CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

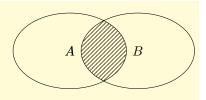
A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Biến cố giao

Cho hai biến cố A và B. Biến cố "Cả A và B cùng xảy ra", kí hiệu AB hoặc $A \cap B$ được gọi là $bi\acute{e}n$ cố giao của A và B.



Tập hợp mô tả biến cố AB là giao của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B. Biến cố AB xảy ra khi và chỉ khi cả hai biến cố A và B xảy ra.

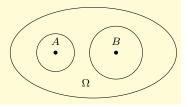


2. Biến cố xung khắc

Hai biến cố A và B được gọi là \boldsymbol{xung} $\boldsymbol{khắc}$ nếu A và B không đồng thời xảy ra.



Hai biến cố A và B là xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$.



3. Biến cố độc lập

Hai biến cố A và B được gọi là $d\hat{\rho}c$ $l\hat{q}p$ nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

 \P NHẬN XÉT. Nếu hai biến cố A và B độc lập thì \bar{A} và B; A và \bar{B} ; \bar{A} và \bar{B} cũng độc lập.

4. Quy tắc nhân xác suất của hai biến cố độc lập

Nếu hai biến cố A và B độc lập thì

$$P(AB) = P(A)P(B).$$

A Từ quy tắc nhân xác suất ta thấy, nếu $P(AB) \neq P(A)P(B)$ thì hai biến cố A và B không độc lập.

5. Biến cố hơp

Cho hai biến cố A và B. Biến cố "A hoặc B xảy ra", kí hiệu là $A \cup B$ được gọi là $bi\acute{e}n$ cố hợp của A và B

A Biến cố $A \cup B$ xảy ra khi có ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra. Tập hợp mô tả biến cố $A \cup B$ là hợp của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B.

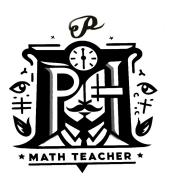
6. Quy tắc công xác suất

6.1. Quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc

Cho hai biến cố xung khắc A và B. Khi đó: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

6.2. Quy tắc công cho hai biến cố bất kì

Cho hai biến cố A và B. Khi đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.



ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

$\overline{}$	ТПТ	CIZ	NOTE	
ય	\mathbf{OI}	$\mathbf{C}\mathbf{N}$	NOTE	

٠.	 	 	٠.	٠.	٠.	٠.	٠.	٠.	 ٠.			

	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

•	•	•	•	•	•	٠	٠	•	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

QUICK NOIE	
	QUICK NOTE

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Biến cố hợp

VÍ DỤ 1. Một hộp đựng 15 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi E là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số lẻ"; F là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố".

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Nêu nôi dung của biến cố hợp $G = E \cup F$. Hỏi G là tập con nào của không gian mẫu?

VÍ DỤ 2. Một tổ trong lớp 11B có 4 học sinh nữ là Hương, Hồng, Dung, Phương và 5 học sinh nam là Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải. Trong giờ học, giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ đó lên bảng để kiểm tra bài.

Xét các biến cố sau:

H: "Học sinh đó là một bạn nữ";

K: "Học sinh đó có tên bắt đầu là chữ cái H".

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Nêu nội dung của biến cố hợp $M=H\cup K$. Mỗi biến cố H,K,M là tập con nào của không gian mẫu?

🖶 Dạng 2. Biến cố giao

VÍ DỤ 1. Một tổ trong lớp 11C có 9 học sinh. Phỏng vấn 9 bạn này với câu hỏi: "Bạn có biết chơi môn thể thao nào trong hai môn này không?". Nếu biết thì đánh dấu X vào ô ghi tên môn thể thao đó, không biết thì để trống. Kết quả thu được như sau:

Môn thể thao Tên học sinh	Cầu lông	Bóng bàn
Bảo	X	
Đăng	X	X
Giang		
Hoa	X	X
Long		
Mai	X	X
Phúc	X	X
Tuấn	X	
Yến		

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

U: "Học sinh được chon biết chơi cầu lông";

V: "Học sinh được chọn biết chơi bóng bàn".

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Nội dung của biến cố giao T=UV là gì? Mối biến cố $U,\,V,\,T$ là tập con nào của không gian mẫu?

VÍ Dụ 2. Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến cố P: "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4"; Q: "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6".

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Nội dung của biến cố giao S=PQ là gì? Mỗi biến cố $P,\,Q,\,S$ là tập con nào của không gian mẫu?

Dang 3. Biến cố xung khắc

XÁC SUẤT VÍ DU 1. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét các biến cố sau: **QUICK NOTE** A: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 7"; B: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn hoặc bằng 4"; C: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số nguyên tố". Trong các cặp biến cố A và B; A và C; B và C, cặp biến cố nào xung khắc? Tại sao? VÍ DU 2. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Goi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5", goi B là biến cố "Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm". Hai biến cố A và B có thể đồng thời cùng xảy ra không? VÍ DU 3. Một hộp có 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hôp. Hãy xác đinh các cặp biến cố xung khắc trong các biến cố sau: A: "Hai viên bi lấy ra cùng màu xanh"; B: "Hai viên bi lấy ra cùng màu đỏ"; C: "Hai viên bi lấy ra cùng màu"; D: "Hai viên bi lấy ra khác màu". \bigvee i DU 4. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Goi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5", B là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6". Gọi C là biến cố "Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm". Hãy tìm một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả ba biến cố A, B và C. VÍ DŲ 5. a) Hai biến cố đối nhau có xung khắc với nhau không? b) Hai biến cố xung khắc có phải là hai biến cố đối nhau không? 🖶 Dạng 4. Biến cố độc lập VÍ DU 1. Một hộp đưng 4 viên bị màu đỏ và 5 viên bị màu xanh, có cùng kích thước và khối lương. a) Ban Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi, ghi lai màu của viên bi được lấy ra rồi trả lai viên bi vào hộp. Tiếp theo, bạn Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Xét hai biến cố sau: A: "Minh lấy được viên bi màu đỏ"; B: "Hùng lấy được viên bi màu xanh". Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B độc lập. b) Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi và không trả lại vào hộp. Tiếp theo, bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Xét hai biến cố sau: C: "Sơn lấy được viên bi màu đỏ"; D: "Tùng lấy được viên bi màu xanh". Chứng tỏ rằng hai biến cố C và D không độc lập.

Dạng 5. Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc

VÌ DU 1. Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xét các biến cố sau:

A: "Cả hai tấm thẻ đều ghi số chẵn";

B: "Chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn";

C: "Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn".

a) Chứng minh rằng $C = A \cup B$.

b) Tính P(C).

VÍ DU 2. Một đội tình nguyện gồm 9 học sinh khối 10 và 7 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 người trong đôi. Tính xác suất của biến cố "Cả 3 người được chon học cùng một khối".

🖶 Dang 6. Công thức công xác suất cho 2 biến cố bất kì

QUICK NOTE	VÍ DỤ 1. Ở một trường trung học phổ thông X , có 19% học sinh học khá môn Ngữ văn, 32% học sinh học khá môn Toán, 7% học sinh học khá cả hai môn Ngữ văn và Toán. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường X . Xét hai biến cố sau: A : "Học sinh đó học khá môn Ngữ văn"; B : "Học sinh đó học khá môn Toán". Hãy tính tỉ lệ học sinh học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán của trường X .
	VÍ DỤ 2. Một hộp chứa 100 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 100. Chọn ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Tính xác suất của biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3 hoặc 5".
	C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN
	BÀI 1. Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi A là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6", B là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ". Hãy tìm một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả hai biến cố A và B.
	BÂl 2. Một hộp đựng 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp (lấy xong không trả lại vào hộp). Tiếp đó đến lượt bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để bạn Tùng lấy
	được viên bi màu xanh.
	BÁI 3. Lớp 11A của một trường có 40 học sinh, trong đó có 14 bạn thích nhạc cổ điển, 13 bạn thích nhạc trẻ và 5 bạn thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp. Tính xác suất để:
	a) Bạn đó thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ;
	b) Bạn đó không thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ.
	BÀI 4. Một khu phố có 50 hộ gia đình nuôi chó hoặc nuôi mèo, trong đó có 18 hộ nuôi chó,
	16 hộ nuôi mèo và 7 hộ nuôi cả chó và mèo. Chọn ngẫu nhiên một hộ trong khu phố trên. Tính xác suất để
	a) Hộ đó nuôi chó hoặc nuôi mèo;
	b) Hộ đó không nuôi cả chó và mèo.
	BÀI 5. Một nhà xuất bản phát hành hai cuốn sách A và B . Thống kê cho thấy có 50% người mua sách A ; 70% người mua sách B ; 30% người mua cả sách A và sách B . Chọn ngẫu nhiên một người mua. Tính xác suất để:
	a) Người mua đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B ;
	b) Người mua đó không mua cả sách A và sách B .
	BÀI 6. Tại các trường trung học phổ thông của một tỉnh, thống kê cho thấy có 63% giáo
	viên môn Toán tham khảo bộ sách giáo khoa $A, 56\%$ giáo viên môn Toán tham khảo bộ
	sách giáo khoa B và 28,5% giáo viên môn Toán tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B. Tính tỉ lệ giáo viên môn Toán các trường trung học phổ thông của tỉnh đó không tham
	khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B .
	Dạng 7. Công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập
	VÍ DỤ 1. Tại vòng chung kết của một đại hội thể thao, vận động viên An thi đấu môn Bắn
	súng, vận động viên Bình thi đấu môn Bơi lội. Biết rằng xác suất giành huy chương của vận động viên An và vận động viên Bình tương ứng là 0,8 và 0,9 . Hỏi xác suất để cả hai vận
	động viên đạt huy chương là bao nhiêu?
	Gọi A là biến cố "Vận động viên A n đạt huy chương"; B là biến cố "Vận động viên B ình đạt huy chương".
	a) Giải thích tại sao hai biến cố A và B là độc lập.
	b) Tính xác suất để cả hai vận động viên đạt huy chương.
	c) Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

- Cả hai vận động viên không đạt huy chương;
- Vận động viên An đạt huy chương, vận động viên Bình không đạt huy chương;
- Vận động viên An không đạt huy chương, vận động viên Bình đạt huy chương.

VÍ DỤ 2. Các học sinh lớp 11D làm thí nghiệm gieo hai loại hạt giống A và B. Xác suất để hai loại hạt giống A và B nảy mầm tương ứng là 0,92 và 0,88. Giả sử việc nảy mầm của hạt A và hạt B là độc lập với nhau. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

- a) Hạt giống A nảy mầm còn hạt giống B không nảy mầm;
- b) Hạt giống A không nảy mầm còn hạt giống B nảy mầm;
- c) Ít nhất có một trong hai loại hạt giống nảy mầm.

VÍ DỤ 3. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết P(A)=0.6 và P(B)=0.8. Hãy tính xác suất của các biến cố $AB, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.

🗁 Dạng 8. Vận dụng

VÍ DỤ 1. Số liệu thống kê tại một vùng cho thấy trong các vụ tai nạn ô tô có 0,37% người tử vong; 29% người không thắt dây an toàn và 0,28% người không thắt dây an toàn và tử vong. Chứng tỏ rằng việc không thắt dây an toàn khi lái xe và nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn có liên quan với nhau.

VÍ DỤ 2. Để nghiên cứu mối liên quan giữa thói quen hút thuốc lá với bệnh viêm phổi, nhà nghiên cứu chọn một nhóm 5000 người đàn ông. Với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và có bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	752 người	1236 người
Không nghiện thuốc lá	575 người	2437 người

Từ bảng thống kê trên, hãy chứng tỏ rằng việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

VÍ DỤ 3. Nguyệt và Nhi cùng tham gia bắn một cuộc thi bắn cung độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng tâm bia của Nguyệt là 0,9 và của Nhi là 0,8. Tính xác suất để cả hai bạn cùng bắn trúng tâm bia.

VÍ DỤ 4. Hai bệnh nhân X và Y bị nhiễm vi rút SARS-CoV-2. Biết rằng xác suất bị biến chứng nặng của bệnh nhân X là 0,1 và của bệnh nhân Y là 0,2. Khả năng bị biến chứng nặng của hai bệnh nhân là độc lập.

Hãy tính xác suất của các biến cố:

- a) "Cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng";
- b) "Cả hai bệnh nhân đều không bị biến chứng nặng";
- c) "Bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng".

D. BÀI TẬP RÈN LUYÊN

BÀI 1. Trong hộp kín có 10 quả bóng màu xanh và 8 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng. Xét các biến cố:

A: "Hai quả bóng lấy ra có màu xanh";

B: "Hai quả bóng lấy ra có màu đỏ".

Chọn phát biểu đúng trong những phát biểu sau đây?

- a) Biến cố hợp của hai biến cố A và B là "Hai quả bóng lấy ra có cùng màu đỏ hoặc cùng màu xanh";
- b) Biến cố hợp của hai biến cố A và B là "Hai quả bóng lấy ra có màu khác nhau";
- c) Biến cố hợp của hai biến cố A và B là "Hai quả bóng lấy ra có cùng màu".

