

PHẦN ĐỀ BÀI

QUICK NOTE

Bài 31. SỰ TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C_1) và hàm số $y = g(x)$ có đồ thị (C_2) .

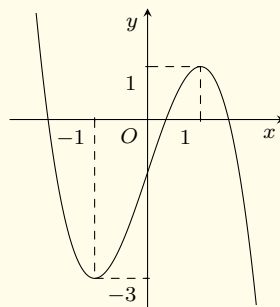
- ☑ Số nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ là số điểm chung của hai đồ thị (C_1) và (C_2) .
- ☑ Phương trình $f(x) = g(x)$ được gọi là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số.

B. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 31 (Đề tham khảo BGD 2022-2023).

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

- (A) 2. (B) 5. (C) 3. (D) 4.



C. BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	$\frac{1}{2}$	5	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 0.

CÂU 2. Đồ thị hàm số $y = x^3 + 2022x^2 - 2023x$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

CÂU 3. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

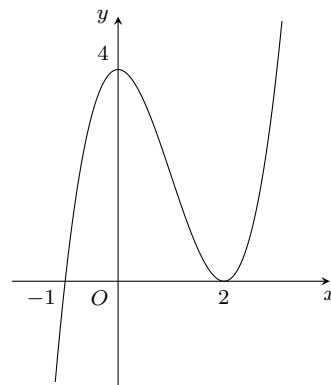
- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

CÂU 4.

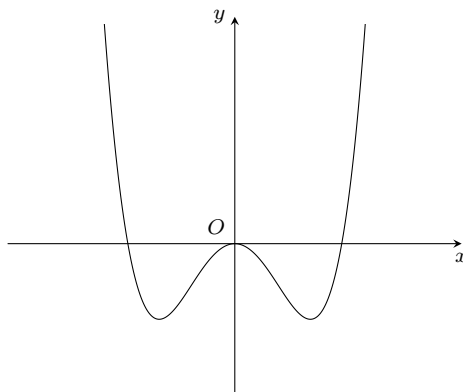
QUICK NOTE

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ là

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.



CÂU 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 3$ là

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

CÂU 6. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+5}{x-1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

- (A) $x = -5$. (B) $x = 5$. (C) $x = -1$. (D) $x = 1$.

CÂU 7. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-3}$ và đường thẳng $y = 3$ là

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

CÂU 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ với trục hoành là

- (A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

CÂU 9. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 3x^3 - 6x^2 + 8x - 5$ và trục hoành.

- (A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

CÂU 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi phương trình $3f(x) - 4 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

CÂU 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) + 5 = 0$ là

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

CÂU 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Phương trình $f(x) = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 2. (B) 4. (C) 1. (D) 3.

CÂU 13. Đồ thị của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x + 1$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - x + 3$ có bao nhiêu điểm chung?

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

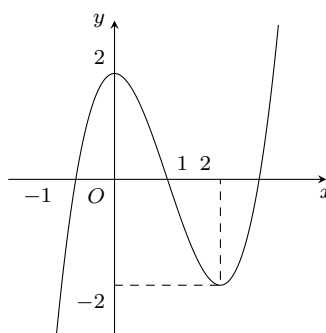
CÂU 14. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x - 3)(x^2 + x + 4)$ với trục hoành là

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

CÂU 15.

Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$ là

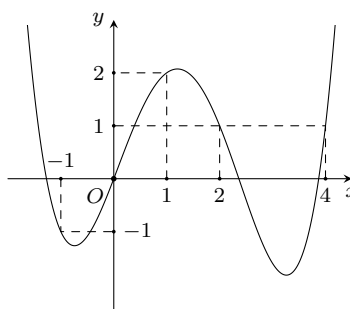
- (A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.



CÂU 16.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ là

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.



CÂU 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	1	-2	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- (A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 6.

CÂU 18. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ

QUICK NOTE

QUICK NOTE

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$-$	$+$
y	$+\infty$	-4	0	-4	$+\infty$

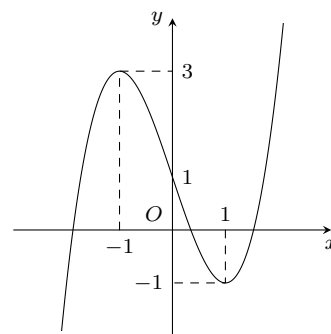
Tìm m để phương trình $f(x) + 3 = m$ vô nghiệm.

