Bài 1. VECTO TRONG KHÔNG GIAN

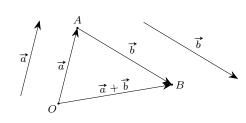
A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Tổng của hai véc tơ

🗘 Đinh nghĩa:

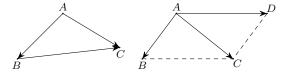
Trong không gian, cho hai vécto \overrightarrow{a} và \overrightarrow{b} . Lấy ba điểm O, A, B sao cho $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{b}$. Ta gọi \overrightarrow{OB} là **tổng của hai vécto** \overrightarrow{a} và \overrightarrow{b} , ký hiệu $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$.

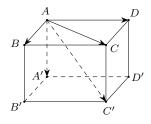
Phép lấy tổng của hai véctơ \vec{a} và \vec{b} được gọi là **phép cộng véctơ**.



🗘 Các quy tắc cần nhớ:

- ① Quy tắc ba điểm: Với ba điểm A, B, C, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- ② Quy tắc hình bình hành: Cho \overrightarrow{ABCD} là hình bình hành, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$





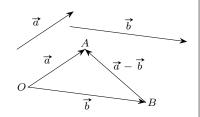
🗘 Tính chất:

- ① Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$;
- ② Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c});$
- ③ Với mọi véct
ơ $\overrightarrow{a},$ ta luôn có: $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}.$

2. Hiệu của hai véc tơ

Véctơ đối:

- ① Vecto đối của \vec{a} kí hiệu là $-\vec{a}$.
- ② Vecto đối của \overrightarrow{AB} là \overrightarrow{BA} : $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.
- ③ Vecto $\overrightarrow{0}$ được coi là vecto đối của chính nó.



🗘 Các quy tắc cần nhớ:

- ① Với ba điểm A, B, C ta có $\overrightarrow{AB} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.
- ② Hai véc tơ \vec{a} và \vec{b} đối nhau thì $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$.



ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•		•	•	•

•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
١.																												
١.																												

• •															

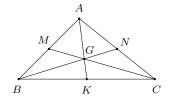
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

۵II	ICK	NC	1
	пск	MC	9113

3. Tích của một số với một véc-tơ

- \bigcirc Định nghĩa: Cho số thực $k \neq 0$ và vectơ $\overrightarrow{a} \neq \overrightarrow{0}$. Tích của một số k với vectơ \overrightarrow{a} là một vecto, kí hiệu là $k\vec{a}$, được xác định như sau:
 - $oldsymbol{\Theta}$ Cùng hướng với vecto \overrightarrow{a} nếu k > 0, ngược hướng với vecto \overrightarrow{a} nếu k < 0.
 - \odot Có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.
 - $\mathbf{A} \quad 0 \cdot \vec{a} = \vec{0} \ va \ k \cdot \vec{0} = \vec{0}.$
- Hệ thức trung điểm, trọng tâm:
 - ① I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì
 - $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$:
 - $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$;...





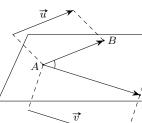
- ② G là trọng tâm của tam giác ABC thì
 - $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$:
 - $\bullet \overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AK}; \overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GK}; \dots$
- 🗘 Nhân xét:
 - ① Với hai véctơ \vec{a} và \vec{b} bất kỳ, với mọi số h và k, ta luôn có
 - $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} +$ $(h+k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a};$ $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a};$ $k\vec{b};$
 - $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$;
- $(-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$; $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \vec{a} = \vec{0} \\ k = 0 \end{bmatrix}$.
- ② Hai vécto \vec{a} và \vec{b} (\vec{b} khác $\vec{0}$) cùng phương khi và chỉ khi có số k sao cho $\vec{a} = k \vec{b}$.
- ③ Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi có số $k \neq 0$ để $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

4. Tích vô hướng của hai véc-tơ

Góc giữa hai véctơ:

Trong không gian, cho \vec{u} và \vec{v} là hai vécto khác $\vec{0}$. Lấy một điểm A bất kỳ, gọi B và C là hai điểm sao cho $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{v}$. Khi đó, ta goi \widehat{BAC} là góc giữa hai vécto \overrightarrow{u} và \overrightarrow{v} , ký hiệu $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

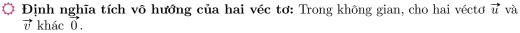




A

$$0^{\circ} \le (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) \le 180^{\circ}.$$

- $N\acute{e}u \ \overrightarrow{u} \ cùng \ hướng với \ \overrightarrow{v} \ thì \ (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) =$
- $N\acute{e}u\ \overrightarrow{u}$ ngược hướng với \overrightarrow{v} thì $(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})=$
- $N\acute{e}u \ \vec{u} \ vu\hat{o}ng \ g\acute{o}c \ v\acute{o}i \ \vec{v} \ thi \ (\vec{u}, \vec{v}) =$



Tích vô hướng của hai véctơ \vec{u} và \vec{v} là một số, kí hiệu $\vec{u} \cdot \vec{v}$, được xác định bởi công thức $|\vec{u} \cdot \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$



- ① Trong trường hợp $\vec{u} = 0$ hoặc $\vec{v} = 0$, ta quy ước $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

(4) Với hai véctơ \vec{u} , \vec{v} khác $\vec{0}$, ta có $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{0}$.

 \bigcirc **TÍnh chất:** Với ba vécto \overrightarrow{a} , \overrightarrow{b} , \overrightarrow{c} và số thực k, ta có:

$$\bigcirc (k\overrightarrow{a}) \cdot \overrightarrow{b} = k(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}) = \overrightarrow{a} \cdot (k\overrightarrow{b}).$$

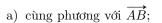
B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1. Xác định véc-tơ, chứng minh đẳng thức véc tơ,độ dài véc tơ

BÀI TẬP TƯ LUÂN

VÍ DU 1.

Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Hãy xác định các véc-tơ $(khác \ 0)$ có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của hình hộp ABCD.A'B'C'D' thỏa



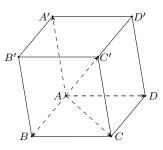
b) cùng phương
$$\overrightarrow{AA'}$$
;

c) bằng với
$$\overrightarrow{AD}$$
;

d) bằng với
$$\overrightarrow{A'B}$$
;

e) đối với
$$\overrightarrow{CD'}$$
;

f) đối với
$$\overrightarrow{B'C}$$



VÍ DU 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N, O lần lượt là trung điểm của AB, CD và AC. Chúng minh rằng

a)
$$\overrightarrow{BN}$$
 và \overrightarrow{DM} đối nhau;

b)
$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = c$$
 $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{SC}$.

VÍ DU 3. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác AB'D'.

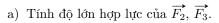
a) Tîm vecto:
$$\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BA}$$
; $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BA} +$ b) Chứng minh: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

e) Chúng minh:
$$\overrightarrow{A'C} = 3\overrightarrow{A'G}$$
.

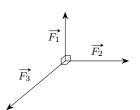
c) Chứng minh:
$$\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{B'D}$$
. d) Chứng minh: $\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{C'B'} - \overrightarrow{D'C'} = \overrightarrow{BD'}$.
e) Chứng minh: $\overrightarrow{A'C} = 3\overrightarrow{A'G}$. f) Tính đô dài véc tơ $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{AA'}$.

VÍ DU 4.

Ba lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc nhau và có độ lớn lần lượt là 2 N, 3 N, 4 N.



b) Tính độ lớn hợp lực của ba lực đã cho.



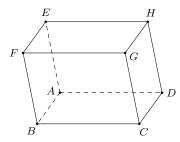
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẨN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

CÂU 1.

Cho hình hôp ABCD.EFGH. Các véc-tơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng véc-tơ \overrightarrow{AB} là các véc-tơ nào sau đây?

- $(\mathbf{A})\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{EF}.$
- $(\mathbf{B})\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{EF}.$
- $(\mathbf{C})\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{FE}.$
- $(\mathbf{D})\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{GH}, \overrightarrow{EF}.$



CÂU 2.

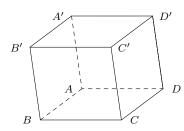
Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

$$(\mathbf{A})\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{AD}.$$

$$(\mathbf{B})\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{0}.$$

$$\overrightarrow{\mathbf{C}}\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{A'C} = 2\overrightarrow{AC}.$$

$$(\mathbf{D})\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{D'D} = \overrightarrow{0}.$$



CÂU 3.

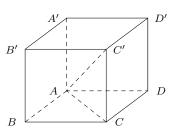
Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

$$|\overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}.$$

$$|\overrightarrow{AC'}| = a\sqrt{3}.$$

$$(\vec{\mathbf{C}})\vec{B}\vec{D} + \overrightarrow{D'B'} = \vec{0}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{D}})\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BC'}.$$



CÂU 4.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

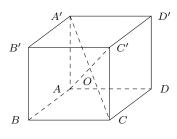
$$(\mathbf{A}) \overrightarrow{AO} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}).$$

$$(\mathbf{A})AO = \frac{1}{3} (AB + AD + AA').$$

$$(\mathbf{B})\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}).$$

$$\overrightarrow{\mathbf{C}}\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4} \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \right)$$

$$(\mathbf{D})\overrightarrow{AO} = \frac{\frac{4}{2}}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}).$$



CÂU 5. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Tính độ dài vecto $\vec{x} = AB^{i} + AD^{i}$

$$\mathbf{\hat{A}}|\vec{x}| = a\sqrt{2}.$$

$$(\mathbf{B})|\vec{x}| = 2a\sqrt{2}.$$

$$(\mathbf{C})|\vec{x}| = 2a\sqrt{6}.$$

$$(\mathbf{D})|\vec{x}| = a\sqrt{6}.$$

CÂU 6.

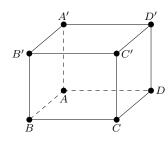
Hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Tính độ dài vécto $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$ theo a.

$$(\mathbf{A})a\sqrt{2}$$
.

$$\mathbf{B}$$
 $(1+\sqrt{3})a$.

$$\bigcirc a\sqrt{6}$$
.

$$\bigcirc \frac{a\sqrt{6}}{2}$$



CÂU 7.

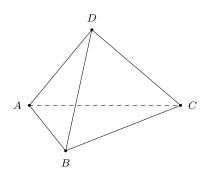
Cho tứ diện ABCD. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

$$(\mathbf{A})\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{B}})\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}.$$

$$\overrightarrow{\mathbf{C}}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}.$$

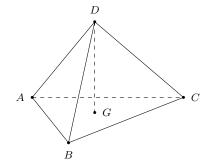
$$(\mathbf{D})\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$$



CÂU 8.

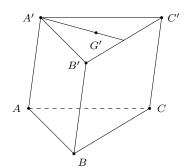
Cho tứ diện ABCD. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tìm k thỏa đẳng thức vecto $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k \cdot \overrightarrow{DG}$.

- (A)k = 1.
- $(\mathbf{B})k = 3.$
- $(\mathbf{C})k = 2.$
- $(\mathbf{D})k = 3.$



CÂU 9.

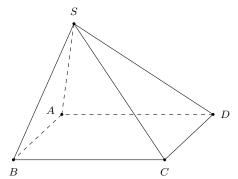
Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. Gọi G' là trọng tâm của tam giác A'B'C'. Đặt $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{b}=\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{c}=\overrightarrow{AC}$. Véctơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng



CÂU 10.

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{SB} = \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{SD} = \overrightarrow{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng? $(\overrightarrow{A}) \overrightarrow{a} + \overrightarrow{c} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{d} .$

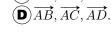
- $(\overrightarrow{\mathbf{B}})\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}.$
- $(\vec{c})\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}.$
- $(\overrightarrow{\mathbf{D}})\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}.$

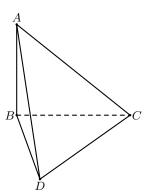


CÂU 11.

