



QUICK NOTE

b) Cho hai điểm  $A(2;1)$  và  $B(3;3)$ , hỏi hai điểm này cùng phía hay khác phía đối với bờ  $(d)$ .

VÍ DỤ 4.

- a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình  $x + y - 3 < 0$ .
- b) Tìm điều kiện của  $m$  và  $n$  để mọi điểm thuộc đường thẳng  $(d')$ :  $(m^2 - 2)x - y + m + n = 0$  đều là nghiệm của bất phương trình trên.

2. Bài tập tự luận

- BÀI 1.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình  $2x + y \leq 3$ .
- BÀI 2.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $2x - 4y < 8$ .
- BÀI 3.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $3x - y \leq 0$ .
- BÀI 4.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} < 1$ .
- BÀI 5.** Cho bất phương trình  $2x + y - 1 \leq 0$ .
- a) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đã cho trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .
- b) Tìm tất cả giá trị tham số  $m$  để điểm  $M(m, 1)$  nằm trong miền nghiệm của bất phương trình đã cho và biểu diễn tập hợp  $M$  tìm được trong cùng hệ trục tọa độ  $Oxy$  ở câu a).

2

Bài toán thực tế liên quan

1. Ví dụ minh họa

- VÍ DỤ 1.** Hà mang 95000 đồng ra chợ mua hoa cúc và hoa hồng. Một bông hoa cúc có giá 4000 đồng, một bông hoa hồng có giá 7000 đồng. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho số tiền mà Hà phải chi để mua  $x$  bông hoa cúc và  $y$  bông hoa hồng.
- VÍ DỤ 2.** Mỗi ngày Nga đều dành không quá 30 phút để đọc cả 2 cuốn sách A, B. Nga đọc được 3 trang sách A trong 2 phút, đọc được 2 trang sách B trong 1 phút. Gọi  $x, y$  lần lượt là số phút đọc sách A và số phút đọc sách B. Tìm điều kiện của  $x$  và  $y$  để Nga đọc được ít nhất 35 trang sách trong một ngày.

2. Bài tập tự luận

- BÀI 1.** Giá sách của Hoa có thể chứa được khối lượng sách tối đa là 4 kg. Hoa xếp cả hai loại sách (loại 1 và loại 2) vào giá. Sách loại 1 có khối lượng 100 gam mỗi cuốn và sách loại 2 có khối lượng 200 gam mỗi cuốn. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho khối lượng của  $x$  cuốn loại 1 và  $y$  cuốn loại 2 có thể được xếp lên giá sách.
- BÀI 2.** Công ty viễn thông Mobifone tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng, 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Mỗi tháng Minh gọi điện thoại hết từ 200 đến 300 nghìn đồng. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn mô tả cho số tiền điện thoại trả cho  $(x)$  phút gọi nội mạng và  $(y)$  phút gọi ngoại mạng trong một tháng.
- BÀI 3.** Bạn An giải 10 bài Toán trong 20 phút thì đúng được 80% số bài Toán, giải 12 bài Lý trong 15 phút thì đúng được  $\frac{3}{4}$  số bài Lý. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho thời gian giải  $x$  bài Toán đúng và  $y$  bài Lý đúng, biết thời gian giải ít hơn 150 phút.
- BÀI 4.** Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng 100 m<sup>2</sup>. Diện tích để kê một chiếc ghế là 1 m<sup>2</sup>, một chiếc bàn là 2 m<sup>2</sup> và diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là 24 m<sup>2</sup>. Gọi  $x$  là số chiếc ghế,  $y$  là số chiếc bàn được kê, hãy viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế và chỉ ra hai nghiệm của bất phương trình.
- BÀI 5.** Một bác nông dân cần trồng lúa và khoai trên diện tích đất 6 ha, với lượng phân bón dự trữ là 100 kg và sử dụng tối đa 120 ngày công. Để trồng 1 ha lúa cần sử dụng 20 kg phân bón, 10 ngày công với lợi nhuận là 30 triệu đồng; để trồng 1 ha khoai cần sử dụng 10 kg phân bón, 30 ngày công với lợi nhuận là 60 triệu đồng. Biết bác nông dân đã trồng  $x$  (ha) lúa và  $y$  (ha) khoai. Tìm giá trị của  $x$  để bác nông dân đạt được lợi nhuận cao nhất.

## C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**CÂU 1.** Trong các bất phương trình sau đây, đâu là bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- (A)  $2x^2 - 3x \geq 1$ . (B)  $2x + y \leq 1$ . (C)  $3x + 1 \leq 0$ . (D)  $3x + y = 1$ .

**CÂU 2.** Cho bất phương trình  $2x + 3y - 6 \leq 0$  (1). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- (A) Bất phương trình (1) chỉ có một nghiệm duy nhất.  
(B) Bất phương trình (1) vô nghiệm.  
(C) Bất phương trình (1) luôn có vô số nghiệm.  
(D) Bất phương trình (1) có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ .

**CÂU 3.** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình  $x - 4y + 1 \geq 0$ ?

- (A)  $(-1; 0)$ . (B)  $(-2; -1)$ . (C)  $(-1; 3)$ . (D)  $(0; 0)$ .

**CÂU 4.** Miền nghiệm của bất phương trình  $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9$  là nửa mặt phẳng chứa điểm nào?

- (A)  $(0; 0)$ . (B)  $(1; 1)$ . (C)  $(-1; 1)$ . (D)  $(2; 5)$ .

**CÂU 5.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $x + y - 2 > 0$ ?

- (A)  $(2; 1)$ . (B)  $(0; 0)$ . (C)  $(1; 0)$ . (D)  $(0; 1)$ .

**CÂU 6.** Điểm  $A(-1; 3)$  thuộc miền của bất phương trình

- (A)  $x + 3y < 0$ . (B)  $3x - y > 0$ .  
(C)  $-3x + 2y - 4 > 0$ . (D)  $2x - y + 4 > 0$ .

**CÂU 7.** Tìm tất cả các số thực  $a$  sao cho miền nghiệm của bất phương trình  $x \leq a$  chứa điểm  $M(-1; 0)$ .

- (A)  $a > -1$ . (B)  $a \geq -1$ . (C)  $a > 0$ . (D)  $a \geq 0$ .

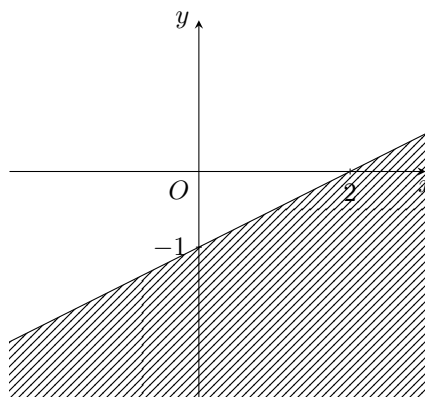
**CÂU 8.** Cho đường thẳng  $d: 7x - 9y + 2 = 0$  chia mặt phẳng toạ độ làm hai nửa mặt phẳng, trong đó miền nghiệm của bất phương trình  $7x - 9y + 2 > 0$  là nửa mặt phẳng

- (A) có bờ là đường thẳng  $d$  và không chứa điểm  $O(0; 0)$ .  
(B) không có bờ  $d$  và chứa điểm  $O(0; 0)$ .  
(C) có bờ là đường thẳng  $d$  và chứa điểm  $O(0; 0)$ .  
(D) không chứa bờ  $d$  và không chứa điểm  $O(0; 0)$ .

**CÂU 9.**

Phần gạch chéo trong hình vẽ dưới đây (không bao gồm đường thẳng  $d$ ) là miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn nào sau đây?

