

PROBLEMAS DEL TEMA I (clase 2)

Problemas con @ (se harán en clases).

Problemas con ♣ (se recomienda que se realicen en casa)

CLASE 2

APLICACIONES DE LA LEY DE GAUSS EN SITUACIONES DE SIMETRÍA ESFÉRICA

23. @ Una corteza esférica de radio R_1 posee una carga total q_1 uniformemente distribuida en su superficie. Una segunda corteza esférica mayor de radio R_2 concéntrica con la anterior posee una carga q_2 uniformemente repartida en su superficie. a) Utilizar la ley de Gauss para hallar el campo eléctrico en las regiones $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$ y $r > R_2$. b) ¿Cuál deberá ser el cociente de las cargas q_1/q_2 y su signo relativo para que el campo eléctrico sea cero en $r > R_2$? c) Haz un esquema de las líneas de fuerza para el caso indicado en b) cuando q_1 es positiva.

$$\text{Resultado: a) } r < R_1 \quad \vec{E} = 0, \quad R_1 < r < R_2 \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \hat{r}, \quad r > R_2 \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 + q_2}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{b) } q_1/q_2 = -1$$

24. @ Una esfera de radio 6cm posee una densidad de carga volúmica uniforme $\rho = 450 \text{ nC/m}^3$.

- a) ¿Cuál es la carga total de la esfera? Determinar el campo eléctrico en b) $r = 2\text{cm}$, c) $r = 5.9\text{cm}$, d) $r = 6.1\text{cm}$ y e) $r = 10\text{cm}$.

$$\text{Resultado: a) } Q_{\text{total}} = 4.07 \cdot 10^{-10} \text{ C} \quad \text{b) } \vec{E} = 339 \text{ N/C } \hat{i} \quad \text{c) } \vec{E} = 1001 \text{ N/C } \hat{i} \\ \text{d) } \vec{E} = 984 \text{ N/C } \hat{i} \quad \text{e) } \vec{E} = 366 \text{ N/C } \hat{i}$$

25. ♣ Una esfera no conductora de radio $R = 0.1\text{m}$ posee una densidad de carga volúmica uniforme. El módulo del campo eléctrico en $r = 2R$ es 1883 N/C . a) ¿Cuál es la densidad de carga volúmica? b) Determinar el módulo del campo eléctrico en $r = 0.5R$ desde el centro de la esfera.

$$\text{Resultado: a) } \rho = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^3 \quad \text{b) } E = 3770 \text{ N/C}$$

APLICACIONES DE LA LEY DE GAUSS EN SITUACIONES DE SIMETRÍA CILÍNDRICA

26. @ Demostrar que el campo eléctrico debido a una corteza cilíndrica uniformemente cargada e infinitamente larga de radio R y que posee una densidad de carga superficial σ , viene dado por : $E = 0$ cuando $0 \leq R < a$ y $E_R = \frac{\sigma a}{\epsilon_0 R}$ cuando $R > a$.

27. Una corteza cilíndrica de longitud 200m y radio 6cm posee una densidad de carga superficial uniforme . $\sigma = 9 \text{ nC/m}^2$ a) ¿Cuál es la carga total en la corteza? Hallar el campo eléctrico en b) $r = 2\text{cm}$, c) $r = 5.9\text{cm}$, d) $r = 6.1\text{cm}$ y e) $r = 10\text{cm}$.

$$\text{Resultado: a) } Q_{\text{total}} = 679 \text{ nC} \quad \text{b) } E = 0 \quad \text{c) } E = 0 \quad \text{d) radial } E = 1.0 \text{ kN/C} \\ \text{e) radial } E = 0.61 \text{ kN/C}$$

28. ♣ Un cilindro no conductor infinitamente largo de radio a posee una densidad de carga volúmica uniforme $\rho(r)=\rho_0$. Determinar el campo eléctrico a una distancia R desde el eje del cilindro, para $0 \leq R < a$ y para $R > a$.

Resultado: si $R < a$ $E = \frac{\rho R}{2 \epsilon_0}$, si $R > a$ $E = \frac{\rho a^2}{2 \epsilon_0 R}$

29. Un cilindro de longitud 200m y radio 6cm posee una densidad de carga volúmica uniforme $\rho = 300 \text{ nC/m}^3$. a) ¿Cuál es la carga total del cilindro? Determina el campo eléctrico en un punto equidistante de los extremos en b) $r = 2\text{cm}$, c) $r = 5.9\text{cm}$, d) $r = 6.1\text{cm}$ y e) $r = 10\text{cm}$.

