

QUICK NOTE

3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

ĐỊNH NGHĨA 1.3. Cho $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Khi đó tích vô hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} được tính theo công thức sau $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$.

Nhận xét

- ☉ Hai vectơ \vec{a} và \vec{b} vuông góc với nhau khi và chỉ khi $a_1b_1 + a_2b_2 = 0$.
- ☉ Bình phương vô hướng của $\vec{a}(a_1; a_2)$ là $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2$.
Suy ra độ dài của \vec{a} bằng $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.
- ☉ Với hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ thì $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$ và khoảng cách giữa hai điểm A, B là $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
- ☉ Nếu $\vec{a} \neq \vec{0}$ và $\vec{b} \neq \vec{0}$ thì $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$.

B. CÁC VÍ DỤ

VÍ DỤ 1. Viết tọa độ các vectơ sau $\vec{a} = 3\vec{i} + 7\vec{j}$; $\vec{b} = \sqrt{2}\vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{c} = \frac{3}{4}\vec{i}$; $\vec{d} = \pi\vec{j}$.

VÍ DỤ 2. Viết vectơ \vec{u} dưới dạng $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ khi biết tọa độ của \vec{u} là $(5; 3)$, $(2; -1)$, $(4; 0)$, $(0; -\sqrt{3})$, $(0; 0)$.

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = (1; 2)$, $\vec{v} = (-3; 4)$, $\vec{a} = (4; 8)$

- a) Hãy biểu thị mỗi vectơ \vec{u} , \vec{v} , \vec{a} theo các vectơ \vec{i} , \vec{j} .
- b) Tìm tọa độ $\vec{u} + \vec{v}$, $2\vec{u}$.
- c) Tìm mối liên hệ giữa vectơ \vec{a} và \vec{u} .

VÍ DỤ 4. Cho $\vec{u} = (2; -1)$, $\vec{v} = (4; 5)$. Tính tọa độ các vectơ $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $3\vec{u}$, $5\vec{u} - 4\vec{v}$.

VÍ DỤ 5. Cho tam giác ABC có $A(-5; 6)$, $B(-4; -1)$, $C(4; 3)$.

- a) Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AC .
- b) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

VÍ DỤ 6. Cho tam giác ABC biết $A(1; -1)$, $B(0; 3)$ và $G\left(\frac{1}{3}; 3\right)$ là trọng tâm. Tìm tọa độ điểm C .

VÍ DỤ 7. Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (3; -1)$. Hãy phân tích vectơ $\vec{c} = (-1; 5)$ theo hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

VÍ DỤ 8. Cho ba điểm $A(1; -1)$, $B(3; 5)$, $C(2; 2)$.

- a) Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng.
- b) Tìm tọa độ điểm D trên Ox sao cho A, B, D thẳng hàng.

VÍ DỤ 9. Cho $A(1; 2)$, $B(-2; 1)$, $C(2; -1)$.

- a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A .
- b) Tính diện tích tam giác ABC .

VÍ DỤ 10. Cho các vectơ $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j}$. Tìm góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

VÍ DỤ 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; 3)$ và $B(3; -1)$. Tính góc giữa đường thẳng OA và AB .

VÍ DỤ 12. Cho tam giác ABC có $A(2; 4)$, $B(2; -2)$, $C(-4; 1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

BÀI 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các vectơ $\vec{a} = (3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tính $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$.

BÀI 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; -1)$, $\vec{b} = (0; 4)$ và $\vec{c} = (3; 3)$. Tìm hai số thực m, n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} - n\vec{b}$.

BÀI 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(-2; 3)$, $B(1; 2)$, $C(-1; -4)$.

- Tìm tọa độ điểm G là trọng tâm tam giác ABC . Tính chu vi tam giác ABC .
- Tìm tọa độ điểm K thuộc đoạn thẳng BC sao cho $2KB = 3KC$.

BÀI 4. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1; 3)$, $B(-4; -5)$ và $C(1; -2)$.

- Chứng tỏ A, B, C là ba đỉnh của một tam giác và tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .
- Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho $|2\vec{MA} + \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

BÀI 5. Trong mặt phẳng Oxy cho ba điểm $A(3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(6; 3)$. Tìm tọa độ điểm N thỏa mãn $2\vec{NB} + \vec{NC} - \vec{NA} = \vec{0}$.

BÀI 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $M(-1; 1)$, $N(1; 3)$, $P(-2; 5)$. Tìm tọa độ điểm E biết $\vec{PE} = 2\vec{MN}$.

BÀI 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; 1)$, $B(2; 3)$, $C(5; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

BÀI 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho $M(3; -1)$, $N(1; 2)$ và $P(2; -4)$.

- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác MNP và tọa độ điểm Q sao cho tứ giác $MNGQ$ là hình bình hành.
- Tam giác ABC nhận các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA . Tìm tọa độ các điểm A, B, C .

BÀI 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-3; 5)$, $B(-4; -3)$, $C(1; 1)$.

- Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- Tìm tọa độ điểm K thuộc trục hoành sao cho $KA + KB$ nhỏ nhất.

BÀI 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tính góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} trong mỗi trường hợp sau:

- $\vec{a} = (4; 3)$, $\vec{b} = (1; 7)$;
- $\vec{a} = (2; 5)$, $\vec{b} = (3; -7)$;
- $\vec{a} = (6; -8)$, $\vec{b} = (12; 9)$;
- $\vec{a} = (2; -6)$, $\vec{b} = (-3; 9)$.

BÀI 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$ và $\vec{v} = (k; -4)$. Tìm k để \vec{u} vuông góc với \vec{v} .

BÀI 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vectơ $\vec{u} = (4; 1)$, $\vec{v} = (1; 4)$ và $\vec{a} = \vec{u} + m \cdot \vec{v}$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để \vec{a} vuông góc với trục hoành.

BÀI 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 4)$ và $B(8; 4)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho tam giác ABC vuông tại C .

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Trong hệ tọa độ Oxy , biết $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$. Khi đó \vec{u} có tọa độ là
☐ A $(2; -1)$. ☐ B $(2; 1)$. ☐ C $(1; 2)$. ☐ D $(1; -2)$.

CÂU 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ của \vec{i} là bao nhiêu?
☐ A $\vec{i} = (0; 1)$. ☐ B $\vec{i} = (-1; 0)$. ☐ C $\vec{i} = (0; 0)$. ☐ D $\vec{i} = (1; 0)$.

CÂU 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(1; 3)$, $B(2; -5)$. Tìm tọa độ của vectơ \vec{AB} .
☐ A $\vec{AB} = (2; -15)$. ☐ B $\vec{AB} = (3; -2)$. ☐ C $\vec{AB} = (-1; 8)$. ☐ D $\vec{AB} = (1; -8)$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; 3)$, $B(2; -3)$, $C(-2; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $5\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = 4\overrightarrow{MC}$.

- (A) $M(3; 17)$. (B) $M(-3; -17)$. (C) $M(-9; -17)$. (D) $M(9; 17)$.

CÂU 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , biết $B(9; 7)$, $C(11; -1)$ và $M(1; 2)$ là trung điểm của AB . Tìm tọa độ trung điểm N của AC .

- (A) $N(2; -2)$. (B) $N(-2; 8)$. (C) $N(-2; 2)$. (D) $N(2; -8)$.

CÂU 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(0; 3)$, $B(4; 2)$. Tìm tọa độ điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{OD} - 2\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$.

- (A) $(-8; 2)$. (B) $(2; \frac{5}{2})$. (C) $(-3; 3)$. (D) $(8; -2)$.

CÂU 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2; 3)$, $B(2; -5)$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Vectơ \overrightarrow{AI} có tọa độ là

- (A) $(1; -3)$. (B) $(0; 5)$. (C) $(0; -2)$. (D) $(0; -4)$.

CÂU 8. Cho $A(1; 2)$ và $I(3; 4)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tọa độ của đỉnh B là

- (A) $(6; 5)$. (B) $(3; 2)$. (C) $(2; 3)$. (D) $(5; 6)$.

CÂU 9. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $G(2; -2)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC .

- (A) $C(8; -11)$. (B) $C(8; 11)$. (C) $C(-8; -11)$. (D) $C(12; 11)$.

CÂU 10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $B(-2; 3)$ và $C(3; -2)$. Điểm $I(a; b)$ thuộc BC sao cho với mọi điểm M không nằm trên đường thẳng BC thì $\overrightarrow{MI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{MB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{MC}$. Tính $S = a^2 + b^2$.

- (A) 1. (B) 0. (C) 4. (D) 5.

CÂU 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -1)$ và $\vec{b} = (3; 4)$. Tính tọa độ vectơ $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

- (A) $\vec{c} = (3; 3)$. (B) $\vec{c} = (2; 7)$. (C) $\vec{c} = (2; 1)$. (D) $\vec{c} = (6; 3)$.

CÂU 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; -2)$, $B(0; -1)$, $C(3; 0)$. Tìm tọa độ điểm G sao cho với điểm M bất kì ta luôn có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

- (A) $G(\frac{4}{3}; -2)$. (B) $G(\frac{5}{3}; -1)$. (C) $G(\frac{7}{3}; -2)$. (D) $G(\frac{4}{3}; -1)$.

CÂU 13. Cho ba điểm $A(2; 5)$, $B(1; 1)$, $C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

- (A) $E(-2; -3)$. (B) $E(3; -3)$. (C) $E(-3; 3)$. (D) $E(-3; -3)$.

CÂU 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tìm tọa độ của điểm P .

- (A) $P(0; 2)$. (B) $P(0; 10)$. (C) $P(0; 4)$. (D) $P(2; 0)$.

CÂU 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A , B , M thẳng hàng với $A(2; -3)$ và $B(3; 4)$.

- (A) $(1; 0)$. (B) $(\frac{17}{7}; 0)$. (C) $(-\frac{5}{3}; 0)$. (D) $(4; 0)$.

