

GRADO EN FÍSICA, CURSO 2023-2024

MECÁNICA CUÁNTICA

J. Fernández-Rossier

UNIVERSIDAD DE ALICANTE, NOVIEMBRE DE 2023

Guión de la segunda sesión de practicas

Contents

1	Información importante	2
1.1	Objetivos	2
1.2	Evaluación	2
1.3	Sobre este guión	2
1.4	IBM Quantum Experience	2
2	Teoría	2
2.1	Qubits	2
2.2	Los qubit superconductores de IBM	3
2.3	Puertas de 1 qubit	4
2.4	Estados de sistemas de 2 qubits	4
2.5	Estados de 2 qubits: estados producto frente a estados entrelazados	5
2.6	Puertas de 2 qubits	6
2.7	Introducción a los ordenadores cuánticos universales	6
3	Usando IBM Quantum Experience	6
3.1	Modos de operación	6
3.2	Errores	8
3.3	Saldo	8
4	Cómo realizar esta práctica	8
5	Tareas con Puertas de 1 qubit	9
6	Tareas con puertas de 1 y 2 qubits	11
7	Tareas Avanzadas: el algoritmo de Deutsch	12
7.1	Preliminares: Funciones de 1 bit clásicas	12
7.2	Preliminares: Funciones de 1 bit cuánticas	12
7.3	El algoritmo de Deutsch	14
7.4	Tareas	15

1 Información importante

1.1 Objetivos

Los objetivos principales de la segunda sesión de prácticas son:

1. Familiarizarse con los conceptos de qubit, puerta, medida, entrelazamiento, ordenador cuántico, algoritmo
2. Familiarizarse con el uso de los ordenadores cuánticos de IBM Quantum Experience
3. Usar el ordenador cuántico para experimentar con diversos fenómenos cuánticos.

1.2 Evaluación

Debes entregar un documento pdf con un máximo de dos caras de longitud con la respuesta a dos tareas, parecidas a las **tareas 1-7 (véase secciones 5 y 6)**, que se os entregarán en la tarde del 18 de Diciembre. Este documento supone el 10 por ciento de la nota de la asignatura. Fecha de entrega: 10 de Enero de 2024, *a través de la Evaluación creada a tal efecto en el UA Cloud.*

1.3 Sobre este guión

Este guión es una actualización del original, escrito en 2018. La plataforma de IBMq es actualizada cada pocos meses. Aunque este guión ha sido editado para reflejar dichas actualizaciones, es posible que las secciones 3,4,5,6,y 7 contengan algunos "anacronismos" relacionados con cambios en los iconos y funcionalidad de la plataforma IBMq.

1.4 IBM Quantum Experience

En esta práctica vamos a acceder a ordenadores cuánticos usando la plataforma IBM Quantum Experience que permite a cualquiera acceder, remotamente a través de internet a ordenadores cuánticos ubicados en los laboratorios de IBM en Yorktown Heights, en Estados Unidos. Para ello, **es imprescindible abrir una cuenta en dicha plataforma** .

2 Teoría

2.1 Qubits

Un **bit cuántico**, o **qubit**, es un sistema cuántico de dos niveles, o estados, que denominamos como $|0\rangle$ y $|1\rangle$. El bit cuántico puede ser preparado en un estado arbitrario:

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1)$$

con $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Nos referimos a los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ como la base computacional.

Representamos los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ como vectores en un espacio de dimensión 2:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

A diferencia de un bit clásico, que puede estar únicamente en dos estados 0 y 1, un bit cuántico puede estar en una combinación lineal arbitraria de dos estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$.

2.2 Los qubit superconductores de IBM

¿Qué son los qubits que vamos a usar en esta práctica?. Los ordenadores cuánticos de IBM están basados en circuitos superconductores. Cuando un material como el aluminio se hace superconductor, a una temperatura de 1 grado sobre el cero absoluto, los electrones del material se comportan al unísono, formando un condensado de Bose-Einstein de parejas de electrones y quedan descritos, de forma colectiva, por una única función de onda. La función de onda colectiva tiene una fase ϕ , que desempeña un papel determinante. Por ejemplo, $\vec{\nabla}\phi = \vec{j}$ es la corriente superconductora.

