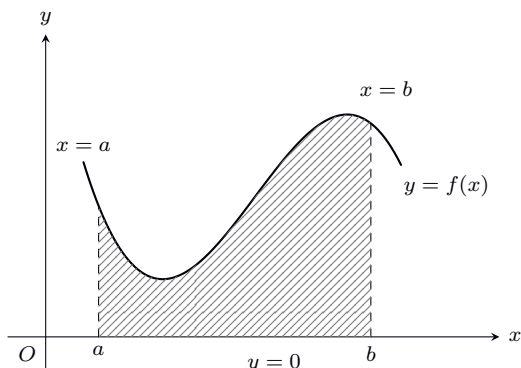


Bài 1. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

QUICK NOTE

A. DIỆN TÍCH HÌNH THANG CONG

1. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$



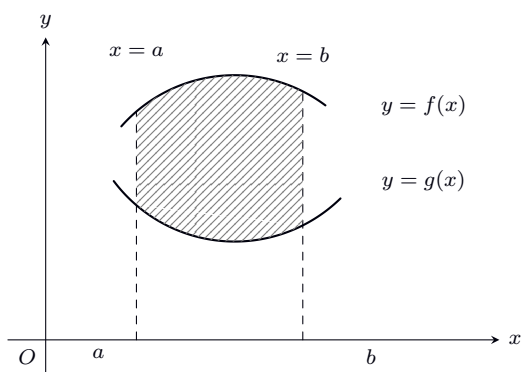
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành Ox ($y = 0$) và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$ được tính bởi công thức

$$S = \int_a^b |f(x)| \, dx$$

Chú ý: Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Nếu $f(x)$ không đổi dấu trên $[a; b]$ thì

$$\int_a^b |f(x)| \, dx = \left| \int_a^b f(x) \, dx \right|.$$

2. Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$



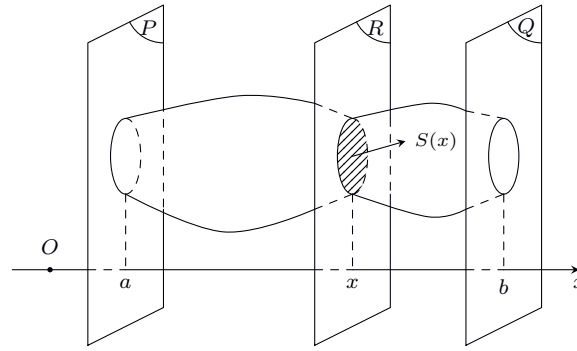
Cho 2 hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$ được tính bởi công thức

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx$$

B. THỂ TÍCH HÌNH KHỐI

QUICK NOTE

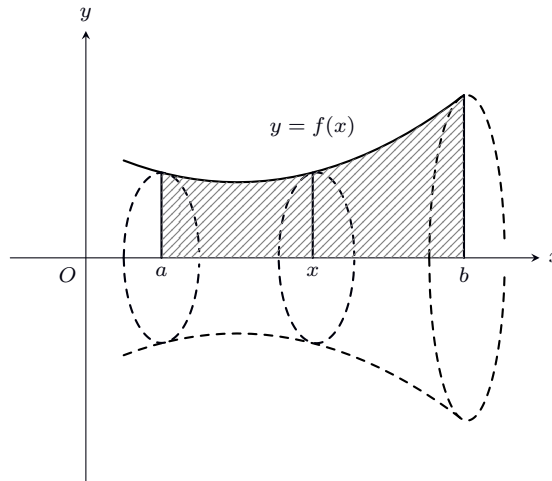
1. Thể tích của vật thể



Trong không gian, cho một vật thể nằm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b . Mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích $S(x)$. Khi đó, nếu $S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$ thì thể tích của vật thể được tính bởi công thức

$$V = \int_a^b S(x) dx$$

2. Thể tích khối tròn xoay



Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên $[a; b]$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$ quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

1

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số

CÂU 1. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ bằng

A $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$

B $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$

C $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

D $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

CÂU 2. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

QUICK NOTE

A $\int_0^2 3^x dx.$
B $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx.$
C $S = \pi \int_0^2 3^x dx.$
D $S = \int_0^2 3^{2x} dx.$

CÂU 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 2)^2 - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ bằng

A $\frac{2}{3}.$
B $\frac{3}{2}.$
C $\frac{1}{3}.$
D $\frac{7}{3}.$

CÂU 4. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1, x = -1, x = 2$ và trục hoành.

A $S = 6.$
B $S = 16.$
C $S = \frac{13}{6}.$
D $S = 13.$

CÂU 5. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5, y = 6x, x = 0, x = 1$. Tính S .

A $\frac{4}{3}.$
B $\frac{7}{3}.$
C $\frac{8}{3}.$
D $\frac{5}{3}.$

CÂU 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \ln x, y = 1$ và hai đường thẳng $x = 1, x = e$ bằng

A $e^2.$
B $e + 2.$
C $2e.$
D $e - 2.$

CÂU 7. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 4x - x^2, y = 2x$ và hai đường thẳng $x = 1, x = e$ bằng

A $4.$
B $\frac{20}{3}.$
C $\frac{4}{3}.$
D $\frac{16}{3}.$

CÂU 8. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x, y = 0, x = -10, x = 10$.

