



Análise de Insumo-Produto: teoria e aplicações no

Vinícius A. Vale
Fernando S. Perobelli

Apoio e Cooperação Institucional:

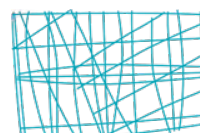


NEDUR

Núcleo de Estudos em Desenvolvimento
Urbano e Regional
Universidade Federal do Paraná

LATES

LABORATÓRIO DE ANÁLISES TERRITORIAIS E SETORIAIS



NEREUS

Núcleo de Economia Regional e Urbana
da Universidade de São Paulo
The University of São Paulo
Regional and Urban Economics Lab

© 2020 Vinícius A. Vale e Fernando S. Perobelli
Todos os direitos reservados



Análise de Insumo-Produto: teoria e aplicações no

Vinícius A. Vale
Fernando S. Perobelli

© 2020 Vinícius A. Vale e Fernando S. Perobelli
Todos os direitos reservados

Análise de Insumo-Produto: teoria e aplicações no **R**

Editoração:

Vinícius A. Vale e Fernando S. Perobelli

Revisão Textual:

Aline Albuquerque Bessa
alinebessaufjf@gmail.com

Na utilização ou citação de partes do livro, referencie da seguinte maneira:

VALE, V. A.; PEROBELLI, F. S. **Análise de Insumo-Produto: teoria e aplicações no R**. NEDUR/LATES. Curitiba, PR: Edição Independente, 2020.

V149

Vale, Vinícius de Almeida, 1990-
Análise de Insumo-Produto: teoria e aplicações no R /
Vinicius de Almeida Vale, Fernando Salgueiro Perobelli. –
Curitiba, PR: Edição Independente, 2020.
1862; PDF.

Inclui Bibliografia.
ISBN 978-65-00-10364-9

1. Insumo-Produto. 2. Economia. 3. R. 4. RStudio. I. Perobelli,
Fernando Salgueiro. III. Título.

CDD: 330
CDU: 330

Esta obra está licenciada com uma Licença
[Creative Commons Atribuição-NãoComercial-Compartilhual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



© 2020 Vinícius A. Vale e Fernando S. Perobelli
Todos os direitos reservados

Análise de Insumo-Produto: teoria e aplicações no **R**

Material de apoio disponível no

Núcleo de Estudos em Desenvolvimento Urbano e Regional (**NEDUR**)

e no Laboratório de Análises Territoriais e Setoriais (**LATES**):



NEDUR



LATES

© 2020 Vinícius A. Vale e Fernando S. Perobelli
Todos os direitos reservados

Análise de Insumo-Produto: teoria e aplicações no

Vinícius A. Vale^Φ

Fernando S. Perobelli^Θ

^Φ Professor do Departamento de Economia e do Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico (PPGDE) da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Pesquisador do Núcleo de Estudos em Desenvolvimento Urbano e Regional (NEDUR) e Pesquisador Associado do Núcleo de Economia Regional e Urbana da Universidade de São Paulo (NEREUS) e do Laboratório de Análises Territoriais e Setoriais (LATES)

^Θ Professor do Departamento de Economia e do Programa de Pós-Graduação em Economia (PPGE) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Pesquisador do Laboratório de Análises Territoriais e Setoriais (LATES), Pesquisador Associado do Núcleo de Economia Regional e Urbana da Universidade de São Paulo (NEREUS) e Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq - Nível 1D

© 2020 Vinícius A. Vale e Fernando S. Perobelli
Todos os direitos reservados

Análise de Insumo-Produto: teoria e aplicações no

Vinícius A. Vale
Fernando S. Perobelli

Objetivo e Escopo

Este livro tem como objetivo apresentar a estrutura teórica dos modelos de insumo-produto, bem como as aplicações práticas com o *software* R (Rstudio). As aplicações são baseadas em aspectos da economia brasileira com a Matriz de Insumo-Produto (MIP) 2015 disponibilizada pelo IBGE. Portanto, com este livro, o leitor deverá estar apto para entender a estrutura teórica e operar modelos de insumo-produto. Dessa maneira, o livro contribui positivamente para a ampliação do conhecimento teórico e aplicado dos modelos de insumo-produto nos cursos de graduação e pós-graduação da área de Economia e áreas afins.

Apoio e Cooperação Institucional



NEDUR

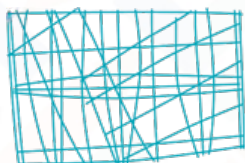
Núcleo de Estudos em Desenvolvimento
Urbano e Regional
Universidade Federal do Paraná

O **NEDUR** – Núcleo de Estudos em Desenvolvimento Urbano e Regional, criado em setembro de 2013, é um núcleo de pesquisa da Universidade Federal do Paraná (UFPR), vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico (PPGDE) e ao Departamento de Economia, que tem por finalidade realizar pesquisas aplicadas de excelência no campo da Economia e sua interface com a Ciência Regional e Urbana.

LATES

LABORATÓRIO DE ANÁLISES TERRITORIAIS E SETORIAIS

O **LATES** – Laboratório de Análises Territoriais e Setoriais, criado em março de 2014, é um grupo de pesquisa formado por professores, pós-graduandos e alunos de graduação. O LATES objetiva congrega no âmbito da Faculdade de Economia e do Programa de Pós-Graduação em Economia (PPGE) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) pesquisas que procuram evidenciar questões econômicas e seus aspectos territoriais e setoriais.



NEREUS

Núcleo de Economia Regional e Urbana
da Universidade de São Paulo
The University of São Paulo
Regional and Urban Economics Lab

O **NEREUS** – Núcleo de Economia Regional e Urbana da USP, criado em 2002, é um núcleo de pesquisa vinculado ao Departamento de Economia (EAE/FEA) da Universidade de São Paulo (USP). O NEREUS agrega professores, pós-graduandos e alunos de graduação com interesse em diversas áreas de economia aplicada em que a dimensão espacial torna-se elemento fundamental de análise.



AGRADECIMENTOS

A construção deste livro se beneficiou-se, em grande parte, do material disponibilizado pelos Professores **Eduardo A. Haddad** (USP, [NEREUS](#)) e **Joaquim J. M. Guilhoto** (OCDE, [NEREUS](#)) em suas respectivas disciplinas, bem como em nossas próprias disciplinas:

- [Modelos Aplicados de Equilíbrio Geral](#), ministrada pelo Prof. Dr. **Eduardo A. Haddad** no Programa de Pós-graduação em Economia da Universidade de São Paulo (USP);
- [Análise de Insumo-Produto](#), ministrada pelo Prof. Dr. **Joaquim J. M. Guilhoto** no Programa de Pós-graduação em Economia da Universidade de São Paulo (USP);
- [Métodos de Análise Regional](#), ministrada pelo Prof. Dr. **Fernando S. Perobelli** no Programa de Pós-graduação em Economia da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF);
- [Análise de Insumo-Produto](#), ministrada pelo Prof. Dr. **Vinícius A. Vale** no Programa de Pós-graduação em Desenvolvimento Econômico da Universidade Federal do Paraná (UFPR).

Dessa forma, agradecemos aos Professores Eduardo A. Haddad e Joaquim J. M. Guilhoto pelos ensinamentos e pela disponibilidade dos materiais. Inclusive, deixamos acima e nas referências os *links* para que os leitores tenham acesso aos materiais e a outras aplicações.

Agradecemos também aos demais pesquisadores do [NEREUS](#), [LATES](#) e [NEDUR](#) que contribuíram ao longo do tempo com inúmeras aplicações, elaboração de rotinas de programação e troca de experiências. Em especial, agradecemos a Prof^a. Kênia B. Souza e ao Gustavo Cuozzo pela troca de informações no início da implementação das rotinas no R (RStudio).

Vinicius A. Vale
Fernando S. Perobelli



SUMÁRIO

1. Introdução	11
2. Instalando o R e o RStudio	16
3. Passos Iniciais	18
3.1. R Script	19
3.2. Diretório de Trabalho	20
3.3. Pacotes	21
4. Base de Dados	23
4.1. MIP 2015	24
4.2. Importando os Dados	25
5. Insumo-Produto	28
5.1. Modelo Aberto	29
5.2. Modelo Fechado	34
5.3. Modelo pelo Lado da Oferta	39
6. Multiplicadores	41
6.1. Produção	42
6.2. Emprego	53
6.3. Renda	65
6.4. Outros	77
7. Índices de Ligação	78
7.1. Índices de Ligação HR	79
7.2. Índices Puros de Ligação	91
8. Campo de Influência	97
9. Extração Hipotética	104
10. Decomposição Estrutural	111
11. Exportando Resultados	124
Referências	127



1. Introdução





1. Introdução

Já se passaram mais de 70 anos desde que Wassily W. Leontief publicou o artigo **“Quantitative Input-Output Relations in the Economic System of the United States”** (Leontief, 1936) e o estudo **“The Structure of American Economy 1919-1939: an empirical application of equilibrium analysis”** (Leontief, 1941). Esses foram, sem dúvidas, os marcos da transformação da **análise de insumo-produto** em um dos principais ramos da economia quantitativa e aplicada.

O interesse na análise de insumo-produto se espalhou rapidamente após a Segunda Guerra Mundial. Atualmente, praticamente todas as nações desenvolvidas e muitos países em desenvolvimento mantêm contas satélites e, em especial, Tabelas de Recursos e Usos (TRUs) e Matrizes de Insumo-Produto (MIP) para complementar as informações das contas nacionais. A metodologia e suas aplicações, portanto, têm sido utilizadas tanto no planejamento de ações por parte do setor público quanto na tomada de decisões pelo mercado privado.

Segundo Rose e Miernyk (1989), a versatilidade é uma característica central do modelo de insumo-produto. O método é um dos mais usados na análise das questões regionais. Há modelos de insumo-produto para uma diversa gama de desagregação espacial (e.g. municípios, microrregiões, mesorregiões, estados, países).

A flexibilidade do modelo de insumo-produto tornou-o idealmente adequado para avaliações de questões de desenvolvimento econômico, bem como para construção de tabelas com multiplicadores de renda e emprego. Desde o trabalho seminal de Leontief, e compreendendo os primeiros 50 anos de aplicações da metodologia, no entanto, tem havido uma preocupação crescente com as consequências do desenvolvimento econômico. Nesse contexto, procurando respostas por meio do uso das matrizes de insumo-produto e suas aplicações, questões relativas à economia ambiental, por exemplo, formaram uma área de grande interesse na literatura. Além disso, desde a década de 1970, o sistema de insumo-produto vem sendo aplicado a uma variedade de outros temas, como energia e recursos naturais.

Para uma avaliação da evolução e das perspectivas das aplicações do sistema de insumo-produto, sugerimos a leitura de Rose e Miernyk (1989) – **“Input-Output Analysis: The First Fifty Years”**. Os autores apresentam uma visão do que foram os primeiros 50 anos da análise de insumo-produto. Sugerimos também a leitura de Dietzenbacher et al. (2013) – **“Input-Output Analysis: The next 25 Years”**. Dietzenbacher et al. (2013) discutem as prováveis áreas de pesquisa em que a metodologia pode avançar e contribuir para a literatura. As discussões apresentadas nesse último estudo continuam atuais.

Rose e Miernyk (1989) afirmam que as aplicações nos primeiros 50 anos podem ser categorizadas pelo método e pela área temática. Os autores utilizam ambas as abordagens para destacar a versatilidade dessa ferramenta de análise. De forma seletiva, eles enfatizam que os estudos de insumo-produto estiveram na vanguarda em termos metodológicos (e.g. mudança estrutural e análise de políticas), bem como em áreas temáticas importantes (e.g. energia e os impactos da tecnologia).



Não é escopo desta Introdução fazer uma digressão sobre cada uma das aplicações. Entretanto, uma categorização agregada dessas aplicações com a metodologia de insumo-produto pode ser resumida por: a) análise econômica geral; b) mudanças técnicas e estruturais – comparações de estrutura econômica e análise de decomposição estrutural; c) questões inerentes ao processo de planejamento e avaliação de políticas; d) modelos regionais e inter-regionais; e) avaliação de questões inerentes ao meio ambiente; f) avaliações de questões relativas ao uso de energia e de recursos naturais; entre outras.

Erik Dietzenbacher – em Dietzenbacher et al. (2013) – afirma que há duas vertentes de trabalho a serem exploradas: a) o desenvolvimento de novas fontes de informações; e b) a realização de análises de sensibilidade. A melhoria da qualidade e disponibilidade de dados, principalmente em países em desenvolvimento, permitirá explorar novas fontes de informações a serem usadas nos modelos de insumo-produto. Dentro dessa concepção, a literatura tem se concentrado em três linhas de desenvolvimento: a) construção de matrizes globais de insumo-produto – com o maior detalhamento espacial e setorial; b) construção de modelos inter-regionais de insumo-produto (subnacionais) – com mais detalhes do comportamento setorial e espacial; e c) construção de contas satélites – uso de água, emissões e dados de sistemas de informação geoespacial.

Em relação às avaliações de sensibilidade, elas estão diretamente ligadas ao ponto anterior. A qualidade e a disponibilidade de novos dados impactam diretamente as informações que estão contidas nas tabelas de insumo-produto e em suas contas satélites. Portanto, em determinados casos, há um grau de incerteza na base de dados. As análises de sensibilidade emergem como um importante campo a ser explorado.

Além desses pontos, outros pesquisadores levantam questões importantes. Segundo Manfred Lenzen – em Dietzenbacher et al. (2013), os desafios nos próximos anos estariam centrados na compatibilização de Sistemas de Contas Nacionais e de Sistemas de Contas Econômicas Ambientais. Tais avanços permitiriam, segundo o pesquisador, uma mudança de rumo e de velocidade nas pesquisas nesse campo usando modelos de insumo-produto.

Com o processo de globalização e integração produtiva em que recentemente a economia se encontra, Bart Los – em Dietzenbacher et al. (2013) – pontua a integração vertical como um campo profícuo para os estudos de insumo-produto. Em outras palavras, o autor destaca que estudos das indústrias verticalmente integradas ganham força quando essas são tratadas como cadeias globais de valor. O desempenho das indústrias, das regiões e dos países têm se tornado cada vez mais dependentes da sua inserção nas cadeias globais de valor.

Dabo Guan – em Dietzenbacher et al. (2013) – faz a sua análise em duas vertentes. A primeira considera as heterogeneidades dentro dos países em desenvolvimento e, portanto, a importância da construção de matrizes inter-regionais para captar diferenças em estrutura de consumo e grau de interdependência regional. A segunda, por sua vez, centra-se nas matrizes de municípios. Tais unidades territoriais são, muitas vezes, os *drivers* do crescimento do PIB, de consumo de energia, das emissões e onde se localizam os centros de pesquisa. Portanto, dentro do espectro das grandes cidades, os problemas de pesquisa não resolvidos e possivelmente mais interessantes para o pesquisador são: a) o papel de cidades específicas na economia global; b) as relações interindustriais entre



as cidades globais; c) os padrões de uso de energia urbana e infraestrutura; d) os impactos ambientais e as implicações técnico-econômicas da implementação de medidas de mitigação das mudanças climáticas; e, e) os efeitos econômicos de eventos climáticos extremos cada vez mais extensos nas cidades.

Voltando à questão da versatilidade e flexibilidade da metodologia, um exemplo recente que enfatiza, portanto, tais características e mostra a capacidade de avaliação e a aderência dos modelos ao processo de planejamento foi a resposta dada por diversos pesquisadores à questão dos impactos econômicos da COVID-19 por meio de modelos de insumo-produto.

Dada a existência de matrizes inter-regionais de insumo-produto e bases de dados sobre risco ocupacional, faixa etária dos trabalhadores, movimentação de pessoas, dentre outras, as respostas dos custos econômicos da pandemia puderam ser calculadas e acompanhadas durante as diversas fases de isolamento social e interrupção das atividades produtivas.

Segundo Haddad et al. (2020), aspectos relacionados a dois grandes grupos devem ser considerados para se entender os impactos econômicos regionais associados à pandemia: a) interdependência setorial e regional (“contágio econômico”); e b) heterogeneidade dos impactos (e.g. formal e informal; público e privado; tamanho da firma; ocupação; regiões e setores).

Em relação ao primeiro aspecto, é possível elencar os seguintes pontos: a) restrições sobre setores ou regiões se espalham por meio de elos da cadeia produtiva; b) efeitos do isolamento sobre a oferta e a demanda setorial; c) efeitos sobre o consumo proporcionais às perdas diretas de rendimentos em cada região; e d) efeitos adicionais sobre exportações pelo lado da demanda, uma vez que muitos setores estão direta ou indiretamente ligados a cadeias globais de valor. Já em relação ao segundo ponto, existem trabalhadores e firmas mais vulneráveis do ponto de vista econômico (setores e regiões) e, portanto, o desenho de ações de mitigação deve levar em consideração essa heterogeneidade.

Dessa maneira, diante dessa breve exposição, podemos afirmar que a análise de insumo-produto representa uma importante ferramenta de análise. Além disso, podemos também afirmar que existem diversas aplicações e pontos a serem explorados.

Nesse contexto, este livro tem por objetivo apresentar a estrutura teórica dos modelos de insumo-produto, bem como as aplicações práticas com o *software* **R (RStudio)**. Os dados e as rotinas em **R** estão disponíveis no **NEDUR (Núcleo de Estudos em Desenvolvimento Urbano e Regional)** e no **LATES (Laboratório de Análises Territoriais e Setoriais)**. Entretanto, o desenvolvimento de rotinas e de técnicas de análise só fazem sentido se tivermos questões de interesse relevantes. Nesse sentido, esta introdução se baseia em dois artigos presentes na literatura que traçam, de forma resumida, um panorama sobre o passado e o futuro das aplicações com a metodologia de insumo-produto. Não é o escopo do livro discutir em detalhe tais vertentes e nem apresentar um resumo de tais artigos, mas, sim, instigar nossos leitores a seguir e ampliar o escopo das pesquisas em insumo-produto. O uso da técnica pode ser facilitado com as rotinas e os exemplos aqui



apresentados, mas cairiam no vazio se não delineássemos aplicações nos mais diversos campos.

O livro não esgota o conteúdo relacionado à análise de insumo-produto. A literatura é muito rica e uma gama de aplicações tem sido feitas. Exploramos no livro, por exemplo, o modelo regional de insumo-produto. Entretanto, conforme abordado por Hewings (2020), o interesse pela modelagem inter-regional esteve presente desde o início do desenvolvimento dos modelos de insumo-produto, com contribuições de Isard (1951), Leontief (1953), Isard (1953), Moses (1955), Isard e Anselin (1982), Miller e Blair (1981), Blair e Miller (1983), entre outros pesquisadores. Nesse sentido, sugerimos a leitura de Miller e Blair (2009), Hewings (2020) e Guilhoto (2011) para uma visão geral e detalhada da metodologia de insumo-produto e Haddad et al. (2017) e Guilhoto et al. (2019) para estimações de matrizes inter-regionais para economia brasileira. Além disso, sugerimos que os leitores acompanhem, por exemplo, as publicações da *Economic Systems Research* (ESR), periódico da *International Input-Output Association* (IIOA).

Ressaltamos também que o livro não esgota os pacotes e as funções disponíveis no **R**. O desenvolvimento de ferramentas pela comunidade do R é muito dinâmico e várias possibilidades estão disponíveis no **CRAN** (*The Comprehensive R Archive Network*).

Por fim, ressaltamos que em alguns momentos os códigos foram quebrados em partes para facilitar e garantir o entendimento tanto da parte teórica associada à análise de insumo-produto quanto da parte aplicada com **R**.

Desejamos a todos uma boa leitura!



2. Instalando o R e o RStudio





2. Instalando o R e o RStudio


Para replicar os passos deste livro, será necessário instalar o **R** e o **RStudio**. Para tal, faça o *download* dos dois programas nos *links* abaixo:

- **R** -- <https://cloud.r-project.org/>
- **RStudio** -- <https://rstudio.com/products/rstudio/download/>



ATENÇÃO! Instale primeiro o **R** e depois o **RStudio**!

Após a instalação do **R** e do **RStudio**, dois aplicativos estarão disponíveis no seu computador. No caso deste livro, vamos usar o **RStudio**, um ambiente de desenvolvimento integrado (IDE - *Integrated Development Enviroment*) ao **R**.

Procure pelo ícone do **RStudio**: 

ATENÇÃO! Se você está abrindo o **RStudio** pela primeira vez ou tem pouca experiência com o programa, veja o Curso **Introdução ao R** disponível no *site* do Núcleo de Estudos em Desenvolvimento Urbano e Regional (**NEDUR**) da Universidade Federal do Paraná.

Acesse: <http://www.nedur.ufpr.br/portal/cursos/introducao-r/>.



3. Passos Iniciais





3. Passos Iniciais

3.1. R Script

Para começar os cálculos e salvar os comandos, podemos abrir um editor de texto. No **RStudio**, o editor de texto é conhecido como **R Script** (extensão .R).

Para abrir um novo *R Script*, clique em *File > New File > R Script*. Alternativamente, você pode usar o atalho *Ctrl + Shift + N*.

ATENÇÃO! Você pode facilmente copiar e colar os comandos abaixo no seu *R Script* e *Console* do **RStudio**. Entretanto, se preferir, você também pode fazer o *download* do *R Script* completo nos *links* abaixo:

- **NEDUR** -- <http://www.nedur.ufpr.br/portal/publicacoes/livros/ip-r/>
- **LATES** -- <https://www.ufjf.br/lates/publicacoes/livros/ip-r/>

R Script

```
1 #####
2 #
3 # Análise de Insumo-produto: teoria e aplicações no R #
4 # Vinicius A. Vale e Fernando S. Perobelli #
5 # 2020 #
6 #####
7
8 # Confira o material completo em:
9 # NEDUR: http://www.nedur.ufpr.br/portal/publicacoes/livros/ip-r/
10 # LATES: https://www.ufjf.br/lates/publicacoes/livros/ip-r/
11
12 # VALE, V. A.; PEROBELLI, F. S. Análise de Insumo-Produto: teoria e aplicações
13 # no R. NEDUR/LATES. Curitiba, PR: Edição Independente, 2020.
14
15 { } # Passos iniciais
16 { } # Pacotes
17 { } # Base de Dados
18 { } # Insumo-Produto
19 { } # Multiplicadores
20 { } # Índices de Ligação
21 { } # Campo de Influência
22 { } # Extração Hipotética
23 { } # Decomposição Estrutural
24 { } # Exportando Resultados
25
26 # Comentários ou Sugestões:
27
28 # Prof. Vinicius A. Vale
29 # vinicius.a.vale@gmail.com | viniciusvale@ufpr.br
30
31 # Prof. Fernando S. Perobelli
32 # fernandosalqueiro.perobelli@gmail.com | fernando.perobelli@ufjf.edu.br
33
```

Nota: disponível no **NEDUR** e no **LATES**.

ATENÇÃO! O **R** é *case-sensitive*, ou seja, sensível a letras maiúsculas e minúsculas. “View” e “view”, por exemplo, são coisas diferentes para o **R**. Assim como “x” e “X”. **Fique atento!**

Observação: para incluir comentários no *R Script*, utilize *#*.



3.2. Diretório de Trabalho

Para começar de fato a trabalhar no **RStudio**, defina o seu diretório de trabalho.

Você pode verificar o diretório de trabalho “setado” com a função `getwd()`.

Digite `getwd()` no *Console*:

```
getwd()
## [1] "C:/Users/R-VALE/Insumo-Produto"
```

Observe que o **R** irá retornar o diretório “setado”. Para definir um diretório de trabalho diferente, podemos usar a função `setwd()`. Digite o seu caminho (diretório), conforme exemplos abaixo.

Você pode copiar facilmente o caminho direto da pasta do seu computador. Lembre-se apenas de que o **R** utiliza a barra invertida / ou duas barras normais \.

▪ Opção com /:

```
setwd("C:/Users/R-VALE/Insumo-Produto")
```

▪ Opção com \\:

```
setwd("C:\\Users\\R-VALE\\Insumo-Produto")
```

Caso tenha dificuldades com a função `setwd()`, utilize o atalho *Ctrl + Shift + H* e escolha a pasta desejada.