Cho tứ diện ABCD. Các vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là các đỉnh còn lại của hình tứ diện là

- $(\mathbf{A})\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AD}.$
- $(\mathbf{B})\overrightarrow{BA},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}.$
- $(\mathbf{C})\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DA}.$

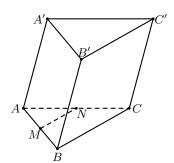




CÂU 12.

Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'.Gọi $M,\,N$ lần lượt là trung điểm của AB, AC. Trong 4 vecto \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CB} , $\overrightarrow{B'C'}$, $\overrightarrow{A'C'}$ vectơ nào cùng hướng với vect
ơ \overrightarrow{MN}

- $(\mathbf{A})\overrightarrow{AB}$.
- $(\mathbf{B})\overrightarrow{CB}$.
- $(\mathbf{C})\overrightarrow{B'C'}$.



	-					_
$oldsymbol{\Box}$	UI	Ck	_	Ν	O	тБ

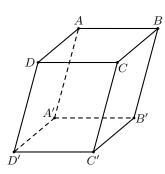
Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'.Số các vectơ có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng vecto \overrightarrow{AB} là

(A)1.

 $(B)_{2}$.

 $(\mathbf{C})_{3}$.

(**D**)4.



CÂU 14. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng đinh đúng?

$$(\mathbf{A})\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}.$$

$$(\mathbf{B})\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{C}})\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{D}})\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}.$$

CÂU 15. Trong không gian cho tam giác ABC có G là trọng tâm và điểm M nằm ngoài mặt phẳng (ABC). Khẳng định nào sau đây là đúng?

$$\overrightarrow{\mathbf{A}} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0}.$$

$$(\mathbf{B})\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 0.$$

$$(\vec{\mathbf{C}})\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG}.$$

$$(\mathbf{D})\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}.$$

CÂU 16. Cho hình chóp đều S.ABCD tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$. Tính độ dài vecto $\vec{u} =$ $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}$.

$$\bigcirc$$
 $\sqrt{3}$.

$$(\mathbf{B})\sqrt{2}$$
.

$$(\mathbf{C})2\sqrt{6}.$$

$$\bigcirc 2\sqrt{2}.$$

CÂU 17. Cho tứ diện ABCD. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

$$(\mathbf{A})\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}.$$

$$(\mathbf{B})\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{C}})\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{D}})\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}.$$

CÂU 18. Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C', M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

$$(\mathbf{A})\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} - \frac{1}{2}\overrightarrow{a}.$$

$$\overrightarrow{\mathbf{B}}\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{a} - \overrightarrow{c} + \frac{1}{2}\overrightarrow{b}$$

CÂU 19. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Tính độ dài véctơ $\overrightarrow{x} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}$ theo a?

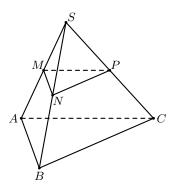
$$\mathbf{A}$$
 $a\sqrt{2}$.

$$\mathbf{C}$$
 $a\sqrt{6}$.

$$\mathbf{D}$$
) $a\sqrt{3}$.

CÂU 20.

Cho tứ diện S.ABC có M, N, P là trung điểm của SA, SB, SC. Tìm khẳng định đúng?



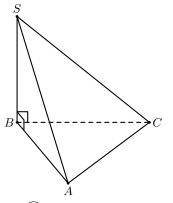
$$(\mathbf{A})\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \left(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM} \right).$$

$$(\mathbf{B})\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}.$$

$$\overrightarrow{\mathbf{C}}\overrightarrow{AB} = 2\left(\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PN}\right).$$

CÂU 21.

Cho tứ diện S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a, SB vuông góc với đáy và $SB = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai vecto $(\overline{AB}, \overline{AS})$ là



(A)60°.

(B)30°.

(C)45°.

(**D**)90°.

CÂU 22. Cho hình chóp S.ABC có AB = 4, $\widehat{BAC} = 60^{\circ}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$. Khi đó đô dài \overrightarrow{AC}

(A)3.

(B)6.

 $(\mathbf{C})4.$

 $(\mathbf{D})12.$

CÂU 23. Trong không gian cho vecto \overrightarrow{AB} . Khi đó:

 (\mathbf{A}) Giá của vecto \overrightarrow{AB} là \overrightarrow{AB} .

 (\mathbf{B}) Giá của vectơ \overrightarrow{AB} là $|\overrightarrow{AB}|$.

 (\mathbf{C}) Giá của vectơ \overrightarrow{AB} là đường thẳng AB. (\mathbf{D}) Giá của vectơ \overrightarrow{AB} là đoạn thẳng AB.

CÂU 24. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'. Trong các vectơ dưới đây, vectơ nào cùng phương với vecto $A\dot{B}$?

 (\mathbf{A}) Vecto \overrightarrow{AD} .

(**B**) Vecto $\overrightarrow{CC'}$.

 (\mathbf{C}) Vecto \overrightarrow{BD} .

 (\mathbf{D}) Vecto \overrightarrow{CD} .

CÂU 25. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Vecto $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}$ bằng vecto nào dưới đây?

 $(\mathbf{A})A'C.$

 $(\mathbf{C})\overrightarrow{AC'}$.

 $(\mathbf{D})\overrightarrow{C'A}.$

CÂU 26. Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{d}$. Trong các biểu thức vec tơ sau đây, biểu thức nào là đúng?

 $(\mathbf{A})\,\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}.$

 $(\mathbf{B})\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}.$

 $(\mathbf{C})\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}.$

 $(\mathbf{D})\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}.$

CÂU 27. Cho lập phương ABCD.A'B'C'D' có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.

(A) $\sqrt{3}$.

 $(\mathbf{B})\sqrt{2}$.

 $(\mathbf{C})_{1.}$

 $(\mathbf{D})2\sqrt{2}$.

CÂU 28. Cho O là tâm hình bình hành ABCD. Hỏi vecto $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vecto nào?

 $(\mathbf{A})\overrightarrow{BA}.$

 $(\mathbf{B})\overrightarrow{AD}$.

 $(\mathbf{C})\overrightarrow{DC}.$

 $(\mathbf{D})\overrightarrow{AC}$.

CÂU 29. Cho ba điểm phân biệt A, B, C. Nếu $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây

 $(\mathbf{A})\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}.$

 $(\mathbf{B})\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AC}.$ $(\mathbf{C})\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}.$

 $(\mathbf{D})\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}.$

CÂU 30. Cho tam giác ABC có điểm O thỏa mãn: $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

 (\mathbf{A}) Tam giác ABC đều.

(**B**) Tam giác ABC cân tại C.

(**C**) Tam giác ABC vuông tại C.

(**D**) Tam giác ABC cân tại B.

CÂU 31. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

 $(\mathbf{A})\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}.$

 $(\mathbf{B})\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}.$

 $(\overrightarrow{\mathbf{C}})\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}.$

 $(\overrightarrow{\mathbf{D}})\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}.$

CÂU 32. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có độ dài cạnh bằng a. Tính độ dài của vecto $\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{BA'}$.

 $(\mathbf{A})\sqrt{3}a$.

 $(\mathbf{B})\sqrt{2}a.$

 $(\mathbf{C})\sqrt{6}a$.

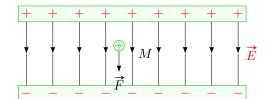
 $(\mathbf{D})2\sqrt{3}a.$

CÂU 33.

♀ VNPmath - 0962940819 ♀
QUICK NOTE

Trong điện trường đều, lực tĩnh điện \overrightarrow{F} (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức $\overrightarrow{F} = q \cdot \overrightarrow{E}$, trong đó \overrightarrow{E} là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Tính độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q=10^{-9}$ C và độ lớn điện trường $E=10^5$ N/C.





 \bigcirc 10⁻³ N.

B) 10^4 N.

 \mathbf{C})10⁻¹⁴ N.

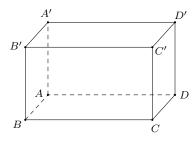
 $(\mathbf{D})10^{-4} \text{ N}.$

 $\mathbf{PH}\mathbf{\hat{A}N}$ II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 34.

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có cạnh $AB=a;\ AD=a\sqrt{3};\ AA'=2a.$ Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

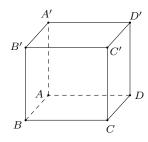
Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CD'} = \overrightarrow{0}.$		
$\overrightarrow{\mathbf{b}}) \ \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{0}.$		
c) $ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = a\sqrt{5}$.		
d) $ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{CC'} = 2\sqrt{2}a.$		



CÂU 35.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

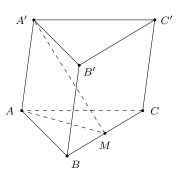
Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{B'B} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{B'D}.$		
$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}.$		
$ \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = a\sqrt{2}. $		
$\mathbf{d)} \ \left \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C'A} \right = a.$		



CÂU 36.

Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{b}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{c}$. Gọi M là trung điểm của BC. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

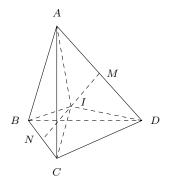
Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{B'C} = -\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}.$		
$\mathbf{b)} \ \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}.$		
$\overrightarrow{aM} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}.$		
$\overrightarrow{A'M} = -\overrightarrow{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{b} + \frac{1}{2}\overrightarrow{c}.$		



CÂU 37.

Cho tứ diện ABCD. Gọi $M,\ N$ lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và $BC,\ I$ là trung điểm MN. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

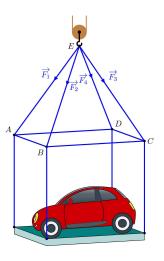
Mệnh đề	Ð	S
a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.		
$\mathbf{b)} \ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$		
c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$.		
$\mathbf{d}) \ \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{0}.$		



CÂU 38.

Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật ABCD, mặt phẳng (ABCD) song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$, $\overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N.

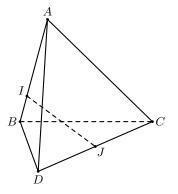
Mệnh đề	Đ	\mathbf{S}
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4}.$		
$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_4}.$		
c) $ \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3} = 8141 \text{ N (làm tròn dến hàng đơn vị).}$		
d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô là 16282 N (làm tròn đến hàng đơn vị).		



CÂU 39.

Cho tứ diện ABCD có AB = AC = AD = a và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^{\circ}, \widehat{CAD} = 90^{\circ}$. Gọi I là điểm trên cạnh AB sao cho AI = 3IB và J là trung điểm của CD. Gọi α là góc giữa hai vecto \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{IJ} .

Mệnh đề	Đ	S
a) Tam giác BCD vuông cân.		
$\mathbf{b)} \ \overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}.$		
$\mathbf{c)} \ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}.$		
$\mathbf{d)} \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}.$		



			١	ì	í		1	١	ì	1	١	`	ŀ	١	١	ì	1	Н	ľ							
				-	-	-	-	-	•														-	-	-	-
•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	٠	٠	•

•	•	•	•			•		•	•	•	•	•	•	•															•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

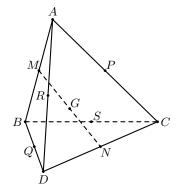
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	

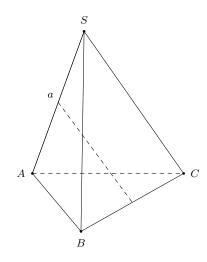
QI		$\boldsymbol{\nu}$	Ν	\sim	Ī
	шс		N		

Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q, R, S, G lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, CD, AC, BD, AD, BC, MN.

Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{MR} = \overrightarrow{SN}.$		
$\overrightarrow{B}) \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{0}.$		
c) $2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.		
d) $ \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} $ nhỏ nhất khi và		
chỉ khi điểm I trùng với điểm G .		



CÂU 41. Cho tứ diện đều SABC có cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

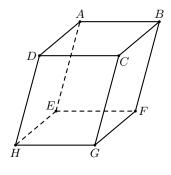


Mệnh đề	Đ	S
a) Độ dài của vecto \overrightarrow{SA} bằng $a.$.		
$\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$		
$\mathbf{c)} \ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{MN}.$		
d) Gọi I là trọng tâm của tứ diện. Khoảng cách từ I đến (ABC) bằng $\frac{3a\sqrt{6}}{4}.$		

CÂU 42.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot EFGH$ có AB = AE = 2, AD=3 và đặt $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{b}=\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{c}=\overrightarrow{AE}.$ Lấy điểm \overrightarrow{M} thỏa $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$ và điểm N thỏa $\overrightarrow{EN}=\frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$. (tham khảo hình vẽ).

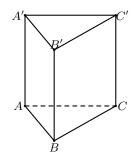
Mệnh đề	Ð	\mathbf{S}
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{MA} = -\frac{1}{5} \overrightarrow{b}.$		
$\mathbf{b)} \ \overrightarrow{EN} = \frac{2}{5} \left(\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} \right).$		
$\mathbf{c)} \left(m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + n \cdot \vec{c} \right)^2 = m^2 \cdot \vec{a}^2 +$		
$n^2 \cdot \overrightarrow{b}^2 + p^2 \cdot \overrightarrow{c}^2$ với m, n, p là các số		
thực.		
d) $MN = \frac{\sqrt{61}}{5}$.		



CÂU 43.

Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy bằng xvà chiều cao bằng y. (tham khảo hình vẽ)

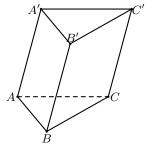
Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}x^2.$		
$\mathbf{b)} \ \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}.$		
c) $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AA'}$.		
d) Góc $(AC', CB') > 60^{\circ}$ khi $\frac{y}{x} < \sqrt{2}$.		



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

CÂU 44.

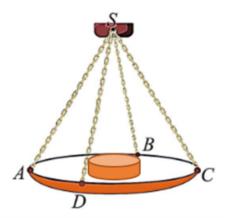
Cho hình lăng trụ $\overrightarrow{ABC}.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a}, \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{b}, \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{c}$. Ta biểu diễn $\overrightarrow{B'C} = m\overrightarrow{a} + n\overrightarrow{b} + p\overrightarrow{c}$, khi đó m+n+p bằng



CÂU 45. Cho tứ diện ABCD, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Biết $\overrightarrow{IJ} =$ $\frac{a}{b}\overrightarrow{AC} + \frac{c}{d}\overrightarrow{BD}$. Giá trị biểu thức P = ab + cd bằng

CÂU 46. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 15. Biết độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng $a\sqrt{6}$, khi đó giá trị của a là?

CÂU 47. Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m=3\,\mathrm{kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho S.ABCD là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 90^{\circ}$. Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. Lấy $g = 10 \text{m/s}^2$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



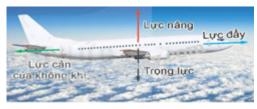
CÂU 48. Cho tứ diện ABCD. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy $M,\ N$ sao cho AM = 3MD, BN = 3NC. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC. Phân tích vectơ \overrightarrow{MN} theo hai vecto \overrightarrow{PQ} và \overrightarrow{DC} ta được $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{PQ} + b\overrightarrow{DC}$. Tính a + 2b.

CÂU 49. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Một mặt phẳng (a) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D'. Giá trị của biểu thức $P=\frac{SA}{SA'}+\frac{SC}{SC'}-\frac{SB}{SB'}-\frac{SD}{SD'}$.

CÂU 50. Cho hình lập phương B'C có đường chéo $A'C = \frac{3}{16}$. Gọi O là tâm hình vuông ABCD và điểm 20 thỏa mãn: $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Khi đó độ dài của đoạn OS bằng $\frac{a\sqrt{3}}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

QI		$\boldsymbol{\nu}$	Ν	\sim	Ī
	шс		N		

CÂU 51. Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của 4 lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học (hình ảnh 2.20).

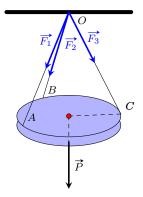


Hinh 2.20

Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900(km/h) lên 920(km/h), trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900(km/h) và 920(km/h) lần lượt biểu diễn bởi hai véc tơ $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ với $\overrightarrow{F_1} = k\overrightarrow{F_2}(k \in \mathbb{R}; k > 0)$. Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

CÂU 52.

Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \left|\overrightarrow{F_2}\right| = \left|\overrightarrow{F_3}\right| = 15$ (N). Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó (làm tròn đến hàng phần chục).



CÂU 53. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Xét các điểm M, N lần lượt thuộc các đường thẳng A'C, C'D sao cho đường thẳng MN song song với đường thẳng BD'. Khi đó tỉ số $\frac{MN}{BD'}$ bằng

Dạng 2. Xác định góc và tính tích vô hướng của hai véctơ

BÀI TẬP TỰ LUẬN

VÍ DU 1. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng 5.

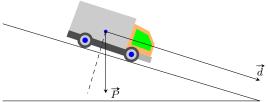
- a) Tìm góc giữa các cặp véc-tơ sau: \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC} và $\overrightarrow{B'D'}$; \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{CD} ; $\overrightarrow{AD'}$ và \overrightarrow{BD} .
- b) Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{B'D'}$; $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{BD}$;
- c) Chứng minh $\overrightarrow{AC'}$ vuông góc với \overrightarrow{BD} .

VÌ DỤ 2. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD.

a) Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} \cdot$ b) Tính góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$. \overrightarrow{AM} .

VÍ DU 3.

Cho biết công A (đơn vị: J) sinh bởi lực \overrightarrow{F} tác dụng lên một vật được tính bằng công thức $A = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d}$, trong đó \overrightarrow{d} là vectơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của $|\overrightarrow{d}|$ là m) khi chịu tác dụng của lực \overrightarrow{F} .

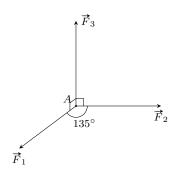


Một chiếc xe có khối lượng 1,5 tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng 5° so với phương ngang. Tính công sinh bởi trọng lực \overrightarrow{P} khi xe đi hết đoạn đường dốc dài

30 m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực \overrightarrow{P} được xác định bởi công thức $\overrightarrow{P}=m\overrightarrow{g}$, với m (đơn vị: kg) là khối lượng của vật và \overrightarrow{g} là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g=9.8~\mathrm{m/s^2}$.

VÍ DŲ 4.

Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α) , chịu tác động bởi ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Các lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 có giá nằm trong (α) và $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 135^\circ$, còn lực \vec{F}_3 có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Xác định cường độ hợp lực của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là $20~\mathrm{N}, 15~\mathrm{N}$ và $10~\mathrm{N}$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

CÂU 1.

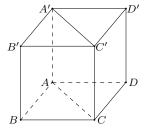
Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Khẳng định nào sau đây là khẳng định ${\bf sai}$?

$$(\mathbf{A})(\overrightarrow{A'C'},\overrightarrow{AD}) = 45^{\circ}.$$

$$(\mathbf{B})(\overrightarrow{A'C'},\overrightarrow{B'B}) = 90^{\circ}.$$

$$(\overrightarrow{A'A},\overrightarrow{CB'}) = 45^{\circ}.$$

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 180^{\circ}.$$



CÂU 2.

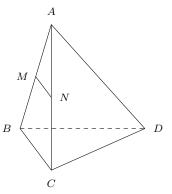
Cho tứ diện đều ABCD, Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC. Hãy tính góc giữa hai vecto \overrightarrow{MN} và

$$(\overrightarrow{A})(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{BD}) = 150^{\circ}.$$

$$(\overrightarrow{B})(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{BD}) = 120^{\circ}.$$

$$(\overrightarrow{C})(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}) = 30^{\circ}.$$

$$(\overrightarrow{D})(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{BD}) = 60^{\circ}.$$



CÂU 3.

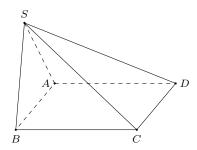
Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành và mặt bên SAB là tam giác đều. Tính góc giữa hai vectơ \overrightarrow{DC} và \overrightarrow{BS} .

$$(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = 120^{\circ}.$$

$$(\mathbf{B})(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = 60^{\circ}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{C}})(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{BS}) = 90^{\circ}.$$

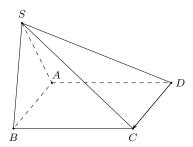
$$(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = 150^{\circ}.$$



CÂU 4.

ຄ	Ш	CK	Ν	OI	-
	u	$-\kappa$		v.	

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Mặt bên ASB là tam giác vuông cân tại S và có $canh AB = a. Tính \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AS}.$

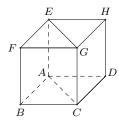


CÂU 5.

Cho hình lập phương ABCD.EFGH có các cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$.

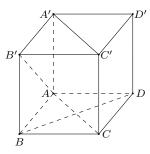
 \mathbf{A} $a^2\sqrt{2}$.

 $(\mathbf{D})a^2\sqrt{3}$.



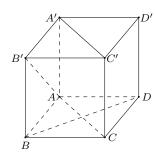
CÂU 6.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{A'C'}$.



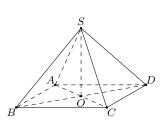
CÂU 7.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BD}$.



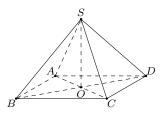
CÂU 8.

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC}$.



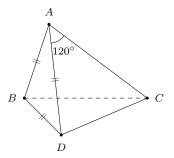
CÂU 9.

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC}$.



CÂU 10.

Cho tứ diện ABCD biết AB = AD = BD = a, AC = 2a $\begin{array}{c} \text{và }\widehat{CAD} = 120^{\circ}. \text{ Tính } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}. \\ \textbf{(A)} - \frac{3}{2}a^{2}. \\ \textbf{(C)} \frac{1}{2}a^{2}. \\ \end{array}$



CÂU 11.

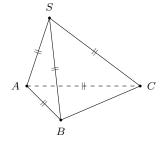
Cho hình chóp S.ABC có SA = SB = SC = AB = AC = avà $BC = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa các vecto \overrightarrow{SC} và \overrightarrow{AB} .

 $(A)60^{\circ}.$

(B)90°.

(C)120°.

(D)150°.



CÂU 12.

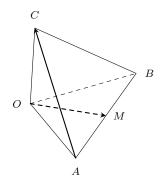
Cho tứ diện OABC có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và OA = OB = OC = 1. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Tính góc giữa hai vectơ \overrightarrow{OM} và \overrightarrow{AC} .

(**A**)90°.

(B)120°.

(C)60°.

(D)30°.



CÂU 13. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh bằng a. Tích vô hướng của hai vecto $\overrightarrow{DD'}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ bằng

- \mathbf{A} $\sqrt{2}a^2$.
- $(\mathbf{B})a^2$.
- \bigcirc $-\sqrt{2}a^2$.
- $(\mathbf{D})0.$

PHẨN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 14. Trong không gian, cho hai véc-tơ \vec{a} và \vec{b} cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai véc-tơ đó là 45°.