A $S = \frac{2000}{3}.$
B $S = 2008.$
C $S = 2000.$
D $S = \frac{2008}{3}.$

CÂU 9. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x, y = 0, x = 0, x = 2$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $S = \int_0^2 2^x dx.$		
b) $S = \frac{3}{\ln 2}.$		

Mệnh đề	Đ	S
c) $S = \pi \int_0^2 2^x dx.$		
d) $S = \frac{3\pi}{\ln 2}.$		

CÂU 10. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $S = \int_0^2 e^x dx.$		
b) $S = e^2.$		

Mệnh đề	Đ	S
c) $S = \pi \int_0^2 e^x dx.$		
d) $S = (e^2 - 1)\pi.$		

CÂU 11. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai

Mệnh đề	Đ	S
a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2, y = 2x, x = 0, x = 1$ là $\frac{4}{3}.$		
b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1, y = 2x^2 - 4x + 1, x = 0, x = 2$ là 4.		
c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$, trục hoành, $x = 0, x = 1$ là $2 \ln 2 - 1.$		
d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^3 + 12x, y = -x^2, x = -3, x = 4$ là $\frac{937}{12}.$		

QUICK NOTE

CÂU 12. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + x - 1$, $y = x^4 + x - 1$, $x = -1$, $x = 1$.

KQ:

CÂU 13. Kí hiệu $S(t)$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x + 1$, $y = 0$, $x = 1$, $x = t$ ($t > 1$). Tìm t để $S(t) = 10$.

KQ:

CÂU 14. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $my = x^2$, $mx = y^2$ ($m > 0$). Tìm giá trị của m để $S = 3$.

KQ:

CÂU 15. Giá trị dương của tham số m sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 2x + 3$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = 0$, $x = m$ bằng 10 là?

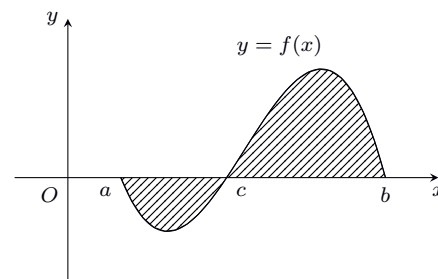
KQ:

CÂU 16. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7 - 4x^3 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x = 0$, $x = 3$, $y = 0$.

KQ:

CÂU 17.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ bên). Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?



A $S = \int_a^b f(x) dx.$

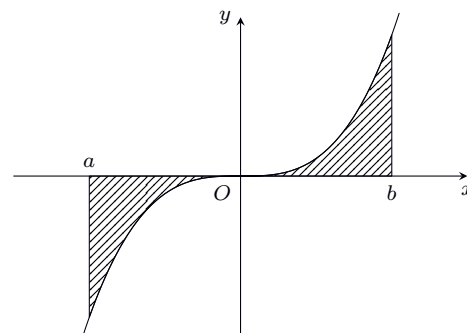
B $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|.$

C $S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

D $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

CÂU 18.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C) : y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ). Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Chọn phương án đúng trong các phương án **A**, **B**, **C**, **D** cho dưới đây?



A $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

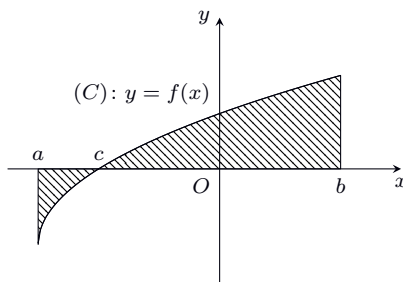
B $S_D = - \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

C $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

D $S_D = - \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

CÂU 19.

Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây?



QUICK NOTE

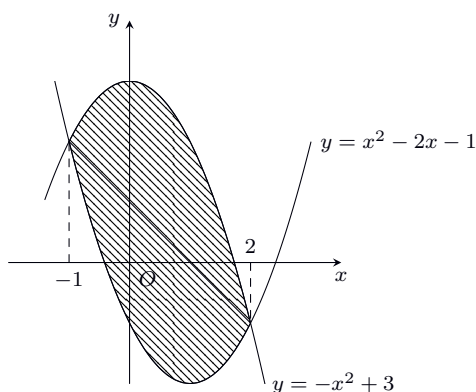
A $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

B $S = \int_a^b f(x) dx.$

C $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

D $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

CÂU 20. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào dưới đây?



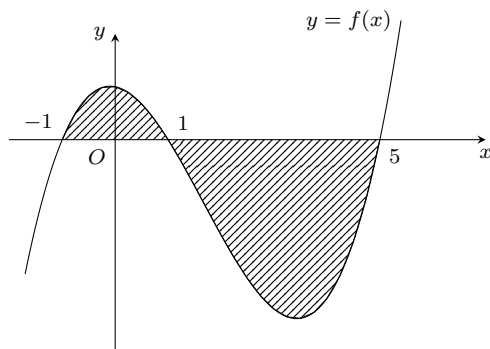
A $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx.$

B $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx.$

C $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$

D $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx.$

CÂU 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 5$ (như hình vẽ bên dưới).



