

QUICK NOTE

Cho mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

A Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là một mệnh đề đúng.

5. Mệnh đề tương đương

Cho hai mệnh đề P và Q . Mệnh đề có dạng “ P nếu và chỉ nếu Q ” được gọi là mệnh đề tương đương.

- ☑ Kí hiệu là $P \Leftrightarrow Q$.
- ☑ Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ cùng đúng hoặc cùng sai.
(Hay $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi cả hai mệnh đề P và Q cùng đúng hoặc cùng sai).
- ☑ $P \Leftrightarrow Q$ còn được phát biểu là “ P khi và chỉ khi Q ”, “ P tương đương với Q ”, hay “ P là điều kiện cần và đủ để có Q ”.

6. Mệnh đề có chứa kí hiệu \forall và \exists

- ☑ Kí hiệu \forall (với mọi): “ $\forall x \in X, P(x)$ ” hoặc “ $\forall x \in X : P(x)$ ”.
- ☑ Kí hiệu \exists (tồn tại): “ $\exists x \in X, P(x)$ ” hoặc “ $\exists x \in X : P(x)$ ”.

- A**
- ☑ Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in X, P(x)$ ” là mệnh đề “ $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ”.
 - ☑ Phủ định của mệnh đề “ $\exists x \in X, P(x)$ ” là mệnh đề “ $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ”.

B. CÁC DẠNG TOÁN

1 Xác định mệnh đề và xét tính đúng - sai của mệnh đề

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề toán học?

- a) Hà Nội là Thủ đô của Việt Nam.
- b) Số π là một số hữu tỉ.
- c) $x = 1$ có phải là nghiệm của phương trình $x^2 - 1 = 0$ không?
- d) Phương trình $3x^2 - 5x + 2 = 0$ có nghiệm nguyên.
- e) $5 < 7 - 3$.
- f) Đây là cách xử lí khôn ngoan!

VÍ DỤ 2. Trong các mệnh đề toán học sau đây, mệnh đề nào là một khẳng định đúng? Mệnh đề nào là một khẳng định sai?

- a) P : “Tổng hai góc đối của một tứ giác nội tiếp bằng 180° ”.
- b) Q : “7 là số chính phương”.
- c) R : “1 là số nguyên tố”.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề toán học?

- a) Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm.
- b) Mọi số tự nhiên đều là số dương.
- c) Có sự sống ngoài Trái Đất.
- d) Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động.

QUICK NOTE

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau

- a) A : “2022 chia hết cho 7”.
- b) B : “Tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6”.
- c) C : “Phương trình $x^2 + x + 1 = 0$ vô nghiệm”.

BÀI 2. Hãy lập mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau đây và cho biết các mệnh đề phủ định đó đúng hay sai?

- a) A : “735 là số nguyên tố”.
- b) B : “Phương trình $x^2 + 9x - 2011 = 0$ vô nghiệm”.
- c) C : “Đường tròn có một tâm đối xứng”.
- d) D : “Hai đường thẳng song song không có điểm chung”.

BÀI 3. Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo.

- a) Nếu một số chia hết cho 6 thì số đó chia hết cho 3.
- b) Nếu một số là số tự nhiên lẻ thì nó là số nguyên tố.
- c) Nếu $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP}$ thì $\triangle ABC \sim \triangle MNP$.

BÀI 4. Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề đảo.

- a) Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau.
- b) Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì nó có hai cạnh đối song song và bằng nhau.

BÀI 5. Hãy xác định giả thiết, kết luận đồng thời dùng thuật ngữ “điều kiện đủ”, để phát biểu các định lý sau

- a) Nếu a và b là hai số hữu tỉ thì tổng $a + b$ cũng là số hữu tỉ.
- b) Nếu một số tự nhiên n có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì nó chia hết cho 9.

BÀI 6. Cho định lý “Cho số tự nhiên n , nếu n^5 chia hết cho 5 thì n chia hết cho 5”. Định lý này được viết dưới dạng $P \Rightarrow Q$.

- a) Hãy xác định các mệnh đề P và Q .
- b) Phát biểu định lý trên bằng cách dùng thuật ngữ “điều kiện cần”.
- c) Phát biểu định lý trên bằng cách dùng thuật ngữ “điều kiện đủ”. Hãy phát biểu định lý đảo (nếu có) của định lý trên rồi dùng các thuật ngữ “điều kiện cần và điều kiện đủ” phát biểu gộp cả hai định lý thuận và đảo.

BÀI 7. Cho tam giác ABC với trung tuyến AM . Xét hai mệnh đề P : “Tam giác ABC vuông tại A ”. Q : “Trung tuyến AM bằng một nửa cạnh BC ”

- a) Hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề này đúng hay sai?
- b) Hãy phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$. Mệnh đề này đúng hay sai?
- c) Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai?

BÀI 8. Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó.

- a) P : “Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật” và Q : “Tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường”.
- b) P : “Hình thang $ABCD$ nội tiếp một đường tròn” và Q : “Hình thang $ABCD$ cân”.

