Examen Final
Álgebra Lineal II

Maria Teresa Botella Prieto
transcrito por Víctor Mira

29 de mayo de 2024

1. (2,5 Puntos) Obtened las posibles formas de Jordan J de la $A \in \mathcal{M}_4\mathbb{R}$ tal que:
$$c_A(x) = (x-1)^2(x+2)^2$$

2. Sea $T\colon \left(\mathbb{R}^2\right)^* \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $T(\alpha, \overline{u}) = \alpha_2 \cdot u_1$

   a) (1 Punto) ¿Es T un tensor? Si lo es, ¿de qué tipo?

   b) (1,5 Puntos) Si T es un tensor, hallad sus coordenadas respecto a la base canónica de $\mathbb{R}$

3. Se considera la aplicación $\langle , \rangle \colon \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida como:
$$\langle \overline{x}, \overline{y} \rangle = x_1y_1 - x_1y_2 + x_1y_3 - x_2y_1 + 2x_2y_2 - 2x_2y_3 + x_3y_1 - 2x_3y_2 + 3x_3y_3$$

   a) (2 Puntos) Demostrad que la aplicación anterior es un producto escalar en $\mathbb{R}^3$.

   b) (1,5 Puntos)Calculad una base ortonormal de $\mathbb{R}^3$ para dicho producto escalar.

4. (1,5 Puntos) Suponed que E es un espacio euclídeo. Si F es un subespacio vectorial de E y $u \in E$, probad que $||u - p_F(u)||^2 = \langle u, p_F(u) \rangle$