Cada qubit está fabricado con al menos dos superconductores, con fases ϕ_1 y ϕ_2 separados por un material aislante de espesor atómico. Esta unión túnel está conectada a un circuito LC superconductor. Se puede demostrar que la energía electromagnética del circuito depende de la diferencia de fase $\phi = \phi_1 - \phi_2$ y el Hamiltoniano efectivo es:

$$H = 4E_C \left(-i \frac{d}{d\phi} - n_g \right)^2 - E_J \cos \phi \quad (4)$$

donde E_C y E_J son la energía capacitiva y es la energía de Josephson, ambas determinadas por la geometría de la unión túnel, y n_g es un *offset* de carga controlado por un electrodo de puerta. Este Hamiltoniano es matemáticamente idéntico al de una partícula cuántica obligada a moverse en un anillo, bajo la presencia de un campo magnético y en presencia de un potencial periódico. El Hamiltoniano tiene un espectro discreto de niveles de energía que, en general, no son equidistantes. Los estados cuánticos $\Psi(\phi)$ asociados a dichos niveles describen la probabilidad de que la fase de los superconductores, y por tanto la supercorriente, adopte determinados valores. Cada qubit está formado por los dos estados de más baja energía del circuito superconductor. Por tanto, la información cuántica queda almacenada en la la función de onda que describe la fase relativa de dos superconductores en una unión túnel.

Los ordenadores cuánticos de IBM están contruidos con circuitos que integran un número todavía pequeño (< 20) de qubits superconductores. En el caso de esta práctica usaremos ordenadores cuánticos con 5 qubits.

2.3 Puertas de 1 qubit

Las puertas de 1 qubit son operaciones que podemos realizar sobre el qubit. Quedan descritas por matrices de dimensión dos en la base computacional.

Por ejemplo, la puerta X ,

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Otra forma de expresar X es:

$$X|0\rangle = |1\rangle \quad X|1\rangle = |0\rangle \quad (6)$$

Por tanto, X tiene el siguiente efecto sobre un estado arbitrario:

$$X|\Psi\rangle = X(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) = |\Psi\rangle = \alpha|1\rangle + \beta|0\rangle \quad (7)$$

Otra puerta que se usa con mucha frecuencia es la de Hadamard.

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Otra forma de expresar H es:

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \quad (9)$$

$$H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \quad (10)$$

$$(11)$$

Otras puerta de 1 qubit que usamos en estas prácticas es la puertas de fase (*phase gate*)

$$RZ(\lambda) \equiv \begin{pmatrix} e^{-i\lambda/2} & 0 \\ 0 & e^{i\lambda/2} \end{pmatrix} = e^{-i\frac{\lambda}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\lambda} \end{pmatrix} \quad (12)$$

2.4 Estados de sistemas de 2 qubits

Consideremos ahora un sistema con 2 qubits, A y B . La base computacional tiene ahora 4 estados

$$|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle \quad (13)$$

Cualquier combinación lineal de estos 4 estados es un estado posible en un sistema con dos qubits.

A diferencia de un sistema con 2 bit clásicos, que puede estar únicamente en 4 estados, 00 y 01 10, 11, un sistema con 2 bits cuántico puede estar en una combinación lineal arbitraria de 4 estados. Por tanto, necesitamos 4 números complejos para especificar un estado en este sistema.

En general, los estados de un sistema de N qubits son combinación lineal de 2^N estados, y es necesario especificar 2^N coeficientes complejos para describir

cada uno de esos estados. Así, si tenemos que escribir un estado cualquiera de un sistema con 300 bits cuánticos, necesitamos 2^{300} coeficientes. El problema es que el número de átomos en el universo es de 2^{265} . Por tanto, en general nos resulta imposible describir clásicamente la función de onda más general de un sistema de 300 bits cuánticos.