BÀI 9. Hãy phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai nếu biết

- a) P : “ a và b cùng chia hết cho c ” và Q : “ $a + b$ chia hết cho c ”.
- b) P : “ a chia hết cho 3” và Q : “ a chia hết cho 9”.
- c) P : “ $ABCD$ là hình chữ nhật” và Q : “Tứ giác $ABCD$ có ba góc vuông”.

3

Mệnh đề chứa biến- mệnh đề chứa kí hiệu \forall và \exists

QUICK NOTE

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Xét câu “ n là số chẵn”. (với n là số nguyên)

Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này. Tuy nhiên, với mỗi giá trị của n thuộc tập số nguyên, câu này cho ta một mệnh đề. Chẳng hạn,

- ☑ Với $n = 1$ ta được mệnh đề “1 là số chẵn” (đây là mệnh đề sai).
- ☑ Với $n = 2$ ta được mệnh đề “2 là số chẵn” (đây là mệnh đề đúng).

Ta nói rằng câu “ n là số chẵn” là một mệnh đề chứa biến.

VÍ DỤ 2. Xét câu “ $x > 1$ ”. Hãy tìm hai giá trị thực của x , ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

VÍ DỤ 3. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề chứa biến?

- a) 18 chia hết cho 9;
- b) $3n$ chia hết cho 9.

VÍ DỤ 4. Cho mệnh đề P : “ $\forall x \in \mathbb{N} : x - 2 > 0$ ”. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề P . Xét tính đúng sai của mệnh đề \bar{P} .

VÍ DỤ 5. Viết mệnh đề phủ định của mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của nó.
 P : “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$ ”.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Sử dụng kí hiệu “ \forall ” để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

- a) P : “Với mọi số thực $x, x^2 + 1 > 0$ ”.
- b) Q : “Với mọi số tự nhiên $n, n^2 + n$ chia hết cho 6”.

BÀI 2. Sử dụng kí hiệu “ \exists ” để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

- a) M : “Tồn tại số thực x sao cho $x^3 = -8$ ”.
- b) N : “Tồn tại số nguyên x sao cho $2x + 1 = 0$ ”.

BÀI 3. Bạn An nói “Mọi số thực đều có bình phương là một số không âm”. Bạn Bình phủ định lại câu nói của bạn An “Có một số thực mà bình phương của nó là một số âm”.

- a) Sử dụng kí hiệu “ \forall ” để viết mệnh đề của bạn An.
- b) Sử dụng kí hiệu “ \exists ” để viết mệnh đề của bạn Bình.

BÀI 4. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$.
- b) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$.

BÀI 5. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề phủ định đó

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2x - 2$.
- b) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 2x - 1$.
- c) $\exists x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} \geq 2$.
- d) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$.

BÀI 6. Trong tiết học môn Toán, Nam phát biểu: “Mọi số thực đều có bình phương khác 1”. Mai phát biểu: “Có một số thực mà bình phương của nó bằng 1”.

- a) Hãy cho biết bạn nào phát biểu đúng.
- b) Dùng kí hiệu \forall, \exists để viết lại các phát biểu của Nam và Mai dưới dạng mệnh đề.

BÀI 7. Phát biểu bằng lời mệnh đề sau và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 0$$

QUICK NOTE

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CUỐI BÀI

CÂU 1. Phát biểu nào dưới đây là mệnh đề?

- (A) $2 + 3 = 9$. (B) Phong cảnh đẹp quá!
(C) $5 - x = 7$. (D) Bây giờ là mấy giờ?

CÂU 2. Các câu sau đây, câu nào **không** là mệnh đề?

- (A) Phương trình $x^2 - x + 1 = 0$ vô nghiệm.
(B) $x + y > 1$.
(C) 12 không là số nguyên tố.
(D) Hai phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ và $2x^2 - \sqrt{x+3} = 0$ có nghiệm chung.

CÂU 3. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề **đúng**?

- (A) Nếu $a \geq b$ thì $a^2 \geq b^2$.
(B) Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3.
(C) Nếu bạn tự tin thì bạn thành công.
(D) Nếu một tam giác có một góc bằng 60° thì tam giác đó đều.

CÂU 4. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- (A) Phương trình $x^2 + bx + c = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow b^2 - 4c \geq 0$.
(B) $\begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} \Leftrightarrow a > c$.
(C) $\triangle ABC$ vuông tại $A \Leftrightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$.
(D) n^2 chẵn $\Leftrightarrow n$ chẵn.

CÂU 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- (A) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x + 2 = 0$. (B) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$.
(C) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$. (D) $\forall x \in \mathbb{R}, |x + 1| \geq 0$.

CÂU 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo **đúng**?

- (A) Nếu số nguyên n có chữ số tận cùng là 5 thì số nguyên n chia hết cho 5.
(B) Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
(C) Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau.
(D) Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau.