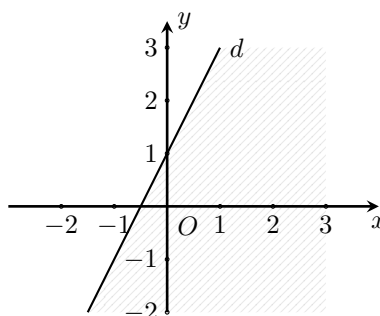
- (A)  $2x - y < 0$ . (B)  $x - 2y < 2$ .  
(C)  $2y - x < -2$ . (D)  $2x - y > 1$ .



**CÂU 10.**

Bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm (phần không gạch sọc) như hình vẽ bên?

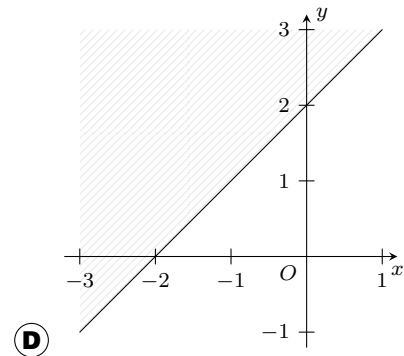
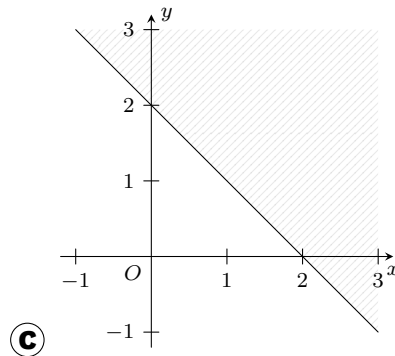
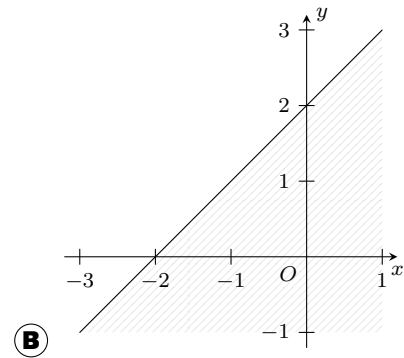
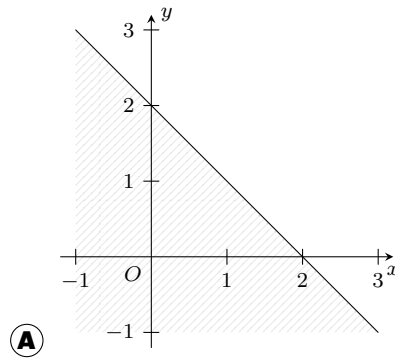
- (A)  $2x - y + 1 < 0$ . (B)  $x - y + 1 < 0$ .  
(C)  $2x - 3y + 1 < 0$ . (D)  $2x - y - 1 < 0$ .



### QUICK NOTE

QUICK NOTE

**CÂU 11.** Miền nghiệm của bất phương trình  $x + y \leq 2$  là phần không bị gạch sọc của hình vẽ nào trong các hình sau?



**CÂU 12.** Cho bất phương trình  $2x + 3y - 2 < 0$ . Miền nghiệm của bất phương trình là

- (A) nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (không kể bờ).  
 (B) nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (kể cả bờ).  
 (C) nửa mặt phẳng không chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (không kể bờ).  
 (D) nửa mặt phẳng không chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (kể cả bờ).

**CÂU 13.** Miền nghiệm của bất phương trình  $x - 2y + 5 < 0$  là

- (A) Nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (không bao gồm đường thẳng).  
 (B) Nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (không bao gồm đường thẳng).  
 (C) Nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (bao gồm đường thẳng).  
 (D) Nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (không bao gồm đường thẳng).

**CÂU 14.** Cặp điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $3(x + \sqrt{2}y - \sqrt{3}) > 8(\sqrt{3}x + 2y - \sqrt{2})$ ?

- (A)  $A(2; -2)$  và  $B(2; 2)$ .  
 (B)  $C(-\sqrt{3}; -\sqrt{2})$  và  $D(\sqrt{2}; -1 - \sqrt{5})$ .  
 (C)  $E(\sqrt{2}; \sqrt{2})$  và  $F(\sqrt{5}; 1)$ .  
 (D)  $G(-\sqrt{2}; 2 + \sqrt{3})$  và  $H(1; 4)$ .

**CÂU 15.** Giao miền nghiệm của ba bất phương trình  $y \geq 0; 3x - 2y \geq -6; 3x + 4y \leq 12$  tạo thành một tam giác có diện tích bằng

- (A) 18. (B) 9. (C) 6. (D) 12.

**CÂU 16.** Giao miền nghiệm của ba bất phương trình  $x + 4y \geq 8; -x + 2y \leq 4; x + y \leq 5$  tạo thành một tam giác có chu vi bằng

- (A)  $\sqrt{17} + \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ .  
 (B)  $\sqrt{17} + \sqrt{5} + \sqrt{2}$ .  
 (C)  $\sqrt{17} + 2\sqrt{5} + \sqrt{2}$ .  
 (D)  $\sqrt{17} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ .

**CÂU 17.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình  $3x + my - 7 \geq 0$  có miền nghiệm chứa điểm  $A(\sqrt{2}; 1)$ .

QUICK NOTE

(A)  $m \in [3\sqrt{2} - 7; +\infty)$ .

(B)  $m \in (-\infty; 3\sqrt{2} - 7)$ .

(C)  $m \in (-\infty; 7 - 3\sqrt{3})$ .

(D)  $m \in [7 - 3\sqrt{2}; +\infty)$ .

**CÂU 18.** Cho bất phương trình  $mx + \sqrt{2}y - 1 < 0$  với  $m$  là tham số thực. Điểm nào dưới đây luôn luôn **không** thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho?

(A)  $E(m; m^2)$ .

(B)  $F(2m^2; m)$ .

(C)  $G(0; 1 + m^2)$ .

(D)  $H(0; -1 - m^2)$ .

**CÂU 19.** Với giá trị nào của  $m$  thì điểm  $A(1 - m; m)$  **không** thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $2x - 3(y - x) > 4$ .

(A)  $0 \leq m \leq 1$ .

(B)  $m < \frac{1}{8}$ .

(C)  $\frac{1}{8} \leq m \leq 1$ .

(D)  $m \geq \frac{1}{8}$ .

**CÂU 20.** Một bác nông dân cần trồng lúa và khoai trên diện tích đất 6 ha, với lượng phân bón dự trữ là 100 kg và sử dụng tối đa 120 ngày công. Để trồng 1 ha lúa cần sử dụng 20 kg phân bón, 10 ngày công với lợi nhuận là 30 triệu đồng; để trồng 1 ha khoai cần sử dụng 10 kg phân bón, 30 ngày công với lợi nhuận là 60 triệu đồng. Để đạt lợi nhuận cao nhất, bác nông dân đã trồng  $x$  (ha) lúa và  $y$  (ha) khoai. Giá trị của  $x$  là

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 5.

**CÂU 21.** Một người thợ mộc tốn 6 giờ để làm một cái bàn và 4 giờ để làm một cái ghế. Gọi  $x, y$  lần lượt là số bàn và số ghế mà người thợ mộc sản xuất trong một tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa  $x$  và  $y$  biết trong một tuần người thợ mộc có thể làm tối đa 50 giờ.

(A)  $3x + 2y \leq 25$ .

(B)  $3x + 2y > 25$ .

(C)  $3x + 2y \geq 25$ .

(D)  $3x + 2y < 25$ .