CÂU 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (-1; 2)$ và $\vec{b} = (0; -2)$. Xác định tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

- (A) $(-1; 0)$. (B) $(2; 1)$. (C) $(-1; 4)$. (D) $(0; -4)$.

CÂU 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; -4)$ và $B(-4; 2)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- (A) $I(-2; -2)$. (B) $I(-1; -1)$. (C) $I(2; 2)$. (D) $I(1; 1)$.

CÂU 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; 3)$, $B(4; 2)$, $C(-2; 0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- (A) $G(5; 5)$. (B) $G(\frac{3}{2}; \frac{5}{2})$. (C) $G(1; \frac{5}{3})$. (D) $G(1; \frac{1}{3})$.

CÂU 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 2)$ và $B(3; 7)$. Tọa độ của \overrightarrow{AB} là

- (A) $(2; -1)$. (B) $(2; 1)$. (C) $(4; -3)$. (D) $(2; 5)$.

CÂU 20. Trong mặt phẳng với Oxy , cho ba điểm $A(1; 3)$, $B(-1; 2)$, $C(-2; 1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ là

- (A) $(-5; -3)$. (B) $(1; 1)$. (C) $(-1; 2)$. (D) $(4; 0)$.

QUICK NOTE

- CÂU 21.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Biết $A(1; -1)$, $B(5; -3)$ và $C \in Oy$, trọng tâm $G \in Ox$. Tọa độ điểm C là
 (A) $(0; 2)$. (B) $(2; 0)$. (C) $(0; -4)$. (D) $(0; 4)$.
- CÂU 22.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{OA} = (1; 2)$ và $\vec{OB} = (2; 1)$, biết $\vec{MA} = 2\vec{MB}$. Khi đó độ dài vectơ \vec{OM} là
 (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.
- CÂU 23.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 1)$, $\vec{b} = (1; -3)$ và $\vec{c} = (0; 2)$. Tính tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.
 (A) $\vec{u} = (-1; 6)$. (B) $\vec{u} = (3; 0)$. (C) $\vec{u} = (-1; 0)$. (D) $\vec{u} = (3; 6)$.
- CÂU 24.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(-3; 2)$, $J(-1; 3)$, $K(4; -3)$. Tìm tọa độ điểm L để tứ giác $IJKL$ là hình bình hành.
 (A) $L(2; -4)$. (B) $L(0; 2)$. (C) $L(6; -2)$. (D) $L(-8; 8)$.
- CÂU 25.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trọng tâm $G(0; 7)$, $A(-1; 4)$, $B(2; 5)$. Tìm tọa độ đỉnh C .
 (A) $(1; 12)$. (B) $(-1; 12)$. (C) $(3; 1)$. (D) $(2; 12)$.
- CÂU 26.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (m; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1)$. Tìm các giá trị của m để hai vectơ \vec{a} và \vec{b} cùng phương.
 (A) $m = -6$. (B) $m = 12$. (C) $m = \frac{3}{4}$. (D) $m = \frac{1}{4}$.
- CÂU 27.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(3; 4)$, $B(4; 1)$, $C(2; -3)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
 (A) $(3; \frac{2}{3})$. (B) $(7; 2)$. (C) $(9; 2)$. (D) $(-1; 1)$.
- CÂU 28.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $E(3; -2)$, $F(-1; -3)$. Tìm tọa độ điểm G thuộc trục hoành sao cho G thuộc đường thẳng EF .
 (A) $G(-\frac{11}{5}; 0)$. (B) $G(11; 0)$. (C) $G(0; -\frac{11}{4})$. (D) $G(0; -\frac{11}{2})$.
- CÂU 29.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(1; -5)$, $B(2; 3)$, $C(-3; 3)$. Tọa độ tâm I của hình bình hành là
 (A) $(1; 1)$. (B) $(-1; 1)$. (C) $(1; -1)$. (D) $(-1; -1)$.
- CÂU 30.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 3)$, $I(1; -2)$. Xác định tọa độ điểm B để I là trung điểm của AB .
 (A) $(0; -7)$. (B) $(\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$. (C) $(1; 2)$. (D) $(-2; 1)$.
- CÂU 31.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác $\triangle ABC$ có $M(1; 0)$, $N(2; 2)$, $P(-1; 3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB . Tọa độ của đỉnh A là
 (A) $(4; -1)$. (B) $(0; 1)$. (C) $(0; 5)$. (D) $(-2; 1)$.
- CÂU 32.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; -2)$, $B(0; 4)$, $C(4; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $\vec{CM} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$.
 (A) $(7; 27)$. (B) $(11; 30)$. (C) $(-7; 0)$. (D) $(15; 6)$.
- CÂU 33.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có $A(1; -2)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -2)$ sao cho $S_{ABN} = 3S_{ANC}$ là
 (A) $N(\frac{1}{4}; \frac{3}{4})$. (B) $N(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4})$. (C) $N(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$. (D) $N(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$.
- CÂU 34.** Cho hai vectơ $\vec{a} = (3; 2)$, $\vec{b} = (-2; 4)$. Hãy chọn khẳng định đúng.
 (A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$. (B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-6; 8)$. (C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -14$. (D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$.
- CÂU 35.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
 (A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -30$. (B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. (C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$. (D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 43$.
- CÂU 36.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (4; 3)$ và $\vec{c} = (2; 3)$. Giá trị của biểu thức $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ bằng bao nhiêu?
 (A) 18. (B) 0. (C) 28. (D) 2.
- CÂU 37.** Cho $A(1; 2)$, $B(-1; 1)$ và $C(5; -1)$. Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
 (A) 7. (B) 5. (C) -7. (D) -5.

QUICK NOTE

CÂU 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(2; 10)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB}$.

- (A) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -4$. (B) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$. (C) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$. (D) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 16$.

CÂU 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; -1)$ và $\vec{b} = (4; -3)$. Tính cosin của góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

- (A) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.
(C) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

CÂU 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; 5)$ và $\vec{b} = (3; -7)$. Tính (\vec{a}, \vec{b}) .

- (A) 90° . (B) 120° . (C) 135° . (D) 45° .

CÂU 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; 3)$ và $\vec{b} = (4; 1)$. Tìm vectơ \vec{d} biết $\vec{a} \cdot \vec{d} = 4$ và $\vec{b} \cdot \vec{d} = -2$.

- (A) $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$. (B) $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$. (C) $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$. (D) $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$.

CÂU 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1; -1)$, $B(3; 1)$, $C(6; 0)$. Tính $\cos \widehat{B}$.

- (A) $\cos \widehat{B} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. (D) $\cos \widehat{B} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

CÂU 43. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; -1)$, $B(4; 2)$ và $C(4; -2)$. Hỏi góc \widehat{ABC} có số đo độ bằng bao nhiêu?

- (A) 30° . (B) 45° . (C) 60° . (D) 90° .

CÂU 44. Cho $\vec{u} = (1; -2)$, $\vec{v} = (-2; 1)$. Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$. (B) $|\vec{u}| = |\vec{v}|$. (C) $|\vec{u}| = \sqrt{5}$. (D) $\vec{u} \perp \vec{v}$.

CÂU 45. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(2; 1)$, $B(2; -3)$ và $C(3; 2)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- (A) Tam giác ABC là tam giác nhọn. (B) Tam giác ABC là tam giác đều.
(C) Tam giác ABC là tam giác tù. (D) Tam giác ABC là tam giác vuông.

CÂU 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(-8; 0)$, $B(0; 4)$, $C(2; 0)$ và $D(-3; -5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hai góc \widehat{BAD} và \widehat{BCD} phụ nhau. (B) Góc \widehat{BCD} là góc nhọn.
(C) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})$. (D) Hai góc \widehat{BAD} và \widehat{BCD} bù nhau.

CÂU 47. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $AD = 3$. Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ bằng

- (A) 0. (B) 12. (C) 5. (D) -1.

CÂU 48. Cặp vectơ nào sau đây vuông góc với nhau?

- (A) $\vec{a}_1 = (-4; -6)$ và $\vec{a}_2 = (3; 2)$. (B) $\vec{b}_1 = (3; -4)$ và $\vec{b}_2 = (-3; 4)$.
(C) $\vec{c}_1 = (-4; -6)$ và $\vec{c}_2 = (-3; 2)$. (D) $\vec{d}_1 = (5; -3)$ và $\vec{d}_2 = (3; -5)$.

CÂU 49. Cho tam giác ABC có $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $C(2; -2)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

- (A) $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. (B) $H(2; 4)$. (C) $H\left(\frac{1}{3}; 3\right)$. (D) $H(1; 3)$.

CÂU 50. Trong mặt phẳng tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (3; -5)$. Tìm số thực m sao cho $m\vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với $\vec{i} + \vec{j}$.

- (A) $m = -2$. (B) $m = 2$. (C) $m = 3$. (D) $m = \frac{5}{2}$.

CÂU 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$ và trực tâm $H(5; 0)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

- (A) $C(6; -2)$. (B) $C(4; -2)$. (C) $C(5; -2)$. (D) $C(4; -1)$.

CÂU 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; 0)$, $B(3; 0)$ và $C(2; 6)$. Gọi $H(a; b)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tính $a + 6b$.

- (A) $a + 6b = 5$. (B) $a + 6b = 6$. (C) $a + 6b = 7$. (D) $a + 6b = 8$.

CÂU 53. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 3)$, $B(-6; 2)$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) là

QUICK NOTE

- (A) 6. (B) 5. (C) $\sqrt{50}$. (D) $\frac{\sqrt{50}}{2}$.

CÂU 54. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (4; -8)$. Vectơ nào sau đây không vuông góc với \vec{a}

- (A) $\vec{b} = (-1; 2)$. (B) $\vec{b} = (-2; -1)$. (C) $\vec{b} = (2; 1)$. (D) $\vec{b} = (4; 2)$.

CÂU 55. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(1; 2)$, $N(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm P trên trục Ox sao cho tam giác MNP vuông tại M ?

- (A) $P(0; 3)$. (B) $P(-1; 0)$. (C) $P(3; 0)$. (D) $P(0; -1)$.

