



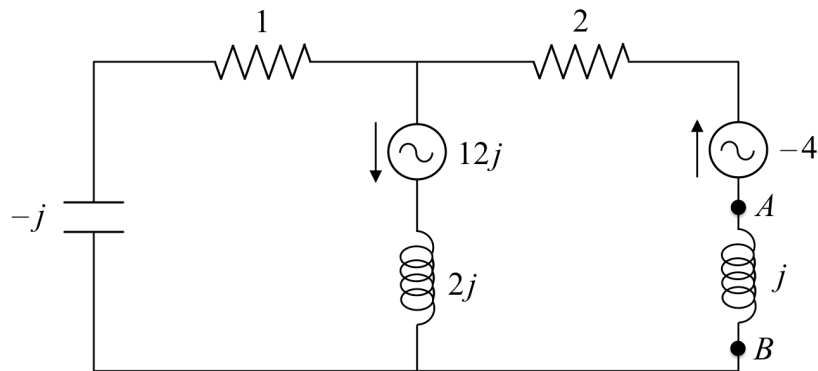
Electromagnetismo II

2 de junio de 2021

1.- Dado el circuito de la figura, determinar:

- La intensidad que circula por la reactancia j entre A y B utilizando el método de las mallas.
- El circuito equivalente de Thevenin de la parte de circuito entre los terminales A y B (al eliminar la autoinducción de reactancia j) y la intensidad que circula por la reactancia j entre A y B utilizando el equivalente de Thevenin.

(1.5 puntos)



2.- Teorema de Poynting para el campo electromagnético con partículas cargadas en forma diferencial y en forma integral. Magnitudes que intervienen. Significado físico. (1 punto)

3.- La conductividad del agua de mar para una onda electromagnética plana de muy baja frecuencia de 100 Hz es alrededor de $4.3 (\Omega\text{m})^{-1}$. Suponiendo que $\mu = \mu_0$ y $\epsilon \approx 80\epsilon_0$, determinar:

- Si el agua de mar se comporta como un buen o como un mal conductor a esa frecuencia.
- La profundidad de penetración en el agua de mar de una onda a esa frecuencia.
- La profundidad a la cual la intensidad de la onda electromagnética vale un 10% de su valor inicial.
- El ángulo de desfase entre los campos eléctrico y magnético de la onda electromagnética.

(0.75 puntos)

4.- Analogías y diferencias entre las ondas electromagnéticas planas linealmente polarizadas que se propagan en un medio dieléctrico y en uno conductor, considerando éstos como medios ilimitados.

(0.5 puntos)

4.- Partiendo de la expresión del tetrapotencial de una carga puntual q en reposo, obtener el potencial eléctrico y el potencial vector para una carga puntual q que se mueve con velocidad constante v en la dirección del eje x . Expresar el resultado tanto en términos de las coordenadas del sistema de referencia de la carga en reposo como en las del sistema de referencia respecto al cual la carga se mueve con velocidad v . ¿Presentan isotropía los potenciales de la carga en movimiento? ¿Por qué?

(1.25 puntos)

5.- Campos eléctrico y magnético creados por una carga en movimiento arbitrario: características generales, como son entre ellos y comportamiento a grandes distancias. ¿Cuánto valen los invariantes del campo electromagnético a grandes distancias de la carga? Razonar la respuesta. **(1.25 puntos)**

6.- Un condensador de láminas planoparalelas de capacidad C y separación entre las placas d , tiene una carga inicial $(\pm)Q_0$. Entonces se conecta a una resistencia R y se descarga de modo que la carga es $Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$.

(a) ¿Qué fracción de su energía inicial es radiada?

(b) Si $C = 1$ pF, $R = 1000 \Omega$ y $d = 0.1$ mm, ¿cuál es el valor de esta fracción? En electrónica normalmente no nos preocupamos sobre las pérdidas por radiación, ¿es esto razonable en este caso?