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$

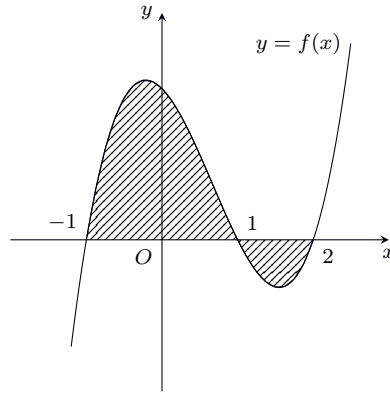
B $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx.$

C $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$

D $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx.$

CÂU 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên dưới).

QUICK NOTE



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

B $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

C $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

D $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

CÂU 23.

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$. Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx, b = \int_0^2 f(x) dx$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề

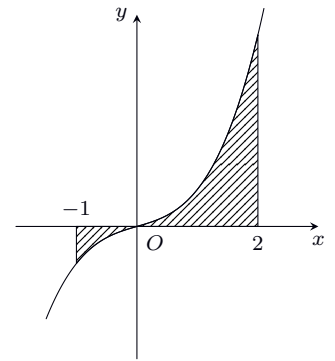
nào sau đây đúng?

A $S = b - a.$

B $S = b + a.$

C $S = -b + a.$

D $S = -b - a.$



CÂU 24.

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3, x = 2$.

Đặt $a = \int_{-3}^1 f(x) dx, b = \int_1^2 f(x) dx$ (như hình vẽ bên).

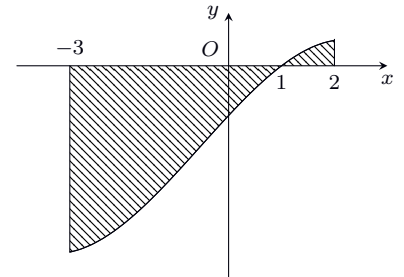
Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $S = a + b.$

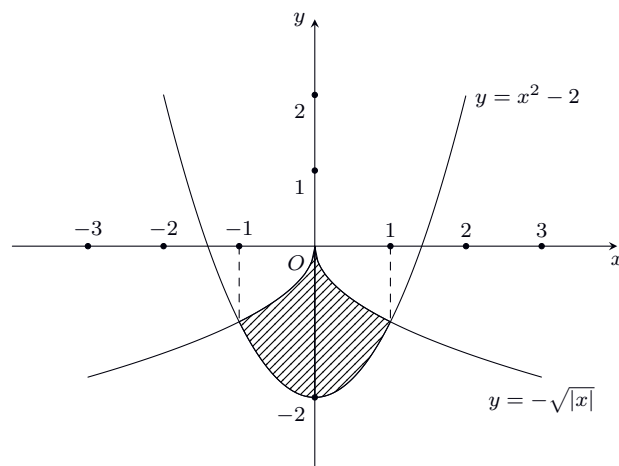
B $S = a - b.$

C $S = -a - b.$

D $S = b - a.$



CÂU 25. Diện tích phần hình phẳng được gạch sọc trong hình vẽ sau được tính theo công thức nào dưới đây?



QUICK NOTE

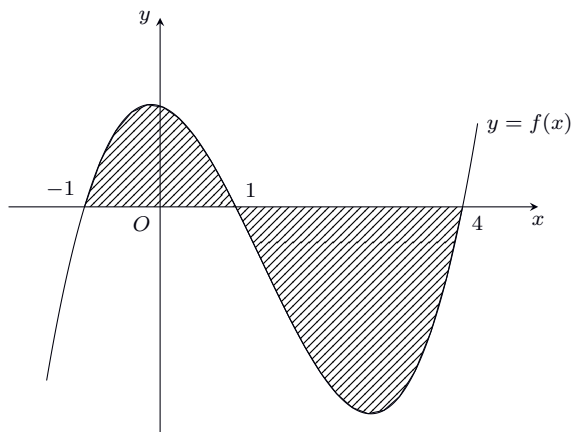
A $\int_{-1}^1 (x^2 - 2 + \sqrt{|x|}) \, dx.$

B $\int_{-1}^1 (x^2 - 2 - \sqrt{|x|}) \, dx.$

C $\int_{-1}^1 (-x^2 + 2 + \sqrt{|x|}) \, dx.$

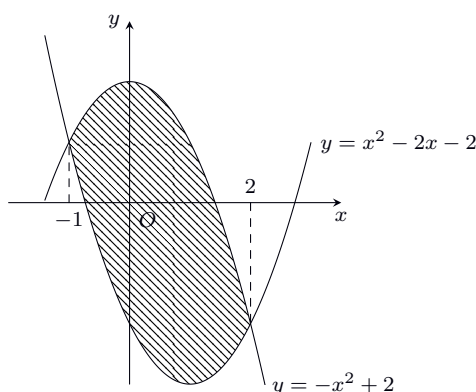
D $\int_{-1}^1 (-x^2 + 2 - \sqrt{|x|}) \, dx.$

CÂU 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 4$ (như hình vẽ). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?



Mệnh đề	Đ	S
a) $S = \int_{-1}^1 f(x) \, dx - \int_1^4 f(x) \, dx.$		
b) $S = \int_{-1}^1 f(x) \, dx + \int_1^4 f(x) \, dx.$		
c) $S = \left \int_{-1}^4 f(x) \, dx \right .$		
d) $S = \int_{-1}^1 f(x) \, dx + \int_1^4 f(x) \, dx.$		

CÂU 27. Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.