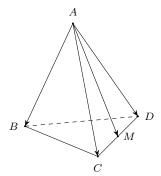
Mệnh đề	Ð	\mathbf{S}
$\mathbf{a)} \ \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$		
b) $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}.$		
$ \vec{a} + \vec{b} = 2 + \sqrt{2}. $		
$ \vec{a} - \sqrt{2}\vec{b} = 0.$		

CÂU 15.

All	IICK	N	
	пск	N	9112

Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD.

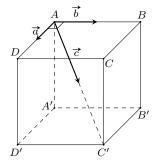
Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = 0.$		
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}.$		
$\mathbf{c)} \ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0.$		
$\mathbf{d)} \ \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{a^2}{2}.$		



CÂU 16.

Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực \vec{a} , $\overrightarrow{b},\ \overrightarrow{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực $\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{b}$ và \overrightarrow{c} tương ứng là 10 N, 10 N và 20 N.

Mệnh đề	Đ	S
$\boxed{\mathbf{a}) \ \vec{a} + \vec{b} = \vec{c}.}$		
b) $ \vec{a} + \vec{b} = 20$ (N).		
$\boxed{\mathbf{c} \mid \vec{a} + \vec{c} \mid = \mid \vec{b} + \vec{c} \mid}.$		
d) $ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 32,59 \text{ (N)} \text{ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).}$		



CÂU 17. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Biết rằng cạnh AB=a, AD=2a, cạnh bên SA=2a và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD. Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

Mệnh đề	Ð	S
a) Hai vecto \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} là hai vecto cùng phương, cùng hướng.		
b) Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{SC} và \overrightarrow{AC} bằng 60°.		
c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.		
d) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.		

CÂU 18. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Trên các cạnh AA', CC' lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM=\frac{2}{3}AA'$, CN=NC'. Các mệnh đề sau đúng hay

Mệnh đề	Ð	S
a) Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AN} và \overrightarrow{AC} bằng 60°.		
b) Độ dài của vecto $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{AM}$ là $\frac{3a}{2}$.		
c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$.		
d) Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{A'C'} = 2a^2$.		

CÂU 19. Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' đáy là tam giác đều cạnh $2a, AA' = a\sqrt{3}$. H, K lần lượt là trung điểm BC, B'C'. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	\mathbf{S}
a) Hai vecto \overrightarrow{AH} , $\overrightarrow{KA'}$ là hai vecto cùng phương, cùng hướng.		
b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{A'H}$ và \overrightarrow{AH} bằng 60°.		

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AB'} = \frac{5a^2}{2}$.	
$\frac{2}{2}$	
d) Độ dài của vecto $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AH}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.	
d) Do dai cua vecto III III la 2	

CÂU 20. Cho tứ diện đều ABCD cạnh a. E là điểm trên đoạn CD sao cho ED = 2CE. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		S
a) Có 6 vectơ (khác vectơ $\overrightarrow{0}$) có điểm đầu và điểm cuối được tạo thành từ các đỉnh của tứ diện.		
b) Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BC} bằng 60°.		
c) Nếu $\overrightarrow{BE} = m\overrightarrow{BA} + n\overrightarrow{BC} + p\overrightarrow{BD}$ thì $m + n + p = \frac{2}{3}$.		
d) Tích vô hướng $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BE} = \frac{a^2}{6}$.		

CÂU 21. Cho tứ diện ABCD có cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
\mathbf{a}) \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} cùng hướng.		
b) $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{0}$ với E là trung điểm MN .		
c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$.		
d) Điểm I xác định bởi $P=3\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị nhỏ nhất của P là $2a^2$.		

PHẨN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

CÂU 22. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 4. Giá trị tích vô hướng \overrightarrow{AB} $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA})$ bằng

CÂU 23. Trong không gian, cho hai vecto \vec{a} và \vec{b} có cùng độ dài bằng 6. Biết độ dài của vecto $\vec{a} + 2\vec{b}$ bằng $6\sqrt{3}$. Biết số đo góc giữa hai vecto \vec{a} và \vec{b} là x độ. Giá trị của x là bao

CÂU 24. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng 2. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'}$.

CÂU 25. Cho tứ diện ABCD, gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD, biết $AB=a,\,CD=a,\,MN=rac{a\sqrt{3}}{2}.$ Tìm số đo (đơn vị độ) góc giữa hai đường thẳng AB và

CÂU 26. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Góc giữa hai vecto $\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{AC'}$ bằng

CÂU 27. Cho hình chóp S.ABC có SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và SA = SB = SBSC = a. Gọi M là trung điểm của AB. Góc giữa hai vecto SM và BC bằng

Bài 2. TỌA ĐỘ CỦA VÉC TƠ TRONG KHÔNG GIAN

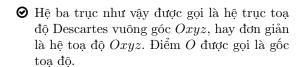
A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

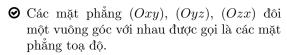
1. Hệ tọa độ trong không gian

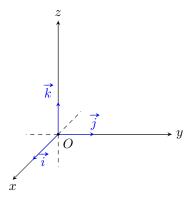
Trong không gian, ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau tại gốc O của mỗi trục. Gọi i, j, k lần lượt là các véc-to đơn vị trên các trực Ox, Oy, Oz.

.....

.....







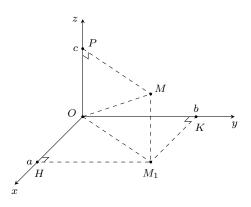
Không gian với hệ toạ độ Oxyz còn được gọi là không gian Oxyz.

2. Tọa độ của điểm

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm M. Tọa độ điểm M được xác định như sau:

- $oldsymbol{\Theta}$ Xác định hình chiếu M_1 của điểm M trên mặt phẳng Oxy. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm hoành độ a, tung độ b của điểm M_1 .
- $oldsymbol{ol}oldsymbol{ol}oldsymbol{oldsymbol{oldsymbol{ol{ol}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}}$

Bộ số (a;b;c) là toạ độ của điểm M trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, kí hiệu là M(a;b;c).



3. Tọa độ của vectơ

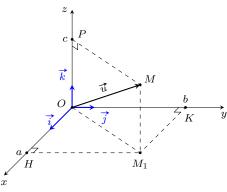
Trong không gian Oxyz:

- igotimes Toạ độ của điểm M cũng là toạ độ của vecto \overrightarrow{OM} .
- **②** Cho \overrightarrow{u} . Dựng điểm M(a;b;c) thỏa $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{u}$ thì tọa độ của điểm M là tọa độ của \overrightarrow{u} . Theo hình vẽ thì

$$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OK} + \overrightarrow{OP} = a \overrightarrow{i} + b \overrightarrow{j} + c \overrightarrow{k}.$$

Suy ra

$$\overrightarrow{u} = (a;b;c) \Leftrightarrow \overrightarrow{u} = a\overrightarrow{i} + b\overrightarrow{j} + c\overrightarrow{k}.$$



A Tọa độ các véc tơ đơn vị lần lượt là: $\vec{i} = (1;0;0), \quad \vec{j} = (0;1;0), \quad \vec{k} = (0;0;1).$

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 3. Tọa độ điểm, tọa độ vec tơ

Khi xác định tọa độ điểm, tọa độ véc tơ ta chú ý các kết quả sau:

$$\begin{array}{rcl}
\textcircled{2} & \overrightarrow{u}\left(u_1; u_2; u_3\right) & = & \overrightarrow{v}\left(v_1; v_2; v_3\right) & \Leftrightarrow \\
 & \begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \\ u_3 = v_3 \end{cases}
\end{array}$$

$$\overrightarrow{OM} = (a; b; c) \text{ thì } M(a; b; c).$$

- \bullet Chiếu điểm M(a;b;c) lên mặt phẳng tọa độ (hoặc trục tọa độ) thì "thành phần bi khuyết" bằng 0. Chẳng han: M(1;2;3) chiếu lên (Oxy) thì z=0. Suy ra hình chiếu là $M_1(1;2;0)$.
- 6 Tứ giác ABCD là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

VÍ DỤ 1. Trong không gian Oxyz, cho A(3;-2;-1). Gọi A_1,A_2,A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng toạ độ (Oxy), (Oyz), (Oxz). Tìm toạ độ của các điểm A_1, A_2, A_3 .

VÍ DU 2. Trong không gian Oxyz, cho A(-2;3;4). Gọi H,K,P lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các trục Ox, Oy, Oz. Tìm tọa độ của các điểm H, K, P.

VÌ DU 3. Trong không gian Oxyz, cho A(1;1;-2), B(4;3;1) và C(-1;-2;2).

- a) Tìm tọa độ của vécto \overrightarrow{AB} .
- b) Tìm toạ độ của điểm D sao cho ABCD là hình bình hành.

VI DU 4. Trong không gian Oxyz, cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có A(4;6;-5), B(5;7;-4). C(5;6;-4), D'(2;0;2). Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHÂN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

CÂU 1. Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Toạ độ của véc-tơ \vec{a} là

- **B**)(2;3;-5).
- $(\mathbf{C})(-2;3;5).$

CÂU 2. Trong không gian Oxyz, cho véc-tơ $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{k} - \vec{j}$. Tọa độ của véc-tơ \vec{u} là

- $(\mathbf{A})(3;-1;4).$
- $(\mathbf{B})(3;4;-1).$
- $(\mathbf{C})(4;-1;3).$
- $(\mathbf{D})(4;3;-1).$

CÂU 3. Trong không gian Oxyz, điểm nào sau đây thuộc trục Oz?

- **(B)**M(1;0;2).
- $(\mathbf{C})M(1;2;0).$
- $(\mathbf{D})M(0;0;-2).$

CÂU 4. Trong không gian Oxyz, cho điểm M thỏa $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Tọa độ điểm M là

- (A)M(0;2;1).
- **(B)**M(1;2;0).
- $(\mathbf{C})M(2;0;1).$
- $(\mathbf{D})M(2;1;0).$

CÂU 5. Trong không gian Oxyz, cho vecto $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$. Tọa độ điểm A là

- (A)(1;0;-2).
- $(\mathbf{B})(0;1;-2).$
- $(\mathbf{C})(0;-1;2).$
- $(\mathbf{D})(1;-2;0).$

CĂU 6. Trong không gian Oxyz, xác định toạ độ của điểm A biết A nằm trên tia Ox và OA = 2.

- (A)A(0;0;2).
- **(B)**A(2;2;0).
- $(\mathbf{C})A(0;2;0).$
- $(\mathbf{D})A(2;0;0).$

CÂU 7. Trong không gian Oxyz, xác định toạ độ của điểm A biết A nằm trên tia đối của tia Oy và OA = 3.

- $(\mathbf{A})A(0;3;0).$
- **(B)**A(0; -3; 0).
- $(\mathbf{C})A(0;-9;0).$
- $(\mathbf{D})A(3;-3;0).$

CĂU 8. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(1;-1;2) và B(2;1;-4). Véc-tơ AB có tọa đô là

- $(\mathbf{A})(-1;-2;6).$
- $(\mathbf{B})(3;0;-2).$
- $(\mathbf{C})(1;0;-6).$
- $(\mathbf{D})(1;2;-6).$

CÂU 9. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(1;3;-2), B(3;-2;4). Véc-tơ \overrightarrow{AB} có tọa đô là

- $(\mathbf{A})(2;5;6).$
- **(B)**(4; 1; 2).
- $(\mathbf{C})(2; -5; 6).$
- $(\mathbf{D})(-2;5;6).$

CÂU 10. Cho hai điểm A, B thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 3)$ và $\overrightarrow{OB} = (5; 2; -1)$. Tìm tọa độ véc-to \overrightarrow{AB} .

ဩ၊	П	7	N	\frown T	1
6J I	ш		N	\mathbf{OI}	

CÂU 11. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm M và N biết M(2;1;-1) và $\overrightarrow{MN}=(-1;2-3)$. Toa đô N là

(A) N(1; -3; -4).