- (A) $m > -1$. (B) $m \geq -4$. (C) $m \leq -4$. (D) $m < -1$.

CÂU 19.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình bên. Phương trình $4 - 3f(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.



CÂU 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

D. BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. B	4. A	5. C	6. A	7. D	8. C
9. A	10. C	11. D	12. D	13. B	14. C	15. A	16. C
		17. B	18. D	19. B	20. B		

Bài 32. XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

- ☑ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến (tăng) trên \mathcal{H} khi $f'(x) \geq 0 \forall x \in \mathcal{H}$.
- ☑ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến (giảm) trên \mathcal{H} khi $f'(x) \leq 0 \forall x \in \mathcal{H}$.

2. Các bước thực hiện khi xét tính đơn điệu của hàm số

- ☑ Bước 1. Tính $y' = f'(x)$. Cho $f'(x) = 0$ tìm nghiệm (nếu có).
- ☑ Bước 2. Lập bảng biến thiên của hàm số.
- ☑ Bước 3. Dựa vào bảng biến thiên, kết luận miền đơn điệu của hàm số.

B. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 32 (Đề tham khảo BGD 2022-2023). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
(A) $(-1; 1)$. **(B)** $(2; +\infty)$. **(C)** $(1; 2)$. **(D)** $(-\infty; -1)$.

C. BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

CÂU 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^3 \forall x \in \mathbb{R}$ nghịch biến trên khoảng nào?

- (A)** $(-\infty; 0)$. **(B)** $(-1; 1)$. **(C)** $(0; 1)$. **(D)** $(1; +\infty)$.

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$. **(B)** Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.
(C) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$. **(D)** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

CÂU 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $y = f'(x) < 0 \forall x \in (-3; 5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)** $f(0) < f(5)$. **(B)** $f(-3) > f(5)$. **(C)** $f(-3) < f(5)$. **(D)** $f(-2) = f(2)$.

CÂU 4. Hàm số $f(x)$ có $f'(x) = (x-1)(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A)** $(2; +\infty)$. **(B)** $(-\infty; -1)$. **(C)** $(-2; -1)$. **(D)** $(1; 2)$.

CÂU 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x+1)(5-x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** $f(2) < f(1) < f(4)$. **(B)** $f(4) < f(2) < f(1)$.
(C) $f(1) < f(4) < f(2)$. **(D)** $f(1) < f(2) < f(4)$.

CÂU 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A)** $(2; +\infty)$. **(B)** $(-\infty; -1)$. **(C)** $(-1; 1)$. **(D)** $(1; 2)$.

CÂU 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} là $f'(x) = x^2(x-1)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- (A)** $(-\infty; +\infty)$. **(B)** $(1; +\infty)$. **(C)** $(-\infty; 1)$. **(D)** $(0; 1)$.

CÂU 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A)** $(0; 1)$. **(B)** $(-2; 0)$. **(C)** $(1; 3)$. **(D)** $(-1; 0)$.

CÂU 9. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.
(B) Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
(C) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

CÂU 10. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$. **(B)** Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.
(C) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$. **(D)** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

CÂU 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

CÂU 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1 \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

C Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

CÂU 13. Hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng về sự biến thiên của hàm số $f(x)$?

A $f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

B $f(x)$ chỉ đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$ trong tập \mathbb{R} .

C $f(x)$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

D $f(x)$ chỉ nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$ trong tập \mathbb{R} .

CÂU 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x+2)(x+1)(x^2-1)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A $(-2; -1)$.

B $(-1; 1)$.

C $(0; +\infty)$.

D $(-\infty; -2)$.

CÂU 15. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó hàm số đã cho

A đồng biến trên \mathbb{R} .

B nghịch biến trên \mathbb{R} .

C là hàm hằng trên \mathbb{R} .

D đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty; -1)$.

B $(1; 3)$.

C $(3; +\infty)$.

D $(-\infty; 1)$.

CÂU 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0; +\infty)$.

B $(-1; 0)$.

C $(-\infty; -1)$.

D $(-1; +\infty)$.

CÂU 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-1; 1)$.

