

QUICK NOTE

- ☐ $\vec{n} = (-3; 1; -2).$
- ☐ $\vec{n} = (3; 1; 2).$
- ☐ $\vec{n} = (3; -1; 2).$
- ☐ $\vec{n} = (6; -2; 4).$

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- ☐ $\vec{i} = (1; 0; 0).$
- ☐ $\vec{m} = (1; 1; 1).$
- ☐ $\vec{j} = (0; 1; 0).$
- ☐ $\vec{k} = (0; 0; 1).$

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 1 = 0$?

- ☐ $\vec{a} = (2; -3; 1).$
- ☐ $\vec{b} = (2; 1; -3).$
- ☐ $\vec{c} = (2; -3; 0).$
- ☐ $\vec{d} = (3; 2; 0).$

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

- ☐ $\vec{n} = (3; 6; -2).$
- ☐ $\vec{n} = (2; -1; 3).$
- ☐ $\vec{n} = (-3; -6; -2).$
- ☐ $\vec{n} = (-2; -1; 3).$

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.

- ☐ $Q(1; -2; 2).$
- ☐ $P(2; -1; -1).$
- ☐ $M(1; 1; -1).$
- ☐ $N(1; -1; -1).$

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây **không thuộc** (α) ?

- ☐ $Q(3; 3; 0).$
- ☐ $N(2; 2; 2).$
- ☐ $P(1; 2; 3).$
- ☐ $M(1; -1; 1).$

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- ☐ $P(0; 0; -5).$
- ☐ $M(1; 1; 6).$
- ☐ $Q(2; -1; 5).$
- ☐ $N(-5; 0; 0).$

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

- ☐ $P(0; 2; 0).$
- ☐ $N(1; 2; 3).$
- ☐ $M(1; 0; 0).$
- ☐ $Q(0; 0; 3).$

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- ☐ $M\left(1; 1; \frac{3}{2}\right).$
- ☐ $N\left(1; -1; -\frac{3}{2}\right).$
- ☐ $P(1; 6; 1).$
- ☐ $Q(0; 3; 0).$

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 14. Trong không gian cho hệ tọa độ $Oxyz$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 1).$		
b) Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 3; 0).$		
c) Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-2; 0; 0).$		
d) Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (0; 0; -2024).$		

CÂU 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $ \vec{a} + \vec{b} = 3.$		
b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4.$		

Mệnh đề	Đ	S
c) $ \vec{a} - \vec{b} = 5.$		
d) $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -4; 3).$		

CÂU 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (3; -1; 0)$, $\vec{c} = (1; -5; 2)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) \vec{a} cùng phương với $\vec{b}.$		
b) $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0.$		
c) \vec{a} không cùng phương với $\vec{b}.$		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
d) \vec{a} vuông góc với \vec{b} .		

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 2024 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 3; 1)$.		
b) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (6; 9; 3)$.		
c) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-4; -6; -2)$.		
d) Điểm $M(0; 0; 2024)$ không thuộc mặt phẳng (P) .		

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm $M(-1; -1; -1)$ không thuộc mặt phẳng (P) .		
b) Điểm $N(1; 1; 1)$ thuộc mặt phẳng (P) .		
c) Điểm $K(-3; 0; 0)$ không thuộc mặt phẳng (P) .		
d) Điểm $Q(0; 0; -3)$ thuộc mặt phẳng (P) .		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; 1; -1)$, $B(1; 1; 2)$ và $C(1; -1; 0)$. Biết $\vec{u} = [\vec{BC}, \vec{BD}]$. Khi đó, độ dài của \vec{u} bằng bao nhiêu?

KQ:

CÂU 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 2)$, $B(1; -1; -2)$ và $C(-1; 1; 0)$. Một vectơ $\vec{n} = (a; b; 2)$ có phương vuông góc với hai vectơ \vec{AB} và \vec{AC} . Tính giá trị của $a + b$.

KQ:

CÂU 21. Hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(2; 0; 3)$, $C(-2; 1; 3)$ và $D(0; 1; 1)$. Tính giá trị của phép tính $[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}$.

KQ:

CÂU 22. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 6y - 8z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; a; b)$. Khi đó tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

KQ:

CÂU 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 1; 2)$, $\vec{v} = (-1; m; m - 2)$. Tìm giá trị của m dương sao cho $||\vec{u}, \vec{v}|| = \sqrt{14}$.

KQ:

CÂU 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m} = (4; 3; 1)$, $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Gọi $\vec{p} = (a; b; c)$ là vectơ cùng hướng với $[\vec{m}, \vec{n}]$ (tích có hướng của hai vectơ \vec{m} và \vec{n}). Biết $|\vec{p}| = 15$, giá trị của tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

KQ:

2

Hai mặt phẳng song song, vuông góc. Khoảng cách một điểm đến mặt phẳng

1. Điều kiện hai mặt phẳng song song, vuông góc:

Cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$. Khi đó:

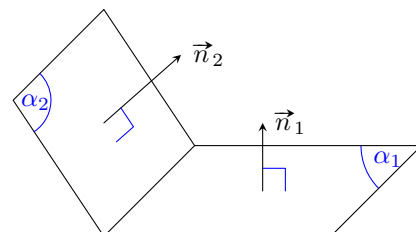
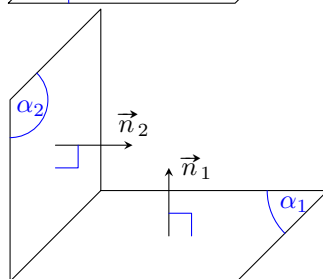
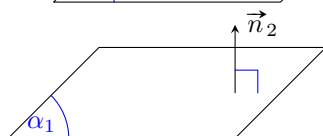
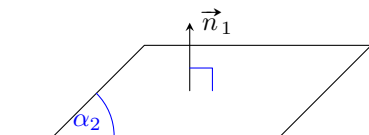
QUICK NOTE

$$\odot (\alpha_1) \parallel (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}).$$

$$\odot (\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}).$$

$$\odot (\alpha_1) \text{ cắt } (\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \text{ và } \vec{n}_2 \text{ không cùng phương.}$$

$$\odot (\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$



A Chú ý:

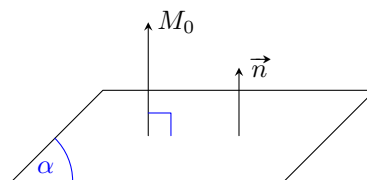
$$\odot \vec{a} \text{ cùng phương với } \vec{b} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}.$$

$$\odot \text{ Nếu } \vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] \text{ thì vectơ } \vec{n} \text{ vuông góc với cả hai vectơ } \vec{a} \text{ và } \vec{b}.$$

2. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$



A Chú ý:

$$\odot \text{ Mặt phẳng } (Oxy) \text{ có phương trình: } z = 0.$$

$$\odot \text{ Mặt phẳng } (Oxz) \text{ có phương trình: } y = 0.$$

$$\odot \text{ Mặt phẳng } (Oyz) \text{ có phương trình: } x = 0.$$

3. Khoảng cách hai mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia (Thực chất là khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng).