2.5 Estados de 2 qubits: estados producto frente a estados entrelazados

Consideremos un sistema con dos qubits, A y B . En ocasiones, el estado cuántico del sistema se puede escribir como un producto:

$$|\Psi_{\text{producto}}\rangle = |0\rangle_A \otimes |1\rangle_B \equiv |01\rangle \quad (14)$$

Otro ejemplo de estado producto sería

$$|\Psi_{\text{producto}}\rangle = (\alpha_A|0\rangle_A + \beta_A|1\rangle_A) \otimes (\alpha_B|0\rangle_B + \beta_B|1\rangle_B) \quad (15)$$

Este segundo ejemplo se puede expandir, usando la propiedad distributiva:

$$\begin{aligned} |\Psi_{\text{prod}}\rangle &= \alpha_A\alpha_B|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B + \alpha_A\beta_B|0\rangle_A \otimes |1\rangle_B + \beta_A\alpha_B|1\rangle_A \otimes |0\rangle_B + \beta_A\beta_B|1\rangle_A \otimes |1\rangle_B = \\ &= \alpha_A\alpha_B|00\rangle + \alpha_A\beta_B|01\rangle + \beta_A\alpha_B|10\rangle + \beta_A\beta_B|11\rangle \end{aligned} \quad (16)$$

En cambio, a menudo la función de onda es una combinación de estados tal que es imposible escribir como un producto del tipo $A \otimes B$. Decimos que estos estados están entrelazados (entangled en inglés).

$$|\Psi_{\text{entrelazado}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B + |1\rangle_A \otimes |1\rangle_B) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle) \quad (17)$$

Los estados entrelazados tienen muchas propiedades fascinantes, que desafían nuestra intuición:

- Dos sistemas A y B pueden quedar descritos por un estado entrelazado, incluso si la interacción entre ellos tuvo lugar en el pasado y es nula ahora mismo
- Una medida del qubit A afecta, instantáneamente, los resultados de una medida del qubit B
- Los estados entrelazados permiten realizar teleportación de estados cuánticos
- Los estados entrelazados permiten demostrar que la naturaleza no puede ser descrita de manera local y realista.

2.6 Puertas de 2 qubits

La única puerta de 2 qubits que vamos a utilizar en esta práctica es CNOT. Actuando sobre dos qubits, deja el primero intacto, y actúa con el operador X con el segundo, *condicionado a que el primero esté en el estado $|1\rangle$* :

$$\begin{aligned}\mathcal{U}_{\text{CNOT}}|0\rangle \otimes |0\rangle &= |0\rangle \otimes |0\rangle \\ \mathcal{U}_{\text{CNOT}}|0\rangle \otimes |1\rangle &= |0\rangle \otimes |1\rangle \\ \mathcal{U}_{\text{CNOT}}|1\rangle \otimes |0\rangle &= |1\rangle \otimes |1\rangle \\ \mathcal{U}_{\text{CNOT}}|1\rangle \otimes |1\rangle &= |1\rangle \otimes |0\rangle\end{aligned}\tag{18}$$

2.7 Introducción a los ordenadores cuánticos universales

Un ordenador cuántico universal es un sistema de muchos qubits a los que podemos aplicar una secuencia arbitraria de puertas. Un algoritmo es una sucesión de operaciones que se realizan secuencialmente con el fin de resolver un determinado problema. Se puede demostrar que cualquier algoritmo cuántico se puede construir mediante puertas de 1 y 2 qubits.

Una figura de mérito importante en un algoritmo es cómo depende el número de operaciones con el tamaño del problema. Por ejemplo, consideremos el problema de, dado un número entero N , encontrar los dos factores primos f_1 y f_2 tales que $N = f_1 \times f_2$. El número de pasos que tenemos que realizar para, usando métodos clásicos, resolver este problema, escala de forma exponencial con N , $\propto e^N$. Así, usando el ordenador más potente del mundo, el record de factorización en 2014 se consiguió con $2^{1199} - 1$. Si dispusiéramos de ordenadores cuánticos con el número suficiente de qubits, se puede resolver el mismo problema con un número de pasos que escala como una potencia de N . El problema de la factorización es muy importante porque todos los métodos de encriptación que proporcionan seguridad en las transacciones por internet están basados en la asimetría de la complejidad de las operaciones de multiplicar (fácil) y factorizar (difícil).

