Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Tema 7: Inducción magnética

Electromagnetismo

2º Curso Grado Física

Universidad de Alicante – Departamento de Física Aplicada

Índice

1. Introducción: condiciones estacionarias y no estacionarias.
2. Ley de Henry-Faraday.
3. Medios estacionarios
   - Potencial Vector e inducción magnética.
   - Condiciones de contorno.
4. Medios móviles.
5. Inductancia y autoinductancia.

1. Introducción

Hasta ahora: **CONDICIONES ESTÁTICAS**

(campos E y B no dependen explícitamente del tiempo)

ECUACIONES DIFERENCIALES FUENTE

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \qquad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

Ec. de continuidad

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

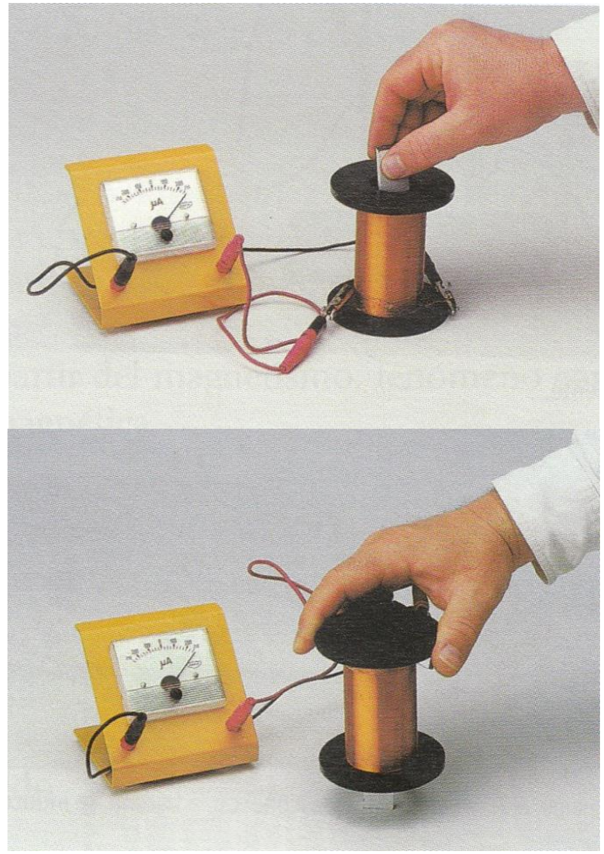
Principio conservación carga

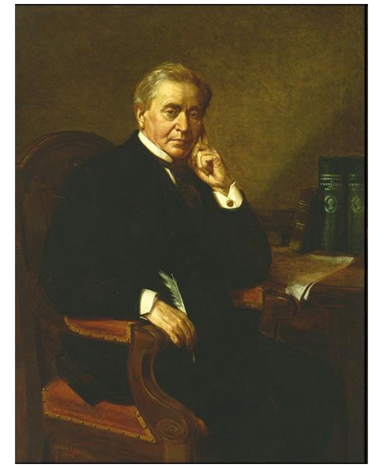
Fuerza generalizada de Lorentz

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

2. Ley de Henry-Faraday sobre inducción electromagnética

Michael Faraday
(1791-1867)





Joseph Henry
(1816-1887)

Experimentalmente observaron que un campo magnético variable (imán que se mueve) provocaba o inducía una corriente en un circuito (un solenoide).

Ley de Faraday-Henry

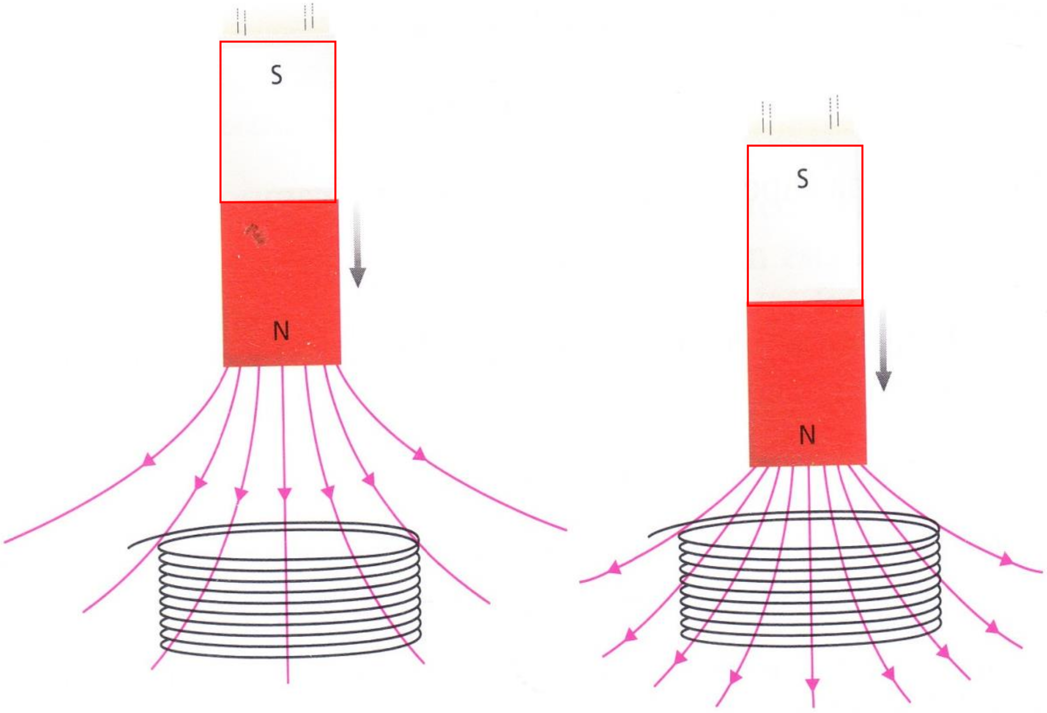
Se genera una corriente eléctrica en un circuito cuando un generador establece en él una fuerza electromotriz (diferencia de potencial), ε.