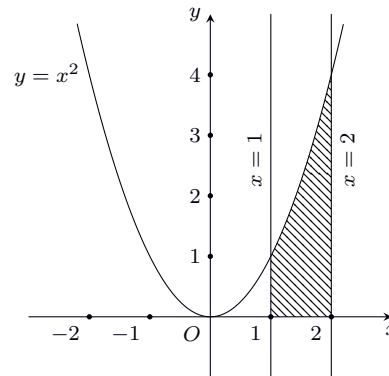
Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị $y = x^2 - 2x - 2$, $y = -x^2 + 2$ và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$.		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
b) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = \int_{-1}^2 x^2 - 2x - 2 dx + \int_{-1}^2 -x^2 + 2 dx.$		
c) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị $y = x^2 - 2x - 2$ và $y = -x^2 + 2$.		
d) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = 9$.		

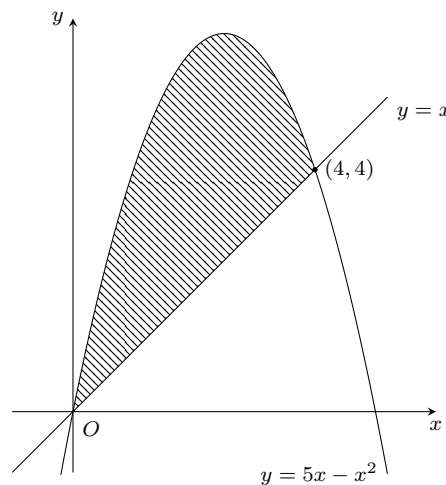
CÂU 28. Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị $y = x^2$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$.		
b) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = \int_1^2 x^2 dx$.		
c) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = \frac{4}{3}$.		
d) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn đồ thị $y = x^2$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$.		

CÂU 29. Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.



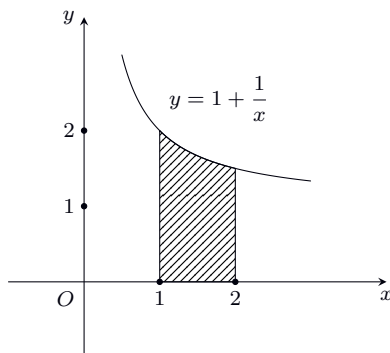
Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị $y = 5x - x^2$, $y = x$ và các đường thẳng $x = 0$, $x = 4$.		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
b) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = \int_0^4 (x^2 - 4x) dx$.		
c) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = \int_0^4 x^2 - 4x dx$.		
d) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ $S = \frac{56}{3}$.		

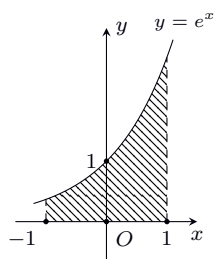
CÂU 30. Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn đồ thị $y = 1 + \frac{1}{x}$ và các đường thẳng $x = 1, x = 2$.		
b) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = \int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx$.		
c) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = 2$.		
d) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = 1 + \int_1^2 \frac{1}{x} dx$.		

CÂU 31. Cho hình phẳng được tô màu trong hình bên dưới



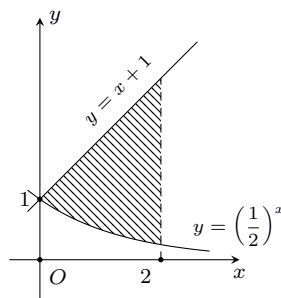
Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng được tô màu trong hình vẽ trên được giới hạn bởi các đồ thị $y = e^x; y = 0; x = 0; x = 1$.		
b) Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là $\int_{-1}^1 e^x dx$.		
c) Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là $\int_0^1 e^x dx$.		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
d) Hình phẳng được tô màu trong hình vẽ trên được giới hạn bởi các đồ thị $y = e^x$; $y = 0$; $x = -1$; $x = 1$.		

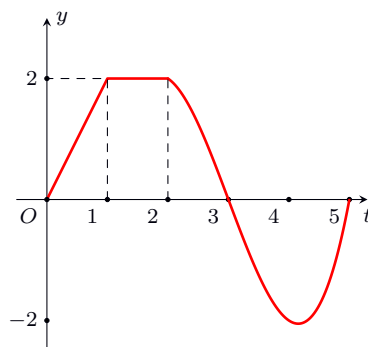
CÂU 32. Cho hình phẳng được tô màu trong hình bên dưới.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng được tô màu trong hình vẽ trên được giới hạn bởi các đồ thị $y = x + 1$; $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $x = 0$; $x = 2$.		
b) Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là $\int_0^2 \left[\left(\frac{1}{2}\right)^x - x - 1 \right] dx$.		
c) Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ bằng $S = 4 - \frac{3}{4 \ln 2}$.		
d) Hình phẳng được tô màu trong hình vẽ trên được giới hạn bởi các đồ thị $y = x + 1$; $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $x = 1$; $x = 2$.		

CÂU 33. Cho đồ thị hàm số $y = f(t)$ như hình vẽ.



