Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Tema 5: Magnetostática Parte A

Electromagnetismo

2º Curso Grado Física

Universidad de Alicante – Departamento de Física Aplicada

Índice

MAGNETOSTÁTICA:

Campos magnéticos creados por **corrientes estacionarias** (cargas que que se mueven con velocidad constante, es decir, que la intensidad de corriente o la densidad de corriente son independientes del tiempo)

1. Inducción magnética (campo **B**)

   Repaso año anterior e intensificación

2. Ley de Ampere y aplicaciones

   Repaso año anterior e intensificación

3. El potencial vector **A** y aplicaciones.

4. Resolución de la ecuación de Laplace y Poisson para el potencial vector.

Introducción

- Hace 2500 años en la antigua Grecia: descubrimiento de la "Piedra Imán" (Magnetita, Fe_3O_4).

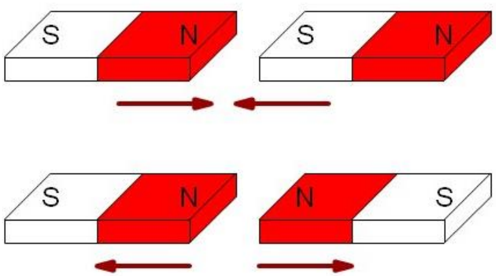
- Siglo X en China: invención de la brújula para orientación Norte-Sur. Los árabes introdujeron la brújula en Europa y en el siglo XIII era de uso común entre navegantes. Se llamó polo norte de la brújula al extremo de la brújula que apuntaba al norte geográfico (sur magnético).

- William Gilbert (1544-1603). Primer estudio sistemático de los fenómenos eléctricos y magnéticos. Descubre que la Tierra es un imán natural.

- Hans Christian Oersted (1777-1851), M. Faraday (1791-1867), James Clerk Maxwell (1831-1879) y Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894): Revolución tecnológica – relación entre fenómenos eléctricos y magnéticos

Fuerza entre imanes

La fuerza entre imanes responde a una ley del inverso de la distancia al cuadrado



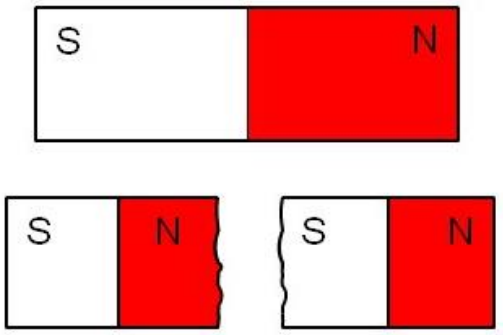
$$\vec{F}_M = K_M \frac{Q_m q_m}{r^2}\vec{u}_r \qquad K_M = \frac{\mu}{4\pi} = 10^{-7}\ \mathrm{N\,A^{-2}}$$

μ es la permeabilidad magnética y depende del medio (en el vacío vale $4\pi\cdot10^{-7}$ $\mathrm{NA^{-2}}$, en medios materiales puede ser mayor, igual o menor a ésta).

Masas $$\vec{F}_G = G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}_r \qquad G = 6{,}67\times10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2Kg^{-2}}$$

Cargas eléctricas $$\vec{F}_E = K_E\frac{Qq}{r^2}\vec{u}_r \qquad K_E = 9{,}0\times10^{+9}\ \mathrm{N\,m^2C^{-2}}$$

No existen polos magnéticos aislados. Electrones y protones y masas tienen entidad por sí mismos. Un polo norte magnético no puede existir sin un polo sur. Constituyen un dipolo magnético, incluso a nivel atomístico.



Campo magnético

Zona de influencia alrededor de un imán.

Campo magnético creado por un polo magnético

$$\vec{B} = K_M \frac{Q_m}{r^2} \vec{u}_r$$

Unidad SI: T

Campo gravitatorio creado por una masa $\vec{g} = G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r$

Campo eléctrico creado por una carga eléctricas $\vec{E} = K_E \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$

NOTA IMPORTANTE: SOBRE FORMAS DE LLAMAR AL CAMPO MAGNÉTICO

A partir de ahora a B en el vacío lo llamamos inducción magnética

INDUCCIÓN MAGNÉTICA: Campo B (en el vacío)

