Gọi tôi là: .... Ngày làm đề: ...../...../........

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 1

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(-1; 0)$.

CÂU 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại

A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

CÂU 3. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty \,\|\, -\infty$	$\nearrow$	2

Hàm số đồng biến trên

A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

CÂU 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \dfrac{4}{x}$ trên $(-4; 0)$ là

A. -4. B. 4. C. -5. D. 5.

CÂU 5.

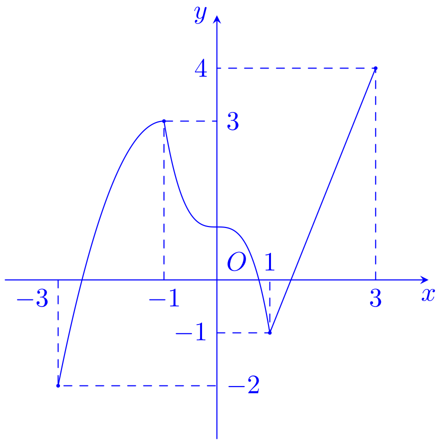
ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên $[-3;3]$ như hình vẽ. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $[-3;3]$ lần lượt là



A $M = 3;\ m = -1$. **B** $M = 4;\ m = -2$.

C $M = 3;\ m = -3$. **D** $M = -1;\ m = 1$.

CÂU 6. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2+x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

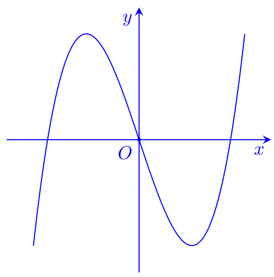
CÂU 7. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{6x^2+7x-2023}{2x^2+3x+2024}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là

A $y = 3$. **B** $y = 0$. **C** $y = 1$. **D** $y = 2$.

CÂU 8. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3+x^2-2x-1}{x^2-2}$ là đường thẳng có phương trình

A $y = 2x+1$. **B** $y = x+1$. **C** $y = -x+1$. **D** $y = x$.

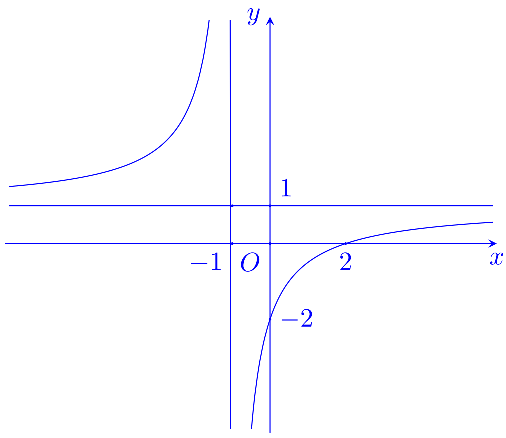
CÂU 9.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A $y = x^3 - 2024x$. **B** $y = -x^3 + 3x$.

C $y = x^3 - 3x^2 + 2024$. **D** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

CÂU 10.
Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A $(0;-2)$. **B** $(2;0)$.

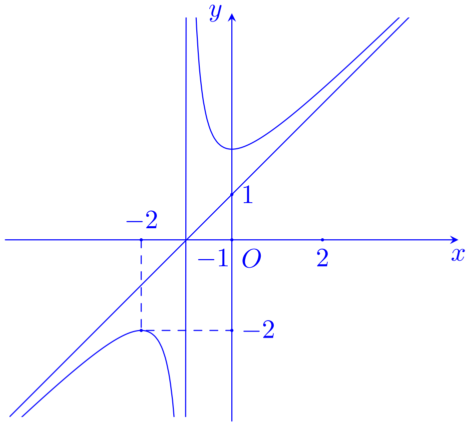
C $(-2;0)$. **D** $(0;2)$.

CÂU 11.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?

(A) $y = x + 2$. (B) $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$.