B $(2; +\infty)$.

C $(1; 2)$.

D $(-\infty; -1)$.

CÂU 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

B Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

CÂU 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^4 + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

B Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

D. BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. B	4. D	5. D	6. D	7. B	8. A
9. B	10. C	11. B	12. B	13. A	14. C	15. A	16. B
		17. A	18. C	19. C	20. A		

Bài 33. XÁC SUẤT

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa xác suất

Xác suất của biến cố A được tính bởi công thức

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}.$$

Trong đó

- ☑ $n(A)$ là số kết quả thuận lợi của biến cố A ;
- ☑ $n(\Omega)$ là số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

2. Tính chất

- ☑ Giả sử A và B là các biến cố liên quan đến một phép thử có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Khi đó, ta có

a) $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1.$

b) $0 \leq P(A) \leq 1$, với mọi biến cố A .

c) Nếu A và B xung khắc, thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (công thức cộng xác suất).

- ☑ Các biến cố A và B là xung khắc nếu và chỉ nếu chúng không khi nào cùng xảy ra.

- ☑ Với mọi biến cố A , ta có

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A).$$

- ☑ Với hai biến cố bất kỳ, ta có mối quan hệ sau (công thức nhân xác suất):

$$A \text{ và } B \text{ là hai biến cố độc lập} \Leftrightarrow P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B).$$

QUICK NOTE

B. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 33 (Đề tham khảo BGD 2022-2023). Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 6 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6 và 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng

A $\frac{9}{35}.$

B $\frac{18}{35}.$

C $\frac{4}{35}.$

D $\frac{1}{7}.$

C. BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

CÂU 1. Cho một hộp chứa 9 viên bi được đánh số từ 1 đến 9. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi rồi cộng các số trên 3 viên đó với nhau. Xác suất để số thu được là số lẻ bằng

A $\frac{3}{4}.$

B $\frac{11}{21}.$

C $\frac{1}{2}.$

D $\frac{10}{21}.$

CÂU 2. Một hộp chứa 6 bi vàng, 5 bi đỏ và 4 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 8 bi trong hộp. Xác suất để trong 8 bi lấy ra có số bi vàng và số bi đỏ khác nhau là

A $\frac{344}{429}.$

B $\frac{526}{1001}.$

C $\frac{95}{429}.$

D $\frac{334}{429}.$

CÂU 3. Có 3 chiếc hộp. Mỗi hộp chứa 4 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp một thẻ. Tính xác suất để 3 thẻ được lấy ra đều mang số chẵn.

A $\frac{2}{3}.$

B $\frac{3}{32}.$

C $\frac{1}{2}.$

D $\frac{1}{8}.$

CÂU 4. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ tập $A = \{0; 1; 2; 3; \dots; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S , tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 30.

A $\frac{1}{75}.$

B $\frac{4}{3 \cdot 10^3}.$

C $\frac{1}{50}.$

D $\frac{1}{108}.$

CÂU 5. Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp. Tính xác suất để tổng các số trên các viên bi là một số lẻ?

A $\frac{103}{231}.$

B $\frac{215}{462}.$

C $\frac{118}{231}.$

D $\frac{115}{231}.$

QUICK NOTE

CÂU 6. Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng 1 thẻ mang số chia hết cho 10.

- (A) $\frac{99}{667}$. (B) 0, 1. (C) $\frac{48}{105}$. (D) 0, 17.

CÂU 7. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn không vượt quá 2023, đồng thời nó chia hết cho 5.

- (A) $\frac{41}{1800}$. (B) $\frac{99}{750}$. (C) $\frac{48}{1800}$. (D) $\frac{17}{105}$.

CÂU 8. Cho tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Gọi S là tập hợp các số gồm có 3 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số của tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

- (A) $\frac{1}{5}$. (B) $\frac{23}{25}$. (C) $\frac{2}{25}$. (D) $\frac{4}{5}$.

CÂU 9. Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12. Tính xác suất để trong các cách sắp xếp ngẫu nhiên 9 học sinh đó vào một dãy có 9 chiếc ghế sao cho không có hai học sinh lớp 12 nào ngồi cạnh nhau.

- (A) $\frac{5}{72}$. (B) $\frac{7}{72}$. (C) $\frac{5}{12}$. (D) $\frac{1}{1728}$.