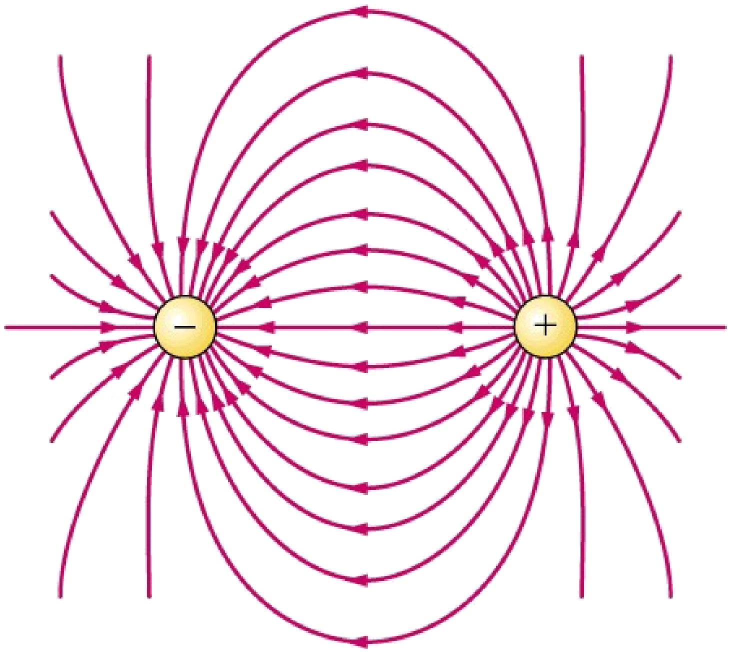
CAMPO MAGNÉTICO: Este término se reserva para describir el campo e un modo más general, cuando hay medios materiales.

Representación de la inducción magnética mediante líneas de campo

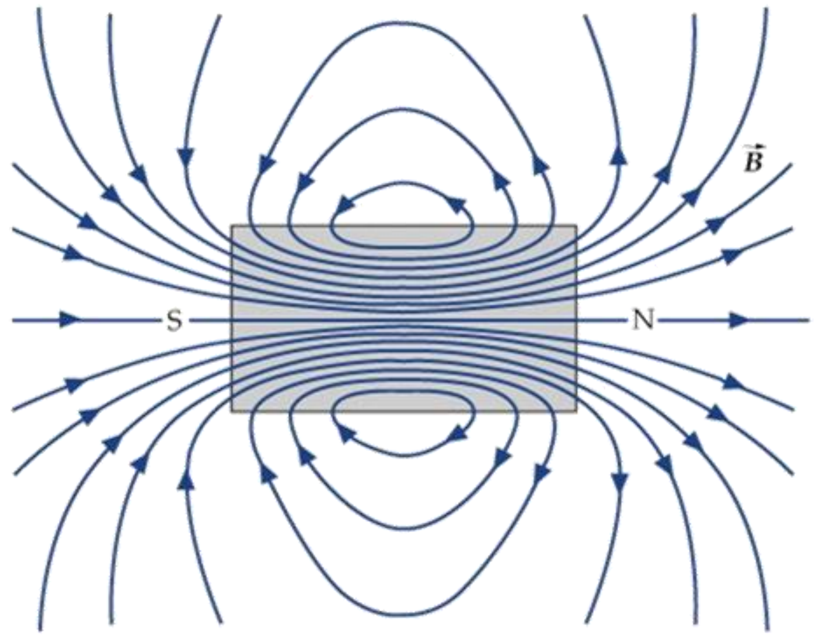
B *cumple el principio de superposición*

Las líneas de campo de un dipolo magnético son similares a las de un dipolo eléctrico fuera del imán