Để tính khoảng cách mặt phẳng (α_1) song song với (α_2) , ta thực hiện như sau:

Bước 1: Chọn điểm $M \in (\alpha_1)$.

Bước 2: Tính khoảng cách điểm M đến (α_2) .

Bước 3: Kết luận: $d((\alpha_1), (\alpha_2)) = d(M, (\alpha_2))$.

⚠ Chú ý: Cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): Ax + By + Cz + D_1 = 0$ và $(\alpha_2): Ax + By + Cz + D_2 = 0$ có cùng vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$. Khi đó khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là:

$$d((\alpha_1), (\alpha_2)) = \frac{|D_1 - D_2|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Khoảng cách từ điểm $M(3; 2; 1)$ đến mặt phẳng $(P): Ax + Cz + D = 0, A.C.D \neq 0$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- (A) $d(M, (P)) = \frac{|3A + C + D|}{\sqrt{A^2 + C^2}}$. (B) $d(M, (P)) = \frac{|A + 2B + 3C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.
(C) $d(M, (P)) = \frac{|3A + C|}{\sqrt{A^2 + C^2}}$. (D) $d(M, (P)) = \frac{|3A + C + D|}{\sqrt{3^2 + 1^2}}$.

CÂU 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- (A) $d = \frac{5}{9}$. (B) $d = \frac{5}{29}$. (C) $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. (D) $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; 0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- (A) 5. (B) 2. (C) $\frac{5}{3}$. (D) $\frac{4}{3}$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$.

- (A) $\frac{11}{3}$. (B) 3. (C) $\frac{7}{3}$. (D) $\frac{4}{3}$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -2)$ lên mặt phẳng (P) . Độ dài đoạn thẳng MH là

- (A) 2. (B) $\frac{1}{3}$. (C) 1. (D) 3.

CÂU 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; -2; 3)$ lên mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$. Độ dài đoạn thẳng AH bằng

- (A) 3. (B) 7. (C) 4. (D) 1.

CÂU 7. Khoảng cách từ điểm $M(-4; -5; 6)$ đến mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) lần lượt bằng

- (A) 6 và 4. (B) 6 và 5. (C) 5 và 4. (D) 4 và 6.

CÂU 8. Tính khoảng cách d từ điểm $B(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(P): y + 1 = 0$ ta được:

- (A) y_0 . (B) $|y_0|$. (C) $\frac{|y_0 + 1|}{\sqrt{2}}$. (D) $|y_0 + 1|$.

CÂU 9. Khoảng cách từ điểm $C(-2; 0; 0)$ đến mặt phẳng (Oxy) bằng

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) $\sqrt{2}$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

- (A) $\frac{4}{3}$. (B) $\frac{8}{3}$. (C) $\frac{7}{3}$. (D) 3.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + 3z + 6 = 0$ là

- (A) $\frac{7}{\sqrt{14}}$. (B) $\frac{8}{\sqrt{14}}$. (C) 14. (D) $\frac{5}{\sqrt{14}}$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 8 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 4 = 0$ bằng

- (A) 1. (B) $\frac{4}{3}$. (C) 2. (D) $\frac{7}{3}$.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- (A) $2x - y - z - 2 = 0$. (B) $x - y - z - 2 = 0$.
(C) $x + y + z - 2 = 0$. (D) $2x + y + z - 2 = 0$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$, với $m, n \in \mathbb{R}$. Xác định m, n để (P) song song với (Q) .

- (A) $m = n = -4$. (B) $m = 4; n = -4$. (C) $m = -4; n = 4$. (D) $m = n = 4$.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

- (A) $m = 1$. (B) $m = -1$. (C) $m = -6$. (D) $m = 6$.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2x + my + 2z + 3 = 0$ và $(R): -x + 2y + nz = 0$. Tính tổng $m + 2n$, biết rằng $(P) \perp (R)$ và $(P) \parallel (Q)$.

- (A) -6 . (B) 1 . (C) 0 . (D) 6 .

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

- (A) $m = -3$. (B) $m = -2$. (C) $m = 3$. (D) $m = 2$.

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

- (A) $m = 1$. (B) Không tồn tại m . (C) $m = -2$. (D) $m = 2$.

CÂU 19. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3.

- (A) $(Q): x + 2y - 2z + 8 = 0$. (B) $(Q): x + 2y - 2z + 5 = 0$.
(C) $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$. (D) $(Q): x + 2y - 2z + 2 = 0$.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 20. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 0)$ và các mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) , (Oxz) . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $d(M, (Oxz)) = 2$.		
b) $d(M, (Oyz)) = 1$.		
c) $d(M, (Oxy)) = 1$.		
d) $d(M, (Oxz)) > d(M, (Oyz))$.		

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.		
b) Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.		
c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.		
d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.		

CÂU 22. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (Q) bằng 1. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Mặt phẳng (Q) có phương trình là $x + y + z - 3 = 0$.		
b) Mặt phẳng (Q) có phương trình là $2x + y + 2z - 3 = 0$.		
c) Mặt phẳng (Q) có phương trình là $2x + y - 2z + 6 = 0$.		
d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là $x + 2y + 2z - 3 = 0$.		

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $N(0; 1; 0)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$, $(Q): 4x - 2y - 4z - 6 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.		
b) Khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{1}{2}$.		
c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.		
d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.		

CÂU 24. Khoảng cách từ điểm $A(2; 4; 3)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 2z + 1 = 0$ và $(\beta): x = 0$ lần lượt là $d(A, (\alpha))$, $d(A, (\beta))$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $d(A, (\alpha)) = 3 \cdot d(A, (\beta))$.		
b) $d(A, (\alpha)) > d(A, (\beta))$.		

Mệnh đề	Đ	S
c) $d(A, (\alpha)) = d(A, (\beta))$.		
d) $2 \cdot d(A, (\alpha)) = d(A, (\beta))$.		

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 6; -3)$ và các mặt phẳng: $(\alpha): x - 2 = 0$; $(\beta): y - 6 = 0$; $(\gamma): z - 3 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $(\alpha) \perp (\beta)$.		
b) $(\beta) \parallel (Oyz)$.		

Mệnh đề	Đ	S
c) $(\gamma) \parallel Oz$.		
d) (α) qua I .		

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y - 9 = 0$. Xét các mệnh đề sau:

(I) $(P) \parallel (Oxz)$.

(II) $(P) \perp Oy$

Mệnh đề	Đ	S
a) Cả (I) và (II) đều sai.		
b) (I) đúng, (II) sai.		

Mệnh đề	Đ	S
c) (I) sai, (II) đúng.		
d) Cả (I) và (II) đều đúng.		

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, Cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$; $(\beta): x + y - z + 2 = 0$; $(\gamma): x - y + 5 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $(\alpha) \parallel (\gamma)$.		
b) $(\alpha) \perp (\beta)$.		