Resultado: a) $Q_{\text{total}} = 679 \text{ nC}$ b) $E = 339 \text{ N/C}$ c) $E = 1 \text{ kN/C}$
d) $E = 1000.3 \text{ N/C}$ e) $E = 610 \text{ N/C}$

CARGA Y CAMPO EN SUPERFICIES DE CONDUCTORES

30. ♣ Una moneda descargada está en el interior de un campo eléctrico externo de valor 1.6 kN/C cuya dirección es perpendicular a sus caras. a) Hallar la densidad de carga en cada cara de la moneda suponiendo que son planas. b) Si el radio de la moneda es 1cm , ¿cuál es la carga total de una cara?

Resultado: a) $\sigma = 14.2 \text{ nC/m}^2$ b) $Q_{\text{total}} = 4.45 \text{ pC}$

31. Una estrecha lámina metálica sin carga tiene caras cuadradas de 12cm de lado. Se coloca dentro de un campo eléctrico externo que es perpendicular a sus caras. ¿Cuál es el valor del campo eléctrico si la carga total inducida en una de las caras de la lámina es 1.2 nC ?

Resultado: $E = 9.42 \text{ kN/C}$

32. @ Una carga puntual positiva de $2.5 \mu\text{C}$ se encuentra en el centro de una corteza conductora esférica sin carga, de radio interior 60cm y de radio exterior 90cm . a) Determinar las densidades de carga de las superficies interior y exterior de la corteza y la carga total de cada superficie. b) Determinar el campo eléctrico generado en cualquier punto. c) Repetir a) y b) para el caso en que se añade una carga neta de $+3.5 \mu\text{C}$ a la corteza.

Resultado: a) $\sigma_{\text{interior}} = -0.55 \mu\text{C/m}^2$ $\sigma_{\text{exterior}} = 0.246 \mu\text{C/m}^2$ b)

$r < 0.6 \text{ m}$ $E_r = \frac{22.5}{r^2} \text{ kN/C}$ $0.6 \text{ m} < r < 0.9 \text{ m}$ $E = 0$ $r > 0.9 \text{ m}$ $E_r = \frac{22.5}{r^2} \text{ kN/C}$

c)

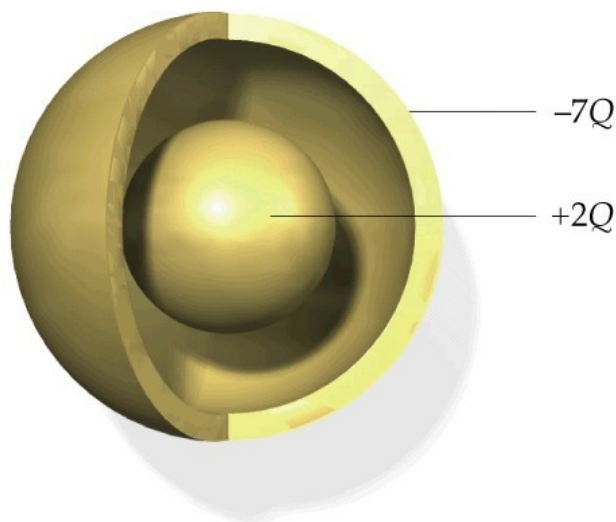
$\sigma_{\text{interior}} = -0.55 \mu\text{C/m}^2$ $\sigma_{\text{exterior}} = 0.589 \mu\text{C/m}^2$

$r < 0.6 \text{ m}$ $E_r = \frac{22.5}{r^2} \text{ kN/C}$ $0.6 \text{ m} < r < 0.9 \text{ m}$ $E = 0$ $r > 0.9 \text{ m}$ $E_r = \frac{54}{r^2} \text{ kN/C}$

33. @ Una lámina conductora cuadrada con lados de 5m es portadora de una carga neta de $80 \mu\text{C}$. a) Determinar la densidad de carga de cada cara de la lámina y el campo eléctrico justo en el exterior de una cara de la lámina. b) La lámina se sitúa a la derecha de un plano infinito no conductor, cargado con una densidad de $2.0 \mu\text{C/m}^2$ y de modo que las caras de la lámina son paralelas al plano. Determinar el campo eléctrico en cada cara de la lámina lejos de los bordes y la densidad de carga en cada cara.