Observaciones

- Generador: campo magnético
- La corriente es mayor a mayor rapidez del movimiento relativo imán-bobina

Conclusiones

- Varía el número de líneas de flujo en el interior de la bobina



Ley empírica

La fuerza electromotriz, ε, que origina la corriente eléctrica inducida en un circuito es igual a la **rapidez con que varía el flujo magnético a través del mismo**

$$\varepsilon_{inducida} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon_{inducida} = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

En el Tema de corrientes eléctricas se obtuvo la expresión

$$\mathcal{E} = \oint_C \mathbf{E}_{nc} \cdot d\mathbf{s}$$

La presencia de una fem inducida es indicativa de la existencia de un campo **E** inducido en el circuito no conservativo

$$\oint_C \mathbf{E}_{\text{ind}} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

En un punto del espacio el **E** se puede expresar: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{c}} + \mathbf{E}_{\text{ind}}$

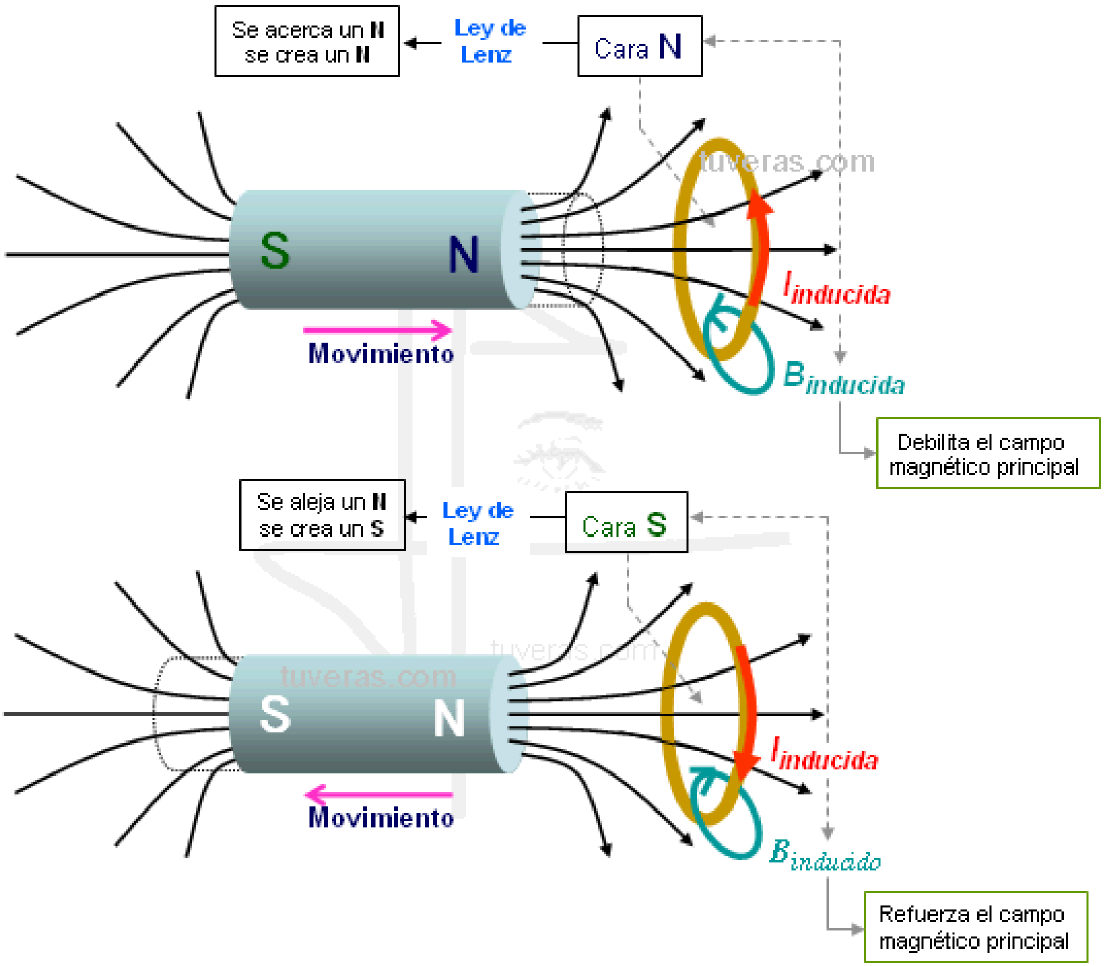
$$\boxed{\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}}$$