Mệnh đề	Đ	S
c) $(\gamma) \perp (\beta)$.		
d) $(\alpha) \perp (\gamma)$.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) (kết quả viết dưới dạng số thập phân, lấy gần đúng đến hàng phần mười).

KQ:

CÂU 29. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 16 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$ bằng bao nhiêu?

KQ:

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 30. Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(0; a; 0)$ thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 5 = 0$. Khi đó a có giá trị bằng

KQ:

CÂU 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxy , cho $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 4)$. Khi đó giá trị của tham số m bằng bao nhiêu để khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(P): 2x + y + mz - 1 = 0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .

QUICK NOTE

KQ:

CÂU 32. Gọi điểm $M(0; a; 0)$ trên trục Oy sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P) : 2x - y + 3z - 4 = 0$ nhỏ nhất. Khi đó giá trị của a là

KQ:

CÂU 33. Cho điểm $M(0; 0; m)$ thuộc trục Oz sao cho điểm M cách đều điểm $A(2; 3; 4)$ và mặt phẳng $(P) : 2x + 3y + z - 17 = 0$. Khi đó giá trị của m là

KQ:

CÂU 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(5; -4; -1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d(B; (P)) = 2d(A; (P))$, (P) cắt AB tại $I(a; b; c)$ nằm giữa AB . Tính $a + b + c$.

KQ:

CÂU 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 3x + 4y - 12z + 5 = 0$ và điểm $A(2; 4; -1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M . Gọi B là điểm sao cho $\overrightarrow{AB} = 3 \cdot \overrightarrow{AM}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (P)

KQ:

CÂU 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P) : 2x + my + 2mz - 9 = 0$ và $(Q) : 6x - y - z - 10 = 0$. Tìm m để $(P) \perp (Q)$

KQ:

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P) : 5x + my + z - 5 = 0$ và $(Q) : nx - 3y - 2z + 7 = 0$. Để $(P) \parallel (Q)$ thì giá trị của $m + n$ là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

KQ:

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P) : 2x - my - 4z - 6 + m = 0$ và $(Q) : (m + 3)x + y + (5m + 1)z - 7 = 0$. Tìm m để $(P) \equiv (Q)$.

KQ:

CÂU 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P) : x - 2y - z + 3 = 0$ và $(Q) : 2x + y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ chứa giao tuyến của (P) và (Q) ; phương trình của $(R) : m(x - 2y - z + 3) + (2x + y + z - 1) = 0$. Khi đó giá trị của m là bao nhiêu?

KQ:

CÂU 40. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ trong đó $b \cdot c \neq 0$ và mặt phẳng $(P) : y - z + 1 = 0$. Giá trị của $\frac{2b}{c}$ bằng bao nhiêu để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) .

KQ:

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha) : ax - y + 2z + b = 0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P) : x - y - z + 1 = 0$ và $(Q) : x + 2y + z - 1 = 0$. Tính $a + 4b$

KQ:

CÂU 42. Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m) : mx + 2y + nz + 1 = 0$ và $(Q_m) : x - my + nz + 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : 4x - y - 6z + 3 = 0$. Tính $m + n$

KQ:

CÂU 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q) : x + y + z + 3 = 0$, cách điểm $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a; b; c)$ trên mặt phẳng đó, khi đó $a + b + c$ có giá trị bằng

KQ:

CÂU 44. Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; -2; 2)$, đồng thời cắt

các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O . Giả sử $(P) : x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và $(Q) : x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2 + c_1c_2$

QUICK NOTE

KQ:

--	--	--	--

3

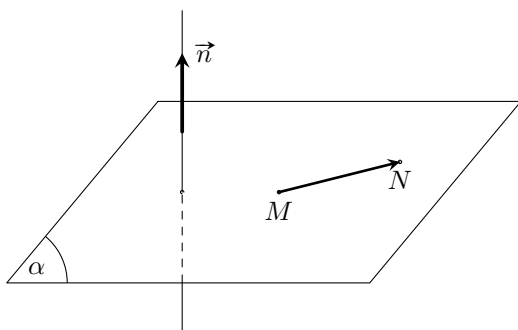
Viết PTTQ MP khi biết điểm đi qua và một VTPT hoặc hai VTCP

1. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và biết một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$

Trong không gian $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

hay $Ax + By + Cz + D = 0$ với $D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$



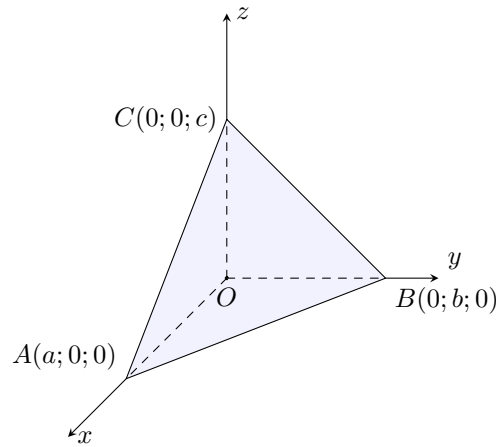
Chú ý:

- Mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương \vec{a}, \vec{b} (\vec{a}, \vec{b} không cùng phương) thì mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.
- Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng thì có cặp vectơ chỉ phương \vec{AB}, \vec{AC} nên mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$.
- Dựa vào tính chất vuông góc, song song giữa mặt phẳng với mặt phẳng, giữa đường thẳng với mặt phẳng trong không gian để tìm vectơ chỉ phương, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần lập.
 - ☑ Hai mặt phẳng song song thì có cùng vectơ pháp tuyến.
 - ☑ Hai mặt phẳng vuông góc thì vectơ chỉ phương của mặt phẳng này là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng kia.
 - ☑ Đường thẳng song song mặt phẳng thì vectơ chỉ phương của đường thẳng là vectơ chỉ phương của mặt phẳng.
 - ☑ Đường thẳng vuông góc mặt phẳng thì vectơ chỉ phương của đường thẳng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

2. Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

- Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn
Mặt phẳng (α) không đi qua gốc tọa độ O và lần lượt cắt trục Ox tại $A(a; 0; 0)$, cắt trục Oy tại $B(0; b; 0)$, cắt trục Oz tại $C(0; 0; c)$ có phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ với $a \cdot b \cdot c \neq 0$

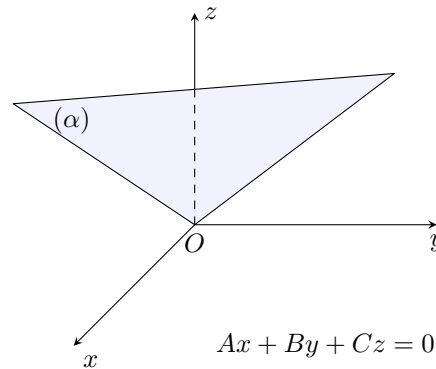
QUICK NOTE



b. Phương trình mặt phẳng đặc biệt

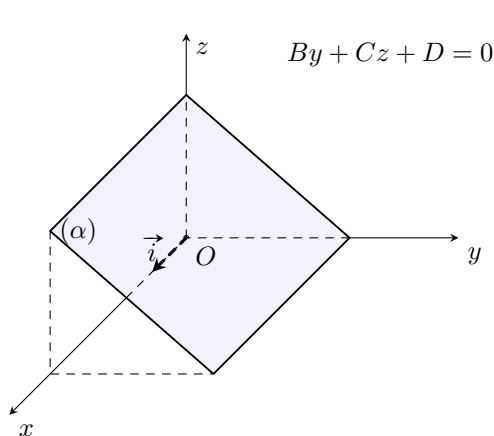
Xét phương trình mặt phẳng $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

- ☑ Nếu $D = 0$ thì mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O và có dạng $(\alpha) : Ax + By + Cz = 0$.