3 Usando IBM Quantum Experience

El primer paso es abrir una cuenta en IBM Quantum experience y abrir el editor de algoritmos, cuyo aspecto se puede ver en la figura (??).

3.1 Modos de operación

A través de la plataforma de Quantum Experience podemos ejecutar el algoritmo cuántico en de dos formas complementarias (que se eligen en el menú *Run Settings*, en la opción *System*):

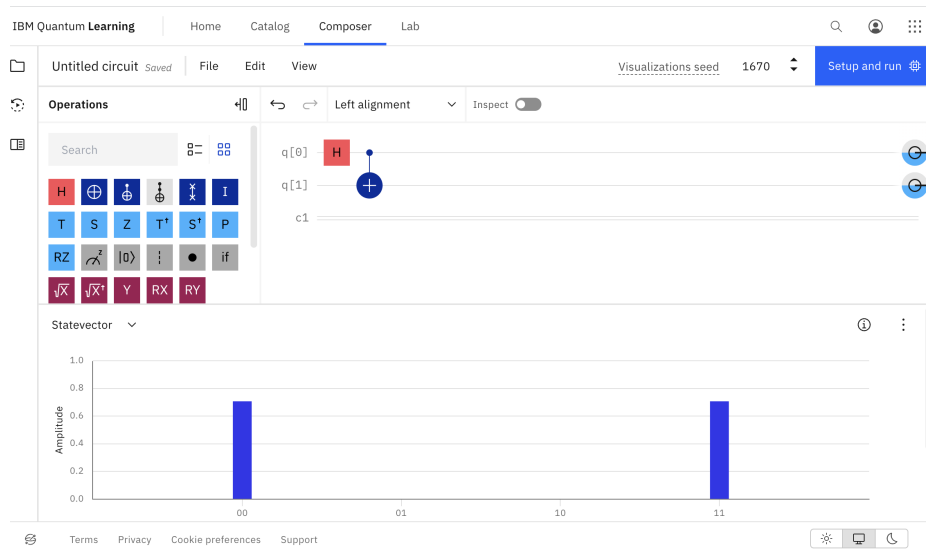


Figure 1: Aspecto de la plataforma IBMQ (2023). Los iconos de la parte superior izquierda se corresponden con las puertas (gates) que podemos introducir en el circuito (líneas horizontales de la parte superior derecha). Los tres primeros iconos de la línea de arriba se corresponden con las puertas H , X , de 1 qubit, y CNOT. En el circuito, las líneas q_1, q_2 se corresponden los qubits q_1, q_2 . En esta práctica solo usaremos puertas de 1 qubit y la puerta CNOT. El icono gris con un medidor realiza una medida cuántica, colapsando la función de onda. En este modo de edición, el ordenador cuántico se programa arrastrando iconos de arriba a las líneas de los qubits. La parte inferior muestra un panel en el que se representa la predicción teórica de las amplitudes y probabilidades de los estados en la base computacional. .

1. Modo *ibmq-qasm-simulator* que realiza una simulación del circuito en un ordenador convencional en la nube.. Esta simulación produce un histograma de medidas, asociado a la función de onda final del circuito. La simulación está libre de los errores que ocurren con el hardware, y por tanto nos proporciona el resultado que daría un ordenador cuántico perfecto.
2. Correr un nuevo experimento en alguno de los ordenadores cuánticos listados en el menú . Esto gastará entre 3 y 5 unidades experimentales (que se reponen cada 24 horas). El resultado del nuevo cálculo puede tardar entre unos pocos segundos, hasta horas, dependiendo de la longitud de la lista de espera (*queue*) del sistema que hayáis elegido. Una vez acabado, el resultado aparece en el *dashboard*, opción "composer jobs".

En ambos casos, podemos elegir el número de *shots*, es decir, el número de veces que se ejecuta el circuito y se realiza una medida, con el fin de acumular datos

para inferir probabilidades.