CÂU 56. Trong mặt phẳng Oxy cho vectơ $\vec{u} = (2; -4)$ và $\vec{v} = (x; 3)$. Tìm giá trị của x để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- (A) 6. (B) -2. (C) 0. (D) -1.

CÂU 57. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1; 1)$, $B(1; 3)$ và $C(1; -1)$. Hãy chọn phát biểu đúng.

- (A) Tam giác ABC vuông tại C . (B) Tam giác ABC vuông cân tại A .
 (C) Tam giác ABC có ba góc đều nhọn. (D) Tam giác ABC vuông tại B .

CÂU 58. Cho hai điểm $A(-6; 3)$, $B(4; 1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc tia Oy sao cho tam giác ABC vuông tại C .

- (A) $(0; 7)$. (B) $(7; 0)$. (C) $(0; -3)$. (D) $(0; -3)$ và $(0; 7)$.

CÂU 59. Tìm m để hai vectơ $\vec{a} = (1; -3)$, $\vec{b} = (m^2; 4)$ vuông góc với nhau.

- (A) $m = 12$. (B) $m = 2\sqrt{3}$. (C) $m = -2\sqrt{3}$. (D) $m = \pm 2\sqrt{3}$.

CÂU 60. Cho tam giác ABC , với $A(0; 3)$, $B(x; 1)$, $C(4; 1)$. Tìm x để tam giác ABC vuông tại A .

- (A) $x = -2$. (B) $x = 1$. (C) $x = 0$. (D) $x = -1$.

CÂU 61. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $C(2; -2)$. Tìm mệnh đề sai.

- (A) A, B, C không thẳng hàng. (B) Tam giác ABC vuông cân tại A .
 (C) $\cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{3}{5}$. (D) Độ dài $AB = AC = 3\sqrt{5}$.

CÂU 62. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 3)$, $B(-2; 1)$. Điểm C thuộc trục Ox sao cho $\triangle ABC$ vuông tại C có thể nhận tọa độ là

- (A) $C(3; 0)$. (B) $C(-3; 0)$. (C) $C(-1; 0)$. (D) $C(2; 0)$.

CÂU 63. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh A và B có tọa độ là $A(-2; 2)$, $B(3; 5)$. Tọa độ của đỉnh C là

- (A) $\left(-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$. (B) $\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$. (C) $\left(\frac{3}{4}; \frac{11}{4}\right)$. (D) $\left(-\frac{3}{4}; \frac{11}{4}\right)$.

CÂU 64. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, $B(3; 4)$, $C(0; -2)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

- (A) $H(-1; 3)$. (B) $H(-9; 7)$. (C) $H(9; -7)$. (D) $H(3; -1)$.

CÂU 65. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC vuông tại A với $A(-1; 0)$ và $B(-3; 0)$. Tọa độ điểm C là:

- (A) $(-3; -1)$. (B) $(-2; -2)$. (C) $(-2; 0)$. (D) $(-1; -3)$.

CÂU 66. Cho hình vuông $ABCD$, biết đỉnh $A(1; -1)$, $B(3; 0)$ và đỉnh C có tọa độ dương. Tìm tọa độ C .

- (A) $C(4; -2)$. (B) $C(4; 2)$. (C) $C(2; 4)$. (D) $C(2; 2)$.

CÂU 67. Cho $A(1; -2)$, $B(-1; -1)$. Tìm M trục Ox sao cho tam giác ABM vuông tại A .

- (A) $M(-3; 0)$. (B) $M(-2; 0)$. (C) $M(2; 0)$. (D) $M(3; 0)$.

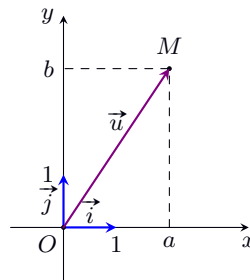
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. TOẠ ĐỘ VECTO - BTTĐ PHÉP TOÁN VECTO

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tọa độ của vectơ

ĐỊNH NGHĨA 1.1. ☑ Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm M được xác định như hình vẽ.



☑ Tọa độ vectơ \overrightarrow{OM} là tọa độ điểm M

$$M(a; b) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (a; b)$$

☑ Với mỗi vectơ \vec{u} , tọa độ vectơ \vec{u} là tọa độ điểm M trong đó $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$.

Chú ý.

☑ Vectơ \vec{i} có điểm gốc là O và có tọa độ $(1; 0)$ được gọi là vectơ đơn vị trên trục Ox .

☑ Vectơ \vec{j} có điểm gốc là O và có tọa độ $(0; 1)$ được gọi là vectơ đơn vị trên trục Oy .

ĐỊNH LÝ 1.1. Trong mặt phẳng tọa độ, ta có:

$$\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} \Leftrightarrow \vec{u} = (a; b)$$

Nhận xét. Hai vectơ bằng nhau khi và chỉ khi chúng có cùng tọa độ.

$$\vec{u}(x; y) = \vec{v}(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

ĐỊNH NGHĨA 1.2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

2. Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

ĐỊNH LÝ 1.2. Cho hai vectơ $\vec{u} = (x; y)$ và $\vec{v} = (x'; y')$. Khi đó

☑ $\vec{u} + \vec{v} = (x + x'; y + y')$

☑ $\vec{u} - \vec{v} = (x - x'; y - y')$

☑ $k\vec{u} = (kx; ky)$, với $k \in \mathbb{R}$

Nhận xét.

☑ Vectơ $\vec{v}(x'; y')$ cùng phương với vectơ $\vec{u}(x; y) \neq \vec{0}$ khi và chỉ khi tồn tại số k sao cho $x' = kx$, $y' = ky$ (hay là $\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$ nếu $xy \neq 0$).

☑ Trung điểm M của đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

☑ Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là $\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

ĐỊNH NGHĨA 1.3. Cho $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Khi đó tích vô hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} được tính theo công thức sau $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$.

Nhận xét

- ☑ Hai vectơ \vec{a} và \vec{b} vuông góc với nhau khi và chỉ khi $a_1b_1 + a_2b_2 = 0$.
- ☑ Bình phương vô hướng của $\vec{a}(a_1; a_2)$ là $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2$.
Suy ra độ dài của \vec{a} bằng $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.
- ☑ Với hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ thì $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$ và khoảng cách giữa hai điểm A, B là $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
- ☑ Nếu $\vec{a} \neq \vec{0}$ và $\vec{b} \neq \vec{0}$ thì $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$.

B. CÁC VÍ DỤ

VÍ DỤ 1. Viết tọa độ các vectơ sau $\vec{a} = 3\vec{i} + 7\vec{j}$; $\vec{b} = \sqrt{2}\vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{c} = \frac{3}{4}\vec{i}$; $\vec{d} = \pi\vec{j}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = (3; 7)$, $\vec{b} = (\sqrt{2}; -3)$, $\vec{c} = (\frac{3}{4}; 0)$, $\vec{d} = (0; \pi)$.

VÍ DỤ 2. Viết vectơ \vec{u} dưới dạng $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ khi biết tọa độ của \vec{u} là $(5; 3)$, $(2; -1)$, $(4; 0)$, $(0; -\sqrt{3})$, $(0; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = 5\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{u} = 4\vec{i}$, $\vec{u} = -\sqrt{3}\vec{j}$, $\vec{u} = 0\vec{i} + 0\vec{j} = \vec{0}$.

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = (1; 2)$, $\vec{v} = (-3; 4)$, $\vec{a} = (4; 8)$

- a) Hãy biểu thị mỗi vectơ \vec{u} , \vec{v} , \vec{a} theo các vectơ \vec{i} , \vec{j} .
- b) Tìm tọa độ $\vec{u} + \vec{v}$, $2\vec{u}$.
- c) Tìm mối liên hệ giữa vectơ \vec{a} và \vec{u} .

Lời giải.

- a) Ta có $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{v} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{a} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$.
- b) Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (-2; 6)$, $2\vec{u} = (2; 4)$.
- c) Ta có $\vec{a} = 4\vec{u}$.

VÍ DỤ 4. Cho $\vec{u} = (2; -1)$, $\vec{v} = (4; 5)$. Tính tọa độ các vectơ $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $3\vec{u}$, $5\vec{u} - 4\vec{v}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (6; 4)$, $\vec{u} - \vec{v} = (-2; -6)$, $3\vec{u} = (6; -3)$.

Ta có $5\vec{u} = (10; -5)$, $4\vec{v} = (16; 20)$ nên $5\vec{u} - 4\vec{v} = (-6; -25)$.

VÍ DỤ 5. Cho tam giác ABC có $A(-5; 6)$, $B(-4; -1)$, $C(4; 3)$.

- a) Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AC .
- b) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải.

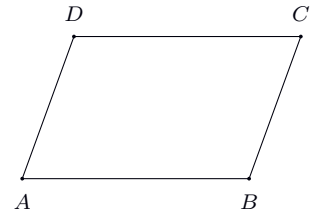
- a) Gọi $I(x_I; y_I)$. Vì I là trung điểm của của AC nên

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-5 + 4}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{6 + 3}{2} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

Vậy $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

b) Gọi $D(x; y)$, ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -7)$, $\overrightarrow{DC} = (4 - x; 3 - y)$.

$$ABCD \text{ là hình bình hành khi } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 4 - x \\ -7 = 3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases}. \text{ Vậy } D(3; 10).$$



VÍ DỤ 6. Cho tam giác ABC biết $A(1; -1)$, $B(0; 3)$ và $G\left(\frac{1}{3}; 3\right)$ là trọng tâm. Tìm tọa độ điểm C .

Lời giải.

Gọi $C(x; y)$. Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} \frac{1}{3} = \frac{1 + 0 + x}{3} \\ 3 = \frac{-1 + 3 + y}{3} \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} x = 0 \\ y = 7. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $C(0; 7)$.

VÍ DỤ 7. Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (3; -1)$. Hãy phân tích vectơ $\vec{c} = (-1; 5)$ theo hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

Lời giải.