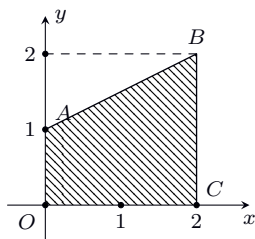
Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Diện tích hình phẳng được giới hạn các đồ thị hàm số $y = f(t)$, trục Ot và hai đường thẳng $t = 0$; $t = 1$ là $S = \frac{1}{2} \int_0^1 t dt = \frac{1}{4}$.		
b) Diện tích hình phẳng được giới hạn các đồ thị hàm số $y = f(t)$, trục Ot và hai đường thẳng $t = 1$; $t = 2$ là $S = \int_1^2 2 dt = 2$.		
c) Tích phân $\int_2^3 f(x) dx$ biểu thị cho phần diện tích của hình phẳng giới hạn các đồ thị hàm số $y = f(t)$, trục Ot và hai đường thẳng $t = 2$; $t = 3$.		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
d) Tích phân $\int_3^5 f(x) dx$ biểu thị cho phần diện tích của hình phẳng giới hạn các đồ thị hàm số $y = f(t)$, trục Ot và hai đường thẳng $t = 3$; $t = 5$.		

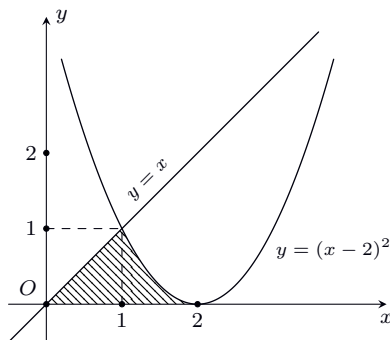
CÂU 34. Tính diện tích hình phẳng được tô màu trong hình bên dưới.



KQ:

--	--	--	--

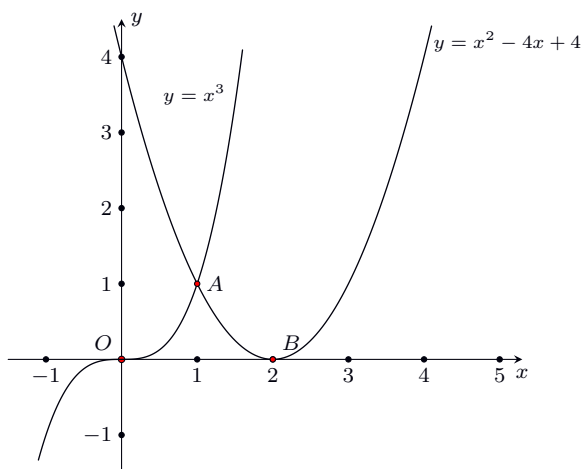
CÂU 35. Biết diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên có diện tích là $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính tổng $a + b$.



KQ:

--	--	--	--

CÂU 36. Biết diện tích phần tam giác cong OAB trong hình vẽ bên có diện tích là $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính hiệu $b - a$.

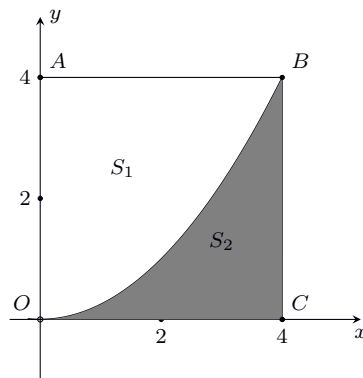


KQ:

--	--	--	--

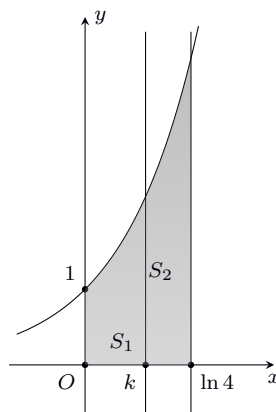
CÂU 37. Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_2, S_1 lần lượt là diện tích của phần không tô màu và phần tô màu như hình vẽ bên dưới. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng bao nhiêu?

QUICK NOTE



KQ:

CÂU 38. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$, ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



KQ:

2

THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

CÂU 1. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$, ($a < b$) xung quanh trục Ox .

A $V = \int_a^b |f(x)| dx.$

B $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

C $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

D $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

CÂU 2. Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$ và $x = 2$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , ($1 \leq x \leq 2$) cắt vật thể đó có diện tích $S(x) = 2024x$. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

A $V = 3036.$

B $V = 3036\pi.$

C $V = 1518.$

D $V = 1518\pi.$

CÂU 3. Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$ và $x = 3$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , ($1 \leq x \leq 3$) cắt vật thể đó theo thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $3x^2 - 2$. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

A $V = 156.$

B $V = 156\pi.$

C $V = 312.$

D $V = 312\pi.$

CÂU 4. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{3x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A $\pi \int_0^1 e^{3x} dx.$

B $\int_0^1 e^{6x} dx.$

C $\pi \int_0^1 e^{6x} dx.$

D $\int_0^1 e^{3x} dx.$

QUICK NOTE

CÂU 5. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{4x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- Ⓐ $\int_0^1 e^{4x} dx$. Ⓑ $\pi \int_0^1 e^{8x} dx$. Ⓒ $\pi \int_0^1 e^{4x} dx$. Ⓓ $\int_0^1 e^{8x} dx$.