3.2 Errores

El ordenador cuántico está lejos de ser una máquina perfecta y comete varios tipos de error:

- Error de medida. Preparamos el sistema en el estado $|0\rangle$ pero la medida es incorrecta, y nos proporciona $|1\rangle$.
- Error de puerta. Cuando aplicamos una determinada puerta a un qubit, por ejemplo, por ejemplo X , el hardware puede implementar una parecida, pero no igual, por ejemplo $X + \varepsilon Z$.
- Decoherencia. Cuando preparamos un qubit en un estado superposición $|0\rangle + e^{i\phi}|1\rangle$, la decoherencia añade una fase aleatoria e impredecible $|0\rangle + e^{i\phi+i\delta\phi}|1\rangle$. La dispersión de esta fase aleatoria aumenta con el tiempo, y transcurrido un tiempo T_2 la dispersión es comparable con 2π , de forma que la fase relativa del estado original queda completamente indefinida.
- Relajación (disipación de energía). Los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ se corresponden a autoenergías diferentes del Hamiltoniano del qubit. En particular, $|0\rangle$ es el estado fundamental. Si preparamos el qubit en el estado $|1\rangle$, sobrevivirá un tiempo T_1 en dicho estado antes de relajarse y transitar al estado $|0\rangle$.
- *Cross Talking*. Cuando aplicamos una puerta a un qubit, existe una pequeña probabilidad de que estemos modificando también, de forma involuntaria, el estado cuántico de otro qubit.

3.3 Saldo

En la plataforma de Quantum Experience, cada usuario dispone de un saldo 5 unidades que se pueden ir gastando a medida que se hacen experimentos (no tengo claro cómo se agota el saldo, y esto casi nunca ha sido un problema). Las unidades *no* se gastan si hacemos simulaciones. Las unidades se reponen cada 24 horas. **En caso de que se os agote el saldo os sugiero que abrir una segunda cuenta o realizar las tareas pendientes otro día.**

4 Cómo realizar esta práctica

En cada tarea se propone la realización de un circuito que termina con una medida. Para cada circuito debes intentar:

1. Averiguar la función de onda del sistema a la salida del circuito y predecir el histograma de los resultados de la medida.
2. Implementar en circuito en la plataforma de IBM y usar la opción "Simulate" para simular el resultado.

3. Implementar el circuito en el hardware cuántico.

Una variable importante en este proceso es el número de *shots*, o veces que se repite un determinado experimento. Esta variable se controla pinchando en el icono que hay a la derecha de los botones *Run* y *Simulate*.

Nota 2022: En el caso en el que las colas de acceso al hardware cuántico den lugar a tiempos de espera muy largas (> 20 minutos), priorizar el uso del paso 3 para las tareas 4 y 7

5 Tareas con Puertas de 1 qubit

- **Tarea 1** La primera tarea consiste en medir un qubit que inicialmente es preparado en el estado $|0\rangle$ y sobre el cuál no hacemos nada. ¿Cuál debe ser la distribución de resultados de las medidas?. ¿Qué ocurre en realidad?.

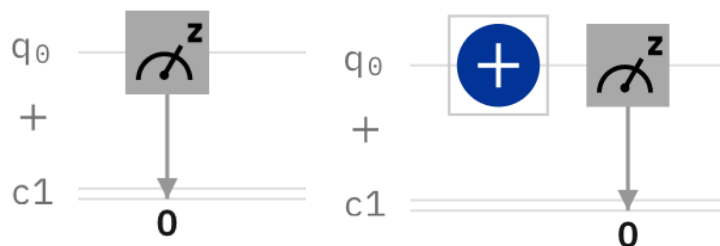


Figure 2: . Tareas 1 y 2

- **Tarea 2.** Nuestra segunda tarea consiste en implementar una puerta X y luego medir. ¿Qué estado cuántico tiene el sistema tras aplicar X ? ¿Cuál debe ser la distribución de resultados de las medidas?. ¿Qué ocurre en realidad?.
- **Tarea 3.** La puerta de Hadamard transforma el estado $|0\rangle$ en un estado superposición. Considera el circuito de la figura (3). ¿Qué estado cuántico tiene el sistema tras aplicar H ? ¿Cuál debe ser la distribución de resultados de las medidas?. ¿Qué ocurre en realidad?.
- **Tarea 4.** Ahora vamos a preparar un estado superposición en el que la probabilidad de encontrar $|0\rangle$ y $|1\rangle$ no es la misma. Para ello usamos la siguiente secuencia de puertas:

$$|\Psi\rangle = HRZ(\lambda)H|0\rangle \quad (19)$$

donde $RZ(\lambda)$ viene dada por la ecuación (12). Tras un poco de álgebra, es fácil demostrar que

$$|\Psi\rangle = HRZ(\lambda)H|0\rangle = \cos \frac{\lambda}{2}|0\rangle - i \sin \frac{\lambda}{2}|1\rangle \quad (20)$$

Por tanto, el argumento de la puerta RZ controla el peso relativo de ambos estados (combinado con las dos puertas de Hadamard). Elige un valor de λ y haz la simulación de la distribución de resultados de las medidas. Comprueba qué ocurre en realidad cuando se realizan dichas medidas en un ordenador cuántico.

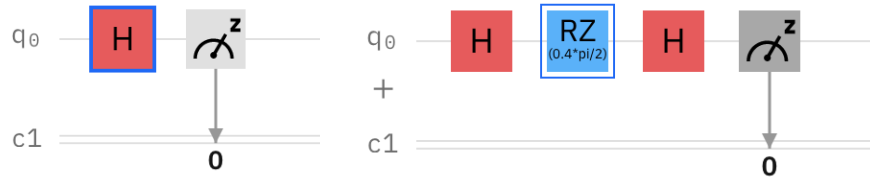


Figure 3: . Tareas 3 y 4

6 Tareas con puertas de 1 y 2 qubits

- **Tarea 5.** Estudia el circuito de la figura (4). Comprueba primero que genera la función de onda $\frac{1}{2}(|00\rangle + |11\rangle + |10\rangle + |01\rangle)$. ¿Es este un estado entrelazado?. ¿Cuál debe ser la distribución de resultados de las medidas?. ¿Qué ocurre en realidad?.

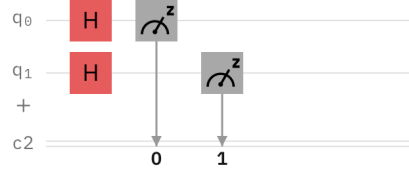


Figure 4: . Tarea 5

- **Tarea 6.** Estudia los circuitos de la figura 5. Comprueba que la puerta CNOT cambia el estado del qubit $q[1]$ únicamente cuando $q[0]$ está en el estado 1.

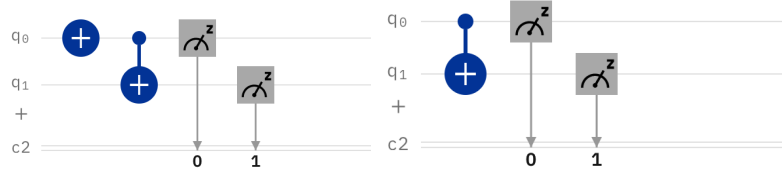


Figure 5: . Tarea 6. Circuitos para comprobar CNOT

- **Tarea 7.** Estudia los circuitos de la figura 6. Comprueba primero que, en teoría, el circuito genera el estado cuántico $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$. ¿Qué probabilidad hay, en teoría, de medir resultados diferentes en ambos qubits?. ¿Qué ocurre en realidad?.