Giả sử $\vec{c} = k\vec{a} + m\vec{b} = (k + 3m; 2k - m)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} k + 3m = -1 \\ 2k - m = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ m = -1. \end{cases}$$

Vậy $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

VÍ DỤ 8. Cho ba điểm $A(1; -1)$, $B(3; 5)$, $C(2; 2)$.

- Chứng minh rằng ba điểm A , B , C thẳng hàng.
- Tìm tọa độ điểm D trên Ox sao cho A , B , D thẳng hàng.

Lời giải.

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 6)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 3)$.

Vì $\frac{2}{1} = \frac{6}{3}$ nên \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} cùng phương do đó ba điểm A , B , C thẳng hàng.

b) Vì $D \in Ox$ nên $D(x; 0)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 6)$, $\overrightarrow{AD} = (x - 1; 1)$.

Ba điểm A , B , D thẳng hàng khi $\frac{x-1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow x - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$. Vậy $D\left(\frac{4}{3}; 0\right)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 9. Cho $A(1; 2)$, $B(-2; 1)$, $C(2; -1)$.

- Chứng minh tam giác ABC vuông tại A .
- Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải.

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -3)$, $\overrightarrow{BC} = (4; -2)$.

Suy ra $AB = \sqrt{(-3)^2 + 1} = \sqrt{10}$, $AC = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$, $BC = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20}$.
Ta thấy $AB^2 + AC^2 = 10 + 10 = 20 = BC^2$ nên tam giác ABC vuông tại A .

b) Vì tam giác ABC vuông tại A nên diện tích là $\frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 5$.

VÍ DỤ 10. Cho các vectơ $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j}$. Tìm góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-1 \cdot 1 + 1 \cdot 3}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Do đó góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là góc $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ sao cho $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ hay $\alpha \approx 65^\circ 26'$.

VÍ DỤ 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; 3)$ và $B(3; -1)$. Tính góc giữa đường thẳng OA và AB .

Lời giải.

Ta có $\vec{AO} = (-1; -3)$ và $\vec{AB} = (2; -4)$.

$$\text{Suy ra } \cos(\vec{AO}, \vec{AB}) = \frac{\vec{AO} \cdot \vec{AB}}{|\vec{AO}| \cdot |\vec{AB}|} = \frac{-1 \cdot 2 + (-3) \cdot (-4)}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{20}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Góc giữa hai vectơ \vec{AO} và \vec{AB} bằng góc $\angle BAO = 45^\circ$. Do đó góc giữa đường thẳng OA và đường thẳng AB bằng 45° .

VÍ DỤ 12. Cho tam giác ABC có $A(2; 4)$, $B(2; -2)$, $C(-4; 1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Lời giải.

Ta có $\vec{BC} = (-6; 3)$, $\vec{AB} = (0; -6)$.

Giả sử tọa độ trực tâm H của $\triangle ABC$ là $H(x; y)$, ta có

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ CH \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{CH} \cdot \vec{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6(x-2) + 3(y-4) = 0 \\ 0(x+4) - 6(y-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}.$$

Vậy trực tâm của tam giác ABC là $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

BÀI 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các vectơ $\vec{a} = (3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tính $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$.

Lời giải.

Ta có $3\vec{a} = (9; 3)$ và $-2\vec{b} = (2; -4)$ nên $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b} = (11; -1)$.

BÀI 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; -1)$, $\vec{b} = (0; 4)$ và $\vec{c} = (3; 3)$. Tìm hai số thực m, n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} - n\vec{b}$.

Lời giải.

Ta có $m\vec{a} = (2m; -m)$, $n\vec{b} = (0; 4n) \Rightarrow m\vec{a} - n\vec{b} = (2m; -m - 4n)$.

$$\text{Mà } \vec{c} = m\vec{a} - n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2m \\ 3 = -m - 4n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = -\frac{9}{8} \end{cases}.$$

BÀI 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(-2; 3)$, $B(1; 2)$, $C(-1; -4)$.

- Tìm tọa độ điểm G là trọng tâm tam giác ABC . Tính chu vi tam giác ABC .
- Tìm tọa độ điểm K thuộc đoạn thẳng BC sao cho $2KB = 3KC$.

Lời giải.

$$\text{a) Điểm } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{AB} = (3; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10} \\ \vec{BC} = (-2; -6) \Rightarrow BC = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} = 2\sqrt{10} \Rightarrow P_{ABC} = 3\sqrt{10} + 5\sqrt{2} \\ \vec{CA} = (-1; 7) \Rightarrow CA = \sqrt{(-1)^2 + 7^2} = 5\sqrt{2} \end{cases}$$

- K thuộc đoạn BC nên

$$\begin{aligned} 2\vec{KB} + 3\vec{KC} &= \vec{0} \Leftrightarrow 2(\vec{OB} - \vec{OK}) + 3(\vec{OC} - \vec{OK}) = \vec{0} \\ &\Rightarrow \vec{OK} = \frac{2\vec{OB} + 3\vec{OC}}{5} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x_K = \frac{2x_B + 3x_C}{5} = -\frac{1}{5} \\ y_K = \frac{2y_B + 3y_C}{5} = -\frac{8}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tọa độ cần tìm là $K\left(-\frac{1}{5}; -\frac{8}{5}\right)$.

BÀI 4. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1; 3)$, $B(-4; -5)$ và $C(1; -2)$.

- Chứng tỏ A, B, C là ba đỉnh của một tam giác và tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .
- Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -8)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -5)$.

Vì $\frac{-3}{2} \neq \frac{-8}{-5}$ nên hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} không cùng phương. Từ đó suy ra A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{(-1) + (-4) + 1}{3} = -\frac{4}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{3 + (-5) + (-2)}{3} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy $G\left(-\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.

b) Giả sử $H(x; y)$ là trực tâm của tam giác ABC .

Ta có $\overrightarrow{BH} = (x + 4; y + 5)$, $\overrightarrow{CH} = (x - 1; y + 2)$, $\overrightarrow{AB} = (-3; -8)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -5)$.

Vì H là trực tâm tam giác ABC nên

$$\begin{aligned} \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CH} \\ \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BH} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CH} = 0 \\ \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BH} = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (-3) \cdot (x - 1) + (-8) \cdot (y + 2) = 0 \\ 2 \cdot (x + 4) + (-5) \cdot (y + 5) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 8y = -13 \\ 2x - 5y = 17 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{71}{31} \\ y = -\frac{77}{31} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $H\left(\frac{71}{31}; -\frac{77}{31}\right)$.

c) Gọi $M(x; 0)$ là điểm thuộc trục hoành, ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (-1 - x; 3) \\ \overrightarrow{MC} = (1 - x; -2) \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = (-1 - 3x; 4).$$

Nên

$$\begin{aligned} |2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| &= \sqrt{(-1 - 3x)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{(1 + 3x)^2 + 4^2} \geq 4. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $1 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$. Khi đó $M\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$.

BÀI 5. Trong mặt phẳng Oxy cho ba điểm $A(3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(6; 3)$. Tìm tọa độ điểm N thỏa mãn $2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} - \overrightarrow{NA} = \vec{0}$.

Lời giải.

Giả sử $N(x; y)$. Ta có $\overrightarrow{NB} = (2 - x; 1 - y)$, $\overrightarrow{NC} = (6 - x; 3 - y)$, $\overrightarrow{NA} = (3 - x; 4 - y)$.

Khi đó

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} - \overrightarrow{NA} = \vec{0} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2(2 - x) + (6 - x) - (3 - x) = 0 \\ 2(1 - y) + (3 - y) - (4 - y) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 7 - 2x = 0 \\ 1 - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy, $N\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là điểm cần tìm.

BÀI 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $M(-1; 1)$, $N(1; 3)$, $P(-2; 5)$. Tìm tọa độ điểm E biết $\overrightarrow{PE} = 2\overrightarrow{MN}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; 2)$.

$$\overrightarrow{PE} = 2\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E + 2 = 4 \\ y_E - 5 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 2 \\ y_E = 9. \end{cases}$$

Vậy $E(2; 9)$.

BÀI 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; 1)$, $B(2; 3)$, $C(5; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

Lời giải.

$$\text{Tứ giác } ABDC \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 5 = 1 \\ y_D + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 1. \end{cases}$$

Vậy $D(6; 1)$ là điểm cần tìm.

BÀI 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho $M(3; -1)$, $N(1; 2)$ và $P(2; -4)$.

- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác MNP và tọa độ điểm Q sao cho tứ giác $MNGQ$ là hình bình hành.
- Tam giác ABC nhận các điểm M , N , P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , BC , CA . Tìm tọa độ các điểm A , B , C .

Lời giải.

- Tọa độ trọng tâm G của tam giác MNP là

$$G = \left(\frac{3 + 1 + 2}{3}; \frac{-1 + 2 - 4}{3} \right) = (2; -1).$$

Gọi $Q(x; y)$.

Vì tứ giác $MNGQ$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NG}$.

Ta có $\overrightarrow{MQ} = (x - 3; y + 1)$ và $\overrightarrow{NG} = (1; -3)$. Từ (1) suy ra

$$\begin{cases} x - 3 = 1 \\ y + 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -4. \end{cases}$$

Vậy $Q(4; -4)$.

- Gọi $C(c_1; c_2)$, theo đề bài thì tứ giác $MNCP$ là hình bình hành nên

$$\begin{cases} c_1 + x_M = x_N + x_P \\ c_2 + y_M = y_N + y_P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 1 + 2 - 3 = 0 \\ c_2 = 2 + (-4) - (-1) = -1. \end{cases}$$

Vậy $C(0; -1)$.

Gọi $B(b_1; b_2)$, vì N là trung điểm CB nên

$$\begin{cases} b_1 = 2x_N - c_1 \\ b_2 = 2y_N - c_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 2 \cdot 1 - 0 = 2 \\ b_2 = 2 \cdot 2 - (-1) = 5. \end{cases}$$

Vậy $B(2; 5)$.