ENUNCIADO FINAL DE LA LEY DE FARADAY

Ley de Lenz

¿Por qué existe un signo negativo en la expresión de la ley de Faraday?

Ley de Lenz: El sentido de la corriente inducida es tal que el campo magnético creado por dicha corriente tiende a oponerse a la variación del flujo magnético que la ha originado.



Formas de inducir una fuerza electromotriz

Formas inducir una corriente en un circuito

$$\varepsilon_{inducida} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\left(B\,S\,\cos\theta\right)}{dt}$$

CASO 1: MEDIOS ESTACIONARIOS:

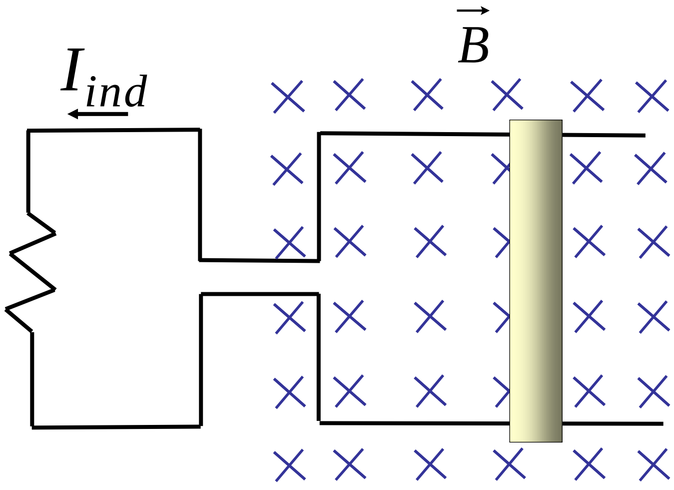
- Usando un campo magnético variable con el tiempo.

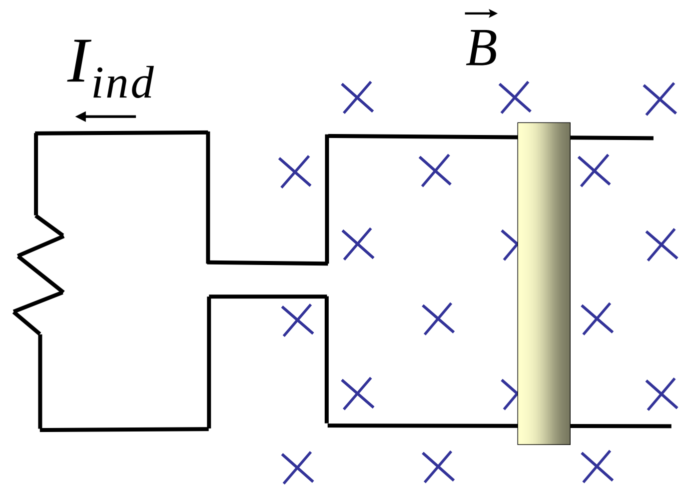
CASO 2: MEDIOS MÓVILES

- Variando el área S concatenada por el circuito sobre el que se induce la corriente.