CÂU 10. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- (A) $\frac{13}{27}$. (B) $\frac{14}{27}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{365}{729}$.

CÂU 11. Gọi S là tập các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được tạo từ tập $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn?

- (A) $\frac{3}{4}$. (B) $\frac{2}{5}$. (C) $\frac{3}{5}$. (D) $\frac{1}{2}$.

CÂU 12. Một hộp đựng 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi, rồi cộng các số trên các bi lại với nhau. Xác suất để kết quả thu được là 1 số lẻ bằng

- (A) $\frac{31}{32}$. (B) $\frac{11}{32}$. (C) $\frac{16}{33}$. (D) $\frac{21}{32}$.

CÂU 13. Cho 14 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 14. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tích 3 số ghi trên 3 tấm thẻ này chia hết cho 3 bằng

- (A) $\frac{30}{91}$. (B) $\frac{61}{91}$. (C) $\frac{31}{91}$. (D) $\frac{12}{17}$.

CÂU 14. Gọi S là tất cả các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên hai số từ tập S . Tính xác suất để tích hai số được chọn là số chẵn.

- (A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{2}{5}$. (C) $\frac{5}{6}$. (D) $\frac{3}{4}$.

CÂU 15. Gọi A là tập hợp các số có ba chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên ba số từ tập hợp A , xác suất để trong ba số được chọn có đúng một số có mặt chữ số 4 bằng

- (A) $\frac{2484}{8555}$. (B) $\frac{5}{17}$. (C) $\frac{2518}{8555}$. (D) $\frac{4}{17}$.

CÂU 16. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Rút ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để rút được số mà trong số đó, chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước.

- (A) $\frac{3}{32}$. (B) $\frac{2}{7}$. (C) $\frac{3}{16}$. (D) $\frac{11}{64}$.

CÂU 17. Một hộp đựng 50 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên từ một hộp hai thẻ. Tính xác suất để hiệu bình phương số ghi trên hai thẻ lấy được là số chia hết cho 3.

- (A) $\frac{409}{1225}$. (B) $\frac{681}{1225}$. (C) $\frac{8}{25}$. (D) $\frac{801}{1225}$.

CÂU 18. Một hộp gồm 30 quả cầu được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đúng 1 quả cầu ghi số lẻ và tích 3 số ghi trên ba quả cầu là một số chia hết cho 8 bằng

- (A) $\frac{33}{116}$. (B) $\frac{21}{58}$. (C) $\frac{45}{116}$. (D) $\frac{6}{29}$.

CÂU 19. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau được lập nên từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn có chứa ít nhất một trong hai chữ số 1 hoặc 2 bằng

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{1}{15}$. (C) $\frac{3}{50}$. (D) $\frac{47}{50}$.

CÂU 20. Có 6 học sinh nam và 3 học sinh nữ được xếp chỗ ngồi ngẫu nhiên vào một dãy gồm 9 ghế. Xác suất để mỗi học sinh nữ được xếp ngồi xen giữa hai học sinh nam là

- (A) 11,9%. (B) 58,33%. (C) 60,71%. (D) 6,94%.

D. BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. D	4. A	5. C	6. A	7. A	8. C
9. C	10. A	11. B	12. C	13. B	14. C	15. A	16. C
		17. B	18. A	19. D	20. A		

Bài 34. PHƯƠNG TRÌNH MŨ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Sử dụng kiến thức $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$ với $a, b > 0, a \neq 1$.

B. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 34 (Đề minh họa BGD 2022-2023). Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\ln^2 x + 2 \ln x - 3 = 0$ bằng

- (A) $\frac{1}{e^3}$. (B) -2 . (C) -3 . (D) $\frac{1}{e^2}$.

C. BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

CÂU 1. Khi đặt $3^x = t$ thì phương trình $9^{x+1} - 3^{x+1} - 30 = 0$ trở thành

- (A) $3t^2 - t - 10 = 0$. (B) $2t^2 - t - 1 = 0$.
(C) $9t^2 - 3t - 10 = 0$. (D) $t^2 - t - 10 = 0$.

CÂU 2. Xét bất phương trình $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0$. Nếu đặt $t = 5^x$ thì bất phương trình trở thành bất phương trình nào sau đây?

