

Problemes d'errors i representacions gràfiques

1. Expressa correctament els següents resultats experimentals i calcula el seu error relatiu:

$3.2843 \pm 0.036 \text{ s}$	$9.764 \pm 0.096 \text{ m/s}^2$	$5343.32 \pm 27.6 \text{ mm}^2$
$3.3232 \pm 1.55 \text{ mm}$	$1234567 \pm 15432 \text{ s}$	$126.5 \pm 5.678 \text{ V}$

2. Una científica mesura la massa de la Terra i obté el resultat de $m_T = (5.98426 \pm 0.0284) \cdot 10^{24} \text{ kg}$. Una altra científica mesura la massa del protó i obté el valor de $m_p = (1.67268 \pm 0.00335) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Escriu correctament el valor de m_T i de m_p . Quin de les dues científiques ha realitzat la mesura més precisa i per què?
3. Una regla graduada pot llegir-se fins al mil·límetre; un microscopi pot llegir-se amb una sensibilitat de 0.1 mm. Si desitgem mesurar una longitud de 2 cm amb una precisió de l'1%, es pot aconseguir amb la regla? és possible fer-ho amb el microscopi? Justifica la teua resposta.
4. S'ha realitzat la següent mostra de dades de la massa d'un objecte (en kg): 1.232, 1.229, 1.233, 1.235, 1.231, 1.239, 1.233, 1.240, 1.230, 1.234. El fabricant de la balança indica que la desviació màxima de la mesura s'ha establert en l'1% per a masses inferiors a 5 kg. Avalua el valor de la massa de l'objecte així com el seu error.
5. S'ha mesurat la densitat d'un líquid amb una balança de Mohr-Westphal, el certificat de calibratge de la qual informa d'una incertesa expandida de $3 \cdot 10^{-5} \text{ g/cm}^3$ amb un factor de cobertura de 2, corresponent al 95% de confiança, i amb una resolució de 0.001 g/cm^3 . S'han realitzat les mesures de la densitat en cinc ocasions i s'han obtingut els següents resultats: 1.853, 1.858, 1.861, 1.863, i 1.859 g/cm^3 . Calcula la millor estimació de la densitat i la seua incertesa.
6. En mesurar la resistència d'un resistor, la lectura del voltímetre és de $15.2 \pm 0.2 \text{ V}$, i la lectura de l'amperímetre de $2.6 \pm 0.1 \text{ A}$. Calcula el valor i la incertesa de la resistència suposant que es verifica la llei d'Ohm.
7. Una estudiant mesura l'acceleració de la gravetat i obté els següents resultats (en m/s^2): 9.91, 9.68, 9.52, 9.79, 9.85, 9.71, 9.82, amb una resolució de 0.03 m/s^2 . Calcula el millor valor de la gravetat i la seua incertesa.
8. Per a determinar el mòdul de Young d'una barra de secció rectangular se suspén la barra dels seus extrems i es col·loca un pes de massa m en el centre. El mòdul de Young ve donat per: $Y = \frac{mgL^3}{4bd^3z}$, sent: $L = 500 \pm 1 \text{ mm}$ la longitud de la barra, $b = 50.0 \pm 0.1 \text{ mm}$ l'ample de la barra, $d = 10.0 \pm 0.1 \text{ mm}$ és el gruix o altura de la barra; g és l'acceleració de la gravetat (determinada amb una incertesa de l'1%), z és la deflexió de la barra en el punt mitjà (incertesa del 2%), $m = 1.2 \text{ kg}$ és la massa en el centre de la barra. Per a realitzar

aquesta experiència és necessari determinar la massa de la barra amb una certa precisió. Es disposa de balances amb les següents apreciacions: (1) 50 g, (2) 0.1 g, i (3) 20 g. Si es desitja determinar el mòdul de Young amb un error relatiu menor del 9% quina balança usaries? Justifica la teua resposta.

9. Siga un moll que se sotmet a una força de tracció F penjant una massa m del seu extrem donant lloc a un allargament Δx . S'ha realitzat aquest experiment amb diverses masses obtenint els següents valors:

m (g)	200	400	500	700	900	1000
Δx (mm)	60	120	150	210	260	290

Suposa que coneixes l'acceleració de la gravetat $g=9.8 \text{ m/s}^2$ amb un 1% d'error. Calcula gràficament la constant elàstica del moll i la seua incertesa.