- Variando la orientación (ángulo) entre campo magnético y vector superficie

EJEMPLO 1: B variable en el tiempo y medio (circuito) estacionario



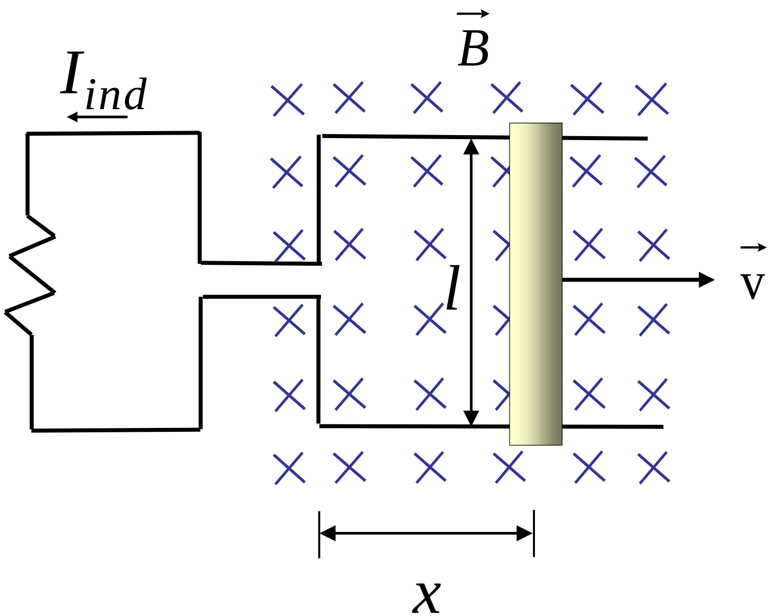


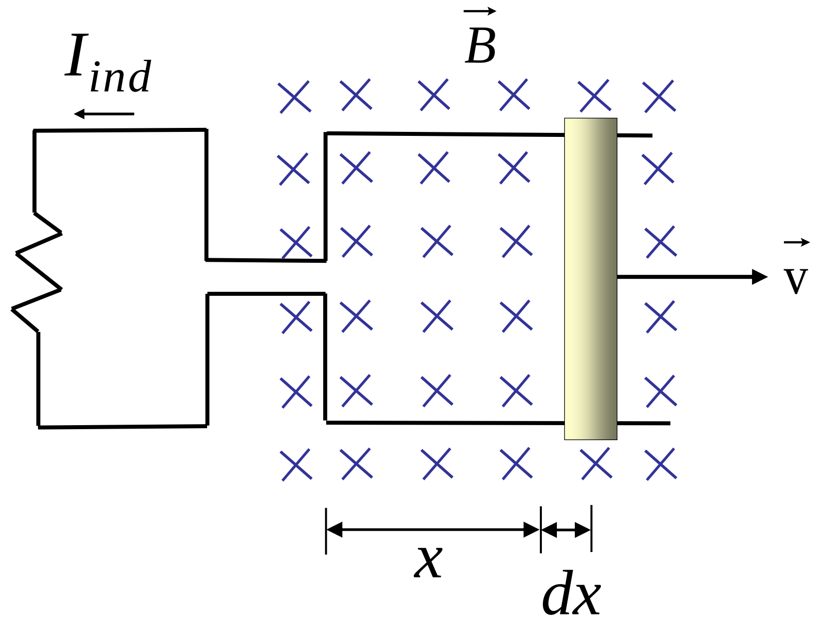
$$\varepsilon_{inducida} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\left(B\,S\,\cos\theta\right)}{dt} = -\frac{dB}{dt}\,S\cos 0^{o} = -S\,\frac{dB}{dt}$$

La intensidad de la corriente inducida será: $I_{ind} = \dfrac{\varepsilon_{ind}}{R}$

EJEMPLO 2: Medio móvil (aumenta longitud del circuito)

Varía el área de la superficie atravesada por las líneas de campo





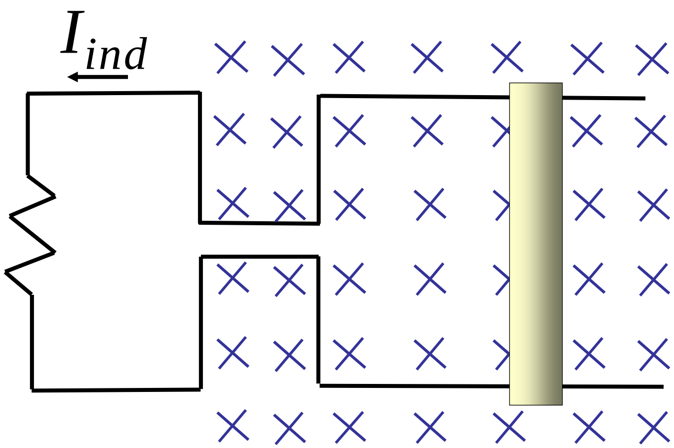
$$\varepsilon_{inducida} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\left(B\,S\cos\theta\right)}{dt} = -\frac{dS}{dt}B\cos 0^o =$$

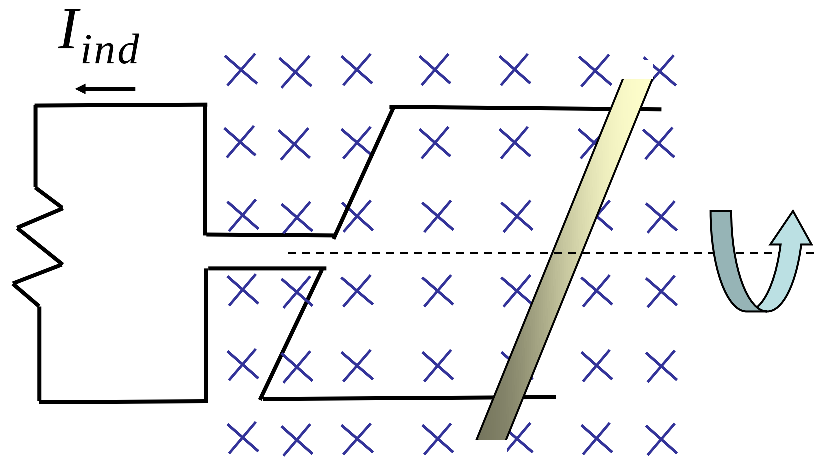
$$= -B\frac{d(l\;x)}{dt} = -B\,l\,\frac{dx}{dt} = -B\,l\,\mathrm{v}$$