(1 punto)

7.- La potencia radiada por una partícula de carga q y masa m que se mueve en una región en la que existen un campo eléctrico \vec{E} y otro magnético \vec{B} se puede expresar, a partir de la fórmula de Liénard en forma covariante, mediante:

$$P_{rad} = \frac{q^4 \gamma^2}{6\pi\epsilon_0 m^2 c^3} \left[(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})^2 - \frac{(\vec{E} \cdot \vec{v})^2}{c^2} \right] \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

(a) Determinar la potencia radiada por una partícula de masa m y carga q que se mueve en una órbita circular en el seno de un campo magnético uniforme y expresarla en función de su velocidad v y del radio R de su trayectoria.

(b) ¿Cuánto valdría en el caso ultrarrelativista la potencia radiada expresada en función del radio R de la trayectoria y de la energía \mathcal{E} de la partícula? Evaluar esta expresión para un electrón de energía 10 GeV en una órbita de radio 20 m y encontrar la energía perdida por radiación en cada revolución. Para el electrón $mc^2 = 0.511$ MeV y $q = -1.6 \times 10^{-19}$ C. $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ C²N⁻¹m⁻²

(1.5 puntos)

8.- Obtener la componente Θ_s^{00} del tensor energía-impulso de Belifante-Rosenfeld sabiendo que:

$$\Theta_s^{\mu\nu} = \epsilon_0 c^2 \left(g^{\mu\lambda} F_{\lambda\sigma} F^{\sigma\nu} + \frac{1}{4} g^{\mu\nu} F^{\rho\sigma} F_{\rho\sigma} \right)$$

¿Cuál es el significado físico de sus demás componentes? En presencia de cargas y corrientes sabemos que se cumple $\partial_\mu \Theta_s^{\mu\nu} + f^\nu = 0$, donde $f^\nu \equiv \left(\frac{1}{c} \vec{J} \cdot \vec{E}, \rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} \right)$ es el tetravector

densidad fuerza de Lorentz ¿qué leyes de conservación están incluidas en esta ecuación? Comentarlas brevemente. **(1.5 puntos)**

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x/c & -E_y/c & -E_z/c \\ E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

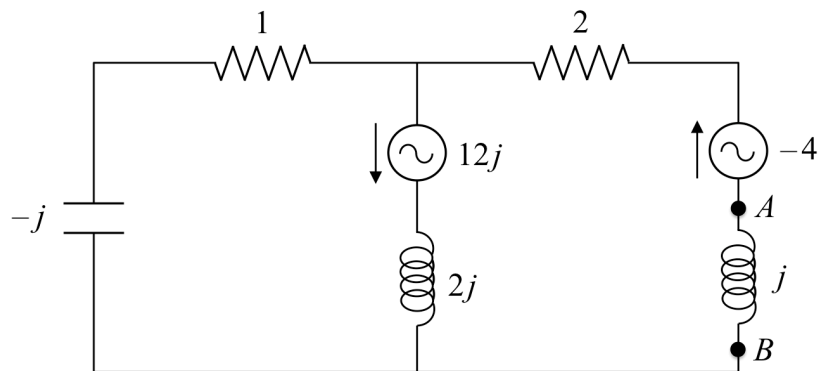
Electromagnetismo II

2 de junio de 2021 – Primera parte

1.- Dado el circuito de la figura, determinar:

- (a) La intensidad que circula por la reactancia j entre A y B utilizando el método de las mallas.
- (b) El circuito equivalente de Thevenin de la parte de circuito entre los terminales A y B (al eliminar la autoinducción de reactancia j) y la intensidad que circula por la reactancia j entre A y B utilizando el equivalente de Thevenin.

(1.5 puntos)



2.- Teorema de Poynting para el campo electromagnético con partículas cargadas en forma diferencial y en forma integral. Magnitudes que intervienen. Significado físico. **(1 punto)**

3.- La conductividad del agua de mar para una onda electromagnética plana de muy baja frecuencia de 100 Hz es alrededor de $4.3 (\Omega \text{ m})^{-1}$. Suponiendo que $\mu = \mu_0$ y $\epsilon \approx 80\epsilon_0$, determinar:

- (a) Si el agua de mar se comporta como un buen o como un mal conductor a esa frecuencia.
- (b) La profundidad de penetración en el agua de mar de una onda a esa frecuencia.
- (c) La profundidad a la cual la intensidad de la onda electromagnética vale un 10% de su valor inicial.
- (d) El ángulo de desfase entre los campos eléctrico y magnético de la onda electromagnética.

