

TEMA 6. DECAIMIENTO α

Se trata del siguiente proceso:



Observemos que $B(Z) \uparrow \uparrow$, tiene $2p$ y $2n$ y es doblemente mágico.

Con la excepción del ${}^8_4 \text{Be}$, que decae en 2α , solo los núcleos con $Z \geq 52$ (Te) decaen en α .

Cinemática

Definimos el " Q -value", Q_α , como

$$Q_\alpha = (m_P - m_D - m_\alpha)^2$$

\downarrow \downarrow \downarrow
padre hijo α

(= a la diferencia de los sumos de ligadura. Los podemos calcular usando fórmula semiempírica de las masas,

pero hay que tener en cuenta qe, con esta fórmula, se subestima la $B(\alpha)$.

Usaremos el valor experimental de 28.3 MeV.
(normalmente Q_α es unos pocos MeV).

Supongamos que Z está en reposo inicialmente.

Entonces

$$Q_\alpha = T_\alpha + T_D, \text{ con}$$

$$T_i = \frac{p^2}{2m_i} \quad (i = \alpha, D)$$

$$(\vec{p}_\alpha = -\vec{p}_D), \text{ luego}$$

$$Q_\alpha = \frac{p^2}{2\tilde{m}_\alpha}, \text{ donde } \tilde{m}_\alpha = \frac{m_\alpha m_D}{m_\alpha + m_D} \text{ es}$$

la masa reducida del sistema α -D y

$$T_\alpha = \frac{\tilde{m}_\alpha}{m_\alpha} Q_\alpha \approx \frac{A_D}{A} Q_\alpha$$

despreciando los B en comparación con las masas de las partículas.

$$\tilde{m}_\alpha \sim \frac{4m_p (A-4)m_p}{(4+A-4)m_p} = \frac{4(A-4)m_p}{A}$$

$$m_\alpha \sim 4m_p$$

- A veces, las partículas α se producen con energía menor que la predicha por 1, debido a que D se produce en un estado excitado, emitiendo un fotón, y teniendo por lo tanto menor energía disponible la partícula α .
- También puede ser mayor cuando P es el producto de un decaimiento previo y se encuentra (P) en un estado excitado antes de decaer α .

Mecanismo de decaimiento

- $2p$ y $2n$ se combinan dentro del núcleo para formar un estado cuasi-ligado

- α está ligada al núcleo por un potencial de corto alcance (nuclear) pero también hay repulsión Coulombiana entre esta "cuerpo-partícula α " y el resto del núcleo.

- Aproximamos el pozo de potencial nuclear como un pozo esférico de radio R (radio nuclear).

- La repulsión Coulombiana entre α y D es:

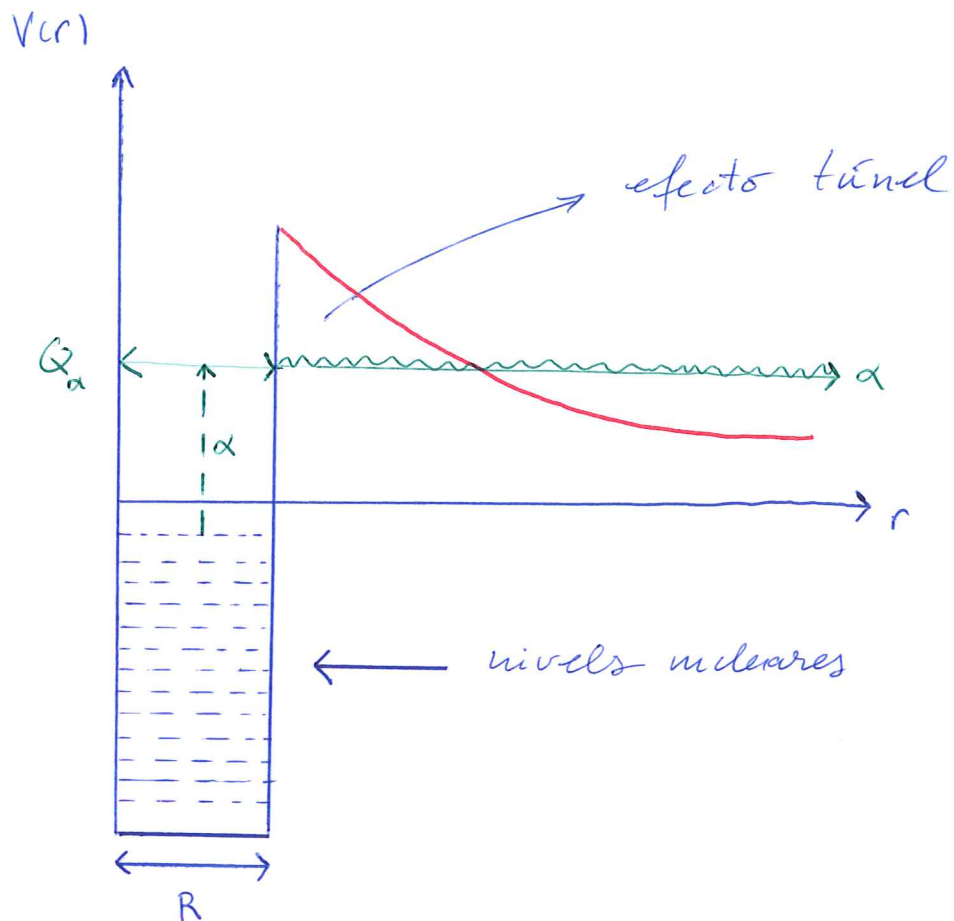
$$V_c = \frac{2Z_D \alpha t h c}{r} \quad (Z_D \equiv Z - 2)$$