**CÂU 22.** Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng 60 m<sup>2</sup>. Diện tích để kê một chiếc ghế là 0,6 m<sup>2</sup>, một chiếc bàn là 1,3 m<sup>2</sup>. Gọi  $x$  là số chiếc ghế,  $y$  là số chiếc bàn được kê. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế, biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là 10 m<sup>2</sup>.

(A)  $0,6x + 1,3y \geq 50$ .

(B)  $0,6x + 1,3y \leq 50$ .

(C)  $1,3x + 0,6y \leq 50$ .

(D)  $1,3x + 0,6y \geq 50$ .

**CÂU 23.** Bạn Nam đang sưu tầm các đồng tiền vàng và bạc để vào một các túi, trọng lượng tối đa mà túi chứa được là 20 gam. Mỗi đồng xu vàng nặng khoảng 14 gam, mỗi đồng xu bạc nặng khoảng 7 gam. Bất phương trình nào sau đây mô tả số đồng tiền vàng ( $x$ ) và số đồng tiền bạc ( $y$ ) có thể được chứa trong túi?

(A)  $7x + 14y \leq 20$ .

(B)  $7x + 14y > 20$ .

(C)  $14x + 7y \leq 20$ .

(D)  $14x + 7y > 20$ .

**CÂU 24.** Trong 1 lạng (100 g) thịt bò chứa khoảng 26 g protein và 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần tối thiểu 52 g protein. Gọi  $x, y$  lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người đàn ông nên ăn trong một ngày. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người đàn ông trong một ngày.

(A)  $26x + 20y \leq 52$ .

(B)  $26x + 20y < 52$ .

(C)  $13x + 10y \geq 26$ .

(D)  $13x + 10y > 26$ .

**CÂU 25.** Công ty viễn thông Viettel có gói cước Hi School tính phí là 1190 đồng mỗi phút gọi nội mạng và 1390 đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Một bạn học sinh đăng kí gói cước trên và sử dụng  $x$  phút gọi nội mạng,  $y$  phút gọi ngoại mạng trong một tháng. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  để mô tả số tiền bạn đó phải trả trong một tháng ít hơn 100 nghìn đồng.

(A)  $119x + 139y \geq 10000$ .

(B)  $139x + 119y < 10000$ .

(C)  $119x + 139y \leq 10000$ .

(D)  $119x + 139y < 10000$ .

**CÂU 26.** Nhân ngày Quốc tế Thiếu nhi 1 - 6, một rạp chiếu phim phục vụ các khán giả một bộ phim hoạt hình. Vé được bán ra có hai loại: loại 1 dành cho trẻ từ 6 - 13 tuổi, giá vé là 50000 đồng/vé và loại 2 dành cho người trên 13 tuổi, giá vé là 80000 đồng/vé. Gọi  $x$  là số vé loại 1 và  $y$  là số vé loại 2 bán được. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  để biểu diễn điều kiện sao cho số tiền bán vé thu được tối thiểu 10 triệu đồng.

(A)  $5x + 8y \geq 100$ .

(B)  $5x + 8y > 1000$ .

(C)  $8x + 5y \geq 1000$ .

(D)  $5x + 8y \geq 1000$ .

**CÂU 27.** Ngoài giờ học, bạn Nam làm thêm việc phụ bán cơm được 15 nghìn đồng/một giờ và phụ bán tạp hóa được 10 nghìn đồng/một giờ. Gọi  $x, y$  lần lượt là số giờ phụ bán cơm và phụ bán tạp hóa trong mỗi tuần. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x$  và  $y$  sao cho Nam kiếm thêm tiền mỗi tuần được ít nhất là 900 nghìn đồng.

(A)  $3x + 2y \leq 180$ .

(B)  $3x + 2y > 180$ .

(C)  $3x + 2y \geq 180$ .

(D)  $3x + 2y < 180$ .

QUICK NOTE

**CÂU 28.** Anh A muốn thuê một chiếc ô tô (có người lái) trong một tuần. Giá thuê xe như sau: từ thứ hai đến thứ sáu phí cố định là 900 nghìn đồng/ngày và phí tính theo quãng đường di chuyển là 10 nghìn đồng/km còn thứ bảy và chủ nhật thì phí cố định là 1200 nghìn đồng/ngày và phí tính theo quãng đường di chuyển là 15 nghìn đồng/km. Gọi  $x, y$  lần lượt là số km mà anh A đi trong các ngày từ thứ hai đến thứ sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa  $x$  và  $y$  sao cho tổng số tiền anh A phải trả không quá 20 triệu đồng.

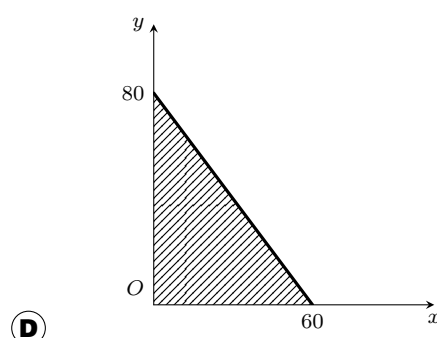
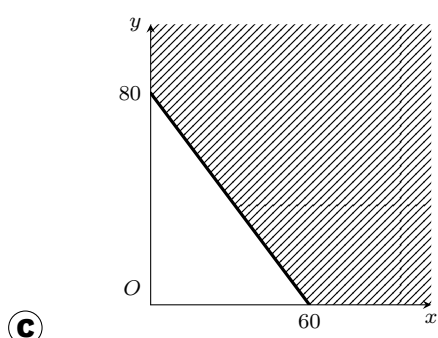
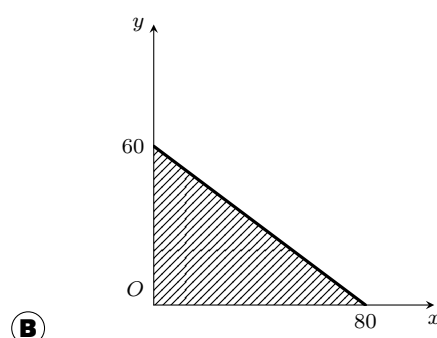
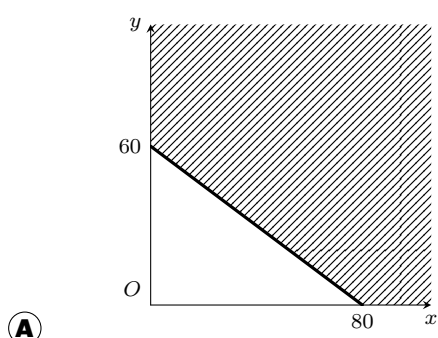
(A)  $10x + 15y \leq 20000$ .

(B)  $2x + 3y \geq 2720$ .

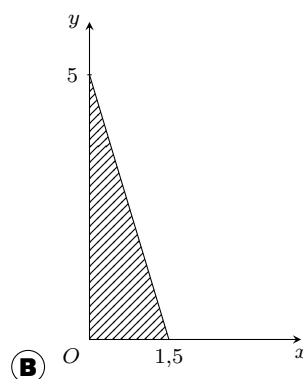
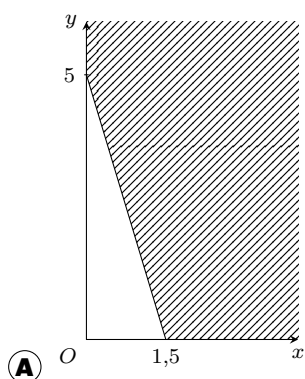
(C)  $10x + 15y \geq 20000$ .

(D)  $2x + 3y \leq 2720$ .