CÂU 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo là **sai**?

- (A) Nếu tam giác ABC cân thì tam giác có hai cạnh bằng nhau.
(B) Nếu a chia hết cho 6 thì a chia hết cho 2 và 3.
(C) Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì AB song song với CD .
(D) Nếu tứ giác có hai đường chéo vuông góc thì tứ giác đó là hình thoi.

CÂU 8. Cho mệnh đề $P(x)$: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P(x)$ là

- (A) " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$ ". (B) " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ".
(C) " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ". (D) " $x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ".

CÂU 9. Cho mệnh đề P : " $\exists x \in \mathbb{R}, x < \frac{1}{x}$ ". Xác định mệnh đề phủ định của mệnh đề P .

- (A) \bar{P} : " $\exists x \in \mathbb{R}, x \geq \frac{1}{x}$ ". (B) \bar{P} : " $\forall x \in \mathbb{R}, x > \frac{1}{x}$ ".
(C) \bar{P} : " $\forall x \in \mathbb{R}, x \geq \frac{1}{x}$ ". (D) \bar{P} : " $\exists x \in \mathbb{R}, x > \frac{1}{x}$ ".

CÂU 10. Cách phát biểu nào sau đây **không** thể dùng để phát biểu mệnh đề $A \Rightarrow B$?

- (A) Nếu A thì B . (B) A kéo theo B .

QUICK NOTE

- (C) A là điều kiện đủ để có B . (D) A là điều kiện cần để có B .

CÂU 11. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- (A) Với mọi số thực x , nếu $x < -2$ thì $x^2 > 4$.
 (B) Với mọi số thực x , nếu $x^2 < 4$ thì $x < -2$.
 (C) Với mọi số thực x , nếu $x < -2$ thì $x^2 < 4$.
 (D) Với mọi số thực x , nếu $x^2 > 4$ thì $x > -2$.

CÂU 12. Biết A là mệnh đề sai và B là mệnh đề đúng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $B \Rightarrow A$. (B) $B \Leftrightarrow A$. (C) $\bar{A} \Leftrightarrow \bar{B}$. (D) $B \Rightarrow \bar{A}$.

CÂU 13. Cho $P \Leftrightarrow Q$ là mệnh đề đúng. Khẳng định nào sau đây là sai?

- (A) $\bar{P} \Leftrightarrow Q$ sai. (B) $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$ đúng. (C) $\bar{Q} \Leftrightarrow P$ sai. (D) $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$ sai.

CÂU 14. Cho A, B, C là ba mệnh đề đúng. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) $A \Rightarrow (B \Rightarrow \bar{C})$. (B) $C \Rightarrow \bar{A}$. (C) $B \Rightarrow (\bar{A} \Rightarrow \bar{C})$. (D) $C \Rightarrow (A \Rightarrow B)$.

CÂU 15. Trong các mệnh đề nào sau đây mệnh đề nào sai?

- (A) Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một góc bằng nhau.
 (B) Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông.
 (C) Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại.
 (D) Một tam giác là đều khi và chỉ khi chúng có hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng 60° .

CÂU 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- (A) Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
 (B) Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
 (C) Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.
 (D) Tích của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

CÂU 17. Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$: " $x > x^3$ ". Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A) $P(1)$ là mệnh đề sai. (B) $P(1)$ là mệnh đề đúng.
 (C) $P(1)$ là mệnh đề vừa đúng vừa sai. (D) $P(1)$ không phải là mệnh đề.

CÂU 18. Xét mệnh đề chứa biến $P(x)$: " $x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x \geq 0$ ". Tìm một giá trị của biến để được mệnh đề đúng.

- (A) $x = \frac{1}{4}$. (B) $x = 3$. (C) $x = 1$. (D) $x = 0,5$.

CÂU 19. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- (A) $x(1 - 2x) \leq \frac{1}{8}, \forall x$. (B) $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2 + 2} > \frac{5}{2}, \forall x$.
 (C) $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \geq \frac{1}{3}, \forall x$. (D) $\frac{x}{x^2 + 1} \leq \frac{1}{2}, \forall x$.

CÂU 20. Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) $\forall x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 4x + 4 > 0$. (B) $\exists x \in \mathbb{R}, (x - 1)^2 + (x + 1)^2 = 0$.
 (C) $\exists x \in \mathbb{Q}, x < \frac{1}{x}$. (D) $\exists n \in \mathbb{N}, (1 + 2 + 3 + \dots + n) \vdots 11$.

MỤC LỤC

Bài 1. Mệnh đề	1
(A) Tóm tắt lý thuyết	1
(B) Các dạng toán	2
Dạng 1. Xác định mệnh đề và xét tính đúng - sai của mệnh đề	2
Dạng 2. Mệnh đề phủ định, mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo, tương đương	3
Dạng 3. Mệnh đề chứa biến- mệnh đề chứa kí hiệu \forall và \exists	5
(C) BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CUỐI BÀI	6