Gọi $A(a_1; a_2)$, vì M là trung điểm AB nên

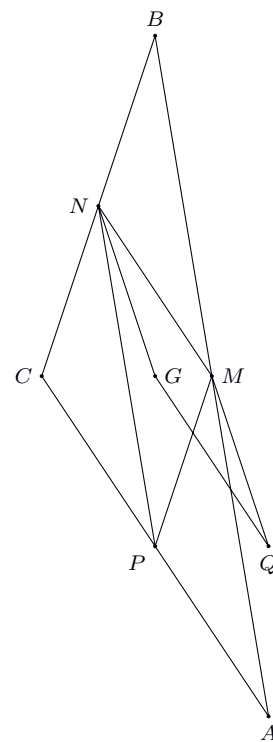
$$\begin{cases} a_1 = 2x_M - b_1 \\ a_2 = 2y_M - b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \cdot 3 - 2 = 4 \\ a_2 = 2 \cdot (-1) - 5 = -7. \end{cases}$$

Vậy $A(4; -7)$.

BÀI 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-3; 5)$, $B(-4; -3)$, $C(1; 1)$.

- Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- Tìm tọa độ điểm K thuộc trục hoành sao cho $KA + KB$ nhỏ nhất.

Lời giải.



a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (-1; -8) = (1 - x_D; 1 - y_D) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_D = -1 \\ 1 - y_D = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 9. \end{cases}$$

Vậy $D(2; 9)$ là điểm cần tìm.

b) Gọi $K(a; 0)$ là điểm cần tìm.

Ta có $KA + KB \geq AB$.

Dấu “=” xảy ra khi A, K, B thẳng hàng.

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (a + 3; -5) = k(-1; -8) \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3 = -k \\ -5 = -8k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{29}{8} \\ k = \frac{5}{8}. \end{cases}$$

Vậy $K\left(-\frac{29}{8}; 0\right)$ thỏa yêu cầu bài toán.

BÀI 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tính góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} trong mỗi trường hợp sau:

a) $\vec{a} = (4; 3), \vec{b} = (1; 7);$

c) $\vec{a} = (6; -8), \vec{b} = (12; 9);$

b) $\vec{a} = (2; 5), \vec{b} = (3; -7);$

d) $\vec{a} = (2; -6), \vec{b} = (-3; 9).$

Lời giải.

a) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{4 \cdot 1 + 3 \cdot 7}{\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{25}{5\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

Suy ra góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là 45° .

b) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)}{\sqrt{2^2 + 5^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-7)^2}} = \frac{-29}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{58}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$

Suy ra góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là 135° .

c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6 \cdot 12 + (-8) \cdot 9 = 0$ Suy ra góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là 90° .

d) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot (-3) + (-6) \cdot 9}{\sqrt{2^2 + (-6)^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + 9^2}} = \frac{-60}{\sqrt{40} \cdot \sqrt{90}} = -1.$

Suy ra góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là 180° .

BÀI 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$ và $\vec{v} = (k; -4)$. Tìm k để \vec{u} vuông góc với \vec{v} .

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}k + (-5)(-4) = 0 \Leftrightarrow k = -40.$

BÀI 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vectơ $\vec{u} = (4; 1), \vec{v} = (1; 4)$ và $\vec{a} = \vec{u} + m \cdot \vec{v}$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để \vec{a} vuông góc với trục hoành.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = \vec{u} + m\vec{v} = (4 + m; 1 + 4m).$

Trục hoành có vectơ đơn vị là $\vec{i} = (1; 0).$

\vec{a} vuông góc với trục hoành $\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{i} = 0 \Leftrightarrow 4 + m = 0 \Leftrightarrow m = -4.$

BÀI 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 4)$ và $B(8; 4)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho tam giác ABC vuông tại C .

Lời giải.

Ta có $C \in Ox \Rightarrow C(c; 0)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{CA} = (-2 - c; 4) \\ \overrightarrow{CB} = (8 - c; 4). \end{cases}$

$\triangle ABC$ vuông tại C nên $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Rightarrow (-2 - c)(8 - c) + 4 \cdot 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 6 \\ c = 0. \end{cases}$

Vậy $C(6; 0)$ hoặc $C(0; 0).$

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Trong hệ tọa độ Oxy , biết $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$. Khi đó \vec{u} có tọa độ là

(A) $(2; -1).$

(B) $(2; 1).$

(C) $(1; 2).$

(D) $(1; -2).$

Lời giải.

\vec{u} có tọa độ là $(2; -1).$

Chọn đáp án (A)..... □

CÂU 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ của \vec{i} là bao nhiêu?

- (A) $\vec{i} = (0; 1)$. (B) $\vec{i} = (-1; 0)$. (C) $\vec{i} = (0; 0)$. (D) $\vec{i} = (1; 0)$.

Lời giải.

Ta có vectơ đơn vị $\vec{i} = (1; 0)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(1; 3)$, $B(2; -5)$. Tìm tọa độ của vectơ \overrightarrow{AB} .

- (A) $\overrightarrow{AB} = (2; -15)$. (B) $\overrightarrow{AB} = (3; -2)$. (C) $\overrightarrow{AB} = (-1; 8)$. (D) $\overrightarrow{AB} = (1; -8)$.

Lời giải.

Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (1; -8)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; 3)$, $B(2; -3)$, $C(-2; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $5\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = 4\overrightarrow{MC}$.

- (A) $M(3; 17)$. (B) $M(-3; -17)$. (C) $M(-9; -17)$. (D) $M(9; 17)$.

Lời giải.

Giả sử $M(a; b)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{MA} = (1-a; 3-b) \\ \overrightarrow{MB} = (2-a; -3-b) \\ \overrightarrow{MC} = (-2-a; 1-b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5\overrightarrow{MA} = (5-5a; 15-5b) \\ 2\overrightarrow{MB} = (4-2a; -6-2b) \\ 4\overrightarrow{MC} = (-8-4a; 4-4b) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } 5\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = 4\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-5a-4+2a = -8-4a \\ 15-5b+6+2b = 4-4b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -9 \\ b = -17 \end{cases}$$

Vậy $M(-9; -17)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , biết $B(9; 7)$, $C(11; -1)$ và $M(1; 2)$ là trung điểm của AB . Tìm tọa độ trung điểm N của AC .

- (A) $N(2; -2)$. (B) $N(-2; 8)$. (C) $N(-2; 2)$. (D) $N(2; -8)$.

Lời giải.

$$\text{Vì } M(1; 2) \text{ là trung điểm của } AB \text{ nên ta có } \begin{cases} x_A = 2x_M - x_B = -7 \\ y_A = 2y_M - y_B = -3 \end{cases} \Rightarrow A(-7; -3).$$

$$\text{Mặt khác } N \text{ là trung điểm của } AC \text{ nên } \begin{cases} x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = 2 \\ y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow N(2; -2).$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(0; 3)$, $B(4; 2)$. Tìm tọa độ điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{OD} - 2\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$.

- (A) $(-8; 2)$. (B) $(2; \frac{5}{2})$. (C) $(-3; 3)$. (D) $(8; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-4; 1)$.

$$\overrightarrow{OD} - 2\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{BA} = (-8; 2).$$

Suy ra tọa độ điểm D là $(-8; 2)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2; 3)$, $B(2; -5)$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Vectơ \overrightarrow{AI} có tọa độ là

- (A) $(1; -3)$. (B) $(0; 5)$. (C) $(0; -2)$. (D) $(0; -4)$.

Lời giải.

Vì I là trung điểm của đoạn thẳng AB nên điểm I có tọa độ là $(2; -1)$.

Suy ra $\overrightarrow{AI} = (0; -4)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 8. Cho $A(1; 2)$ và $I(3; 4)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tọa độ của đỉnh B là

- (A) $(6; 5)$. (B) $(3; 2)$. (C) $(2; 3)$. (D) $(5; 6)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_B = 2x_I - x_A \\ y_B = 2y_I - y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = 6 \end{cases}. \text{ Vậy } B(5; 6).$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 9. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $G(2; -2)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC .

- (A) $C(8; -11)$. (B) $C(8; 11)$. (C) $C(-8; -11)$. (D) $C(12; 11)$.

Lời giải.

G là trọng tâm tam giác ABC nên

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - (x_A + x_B) \\ y_C = 3y_G - (y_A + y_B) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 6 - (-4 + 2) = 8 \\ y_C = -6 - (1 + 4) = -11 \end{cases} \Rightarrow C(8; -11).$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $B(-2; 3)$ và $C(3; -2)$. Điểm $I(a; b)$ thuộc BC sao cho với mọi điểm M không nằm trên đường thẳng BC thì $\overrightarrow{MI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{MB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{MC}$. Tính $S = a^2 + b^2$.

- (A) 1. (B) 0. (C) 4. (D) 5.

Lời giải.

Giả sử $\overrightarrow{IB} = k\overrightarrow{IC}$. Khi đó $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MB} = k\overrightarrow{IM} + k\overrightarrow{MC} \Rightarrow \overrightarrow{MI} = \frac{1}{1-k}\overrightarrow{MB} + \frac{-k}{1-k}\overrightarrow{MC}$.

$$\text{Do } \overrightarrow{MI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{MB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{MC} \text{ nên ta có } \begin{cases} \frac{1}{1-k} = \frac{2}{5} \\ \frac{-k}{1-k} = \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow k = -\frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{BI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_I = x_B + \frac{3}{5}x_{BC} \\ y_I = y_B + \frac{3}{5}y_{BC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 0. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 = 1.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -1)$ và $\vec{b} = (3; 4)$. Tính tọa độ vectơ $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

- (A) $\vec{c} = (3; 3)$. (B) $\vec{c} = (2; 7)$. (C) $\vec{c} = (2; 1)$. (D) $\vec{c} = (6; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (6; 3).$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; -2)$, $B(0; -1)$, $C(3; 0)$. Tìm tọa độ điểm G sao cho với điểm M bất kì ta luôn có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

- (A) $G\left(\frac{4}{3}; -2\right)$. (B) $G\left(\frac{5}{3}; -1\right)$. (C) $G\left(\frac{7}{3}; -2\right)$. (D) $G\left(\frac{4}{3}; -1\right)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$. Do đó $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$, suy ra G là trọng tâm của tam giác ABC . Vậy $G\left(\frac{4}{3}; -1\right)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 13. Cho ba điểm $A(2; 5)$, $B(1; 1)$, $C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

- (A) $E(-2; -3)$. (B) $E(3; -3)$. (C) $E(-3; 3)$. (D) $E(-3; -3)$.