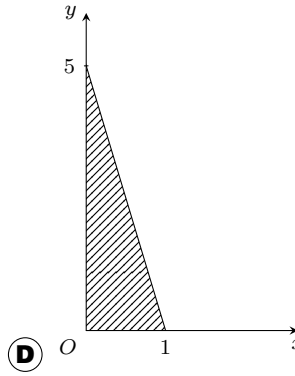
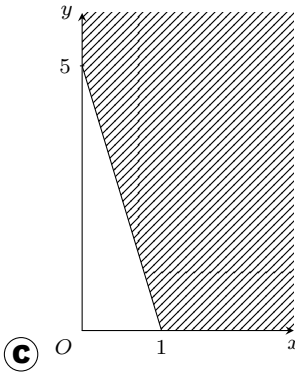
**CÂU 29.** Một cửa hàng làm kệ sách và bàn làm việc. Mỗi kệ sách cần 4 giờ hoàn thiện. Mỗi bàn làm việc cần 3 giờ hoàn thiện. Mỗi tháng cửa hàng có tối đa 240 giờ làm việc. Hãy biểu diễn đồ thị mô tả số giờ làm việc trong mỗi tháng của cửa hàng theo số kệ sách hoàn thiện ( $x$ ) và số bàn hoàn thiện ( $y$ ).



**CÂU 30.** Một gia đình cần  $x$  kg thịt bò và  $y$  kg thịt lợn trong một ngày, giá tiền 1 kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 60 nghìn đồng. Biểu diễn đồ thị mô tả chi phí gia đình đó mua thịt bò và thịt lợn mỗi ngày để số tiền bỏ ra trong một ngày không quá 300 nghìn đồng.



QUICK NOTE



## Bài 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Khái niệm hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

**Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn** là hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$ . Mỗi nghiệm chung của tất cả các bất phương trình đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tập hợp các điểm  $(x_0; y_0)$  có tọa độ là nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn được gọi là **miền nghiệm** của hệ bất phương trình đó.

#### 2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Để **biểu diễn miền nghiệm** của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , ta thực hiện như sau:

- ☑ Trên cùng mặt phẳng tọa độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình của hệ.
- ☑ Phần giao của các miền nghiệm là miền nghiệm của hệ bất phương trình.

⚠ Miền mặt phẳng tọa độ bao gồm một đa giác lồi và phần nằm bên trong đa giác đó được gọi là một miền đa giác.

#### 3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác

Hệ bất phương trình giúp ta mô tả được nhiều bài toán thực tế để tìm ra cách giải quyết tối ưu. Chúng thường được đưa về bài toán tìm giá trị lớn nhất (GTLN) hoặc giá trị nhỏ nhất (GTNN) của biểu thức  $F = ax + by$  trên một miền đa giác.

Người ta chứng minh được  $F$  đạt giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của đa giác.

### B. CÁC DẠNG TOÁN

1

Biểu diễn hình học của tập nghiệm

#### 1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} x + y > 1 \\ x - y < 2 \end{cases}$$

## QUICK NOTE

**VÍ DỤ 2.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} x + y < 2 \\ x - y > 1 \\ y > -1 \end{cases}$$

**VÍ DỤ 3.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} 2x + 5y > 2 \\ x - 3y \geq 1 \\ x + y < 3 \end{cases}$$

**VÍ DỤ 4.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ x - 2y \leq 1 \\ y \leq 2 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} x + 2y \geq 1 \\ 3x - y \leq 2 \end{cases}$$

**BÀI 2.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} x - 2y < 1 \\ x + 3y < -2 \\ -x + y < 2 \end{cases}$$

**BÀI 3.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} 3x + y \leq 5 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

2

### Tìm cực trị của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác

a) Bài toán:

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $F = ax + by$  ( $a, b$  là hai số đã cho không đồng thời bằng 0) với  $x, y$  thỏa mãn hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn (có miền nghiệm là miền đa giác  $A_1A_2 \dots A_iA_{i+1} \dots A_n$ ).

b) Người ta chứng minh được: Biểu thức  $F = ax + by$  có giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của đa giác  $A_1A_2 \dots A_iA_{i+1} \dots A_n$ .

c) Phương pháp:

☑ Bước 1. Tìm miền đa giác  $A_1A_2 \dots A_iA_{i+1} \dots A_n$  là miền nghiệm của hệ bất phương trình.

☑ Bước 2. Tìm tọa độ các đỉnh  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .

☑ Bước 3. Tính  $F(x_i; y_i)$  trong đó  $A_i(x_i; y_i)$  với  $i = 1, 2, \dots, n$ .

☑ Bước 4. Kết luận

Giá trị lớn nhất  $M = \max_{i=1,2,\dots,n} F(x_i; y_i)$ .

Giá trị nhỏ nhất  $m = \min_{i=1,2,\dots,n} F(x_i; y_i)$ .



## 1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Cho cặp số  $(x; y)$  là nghiệm của hệ  $\begin{cases} 3x - y \geq -1 \\ 2x + y \leq 6 \\ x + 3y > 3 \end{cases}$ . Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ

nhất của biểu thức  $f(x; y) = 2x - 3y + 1$ .

**VÍ DỤ 2.** Quảng cáo sản phẩm trên truyền hình là một hoạt động quan trọng trong kinh doanh của các doanh nghiệp.

Theo Thông báo số 10/2019, giá quảng cáo trên VTV1 là 30 triệu đồng cho 15 giây/1 lần quảng cáo vào khoảng 20h30; là 6 triệu đồng cho 15 giây/1 lần quảng cáo vào khung giờ 16h00 – 17h00.

Một công ty dự định chi không quá 900 triệu đồng để quảng cáo trên VTV1 với yêu cầu quảng cáo về số lần phát như sau: ít nhất 10 lần quảng cáo vào khoảng 20h30 và không quá 50 lần quảng cáo vào khung giờ 16h00 – 17h00.

**VÍ DỤ 3.** Một hộ nông dân dự định trồng đậu và cà trên diện tích 8 ha. Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng trên diện tích mỗi ha, nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng trên diện tích mỗi ha. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu để thu về được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng mỗi ngày gia đình này chỉ mua tối đa 1,5 kg thịt bò và 1 kg thịt lợn, giá tiền 1 kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 100 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kg thịt mỗi loại để số tiền bỏ ra là ít nhất.

**BÀI 2.** Người ta định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 120 kg hóa chất  $A$  và 9 kg hóa chất  $B$ . Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng có thể chiết xuất được 20 kg chất  $A$  và 0,6 kg chất  $B$ . Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng có thể chiết xuất được 10 kg chất  $A$  và 1,5 kg chất  $B$ . Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất. Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II.

**BÀI 3.** Có ba nhóm máy  $A, B, C$  dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm I lãi ba nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi năm nghìn đồng. Hãy lập phương án để việc sản xuất hai loại sản phẩm trên có lãi cao nhất.

**BÀI 4.** Một nhà khoa học nghiên cứu về tác động phối hợp của vitamin  $A$  và vitamin  $B$  đối với cơ thể con người. Kết quả như sau:

- Một người có thể tiếp nhận được mỗi ngày không quá 600 đơn vị vitamin  $A$  và không quá 500 đơn vị vitamin  $B$ .
- Một người mỗi ngày cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả  $A$  lẫn  $B$ .
- Do tác động phối hợp của hai loại vitamin, mỗi ngày số đơn vị vitamin  $B$  phải nhiều hơn  $\frac{1}{2}$  số đơn vị vitamin  $A$  nhưng không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin  $A$ . Biết giá một đơn vị vitamin  $A$  là 9 đồng và giá một đơn vị vitamin  $B$  là 7,5 đồng.

Tìm phương án dùng vitamin  $A$  và vitamin  $B$  thỏa mãn các điều kiện trên sao cho số tiền phải trả ít nhất.