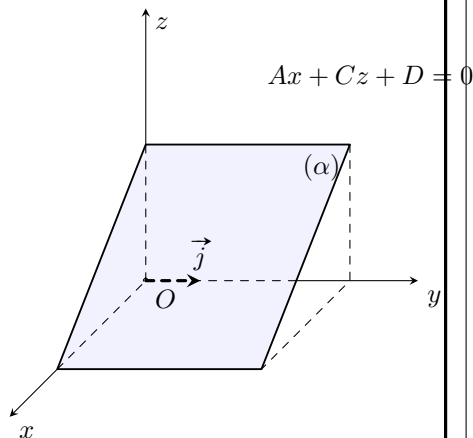


- ☑ Nếu $A = 0, B \neq 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Ox .
 + Mặt phẳng (α) song song Ox thì có dạng $(\alpha) : By + Cz + D = 0$. (Hình 1)
 + Mặt phẳng (α) chứa trục Ox thì có dạng $(\alpha) : By + Cz = 0$.
- ☑ Nếu $A \neq 0, B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oy .
 + Mặt phẳng (α) song song Oy thì có dạng $(\alpha) : Ax + Cz + D = 0$. (Hình 2)
 + Mặt phẳng (α) chứa trục Oy thì có dạng $(\alpha) : Ax + Cz = 0$.
- ☑ Nếu $A \neq 0, B \neq 0, C = 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oz .
 + Mặt phẳng (α) song song Oz thì có dạng $(\alpha) : Ax + By + D = 0$. (Hình 3)
 + Mặt phẳng (α) chứa trục Oz thì có dạng $(\alpha) : Ax + By = 0$.
- ☑ Nếu $A = B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxy) .
 + Mặt phẳng (α) song song (Oxy) thì có dạng $(\alpha) : Cz + D = 0$. (Hình 4)
 + Mặt phẳng (α) chứa (Oxy) thì có dạng $(\alpha) : z = 0$.
- ☑ Nếu $A = C = 0, B \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxz) .
 + Mặt phẳng (α) song song (Oxz) thì có dạng $(\alpha) : By + D = 0$. (Hình 5)
 + Mặt phẳng (α) chứa (Oxz) thì có dạng $(\alpha) : y = 0$.
- ☑ Nếu $B = C = 0, A \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oyz) .
 + Mặt phẳng (α) song song (Oyz) thì có dạng $(\alpha) : Ax + D = 0$. (Hình 6)
 + Mặt phẳng (α) chứa (Oyz) thì có dạng $(\alpha) : x = 0$.

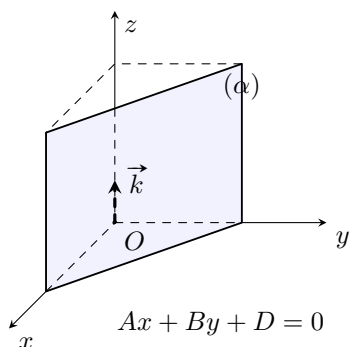
QUICK NOTE



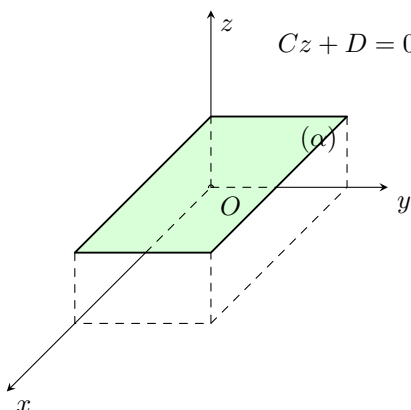
Hình 1



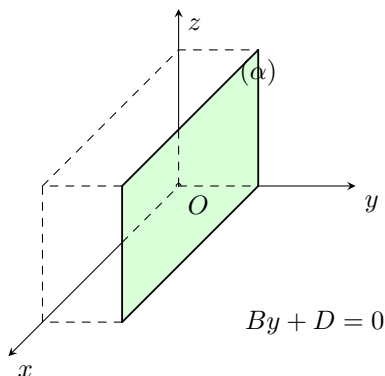
Hình 2



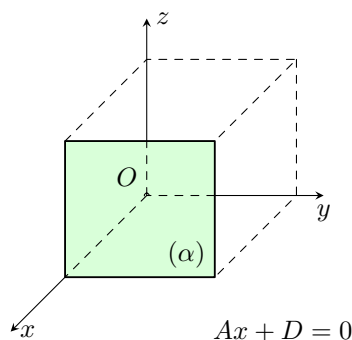
Hình 3



Hình 4



Hình 5



Hình 6

Nhận xét:

- ☑ Để nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì lấy phương trình $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$ làm chuẩn.
- + Mặt phẳng (α) chứa gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ thì $D = 0$.
- + Mặt phẳng (α) chứa trục tương ứng nào (trục Ox , Oy , Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax , By , Cz) và $D = 0$.
- + Mặt phẳng (α) song song với trục tương ứng nào (trục Ox , Oy , Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax , By , Cz) và $D \neq 0$.
- ☑ Nếu không nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì nhớ vec-tơ chỉ phương của các trục Ox , Oy , Oz và vectơ pháp tuyến các mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oxz) , (Oyz) để chuyển bài toán lập phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến.
- + Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.
- + Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

QUICK NOTE

- + Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.
- + Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.
- + Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.
- + Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

- (A) $x - 2y + 3z + 12 = 0$. (B) $x - 2y - 3z - 6 = 0$.
(C) $x - 2y + 3z - 12 = 0$. (D) $x - 2y - 3z + 6 = 0$.

CÂU 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

- (A) $2x - y + 3z + 9 = 0$. (B) $2x - y + 3z - 4 = 0$.
(C) $x - 2y - 4 = 0$. (D) $2x - y + 3z + 4 = 0$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3; 0; -1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -2; -3)$ là

- (A) $4x - 2y + 3z - 9 = 0$. (B) $4x - 2y - 3z - 15 = 0$.
(C) $3x - z - 15 = 0$. (D) $4x - 2y - 3z + 15 = 0$.