Lời giải.

Gọi $E(x_E; y_E)$ là điểm cần tìm.

Ta có

$$\overrightarrow{AE} = (x_E - 2; y_E - 5)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-1; -4)$$

$$\overrightarrow{AC} = (1; -2).$$

$$\Rightarrow 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = (-5; -8), \text{ do đó}$$

$$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E - 2 = -5 \\ y_E - 5 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -3 \\ y_E = -3 \end{cases} \Rightarrow E(-3; -3).$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tìm tọa độ của điểm P .

- (A) $P(0; 2)$. (B) $P(0; 10)$. (C) $P(0; 4)$. (D) $P(2; 0)$.

Lời giải.

Do $P \in Oy$ nên $P(0; y_P)$.

Trọng tâm $G \in Ox$ nên $G(x_G; 0)$.

Do G là trọng tâm của tam giác MNP nên $\begin{cases} x_M + x_N + x_P = 3x_G \\ y_M + y_N + y_P = 3y_G \end{cases}$

Khi đó $\begin{cases} 1 + 5 + 0 = 3x_G \\ -1 - 3 + y_P = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 6 \\ y_P = 4 \end{cases}$

Vậy $P(0; 4)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng với $A(2; -3)$ và $B(3; 4)$.

- (A) $(1; 0)$. (B) $(\frac{17}{7}; 0)$. (C) $(-\frac{5}{3}; 0)$. (D) $(4; 0)$.

Lời giải.

Vì điểm M nằm trên trục hoành nên ta giả sử M có tọa độ $(x; 0)$. Để A, B, M thẳng hàng thì \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{AB} cùng phương. Do đó tồn tại k sao cho $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} x - 2 = k(3 - 2) \\ 3 = k(4 + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{7} \\ x = \frac{17}{7} \end{cases}$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (-1; 2)$ và $\vec{b} = (0; -2)$. Xác định tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

- (A) $(-1; 0)$. (B) $(2; 1)$. (C) $(-1; 4)$. (D) $(0; -4)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (-1; 0)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; -4)$ và $B(-4; 2)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- (A) $I(-2; -2)$. (B) $I(-1; -1)$. (C) $I(2; 2)$. (D) $I(1; 1)$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + (-4)}{2} = -1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4 + 2}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow I(-1; -1)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; 3)$, $B(4; 2)$, $C(-2; 0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- (A) $G(5; 5)$. (B) $G(\frac{3}{2}; \frac{5}{2})$. (C) $G(1; \frac{5}{3})$. (D) $G(1; \frac{1}{3})$.

Lời giải.

Ta có $G = (\frac{1 + 4 - 2}{3}; \frac{3 + 2 + 0}{3}) = (1; \frac{5}{3})$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 2)$ và $B(3; 7)$. Tọa độ của \overrightarrow{AB} là

- (A) $(2; -1)$. (B) $(2; 1)$. (C) $(4; -3)$. (D) $(2; 5)$.

Lời giải.

Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (3 - 1; 7 - 2) = (2; 5)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 20. Trong mặt phẳng với Oxy , cho ba điểm $A(1; 3)$, $B(-1; 2)$, $C(-2; 1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ là

- (A) $(-5; -3)$. (B) $(1; 1)$. (C) $(-1; 2)$. (D) $(4; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} = (1; 1)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Biết $A(1; -1)$, $B(5; -3)$ và $C \in Oy$, trọng tâm $G \in Ox$. Tọa độ điểm C là

- (A) $(0; 2)$. (B) $(2; 0)$. (C) $(0; -4)$. (D) $(0; 4)$.

Lời giải.

Gọi $C(0; m)$ và $G(n; 0)$.

Do G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} 1 + 5 + 0 = 3n \\ -1 - 3 + m = 3 \cdot 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = 2. \end{cases}$

Vậy $C(0; 4)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\overrightarrow{OA} = (1; 2)$ và $\overrightarrow{OB} = (2; 1)$, biết $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$. Khi đó độ dài vectơ \overrightarrow{OM} là

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1; 2) \Rightarrow A(1; 2)$; $\overrightarrow{OB} = (2; 1) \Rightarrow B(2; 1)$.

Từ đẳng thức $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$, suy ra B là trung điểm của đoạn MA .

Gọi $M(a; b)$, ta có $\begin{cases} 2 = \frac{a+1}{2} \\ 1 = \frac{b+2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \end{cases}$ nên $M(3; 0)$.

Vậy $|\overrightarrow{OM}| = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 1)$, $\vec{b} = (1; -3)$ và $\vec{c} = (0; 2)$. Tính tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

- (A) $\vec{u} = (-1; 6)$. (B) $\vec{u} = (3; 0)$. (C) $\vec{u} = (-1; 0)$. (D) $\vec{u} = (3; 6)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (-2 + 1 + 0; 1 - 3 + 2) \Rightarrow \vec{u} = (-1; 0)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(-3; 2)$, $J(-1; 3)$, $K(4; -3)$. Tìm tọa độ điểm L để tứ giác $IJKL$ là hình bình hành.

- (A) $L(2; -4)$. (B) $L(0; 2)$. (C) $L(6; -2)$. (D) $L(-8; 8)$.

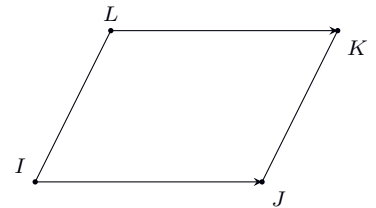
Lời giải.

Tứ giác $IJKL$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$.

Gọi $L(x; y)$.

Do $\overrightarrow{IJ} = (2; 1)$ và $\overrightarrow{LK} = (4 - x; -3 - y)$ nên

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 4 - x \\ 1 = -3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -4. \end{cases}$$



Vậy điểm cần tìm là $L(2; -4)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trọng tâm $G(0; 7)$, $A(-1; 4)$, $B(2; 5)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

- (A) $(1; 12)$. (B) $(-1; 12)$. (C) $(3; 1)$. (D) $(2; 12)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ y_C = 12. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm C là $(-1; 12)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (m; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1)$. Tìm các giá trị của m để hai vectơ \vec{a} và \vec{b} cùng phương.

- (A) $m = -6$. (B) $m = 12$. (C) $m = \frac{3}{4}$. (D) $m = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Để \vec{a} cùng phương \vec{b} thì $\frac{m}{2} = \frac{3}{-1} \Leftrightarrow m = -6$.

Chọn đáp án (A) □

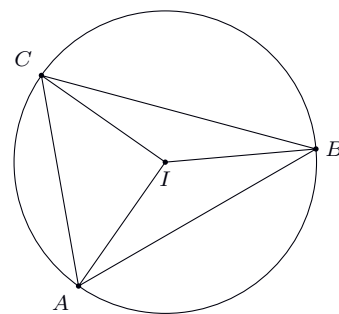
CÂU 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(3; 4)$, $B(4; 1)$, $C(2; -3)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- (A) $(3; \frac{2}{3})$. (B) $(7; 2)$. (C) $(9; 2)$. (D) $(-1; 1)$.

Lời giải.

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , khi đó ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} AI = BI \\ AI = CI \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2} \\ \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x - 6y = -8 \\ 2x + 14y = 12 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -1 \\ y = 1. \end{cases} \end{aligned}$$



Vậy ta có $I(-1; 1)$.

Chọn đáp án **(D)**.....

CÂU 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $E(3; -2)$, $F(-1; -3)$. Tìm tọa độ điểm G thuộc trục hoành sao cho G thuộc đường thẳng EF .

- (A)** $G\left(-\frac{11}{5}; 0\right)$. **(B)** $G(11; 0)$. **(C)** $G\left(0; -\frac{11}{4}\right)$. **(D)** $G\left(0; -\frac{11}{2}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{EF} = (-4; -1)$.

Lấy $G(x; 0) \in Ox$.

Để $G \in EF$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{EG} = (x-3; 2)$ và \overrightarrow{EF} cùng phương, khi đó ta có

$$\frac{x-3}{-4} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow -x+3 = -8 \Leftrightarrow x = 11.$$

Vậy ta có $G(11; 0)$.

Chọn đáp án **(B)**.....

CÂU 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(1; -5)$, $B(2; 3)$, $C(-3; 3)$. Tọa độ tâm I của hình bình hành là

- (A)** $(1; 1)$. **(B)** $(-1; 1)$. **(C)** $(1; -1)$. **(D)** $(-1; -1)$.

Lời giải.

Do I là tâm hình bình hành $ABCD$ nên I là trung điểm của AC .

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1-3}{2} = -1 \\ y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-5+3}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow I(-1; -1).$$

Chọn đáp án **(D)**.....

CÂU 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 3)$, $I(1; -2)$. Xác định tọa độ điểm B để I là trung điểm của AB .

- (A)** $(0; -7)$. **(B)** $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **(C)** $(1; 2)$. **(D)** $(-2; 1)$.

Lời giải.

Gọi $B(x; y)$. Khi đó ta có:
$$\begin{cases} \frac{2+x}{2} = 1 \\ \frac{3+y}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -7. \end{cases}$$

Vậy $B(0; -7)$.

Chọn đáp án **(A)**.....

CÂU 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác $\triangle ABC$ có $M(1; 0)$, $N(2; 2)$, $P(-1; 3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB . Tọa độ của đỉnh A là

- (A)** $(4; -1)$. **(B)** $(0; 1)$. **(C)** $(0; 5)$. **(D)** $(-2; 1)$.