Dipolo eléctrico

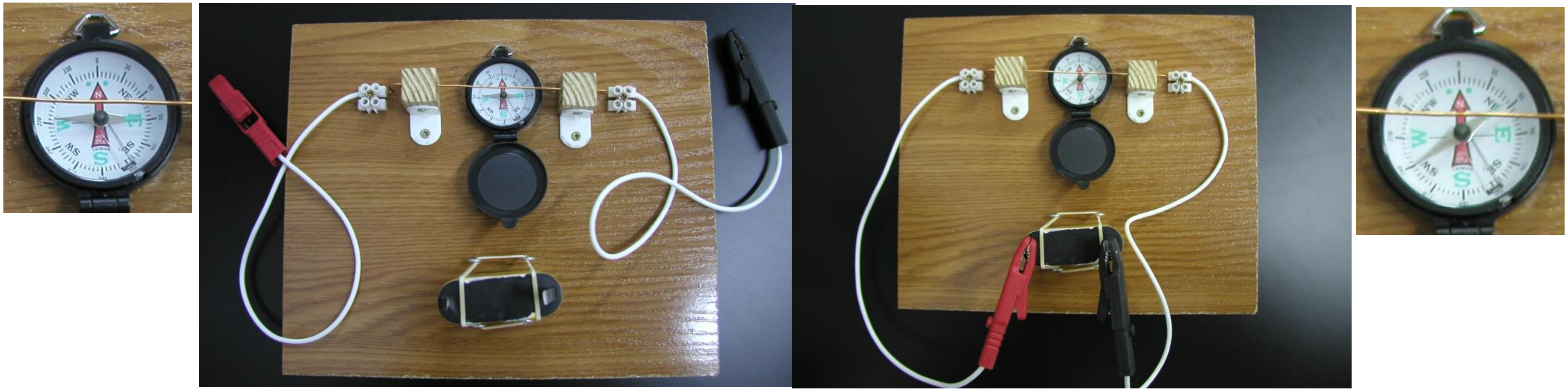


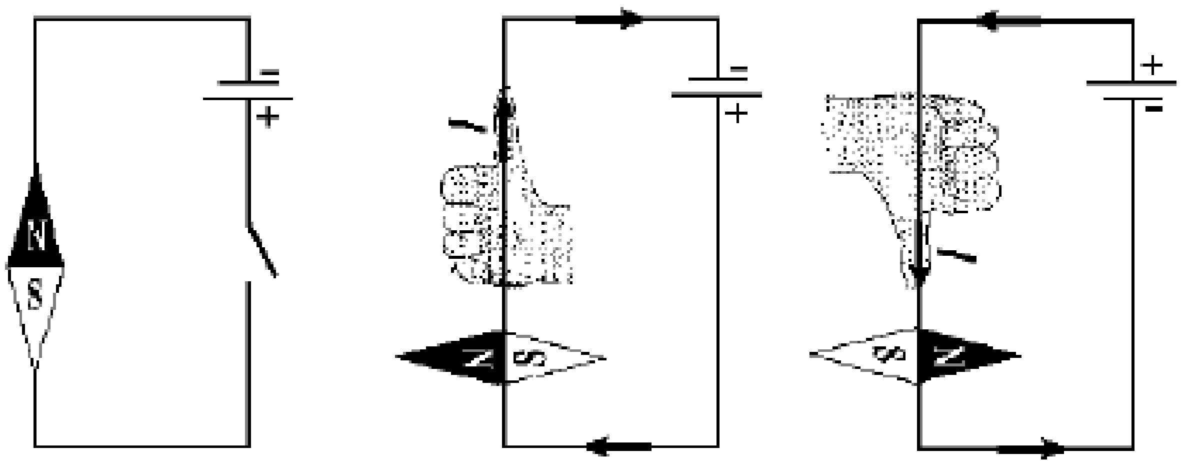
Dipolo magnético



Las líneas de campo eléctrico comienzan y terminan en las cargas y las líneas de campo magnético son líneas cerradas (no tienen ni principio ni fin)

Experiencia de Oersted (año 1820). Relación entre electricidad y magnetismo





La corriente eléctrica (partículas cargadas en movimiento) produce un campo magnético

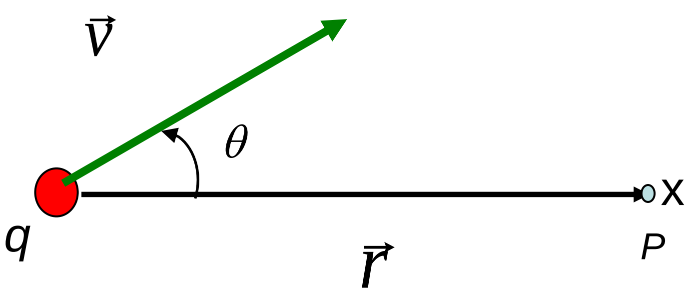
Inducción magnética creada por una carga eléctrica en movimiento

Una corriente eléctrica genera una inducción magnética. Por tanto, toda carga en movimiento genera una inducción magnética. Las líneas de la inducción magnética generada son circunferencias perpendiculares al vector velocidad y con centro en la dirección de velocidad. Su sentido el de la mano derecha.

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi}\frac{q\cdot\left(\vec{\mathrm{v}}\times\vec{u}_r\right)}{r^2} = \frac{\mu}{4\pi}\frac{q\cdot\left(\vec{\mathrm{v}}\times\vec{r}\right)}{r^3}$$

$$B = \frac{\mu}{4\pi}\frac{q\cdot \mathrm{v}\, sen\theta}{r^2}$$

Vector velocidad contenido en el plano del papel



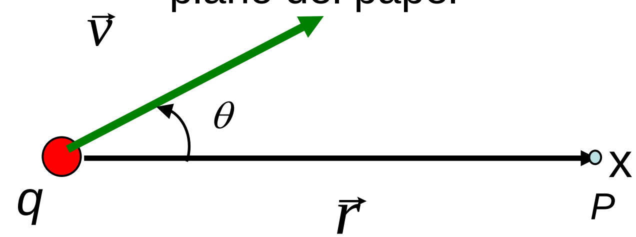
Vector B perp. al plano del papel hacia dentro