CÂU 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1; 1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là

- (A) $x - 2y - 2z - 1 = 0$. (B) $-x + y - 2z - 1 = 0$.
(C) $x - 2y - 2z + 7 = 0$. (D) $-x + y - 2z + 1 = 0$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

- (A) $z = 0$. (B) $x = 0$. (C) $x + y + z = 0$. (D) $y = 0$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

- (A) $z = 0$. (B) $x = 0$. (C) $y = 0$. (D) $x + y = 0$.

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

- (A) $y = 0$. (B) $x = 0$. (C) $y - z = 0$. (D) $z = 0$.

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx ?

- (A) $x = 0$. (B) $y - 1 = 0$. (C) $y = 0$. (D) $z = 0$.

CÂU 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) qua $M(0; -2; 1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

- (A) $3x - 5y - z - 6 = 0$. (B) $3x - 5y - z + 6 = 0$.
(C) $3x + 5y - z + 6 = 0$. (D) $3x - 5y + z - 6 = 0$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cặp vectơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 2)$ có giá song song với mặt phẳng (P) . Phương trình mặt phẳng (P) qua $C(1; 1; 3)$ là

- (A) $2x + 6y - z - 7 = 0$. (B) $2x - 6y - z + 5 = 0$.
(C) $2x + 6y + z + 5 = 0$. (D) $2x - 6y - z + 7 = 0$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- (A) $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. (B) $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. (C) $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. (D) $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

CÂU 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 1; 0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Hãy xác định a và d .

- (A) $a = 1, d = 1$. (B) $a = 6, d = -6$. (C) $a = -1, d = -6$. (D) $a = -6, d = 6$.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

- (A) $2x - y + 3z + 9 = 0$. (B) $2x + y + 3z - 3 = 0$.
(C) $2x + y + 3z + 3 = 0$. (D) $2x - y + 3z - 9 = 0$.

QUICK NOTE

- CÂU 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là
- ☐ A $x + 2y + 2z - 11 = 0$. ☐ B $x + 2y + 2z - 2 = 0$.
☐ C $x + 2y + 4z - 4 = 0$. ☐ D $x + 2y + 4z - 17 = 0$.
- CÂU 15.** Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là
- ☐ A $2x + 2y + z - 2 = 0$. ☐ B $4x + 2y + z - 17 = 0$.
☐ C $4x + 2y + z - 4 = 0$. ☐ D $2x + 2y + z - 11 = 0$.
- CÂU 16.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .
- ☐ A $x + y + 2z - 3 = 0$. ☐ B $x + y + 2z - 6 = 0$.
☐ C $x + 3y + 4z - 7 = 0$. ☐ D $x + 3y + 4z - 26 = 0$.
- CÂU 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là
- ☐ A $3x + 2z + 1 = 0$. ☐ B $x + 2y - 2z + 1 = 0$.
☐ C $x + 2y - 2z - 1 = 0$. ☐ D $3x + 2z - 1 = 0$.
- CÂU 18.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là
- ☐ A $y + 2z - 5 = 0$. ☐ B $2x - y - 1 = 0$. ☐ C $2x - y + 1 = 0$. ☐ D $-y + 2z - 5 = 0$.
- CÂU 19.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - z = 0$ có phương trình là
- ☐ A $4x - 3y + 2z + 3 = 0$. ☐ B $4x - 3y - 2z + 3 = 0$.
☐ C $2x + y - 3z - 1 = 0$. ☐ D $4x + y - 2z - 1 = 0$.
- CÂU 20.** Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$, $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là
- ☐ A $2x - y - 2z = 0$. ☐ B $2x - y + 2z = 0$.
☐ C $2x + y - 2z = 0$. ☐ D $2x + y - 2z + 1 = 0$.
- CÂU 21.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1)$; $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- ☐ A $a + b + c = 5$. ☐ B $a + b + c = 15$. ☐ C $a + b + c = -5$. ☐ D $a + b + c = -15$.
- CÂU 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của (α) là
- ☐ A $x + y + z - 3 = 0$. ☐ B $x + y + z + 3 = 0$.
☐ C $-2x + z + 6 = 0$. ☐ D $-2x + z - 6 = 0$.
- CÂU 23.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 9 = 0$ chứa hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$?
- ☐ A $S = -12$. ☐ B $S = 2$. ☐ C $S = -4$. ☐ D $S = -2$.
- CÂU 24.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là
- ☐ A $4x + 5y - 3z + 22 = 0$. ☐ B $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.
☐ C $2x + y - 3z - 14 = 0$. ☐ D $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.
- Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.
- CÂU 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai vectơ $\vec{v} = (-1;2;3)$, $\vec{u} = (-2;0;1)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.		
b) $\vec{u} \perp \vec{v}$.		
c) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của vectơ $\vec{v} = (-1;2;3)$ là $x - 2y - 3z + 4 = 0$.		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
d) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với giá của vectơ $\vec{u} = (-2; 0; 1)$ là $2x - y + 1 = 0$.		

CÂU 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 4)$, $B(2; 7; 9)$, $C(0; 9; 13)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB} = \vec{i} + 6\vec{j} + 5\vec{k}$.		
b) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$.		
c) Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $x - y + z - 4 = 0$.		
d) Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $2x + y - z - 2 = 0$.		

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Mặt phẳng (P) có một vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-3; 2; -1)$.		
b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(-1; 1; 2)$.		
c) Phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) là $3x - 2y + z - 12 = 0$.		
d) Phương trình của mặt phẳng (R) đi qua điểm O, M và vuông góc với mặt phẳng (P) là $7x + my + nz = 0$. Khi đó $m + n = 8$.		

CÂU 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(4; 1; 2)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB} = (5; 1; 2)$.		
b) Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.		
c) Mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là $3x + y + 2z - 3 = 0$.		
d) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $3x + y + 2z - 12 = 0$.		

CÂU 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz .

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm A có tọa độ là $A(1; 0; 0)$.		
b) Điểm B có tọa độ là $B(1; 2; 0)$.		
c) $\overrightarrow{BC} = (-1; -2; 3)$.		
d) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.		

CÂU 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(4; 1; 2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB} = (3; 1; 2)$.		
b) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là $3x + y + 2z - 3 = 0$.		
c) Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
d) Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là $3x + y + 2z - 12 = 0$.		

CÂU 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm A có tọa độ là $A(1; 0; 0)$.		
b) Điểm B có tọa độ là $B(1; 2; 0)$.		
c) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.		
d) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.		

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 5; 2)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm A_1 có tọa độ là $(3; 5; 0)$.		
b) Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x + 6y + 15z - 60 = 0$.		
c) Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x + 6y + 15z - 90 = 0$.		
d) Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$.		

CÂU 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2)$.		
b) Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I(1; 1; 2)$.		
c) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x + y + 2z - 6 = 0$.		
d) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $3x - y - z = 0$.		

CÂU 34. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1); B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$.		
b) Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là $x + z = 0$.		
c) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $d(A, (P)) = \frac{7\sqrt{6}}{6}$.		
d) Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là $3x - y + z = 0$.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 35. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tổng quát mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$. Tính $a + b + c$.