## QUICK NOTE

QUICK NOTE

## C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**CÂU 1.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + 7y - 3 > 0 \\ x - 2y \geq 0 \end{cases}$ ?

(A)  $P(-1; -5)$ . (B)  $O(0; 0)$ . (C)  $M(3; -1)$ . (D)  $N(2; 0)$ .

**CÂU 2.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$  chứa điểm nào trong các điểm sau?

(A)  $(0; 0)$ . (B)  $(1; 0)$ . (C)  $(0; -2)$ . (D)  $(0; 2)$ .

**CÂU 3.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x - y \geq 3 \\ 2x + y < 4 \end{cases}$  chứa điểm nào trong các điểm sau?

(A)  $(1; -3)$ . (B)  $(-2; 1)$ . (C)  $(3; -2)$ . (D)  $(4; 1)$ .

**CÂU 4.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x - y > 0 \\ x + y \geq -1 \\ x - y < -2 \end{cases}$  không chứa điểm nào trong các điểm sau?

(A)  $(5; 8)$ . (B)  $(6; 9)$ . (C)  $(4; 7)$ . (D)  $(3; 4)$ .

**CÂU 5.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$ ?

(A)  $(0; 0)$ . (B)  $(-2; 0)$ . (C)  $(-1; -4)$ . (D)  $(-3; 4)$ .

**CÂU 6.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 3x + 2y - 6 < 0 \end{cases}$  có miền nghiệm  $S$  và bốn điểm  $O(0; 0)$ ,  $A(2; 3)$ ,  $B(-1; 1)$ ,  $C(-1; 3)$ . Trong các điểm đã cho, có bao nhiêu điểm thuộc  $S$ ?

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

**CÂU 7.** Xét hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x - 2y \geq -1 \\ y \geq 1 \end{cases}$  và bốn điểm  $A(1; 1)$ ,  $B(2; 1)$ ,  $C(0; 1)$ ,  $D(-2; 0)$ . Trong các điểm trên, có bao nhiêu điểm thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho?

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

**CÂU 8.** Cặp số  $(x; y)$  nào sau đây là một nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 \leq 0 \end{cases}$ ?

(A)  $(0; 4)$ . (B)  $(0; 0)$ . (C)  $(-2; -4)$ . (D)  $(-3; -4)$ .

**CÂU 9.** Trong các cặp số  $(x; y)$  sau, cặp số nào không là nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x - y - 2 \leq 0 \\ 3x - 2y + 2 > 0 \end{cases}$ ?

(A)  $(x; y) = (0; 0)$ . (B)  $(x; y) = (1; 1)$ .  
(C)  $(x; y) = (-1; 1)$ . (D)  $(x; y) = (-1; -1)$ .

**CÂU 10.** Cặp số  $(x; y) = (0; 0)$  không là nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?

(A)  $\begin{cases} 2x - y < 1 \\ x \geq 0 \\ y \leq 1 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x \geq 0 \\ y < 0 \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} 2x - y < 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x \leq 0 \\ y < 1 \end{cases}$

**CÂU 11.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 5x + 3y - 19 \leq 0 \\ 12x - 5y - 13 \geq 0 \end{cases}$ ?

(A)  $N(1 + \sqrt{2}; \sqrt{2})$ . (B)  $N(1 + \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2})$ .  
(C)  $N(1; 3 + \sqrt{2})$ . (D)  $N(5 + \sqrt{2}; \sqrt{2})$ .

## QUICK NOTE

**(A)**

$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 2y \geq 2 \\ y \leq 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

**(B)**

$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + y \geq 2 \\ y \leq 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

**(C)**

$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + y \geq 2 \\ y \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

**(D)**

$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 2y \geq 2 \\ y \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

**(A)**  $(x; y) = (2; 1)$ .      **(B)**  $(x; y) = (2; 3)$ .      **(C)**  $(x; y) = (3; 0)$ .      **(D)**  $(x; y) = (1; 3)$ .

$S_2$  là tập nghiệm của bất phương trình  $x + \frac{3}{2}y < 5$  và  $S$  là tập nghiệm của hệ thì

Ⓐ  $S \subset S_2$ .      Ⓑ  $S_2 \subset S_1$ .      Ⓒ  $S_2 \subset S$ .      Ⓓ  $S = S_1 \cup S_2$ .

Ⓐ  $S_1 \subset S_2$ .      Ⓑ  $S_2 \subset S_1$ .      Ⓒ  $S_2 \cup S = S_1$ .      Ⓓ  $S_1 \subset S$ .

Ⓐ  $a = -4$ .      Ⓑ  $a = 4$ .      Ⓒ  $a = 6$ .      Ⓓ  $a = 12$ .

Ⓐ  $S = 8$ .      Ⓑ  $S = 25$ .      Ⓒ  $S = 16$ .      Ⓓ  $S = 12$ .

Ⓐ  $S = 48$ .      Ⓑ  $S = 64$ .      Ⓒ  $S = 81$ .      Ⓓ  $S = 49$ .

Ⓐ  $P = 38$ .      Ⓑ  $P = 36$ .      Ⓒ  $P = 42$ .      Ⓓ  $P = 40$ .

Ⓐ  $a = -3$ .      Ⓑ  $a = 8$ .      Ⓒ  $a = 3$ .      Ⓓ  $a = -8$ .

Ⓐ  $a = 2$ .      Ⓑ  $a = -2$ .      Ⓒ  $a = \sqrt{2}$ .      Ⓓ  $a = -\sqrt{2}$ .

QUICK NOTE

**CÂU 22.** Tìm giá trị của số thực  $m$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x + my \leq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

là một tam giác có diện tích bằng 4.

- (A)  $m = 2$ . (B)  $m = 4$ . (C)  $m = \frac{1}{4}$ . (D)  $m = \frac{1}{2}$ .

**CÂU 23.** Tìm giá trị của số thực  $m$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 2 \\ y \leq -1 \\ y \geq m \end{cases}$$

có chu vi bằng 8.

- (A)  $m = -3$ . (B)  $m = 2$ . (C)  $m = 3$ . (D)  $m = -2$ .

**CÂU 24.** Tìm giá trị của số thực dương  $m$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 3y \leq 12 \\ mx + y \geq 2 \end{cases}$$
 có diện tích bằng 8.

- (A)  $m = 2$ . (B)  $m = 3$ . (C)  $m = \frac{1}{3}$ . (D)  $m = \frac{1}{2}$ .

**CÂU 25.** Ngoài giờ học, bạn Nam làm thêm việc phụ bán cơm được 15 nghìn đồng/một giờ và phụ bán tạp hóa được 10 nghìn đồng/một giờ. Nam không thể làm thêm việc nhiều hơn 15 giờ mỗi tuần. Gọi  $x, y$  lần lượt là số giờ phụ bán cơm và phụ bán tạp hóa. Hệ bất phương trình nào sau đây xác định số giờ để làm mỗi việc nếu Nam muốn kiếm được ít nhất 100 nghìn đồng mỗi tuần?

- (A)  $\begin{cases} x + y \geq 15 \\ 15x + 10y \geq 100. \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x + y \leq 15 \\ 15x + 10y > 100. \end{cases}$   
(C)  $\begin{cases} x + y \leq 15 \\ 15x + 10y \geq 100. \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x + y > 15 \\ 15x + 10y < 100. \end{cases}$

**CÂU 26.** Để trở thành một thành viên của ban nhạc thì một sinh viên phải đạt điểm trung bình các môn học ít nhất là 7,0 và phải có tối thiểu 5 lần thực hành sau giờ học. Gọi  $x$  là điểm trung bình các môn học và  $y$  là số lần thực hành sau giờ học, hãy chọn hệ bất phương trình thể hiện tốt nhất tình huống này.