Lời giải.

Gọi $A(x_A; y_A)$.

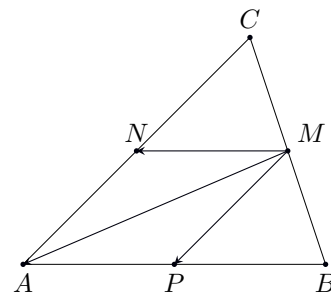
Ta có $\overrightarrow{MN} = (1; 2)$, $\overrightarrow{MP} = (-2; 3)$. Do đó $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = (-1; 5)$.

Vì $PMNA$ là hình bình hành nên

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MA} &= \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (-1; 5) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - 1 = -1 \\ y_A - 0 = 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 0 \\ y_A = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $A(0; 5)$.

Chọn đáp án **(C)** □



CÂU 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; -2)$, $B(0; 4)$, $C(4; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

(A) $(7; 27)$.

(B) $(11; 30)$.

(C) $(-7; 0)$.

(D) $(15; 6)$.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 6)$, $\overrightarrow{AC} = (3; 5)$.

Suy ra $2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} = (-11; -3)$ và $\overrightarrow{CM} = (x - 4; y - 3)$.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = -11 \\ y - 3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 0. \end{cases}$$

Vậy $M(-7; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có $A(1; -2)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -2)$ sao cho $S_{ABN} = 3S_{ANC}$ là

(A) $N\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$.

(B) $N\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

(C) $N\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

(D) $N\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Gọi $N(x_N; y_N)$, AH là đường cao của tam giác ABC , ta có

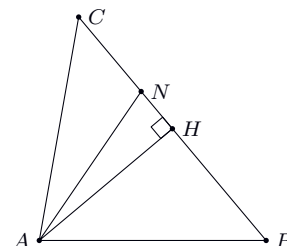
$$S_{ABN} = 3S_{ANC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BN = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot AH \cdot CN \Leftrightarrow BN = 3CN.$$

Do N nằm trên cạnh BC nên \overrightarrow{BN} ngược chiều với \overrightarrow{CN} , suy ra

$$\overrightarrow{BN} = -3\overrightarrow{CN} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_B = -3(x_N - x_C) \\ y_N - y_B = -3(y_N - y_C) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{x_B + 3x_C}{4} = -\frac{1}{4} \\ y_N = \frac{y_B + 3y_C}{4} = -\frac{3}{4}. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm N cần tìm là $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □



CÂU 34. Cho hai vectơ $\vec{a} = (3; 2)$, $\vec{b} = (-2; 4)$. Hãy chọn khẳng định đúng.

(A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$.

(B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-6; 8)$.

(C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -14$.

(D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$.

Lời giải.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-2) + 2 \cdot 4 = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

(A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -30$.

(B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$.

(C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$.

(D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 43$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $\vec{a} = (4; 6)$ và $\vec{b} = (3; -7)$.

$$\text{Suy ra } \vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot 3 + 6 \cdot (-7) = -30.$$

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 36. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (4; 3)$ và $\vec{c} = (2; 3)$. Giá trị của biểu thức $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ bằng bao nhiêu?

(A) 18.

(B) 0.

(C) 28.

(D) 2.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} + \vec{c} = (6; 6)$.

Vậy $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = 1 \cdot 6 + 2 \cdot 6 = 18$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 37. Cho $A(1; 2)$, $B(-1; 1)$ và $C(5; -1)$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

(A) 7.

(B) 5.

(C) -7.

(D) -5.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (-2; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (4; -3)$.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-2) \cdot 4 + (-1) \cdot (-3) = -5$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(2; 10)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB}$.

(A) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -4$.

(B) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$.

(C) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$.

(D) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 16$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AO} = (-3; 1)$, $\overrightarrow{OB} = (2; 10)$. Suy ra $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -3 \cdot 2 + 1 \cdot 10 = 4$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; -1)$ và $\vec{b} = (4; -3)$. Tính cosin của góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

(A) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

(B) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

(C) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(D) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2 \cdot 4 + (-1) \cdot (-3)}{\sqrt{4+1} \cdot \sqrt{16+9}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; 5)$ và $\vec{b} = (3; -7)$. Tính (\vec{a}, \vec{b}) .

(A) 90° .

(B) 120° .

(C) 135° .

(D) 45° .

Lời giải.

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)}{\sqrt{2^2 + 5^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-7)^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Suy ra: $(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; 3)$ và $\vec{b} = (4; 1)$. Tìm vectơ \vec{d} biết $\vec{a} \cdot \vec{d} = 4$ và $\vec{b} \cdot \vec{d} = -2$.

(A) $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$.

(B) $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$.

(C) $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$.

(D) $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$.

Lời giải.

Gọi $\vec{d} = (x; y)$. Từ giả thiết, ta có hệ $\begin{cases} -2x + 3y = 4 \\ 4x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{7} \\ y = \frac{6}{7} \end{cases}$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1; -1)$, $B(3; 1)$, $C(6; 0)$. Tính $\cos \widehat{B}$.

(A) $\cos \widehat{B} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(B) $\cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(C) $\cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(D) $\cos \widehat{B} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

$\overrightarrow{BA} = (-4; -2)$, $\overrightarrow{BC} = (3; 1)$.

$$\cos \widehat{B} = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{(-4) \cdot 3 + (-2) \cdot 1}{\sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 43. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; -1)$, $B(4; 2)$ và $C(4; -2)$. Hỏi góc \widehat{ABC} có số đo độ bằng bao nhiêu?

(A) 30° .

(B) 45° .

(C) 60° .

(D) 90° .

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-3; -3) \Rightarrow BA = 3\sqrt{2}$.

$\overrightarrow{BC} = (0; -4) \Rightarrow BC = 4$.

$$\cos \widehat{ABC} = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{BA \cdot BC} = \frac{12}{3\sqrt{2} \cdot 4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{ABC} = 45^\circ$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 44. Cho $\vec{u} = (1; -2)$, $\vec{v} = (-2; 1)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$. (B) $|\vec{u}| = |\vec{v}|$. (C) $|\vec{u}| = \sqrt{5}$. (D) $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 \neq 0 \Rightarrow \vec{u} \not\perp \vec{v}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 45. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(2; 1)$, $B(2; -3)$ và $C(3; 2)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- (A) Tam giác ABC là tam giác nhọn. (B) Tam giác ABC là tam giác đều.
(C) Tam giác ABC là tam giác tù. (D) Tam giác ABC là tam giác vuông.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (0; -4) \Rightarrow AB = 4$;

$\vec{AC} = (1; 1) \Rightarrow AC = \sqrt{2}$;

$\vec{BC} = (1; 5) \Rightarrow BC = \sqrt{26}$.

Ta nhận thấy: $AB \neq AC \neq BC$ nên tam giác ABC không phải là tam giác đều.

Ta có $AB^2 + AC^2 = 4^2 + (\sqrt{2})^2 = 18 \neq 26 = BC^2$ suy ra tam giác ABC không phải là tam giác vuông.

Cạnh dài nhất là BC nên góc lớn nhất là góc A . Ta tính góc A .

$$\cos \hat{A} = \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{0 \cdot 1 - 4 \cdot 1}{4\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} < 0 \Rightarrow \hat{A} \text{ tù.}$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(-8; 0)$, $B(0; 4)$, $C(2; 0)$ và $D(-3; -5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hai góc \widehat{BAD} và \widehat{BCD} phụ nhau. (B) Góc \widehat{BCD} là góc nhọn.
(C) $\cos(\vec{AB}, \vec{AD}) = \cos(\vec{CB}, \vec{CD})$. (D) Hai góc \widehat{BAD} và \widehat{BCD} bù nhau.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (8; 4)$, $\vec{AD} = (5; -5)$, $\vec{CB} = (-2; 4)$, $\vec{CD} = (-5; 5)$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \cos(\vec{AB}, \vec{AD}) = \frac{8 \cdot 5 + 4 \cdot (-5)}{\sqrt{8^2 + 4^2} \cdot \sqrt{5^2 + 5^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \cos(\vec{CB}, \vec{CD}) = \frac{(-2) \cdot (-5) + 4 \cdot (-5)}{\sqrt{2^2 + 4^2} \cdot \sqrt{5^2 + 5^2}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}. \end{cases}$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 47. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $AD = 3$. Khi đó $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ bằng

- (A) 0. (B) 12. (C) 5. (D) -1.

Lời giải.

Ta có $AB \perp AD \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AD} = 0$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 48. Cặp vectơ nào sau đây vuông góc với nhau?

- (A) $\vec{a}_1 = (-4; -6)$ và $\vec{a}_2 = (3; 2)$. (B) $\vec{b}_1 = (3; -4)$ và $\vec{b}_2 = (-3; 4)$.
(C) $\vec{c}_1 = (-4; -6)$ và $\vec{c}_2 = (-3; 2)$. (D) $\vec{d}_1 = (5; -3)$ và $\vec{d}_2 = (3; -5)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{c}_1 \cdot \vec{c}_2 = 0$ nên $\vec{c}_1 \perp \vec{c}_2$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 49. Cho tam giác ABC có $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $C(2; -2)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

- (A) $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. (B) $H(2; 4)$. (C) $H\left(\frac{1}{3}; 3\right)$. (D) $H(1; 3)$.

Lời giải.

Giả sử tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là $H(x; y)$. Ta có

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0(x+4) - 6(y-1) = 0 \\ 6(x-2) - 3(y-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy tọa độ trực tâm của tam giác ABC là $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 50. Trong mặt phẳng tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (3; -5)$. Tìm số thực m sao cho $m\vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với $\vec{i} + \vec{j}$.

A $m = -2$.

B $m = 2$.

C $m = 3$.

D $m = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Ta có $m\vec{a} + \vec{b} = (-m + 3; 2m - 5)$ và $\vec{i} + \vec{j} = (1; 1)$.

$m\vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với $\vec{i} + \vec{j} \Leftrightarrow (m\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{i} + \vec{j}) = 0 \Leftrightarrow m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Chọn đáp án **B**.....