 $(\mathbf{B})N(1;3;-4).$

 $(\mathbf{C})N(-1;3;-4).$

 $(\mathbf{D})N(1;3;4).$

CÂU 12. Hình chiếu vuông góc của điểm A(3; -4; 5) trên mặt phẳng (Oxz) là điểm

(A)M(3;0;0).

BM(0; -4; 5).

 $(\mathbf{C})M(0;0;5).$

 $(\mathbf{D})M(3;0;5).$

CÂU 13. Hình chiếu vuông góc của điểm A(1;2;3) trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

(A)M(0;0;3).

 $(\mathbf{B})N(1;2;0).$

Q(0;2;0).

 $(\mathbf{D})P(1;0;0).$

CÂU 14. Hình chiếu vuông góc của điểm M(2;1;-3) lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

(A)(2;0;0).

 $(\mathbf{B})(2;1;0).$

 $(\mathbf{C})(0;1;-3).$

 $(\mathbf{D})(2;0;-3).$

CÂU 15. Hình chiếu vuông góc của điểm A(3;2;1) trên trục Ox có tọa độ là

(0.2.1)

 $(\mathbf{B})(0;2;0).$

 $(\mathbf{S}, 2, 1)$ tren $(\mathbf{C})(3; 0; 0)$.

(0:0:1)

CÂU 16. Hình chiếu của điểm M(2;3;-2) trên trục Oy có tọa độ là

(A)(2;0;0).

 $(\mathbf{B})(0;3;0).$

 $(\mathbf{C})(0;0;-2).$

 $(\mathbf{D})(2;0;-2).$

CÂU 17.

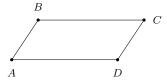
Trong không gian Oxyz, cho hình bình hành ABCD với A(-2;3;1), B(3;0;-1), C(6;5;0). Tọa độ đỉnh D là

 $\triangle D(11;2;2).$

 $(\mathbf{B})D(1;8;2).$

 $(\hat{\mathbf{C}})D(11;2;-2).$

 $(\mathbf{D})D(1;8;-2).$



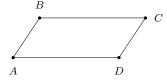
CÂU 18.

Trong không gian Oxyz, cho các điểm A(1;0;3), B(2;3;-4),C(-3;1;2). Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.

D(4;2;9). D(6;2;-3).

 $(\mathbf{B})D(-2;4;-5).$

 $(\mathbf{D})(-4;-2;9).$



CÂU 19.

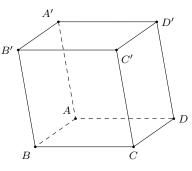
Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1), C'(4;5;-5). Tìm tọa độ đỉnh C của hình hộp.

 $igatheref{A} C(2;0;2).$

 $(\mathbf{B})C(2;0;2).$

 $(\mathbf{C})C(2;0;2).$

 $(\mathbf{D})C(2;0;2).$



CÂU 20. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1), C'(4;5;-5). Tìm tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

(A)A'(-1;-5;8).

 $(\mathbf{B})A'(-1;-5;8).$

 $(\mathbf{C})A'(-1;-5;8).$

 $(\mathbf{D})A'(-1;-5;8).$

CÂU 24

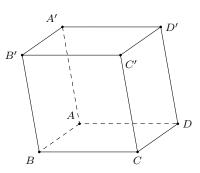
Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1), C'(4;5;-5). Tìm tọa độ đỉnh D' của hình hộp.

 $\triangle D'(-1;-6;8).$

 \bigcirc D'(-1; -6; 8).

 $\bigcirc D'(-1;-6;8).$

D'(-1;-6;8).



PHẨN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

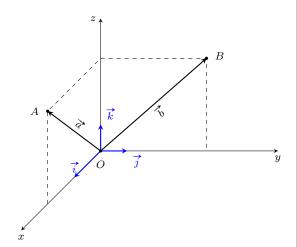
CÂU 22. Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{k} - 4\vec{j}$ và $\vec{b} = (m - n; 4m - 6n; n^2 - 3m + 2)$, với m, n là tham số.

Mệnh đề	Ð	S
a) Tọa độ $\vec{a} = (1; 3; -4)$.		
b) Dựng điểm A thỏa $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$ thì $A(1; -4; 3)$.		
c) Tồn tại giá trị của m và n để $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$.		
d) Nếu $\vec{a} = \vec{b}$ thì $m + n = 9$.		

CÂU 23.

Trong không gian $\overrightarrow{O}xyz$, cho $\overrightarrow{a} = (2; 2; 0)$, $\overrightarrow{b} = 2\overrightarrow{j} + 2\overrightarrow{k}$. Dựng $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$.

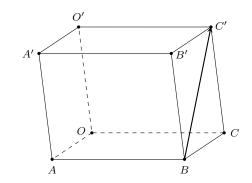
Mệnh đề	Ð	\mathbf{S}
$\mathbf{a)} \ \vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{k}.$		
$\begin{array}{ c c c } \hline \mathbf{b)} \ \text{Toạ} & \mathbf{d\hat{o}} & \overrightarrow{b} & = \\ & (0;2;2). & & & \end{array}$		
$\begin{array}{cccc} \mathbf{c)} & \text{Toạ} & \hat{\mathbf{d}}\hat{\mathbf{o}} & \overrightarrow{AB} & = \\ & (-2; 2; 0). & & & & \end{array}$		
d) Gốc $\widehat{AOB} = 45^{\circ}$.		



CÂU 24.

Trong không gian Oxyz, cho hình hộp OABC.O'A'B'C' có A(1;1;-1), $B(0;3;0), \overrightarrow{BC'} = (2;-6;6)$. Gọi H,K lần lượt là trọng tâm của tam giác OA'O' và CB'C'.

Mệnh đề	Đ	\mathbf{S}
a) Tọa độ điểm C' là $(2; -3; 6)$.		
b) Tọa độ điểm O' là $(3; -5; 5)$.		
c) Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB'} = (-2; 3; -6).$		
d) Tọa độ véc tơ		



Dạng 4. Tọa độ hóa một số hình không gian

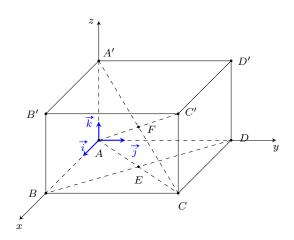
- ① Chọn một điểm mà từ đó có ba đường đôi một vuông góc nhau làm gốc tọa độ.
- 2 Xây dựng tọa độ các điểm trên hình đã cho tương ứng với hệ trục vừa chọn.
- 2 Tọa độ các điểm đặc biệt:
 - $\bullet \quad M \in Ox \quad \Rightarrow \quad \bullet \quad M \in Oy \quad \Rightarrow \quad \bullet \quad M \in Oz \quad \Rightarrow \\ M(x;0;0). \quad M(0;y;0). \quad M(0;0;z).$
 - $\bullet \quad M \in (Oxy) \quad \Rightarrow \quad \bullet \quad M \in (Oxz) \quad \Rightarrow \quad \bullet \quad M \in (Oyz) \quad \Rightarrow \\ M(x;y;0). \qquad \qquad M(x;0;z). \qquad \qquad M(0;y;z).$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

VNPmath - 0962940819 **♀ QUICK NOTE**

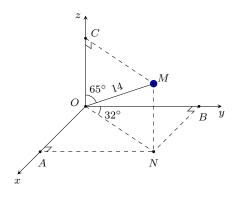
VÍ DU 1.

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có cạnh AB = AA' = 2, AD = 4. Gọi E là tâm của hình chữ nhật ABCD, F là trung điểm AC'. Với hệ toạ độ Oxyz được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với A), hãy xác định tọa độ các đỉnh của hình hộp chữ nhật và tọa độ hai điểm E, F.



VÍ DỤ 2.

Một máy bay M đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ Oxyz được thiết lập như Hình bên, cho biết M là vị trí của máy bay với OM=14, $\widehat{NOB}=32^{\circ}$, $\widehat{MOC}=65^{\circ}$. Tính toạ độ điểm M.



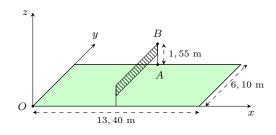
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

CÂU 1.

Hình bên mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Với hệ toạ độ Oxyz được thiết lập như hình bên (đơn vị trên mỗi trục là mét), giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới, hãy xác định tọa độ của B.

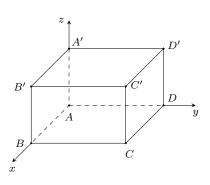
- (6,1;6,7;1,55). (6,7;6,1;1,55).
- (6,1;0;1,55). (0;6,7;1,55).



CÂU 2.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng 2. Với hệ toạ độ Oxyz được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với điểm A), tọa độ điểm B' là

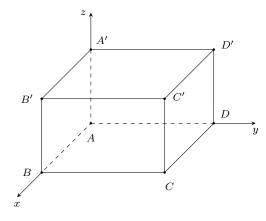
- (A)B(0;2;0).
- **(B)**B(2;2;2).
- $(\mathbf{C})B(2;2;0).$
- $(\mathbf{D})B(2;0;2).$



CÂU 3.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có canh bằng 2. Với hệ toa đô Oxyz được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với điểm A), tọa độ điểm C' là

- $(\mathbf{A})C'(2;2;0).$
- **(B)**C'(2;2;2).
- \mathbf{C} C'(2;2;0).
- $(\mathbf{D})C'(2;0;2).$



CÂU 4.

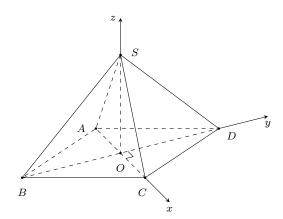
Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Gọi O là tâm của hình vuông ABCD. Với hệ toạ độ Oxyz được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với tâm hình vuông \overrightarrow{ABCD}), tọa độ \overrightarrow{SC} là

$$(\mathbf{A})\overrightarrow{SC} = (2a; 0; -2a).$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{B}})\overrightarrow{SC} = (2a; -a; -2a).$$

$$(\vec{\mathbf{C}})\overrightarrow{SC} = (a; 0; -2a).$$

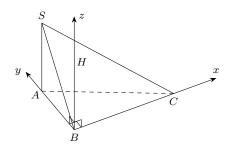
$$(\mathbf{D})\overrightarrow{SC} = (a; 0; 2a).$$



CÂU 5.

Cho tứ diện SABC có ABC là tam giác vuông tại B, BC = 3, BA = 2, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có độ dài bằng 2. Với hệ toạ độ Oxyzđược thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với điểm B), tìm khẳng định sai.

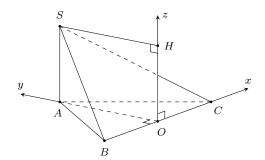
- (A) A(0; 2; 0).
- **(B)**B(0;0;0).
- $(\mathbf{C})C(0;0;3).$
- $(\mathbf{D})S(-2;2;2).$



CÂU 6.

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2, SA vuông góc với đáy và SA=1. Với hệ toạ độ Oxyz được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với trung điểm của đoạn BC), hãy tìm toạ độ điểm S.