10. En el seu famós experiment amb electrons, J. J. Thomson va mesurar la relació carrega-massa de l'electró, e/m , on e és la càrrega de l'electró i m la seua massa. En el laboratori es pot obtenir e/m a través d'un experiment consistent a accelerar electrons a través d'una tensió V i, a continuació corbar la seua trajectòria mitjançant un camp magnètic. En aquest cas, e/m ve donat per l'expressió $e/m = \frac{125}{32\mu_0^2 N^2} \frac{D^2 V}{d^2 I^2}$. En aquesta equació, μ_0 es la constant de permeabilitat del buit ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ exactament), N és el nombre de voltes de la bobina que produeix el camp magnètic, D és el diàmetre d'aquesta bobina, V és el voltatge que accelera als electrons, d és el diàmetre de la trajectòria circular dels electrons en el camp magnètic i I és la intensitat del corrent que circula per la bobina que genera el camp magnètic. Al laboratori s'han obtingut els següents resultats: $N = 72$ (exactament), $D = 661 \pm 2 \text{ mm}$, $V = 45.0 \pm 0.2 \text{ V}$, $d = 91.4 \pm 0.5 \text{ mm}$, $I = 2.48 \pm 0.04 \text{ A}$. Calcula la relació carrega-massa de l'electró així com la seua incertesa. Fins a quin punt aquesta resposta està d'acord amb el valor acceptat de $e/m = 1.759 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$? Què faries per a millorar els resultats experimentals?

11. Per a obtenir l'acceleració de la gravetat, g , s'utilitza un pèndol simple on es verifica que $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$. En el laboratori es mesura la longitud L i el període T del pèndol, obtenint les següents mesures:

L (cm)	57.3	61.1	73.2	83.7	95.0
T (s)	1.521	1.567	1.718	1.835	1.952

Calcula el millor valor de l'acceleració de la gravetat juntament amb la seua incertesa.

12. A la fi del segle XIX es va descobrir que la relació entre la massa del cervell (M_{cervell}) de diferents animals i la seua massa corporal (M) segueix una llei al·lomètrica (no-lineal) de la forma: $M_{\text{cervell}} = a M^b$. A partir de la següent taula on es mostra massa del cervell en funció de la massa del cos per a diferents mamífers, calcula els paràmetres a i b de forma gràfica.

Animal	M (kg)	M_{cervell} (g)
Conill	2	16
Macaco	4	30
Ovella	50	130
Porc	200	350
Cavall	600	700

13. Es desitja comprovar experimentalment la llei de Stefan-Boltzmann que relaciona l'energia emesa per un cos negre per unitat d'àrea i per unitat de temps amb la seua temperatura absoluta. Per a això disposem d'un dispositiu experimental que consta d'un llum incandescent que produeix la radiació i de una termopila que mesura la intensitat de la radiació produïda per la llum a través d'un termoparell en el seu interior. La radiació absorbida calfa el termoparell produint una fem termoelèctrica (error del 5%) que és proporcional al flux d'energia que absorbeix la termopila. Els valors experimentals obtinguts són:

T (K)	672	983	1160	1300	1430	1540	1630	1720
U_{ter} (mV)	0.15	0.62	1.30	2.20	3.20	4.45	5.90	7.50

Calcula gràficament la relació que existeix entre T i U_{ter} , i comprova si es verifica la llei de Stefan-Boltzmann.

14. El ritme R al qual les molècules d'aigua passen per osmosi a través d'una membrana semipermeable, des d'un recipient d'aigua pura a un altre amb una dissolució de sucre, pot mesurar-se utilitzant molècules d'aigua radioactives. El ritme R al qual es mouen les molècules d'aigua a través de la membrana ve donat en funció del temps t , en la taula adjunta

R (unitats arbitràries)	100	59	38	25	17	11	7	4
t (h)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5

Representa els resultats en una gràfica adequada, i admetent que la corba segueix una relació de la forma $R = R_0 e^{-\lambda t}$, determina gràficament el valor de λ i R_0 .

- 15.** En la naturalesa existeix una gran varietat de grandàries i masses d'animals, per la qual cosa és molt útil usar escales logarítmiques. En la següent taula es presenta la potència, relativa al ritme metabòlic basal, P_{rel} , necessària per a pujar un pendent de diferents animals:

Animal	M (kg)	P_{rel}
Ratolí	10^{-2}	0.76
Esquirol	10^{-1}	1.4
Persona	70	7.0
Cavall	600	12
Elefant	5000	20

Calcula gràficament la relació que existeix entre la potència relativa per a pujar un pendent amb la massa de l'animal.