La intensidad de la corriente inducida será: $$I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R}$$

<u>EJEMPLO 2</u>: Medio móvil (circuito que gira)

Varía la orientación (ángulo) entre campo magnético y vector superficie





Conforme la espira gira cambia el flujo magnético que la atraviesa, debido a que varía el **<u>área efectiva</u>** que presenta la espira para ser atravesada por el campo magnético. De forma alternativa, decrece y crece dicha área. Cada media vuelta, la corriente inducida en la espira cambia de sentido, originando una corriente alterna.

La intensidad de la corriente inducida será: $$I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R}$$

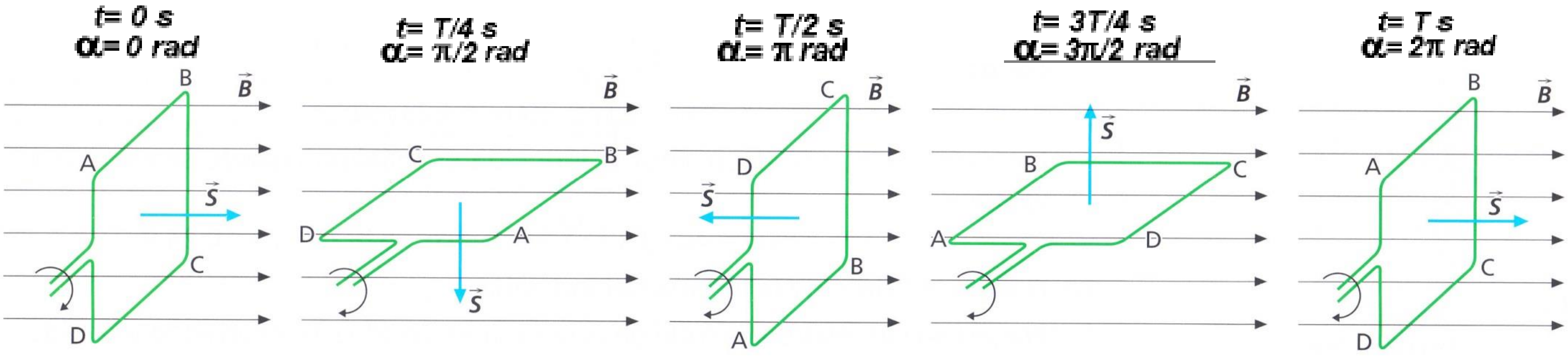


FIGURA 6.14.a. FIGURA 6.14.b. FIGURA 6.14.c. FIGURA 6.14.d. FIGURA 6.14.e.

a) $\Phi_{B\,max} = B \cdot S$ → b) $\Phi_B = 0$ → c) $\Phi_{B\,min} = -B.S$ → d) $\Phi_B = 0$ → e) $\Phi_{B\,max} = B.S$

Φ_B disminuye → Φ_B aumenta

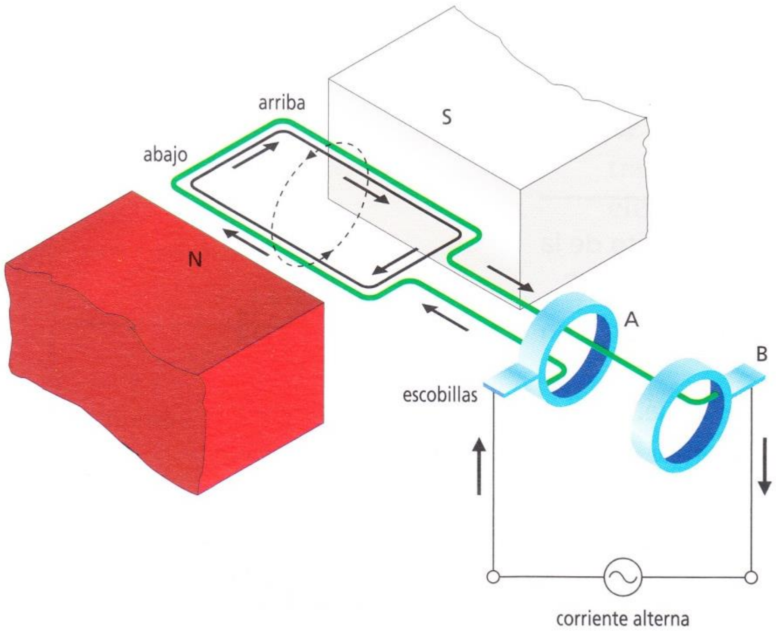
$$\varepsilon_{inducida} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B\,S\cos\alpha)}{dt} =$$

$$= -B\,S\,\frac{d\cos\alpha}{dt} \underset{\alpha=\omega t}{=} -B\,S\,\frac{d\cos\omega t}{dt} = B\,S\,\omega\,\mathrm{sen}\,\omega t$$