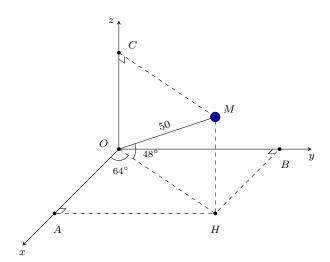
- (A) $S(0; \sqrt{3}; 1)$.
- **B** $S(0; \sqrt{3}; 1)$.
- $(\mathbf{C})S(0;\sqrt{3};1).$
- $(\mathbf{D})S(0;\sqrt{3};1).$



▼ VNPmath - 0962940819 ♥
QUICK NOTE

Ở một sân bay, vi trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian Oxyz như hình bên. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng (Oxy). Cho biết OM = 50, $(\vec{i}, \vec{OH}) = 64^{\circ}$, $(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}) = 48^{\circ}$. Tìm toạ độ của $\text{di\'{e}m } M.$

- (A) M(14,7;30,1;37,2).
- **B**) M(14,7; 30,1; 37,2).
- $(\mathbf{C})M(14,7;30,1;37,2).$
- $(\mathbf{D})M(14,7;30,1;37,2).$

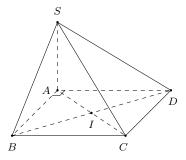


PHẨN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 8.

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, AB = 1, AD = 2, SA vuông góc với mặt đáy và SA = 3. Với hệ toạ độ Oxyz được thiết lập như sau: Gốc tọa độ O trùng với điểm A, các véc tơ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{AS} lần lượt cùng hướng với \overrightarrow{i} , \overrightarrow{j} và \overrightarrow{k} . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

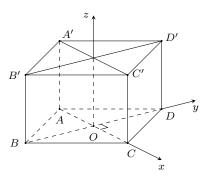
Mệnh đề	Ð	S
a) Tọa độ $D(0;2;0)$.		
b) Tọa độ $C(1;2;3)$.		
c) Tọa độ $S(2;0;0)$.		
d) Tọa độ $I(1;1;0)$.		



CÂU 9.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng 2. Với hệ toạ độ Oxyz được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với tâm hình vuông ABCD), hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

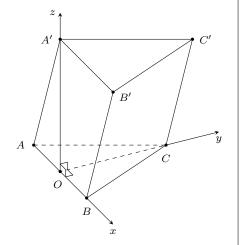
Mệnh đề	Ð	\mathbf{S}
a) Tọa độ $A(-1;0;0)$.		
b) $\overrightarrow{AC'} = (2\sqrt{2}; 0; 2).$		
c) Tọa độ $D'(0; \sqrt{2}; 2)$.		
d) $\overrightarrow{BD'} = (0; 0; 2).$		



CÂU 10.

Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2 như hình vẽ. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB, góc $\widehat{A'AO}=60^\circ$. Với hệ toạ độ Oxyz được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với trung điểm của đoạn BC), hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Mệnh đề	Ð	S
a) Tọa độ điểm $A(-1;0;0)$.		
b) Tọa độ điểm $C(0; \sqrt{3}; 0)$.		
c) Tọa độ điểm $A'(0;-1;\sqrt{3})$.		
d) Tọa độ điểm $C'(1; \sqrt{3}; \sqrt{3})$.		



Bài 3. BIỂU THỰC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Biểu thức tọa độ của phép toán cộng, trừ, nhân một số thực với một véctơ

Trong không gian Oxyz, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3),\ \vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ và số k. Khi đó

①
$$\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3);$$

②
$$\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3);$$

2. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng hai véctơ

Trong không gian Oxyz, tích vô hướng của hai véc-tơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ được xác định bởi công thức

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3.$$

A

①
$$\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0;$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}; \quad AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

$$(3) \cos\left(\vec{a}; \vec{b}\right) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} (v\acute{o}i \ \vec{a} \neq \vec{0} \ v\grave{a} \ \vec{b} \neq \vec{0})$$

3. Biểu thức tọa độ của tích có hướng hai véctơ

Cho hai véc-tơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ không cùng phương. Khi đó vec tơ

$$\overrightarrow{w} = \left(a_2b_3 - b_2a_3; a_3b_1 - b_3a_1; a_1b_2 - b_1a_2\right)$$

vuông góc với cả hai véc tơ \overrightarrow{a} và \overrightarrow{b} .

A

① Véc tơ \vec{w} xác định như trên còn gọi là **tích có hướng** của hai véc tơ \vec{a} , \vec{b} , kí hiệu $\vec{w} = [\vec{a}, \vec{a}]$.

		-	 		4
ລເ	П	\sim	Ν	\sim	
SΑL	"	•	N	O	

② Quy ước $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1 \ thì$

$$\left[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\right] = \left(\left| \begin{array}{ccc} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{array} \right| ; \left| \begin{array}{ccc} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{array} \right| ; \left| \begin{array}{ccc} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{array} \right| \right) = \left(a_2b_3 - b_2a_3 \; ; \; a_3b_1 - b_3a_1 \; ; \; a_1b_2 - b_1a_2 \right)$$

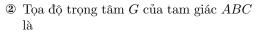
 $\ \, \vec{a} \ \, \textit{không cùng phương với} \ \, \vec{b} \Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b} \right] \neq \vec{0} \, .$

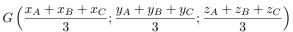
4. Biểu thức tọa độ trung điểm đoạn thẳng, trọng tâm tam giác

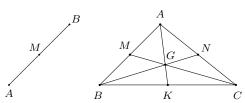
Trong không gian Oxyz, tọa độ trung điểm và trong tâm được xác đinh như sau:

 $\ \, \mathbbm{0} \,$ Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right).$$







B. PHÂN LOAI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 5. Tọa độ của các phép toán vec tơ, tọa độ điểm, độ dài đoạn thẳng

BÀI TẬP TỰ LUẬN

VÍ DỤ 1. Cho $\vec{a} = (-2; 3; 2), \vec{b} = (2; 1; -1), \vec{c} = (1; 2; 3)$. Tính tọa độ của mỗi vecto sau:

a)
$$3\vec{a}$$
;

b)
$$2\vec{a} - \vec{b}$$
;

c)
$$\vec{a} + 2\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{c}$$
.

VÍ DỤ 2. Trong không gian Oxyz, cho các véc-tơ $\vec{u}=3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k},\ \vec{v}=-\frac{3}{2}\vec{i}+\vec{j}-\frac{1}{2}\vec{k},$ $\vec{w}=6\vec{i}+m\vec{j}-n\vec{k}.$

- a) Chứng minh \vec{u} và \vec{v} cùng phương.
- b) Tìm giá trị của m và n để véc-to \overrightarrow{u} và \overrightarrow{w} cùng phương.

VÍ DỤ 3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(3;-1;2), B(1;2;3), C(4;-2;1).

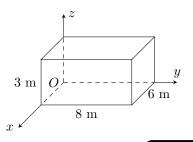
- a) Chứng minh ba điểm A,B,C không thẳng hàng. Xác định tọa độ trọng tâm tam giác ABC.
- b) Tìm tọa độ điểm D biết ABCD là hình bình hành.
- c) Tìm tọa độ giao điểm E của đường thẳng BC với mặt phẳng tọa độ (Oxz).

VÍ DU 4. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm A(5; -3; 0), B(2; 1; -1), C(4; 1; 2).

- a) Tìm toa đô của vecto $\vec{u} = 2\vec{AB} + \vec{AC} 5\vec{BC}$.
- b) Tìm toa đô điểm N sao cho $2\overrightarrow{NA} = -\overrightarrow{NB}$.

VÍ DU 5.

Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 8 m, chiều rộng là 6 m và chiều cao là 3 m. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục toạ độ Oxyz có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét $(Hinh\ minh\ họa\ bên)$. Hãy tìm toạ độ của điểm treo đèn.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHÂN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Các câu hỏi sau đều xét trong không gian Oxyz.

CÂU 1. Cho $\vec{a}=(1;2;-3)$, $\vec{b}=(-2;-4;6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

$$(\mathbf{A}) \vec{a} = 2 \vec{b}$$
.

$$(\mathbf{B})\overrightarrow{b}=2\overrightarrow{a}.$$

$$(\mathbf{c})\vec{b} = -2\vec{a}.$$

$$(\mathbf{D})\vec{a} = -2\vec{b}$$

CÂU 2. Cho hai véc-tơ $\vec{x} = (2; 1; -3), \vec{y} = (1; 0; -1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.

$$(A) \vec{a}(4;1;-5)$$

$$(\mathbf{B}) \vec{a} (4:1:-1).$$

(B)
$$\vec{a}(4;1;-1)$$
. **(C)** $\vec{a}(3;1;-4)$. **(D)** $\vec{a}(0;1;-1)$.

$$(\mathbf{D})\vec{a}(0:1:-1)$$

CÂU 3. Cho $\vec{a} = (1; -1; 3)$, $\vec{b} = (2; 0; -1)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

$$(\mathbf{A})\vec{u} = (-4, -2, 9).$$
 $(\mathbf{B})\vec{u} = (4, 2, -9).$ $(\mathbf{C})\vec{u} = (-4, -5, 9).$ $(\mathbf{D})\vec{u} = (1, 3, -11).$

CÂU 4. Cho hai véc-tơ $\vec{a}=(3;0;1), \vec{c}=(1;1;0)$. Tìm tọa độ của véc-tơ \vec{b} thỏa mãn biểu thức $\vec{b} - \vec{a} + 2\vec{c} = \vec{0}$.

$$(\mathbf{A}) \vec{b} = (-2; 1; -1). \quad (\mathbf{B}) \vec{b} = (-1; 2; -1). \quad (\mathbf{C}) \vec{b} = (5; 2; 1). \quad (\mathbf{D}) \vec{b} = (1; -2; 1).$$

$$(\mathbf{D})\vec{b} = (1; -2; 1).$$

CÂU 5. Cho vecto $\vec{a} = (1; -3; 4)$. Vecto nào sau đây cùng phương với \vec{a} ?

CÂU 6. Hai véc-to $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương khi

$$\left\{ m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{4}{2} \right.$$

$$\mathbb{B} \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

$$\mathbf{D} \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = \frac{4}{3}. \end{cases}$$

CÂU 7. Cho hai điểm A(2;3;1) và B(3;1;5). Tính độ dài đoạn thẳng AB.

$$\mathbf{B}$$
) $AB = 2\sqrt{3}$.

CÂU 8. Cho hai điểm M(3; -2; 1) và N(0; 1; -1). Tính độ dài đoạn thẳng MN.

$$(\mathbf{A})MN = \sqrt{17}.$$

$$\bigcirc MN = 22.$$

$$\mathbf{C}MN = \sqrt{22}.$$

$$\mathbf{D}MN = \sqrt{19}.$$

CÂU 9. Cho hai điểm A(-1;1;2) và B(3;-5;0). Tọa độ trung diểm của đoạn thẳng AB

$$(1;-2;1).$$

B
$$(4; -6; 2)$$
.

$$\bigcirc$$
 (2; -3; -1).

$$\bigcirc$$
 (2; -4; 2).

CÂU 10. Cho hai điểm A(1;1;0), B(3;-1;2). Tọa độ điểm C sao cho B là trung điểm của đoạn AC là

$$\triangle C(5; -3; 4).$$

$$\bigcirc$$
 $C(4; -3; 5).$

$$(\mathbf{C})C(-1;3;-2).$$

$$(\mathbf{D})C(2;0;1).$$

CÂU 11. Cho tam giác ABC với A(0;-1;3), B(2;1;1), C(1;0;-1). Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

B
$$(-1;0;1)$$
.

$$\bigcirc$$
 (0; 1; 1).

$$\bigcirc$$
 (1; 1; 0).

CÂU 12. Cho $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 3\overrightarrow{k}$, điểm B(3; -4; 1) và C(2; 0; -1). Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

$$(\mathbf{A})(1;-2;3).$$

$$(B)(-1;2;-3).$$

$$(\mathbf{C})(2;-2;1).$$

$$\bigcirc$$
 $(-2;2;-1).$

CÂU 13. Cho tam giác ABC trọng tâm G. Biết A(0;2;1), B(1;-1;2), G(1;1;1). Khi đó điểm C có tọa độ là

$$(\mathbf{B})(-2;0;2).$$

$$(-2; -3; -2).$$

$$\bigcirc$$
 (2; 2; 0).

CÂU 14. Cho bốn điểm A(1;0;3), B(2;-1;1), C(-1;3;-4), D(2;6;0) tạo thành một hình tứ diện. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các đoạn thắng AB, CD. Tìm tọa độ trung điểm G của đoạn MN.

$$\mathbf{A}G\left(\frac{4}{3};\frac{8}{3};0\right).$$

$$\mathbf{B}$$
) $G(2;4;0)$.

$$\mathbf{C}$$
) $G(1;2;0)$.

$$\bigcirc G(4;8;0).$$

CÂU 15. Cho hai điểm B(1;2;-3), C(7;4;-2). Nếu E là điểm thỏa mãn đẳng thức \overrightarrow{CE} $2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là

(A)
$$(3; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}).$$

B
$$\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$$

$$\bigcirc$$
 $(3;3;-\frac{8}{3}).$ \bigcirc $(\frac{8}{3};3;-\frac{8}{3}).$

$$\bigcirc$$
 $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$

AII		N(1
611	ICK	MC	-

CÂU 16. Cho các điểm A(1;-1;0), B(0;2;0), C(2;1;3) và M là điểm thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0}$. Khi đó điểm M có toa đô là

$$(\mathbf{B})(3;-2;-3).$$

$$(3;-2;3).$$

$$\bigcirc$$
 (3; 2; -3).

CÂU 17. Cho tọa độ các điểm A(-1;3); B(2;-2) và C(m;1). Tìm m để 3 điểm A,B,Cthẳng hàng.

$$\mathbf{A}m = \frac{2}{5}$$
. $\mathbf{B}m = \frac{1}{5}$. $\mathbf{C}m = -\frac{1}{3}$. $\mathbf{D}m = -\frac{1}{5}$.

CÂU 18. Cho ba điểm A(-1;1;2), B(0;1;-1), C(x+2;y;-2) thẳng hàng. Tổng x+ybằng

$$\bigcirc \frac{7}{3}$$
.

B
$$-\frac{8}{3}$$
. **C** $-\frac{2}{3}$.

$$(c) - \frac{2}{3}$$

$$\bigcirc -\frac{1}{3}$$
.

CÂU 19. Tứ giác ABCD là hình bình hành, biết A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1). Tìm tọa đô điểm C.

$$igate{A}(0;-2;0).$$

$$(\mathbf{B})(2;2;2).$$

$$(\mathbf{c})(2;0;2).$$

$$(2; -2; 2).$$

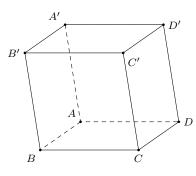
CÂU 20. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có $A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;2a;0), A'(0;0;2a), a \neq 0.$ Tính độ dài đoạn thẳng AC'.

$$(\mathbf{A})|a|.$$

$$\bigcirc$$
 $2|a|$.

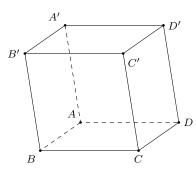
(c)
$$3|a|$$
.

$$\bigcirc \frac{3|a|}{2}$$
.



CÂU 21. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có A(0;0;1), B'(1;0;0), C'(1;1;0). Tìm tọa độ của điểm D.

- (A) D(0; -1; 1).
- **(B)**D(0;1;1).
- $(\mathbf{C})D(0;1;0).$
- $(\mathbf{D})D(1;1;1).$



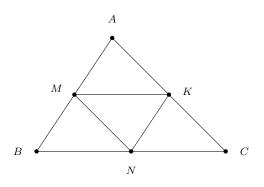
PHÂN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 22. Cho các điểm A(1; -2; 3), B(-2; 1; 2), C(3; -1; 2).

Mệnh đề	Ð	\mathbf{S}
a) $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1).$		
b) $\overrightarrow{AC} = (-2; -1; 1).$		
$\mathbf{c)} \ \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}.$		
d) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.		

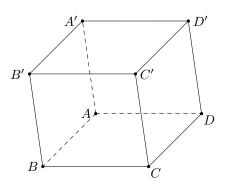
CÂU 23. Cho ba điểm A(3;3;-6), B(1;3;2) và C(-1;-3;1). Gọi $M,\ N,\ K$ lần lượt là trung điểm của $AB,\ BC$ và CA.

	Mệnh đề	Ð	S
e)	Tọa độ $M(2;3;2)$.		
f)	Với G là trọng tâm tam giác ABC thì $GC=2\sqrt{5}$.		
g)	Trọng tâm tam giác MNK là $E(1;1;-1)$.		
h)	Với $D(-3; -3; 9)$ thì tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.		



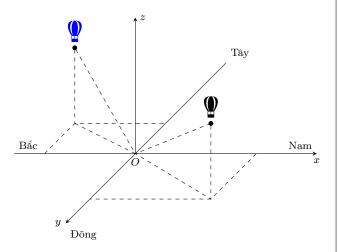
CÂU 24. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D', biết điểm A(0;0;0), B(1;0;0), C(1;2;0), D'(-1;3;5). Gọi M, N là tâm của các hình bình hành ABB'A', ADD'A'.

Mệnh đề	Đ	S
e) Tọa độ $D(0; 2; 0)$.		
f) Tọa độ $A'(-1;1;5)$.		
g) Tọa độ $\overrightarrow{MN} = (-1; 1; 0)$.		
$ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \sqrt{29}.$		



CÂU 25. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km.

Chọn hệ trực Oxyz với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trực Ox hướng về phía nam, trực Oy hướng về phía đông và trực Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



Mệnh đề	Ð	\mathbf{S}
a) Với hệ tọa độ đã chọn, toạ độ khinh khí cầu thứ nhất là $(2;1;0,5)$.		
b) Với hệ tọa độ đã chọn, toạ độ khinh khí cầu thứ hai là $(-1,5;-1;0,8)$.		
c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng $\sqrt{21}$ km.		
d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (<i>Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm</i>).		

Dạng 6. Tích vô hướng, tích có hướng hai vec tơ và ứng dụng

ລບ	ICK	NO	П
ω U	-	NO	41

VNPmath - 0962940819 **♀ QUICK NOTE**

BÀI TẬP TỰ LUẬN

VÍ DỤ 1. Cho ba véc-tơ $\vec{a} = (3;0;1), \ \vec{b} = (1;-1;-2), \ \vec{c} = (2;1;-1), \ \vec{d} = (1;7;-3).$

a) Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$.

b) Tính $|\vec{a}|, |\vec{b}|, \cos(\vec{a}, \vec{b})$. c) Chứng minh $\vec{d} \perp \vec{a}$.

VÍ DỤ 2. Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = (1;0;1), \vec{b} = (1;1;0)$ và $\vec{c} = (-4;3;m)$.

- a) Tính góc giữa hai vecto \vec{a} và \vec{b} .
- b) Tìm m để vecto $\overrightarrow{d} = 2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b}$ vuông góc với \overrightarrow{c} .

VÍ DỤ 3. Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC có A(-1;0;2), B(0;4;3) và C(-2;1;2).

- a) Chỉ ra tọa độ một véc tơ (khác $\overrightarrow{0}$) vuông góc với hai véc tơ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} .
- b) Tính chu vi tam giác ABC.
- c) Tính $\cos \widehat{BAC}$.
- d) Tìm đô dài đường phân giác trong AD của tam giác ABC.

VÍ DỤ 4. Trong không gian Oxyz, cho 3 điểm A(0;1;-2); B(3;0;0) và điểm C thuộc trục Oz. Biết ABC là tam giác cân tại C. Tìm toạ độ điểm C.

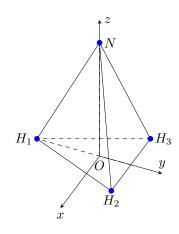
VÍ DỤ 5. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm M(2;3;-1), N(-1;1;1), P(1;m-1;2). Với những giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N?

VÍ DỤ 6. Cho hai điểm A(2,-1,1); B(3,-2,-1). Tìm điểm N trên trục Ox cách đều A và B.

VÍ DŲ 7.

Trong Hóa học, cấu tạo của phân tử ammoniac (NH₃) có dạng hình chóp tam giác đều mà đỉnh là nguyên tử nitrogen (N) và đáy là tam giác $H_1H_2H_3$ với H_1 , H_2 , H_3 là vị trí của ba nguyên tử hydrogen (H). Góc tạo bởi liên kết H-N-H, có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối N với hai trong ba điểm H_1 , H_2 , H_3 (chẳng hạn $\widehat{H_1NH_2}$), gọi là góc liên kết của phân tử NH₃. Góc này xấp xỉ 107° .

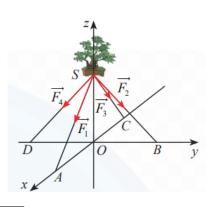
Trong không gian Oxyz, cho một phân tử NH₃ được biểu diễn bởi hình chóp tam giác đều $N.H_1H_2H_3$ với O là tâm của đáy. Nguyên tử nitrogen được biểu diễn bởi điểm N thuộc trực Oz, ba nguyên tử hydrogen ở các vị trí H_1 , H_2 , H_3 trong đó $H_1(0;-2;0)$ và H_2H_3 song song với trực Ox (Hình bên).



- a) Tính khoảng cách giữa hai nguyên tử hydrogen.
- b) Tính khoảng cách giữa hai nguyên tử nitrogen với mỗi nguyên tử hydrogen.

VÍ DU 8.

Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt S(0;0;20) và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là A(20;0;0), B(0;20;0), C(-20;0;0), D(0;-20;0) (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 40(N) và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$, $\overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như Hình 4. Tìm toạ độ của các lực nói trên (mỗi centimét biểu diễn 1 N).



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I.	Câu trắc	nghiệm	nhiều	phương	án	lựa	chọn.	Mỗi	câu	hỏi	học	sinh
chỉ chọn m	ột phươn	g án.										

CÂU 1. Tích vô hướng của hai vecto $\vec{u} = (3;0;1)$ và $\vec{v} = (2;1;0)$ là

(C)8.

CÂU 2. Tích vô hướng của hai vecto $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ và $\vec{v} = (0; 1; -2)$ bằng

CÂU 3. Cho các véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (2; 2; 1)$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$.

(A) - 1.

(B)-2.

CÂU 4. Một thiết bị thăm dò đáy biển được đẩy bởi một lực $\vec{f} = (5; 4; -2)$ (đơn vị: N) giúp thiết bị thực hiện độ dời $\vec{a} = (70; 20; -40)$ (đơn vị: m). Tính công sinh bởi lực \vec{f} .

(**A**) 480 (J).

(B)530 (J).

(C)510 (J).

 $(\mathbf{D})500 (J).$

CÂU 5. Góc giữa hai véc-tơ \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0, ; 1)$ bằng

(B)120°.

(C)150°.

(D)30°.

CÂU 6. Cho hai véc-tơ $\vec{u} = (-1, 1, 0)$ và $\vec{v} = (0, -1, 0)$. Góc hợp bởi hai véc-tơ \vec{u} và \vec{v}

 $(A)60^{\circ}$.

(B)45°.

(C) 135° .

(D) 120° .