Problemas de errores y representaciones gráficas

1. Expresa correctamente los siguientes resultados experimentales y calcula su error relativo:

3.2843±0.036 s	9.764±0.096 m/s ²	5343.32±27.6 mm ²	3.3232±1.55 mm
1234567±15432 s	586±24 mm	126.5±5.678 V	2387.001±48.3 N
2. Una científica mide la masa de la Tierra y obtiene el resultado de $m_T = (5.98426 \pm 0.0284) \cdot 10^{24}$ kg. Otra científica mide la masa del protón y obtiene el valor de $m_p = (1.67268 \pm 0.00335) \cdot 10^{-27}$ kg. Escribe correctamente el valor de m_T y de m_p . ¿Cuál de las dos científicas ha realizado la medida más precisa y por qué?
3. Una regla graduada puede leerse hasta el milímetro; un microscopio puede leerse con una sensibilidad de 0.1 mm. Si deseamos medir una longitud de 2 cm con una precisión del 1%, ¿se puede conseguir con la regla? ¿es posible hacerlo con el microscopio? Justifica tu respuesta.
4. Se ha realizado la siguiente muestra de datos de la masa de un objeto (en kg): 1.232, 1.229, 1.233, 1.235, 1.231, 1.239, 1.233, 1.240, 1.230, 1.234. El fabricante de la balanza indica que la desviación máxima de la medida se ha establecido en el 1% para masas inferiores a 5 kg. Evalúa el valor de la masa del objeto junto a su error.
5. Se ha medido la densidad de un líquido con una balanza de Mohr-Westphal, cuyo certificado de calibración informa de una incertidumbre expandida de $3 \cdot 10^{-5}$ g/cm³ con un factor de cobertura de 2, correspondiente al 95% de confianza, y con una resolución de 0.001 g/cm³. Se han realizado las medidas de la densidad en cinco ocasiones y se han obtenido los siguientes resultados: 1.853, 1.858, 1.861, 1.863, y 1.859 g/cm³. Calcula la mejor estimación de la densidad y su incertidumbre.
6. Al medir la resistencia de un resistor, la lectura del voltímetro es de 15.2 ± 0.2 V, y la lectura del amperímetro de 2.6 ± 0.1 A. Calcula el valor y la incertidumbre de la resistencia suponiendo que se verifica la ley de Ohm.
7. Una estudiante mide la aceleración de la gravedad y obtiene los siguientes resultados (m/s²): 9.91, 9.68, 9.52, 9.79, 9.85, 9.71, 9.82, con una resolución de 0.03 m/s². Calcula el mejor valor de la gravedad y su incertidumbre.
8. Para determinar el módulo de Young de una barra de sección rectangular se suspende la barra de sus extremos y se coloca un peso de masa m en el centro. El módulo de Young viene dado por: $Y = \frac{mgL^3}{4bd^3z}$, siendo: $L = 500 \pm 1$ mm la longitud de la barra, $b = 50.0 \pm 0.1$ mm el ancho de la barra, $d = 10.0 \pm 0.1$ mm es el grosor o altura de la barra; g es la aceleración de la gravedad (determinada con una incertidumbre del 1%), z es la deflexión de la barra en el punto medio (incertidumbre del 2%), $m = 1.2$ kg es la masa en el centro de la barra. Para realizar esta experiencia es necesario determinar la masa de la barra con una cierta precisión. Se dispone de balanzas con las siguientes apreciaciones: (1) 50 g, (2) 0.1 g, y (3) 20 g. Si se desea determinar el módulo de Young con un error relativo menor del 9% ¿qué balanza usarías? Justifica tu respuesta.

9. Sea un muelle que se somete a una fuerza de tracción F colgando una masa m de su extremo dando lugar a un alargamiento Δx . Se ha realizado este experimento con diversas masas obteniendo los siguientes valores:

m (g)	200	400	500	700	900	1000
Δx (mm)	60	120	150	210	260	290

Supón que conoces la aceleración de la gravedad $g=9.8 \text{ m/s}^2$ con un 1% de error. Calcula gráficamente la constante elástica del muelle y su incertidumbre.

