GRADO EN FÍSICA, CURSO 2019-2020

MECÁNICA ESTADÍSTICA

Convocatoria C4

6 de Julio 2020

1. Supongamos un sistema de partículas de densidad ρ (número de partículas por unidad de volumen) y masa m a una temperatura T.

   (a) Deriva una condición entre estas variables (ρ, m, T) para que la distribución de velocidades de Maxwell sea válida. Para ello considera el valor más probable de la velocidad de una partícula, derivándolo a partir de la distribución de Maxwell de velocidades. Explica el significado de la condición que has derivado. ¿Cuándo es válida la distribución de Maxwell y por qué?

   (b) Si se trata de un gas cuyas moléculas tienen una masa $m \approx 2.3 \times 10^{-23}\,g$ y densidad $2 \times 10^{29}\,m^{-3}$, calcula para qué temperatura este sistema no puede considerarse como un gas ideal.

   La distribución de Maxwell para el vector velocidad es:

$$f(\vec{v})d\vec{v} = \frac{N}{V}(\frac{m}{2\pi kT})^{3/2} \exp{(-\frac{mv^2}{2kT})}d\vec{v}$$

   (2 puntos)

2. Considera un ion de carga q y masa m que se mueve en un gas ideal de moléculas bajo la acción de un campo eléctrico constante E en la dirección x. El tiempo medio entre colisiones del ion con las moléculas es τ. Considera que después de cada colisión la partícula pierde todo el momento. Calcula:

   (a) La distancia media recorrida por el ion entre colisiones ($\bar{x}$).

   (b) La velocidad media del ion.

   (c) El desplazamiento cuadrático medio ($\overline{x^2}$) y la difusividad del ion.

   (2 puntos)

3. Considera un gas ideal de N partículas distinguibles en un volumen V a temperatura T, moviéndose en la dirección x, tal que la energía total del sistema viene dada por:

$$E = \sum_{i=1}^{N} |\vec{p_i}|\, c$$

   donde $\vec{p_i}$ es el momento de la partícula i y c es la velocidad de la luz. Calcula:

(a) La función de partición de este gas ideal.

(b) La energía media en función de la temperatura y la capacidad calorífica.

(c) La entropía del sistema. Si dividimos el volumen en dos partes iguales, con el mismo número de partículas en cada una de las particiones ¿se cumple que la entropía del sistema completo es igual a la suma de las entropías de cada una de las partes? Si no son iguales, explica y demuestra qué tendríamos que hacer para que lo fueran. Si son iguales, explica por qué.

(3 puntos)

4. Para un gas de electrones, calcula la probabilidad de que un estado se encuentre ocupado si: (a) este se encuentra un valor kT por debajo de la energía de Fermi (b) un valor $\frac{1}{2}\,kT$ por encima de la energía de Fermi y (c) un valor de $10kT$ por encima de la energía de Fermi. Explica el significado de estas probabilidades y realiza una representación aproximada de esta probabilidad en función de la energía. (1 punto)

5. Considera una caja de volumen $V = 10^8\,cm^3$ en el que hay 10^{27} partículas. Calcula:

   (a) La probabilidad de que en una región cúbica cúbica de volumen $V_0 = 10^6$ Å^3 dentro de esta caja, no haya ninguna partícula.

   (b) Si el sistema se encuentra a una temperatura de $27^o\,C$ ¿cuánto calor (en eV) debe añadirse para que el número de estados accesibles aumente en 10^8?

   (2 puntos)

Datos de interés:

Constante de Boltzmann, $K = 1.38 \times 10^{-23}\,J/K = 8.6 \times 10^{-5}\,eV/K$
Constante de Planck $h = 6.626 \times 10^{-34}\,J\,.\,s = 4.135 \times 10^{-15}\,eV\,.\,s$
$1\,atm \approx 10^5\,Pa$

Relaciones de interés:

Distribución binomial: $P(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!}p^n\,q^{N-n}$

$(1-x)^N \approx e^{-xN}$ si $x << 1$

$\ln N! \approx N\,\ln N - N$

$\int_0^\infty x^a e^{-bx}dx = b^{-a-1}\Gamma(a{+}1)$; Donde la función Γ cumple: $\Gamma(a{+}1) = a\Gamma(a)$;
Si a es un número entero positivo: $\Gamma(a) = (a-1)!$
$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$.