CÂU 7. Cho hai véc-tơ $\vec{a}(-2; -3; 1)$ và $\vec{b}(1; 0; 1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

$$\begin{split} & (\overrightarrow{a}) \cos (\overrightarrow{a} , \overrightarrow{b}) = - \frac{1}{2 \sqrt{7}}. \\ & (\overrightarrow{\textbf{c}}) \cos (\overrightarrow{a} , \overrightarrow{b}) = \frac{1}{2 \sqrt{7}}. \end{split}$$

 $\begin{aligned} & (\mathbf{B})\cos(\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}) = -\frac{3}{2\sqrt{7}}. \\ & (\mathbf{D})\cos(\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}) = \frac{3}{2\sqrt{7}}. \end{aligned}$

CÂU 8. Cho $\vec{a} = (3; 2; 1), \vec{b} = (-2; 2; -4).$ Giá trị của $|\vec{a} - \vec{b}|$ bằng

(B)50.

(**C**) $2\sqrt{5}$.

CÂU 9. Cho hai véc-tơ $\vec{u} = (-1;0;2)$ và $\vec{v} = (x;-2;1)$. Biết rằng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$. Khi đó $|\vec{v}|$ bằng

 $(C)_{3}$.

CÂU 10. Tìm số thực a để vec-tơ $\vec{u} = (a; 0; 1)$ vuông góc với vec-tơ $\vec{v} = (2; -1; 4)$.

 $(\mathbf{A})a = -2.$

(B)a = -4.

 $(\mathbf{C})a = 4.$

 $(\mathbf{D})a = 2.$

CÂU 11. Tìm x để hai véc-tơ $\vec{a} = (x; x - 2; 2)$ và $\vec{b} = (x; 1; -2)$ vuông góc với nhau.

(A)x = 3.

CÂU 12. Cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Véc-tơ nào dưới đây vuông góc với cả hai véc-tơ \vec{u} và \vec{v} ?

 $(\mathbf{A})\overrightarrow{w_2} = (1; 3; 5).$

(B) $\overrightarrow{w_3} = (1; -4; 7)$. **(C)** $\overrightarrow{w_4} = (1; 4; 7)$.

 $(\mathbf{D})\overrightarrow{w_1} = (1; -3; 5).$

CÂU 13. Tích có hướng của hai véc-tơ $\vec{a} = (-1; 2; 0)$ và $\vec{b} = (0; 4; -3)$ có toa đô là

 $(\mathbf{A})(-6;3;-4).$

 $(\mathbf{B})(6;-3;4).$

 $(\mathbf{C})(6;3;4).$

 $(\mathbf{D})(-6;-3;-4).$

CÂU 14. Cho A(2;1;4), B(-2;2;-6), C(6;0;-1). Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

 $(\mathbf{A})\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 67.$ $(\mathbf{B})\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -67.$ $(\mathbf{C})\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 33.$ $(\mathbf{D})\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 65.$ **CÂU 15.** Cho A(1;-2;3), B(2;-4;1), C(2;0;2), khi đó tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

(B)-1.

(C)7.

CÂU 16. Cho tam giác ABC với A(8;9;2), B(3;5;1), C(11;10;4). Số đo góc A của tam giác ABC là

 $(A)60^{\circ}.$

(B)150°.

(C)30°.

(D) 120° .

CÂU 17. Cho điểm A(3;-1;5), B(m;2;7). Tìm tất cả các giá trị của m để độ dài đoạn AB = 7.

(A) m = 3 hoăc m = -3.

(B)m = 9 hoăc m = -3.

 $(\mathbf{C})m = -3 \text{ hoặc } m = -9.$

 $(\mathbf{D})m = 9 \text{ hoặc } m = 3.$

♥ VNPmath - 0962940819 ♥	1			PHUO	NG PHÁP TOẠ Đ	O IRONG	KHONG	- GIAN
QUICK NOTE	CÂU 18. Cho b	a điểm $A(3)$;2;8), B(0;1)	1;3) và	C(2; m; 4). Tim	m để tam	giác <i>ABC</i>	7 vuông
	tại B . $\mathbf{A} m = 4$.	$(\mathbf{B})_n$	n = -10.	(C	m=25.	$(\mathbf{\overline{D}})m =$	-1.	
	CÂU 19. Cho b	a điểm $M(2)$	(3; -1), N(-1)	-1; 1; 1)	$van{a} P(1; m-1; 2)$. Tìm m để	ể tam giáo	c MNP
	vuông tại N .	•		,	,			
	$(\mathbf{A}) m = 0.$	B)n	n = -4.	C	m=2.	\mathbf{D}) $m =$	-6.	
	CÂU 20. Cho ta			3), B(1)	;2;4), C(2;3;5).	Tìm toạ đ	ộ điểm H	là chân
	đường cao kẻ từ $\mathbf{A} H(3:4:6)$			(C	H(2;4;1).	\bigcirc $H(2)$	· -4· 3)	
						_		
	CÂU 21. Cho h $MA^2 + MB^2$ nh	ai điểm A(1 ỏ nhất. Khế	(1,0), $B(2)$	–1;2). (o sau đấ	Gọi $M(0;0;z)$ là từ là đúng?	điểm thuộc	c trục <i>Oz</i>	sao cho
					$z \in (-1; 0].$	\mathbf{D} $z \in \mathbf{D}$	(-2; -1].	
	3							
	PHÂN II. Câ sinh chọn đúng			sai. Tro	ong môi ý a), b), c), d)	ở môi câ	iu, học
	Siiiii Ciion dang	5 Hoặc sai.						
	CÂU 22. Cho b	a vec-to \vec{a}	=(-1;1;0),	$\overrightarrow{b} = (1$	$(1;1;0)$ và $\vec{c} = (1$	1;1).		
	Mêr	nh đề	Ð	$\overline{\mathbf{S}}$	Mệnh	ı đề	Ð	S
	a) $ \vec{a} = 2.$				c) $\cos(\vec{a}, \vec{c}) =$	$=\frac{1}{\sqrt{5}}$.		
	b) $ \vec{c} = \sqrt{3}$.				d) $\vec{b} \perp \vec{c}$.			
							l	
	CÂU 23. Cho h	ai vécto \overrightarrow{u}	=(0;2;3) và	$\vec{v} = ($	m-1;2m;3).			

Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{c)} \cos(\vec{a}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{5}}.$		
$\mathbf{d}) \ \overrightarrow{b} \perp \overrightarrow{c}.$		

Mệnh đề	Đ	S
$ \vec{u} = \sqrt{13}.$		
b) $ \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{5}.$		

Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{c)} \ \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow m = 1.$		
$\mathbf{d)} \ \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}.$		

CÂU 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba vecto $\overrightarrow{a}(1;2;3)$, $\overrightarrow{b}(2;2;-1)$, $\vec{c}(4;0;-4)$.

Mệnh đề	Ð	S
a) Tọa độ của vectơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$ là $\vec{x} = (3; 4; 2)$.		
b) Tọa độ của vecto $\vec{y} = \vec{a} + \vec{c}$ là $\vec{y} = (5; 2; 1)$.		
c) Tọa độ của vectơ $\vec{z} = \vec{b} + \vec{c}$ là $\vec{z} = (6; -2; -5)$.		
d) Vector $\vec{k} = (7; 4; -2)$ thỏa mãn đẳng thức $\vec{k} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.		

CÂU 25. Trong không gian Oxyz, cho hai vecto $\vec{a}(1;-1;5)$, $\vec{b}(3;2;-1)$.

Mệnh đề	Ð	$\mid \mathbf{S} \mid$
a) $\vec{a} + \vec{b} \neq \vec{0}$.		
b) $\vec{a} - \vec{b} = (-2; -3; 4).$		
c) $\vec{v} = \vec{b} - \vec{a}$ có tung độ âm.		
d) Xét \vec{x} thỏa $\vec{a} - \vec{x} = \vec{b}$. Hoành độ của vecto \vec{x} thuộc khoảng $(-3;1)$.		

CÂU 26. Trong không gian Oxyz, cho điểm D(4;-1;3) và các điểm M, N, P lần lượt thuộc các trục Ox, Oy, Oz sao cho DM, DN, DP đôi một vuông góc với nhau

Mệnh đề	Ð	\mathbf{S}
a) Tung độ của điểm N bằng 13.		
b) Cao độ của điểm P bằng $\frac{13}{4}$.		

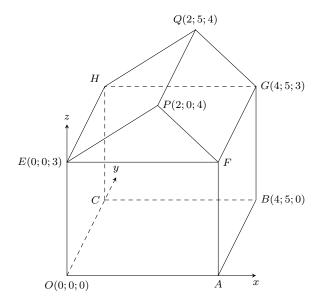
- c) $V_{DMNP} > 29$.
- d) Gọi \vec{x} là vectơ thỏa $\vec{x} \cdot \overrightarrow{DM} = 1$; $\vec{x} \cdot \overrightarrow{DN} = 2$; $\vec{x} \cdot \overrightarrow{DP} = -3$ thì tổng hoành độ, tung độ và cao độ của vecto \vec{x} thuộc khoảng (3, 7).

CÂU 27. Cho tam giác ABC có A(1;2;0), B(0;1;1), C(2;1;0).

Mệnh đề	Ð	S
a) Tam giác ABC vuông tại A .		
b) Chu vi tam giác là $\sqrt{7} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$.		
c) Diện tích tam giác ABC là $\sqrt{6}$.		
d) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I\left(1;1;\frac{1}{2}\right)$.		

CÂU 28. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trực tọa độ Oxyz, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhât.

	Mệnh đề	Ð	S
e)	Tọa độ của các điểm $A(5;0;0)$.		
f)	Tọa độ của các điểm $H(0;5;3)$.		
(g)	Góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ gọi là góc dốc của mái nhà. Số đo của góc dốc của mái nhà bằng $26,6^{\circ}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).		
h)	Chiều cao của ngôi nhà là 4.		



PHẦN III.	$C\hat{a}u$	$tr \! \check{a} c$	$nghi\hat{e}m$	$tr \mathring{a}$	$l\grave{o}i$	$ng\acute{a}n.$
-----------	-------------	---------------------	----------------	-------------------	---------------	-----------------

CÂU 29. Trong không gian Oxyz, cho hai vecto $\vec{a}=(1;2;-3); \vec{b}=(-1;-2;z)$. Tìm giá trị z sao cho $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$

CÂU 30. Trong không gian Oxyz, cho hai vecto $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$ và $\vec{b} = 6\vec{j} + \vec{k}$. Khi đó độ dài của $\vec{a} - 2\vec{b}$ (làm tròn đến hàng phần mười)

CÂU 31. Trong không gian Oxyz, cho các vecto $\overrightarrow{a}=(1;0;-2), \ \overrightarrow{b}=(-2;1;3), \overrightarrow{c}=(3;2;-1), \ \overrightarrow{d}=(9;0;-11)$ và 3 số thực m,n,p thỏa $m\cdot\overrightarrow{a}+n\cdot\overrightarrow{b}+p\overrightarrow{c}=\overrightarrow{d}$. Tính giá trị biểu thức T = m + n + p.

GV VÜ NGOC	DLIÁT

Bài 1.	VECTŐ TRONG KHÔNG GIAN	1
A	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	
B	PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	
	Dạng 1.Xác định véc-tơ, chứng minh đẳng thức véc tơ,độ dài véc tơ	
	Dạng 2.Xác định góc và tính tích vô hướng của hai véctơ	
Bài 2.	TỌA ĐỘ CỦA VÉC TƠ TRONG KHÔNG GIAN	17
A	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	17
B	PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	18
	► Dạng 3.Tọa độ điểm, tọa độ vec tơ	18
	ե Dạng 4. Tọa độ hóa một số hình không gian	21
Bài 3.	BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ	25
A	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	25
lacksquare	PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	26
<u> </u>	Dạng 5. Tọa độ của các phép toán vec tơ, tọa độ điểm, độ dài đoạn thẳng	26
	Dang 6 Tích vô hướng tích có hướng hai vec tơ và ứng dụng	20