Depois, antes de avançar, confira se o caminho foi “setado” corretamente. Utilize novamente a função `getwd()`:

```
getwd()
## [1] "C:/Users/R-VALE/Insumo-Produto"
```



3.3. Pacotes

Neste livro, vamos usar os seguintes *packages* (pacotes) para ler, salvar, manipular (transformar) dados, gerar tabelas e gráficos:

- `openxlsx`
- `flextable`
- `knitr`
- `kableExtra`
- `dplyr`
- `ggplot2`
- `scales`
- `ggrepel`
- `tibble`
- `gridExtra`

Para instalar um pacote no **R**, devemos usar a função `install.packages()`:

```
install.packages("openxlsx")
install.packages("flextable")
install.packages("knitr")
install.packages("kableExtra")
install.packages("dplyr")
install.packages("ggplot2")
install.packages("scales")
install.packages("ggrepel")
install.packages("tibble")
install.packages("gridExtra")
```

ATENÇÃO! Não é necessário instalar os pacotes toda vez que você iniciar uma sessão no **RStudio**. Portanto, se você já fez isso anteriormente, faça a leitura de cada um deles com os comandos abaixo.



Para ler os pacotes, usamos a função `library()`:

```
library(openxlsx)
library(flextable)
library(knitr)
library(kableExtra)
library(dplyr)
library(ggplot2)
library(scales)
library(ggrepel)
library(tibble)
library(gridExtra)
```

Observação: outros pacotes estão disponíveis no *The Comprehensive R Archive Network* (CRAN). Confira a lista completa em <https://cran.r-project.org/web/packages/>.



4. Base de Dados





4. Base de Dados

4.1. MIP 2015

A **Matriz de Insumo-Produto** (MIP) 2015 do Brasil, disponibilizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), considera 67 atividades produtivas (setores). A MIP proporciona uma visão detalhada e sistêmica da estrutura produtiva brasileira e permite avaliar o grau de interdependência setorial da economia e os impactos de variações na demanda final dos produtos, mediante a identificação dos diversos fluxos de produção de bens e serviços.

As principais informações sobre o Sistema de Contas Nacionais (SCN) e sobre a Matriz de Insumo-Produto (MIP) 2015 podem ser obtidas em www.ibge.gov.br.

Para fins de simplificação, vamos utilizar uma versão mais agregada da MIP 2015 com abertura para 12 atividades produtivas (setores). Os cálculos podem ser facilmente replicados com outras matrizes de insumo-produto, inclusive com a MIP brasileira com 67 atividades produtivas.

As 12 atividades produtivas (setores) consideradas na MIP são:

- Agropecuária (Agro)
- Indústrias extrativas (Ind.Extr)
- Indústrias de transformação (Ind.Tran)
- Eletricidade e gás, água, esgoto e gestão de resíduos (SIUP)
- Construção (Cons)
- Comércio (Com)
- Transporte, armazenagem e correio (Transp)
- Informação e comunicação (Info)
- Atividades financeiras, de seguros e serviços relacionados (Finan)
- Atividades imobiliárias (Imob)
- Outras atividades de serviços (Otrs.Serv)
- Administração, defesa, saúde e educação públicas e seguridade social (Adm)

Faça o *download* da Matriz de Insumo-Produto (MIP) 2015 com 12 atividades produtivas (setores) nos *links* abaixo:

- **NEDUR** -- <http://www.nedur.ufpr.br/portal/publicacoes/livros/ip-r/>
- **LATES** -- <https://www.ufjf.br/lates/publicacoes/livros/ip-r/>

ATENÇÃO! Após fazer o *download*, salve o arquivo *xlsx* na sua pasta “setada” acima.



ATENÇÃO! Os resultados apresentados nas próximas seções devem ser avaliados com parcimônia, visto que foram gerados com uma MIP bastante agregada. Para uma análise mais detalhada e sistêmica da estrutura produtiva brasileira, sugerimos que os cálculos sejam replicados com a MIP com 67 atividades produtivas (setores), disponível em www.ibge.gov.br.

4.2. Importando os Dados

Existem diversos pacotes no **R** para ler os dados XLS e XLSX, como o **readxl**, o **xlsx** e o **openxls**.

Vamos usar o **openxls** neste livro. Faça sua leitura com a função `library()`:

```
library(openxlsx)
```

Para importar os dados para o **R** com o pacote **openxls**, podemos usar a função `read.xlsx`.

Observação: para tirar suas dúvidas sobre o pacote **openxls** e a função `read.xlsx`, utilize o `help` do **R**. Digite os seguintes comandos no *Console*:

```
?openxlsx  
?read.xlsx
```

Os dados em Excel (.xlsx) podem ser lidos com os comandos abaixo.

Observe que os nomes das abas ("sheet") especificados abaixo estão em conformidade com o arquivo disponibilizado na seção anterior.

```
# Consumo Intermediário (CI):  
Z = read.xlsx("MIP2015_12s.xlsx", sheet = "Z", colNames = FALSE)  
  
# Demanda Final (DF):  
y = read.xlsx("MIP2015_12s.xlsx", sheet = "y", colNames = FALSE)  
  
# Valor Bruto da Produção (VBP):  
x = read.xlsx("MIP2015_12s.xlsx", sheet = "x", colNames = FALSE)
```



```
# Valor Adicionado (VA):
v = read.xlsx("MIP2015_12s.xlsx", sheet = "v", colNames = FALSE)

# Remunerações:
r = read.xlsx("MIP2015_12s.xlsx", sheet = "r", colNames = FALSE)

# Pessoal Ocupado (PO):
e = read.xlsx("MIP2015_12s.xlsx", sheet = "e", colNames = FALSE)

# Consumo das Famílias (C):
c = read.xlsx("MIP2015_12s.xlsx", sheet = "c", colNames = FALSE)

# Setor de Pagamentos
sp = read.xlsx("MIP2015_12s.xlsx", sheet = "sp", colNames = FALSE)

# Setores
Setores = read.xlsx("MIP2015_12s.xlsx", sheet = "set", colNames = FALSE)
```

Observe que os dados estarão disponíveis como objetos no *Environment* do **RStudio**.

Podemos verificar a classe dos objetos com a função `class()`. Para conferir, por exemplo, a classe do objeto **Z**, usamos o seguinte comando:

```
class(Z)
## [1] "data.frame"
```

Observe que, nesse caso, a classe do objeto será "data.frame". Ou seja, uma tabela de dados.

Para realizar as operações das próximas seções, devemos transformar os dados em matrizes ou em vetores numéricos. Para tal, utilize as funções `data.matrix()` e `as.vector()`:

```
Z = data.matrix(Z) # Consumo intermediário
y = data.matrix(y) # Demanda final
x = data.matrix(x) # Valor Bruto da Produção
x = as.vector(x)   # Valor Bruto da Produção
v = data.matrix(v) # Valor adicionado
r = data.matrix(r) # Remunerações
e = data.matrix(e) # Pessoal ocupado
c = data.matrix(c) # Consumo das famílias
sp = data.matrix(sp) # Setor de Pagamentos
```



Confira novamente a classe do objeto **Z**:

```
class(Z)
## [1] "matrix"
```

Feito isso, os objetos (matrizes e vetores) necessários para realizar a análise de insumo-produto estarão disponíveis no *Environment* do seu **RStudio**.

Salve a base dados no formato **RData** para uso futuro:

```
save(Z, y, x, v, r, e, c, sp, Setores, file = "MIP2015_12s.RData")
```

Observação: o formato **RData** mantém a classe e a estrutura dos objetos. Portanto, é um formato interessante para armazenar os dados já tratados. Faça o teste!

Para ler os dados depois, utilize:

```
load("MIP2015_12s.RData")
```

Observação: se quiser salvar todos os objetos do *Environment*, você pode usar também a função `save.image()`:

```
save.image(file = "IP_Obj.RData")
```

Essa função é útil quando temos muitos objetos disponíveis no *Environment*.



5. Insumo-Produto





5. Insumo-Produto

5.1. Modelo Aberto

Suponha uma economia dividida em n setores, tal que a produção total (demanda total) do setor i (x_i) seja dada por:

$$x_i \equiv z_{i1} + z_{i2} + \cdots + z_{ij} + \cdots + z_{in} + y_i \quad (1)$$

em que z_{ij} ($\forall i, j = 1, 2, \dots, n$) representa as vendas interindustriais do setor i para o setor j ; e y_i representa as vendas do setor i para os agentes da demanda final.

Reescrevendo a Equação (1), temos:

$$x_i \equiv \sum_{j=1}^n z_{ij} + y_i \quad (2)$$

Assumindo que cada um dos setores produz bens e serviços segundo uma proporção fixa de insumos por unidade de produto final (setores usam insumos em proporções fixas), temos:

$$a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

sendo a_{ij} conhecido como a **razão de insumo-produto** ou **coeficiente técnico** (coeficiente direto de insumos) que indica a quantidade monetária de insumo do setor i necessária para a produção de uma unidade monetária de produto final do setor j .

Utilizando os coeficientes técnicos, Equação (3), podemos reescrever a Equação (2) como:

$$x_i \equiv \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + y_i \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Ou em termos matriciais:

$$\mathbf{x} = \mathbf{Ax} + \mathbf{y} \quad (5)$$

em que \mathbf{x} é o vetor com a produção total dos n setores; \mathbf{A} é a matriz de coeficientes técnicos; e \mathbf{y} é o vetor com a demanda final por produtos dos n setores.



Dessa maneira, a partir de manipulações algébricas com a Equação (5), podemos obter a equação básica de equilíbrio do modelo aberto de insumo-produto:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \quad (6)$$

ou

$$\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{y} \quad (7)$$

em que $\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ é conhecida como a **matriz inversa de Leontief** ou matriz de **coeficientes diretos e indiretos** (requerimentos totais).

A Equação (7) pode ser interpretada como a produção total (\mathbf{x}) necessária para satisfazer a demanda final (\mathbf{y}) dada a tecnologia de produção – matriz inversa de Leontief (\mathbf{B}).

ATENÇÃO! A matriz \mathbf{A} mostra os requisitos diretos de insumos e a matriz \mathbf{B} mostra os requisitos totais (requisitos diretos e indiretos) de insumos.

Observação: para entender melhor o significado da matriz \mathbf{B} , podemos pensar nas Equações (6) e (7) como uma **análise de impacto**:

$$\Delta\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\Delta\mathbf{y}$$

ou

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{B}\Delta\mathbf{y}$$

Uma variação de demanda ($\Delta\mathbf{y}$) causa um aumento do produto ($\Delta\mathbf{x}$), dada a tecnologia de produção $\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$. Ou seja, assume-se o pressuposto de que a economia é impulsionada por variações na demanda final (componente exógeno) dadas as relações interindustriais (componente endógeno).



Modelo Aberto de Insumo-Produto

Considerando a base de dados especificada na Seção 4, a matriz **A** com os coeficientes técnicos (a_{ij}) pode ser encontrada da seguinte maneira:

```
A = Z %*% diag(1 / x)
```

ATENÇÃO! Multiplicações de matrizes e vetores no **R** são feitas com o operador `%*%`. O uso de `*` irá gerar um resultado diferente, visto que o **R** faz o produto dos elementos nesse caso.

Para ver a matriz de coeficientes técnicos (**A**), utilize a função `View()`:

```
View(A)
```

Para encontrar a inversa de Leontief (**B**), temos que criar primeiro uma matriz identidade (**I**) de tamanho $n \times n$. Para tal, podemos definir n como o tamanho do vetor **x** com a função `length()` e depois criar a matriz identidade com a função `diag()`:

```
n = length(x)
I = diag(n)
```

Repare que, nesse caso, n será igual a 12 (número de setores na MIP) e **I** será uma matriz identidade 12×12 .

Para ver a matriz identidade (**I**), utilize a função `View()`:

```
View(I)
```

Considerando as matrizes **I** e **A**, a matriz inversa de Leontief (**B**) pode ser calculada com auxílio da função `solve()` (retorna a matriz inversa):

```
B = solve(I - A)
```



Para ver a matriz inversa de Leontief (**B**), utilize a função `View()`:

```
View(B)
```

Interpretações

Para ver o primeiro elemento da primeira coluna da matriz **A**, utilize a seguinte indexação:

```
A[1, 1]
##           1
## 0.04053431
```

Esse valor indica que o Setor 1 (Agro) requer diretamente R\$0,0405 de insumos do próprio setor para produzir R\$1,00 de produto final.

Para ver o segundo elemento da primeira coluna da matriz **A**, utilize a seguinte indexação:

```
A[2, 1]
##           2
## 0.001102888
```

Esse valor, por sua vez, indica que o Setor 1 (Agro) requer diretamente R\$0,0011 de insumos do Setor 2 (Ind.Extr) para produzir R\$1,00 de produto final.

Similarmente, para ver o primeiro elemento da primeira coluna da matriz **B**, utilize a seguinte indexação:

```
B[1, 1]
##           1
## 1.070423
```

Nesse caso, temos que, para atender um aumento de demanda de R\$1,00 por produtos do Setor 1 (Agro), deverá ser produzido mais R\$1,0704 de produto do setor, sendo R\$1,00 o efeito inicial e R\$0,0704 o produto adicional requerido pelo fato de o setor ser usado como insumo para produzir outros produtos no sistema produtivo.



Para ver o segundo elemento da primeira coluna da matriz **B**, utilize a seguinte indexação:

```
B[2, 1]
##          1
## 0.01711798
```

Esse valor, por sua vez, significa que, para atender um aumento de demanda de R\$1,00 por produtos do Setor 1 (Agro), deverá ser produzido mais R\$0,0171 de produto do Setor 2 (Ind.Extr).

Observação: a interpretação para os demais setores da matriz de insumo-produto é análoga. Uma análise mais detalhada será apresentada no Capítulo de Multiplicadores.



5.2. Modelo Fechado

No processo de produção, as famílias recebem renda como forma de pagamento pelo seu trabalho e, como consumidores, gastam seus rendimentos de forma relativamente padronizada segundo sua cesta de consumo.

O modelo aberto de Leontief (modelo aberto de insumo-produto) apresentado acima capta somente os impactos diretos e indiretos ligados às relações técnicas intersetoriais de compra e venda de insumos. Para capturar os efeitos induzidos pela geração de renda e consumo, é preciso “fechar” o modelo em relação às famílias. Em outras palavras, é preciso tornar o consumo das famílias endógeno no modelo.

Para tal, modifica-se a formulação básica do modelo tal que:

- o consumo das famílias é movido da coluna da demanda final para a última coluna da tabela de transações interindustriais do sistema de insumo-produto; e
- a remuneração do trabalho (renda) é movida para a última linha da tabela de transações interindustriais do sistema de insumo-produto.

Essas alterações resultam no modelo fechado de insumo produto, representado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{h}_c \\ \mathbf{h}_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_{n+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ y_{n+1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

em que \mathbf{h}_c é um vetor coluna com os coeficientes de consumo; e \mathbf{h}_r é um vetor linha com os coeficientes de remuneração do trabalho (renda).

Os coeficientes de remuneração do trabalho (renda) (c_j^r) são dados por:

$$c_j^r = \frac{v_j^r}{x_j} \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

em que v_j^r corresponde à remuneração do trabalho (renda) no setor j ; e x_j é o produto (produção total) do setor j .

Os coeficientes de consumo (c_i^c), por sua vez, são dados por:

$$c_i^c = \frac{v_i^c}{\sum_{j=1}^n v_j^r} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

em que v_i^c corresponde ao consumo das famílias dos produtos do setor i ; e $\sum_{j=1}^n v_j^r$ corresponde à remuneração do trabalho (renda) associada aos n setores produtivos.



Dessa maneira, assumindo que

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_{n+1} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{x}} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{h}_c \\ \mathbf{h}_r & 0 \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ y_{n+1} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{y}} \quad (11),$$

podemos reescrever a equação básica do modelo de insumo-produto como:

$$\bar{\mathbf{x}} = (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{A}})^{-1} \bar{\mathbf{y}} \quad (12)$$

$$\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{y}} \quad (13)$$

em que $\bar{\mathbf{B}} = (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{A}})^{-1}$ é conhecida como a **matriz inversa de Leontief** do modelo fechado de insumo-produto.

Nesse caso, a matriz $\bar{\mathbf{B}}$ mostra os requisitos totais (requisitos diretos e indiretos) e os induzidos. Assim, os coeficientes da matriz $\bar{\mathbf{B}}$ serão maiores do que aqueles calculados no modelo aberto de Leontief (modelo aberto de insumo-produto).

As diferenças entre os coeficientes das matrizes inversas de Leontief dos dois modelos representam o impacto induzido sobre a produção setorial decorrente da expansão do consumo das famílias.



Modelo Fechado de Insumo-Produto

Considerando a base de dados especificada no Capítulo 4, inicialmente calculamos os coeficientes de consumo (c_i^c) e de remuneração do trabalho (renda) (c_j^r).

O vetor \mathbf{h}_c com os coeficientes de consumo (c_i^c) pode ser encontrado com:

```
hc = c / sum(r)
```

O vetor \mathbf{h}_r com os coeficientes de remuneração do trabalho (renda) (c_j^r), por sua vez, pode ser determinado com:

```
hr = r / x
```

Lembre-se de que o vetor \mathbf{h}_r deve ser um vetor linha. Portanto, utilize a função `t()` para transpor o vetor \mathbf{h}_r :

```
hr = t(hr)
```

Após determinar os vetores, podemos construir a matriz $\bar{\mathbf{A}}$ (especificada como \mathbf{AF}). Para tal, definimos primeiro uma matriz $n + 1 \times n + 1$ para receber as informações necessárias com a função `matrix()`:

```
AF = matrix(NA, ncol = n + 1, nrow = n + 1)
```

Observe que, nesse caso, a matriz \mathbf{AF} será uma matriz 13×13 e estará preenchida com “NA” (sem valor).

Conforme Equação (11), devemos preencher a matriz $\bar{\mathbf{A}}$ (ou \mathbf{AF}) da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{h}_c \\ \mathbf{h}_r & 0 \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}}$$



Para tal, podemos usar as funções `rbind()` e `cbind()`:

```
AF = rbind(cbind(A, hc), cbind(hr, 0))
```

Nesse caso, a função `cbind(A, hc)` junta a matriz **A** e o vetor coluna **h_c**; e a função `cbind(hr, 0)` junta o vetor linha **h_r** e o escalar 0. Por fim, a função `rbind()` junta esses dois resultados, formando a matriz $\bar{\mathbf{A}}$ (ou **AF**).

Observação: para tirar dúvidas sobre as duas funções, utilize o *help* do **R**:

```
?cbind  
?rbind
```

Para ver a matriz de coeficientes técnicos do modelo fechado de insumo-produto ($\bar{\mathbf{A}}$ ou **AF**), utilize a função `View()`:

```
View(AF)
```

Para encontrar a inversa de Leontief do modelo fechado de insumo-produto, devemos criar primeiro uma matriz identidade com uma coluna e uma linha a mais (ou seja, uma matriz com a dimensão $n + 1 \times n + 1$):

```
IF = diag(n + 1)
```

Para ver a matriz identidade (**IF**), utilize a função `View()`:

```
View(IF)
```

Considerando as matrizes **IF** e $\bar{\mathbf{A}}$ (ou **AF**), a matriz inversa de Leontief ($\bar{\mathbf{B}}$ ou **BF**) do modelo fechado de insumo-produto pode ser calculada com auxílio da função `solve()`:

```
BF = solve(IF - AF)
```



Para ver a matriz inversa de Leontief do modelo fechado ($\bar{\mathbf{B}}$), utilize a função `View()`:

```
View(BF)
```

Interpretação

Para ver o primeiro elemento da primeira coluna da matriz $\bar{\mathbf{B}}$ (ou \mathbf{BF}), utilize a seguinte indexação:

```
BF[1, 1]  
## [1] 1.106383
```

Repare que o valor é maior do que o observado com a matriz \mathbf{B} . Nesse caso, a matriz incorpora o impacto induzido sobre a produção setorial.

Observação: a decomposição detalhada dos efeitos será abordada no Capítulo de Multiplicadores.



5.3. Modelo pelo Lado da Oferta

Uma alternativa ao modelo de insumo-produto pelo lado da demanda, apresentado nas duas seções anteriores, é o modelo pelo lado da oferta proposto por Ghosh (1958).

Para encontrar a equação de equilíbrio do modelo pelo lado da oferta, calculam-se os elementos da matriz de coeficientes técnicos de insumo-produto pelo lado da oferta (**F**) como:

$$f_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_i} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

ATENÇÃO! Em vez de dividir cada z_{ij} (consumo intermediário) pelo Valor Bruto da Produção (VBP) do setor associado à coluna (x_j) (método tradicional e mais conhecido na literatura), divide-se cada z_{ij} pelo Produto (Demanda Total) do setor associado à linha (x_i).

Dessa maneira, a partir de manipulações algébricas, podemos obter a equação básica de equilíbrio do modelo de insumo-produto pelo lado da oferta como:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{v}(\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \quad (15)$$

ou

$$\mathbf{x}' = \mathbf{v}\mathbf{G} \quad (16)$$

em que \mathbf{x}' é o vetor linha com a produção total dos n setores; \mathbf{I} é a matriz identidade $n \times n$; \mathbf{v} é o vetor de setor de pagamentos; \mathbf{F} é a matriz de coeficientes técnicos pelo lado da oferta; e $(\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} = \mathbf{G}$ é a **matriz inversa de Ghosh**.

Observação: para encontrar o equilíbrio, considera-se no setor de pagamentos o valor adicionado, as importações e impostos indiretos.



Modelo de Insumo-Produto pelo Lado da Oferta

Considerando a base de dados especificada no Capítulo 4, podemos calcular a matriz **F** com os coeficientes técnicos pelo lado da oferta (f_{ij}) da seguinte maneira:

```
F = diag(1 / x) %**% Z
```

Para ver a matriz de coeficientes técnicos (**F**), utilize a função `View()`:

```
View(F)
```

Para encontrar a inversa de Ghosh (**G**), utilize a matriz identidade (**I**) de tamanho $n \times n$ criada anteriormente e a matriz de coeficientes técnicos pelo lado da oferta (**F**):

```
G = solve(I - F)
```

Para ver a matriz inversa de Ghosh (**G**), utilize a função `View()`:

```
View(G)
```



6. Multiplicadores





6. Multiplicadores

6.1. Produção

Considerando o modelo aberto de insumo-produto descrito anteriormente, podemos definir o **Multiplicador Simples de Produção** do setor j ($m(o)_j$) como:

$$m(o)_j = \sum_{i=1}^n b_{ij} \quad (17)$$

em que b_{ij} são os elementos da matriz inversa de Leontief (\mathbf{B}).

O **Multiplicador Total de Produção** do setor j ($m(\bar{o})_j$), por sua vez, é calculado com o modelo fechado de insumo-produto:

$$m(\bar{o})_j = \sum_{i=1}^{n+1} \bar{b}_{ij} \quad (18)$$

em que \bar{b}_{ij} são os elementos da matriz inversa de Leontief do modelo fechado ($\bar{\mathbf{B}}$).

O **Multiplicador Total de Produção Truncado** do setor j ($m[\bar{o}(t)]_j$) também pode ser calculado considerando o modelo fechado de insumo-produto:

$$m[\bar{o}(t)]_j = \sum_{i=1}^n \bar{b}_{ij} \quad (19)$$

em que \bar{b}_{ij} são os $n \times n$ elementos da matriz inversa de Leontief do modelo fechado ($\bar{\mathbf{B}}$). Ou seja, consideram-se apenas os n setores produtivos.



Com base nos modelos de insumo-produto descritos no capítulo anterior, podemos decompor o **Multiplicador Total de Produção** da seguinte maneira:

Efeito	Mensuração
Efeito Total no modelo fechado (Efeito Direto + Indireto + Induzido)	$\sum_{i=1}^{n+1} \bar{b}_{ij}$
Efeito Total no modelo aberto (Efeito Direto + Indireto)	$\sum_{i=1}^n b_{ij}$
Efeito Induzido	$\sum_{i=1}^{n+1} \bar{b}_{ij} - \sum_{i=1}^n b_{ij}$
Efeito Direto	$\sum_{i=1}^n a_{ij}$
Efeito Indireto	$\sum_{i=1}^n b_{ij} - \sum_{i=1}^n a_{ij}$

Fonte: adaptação de Miller e Blair (2009).