- (A)  $\begin{cases} x \geq 7 \\ y \geq 5. \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x \leq 7 \\ y \leq 5. \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} x < 7 \\ y < 5. \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x > 7 \\ y > 5. \end{cases}$

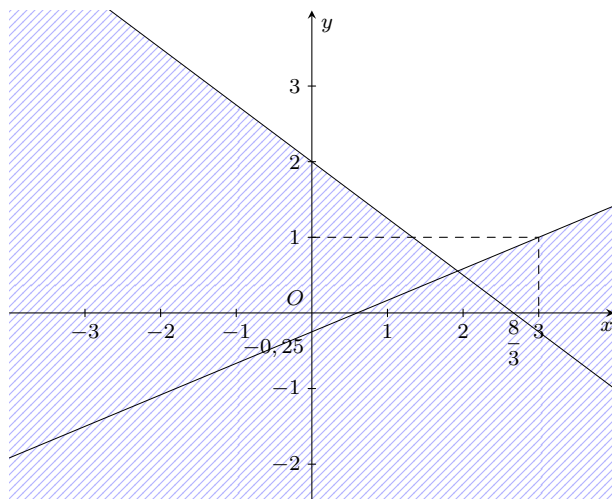
**CÂU 27.** Cho hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x - y > 0 \\ 2x + 7y < 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm  $S$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- (A)  $(1; -1) \in S$ . (B)  $(1; -\frac{1}{2}) \notin S$ . (C)  $(4; -1) \in S$ . (D)  $(-\frac{1}{2}; -\frac{2}{7}) \in S$ .

**CÂU 28.** Điểm  $A(0; \frac{5}{3})$  luôn thuộc miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình dưới đây (với  $m$  là tham số thực)?

- (A)  $(m^2 - 4)x + 3y - 5 \leq 0$ . (B)  $(m^2 - 4)x + 3y - 5 > 0$ .  
(C)  $(m^2 - 4)x + 3y - 5 < 0$ . (D)  $(m^2 - 4)x + 3y + 7 \leq 0$ .

**CÂU 29.** Hình vẽ dưới đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình nào? (với miền nghiệm là miền **không** gạch sọc và chứa bờ)



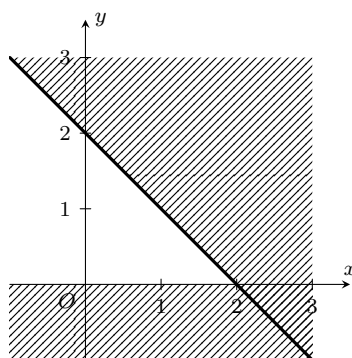
QUICK NOTE

- A  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \geq 0 \\ 5x - 12y - 3 \leq 0. \end{cases}$ 
 B  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \leq 0 \\ 5x - 12y - 3 \leq 0. \end{cases}$
- C  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \geq 0 \\ 5x - 12y - 3 \geq 0. \end{cases}$ 
 D  $\begin{cases} 3x + 4y - 3 \geq 0 \\ 5x - 12y - 8 \leq 0. \end{cases}$

CÂU 30.

Phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó trên đường thẳng  $y = 0$  trong hình vẽ bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?

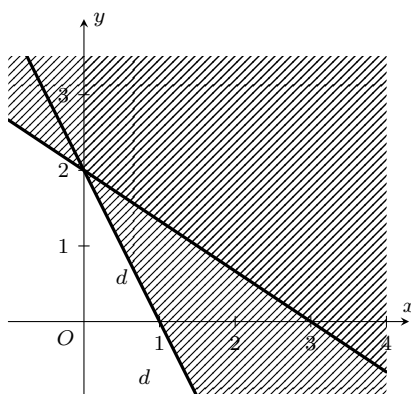
- A  $\begin{cases} y \leq 0 \\ 2x + y > 1. \end{cases}$ 
 B  $\begin{cases} x + y < 2 \\ y \geq 0. \end{cases}$
- C  $\begin{cases} 2x - 2y > 6 \\ 2x + y \geq 1. \end{cases}$ 
 D  $\begin{cases} y \leq 0 \\ x + y < 1. \end{cases}$



CÂU 31.

Phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó trên đường thẳng  $d$  trong hình vẽ bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?

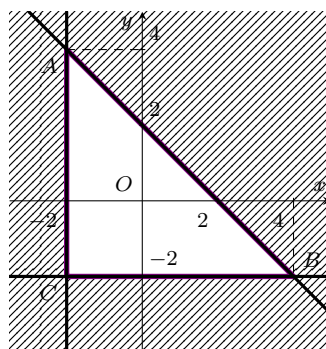
- A  $\begin{cases} 2x + 3y \leq 6 \\ 2x + y > 2. \end{cases}$ 
 B  $\begin{cases} x - 2y < 1 \\ 3x + 2y \leq 3. \end{cases}$
- C  $\begin{cases} 2x + 3y < 6 \\ 2x + y \leq 2. \end{cases}$ 
 D  $\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x + y < 1. \end{cases}$



CÂU 32.

Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq -2 \\ y \geq -2 \\ x + y < 2. \end{cases}$  Biết rằng  $A, B, C$  là

giao điểm của hai trong ba đường thẳng  $x = -2, y = -2, x + y = 2$  (được cho như hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác  $ABC$  bao gồm cả các cạnh  $AB, AC, BC$ .
- B Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác  $ABC$  bao gồm các cạnh  $AC, BC$  ngoại trừ điểm  $A$ , điểm  $B$ .

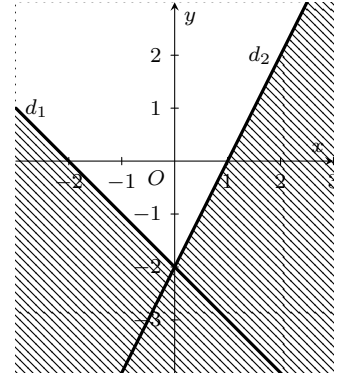
QUICK NOTE

- Ⓒ Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác  $ABC$  bao gồm các cạnh  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  ngoại trừ điểm  $A$ , điểm  $B$ , điểm  $C$ .
- Ⓓ Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác  $ABC$  bao gồm các cạnh  $AB$ ,  $BC$  ngoại trừ điểm  $A$ , điểm  $C$ .

**CÂU 33.**

Miền không bị gạch chéo (kể cả đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ ) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

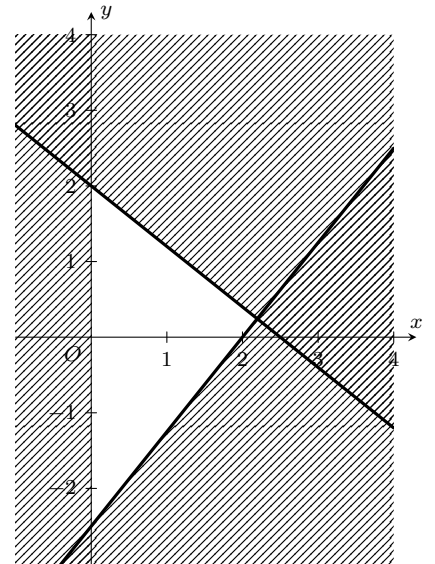
- Ⓐ  $\begin{cases} x - y \leq -2 \\ -2x - y \geq -2. \end{cases}$       Ⓑ  $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ -2x - y \geq -2. \end{cases}$
- Ⓒ  $\begin{cases} x + y \geq -2 \\ -2x + y \geq -2. \end{cases}$       Ⓓ  $\begin{cases} -x - y \leq -2 \\ 2x - y \geq -2. \end{cases}$



**CÂU 34.**

Miền tam giác không bị gạch kể cả 3 cạnh của nó trong hình bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?

