

Matriz Esparsa (parte 1)

Prof. Jefferson T. Oliva

Algoritmos e Estrutura de Dados I (AE22CP)
Engenharia de Computação
Departamento Acadêmico de Informática (Dainf)
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Campus Pato Branco

- Matriz Esparsa
- Implementação de Matrizes Esparsas

- Matriz (bidimensional)
 - Arranjo bidimensional: composto por m linhas e n colunas
 - Utilizada para representação de diversos tipos de dados
 - Dados numéricos
 - Imagens
 - etc

0	3	0	1
0	0	5	0
0	0	0	0
2	7	1	0

- Representação de matrizes por alocação estática:

```
int mat[4][4];
```

```
mat[0][0] = 0;
```

```
mat[0][1] = 3;
```

```
mat[0][2] = 0;
```

```
mat[0][3] = 1;
```

```
mat[1][0] = 0;
```

```
mat[1][1] = 0;
```

```
...
```

```
mat[3][3] = 0;
```

ou

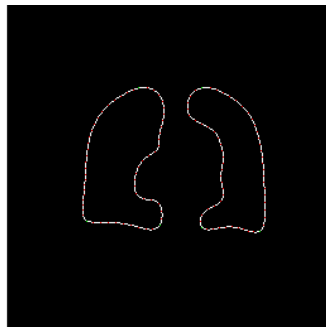
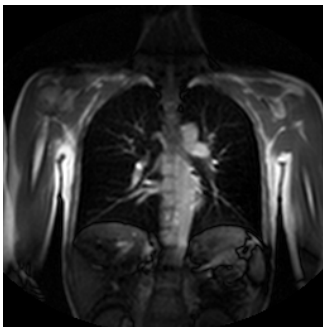
```
int mat[4][4] = {{0, 3, 0, 1}, {0, 0, 5, 0}, {0, 0,  
0, 0}, {2, 7, 1, 0}};
```

- Representação de matrizes por alocação dinâmica:

```
int i;  
int **mat = (int**) malloc(4 * sizeof(int*));  
  
for (i = 0; i < n; i++)  
    mat[i] = (int*) malloc(4 * sizeof(int));  
  
...
```

Matriz Esparsa

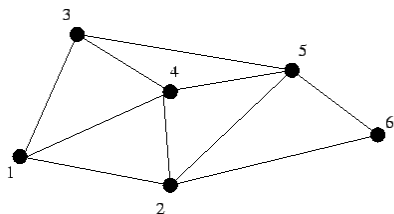
- Matriz em que a maioria dos elementos possui um valor padrão (0, por exemplo), ou a maioria dos valores são faltantes
 - Por exemplo: representar o contorno de uma imagem em preto e branco



- Nos exemplos do slide anterior seria um desperdício gastar $m \times n$ posições na memória para representá-los
 - Apenas uma pequena quantidade dos elementos tem um valor diferente de zero (preto)
- Matrizes esparsas podem para evitar o desperdício de recursos computacionais (espaço e tempo para processamento)
 - Apenas elementos com valores diferentes de zero serão alocados

- Matrizes esparsas são aplicados em diversos problemas de:
 - Método das malhas para a resolução de circuitos elétricos
 - Sistemas de equações lineares
 - Armazenamento de dados (e.g. planilhas eletrônicas, mapas de bits)
 - Etc

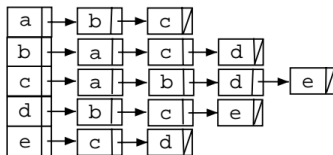
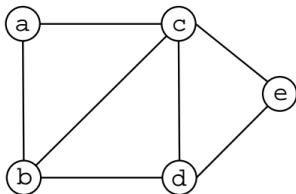
- Grafos (serão vistos na disciplina AED2):



0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0

- Representação de grafos
 - Matriz de adjacência (figura acima)
 - **Lista de adjacência** (próximo slide)

- Exemplo de aplicação em grafos (serão vistos na disciplina AED2):