Se ha supuesto un B = cte y que el circuito gira con velocidad angular cte

Aplicación: Generador de corriente alterna

El generador eléctrico, alternador, mas simple consiste en una espira que gira con velocidad angular constante en el interior de un campo magnético uniforme producido por un imán o electroimán



Se requiere alguna clase de fuente de energía para que funcione un generador. La corriente inducida en las espiras del generador ocasiona la aparición de pares de fuerzas magnéticas que en todo momento se oponen al giro de la espira. En un generador, parte de la energía mecánica que mueve les turbinas se transforma en energía eléctrica

Un generador transforma energía mecánica en energía eléctrica

3. Medios estacionarios.

$$\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{a} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\cdot d\mathbf{a} = \int_S (\nabla\times\mathbf{E})\cdot d\mathbf{a}$$

$$\int_S \left(\nabla\times\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right)\cdot d\mathbf{a} = 0$$

$$\boxed{\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}}$$

Ley de Faraday en forma diferencial
para un medio estacionario

Ecuación fuente de **E**

E no es conservativo (hasta ahora decíamos que lo era porque
se consideraban condiciones estacionarias, es decir campos no variables
con el tiempo)

Expresión de **E** en función del potencial escalar electrostático y del potencial vector

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0$$

$$\boxed{\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}}$$

Parte conservativa   Parte no conservativa

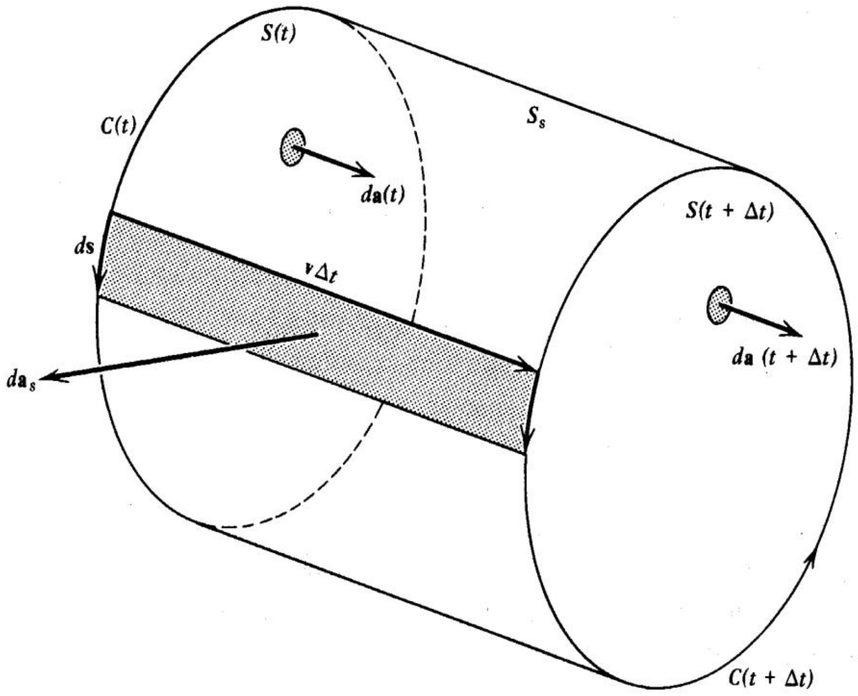
CONDICIONES DE CONTORNO PARA E

$$\mathbf{E}_{2t} - \mathbf{E}_{1t} = \lim_{h\to 0}\left\{ h\left[\left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right)\times \hat{\mathbf{n}}\right]\right\}$$

$$\boxed{\mathbf{E}_{2t} = \mathbf{E}_{1t}}$$

Las componentes tangenciales de E en discontinuidades se siguen conservando

4. Medios móviles.



$$\frac{d\Phi}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t}\left[\int_{S(t+\Delta t)} \mathbf{B}(t+\Delta t)\cdot d\mathbf{a}(t+\Delta t) - \int_{S(t)} \mathbf{B}(t)\cdot d\mathbf{a}(t)\right]$$

$$\boxed{\frac{d\Phi}{dt} = \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\cdot d\mathbf{a} + \oint_C (\mathbf{B}\times\mathbf{v})\cdot d\mathbf{s}}$$