Vector posición contenido en el plano del papel

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi}\frac{q\cdot\left(\vec{\mathrm{v}}\times\vec{u}_r\right)}{r^2}$$

$$B = \frac{\mu}{4\pi}\frac{q\cdot \mathrm{v}\; sen\theta}{r^2}$$

Vector velocidad contenido en el plano del papel



Vector B perp. al plano del papel hacia dentro

Vector posición contenido en el plano del papel

Módulo

- Es proporcional a la *q* y a la $\overline{\mathrm{v}}$ e inversamente proporcional a la distancia entre la carga y el punto.
- Es cero a lo largo de la línea de movimiento de la carga. En los demás puntos el módulo es proporcional a senθ.
- Es cero si no existe movimiento relativo entre la carga y el punto, $\overline{\mathrm{v}} = 0$.
- Es cero si el punto se considerarse infinitamente alejado de la carga.

Dirección

- Es perpendicular al vector velocidad y al vector posición

Sentido

- Sigue la regla de la mano derecha

Una carga crea un campo eléctrico y si se mueve crea una inducción magnética

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{q \cdot \left(\vec{\mathrm{v}} \times \vec{u}_r \right)}{r^2} \qquad \vec{E} = K \frac{q}{r^2} \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$

Módulos

- Ambos, B y E disminuyen con el cuadrado de la distancia al punto

Direcciones

- $\bar{E}$ apunta en dirección radial (de $\bar{r}$) al punto donde se observa el campo. $\bar{B}$ es perpendicular a $\bar{r}$ y $\bar{\mathrm{v}}$.

Sentidos

- $\bar{E}$ sale o entra de la carga dependiendo de si ésta es positiva o negativa. $\bar{B}$ sigue la regla de la mano derecha

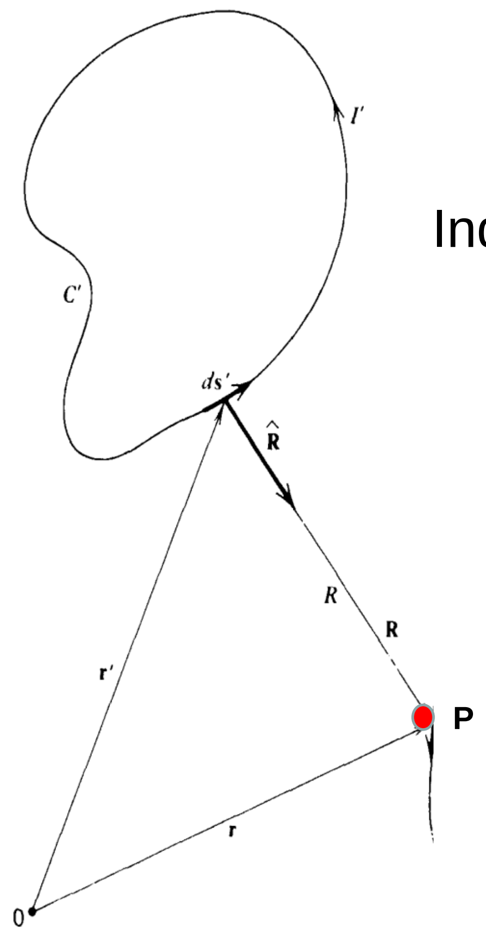
Los vectores $\bar{E}$ y $\bar{B}$ son perpendiculares

Convenio: el vector **B** se representa por una flecha en el plano del papel, por × ⊗ cuando está dirigido hacia dentro del papel y con un • ⊙ cuando se dirige hacia fuera.

Definición de Inducción magnética (Campo B)
Tema 14 del libro Wangsness

Ley de Biot y Savart (Cálculo de *B* en geometrías sencillas)

Inducción creada por un elemento diferencial filamental de corriente *I´d***s**´



$$d\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I'\,d\mathbf{s}'\times\hat{\mathbf{R}}}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I'\,d\mathbf{s}'\times\mathbf{R}}{R^3}$$

Inducción total creada por una corriente filamental *I´*

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{C'}\frac{I'\,d\mathbf{s}'\times\hat{\mathbf{R}}}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{C'}\frac{I'\,d\mathbf{s}'\times\mathbf{R}}{R^3}$$

Inducción creada por varias corrientes filamentales

$$\mathbf{B}_{\text{total}} = \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \sum_i \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{C_i}\frac{I_i\,d\mathbf{s}_i\times\hat{\mathbf{R}}_i}{R_i^{\,2}}$$

Definición de Inducción magnética (Campo B)

CORRIENTES NO FILAMENTALES

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}'(\mathbf{r}') \times \hat{\mathbf{R}}}{R^2} d\tau'$$

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{J}' \times \hat{\mathbf{R}} d\tau'}{R^2}$$