- Para representação de grafos, a matriz de adjacência pode acarretar em desperdício de memória
- Nesse caso, a lista de adjacência pode ser vantajosa para a representação de grafos "esparsos"
- A representação de matrizes esparsas podem ser representadas por meio de um vetor de listas encadeadas
 - Cada elemento desse vetor representaria uma linha da matriz
 - Em grafos, a lista de adjacência é similar à matriz esparsa

Implementação de Matrizes Esparsas

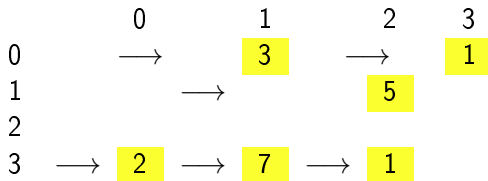
0	3	0	1
0	0	5	0
0	0	0	0
2	7	1	0

0	3	0	1
0	0	5	0
0	0	0	0
2	7	1	0

3		1
	5	

2	7	1
---	---	---

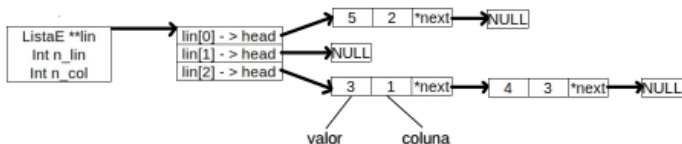
Implementação de Matrizes Esparsas



- Imagine cada linha da matriz como uma lista encadeada

Implementação de Matrizes Esparsas

	0	1	2	3
0	0	0	5	0
1	0	0	0	0
2	0	3	0	4



Implementação de Matrizes Esparsas

- Cada célula (*Cell*) contém:
 - A informação (*item*)
 - A coluna da matriz (*col*)
 - O ponteiro para a próxima célula (*next*)

```
typedef struct Cell Cell;  
  
struct Cell{  
    int item;  
    int col;  
    Cell *next;  
};
```

Implementação de Matrizes Esparsas

- Representação de uma matriz esparsa:
 - Quantidade de linhas (n_lin)
 - Quantidade de colunas (n_col)
 - Arranjo de ponteiros do tipo *Cell* (lin)

```
typedef struct ListaE ListaE;  
  
struct ListaE{  
    Cell *head;  
};  
  
typedef struct Spa_Mat Spa_Mat;  
  
struct Spa_Mat{  
    int n_lin;  
    int n_col;  
    ListaE **lin;  
};
```

Implementação de Matrizes Esparsas

- Operações básicas em uma matriz esparsa
 - Criar uma matriz esparsa
 - Buscar item
 - Inserir, remover e alterar item
 - Imprimir matriz

Implementação de Matrizes Esparsas

- A operação de busca é a mesma aplicada em listas encadeadas, mas ela pode ser na matriz inteira (ou seja, nas n_lin listas)
- A inserção é feita em ordem crescente e de acordo com o índice da coluna, considerando os seguintes casos:
 - Caso exista uma célula na posição e o valor a ser inserido for diferente de zero, então o valor existente deve ser substituído
 - Caso não exista uma célula na posição e o valor a ser inserido for diferente de zero, então uma nova célula é criada
 - Caso exista uma célula na posição e o valor a ser inserido for igual a zero, então a célula deve ser removida
 - Caso não exista uma célula na posição e o valor a ser inserido for igual a zero, então não é necessário fazer algo

Implementação de Matrizes Esparsas

- No caso de uma matriz esparsa, a operação de inserção e remoção é a mesma: depende do valor a ser inserido
- Para a impressão da matriz, para as "células inexistentes" é impresso 0 e para das demais células, é impresso os seus respectivos valores

- Implementação da operação criar:

```
Spa_Mat* criar(int l, int c){
    Spa_Mat* mat = malloc(sizeof(Spa_Mat));
    int i;

    mat->n_col = c;
    mat->n_lin = l;
    mat->lin = (ListaE**) malloc(sizeof(ListaE*) * l);

    for (i = 0; i < l; i++){
        mat->lin[i] = (ListaE*) malloc(sizeof(ListaE));

        mat->lin[i]->head = NULL;
    }

    return mat;
}
```