Debido a la variación temporal de **B**

Debido al movimiento del circuito

$$\mathcal{E}' = \oint_C \mathbf{E}'\cdot d\mathbf{s} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\cdot d\mathbf{a} + \oint_C (\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot d\mathbf{s}$$

$$\int_S \nabla\times(\mathbf{E}' - \mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot d\mathbf{a} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\cdot d\mathbf{a}$$

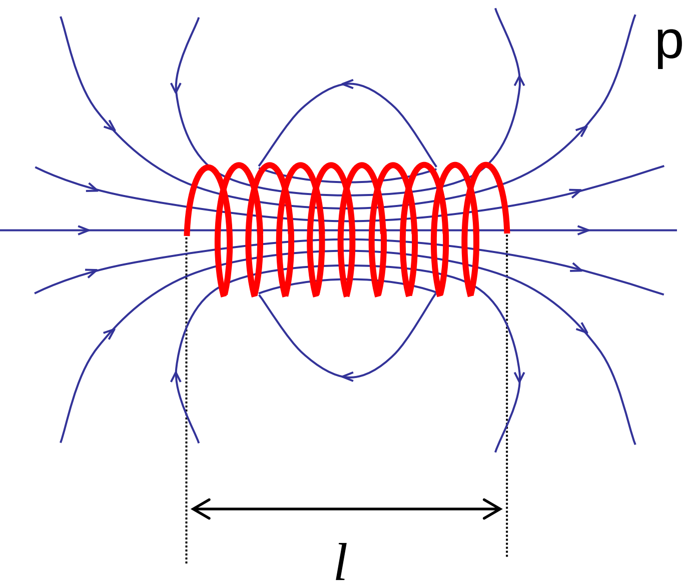
$$\boxed{\nabla\times\underbrace{(\mathbf{E}' - \mathbf{v}\times\mathbf{B})}_{\mathbf{E}\text{ en el sistema lab}} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}}$$

Las cantidades con primas se refieren al sistema de referencia en movimiento y sin primas al sistema de laboratorio (fijo).

5. Inductancia y autoinductancia.

INTRODUCCIÓN: Descripción sencilla para una bobina de N espiras

Toda corriente de intensidad variable que circule por un conductor crea un campo magnético variable a su alrededor que a su vez induce una fuerza electromotriz en el propio conductor que se opone a la variación que la produce



Flujo magnético es proporcional al campo y este proporcional a la corriente

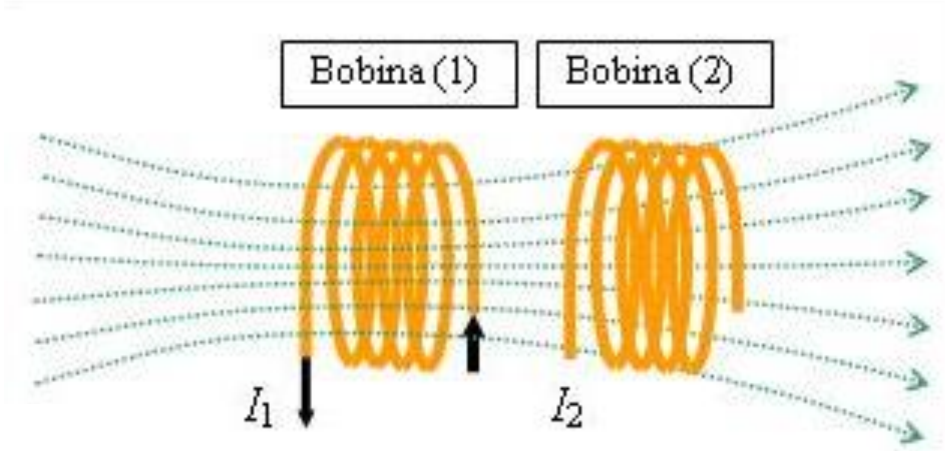
$$\Phi_m = L\, I$$

L autoinducción Unidades SI: H (Wb/A, T m²/A)

$$L = \frac{\mu\, N^2 S}{l}$$

Capacidad de un condensador $C = \dfrac{S\,\varepsilon}{d}$

Cuando dos o más circuitos están próximos, el flujo magnético que atraviesa uno de ellos depende de la corriente que circula por él y de las que circulan por los circuitos próximos.



El campo magnético en el interior de la bobina 1 tiene una componente debida a I_1 y otra debida a I_2. Análogamente para la bobina 2.

Circuito 1 $$\Phi_{B_1} = L_1 I_1 + M_{21} I_2$$

Circuito 2 $$\Phi_{B_2} = L_2 I_2 + M_{12} I_1$$

M_{12} y M_{21} es la inducción mutua, que depende de la posición relativa entre ambos conductores.