E o **Multiplicador Total de Produção Truncado** como:

Efeito	Mensuração
Efeito Total Truncado no modelo fechado (Efeito Direto + Indireto + Induzido)	$\sum_{i=1}^n \bar{b}_{ij}$
Efeito Total no modelo aberto (Efeito Direto + Indireto)	$\sum_{i=1}^n b_{ij}$
Efeito Induzido (apenas os n setores produtivos)	$\sum_{i=1}^n \bar{b}_{ij} - \sum_{i=1}^n b_{ij}$
Efeito Direto	$\sum_{i=1}^n a_{ij}$
Efeito Indireto	$\sum_{i=1}^n b_{ij} - \sum_{i=1}^n a_{ij}$

Fonte: adaptação de Miller e Blair (2009).



Multiplicadores de Produção

Os **Multiplicadores Simples de Produção** podem ser calculados com a função `colSums()`:

```
MP = colSums(B)
```

Para ver os multiplicadores, utilize a função `View()`:

```
View(MP)
```

Os **Multiplicadores Totais de Produção** podem ser calculados com a função `colSums()` e a seguinte indexação:

```
MPT = colSums(BF[, 1:n])
```

Observe que no cálculo consideramos apenas as n primeiras colunas. Ou seja, calculam-se os multiplicadores para os n setores produtivos da MIP. Para ver tais multiplicadores, utilize a função `View()`:

```
View(MPT)
```

Os **Multiplicadores Totais de Produção Truncados**, por sua vez, podem ser calculados com a função `colSums()` e a seguinte indexação:

```
MPTT = colSums(BF[1:n, 1:n])
```

Ou seja, conforme destacado acima, consideramos apenas os $n \times n$ elementos da matriz inversa de Leontief do modelo fechado ($\bar{\mathbf{B}}$ ou \mathbf{BF}). Para ver os multiplicadores, utilize a função `View()`:

```
View(MPTT)
```




Para juntar os multiplicadores em uma única tabela de dados (*data frame*), utilize a função `cbind()`. Além disso, transforme o objeto em *data frame* com a função `as.data.frame()` e determine o nome das colunas com a função `colnames()`:

```
MultProd= cbind(Setores, MP, MPT, MPTT)
MultProd = as.data.frame(MultProd)
colnames(MultProd) = c("Setores", "MP", "MPT", "MPTT")
```

Caso os dados estejam armazenados como fatores, transforme-os primeiro em “character” (texto) com a função `as.character()` e depois em “numeric” (numéricos) com a função `as.numeric()`:

```
MultProd$MP = as.numeric(as.character(MultProd$MP))
MultProd$MPT = as.numeric(as.character(MultProd$MPT))
MultProd$MPTT = as.numeric(as.character(MultProd$MPTT))
```

Observação: o operador `$` funciona como um indexador (seleção de um subconjunto). Com `MultProd$MP`, por exemplo, selecionamos apenas a coluna MP do objeto `MultProd`.

Para ver a tabela de dados, utilize a função `View()` ou simplesmente digite “`MultProd`” no *Console* do **RStudio**:

```
MultProd
##      Setores      MP      MPT      MPTT
## 1      Agro 1.719044 2.959997 2.543951
## 2 Ind.Extr 1.771649 3.328518 2.806557
## 3 Ind.Tran 2.147529 4.051231 3.412990
## 4      SIUP 1.947655 3.344608 2.876261
## 5      Cons 1.811262 3.693084 3.062178
## 6      Com 1.532739 3.780823 3.027123
## 7      Transp 1.840288 4.143630 3.371404
## 8      Info 1.640565 3.708278 3.015050
## 9      Finan 1.492315 3.463977 2.802952
## 10      Imob 1.110196 1.309140 1.242441
## 11 Otrs.Serv 1.533751 4.052431 3.208010
## 12      Adm 1.383516 5.306243 3.991097
```



Para gerar uma tabela organizada, podemos usar os pacotes **flextable** e **dplyr**. Faça a leitura dos pacotes com:

```
library(flextable)
library(dplyr)
```

A tabela pode ser gerada com a função `flextable()` do pacote **flextable**. Extras de formatação podem ser adicionados com as funções `align()`, `set_caption()`, `footnote()` do próprio pacote e com auxílio do operador pipe do pacote **dplyr**.

Observação: o pipe, ou como usado no código `%>%`, é um operador do pacote **dplyr** utilizado para facilitar a execução dos comandos. Basicamente, ele usa o valor resultante da expressão anterior (lado esquerdo) como primeiro argumento da função do lado direito.

```
flextable(MultProd) %>%
  align(align = "center", part = "all" ) %>%
  set_caption(caption = "Multiplicadores de Produção") %>%
  footnote(value = as_paragraph("Fonte: elaboração própria com dados da
MIP do IBGE (2015)."),
          ref_symbols = "")
```

Multiplicadores de Produção

Setores	MP	MPT	MPTT
Agro	1,719044	2,959997	2,543951
Ind.Extr	1,771649	3,328518	2,806557
Ind.Tran	2,147529	4,051231	3,412990
SIUP	1,947655	3,344608	2,876261
Cons	1,811262	3,693084	3,062178
Com	1,532739	3,780823	3,027123
Transp	1,840288	4,143630	3,371404
Info	1,640565	3,708278	3,015050
Finan	1,492315	3,463977	2,802952
Imob	1,110196	1,309140	1,242441
Otrs.Serv	1,533751	4,052431	3,208010
Adm	1,383516	5,306243	3,991097

Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).



Observação: outros exemplos de formatação com o pacote **flextable** podem ser explorados em <https://davidgohel.github.io/flextable/index.html>.

DICA! Para gerar tabelas em HTML ou LATEX, podemos também usar os pacotes **knitr** e **kableExtra** (e o auxílio do **dplyr**):

```
library(knitr)
library(kableExtra)
library(dplyr)
```

A tabela pode ser gerada com a função `kable()` do pacote **knitr**. Extras de formatação podem ser adicionados com a função `kable_styling()` do pacote **kableExtra** e com auxílio do operador pipe do pacote **dplyr**.

```
kable(MultProd, caption = "Multiplicadores de Produção",
      align = "lccc") %>%
  kable_styling(bootstrap_options = "striped", full_width = FALSE) %>%
  footnote(general = "elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015)
.",
          general_title = "Fonte:",
          footnote_as_chunk = TRUE, title_format = c("bold"))
```

Interpretações

Os Multiplicadores de Produção do Setor 1 (Agro), por exemplo, podem ser interpretados como:

- **Multiplicador Simples de Produção (MP):** uma variação de demanda de R\$1,00 no Setor 1 (Agro) gera R\$1,7190 de produto na economia.
- **Multiplicador Total de Produção (MPT):** uma variação de demanda de R\$1,00 no Setor 1 (Agro) gera R\$2,9600 de produto na economia, incluindo o efeito induzido.
- **Multiplicador Total de Produção Truncado (MPTT):** uma variação de demanda de R\$1,00 no Setor 1 (Agro) gera R\$2,5440 de produto na economia, incluindo o efeito induzido (apenas nos n setores produtivos).



Considerando a decomposição do **Multiplicador Total de Produção** do Setor 1 (Agro), temos:

Efeito	Mensuração
Efeito Total no modelo fechado (Efeito Direto + Indireto + Induzido)	2,9600
Efeito Total no modelo aberto (Efeito Direto + Indireto)	1,7190
Efeito Induzido	1,2410
Efeito Direto	0,3713
Efeito Indireto	1,3478

Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).

Considerando a decomposição do **Multiplicador Total de Produção Truncado** do Setor 1 (Agro), temos:

Efeito	Mensuração
Efeito Total no modelo fechado (Efeito Direto + Indireto + Induzido)	2,5440
Efeito Total no modelo aberto (Efeito Direto + Indireto)	1,7190
Efeito Induzido	0,8249
Efeito Direto	0,3713
Efeito Indireto	1,3478

Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).

Observação: Para calcular as decomposições, as seguintes operações e indexações foram utilizadas:

```
# Multiplicador Total de Produção do Setor 1:
```

```
# Efeito Total no modelo fechado
```

```
format(round(sum(BF[,1]), digits = 4), nsmall = 4)
```

```
# Efeito Total no modelo aberto
```

```
format(round(sum(B[,1]), digits = 4), nsmall = 4)
```

```
# Efeito Induzido
```

```
format(round(sum(BF[,1]) - sum(B[,1]), digits = 4), nsmall = 4)
```

Continua...



```
# Efeito Direto
format(round(sum(A[,1]), digits = 4), nsmall = 4)

# Efeito Indireto
format(round(sum(B[,1]) - sum(A[,1]), digits = 4), nsmall = 4)

#Multiplicador Total de Produção Truncado do Setor 1:

# Efeito Total no modelo fechado
format(round(sum(BF[1:n,1]), digits = 4), nsmall = 4)

# Efeito Total no modelo aberto
format(round(sum(B[,1]), digits = 4), nsmall = 4)

# Efeito Induzido
format(round(sum(BF[1:n,1]) - sum(B[,1]), digits = 4), nsmall = 4)

# Efeito Direto
format(round(sum(A[,1]), digits = 4), nsmall = 4)

# Efeito Indireto
format(round(sum(B[,1]) - sum(A[,1]), digits = 4), nsmall = 4)
```

A parte de visualização no **R**, por sua vez, pode ser explorada com o pacote **ggplot2**. Se você ainda não instalou o pacote, utilize o comando abaixo:

```
install.packages("ggplot2")
```

Além disso, instale também o pacote **scales**. Ele será útil para arrumar as escalas dos eixos:

```
install.packages("scales")
```

Após a instalação, faça a leitura dos dois pacotes:

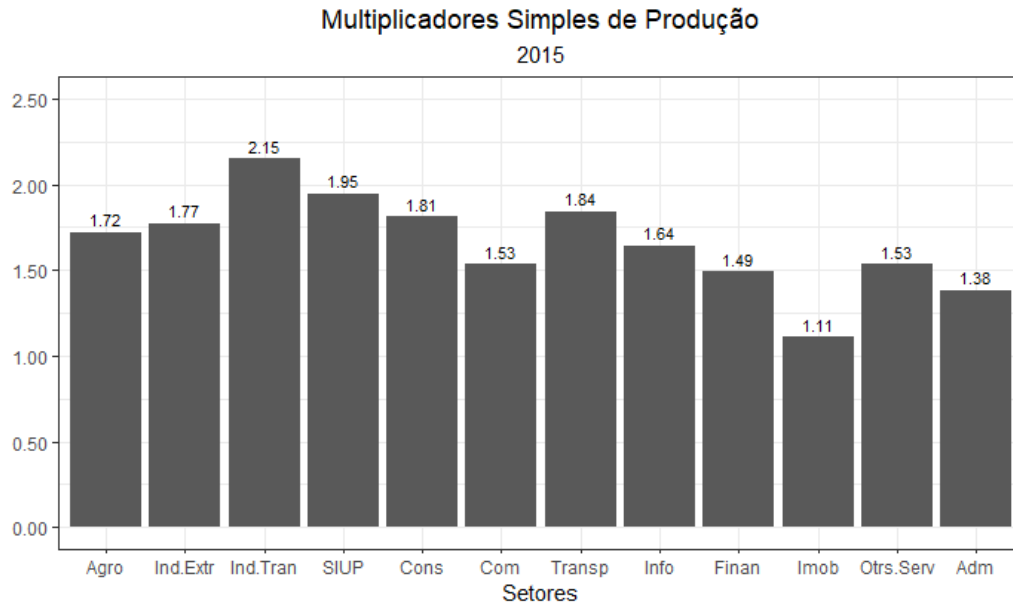
```
library(ggplot2)
library(scales)
```



Podemos utilizar a tabela de dados **MultProd** para fazer gráficos com o pacote **ggplot2**:

Multiplicadores Simples de Produção

```
ggplot(MultProd, aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = MP)) +  
  geom_col() +  
  theme_bw() +  
  xlab("Setores") +  
  ylab("") +  
  ggtitle("Multiplicadores Simples de Produção") +  
  labs(subtitle = "2015",  
       caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).")  
  ) +  
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +  
  geom_text(aes(label = round(MP, digits = 2)), vjust = -0.5, size = 3) +  
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),  
                     limits = c(0, 2.5),  
                     breaks = seq(from = 0.0, to = 2.5, by = 0.5))
```

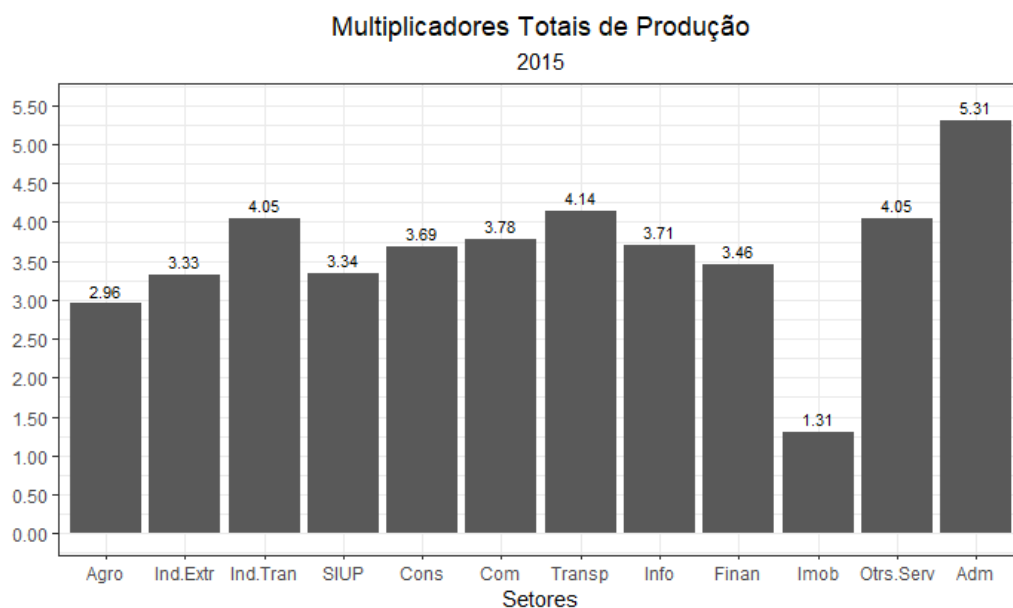


Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).



Multiplicadores Totais de Produção

```
ggplot(MultProd, aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = MPT)) +  
  geom_col() +  
  theme_bw() +  
  xlab("Setores") +  
  ylab(" ") +  
  ggtitle("Multiplicadores Totais de Produção") +  
  labs(subtitle = "2015",  
       caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).")  
) +  
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +  
  geom_text(aes(label = round(MPT, digits = 2)), vjust = -0.5, size = 3) +  
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),  
                     limits = c(0, 5.5),  
                     breaks = seq(from = 0.0, to = 5.5, by = 0.5))
```

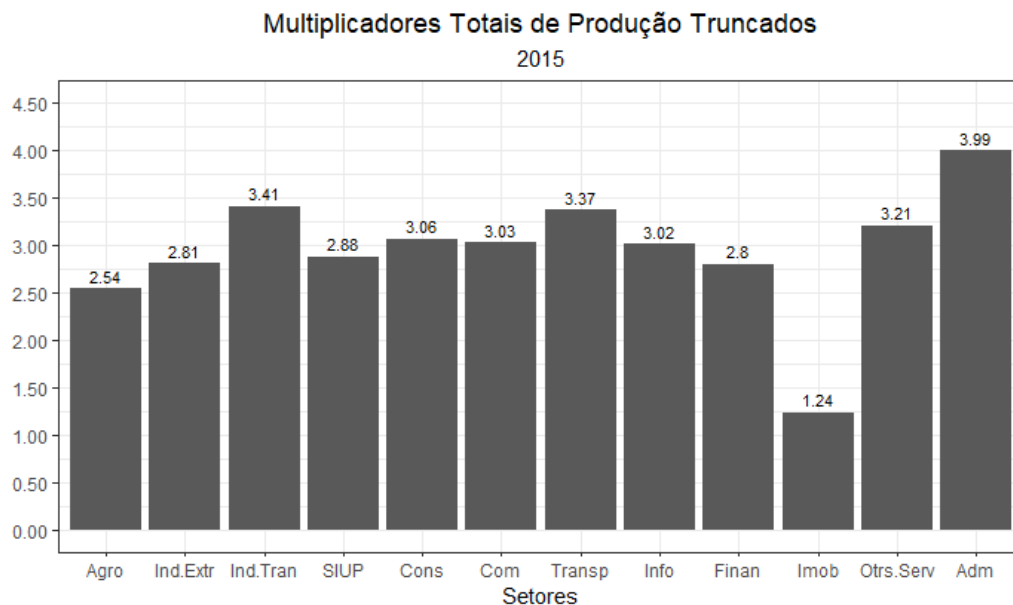


Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).



Multiplicadores Totais de Produção Truncados

```
ggplot(MultProd, aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = MP
TT)) +
  geom_col() +
  theme_bw() +
  theme(plot.background = element_rect(fill = "#e6f2ff", colour = "#e6f2ff
")) +
  xlab("Setores") +
  ylab(" ") +
  ggtitle("Multiplicadores Totais de Produção Truncados") +
  labs(subtitle = "2015",
caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).")
) +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +
  geom_text(aes(label = round(MPTT, digits = 2)), vjust = -0.5, size = 3)
+
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),
                    limits = c(0, 4.5),
                    breaks = seq(from = 0.0, to = 4.5, by = 0.5))
```



Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).



6.2. Emprego

Para calcular os multiplicadores de emprego, devemos calcular primeiro os coeficientes de emprego (requisitos de emprego) para todos os setores do sistema de insumo-produto em questão.

Os requisitos de emprego (c_j^e) podem ser calculados com:

$$c_j^e = \frac{v_j^e}{x_j} \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

em que v_j^e corresponde ao número de trabalhadores empregados (pessoal ocupado) no setor j ; e x_j o produto do setor j .

Considerando os coeficientes de emprego para os n setores, temos:

$$\mathbf{e}' = \hat{\mathbf{C}}^e \mathbf{x} \quad (21)$$

em que \mathbf{e}' é um vetor com os valores brutos do emprego; $\hat{\mathbf{C}}^e$ é uma matriz com os coeficientes de emprego na diagonal e zeros no restante; e \mathbf{x} é o vetor de valor bruto da produção.

Considerando a equação de equilíbrio do modelo aberto de insumo-produto, $\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{y}$, podemos reescrever a Equação (21) como:

$$\mathbf{e}' = \hat{\mathbf{C}}^e \mathbf{B}\mathbf{y} \quad (22)$$

em que \mathbf{B} é a matriz inversa de Leontief; e \mathbf{y} é o vetor de demanda final.

A pré-multiplicação da matriz inversa de Leontief (\mathbf{B}) pela matriz de coeficientes de emprego ($\hat{\mathbf{C}}^e$) é conhecida como matriz geradora de empregos:

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{C}}^e \mathbf{B} \quad (23)$$

A matriz \mathbf{E} mostra a estrutura setorial de geração de emprego na economia por unidade adicional de demanda final. Portanto, a partir dela, podemos calcular o **Multiplicador Simples de Emprego** (ou **Gerador de Emprego**) do setor j ($m(e)_j$) como:

$$m(e)_j = \sum_{i=1}^n e_{ij} \quad (24)$$

em que e_{ij} são os elementos da matriz geradora de empregos (\mathbf{E}).

Portanto, o **Multiplicador Simples de Emprego** (ou **Gerador de Emprego**) apresenta o impacto total (direto e indireto) dada uma unidade adicional de demanda final. Ou seja, mostra o quanto é gerado de emprego na economia dada uma variação de demanda de R\$1,00 no setor.



Além dos multiplicadores simples, podemos calcular também os **Multiplicadores de Emprego (Tipo I)**, os **Multiplicadores Totais de Emprego (truncado)** e os **Multiplicadores de Emprego (Tipo II)**.

O **Multiplicador de Emprego (Tipo I)** é dado pela razão entre o Multiplicador Simples de Emprego do setor j ($m(e)_j$) e seu respectivo coeficiente de intensidade (c_j^e):

$$m^I(e)_j = \frac{m(e)_j}{c_j^e} \quad (25)$$

O **Multiplicador de Emprego (Tipo I)** representa, portanto, o quanto é gerado, direta e indiretamente, de emprego para cada unidade diretamente gerada de emprego.

O **Multiplicador Total de Emprego (truncado)** é dado por:

$$m(\bar{e})_j = \sum_{i=1}^n \bar{e}_{ij} \quad (26)$$

em que \bar{e}_{ij} são os elementos da matriz geradora de empregos ($\bar{\mathbf{E}}$) considerando o modelo fechado de insumo-produto. Ou seja, $\bar{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{C}}^e \bar{\mathbf{B}}^*$, em que $\bar{\mathbf{B}}^*$ nesse caso considera apenas as relações entre os n setores produtivos da matriz $\bar{\mathbf{B}}$ definida na Equação (13).

O **Multiplicador Total de Emprego (truncado)** apresenta os impactos direto, indireto e induzido. Ou seja, incorpora o efeito induzido dada uma unidade adicional de demanda final.

O **Multiplicador de Emprego (Tipo II)** é dado pela razão entre o Multiplicador Total de Emprego (truncado) do setor j ($m(\bar{e})_j$) e seu respectivo coeficiente de intensidade (c_j^e):

$$m^I(e)_j = \frac{m(\bar{e})_j}{c_j^e} \quad (27)$$

O **Multiplicador de Emprego (Tipo II)** incorpora o efeito induzido. Ou seja, representa o quanto é gerado de emprego, incluindo o efeito induzido, para cada unidade diretamente gerada de emprego.



Com isso, temos a seguinte decomposição do **Multiplicador Total de Emprego**:

Efeito	Mensuração
Efeito Total no modelo fechado (Efeito Direto + Indireto + Induzido)	$\sum_{i=1}^n \bar{e}_{ij}$
Efeito Total no modelo aberto (Efeito Direto + Indireto)	$\sum_{i=1}^n e_{ij}$
Efeito Induzido	$\sum_{i=1}^n \bar{e}_{ij} - \sum_{i=1}^n e_{ij}$
Efeito Direto	c_j^e
Efeito Indireto	$\sum_{i=1}^n e_{ij} - c_j^e$

Fonte: adaptação de Miller e Blair (2009).

E a seguinte síntese do **Multiplicador de Emprego**:

Síntese	
Mudança Exógena	$\Delta y_j = 1$
Efeito Inicial (N) - setor j	$\Delta x_j = 1$ e Δc_j^e
Efeito Total (T) no modelo aberto (Efeito Direto + Indireto)	$\sum_{i=1}^n e_{ij}$
Multiplicador Simples (T/N) no modelo aberto	$m(e)_j = \frac{\sum_{i=1}^n e_{ij}}{\Delta y_j}$
Multiplicador (Tipo I) no modelo aberto	$m^I(e)_j = \frac{m(e)_j}{c_j^e}$
Efeito Total (\bar{T}) no modelo fechado (Efeito Direto + Indireto + Induzido)	$\sum_{i=1}^n \bar{e}_{ij}$
Multiplicador Total (T/N) no modelo fechado	$m(\bar{e})_j = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{e}_{ij}}{\Delta y_j}$
Multiplicador (Tipo II) no modelo fechado	$m^{II}(\bar{e})_j = \frac{m(\bar{e})_j}{c_j^e}$

Fonte: adaptação de Miller e Blair (2009).



Multiplicadores de Emprego

Os coeficientes de emprego (c_j^e) podem ser calculados com:

```
ce = e / x  
ce = as.vector(ce)
```

ATENÇÃO! Nesse caso, visto que os dados na MIP estão em valores correntes em 1.000.000 R\$, temos os requisitos de emprego por R\$1.000.000.

A matriz com os coeficientes de emprego na diagonal e zeros no restante (\hat{C}^e) pode ser construída com a função `diag()`:

```
Cehat = diag(ce)
```

Com isso, a matriz geradora de empregos (**E**) pode ser calculada considerando a matriz de coeficientes de emprego (\hat{C}^e ou **Cehat**) e a matriz inversa de Leontief (**B**):

```
E = Cehat %**% B
```

Os **Multiplicadores Simples de Emprego** podem ser calculados com a função `colSums()`:

```
ME = colSums(E)
```

Para ver os multiplicadores, utilize a função `View()`:

```
View(ME)
```

Os **Multiplicadores de Emprego (Tipo I)** podem ser calculados com:

```
MEI = ME / ce
```



Para ver tais multiplicadores, utilize a função `View()`:

```
View(MEI)
```

Para calcular os multiplicadores totais de emprego, temos, primeiro, que calcular a matriz geradora de empregos considerando o modelo fechado de insumo-produto ($\bar{\mathbf{E}}$):

```
EF = Cehat %**% BF[1:n, 1:n]
```

Observe que, para o cálculo, consideram-se apenas as n colunas e n linhas da matriz ($\bar{\mathbf{B}}$ ou \mathbf{BF}). Ou seja, consideram-se apenas os n setores produtivos.