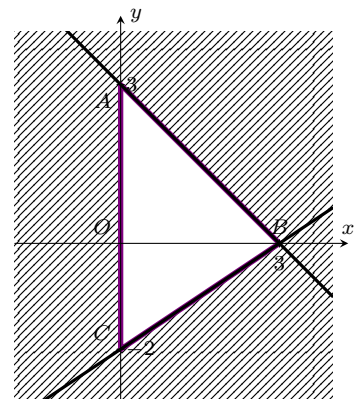
- Ⓐ  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10. \end{cases}$       Ⓑ  $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10. \end{cases}$
- Ⓒ  $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10. \end{cases}$       Ⓓ  $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10. \end{cases}$



**CÂU 35.**

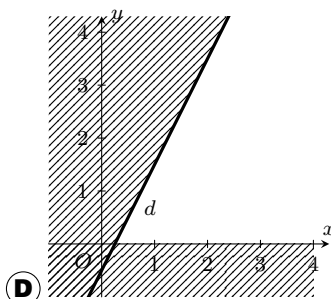
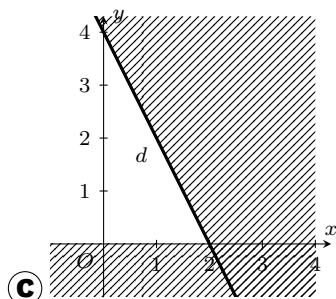
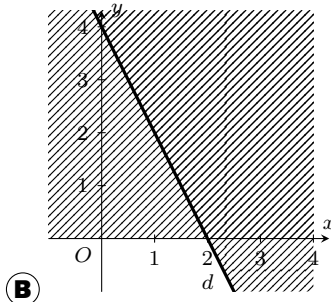
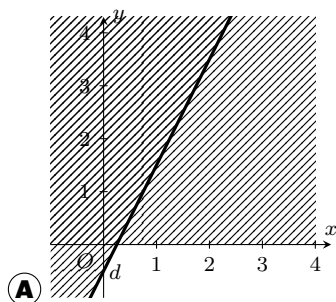
Miền tam giác  $ABC$  kể cả ba cạnh là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ sau?

- Ⓐ  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 2x - 3y \geq 6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$       Ⓑ  $\begin{cases} x \geq 0 \\ -2x + 3y \geq -6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$
- Ⓒ  $\begin{cases} x \geq 0 \\ -2x + 3y \leq -6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$       Ⓓ  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 2x - 3y \leq -6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$



**CÂU 36.** Phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó nằm trên đường thẳng  $d$  trong hình vẽ nào sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} y < 0 \\ 2x + y \leq 4. \end{cases}$

QUICK NOTE



**CÂU 37.**

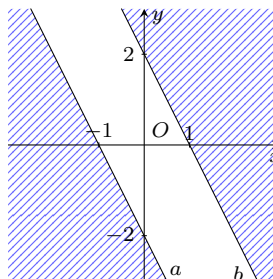
Hệ bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm là phần mặt phẳng không bị gạch có hai bờ là hai đường thẳng  $a$  và  $b$  như hình bên?

**A**  $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ 2x + y \geq -2. \end{cases}$

**B**  $\begin{cases} 2x + y \leq -2 \\ 2x + y \geq 2. \end{cases}$

**C**  $\begin{cases} 2x - y \leq 2 \\ 2x - y \geq -2. \end{cases}$

**D**  $\begin{cases} 2x - y \leq -2 \\ 2x - y \geq 2. \end{cases}$



**CÂU 38.**

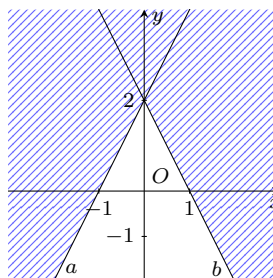
Hệ bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm là phần mặt phẳng không bị gạch như hình bên (kể cả các điểm nằm trên hai đường thẳng  $a$ ,  $b$  và không thuộc miền bị gạch)?

**A**  $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ -2x + y \geq 2. \end{cases}$

**B**  $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ -2x + y \geq 2. \end{cases}$

**C**  $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ -2x + y \geq -2. \end{cases}$

**D**  $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ -2x + y \leq 2. \end{cases}$



**CÂU 39.**

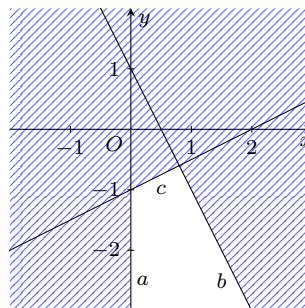
Hệ bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm là phần mặt phẳng không bị gạch như hình bên (kể cả các điểm nằm trên các đường thẳng  $a$ ,  $b$ ,  $c$  và không thuộc miền bị gạch)?

**A**  $\begin{cases} 2x + y \geq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ x \leq 0. \end{cases}$

**B**  $\begin{cases} 2x - y \leq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ y \leq 0. \end{cases}$

**C**  $\begin{cases} 2x + y \leq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ x \geq 0. \end{cases}$

**D**  $\begin{cases} 2x - y \leq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ x \geq 0. \end{cases}$



**CÂU 40.** Tìm tất cả các số thực  $a$ ,  $b$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq a \\ y < b \end{cases}$  chứa điểm  $M(-1; 1)$ .

**A**  $a \geq -1; b \leq 1.$

**B**  $a < -1; b \geq 1.$

**C**  $a \leq -1; b > 1.$

**D**  $a \leq -1; b < 1.$

**CÂU 41.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $y = m$  có điểm chung với miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq -2 \\ y \geq -2 \\ x + y \leq 2. \end{cases}$

**A**  $m \geq -2.$

**B**  $m \leq 4.$

**C**  $-2 \leq m \leq 4.$

**D**  $-2 < m < 4.$

QUICK NOTE

**CÂU 42.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} (a-2)x + (a-4)y \geq 2 \\ (a+1)x + (3a+2)y \leq -1 \end{cases}$  với  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  và  $a \neq \frac{1}{2}$ .

Điểm nào sau đây luôn thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho?

- (A)  $M\left(\frac{-3}{2a-1}; \frac{7}{2a-1}\right)$ . (B)  $N\left(\frac{-7}{2a-1}; \frac{-3}{2a-1}\right)$ .  
(C)  $P\left(\frac{7}{2a-1}; \frac{-3}{2a-1}\right)$ . (D)  $P\left(\frac{7}{2a-1}; \frac{3}{2a-1}\right)$ .

**CÂU 43.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y - 1 \leq 0 \\ \sqrt{3}x - \sqrt{2}y + 1 \geq 0 \\ y \geq -4 \end{cases}$  là

- (A) tam giác vuông kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.  
(B) tam giác đều kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.  
(C) tam giác tù kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.  
(D) tam giác cân (không vuông) kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.

**CÂU 44.** Miền nghiệm của bất phương trình  $|x+y| + |x-y| \leq 4$  là

- (A) một hình vuông (không kể biên).  
(B) một hình chữ nhật (không phải là hình vuông và không kể biên).  
(C) một hình chữ nhật (không phải là hình vuông và kể cả biên).  
(D) một hình vuông (kể cả biên).

**CÂU 45.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của biểu thức  $z = 3x + 2y$  biết rằng  $x, y$  thỏa mãn hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x + 2y \leq 4 \\ x - y \leq 1. \end{cases}$

- (A)  $M = 8$ . (B)  $M = 10$ . (C)  $M = 6$ . (D)  $M = 9$ .