QUICK NOTE
 •
 •

QUICK NOTE	BÀI 2. Một hộp có 3 quả bóng màu xanh, 4 quả bóng màu đỏ; các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy bóng ngẫu nhiên hai lần liên tiếp, trong đó mỗi lần lấy ngẫu
	nhiên một quả bóng trong hộp, ghi lại màu của quả bóng lấy ra và bỏ lại quả bóng đó vào hộp.
	Xét các biến cố:
	A: "Quả bóng màu xanh được lấy ra ở lần thứ nhất"; B: "Quả bóng màu đỏ được lấy ra ở lần thứ hai".
	Hỏi hai biến cố A và B có độc lập không? Vì sao?
	BÀI 3. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất
	hiện trên hai con xúc xắc bằng 5", B là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6".
	a) Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố trên.
	b) Hãy liệt kê các kết quả của phép thử làm cho cả hai biến cố A và B cùng xảy ra.
	BÀI 4. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất
	hiện trên hai con xúc xắc bằng 5", B là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc
	xắc bằng 6". Gọi C là biến cố "Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm". Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố giao AC và BC .
	BÀI 5. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất
	hiện trên hai con xúc xắc bằng 5", B là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc
	xắc bằng 6". Gọi C là biến cố "Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm".
	a) Gọi D là biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc thứ nhất là 3". Hãy xác định
	các biến cố AD , BD và CD .
	b) Gọi \bar{A} là biến cố đối của biến cố A . Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố giao $\bar{A}B$ và
	$ar{A}C.$
	BÀI 6. Một hộp chứa 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy
	ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Gọi A là biến cố "Hai viên bi lấy ra đều có màu xanh", B là biến cố "Hai viên bi lấy ra đều có màu đỏ".
	a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A ? Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố B ?
	b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.
	BÀI 7. Thực hiện hai thí nghiệm. Gọi T_1 và T_2 lần lượt là các biến cố "Thí nghiệm thứ
	nhất thành công"và "Thí nghiệm thứ hai thành công". Hãy biểu diễn các biến cố sau theo hai biến cố T_1 và T_2 .
	a) A: "Có it nhất một trong hai thí nghiệm thành công".
	b) B : "Có đúng một trong hai thí nghiệm thành công".
	BÀI 8. Tung một đồng xu cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xét các biến cố:
	A: "Lần thứ nhất xuất hiện mặt ngửa";
	B: "Lần thứ hai xuất hiện mặt ngửa"; C: "Cả hai lần đều xuất hiện mặt ngửa";
	D: "Có ít nhất một lần xuất hiện mặt ngử".
	Trong hai biến cố C, D , biến cố nào là biến cố hợp của hai biến cố A, B ? Biến cố nào là
	biến cố giao của hai biến cố A, B ?
	BÀI 9. Gieo ngẫu nhiên một xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xét các biến cố:
	co: A: "Số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất lớn hơn 4";
	B: "Số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai nhỏ hơn 4";
	C: "Số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất nhỏ hơn 4". Trong các biến cố trên, hãy tìm cặp biến cố độc lập.
	BÀI 10. Trong hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại phép thử trên 2 lần và gọi A_k là biến cố
	quả bóng lấy ra lần thứ k là bóng xanh $(k = 1, 2)$.
	a) A_1, A_2 có là các biến cố độc lập không? Tại sao?
	, , , , =

XÁC SUẤT b) Nếu trong mỗi phép thử trên ta không trả bóng lại hộp thì A_1, A_2 có là các biến cố **QUICK NOTE** độc lập không? Tai sao? **BÁI 11.** Hãy chỉ ra 2 biến cố độc lập trong phép thử tung 2 đồng xu cân đối và đồng chất. **BAI 12.** Một hộp chứa 21 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 21. Chon ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2", B là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3". a) Hãy mô tả bằng lời biến cố AB. b) Hai biến cố A và B có độc lập không? Tại sao? BÁI 13. Một hộp đựng 15 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ và quan sát số ghi trên thẻ. Goi A là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ nhỏ hơn 7"; B là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố". a) Mô tả không gian mẫu. b) Mỗi biến cố $A \cup B$ và AB là tập con nào của không gian mẫu? **BAI 14.** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét các biến cố sau: E: "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều là số chẵn"; F: "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc khác tính chẵn lẻ"; K: "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn". Chứng minh rằng K là biến cố hợp của E và F. **BÀI 15.** P: "Học sinh đó bị cân thi"; Q: "Học sinh đó học giỏi môn Toán". Nêu nội dung của các biến cố $P \cup Q$; PQ và $\bar{P}\bar{Q}$. BÁI 16. Có hai chuồng nuôi thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 3 con thỏ trắng và 7 con thỏ đen. Từ mỗi chuồng bắt ngẫu nhiên ra một con thỏ. Xét hai biến cố sau: A: "Bắt được con thỏ trắng từ chuồng I"; B: "Bắt được con thỏ đen từ chuồng II". Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B độc lập. BÁI 17. Có hai chuồng nuôi gà. Chuồng I có 9 con gà mái và 3 con gà trống. Chuồng II có 3 con gà mái và 6 con gà trống. Bắt ngẫu nhiên một con gà của chuồng I để đem bán rồi dồn các con gà còn lại của chuồng I vào chuồng II. Sau đó bắt ngẫu nhiên một con gà của chuồng II. Xét hai biến cố sau: E: "Bắt được con gà trống từ chuồng I"; F: "Bắt được con gà mái từ chuồng II". Chứng tỏ rằng hai biến cố E và F không độc lập. BÁI 18. Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi A là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6", B là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ". Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB và tính P(AB). BAI 19. Một hộp chứa 21 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 21. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2", B là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3". a) Hãy mô tả bằng lời biến cố AB. b) Hai biến cố A và B có độc lập không? Tai sao?

BÁI 20. Cho A và B là hai biến cố độc lập.

- a) Biết P(A) = 0.7 và P(B) = 0.2. Hãy tính xác suất của các biến cố $AB, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.
- b) Biết P(A) = 0.5 và P(AB) = 0.3. Hãy tính xác suất của các biến cố $B, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.
- BÁI 21. Một xa thủ bắn lần lượt 2 viên đan vào một bia. Xác suất trúng đích của viên thứ nhất và thứ hai lần lượt là 0,9 và 0,6. Biết rằng kết quả các lần bắn là độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây:
 - a) "Cả 2 lần bắn đều trúng đích";

QUICK NOTE	b) "Cả 2 lần l	bắn đều không trúng đích";			
	c) "Lần bắn t	hứ nhất trúng đích, lần bắn t	hứ hai không trư	úng đích".	
	BÀI 22. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố xung khắc với $P(A) > 0$, $P(B) > 0$. Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B không độc lập.				
	BÀI 23. Một thùng đựng 60 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 60. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong thùng. Xét hai biến cố sau:				
	A: "Số ghi t	trên tấm thẻ là ước của 60" v	à B : "Số ghi trên	n tấm thẻ là ước của 48".	
	Chứng tỏ rằng A và B là hai biến cố không độc lập.				
	màu xanh và 7 v	i túi đựng các viên bi có cùng viên bi màu đỏ. Túi <i>II</i> có 10 v iên ra một viên bi. Tính xác s	iên bi màu xanh		
	a) Hai viên bi	i được lấy có cùng màu xanh;	b) Hai viên bi	được lấy có cùng màu đỏ;	
	c) Hai viên b	i được lấy có cùng màu;	d) Hai viên bi	được lấy không cùng màu.	
	BÀI 25. Có hai túi mỗi túi đựng 10 quả cầu có cùng kích thước và khối lượng được đánh số từ 1 đến 10. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một quả cầu. Tính xác suất để trong hai quả cầu được lấy ra không có quả cầu nào ghi số 1 hoặc ghi số 5.				
	thống kê cho thấ Chọn ngẫu nhiên	đợt kiểm tra cuối học kì II ấy có 93% học sinh tỉnh X đạn một học sinh của tỉnh X và ủa hai tỉnh là độc lập. Tính xá	t yêu cầu; 87% một học sinh củ	học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu.	
	a) Cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu;				
	b) Cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu; c) Chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu;				
	d) Có it nhất	một trong hai học sinh được	chọn đạt yêu cầ	u.	
	bệnh mà không Anh Lâm tiếp xư	ệnh truyền nhiễm có xác suấ đeo khẩu trang; là 0,1 nếu tiá úc với 1 người bệnh hai lần, tr trang. Tính xác suất anh Lâr	p xúc với người cong đó có một lầ	bệnh mà có đeo khẩu trang. ần đeo khẩu trang và một lần	
	E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP				
	CÂU 1. Một hộ thẻ trong hộp. G	p đựng 20 tấm thẻ cùng loại c cọi A là biến cố "Rút được tấm li số không nhỏ hơn 8 và khôn B 10.	đánh số từ 1 đến thẻ ghi số chẵn	lớn hơn 9", B là biến cố "Rút	
	thẻ trong hộp. G	op đựng 20 tấm thẻ cùng loại c cội A là biến cố "Rút được tấm li số không nhỏ hơn 8 và khôn B 6.	thẻ ghi số chẵn	lớn hơn 9", B là biến cố "Rút	
	CÂU 3. Tại một hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học, trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người trong hội thảo. Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp là				
	$\frac{1}{50}$.	B $\frac{37}{50}$.	\bigcirc $\frac{39}{50}$.		
	tiếng Anh, 21 ng Pháp. Chọn ngẫ	gười thàn quốc tế có 50 nhà gười thành thạo tiếng Pháp v u nhiên một người trong hội th	và 5 người thành	n thạo cả tiếng Anh và tiếng	
	thạo cả hai thứ $\frac{7}{50}$.	tiếng Anh hoặc Pháp là	$\bigcirc \frac{9}{50}$.	\bigcirc $\frac{11}{50}$.	

QUICK NOTE

CÂU 5. Một lớp có 40 học sinh, trông đó có 23 học sinh thích bóng chuyền, 18 học sinh thích bóng rổ, 26 học sinh thích bóng chuyền hoặc bóng rổ hoặc cả hai. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Xác suất để chọn được học sinh không thích cả bóng chuyền và bóng rổ là	1
CÂU 6. Một lớp có 40 học sinh, trông đó có 23 học sinh thích bóng chuyền, 18 học sinh thích bóng rổ, 26 học sinh thích bóng chuyền hoặc bóng rổ hoặc cả hai. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Xác suất để chọn được học sinh thích bóng chuyền và không thích bóng rổ là	n
B $\frac{9}{40}$. C $\frac{8}{40}$. D $\frac{11}{40}$.	
CÂU 7. Gieo 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tích số chấm xuất hiện là số lẻ". Biến cố nào sau đây xung khắc với biến cố A ?	1
(A) "Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm". (B) "Tổng số chấm xuất hiện là số lẻ".	
© "Xuất hiện ít nhất một mặt có số chấm là số lẻ". D "Xuất hiện hai mặt có số chấm khác nhau".	
CÂU 8. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A)=0,4$ và $P(B)=0,5$. Xác suất của biến cố $A\cup B$ là	a
f A 0,9 . $f B$ 0,7. $f C$ 0,5. $f D$ 0,2. f C $f AU$ 9. Gieo 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố "Tổng số chấm xuấ	t

hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5" là

CÂU 10. Lấy ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ một hộp chứa 5 quả bóng xanh và 4 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Xác suất của biến cố "Hai bóng lấy ra có cùng màu" là

CÁU 11. Chọn ngẫu nhiên 2 đỉnh của một hình bát giác đều nội tiếp trong đường tròn tâm O bán kính R. Xác suất để khoảng cách giữa hai đỉnh đó bằng $R\sqrt{2}$ là

F. BÀI TẬP TỬ LUÂN

BÀI 28. Hai vận động viên bắn súng A và B mỗi người bắn một viên vào tấm bia một các độc lập. Xét các biến cố sau M: "Vận động viên A bắn trúng vòng 10"; N: "Vận động viên B bắn trúng vòng 10".

Hãy biểu diễn các biến cố sau theo biến cố M và N.

- ☑ D: "Cả hai vân đông viên bắn trúng vòng 10";
- ❷ E: "Cả hai vận động viên đều không bắn trúng vòng 10";
- \bigcirc F: "Vân đông viên A bắn trúng và vân đông viên B không bắn trúng vòng 10";
- Ø: "Chỉ có duy nhất một vận động viên bắn trúng vòng 10".

BÁI 29. Một đoàn khách du lịch gồm 31 người, trong đó có 7 người đến từ Hà Nội, 5 người đến từ Hải Phòng. Chọn ngẫu nhiên một người trong đoàn. Tính xác suất để người đó đến từ Hà Nội hoặc đến từ Hải Phòng.

BÀI 30. Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất liên tiếp hai lần. Xét các biến cố sau

- ❷ A: "Ở lần gieo thứ nhất, số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1";
- ❷ B: "Ở lần gieo thứ hai số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2";
- ☑ C: "Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở hai lần gieo là 8";
- ❷ D: "Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở hai lần gieo là 7".

QUICK NOTE	Chứng tỏ các cặp biến cố A và C ; B và C ; C và D không độc lập.		
	BÀI 31. Hai chuyến bay của hai hãng hàng không X và Y , hoạt động độc lập với n X ác suất để chuyến bay của hãng X và hãng Y khởi hành đúng giờ tương ứng là 0.9 0.98. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để		
	❷ Cả hai chuyến khởi hành đúng giờ;		
	❷ Chỉ có duy nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ;		
	❷ Có ít nhất một trong hai chuyển bay khởi hành đúng giờ		
	BÁI 32. Cho A và B là hai biến cố thoả mãn $P(A)=0.5; P(B)=0.7$ và $P(A\cup B)=0.8$.		
	a) Tính xác suất của các biến cố $AB, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}.$		
	b) Hai biến cố A và B có độc lập hay không?		
	BÀI 33. Vệ tinh A lần lượt truyền một tin đến vệ tinh B cho đến khi vệ tinh B phản hồi là đã nhận được. Biết khả năng vệ tinh B phản hồi đã nhận được tin ở mỗi lần A gửi là độc lập với nhau và xác suất phản hồi mỗi lần đều là 0,4. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xá		
	suất vệ tinh A phải gửi tin không quá 3 lần.		
	BÀI 34. Gieo hai con xúc xăc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố: "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 6".		
	BÀI 35. Một hộp có 5 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ và 4 quả bóng vàng có kích thước và khối lượng như nhau. Chọn ra ngẫu nhiên từ hộp 4 quả bóng. Tính xác suất của các biến		
	cố:		
	A: "Cả 4 quả bóng lấy ra có cùng màu"; B: "Trong 4 quả lấy ra có đủ 3 màu".		
	BÀI 36. Cường, Trọng và 6 bạn nữ xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất của biến cố: "Có ít nhất một trong hai bạn Cường và Trọng đứng ở đầu		
	hàng"		
	BÀI 37. Chọn ngẫu nhiên 3 trong 24 đỉnh của đa giấc đều 24 cạnh. Tính xác suất của biếr cố: "3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông".		
	BÀI 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số. Tính xác suất		
	của các biến cố: A:"Số được chọn chia hết cho 2 hoặc 7."		
	B: "Số được chọn có tổng các chữ số là số chẳn".		
	BÀI 39. Cho hai giống cá kiếm mắt đen thuần chủng và mắt đỏ thuần chủng giao phối với nhau được F1 toàn cá kiếm mắt đen. Lại cho cá F1 giao phối với nhau lại được cá con mới		
	Chọn ra ngẫu nhiên 2 con trong đàn cá con mới. Ước lượng xác suất của biến cố: "Có ít nhất		
	1 con cá mắt đen trong 2 con cá đó."		

LỜI GIẢI CHI TIẾT

CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

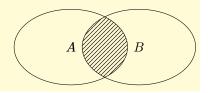
G. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Biến cố giao

Cho hai biến cố A và B. Biến cố "Cả A và B cùng xảy ra", kí hiệu AB hoặc $A\cap B$ được gọi là $bi\acute{e}n$ cố giao của A và B.

A

Tập hợp mô tả biến cố AB là giao của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B. Biến cố AB xảy ra khi và chỉ khi cả hai biến cố A và B xảy ra.

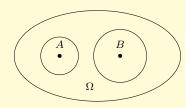


2. Biến cố xung khắc

Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không đồng thời xảy ra.

A

Hai biến cố A và B là xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$.



3. Biến cố độc lập

Hai biến cố A và B được gọi là $d\hat{\rho}c$ $l\hat{q}p$ nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

 \P N
 N
ận XÉT. Nếu hai biến cố A và B độc lập th
ì \bar{A} và B;A và $\bar{B};\bar{A}$ và
 \bar{B} cũng độc lập.

4. Quy tắc nhân xác suất của hai biến cố độc lập

Nếu hai biến cố A và B độc lập thì

$$P(AB) = P(A)P(B).$$

lack A Từ quy tắc nhân xác suất ta thấy, nếu $P(AB) \neq P(A)P(B)$ thì hai biến cố A và B không độc lập.

5. Biến cố hợp

Cho hai biến cố A và B. Biến cố "A hoặc B xảy ra", kí hiệu là $A \cup B$ được gọi là $bi\acute{e}n$ cố hợp của A và B

Biến cố A∪B xảy ra khi có ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra. Tập hợp mô tả biến cố A∪B là hợp của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B.

6. Quy tắc công xác suất

6.1. Quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc

Cho hai biến cố xung khắc A và B. Khi đó: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

6.2. Quy tắc cộng cho hai biến cố bất kì

Cho hai biến cố A và B. Khi đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

H. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 9. Biến cố hợp

VÍ DỤ 1. Một hộp đựng 15 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi E là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số lẻ"; F là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố".

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Nêu nội dung của biến cố hợp $G = E \cup F$. Hỏi G là tập con nào của không gian mẫu?

🗩 Lời giải.

- a) Không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}.$
- b) $E \cup F$ là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số lẻ hoặc số nguyên tố". Ta có $E = \{1;3;5;7;9;11;13;15\}; F = \{2;3;5;7;11;13\}.$ Vậy $G = E \cup F = \{1;2;3;5;7;9;11;13;15\}.$

VÍ DỤ 2. Một tổ trong lớp 11B có 4 học sinh nữ là Hương, Hồng, Dung, Phương và 5 học sinh nam là Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải. Trong giờ học, giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ đó lên bảng để kiểm tra bài. Xét các biến cố sau:

H: "Học sinh đó là một bạn nữ";

K: "Học sinh đó có tên bắt đầu là chữ cái H".

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Nêu nội dung của biến cố hợp $M = H \cup K$. Mỗi biến cố H, K, M là tập con nào của không gian mẫu?

Dèi giải.

- a) $\Omega = \{\text{Hương, Hồng, Dung, Phương, Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải}\}.$
- b) $M=H\cup K$ là biến cố "Học sinh được chọn là một bạn nữ hoặc một bạn nam". Ta có $H=\{\text{Hương, Hồng, Dung, Phương}\};$ $K=\{\text{Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải}\}.$ Vậy $M=\Omega=\{\text{Hương, Hồng, Dung, Phương, Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải}\}.$

🗁 Dạng 10. Biến cố giao

VÍ DỤ 1. Một tổ trong lớp 11C có 9 học sinh. Phỏng vấn 9 bạn này với câu hỏi: "Bạn có biết chơi môn thể thao nào trong hai môn này không?". Nếu biết thì đánh dấu X vào ô ghi tên môn thể thao đó, không biết thì để trống. Kết quả thu được như sau:

Môn thể thao Tên học sinh	Cầu lông	Bóng bàn
Bảo	X	
Đăng	X	X
Giang		
Hoa	X	X
Long		
Mai	X	X
Phúc	X	X
Tuấn	X	
Yến		

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

U: "Học sinh được chọn biết chơi cầu lông";

V: "Học sinh được chọn biết chơi bóng bàn".

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Nội dung của biến cố giao T = UV là gì? Mối biến cố U, V, T là tập con nào của không gian mẫu?

Dèi giải.

- a) Không gian mẫu $\Omega = \{\text{Bảo; Đăng; Giang; Hoa; Long; Mai; Phúc; Tuấn; Yến}\}.$
- b) T là biến cố "Học sinh được chọn biết chơi cả cầu lông và bóng bàn".

Ta có: $U = \{\text{Bảo}; \text{Dăng}; \text{Long}; \text{Phúc}; \text{Tuấn}; \text{Yến}\};$

 $V = \{ Giang ; Long; Phúc; Tuấn \}.$

Vậy $T = U \cap V = \{\text{Long; Phúc; Tuấn}\}.$

VÍ DỤ 2. Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến cố P: "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4"; Q: "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6".

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Nội dung của biến cố giao S = PQ là gì? Mỗi biến cố P, Q, S là tập con nào của không gian mẫu?

🗭 Lời giải.

- a) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25\}.$
- b) S là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4 và chia hết cho 6". Ta có: $P=\{4,8,12,16,20,24\};\ Q=\{6,12,18,24\}.$ Vây $T=P\cap Q=\{12;24\}.$

🖶 Dạng 11. Biến cố xung khắc

VÍ DU 1. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét các biến cố sau:

A: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 7";

B: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn hoặc bằng 4";

C: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số nguyên tố".

Trong các cặp biến cố A và B; A và C; B và C, cặp biến cố nào xung khắc? Tại sao?

D Lời giải.

Cặp biến cố A và B là xung khắc vì A và B không đồng thời xảy ra.

Cặp biến cố A và C không xung khắc vì nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7 thì cả A và C xảy ra.

Cặp biến cố B và C không xung khắc vì nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 3 thì cả B và C xảy ra.

 $\mathbf{V}\hat{\mathbf{I}} \mathbf{D}\mathbf{U} \mathbf{2}$. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5", gọi B là biến cố "Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm". Hai biến cố A và B có thể đồng thời cùng xảy ra không?

Dèi giải.

- Θ Biến cố $A = \{(1;4); (4;1); (2;3); (3;2)\}.$
- **⊘** Biến cố $B = \{(1;1); (2;2); (3;3); (4;4); (5;5); (6;6)\}$. Hai biến cố A và B không thể đồng thời cùng xảy ra, chúng là 2 biến cố xung khắc.

VÍ DỤ 3. Một hộp có 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Hãy xác đinh các cặp biến cố xung khắc trong các biến cố sau:

A: "Hai viên bi lấy ra cùng màu xanh";

B: "Hai viên bi lấy ra cùng màu đỏ";

C: "Hai viên bi lấy ra cùng màu";

D: "Hai viên bi lấy ra khác màu".

Dèi giải.

- a) Ta có hai biến cố A và B xung khắc.
- b) Biến cố C xảy ra khi lấy ra 2 viên bi xanh hoặc 2 viên bi đỏ hoặc 2 viên bi vàng. Khi lấy được 2 viên bi màu xanh thì biến cố A và biến cố C cùng xảy ra. Khi lấy được 2 viên bi màu đỏ thì biến cố B và biến cố C cùng xảy ra. Do đó biến cố C không xung khắc với biến cố A và biến cố B.
- c) Biến cố D xảy ra khi lấy ra 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ; hoặc 1 viên bi xanh, 1 viên bi vàng; hoặc 1 viên bi ởỏ, 1 viên bi vàng. Do đó biến cố D xung khắc với biến cố A, xung khắc với biến cố B và xung khắc với biến cố C.

Vậy có 4 cặp biến cố xung khắc là: A và B; A và D; B và D; C và D.

VÍ DỤ 4. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5", B là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6". Gọi C là biến cố "Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm". Hãy tìm một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả ba biến cố A, B và C.

Dèi giải.

Biến cố E: "Gieo 2 con xúc xắc có số chấm giống nhau và tổng số chấm lớn hơn 2".

VÍ DU 5.

- a) Hai biến cố đối nhau có xung khắc với nhau không?
- b) Hai biến cố xung khắc có phải là hai biến cố đối nhau không?

🗩 Lời giải.

- a) Hai biến cố đối nhau có xung khắc với nhau.
- b) Hai biến cố xung khắc chưa phải là hai biến cố đối nhau.

ե Dạng 12. Biến cố độc lập

VÍ DỤ 1. Một hộp đựng 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh, có cùng kích thước và khối lượng.

- a) Bạn Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi, ghi lại màu của viên bi được lấy ra rồi trả lại viên bi vào hộp. Tiếp theo, bạn Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Xét hai biến cố sau:
 - A: "Minh lấy được viên bi màu đỏ";
 - B: "Hùng lấy được viên bi màu xanh".
 - Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B độc lập.
- b) Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi và không trả lại vào hộp. Tiếp theo, bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Xét hai biến cố sau:
 - C: "Sơn lấy được viên bi màu đỏ";
 - D: "Tùng lấy được viên bi màu xanh".
 - Chứng tỏ rằng hai biến cố C và D không độc lập.

🗩 Lời giải.

- a) Nếu A xảy ra, tức là Minh lấy được viên bi màu đỏ. Vì Minh trả lại viên bi đã lấy vào hộp nên trong hộp có 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Vậy $P(B) = \frac{5}{9}$.
 - Nếu A không xảy ra, tức là Minh lấy được viên bi màu xanh. Vì Minh trả lại viên bi đã lấy vào hộp nên trong hộp vẫn có 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Vậy $P(B) = \frac{5}{9}$.
 - Như vậy, xác suất xảy ra của biến cố B không thay đổi bởi việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố A.
 - Vì Hùng lấy sau Minh nên $P(A) = \frac{4}{9}$ dù biến cố B xảy ra hay không xảy ra.
 - Vậy A và B độc lập.
- b) Nếu C xảy ra, tức là Sơn lấy được viên bi màu đỏ. Vì Sơn không trả lại viên bi đó vào hộp nên trong hộp có 8 viên bi với 3 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Vậy $P(D) = \frac{5}{8}$.
 - Nếu C không xảy ra, tức là Sơn lấy được viên bi màu xanh. Vì Sơn không trả lại viên bi đã lấy vào hộp nên trong hộp có 4 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Vậy $P(D) = \frac{4}{8}$.
 - Như vậy, xác suất xảy ra của biến cố D đã thay đổi phụ thuộc vào việc biến cố C xảy ra hay không xảy ra. Do đó, hai biến cố C và D không độc lập.

Dạng 13. Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc

VÍ DỤ 1. Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xét các biến cố sau:

- A: "Cả hai tấm thẻ đều ghi số chẵn";
- B: "Chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn";
- C: "Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn".
 - a) Chứng minh rằng $C = A \cup B$.

b) Tính P(C).

🗩 Lời giải.

a) Biến cố C xảy ra khi và chỉ khi trong hai tấm thẻ có ít nhất một tấm thẻ ghi số chẵn. Nếu cả hai tấm thẻ ghi số chẵn thì biến cố A xảy ra. Nếu chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn thì biến cố B xảy ra. Vậy C là biến cố hợp của A và B.

b) Hai biến cố A và B là xung khắc. Do đó $\mathrm{P}(C)=\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B).$

Ta cần tính P(A) và P(B). Không gian mẫu Ω là tập hợp tất cả các tập con có hai phần tử của tập $\{1; 2; \ldots; 9\}$. Do đó $n(\Omega) = C_9^2 = 36.$

Tính P(A): Biến cố A là tập hợp tất cả các tập con có hai phần tử của tập $\{2;4;6;8\}$. Do đó $n(A)=\mathbb{C}_4^2=6$. Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} =$

Tính P(B): Mỗi phần tử của B được hình thành từ hai công đoạn:

- \odot Công đoạn 2: Chọn một số lẻ từ tập $\{1; 3; 5; 7; 9\}$. Có 5 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, tập B có $4 \cdot 5 = 20$ (phần tử).

Do đó
$$n(B) = 20$$
. Suy ra $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{36}$.

Vậy
$$P(C) = P(A) + P(B) = \frac{6}{36} + \frac{20}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}.$$

VÍ DU 2. Một đội tình nguyện gồm 9 học sinh khối 10 và 7 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 người trong đội. Tính xác suất của biến cố "Cả 3 người được chọn học cùng một khối".

Lời giải.

Goi A là biến cố "Cả 3 học sinh được chon đều thuộc khối 10 "và B là biến cố "Cả 3 học sinh được chọn đều thuộc khối 11". Khi đó $A \cup B$ là biến cố "Cả 3 người được chọn học cùng một khối". Do A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B).$

Ta thấy
$$P(A) = \frac{C_9^3}{C_{16}^3}$$
 và $P(B) = \frac{C_7^3}{C_{16}^3}$, nên $P(A \cup B) = \frac{C_9^3 + C_7^3}{C_{16}^3} = \frac{17}{80}$.

ե Dạng 14. Công thức cộng xác suất cho 2 biến cố bất kì

VÍ DU 1. \mathring{O} một trường trung học phổ thông X, có 19% học sinh học khá môn Ngữ văn, 32% học sinh học khá môn Toán, 7% học sinh học khá cả hai môn Ngữ văn và Toán. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường X. Xét hai biến cố sau: A: "Học sinh đó học khá môn Ngữ văn";

B: "Học sinh đó học khá môn Toán". Hãy tính tỉ lệ học sinh học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán của trường X. Lời giải.

Theo đề bài, ta có

$$P(A) = 19\% = 0.19; P(B) = 32\% = 0.32 \text{ và } P(AB) = 7\% = 0.07.$$

Theo công thức cộng xác suất, ta có

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.19 + 0.32 - 0.07 = 0.44.$$

Do đó, xác suất để chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường X học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán là 0,44. Vậy tỉ lệ học sinh học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán của trường X là 44%.

VÍ DU 2. Một hộp chứa 100 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 100. Chọn ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Tính xác suất của biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3 hoặc 5".

Dèi giải.

Goi A là biến cố "Số ghi trên thẻ được chon chia hết cho 3" và B là biến cố "Số ghi trên thẻ được chon chia hết cho 5". $A \cup B$ là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3 hoặc 5".

Từ 1 đến 100 có 33 số chia hết cho 3 nên $P(A) = \frac{33}{100} = 0,33.$

Từ 1 đến 100 có 20 số chia hết cho 5 nên $P(B) = \frac{20}{100} = 0, 2.$

Một số chia hết cho cả 3 và 5 khi nó chia hết cho 15. Từ 1 đến 100 có 6 số chia hết cho 15 nên $P(AB) = \frac{6}{100} = 0,06$ Vậy $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,33 + 0,2 - 0,06 = 0,47.$

$$P(AB) = \frac{6}{100} = 0.06$$

$$V_{av} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.33 + 0.2 - 0.06 = 0.47$$

I. BÀI TÂP RÈN LUYÊN

BÀI 1. Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi A là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6", B là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ".

Hãy tìm một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả hai biến cố A và B.

Lời giái.

Một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả hai biến cố A và B là

C là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ là số chẵn và tổng khác 6".

Suy ra
$$C = \{(1, 2); (1, 4); (2, 1); (2, 2); (2, 3); (2, 5); (3, 2); (3, 4)\}.$$

BÀI 2. Một hộp đựng 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp (lấy xong không trả lại vào hộp). Tiếp đó đến lượt bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để bạn Tùng lấy được viên bi màu xanh.

🗩 Lời giải.

Tổng số bi trong hộp là 6+8=14. Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=A_{14}^2=182$.

Gọi A là biến cố: "Bạn Sơn lấy được viên bi màu xanh, sau đó Tùng lấy được viên bi màu xanh"và B là biến cố: "Bạn Sơn lấy được viên bi màu đỏ, sau đó Tùng lấy được viên bi màu xanh".

Suy ra $A \cup B$ là biến cố: "Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp (lấy xong không trả lại vào hộp) và tiếp đó đến lượt bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó".

A và B là hai biến cố xung khắc, vì Sơn không thể lấy một viên bi vừa màu xanh và vừa màu đỏ được. Suy ra $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Ta có
$$n(A) = 8 \cdot 7 = 56 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{56}{182}$$
 và $n(B) = 6 \cdot 8 = 48 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{48}{182}$.

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{56}{182} + \frac{48}{182} = \frac{104}{182} = \frac{4}{7}.$$

BÀI 3. Lớp 11A của một trường có 40 học sinh, trong đó có 14 bạn thích nhạc cổ điển, 13 bạn thích nhạc trẻ và 5 bạn thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp. Tính xác suất để:

- a) Bạn đó thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ;
- b) Bạn đó không thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ.

🗩 Lời giải.

Gọi A là biến cố: "Học sinh thích nhạc cổ điển";

B là biến cố: "Học sinh thích nhạc trẻ".

Khi đó $A \cap B$ là biến cố: "Học sinh thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ";

 $A \cup B$ là biến cố: "Học sinh hoặc thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ";

 $\overline{A \cup B}$ là biến cố: "Học sinh không thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ".

Ta có
$$n(A) = 14$$
, $n(B) = 13$, $n(A \cap B) = 5$ và $n(\Omega) = 40$.

a) Theo công thức cộng xác suất, ta có

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{n(A)}{n(\Omega)} + \frac{n(B)}{n(\Omega)} - \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)}$$
$$= \frac{14}{40} + \frac{13}{40} - \frac{5}{40} = \frac{22}{40} = 0,55.$$

Vây xác suất để ban chon được một ban thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ là 0,55.

b) Theo tính chất xác suất đối lập, ta có

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.55 = 0.45.$$

Vậy xác suất để bạn chọn được một bạn không thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ là 0,45.

BÁI 4. Một khu phố có 50 hộ gia đình nuôi chó hoặc nuôi mèo, trong đó có 18 hộ nuôi chó, 16 hộ nuôi mèo và 7 hộ nuôi cả chó và mèo. Chọn ngẫu nhiên một hộ trong khu phố trên. Tính xác suất để

- a) Hộ đó nuôi chó hoặc nuôi mèo;
- b) Hộ đó không nuôi cả chó và mèo.

Dèi giải.

Gọi A là biến cố: "Hộ gia đình nuôi chó";

B là biến cố: "Hộ gia đình nuôi mèo".

Khi đó $A \cap B$ là biến cố: "Hộ gia đình nuôi cả chó và mèo";

 $A \cup B$ là biến cố: "Hộ gia đình hoặc nuôi chó hoặc mèo";

 $\overline{A \cup B}$ là biến cố: "Hộ gia đình không nuôi cả chó và mèo".

Ta có n(A) = 18, n(B) = 16, $n(A \cap B) = 7$ và $n(\Omega) = 50$.

a) Theo công thức cộng xác suất, ta có

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{n(A)}{n(\Omega)} + \frac{n(B)}{n(\Omega)} - \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)}$$

$$= \frac{18}{50} + \frac{16}{50} - \frac{7}{50} = \frac{27}{50} = 0,54.$$

Vậy xác suất để chọn được một hộ gia đình nuôi chó hoặc nuôi mèo là 0,54.

b) Theo tính chất xác suất đối lập, ta có

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{7}{50} = \frac{43}{50} = 0.86.$$

Vậy xác suất để chọn được một hộ không nuôi cả chó và mèo là 0,86.

BÀI 5. Một nhà xuất bản phát hành hai cuốn sách A và B. Thống kê cho thấy có 50% người mua sách A; 70% người mua sách B; 30% người mua cả sách A và sách B. Chọn ngẫu nhiên một người mua. Tính xác suất để:

- a) Người mua đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B;
- b) Người mua đó không mua cả sách A và sách B.

🗩 Lời giải.

Gọi A là biến cố: "Người mua mua sách A";

B là biến cố: "Người mua mua sách A".

Khi đó $A \cap B$ là biến cố: "Người mua cả sách A và sách B";

 $A \cup B$ là biến cố: "Người mua ít nhất hoặc sách A hoặc sách B";

 $\overline{A \cup B}$ là biến cố: "Người mua không mua cả sách A và sách B".

Ta có P(A) = 0.5, P(B) = 0.7, $P(A \cap B) = 0.3$..

a) Theo công thức công xác suất, ta có

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

= 0.5 + 0.7 - 0.3 = 0.9.

Vậy xác suất người mua ít nhất một trong hai cuốn sách A hoặc B là 0.9.

b) Theo tính chất xác suất đối lập, ta có

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.9 = 0.1.$$

Vậy xác suất người không mua cả hai cuốn sách A và B là 0,1.

BÀI 6. Tại các trường trung học phổ thông của một tỉnh, thống kê cho thấy có 63% giáo viên môn Toán tham khảo bộ sách giáo khoa A, 56% giáo viên môn Toán tham khảo bộ sách giáo khoa B và 28, 5% giáo viên môn Toán tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B. Tính tỉ lệ giáo viên môn Toán các trường trung học phổ thông của tỉnh đó không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B.

Lời giải.

Gọi A là biến cố: "Giáo viên môn Toán tham khảo bộ sách giáo khoa A";

B là biến cố: "Giáo viên môn Toán tham khảo bô sách giáo khoa B".

Khi đó $A \cap B$ là biến cố: "Giáo viên môn Toán tham khảo cả bộ sách giáo khoa A và bộ sách giáo khoa B";

 $A \cup B$ là biến cố: "Giáo viên môn Toán tham khảo hoặc bộ sách giáo khoa A hoặc bộ sách giáo khoa B".

 $\overline{A \cup B}$ là biến cố: "Giáo viên môn Toán không tham khảo cả bộ sách giáo khoa A và bộ sách giáo khoa B".

Ta có P(A) = 0.63, P(B) = 0.56, $P(A \cap B) = 0.285$.

Theo công thức công xác suất, ta có

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

= 0.63 + 0.56 - 0.285 = 0.905.

Theo tính chất xác suất đối lập, ta có

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.905 = 0.0905.$$

Vậy tỉ lệ giáo viên môn Toán không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa A và B là 9.05%.

Dạng 15. Công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập

VÍ DỤ 1. Tại vòng chung kết của một đại hội thể thao, vận động viên An thi đấu môn Bắn súng, vận động viên Bình thi đấu môn Bơi lội. Biết rằng xác suất giành huy chương của vận động viên An và vận động viên Bình tương ứng là 0,8 và 0,9 . Hỏi xác suất để cả hai vận động viên đạt huy chương là bao nhiêu?

Gọi A là biến cố "Vận động viên An đạt huy chương"; B là biến cố "Vận động viên Bình đạt huy chương".

- a) Giải thích tại sao hai biến cố A và B là độc lập.
- b) Tính xác suất để cả hai vận động viên đạt huy chương.
- c) Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:
 - Cả hai vận động viên không đạt huy chương;
 - Vận động viên An đạt huy chương, vận động viên Bình không đạt huy chương;
 - Vận động viên An không đạt huy chương, vận động viên Bình đạt huy chương.

🗩 Lời giải.

- a) Vì hai vận động viên An và Bình thi đấu hai môn thể thao khác nhau nên hai biến cố A và B là độc lập.
- b) Vì A và B là hai biến cố độc lập nên áp dụng công thức nhân xác suất, ta có

$$P(AB) = P(A)P(B) = 0.8 \cdot 0.9 = 0.72.$$

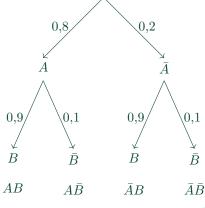
c)

Ta dùng sơ đồ hình cây để mô tả như hình bên.

Theo sơ đồ hình cây, ta có

$$P(\bar{A}\bar{B}) = 0.2 \cdot 0.1 = 0.02$$

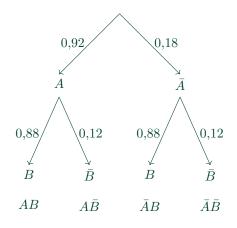
 $P(A\bar{B}) = 0.8 \cdot 0.1 = 0.08$
 $P(\bar{A}B) = 0.2 \cdot 0.9 = 0.18$.



VÍ DỤ 2. Các học sinh lớp 11D làm thí nghiệm gieo hai loại hạt giống A và B. Xác suất để hai loại hạt giống A và B nảy mầm tương ứng là 0,92 và 0,88. Giả sử việc nảy mầm của hạt A và hạt B là độc lập với nhau. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

- a) Hạt giống A nảy mầm còn hạt giống B không nảy mầm;
- b) Hạt giống A không nảy mầm còn hạt giống B nảy mầm;
- c) Ít nhất có một trong hai loại hạt giống nảy mầm.

🗩 Lời giải.



Gọi A là biến cố "Hạt giống A nảy mầm"; B là biến cố "Hạt giống B nảy mầm".

Vậy \bar{A} : "Hạt giống A không nảy mầm"; \bar{B} : "Hạt giống B không nảy mầm".

Vì hai biến cố A và B là độc lập với nhau nên

a) Áp dụng công thức nhân xác suất, ta có xác suất của biến cố "Hạt giống A nảy mầm còn hạt giống B không nảy mầm" là

$$P(A \cdot \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0.92 \cdot 0.12 = 0.1104.$$

b) Áp dụng công thức nhân xác suất, ta có xác suất của biến cố "Hạt giống A không nảy mầm còn hạt giống B nảy mầm" là

$$P(\bar{A} \cdot B) = P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0.18 \cdot 0.88 = 0.1584.$$

c) Xác suất của biến cố C: "Ít nhất có một trong hai loại hạt giống nảy mầm" là phần bù của biến cố "Cả hai loại hạt giống đều nảy mầm", ta có xác xuất

$$P(C) = 1 - P(A) \cdot P(B) = 0.92 \cdot 0.18 = 0.8244.$$

VÍ DU 3. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết P(A)=0.6 và P(B)=0.8. Hãy tính xác suất của các biến cố $AB, \bar{A}B$ và $\bar{A}B$.

🗩 Lời giải.

Do A và B là hai biến cố độc lập nên

$$P(AB) = P(A)P(B) = 0.48.$$

Vi \bar{A} là biến cố đối của A nên $P(\bar{A})=1-P(A)=0,4.$ Do \bar{A} và B độc lập nên

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0.32.$$

Vì \bar{B} là biến cố đối của B nên $P(\bar{B})=1-P(B)=0,2.$ Do \bar{A} và \bar{B} độc lập nên

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0.08.$$

Dạng 16. Vận dụng

VÍ DỤ 1. Số liệu thống kê tại một vùng cho thấy trong các vụ tai nạn ô tô có 0,37% người tử vong; 29% người không thắt dây an toàn và 0,28% người không thắt dây an toàn và tử vong. Chứng tỏ rằng việc không thắt dây an toàn khi lái xe và nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn có liên quan với nhau.

D Lời giải.

Chon ngẫu nhiên một người đã bi tai nan ô tô.

Gọi A là biến cố "Người đó đã tử vong"; B là biến cố "Người đó đã không thắt dây an toàn".

A Trong Mục 1 được sử dụng để phát hiện mối liên quan giữa hai biến cố.

Khi đó, AB là biến cố "Người đó không thắt dây an toàn và đã tử vong". Ta có

$$P(A) = 0.37\% = 0.0037$$
; $P(B) = 29\% = 0.29$;

suy ra $P(A) \cdot P(B) = 0.0037 \cdot 0.29 = 0.001073$.

Mặt khác P(AB) = 0.28% = 0.0028.

Vì $P(AB) \neq P(A)P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập.

Vậy việc không thắt dây an toàn khi lái xe có liên quan tới nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn.

VÍ DỤ 2. Để nghiên cứu mối liên quan giữa thói quen hút thuốc lá với bệnh viêm phổi, nhà nghiên cứu chọn một nhóm 5000 người đàn ông. Với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và có bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	752 người	1236 người
Không nghiện thuốc lá	575 người	2437 người

Từ bảng thống kê trên, hãy chứng tỏ rằng việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

Dèi giải.

Gọi A là biến cố "Người nghiện thuốc lá"; B là biến cố "Người mắc bệnh viêm phổi".

Khi đó AB là biến cố "Người nghiện thuốc là và mắc bệnh viêm phổi".

Ta có
$$P(A) = \frac{752 + 1236}{5000} = 0,3976; P(B) = \frac{752 + 575}{5000} = 0,2654.$$
 Suy ra $P(A) \cdot P(B) = 0,10552304.$

Mặt khác
$$P(AB) = \frac{752}{5000} = 0.1504.$$

Vì $P(AB) \neq P(A)P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập.

Vậy việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

VÍ DU 3. Nguyệt và Nhi cùng tham gia bắn một cuộc thi bắn cung độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng tâm bia của Nguyệt là 0,9 và của Nhi là 0,8. Tính xác suất để cả hai bạn cùng bắn trúng tâm bia.

Lời giải.

Xác suất bắn trúng tâm bia của Nguyệt là P(A) = 0.9.

Xác suất bắn trúng tâm bia của Nhi là P(B) = 0.8.

Xác suất để cả hai bạn cùng bắn trúng tâm bia là $P(AB) = P(A)P(B) = 0.9 \cdot 0.8 = 0.72$.

VI DU 4. Hai bệnh nhân X và Y bị nhiễm vi rút SARS-CoV-2. Biết rằng xác suất bị biến chứng nặng của bệnh nhân X là 0,1 và của bệnh nhân Y là 0,2. Khả năng bị biến chứng nặng của hai bệnh nhân là độc lập. Hãy tính xác suất của các biến cố:

- a) "Cả hai bệnh nhân đều bi biến chứng năng";
- b) "Cả hai bệnh nhân đều không bi biến chứng năng";
- c) "Bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng".

Dèi giải.

Gọi A là biến cố "Bệnh nhân X bị biến chứng nặng". Ta có P(A) = 0.1 và $P(\bar{A}) = 0.9$. Gọi B là biến cố "Bệnh nhân Y bị biến chứng nặng". Ta có P(B) = 0.2 và $P(\bar{B}) = 0.8$.

a) "Cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng". Ta thấy A và B là hai biến cố độc lập nên xác suất cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng là

$$P(AB) = P(A)P(B) = 0.02.$$

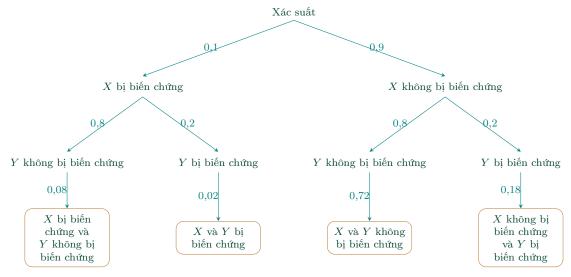
b) "Cả hai bệnh nhân đều không bị biến chứng nặng". Do \bar{A} và \bar{B} độc lập nên xác suất cả hai bệnh nhân không bị biến chứng nặng là

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0.72.$$

c) "Bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng". Do A và \bar{B} độc lập nên xác suất bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng là

$$P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) = 0.08.$$

Ta cũng có thể giải bài toán trên bằng cách sử dung sơ đồ hình cây như sau:



Theo sơ đồ trên thì:

- a) Xác suất cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng là 0,02.
- b) Xác suất cả hai bệnh nhân không bị biến chứng năng là 0,72.
- c) Xác suất bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng là 0.08.

J. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

BÀI 1. Trong hộp kín có 10 quả bóng màu xanh và 8 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng. Xét các biến cố:

A: "Hai quả bóng lấy ra có màu xanh";

B: "Hai quả bóng lấy ra có màu đỏ".

Chọn phát biểu đúng trong những phát biểu sau đây?

- a) Biến cố hợp của hai biến cố A và B là "Hai quả bóng lấy ra có cùng màu đỏ hoặc cùng màu xanh";
- b) Biến cố hợp của hai biến cố A và B là "Hai quả bóng lấy ra có màu khác nhau";
- c) Biến cố hợp của hai biến cố A và B là "Hai quả bóng lấy ra có cùng màu".

🗩 Lời giải.

- a) Phát biểu đúng;
- b) Phát biểu sai;
- c) Phát biểu đúng.

BÀI 2. Một hộp có 3 quả bóng màu xanh, 4 quả bóng màu đỏ; các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy bóng ngẫu nhiên hai lần liên tiếp, trong đó mỗi lần lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp, ghi lại màu của quả bóng lấy ra và bỏ lại quả bóng đó vào hộp.

Xét các biến cố:

A: "Quả bóng màu xanh được lấy ra ở lần thứ nhất";

B: "Quả bóng màu đỏ được lấy ra ở lần thứ hai".

Hỏi hai biến cố A và B có độc lập không? Vì sao?

D Lời giải.

Trước hết, biến cố B xảy ra sau biến cố A nên việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố B không làm ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố A.

Mặt khác, ta có xác suất của biến cố B khi biến cố A xảy ra bằng $\frac{4}{7}$; xác suất của biến cố B khi biến cố A không xảy ra cũng bằng $\frac{4}{7}$.

Do đó việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố A không làm ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố B. Vậy hai biến cố A và B là độc lập.

BÀI 3. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5", B là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6".

- a) Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố trên.
- b) Hãy liệt kê các kết quả của phép thử làm cho cả hai biến cố A và B cùng xảy ra.

🗩 Lời giải.

```
a) Biến cố A = \{(1;4); (4;1); (2;3); (3;2)\}. Biến cố B = \{(1;6); (6;1); (2;3); (3;2)\}.
```

- b) Kết quả của phép thử làm cho cả hai biến cố A và B cùng xảy ra là $\{(2;3);(3;2)\}$.
- **BÀI 4.** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5", B là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6". Gọi C là biến cố "Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm". Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố giao AC và BC.

🗭 Lời giải.

```
Biến cố A = \{(1;4);(4;1);(2;3);(3;2)\}.

Biến cố B = \{(1;6);(6;1);(2;3);(3;2)\}.

Biến cố C = \{(1;6);(6;1);(1;5);(5;1);(1;4);(4;1);(1;3);(3;1);(1;2);(2;1);(1;1)\}.

Kết hợp tập hợp mô tả biến cố A, B ở trên, ta có biến cố AC = \{(1;4);(4;1)\}; BC = \{(1;6);(6;1)\}.
```

BÀI 5. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5", B là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6". Gọi C là biến cố "Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm".

a) Gọi D là biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc thứ nhất là 3". Hãy xác định các biến cố AD, BD và CD.

b) Gọi \bar{A} là biến cố đối của biến cố A. Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố giao $\bar{A}B$ và $\bar{A}C$.

🗩 Lời giải.

```
a) Biến cố D = \{(3;1); (3;2); (3;3); (3;4); (3;5); (3;6)\}. Biến cố AD = \{(3;2)\}. Biến cố BD = \{(3;2)\}. Biến cố CD = \{(3;1)\}.
```

b) Gọi \bar{A} là biến cố đối của biến cố A. Biến cố giao $\bar{A}B=\{(1;6);(6;1)\}$. Biến cố giao $\bar{A}C=\{(1;6);(6;1);(1;5);(5;1);(1;3);(3;1);(1;2);(2;1);(1;1)\}$.

BÀI 6. Một hộp chứa 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Gọi A là biến cố "Hai viên bi lấy ra đều có màu xanh", B là biến cố "Hai viên bi lấy ra đều có màu đỏ".

- a) Có bao nhiều kết quả thuận lợi cho biến cố A? Có bao nhiều kết quả thuận lợi cho biến cố B?
- b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

🗩 Lời giải.

- a) Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_5^2=10$. Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_3^2=3$.
- b) $A \cup B$ là biến cố "Hai viên bi lấy ra có cùng màu". Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$ là $C_5^2 + C_3^2 = 13$.

BÀI 7. Thực hiện hai thí nghiệm. Gọi T_1 và T_2 lần lượt là các biến cố "Thí nghiệm thứ nhất thành công" và "Thí nghiệm thứ hai thành công". Hãy biểu diễn các biến cố sau theo hai biến cố T_1 và T_2 .

- a) A: "Có it nhất một trong hai thí nghiệm thành công".
- b) B: "Có đúng một trong hai thí nghiệm thành công".

Dèi giải.

- a) $A = T_1 \cup T_2$.
- b) $B = \overline{T_1}T_2 \cup T_1\overline{T_2}$.

BÀI 8. Tung một đồng xu cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xét các biến cố:

A: "Lần thứ nhất xuất hiện mặt ngửa";

B: "Lần thứ hai xuất hiện mặt ngửa";

C: "Cả hai lần đều xuất hiện mặt ngửa";

D: "Có ít nhất một lần xuất hiện mặt ngử".

Trong hai biến cố C, D, biến cố nào là biến cố hợp của hai biến cố A, B? Biến cố nào là biến cố giao của hai biến cố A, B? **Eời giải.**

Biến cố C là biến cố giao của hai biến cố A, B.

Biến cố D là biến cố hợp của hai biến cố A,B.

BÀI 9. Gieo ngẫu nhiên một xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xét các biến cố:

A: "Số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất lớn hơn 4";

B: "Số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai nhỏ hơn 4";

C: "Số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất nhỏ hơn 4".

Trong các biến cố trên, hãy tìm cặp biến cố độc lập.

Dèi giải.

Cặp biến cố độc lập là A, B và B, C.

BÀI 10. Trong hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại phép thử trên 2 lần và gọi A_k là biến cố quả bóng lấy ra lần thứ k là bóng xanh (k = 1, 2).

- a) A_1, A_2 có là các biến cố độc lập không? Tại sao?
- b) Nếu trong mỗi phép thử trên ta không trả bóng lại hộp thì A_1, A_2 có là các biến cố độc lập không? Tại sao?

Lời giải.

a) Nếu A_1 xảy ra thì sau khi trả lại quả bóng thứ nhất vào hộp, trong hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 1 quả bóng vàng, do đó xác suất xảy ra A_2 là $\frac{1}{3}$.

Ngược lại, nếu A_1 không xảy ra thì sau khi trả lại quả bóng thứ nhất vào hộp, trong hộp vẫn có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 1 quả bóng vàng, do đó xác suất xảy ra A_2 là $\frac{1}{3}$.

Ta thấy khi A_1 xảy ra hay không xảy ra thì xác suất của biến cố A_2 luôn bằng $\frac{1}{3}$. Do quả bóng lấy ra lần thứ nhất được trả lại hộp nên biến cố A_2 xảy ra hay không xảy ra không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của A_1 . Vậy A_1 và A_2 là hai biến cố độc lập.

b) Giả sử quả bóng lấy ra lần đầu tiên không được trả lại hộp.

Nếu A_1 xảy ra thì trước khi bốc quả bóng thứ hai, trong hộp có 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Do đó xác suất xảy ra A_2 là 0.

Ngược lại, nếu A_1 không xảy ra thì trước khi bốc quả bóng thứ hai, trong hộp có 2 quả bóng, trong đó có đúng 1 quả bóng xanh. Do đó xác suất xảy ra A_2 là $\frac{1}{2}$.

Ta thấy xác suất xảy ra của biến cố A_2 phụ thuộc vào sự xảy ra của A_1 . Vậy A_1 và A_2 không là hai biến cố độc lập.

BÀI 11. Hãy chỉ ra 2 biến cố độc lập trong phép thử tung 2 đồng xu cân đối và đồng chất.

Dừi giải.

Biến cố khi gieo 2 đồng xu có cùng mặt sấp; biến cố khi gieo 2 đồng xu có cùng mặt ngửa.

BÀI 12. Một hộp chứa 21 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 21. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2", B là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3".

- a) Hãy mô tả bằng lời biến cố AB.
- b) Hai biến cố A và B có độc lập không? Tại sao?

🗩 Lời giải.

- a) A là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2" nên $A=\{2;4;6;8;10;12;14;16;18;20\}$. B là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3" nên $B=\{3;6;9;12;15;18;21\}$. Suy ra biến cố $AB=\{6;12;18\}$. Vậy biến cố AB là "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 6".
- b) Xác suất $P(A)=\frac{10}{21}$; Xác suất $P(B)=\frac{7}{21}=\frac{1}{3}$; Xác suất $P(AB)=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$. Ta có $P(AB)=\frac{1}{7}\neq\frac{10}{21}\cdot\frac{1}{3}=\frac{10}{63}=P(A)P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập.

BÀI 13. Một hộp đựng 15 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ và quan sát số ghi trên thẻ. Gọi A là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ nhỏ hơn 7"; B là biến cố "Số ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố".

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Mỗi biến cố $A \cup B$ và AB là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải.

- a) Khi rút 1 thẻ từ 15 thẻ được đánh số thì không gian mẫu là: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}.$
- b) Các kết quả thuận lợi của biến cố A: $A=\{1;2;3;4;5;6\}$. Các kết quả thuận lợi của biến cố B: $B=\{2;3;5;7;11;13\}$. $A\cup B$ là biến cố "Số ghi trên thẻ nhỏ hơn 7 hoặc số nguyên tố". $A\cup B=\{1;2;3;4;5;6;7;11;13\}$. AB là biến cố "Số ghi trên thẻ nhỏ hơn 7 và nguyên tố". $AB=\{2;3;5\}$.

BÀI 14. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét các biến cố sau: E: "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều là số chẵn"; F: "Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc khác tính chẵn lẻ";

K: "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn".

Chứng minh rằng K là biến cố hợp của E và F.

🗩 Lời giải.

Để tích của số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn thì có 2 trường hợp xảy ra.

TH1: 1 con xúc xắc xuất hiện mặt chẵn, con còn lại xuất hiện mặt lẻ.

Khi đó số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc khác tính chẵn lẽ.

TH2: 2 con xúc xắc xuất hiện mặt chẵn.

Do đó K là biến cố hợp của E và F.

BÀI 15. P: "Học sinh đó bi cân thi";

Q: "Học sinh đó học giỏi môn Toán".

Nêu nội dung của các biến cố $P \cup Q$; PQ và $\bar{P}\bar{Q}$.

Lời giải.

 $P \cup Q$ là biến cố "Học sinh đó bị cận thị hoặc học sinh đó giỏi môn Toán".

PQ là biến cố "Học sinh đó bị cận thị và học giỏi môn Toán".

 \bar{P} là biến cố "Học sinh đó không bị cận thị".

 \bar{Q} là biến cố "Học sinh đó không giỏi môn Toán".

 $\bar{P}\bar{Q}$ là biến cố "Học sinh đó không bị cận và không giỏi môn Toán".

BÁI 16. Có hai chuồng nuôi thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 3 con thỏ trắng và 7 con thỏ đen. Từ mỗi chuồng bắt ngẫu nhiên ra một con thỏ. Xét hai biến cố sau:

A: "Bắt được con thỏ trắng từ chuồng I";

B: "Bắt được con thỏ đen từ chuồng II".

Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B độc lập.

Lời giải.

Nếu A xảy ra, tức là bắt được con thỏ trắng ở chuồng I. Khi đó, số thỏ ở chuồng II không bị thay đổi và có 3 thỏ trắng và 7 thỏ đen. Vậy $P(B) = \frac{7}{10}$.

Nếu A không xảy ra, tức là bắt được thỏ đen ở chuồng I.Khi đó, số thỏ ở chuồng II không bị thay đổi và có 3 thỏ trắng và 7 thỏ đen. Vậy $P(B) = \frac{7}{10}$.

Như vậy, xác suất xảy ra của biến cố B không thay đổi bởi việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố A.

Tương tự $P(A) = \frac{2}{3}$ dù biến cố B xảy ra hay không xảy ra.

Vậy A và B độc lập.

BÀI 17. Có hai chuồng nuôi gà. Chuồng I có 9 con gà mái và 3 con gà trống. Chuồng II có 3 con gà mái và 6 con gà trống. Bắt ngẫu nhiên một con gà của chuồng I để đem bán rồi dồn các con gà còn lại của chuồng I vào chuồng II. Sau đó bắt ngẫu nhiên một con gà của chuồng II. Xét hai biến cố sau:

E: "Bắt được con gà trống từ chuồng I";

F: "Bắt được con gà mái từ chuồng II".

Chứng tỏ rằng hai biến cố E và F không độc lập.

Dèi giải.

Nếu E xảy ra, tức là bắt được con gà trống từ chuồng I. Vì con gà trống bị bắt đem đi bán và số gà ở chuồng I dồn vô chuồng II, nên khi bắt gà mái từ chuồng II sẽ có 12 gà mái và 8 gà trống. Vậy $P(F) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

Nếu E không xảy ra, tức là bắt được con gà mái từ chuồng I. Vì con gà mái bị bắt đem đi bán và số gà ở chuồng I dồn vô chuồng II, nên khi bắt gà mái từ chuồng II sẽ có 11 gà mái và 9 gà trống. Vậy $P(F) = \frac{11}{20}$

Như vậy, xác suất xảy ra của biến cố F đã thay đổi phụ thuộc vào việc biến cố E xảy ra hay không xảy ra. Do đó, hai biến $c\hat{o} E và F không độc lập.$

BÀI 18. Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi A là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6", B là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ". Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB và tính P(AB).

Dòi giải.

a) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB và tính P(AB).

Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số 1; 2; 3.

Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1;2;3;4;5.

Số phần tử không gian mẫu là $3 \cdot 5 = 15$.

Gọi A là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6" nên $A = \{(1,5); (2,4); (3,3)\}$. $P(A) = \frac{3}{15}$.

Gọi B là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ" nên $B = \{(1;1); (1;3); (1;5); (3;1); (3;3); (3;5)\}$. $P(B) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

Vây $P(AB) = P(A)P(B) = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$.

b) Một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả hai biến cố A và B là C là biến cố "Tích các số ghi trên 2 thẻ là số chẵn và tổng khác 6". Suy ra $C = \{(1;2); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;5); (3;2); (3;4)\}.$

BÀI 19. Một hộp chứa 21 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 21. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2", B là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3".

- a) Hãy mô tả bằng lời biến cố AB.
- b) Hai biến cố A và B có độc lập không? Tại sao?

🗩 Lời giải.

- a) A là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2" nên $A=\{2;4;6;8;10;12;14;16;18;20\}$. B là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3" nên $B=\{3;6;9;12;15;18;21\}$. Suy ra biến cố $AB=\{6;12;18\}$. Vậy biến cố AB là "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 6".
- b) Xác suất $P(A) = \frac{10}{21}$; Xác suất $P(B) = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$; Xác suất $P(AB) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$. Ta có $P(AB) = \frac{1}{7} \neq \frac{10}{21} \cdot \frac{1}{3} = \frac{10}{63} = P(A)P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập.

BÀI 20. Cho A và B là hai biến cố độc lập.

- a) Biết P(A)=0.7 và P(B)=0.2. Hãy tính xác suất của các biến cố $AB, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.
- b) Biết P(A) = 0.5 và P(AB) = 0.3. Hãy tính xác suất của các biến cố $B, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.

Dèi giải.

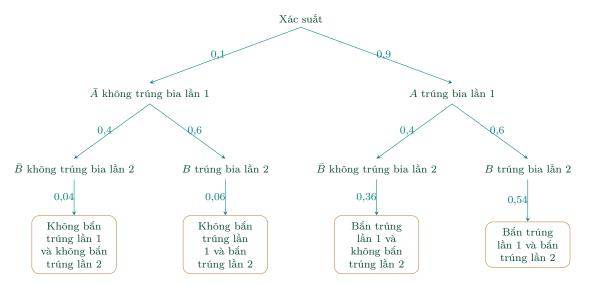
- a) Ta có P(A)=0.7 nên $P(\bar{A})=0.3$ và P(B)=0.2 nên $P(\bar{B})=0.8$. Xác suất $P(AB)=P(A)P(B)=0.7\cdot 0.2=0.14$. Xác suất $P(\bar{A}B)=P(\bar{A})P(B)=0.3\cdot 0.2=0.06$. Xác suất $P(\bar{A}\bar{B})=P(\bar{A})P(\bar{B})=0.3\cdot 0.8=0.24$.
- b) Ta có P(A) = 0.5 nên $P(\bar{A}) = 0.5$ và P(AB) = P(A)P(B) = 0.3 nên P(B) = 0.6 suy ra Xác suất $P(\bar{B}) = 0.4$. Xác suất $P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0.5 \cdot 0.6 = 0.3$. Xác suất $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0.5 \cdot 0.4 = 0.2$.

BÀI 21. Một xạ thủ bắn lần lượt 2 viên đạn vào một bia. Xác suất trúng đích của viên thứ nhất và thứ hai lần lượt là 0,9 và 0,6. Biết rằng kết quả các lần bắn là độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây:

- a) "Cả 2 lần bắn đều trúng đích";
- b) "Cả 2 lần bắn đều không trúng đích";
- c) "Lần bắn thứ nhất trúng đích, lần bắn thứ hai không trúng đích".

D Lời giải.

Gọi A là biến cố "Xạ thủ bắn viên đạn trúng bia lần thứ nhất". Ta có P(A)=0.9 và $P(\bar{A})=0.1$. Gọi B là biến cố "Xạ thủ bắn viên đạn trúng bia lần thứ hai". Ta có P(B)=0.6 và $P(\bar{B})=0.4$. Ta cũng có thể giải bài toán trên bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây như sau:



Theo sơ đồ trên thì:

- a) Xác suất cả 2 lần bắn đều trúng đích là 0,54.
- b) Xác suất cả 2 lần bắn đều không trúng đích là 0,04.
- c) Xác suất lần bắn thứ nhất trúng đích, lần bắn thứ hai không trúng đích là 0,36.

BÁI 22. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố xung khắc với P(A) > 0, P(B) > 0. Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B không độc lập.

Lời giải.

Vì A và B là hai biến cố xung khắc, nghĩa là không thể xảy ra cả hai biến cố đồng thời.

Ta có $P(A \cap B) = 0$.

Nếu A và B độc lập thì: $P(A \cap B) = P(A)P(B) > 0$.

Điều này trái với kết quả vừa chứng minh được ở trên. Vậy nên, hai biến cố A và B không độc lập.

BÁI 23. Một thùng đưng 60 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 60. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong thùng. Xét hai biến cố sau:

A: "Số ghi trên tấm thẻ là ước của 60" và B: "Số ghi trên tấm thẻ là ước của 48".

