



Electromagnetismo II

2ª entrega de problemas

1.- Una onda electromagnética monocromática plana uniforme desciende en la dirección $+z$ en agua de mar, donde el plano xy denota la superficie del mar y $z = 0$ denota un punto exactamente debajo de la superficie. Los parámetros constitutivos del agua de mar son: permitividad relativa $\epsilon_r = 80$, permeabilidad relativa $\mu_r = 1$, y conductividad $\sigma = 80.4 \text{ S/m}$ ($1 \text{ siemens (S)} = 1 \text{ } \Omega^{-1}$). Si el vector \vec{H} en $z = 0$ viene dado por la ecuación:

$$\vec{H}(0, t) = 0.1 \cos(2000\pi t + 15^\circ) \hat{u}_y \quad \text{A/m}$$

Determinar:

- La frecuencia f de la onda electromagnética ($\omega = 2\pi f$). Justificar que para la frecuencia obtenida el agua de mar es un buen conductor.
- El vector de onda complejo de la onda electromagnética teniendo en cuenta que el medio es un buen conductor.
- Las expresiones de los campos $\vec{E}(z, t)$ y $\vec{B}(z, t)$. [Tener en cuenta que en un conductor los campos \vec{E} y \vec{B} no están en fase, por lo que sus amplitudes complejas se pueden escribir $\tilde{E}_0 = E_0 e^{i\delta_E}$ y $\tilde{B}_0 = B_0 e^{i\delta_B}$].
- El vector de Poynting.
- La profundidad de penetración de la onda electromagnética en el agua de mar, así como la profundidad a la cual la amplitud del campo eléctrico es 1% de su valor en $z = 0$.

2.- El campo magnético de una onda electromagnética plana en el vacío que se propaga a lo largo del eje z (por lo que ninguna magnitud es función ni de x ni de y) viene dado por la ecuación:

$$\vec{B}(z, t) = B_0 \cos[\omega(t - z/c)] \hat{u}_y$$

y además se tiene que el potencial escalar es nulo ($\phi = 0$). Determinar:

- El valor del potencial vector \vec{A} y el vector campo eléctrico \vec{E} de la onda electromagnética.
- Comprobar que los potenciales \vec{A} y ϕ satisfacen el *gauge* de Lorenz.

3.- En un sistema de referencia S los campos eléctrico y magnético forman un ángulo de 30° y además la relación entre sus módulos es $E = 2cB$. Determinar, en función de c y B , los módulos de los campos eléctrico y magnético, E' y B' , respectivamente, en un nuevo sistema de referencia S' en el que los campos eléctrico y magnético forman un ángulo de 45° .

4.- Una varilla delgada de longitud L tiene carga q distribuida uniformemente con densidad lineal de carga λ . La varilla se encuentra en el eje x y se mueve con velocidad constante v a lo largo de dicho eje x , sentido positivo, de modo que en el instante $t = 0$ la parte de atrás de la varilla pasa por el origen de coordenadas. Los valores L y λ son los que mediría un observador en reposo en el sistema de referencia S respecto al cual se mueve la varilla λ [tener en cuenta las condiciones que impone la invariancia de la carga eléctrica q sobre las densidades de carga en los dos sistemas de referencia]. Determinar:

Los potenciales creados por la varilla en el origen de coordenadas en función del tiempo, para $t > 0$, aplicando las transformaciones de Lorentz a los potenciales en el sistema de referencia S' ($x'y'z'$) de la varilla en reposo. Expresarlos en función de las coordenadas y las magnitudes de la varilla (densidad lineal de carga y longitud) del sistema de referencia S (xyz) respecto al que se mueve la varilla. ¿Cuáles son las expresiones de estos potenciales cuando la varilla se aproxima a una carga puntual?