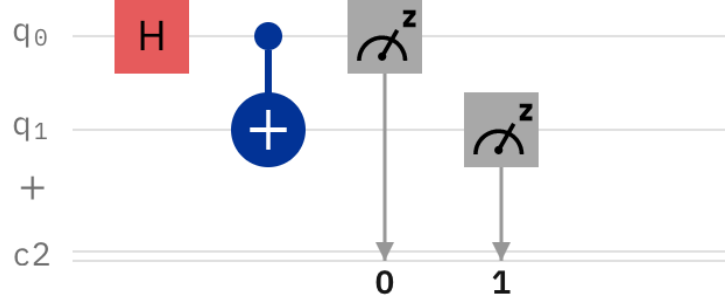


Figure 6: . Tarea 7 Circuito que genera un estado entrelazado de Bell

7 Tareas Avanzadas: el algoritmo de Deustch

La realización de las tareas 8-10 es opcional

7.1 Preliminares: Funciones de 1 bit clásicas

Consideremos las funciones que, dado un bit de entrada $x = 0, 1$ dan un bit de salida $f(x) = 0, 1$. Únicamente hay 4 funciones de 1 bit:

$$\boxed{f_0(0) = 0 \quad f_0(1) = 0} \quad (21)$$

$$\boxed{f_1(0) = 1 \quad f_1(1) = 1} \quad (22)$$

$$\boxed{f_{\text{id}}(0) = 0 \quad f_{\text{id}}(1) = 1} \quad (23)$$

$$\boxed{f_{\text{not}}(0) = 1 \quad f_{\text{not}}(1) = 0} \quad (24)$$

Podemos clasificar estas funciones en dos grupos:

1. Balanceadas: f_0 y f_1 cumplen que $f(0) = f(1)$. Además, son irreversibles: conocida la salida, no es posible averiguar la entrada.
2. Desbalanceadas. f_{id} y f_{not} cumplen que $f(0) = -f(1)$. En cambio, estas dos funciones son reversibles: conocida la salida, es posible saber el valor de la entrada.

7.2 Preliminares: Funciones de 1 bit cuánticas

Discutamos ahora como implementar estas 4 funciones de 1 bit cuánticamente. El primer desafío que encontramos es que todas las operaciones que podemos hacer en un ordenador cuántico son reversibles, dado que todas las puertas son operadores unitarios. Por tanto, si existe una puerta P , que transforma el bit $|x\rangle$

en $|f(x)\rangle$, existe $P^{-1} = P^\dagger$ que deshace el camino: $P^{-1}|f(x)\rangle = P^{-1}P|x\rangle = |x\rangle$. Por tanto, no es posible implementar funciones irreversibles de 1 qbit con puertas que actúan sobre 1 qbit únicamente.

La implementación más sencilla de funciones de 1 bit en un ordenador cuántico requiere usar puertas de 2 bits, \mathcal{U}_f . A la entrada tenemos la variable x en 1 qbit, y la *variable auxiliar* y en otro qubit. A la salida tenemos x en el primer qubit y $y + f(x)$ en el segundo qubit:

$$\mathcal{U}_f|x\rangle \otimes |y\rangle = |x\rangle \otimes |y \oplus f(x)\rangle \quad (25)$$

donde $y \oplus f(x)$ significa suma, módulo 2:

a	b	a \oplus b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

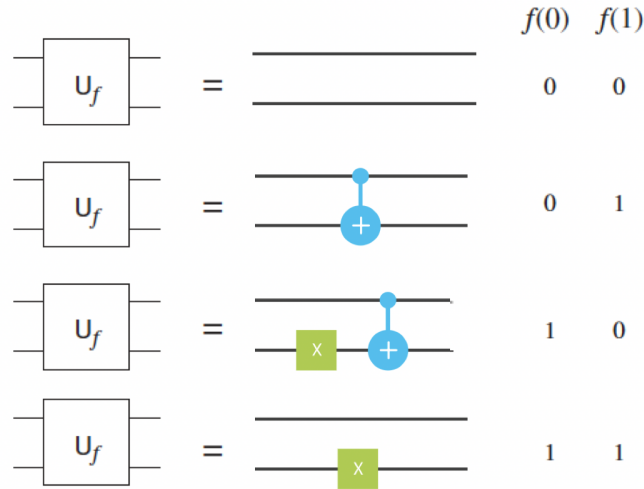
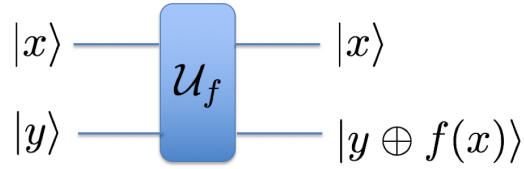


Figure 7: . Esquema de arriba: Circuito cuántico que implementa una función de 1 qbit, $f(x)$. Necesitamos dos qubits para llevar a cabo esta operación. 4 circuitos implementando (de arriba a abajo) f_0 , f_{id} , f_{not} y f_1 .