CÂU 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$ và trực tâm $H(5; 0)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

A $C(6; -2)$.

B $C(4; -2)$.

C $C(5; -2)$.

D $C(4; -1)$.

Lời giải.

Gọi tọa độ đỉnh $C(x; y)$. Ta có $\vec{AC} = (x + 3; y + 2)$, $\vec{BC} = (x - 5; y - 2)$, $\vec{AH} = (8; 2)$, $\vec{BH} = (0; -2)$.

Vì H là trực tâm tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(x - 5) + 2(y - 2) = 0 \\ -2(y + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -2 \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**.....

CÂU 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; 0)$, $B(3; 0)$ và $C(2; 6)$. Gọi $H(a; b)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tính $a + 6b$.

A $a + 6b = 5$.

B $a + 6b = 6$.

C $a + 6b = 7$.

D $a + 6b = 8$.

Lời giải.

Ta có $\vec{AH} = (a + 3; b)$, $\vec{BC} = (-1; 6)$, $\vec{BH} = (a - 3; b)$ và $\vec{AC} = (5; 6)$.

H là trực tâm tam giác ABC khi và chỉ khi

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3 + 6b = 0 \\ 5a - 15 + 6b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{5}{6} \end{cases}$$

Suy ra $a + 6b = 7$.

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 53. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 3)$, $B(-6; 2)$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) là

A 6.

B 5.

C $\sqrt{50}$.

D $\frac{\sqrt{50}}{2}$.

Lời giải.

Dễ thấy $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ nên tam giác OAB vuông tại O . Do đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là $\frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{50}}{2}$.

Chọn đáp án **D**.....

CÂU 54. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (4; -8)$. Vectơ nào sau đây không vuông góc với \vec{a}

A $\vec{b} = (-1; 2)$.

B $\vec{b} = (-2; -1)$.

C $\vec{b} = (2; 1)$.

D $\vec{b} = (4; 2)$.

Lời giải.

Hai vectơ vuông góc nhau khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, khi đó vectơ $\vec{a} = (4; -8)$ sẽ không vuông góc với vectơ $\vec{b} = (-1; 2)$.

Chọn đáp án **A**.....

CÂU 55. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(1; 2)$, $N(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm P trên trục Ox sao cho tam giác MNP vuông tại M ?

A $P(0; 3)$.

B $P(-1; 0)$.

C $P(3; 0)$.

D $P(0; -1)$.

Lời giải.

Điểm P trên trục Ox có tọa độ là $P(x_P; 0)$.

Có $\vec{MP} = (x_P - 1; -2)$ và $\vec{MN} = (2; 2)$.

Để tam giác MNP vuông tại M thì $\vec{MP} \cdot \vec{MN} = 0 \Leftrightarrow 2(x_P - 1) - 4 = 0 \Leftrightarrow x_P = 3$.

Vậy điểm cần tìm là $P(3; 0)$.

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 56. Trong mặt phẳng Oxy cho vectơ $\vec{u} = (2; -4)$ và $\vec{v} = (x; 3)$. Tìm giá trị của x để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

A 6.

B -2.

C 0.

D -1.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow 2 \cdot x = (-4) \cdot 3 \Leftrightarrow x = 6$. Vậy $x = 6$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **A**.....

CÂU 57. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1; 1)$, $B(1; 3)$ và $C(1; -1)$. Hãy chọn phát biểu đúng.

- (A) Tam giác ABC vuông tại C . (B) Tam giác ABC vuông cân tại A .
(C) Tam giác ABC có ba góc đều nhọn. (D) Tam giác ABC vuông tại B .

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2)$ và $\overrightarrow{AC} = (2; -2)$ suy ra

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 - 4 = 0 \\ AB = AC = 2\sqrt{2}. \end{cases}$$

Vậy tam giác ABC vuông cân tại A .

Chọn đáp án (B) □

CÂU 58. Cho hai điểm $A(-6; 3)$, $B(4; 1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc tia Oy sao cho tam giác ABC vuông tại C .

- (A) $(0; 7)$. (B) $(7; 0)$. (C) $(0; -3)$. (D) $(0; -3)$ và $(0; 7)$.

Lời giải.

Gọi $C(0; c) \in Oy$. Vì C thuộc tia Oy nên $c > 0$.

Ta có $\overrightarrow{CA} = (-6; 3 - c)$, $\overrightarrow{CB} = (4; 1 - c)$.

Tam giác ABC vuông tại C khi và chỉ khi $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$

$$\Leftrightarrow (-6) \cdot 4 + (3 - c)(1 - c) = 0 \Leftrightarrow c^2 - 4c - 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 7 & (\text{nhận}) \\ c = -3 & (\text{loại}). \end{cases}$$

Vậy $C(0; 7)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 59. Tìm m để hai vectơ $\vec{a} = (1; -3)$, $\vec{b} = (m^2; 4)$ vuông góc với nhau.

- (A) $m = 12$. (B) $m = 2\sqrt{3}$. (C) $m = -2\sqrt{3}$. (D) $m = \pm 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot m^2 + (-3) \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 60. Cho tam giác ABC , với $A(0; 3)$, $B(x; 1)$, $C(4; 1)$. Tìm x để tam giác ABC vuông tại A .

- (A) $x = -2$. (B) $x = 1$. (C) $x = 0$. (D) $x = -1$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (4; -2)$. Tam giác ABC vuông tại A nên

$$\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 4x + (-2) \cdot (-2) = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 61. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $C(2; -2)$. Tìm mệnh đề sai.

- (A) A, B, C không thẳng hàng. (B) Tam giác ABC vuông cân tại A .
(C) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{3}{5}$. (D) Độ dài $AB = AC = 3\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (6; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (6; -3)$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 36 - 9 = 27 \neq 0$.

Suy ra tam giác ABC không vuông tại A .

Chọn đáp án (B) □

CÂU 62. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 3)$, $B(-2; 1)$. Điểm C thuộc trục Ox sao cho $\triangle ABC$ vuông tại C có thể nhận tọa độ là

- (A) $C(3; 0)$. (B) $C(-3; 0)$. (C) $C(-1; 0)$. (D) $C(2; 0)$.

Lời giải.

Vì $C \in Ox$ nên $C(x; 0) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{CA} = (2 - x; 3) \\ \overrightarrow{CB} = (-2 - x; 1). \end{cases}$

$\triangle ABC$ vuông tại C nên $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow (2 - x)(-2 - x) + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy $C(-1; 0)$ hoặc $C(1; 0)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 63. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trục tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh A và B có tọa độ là $A(-2; 2)$, $B(3; 5)$. Tọa độ của đỉnh C là

- (A) $\left(-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$. (B) $\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$. (C) $\left(\frac{3}{4}; \frac{11}{4}\right)$. (D) $\left(-\frac{3}{4}; \frac{11}{4}\right)$.

Lời giải.

Giả sử $C(x; y)$. Khi đó $\overrightarrow{OC} = (x; y)$, $\overrightarrow{AB} = (5; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (x + 2; y - 2)$ và $\overrightarrow{OB} = (3; 5)$. Do O là trực tâm tam giác ABC nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 3y = 0 \\ 3(x + 2) + 5(y - 2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{4} \\ y = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Vậy $C\left(-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 64. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, $B(3; 4)$, $C(0; -2)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

(A) $H(-1; 3)$.

(B) $H(-9; 7)$.

(C) $H(9; -7)$.

(D) $H(3; -1)$.

Lời giải.

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm của tam giác ABC . Khi đó ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 6y = 15 \\ x + 4y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = 7 \end{cases}$$

Vậy $H(-9; 7)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 65. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC vuông tại A với $A(-1; 0)$ và $B(-3; 0)$. Tọa độ điểm C là:

(A) $(-3; -1)$.

(B) $(-2; -2)$.

(C) $(-2; 0)$.

(D) $(-1; -3)$.

Lời giải.

Ta có $A, B \in Ox$ do đó $\triangle ABC$ vuông tại A khi và chỉ khi $x_C = x_A = -1$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 66. Cho hình vuông $ABCD$, biết đỉnh $A(1; -1)$, $B(3; 0)$ và đỉnh C có tọa độ dương. Tìm tọa độ C .

(A) $C(4; -2)$.

(B) $C(4; 2)$.

(C) $C(2; 4)$.

(D) $C(2; 2)$.

Lời giải.

Gọi $C(x; y)$ với $x > 0$, $y > 0$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 1)$, $\overrightarrow{BC} = (x - 3; y)$.

$$ABCD \text{ là hình vuông nên } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ AB = BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x - 3) + y = 0 \\ AB^2 = BC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ (x - 3)^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ (x - 3)^2 + (6 - 2x)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ 5x^2 - 30x + 40 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases} \text{ (loại)} \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy $C(2; 2)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 67. Cho $A(1; -2)$, $B(-1; -1)$. Tìm M trục Ox sao cho tam giác ABM vuông tại A .

(A) $M(-3; 0)$.

(B) $M(-2; 0)$.

(C) $M(2; 0)$.

(D) $M(3; 0)$.

Lời giải.

M thuộc trục Ox cho nên $M(m; 0)$, $\overrightarrow{AB} = (-2; 1)$ và $\overrightarrow{AM} = (m - 1; 2)$. Tam giác ABM vuông tại A suy ra

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow -2m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2.$$

Chọn đáp án (C) □

MỤC LỤC

Bài 1. TOẠ ĐỘ VECTƠ - BTTD PHÉP TOÁN VECTƠ	1
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	1
(B) Các ví dụ.....	2
(C) Bài tập vận dụng.....	3
(D) Bài tập trắc nghiệm.....	3

LỜI GIẢI CHI TIẾT **8**

Bài 1. TOẠ ĐỘ VECTƠ - BTTD PHÉP TOÁN VECTƠ	8
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	8
(B) Các ví dụ.....	9
(C) Bài tập vận dụng.....	11
(D) Bài tập trắc nghiệm.....	14