Energía magnética

Un condensador almacena energía eléctrica

$$W_E = \int_0^Q V_1 \cdot dq_1 = \int_0^Q \frac{q_1}{C} \cdot dq_1 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q V$$

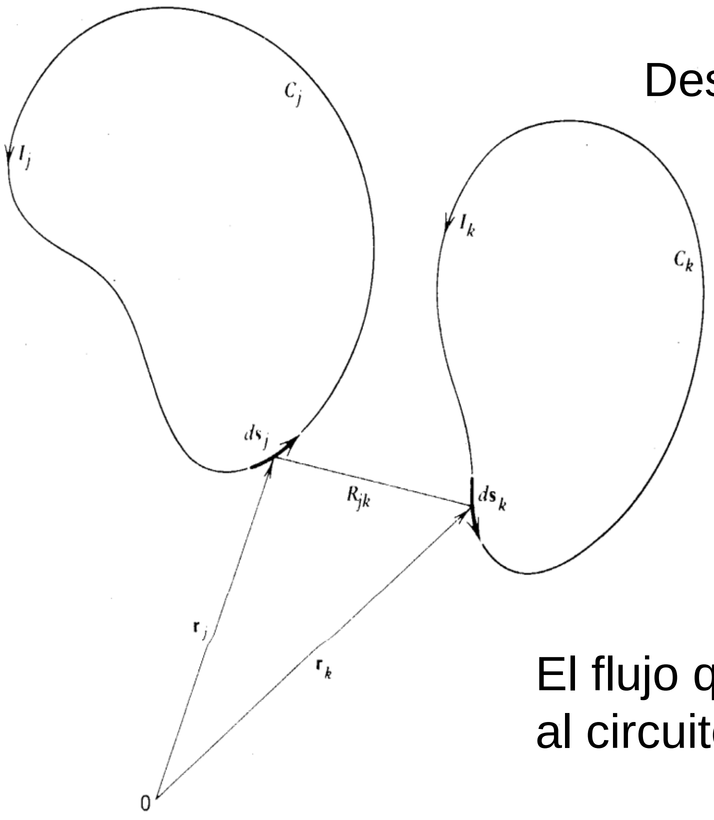
$$Q = C\, V$$

Un inductor almacena energía magnética

$$W_M = \int_0^\Phi I \cdot d\Phi = L \int_0^I I \cdot di = \frac{1}{2} L\, I^2 = \frac{1}{2} \Phi\, I = \frac{1}{2}\frac{\Phi}{L}$$

$$\Phi = L\, I$$

5. Inductancia y autoinductancia.



Descripción general para varios conductores

El flujo que atraviesa el circuito j debido al circuito k viene dado por:

$$\Phi_{k\to j} = \oint_{C_j} \mathbf{A}_k(\mathbf{r}_j)\cdot d\mathbf{s}_j = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{C_j}\oint_{C_k} \frac{I_k\, d\mathbf{s}_j \cdot d\mathbf{s}_k}{R_{jk}}$$

$$\Phi_{k \to j} = M_{jk} I_k$$

$$M_{jk} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_j} \oint_{C_k} \frac{d\mathbf{s}_j \cdot d\mathbf{s}_k}{R_{jk}}$$

INDUCTANCIA MUTUA DE LOS CIRCUITOS j Y k

Factor puramente geométrico, relacionado con los tamaños y orientaciones relativas de los circuitos.

Su unidad es el Henry

La permeabilidad μ tiene unidades de Henry/metro

El flujo que atraviesa el circuito k debido al circuito j viene dado por:

$$\Phi_{j \to k} = M_{kj} I_j$$

$$M_{kj} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_k} \oint_{C_j} \frac{d\mathbf{s}_k \cdot d\mathbf{s}_j}{R_{kj}}$$

$$\boxed{M_{kj} = M_{jk}}$$

$$\mathcal{E}_{k \to j} = -\frac{d\Phi_{k \to j}}{dt} = -M_{jk} \frac{dI_k}{dt}$$

Suponiendo que los circuitos están en reposo

Si hay más de un circuito induciendo corriente sobre el otro:

$$\Phi_j = \sum_k \Phi_{k \to j} = \sum_k M_{jk} I_k \qquad \mathcal{E}_{j,\,\mathrm{mutua}} = -\frac{d\Phi_j}{dt} = -\sum_k M_{jk} \frac{dI_k}{dt}$$

Un circuito puede producir un flujo que le atraviesa a él mismo

$$\Phi_{j\to j} = L_{jj} I_j$$

$$L_{jj} = L_j = L = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_j} \oint_{C_j} \frac{d\mathbf{s}_j \cdot d\mathbf{s}'_j}{R_{jj}}$$

AUTOINDUCTANCIA

Si la corriente varía con el tiempo: fem autoinducida

$$\mathcal{E}_{j,\text{misma}} = -L_{jj} \frac{dI_j}{dt} = -L \frac{dI_j}{dt}$$