(0.75 puntos)

4.- Analogías y diferencias entre las ondas electromagnéticas planas linealmente polarizadas que se propagan en un medio dieléctrico y en uno conductor, considerando éstos como medios ilimitados.

(0.5 puntos)

4.- Partiendo de la expresión del tetrapotencial de una carga puntual q en reposo, obtener el potencial eléctrico y el potencial vector para una carga puntual q que se mueve con velocidad constante v en la dirección del eje x . Expresar el resultado tanto en términos de las coordenadas del sistema de referencia de la carga en reposo como en las del sistema de referencia respecto al cual la carga se mueve con velocidad v . ¿Presentan isotropía los potenciales de la carga en movimiento? ¿Por qué?

(1.25 puntos)

Electromagnetismo II

2 de junio de 2021 – Segunda parte

- 1.- Campos eléctrico y magnético creados por una carga en movimiento arbitrario: características generales, como son entre ellos y comportamiento a grandes distancias. ¿Cuánto valen los invariantes del campo electromagnético a grandes distancias de la carga? Razonar la respuesta.
(2.5 puntos)

- 2.- Un condensador de láminas planoparalelas de capacidad C y separación entre las placas d , tiene una carga inicial $(\pm)Q_0$. Entonces se conecta a una resistencia R y se descarga de modo que la carga es $Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$.

(a) ¿Qué fracción de su energía inicial es radiada?

(b) Si $C = 1$ pF, $R = 1000 \Omega$ y $d = 0.1$ mm, ¿cuál es el valor de esta fracción? En electrónica normalmente no nos preocupamos sobre las pérdidas por radiación, ¿es esto razonable en este caso?

(2.5 puntos)

- 3.- La potencia radiada por una partícula de carga q y masa m que se mueve en una región en la que existen un campo eléctrico \vec{E} y otro magnético \vec{B} se puede expresar, a partir de la fórmula de Liénard en forma covariante, mediante:

$$P_{rad} = \frac{q^4 \gamma^2}{6\pi\epsilon_0 m^2 c^3} \left[(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})^2 - \frac{(\vec{E} \cdot \vec{v})^2}{c^2} \right] \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

(a) Determinar la potencia radiada por una partícula de masa m y carga q que se mueve en una órbita circular en el seno de un campo magnético uniforme y expresarla en función de su velocidad v y del radio R de su trayectoria.

(b) ¿Cuánto valdría en el caso ultrarrelativista la potencia radiada expresada en función del radio R de la trayectoria y de la energía \mathcal{E} de la partícula? Evaluar esta expresión para un electrón de energía 10 GeV en una órbita de radio 20 m y encontrar la energía perdida por radiación en cada revolución. Para el electrón $mc^2 = 0.511$ MeV y $q = -1.6 \times 10^{-19}$ C. $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ C²N⁻¹m⁻²

(2.5 puntos)

- 4.- Obtener la componente Θ_s^{00} del tensor energía-impulso de Belinfante-Rosenfeld sabiendo que:

$$\Theta_s^{\mu\nu} = \epsilon_0 c^2 \left(g^{\mu\lambda} F_{\lambda\sigma} F^{\sigma\nu} + \frac{1}{4} g^{\mu\nu} F^{\rho\sigma} F_{\rho\sigma} \right)$$

¿Cuál es el significado físico de sus demás componentes? En presencia de cargas y corrientes

sabemos que se cumple $\partial_\mu \Theta_s^{\mu\nu} + f^\nu = 0$, donde $f^\nu \equiv \left(\frac{1}{c} \vec{J} \cdot \vec{E}, \rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} \right)$ es el tetravector

densidad fuerza de Lorentz ¿qué leyes de conservación están incluidas en esta ecuación? Comentarlas brevemente.

(2.5 puntos)

APELLIDOS: NOMBRE:

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x/c & -E_y/c & -E_z/c \\ E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$