Свойства МНК оценок. Стохастические регрессоры

Если:

1. Истинная зависимость имеет вид $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \ldots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$

   В матричном виде: $y = X\beta + \varepsilon$

2. С помощью МНК оценивается регрессия y на константу, $x_{.2}$, $x_{.3}$, …, $x_{.k}$

   В матричном виде: $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$

3. Наблюдений больше, чем оцениваемых коэффициентов β: $n > k$

4. Строгая экзогенность: $E(\varepsilon_i |$ все $x_{ij}) = 0$

   В матричном виде: $E(\varepsilon_i|X) = 0$

5. Условная гомоскедастичность: $E(\varepsilon_i^2 |$ все $x_{ij}) = \sigma^2$

   В матричном виде: $E(\varepsilon_i^2|X) = \sigma^2$

6. $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j|X) = 0$ при $i \neq j$

7. вектора $(x_{i.}, y_i)$ — независимы и одинаково распределены

8. с вероятностью 1 среди регрессоров нет линейно зависимых $rank(X) = k$ $det(X'X) \neq 0$ $(X'X)^{-1}$ существует

То (свойства для конечных выборок, не требующие нормальности ε):

тГМ МНК оценки $\hat{\beta}$ линены по y: $\hat{\beta}_j = c_1 y_1 + ... + c_n y_n$

тГМ $E(\hat{\beta}|X) = \beta$, и в частности $E(\hat{\beta}) = \beta$

тГМ Для любой альтернативной оценки $\hat{\beta}^{alt}$ удовлетворяющей свойствам 1 и 2: $Var(\hat{\beta}_j^{alt}|X) \geq Var(\hat{\beta}_j|X)$ $Var(\hat{\beta}_j^{alt}) \geq Var(\hat{\beta}_j)$

1. $Var(\hat{\beta}|X) = \sigma^2(X'X)^{-1}$

2. $Cov(\hat{\beta}, \hat{\varepsilon}|X) = 0$

3. $E(\hat{\sigma}^2|X) = \sigma^2$, и $E(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$?остается ли при условной ГК?

свойства для конечных выборок, требующие нормальности ε Если дополнительно известно, что $\varepsilon|X \sim N$, (в частности ε и X независимы) то:

1. $t|X \sim t_{n-k}$, $t \sim t_{n-k}$

2. $RSS/\sigma^2|X \sim \chi^2_{n-k}$, $RSS/\sigma^2 \sim \chi^2_{n-k}$

3. F тест $F|X \sim F$

Асимптотические свойства:

1. $\hat{\beta} \to \beta$ по вероятности

2. $t \to N(0,1)$

3. $rF \to \chi^2_r$, r — число ограничений

4. $nR^2 \to \chi^2_{k-1}$ $\frac{RSS}{n-k} \to \sigma^2$