(C) $y = x^2 - 2x + 2$. (D) $\dfrac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

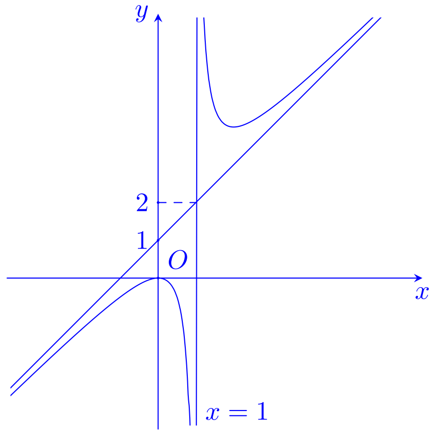


CÂU 12.

Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + a}{x + b}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị của $T = a + b$ bằng

(A) $T = 0$. (B) $T = -2$.

(C) $T = -1$. (D) $T = 2$.



Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 - 5$. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số có 3 điểm cực trị.		
b) Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.		
c) Điểm $M(0; 1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$.		
d) Hàm số $y = f(x)$ và $y = f(2x)$ có cùng điểm cực đại.		

CÂU 14. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\min\limits_{[0;1]} y = 0$.		
b) $\min\limits_{[0;2]} y = y(0)$.		

Mệnh đề	Đ	S
c) $\min\limits_{[-1;0]} y + \max\limits_{[0;1]} y = 4$.		
d) $\min\limits_{[-\frac{3}{2};0]} \dfrac{1}{y} = \dfrac{8}{25}$.		

CÂU 15. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	1 ↗		$+\infty$ ‖ $-\infty$		↗ 1

Mệnh đề	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.		
b) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.		

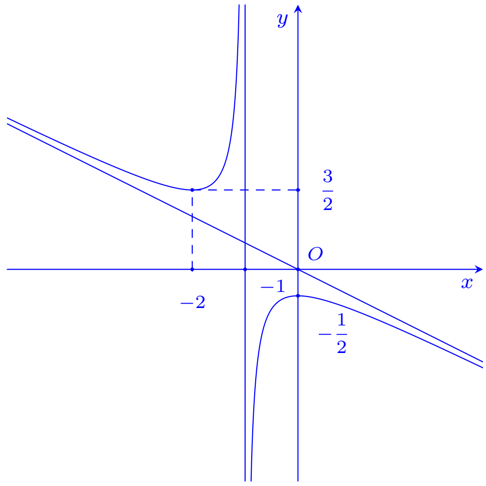
QUICK NOTE

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
c) Tiệm cận ngang của hàm số là $y = 1$.		
d) Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.		

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.		
b) Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.		
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $(-\infty; -1)$ là $\dfrac{3}{2}$.		
d) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = -2$.		



Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tính tổng của tất cả các giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số trên.

KQ: ☐☐☐☐

CÂU 18. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \dfrac{3x - x^2}{2x - 1}$ là đường thẳng $y = ax + b$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 - b$.

KQ: ☐☐☐☐

CÂU 19. Hàm số $y = f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 1$ có đồ thị (C) và hàm số $y = g(x) = 1$ có đồ thị là (d). Số giao điểm của (C) và (d) là

KQ: ☐☐☐☐

CÂU 20. Giả sử doanh số (tính bằng sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong một năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số

$$f(t) = \frac{5000}{1 + 5\mathrm{e}^{-t}},\ t \geq 0,$$

trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là cực đại? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

KQ: ☐☐☐☐

CÂU 21. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 677,6 km so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm

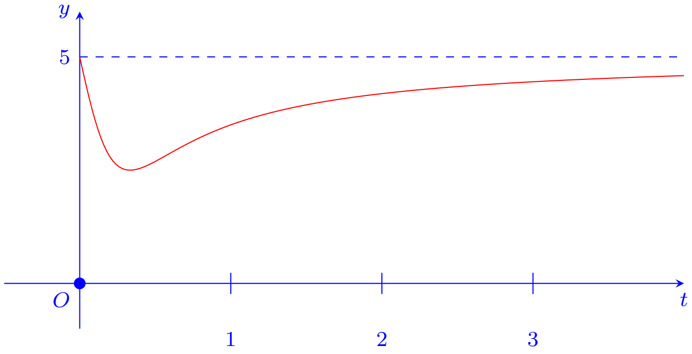
$$h(t) = 0{,}01t^3 - 1{,}16t^2 + 34{,}52t - 46{,}4$$

Trong khoảng thời gian t ở 50 giây đầu $(0 \leq t \leq 50)$. Khoảng cách con tàu lớn nhất so với bề mặt của Mặt Trăng là bao nhiêu?

