

1. (2 puntos) Considera un sistema de N partículas no interactuantes con momento magnético μ y espín $1/2$ en un campo magnético H y a una temperatura constante T .

(a) Calcula el valor de la entropía para este sistema en función de μ , H , T y N . Para ello deduce primero la relación entre la entropía (S) y la energía media (\bar{E}) y la función de partición (Z), ($S = f(\bar{E}, Z)$), partiendo de la definición de entropía de Gibbs ($S = -k \sum P_r \ln P_r$) para la colectividad correspondiente.

(b) Calcula la energía libre de Helmholtz y la capacidad calorífica.

2. (3 puntos) Un gas de moléculas de masa m se encuentra en equilibrio a una temperatura T y volumen V . El vector velocidad de cada partícula es \vec{v} , sus componentes cartesianas son v_x , v_y y v_z y el módulo de la velocidad es v . Teniendo en cuenta que la distribución de Maxwell del vector velocidad es:

$$f(\vec{v})d\vec{v} = \frac{N}{V} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) d\vec{v}$$

Calcula:

(a) $\overline{v_y^2}$. Explica su relación con el principio de equipartición de la energía.

(b) El valor más probable de la energía cinética de una molécula.

3. (2 puntos) Explica brevemente las estadísticas de Maxwell-Boltzmann, Bose-Einstein y Fermi-Dirac y en particular su relación con la indistinguibilidad de partículas idénticas. Explica razonadamente qué ocurre cuando $T \rightarrow 0$ en un gas ideal si las partículas son bosones y qué ocurre si son fermiones.

4. (3 puntos) Considera un gas ideal clásico a temperatura y presión ambientales (300 K y 1 atm). Si el radio típico de una partícula es del orden de 10^{-8} cm y consideramos un modelo de esferas rígidas para el cálculo de la sección eficaz de colisión:

(a) Demuestra que el recorrido libre medio de una partícula es de $0.23\text{ }\mu\text{m}$.

(b) Estima la probabilidad de que se produzca una colisión tras recorrer una distancia de $0.1\text{ }\mu\text{m}$.

(c) Si la velocidad media de las partículas es de $4 \times 10^4\text{ cm/s}$, estima el número medio de colisiones por segundo.

Datos: Constante de Boltzmann, $K = 1.38 \times 10^{-23}\text{ J/K}$, $1\text{ atm} \approx 10^5\text{ Pa}$