Electromagnetismo II

Tema 7. TEORÍA DE LA RADIACIÓN

1.- Un condensador de láminas planoparalelas de capacidad C y separación entre las placas d, tiene una carga inicial $(\pm)Q_0$. Entonces se contacta a una resistencia R y se descarga de modo que $Q_0 e^{-t/RC}$.

(a) ¿Qué fracción de su energía inicial $(Q_0^2/2C)$ es radiada?

(b) Si C = 1 pF, R = 1000 Ω y d = 0.1 mm, ¿cuál es el valor de esta fracción? En electrónica normalmente no nos preocupamos sobre las pérdidas por radiación, ¿es esto razonable en este caso?

2.- Encontrar la resistencia de radiación de un cable que une los extremos de un dipolo. Probar que $R = 790(d/\lambda)^2$, donde λ es la longitud de onda de la radiación. Para cables de radio ordinario (por ejemplo, d = 5 cm), ¿debería tenerse en cuenta la contribución radiativa a la resistencia total? [La resistencia de radiación es la resistencia eléctrica R que daría la misma potencia disipada promedio en forma de calor que un dipolo oscilante emite en forma de radiación].

3.- Una carga positiva q con velocidad inicial v_0 se dirige, desde una distancia muy alejada, hacia una carga Q, también puntual, que se encuentra en reposo. La carga se detiene a una distancia determinada de la carga Q y retorna hacia el infinito. ¿Qué fracción de su energía inicial ($\frac{1}{2}mv_0^2$) es radiada? Suponer que $v_0 << c$ e ignorar los efectos de la reacción de radiación sobre el movimiento de la partícula.

4.- El la teoría del átomo de Bohr para el hidrógeno, el electrón en su estado fundamental se supone que gira en una órbita circular de radio $r = 5 \times 10^{-11}$ m, manteniendo su órbita por acción de la atracción culombiana del protón. De acuerdo con la electrodinámica clásica, este electrón radiaría, describiendo una trayectoria en espiral hasta caer en sobre el protón. Probar que la velocidad del electrón es no relativista ($v << c$) para la mayor parte de la trayectoria del electrón (de modo que se puede usar la fórmula de Larmor) y calcular la *esperanza de vida* del átomo de Bohr. (Suponer que cada revolución es esencialmente circular).

5.- Supongamos que una hipotética estrella de neutrones ($M = 2 \times 10^{30}$ kg, $R = 10^4$ m) tiene todos sus neutrones alineados en una dirección perpendicular a su eje de rotación. Encontrar la fracción de su energía que se pierde por radiación dipolar. ¿Cuánto tiempo sería necesario para que una estrella de neutrones rotando a 300/2π Hz perdiera 9/10 de su energía cinética de rotación inicial? Masa del neutrón, 1.675×10^{-27} kg; Momento dipolar magnético del neutrón, -9.657×10^{-27} J/T [el signo negativo significa que el neutrón tiende a alinearse de forma antiparalela a un campo magnético, en lugar de hacerlo de forma paralela.]

6.- Determinar la radiación emitida por un dipolo $\vec{\mathbf{p}}$ que gira en un plano a velocidad angular constante ω.

7.- Sea una antena lineal de alimentación central, cuya longitud d es pequeña en comparación con la longitud de onda. Suponiendo que la intensidad de la corriente que la recorre disminuye linealmente desde su centro a los extremos, calcular la potencia radiada.

8.- Sea una antena lineal de alimentación central y longitud d que se haya recorrida por una corriente eléctrica de intensidad:

$$i(z,t) = i_0 \cos\left(\frac{\pi z}{d}\right)\cos \omega t$$

Hallar, en la aproximación dipolar, la potencia radiada por ángulo sólido, el promedio temporal de esta última y la potencia total emitida en función de d / λ, donde λ es la longitud de onda de emisión.

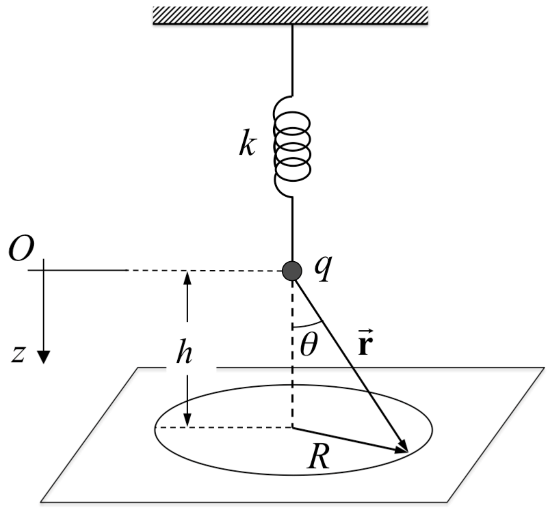
9.- Dada la distribución angular de energía radiada por una carga q, que realiza un movimiento rectilíneo acelerado, determinar los máximos y mínimos de la distribución en el caso general y, en particular, en los límites no relativista y ultrarrelativista.

10.- Una partícula de masa m y carga q está unida a un resorte de constante elástica k que cuelga del techo. En el equilibrio la carga se encuentra a una altura h sobre el suelo. En el instante $t = 0$ la carga se separa una distancia d por debajo de su posición de equilibrio y se suelta. Se desprecian los efectos de reacción de radiación de amortiguamiento del oscilador.

(a) Determinar la amplitud p_0 la frecuencia angular ω y momento dipolar $\vec{\mathbf{p}}(t)$ del dipolo eléctrico oscilante.

(b) Teniendo en cuenta el valor medio del vector de Poynting para un dipolo eléctrico oscilante cuando $d \ll \lambda \ll h$:

$$\langle \vec{\mathbf{S}} \rangle = \left(\frac{\mu_0 \langle |\ddot{\vec{\mathbf{p}}}(t)|^2 \rangle}{16\pi^2 c} \right) \frac{\operatorname{sen}^2\theta}{r^2} \hat{\mathbf{n}} \qquad \hat{\mathbf{n}} = \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r}$$



calcular la intensidad de la radiación que incide sobre el suelo, I_s, en función de la distancia R medida desde el punto situado directamente debajo de q. [I_s es la energía promedio por unidad de área sobre el suelo, $I_s da = \langle \vec{\mathbf{S}} \rangle \cdot d\vec{\mathbf{a}}$, con da el diferencial de superficie del suelo y $d\vec{\mathbf{a}}$ su vector superficie]. Expresar el resultado en función de R y h. ¿Para qué valor de R la radiación es más intensa?

(c) Si el suelo es infinito, determinar la energía promedio por unidad de tiempo que incide sobre todo el suelo, ¿es lo que se esperaría? ¿cuál sería la potencia total radiada por la carga?

(d) Debido a la pérdida de energía en forma de radiación, la amplitud de las oscilaciones decrecerá gradualmente. ¿Cuál es el valor del tiempo τ en que la amplitud se ha reducido en un factor d/e? (suponer que la fracción de energía perdida por ciclo es muy pequeña).