Resultado: a) $\sigma = 1.6 \mu C/m^2$ $E = 1.81 \cdot 10^5 N/C$ b) $E_{plano-lámina} = 0.68 \cdot 10^5 N/C$
 $E_{cara opuesta lámina} = 2.94 \cdot 10^5 N/C$ $\sigma_{cara próxima} = 0.6 \mu C/m^2$ $\sigma_{cara opuesta} = 2.6 \mu C/m^2$

34. ♣ Consideremos las dos esferas conductoras concéntricas de la figura. La esfera exterior es hueca y en ella se ha depositado una carga de $-7Q$. La esfera interior es sólida y en ella hay una carga $+2Q$. a) ¿Cómo está distribuida la carga en la esfera exterior? Es decir, ¿cuánta carga hay en la superficie exterior y cuánta en la superficie interior? b) Supongamos que se conecta un alambre entre ambas esferas. Una vez alcanzado el equilibrio electrostático, ¿cuánta carga total existe en la esfera exterior? ¿cuánta carga hay ahora en la superficie exterior de esta esfera y cuánta carga en la superficie interna? ¿Cambia el campo eléctrico de la superficie de la esfera interna al conectar el cable? Si es así, ¿cómo cambia? c) Supongamos que volvemos a las condiciones iniciales de a) con $+2Q$ en la esfera interior y $-7Q$ en la exterior. Conectamos ahora la esfera interior a tierra con un cable y luego lo desconectamos. ¿Cuánta carga total existirá en la esfera sólida? ¿Cuánta carga tendremos en la superficie interna de la esfera exterior y cuánta en la superficie externa?



- Resultado: a) $-2Q$ en la superficie interior y $-5Q$ en la superficie exterior
 b) No hay carga superficie interior y $-5Q$ en superficie exterior
 c) No hay carga en superficie interior y $-7Q$ en superficie exterior

DIFERENCIA DE POTENCIAL ELECTROSTÁTICO, ENERGÍA ELECTROSTÁTICA Y CAMPO ELÉCTRICO

35. @ Un campo eléctrico uniforme de valor $2kN/C$ está en la dirección $+x$. Se deja en libertad una carga puntual $Q = 3\mu C$ que está inicialmente en reposo en el origen. a) ¿Cuál es la diferencia de potencial $V(4m) - V(0)$? b) ¿Cuál es la variación de energía potencial de la carga desde $x = 0$ hasta $x = 4m$? c) ¿Cuál es la energía cinética de la carga cuando está en $x = 4m$? d) Calcular el potencial $V(x)$ si se toma $V(x)$ como cero para $x = 0$, e) $4kV$ para $x = 0$ y f) cero para $x = 1m$.

Resultado: a) $\Delta V = -8 \text{ kV}$ b) $\Delta U = -24 \text{ mJ}$ c) $\Delta E_c = 24 \text{ mJ}$
 d) $V(x) = -2(\text{kV/m}) \cdot x(\text{m})$ e) $V(x) = -2(\text{kV/m}) \cdot x(\text{m}) + 4 \text{ kV}$
 f) $V(x) = -2(\text{kV/m}) \cdot x(\text{m}) + 2 \text{ kV}$

36. ♣ Dos placas conductoras paralelas poseen densidades de carga iguales y opuestas, de modo que el campo eléctrico entre ellas es aproximadamente uniforme. La diferencia de potencial entre las placas es 500V y están separadas 10cm. Se deja en libertad un electrón desde el reposo en la placa negativa. a) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico entre las placas? b) ¿Qué placa está a potencial mas elevado, la positiva o la negativa? c) Hallar el trabajo realizado por el campo eléctrico cuando un electrón se mueve desde la placa negativa a la positiva. d) ¿Cuál es la variación de energía potencial del electrón cuando se mueve desde la placa negativa a la positiva? e) ¿Cuál es su energía cinética cuando llega a la placa positiva?

Resultado: a) $E = 5 \text{ kN/C}$ b) la positiva c) $W = 500 \text{ eV}$ d) $\Delta U = -500 \text{ eV}$
 e) $E_c = 500 \text{ eV}$

37. @ Una partícula puntual tiene una carga igual a $+2.00 \mu\text{C}$ y está en el origen. a) ¿Cuál es el potencial eléctrico V en un punto que está a 4.00m del origen, asumiendo que el potencial en el infinito es cero? b) ¿Cuánto trabajo deberá hacerse para llevar una segunda partícula con carga $+3 \mu\text{C}$ desde el infinito hasta una distancia de 4.00m de la de $+2 \mu\text{C}$? c) ¿Cuánto trabajo deberá hacerse para llevar la carga de $+2.00 \mu\text{C}$ desde el infinito hasta el origen si la carga de $+3 \mu\text{C}$ se coloca primero en $x = 4\text{m}$?

Resultado: a) $V = 4.5 \text{ kV}$ b) $W = 13.5 \text{ mJ}$ c) $W = 13.5 \text{ mJ}$

POTENCIAL DEBIDO A UN SISTEMA DE CARGAS PUNTUALES

38. ♣ Cuatro cargas puntuales de $2 \mu\text{C}$ se encuentran situadas en los vértices de un cuadrado de 4m de lado. Calcular el potencial en el centro del cuadrado (tomando como potencial cero el correspondiente al infinito) si a) todas las cargas son positivas, b) tres de las cargas son positivas y la otra negativa y c) dos son positivas y las otras dos negativas.