CÂU 6. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. Ⓑ $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.
Ⓒ $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. Ⓓ $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

CÂU 7. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- Ⓐ $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$. Ⓑ $V = \frac{e^2 - 1}{2}$. Ⓒ $V = \frac{\pi e^2}{3}$. Ⓓ $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$.

CÂU 8. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- Ⓐ $V = 2$. Ⓑ $V = \frac{4\pi}{3}$. Ⓒ $V = 2\pi$. Ⓓ $V = \frac{4}{3}$.

CÂU 9. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- Ⓐ $V = (\pi + 1)\pi$. Ⓑ $V = \pi - 1$. Ⓒ $V = \pi + 1$. Ⓓ $V = (\pi - 1)\pi$.

CÂU 10. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- Ⓐ $V = 2\pi(\pi + 1)$. Ⓑ $V = 2\pi$. Ⓒ $V = 2(\pi + 1)$. Ⓓ $V = 2\pi^2$.

CÂU 11. Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$, đường thẳng $d: y = 2x$ và đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ quay xung quanh trục Ox .

- Ⓐ $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$. Ⓑ $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.
Ⓒ $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$. Ⓓ $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$.

CÂU 12. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. Ⓑ $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.
Ⓒ $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. Ⓓ $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

CÂU 13. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}$, xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

QUICK NOTE

(A) $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx.$

(B) $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx.$

(C) $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx.$

(D) $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx.$

CÂU 14. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và $x = 1$ quanh trục hoành bằng

(A) $\frac{16\pi}{15}.$

(B) $\frac{2\pi}{3}.$

(C) $\frac{4\pi}{3}.$

(D) $\frac{8\pi}{15}.$

CÂU 15. Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành.

(A) $3\pi.$

(B) $\frac{3\pi}{2}.$

(C) $\frac{2\pi}{3}.$

(D) $\frac{3}{2}.$

CÂU 16. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$, $y = 0$. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

(A) $\int_0^2 (2x - x^2) \, dx.$

(B) $\pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 \, dx.$

(C) $\int_0^2 (2x - x^2)^2 \, dx.$

(D) $\pi \int_0^2 (2x - x^2) \, dx.$

CÂU 17. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 2$, $y = 0$ và $x = 4$, $x = 9$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

(A) $V = \frac{7}{6}.$

(B) $V = \frac{5\pi}{6}.$

(C) $V = \frac{7\pi}{11}.$

(D) $V = \frac{11\pi}{6}.$

CÂU 18. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $V = \int_1^2 (x^2 + 2) \, dx.$

(B) $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 \, dx.$

(C) $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 \, dx.$

(D) $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) \, dx.$

CÂU 19. Cắt một vật thể (T) bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 0$ và $x = 2$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) cắt vật thể đó có theo một thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{x^3}$. Thể tích vật thể (T) là số hữu tỉ có dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính $a + b$.

KQ:

--	--	--	--

CÂU 20. Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$; $x = 3$. Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$), mặt cắt là tam giác vuông có một góc 45° và độ dài một cạnh góc vuông là $\sqrt{4 - \frac{1}{2}x^2}$. Thể tích vật thể trên là một số hữu tỉ có dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính $a \cdot b$.

KQ:

--	--	--	--

CÂU 21. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) xác định bởi các đường $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 3$ quanh trục Ox (kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

--	--	--	--

CÂU 22. Tính thể tích của vật thể tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị (P) : $y = 2x - x^2$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ (Kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

--	--	--	--

CÂU 23. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra (kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

KQ:

--	--	--	--

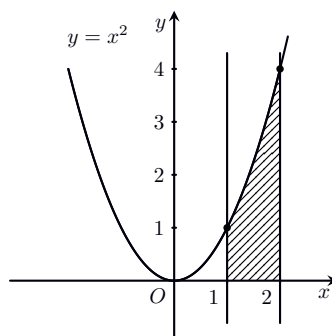
CÂU 24. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục hoành một elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tính V (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ:

--	--	--	--

CÂU 25.

Cho hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình bên. Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi (H) khi quay (H) quanh trục Ox (Kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần chục).

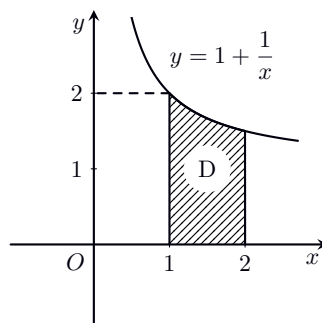


KQ:

--	--	--	--

CÂU 26.

Cho hình phẳng (D) được tô màu trong hình bên. Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi (D) khi quay (D) quanh trục Ox (Kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

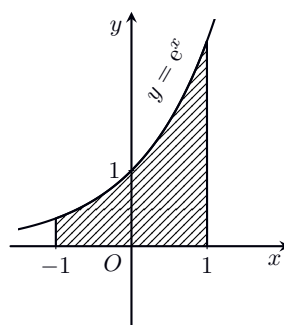


KQ:

--	--	--	--

CÂU 27.

Cho hình phẳng (H) được tô màu trong hình bên. Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi (H) khi quay (H) quanh trục Ox (Kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần chục).