Com a matriz $\bar{\mathbf{E}}$ (ou \mathbf{EF}), podemos calcular os **Multiplicadores Totais de Emprego (truncados)** com a função `colSums()`:

```
MET = colSums(EF)
```

Para ver tais multiplicadores, utilize a função `View()`:

```
View(MET)
```

Os **Multiplicadores de Emprego (Tipo II)** podem ser calculados com:

```
MEII = MET / ce
```

Para ver tais multiplicadores, utilize a função `View()`:

```
View(MEII)
```



Para juntar os multiplicadores de emprego em uma única tabela de dados (*data frame*), utilize a função `cbind()`. Além disso, transforme o objeto em *data frame* com a função `as.data.frame()` e determine o nome das colunas com a função `colnames()`:

```
MultEmp = cbind(Setores, ME, MEI, MET, MEII)
MultEmp = as.data.frame(MultEmp)
colnames(MultEmp) = c("Setores", "ME", "MEI", "MET", "MEII")
```

Caso os dados estejam armazenados como fatores, transforme-os primeiro em “character” (texto) com a função `as.character()` e depois em “numeric” (numérico) com a função `as.numeric()`:

```
MultEmp$ME = as.numeric(as.character(MultEmp$ME))
MultEmp$MEI = as.numeric(as.character(MultEmp$MEI))
MultEmp$MET = as.numeric(as.character(MultEmp$MET))
MultEmp$MEII = as.numeric(as.character(MultEmp$MEII))
```

Para ver a tabela de dados, utilize a função `View()` ou simplesmente digite “MultEmp” no *Console* do **RStudio**:

```
MultEmp
```

##	Setores	ME	MEI	MET	MEII
## 1	Agro	34.101037	1.242638	42.169181	1.536640
## 2	Ind.Extr	8.451915	7.658824	18.574004	16.831101
## 3	Ind.Tran	15.374493	3.806716	27.751536	6.871265
## 4	SIUP	8.348028	3.987779	17.430413	8.326354
## 5	Cons	21.242773	1.554648	33.477565	2.450048
## 6	Com	22.473178	1.310717	37.089247	2.163178
## 7	Transp	17.071567	1.827595	32.046902	3.430779
## 8	Info	10.674351	2.771608	24.117726	6.262196
## 9	Finan	6.687006	3.202383	19.505899	9.341304
## 10	Imob	1.560459	2.042665	2.853904	3.735805
## 11	Otrs.Serv	26.034161	1.264451	42.409532	2.059785
## 12	Adm	13.211106	1.428829	38.714983	4.187166



Como realizado anteriormente, uma tabela pode ser gerada com as funções `flextable()`, `align()`, `set_caption()`, `footnote()` do pacote **flextable** e o auxílio do operador pipe `%>%` do pacote **dplyr**:

```
flextable(MultEmp) %>%  
  align(align = "center", part = "all" ) %>%  
  set_caption(caption = "Multiplicadores de Emprego") %>%  
  footnote(value = as_paragraph(c("Fonte: elaboração própria com dados da  
MIP do IBGE (2015).", "Nota: ME e MET por 1.000.000 R$.")),  
    ref_symbols = c("", ""))
```

Multiplicadores de Emprego

Setores	ME	MEI	MET	MEII
Agro	34,101037	1,242638	42,169181	1,536640
Ind.Extr	8,451915	7,658824	18,574004	16,831101
Ind.Tran	15,374493	3,806716	27,751536	6,871265
SIUP	8,348028	3,987779	17,430413	8,326354
Cons	21,242773	1,554648	33,477565	2,450048
Com	22,473178	1,310717	37,089247	2,163178
Transp	17,071567	1,827595	32,046902	3,430779
Info	10,674351	2,771608	24,117726	6,262196
Finan	6,687006	3,202383	19,505899	9,341304
Imob	1,560459	2,042665	2,853904	3,735805
Otrs.Serv	26,034161	1,264451	42,409532	2,059785
Adm	13,211106	1,428829	38,714983	4,187166

Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).

Nota: ME e MET por 1.000.000 R\$.

DICA! Para gerar tabelas em HTML ou LATEX, podemos usar também os pacotes **knitr** e **kableExtra** (e o auxílio do **dplyr**):

```
kable(MultEmp, caption = "Multiplicadores de Emprego",  
      align = "lcccc") %>%  
  kable_styling(bootstrap_options = "striped", full_width = FALSE) %>%  
  footnote(general = "elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).",  
    ,  
    general_title = "Fonte:",  
    alphabet = "ME e MET por 1,000,000 R$.",  
    alphabet_title = "Nota:",  
    footnote_as_chunk = TRUE, title_format = c("bold"))
```



Interpretações

Os Multiplicadores de Emprego do Setor 1 (Agro), por exemplo, podem ser interpretados como:

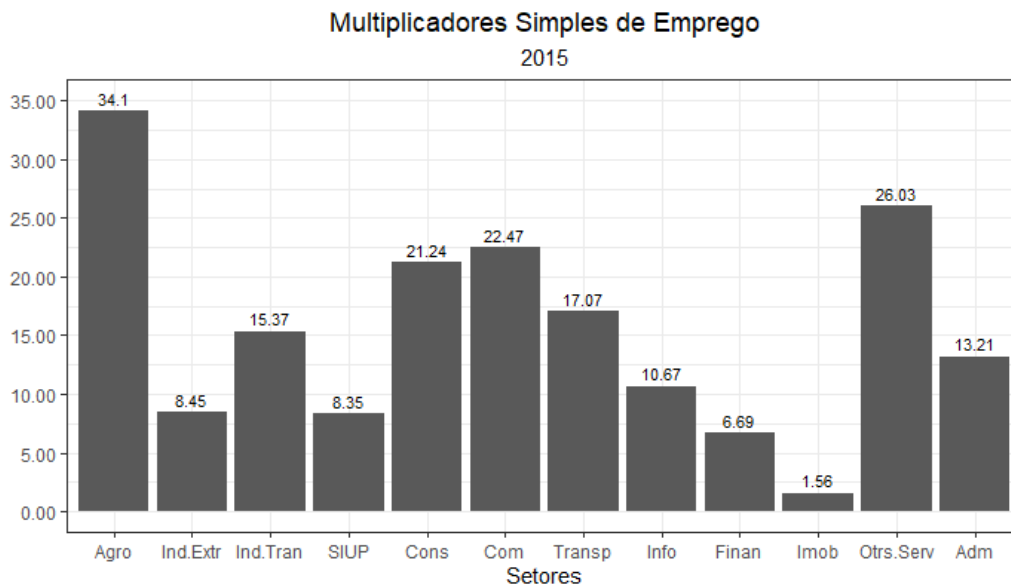
- **Multiplicador Simples de Emprego (ME):** uma variação de demanda de R\$1.000.000 no Setor 1 (Agro) gera 34,101 empregos na economia.
- **Multiplicador de Emprego (Tipo I) (MEI):** para cada emprego gerado diretamente no Setor 1 (Agro), tem-se um efeito multiplicador de 1,2426 na economia.
- **Multiplicador Total de Emprego Truncado (MET):** uma variação de demanda de R\$1.000.000 no Setor 1 (Agro) gera 42,1692 empregos na economia, incluindo o efeito induzido (apenas nos n setores produtivos).
- **Multiplicador de Emprego (Tipo II) (MEII):** para cada emprego gerado diretamente no Setor 1 (Agro), tem-se um efeito multiplicador de 1,5366 na economia, incluindo o efeito induzido (apenas nos n setores produtivos).



Conforme mencionando anteriormente, podemos utilizar a tabela de dados **MultEmp** para fazer alguns gráficos com o pacote **ggplot2** (e o auxílio do pacote **scales**):

Multiplicadores Simples de Emprego

```
ggplot(MultEmp, aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = ME)) +
  geom_col() +
  theme_bw() +
  xlab("Setores") +
  ylab(" ") +
  ggtitle("Multiplicadores Simples de Emprego") +
  labs(subtitle = "2015",
       caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015)
).\nNota: por 1,000,000 R$.") +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +
  geom_text(aes(label = round(ME, digits = 2)), vjust = -0.5, size = 3) +
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),
                     limits = c(0, 35),
                     breaks = seq(from = 0.0, to = 35.0, by = 5))
```

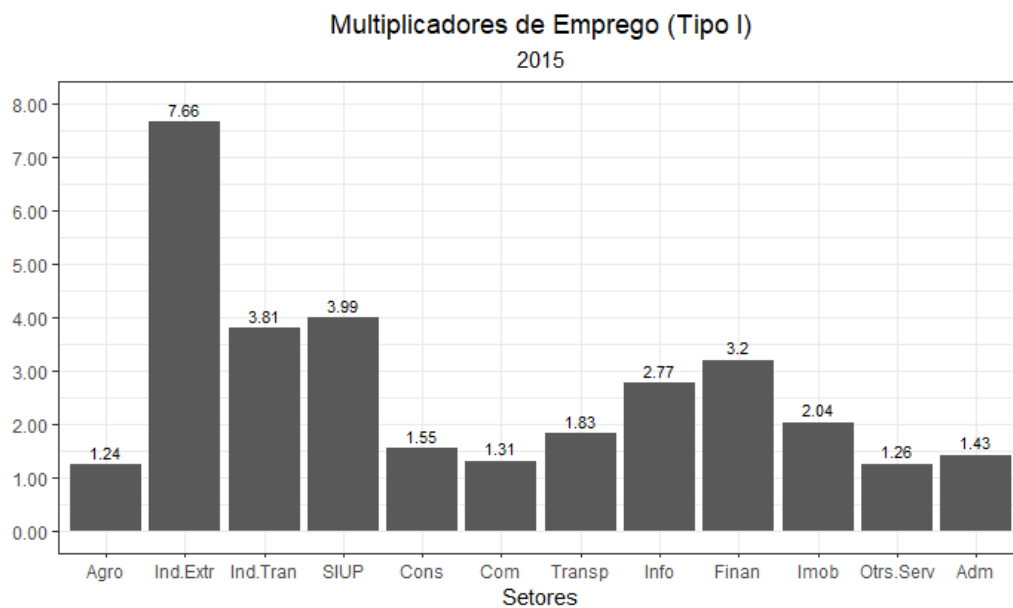


Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).
Nota: por 1.000.000 R\$.



Multiplicadores de Emprego (Tipo I)

```
ggplot(MultEmp, aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = MEI)) +  
  geom_col() +  
  theme_bw() +  
  xlab("Setores") +  
  ylab(" ") +  
  ggtitle("Multiplicadores de Emprego (Tipo I)") +  
  labs(subtitle = "2015",  
       caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015  
).") +  
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +  
  geom_text(aes(label = round(MEI, digits = 2)), vjust = -0.5, size = 3) +  
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),  
                     limits = c(0,8),  
                     breaks = seq(from = 0.0, to = 8, by = 1))
```

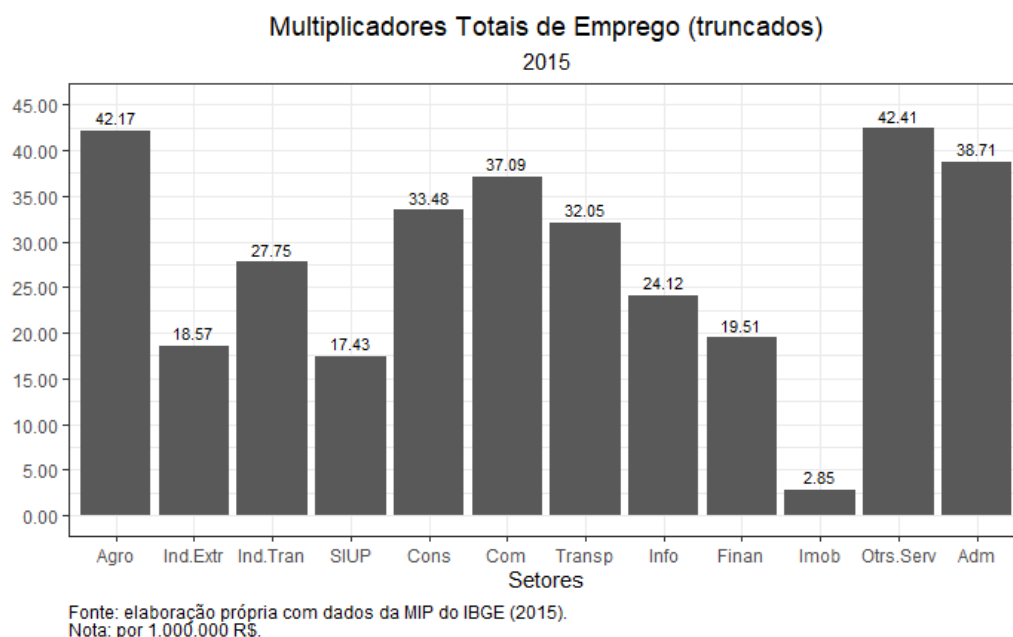


Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).



Multiplicadores Totais de Emprego (truncados)

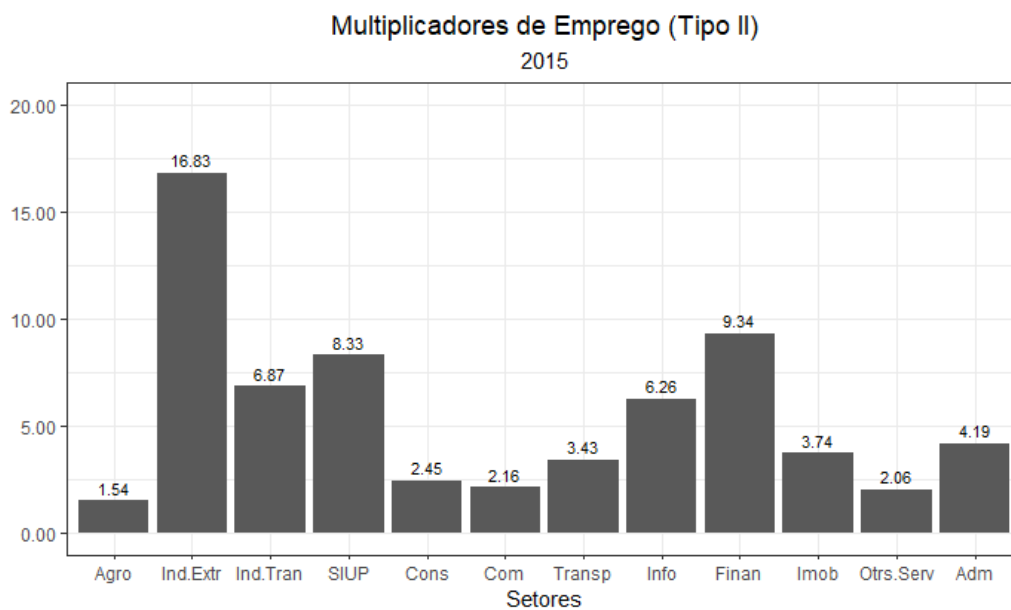
```
ggplot(MultEmp, aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = MET)) +  
  geom_col() +  
  theme_bw() +  
  xlab("Setores") +  
  ylab(" ") +  
  ggtitle("Multiplicadores Totais de Emprego (truncados)") +  
  labs(subtitle = "2015",  
       caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015)  
).\nNota: por 1,000,000 R$.") +  
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +  
  geom_text(aes(label = round(MET, digits = 2)), vjust = -0.5, size = 3) +  
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),  
                    limits = c(0, 45),  
                    breaks = seq(from = 0, to = 45, by = 5))
```





Multiplicadores de Emprego (Tipo II)

```
ggplot(MultEmp, aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = MEI  
I)) +  
  geom_col() +  
  theme_bw() +  
  xlab("Setores") +  
  ylab(" ") +  
  ggtitle("Multiplicadores de Emprego (Tipo II)") +  
  labs(subtitle = "2015",  
       caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015  
).") +  
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +  
  geom_text(aes(label = round(MEII, digits = 2)), vjust = -0.5, size = 3)  
+  
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),  
                     limits = c(0, 20),  
                     breaks = seq(from = 0, to = 20, by = 5))
```



Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).



6.3. Renda

Os cálculos dos multiplicadores de renda são similares aos apresentados na seção anterior. Calculam-se primeiro os coeficientes de renda (requisitos de renda) para todos os setores.

Os requisitos de renda (c_j^r) são dados por:

$$c_j^r = \frac{v_j^r}{x_j} \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (28)$$

em que v_j^r corresponde à remuneração do trabalho (renda) no setor j ; e x_j é o produto do setor j .

Considerando os coeficientes de renda para os n setores, temos:

$$\mathbf{r}' = \hat{\mathbf{C}}^r \mathbf{x} \quad (29)$$

em que \mathbf{r}' é um vetor com os valores brutos da renda (remunerações do trabalho); $\hat{\mathbf{C}}^r$ é uma matriz com os coeficientes de renda na diagonal e zeros no restante; e \mathbf{x} é o vetor de valor bruto da produção.

Considerando a equação de equilíbrio do modelo de insumo-produto, $\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{y}$, podemos reescrever a Equação (29) como:

$$\mathbf{r}' = \hat{\mathbf{C}}^r \mathbf{B}\mathbf{y} \quad (30)$$

em que \mathbf{B} é a matriz inversa de Leontief; e \mathbf{y} é o vetor de demanda final.

A pré-multiplicação da matriz inversa de Leontief (\mathbf{B}) pela matriz de coeficientes de renda ($\hat{\mathbf{C}}^r$) é conhecida como matriz geradora de renda:

$$\mathbf{R} = \hat{\mathbf{C}}^r \mathbf{B} \quad (31)$$

Essa matriz \mathbf{R} mostra a estrutura setorial de geração de renda na economia por unidade adicional de demanda final. Portanto, a partir dela, podemos calcular o **Multiplicador Simples de Renda** (ou **Gerador de Renda**) do setor j ($m(r)_j$):

$$m(r)_j = \sum_{i=1}^n r_{ij} \quad (32)$$

em que r_{ij} são os elementos da matriz geradora de renda (\mathbf{R}).

Portanto, o **Multiplicador Simples de Renda** (ou **Gerador de Renda**) apresenta o impacto total (direto e indireto) dada uma unidade adicional de demanda final. Ou seja, mostra o quanto é gerado de renda na economia dada uma variação de demanda de R\$1,00 no setor.



Além dos multiplicadores simples, podemos calcular também os **Multiplicadores de Renda (Tipo I)**, os **Multiplicadores Totais de Renda (truncado)** e os **Multiplicadores de Renda (Tipo II)**.

O **Multiplicador de Renda (Tipo I)** é dado pela razão entre o Multiplicador Simples de Renda do setor j ($m(r)_j$) e seu respectivo coeficiente de intensidade – requisito de renda (c_j^r):

$$m^I(r)_j = \frac{m(r)_j}{c_j^r} \quad (33)$$

O **Multiplicador de Renda (Tipo I)** representa, por sua vez, o quanto é gerado, direta e indiretamente, de renda para cada unidade diretamente gerada de renda.

O **Multiplicador Total de Renda (truncado)** é dado por:

$$m(\bar{r})_j = \sum_{i=1}^n \bar{r}_{ij} \quad (34)$$

em que \bar{r}_{ij} são os elementos da matriz geradora de empregos ($\bar{\mathbf{R}}$) considerando o modelo fechado de insumo-produto. Ou seja, $\bar{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{C}}^r \bar{\mathbf{B}}^*$, em que $\bar{\mathbf{B}}^*$ nesse caso considera apenas as relações entre os n setores produtivos da matriz $\bar{\mathbf{B}}$ definida na Equação (13).

O **Multiplicador Total de Renda (truncado)** apresenta, portanto, os impactos direto, indireto e induzido. Ou seja, incorpora o efeito induzido dada uma unidade adicional de demanda final.

O **Multiplicador de Renda (Tipo II)** é dado pela razão entre o Multiplicador Total de Renda (truncado) do setor j ($m(\bar{r})_j$) e seu respectivo coeficiente de intensidade – requisito de renda (c_j^r):

$$m^I(r)_j = \frac{m(\bar{r})_j}{c_j^r} \quad (35)$$

Portanto, o **Multiplicador de Renda (Tipo II)** incorpora o efeito induzido. Ou seja, representa o quanto é gerado de renda, incluindo o efeito induzido, para cada unidade diretamente gerada de renda.



Com isso, temos a seguinte decomposição do **Multiplicador Total de Renda**:

Efeito	Mensuração
Efeito Total no modelo fechado (Efeito Direto + Indireto + Induzido)	$\sum_{i=1}^n \bar{r}_{ij}$
Efeito Total no modelo aberto (Efeito Direto + Indireto)	$\sum_{i=1}^n r_{ij}$
Efeito Induzido	$\sum_{i=1}^n \bar{r}_{ij} - \sum_{i=1}^n r_{ij}$
Efeito Direto	c_j^r
Efeito Indireto	$\sum_{i=1}^n r_{ij} - c_j^r$

Fonte: adaptação de Miller e Blair (2009).

E a seguinte síntese do **Multiplicador de Renda**:

Síntese	
Mudança Exógena	$\Delta y_j = 1$
Efeito Inicial (N) - setor j	$\Delta x_j = 1$ e Δc_j^r
Efeito Total (T) no modelo aberto (Efeito Direto + Indireto)	$\sum_{i=1}^n r_{ij}$
Multiplicador Simples (T/N) no modelo aberto	$m(r)_j = \frac{\sum_{i=1}^n r_{ij}}{\Delta y_j}$
Multiplicador (Tipo I) no modelo aberto	$m^I(r)_j = \frac{m(r)_j}{c_j^r}$
Efeito Total (\bar{T}) no modelo fechado (Efeito Direto + Indireto + Induzido)	$\sum_{i=1}^n \bar{r}_{ij}$
Multiplicador Total (T/N) no modelo fechado	$m(\bar{r})_j = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{r}_{ij}}{\Delta y_j}$
Multiplicador (Tipo II) no modelo fechado	$m^{II}(r)_j = \frac{m(\bar{r})_j}{c_j^r}$

Fonte: adaptação de Miller e Blair (2009).



Multiplicadores de Renda

Os coeficientes de renda (c_j^r) podem ser calculados com:

```
cr = r / x  
cr = as.vector(cr)
```

A matriz com os coeficientes de renda na diagonal e zeros no restante ($\hat{\mathbf{C}}^r$) pode ser construída com a função `diag()`:

```
Crhat = diag(cr)
```

Com isso, a matriz geradora de renda (\mathbf{R}) pode ser calculada considerando a matriz de coeficientes de renda ($\hat{\mathbf{C}}^r$) e a matriz inversa de Leontief (\mathbf{B}):

```
R = Crhat %*% B
```

Os **Multiplicadores Simples de Renda** podem ser calculados com a função `colSums()`:

```
MR = colSums(R)
```

Para ver os multiplicadores, utilize a função `View()`:

```
View(MR)
```

Os **Multiplicadores de Renda (Tipo I)** podem ser calculados com:

```
MRI = MR / cr
```

Para ver tais multiplicadores, utilize a função `View()`:

```
View(MRI)
```




Para calcular os multiplicadores totais de renda, temos, primeiro, que calcular a matriz geradora de renda considerando o modelo fechado de insumo-produto ($\bar{\mathbf{R}}$):

```
RF = Crhat %**% BF[1:n, 1:n]
```

Observe que, para o cálculo, consideram-se apenas as n colunas e n linhas da matriz ($\bar{\mathbf{B}}$ ou \mathbf{BF}). Ou seja, apenas os n setores produtivos.