J´ Densidad corriente volumétrica

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \frac{\mathbf{K}'(\mathbf{r}') \times \hat{\mathbf{R}}}{R^2} da'$$

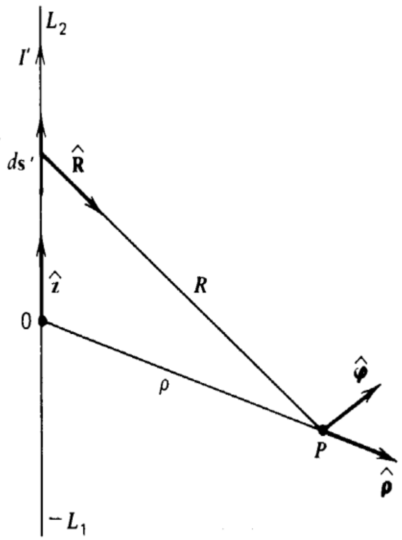
$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{K}' \times \hat{\mathbf{R}} da'}{R^2}$$

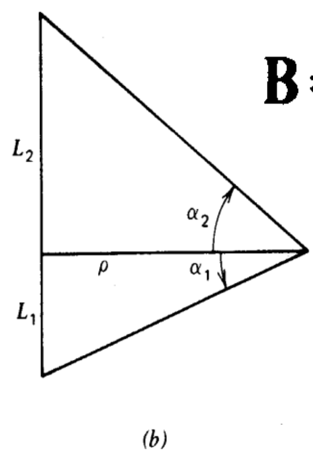
K´ Densidad corriente superficial

EJEMPLOS DE CÁLCULO DE INDUCCIÓN CON DEFINICIÓN

(ver ejemplos libro Tema 14)

Corriente filamental rectilínea de longitud finita (coordenadas cilíndricas)



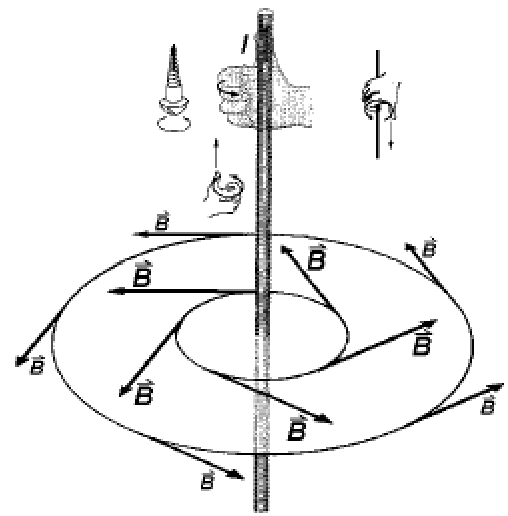


$$\mathbf{B} = \hat{\boldsymbol{\varphi}} \frac{\mu_0 I'}{4\pi\rho} \left[\frac{L_2}{(\rho^2 + L_2^2)^{1/2}} + \frac{L_1}{(\rho^2 + L_1^2)^{1/2}} \right]$$

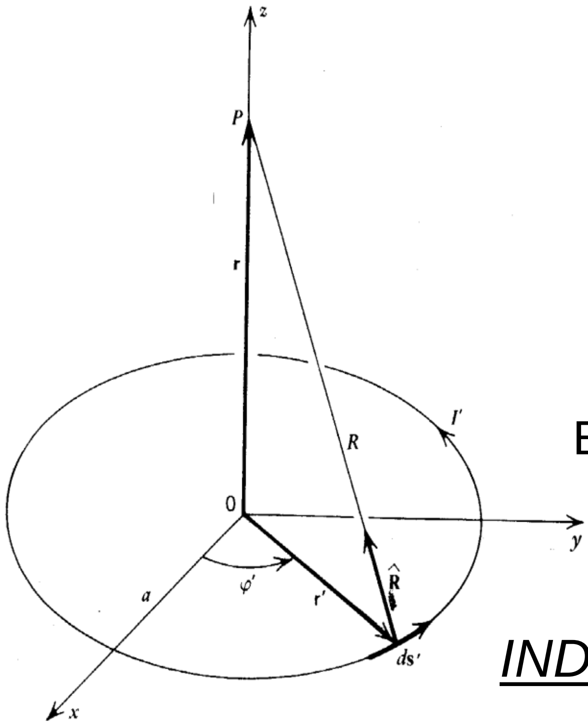
$$= \hat{\boldsymbol{\varphi}} \frac{\mu_0 I'}{4\pi\rho} (\operatorname{sen}\alpha_2 + \operatorname{sen}\alpha_1)$$

Hilo infinito (L_1 y L_2 tienden a infinito; of α_1 y α_2 tienden a $\pi/2$)

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I'}{2\pi\rho} \hat{\boldsymbol{\varphi}}$$