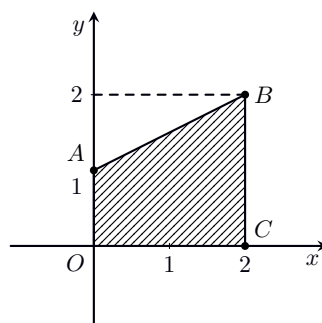


KQ:

--	--	--	--

CÂU 28.

Cho hình phẳng (H) được tô màu trong hình bên. Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi (H) khi quay (H) quanh trục Ox (Kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần chục).



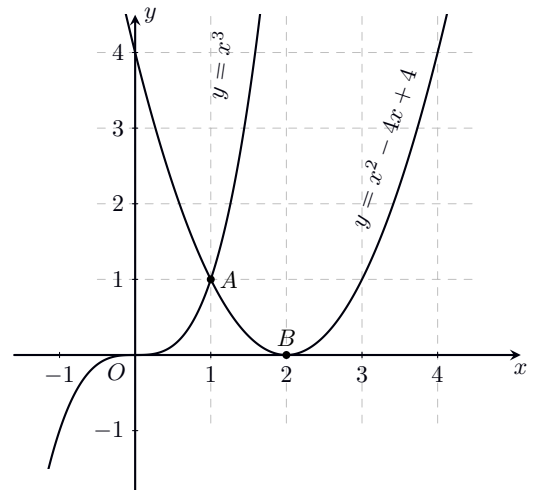
QUICK NOTE

QUICK NOTE

KQ:

CÂU 29.

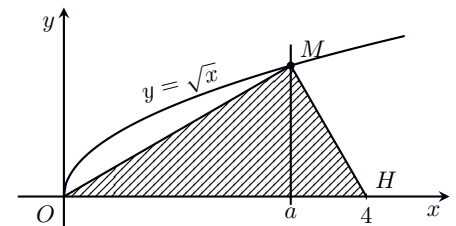
Cho hình phẳng (H) là tam giác cong OAB trong hình vẽ bên. Tính thể tích tròn xoay sinh ra bởi (H) khi quay (H) quanh trục Ox (Kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).



KQ:

CÂU 30.

Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$, $(0 < a < 4)$ cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Tìm a .



KQ:

3

Ứng dụng diện tích hình phẳng và thể tích khối tròn xoay trong thực tiễn

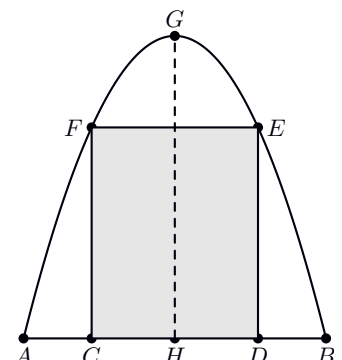
CÂU 1. Trường Nguyễn Văn Trỗi muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1 500 000 đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là

- A** 33 750 000 đồng. **B** 3 750 000 đồng. **C** 12 750 000 đồng. **D** 6 750 000 đồng.

CÂU 2.

Chị Minh Hiền muốn làm một cái cổng hình Parabol như hình vẽ bên. Chiều cao $GH = 4$ m, chiều rộng $AB = 4$ m, $AC = BD = 0,9$ m. Chị Minh Hiền làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1 200 000 đồng/m², còn các phần để trồng làm xiên hoa có giá là 900 000 đồng/m². Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

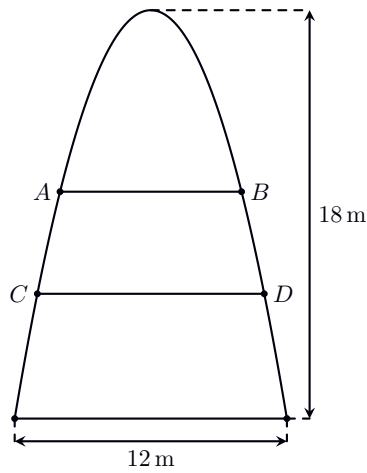
- A** 11 445 000 đồng. **B** 4 077 000 đồng.
C 7 368 000 đồng. **D** 11 370 000 đồng.



CÂU 3.

Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỷ số $\frac{AB}{CD}$ bằng

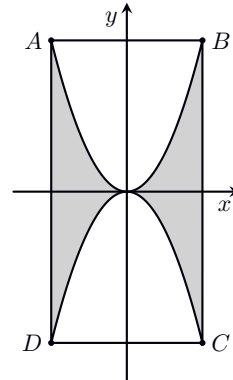
- ☐ A $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ☐ B $\frac{4}{5}$
☐ C $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ☐ D $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$



CÂU 4.

Một họa tiết hình cánh bướm như hình vẽ bên. Phần tô đậm được đỉnh đá với giá thành 500 000/m². Phần còn lại được tô màu với giá thành 250 000/m². Cho $AB = 4$ dm; $BC = 8$ dm. Hỏi để trang trí 1 000 họa tiết như vậy cần số tiền gần nhất với số nào sau đây.

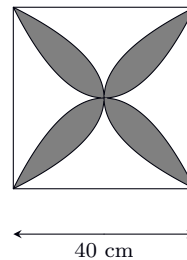
- ☐ A 105 660 667. ☐ B 106 666 667. ☐ C 107 665 667. ☐ D 108 665 667.