Com a matriz $\bar{\mathbf{R}}$ (ou \mathbf{RF}), podemos calcular os **Multiplicadores Totais de Renda (truncados)** com:

```
MRT = colSums(RF)
```

Para ver tais multiplicadores, utilize a função `View()`:

```
View(MRT)
```

Os **Multiplicadores de Renda (Tipo II)** podem ser calculados com:

```
MRII = MRT / cr
```

Para ver tais multiplicadores, utilize a função `View()`:

```
View(MRII)
```

Para juntar os multiplicadores de emprego em uma única tabela de dados (*data frame*), utilize a função `cbind()`. Além disso, transforme o objeto em *data frame* com a função `as.data.frame()` e determine o nome das colunas com a função `colnames()`:

```
MultRen = cbind(Setores, MR, MRI, MRT, MRII)
MultRen = as.data.frame(MultRen)
colnames(MultRen) = c("Setores", "MR", "MRI", "MRT", "MRII")
```



Caso os dados estejam armazenados como fatores, transforme-os primeiro em “character” (texto) com a função `as.character()` e depois em “numeric” (numérico) com a função `as.numeric()`:

```
MultRen$MR = as.numeric(as.character(MultRen$MR))
MultRen$MRI = as.numeric(as.character(MultRen$MRI))
MultRen$MRT = as.numeric(as.character(MultRen$MRT))
MultRen$MRII = as.numeric(as.character(MultRen$MRII))
```

Para ver a tabela de dados, utilize a função `View()` ou simplesmente digite “MultRen” no *Console* do **RStudio**:

MultRen

##	Setores	MR	MRI	MRT	MRII
## 1	Agro	0.23909638	2.297985	0.41604616	3.998671
## 2	Ind.Extr	0.29996428	2.383660	0.52196102	4.147752
## 3	Ind.Tran	0.36678896	2.586250	0.63824110	4.500275
## 4	SIUP	0.26915304	2.643962	0.46834707	4.600697
## 5	Cons	0.36257345	1.810757	0.63090580	3.150856
## 6	Com	0.43314165	1.383320	0.75369992	2.407084
## 7	Transp	0.44378838	1.706910	0.77222605	2.970155
## 8	Info	0.39838932	1.715025	0.69322818	2.984276
## 9	Finan	0.37988304	1.523879	0.66102582	2.651667
## 10	Imob	0.03833075	3.117216	0.06669846	5.424196
## 11	Otrs.Serv	0.48527792	1.344106	0.84442106	2.338848
## 12	Adm	0.75579774	1.144139	1.31514643	1.990890



Como realizado na seção anterior, uma tabela pode ser gerada com as funções `flextable()`, `align()`, `set_caption()`, `footnote()` do pacote **flextable** e o auxílio do operador pipe `%>%` do pacote **dplyr**:

```
flextable(MultRen) %>%  
  align(align = "center", part = "all" ) %>%  
  set_caption(caption = "Multiplicadores de Renda") %>%  
  footnote(value = as_paragraph("Fonte: elaboração própria com dados da  
MIP do IBGE (2015)."),  
          ref_symbols = "")
```

Multiplicadores de Renda

Setores	MR	MRI	MRT	MRII
Agro	0,23909638	2,297985	0,41604616	3,998671
Ind.Extr	0,29996428	2,383660	0,52196102	4,147752
Ind.Tran	0,36678896	2,586250	0,63824110	4,500275
SIUP	0,26915304	2,643962	0,46834707	4,600697
Cons	0,36257345	1,810757	0,63090580	3,150856
Com	0,43314165	1,383320	0,75369992	2,407084
Transp	0,44378838	1,706910	0,77222605	2,970155
Info	0,39838932	1,715025	0,69322818	2,984276
Finan	0,37988304	1,523879	0,66102582	2,651667
Imob	0,03833075	3,117216	0,06669846	5,424196
Otrs.Serv	0,48527792	1,344106	0,84442106	2,338848
Adm	0,75579774	1,144139	1,31514643	1,990890

Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).

DICA! Para gerar tabelas em HTML ou LATEX, podemos usar também os pacotes **knitr** e **kableExtra** (e o auxílio do **dplyr**):

```
kable(MultRen, caption = "Multiplicadores de Renda", align = "lcccc") %>%  
  kable_styling(bootstrap_options = "striped", full_width = FALSE) %>%  
  footnote(general = "elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015)  
.",  
          general_title = "Fonte:",  
          footnote_as_chunk = TRUE, title_format = c("bold"))
```



Interpretações

Os Multiplicadores de Renda do Setor 1 (Agro), por exemplo, podem ser interpretados como:

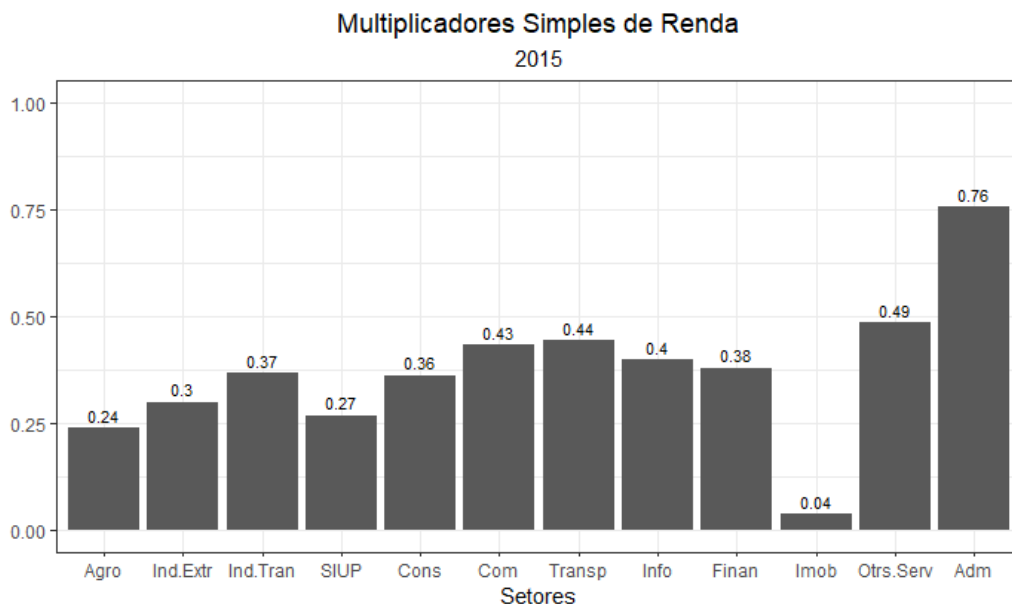
- **Multiplicador Simples de Renda (MR):** uma variação de demanda de R\$1,00 no Setor 1 (Agro) gera R\$0,2391 de renda na economia.
- **Multiplicador de Renda (Tipo I) (MRI):** para cada unidade de renda gerada diretamente no Setor 1 (Agro), tem-se um efeito multiplicador de R\$2,298 na economia.
- **Multiplicador Total de Renda Truncado (MRT):** uma variação de demanda de R\$1,00 no Setor 1 (Agro) gera R\$0,416 de renda na economia, incluindo o efeito induzido (apenas nos n setores produtivos).
- **Multiplicador de Renda (Tipo II) (MRII):** para cada unidade de renda gerada diretamente no Setor 1 (Agro), tem-se um efeito multiplicador de R\$3,9987 na economia, incluindo o efeito induzido (apenas nos n setores produtivos).



Com a tabela **MultRen** (tabela com os multiplicadores) podemos elaborar alguns gráficos com o pacote **ggplot2** (e o auxílio do pacote **scales**):

Multiplicadores Simples de Renda

```
ggplot(MultRen, aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = MR)) +
  geom_col() +
  theme_bw() +
  xlab("Setores") +
  ylab(" ") +
  ggtitle("Multiplicadores Simples de Renda") +
  labs(subtitle = "2015",
       caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015)
  ).") +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +
  geom_text(aes(label = round(MR, digits = 2)), vjust = -0.5, size = 3) +
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),
                     limits = c(0,1),
                     breaks = seq(from = 0, to = 1, by = 0.25))
```

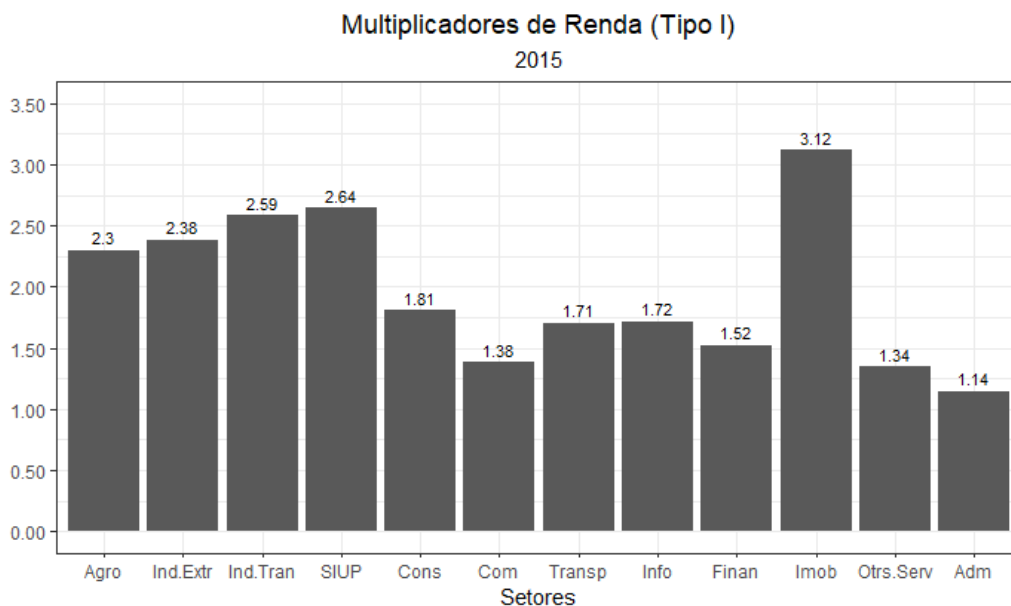


Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).



Multiplicadores de Renda (Tipo I)

```
ggplot(MultRen, aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = MRI)) +  
  geom_col() +  
  theme_bw() +  
  xlab("Setores") +  
  ylab(" ") +  
  ggtitle("Multiplicadores de Renda (Tipo I)") +  
  labs(subtitle = "2015",  
       caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015  
).") +  
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +  
  geom_text(aes(label = round(MRI, digits = 2)), vjust = -0.5, size = 3) +  
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),  
                    limits = c(0, 3.5),  
                    breaks = seq(from = 0, to = 3.5, by = 0.5))
```

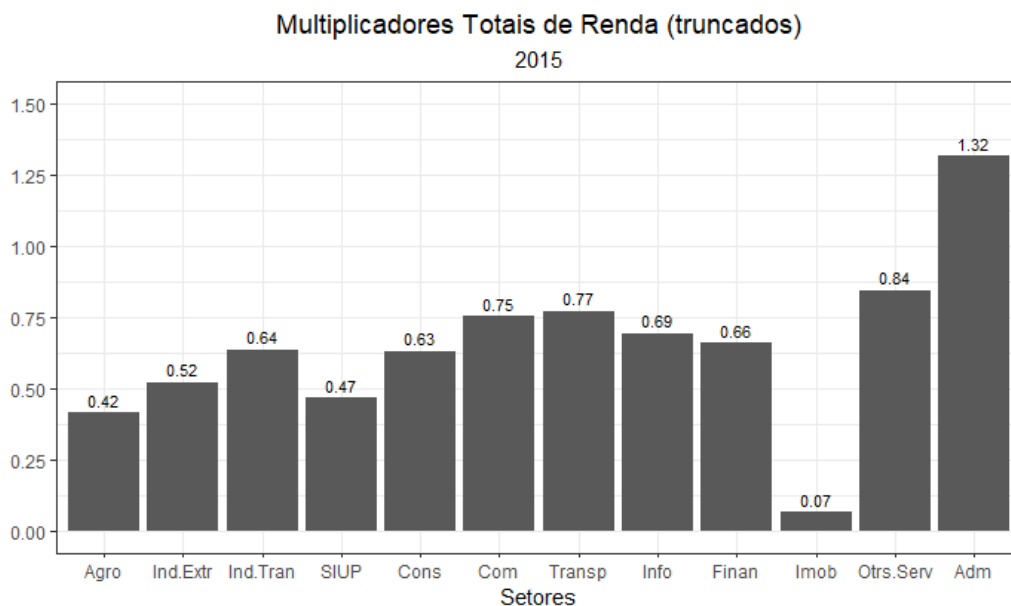


Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).



Multiplicadores Totais de Renda (truncados)

```
ggplot(MultRen, aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = MRT)) +  
  geom_col() +  
  theme_bw() +  
  xlab("Setores") +  
  ylab(" ") +  
  ggtitle("Multiplicadores Totais de Renda (truncados)") +  
  labs(subtitle = "2015",  
       caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015  
).") +  
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +  
  geom_text(aes(label = round(MRT, digits = 2)), vjust = -0.5, size = 3) +  
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),  
                    limits = c(0, 1.5),  
                    breaks = seq(from = 0, to = 1.5, by = 0.25))
```

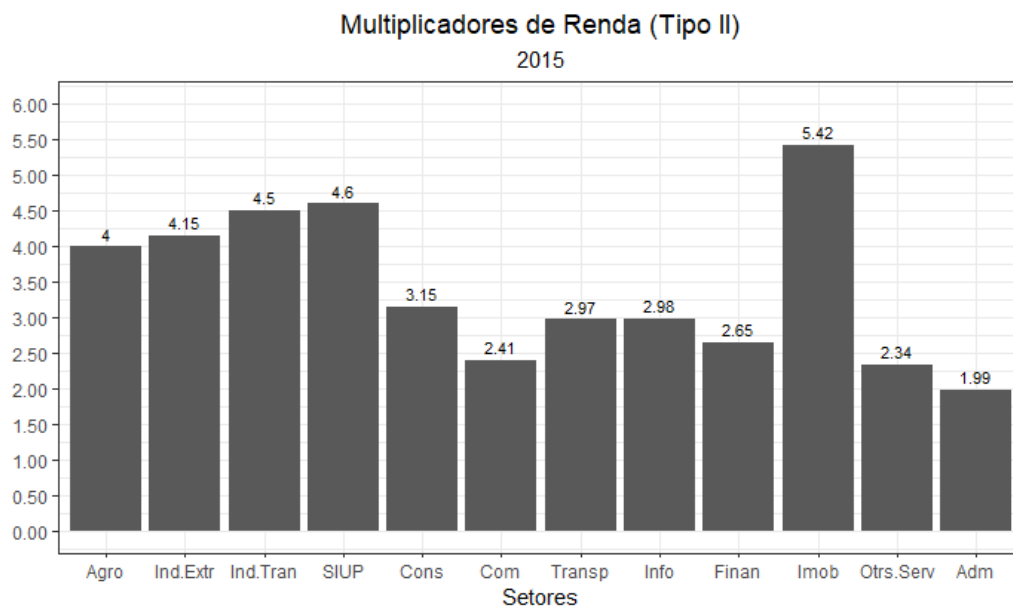


Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).



Multiplicadores de Renda (Tipo II)

```
ggplot(MultRen, aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = MRII)) +  
  geom_col() +  
  theme_bw() +  
  xlab("Setores") +  
  ylab(" ") +  
  ggtitle("Multiplicadores de Renda (Tipo II)") +  
  labs(subtitle = "2015",  
       caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015  
).") +  
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +  
  geom_text(aes(label = round(MRII, digits = 2)), vjust = -0.5, size = 3)  
+  
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),  
                     limits = c(0,6),  
                     breaks = seq(from = 0, to = 6, by = 0.5))
```



Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).



6.4. Outros

Similarmente, podemos calcular outros multiplicadores com a metodologia de insumo-produto:

- Valor-adicionado
- Impostos indiretos
- Energia
- Emissões
- Água

Observação: o cálculo dos multiplicadores depende da disponibilidade de dados. No caso de multiplicadores de emissões de CO₂, por exemplo, é necessário ter dados setoriais de volume de emissões.



7. Índices de Ligação





7. Índices de Ligação

7.1. Índices de Ligação HR

Com base em Rasmussen (1952), Hirschman (1958) e no modelo básico de insumo-produto (modelo de Leontief), podemos avaliar quais setores possuem maior poder de encadeamento dentro do sistema econômico. Ou seja, quais setores têm impacto acima da média sobre outros setores da economia. Para tal, podemos calcular dois índices:

- Índice de ligação para trás
- Índice de ligação para frente

A base de cálculo dos índices é feita com informações da matriz inversa de Leontief (**B**).

Levam-se em consideração as seguintes informações:

Elementos	Descrição
b_{ij}	Elementos da matriz inversa de Leontief
$b_{.j} = \sum_{i=1}^n b_{ij}$	Soma dos elementos de B nas colunas
$b_{i.} = \sum_{j=1}^n b_{ij}$	Soma dos elementos de B nas linhas
$b_{..} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij}$	Soma de todos os elementos de B
n	Número de setores
$\frac{b_{.j}}{n}$	Valor médio dos elementos na coluna j
$\frac{b_{i.}}{n}$	Valor médio dos elementos na linha i
$B^* = \frac{b_{..}}{n^2}$	Média dos elementos de B



Com essas informações, podemos calcular os índices de ligação da seguinte forma:

Índice de ligação para trás:

Os encadeamentos para trás (poder de dispersão) – U_j – determinam o quanto um setor demanda dos demais setores da economia:

$$U_j = \frac{b_{.j}/n}{B^*} \quad (36)$$

$U_j > 1$ indica que uma mudança unitária na demanda final do setor j cria um aumento acima da média na economia. Ou seja, o setor j gera uma resposta dos outros setores acima da média.

Índice de ligação para frente:

Os encadeamentos para frente (sensibilidade da dispersão) – U_i – determinam o quanto esse setor é demandado pelos demais setores da economia:

$$U_i = \frac{b_{i.}/n}{B^*} \quad (37)$$

$U_i > 1$ indica que uma mudança unitária na demanda final de todos os setores cria um aumento acima da média no setor i . Ou seja, o setor i tem uma dependência acima da média da produção dos outros setores.

Se

$$U_j = \frac{b_{.j}/n}{B^*} > 1$$

e

$$U_i = \frac{b_{i.}/n}{B^*} > 1$$

Então, o setor é considerado um **SETOR-CHAVE** na economia.

Os **setores-chave** são setores que contribuem acima da média para o crescimento da economia por possuírem fortes efeitos de encadeamento em termos do fluxo de bens e serviços.

Observação: para calcular o encadeamento para frente, utiliza-se também na literatura o modelo de insumo-produto pelo lado da oferta, ou seja, a matriz inversa de Ghosh (**G**).



Índice de ligação para frente (com Ghosh):

Similarmente, os encadeamentos para frente (sensibilidade da dispersão) – U_i^G – determinam o quanto esse setor é demandado pelos demais setores da economia:

$$U_i^G = \frac{g_{i.}/n}{G^*} \quad (38)$$

em que $g_{i.}$ representa a soma dos elementos de \mathbf{G} nas linhas; e G^* é a média dos elementos de \mathbf{G} .

$U_i^G > 1$ indica que uma mudança unitária na demanda final de todos os setores cria um aumento acima da média no setor i . Ou seja, o setor i tem uma dependência acima da média da produção dos outros setores.

Coefficientes de Variação:

O efeito multiplicador acima da média não implica alto número de ligações. Para tal, utilizam-se na literatura os **coeficientes de variação** para mostrar como as ligações se espalham pelos setores:

Os valores de V_j associam-se ao índice de poder de dispersão (U_j):

$$V_j = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [b_{ij} - (b_{.j}/n)]^2}}{b_{.j}/n}$$

Quanto menor for essa medida, maior será o número de setores atingidos pela variação na demanda final do setor j . Assim, se o setor apresentar $U_j > 1$ e um V_j baixo, isso significa que a atividade tem grande poder de dispersão e atinge muitos setores na economia.

Os valores de V_i associam-se ao índice de sensibilidade de dispersão (U_i):

$$V_i = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n [b_{ij} - (b_{i.}/n)]^2}}{b_{i.}/n}$$

Quanto menor for essa medida, maior será o número de setores atendidos pelas vendas do setor i . Assim, se o setor apresentar $U_i > 1$ e um V_i baixo, isso significa que apresenta grande sensibilidade à dispersão e atinge um grande número de atividades produtivas.

Observação: se ambas as medidas forem baixas, a interdependência da atividade com os demais setores é bem distribuída.



Índices de Ligação HR e Coeficientes de Variação

As somas dos elementos de **B** nas colunas ($b_{.j} = \sum_{i=1}^n b_{ij}$) e nas linhas ($b_{i.} = \sum_{j=1}^n b_{ij}$) podem ser encontradas com as funções `colSums()` e `rowSums()`:

```
SC = colSums(B)
SL = rowSums(B)
```

Os valores médios dos elementos na coluna j ($\frac{b_{.j}}{n}$) e na linha i ($\frac{b_{i.}}{n}$) podem ser encontrados com:

```
MC = SC / n
ML = SL / n
```

A média dos elementos de **B** ($B^* = \frac{b_{..}}{n^2}$) é calculada com auxílio da função `sum()` e do número de setores (n):

```
Bstar = sum(B) / n ** 2
```

Com isso, os Índices de Ligação para trás (BL) - $U_j = \frac{b_{.j}/n}{B^*}$ - e os Índices de Ligação para frente (FL) - $U_i = \frac{b_{i.}/n}{B^*}$ - são encontrados com:

```
BL = MC / Bstar
FL = ML / Bstar
```

Observação: para calcular os índices BL e FL em um único passo, utilize os comandos abaixo:

```
BL = colMeans(B) / mean(B)
FL = rowMeans(B) / mean(B)
```



Similarmente, podemos encontrar os Índices de Ligação para frente com a matriz de Ghosh (denominado aqui **FLG**):

```
SLG = rowSums(G)
MLG = SLG / n
Gstar = sum(G) / n ** 2
FLG = MLG / Gstar
```

Para juntar os índices em uma única tabela de dados (*data frame*), podemos utilizar novamente a função `cbind()`. Além disso, podemos usar a função `as.data.frame()` para transformar o objeto em *data frame* e a função `colnames()` para determinar o nome das colunas:

```
IndLig = cbind(Setores, BL, FL, FLG)
IndLig = as.data.frame(IndLig)
colnames(IndLig) = c("Setores", "BL", "FL", "FLG")
```

Caso os dados estejam armazenados como fatores, transforme-os primeiro em “character” (texto) com a função `as.character()` e depois em “numeric” (numérico) com a função `as.numeric()`:

```
IndLig$BL = as.numeric(as.character(IndLig$BL))
IndLig$FL = as.numeric(as.character(IndLig$FL))
IndLig$FLG = as.numeric(as.character(IndLig$FLG))
```

Para ver a tabela de dados, utilize a função `View()` ou simplesmente digite “IndLig” no *Console* do **RStudio**:

```
IndLig
##      Setores      BL      FL      FLG
## 1      Agro 1.0350224 0.8114232 1.1182272
## 2 Ind.Extr 1.0666956 0.7549857 1.1513243
## 3 Ind.Tran 1.2930103 2.0424267 1.0632905
## 4      SIUP 1.1726673 1.0097477 1.3142529
## 5      Cons 1.0905463 0.7324915 0.6885850
## 6      Com 0.9228499 1.0576728 0.9593154
## 7      Transp 1.1080226 1.0350979 1.2908795
## 8      Info 0.9877713 0.8527934 1.0677632
## 9      Finan 0.8985112 0.9747558 1.0494230
## 10      Imob 0.6684403 0.7034085 0.7226219
## 11 Otrs.Serv 0.9234591 1.3812388 0.9851576
## 12      Adm 0.8330037 0.6439580 0.5891596
```



Para identificar os **setores-chave**, podemos verificar quais setores apresentam **BL** e **FLG** maiores do que a unidade (1) simultaneamente. Para tal, podemos criar uma nova coluna na tabela de dados com a função `mutate()` do pacote **dplyr** e o teste lógico abaixo:

```
IndLig = mutate(IndLig,
                  Setores.Chave = ifelse(BL > 1 &
                                          FLG > 1, "Setor-Chave", "-")
)
```

Confira novamente a tabela de dados:

```
IndLig
##      Setores      BL      FL      FLG Setores.Chave
## 1      Agro 1.0350224 0.8114232 1.1182272 Setor-Chave
## 2 Ind.Extr 1.0666956 0.7549857 1.1513243 Setor-Chave
## 3 Ind.Tran 1.2930103 2.0424267 1.0632905 Setor-Chave
## 4      SIUP 1.1726673 1.0097477 1.3142529 Setor-Chave
## 5      Cons 1.0905463 0.7324915 0.6885850 -
## 6      Com 0.9228499 1.0576728 0.9593154 -
## 7      Transp 1.1080226 1.0350979 1.2908795 Setor-Chave
## 8      Info 0.9877713 0.8527934 1.0677632 -
## 9      Finan 0.8985112 0.9747558 1.0494230 -
## 10      Imob 0.6684403 0.7034085 0.7226219 -
## 11 Otrs.Serv 0.9234591 1.3812388 0.9851576 -
## 12      Adm 0.8330037 0.6439580 0.5891596 -
```

Observe que uma nova coluna indicará os setores-chave com base nos índices **BL** e **FLG**.

