# Transformaciones gauge

La idea viene del electromagnetismo. Sabemos que las ecuaciones de Maxwell quedan invariantes si hacemos

$$\vec{A} \longrightarrow \vec{A} + \vec{\nabla}\psi$$

$$\phi \longrightarrow \phi - \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

En Teoría de campos tenemos una noción similar. Veámoslo con un ejemplo:

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \varphi^+ \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi^+ \varphi$$

Sea $U$ una transformación unitaria tal que NO depende de $x^\mu$.

$$\varphi \rightarrow U\varphi$$
$$\varphi^+ \rightarrow \varphi^+ U^+$$

(unitaria, $UU^+ = U^+U = 1$)

Veamos qué le ocurre a $\mathcal{L}$ bajo esta transformación.

$$\partial_\mu \varphi^+ \partial_\mu \varphi \rightarrow \partial_\mu (\varphi^+ U^+) \partial^\mu (U\varphi)$$

$$= \partial_\mu (\varphi^+)(U^+ U) \partial^\mu (\varphi) = \partial_\mu \varphi^+ \partial_\mu \varphi$$

$$m^2 \varphi^+ \varphi \rightarrow m^2 (\varphi^+ U^+)(U\varphi) = m^2 \varphi^+ (U^+ U) \varphi$$

$$= m^2 \varphi^+ \varphi$$

Entonces, $\mathcal{L}$ es invariante bajo $\varphi \rightarrow U\varphi$.

Como $U$ es una constante (no depende de $x^\mu$), la escribimos como

$$U = e^{i\Lambda} \quad \Lambda \rightarrow \text{constante}$$

(nota: en algunos caso $\Lambda$ será una matriz hermítica)

¿ Qué sucede si ahora consideramos una transformación gauge local ?

de nuevo

$$m^2\varphi^+\varphi \to m^2\varphi^+U^+(x)U(x)\varphi = m^2\varphi^+\varphi$$

pero

$$\partial_\mu\varphi^+ \to \partial_\mu(\varphi^+U^+) = (\partial_\mu\varphi^+)U^+ + \varphi^+\partial_\mu(U^+)$$

$$\partial_\mu\varphi \to \partial_\mu(U\varphi) = (\partial_\mu U)\varphi + U\partial_\mu(\varphi)$$

$$= UU^+(\partial_\mu U)\varphi + U\partial_\mu(\varphi)$$

$$= U[\partial_\mu\varphi + \underbrace{(U^+\partial_\mu U)\varphi}_{\text{término extra que quiero eliminar}}]$$

La idea es:

→ con tr. gauge globales tenemos

$$\partial_\mu\varphi \to U\partial_\mu\varphi$$

→ con tr. gauge locales, <u>queremos tener</u>

$$D_\mu\varphi \to U(x)D_\mu\varphi$$

donde $D_\mu$ es cierta nueva derivada que necesitamos introducir.

Resulta que, si definimos la <u>derivada covariante</u>

$$D_\mu \psi = \partial_\mu \psi - i A_\mu \psi \, , \quad \text{donde} \quad A_\mu(x) \text{ es el}$$

llamado <u>potencial gauge</u>, que satisface la regla de transformación

$$A_\mu \rightarrow U A_\mu U^+ + i\, U \partial_\mu U^+ \, , \quad \text{entonces}$$

$\mathcal{L}$ será invariante bajo $U(x)$.

<u>Moraleja</u>: ¡¡para mantener invariancia gauge local, ha aparecido un <u>nuevo campo</u>, $A_\mu$.!!

(Comentario derivadas covariantes).