INDUCCIÓN EN DIRECCIÓN AXIAL DEBIDA A UNA ESPIRA CIRCULAR



$$\mathbf{B}(z) = \frac{\mu_0 I' a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}\hat{\mathbf{z}}$$

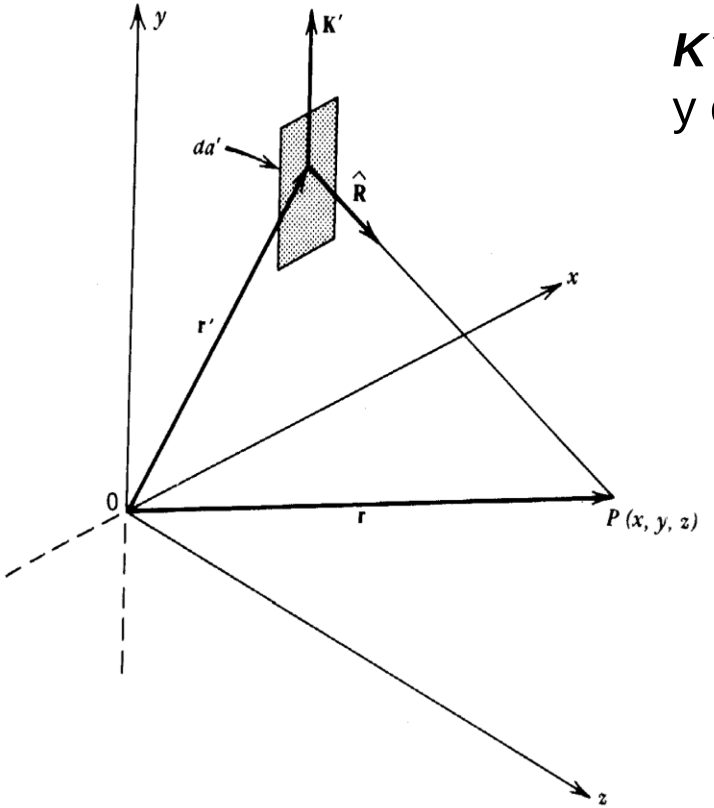
En el centro de la espira (z = 0): $\mathbf{B}_{\text{centro}} = \dfrac{\mu_0 I'}{2a}\hat{\mathbf{z}}$

INDUCCIÓN DEBIDA A UN SOLENOIDE INFINITO

$$B = \mu_0 n I'$$

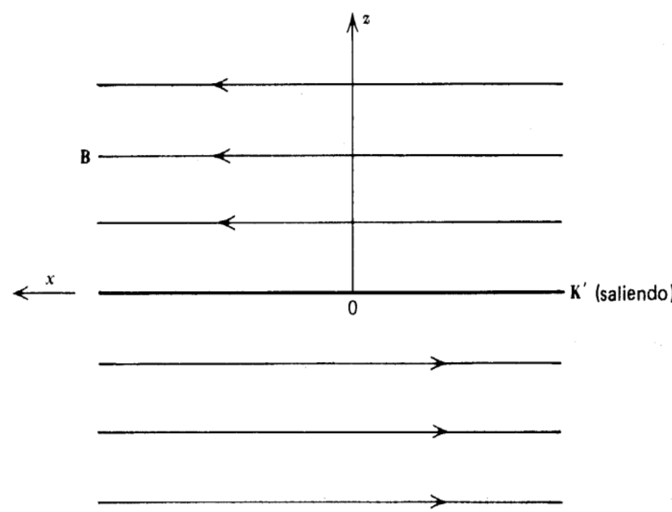
n = nº espiras por unidad longitud = N/L
N = Nº total de espiras
L = longitud del solenoide

PLANO INFINITO DE CORRIENTE



K´= Densidad de corriente superficial en plano XY y con dirección *y*

$$\mathbf{B} = \pm\frac{1}{2}\mu_0 K'\hat{\mathbf{x}} = \frac{1}{2}\mu_0 K'\left(\frac{z}{|z|}\right)\hat{\mathbf{x}}$$