KQ: ☐☐☐☐

CÂU 22.

Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số (có đồ thị như đường cong ở hình bên)



$$y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2+1}.$$

Trong đó, đạo hàm $y'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi nồng độ oxigen trong nước. Tốc độ thay đổi nồng độ oxigen lớn nhất khi $t = \frac{\sqrt{a}}{b}$ giờ. Tính giá trị của $a - b$ biết a và b là các số nguyên tố.

KQ: | | | | |

QUICK NOTE

ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

Gọi tôi là: .... Ngày làm đề: ...../...../........

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 2

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.

(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

(D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

CÂU 2.
Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) -1. (B) 2. (C) -2. (D) 1.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

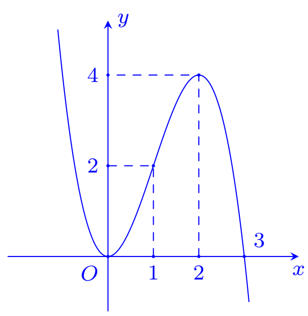
CÂU 3.
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng

(A) 6. (B) 9. (C) -3. (D) -1.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-5	$\nearrow$	2

CÂU 4.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$ bằng

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 0.



CÂU 5. Đường tiệm cận ngang của đồ thi hàm số $y = \dfrac{2024x + 2025}{x - 5}$ là

(A) $y = 2025$. (B) $y = 2024$. (C) $y = 1$. (D) $y = -5$.

CÂU 6. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{15x - 6}{10x + 5}$ là

(A) $x = \dfrac{3}{2}$. (B) $x = -\dfrac{6}{5}$. (C) $x = -\dfrac{1}{2}$. (D) $x = \dfrac{2}{5}$.

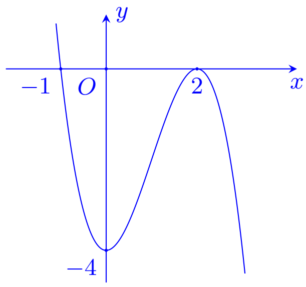
CÂU 7. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x^2 - 3x + 4}{x}$ là đường thẳng có phương trình nào sau đây?

(A) $y = -x - 1$. (B) $y = x - 1$. (C) $y = -x + 1$. (D) $y = x + 1$.

CÂU 8.

QUICK NOTE

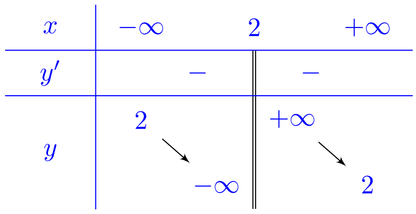
Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?



(A) $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. (B) $y = x^3 - 4$.

(C) $y = x^2 - 4$. (D) $y = -x^2 - 4$.

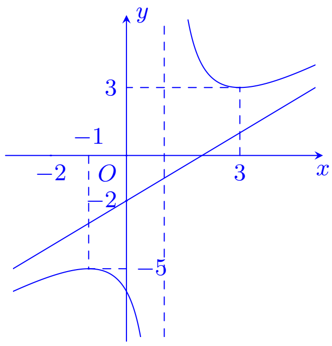
CÂU 9.
Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?



(A) $y = \dfrac{2x+1}{x-2}$. (B) $y = \dfrac{2x-5}{x-2}$.

(C) $y = \dfrac{2x+1}{x+2}$. (D) $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$.

CