## Bài 1. KHOẢNG BIẾN THIÊN, KHOẢNG TỬ PHÂN VỊ CỦA MSL GHÉP NHÓM

## A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

### 1. Khoảng biến thiên

Dịnh nghĩa: Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_1;u_2)$	•••	$[u_k; u_{k+1})$
Tần số	$n_1$	$n_2$	• • •	$n_k$

Nếu  $n_1$  và  $n_k$  cùng khác 0 thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm được tính theo công thức

$$R = u_{k+1} - u_1$$

### 2. Khoảng tứ phân vị

 $\bigcirc$  **Dịnh nghĩa:** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu  $\Delta_Q$ , là hiệu giữa tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  và tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  của mẫu số liệu ghép nhóm đó, tức là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1$$

#### 🗘 Ý nghĩa:

- $\checkmark$  Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và có thể dùng để đo mức độ phân tán của nửa giữa của mẫu số liệu (tập hợp gồm 50% số liệu nằm chính giữa mẫu số liệu).
- V<br/> Khoảng tứ phân vị được dùng để xác định giá trị bất thường trong mẫu số liệu. Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị bất thường nếu  $x>Q_3+1,5\Delta_Q$  hoặc  $x< Q_1-1,5\Delta_Q$ .

## B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN



Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm

### 1. Ví dụ minh hoạ

**VÍ DỤ 1.** Cân nặng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như sau:

55,4	62,6	54,2	56,8	58,8	59,4	60,7
58	59,5	63,6	61,8	52,3	63,4	57,9
49,7	45,1	56,2	63,2	46,1	49,6	59,1
55.3	55.8	45.5	46.8	54	49.2	52.6

- a) Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm 5 nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là [45;49).
- b) Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc và bảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm tương ứng.

**VÍ DỤ 2.** Bảng sau thống kê thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 9/2022 của bác Bình và bác An.

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số ngày tập của bác Bình	5	12	8	3	2
Số ngày tập của bác An	0	25	5	0	0

QUI		MIC	
<b>WILL</b>	IC_K	IMC	
-			4

٠																	
٠																	

																														•		
•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	•
•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•
٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

QUIC	CK	NC	TC

- a) Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình và bác An.
- b) Sử dụng khoảng biến thiên, hãy cho biết bác nào có thời gian tập phân tán hơn.

**VÍ DỤ 3.** Thống kê thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 12A, được kết quả như bảng sau:

Thời gian sử dụng (phút)	[0; 10)	[10; 30)	[30;60)	[60; 90)
Số học sinh Tổ 1	2	4	3	1
Số học sinh Tổ 2	5	1	3	0

Tìm khoảng biến thiên cho thời gian sử dụng mạng xã hội của học sinh mỗi tổ và giải thích ý nghĩa.

### 2. Bài tập trắc nghiêm

**CÂU 1.** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0; 20)	[20;40)	[40;60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

(A) 80.

**B** 60

**(C)** 100

**D** 12.

**CÂU 2.** Mức thưởng tết (triệu đồng) cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

0 00	Mức thưởng tết	[5;10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25;30)	
	Số nhân viên	13	35	47	25	10	

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

**A** 20.

**B**) 25.

**(C)** 47.

**D** 23.

CÂU 3. Cho bảng phân bố tần số ghép lớp sau

Chiều cao của 40 học sinh nam ở một trường THPT

Lớp chiều cao (cm)	[160; 163,5)	[164; 167,5)	[168; 171,5)	[172; 175,5)	Cộng
Tần số	9	20	7	4	40

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

**A** 31.

**B**) 15, 5.

**(c)** 175, 5.

**D** 12.

**CÂU 4.** Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

г						
	Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
İ	Số học sinh	0	12	15	24	26

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

**A** 26.

**B**) 14.

**(c)** 20.

**D** 12.

**CÂU 5.** Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12C được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30; 35)	[35;40)	[40; 45)
Số học sinh	8	16	12	2

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

(A) 24

**B**) 15

 $(\mathbf{C})$  2

**(D)** 20.

### 2

#### Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Với mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$	 $[a_i; a_{i+1})$	 $[a_k; a_{k+1})$
Tần số	$m_1$	 $m_i$	 $m_k$

Các bước thực hiện:

① Tìm tứ phân vị  $Q_1$  và  $Q_3$  theo công thức:

$$Q_r = a_p + \frac{\frac{r \cdot n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p),$$

trong đó  $[a_p; a_{p+1})$  là nhóm chứa tứ phân vị thứ r với r = 1, 3; n là cỡ mẫu.

2 Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$ .

#### 1. Ví dụ minh hoạ

**VÍ DỤ 1.** Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân	nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số	quả xoài	3	13	18	11	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

VÍ DU 2. Bảng sau đây cho biết chiều cao của các học sinh lớp 12A và 12B.

Chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170]	) .	[170; 175]	
Số học sinh của lớp 12A	1	0	15	12	10		$\cdots 5 \cdots \cdots$	
Số học sinh của lớp 12B	0	0	17	10	9		6	

- a) Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phần vị cho các mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh lớp 12A, 12B.
- b) Để so sánh độ phân tán về chiều cao của học sinh hai lớp này ta nên dùng khoảng biến thiên hay khoảng tứ phân vị? Vì sao?

**VÍ DỤ 3.** Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian(phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27;30)	[30; 33)
Số lần	22	38	27	8	4	1

- a) Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)
- b) Biết rằng trong 100 lần đi trên, chỉ có đúng một lần ông Thắng đi hết 32 phút. Thời gian của lần đi đó có phải là giá trị ngoại lệ không?

#### VÍ DU 4.

Bảng bên biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 42 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét). Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười nếu cần).

Nhóm	Tần số	Tần số tích luỹ
[40;45)	5	5
[45; 50)	10	15
[50; 55)	7	22
[55; 60)	9	31
[60; 65)	7	38
[65;70)	4	42
	n=42	

### 2. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp 11D3 người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau

Cân nặng	[30;40)	[40; 50)	[50; 60)	[60;70)	[70; 80)	[80; 90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Khoảng tứ phân vị của bảng số liệu ghép nhóm trên là

**A** 17.

**B**) 14.5.

**(C)** 14.

**(D)** 17.5.

**CÂU 2.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	[5;7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

$$\bigcirc \frac{25}{7}$$

**B** 
$$\frac{13}{7}$$
.

$$\bigcirc \frac{20}{7}$$
.

$$\bigcirc \frac{55}{7}$$
.

**CÂU 3.** Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là (làm tròn đến hàng phần trăm)

**A** 2,92.

**B** 2,93.

**(c)** 3,93.

**D** 3, 92.

**CÂU 4.** Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian luyện tập (giờ)	[0; 2)	[2;4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho (làm tròn đến hàng phần trăm).

**A** 4,52.

**B** 3,35.

**(c)** 2,85.

**D** 3,36.

**CÂU 5.** Ở một phòng điều trị nội trú của bệnh viện, dữ liệu thống kê thời gian ngủ hằng đêm của một bệnh nhân trong suốt một tháng được tổng hợp bởi bảng dưới đây

Thời gian (phút)	Tần số	Tần số tích luỹ
[180; 240)	2	2
[240;300)	9	11
[300; 360)	12	23
[360; 420)	5	28
[420; 480)	2	30

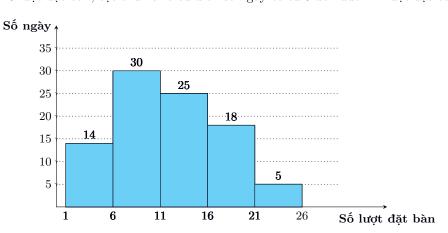
**A** 75,53.

**B** 84,83.

**(c)** 80,83.

 $\bigcirc$  72,53.

**CÂU 6.** Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;....



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên.

**A** 9,5.

**B**) 8,5.

**(c)** 10,5.

(**D**) 7.5

 $\pmb{\mathsf{CÂU}}\,\pmb{\mathsf{7}}.$  Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Mệnh đề	Đ	$\mathbf{S}$
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là $R=1$ .		
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 8$ .		
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta Q = 0.286$ .		
d) Biết rằng trong 100 cây keo trên có 1 cây cao 8,4 m. Chiều cao của cây keo này là giá trị ngoại lệ.		

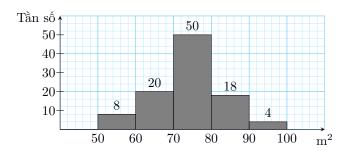
#### CÂU 8.

Bảng bên biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng).

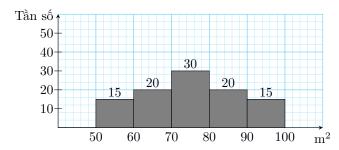
Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là $R=25.$		
<b>b)</b> Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 15$ .		
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3=27.$		
<b>d)</b> Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta Q = 12$ .		

Nhóm	Tần số
[10; 15)	15
[15; 20)	18
[20; 25)	10
[25;30)	10
[30; 35)	5
[35; 40)	2
	n = 60

**CÂU 9.** Điều tra một số hộ gia đình thu nhập ở mức trung bình sinh sống trên hai địa bàn A, B, người ta thấy diện tích nhà ở của họ đều nhỏ hơn  $100~\rm{m^2}$ . Hai biểu đồ dưới biểu diễn kết quả thống kê.



Hình a. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn A



Hình b. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn B

Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
a) Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu này bằng nhau.		
b) Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương A là 10,9.		
c) Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương B là 8,5		
d) Số liệu về diện tích nhà ở của cư dân thuộc địa bàn A phân tán hơn địa bàn B.		

GV.VŨ	<b>NGOC</b>	PHÁT

**CÂU 10.** Bảng tần số ghép nhóm dưới đây thể hiện kết quả điều tra về tuổi thọ trung bình của nam giới và nữ giới ở 50 quốc gia.

Giới tính Nhóm (Tuổi thọ)	Nam	Nữ
[50; 55)	4	3
[55; 60)	7	4
[60; 65)	4	5
[65; 70)	6	3
[70; 75)	15	7
[75; 80)	12	14
[80; 85)	2	13
[85; 90)	0	1

Mệnh đề	Ð	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nam giới là 50.		
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nam giới là 14,75.		
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nữ giới là 15.		
d) Dựa vào khoảng tứ phân vị thì tuổi thọ trung bình của nam giới đều hơn tuổi thọ trung bình của nữ giới.		

## Bài 2. PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MSL GHÉP NHÓM

## A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_2; u_3)$	 $[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	$c_1$	$c_2$	 $c_k$
Tần số	$n_1$	$n_2$	 $n_k$

ightharpoonup Phương sai: Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu  $S^2$ , được tính bởi công thức

$$S^{2} = \frac{1}{n} \left[ n_{1} (c_{1} - \bar{x})^{2} + n_{2} (c_{2} - \bar{x})^{2} + \dots + n_{k} (c_{k} - \bar{x})^{2} \right]$$
$$= \frac{1}{n} \left( n_{1} c_{1}^{2} + n_{2} c_{2}^{2} + \dots + n_{k} c_{k}^{2} \right) - \bar{x}^{2}$$

trong đó:  $n=n_1+n_2+\cdots+n_k$  là cỡ mẫu;  $\bar{x}=\frac{1}{n}\left(n_1c_1+n_2c_2+\cdots+n_kc_k\right)$  là số trung bình.

 $\bigcirc$  Độ lệch chuẩn: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S, là căn bậc hai số học của phương sai, nghĩa là  $S=\sqrt{S^2}$ .

## B. PHÂN LOAI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

- Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm
- ① Xác định cỡ của mẫu số liệu;
- 2 Tính số trung bình của mẫu số liệu;
- 3 Áp dụng công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn.

### 1. Ví du minh hoa

**VÍ DỤ 1.** Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm.)

**VÍ DỤ 2.** Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 9 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau trong các năm từ 2002 đến 2021 được thống kê như sau:

111, 6	134, 9	130, 3	134, 2	140, 9	109, 3	154, 4	156, 3	116, 1	96, 7
105, 2	80, 8	80, 8	110	109	139	145	161	126	114

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- a) Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.
- b) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là [80;98) và độ dài mỗi nhóm bằng 18. Tính phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.
- c) Hãy tính sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc.

**VÍ DỤ 3.** Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Điểm trung bình	[5; 6)	[6;7)	[7;8)	[8; 9)	[9; 10)
Số học sinh lớp 11A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 11B	0	6	8	14	12

- a) Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?
- b) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

**VÍ DỤ 4.** Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
ngày giao dịch ủa cổ phiếu A	8	9	12	10	11
ngày giao dịch ủa cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn.

Theo quan điểm trên, hãy so sánh độ rủi ro của cổ phiếu A và cổ phiếu B.

### 2. Bài tấp trắc nghiệm

**CÂU 1.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A Phương sai luôn luôn là số không âm.
- (B) Phương sai là bình phương của độ lệch chuẩn.
- © Phương sai càng lớn thì độ phân tán của các giá trị quanh số trung bình càng lớn.
- (D) Phương sai luôn luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.

**CÂU 2.** Số đặc trưng nào không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng?

(A) Khoảng biến thiên.

(B) Khoảng tứ phân vị.

C Phương sai.

(**D**) Độ lệch chuẩn.

QUICK	NOTE
 	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •
 	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •

♥ VNPmath - 0962940819 ♥
QUICK NOTE

**CÂU 3.** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

**A** 3,39.

**B**) 11,62.

**c** 0,1314.

**D** 0,36.

**CÂU 4.** Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25;30)	[30; 35)	[35;40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

**(A)** 31,77.

**B**) 32.

**(c)** 31

**D** 31,44.

**CÂU 5.** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

**(A)** 3,41.

**B**) 11,62.

 $(\mathbf{C})$  0.017.

 $\bigcirc 0.36$ 

**CÂU 6.** Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik  $3 \times 3$ , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12;14)	[14; 16)	[16; 18)
Số ngày	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

**A** 5,98.

**B** 6

**(c)** 2,44.

 $\bigcirc$  2.5

**CÂU 7.** Để đánh giá chất lượng một lọa pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5;6)	[6; 6,5)	[6,5;7)	[7; 7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến 4 chữ số thập phân).

**A** 0,4252.

**B** 0,5314.

**(c)** 0,6214.

(D) 0,5268.

**CÂU 8.** Một trang trại phân 1000 quả trứng thành 5 loại, tuỳ theo khối lượng (đã được làm tròn) của chúng được thống kê bởi bảng dưới đây:

Khối lượng (gam)	[30; 36)	[36; 42)	[42;48)	[48; 54)	[54;60)
Số trứng	45	190	500	250	15

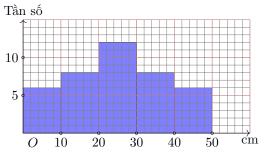
Mệnh đề	Đ	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 30.		
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là 6,48.		
c) Khối lượng trung bình của 100 quả trứng là 45 gam.		
<b>d)</b> Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là $\frac{6\sqrt{17}}{5}$ .		

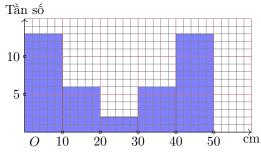
**CÂU 9.** Kết quả 40 lần nhảy xa của hai vận động viên nam Dũng và Huy được lần lượt thống kê trong Bảng ở bên (đơn vị: mét).

Nhóm	[6, 22; 6, 46)	[6, 46; 6, 70)	[6, 70; 6, 94)	[6, 94; 7, 18)	[7, 18; 7, 42)	n
Dũng	3	7	5	20	5	40
Huy	2	5	8	19	6	40

	Mệnh đề	Ð	S
a)	Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả $40$ lần nhảy xa của vận động viên Đũng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $6,92$ (m).		
b)	Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả $40$ lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $6,85(\mathrm{m}).$		
c)	Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $0,24(\mathrm{m}).$		
d)	Dựa vào độ lệch chuẩn thì kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng.		

**CÂU 10.** Một công ty giống cây trồng đã thử nghiệm hai phương pháp chăm sóc khác nhau cho cây hướng dương. Sau hai tuần, người ta thấy cây được chăm sóc theo cả hai phương pháp đều thấp hơn 50 cm.





Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp  ${\bf A}$ 

Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp B

Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
a) Khoảng biến thiên của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.		
b) Trung bình của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.		
c) Độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo phương án $A$ là 12, 65 (cm).		
d) Dựa vào độ lệch chuẩn thì chiều cao của các loại cây được chăm sóc theo phương án $B$ ít bị chênh lệch hơn so với phương án $A$		

	QU	ICK	NOTE	
		• • • • •		
		• • • • •		
		• • • • •		
• • • • • • • •		• • • • •		
		• • • • •		
• • • • • • • •		• • • • •		
		• • • • •		
		• • • • •		
		• • • • •		

# LỜI GIẢI CHI TIẾT

## Bài 1. KHOẢNG BIẾN THIÊN, KHOẢNG TỬ PHÂN VỊ CỦA MSL GHÉP NHÓM

## A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

### 1. Khoảng biến thiên

Dịnh nghĩa: Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_1; u_2)$	 $[u_k; u_{k+1})$
Tần số	$n_1$	$n_2$	 $n_k$

Nếu  $n_1$  và  $n_k$  cùng khác 0 thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm được tính theo công thức

$$R = u_{k+1} - u_1$$

### 2. Khoảng tứ phân vi

 $\bigcirc$  **Định nghĩa:** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu  $\Delta_Q$ , là hiệu giữa tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  và tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  của mẫu số liệu ghép nhóm đó, tức là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1$$

### 🌣 Ý nghĩa:

- ▼ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và có thể dùng để đo mức độ phân tán của nửa giữa của mẫu số liệu (tập hợp gồm 50% số liệu nằm chính giữa mẫu số liệu).
- igodown Khoảng tứ phân vị được dùng để xác định giá trị bất thường trong mẫu số liệu. Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị bất thường nếu  $x>Q_3+1,5\Delta_Q$  hoặc  $x<Q_1-1,5\Delta_Q$ .

## B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN



Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm

### 1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Cân nặng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như sau:

55,4	62,6	54,2	56,8	58,8	59,4	60,7
58	59,5	63,6	61,8	52,3	63,4	57,9
49,7	45,1	56,2	63,2	46,1	49,6	59,1
55,3	$55,\!8$	$45,\!5$	46,8	54	49,2	52,6

- a) Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm 5 nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là [45;49).
- b) Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc và bảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm tương ứng.

#### 🗭 Lời giải.

a) Các nhóm [45; 49), [49; 53), [53; 57), [57; 61), [61; 65). Khi đó ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Cân nặng	[45;49)	[49; 53)	[53; 57)	[57; 61)	[61;65)
Số học sinh	4	5	7	7	5

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là 63,6-45,1=18,5. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm 65-45=20.

=

**VÍ DU 2.** Bảng sau thống kê thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 9/2022 của bác Bình và bác An.

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số ngày tập của bác Bình	5	12	8	3	2
Số ngày tập của bác An	0	25	5	0	0

- a) Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình và bác An.
- b) Sử dụng khoảng biến thiên, hãy cho biết bác nào có thời gian tập phân tán hơn.

#### 🗭 Lời giải.

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác Bình là 40-15=25 (phút). Trong mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác An, khoảng đầu tiên chứa dữ liệu là [20;25) và khoảng cuối cùng chứa dữ liệu là [25;30).
  - Do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác An là 30 20 = 10 (phút).
- b) Nếu căn cứ theo khoảng biến thiên thì bác Bình có thời gian tập phân tán hơn bác An.

VÍ DỤ 3. Thống kê thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 12A, được kết quả như bảng sau:

Thời gian sử dụng (phút)	[0;10)	[10; 30)	[30;60)	[60; 90)
Số học sinh Tổ 1	2	4	3	1
Số học sinh Tổ 2	5	1	3	0

Tìm khoảng biến thiên cho thời gian sử dụng mạng xã hội của học sinh mỗi tổ và giải thích ý nghĩa.

#### 🗩 Lời giải.

Gọi  $R_1, R_2$  tương ứng là khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1 và Tổ 2.

Ta có:  $R_1 = 90 - 0 = 90$  và  $R_2 = 60 - 0 = 60$ .

Do  $R_1 > R_2$  nên nếu dựa vào khoảng biến thiên, ta kết luận rằng thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1 phân tán hơn thời gian sử dụng mạng xã hội của các bạn Tổ 2.

### 2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

(A) 80.

**B**) 60.

**(c)** 100.

**(D)** 12.

#### 🗭 Lời giải.

Xác định  $u_1 = 0$  là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên và  $u_{k+1} = 100$  là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng có chứa dữ liệu. Suy ra  $R = u_{k+1} - u_1 = 100 - 0 = 100$ .

Chọn đáp án  $\binom{\mathbb{C}}{}$ .

CÂU 2. Mức thưởng tết (triệu đồng) cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

(A) 20.

**(B)** 25.

**(C)** 47.

**D** 23.

#### 🗭 Lời giải.

Xác định  $u_1 = 5$  là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên và  $u_{k+1} = 30$  là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng có chứa dữ liệu. Suy ra  $R = u_{k+1} - u_1 = 30 - 5 = 25$ .

Chọn đáp án (B)

Chiều cao của 40 học sinh nam ở một trường THPT

		•			
Lớp chiều cao (cm)	[160; 163,5)	[164; 167,5)	[168; 171,5)	[172; 175,5)	Cộng
Tần số	9	20	7	4	40

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

(A) 31.

**B**) 15, 5.

**(c)** 175, 5.

**D** 12.

#### 🗭 Lời giải.

Xác định  $u_1 = 160$  là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên và  $u_{k+1} = 175, 5$  là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng có chứa dữ liệu. Suy ra  $R = u_{k+1} - u_1 = 175, 5 - 160 = 15, 5$ .

Chọn đáp án  $\bigcirc{\mathsf{B}}$ .

CÂU 4. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	0	12	15	24	26

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

(A) 26.

**B**) 14.

**(c)** 20.

**D** 12.

#### Dùi giải.

Xác định  $u_1 = 12,5$  là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên và  $u_{k+1} = 24,5$  là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng có chứa dữ liệu. Suy ra  $R = u_{k+1} - u_1 = 24,5 - 12,5 = 12$ .

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

CÂU 5. Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12C được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30; 35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	8	16	12	2

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

**A** 24.

**B**) 15.

**C** 2.

**D** 20.

#### 🗭 Lời giải.

Xác định  $u_1 = 25$  là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên và  $u_{k+1} = 45$  là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng có chứa dữ liệu. Suy ra  $R = u_{k+1} - u_1 = 45 - 25 = 20$ .

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

### 2

#### Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Với mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$	 $[a_i; a_{i+1})$	 $[a_k; a_{k+1})$
Tần số	$m_1$	 $m_i$	 $m_k$

#### Các bước thực hiện:

① Tìm tứ phân vị  $Q_1$  và  $Q_3$  theo công thức:

$$Q_r = a_p + \frac{r \cdot n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1}) \over m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p),$$

trong đó  $[a_p; a_{p+1})$  là nhóm chứa tứ phân vị thứ r với r=1, 3; n là cỡ mẫu.

② Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$ .

#### 1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DU 1. Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370;410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

#### Lời giải.

Cỡ mẫu n = 50.

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{50}$  là mẫu số liệu gốc gồm cân nặng của 50 quả xoài được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1, x_2, x_3 \in [250; 290)$$
  $x_4, \dots, x_{16} \in [290; 330)$   $x_{17}, \dots, x_{34} \in [330; 370)$   $x_{35}, \dots, x_{45} \in [370; 410)$   $x_{46}, \dots, x_{50} \in [410; 450).$ 

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $x_{13} \in [290; 330)$ .

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 290 + \frac{\frac{50}{4} - 3}{13} \cdot (330 - 290) = \frac{4150}{13}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $x_{38} \in [370;410)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 370 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 13 + 18)}{11} \cdot (410 - 370) = \frac{4210}{11}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{4210}{11} - \frac{4150}{13} = \frac{9080}{143} \approx 63, 5.$$

VÍ DU 2. Bảng sau đây cho biết chiều cao của các học sinh lớp 12A và 12B.

Chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số học sinh của lớp 12A	1	0	15	12	10	5
Số học sinh của lớp 12B	0	0	17	10	9	6

- a) Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phần vị cho các mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh lớp 12A, 12B.
- b) Để so sánh độ phân tán về chiều cao của học sinh hai lớp này ta nên dùng khoảng biến thiên hay khoảng tứ phân vị? Vì sao?

#### 🗭 Lời giải.

a) Ta có

Chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số học sinh						
của lớp 12A	1	0	15	12	10	5
Số học sinh						
của lớp 12B	0	0	17	10	9	6

Khoảng biến thiên là 175 - 145 = 30 (cm).

Xét lớp 12A,

$$Q_1 = 155 + \frac{\frac{43}{4} - 1}{15} \cdot 5 = 158,25.$$

$$Q_3 = 165 + \frac{\frac{43 \cdot 3}{4} - 28}{10} \cdot 5 = 167,125.$$

$$\triangle Q = Q_3 - Q_1 = 8,875.$$

Xét lớp 12B,

$$Q_1 = 155 + \frac{\frac{42}{4} - 0}{17} \cdot 5 = 158,5$$

$$Q_3 = 165 + \frac{\frac{42 \cdot 3}{4} - 27}{9} \cdot 5 = 167,5$$

$$\triangle Q = Q_3 - Q_1 = 9,4.$$

b) Để so sánh độ phân tán về chiều cao của học sinh hai lớp này ta nên dùng khoảng tứ phân vị, vì khoảng biến thiên của 2 lớp này là bằng nhau.

**VÍ DỤ 3.** Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian(phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27;30)	[30; 33)
Số lần	22	38	27	8	4	1

- a) Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)
- b) Biết rằng trong 100 lần đi trên, chỉ có đúng một lần ông Thắng đi hết 32 phút. Thời gian của lần đi đó có phải là giá trị ngoại lệ không?

#### 🗭 Lời giải.

a) Cỡ mẫu n = 100.

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{100}$  là mẫu số liệu gốc gồm thời gian 100 lần đi xe buýt của ông Thắng. Ta có:

$$x_1, \dots, x_{22} \in [15; 18)$$
  $x_{23}, \dots, x_{60} \in [18; 21)$   $x_{61}, \dots, x_{87} \in [21; 24)$   $x_{88}, \dots, x_{95} \in [24; 27)$   $x_{96}, \dots, x_{99} \in [27; 30)$   $x_{100} \in [30; 33).$ 

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_{25}+x_{26})\in[18;21)$ .

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 18 + \frac{100}{4} - 22 \over 38} \cdot (21 - 18) = \frac{693}{38}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_{75}+x_{76}) \in [21;24)$ .

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 21 + \frac{3 \cdot 100}{4} - (22 + 38) \cdot (24 - 21) = \frac{68}{3}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{68}{3} - \frac{693}{38} = \frac{505}{114} \approx 4,43.$$

b) Trong lần duy nhất ông Thắng đi hết 32 phút, thời gian đi của ông thuộc nhóm [30; 33). Vì  $Q_3+1,5\Delta_Q=\frac{6683}{228}\approx 29,31<30$  nên thời gian của lần ông Thắng đi hết 32 phút là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

#### VÍ DU 4.

Bảng bên biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 42 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét). Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười nếu cần).

Nhóm	Tần số	Tần số tích luỹ
[40;45)	5	5
[45; 50)	10	15
[50; 55)	7	22
[55;60)	9	31
[60; 65)	7	38
[65;70)	4	42
	n=42	

#### 🗭 Lời giải.

Cỡ mẫu là n=42.

$$\bigcirc$$
 Ta có:  $\frac{n}{4} = \frac{42}{4} = 10,5$  mà  $5 < 10,5 < 15$ .

Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích luỹ lớn hơn hoặc bằng 10,5 nên nhóm 2 ( nhóm [45;50) ) là chứa tứ phân vị thứ nhất. Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất là

$$Q_1 = 45 + \left(\frac{10, 5 - 5}{10}\right) \cdot 5 = 47, 75.$$

 $m{\Theta}$  Ta có:  $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 42}{4} = 31, 5$  mà 31 < 31, 5 < 38.

Suy ra nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích luỹ lớn hơn hoặc bằng 31,5 nên nhóm 5 ( nhóm [60;65)) là nhóm chứa tứ phân vi thứ ba. Áp dung công thức, ta có tứ phân vi thứ ba là

$$Q_3 = 60 + \left(\frac{31, 5 - 31}{7}\right) \cdot 5 \approx 60, 4.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 60, 4 - 47, 75 = 12, 65.$$

### 2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp 11D3 người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau

Cân nặng	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Khoảng tứ phân vị của bảng số liệu ghép nhóm trên là

(A) 17.

**B**) 14.5.

**(c)** 14.

**D** 17.5.

#### 🗭 Lời giải.

Ta có  $n = 40 \Rightarrow \frac{n}{4} = 10.$ 

Gọi  $x_1, \ldots, x_{40}$  là mẫu số liệu gốc về cân nặng của 40 học sinh lớp 11D3 và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_{10}+x_{11})$  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm [40; 50). Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

$$Q_1 = 40 + \frac{10 - 2}{10} \cdot 10 = 48.$$

Ta có  $\frac{3n}{4} = 30$ .

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_{30}+x_{31})$  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm [60;70). Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

$$Q_3 = 60 + \frac{30 - 28}{8} \cdot 10 = 62,5.$$

Khoảng tứ phân vị  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 62,5 - 48 = 14,5.$ 

Chọn đáp án  $\fbox{B}$ ....

**CÂU 2.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

 $\bigcirc \frac{25}{7}$ .

**B**  $\frac{13}{7}$ .

 $\bigcirc \frac{20}{7}$ .

 $\bigcirc \frac{55}{7}$ .

#### D Lời giải.

Ta có n=20. Gọi  $x_1,\,x_2,\,\ldots,\,x_{20}$  là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó

 $x_1, x_2 \in [5; 7)$ 

 $x_3, \ldots, x_9 \in [7; 9)$ 

 $x_9, \ldots, x_{16} \in [9; 11)$ 

 $x_{17}, \ldots, x_{19} \in [11; 13)$ 

 $x_{20} \in [13; 15).$ 

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_5+x_6)$  nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm [7;9). Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{1.20}{4} - 2}{7}(9 - 7) = \frac{55}{7}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_{15}+x_{16})$  nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu thuộc nhóm [9;11).

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - 9}{7} (11 - 9) = \frac{75}{7}.$$

Khoảng tứ phân vị  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{20}{7}$ .

Chọn đáp án  $\stackrel{\hbox{\scriptsize C}}{\mathbb C}$ ......

CÂU 3. Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là (làm tròn đến hàng phần trăm)

**A** 2,92.

**B**) 2,93.

**(c)** 3,93.

**D** 3, 92.

#### 🗩 Lời giải.

Ta có n = 146. Gọi  $x_1, x_2, ..., x_{146}$  là số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của của dãy số liệu gốc là  $x_{37} \in [2;4)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{1.146}{4} - 10}{30}.(4 - 2) = \frac{113}{30}.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu gốc là  $x_{110} \in [6;8)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_3 = 6 + \frac{\frac{3.146}{4} - (10 + 30 + 55)}{42}.(8 - 6) = \frac{281}{42}$$

Khoảng tứ phân vị  $Q_3 - Q_1 = \frac{307}{105} \approx 2,92.$ 

Chọn đáp án  $oxed{A}$ .....

CÂU 4. Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian luyện tập (giờ)	[0; 2)	[2;4)	[4;6)	[6; 8)	[8; 10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho (làm tròn đến hàng phần trăm).

**A** 4,52.

**B** 3,35.

(c) 2,85.

**D** 3,36.

c)  $x_{12}, \ldots, x_{23} \in [4; 6);$ 

#### 🗭 Lời giải.

Số vận động viên được khảo sát là n = 3 + 8 + 12 + 12 + 4 = 39.

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{39}$  là thời gian luyện tập của 39 vận động viên được xếp theo thứ tự không giảm. Ta có

a)  $x_1, x_2, x_3 \in [0; 2)$ ;

b)  $x_4, \ldots, x_{11} \in [2; 4);$ 

d)  $x_{24}, \dots, x_{35} \in [6; 8);$  e)  $x_{36}, \dots, x_{39} \in [8; 10).$ 

 $\odot$  Tứ phân vị thứ nhất là  $x_{10}$  thuộc nhóm [2; 4);

 $\odot$  Tứ phân vị thứ ba là  $x_{30}$  thuộc nhóm [6; 8).

Tứ phân vi thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{1 \cdot 39}{4} - 3}{8} \cdot (4 - 2) = \frac{59}{16}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 6 + \frac{3 \cdot 39}{4} - (3 + 8 + 12) \cdot (8 - 6) = \frac{169}{24}.$$

Khoảng tứ phân vị  $Q_3 - Q_1 = \frac{161}{48} \approx 3{,}35.$ 

Chọn đáp án (B).....

CÂU 5. Ở một phòng điều trị nội trú của bệnh viện, dữ liệu thống kê thời gian ngủ hằng đêm của một bệnh nhân trong suốt một tháng được tổng hợp bởi bảng dưới đây

Thời gian (phút)	Tần số	Tần số tích luỹ
[180; 240)	2	2
[240; 300)	9	11
[300; 360)	12	23
[360; 420)	5	28
[420; 480)	2	30

**A** 75,53.

**B**) 84,83.

**(c)** 80,83.

**(D)** 72,53.

#### 🗭 Lời giải.

Kích thước mẫu n = 30. Ta có  $\frac{n}{4} = \frac{15}{2} = 7,5$ ;  $\frac{3n}{4} = \frac{45}{2} = 22,5$ .

• Nhóm chứa  $Q_1$  là [240; 300). Suy ra

$$Q_1 = 240 + \frac{7.5 - 2}{9} \cdot 60 = \frac{830}{3}.$$

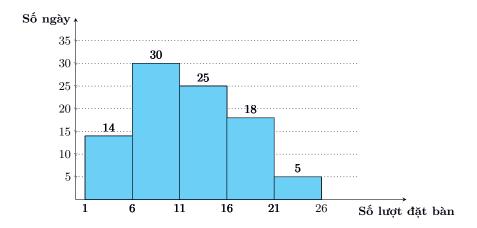
• Nhóm chứa  $Q_3$  là [300; 360). Suy ra

$$Q_3 = 300 + \frac{22,5 - 11}{12} \cdot 60 = 357,5$$

Vậy  $\Delta_Q = 357.5 - \frac{830}{3} \approx 80.83.$ 

Chọn đáp án  $\bigcirc$ .....

CÂU 6. Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;....



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên.

(A) 9,5.

(B) 8,5.

(C) 10,5.

**(D)** 7,5.

#### Lời giải.

Dựa vào biểu đồ, ta lập được bảng ghép nhóm như bên dưới.

Lượt đặt bàn	[1;6)	[6; 11)	[11; 16)	[16; 21)	[21; 26)
Số ngày	14	30	25	18	5

Ta có cỡ mẫu n = 92.

Gọi  $x_1; x_2; \ldots; x_{92}$  là mẫu số liệu đã cho.

Ta có:

- a)  $x_1, \ldots, x_{14} \in [1; 6)$ ;
- b)  $x_{15}, \ldots, x_{44} \in [6; 11);$
- c)  $x_{45}, \ldots, x_{69} \in [11; 16);$

- d)  $x_{70}, \ldots, x_{87} \in [16; 21);$
- e)  $x_{88}, \ldots, x_{92} \in [21; 26)$ .

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là  $\frac{x_{23}+x_{24}}{2}\in[6;11)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

$$Q_1 = 6 + \frac{\frac{92}{4} - 14}{30} \cdot (11 - 6) = 7.5.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $\frac{x_{69}+x_{70}}{2}$  với  $x_{69}\in[11;16)$  và  $x_{70}\in[16;21)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $Q_3=16$ .

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8.5$ .

Chọn đáp án B.....

CÂU 7. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau

Chiều	cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)
Si	ố cây	5	12	25	44	14

Mệnh đề	Ð	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là $R=1$ .	X	
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1=8$ .		X
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta Q=0.286.$	X	
d) Biết rằng trong 100 cây keo trên có 1 cây cao 8,4 m. Chiều cao của cây keo này là giá trị ngoại lệ.	X	

#### 🗭 Lời giải.

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là R=9.4-8.4=1.
- b) Ta có cỡ mẫu n=100. Gọi  $x_1; x_2; \ldots; x_{100}$  là mẫu số liệu gồm chiều cao của 100 cây keo. Ta có:

a) 
$$x_1, \ldots, x_5 \in [8,4;8,6)$$
;

b) 
$$x_6, \ldots, x_{17} \in [8,6;8,8)$$
;

c) 
$$x_{18}, \ldots, x_{42} \in [8,8;9,0);$$

d) 
$$x_{43}, \ldots, x_{86} \in [9,0;9,2);$$

e) 
$$x_{87}, \ldots, x_{100} \in [9,2;9,4)$$
.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là  $\frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [8,8;9,0)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 8.8 + \frac{\frac{100}{4} - (5 + 12)}{25} \cdot (9.0 - 8.8) = 8.864.$$

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $\frac{x_{75}+x_{76}}{2}\in[9,0;9,2)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 9.0 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (5 + 12 + 25)}{\frac{44}{44}} \cdot (9.2 - 9.0) = 9.15.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 0.286$ .

d) Vì  $Q_1 - 1.5\Delta_Q = 8.435$  và  $Q_3 + 1.5\Delta_Q = 9.579$  nên cây keo có chiều cao 8.4 m là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d đúng .....

#### CÂU 8.

Bảng bên biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng).

Mệnh đề	Ð	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là $R=25$ .		X
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1=15$ .	X	
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3=27.$		X
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta Q=12.$		X

Nhóm	Tần số
[10; 15)	15
[15; 20)	18
[20; 25)	10
[25;30)	10
[30; 35)	5
[35;40)	2
_	n = 60

#### 🗭 Lời giải.

- a) Trong mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng, ta có đầu mút trái của nhóm 1 là  $a_1 = 10$ , đầu mút phải của nhóm 6 là  $a_7 = 40$ . Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là  $R = a_7 a_1 = 40 10 = 30$ .
- b) Ta có bảng sau

Nhóm	Tần số	Tần số tích luỹ
[10; 15)	15	15
[15; 20)	18	33
[20; 25)	10	43
[25;30)	10	53
[30; 35)	5	58
[35;40)	2	60
	n = 60	

Số phần tử của mẫu là n = 60.

Nhóm [15; 20) là nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất. Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất là

$$Q_1 = 15 + \left(\frac{15 - 15}{18}\right) \cdot 5 = 15$$
 (triệu đồng).

c) Nhóm [25; 30) là nhóm chứa tứ phân vị thứ 3. Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ ba là

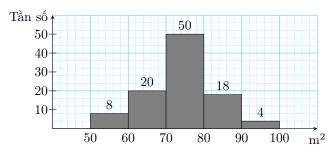
$$Q_3 = 25 + \left(\frac{45 - 43}{10}\right) \cdot 5 = 26$$
 (triệu đồng).

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

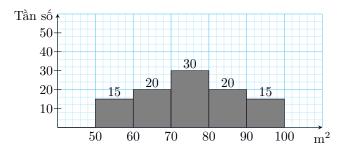
$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 26 - 15 = 11$$
 (triệu đồng).

Chọn đáp án a sai b đúng c sai d sai .....

**CÂU 9.** Điều tra một số hộ gia đình thu nhập ở mức trung bình sinh sống trên hai địa bàn A, B, người ta thấy diện tích nhà ở của họ đều nhỏ hơn  $100 \text{ m}^2$ . Hai biểu đồ dưới biểu diễn kết quả thống kê.



Hình a. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn A



Hình b. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn B

Mệnh đề	Ð	S
a) Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu này bằng nhau.	X	
b) Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương A là 10,9.	X	
c) Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương B là 8,5		X
d) Số liệu về diện tích nhà ở của cư dân thuộc địa bàn A phân tán hơn địa bàn B.		X

#### 🗭 Lời giải.

Ta có bảng tần số tích luỹ như sau:

Diện tích nhà ở	Tần số	Tần số	Diện tích nhà ở	Tần số	Tần số
Địa bàn $A  (\mathrm{m}^2)$	ran so	tích luỹ	Địa bàn $B \text{ (m}^2\text{)}$	Tan so	tích luỹ
[50; 60)	8	8	[50; 60)	15	15
[60; 70)	20	28	[60; 70)	20	35
[70; 80)	50	78	[70; 80)	30	65
[80; 90)	18	96	[80; 90)	20	85
[90; 100)	4	100	[90; 100)	15	100

- a) Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu này bằng nhau và bằng 100 = 50 = 50.
- b) Xét bảng số liệu A, ta có  $N=100; \frac{N}{4}=25; \frac{N}{2}=50; \frac{3N}{4}=75.$ 
  - Nhóm chứa  $Q_1^A$  là [60;70). Suy ra

$$Q_1^A = 60 + \frac{25 - 8}{20} \cdot 10 = 68, 5$$

• Nhóm chứa  $Q_3^A$  là [70; 80). Suy ra

$$Q_3^A = 70 + \frac{75 - 28}{50} \cdot 10 = 79,4$$

Vậy khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương A là  $\Delta_{Q_A}=79.4-68.5=10.9.$ 

- c) Xét bảng số liệu B, ta có  $N=100; \frac{N}{4}=25; \frac{N}{2}=50; \frac{3N}{4}=75.$ 
  - $\bullet\,$  Nhóm chứa  $Q_1^B$  là [60;70). Suy ra

$$Q_1^B = 60 + \frac{25 - 15}{20} \cdot 10 = 65.$$

 • Nhóm chứa  $Q_3^B$  là [80; 90). Suy ra

$$Q_3^B = 80 + \frac{75 - 65}{20} \cdot 10 = 85.$$

Vậy khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương B là là  $\Delta_{Q_B}=85-65=20.$ 

d)  $\Delta_{Q_B} > \Delta_{Q_A}$  nên dựa vào khoảng tứ phân vị về diện tích căn hộ người dân hai địa phương, ta thấy địa phương B phân tán hơn.

**CÂU 10.** Bảng tần số ghép nhóm dưới đây thể hiện kết quả điều tra về tuổi thọ trung bình của nam giới và nữ giới ở 50 quốc gia.

Giới tính Nhóm (Tuổi thọ)	Nam	Nữ
[50; 55)	4	3
[55; 60)	7	4
[60; 65)	4	5
[65; 70)	6	3
[70; 75)	15	7
[75; 80)	12	14
[80; 85)	2	13
[85; 90)	0	1

Mệnh đề				
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nam giới là 50.		X		
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nam giới là 14,75.		X		
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nữ giới là 15.		X		
d) Dựa vào khoảng tứ phân vị thì tuổi thọ trung bình của nam giới đều hơn tuổi thọ trung bình của nữ giới.	X			

#### 🗭 Lời giải.

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liêu về đô tuổi trung bình của nam giới là 90-50=40.
- b) Xét ở nam giới, ta có cỡ mẫu n = 50.

Gọi  $x_1; x_2; \ldots; x_{50}$  là mẫu số liệu gồm tuổi thọ của 50 nam giới.

Ta có:  $x_1, \ldots, x_4 \in [50; 55); x_5, \ldots, x_{11} \in [55; 60); x_{12}, \ldots, x_{15} \in [60; 65); x_{16}, \ldots, x_{21} \in [65; 70); x_{22}, \ldots, x_{36} \in [70; 75); x_{37}, \ldots, x_{48} \in [75; 80); x_{49}, x_{50} \in [80; 85).$ 

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là  $x_{13} \in [60; 65)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nam giới là

$$Q_1 = 60 + \frac{50}{4} - (4+7) \cdot (65-60) = \frac{495}{8}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $x_{38} \in [75; 80)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nam giới là

$$Q_3 = 75 + \frac{3 \cdot 50}{4} - (4 + 7 + 4 + 6 + 15) \cdot (80 - 75) = \frac{605}{8}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu nam giới là  $\Delta_Q=Q_3-Q_1=\frac{55}{4}=13{,}75.$ 

c) Xét ở nữ giới, ta có cỡ mẫu n = 50.

Gọi  $x_1; x_2; ...; x_{50}$  là mẫu số liệu gồm tuổi thọ của 50 nữ giới.

Ta có:  $x_1, x_2, x_3 \in [50; 55); x_4, \ldots, x_7 \in [55; 60); x_8, \ldots, x_{12} \in [60; 65); x_{13}, x_{14}, x_{15} \in [65; 70); x_{16}, \ldots, x_{22} \in [70; 75); x_{23}, \ldots, x_{36} \in [75; 80); x_{37}, \ldots, x_{49} \in [80; 85); x_{50} \in [85; 90).$ 

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là  $x_{13} \in [65; 70)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nữ giới là

$$Q_1 = 65 + \frac{\frac{50}{4} - (3+4+5)}{3} \cdot (70-65) = \frac{395}{6}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $x_{38} \in [80; 85)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nữ giới là

$$Q_3 = 80 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 4 + 5 + 3 + 7 + 14)}{13} \cdot (85 - 80) = \frac{2095}{26}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu nữ giới là  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{575}{39} \approx 14,74.$ 

d) Do khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu của nam giới nhỏ hơn mẫu số liệu của nữ giới nên tuổi thọ của nam giới đều hơn tuổi thọ của nữ giới.

Chọn đáp án a sai b sai c sai d đúng ....

## Bài 2. PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MSL GHÉP NHÓM

## A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_2; u_3)$	 $[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	$c_1$	$c_2$	 $c_k$
Tần số	$n_1$	$n_2$	 $n_k$

 $\bigcirc$  Phương sai: Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu  $S^2$ , được tính bởi công thức

$$S^{2} = \frac{1}{n} \left[ n_{1} (c_{1} - \bar{x})^{2} + n_{2} (c_{2} - \bar{x})^{2} + \dots + n_{k} (c_{k} - \bar{x})^{2} \right]$$
$$= \frac{1}{n} \left( n_{1} c_{1}^{2} + n_{2} c_{2}^{2} + \dots + n_{k} c_{k}^{2} \right) - \bar{x}^{2}$$

trong đó:  $n=n_1+n_2+\cdots+n_k$  là cỡ mẫu;  $\bar{x}=\frac{1}{n}\left(n_1c_1+n_2c_2+\cdots+n_kc_k\right)$  là số trung bình.

 $\bigcirc$  Độ lệch chuẩn: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S, là căn bậc hai số học của phương sai, nghĩa là  $S = \sqrt{S^2}$ .

## B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

## Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm

- ① Xác định cỡ của mẫu số liệu;
- 2 Tính số trung bình của mẫu số liệu;
- 3 Áp dụng công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn.

#### 1. Ví du minh hoa

**VÍ DU 1.** Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6; 8)	[8;10)	[10; 12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm.)

#### 🗭 Lời giải.

Ta có bảng thống kê cân nặng của các quả mít theo giá trị đại diện:

Cân nặng đại diện (kg)	5	7	9	11	13
Tần số	6	12	19	9	4

Cỡ mẫu n = 6 + 12 + 19 + 9 + 4 = 50.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 5 + 12 \cdot 7 + 19 \cdot 9 + 9 \cdot 11 + 4 \cdot 13}{50} = 8,72.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^{2} = \frac{1}{50} \left( 6 \cdot 5^{2} + 12 \cdot 7^{2} + 19 \cdot 9^{2} + 9 \cdot 11^{2} + 4 \cdot 13^{2} \right) - 8,72^{2} \approx 4,80.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S \approx \sqrt{4,80} \approx 2,19.$$

**VÍ DỤ 2.** Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 9 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau trong các năm từ 2002 đến 2021 được thống kê như sau:

111, 6	134, 9	130, 3	134, 2	140, 9	109, 3	154, 4	156, 3	116, 1	96, 7
105, 2	80, 8	80, 8	110	109	139	145	161	126	114

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- a) Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.
- b) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là [80; 98) và độ dài mỗi nhóm bằng 18. Tính phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.
- c) Hãy tính sai số tương đối của đô lệch chuẩn của mẫu số liêu ghép nhóm so với đô lệch chuẩn của mẫu số liêu gốc.

#### Lời giải.

a) Cỡ mẫu là n = 20.

Số trung bình của mẫu số liệu trên là

$$\bar{x}_1 = \frac{111, 6 + 134, 9 + \dots + 114}{20} = 122,755.$$

Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$S_1^2 = \frac{1}{20} (111, 6^2 + 134, 9^2 + \dots + 114^2) - 122,755^2 \approx 515,453.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

$$S_1 \approx \sqrt{515,453} \approx 22,704.$$

b) Ta có bảng sau:

Số giờ nắng	[80; 98)	[98; 116)	[116; 134)	[134; 152)	[152; 170)
Giá trị đại diện	89	107	125	143	161
Số năm	3	6	3	5	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{3 \cdot 89 + 6 \cdot 107 + 3 \cdot 125 + 5 \cdot 143 + 3 \cdot 161}{20} = 124, 1.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{20} \left( 3 \cdot 89^2 + 6 \cdot 107^2 + 3 \cdot 125^2 + 5 \cdot 143^2 + 3 \cdot 161^2 \right) - 124, 1^2 = 566, 19.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2 = \sqrt{566, 19} \approx 23,795.$$

c) Sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc là

$$\frac{|S_2 - S_1|}{S_1} = \frac{|23,795 - 22,704|}{22,704} \cdot 100\% \approx 4,805\%.$$

**VÍ DỤ 3.** Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Điểm trung bình	[5; 6)	[6;7)	[7;8)	[8; 9)	[9; 10)
Số học sinh lớp 11A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 11B	0	6	8	14	12

- a) Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?
- b) N\u00e9u so s\u00e1nh theo d\u00f3 l\u00e9ch chu\u00e1n thì h\u00f3c sinh l\u00f3p n\u00eao c\u00f3 d\u00e9m m trung b\u00e4nh it ph\u00ean t\u00e4n h\u00f3n?

#### 🗭 Lời giải.

- a) Khoảng biến thiên của điểm trung bình của học sinh lớp 11A là: 10-5=5. Khoảng biến thiên của điểm trung bình của học sinh lớp 11B là: 10-6=4. Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.
- b) Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện:

Giá trị đại diện	5,5	6, 5	7,5	8, 5	9, 5
Số học sinh lớp 11A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 11B	0	6	8	14	12

❷ Xét mẫu số liệu của lớp 11A:

- Cỡ mẫu là  $n_1 = 1 + 11 + 22 + 6 = 40$ .
- Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{1 \cdot 5, 5 + 11 \cdot 7, 5 + 22 \cdot 8, 5 + 6 \cdot 9, 5}{40} = 8, 3.$$

— Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{40} \left( 1 \cdot 5, 5^2 + 11 \cdot 7, 5^2 + 22 \cdot 8, 5^2 + 6 \cdot 9, 5^2 \right) - 8, 3^2 = 0, 61.$$

- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $S_1 = \sqrt{0.61}$ .
- ❷ Xét mẫu số liệu của lớp 11B:
  - Cỡ mẫu là  $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$ .
  - Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{6 \cdot 6, 5 + 8 \cdot 7, 5 + 14 \cdot 8, 5 + 12 \cdot 9, 5}{40} = 8, 3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{40} \left( 6 \cdot 6, 5^2 + 8 \cdot 7, 5^2 + 14 \cdot 8, 5^2 + 12 \cdot 9, 5^2 \right) - 8, 3^2 = 1,06.$$

— Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $S_2 = \sqrt{1,06}$ 

Do  $S_1 < S_2$  nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

**VÍ DỤ 4.** Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Số ngày giao dịch của cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, hãy so sánh độ rủi ro của cổ phiếu A và cổ phiếu B.

#### 🗭 Lời giải.

Ta có bảng thống kê giá đóng cửa theo giá trị đại diện:

Giá đóng cửa	121	123	125	127	129
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Số ngày giao dịch của cổ phiếu B	16	4	3	6	21

- ☑ Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A:
  - Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{8 \cdot 121 + 9 \cdot 123 + 12 \cdot 125 + 10 \cdot 127 + 11 \cdot 129}{50} = 125, 28.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{50} \left( 8 \cdot 121^2 + 9 \cdot 123^2 + 12 \cdot 125^2 + 10 \cdot 127^2 + 11 \cdot 129^2 \right) - (125, 28)^2 = 7,5216.$$

- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{7,5216}$ .
- $\odot$  Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B:
  - Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{16 \cdot 121 + 4 \cdot 123 + 3 \cdot 125 + 6 \cdot 127 + 21 \cdot 129}{50} = 125, 28.$$

— Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{50} \left( 16 \cdot 121^2 + 4 \cdot 123^2 + 3 \cdot 125^2 + 6 \cdot 127^2 + 21 \cdot 129^2 \right) - (125, 48)^2 = 12,4096.$$

— Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{12,4096}$ 

Vậy nếu đánh giá độ rủi ro theo phương sai và độ lệch chuẩn thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B.

### 2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- (A) Phương sai luôn luôn là số không âm.
- (B) Phương sai là bình phương của độ lệch chuẩn.
- © Phương sai càng lớn thì độ phân tán của các giá trị quanh số trung bình càng lớn.
- Phương sai luôn luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.

#### 🗭 Lời giải.

Ta có khi  $s \in (0;1)$  thì  $s^2 < s$ . Do đó khẳng định phương sai luôn lớn hơn độ lệch chuẩn là sai.

Chon đáp án (D).....

CÂU 2. Số đặc trưng nào không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng?

(A) Khoảng biến thiên.

B Khoảng tứ phân vi.

C Phương sai.

D Độ lệch chuẩn.

#### 🗭 Lời giải.

Số đặc trưng tứ phân vị không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng Chon đáp án B......

CÂU 3. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

**(A)** 3,39.

**B**) 11,62.

**(c)** 0,1314.

**D** 0,36.

#### 🗩 Lời giải.

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Tần số	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\overline{x} = \frac{1}{20} \cdot (2.85 \cdot 3 + 3.15 \cdot 6 + 3.45 \cdot 5 + 3.75 \cdot 4 + 4.05 \cdot 2) = 3.39.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^{2} = \frac{1}{20} \left( 3 \cdot 2,85^{2} + 6 \cdot 3,15^{2} + 5 \cdot 3,45^{2} + 4 \cdot 3,45^{2} + 2 \cdot 4,05^{2} \right) - 3,39^{2} = 0,1314.$$

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

**CÂU 4.** Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lai ở bảng sau

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25;30)	[30; 35)	[35;40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

**(A)** 31,77.

**B**) 32.

**©** 31.

**D** 31,44.

#### 🗭 Lời giải.

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	[20; 25)	[25;30)	[30; 35)	[35; 40)	[40;45)
Giá trị đại diện	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5
Tần số	6	6	4	1	1

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\overline{x} = \frac{1}{18} \cdot (22.5 \cdot 6 + 27.5 \cdot 6 + 32.5 \cdot 4 + 37.5 \cdot 1 + 42.5 \cdot 1) = \frac{85}{3}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^{2} = \frac{1}{18} \left( 6 \cdot 22,5^{2} + 6 \cdot 27,5^{2} + 4 \cdot 32,5^{2} + 1 \cdot 37,5^{2} + 1 \cdot 42,5^{2} \right) - \left( \frac{85}{3} \right)^{2} = 31,25.$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với 31,44.

Chọn đáp án  $\bigcirc$ D......

**CÂU 5.** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

**A** 3,41.

**B**) 11,62.

**c** 0,017.

**D** 0,36.

#### 🗭 Lời giải.

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Tần số	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\overline{x} = \frac{1}{20} \cdot (2.85 \cdot 3 + 3.15 \cdot 6 + 3.45 \cdot 5 + 3.75 \cdot 4 + 4.05 \cdot 2) = 3.39.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^{2} = \frac{1}{20} \left( 3 \cdot 2,85^{2} + 6 \cdot 3,15^{2} + 5 \cdot 3,45^{2} + 4 \cdot 3,45^{2} + 2 \cdot 4,05^{2} \right) - 3,39^{2} = 0,1314.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $S = \sqrt{0.1314} \approx 0.36$ .

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

**CÂU 6.** Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik  $3 \times 3$ , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Số ngày	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

**A** 5,98.

**B** 6.

(C) 2,44.

 $(\mathbf{D}) 2.5.$ 

#### 🗭 Lời giải.

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Giá trị đại diện	9	11	13	15	17
Tần số	4	6	8	4	3

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\overline{x} = \frac{1}{25} \cdot (9 \cdot 4 + 11 \cdot 6 + 13 \cdot 8 + 15 \cdot 4 + 17 \cdot 3) = 12,68.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^{2} = \frac{1}{25} \left( 4 \cdot 9^{2} + 6 \cdot 11^{2} + 8 \cdot 13^{2} + 4 \cdot 15^{2} + 3 \cdot 17^{2} \right) - 12,68^{2} = 5,9776.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là

$$S = \sqrt{5,9776} = \approx 2,445.$$

Vậy độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với 2,44.

Chọn đáp án C

CÂU 7. Để đánh giá chất lượng một lọa pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sac đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5;6)	[6;6,5)	[6,5;7)	[7; 7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến 4 chữ số thập phân).

**(B)** 0,5314.

(C) 0,6214.

(**D**) 0,5268.

#### 🗭 Lời giải.

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5;6)	[6; 6,5)	[6,5;7)	[7;7,5)
Giá trị đại diện	5,25	5,75	6,25	6,75	7,25
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm

$$s^2 = \frac{1}{40} \cdot \left(2 \cdot 5,25^2 + 8 \cdot 5,75^2 + 15 \cdot 6,25^2 + 10 \cdot 6,75^2 + 5 \cdot 7,25^2\right) - 6,35^2 = 0,2775.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0.2775} \approx 0.5268.$$

CÂU 8. Một trang trại phân 1000 quả trứng thành 5 loại, tuỳ theo khối lượng (đã được làm tròn) của chúng được thống kê bởi bảng dưới đây:

Khối lượng (gam)	[30; 36)	[36;42)	[42;48)	[48; 54)	[54; 60)
Số trứng	45	190	500	250	15

Mệnh đề	Ð	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 30.	X	
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là 6,48.	X	
c) Khối lượng trung bình của 100 quả trứng là 45 gam.	X	
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là $\frac{6\sqrt{17}}{5}$ .	X	

#### 🗭 Lời giải.

- a) Khoảng biến thiên là 60 30 = 30.

b) Nhóm chứa 
$$Q_1$$
 là nhóm [42; 48). Suy ra  $Q_1=42+\frac{250-235}{500}\cdot 16=42,\!48.$ 

$$\frac{3N}{4} = 750.$$

Nhóm chứa 
$$Q_3$$
 là nhóm [48; 54).  
Khi đó  $Q_3 = 48 + \frac{750 - 735}{250} \cdot 16 = 48,96.$ 

Suy ra khoảng tứ phân vị  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6.48$ .

c) Ta có bảng sau:

Khối lượng (gam)	[30; 36)	[36; 42)	[42;48)	[48; 54)	[54; 60)
Giá trị đại diện	33	39	45	51	57
Số trứng	45	190	500	250	15

Khối lượng trung bình

$$\overline{x} = \frac{33 \cdot 45 + 39 \cdot 190 + 45 \cdot 500 + 51 \cdot 250 + 57 \cdot 15}{1000} = 45 \text{ gam}$$

d) Phương sai:  $\frac{33^2 \cdot 45 + 39^2 \cdot 190 + 45^2 \cdot 500 + 51^2 \cdot 250 + 57^2 \cdot 15}{1\,000} - 45^2 = 24{,}48$  Độ lệch chuẩn

$$s = \sqrt{\frac{33^2 \cdot 45 + 39^2 \cdot 190 + 45^2 \cdot 500 + 51^2 \cdot 250 + 57^2 \cdot 15}{1\,000} - 45^2} = \frac{6\sqrt{17}}{5} \text{ gam}.$$

Chọn đáp án a đúng b đúng c đúng d đúng ....

**CÂU 9.** Kết quả 40 lần nhảy xa của hai vận động viên nam Dũng và Huy được lần lượt thống kê trong Bảng ở bên (đơn vị: mét).

Nhóm	[6, 22; 6, 46)	[6, 46; 6, 70)	[6, 70; 6, 94)	[6, 94; 7, 18)	[7, 18; 7, 42)	n
Dũng	3	7	5	20	5	40
Huy	2	5	8	19	6	40

Mệnh đề	Đ	S
a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 6,92 (m).	X	
b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 6,85 (m).		X
c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả $40$ lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $0,24(\mathrm{m})$ .	X	
d) Dựa vào độ lệch chuẩn thì kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng.	X	

#### 🗭 Lời giải.

Ta có bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Dũng	Huy
[6, 22; 6, 46)	6,34	3	2
[6, 46; 6, 70)	6,58	7	5
[6, 70; 6, 94)	6,82	5	8
[6, 94; 7, 18)	7,06	20	19
[7, 18; 7, 42)	7,30	5	6
		n = 40	n = 40

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng là:

$$\bar{x}_D = \frac{3 \cdot 6,34 + 7 \cdot 6,58 + 5 \cdot 6,82 + 20 \cdot 7,06 + 5 \cdot 7,30}{40} = \frac{276,88}{40} \approx 6,92 \, (\text{m}).$$

b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy là:

$$\bar{x}_{H} = \frac{2 \cdot 6,34 + 5 \cdot 6,58 + 8 \cdot 6,82 + 19 \cdot 7,06 + 6 \cdot 7,30}{40} = \frac{278,08}{40} \approx 6,95 \, (\text{m}).$$

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:  $s_H^2 = \frac{1}{40}[2\cdot(6,34-6,95)^2 + 5\cdot(6,58-6,95)^2 + 8\cdot(6,82-6,95)^2 + 19\cdot(7,06-6,95)^2 + 6\cdot(7,30-6,95)^2] = \frac{2,5288}{40} \approx 0,06.$ 

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$s_H \approx \sqrt{0,06} \approx 0,24 \, (\text{m}).$$

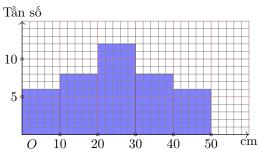
d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:  $s_D^2 = \frac{1}{40}[3\cdot(6,34-6,92)^2 + 7\cdot(6,58-6,92)^2 + 5\cdot(6,82-6,92)^2 + 20\cdot(7,06-6,92)^2 + 5\cdot(7,30-6,92)^2] = \frac{2,9824}{40} \approx 0,07.$ 

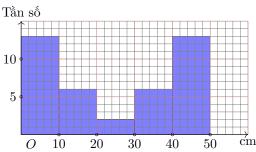
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:  $s_D \approx \sqrt{0.07} \approx 0.26 \, (\text{m})$ .

Do  $s_H \approx 0, 24 < s_D \approx 0, 26$  nên kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng.

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d đúng

**CÂU 10.** Một công ty giống cây trồng đã thử nghiệm hai phương pháp chăm sóc khác nhau cho cây hướng dương. Sau hai tuần, người ta thấy cây được chăm sóc theo cả hai phương pháp đều thấp hơn 50 cm.





.....

Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp A Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp B

Mệnh đề	Ð	S
a) Khoảng biến thiên của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.	X	
b) Trung bình của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.	X	
c) Độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo phương án $A$ là $12,65$ (cm).	X	
d) Dựa vào độ lệch chuẩn thì chiều cao của các loại cây được chăm sóc theo phương án $B$ ít bị chênh lệch hơn so với phương án $A$		X

#### 🗭 Lời giải.

- a) Khoảng biến thiên của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau và cùng bằng 50.
- b) Ước tính số trung bình và độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp. Cỡ mẫu của hai mẫu số liệu thống kê là N=40.

Ta có bảng tần số ghép nhóm về chiều cao của cây được chăm sóc theo phương pháp A như sau:

Chiều cao (cm)	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)
Giá trị đại diện	5	15	25	35	45
Tần số	6	8	12	8	6

Chiều cao trung bình của các cây được chăm sóc theo phương án A là

$$\overline{x}_A = \frac{5 \cdot 6 + 15 \cdot 8 + 25 \cdot 12 + 35 \cdot 8 + 45 \cdot 6}{40} = 25.$$

Ta có bảng tần số ghép nhóm về chiều cao của cây được chăm sóc theo phương pháp B như sau:

Chiều cao (cm)	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)
Giá trị đại diện	5	15	25	35	45
Tần số	13	6	2	6	13

Chiều cao trung bình của các cây được chăm sóc theo phương án B là

$$\overline{x}_B = \frac{5 \cdot 13 + 15 \cdot 6 + 25 \cdot 2 + 35 \cdot 6 + 45 \cdot 13}{40} = 25 \text{ cm}.$$

c) Độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo phương án A là

$$s_A = \sqrt{\frac{5^2 \cdot 6 + 15^2 \cdot 8 + 25^2 \cdot 12 + 35^2 \cdot 8 + 45^2 \cdot 6}{40} - 25^2} \approx 12,65.$$

d) Độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo phương án B là

$$s_B = \sqrt{\frac{5^2 \cdot 13 + 15^2 \cdot 6 + 25^2 \cdot 2 + 35^2 \cdot 6 + 45^2 \cdot 13}{40} - 25^2} \approx 17,03 \text{ cm}.$$

# 

Bài 1.	KHOẢNG BIẾN THIÊN, KHOẢNG TỬ PHÂN VỊ CỦA MSL GHÉP N	NHÓN
A	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	1
B	PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	1
	🗁 Dạng 1. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm	
	Dạng 2. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm	
Bài 2.	PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MSL GHÉP NHÓM	6
A	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	6
B	PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	6
	🗁 Dạng 1. Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm	6
LỜI GIẢI CHI TIẾT		10
Bài 1.	KHOẢNG BIẾN THIÊN, KHOẢNG TỬ PHÂN VỊ CỦA MSL GHÉP N	NHÓN
A	10 LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	10
B	PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	10
	🗁 Dạng 1. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm	10
	🗁 Dạng 2. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm	12
Bài 2.	PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MSL GHÉP NHÓM	21
A	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	21
B	PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	22
	Dang 1. Tính phương sai và đô lệch chuẩn của mẫu số liệu ghén nhóm	22

