta la contribución radiativa a la resistencia total? **(1.5 puntos)**
- 7.- Paul Dirac (1902-1984) y Vladimir Fock (1898-1974) propusieron una densidad lagrangiana para el campo electromagnético de la forma:
- $$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\epsilon_0 c^2 \partial_\rho A_\sigma \partial^\rho A^\sigma - J^\eta A_\eta$$
- (a) Sustituir esta densidad lagrangiana en las ecuaciones de Euler-Lagrange de un campo y discutir el resultado que se obtiene.
- (b) Esta densidad lagrangiana difiere de la densidad lagrangiana ordinaria en una tetradivergencia. ¿Modifica esto de alguna manera la acción o las ecuaciones de movimiento? ¿Por qué? **(0.5 puntos)**
- 8.- Invariancia gauge de la acción y ley de conservación de la carga. **(0.75 puntos)**