KQ:

--	--	--	--

QUICK NOTE

CÂU 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ qua $M(0; -2; 1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-2; -3; 8)$, $\vec{b} = (-1; 0; 6)$. Tính $a + b + c$.

KQ:

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, $C(1; 0; 2)$, $D(1; 1; 1)$. Mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$ đi qua $A(1; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, (α) song song với đường thẳng CD . Tính $a + b + c$.

KQ:

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 3 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) có dạng $(Q): ax + by + cz + d = 0$. Tính $a + b + c$.

KQ:

CÂU 39. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; -2)$, $B(3; 2; 0)$, $C(0; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $ax + by + cz + d = 0$. Tính $a + b + c$.

KQ:

CÂU 40. Trong không gian, cho hai điểm $A(0; 0; 1)$ và $B(2; 1; 3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB : $ax + by + cz + d = 0$. Tính $a + b + c$.

KQ:

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$. Tính $a + b + c$.

KQ:

CÂU 42. Trong không gian $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Tính $a + b + c$ của phương trình mặt phẳng $(MNP): ax + by + cz + d = 0$.

KQ:

4

Viết PTTQ MP khi biết VTPT, VTCP nhưng không biết điểm đi qua

- ☑ Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

- ☑ Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị D .

Chú ý: Dạng này giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 1 = 0$ Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3?

- (A) $(Q): 2x + 2y - z + 10 = 0$. (B) $(Q): 2x + 2y - z + 4 = 0$.
(C) $(Q): 2x + 2y - z + 8 = 0$. (D) $(Q): 2x + 2y - z - 8 = 0$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; -1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1; 1; 1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

- (A) $2x + 3y - 6z + 1 = 0$. (B) $3x + 2y - 6z + 1 = 0$.
(C) $3x + 2y - 5z = 0$. (D) $6x + 2y - 3z - 5 = 0$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) , (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là

- (A) $6x + 3y + 2z - 24 = 0$. (B) $6x + 3y + 2z - 12 = 0$.
(C) $6x + 3y + 2z = 0$. (D) $6x + 3y + 2z - 36 = 0$.

CÂU 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$, mặt phẳng (P) không qua O , song song với mặt phẳng (Q) và $d((P), (Q)) = 1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- (A) $x + 2y + 2z + 1 = 0$. (B) $x + 2y + 2z = 0$.
(C) $x + 2y + 2z - 6 = 0$. (D) $x + 2y + 2z + 3 = 0$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) , cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương.

- (A) $(Q): 2x - 2y + z + 4 = 0$. (B) $(Q): 2x - 2y + z - 14 = 0$.
(C) $(Q): 2x - 2y + z - 19 = 0$. (D) $(Q): 2x - 2y + z - 8 = 0$.

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 6. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x + y - z + 3 = 0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$ có dạng $ax + by + cz + d = 0$ ($d \neq 0$). Tính $a + b + c$.

KQ:

--	--	--	--

CÂU 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng $(P): ax + by + cz = 0$ song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) . Tính $a + b + c$.

KQ:

--	--	--	--

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, gọi (γ) là mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng sau đây: $4x - y - 2z - 3 = 0$, $4x - y - 2z - 5 = 0$. lập mặt phẳng (γ) có dạng $ax + by + cz = 0$. Tính $a + b + c + d$.

KQ:

--	--	--	--

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) , (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Viết phương trình của mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$. Tính $a + b + c$.

KQ:

--	--	--	--

5

VIẾT PTTQ KHI BIẾT ĐIỂM ĐI QUA NHƯNG KHÔNG BIẾT VECTOR

Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và giả thiết bài toán không cho vectơ pháp tuyến \vec{n} hoặc không cho hai vectơ chỉ phương \vec{a}, \vec{b} thì ta thực hiện các bước sau:

- ☑ Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (A; B; C)$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$.
- ☑ Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

- ☑ Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm hai phương trình chứa 3 ẩn A, B, C .

Chú ý:

- ☑ Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.
- ☑ Để giải tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đơn giản hơn thì gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = (1; B; C)$.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 3)$, $C(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- (A) $\begin{cases} 2x + 3y + z - 1 = 0 \\ 3x + y + 7z + 6 = 0 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ -2x + 3y + 6z + 13 = 0 \end{cases}$.
(C) $\begin{cases} x + y + 2z - 1 = 0 \\ -2x + 3y + 7z + 23 = 0 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ -23x + 37y + 17z + 23 = 0 \end{cases}$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 2. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $M(4; 2; 1)$, $N(0; 0; 3)$, $Q(2; 0; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa OQ và cách đều 2 điểm M , N .

- (A) $x - 2y - 2z = 0$ hoặc $x + 4y - 2z = 0$. (B) $x + 2y + 2z = 0$ hoặc $x - 4y - 2z = 0$.
(C) $x + 2y - 2z = 0$ hoặc $x + 4y - 2z = 0$. (D) $x + 2y - 2z = 0$ hoặc $x - 4y - 2z = 0$.

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ ($A, B, C \in \mathbb{Z}$, A và C trái dấu) qua O , vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z = 0$ và cách điểm $M(1; 2; -1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$. Tính giá trị của $A + B + C$.

KQ:

--	--	--	--

CÂU 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(-1; 1; 0)$, $N(0; 0; -2)$, $I(1; 1; 1)$. Biết mặt phẳng (P) qua A và B , đồng thời khoảng cách từ I đến (P) bằng $\sqrt{3}$. Giả sử phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + z + d = 0$ với $b > 0$. Tính $\frac{a}{b}$ viết dưới dạng số thập phân.

KQ:

--	--	--	--

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; -1; 2)$, $B(1; 3; 0)$, $C(-3; 4; 1)$, $D(1; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A , B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P) . Biết có hai mặt phẳng (P) thỏa yêu cầu đề bài là $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính $S = b_1 + c_1 + b_2 + c_2$.

KQ:

--	--	--	--

CÂU 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; -1; 2)$, $C(1; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và gốc tọa độ O sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách từ C đến (P) . Biết phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax + by - 4z + d = 0$. Hỏi a có bao nhiêu ước nguyên?

KQ:

--	--	--	--

CÂU 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; -1)$, $B(1; 1; 2)$, $C(-1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với mặt phẳng (P) , cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB = 2IC$. Biết có hai mặt phẳng (α) thỏa yêu cầu đề bài có phương trình lần lượt là $4x + b_1y + c_1 + d_1 = 0$ và $2x + b_2y + c_2 + d_2 = 0$ với $b_1 < b_2$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc tập $(b_1; b_2)$?

KQ:

--	--	--	--

6 Một số dạng khác

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

- (A) $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$. (B) $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.
(C) $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$. (D) $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

CÂU 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1; 4; 3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

- (A) $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$. (B) $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.
(C) $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$. (D) $12x + 3y + 4z = 0$.

CÂU 3. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2; 1; -3)$, biết (α) cắt trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm.

- (A) $2x + 5y + z - 6 = 0$. (B) $2x + y - 6z - 23 = 0$.
(C) $2x + y - 3z - 14 = 0$. (D) $3x + 4y + 3z - 1 = 0$.