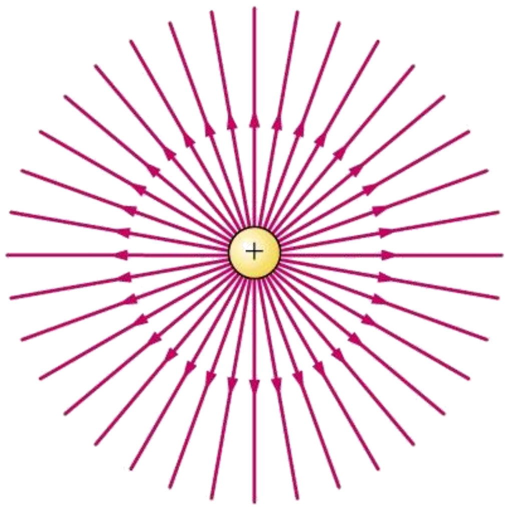
Cuadro 1. Campos magnéticos en la naturaleza (T)	
En una sala blindada magnéticamente	10^{-14}
Interior del cerebro humano (debido a impulsos nerviosos)	10^{-13}
En el espacio interestelar	10^{-10}
Campo magnético terrestre	10^{-5} (0,1 G)
Imán de barra	10^{-2}
Imanes potentes	0,1 - 0,5
Grandes electroimanes industriales	1 - 2
Imanes superconductores	5

Campos mayores de 10 T son muy difíciles de conseguir pues las fuerzas magnéticas los romperían.
El Tesla es una unidad muy grande, por ello a veces se utiliza el gauss (G)

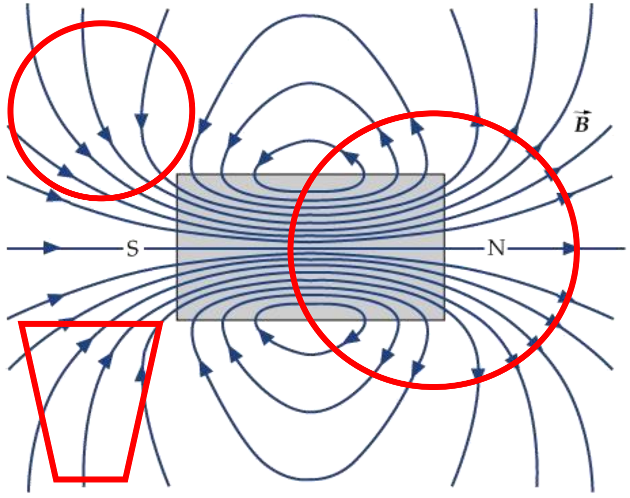
$$1G = 10^{-4}\ T$$

¿Ley de Gauss para calcular inducción?

Carga



Imán



$$\Phi_{E\,neto} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon}$$

$$\Phi_{B\,neto} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

No existen puntos en el espacio a partir de los cuales las líneas de campo magnético diverjan o puntos en los cuales converjan (no existen los monopolos magnéticos): LA LEY DE GAUSS NO ES UTIL PARA OBTENER B

Ley de Ampere: forma integral
Libro Wangsness Tema 15

FUNCIÓN EQUIVALENTE A LA DE LA LEY DE GAUSS PARA CAMPO ELÉCTRICO

Relaciona la circulación del campo a lo largo de una línea cerrada con la intensidad que atraviesa la superficie limitada por dicha línea cerrada.

La ley de Ampere relaciona el campo **B** con la corriente I que lo produce.

El útil para obtener B de forma sencilla en sistemas con alta simetría.

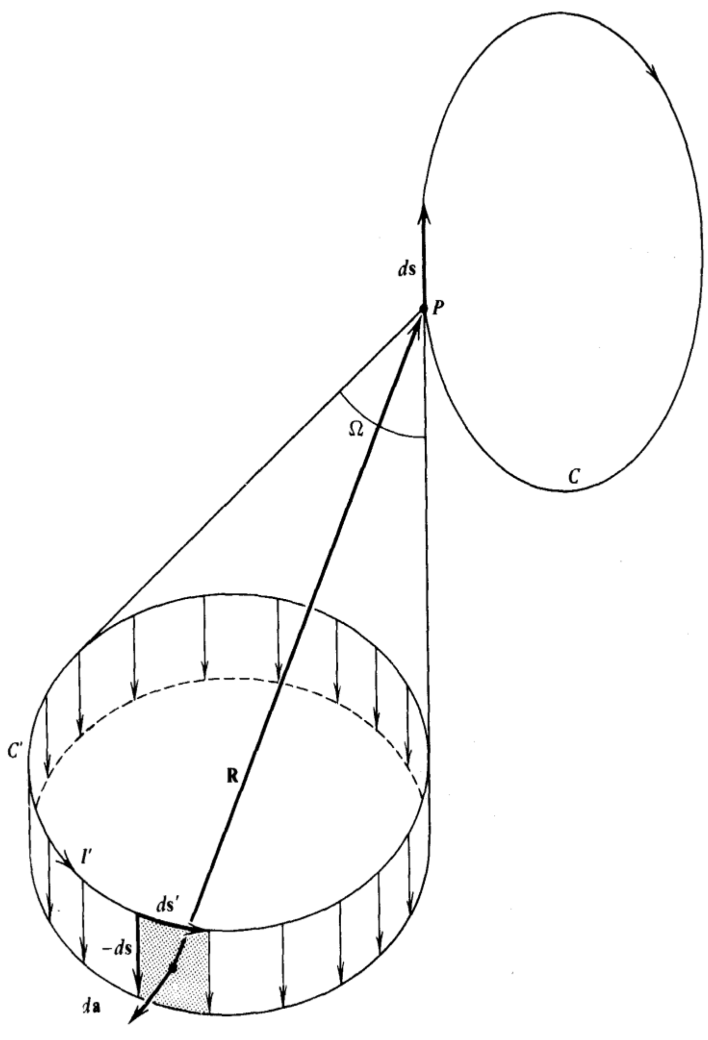
$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_{\mathbf{enc}}$$