Si r_b es la distancia a la que T_α dentro del núcleo es igual a la energía de Coulomb:

$$T_\alpha = \frac{2Z_D \alpha t h c}{r_b} \Rightarrow r_b = \frac{2Z_D \alpha t h c}{Q_\alpha}$$

↓
(dentro del núcleo $\approx Q_\alpha$)

- La situación viene descrita por el siguiente diagrama de energía:



Es un problema de cuántica calcular la probabilidad de transmisión a través de esa barrera de potencial. En primera aproximación:

$$T = e^{-2S(R, r_b)/\hbar}, \text{ con}$$

$$S(R, r_b) = \int_R^{r_b} \sqrt{2m_\alpha [V(r) - Q_\alpha]} dr \quad y$$

$$V(r) \equiv V_c(r) + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2m_\alpha r^2}$$

Finalmente, multiplicamos la probabilidad de transición por el # veces por segundo que α trata de escapar (choca con la barrera de pot.), N_{coll} . Ésta es la inversa del tiempo que tarda en llegar a la barrera, $\sim v/2R$, donde

$v = \sqrt{2Q\alpha/m_\alpha}$ es la vel. de α dentro del núcleo.

Llegamos a una tasa de desintegración λ :

$$\lambda \sim N_{coll} e^{-2S(R, r_b)/\hbar}$$

Como $\lambda^{-1} \sim \tau_{1/2}$, tomando \log_{10} y

usando $\log_b x = \frac{\log_k x}{\log_k b}$, queda

$$(b = 10, k = e)$$

$$\log_{10}(\tau_{1/2}) \sim \frac{2}{\hbar \ln 10} S(R, r_b) - \log_{10}(N_{coll})$$

(Gamow, 1928).

Para núcleos par-par, los estados fundamentales de I y D tienen $S=0 \Rightarrow l_\alpha=0$.

Entonces:

(conservación
momento
angular)

$$S(R, r_b) = \sqrt{2m_\alpha \alpha_\alpha} \int_R^{r_b} \sqrt{\frac{r_b}{r} - 1} dr$$

$$\int_R^{r_b} \sqrt{\frac{r_b}{r} - 1} dr = r_b \left(\arccos \sqrt{x} - \sqrt{x(1-x)} \right)$$

$$\approx r_b \left(\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{x} \right), \text{ con}$$

$$(x = R/r_b) \rightarrow x \ll 1$$

Sustituyendo r_b : y usando $R = r_0 A_D^{1/3}$:

$$S(R, r_b) \approx \sqrt{\frac{2m_\alpha}{\alpha_\alpha}} \left(\pi \alpha_\alpha \hbar c Z_D - 2 \sqrt{2 \alpha_\alpha \alpha_\alpha \hbar c r_0 Z_D} A_D^{1/6} \right)$$

y, por lo tanto:

$$\log_{10}(Z_{112}) \approx \frac{\sqrt{8 m_\alpha c^2 R \alpha_\alpha} Z_D}{\ln 10 \sqrt{\alpha_\alpha}} - \frac{8}{\ln 10} \sqrt{\frac{\alpha m_\alpha c r_0}{\hbar}} \sqrt{Z_D} A_D^{1/6}$$

$$+ \dots - \log_{10}(N_{\text{coll}})$$

Si ponemos $m_\alpha = 3727 \text{ MeV}/c^2$ y $r_0 = 1.22 \text{ fm}$,

$$\log_{10}(\tau_{1/2}) \approx 1.72 \frac{Z_D}{\sqrt{Q_\alpha}} - 1.42 \sqrt{Z_D} A_D^{1/6} - 21 \quad (\text{segundos})$$

Fórmula de Gamow

(explica muy bien una ley del tipo

$$\log_{10}(\tau_{1/2}) \approx \frac{f}{\sqrt{Q_\alpha}} + g \quad \text{que obtuvieron}$$

Geiger y Nuttall en 1911.

Actualmente, se hacen propuestos modelos empíricos del tipo

$$\log_{10}(\tau_{1/2}) = a + b\sqrt{Z} A^{1/6} + \frac{cZ}{\sqrt{Q_\alpha}}, \quad \text{donde}$$

$$a = -25.3, \quad b = -1.15 \quad \text{y} \quad c = 1.79$$

(deviación estándar 0.28 para 316 mediciones repartidas).

(hay correcciones por momento angular pero no los trataremos).