Conforme anteriormente, uma tabela pode ser gerada com as funções `flextable()`, `align()`, `set_caption()`, `footnote()` do pacote **flextable** e o auxílio do operador pipe `%>%` do pacote **dplyr**:

```
flextable(IndLig) %>%
  align(align = "center", part = "all" ) %>%
  set_caption(caption = "Índices de Ligação e Setores-Chave") %>%
  footnote(value = as_paragraph(c("Fonte: elaboração própria com dados da
MIP do IBGE (2015).", "Nota: Setores-Chave definidos com base nos índices
BL e FLG.")),
          ref_symbols = c("", ""))
```




Índices de Ligação e Setores-Chave

Setores	BL	FL	FLG	Setores.Chave
Agro	1,0350224	0,8114232	1,1182272	Setor-Chave
Ind.Extr	1,0666956	0,7549857	1,1513243	Setor-Chave
Ind.Tran	1,2930103	2,0424267	1,0632905	Setor-Chave
SIUP	1,1726673	1,0097477	1,3142529	Setor-Chave
Cons	1,0905463	0,7324915	0,6885850	-
Com	0,9228499	1,0576728	0,9593154	-
Transp	1,1080226	1,0350979	1,2908795	Setor-Chave
Info	0,9877713	0,8527934	1,0677632	-
Finan	0,8985112	0,9747558	1,0494230	-
Imob	0,6684403	0,7034085	0,7226219	-
Otrs.Serv	0,9234591	1,3812388	0,9851576	-
Adm	0,8330037	0,6439580	0,5891596	-

Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).

Nota: Setores-Chave definidos com base nos índices BL e FLG.

DICA! Para gerar tabelas em HTML ou LATEX, podemos usar também os pacotes **knitr** e **kableExtra** (e o auxílio do **dplyr**):

```
kable(IndLig, caption = "Índices de Ligação e Setores-Chave",
      align = "lcccc") %>%
  kable_styling(bootstrap_options = "striped", full_width = FALSE) %>%
  footnote(general = "elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015)
.",
          general_title = "Fonte:",
          alphabet = "Setores-Chave definidos com base nos índices BL e
FLG.",
          alphabet_title = "Nota:",
          footnote_as_chunk = TRUE, title_format = c("bold"))
```



Podemos utilizar a tabela de dados **IndLig** para fazer um gráfico com o pacote **ggplot2**. Além do **ggplot2**, vamos utilizar o pacote **scales** para formatar os eixos e o pacote **ggrepel** para evitar sobreposição dos rótulos (nome dos setores).

Faça a leitura dos três pacotes:

```
library(ggplot2)
library(scales)
library(ggrepel)
```

Observação: caso não tenha instalado os pacotes acima, utilize a função `install.packages()`:

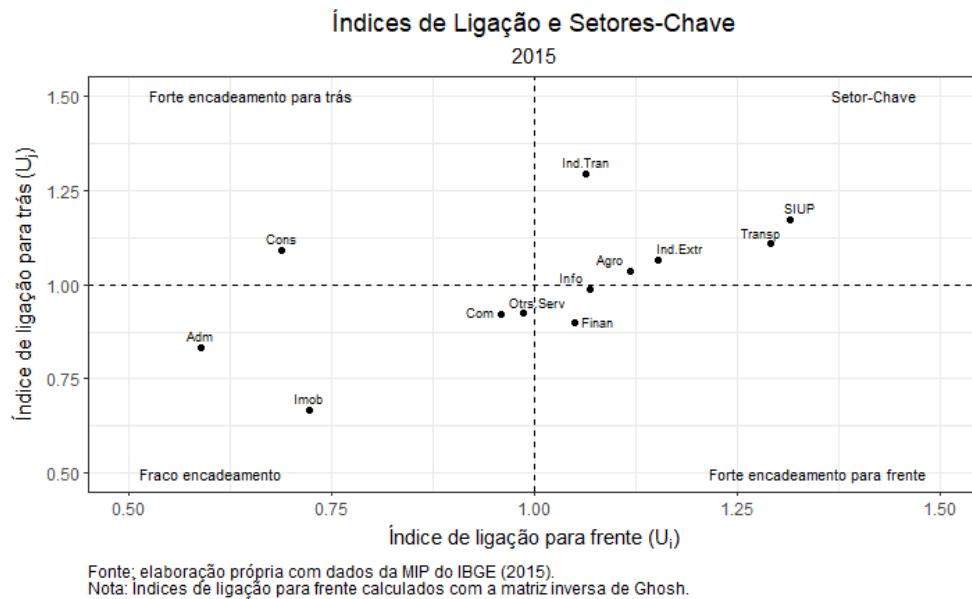
```
install.packages("ggplot2")
install.packages("scales")
install.packages("ggrepel")
```

O gráfico com os índices de ligação e setores-chave pode ser feito considerando 4 quadrantes:

- **Setor-Chave:** $U_j = \frac{b_{j/n}}{B^*} > 1$ e $U_i^G = \frac{g_{i/n}}{G^*} > 1$
- **Forte Encadeamento para trás:** $U_j = \frac{b_{j/n}}{B^*} > 1$ e $U_i^G = \frac{g_{i/n}}{G^*} < 1$
- **Fraco Encadeamento:** $U_j = \frac{b_{j/n}}{B^*} < 1$ e $U_i^G = \frac{g_{i/n}}{G^*} < 1$
- **Forte Encadeamento para frente:** $U_j = \frac{b_{j/n}}{B^*} < 1$ e $U_i^G = \frac{g_{i/n}}{G^*} > 1$



```
ggplot(IndLig, aes(x = FLG, y = BL)) +  
  geom_point() +  
  theme_bw() +  
  theme(plot.background = element_rect(fill = "#e6f2ff", colour = "#e6f2ff"  
")) +  
  xlab(expression("Índice de ligação para frente"~("U[i]*")) +  
  ylab(expression("Índice de ligação para trás"~("U[j]*")) +  
  ggtitle("Índices de Ligação e Setores-Chave") +  
  labs(subtitle = "2015",  
    caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015  
)\nNota: Índices de ligação para frente calculados com a matriz inversa d  
e Ghosh.") +  
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),  
    plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),  
    plot.caption = element_text(hjust = 0)) +  
  geom_text_repel(aes(label = Setores), vjust = 0.8, size = 2.5)+  
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),  
    limits = c(0.5,1.5),  
    breaks = seq(from = 0.5, to = 2, by = 0.25)) +  
  scale_x_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),  
    limits = c(0.5,1.5),  
    breaks = seq(from = 0.5, to = 1.5, by = 0.25)) +  
  geom_hline(yintercept=1, linetype="dashed", color = "black") +  
  geom_vline(xintercept=1, linetype="dashed", color = "black") +  
  annotate("text", x=1.42, y=1.5,  
    label= "Setor-Chave", colour='black', size=3) +  
  annotate('text', x=0.65, y=1.5,  
    label='Forte encadeamento para trás', colour='black', size=3) +  
  annotate('text', x=0.60, y=0.5,  
    label='Fraco encadeamento', colour='black', size=3) +  
  annotate('text', x=1.35, y=0.5,  
    label='Forte encadeamento para frente', colour='black', size=3)
```



Por fim, os **coeficientes de variação** são calculados com:

```
Vj = (((1 / (n - 1)) * (rowSums((B - MC) ** 2))) ** 0.5) / MC  
Vi = (((1 / (n - 1)) * (colSums((B - ML) ** 2))) ** 0.5) / ML
```

Para juntar os coeficientes em uma única tabela de dados (*data frame*), podemos utilizar o mesmo procedimento adotado acima:

```
CoefVar = cbind(Setores, Vj, Vi)  
CoefVar = as.data.frame(CoefVar)  
colnames(CoefVar) = c("Setores", "Vj", "Vi")
```

Caso os dados estejam armazenados como fatores, podemos fazer a seguinte transformação:

```
CoefVar$Vj = as.numeric(as.character(CoefVar$Vj))  
CoefVar$Vi = as.numeric(as.character(CoefVar$Vi))
```



Para ver a tabela de dados, utilize a função `View()` ou simplesmente digite “CoefVar” no *Console* do **RStudio**:

```
CoefVar
##      Setores      Vj      Vi
## 1      Agro 2.129466 2.708702
## 2 Ind.Extr 2.082497 2.889003
## 3 Ind.Tran 2.278957 1.298590
## 4      SIUP 2.432773 2.771267
## 5      Cons 2.122717 3.124222
## 6      Com 2.251192 1.973377
## 7      Transp 2.092317 2.213068
## 8      Info 2.384806 2.784718
## 9      Finan 2.573143 2.431224
## 10      Imob 3.087693 3.159154
## 11 Otrs.Serv 2.395742 1.566024
## 12      Adm 2.512822 3.353842
```

Conforme anteriormente, uma tabela mais organizada pode ser gerada com:

```
flextable(CoefVar) %>%
  align(align = "center", part = "all" ) %>%
  set_caption(caption = "Coeficientes de Variação") %>%
  footnote(value = as_paragraph("Fonte: elaboração própria com dados da
MIP do IBGE (2015)."),
  ref_symbols = "")
```



Coeficientes de Variação

Setores	Vj	Vi
Agro	2,129466	2,708702
Ind.Extr	2,082497	2,889003
Ind.Tran	2,278957	1,298590
SIUP	2,432773	2,771267
Cons	2,122717	3,124222
Com	2,251192	1,973377
Transp	2,092317	2,213068
Info	2,384806	2,784718
Finan	2,573143	2,431224
Imob	3,087693	3,159154
Otrs.Serv	2,395742	1,566024
Adm	2,512822	3,353842

Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).

DICA! Para gerar tabelas em HTML ou LATEX, podemos usar também os pacotes **knitr** e **kableExtra** (e o auxílio do **dplyr**):

```
kable(CoefVar, caption = "Coeficientes de Variação", align = "lcc") %>%
  kable_styling(bootstrap_options = "striped", full_width = FALSE) %>%
  footnote(general = "elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015)
.",
          general_title = "Fonte:",
          footnote_as_chunk = TRUE, title_format = c("bold"))
```



7.2. Índices Puros de Ligação

Conforme observado por Guilhoto (2009), os índices de ligação de Hirschman-Rasmussen (HR) não levam em consideração os níveis de produção de cada setor analisado. Portanto, Guilhoto et al. (1994, 1996) propõem uma abordagem que leva em consideração a importância do setor para o restante da economia em termos da produção de cada setor e da interação desse com outros setores, minimizando as limitações dos índices de ligação para frente e para trás.

A abordagem consiste nos **Índices Puros de Ligação** – também denominado **GHS**.

Baseado em Guilhoto et al. (1996), define-se inicialmente a matriz **A** (matriz de coeficientes técnicos) para um sistema de insumo-produto da seguinte maneira:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{jj} & \mathbf{A}_{jr} \\ \mathbf{A}_{rj} & \mathbf{A}_{rr} \end{bmatrix} \quad (39)$$

em que \mathbf{A}_{jj} e \mathbf{A}_{rr} são matrizes que representam os coeficientes diretos de insumos do setor j e do restante da economia r (economia menos o setor j), respectivamente; \mathbf{A}_{rj} e \mathbf{A}_{jr} representam matrizes com os insumos diretos comprados pelo restante da economia do setor j e os insumos diretos comprados pelo setor j do restante da economia, respectivamente.

A partir da matriz **A**, é possível representar a matriz inversa de Leontief (**B**) como:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{jj} & \mathbf{B}_{jr} \\ \mathbf{B}_{rj} & \mathbf{B}_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_{jj} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_j & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_{jr}\Delta_r \\ \mathbf{A}_{rj}\Delta_j & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (40)$$

em que os elementos são dados por:

$$\Delta_j = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{jj})^{-1}$$

$$\Delta_r = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{rr})^{-1}$$

$$\Delta_{jj} = (\mathbf{I} - \Delta_j \mathbf{A}_{jr} \Delta_r \mathbf{A}_{rj})^{-1}$$

$$\Delta_{rr} = (\mathbf{I} - \Delta_r \mathbf{A}_{rj} \Delta_j \mathbf{A}_{jr})^{-1}$$

A partir da matriz calculada na Equação (40), pode-se representar o caso geral de um modelo de insumo-produto, $\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}$, e derivar um conjunto de índices que podem ser usados para ordenar os setores tanto em termos de sua importância no valor da produção gerado quanto para verificar como ocorre o processo de produção na economia.



A partir da equação geral, pode-se obter:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_j \\ \mathbf{x}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_{jj} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_j & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_{jr}\Delta_r \\ \mathbf{A}_{rj} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_j \\ \mathbf{y}_r \end{bmatrix} \quad (41)$$

Realizando a multiplicação do lado direito da equação, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_j \\ \mathbf{x}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_{jj} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_j \mathbf{y}_j + \Delta_j \mathbf{A}_{jr} \Delta_r \mathbf{y}_r \\ \Delta_r \mathbf{A}_{rj} \Delta_j \mathbf{y}_j + \Delta_r \mathbf{y}_r \end{bmatrix} \quad (42)$$

A partir da Equação (42), podemos extrair o **Índice Puro de Ligação para trás** (PBL) e o **Índice Puro de Ligação para frente** (PFL):

$$PBL = \Delta_r \mathbf{A}_{rj} \Delta_j \mathbf{y}_j \quad (43)$$

$$PFL = \Delta_j \mathbf{A}_{jr} \Delta_r \mathbf{y}_r \quad (44)$$

Assim, temos as seguintes interpretações:

- O **Índice Puro de Ligação para trás** (PBL) representa o impacto do valor da produção total do setor j sobre o restante da economia r , livre da demanda de insumos próprios e dos retornos do restante da economia para o setor.
- O **Índice Puro de Ligação para frente** (PFL) indica o impacto do valor da produção total do restante da economia sobre o setor j .

O **Índice Puro Total das Ligações** (PTL), por sua vez, é a soma dos dois índices acima, expressos em valores correntes:

$$PTL = PBL + PFL \quad (45)$$

Como demonstrado por Guilhoto e Sesso Filho (2005), podem-se calcular também os **Índices Puros de Ligação Normalizados**, dividindo-se os índices puros pelo seu valor médio.

O **Índice Puro de Ligação Normalizado para trás** (PBLN) é dado por:

$$PBLN = \frac{PBL}{PBLm} \quad (46)$$

em que PBLm representa a média dos índices puros de ligação de todos os setores, dada por:

$$PBLm = \frac{\sum_{i=1}^n PBL_i}{n} \quad (47)$$

Procedimento análogo pode ser realizado para calcular o **Índice Puro de Ligação Normalizado para frente** (PFLN) e o **Índice Puro Total de Ligação Normalizado** (PTLN).



Índices Puros de Ligação

Para calcular os **Índices Puros de Ligação**, podemos usar o *loop* abaixo. Inicialmente, criamos uma matriz com 3 colunas e n linhas para receber os resultados:

```
IPL = matrix(NA, ncol = 3, nrow = n)
```

Os cálculos são feitos com o seguinte *loop*:

```
for (s in 1:n) {  
  for (i in 1:n) {  
    for (j in 1:n) {  
      if (s==i) {  
        if (i==j) {  
          yj = y[i]  
          yr = y[-i]  
  
          Ajj = A[i,j]  
          DJ = solve(1-Ajj)  
  
          Ajr = A[i,-j]  
          Arj = A[-i,j]  
          Arr = A[-i,-j]  
  
          DR = solve(diag(n-1)-Arr)  
  
          PBL = sum (DR %*% Arj %*% DJ %*% yj)  
          PFL = DJ %*% Ajr %*% DR %*% yr  
          PTL = PBL + PFL  
  
          IPuros = c(PBL,PFL,PTL)  
        }  
      }  
    }  
  }  
  IPL[s,] = IPuros  
}
```



Observe que os resultados são salvos na matriz criada no passo anterior (**IPL**). Para ver os resultados, utilize a função `View()` ou digite “IPL” no *Console* do **RStudio**:

```
IPL
##           [,1]      [,2]      [,3]
## [1,] 142978.18 230171.19 373149.4
## [2,]  80487.71 135612.33 216100.0
## [3,] 892910.29 629213.03 1522123.3
## [4,]  57269.73 178268.15 235537.9
## [5,] 372945.03 47487.50 420432.5
## [6,] 317986.98 389061.76 707048.7
## [7,] 105464.54 314577.77 420042.3
## [8,]  82142.77 153966.38 236109.2
## [9,]  94124.43 253995.10 348119.5
## [10,] 48447.27 88072.88 136520.2
## [11,] 327337.36 520532.48 847869.8
## [12,] 443933.94 27561.34 471495.3
```

Para encontrar os **Índices Puros de Ligação Normalizados**, podemos realizar as seguintes operações:

```
IPLm = (colSums(IPL) / n)
IPLm = as.vector(IPLm)

IPLN = IPL %*% (diag(1 / IPLm))
```

Similarmente aos passos realizados anteriormente, podemos transformar a matriz **IPLN** em uma tabela de dados e inserir os nomes dos setores:

```
IPLN = as.data.frame(IPLN)
IPLN = cbind(Setores, IPLN)
colnames(IPLN) = c("Setores", "PBLN", "PFLN", "PTL")
```



Para ver a tabela de dados, utilize a função `View()` ou simplesmente digite “IPLN” no *Console* do **RStudio**:

```
IPLN
##      Setores      PBLN      PFLN      PTL
## 1      Agro 0.5784632 0.9304483 0.7545296
## 2 Ind.Extr 0.3256383 0.5482018 0.4369668
## 3 Ind.Tran 3.6125494 2.5435424 3.0778215
## 4      SIUP 0.2317027 0.7206345 0.4762712
## 5      Cons 1.5088664 0.1919643 0.8501389
## 6      Com 1.2865163 1.5727505 1.4296935
## 7      Transp 0.4266900 1.2716550 0.8493499
## 8      Info 0.3323344 0.6223966 0.4774264
## 9      Finan 0.3808100 1.0267545 0.7039179
## 10      Imob 0.1960087 0.3560275 0.2760517
## 11 Otrs.Serv 1.3243462 2.1042102 1.7144419
## 12      Adm 1.7960744 0.1114145 0.9533907
```

Para gerar a tabela mais organizada, podemos usar novamente as funções `flextable()`, `align()`, `set_caption()`, `footnote()` do pacote **flextable** e o auxílio do operador pipe `%>%` do pacote **dplyr**:

```
flextable(IPLN) %>%
  align(align = "center", part = "all" ) %>%
  set_caption(caption = "Índices Puros de Ligação Normalizados") %>%
  footnote(value = as_paragraph("Fonte: elaboração própria com dados da
MIP do IBGE (2015)."),
          ref_symbols = "")
```



Índices Puros de Ligação Normalizados

Setores	PBLN	PFLN	PTL
Agro	0,5784632	0,9304483	0,7545296
Ind.Extr	0,3256383	0,5482018	0,4369668
Ind.Tran	3,6125494	2,5435424	3,0778215
SIUP	0,2317027	0,7206345	0,4762712
Cons	1,5088664	0,1919643	0,8501389
Com	1,2865163	1,5727505	1,4296935
Transp	0,4266900	1,2716550	0,8493499
Info	0,3323344	0,6223966	0,4774264
Finan	0,3808100	1,0267545	0,7039179
Imob	0,1960087	0,3560275	0,2760517
Otrs.Serv	1,3243462	2,1042102	1,7144419
Adm	1,7960744	0,1114145	0,9533907

Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).

DICA! Para gerar tabelas em HTML ou LATEX, podemos usar também os pacotes **knitr** e **kableExtra** (e o auxílio do **dplyr**):

```
kable(IPLN, caption = "Índices Puros de Ligação Normalizados",
      align = "lccc") %>%
  kable_styling(bootstrap_options = "striped", full_width = FALSE) %>%
  footnote(general = "elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015)
.",
          general_title = "Fonte:",
          footnote_as_chunk = TRUE, title_format = c("bold"))
```



8. Campo de Influência





8. Campo de Influência

Apesar de os índices de ligação Hirschman-Rasmussen avaliarem a importância dos setores em termos de seus impactos no sistema como um todo, há uma dificuldade de visualização desses principais elos de ligação (GUILHOTO, 2011).

Portanto, para visualizar os principais elos de ligação dentro da economia, Sonis e Hewings (1989, 1994) desenvolveram a metodologia denominada **campo de influência**.

O conceito de campo de influência mostra como se distribuem as mudanças dos coeficientes diretos no sistema econômico como um todo, permitindo a determinação de quais relações entre os setores seriam mais importantes dentro do processo produtivo. Ou seja, a determinação dos setores que apresentam um maior poder de influência sobre os demais, ou melhor, quais coeficientes que, alterados, teriam um maior impacto no sistema como um todo.

Para o cálculo do campo de influência, parte-se da matriz de coeficientes técnicos de produção, $\mathbf{A} = \{a_{ij}\}$, e de uma matriz de variações incrementais nesses coeficientes técnicos dada por $\mathbf{E} = \{\varepsilon_{ij}\}$ com mesma dimensão de \mathbf{A} ($n \times n$).

A partir disso, calcula-se a matriz inversa de Leontief (\mathbf{A}) de duas formas:

- Sem assumir incrementos:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \{b_{ij}\} \quad (48)$$

- Com incrementos nos coeficientes técnicos a_{ij} :

$$\mathbf{B}(\mathbf{E}) = (\mathbf{I} - [\mathbf{A} + \mathbf{E}])^{-1} = \{b_{ij}(E)\} \quad (49)$$

De acordo com Sonis e Hewings (1989, 1994) e conforme especificado por Guilhoto (2011), se a variação for pequena e ocorrer em apenas um único coeficiente técnico, então:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{cases} \varepsilon & \forall i = i_1, j = j_1 \\ 0 & \forall i \neq i_1, j \neq j_1 \end{cases}, \quad \varepsilon > 0 \quad (50)$$

Dessa forma, há uma aproximação do campo de influência pela seguinte expressão:

$$\mathbf{F}(\varepsilon_{ij}) = \frac{\mathbf{B}(\varepsilon_{ij}) - \mathbf{B}}{\varepsilon_{ij}} = \{f_{kl}(\varepsilon_{ij})\} \quad (51)$$

em que $\mathbf{F}(\varepsilon_{ij})$ é a matriz ($n \times n$) do campo de influência da mudança no coeficiente técnico a_{ij} e k e l são índices similares a i e j , definidos anteriormente, entretanto, utilizados para matriz $\mathbf{F}(\varepsilon_{ij})$.

Esse procedimento é repetido para todos os coeficientes de \mathbf{A} , isto é, calculam-se matrizes \mathbf{F} para cada coeficiente técnico de \mathbf{A} assumindo-se variações isoladas incidindo sobre cada um.



Para determinar quais coeficientes técnicos possuem o maior campo de influência, calcula-se para a sua correspondente matriz $\mathbf{F}(\varepsilon_{ij})$ o seguinte indicador:

$$S_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n [f_{kl}(\varepsilon_{ij})]^2 \quad (52)$$

Cada coeficiente técnico a_{ij} de \mathbf{A} possuirá um valor associado S_{ij} calculado pelo procedimento acima.

Os coeficientes técnicos que possuírem os maiores valores de S_{ij} serão aqueles com os maiores campos de influência dentro da economia como um todo, ou seja, aqueles que apresentam relações setoriais com maior sensibilidade às mudanças, promovendo, assim, maiores impactos na economia.



Campo de Influência

O campo de influência pode ser calculado com o *loop* abaixo. Para tal, definimos primeiro o incremento (ε ou *ee*), a matriz de variações incrementais (**E**) e a matriz de campo de influência (**SI**) para receber os resultados.

```
ee = 0.001
E = matrix(0, ncol = n, nrow = n)
SI = matrix(0, ncol = n, nrow = n)
```

Repare que a matriz **E** é inicialmente preenchida com zeros. O incremento é feito dentro do *loop* para cada uma das relações intersetoriais.