CÂU 5.

Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô đen như hình vẽ dưới). Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

- ☐ A 800 cm². ☐ B $\frac{800}{3}$ cm². ☐ C $\frac{400}{3}$ cm². ☐ D 250 cm².



CÂU 6. Để kỷ niệm ngày 26-3. Chi đoàn 12A dự định dựng một lều trại có dạng parabol, với kích thước: nền trại là một hình chữ nhật có chiều rộng là 3 mét, chiều sâu là 6 mét, đỉnh của parabol cách mặt đất là 3 mét. Hãy tính thể tích phần không gian phía bên trong trại để lớp 12A cử số lượng người tham dự trại cho phù hợp.

- ☐ A 30 m³. ☐ B 36 m³. ☐ C 40 m³. ☐ D 41 m³.

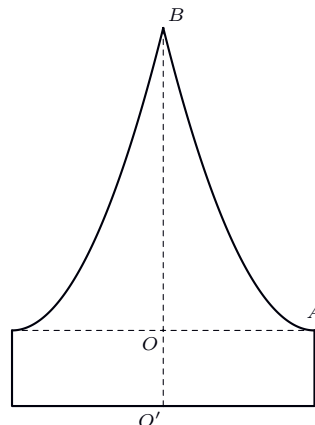
CÂU 7. Cho một vật thể bằng gỗ có dạng hình trụ với chiều cao và bán kính đáy cùng bằng R . Cắt khối gỗ đó bởi một mặt phẳng đi qua đường kính của một mặt đáy của khối gỗ và tạo với mặt phẳng đáy của khối gỗ một góc 30° ta thu được hai khối gỗ có thể tích là V_1 và V_2 , với $V_1 < V_2$. Thể tích V_1 bằng

- ☐ A $V_1 = \frac{2\sqrt{3}R^3}{9}$. ☐ B $V_1 = \frac{\sqrt{3}\pi R^3}{27}$. ☐ C $V_1 = \frac{\sqrt{3}\pi R^3}{18}$. ☐ D $V_1 = \frac{\sqrt{3}R^3}{27}$.

CÂU 8.

Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn Minh Hiền đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 5$ cm, $OA = 10$ cm, $OB = 20$ cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A . Thể tích của chiếc mũ bằng

- ☐ A $\frac{2750\pi}{3}$ cm³. ☐ B $\frac{2500\pi}{3}$ cm³.
☐ C $\frac{2050\pi}{3}$ cm³. ☐ D $\frac{2250\pi}{3}$ cm³.

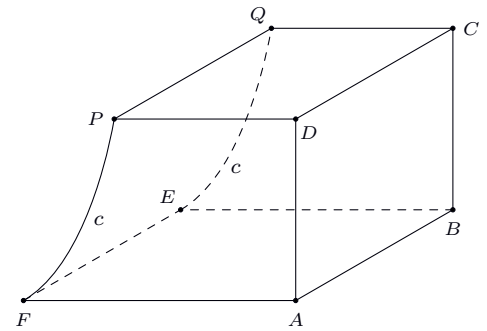


QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 9.

Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên. Các tứ giác $ABCD$, $CDPQ$ là các hình vuông cạnh $2,5$ (cm). Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có $BE = 3,5$ (cm). Mặt bên $PQEF$ được mài nhẵn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm trên cạnh EF . Thể tích của chi tiết máy bằng



- ☐ A $\frac{395}{24} \text{ cm}^3$.
 ☐ B $\frac{50}{3} \text{ cm}^3$.
 ☐ C $\frac{125}{8} \text{ cm}^3$.
 ☐ D $\frac{425}{24} \text{ cm}^3$.

CÂU 10. Bỏ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 28 cm, trục nhỏ 25 cm. Biết cứ 1000 m^3 dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

- ☐ A 183000 đồng.
 ☐ B 180000 đồng.
 ☐ C 185000 đồng.
 ☐ D 190000 đồng.

CÂU 11. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 6at^2 + 2bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là 90 m^3 , sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là 504 m^3 . Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây.

- ☐ A 1458 m^3 .
 ☐ B 600 m^3 .
 ☐ C 2200 m^3 .
 ☐ D 4200 m^3 .

CÂU 12. Người ta thay nước mới cho một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu là 280 cm. Giả sử $h(t)$ là chiều cao (tính bằng cm) của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao mực nước tại giây thứ t là $h'(t) = \frac{1}{500} \sqrt[3]{t}$ và lúc đầu hồ bơi không có nước. Hỏi sau bao lâu thì bơm được số nước bằng $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi (làm tròn đến giây)?

- ☐ A 2 giờ 36 giây.
 ☐ B 2 giờ 48 giây.
 ☐ C 2 giờ 38 giây.
 ☐ D 2 giờ 46 giây.

MỤC LỤC

Bài 1. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN	1
Ⓐ Diện tích hình thang cong.....	1
Ⓑ Thể tích hình khối.....	1
📁 Dạng 1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số.....	2
📁 Dạng 2. THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY.....	12
📁 Dạng 3. Ứng dụng diện tích hình phẳng và thể tích khối tròn xoay trong bt thực tiễn.....	16