- (A) $t^2 - 16t + 32 < 0$. (B) $t^2 - 6t + 32 < 0$.
(C) $t^2 - 75t + 32 < 0$. (D) $t^2 - 3t + 32 < 0$.

CÂU 3. Phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng

- (A) $(-1; 0)$. (B) $(3; 6)$. (C) $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. (D) $(2; 4)$.

CÂU 4. Phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng

- (A) $(3; 6)$. (B) $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. (C) $(2; 4)$. (D) $(-1; 0)$.

CÂU 5. Xét bất phương trình $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0$. Nếu đặt $t = 5^x$ thì bất phương trình trở thành bất phương trình nào sau đây?

- (A) $t^2 - 6t + 32 < 0$. (B) $t^2 - 75t + 32 < 0$.
(C) $t^2 - 3t + 32 < 0$. (D) $t^2 - 16t + 32 < 0$.

CÂU 6. Tập nghiệm S của bất phương trình $9^{x+\frac{1}{2}} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$.

- (A) $S = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. (B) $S = \{-1; 1\}$.
(C) $S = (-1; 1)$. (D) $S = [-1; 1]$.

CÂU 7. Tìm tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

- (A) 2. (B) 0. (C) $\frac{5}{2}$. (D) 1.

CÂU 8. Khi đặt $3^x = t$ thì phương trình $9^{x+1} - 3^{x+1} - 30 = 0$ trở thành

- (A) $t^2 - t - 10 = 0$. (B) $2t^2 - t - 1 = 0$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

(C) $3t^2 - t - 10 = 0$.

(D) $9t^2 - 3t - 10 = 0$.

CÂU 9. Bất phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 0.

CÂU 10. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$ là

(A) $(0; 2)$.

(B) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

(C) $(1; 2)$.

(D) $(2; 4)$.

CÂU 11. Tổng các nghiệm của phương trình $3^x - 8 \cdot 3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0$ bằng

(A) $2(1 + \log_3 5)$.

(B) $4 \log_5 3$.

(C) $3 \log_3 5$.

(D) $2 + \log_3 5$.

CÂU 12. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = 4 \cdot 3^{\sin^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2017; 2017]$.

(A) 1285.

(B) 4035.

(C) 1284.

(D) 4034.

CÂU 13. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 5 \leq 0$ là

(A) $[-\infty; \log_2 5)$.

(B) $[-1; \log_2 5]$.

(C) $[\log_2 5; +\infty)$.

(D) $[0; \log_2 5]$.

CÂU 14. Tìm tập nghiệm S của phương trình $e^{6x} - 3e^{3x} + 2 = 0$.

(A) $S = \left\{1; \frac{\ln 2}{3}\right\}$.

(B) $S = \{0; \ln 2\}$.

(C) $S = \{1; \ln 2\}$.

(D) $S = \left\{0; \frac{\ln 2}{3}\right\}$.

CÂU 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3^2 x - 2 \log_3 x^2 + 3 < 0$ là

(A) $(-\infty; 3) \cup (27; +\infty)$.

(B) $(3; 27)$.

(C) $(0; 3) \cup (27; +\infty)$.

(D) $[3; 27]$.

CÂU 16. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2 \left(10 \cdot (\sqrt{2019})^x - 2019^x\right) = 4$ bằng

(A) $\log_{2019} 10$.

(B) $2 \log_{2019} 10$.

(C) $\log_{2019} 16$.

(D) $2 \log_{2019} 16$.

CÂU 17. Phương trình $\log_2^2 x - 8\sqrt{\log_2(8x)} - 12 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

(A) 1.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 0.

CÂU 18. Cho $x > 1$ và thỏa mãn $\log_3(\log_{27} x) = \log_{27}(\log_3 x)$. Khi đó giá trị $\log_3 x$ bằng

(A) $\frac{1}{3}$.

(B) 3.

(C) $3\sqrt{3}$.

(D) 27.

CÂU 19. Biết phương trình $\log_2^2 x - 2 \log_2(2x) - 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Tính $x_1 x_2$.

(A) $x_1 x_2 = \frac{1}{2}$.

(B) $x_1 x_2 = -3$.