C = Trayectoria cerrada elegida arbitrariamente (línea de Ampere), adecuada para que el cálculo de **B** sea sencillo según la simetría del sistema.

I_{enc} = Corriente total que atraviesa la superficie encerrada por C

ATENCIÓN: Ahora el vector d**s** es un elemento diferencial de longitud a lo largo de la línea de Ampere (equivalente de la superficie de Gauss).
En la expresión de la definición de **B**, d**s** era un elemento diferencial a lo largo del hilo por el que circulaba la corriente!!!!

Demostración ley Ampere (libro)



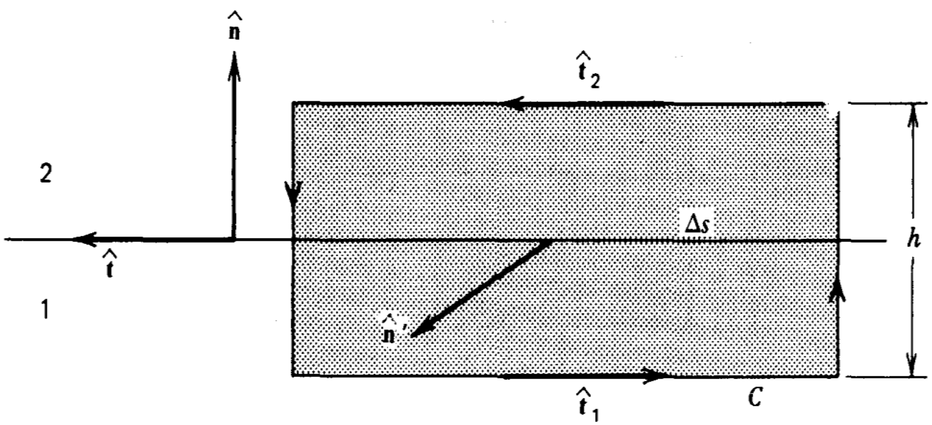
Ley de Ampere: forma diferencial

$$\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S \mathbf{J}\cdot d\mathbf{a} = \int_S (\nabla\times\mathbf{B})\cdot d\mathbf{a}$$

$$\boxed{\nabla\times\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{J}}$$

B no es conservativo

Condición de contorno **B**: componentes tangenciales



$$\hat{\mathbf{n}}\times(\mathbf{B}_2-\mathbf{B}_1) = \mu_0\mathbf{K}$$

$$\mathbf{B}_{2t}-\mathbf{B}_{1t} = \mu_0\mathbf{K}\times\hat{\mathbf{n}}$$

Ejemplos de aplicación de la Ley de Ampere Integral para calcular B: desarrollo en pizarra

Corriente filamental infinitamente larga

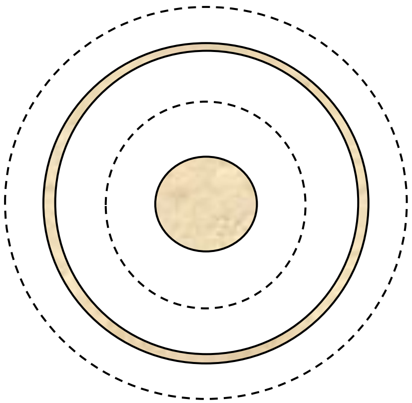
Distribución de corriente superficial

Bobina longitudinal (Solenoide): Cálculo de B dentro y fuera

Bobina Toroidal: Cálculo de B dentro y fuera

Consecuencias de la ley de Ampère: el campo magnético se puede apantallar

Cable coaxial: dos conductores (zonas coloreadas por los que circulan corrientes en sentidos contrarios



- Campo $\bar{B}$ fuera de ambos ambos conductores

Las corrientes se anulan $\Rightarrow \quad \bar{B} = 0$

- Campo $\bar{B}$ entre ambos conductores

Corriente en un hilo rectilíneo

$$B = \frac{\mu}{4\,\pi}\frac{2\,I}{R}$$

El campo eléctrico y el campo magnético se pueden apantallar, lo que no ocurre con el campo gravitatorio.