**CÂU 46.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $F(x; y) = x - y - 1$  với  $x, y$  thỏa mãn hệ  $\begin{cases} x - 2y + 2 \geq 0 \\ 3x + 8y - 24 \leq 0 \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

**CÂU 47.** Tìm giá trị lớn nhất  $a$  và giá trị nhỏ nhất  $b$  của  $F(x; y) = 3x + 9y$  với  $(x; y)$  là nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x - y + 1 \leq 0 \\ 2x - y + 4 \geq 0 \\ x + y + 1 \geq 0 \\ 2x + y - 4 \leq 0. \end{cases}$

- (A)  $a = 21, b = 1$ . (B)  $a = 21, b = -3$ . (C)  $a = 36, b = 1$ . (D)  $a = 36, b = -3$ .

**CÂU 48.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 5 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ 5x + 3y \geq 15 \\ -x + y \geq 2 \end{cases}$  và biểu thức  $P(x; y) = 2x - 2y + 3$  với  $(x; y)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

- (A) -17. (B) -34. (C) -7. (D) -14.

**CÂU 49.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $F = y - x$  trên miền xác định bởi hệ  $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5. \end{cases}$

- (A)  $\min F = 1$  khi  $x = 2, y = 3$ . (B)  $\min F = 2$  khi  $x = 0, y = 2$ .  
(C)  $\min F = 3$  khi  $x = 1, y = 4$ . (D)  $\min F = -1$  khi  $x = 2, y = 1$ .

**CÂU 50.** Tìm giá trị nhỏ nhất  $T$  của biểu thức  $z = 5x + 7y$  biết rằng  $x, y$  là các số không



âm thỏa mãn hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} 2x + 3y \geq 6 \\ 3x - y \leq 15 \\ -x + y \leq 4 \\ 2x + 5y \leq 27. \end{cases}$$

- (A)  $T = 12$ . (B)  $T = 14$ . (C)  $T = 28$ . (D)  $T = 18$ .

**CÂU 51.** Tìm các cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 2 \\ y \leq x \\ x + y \leq 5 \\ x \leq 4 \end{cases}$$
 sao cho biểu thức

$S = 2x + y$  đạt giá trị lớn nhất.

- (A)  $(x; y) = (4; 0)$ . (B)  $(x; y) = (4; 1)$ . (C)  $(x; y) = (3; 2)$ . (D)  $(x; y) = (2; 2)$ .

**CÂU 52.** Khẩu phần dinh dưỡng hàng ngày cho người ăn kiêng cần cung cấp ít nhất 300 calo, 36 đơn vị vitamin A và 90 đơn vị vitamin C. Một tách thức uống X có giá 5 nghìn đồng và cung cấp 60 calo, 12 đơn vị vitamin A và 10 đơn vị vitamin C. Một tách thức uống Y có giá 6 nghìn đồng và cung cấp 60 calo, 6 đơn vị vitamin A và 30 đơn vị vitamin C. Mỗi ngày nên uống bao nhiêu tách mỗi loại để có được chi phí tối ưu và vẫn đáp ứng được yêu cầu dinh dưỡng hàng ngày?

- (A) 1 tách loại X, 4 tách loại Y. (B) 3 tách loại X, 2 tách loại Y.  
(C) 2 tách loại X, 3 tách loại Y. (D) 4 tách loại X, 1 tách loại Y.

**CÂU 53.** Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị prô-tê-in và 400 đơn vị li-pít trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kí-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị prô-tê-in và 200 đơn vị li-pít. Mỗi kí-lô-gam thịt lợn chứa 600 đơn vị prô-tê-in và 400 đơn vị li-pít. Biết rằng gia đình này chỉ mua tối đa 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn; giá tiền 1 kg thịt bò là 45000 đồng, 1 kg thịt lợn là 35000 đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kí-lô-gam thịt mỗi loại để số tiền bỏ ra là ít nhất?

- (A) 0,3 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. (B) 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn.  
(C) 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. (D) 0,6 kg thịt lợn và 0,7 kg thịt bò.

**CÂU 54.** Một cửa hàng làm kệ sách và bàn làm việc. Mỗi kệ sách cần 5 giờ chế biến gỗ và 4 giờ hoàn thiện. Mỗi bàn làm việc cần 10 giờ chế biến gỗ và 3 giờ hoàn thiện. Mỗi tháng cửa hàng có 600 giờ lao động để chế biến gỗ và 240 giờ để hoàn thiện. Lợi nhuận của mỗi kệ sách là 400 nghìn đồng và mỗi bàn là 750 nghìn đồng. Có bao nhiêu sản phẩm mỗi loại cần được làm mỗi tháng để thu được lợi nhuận tối đa?

- (A) 24000. (B) 45000. (C) 45600. (D) 46000.

**CÂU 55.** Cho hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} |x - 1| \leq 2 \\ |y + 1| \leq 3 \end{cases}$$
 và biểu thức  $P(x; y) = 3x + 2y - 5$  với  $(x; y)$

thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Tìm giá trị lớn nhất của  $P$ .

- (A) 16. (B) -16. (C) 8. (D) -8.

**CÂU 56.** Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140 kg chất A và 9 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20 kg chất A và 0,6 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng có thể chiết xuất được 10 kg chất A và 1,5 kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

- (A) 2,5 tấn loại I và 9 tấn loại II. (B) 10 tấn loại I và 9 tấn loại II.  
(C) 10 tấn loại I và 2 tấn loại II. (D) 5 tấn loại I và 4 tấn loại II.

**CÂU 57.** Giá trị nhỏ nhất  $F_{\min}$  của biểu thức  $F(x; y) = y - x$  trên miền xác định bởi hệ

$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

- (A)  $F_{\min} = 1$ . (B)  $F_{\min} = 2$ . (C)  $F_{\min} = 3$ . (D)  $F_{\min} = 4$ .

**CÂU 58.** Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A cần 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản

## QUICK NOTE

QUICK NOTE

xuất ra một tấn sản phẩm  $B$  lãi được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

- (A) Sản xuất 9 tấn sản phẩm  $A$  và không sản xuất sản phẩm  $B$ .  
 (B) Sản xuất 7 tấn sản phẩm  $A$  và 3 tấn sản phẩm  $B$ .  
 (C) Sản xuất  $\frac{45}{8}$  tấn sản phẩm  $A$  và  $\frac{81}{16}$  tấn sản phẩm  $B$ .  
 (D) Sản xuất 6 tấn sản phẩm  $B$  và không sản xuất sản phẩm  $A$ .

**CÂU 59.** Biểu thức  $F = y - x$  đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện  $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$  tại điểm

$S(x; y)$  có tọa độ là

- (A) (4; 1). (B) (3; 1). (C) (2; 1). (D) (1; 1).

**CÂU 60.** Giá trị lớn nhất của biểu thức  $F(x; y) = x + 2y$ , với điều kiện  $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$

là

- (A) 6. (B) 8. (C) 10. (D) 12.

# MỤC LỤC

<b>Bài 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn</b>	<b>1</b>
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết	1
Ⓑ Các dạng toán	1
✎ Dạng 1. Nghiệm và miền nghiệm bất phương trình bậc nhất hai ẩn	1
✎ Dạng 2. Bài toán thực tế liên quan	2
Ⓒ Bài tập trắc nghiệm	3
<b>Bài 2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn</b>	<b>7</b>
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết	7
Ⓑ Các dạng toán	7
✎ Dạng 1. Biểu diễn hình học của tập nghiệm	7
✎ Dạng 2. Tìm cực trị của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác	8
Ⓒ Bài tập trắc nghiệm	10