Resultado: a) $V = 25.5 \text{ kV}$ b) $V = 12.7 \text{ kV}$ c) $V = 0$

39. Tres cargas puntuales está en el eje x: q_1 en el origen, q_2 en $x = 3\text{m}$ y q_3 en $x = 6\text{m}$. Calcular el potencial en $x = 0$, $y = 3\text{m}$ si a) $q_1 = q_2 = q_3 = 2 \mu\text{C}$, b) $q_1 = q_2 = 2 \mu\text{C}$ y $q_3 = -2 \mu\text{C}$ y c) $q_1 = q_3 = 2 \mu\text{C}$ y $q_2 = -2 \mu\text{C}$. (asumir que el potencial es cero lejos de donde se encuentran las cargas).

Resultado: a) $V_{x=0} = 12.9 \text{ kV}$ b) $V_{x=0} = 7.56 \text{ kV}$ c) $V_{x=0} = 4.44 \text{ kV}$

40. Dos cargas puntuales q y q' están separadas por una distancia a . En un punto a la distancia $a/3$ de q y a lo largo de la línea que une las dos cargas, el potencial es cero. (asumir que el potencial es cero lejos de las cargas) Obtén el cociente q/q' .

Resultado: $\frac{q}{q'} = -\frac{1}{2}$

41. Dos cargas positivas $+q$ están en el eje x en $x = +a$ y $x = -a$. a) Hallar el potencial $V(x)$ como una función de x para todos los puntos situados en el eje x . b) Representar $V(x)$ en función de x .

Resultado: $V(x) = V_1 + V_2 = kq \left(\frac{1}{|x-a|} + \frac{1}{|x+a|} \right)$

42. Se sitúa una carga puntual de $+3e$ en el origen y una segunda carga de $-2e$ en el eje x a la distancia $x = a$. a) Dibujar la función potencial $V(x)$ en función de x para todo valor de x . b) ¿Para qué punto o puntos es $V(x)$ igual a cero? c) ¿En qué puntos del eje x , si los hay, el campo eléctrico es cero? d) ¿Cuál es el trabajo que hay que realizar para llevar una tercera carga $+e$ al punto $x = 1/2a$ sobre el eje x ?

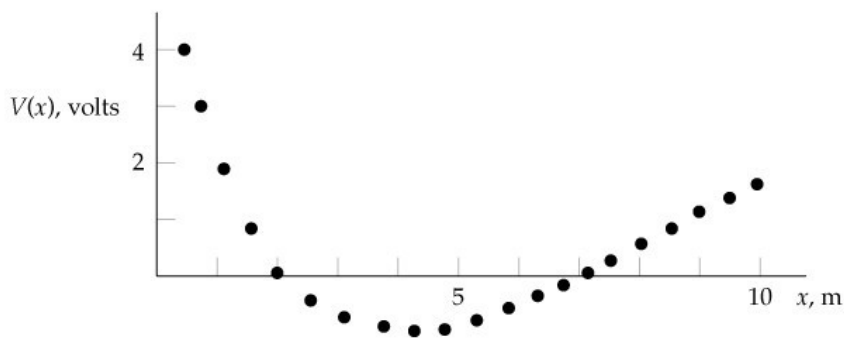
Resultado: a) $V(x) = V_1 + V_2 = ke \left(\frac{3}{|x|} - \frac{2}{|x-a|} \right)$ b) $x = 3a$ y $x = \frac{3}{5}a$
 c) para $x = 5.449a$ d) $W = \frac{2ke^2}{a}$

DETERMINACIÓN DEL CAMPO ELÉCTRICO A PARTIR DEL POTENCIAL

43. Un campo eléctrico uniforme tiene el sentido de las x negativas. Los puntos a y b están en el eje x , a en $x = 2m$ y b en $x = 6m$. a) ¿Es positiva o negativa la diferencia de potencial $V_b - V_a$? b) Si el valor de $|V_b - V_a|$ es $100kV$, ¿cuál es el valor del campo eléctrico E ?

Resultado: a) positiva b) $E_x = 25 kN/C$

44. El potencial debido a una distribución particular de carga se mide en diversos puntos a lo largo del eje x como se muestra en la figura. ¿Para qué valor (o valores) del intervalo $0 < x < 10m$ es $E_x = 0$? ¿En qué punto o puntos el potencial es cero?



Resultado: $E_x = 0$ en $x \approx 4.5m$, $V = 0$ en $x = 2m$ y $x = 7m$