10. En su famoso experimento con electrones, J. J. Thomson midió la relación carga-masa del electrón, e/m , donde e es la carga del electrón y m su masa. En el laboratorio se puede obtener e/m a través de un experimento consistente en acelerar electrones a través de una tensión V y, a continuación curvar su trayectoria mediante un campo magnético. En este caso, e/m viene dado por la expresión $e/m = \frac{125}{32\mu_0^2 N^2} \frac{D^2 V}{d^2 I^2}$. En esta ecuación, μ_0 es la constante de permeabilidad del vacío ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ exactamente), N es el número de vueltas de la bobina que produce el campo magnético, D es el diámetro de dicha bobina, V es el voltaje que acelera a los electrones, d es el diámetro de la trayectoria circular de los electrones en el campo magnético e I es la intensidad de la corriente que circula por la bobina que genera el campo magnético. Se han obtenido los siguientes resultados: $N=72$ (exactamente), $D=661 \pm 2 \text{ mm}$, $V=45.0 \pm 0.2 \text{ V}$, $d=91.4 \pm 0.5 \text{ mm}$, $I=2.48 \pm 0.04 \text{ A}$. Calcula la relación carga-masa del electrón así como su incertidumbre. ¿Hasta qué punto esta respuesta está de acuerdo con el valor aceptado de $e/m=1.759 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$? ¿Qué harías para mejorar los resultados experimentales?

11. Para obtener la aceleración de la gravedad, g , se utiliza un péndulo simple donde se verifica que $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$. En el laboratorio se mide la longitud L y el periodo T del péndulo, obteniendo las siguientes medidas:

L (cm)	57.3	61.1	73.2	83.7	95.0
T (s)	1.521	1.567	1.718	1.835	1.952

Calcula el mejor valor de la aceleración de la gravedad junto con su incertidumbre.

12. A finales del siglo XIX se descubrió que la relación entre la masa del cerebro (M_{cerebro}) de distintos animales y su masa corporal (M) sigue una ley alométrica (no-lineal) de la forma: $M_{\text{cerebro}} = a M^b$. A partir de la siguiente tabla donde se muestra masa del cerebro en función de la masa del cuerpo para diferentes mamíferos, calcula los parámetros a y b de forma gráfica.

Animal	Manimal (kg)	Mcerebro (g)
Conejo	2	16
Macaco	4	30
Oveja	50	130
Cerdo	200	350
Caballo	600	700

13. Se desea comprobar experimentalmente la ley de Stefan-Boltzmann que relaciona la energía emitida por un cuerpo negro por unidad de área y por unidad de tiempo con su temperatura absoluta. Para ello disponemos de un dispositivo experimental que consta de una lámpara incandescente que produce la radiación y una termopila que mide la intensidad de la radiación producida por la lámpara a través de un termopar en su interior. La radiación absorbida calienta el termopar produciendo una fem termoeléctrica (error del 5%) que es proporcional al flujo de energía que absorbe la termopila. Los valores experimentales obtenidos son:

T (K)	672	983	1160	1300	1430	1540	1630	1720
U_{ter} (mV)	0.15	0.62	1.30	2.20	3.20	4.45	5.90	7.50

Calcula gráficamente la relación que existe entre T y U_{ter} , y comprueba si se verifica la ley de Stefan-Boltzmann.

14. El ritmo R al cual las moléculas de agua pasan por ósmosis a través de una membrana semipermeable, desde un recipiente de agua pura a otro con una disolución de azúcar, puede medirse utilizando el marcado radiactivo de algunas de las moléculas de agua. El ritmo R al que se mueven las moléculas de agua a través de la membrana viene dado en función del tiempo t , en la tabla adjunta

R (unidades arbitrarias)	100	59	38	25	17	11	7	4
Tiempo t (h)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5

Representa los resultados en una gráfica adecuada, y admitiendo que la curva sigue una relación de la forma $R = R_0 e^{-\lambda t}$, determina gráficamente el valor de λ y R_0 .

15. En la naturaleza existe una gran variedad de tamaños y masas de animales, por lo que es muy útil usar escalas logarítmicas. En la siguiente tabla se presenta la potencia, relativa con respecto al ritmo metabólico basal, P_{rel} , necesaria para subir una pendiente de diferentes animales:

Animal	M (kg)	P_{rel}
Ratón	10^{-2}	0.76
Ardilla	10^{-1}	1.4
Persona	70	7.0
Caballo	600	12
Elefante	5000	20

Calcula gráficamente la relación que existe entre la potencia relativa para subir una pendiente con la masa del animal.