CÂU 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm $M(a, b, c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ và cách đều các điểm $A(1; 6; 0)$, $B(-2; 2; -1)$, $C(5; -1; 3)$. Tích abc bằng

- (A) 6. (B) -6. (C) 0. (D) 5.

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) .

- (A) $3x + 2y + z + 14 = 0$. (B) $2x + y + 3z + 9 = 0$.
(C) $3x + 2y + z - 14 = 0$. (D) $2x + y + z - 9 = 0$.

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2), B(2; -2; 0), C(-2; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A , trọng tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- (A) $4x - 2y - z + 4 = 0$. (B) $4x - 2y + z + 4 = 0$.
(C) $4x + 2y + z - 4 = 0$. (D) $4x + 2y - z + 4 = 0$.

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 1; 1)$ và $B(0; 2; 2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM = 2ON$.

- (A) $(P): 3x + y + 2z - 6 = 0$. (B) $(P): 2x + 3y - z - 4 = 0$.
(C) $(P): 2x + y + z - 4 = 0$. (D) $(P): x + 2y - z - 2 = 0$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by + cz - 14 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.

- (A) 8. (B) 14. (C) 6. (D) 11.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0, (Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$. Mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P), (Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

- (A) $x + y + z - 6 = 0$. (B) $x + y + z + 6 = 0$.
(C) $x + y + z - 3 = 0$. (D) $x + y - z - 6 = 0$.

CÂU 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -3; 8)$ và chắn trên Oz một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy . Giả sử $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$ (a, b, c, d là các số nguyên). Tính $S = \frac{a + b + c}{d}$.

- (A) 3. (B) -3. (C) $\frac{5}{4}$. (D) $-\frac{5}{4}$.

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 7), B(5; 5; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

KQ:

--	--	--	--

CÂU 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1; 3; -2)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$. Biết phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz - 8 = 0$. Tính $P = \frac{a + c}{2b}$ (kết quả được viết dưới dạng số thập phân).

KQ:

--	--	--	--

CÂU 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9; 1; 1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu (kết quả được viết dưới dạng số thập phân)?

KQ:

--	--	--	--

CÂU 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với a, b, c là ba số thực dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2017$. Khi đó, mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định có tọa độ là $M(m; m; m)$. Tính giá trị $P = 2017m + 2$.

KQ:

--	--	--	--

CÂU 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 2; 5)$. Tính số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

KQ:

--	--	--	--

CÂU 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $M(2; 1; 3)$, $A(0; 0; 4)$ và cắt hai trục Ox , Oy lần lượt tại B , C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?

KQ:

--	--	--	--

7

Bài toán thực tế

Gắn hệ trục tọa độ vào mô hình. Đặt gốc tọa độ tại vị trí có "3 góc vuông"

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho tứ diện $O.ABC$, có OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OA = 5$, $OB = 2$, $OC = 4$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của OB và OC . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (AMN) là

- Ⓐ $\frac{20}{3\sqrt{129}}$. Ⓑ $\frac{20}{\sqrt{129}}$. Ⓒ $\frac{1}{4}$. Ⓓ $\frac{1}{2}$.

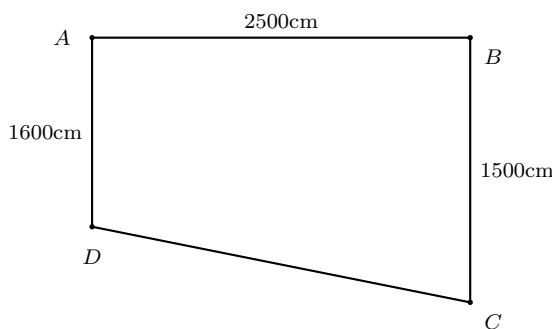
CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° , E là trung điểm của SD , $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACE) .

- Ⓐ $\frac{2a}{2}$. Ⓑ $\frac{4a}{3}$. Ⓒ a . Ⓓ $\frac{3a}{4}$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0; 0; 0)$, $D(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $S(0; 0; 4)$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (CDM) .

- Ⓐ $d(B, (CDM)) = 2$. Ⓑ $d(B, (CDM)) = 2\sqrt{2}$.
Ⓒ $d(B, (CDM)) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Ⓓ $d(B, (CDM)) = \sqrt{2}$.

CÂU 4. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A , B , C , D như hình vẽ.

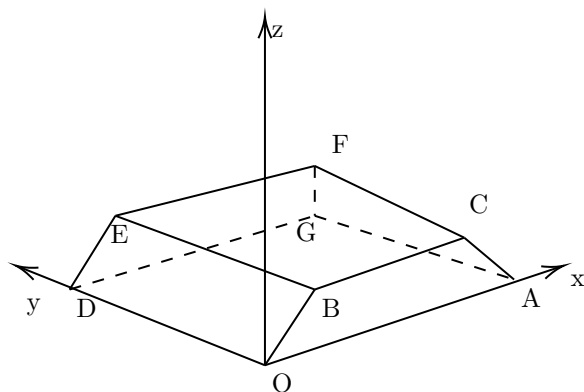


Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25$ m, $AD = 15$ m, $BC = 18$ m. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B , C , D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm, a cm, 6 cm tương ứng. Giá trị của a là số nào sau đây?

- Ⓐ 15,7 cm. Ⓑ 17,2 cm. Ⓒ 18,1 cm. Ⓓ 17,5 cm.

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 5. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100$ m, chiều rộng $OD = 60$ m và tọa độ điểm $B(10; 10; 8)$. Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



KQ:

--	--	--	--

CÂU 6. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều và có tâm của mặt đáy trên lần lượt là $A(3; 2; 3)$, $B(6; 3; 3)$, $C(9; 4; 2)$, $D\left(6; 0; \frac{5}{2}\right)$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).



KQ:

--	--	--	--

CÂU 7. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường (P) , (Q) , (R) (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + 2z - 3 = 0$, $(R): 2x + 4y - 4z - 19 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai bức tường (P) và (R) của tòa nhà.