7.3 El algoritmo de Deutsch

El algoritmo de Deutsch fue el primer ejemplo de algoritmo cuántico. Sirve para resolver un problema que no tiene aplicación práctica conocida, de momento. Por tanto, el interés del algoritmo radica en que ilustra el poder de la computación cuántica para resolver algunos problemas.

La formulación del problema de Deutsch es la siguiente. Nos dan una caja cerrada que ejecuta una función de un bit y nos piden que determinemos si la función es *balanceada* o *desbalanceada*. Clásicamente, necesitamos evaluar dos veces la función para resolver el problema. Por ejemplo, si evaluamos $f(0) = 0$, sabemos que la función es f_0 (balanceada) o f_{id} (desbalanceada). Tenemos que evaluar la función una segunda vez, para obtener $f(1)$ y averiguar f , y a qué grupo pertenece.

Deutsch propuso un algoritmo cuántico para resolver su problema calculando la función una única vez. El circuito cuántico que implementa el algoritmo de Deutsch se muestra en la figura (8). Si la medida realizada a la salida es 0 (1) ,

entonces la función es balanceada (desbalanceada).

Sin entrar en los detalles de cómo funciona el algoritmo, es importante destacar que la función de onda a la entrada de la función es una combinación lineal de los 4 estados posibles de 2 qubits. Por tanto, de alguna forma el algoritmo cuántico está evaluando en paralelo todas las entradas posibles de la función.

El algoritmo es bastante contra-intuitivo por que, a pesar de que la información relativa a la salida de la función está codificada, en principio, en el bit de abajo, información sobre el tipo de función queda registrada en el bit de arriba, que es en el cuál se realiza la medida.

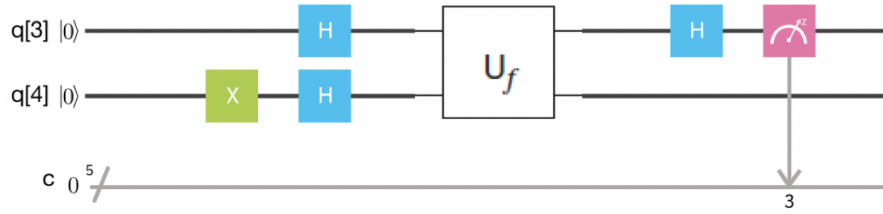


Figure 8: . Circuito cuántico que implementa el algoritmo de Deutsch

7.4 Tareas

- **Tarea 8.** Comprueba, usando lápiz y papel, que las funciones de la figura implementan las funciones f_0 , f_1 , f_{id} y f_{not} . Para ello debes construir 4 circuitos para cada función que a la entrada del qubit de arriba y el qubit de abajo tomen los valores 0 y 1: (00,01,10,11). Comprueba que, fijando x , el valor de $f(x)$ es el mismo para ambos valor de y .
- **Tarea 9.** Implementa un circuito que ejecute el algoritmo de Deutsch con una función *balanceada*. Realiza la simulación y comprueba que el algoritmo funciona. Realiza después la computación cuántica. Haz primero una simulación con un solo *shot*. Después haz la simulación con 1024 shots para ver la probabilidad de que el algoritmo dé el resultado correcto.
- **Tarea 10.** Implementa un circuito que ejecute el algoritmo de Deutsch con una función *desbalanceada*. Realiza la simulación y comprueba que el algoritmo funciona. Realiza después la computación cuántica. Haz primero una simulación con un solo *shot*. Después haz la simulación con 1024 shots para ver la probabilidad de que el algoritmo de el resultado correcto.