APELLIDOS: .... NOMBRE: ....

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Grado en Física
Facultad de Ciencias
Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal

Electromagnetismo II

Segundo control: 22 de mayo de 2020

1.- Partiendo de las expresiones generales de las ecuaciones de onda para los potenciales :

$$-\nabla^2\phi - \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\cdot\vec{\mathbf{A}}) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\ ; \quad -\nabla^2\vec{\mathbf{A}} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{\mathbf{A}}}{\partial t^2} + \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{\mathbf{A}} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t}\right) = \mu_0\vec{\mathbf{J}}$$

obtener dichas expresiones en el *gauge* de Lorenz y expresarlas en forma covariante.
(1.25 puntos)

2.- El campo magnético de una onda electromagnética plana en el vacío que se propaga a lo largo del eje z (por lo que ninguna magnitud es función ni de x ni de y) viene dado por la ecuación:

$$\vec{\mathbf{B}}(z,t) = B_0\cos[\omega(t - z/c)]\,\hat{\mathbf{u}}_y$$

y además se tiene que el potencial escalar es nulo ($\phi = 0$). Determinar:

(a) El valor del potencial vector $\vec{\mathbf{A}}$ y el vector campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ de la onda electromagnética.

(b) Comprobar que los potenciales $\vec{\mathbf{A}}$ y ϕ satisfacen el *gauge* de Lorenz.
(1.75 puntos)

3.- Campos eléctrico y magnético creados por una carga en movimiento arbitrario: características generales, como son entre ellos y comportamiento a grandes distancias. Expresión del tiempo retardado, ¿cuál es su significado físico? ¿Cuánto valen los invariantes del campo electromagnético a grandes distancias? Razonar la respuesta.
(1.25 puntos)

4.- Una carga puntual q describe un movimiento hiperbólico a lo largo del eje x que viene dado por la ecuación

$$\vec{\mathbf{r}}'(t) = \sqrt{b^2 + (ct)^2}\,\hat{\mathbf{u}}_x \qquad (-\infty < t < +\infty)$$

[en relatividad especial, ésta es la trayectoria de una partícula sometida a una fuerza constante a lo largo del eje x y cuyo valor es $F = mc^2/b$; se denomina "movimiento hiperbólico" pues representa una rama de hipérbola en el plano $x - ct$].

Determinar, para un punto P situado en el eje x a la derecha de la carga:

(a) El tiempo retardado t' en función de x y del tiempo "actual" t.

(b) La velocidad de la carga v en función del tiempo retardado t', así como en función de x y del tiempo "actual" t.

Teniendo en cuenta que la velocidad es relativista:

(c) Demostrar que la potencia radiada es constante y calcular su valor.
(2.25 puntos)

5.- Una partícula de masa m y carga q se desplaza en el vacío con movimiento rectilíneo e incide en un material con velocidad inicial v_0 ($v << c$), de modo al interaccionar con el medio la partícula se va frenando hasta detenerse. Podemos modelizar el frenado de la partícula suponiendo que la fuerza de frenado es proporcional a la velocidad de la partícula en cada instante, siendo λ la constante de proporcionalidad, y que la trayectoria dentro del medio es aproximadamente rectilínea (por ejemplo, a lo largo del eje x). Si se ignoran los efectos de la reacción de radiación sobre el movimiento de la partícula, determinar:

(a) La velocidad v, la aceleración a, y la posición x de la partícula en función del tiempo t, así como la velocidad v y la aceleración a en función de x.

(b) La profundidad de penetración (o alcance) de la partícula en el material (distancia que recorre antes de detenerse) expresado en función de la velocidad inicial v_0 y de energía cinética inicial E_0.

(c) La energía total radiada por la partícula hasta detenerse.

(d) La fracción f de la energía inicial que es radiada. ¿Depende el valor de f de la velocidad inicial de la partícula v_0? ¿Por qué? ¿Cuál debería ser el valor de λ para que $f << 1$ como se ha supuesto inicialmente?

[Este modelo no es precisamente muy realista. Por ejemplo, el alcance para partículas alfa con energías entre 4 y 9 MeV en aire (a 0ºC y presión atmosférica) es proporcional a su energía elevada a 3/2.]

(2.25 puntos)

6.- Determinar la potencia radiada por un electrón ultrarrelativista que se mueve en una órbita circular en función de su velocidad v y su radio R. Sustituir los valores numéricos de las constantes. Evaluar numéricamente esta expresión para un electrón de energía 10 GeV en una órbita de radio 20 m y encontrar la energía perdida por radiación en cada revolución. ¿Sería fácil suministrar varias veces esta energía perdida para obtener una aceleración neta a esta velocidad?

[Energía del electrón $E = m\gamma c^2$ con $mc^2 = 0.511$ MeV.]

(1.25 puntos)