Chứng tỏ rằng A và B là hai biến cố không độc lập.

Dòi giải.

Ước của 60 là 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60. Suy ra $P(A) = \frac{12}{60} = 0,2.$ Ước của 48 là 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48. Suy ra $P(B) = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}.$

Suy ra $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{30}$

Uớc chung của 60 và 48 là 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Suy ra $P(AB) = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$.

Vì $P(AB) \neq P(A)P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập.

BAI 24. Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi I có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi II có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để

- a) Hai viên bi được lấy có cùng màu xanh;
- b) Hai viên bi được lấy có cùng màu đỏ;

c) Hai viên bi được lấy có cùng màu;

d) Hai viên bi được lấy không cùng màu.

Dèi giải.

- a) Gọi A là biến cố "Lấy được hai viên bi màu xanh".
 - Gọi X là biến cố "Lấy được viên bi màu xanh từ túi thứ nhất" $\Rightarrow P(X) = \frac{3}{10}$

Gọi Y là biến cố "Lấy được viên bi màu xanh từ túi thứ hai" $\Rightarrow P(Y) = \frac{\sigma}{8}$.

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có

$$P(A) = P(X \cdot Y) = P(X) \cdot P(Y) = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{16}.$$

- b) Gọi B là biến cố "Lấy được hai viên bi màu đỏ".
 - Gọi E là biến cố "Lấy được viên bi màu đỏ từ túi thứ nhất" $\Rightarrow P(E) = \frac{7}{10}$ Gọi F là biến cố "Lấy được viên bi màu đỏ từ túi thứ hai" $\Rightarrow P(F) = \frac{3}{8}$.

Ta thấy biến cố E, F là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có

$$P(B) = P(E \cdot F) = P(E) \cdot P(F) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{8} = \frac{21}{80}.$$

c) Gọi C là biến cố "Lấy được hai viên bi cùng màu".

Ta có
$$C = A \cup B \Rightarrow P(C) = P(A) + P(B) = \frac{3}{16} + \frac{21}{80} = \frac{9}{20}.$$

d) Gọi D là biến cố "Lấy được hai viên bi không cùng màu".

Ta có
$$D = \overline{C} \Rightarrow P(D) = 1 - P(C) = 1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$$
.

BÁI 25. Có hai túi mỗi túi đưng 10 quả cầu có cùng kích thước và khối lương được đánh số từ 1 đến 10. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một quả cầu. Tính xác suất để trong hai quả cầu được lấy ra không có quả cầu nào ghi số 1 hoặc ghi số 5. 🗩 Lời giải.

Gọi A là biến cố "Không có quả cầu nào ghi số 1" $\Rightarrow P(A) = \frac{81}{100}$

Gọi B là biến cố "Không có quả cầu nào ghi số 5" $\Rightarrow P(B) = \frac{81}{100}$

Gọi C là biến cố "Không có quả cầu nào ghi số 1 và số 5" $\Rightarrow P(C) = \frac{04}{100}$

Gọi
$$D$$
 là biến cố "Không có quả cầu nào ghi số 1 hoặc ghi số 5". Ta có $P(D) = P(A) + P(B) - P(C) = \frac{81}{100} + \frac{81}{100} - \frac{64}{100} = \frac{49}{50}$.

BÀI 26. Trong đợt kiểm tra cuối học kì II lớp 11 của các trường trung học phổ thông, thống kê cho thấy có 93% học sinh tỉnh X đạt yêu cầu; 87% học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X và một học sinh của tỉnh Y. Giả thiết rằng chất lượng học tập của hai tỉnh là độc lập. Tính xác suất để

- a) Cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu;
- b) Cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu;
- c) Chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu;
- d) Có it nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu.

🗩 Lời giải.

- a) Gọi A là biến cố "Hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu".
 - Gọi X là biến cố "Học sinh tỉnh X đạt yêu cầu" $\Rightarrow P(X) = 0.93$.

Gọi Y là biến cố "Học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu" $\Rightarrow P(Y) = 0.87$.

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có

$$P(A) = P(X \cdot Y) = P(X) \cdot P(Y) = 0.93 \cdot 0.87 = 0.8091.$$

- b) Gọi B là biến cố "Hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu". Ta có $B = \overline{X} \cdot \overline{Y} \Rightarrow P(B) = P(\overline{X} \cdot \overline{Y}) = P(\overline{X}) \cdot P(\overline{Y}) = (1 - 0.93) \cdot (1 - 0.87) = 0.0091.$
- c) Gọi C là biến cố "Có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu". Ta có

$$\begin{array}{ll} C & = & (X \cdot \overline{Y}) \cup (\overline{X} \cdot Y) \\ \Rightarrow & P(C) = P((X \cdot \overline{Y}) \cup (\overline{X} \cdot Y)) = P(X) \cdot P(\overline{Y}) + P(\overline{X}) \cdot P(Y) \\ = & 0.93 \cdot (1 - 0.87) + (1 - 0.93) \cdot 0.87 = 0.1818. \end{array}$$

d) Goi D là biến cố "Có ít nhất một trong hai học sinh được chon đạt yêu cầu".

Ta có
$$D = \overline{B} \Rightarrow P(D) = P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,0091 = 0,9909.$$

BÁI 27. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,8 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,1 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Anh Lâm tiếp xúc với 1 người bệnh hai lần, trong đó có một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Lâm bi lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó.

Lời giải.

Xác suất truyền bệnh tiếp xúc với người bệnh không đeo khẩu trang là P(A) = 0.8.

Xác suất truyền bệnh tiếp xúc với người bệnh có đeo khẩu trang là P(B) = 0.1.

Xác suất anh Lâm tiếp xúc với 1 người bệnh hai lần, trong đó có một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang là $P(AB) = P(A)P(B) = 0.8 \cdot 0.1 = 0.08.$

BÀI TẬP TRẮC NGHIÊM TỔNG HỢP

CÂU 1. Một hộp đựng 20 tấm thẻ cùng loại đánh số từ 1 đến 20. rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi A là biến cố "Rút được tấm thẻ ghi số chẵn lớn hơn 9", B là biến cố "Rút được tấm thẻ ghi số không nhỏ hơn 8 và không lớn hơn 15". Số phần tử của $A \cup B$ là







(**D**) 13.

P Lời giải.

 $A = \{10; 12; 14; 16; 18; 20\}; B = \{8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}.$

Suy ra $A \cup B = \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 20\}.$

Vậy $A \cup B$ có 11 phần tử.

Chọn đáp án (A)

CÂU 2. Một hộp đựng 20 tấm thẻ cùng loại đánh số từ 1 đến 20. rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi A là biến cố "Rút được tấm thẻ ghi số chẵn lớn hơn 9", B là biến cố "Rút được tấm thẻ ghi số không nhỏ hơn 8 và không lớn hơn 15". Số phần tử của AB là



(C) 3.

Dòi giải.

 $A = \{10; 12; 14; 16; 18; 20\}; B = \{8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}.$

Suy ra $A \cap B = \{10, 12, 14\}.$

Vậy AB có 3 phần tử.

Chon đáp án (C)

CÂU 3. Tại một hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học, trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người trong hội thảo. Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp là

50

🗩 Lời giải.

Gọi biến cố A "Người được chọn thành thạo tiếng An".

Biến cố B "Người được chọn thành thạo tiếng Pháp".

Biến cố $A \cup B$ "Người được chọn thông thạo tiếng Anh hoặc tiếng Pháp"

Biến cố AB "Người được chọn thông thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp". Khi đó

$$P(A) = \frac{31}{50}$$
; $P(B) = \frac{21}{50}$; $P(AB) = \frac{5}{50}$.

Do đó, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{31}{50} + \frac{21}{50} - \frac{5}{50} = \frac{47}{50}$

Chọn đáp án (A)

CÂU 4. Tại một hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học, trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người trong hội thảo. Xác suất để

 $\bigcirc \frac{11}{50}$.

Dòi giải.

Gọi biến cố C "Người được chọn không th
ạo cả hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp". Ta thấy, C và
 $A \cup B$ là hai biến cố đối nhau. Do đó,

 $P(C) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{47}{50} = \frac{3}{50}.$

Chọn đáp án (B)

CÂU 5. Một lớp có 40 học sinh, trông đó có 23 học sinh thích bóng chuyền, 18 học sinh thích bóng rổ, 26 học sinh thích bóng chuyền hoặc bóng rổ hoặc cả hai. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Xác suất để chọn được học sinh không thích cả bóng chuyền và bóng rổ là

(A) $\overline{40}$

🗩 Lời giải.

Goi biến cố A "Học sinh được chọn thích bóng chuyển".

Biến cố B "Học sinh được chọn thích bóng rổ". Khi đó, ta có

$$P(A) = \frac{23}{40}$$
; $P(B) = \frac{18}{40}$; $P(A \cup B) = \frac{26}{40}$.

Suy ra xác suất để chọn được học sinh không thích cả bóng chuyền và bóng rổ là

$$P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{26}{40} = \frac{14}{40}.$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 6. Một lớp có 40 học sinh, trông đó có 23 học sinh thích bóng chuyền, 18 học sinh thích bóng rổ, 26 học sinh thích bóng chuyền hoặc bóng rổ hoặc cả hai. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Xác suất để chọn được học sinh thích bóng chuyền và không thích bóng rổ là

 $igatharpoonup rac{7}{40}.$ $m{\mathcal{D}}$ Lời giải.

B $\frac{9}{40}$.

 $\frac{8}{40}$.

 $\bigcirc \frac{11}{40}$

Gọi biến cố A "Học sinh được chọn thích bóng chuyển".

Biến cố B "Học sinh được chọn thích bóng rỗ". Khi đó, ta có

$$n(A) = 23$$
; $n(B) = 18$; $n(A \cup B) = 26 \Rightarrow n(AB) = 23 + 18 - 26 = 15$.

Suy ra $n(A\bar{B}) = 23 - 15 = 8$. Vậy xác suất để chọn được học sinh thích bóng chuyền và không thích bóng rổ là

$$P(A\bar{B}) = \frac{8}{40}.$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 7. Gieo 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tích số chấm xuất hiện là số lẻ". Biến cố nào sau đâyxung khắc với biến cố A?

(A) "Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm".

(B) "Tổng số chấm xuất hiện là số lẻ".

(C) "Xuất hiện ít nhất một mặt có số chấm là số lẻ".

(D) "Xuất hiện hai mặt có số chấm khác nhau".

Lời giải.

Biến cố A: "Tích số chấm xuất hiện là số lẻ" tức là cả hai mặt xuất hiện đều là lẻ.

Biến cố B: "Tổng số chấm xuất hiện là số lẻ" tức là một mặt là lẻ và một mặt là chắn.

Suy ra $A \cap B = \emptyset$. Vậy A và B là hai biến cố xung khắc.

Chon đáp án (B)

CÂU 8. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết P(A)=0,4 và P(B)=0,5. Xác suất của biến cố $A\cup B$ là

(A) 0.9.

 $(\mathbf{D}) 0.2.$

Dòi giải.

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.4 + 0.5 - 0.4 \cdot 0.5 = 0.7$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 9. Gieo 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5" là

 $\frac{6}{36}$

 \bigcirc $\frac{1}{\epsilon}$.

 $\frac{7}{36}$.

 $\bigcirc \frac{2}{0}$.

🗩 Lời giải.

Ta có $n(Ω) = 6^2 = 36$.

Gọi biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5" nên

 $A = \{(1;4), (4;1)(2;3), (3;2)(4;6), (6;4), (5;5)\} \Rightarrow n(A) = 7.$

Vậy $P(A) = \frac{1}{36}$

Chon đáp án (C)

CÂU 10. Lấy ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ một hộp chứa 5 quả bóng xanh và 4 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Xác suất của biến cố "Hai bóng lấy ra có cùng màu" là

 $\frac{1}{9}$.

 $\bigcirc \frac{5}{0}$.

🗩 Lời giải.

Ta có $n(Ω) = C_9^2 = 36$.

$$n(A) = C_5^2 + C_4^2 = 16$$

 $n(A) = C_5^2 + C_4^2 = 16.$ Vây $P(A) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}.$

Chọn đáp án (C)

CÂU 11. Chọn ngẫu nhiên 2 đỉnh của một hình bát giác đều nội tiếp trong đường tròn tâm O bán kính R. Xác suất để khoảng cách giữa hai đỉnh đó bằng $R\sqrt{2}$ là

$$\mathbf{B} \frac{3}{7}$$

$$\bigcirc \frac{4}{7}$$
.

$$\bigcirc \frac{5}{56}$$
.

🗩 Lời giải.

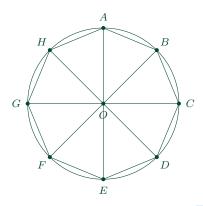
Gọi X là biến cố: "Chọn được 2 đỉnh mà khoảng cách giữa hai đỉnh đó bằng $R\sqrt{2}$ ". Ta có $n(\Omega)={\rm C_8^2}=28$.

$$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \widehat{DOE} = \widehat{EOF} = \widehat{FOG} = \widehat{GOH} = \widehat{HOA} = 45^{\circ}.$$

Xét tam giác AOC vuông cân tại O có $OA = OC = R \Rightarrow AC = R\sqrt{2}$.

Tương tự ta có $X = \{AC, BD, CE, DF, EG, FH, GA, HB\} \Rightarrow n(X) = 8.$

Vậy
$$P(X) = \frac{8}{28} = \frac{2}{7}$$
.



Chọn đáp án $\stackrel{f A}{f A}$

L. BÀI TẬP TỰ LUẬN

BÀI 28. Hai vận động viên bắn súng A và B mỗi người bắn một viên vào tấm bia một các độc lập. Xét các biến cố sau M: "Vận động viên A bắn trúng vòng 10"; N: "Vận động viên B bắn trúng vòng 10". Hãy biểu diễn các biến cố sau theo biến cố M và N.

- ❷ C: "Có ít nhất một vận động viên bắn trúng vòng 10";
- ⊘ D: "Cả hai vận động viên bắn trúng vòng 10";
- ❷ E: "Cả hai vận động viên đều không bắn trúng vòng 10";
- \bigcirc F: "Vận động viên A bắn trúng và vận động viên B không bắn trúng vòng 10";
- Θ G: "Chỉ có duy nhất một vận động viên bắn trúng vòng 10".

🗩 Lời giải.

- $\bigcirc C = A \cup B;$
- $\bigcirc D = A \cap B;$
- \odot $E = \bar{A} \cap \bar{B}$;
- \odot $F = A \cap \bar{B}$;
- $\bigcirc G = A\bar{B} \cup \bar{A}B.$

BAI 29. Một đoàn khách du lịch gồm 31 người, trong đó có 7 người đến từ Hà Nội, 5 người đến từ Hải Phòng. Chọn ngẫu nhiên một người trong đoàn. Tính xác suất để người đó đến từ Hà Nội hoặc đến từ Hải Phòng.

🗩 Lời giải.

Gọi biến cố A "Người được chọn đến từ Hà Nội".

Biến cố B "Người được chon đến từ Hải Phòng".

Khi đó, ta có

$$P(A) = \frac{7}{31}; \ P(B) = \frac{5}{31}.$$

Vì A và B là hai biến cố độc lập, do đó xác suất để người được chọn đến từ Hà Nội hoặc Hải Phòng là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{7}{31} + \frac{5}{31} = \frac{12}{31}.$$

BÀI 30. Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất liên tiếp hai lần. Xét các biến cố sau

- ❷ A: "Ở lần gieo thứ nhất, số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1";
- ❷ B: "Ở lần gieo thứ hai số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2";

- \bigcirc C: "Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở hai lần gieo là 8";
- \bigcirc D: "Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở hai lần gieo là 7".

Chứng tỏ các cặp biến cố A và C; B và C; C và D không độc lập.

Dèi giải.

Ta có

- Θ $A = \{(1;1); (1;2); (1;3); (1;4); (1;5); (1;6)\};$
- Θ $B = \{(1; 2); (2; 2); (3; 2); (4; 2); (5; 2); (6; 2)\};$
- \bigcirc $C = \{(2;6); (6;2); (3;5); (5;3); (4;4)\};$
- $\bigcirc D = \{(1;6); (6;1); (2;5); (5;2); (3;4); (4;3)\}.$

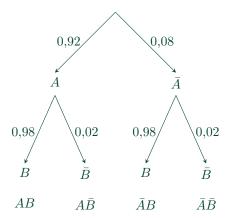
Khi đó, ta dễ dàng thấy nếu A xảy ra thì C không xảy ra, B xảy ra thì C chưa chắc xảy ra và nếu C xảy ra thì D sẽ không xảy ra dó đó, các cặp biến cố A và C; B và C; C và D là không độc lập.

BÀI 31. Hai chuyến bay của hai hãng hàng không X và Y, hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để chuyến bay của hãng X và hãng Y khởi hành đúng giờ tương ứng là 0,92 và 0,98. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để

- ❷ Cả hai chuyến khởi hành đúng giờ;
- ❷ Chỉ có duy nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ;
- ❷ Có ít nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ

P Lời giải.

Gọi biến cố A "Hãng X khởi hành đúng giờ", biến cố B "Hãng Y khởi hành đúng giờ". Khi đó, ta có sơ đồ hình cây



Theo sơ đồ hình cây ta có

❷ Xác xuất để "Cả hai chuyến khởi hành đúng giờ" là

$$P(AB) = 0.92 \cdot 0.98 = 0.9016.$$

❷ Xác suất để "Có duy nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ" là

$$P(A\bar{B} \cup \bar{A}B) = 0.92 \cdot 0.02 + 0.98 \cdot 0.08 = 0.096.$$

❷ Xác suất để "Có ít nhất một trong hai chuyến khởi hành đúng giờ" là

$$P = 1 - P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - 0.08 \cdot 0.02 = 0.9984.$$

BÀI 32. Cho A và B là hai biến cố thoả mãn P(A) = 0.5; P(B) = 0.7 và $P(A \cup B) = 0.8$.

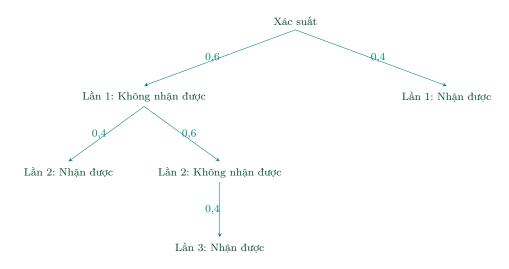
- a) Tính xác suất của các biến cố $AB, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.
- b) Hai biến cố A và B có độc lập hay không?

Dèi giải.

- a) Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) P(AB)$ $\Rightarrow P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0, 5 + 0, 7 - 0, 8 = 0, 4.$ $P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0, 5 \cdot 0, 7 = 0, 35.$ $P\bar{A}\bar{B} = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0, 5 \cdot 0, 3 = 0, 15.$
- b) Vì $P(AB) = 0, 4 \neq 0, 35 = P(A) \cdot P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập.

BÀI 33. Vệ tinh A lần lượt truyền một tin đến vệ tinh B cho đến khi vệ tinh B phản hồi là đã nhận được. Biết khả năng vệ tinh B phản hồi đã nhận được tin ở mỗi lần A gửi là độc lập với nhau và xác suất phản hồi mỗi lần đều là 0,4. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất vệ tinh A phải gửi tin không quá 3 lần.

🗩 Lời giải.



Vậy xác suất để vệ tinh A phải gửi tin không quá 3 lần là 0.4 + 0.24 + 0.144 = 0.784.

BÀI 34. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố: "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 6".

🗩 Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6^2 = 36$.

Xét biến cố A:"Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 6".

Ta có

 $A = \{(1;6), (2;3), (2;6), (3;2), (3;4), (3;6), (4;3), (4;6), (5;6), (6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5), (6;6)\} \\ \Rightarrow n(A) = 15$

Vây $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{36}$.

BÀI 35. Một hộp có 5 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ và 4 quả bóng vàng có kích thước và khối lượng như nhau. Chọn ra ngẫu nhiên từ hộp 4 quả bóng. Tính xác suất của các biến cố:

A:"Cả 4 quả bóng lấy ra có cùng màu";

B:"Trong 4 quả lấy ra có đủ 3 màu".

Lời giải.

Xét phép thử: "Chọn ra ngẫu nhiên từ hộp 4 quả bóng từ một hộp chứa 15 quả bóng".

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^4 = 1365$.

*) Xét biến cố: A:"

l
q'Cả 4 quả bóng lấy ra có cùng màu". Xét ba trường hợp sau:

- \bigcirc 4 quả lấy ra cùng màu xanh có C_5^4 cách.
- \bigcirc 4 quả lấy ra cùng màu đỏ có C_6^4 cách.
- \bigcirc 4 quả lấy ra cùng màu vàng có C_4^4 cách.

Theo quy tắc cộng ,
ta có $n(A) = C_5^4 + C_6^4 + C_6^4 = 21$ cách.

Vậy xác suất để cả 4 quả bóng lấy ra có cùng màu là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{65}$.

- *) Xét biến cố: B:"Trong 4 quả lấy ra có đủ 3 màu". Xét ba trường hợp sau:
 - \odot 2 quả màu xanh, 1 quả màu đỏ, 1 quả màu vàng có $C_5^2 \cdot C_6^1 \cdot C_4^1 = 240$ cách.
 - \odot 1 quả màu xanh, 2 quả màu đỏ, 1 quả màu vàng có $C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_4^1 = 300$ cách.

 \odot 1 quả màu xanh, 1 quả màu đỏ, 2 quả màu vàng có $C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_4^2 = 180$ cách.

Theo quy tắc cộng ,ta có n(A)=240+300+180=720 cách.

Vậy xác suất để cả 4 quả bóng lấy ra có đủ cả ba màu là:
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{91}$$
.

BÀI 36. Cường, Trọng và 6 bạn nữ xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất của biến cố: "Có ít nhất một trong hai bạn Cường và Trọng đứng ở đầu hàng"

🗩 Lời giải.

Xét phép thử xếp ngẫu nhiên 8 bạn, ta có số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 8!$

Gọi A là biến cố: "Có ít nhất một trong hai bạn Cường và Trọng đứng ở đầu hàng"

- $\Rightarrow \overline{\mathbf{A}}$ là biến cố không có ai trong hai bạn Cường và Trọng đứng ở đầu hàng"
 - igodown Chọn 2 trong 6 bạn xếp đầu hàng có A_6^2 cách xếp Cường và Trọng đứng ở đầu hàng
 - ❷ Xếp 4 bạn còn lại và hai bạn Cường và Trọng có 6! cách.

Suy ra số cách xếp cả hai bạn Cường và Trọng không đứng ở đầu hàng là: $n(\overline{A}) = A_6^2.6!$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{28}$$
.

BÀI 37. Chọn ngẫu nhiên 3 trong 24 đỉnh của đa giấc đều 24 cạnh. Tính xác suất của biến cố: "3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông".

🗩 Lời giải.

Đa giác đều 24 cạnh có 24 đỉnh.

Chọn 3 đỉnh trong 24 thì số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{24}^3$.

Gọi A là biến cố "3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông"

Ta có đa giác đều 24 đỉnh nội tiếp đường tròn có 12 đường chéo đi qua tâm. Xét hai trường hợp:

- ☑ Trường hợp 1: 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một một tam giác vuông hoặc cân.
 - +) Chọn 1 đường kính có 12 cách.
 - +) Chọn 1 đỉnh trong 22 đỉnh còn lại có 22 cách.

Vậy trường hợp này có 12.22 = 264 (tam giác vuông hoặc cân).

- $\ensuremath{ \bigodot}$ Trường hợp 2: 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân
 - +) Chọn 1 đỉnh trong 2 đỉnh của 1 đường kính có 2 cách.
 - +) Mỗi đường kính chia đa giác thành hai miền, mỗi miền có 11 đỉnh.
 - +) Chọn 1 đỉnh thuộc miền thứ nhất thì tương ứng có 1 đỉnh thuộc miền thứ hai để 3 đỉnh được lập thành tam giác cân

Vậy trường hợp này có 12.2.11 = 264 (tam giác cân)

Suy ra
$$n(A) = 528$$
. Vậy Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{23}$.

BÀI 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số. Tính xác suất của các biến cố:

A: "Số được chọn chia hết cho 2 hoặc 7."

B: "Số được chọn có tổng các chữ số là số chẳn".

Dèi giải.

Số tự nhiên của 3 chữ số có dạng $x = \overline{abc}$, với $a \neq 0$; $a, b, c \in \{0; 1; 2; \dots; 9\}$

- +) a có 9 cách chọn.
- +) b có 10 cách chọn.
- +) c có 10 cách chọn.

Khi đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9.10.10 = 900$ (số).

Xét biến cố: A: "Số được chọn chia hết cho 2 hoặc 7."

Số được chọn chia hết cho 2.

Khi đó ta có thêm điều kiện $c \in \{0; 2; 4; 6; 8\} \Rightarrow c$ có 5 cách chọn.

- +) a có 9 cách chọn.
- +) b có 10 cách chọn.

Suy ra trường hợp này có 5.9.10 = 450 (số)

Số được chọn chia hết cho 7 Khi đó để x : 7 thì (c+3b+2a) : 7 Suy ra $x \in \{112; 119; \cdots 994\}$ và trường hợp này có $\frac{994-112}{7}+1=127$ (số).

Theo quy tắc cộng, ta có: n(A) = 450 + 127 = 577 (số).

Vậy
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{577}{900}$$
.



BÀI 39. Cho hai giống cá kiếm mắt đen thuần chủng và mắt đỏ thuần chủng giao phối với nhau được F1 toàn cá kiếm mắt đen. Lại cho cá F1 giao phối với nhau lại được cá con mới. Chọn ra ngẫu nhiên 2 con trong đàn cá con mới. Ước lượng xác suất của biến cố: "Có ít nhất 1 con cá mắt đen trong 2 con cá đó."

Lời giải.

Vì F1 toàn cá kiếm mắt đen nên mắt đen là tính trạng trội, mắt đỏ là tính trạng lặn. Gọi A, a lần lượt là gen mang tính trạng trội và lặn.

Vậy đàn cá con mới gồm 3 con mắt đen và 1 con mắt đỏ. Do đó xác suất để chọn được ít nhất 1 con cá mắt đen là 100%