- Implementação da operação buscar:

```
static int procurar_lista(int item, ListaE *l){
    Cell *aux;

    if (l != NULL){
        aux = l->head;

        while ((aux != NULL) && (aux->item < item))
            aux = aux->next;
    }
    if ((aux != NULL) && (aux->item == item))
        return 1;
    else
        return 0;
}

int buscar(int item, Spa_Mat* mat){
    int i;
    int aux = 0;

    for (i = 0; (i < mat->n_lin) && (aux == 0); i++)
        aux = procurar_lista(item, mat->lin[i]);

    return aux;
}
```

Implementação de Matrizes Esparsas

- Implementação da operação inserir/remover: no TAD compartilhado no repositório da disciplina
- Implementação da operação imprimir:

```
void imprimir(Spa_Mat* mat){
    int i, j;
    Cell* aux;

    for (i = 0; i < mat->n_lin; i++){
        aux = mat->lin[i]->head;
        j = 0;

        while (aux != NULL){
            while (j < aux->col){
                printf("0 ");
                j++;
            }

            printf("%d ", aux->item);
            aux = aux->next;
        }
        for (j; j < mat->n_col; j++)
            printf("0 ");
        printf("\n");
    }
}
```

- Complexidade
 - Para criar uma matriz esparsa vazia, a complexidade é de $O(m)$, onde m é quantidade de linhas
 - Para criar uma matriz esparsa não vazia, a complexidade é de $O(m * n)$, onde n é quantidade de colunas
 - Para inserir/remover um item, a complexidade é de $O(n)$, ou seja, cada operação é proporcional a quantidade de itens guardados em cada linha
 - Dependendo da implementação da operação de busca (e.g. procurar por um valor), a complexidade pode ser na ordem de $O(m * n)$
 - Para imprimir, a complexidade é de $O(m * n)$

Implementação de Matrizes Esparsas

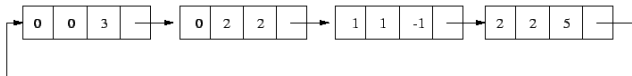
- Vantagens
 - Mantém a característica bidimensional da imagem (para a forma de representação desse tipo de matriz apresentada até o momento)
 - Economia de memória
- Desvantagem
 - Acesso sequencial

Implementação de Matrizes Esparsas

- Outras formas de representação
 - Listas duplamente encadeadas para cada linha em vez da simples
 - Uma só lista encadeada que guarda todos os itens não nulos

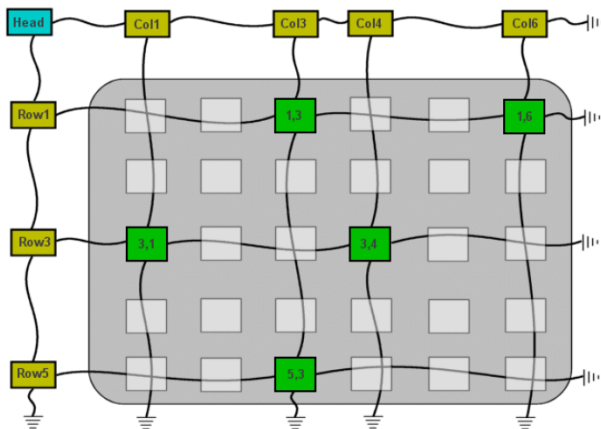
$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

ROW	COL	VAL	PROX
-----	-----	-----	------



Implementação de Matrizes Esparsas

- Outras formas de representação
 - Linhas e as colunas são representadas por listas encadeadas



- Exercício: implementar uma função que converta uma matriz de números inteiros em uma matriz esparsa.



Oliva, J. T.

Matrizes Esparsas. AE22CP – Algoritmos e Estrutura de Dados I.

Notas de Aula. Engenharia de Computação.

Dainf/UTFPR/Pato Branco, 2020.



Roman, N. T.; Digiampietri, L. A.

Matriz Esparsa. ACH2023 – Algoritmos e Estrutura de Dados I.

Notas de Aula. Sistemas de Informação. EACH/USP/São

Paulo, 2018.