(C) $x_1 x_2 = 4$.

(D) $x_1 x_2 = \frac{1}{8}$.

CÂU 20. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình: $\log_2^2(x-1) - 4 \log_2(x-1) + 3 \geq 0$

(A) $S = [3; 9]$.

(B) $S = (1; 3] \cup [9; +\infty)$.

(C) $S = (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.


(D) $S = (-\infty; 3] \cup [9; +\infty)$.

D. BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. C	4. B	5. B	6. D	7. B	8. C
9. B	10. C	11. A	12. A	13. D	14. D	15. B	16. D
		17. A	18. C	19. C	20. B		

Bài 35. PHÉP ĐẾM

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

 Phương pháp chung của bài toán tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức là

☑ Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$.

☑ Thay vào điều kiện đề bài, ta được một phương trình biểu diễn theo hai biến x và y .

Chú ý các công thức

$$\bar{z} = x - yi.$$

$$z \cdot \bar{z} = x^2 + y^2.$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi.$$

☞ Tùy thuộc vào phương trình thu được, ta kết luận tập hợp điểm chạy trên "đối tượng hình" tương ứng.

Một số dạng thường gặp

- ▶ Dạng $Ax + By + C = 0$: tập hợp điểm là đường thẳng.
- ▶ Dạng $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$: tập hợp điểm là đường tròn có tâm $I(x_0; y_0)$ và bán kính R .
- ▶ Dạng $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \leq R^2$: tập hợp điểm là hình tròn có tâm $I(x_0; y_0)$ và bán kính R .
- ▶ Dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0, (a^2 + b^2 - c > 0)$: tập hợp điểm là đường tròn có tâm $I(a; b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.
- ▶ Dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$: tập hợp điểm là đường elip.
- ▶ Dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$: tập hợp điểm là đường hyperbol.
- ▶ Dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$): tập hợp điểm là đường parabol.

QUICK NOTE

B. BÀI TẬP MẪU

VÍ DỤ 35 (Đề minh họa BGD 2022-2023). Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = 1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- (A) (0; 2). (B) (-2; 0). (C) (0; -2). (D) (2; 0).

C. BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

CÂU 1. Cho số phức z thỏa $|z - 1 + i| = 4$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- (A) Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I(1; -1)$ và bán kính bằng $R = 4$.
 (B) Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có tâm $I(-1; 1)$ và bán kính $R = 2$.
 (C) Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường parabol.
 (D) Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.

CÂU 2. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa $|iz - 1 + 2i| = 4$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

- (A) $I(1; 2)$. (B) $I(-1; -2)$. (C) $I(-2; -1)$. (D) $I(2; 1)$.

CÂU 3. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z + 4 - 4i| \leq 2$ là

- (A) Hình tròn tâm $I(4; -4)$ và bán kính $R = 4$.
 (B) Hình tròn tâm $I(-4; 4)$ và bán kính $R = 2$.
 (C) Đường tròn tâm $I(4; -4)$ và bán kính $R = 4$.
 (D) Đường tròn tâm $I(-4; 4)$ và bán kính $R = 2$.

CÂU 4. Gọi (H) là hình gồm tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa $|z + 3|^2 + |z - 3|^2 = 50$. Tính diện tích hình (H) .

- (A) $S = 8\pi$. (B) $S = 16\pi$. (C) $S = 15\pi$. (D) $S = 20\pi$.

CÂU 5. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z - 2i| - |2z + 1| = 0$ là một đường tròn. Tính chu vi C của đường tròn đó.

- (A) $C = \frac{2\sqrt{17}\pi}{3}$. (B) $C = \frac{\sqrt{17}\pi}{3}$. (C) $C = \frac{17\pi}{9}$. (D) $C = \frac{4\sqrt{17}\pi}{3}$.

CÂU 6. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|(1 - i)z - 4 + 2i| = 2$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của đường tròn đó.

- (A) $I(-3; -1), R = 2$. (B) $I(3; 1), R = \sqrt{2}$.
 (C) $I(3; 1), R = 2$. (D) $I(-3; -1), R = \sqrt{2}$.

QUICK NOTE

CÂU 7. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là một đường tròn có tâm I và bán kính R . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $I(-2; -1), R = 4$. (B) $I(2; -1), R = 4$.
(C) $I(2; -1), R = 2$. (D) $I(-2; -1), R = 2$.