KQ:

--	--	--	--

CÂU 8. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường (P) , (Q) , (R) , (T) (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình $(P): 2x - y - z + 1 = 0$, $(Q): x + 3y - z - 2 = 0$, $(R): 4x - 2y - 2z + 9 = 0$, $(T): 2x + 6y - 2z + 15 = 0$. Tính chiều rộng bức tường (Q) của tòa nhà (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

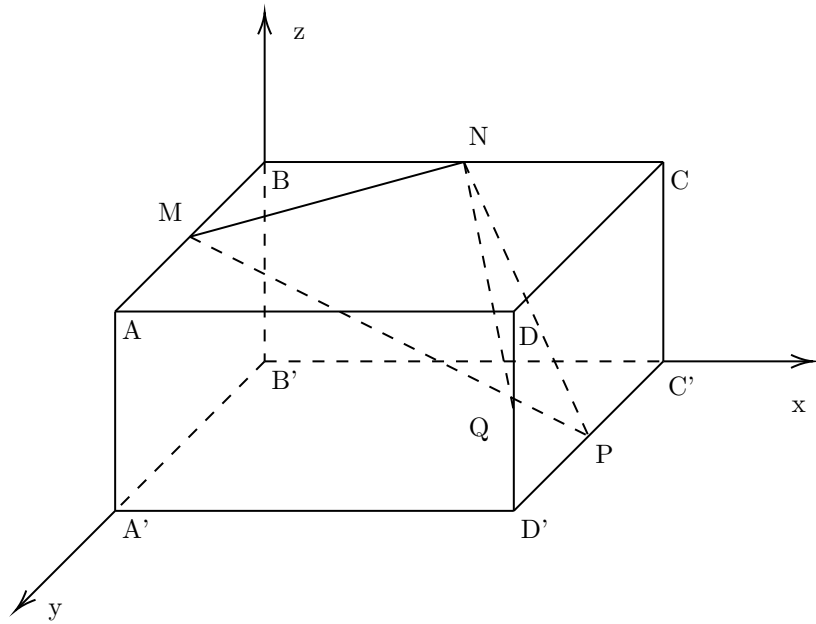
KQ:

--	--	--	--

CÂU 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của $AB, BC, C'D', DD'$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, xác định tọa độ các điểm M, N, P, Q . Tính khoảng cách từ điểm Q đến mặt phẳng (MNP) . Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

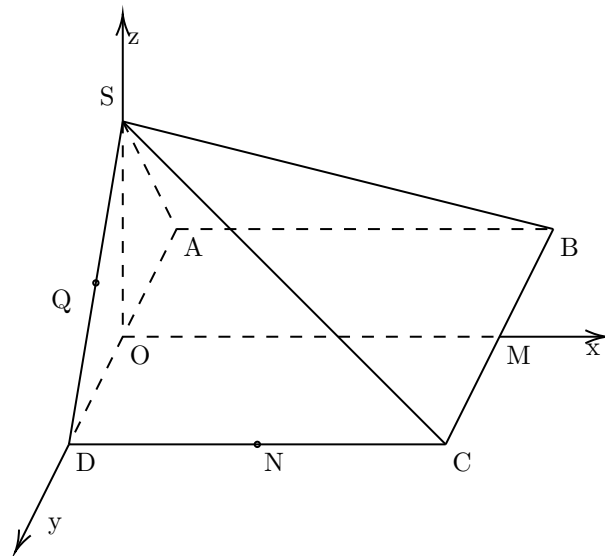
QUICK NOTE

QUICK NOTE



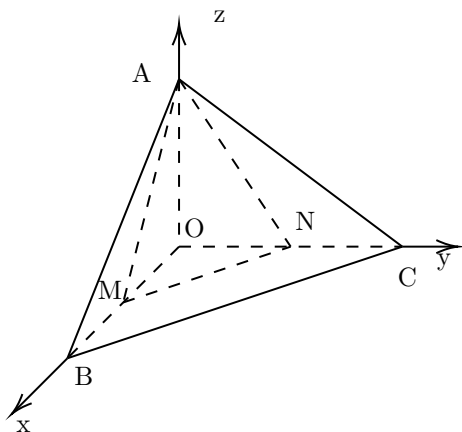
KQ:

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới. Gọi Q là trung điểm SD . Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (ONQ) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

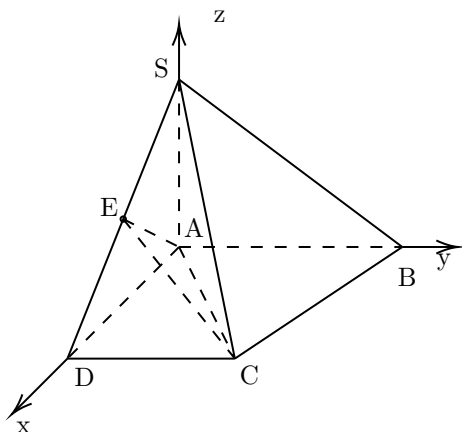


KQ:

CÂU 11. Cho tứ diện $OABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 5, OB = 2, OC = 4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC . Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AMN) . Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.



CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ đây là hình thang vuông tại A và D , $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° , E là trung điểm của SD , $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AEC) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



KQ:

--	--	--	--

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $S(-1; 6; 2)$, $A(0; 0; 6)$, $B(0; 3; 0)$, $C(-2; 0; 0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$. Giả sử phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm S, B, H có dạng $x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $b + c + d$.

KQ:

--	--	--	--

CÂU 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0; 0; 0), D(2; 0; 0), B(0; 4; 0), S(0; 0; 4)$. Gọi M là trung điểm của SB và G là trọng tâm của tam giác SCD . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AMG) . Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

KQ:

--	--	--	--

CÂU 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có các kích thước $AB = 4, AD = 3, AA' = 5$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACB' . Gọi m là khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(AB'C)$ và n là khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(CB'D')$. Tính $m + n$.

KQ:

--	--	--	--

CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD và G là trọng tâm của tam giác AMN . Biết độ dài đoạn BG có dạng $x \cdot a$. Hỏi giá trị x bằng bao nhiêu? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

--	--	--	--

CÂU 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD và G là

QUICK NOTE

QUICK NOTE

trọng tâm của tam giác AMN . Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) là bao nhiêu nếu $a = 6\sqrt{3}$?

KQ:

CÂU 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD và G là trọng tâm của tam giác AMN . Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (AMN) biết $a = \sqrt{3}$.

KQ:

CÂU 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, BC = a\sqrt{3}, SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) biết $a = \sqrt{21}$.

KQ:

CÂU 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, BC = a\sqrt{3}, SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBD . Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SCD) biết $a = \sqrt{3}$.

KQ:

CÂU 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I , có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ và $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) có dạng $x \cdot a$. Tìm giá trị của x .

KQ:

CÂU 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I , có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ và $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SCD) biết $a = 2\sqrt{2}$.

KQ:

CÂU 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) biết $a = \sqrt{21}$.

KQ:

CÂU 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD . Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (GMN) biết $a = \sqrt{14}$.

KQ:

MỤC LỤC

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN 1

Bài 1. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG 1

✎ Dạng 1. Xác định vectơ pháp tuyến của mặt phẳng. Xác định điểm thuộc và không thuộc mặt phẳng.....	1
✎ Dạng 2. Hai mặt phẳng song song, vuông góc. Khoảng cách một điểm đến mặt phẳng.....	3
✎ Dạng 3. Viết PTTQ MP khi biết điểm đi qua và một VTPT hoặc hai VTCP.....	9
✎ Dạng 4. Viết PTTQ MP khi biết VTPT, VTCP nhưng không biết điểm đi qua.....	16
✎ Dạng 5. Viết PTTQ khi biết điểm đi qua nhưng không biết vectơ.....	17
✎ Dạng 6. Một số dạng khác.....	18
✎ Dạng 7. Bài toán thực tế.....	20