O *loop* para cálculo do campo de influência é dado por:

```
for (i in 1:n) {
  for (j in 1:n) {
    E[i, j] = ee
    AE = A + E
    BE = solve(I - AE)
    FE = (BE - B) / ee
    FEq = FE * FE
    S = sum(FEq)
    SI[i, j] = S
    E[i, j] = 0
  }
}
```

Feito isso, temos a matriz de campo de influência (**SI**) com os indicadores S_{ij} .



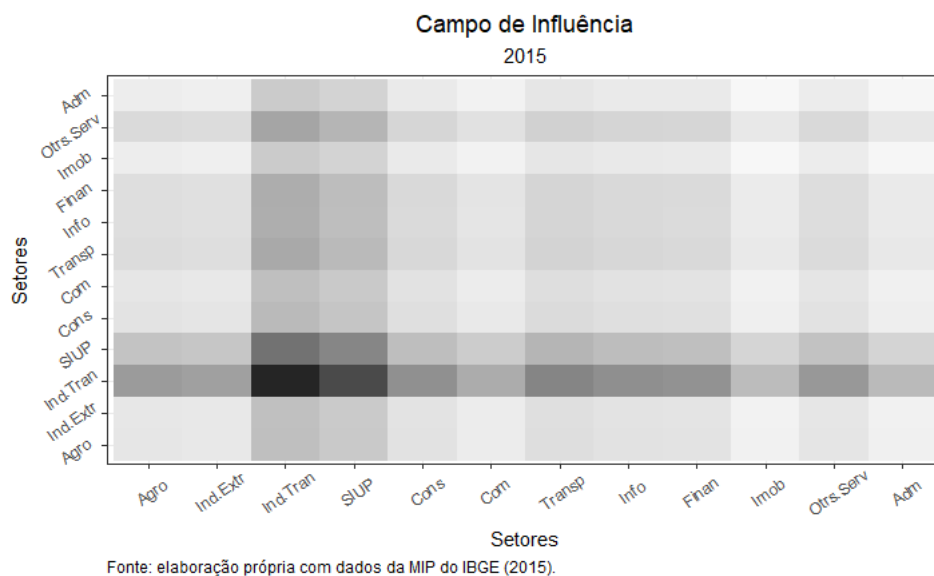
As principais ligações dentro da economia podem ser observadas com o gráfico abaixo:

```

sx = Setores[1:n, ]
sy = Setores[1:n, ]
data = expand.grid(X = sx, Y = sy)

ggplot(data, aes(X, Y, fill = SI)) +
  geom_tile() +
  theme_bw() +
  xlab("Setores") +
  ylab("Setores") +
  ggtitle("Campo de Influência") +
  labs(subtitle = "2015",
       caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015)
).") +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +
  theme(axis.text.x = element_text(angle=35, vjust = 0.7),
        axis.text.y = element_text(angle=35, hjust = 0.7)) +
  theme(legend.position = "none") +
  scale_fill_distiller(palette = "Greys", trans = "reverse")

```





Além disso, critérios adicionais podem ser adotados para facilitar a visualização. Podemos classificar os elos de ligação em:

- Menores que a média (" $< \text{Média}$ ")
- Menores que a média mais um desvio-padrão (" $< \text{Média} + \text{DP}$ ")
- Menores que a média mais dois desvios-padrão (" $< \text{Média} + 2\text{DP}$ ")
- Maiores que a média mais dois desvios-padrão (" $> \text{Média} + 2\text{DP}$ ")

Para tal, podemos transformar a matriz **SI** em *tibble* com a função `as_tibble()` do pacote **tibble** e usar as funções `mutate_all()`, `funcs()` e `case_when()` do pacote **dplyr** para substituir os valores da matriz segundo os critérios definidos acima:

```
library(tibble)
SI2 = as_tibble(SI) %>%
  mutate_all(funcs(case_when(. < mean(SI) ~ 1,
                             . >= mean(SI) & . < (mean(SI) + sd(SI)) ~ 2,
                             . >= (mean(SI) + sd(SI)) & . < (mean(SI) + 2 *
sd(SI)) ~ 3,
                             . >= (mean(SI) + 2 * sd(SI)) ~ 4)))
```

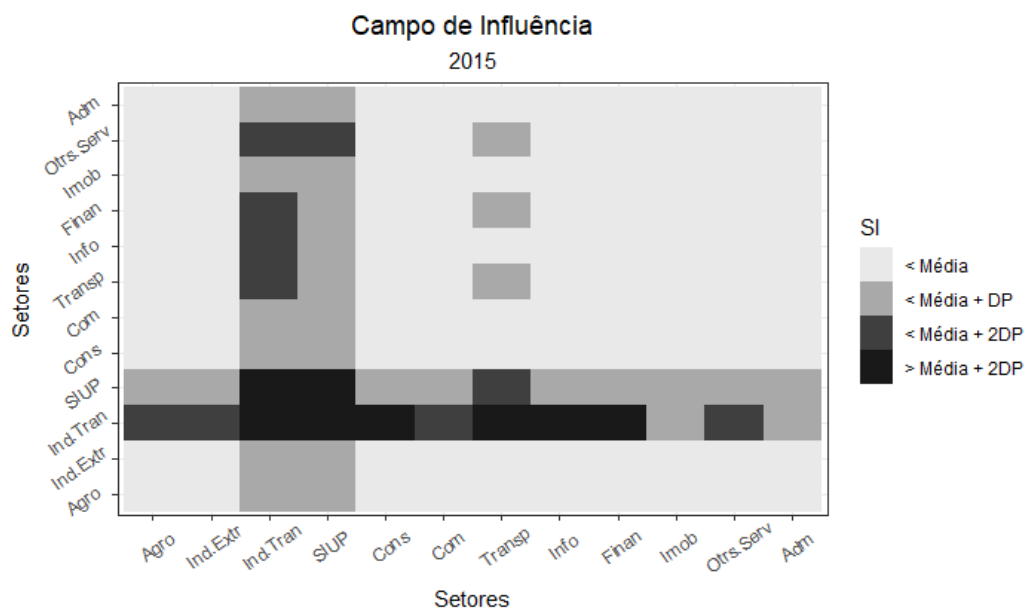
Para facilitar a visualização, podemos transformar os dados em fatores (objeto utilizado para expressar uma variável categórica):

```
SI2 = as.factor(as.matrix(SI2))
```



Novamente, podemos utilizar o pacote **ggplot2** para refazer o gráfico de campo de influência com as 4 categorias definidas:

```
ggplot(data, aes(X, Y)) +  
  geom_tile(aes(fill = SI2)) +  
  theme_bw() +  
  xlab("Setores") +  
  ylab("Setores") +  
  ggtitle("Campo de Influência") +  
  labs(subtitle = "2015",  
       caption = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015  
).") +  
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5),  
        plot.caption = element_text(hjust = 0)) +  
  theme(axis.text.x = element_text(angle=35, vjust = 0.7),  
        axis.text.y = element_text(angle=35, hjust = 0.7)) +  
  scale_fill_manual(name = "SI",  
                    values=c("#e9e9e9", "#a9a9a9", "#3f3f3f", "#191919"),  
                    labels = c("< Média", "< Média + DP", "< Média + 2DP", "> Média +  
DP"))
```





9. Extração Hipotética





9. Extração Hipotética

O método de extração hipotética no contexto dos modelos regionais de insumo-produto consiste na extração de um setor, por exemplo, do sistema. A técnica permite analisar a importância de um setor em uma estrutura econômica dada a sua extração e consequente redução do nível de atividade na economia. Portanto, quanto maior o nível de interdependência desse setor em relação aos demais, maior será o impacto gerado.

De acordo com Miller e Blair (2009), o objetivo do método de extração hipotética é quantificar quanto a produção total de uma economia com n setores pode se modificar (no caso diminuir) se um determinado setor, digamos o j -ésimo, for removido da mesma.

Em termos gerais, a extração pode ser realizada de três formas:

- Extração total do setor (ou agente) – colunas e linhas
- Extração da estrutura de compras (ligação para trás) – extração das colunas
- Extração da estrutura de vendas (ligação para frente) – extração das linhas

Vamos considerar os dois últimos casos:

Extração da estrutura de compras:

No caso da extração da estrutura de compras, considere novamente o caso geral de um modelo de insumo-produto com n setores produtivos:

$$\mathbf{x} = \mathbf{Ax} + \mathbf{y} \quad (53)$$

e a seguinte equação básica de equilíbrio:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \quad (54)$$

Se a extração ocorre nos elementos de compras, pode-se, genericamente, afirmar que o j -ésimo setor não compra insumos dos setores produtivos. Nesse caso, a nova matriz \mathbf{A} será representada por $\mathbf{A}_{(j)}^*$, sendo essa a matriz com a extração hipotética da j -ésima coluna da matriz \mathbf{A} .

Portanto, a solução para esse caso é dada por:

$$\mathbf{x}_{(j)}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{(j)}^*)^{-1}\mathbf{y} \quad (55)$$

Comparando as equações (54) e (55), é possível calcular os impactos da extração das ligações para trás a partir de:

$$t_{(j)} = \mathbf{i}'\mathbf{x} - \mathbf{i}'\mathbf{x}_{(j)}^* \quad (56)$$

em que $t_{(j)}$ representa uma medida de ligação para trás total para o setor j .

Em outras palavras, $t_{(j)}$ é uma medida agregada de perda na economia – diminuição da produção total se o setor j “desaparecer”. É uma medida da importância relativa do setor j (grau de interdependência econômica).



Vale ressaltar que o resultado também pode ser desagregado para os n setores. Nesse caso, com $\mathbf{i}'\mathbf{x} - \mathbf{i}'\mathbf{x}_{(j)}^*$, temos a dependência para trás do setor j em relação ao setor i .

Extração da estrutura de vendas:

Para mensuração dos impactos da extração das ligações para frente, podemos considerar o modelo de insumo-produto pelo lado da oferta:

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (57)$$

e seguinte equação básica de equilíbrio:

$$\mathbf{x} = \mathbf{v}(\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \quad (58)$$

Se a extração ocorre nos elementos de vendas, pode-se, genericamente, afirmar que o i -ésimo setor não vende insumos aos setores produtivos. Nesse caso, a nova matriz \mathbf{F} será representada por $\mathbf{F}_{(i)}^*$, sendo essa a matriz com a extração hipotética da i -ésima linha da matriz \mathbf{F} .

Portanto, a solução para esse caso é dada por:

$$\mathbf{x}_{(j)}^* = \mathbf{v}(\mathbf{I} - \mathbf{F}_{(i)}^*)^{-1} \quad (59)$$

Comparando as equações (58) e (59), é possível calcular os impactos da extração das ligações para frente a partir de:

$$t_{(i)} = \mathbf{x}\mathbf{i} - \mathbf{x}_{(i)}^*\mathbf{i} \quad (60)$$

em que $t_{(i)}$ representa uma medida de ligação para frente total para o setor i .

Em outras palavras, $t_{(i)}$ é uma medida agregada de perda na economia – diminuição da produção total se o setor i “desaparecer”. É uma medida da importância relativa do setor i (grau de interdependência econômica).

O resultado também pode ser desagregado para os n setores. Nesse caso, com $\mathbf{i}'\mathbf{x} - \mathbf{i}'\mathbf{x}_{(i)}^*$, temos a dependência para frente do setor i em relação ao setor j .



Medida percentual:

Em ambos os casos, na extração da estrutura tanto de compras quanto de vendas, podemos fazer a normalização por meio da divisão dos resultados pela produção total e multiplicação por 100 para obter uma estimativa percentual:

$$T_{(j)} = \frac{\mathbf{i}'\mathbf{x} - \mathbf{i}'\mathbf{x}_{(j)}^*}{\mathbf{i}'\mathbf{x}} \times 100 \quad (61)$$

$$T_{(i)} = \frac{\mathbf{x}\mathbf{i} - \mathbf{x}_{(i)}^*\mathbf{i}}{\mathbf{i}'\mathbf{x}} \times 100 \quad (62)$$

Observação: para uma visão geral de outras taxonomias de extração, recomenda-se a leitura do *Appendix 12W.1 - Hypothetical Extractions with Partitioned Matrices* de Miller e Blair (2009).



Extração Hipotética

A extração pode ser feita com o *loop* abaixo. Para tal, definimos, primeiro, dois objetos para receberem os resultados.

```
BLextrac = matrix(NA, ncol=1, nrow=n)
FLEXtrac = matrix(NA, ncol=1, nrow=n)
```

Repare que as matrizes são inicialmente preenchidas com “NA”.

O *loop* para cálculo da extração hipotética é dado por:

```
for (i in 1:n) {
  for (j in 1:n) {
    ABL = A
    ABL[, j] = 0
    BBL = solve(I - ABL)
    xbl = BBL %*% y
    tbl = sum(x) - sum(xbl)
    BLextrac[j] = tbl
    BLextracp = BLextrac / sum(x) * 100

    FFL = F
    FFL[i, ] = 0
    GFL = solve(I - FFL)
    xfl = t(sp) %*% GFL
    tfl = sum(x) - sum(xfl)
    FLEXtrac[i] = tfl
    FLEXtracp = FLEXtrac / sum(x) * 100

    Extrac = cbind(BLextrac, FLEXtrac, BLextracp, FLEXtracp)
    colnames(Extrac) = c("BL", "FL", "BL%", "FL%")
  }
}
```

ATENÇÃO! Para encontrar o equilíbrio, consideram-se no setor de pagamentos o valor adicionado, as importações e impostos indiretos. Ver o objeto **sp** importado da base de dados.



Para ver a tabela de resultados, utilize a função `View()` ou simplesmente digite “Extrac” no *Console* do **RStudio**:

```
Extrac
```

##		BL	FL	BL%	FL%
##	[1,]	321581.18	443125.78	3.1444735	4.3329564
##	[2,]	188188.11	256007.60	1.8401341	2.5032842
##	[3,]	2159586.08	1680590.12	21.1167864	16.4330854
##	[4,]	220502.93	311749.16	2.1561138	3.0483343
##	[5,]	464161.55	129252.80	4.5386477	1.2638551
##	[6,]	558958.68	742738.13	5.4655895	7.2626150
##	[7,]	367419.40	567639.38	3.5926871	5.5504709
##	[8,]	195182.85	274529.30	1.9085299	2.6843925
##	[9,]	245961.67	433813.63	2.4050535	4.2419007
##	[10,]	59929.26	155813.30	0.5859981	1.5235680
##	[11,]	695352.62	982162.22	6.7992718	9.6037430
##	[12,]	460931.69	58768.75	4.5070656	0.5746505

Para colocar os nomes dos setores e renomear as colunas, utilize os seguintes comandos:

```
Extrac = cbind(Setores, Extrac)
colnames(Extrac) = c("Setores", "BL", "FL", "BL%", "FL%")
```

Como realizado na seção anterior, uma tabela pode ser gerada com as funções `flextable()`, `align()`, `set_caption()`, `footnote()` do pacote **flextable** e o auxílio do operador pipe `%>%` do pacote **dplyr**:

```
flextable(Extrac) %>%
  align(align = "center", part = "all" ) %>%
  set_caption(caption = "Extração Hipotética") %>%
  footnote(value = as_paragraph("Fonte: elaboração própria com dados da
MIP do IBGE (2015)."),
          ref_symbols = "")
```



Extração Hipotética

Setores	BL	FL	BL%	FL%
Agro	321581,18	443125,78	3,1444735	4,3329564
Ind.Extr	188188,11	256007,60	1,8401341	2,5032842
Ind.Tran	2159586,08	1680590,12	21,1167864	16,4330854
SIUP	220502,93	311749,16	2,1561138	3,0483343
Cons	464161,55	129252,80	4,5386477	1,2638551
Com	558958,68	742738,13	5,4655895	7,2626150
Transp	367419,40	567639,38	3,5926871	5,5504709
Info	195182,85	274529,30	1,9085299	2,6843925
Finan	245961,67	433813,63	2,4050535	4,2419007
Imob	59929,26	155813,30	0,5859981	1,5235680
Otrs.Serv	695352,62	982162,22	6,7992718	9,6037430
Adm	460931,69	58768,75	4,5070656	0,5746505

Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).

DICA! Para gerar tabelas em HTML ou LATEX, podemos usar também os pacotes **knitr** e **kableExtra** (e o auxílio do **dplyr**):

```
kable(Extrac, caption = "Extração Hipotética", align = "lcccc") %>%  
  kable_styling(bootstrap_options = "striped", full_width = FALSE) %>%  
  footnote(general = "elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015)  
.",  
          general_title = "Fonte:",  
          footnote_as_chunk = TRUE, title_format = c("bold"))
```

Interpretações

Os resultados da extração do Setor 1 (Agro), por exemplo, podem ser interpretados como:

- Dada a extração da estrutura de compras do Setor 1 (Agro), o produto da economia diminui em R\$321581,1829 milhões, ou seja, 3,1445%.
- Dada a extração da estrutura de vendas intermediárias do Setor 1 (Agro), o produto da economia diminui em R\$443125,7798 milhões, ou seja, 4,333%.

A interpretação para os demais setores é análoga.



10. Decomposição Estrutural





10. Decomposição Estrutural

O método de decomposição estrutural (*Structural Decomposition Analysis* – SDA) tem sua origem nos desenvolvimentos de Carter (1970) e com significativas contribuições de Blair e Wyckoff (1989), Skolka (1989) e Rose e Casler (1996) – ver Miller e Blair (2009) para uma discussão mais detalhada.

Em geral, o método permite **decompor as relações de insumo-produto** em quaisquer dois pontos no tempo, digamos $t = 0$ e $t = 1$, como a soma dos efeitos associados a cada uma das fontes individuais de mudança.

Com o método, pode-se perceber que, para qualquer mudança na produção, parte é devido a **mudanças técnicas** dos setores e parte é proveniente de **mudanças na demanda final**.

Como usual, consideramos inicialmente a equação básica do modelo de insumo-produto:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \quad (63)$$

em que \mathbf{x} é o valor bruto da produção; $\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ é a matriz inversa de Leontief; e \mathbf{y} é o vetor com a demanda final.

Considerando mais de um período, podemos reescrever a Equação (63) como:

$$\mathbf{x}^t = (\mathbf{I} - \mathbf{A}^t)^{-1}\mathbf{y}^t \quad (64)$$

ou

$$\mathbf{x}^t = \mathbf{B}^t\mathbf{y}^t \quad (65)$$

em que t assume valor 0 para o ano inicial ($t = 0$) e 1 para o ano final ($t = 1$).

Logo, a equação básica do modelo de insumo-produto no ano 0 é dada por:

$$\mathbf{x}^0 = \mathbf{B}^0\mathbf{y}^0 \quad (66)$$

e no ano 1 por:

$$\mathbf{x}^1 = \mathbf{B}^1\mathbf{y}^1 \quad (67)$$

Com base nas Equações (66) e (67), a mudança observada na produção total no período pode ser representada por:

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x}^1 - \mathbf{x}^0 = \mathbf{B}^1\mathbf{y}^1 - \mathbf{B}^0\mathbf{y}^0 \quad (68)$$



Para decompor a mudança total na produção ($\Delta \mathbf{x}$) em relação aos componentes da equação de equilíbrio do modelo de insumo-produto, podemos considerar as variações em \mathbf{B} e em \mathbf{y} :

$$\Delta \mathbf{B} = \mathbf{B}^1 - \mathbf{B}^0 \quad (69)$$

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{y}^1 - \mathbf{y}^0 \quad (70)$$

ATENÇÃO! Com o objetivo de remover a influência de variações nos preços, usam-se os dados a preços do mesmo ano.

Existem diversas possibilidades de decompor a Equação (68):

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}^1 - \mathbf{x}^0 = \mathbf{B}^1 \mathbf{y}^1 - \mathbf{B}^0 \mathbf{y}^0$$

Decomposição 1:

Podemos usar somente valores do ano 1 para \mathbf{B} e somente valores do ano 0 para \mathbf{y} , tal que:

$$\mathbf{B}^0 = \mathbf{B}^1 - \Delta \mathbf{B} \quad (71)$$

$$\mathbf{y}^1 = \Delta \mathbf{y} + \mathbf{y}^0 \quad (72)$$

Substituindo as Equações (71) e (72) na Equação (68), temos:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{B}^1 (\Delta \mathbf{y} + \mathbf{y}^0) - (\mathbf{B}^1 - \Delta \mathbf{B}) \mathbf{y}^0 \quad (73)$$

Rearranjando:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{B}^1 \Delta \mathbf{y} + \mathbf{B}^1 \mathbf{y}^0 - \mathbf{B}^1 \mathbf{y}^0 + \Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^0 \quad (74)$$

Logo:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{B}^1 \Delta \mathbf{y} + \Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^0 \quad (75)$$

A Equação (75) representa uma decomposição direta da mudança total na produção em dois componentes:

- Uma parte que reflete variações na demanda final ($\Delta \mathbf{y}$), ponderada pela tecnologia do ano 1 (\mathbf{B}^1); e
- Uma parte que é atribuída a mudanças na tecnologia ($\Delta \mathbf{B}$), ponderada pela demanda final do ano 0 (\mathbf{y}^0).

Para entender a intuição por trás dessa decomposição, podemos considerar cada um dos componentes da Equação (75).



O primeiro termo é dado por:

$$\mathbf{B}^1 \Delta \mathbf{y} = \mathbf{B}^1 \mathbf{y}^1 - \mathbf{B}^1 \mathbf{y}^0 \quad (76)$$

em que:

- $\mathbf{B}^1 \mathbf{y}^1$ representa a produção necessária para satisfazer a demanda final de $t = 1$ (\mathbf{y}^1) com a tecnologia de $t = 1$ (\mathbf{B}^1); e
- $\mathbf{B}^1 \mathbf{y}^0$ representa a produção necessária para satisfazer a demanda final de $t = 0$ (\mathbf{y}^0) com a tecnologia de $t = 1$ (\mathbf{B}^1)

O segundo termo, por sua vez, é dado por:

$$\Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^0 = \mathbf{B}^1 \mathbf{y}^0 - \mathbf{B}^0 \mathbf{y}^0 \quad (77)$$

em que:

- $\mathbf{B}^1 \mathbf{y}^0$ representa a produção necessária para satisfazer a demanda final de $t = 0$ (\mathbf{y}^0) com a tecnologia de $t = 1$ (\mathbf{B}^1); e
- $\mathbf{B}^0 \mathbf{y}^0$ representa a produção necessária para satisfazer a demanda final de $t = 0$ (\mathbf{y}^0) com a tecnologia de $t = 0$ (\mathbf{B}^0)

Decomposição 2:

Alternativamente, podemos usar somente valores do ano 0 para \mathbf{B} e somente valores do ano 1 para \mathbf{y} tal que:

$$\mathbf{B}^1 = \mathbf{B}^0 + \Delta \mathbf{B} \quad (78)$$

$$\mathbf{y}^0 = \mathbf{y}^1 - \Delta \mathbf{y} \quad (79)$$

Substituindo as Equações (78) e (79) na Equação (68), temos:

$$\Delta \mathbf{x} = (\mathbf{B}^0 + \Delta \mathbf{B}) \mathbf{y}^1 - \mathbf{B}^0 (\mathbf{y}^1 - \Delta \mathbf{y}) \quad (80)$$

Rearranjando:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{B}^0 \mathbf{y}^1 + \Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^1 - \mathbf{B}^0 \mathbf{y}^1 + \mathbf{B}^0 \Delta \mathbf{y} \quad (81)$$

Logo:

$$\Delta \mathbf{x} = \Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^1 + \mathbf{B}^0 \Delta \mathbf{y} \quad (82)$$

Nesse caso, a contribuição das variações tecnológicas está ponderada pela demanda final do ano 1 e as variações na demanda final estão ponderadas pela tecnologia do ano 0.