CÂU 8. Cho số phức z thỏa mãn $(z + 1)(\bar{z} - 2i)$ là một số thuần ảo. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

- (A) $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$. (B) $R = \frac{\sqrt{5}}{4}$. (C) $R = \sqrt{5}$. (D) $R = \frac{5}{4}$.

CÂU 9. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z - i| = |2 - 3i - z|$ là một đường thẳng. Tính khoảng cách d từ gốc tọa độ O đến đường thẳng đó.

- (A) $d = 3$. (B) $d = \sqrt{3}$. (C) $d = \frac{3\sqrt{5}}{5}$. (D) $d = \frac{5}{5}$.

CÂU 10. Gọi (H) là hình gồm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $1 \leq |z - 1| \leq 2$. Tính diện tích hình (H) .

- (A) $S_{(H)} = 2\pi$. (B) $S_{(H)} = 5\pi$. (C) $S_{(H)} = 3\pi$. (D) $S_{(H)} = \pi$.

CÂU 11. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 2| + |z - 2| = 8$ là

- (A) Một đoạn thẳng. (B) Một đường hyperbol.
(C) Một đường elip. (D) Một đường parabol.

CÂU 12. Cho số phức z thỏa $(z - i)(2 + i)$ là một số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là

- (A) Đường thẳng có phương trình $2x - y + 1 = 0$.
(B) Đường tròn có tâm $I(1; -1)$ và bán kính $R = 4$.
(C) Đường thẳng có phương trình $x + 2y - 2 = 0$.
(D) Đường tròn có tâm $I(2; -1)$ và bán kính $R = 2$.

CÂU 13. Biết tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{z}{z - 1} \right| = 3$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

- (A) $I\left(\frac{9}{8}; 0\right)$. (B) $I\left(\frac{9}{4}; 0\right)$. (C) $I\left(-\frac{9}{8}; 0\right)$. (D) $I\left(-\frac{9}{4}; 0\right)$.

CÂU 14. Cho số phức z thỏa $|z| = 2$. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức w thỏa mãn $w = 3 + i - (3 - 4i)z$ là một đường tròn. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

- (A) 10. (B) $2\sqrt{5}$. (C) $5\sqrt{2}$. (D) $5\sqrt{5}$.

CÂU 15. Cho số phức z thỏa $|z| = \sqrt{5}$. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức w thỏa mãn $w = (1 + 2i)z + i$ là một đường tròn. Tìm bán kính r của đường tròn đó.

- (A) $r = 2\sqrt{5}$. (B) $r = \sqrt{5}$. (C) $r = 10$. (D) $r = 5$.

CÂU 16. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 2i + 1| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (12 - 5i)z + 3i$ là một đường tròn. Tìm tâm I của đường tròn đó.

- (A) $I(-1; 2)$. (B) $I(-2; 32)$. (C) $I(2; -32)$. (D) $I(1; -5)$.

CÂU 17. Cho số phức z thỏa $|z| = 3$. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = \bar{z} + i$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm của đường tròn đó.

- (A) $I(0; 1)$. (B) $I(0; -1)$. (C) $I(1; 0)$. (D) $I(-1; 0)$.

CÂU 18. Cho hai số phức z, w thỏa $|z| = 10$ và $\bar{z} = (3 + 4i)\bar{w}$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w là

- (A) Đường tròn tâm $I(2; 0)$ và bán kính $R = 2$.
(B) Đường tròn tâm $O(0; 0)$ và bán kính $R = 2$.
(C) Đường tròn tâm $I(0; 2)$ và bán kính $R = 2$.
(D) Đường tròn tâm $O(0; 0)$ và bán kính $R = 1$.

CÂU 19. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |\bar{z} - i|$. Quỹ tích các điểm biểu diễn của số phức $w = (3 - 4i)z + i$ là

- (A) Một đường thẳng. (B) Một đường tròn.
(C) Một đường parabol. (D) Một đường elip.

QUICK NOTE

- ## D. BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. B	4. B	5. A	6. B	7. A	8. A
9. C	10. C	11. C	12. A	13. A	14. A	15. D	16. B
		17. A	18. B	19. A	20. A		