A intuição por trás da decomposição é similar dado que:

$$\Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^1 = \mathbf{B}^1 \mathbf{y}^1 - \mathbf{B}^0 \mathbf{y}^1 \quad (83)$$

$$\mathbf{B}^0 \Delta \mathbf{y} = \mathbf{B}^0 \mathbf{y}^1 - \mathbf{B}^0 \mathbf{y}^0 \quad (84)$$

Decomposição 3:

Outra decomposição possível é considerar apenas o ano 0 como ponderador. Nesse caso, temos:

$$\mathbf{B}^1 = \mathbf{B}^0 + \Delta \mathbf{B} \quad (85)$$

$$\mathbf{y}^1 = \mathbf{y}^0 + \Delta \mathbf{y} \quad (86)$$

Substituindo as Equações (85) e (86) na Equação (68), temos:

$$\Delta \mathbf{x} = (\mathbf{B}^0 + \Delta \mathbf{B})(\mathbf{y}^0 + \Delta \mathbf{y}) - \mathbf{B}^0 \mathbf{y}^0 \quad (87)$$

Rearranjando:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{B}^0 \mathbf{y}^0 + \mathbf{B}^0 \Delta \mathbf{y} + \Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^0 + \Delta \mathbf{B} \Delta \mathbf{y} - \mathbf{B}^0 \mathbf{y}^0 \quad (88)$$

Logo:

$$\Delta \mathbf{x} = \Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^0 + \mathbf{B}^0 \Delta \mathbf{y} + \Delta \mathbf{B} \Delta \mathbf{y} \quad (89)$$

Decomposição 4:

Similarmente, poderíamos considerar apenas o ano 1 e obter a seguinte decomposição:

$$\Delta \mathbf{x} = \Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^1 + \mathbf{B}^1 \Delta \mathbf{y} - \Delta \mathbf{B} \Delta \mathbf{y} \quad (90)$$



Síntese:

Dietzenbacher e Los (1998) apresentam uma variedade de possibilidades de decomposição e mostram que um resultado aceitável é considerar a média dos resultados da Equação (75) e (82):

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{B}^1 \Delta \mathbf{y} + \Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^0$$

$$\Delta \mathbf{x} = \Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^1 + \mathbf{B}^0 \Delta \mathbf{y}$$

Para ver isso, podemos somar as duas equações:

$$2\Delta \mathbf{x} = \mathbf{B}^1 \Delta \mathbf{y} + \Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^0 + \Delta \mathbf{B} \mathbf{y}^1 + \mathbf{B}^0 \Delta \mathbf{y} \quad (91)$$

Rearranjando:

$$2\Delta \mathbf{x} = \Delta \mathbf{B}(\mathbf{y}^0 + \mathbf{y}^1) + (\mathbf{B}^0 + \mathbf{B}^1)\Delta \mathbf{y} \quad (92)$$

ou

$$\Delta \mathbf{x} = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{B}(\mathbf{y}^0 + \mathbf{y}^1) + \frac{1}{2} (\mathbf{B}^0 + \mathbf{B}^1) \Delta \mathbf{y} \quad (93)$$

em que

- $1/2 \Delta \mathbf{B}(\mathbf{y}^0 + \mathbf{y}^1)$ representa a parcela da decomposição associada à mudança tecnológica; e
- $1/2 (\mathbf{B}^0 + \mathbf{B}^1) \Delta \mathbf{y}$ representa a parcela da decomposição associada à mudança de demanda final.



Decomposição Estrutural

Para realizar a decomposição estrutural, vamos considerar também a **Matriz de Insumo-Produto** (MIP) 2010 do Brasil disponibilizada pelo IBGE. A estrutura dessa matriz é similar à da MIP 2015 apresentada no Capítulo 4.

ATENÇÃO! Faça o *download* das MIP 2010 e 2015 nos *links* abaixo e salve os arquivos XLSX na pasta “setada” no início:

- **NEDUR** -- <http://www.nedur.ufpr.br/portal/publicacoes/livros/ip-r/>
- **LATES** -- <https://www.ufjf.br/lates/publicacoes/livros/ip-r/>

Feito isso, conforme procedimento realizado anteriormente, faça a leitura dos dados com o pacote **openxlsx**:

```
# Leitura do pacote
library(openxlsx)

## Ano: 2015

# Consumo Intermediário:
Z15 = data.matrix(read.xlsx("MIP2015_12s.xlsx", sheet = "Z", colNames = FALSE))

# Demanda Final:
y15 = data.matrix(read.xlsx("MIP2015_12s.xlsx", sheet = "y", colNames = FALSE))

# Valor Bruto da Produção:
x15 = data.matrix(read.xlsx("MIP2015_12s.xlsx", sheet = "x", colNames = FALSE))
x15 = as.vector(x15)

## Ano: 2010

# Consumo Intermediário:
Z10 = data.matrix(read.xlsx("MIP2010_12s.xlsx", sheet = "Z", colNames = FALSE))

# Demanda Final:
y10 = data.matrix(read.xlsx("MIP2010_12s.xlsx", sheet = "y", colNames = FALSE))

# Valor Bruto da Produção:
x10 = data.matrix(read.xlsx("MIP2010_12s.xlsx", sheet = "x", colNames = FALSE))
x10 = as.vector(x10)
```



Com o objetivo de remover a influência de variações nos preços, podemos atualizar os valores da MIP 2010 com base em algum índice de preço. Para fins didático, podemos usar o IPCA – geral. Considerando dez 2015 como base (dez 2015 = 100), temos um índice IPCA – geral em dezembro de 2010 igual a **71,13**.

ATENÇÃO! Este livro utiliza o IPCA – geral apenas para fins de simplificação e operação do método com o **R**. Para uma análise detalhada, sugere-se utilizar um índice de preços por setor construído com base nos dados das Tabelas de Recursos e Usos (TRUs) divulgadas pelo IBGE.

Portanto, podemos atualizar os valores de **Z**, **y** e **x** de 2010 (a preços de 2015) da seguinte maneira:

```
## Ano: 2010
## Atualização

# Consumo Intermediário:
Z10 = Z10 / 71.13 * 100

# Demanda Final:
y10 = y10 / 71.13 * 100

# Valor Bruto da Produção:
x10 = x10 / 71.13 * 100
```

Com a base de dados, podemos calcular a matriz de coeficientes técnicos (**A**) e a matriz inversa de Leontief (**B**) nos dois anos:

```
## Auxiliares
n = length(x15) # Número de setores (o mesmo nos dois anos)
I = diag(n)     # Matriz Identidade

## Ano: 2015

A15 = Z15 %*% diag(1 / x15) # Matriz de Coeficientes Técnicos
B15 = solve(I - A15)        # Matriz Inversa de Leontief

## Ano: 2010

A10 = Z10 %*% diag(1 / x10) # Matriz de Coeficientes Técnicos
B10 = solve(I - A10)        # Matriz Inversa de Leontief
```



A variação em x (Δx) entre os dois anos é dada por:

```
deltax = x15 - x10
```

Conforme apresentado acima, a decomposição de Δx nos dois efeitos – mudanças tecnológicas e mudanças na demanda final – pode ser encontrada com:

```
MUD_TEC = 0.5 * ((B15 - B10) %*% (y10 + y15))  
MUD_DF = 0.5 * ((B10 + B15) %*% (y15 - y10))
```

Podemos juntar os resultados e colocar os nomes dos setores com a função `cbind()`:

```
Decomp = cbind(Setores, deltax, MUD_TEC, MUD_DF)
```

Além disso, podemos colocar os nomes nas colunas com auxílio da função `colnames()`:

```
colnames(Decomp) = c("Setores", "Var. x", "Var. Tecnológica",  
                    "Var. Demanda Final")
```

Por fim, podemos incluir uma linha com o resultado Total:

```
Decomp = rbind(Decomp, c("Total", colSums(Decomp[, 2:4])))
```

Para transformar as colunas no formato numérico, podemos usar a função `as.numeric()`:

```
Decomp$`Var. x` = as.numeric(Decomp$`Var. x`)  
Decomp$`Var. Tecnológica` = as.numeric(Decomp$`Var. Tecnológica`)  
Decomp$`Var. Demanda Final` = as.numeric(Decomp$`Var. Demanda Final`)
```



Para ver os resultados, digite **Decomp** no *Console*:

Decomp

##	Setores	Var. x	Var. Tecnológica	Var. Demanda	Final
## 1	Agro	95430.408	11836.1931		83594.21
## 2	Ind.Extr	-18573.633	-5873.7335		-12699.90
## 3	Ind.Tran	-30355.690	-91485.3180		61129.63
## 4	SIUP	48451.086	11425.1554		37025.93
## 5	Cons	3687.165	-7740.5777		11427.74
## 6	Com	191616.367	46441.5390		145174.83
## 7	Transp	62159.584	24075.0830		38084.50
## 8	Info	-2730.963	-37810.5907		35079.63
## 9	Finan	64710.817	1272.1821		63438.64
## 10	Imob	129501.332	1470.2678		128031.06
## 11	Otrs.Serv	247635.058	24081.7002		223553.36
## 12	Adm	157748.547	144.5615		157603.99
## 13	Total	949280.078	-22163.5378		971443.62

Para gerar uma tabela, podemos usar novamente as funções `flextable()`, `align()`, `set_caption()`, `footnote()` do pacote **flextable** e o auxílio do operador pipe `%>%` do pacote **dplyr**:

```
flextable(Decomp) %>%  
  align(align = "center", part = "all" ) %>%  
  set_caption(caption = "Decomposição Estrutural") %>%  
  footnote(value = as_paragraph("Fonte: elaboração própria com dados da  
MIP do IBGE (2015)."),  
    ref_symbols = "")
```



Decomposição Estrutural

Setores	Var. x	Var. Tecnológica	Var. Demanda Final
Agro	95430,408	11836,1931	83594,21
Ind.Extr	-18573,633	-5873,7335	-12699,90
Ind.Tran	-30355,690	-91485,3180	61129,63
SIUP	48451,086	11425,1554	37025,93
Cons	3687,165	-7740,5777	11427,74
Com	191616,367	46441,5390	145174,83
Transp	62159,584	24075,0830	38084,50
Info	-2730,963	-37810,5907	35079,63
Finan	64710,817	1272,1821	63438,64
Imob	129501,332	1470,2678	128031,06
Otrs.Serv	247635,058	24081,7002	223553,36
Adm	157748,547	144,5615	157603,99
Total	949280,078	-22163,5378	971443,62

Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015).

DICA! Para gerar tabelas em HTML ou LATEX, podemos usar também os pacotes **knitr** e **kableExtra** (e o auxílio do **dplyr**):

```
# Leitura dos pacotes
library(knitr)
library(kableExtra)
library(dplyr)

# Tabela
kable(Decomp, caption = "Decomposição Estrutural", align = "lccc") %>%
  kable_styling(bootstrap_options = "striped", full_width = FALSE) %>%
  footnote(general = "elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015/
10).",
          general_title = "Fonte:",
          footnote_as_chunk = TRUE, title_format = c("bold"))
```



Por fim, podemos gerar os gráficos com o pacote **ggplot2**:

```
# Leitura dos pacotes
library(ggplot2)
library(scales)

# Seleção apenas dos n setores (exclui a linha com o total)
Decomp_set = Decomp[-13,]

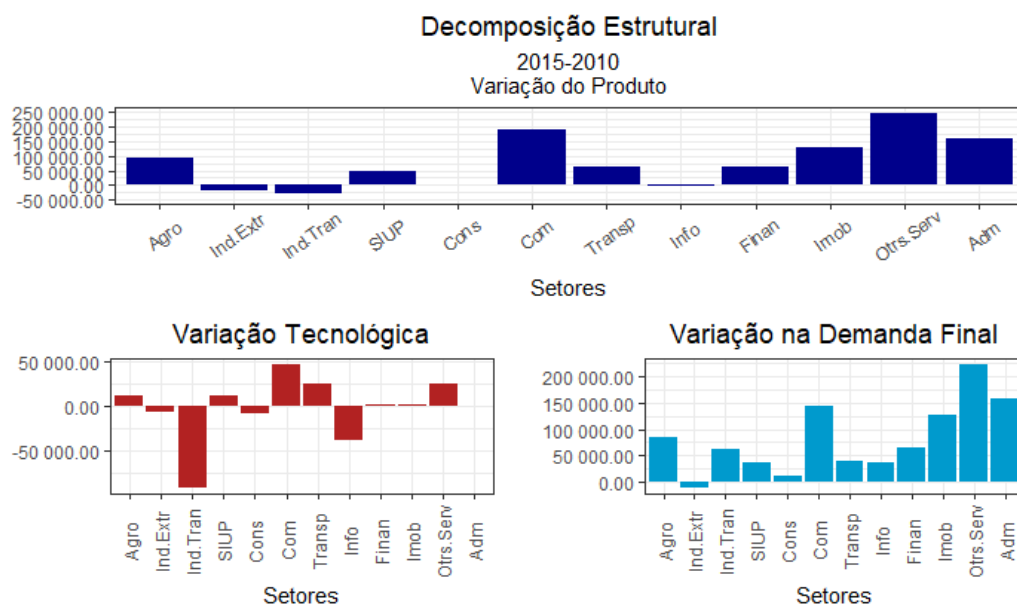
# Gráficos
# Variação de x
g1 = ggplot(Decomp_set) +
  geom_col(aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = `Var. x`
),
  fill = "blue4") +
  theme_bw() +
  xlab("Setores") +
  ylab(" ") +
  ggtitle("Decomposição Estrutural") +
  labs(subtitle = "2015-2010\nVariação do Produto") +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5),
    plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5)) +
  theme(axis.text.x = element_text(angle=35, vjust = 0.7)) +
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01),
    limits = c(-50000, 250000),
    breaks = seq(from = -50000, to = 250000, by = 50000))

# Variação Tecnológica
g2 = ggplot(Decomp_set) +
  geom_col(aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = `Var. Te
cnológica`),
  fill = "firebrick") +
  theme_bw() +
  xlab("Setores") +
  ylab(" ") +
  ggtitle("Variação Tecnológica") +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5)) +
  theme(axis.text.x = element_text(angle = 90, vjust = 0.5)) +
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01))
```



```
# Variação na Demanda Final
g3 = ggplot(Decomp_set) +
  geom_col(aes(x = factor(Setores, levels = unique(Setores)), y = `Var. De
manda Final`),
    fill = "deepskyblue3") +
  theme_bw() +
  xlab("Setores") +
  ylab("") +
  ggtitle("Variação na Demanda Final") +
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5)) +
  theme(axis.text.x = element_text(angle = 90, vjust = 0.5)) +
  scale_y_continuous(labels = scales::number_format(accuracy = 0.01))
```

```
# Grid com os três gráficos
library(gridExtra)
grid.arrange(g1, arrangeGrob(g2, g3, ncol = 2), ncol = 1,
  bottom = "Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE
(2015/2010).")
```



Fonte: elaboração própria com dados da MIP do IBGE (2015/2010).



11. Exportando Resultados





11. Exportando Resultados

Para exportar dados do **R**, podemos utilizar diferentes pacotes e funções. A escolha do pacote depende do formato dos dados. Entre os principais pacotes, podemos citar o **readr** e **openxlsx**.

Vamos usar o **openxlsx** para exportar no formato xlsx (Excel). Para tal, faça a leitura do pacote com a função `library()`:

```
library(openxlsx)
```

Inicialmente, podemos criar um “workbook” para salvar os resultados com a função `createWorkbook()`:

```
wb = createWorkbook()
```

Feito isso, podemos criar as abas (“sheets”) que serão incluídas no arquivo xlsx (Excel) com a função `addWorksheet()`:

```
addWorksheet(wb, "MP")
addWorksheet(wb, "ME")
addWorksheet(wb, "MR")
addWorksheet(wb, "IndHR")
addWorksheet(wb, "CV")
addWorksheet(wb, "IPLN")
addWorksheet(wb, "SI")
addWorksheet(wb, "ExtHipo")
addWorksheet(wb, "Decomp")
```

Para salvar cada um dos resultados nas suas respectivas abas, podemos usar a função `writeDataTable()` ou `writeData()`:

```
writeDataTable(wb, "MP", x = MultProd)
writeDataTable(wb, "ME", x = MultEmp)
writeDataTable(wb, "MR", x = MultRen)
writeDataTable(wb, "IndHR", x = IndLig)
writeDataTable(wb, "CV", x = CoefVar)
writeDataTable(wb, "IPLN", x = IPLN)
writeData(wb, "SI", x = SI, colNames = FALSE)
writeDataTable(wb, "ExtHipo", x = Extrac)
writeDataTable(wb, "Decomp", x = Decomp)
```



Observação: a função `writeDataTable()` foi usada no caso de objetos “data.frame” e a função `writeData()` no caso de objetos “matrix”. Use o *help* para mais detalhes: `?writeDataTable` e `?writeData`.

Por fim, para exportar os resultados, usamos a função `saveWorkbook()`:

```
saveWorkbook(wb, file = "Resultados.xlsx", overwrite = TRUE)
```

O arquivo estará disponível na sua pasta “setada”.



Referências





Referências

- BLAIR, P. D.; MILLER, R. E. Spatial Aggregation in Multiregional Input-Output Models **Environment and Planning A: Economy and Space**, v. 15, n. 2, p. 187–206, 1983.
- BLAIR, P.; WYCKOFF, A. The Changing Structure of the U.S. Economy: an input-output analysis. In: MILLER, R. E.; POLENSKE, K. R.; ROSE, A. Z. (Eds.) **Frontiers of Input-Output Analysis**. New York: Oxford University Press, 1989. p. 293–307.
- DIETZENBACHER, E.; LENZEN, M.; LOS, B.; GUANC, D.; LAHR, M.; SANCHO, F.; SUHF, S.; YANG, C. Input-output analysis: the next 25 years. **Economic Systems Research**, v. 25, n. 4, p. 369–389, 2013.
- GHOSH, A. Input-Output Approach to an Allocation System. **Economica**, v. 25, n. 97, p. 58–64, 1958.
- GUILHOTO, J. J. M. **Análise de Insumo-Produto: teoria e fundamentos**. 2011. (MPRA Paper No. 32566)
- GUILHOTO, J. J. M.; GONCALVES JUNIOR, C. A.; VISENTIN, J. C.; IMORI, D.; USSAMI, K. A. Sistema Interestadual de Insumo-Produto do Brasil: uma aplicação do método SUIT. **Economia Aplicada**, v. 23, n. 1, p. 83–112, 2019.
- GUILHOTO, J. J. M.; SESSO FILHO, U. A. Estimacão da matriz insumo-produto a partir de dados preliminares das contas nacionais. **Economia Aplicada**, v. 9, n. 2, p. 277–299, 2005.
- GUILHOTO, J. J. M.; SONIS, M.; HEWINGS, G. J. D. **Linkages and Multipliers in a Multiregional Framework**: integration of alternative approaches. Urbana: University of Illinois. Regional Economics Applications Laboratory, 1996. (Discussion Paper, 96-T-8)
- GUILHOTO, J. J. M.; SONIS, M.; HEWINGS, G. J. D.; MARTINS, E. B. Índices de Ligações e Setores-Chave na Economia Brasileira: 1959/80. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 24, n. 2, p. 287–314, 1994.
- HADDAD, E. A. **Applied General Equilibrium Models I and II**. Núcleo de Economia Regional e Urbana da Universidade de São Paulo (NEREUS), 2020.
- HADDAD, E. A.; GONCALVES JUNIOR, C. A.; NASCIMENTO, T. O. Matriz Interestadual de Insumo-produto para o Brasil: uma aplicação do IIOAS. **Revista Brasileira de Estudos Regionais e Urbanos**, v. 11, n. 4, p. 424–446, 2017.
- HADDAD, E. A.; PEROBELLI, F. S.; ARAÚJO, I. F. **Input-Output Analysis of COVID-19**: methodology for assessing the impacts of lockdown measures. TD NEREUS 1-2020, Núcleo de Economia Regional e Urbana da Universidade de São Paulo (NEREUS), 2020.
- HADDAD, E. A.; VALE, V. A. **Curso de Métodos de Análise Regional e Inter-Regional**. Núcleo de Economia Regional e Urbana da Universidade de São Paulo (NEREUS). Programa de Extensão Nereides, 2017.
- HEWINGS, G. J. D. **Regional Input-Output Analysis**. Web Book of Regional Science, Regional Research Institute, West Virginia University, 2020. Disponível em: <https://researchrepository.wvu.edu/rri-web-book/10>



HIRSCHMAN, A. O. **The Strategy of Economic Development**. New Haven: Yale University Press, 1958.

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Matriz de Insumo-Produto**: Brasil, 2015. IBGE, Coordenação de Contas Nacionais. Rio de Janeiro: IBGE, 2018.

ISARD, W. Inter-regional and regional input-output analysis: a model of a space economy. **The Review of Economics and Statistics**, v. 33, n. 4, p. 319-328, 1951.

ISARD, W. **Some Empirical Results and Problems of Regional Input-Output Analysis**. In: LEONTIEF, W. (Ed.) *Studies in the Structure of the American Economy*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1953. p. 116-184.

ISARD, W.; ANSELIN, L. Integration of multiregional models for policy analysis. **Environment and Planning A: Economy and Space**, v. 14, n. 3, p. 359-376, 1982.

LEONTIEF, W. **Interregional Theory**. In: LEONTIEF, W. (Ed.) *Studies in the Structure of the American Economy*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1953. p. 93-115.

LEONTIEF, W. Quantitative Input-Output Relations in the Economic System of the United States. **Review of Economics and Statistics**, v. 18, n. 3, p. 105-125, 1936.

LEONTIEF, W. **The Structure of American Economy 1919-1939**: an empirical application of equilibrium analysis. New York: Oxford University Press, 1941.

MILLER, R. E.; BLAIR, P. D. **Input Output Analysis**: foundations and extensions. Prentice Hall, 2009.

MILLER, R. E.; BLAIR, P. D. Spatial Aggregation in Interregional Input-Output Models. **Papers of the Regional Science Association**, v. 48, p. 149-164, 1981.

MOSES, L. N. The Stability of Interregional Trading Patterns and Input-Output Analysis. **The American Economic Review**, v. 45, n. 5, p. 803-832, 1955.

PEROBELLI, F. S. **Métodos de Análise Regional I**. Programa de Pós Graduação em Economia (PGGE) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

PEROBELLI, F. S.; VALE, V. A.; PIRES, M. M.; SANTOS, J. P. C.; ARAÚJO JÚNIOR, I. F. Estimativa da Matriz de Insumo-Produto da Bahia (2009): características sistêmicas da estrutura produtiva do estado. **Revista Econômica do Nordeste**, v. 46, n. 4, p. 97-115, 2015.

RASMUSSEN, P. N. **Studies in Intersectoral Relations**. Amsterdam: North-Holland, 1956.

ROSE, A.; CASLER, S. Input-Output Structural Decomposition Analysis: a critical appraisal. **Economic Systems Research**, v. 8, p. 33-62, 1996.

ROSE, A.; MIERNYK, W. Input-Output Analysis: the first fifty years. **Economic Systems Research**, v. 1, n. 2, p. 229-272, 1989.

SKOLKA, J. Input-Output Structural Decomposition Analysis for Austria. **Journal of Policy Modeling**, v. 11, n. 1, p. 45-66, 1989.



SONIS, M.; HEWINGS, G. J. D. **Fields of Influence in Input-Output Systems**. Urbana: University of Illinois. Regional Economics Applications Laboratory, Mimeo, 1994.

SONIS, M.; HEWINGS, G. J. D. Error and Sensitivity Input-Output Analysis: a new approach. In: MILLER, R. R.; POLENSKE, K. R.; ROSEM A. Z. (Eds.) **Frontiers of Input-Output Analysis**. New York: Oxford University Press, 1989.

VALE, A. V. **Análise de Insumo-Produto**. Programa de Pós-graduação em Desenvolvimento Econômico (PPGDE) da Universidade Federal do Paraná (UFPR), 2020.

Outras Referências

GROLEMUND, G. **Hands-on Programming with R: write your own functions and simulations**. O'Reilly Media, Inc., 2014.

LONG, J. D.; TEETOR, P. **R cookbook: proven recipes for data analysis, statistics, and graphics**. O'Reilly Media, Inc., 2019.

VALE, V. A. **Introdução ao R**. Núcleo de Estudos em Desenvolvimento Urbano e Regional (NEDUR) da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba-PR, 2020. Disponível em: <http://www.nedur.ufpr.br/portal/cursos>.

VERZANI, J. **Getting started with RStudio**. O'Reilly Media, Inc., 2011.

WICKHAM, H. **ggplot2: elegant graphics for data analysis**. Springer, 2016.

WICKHAM, H.; GROLEMUND, G. **R for Data Science: import, tidy, transform, visualize, and model data**. O'Reilly Media, Inc., 2016.

ZUUR, A.; IENO, E. N.; MEESTERS, E. **A Beginner's Guide to R**. Springer Science & Business Media, 2009.

Análise de Insumo-Produto: teoria e aplicações no

Vinícius A. Vale | viniciusvale@ufpr.br

Fernando S. Perobelli | fernando.perobelli@ufjf.edu.br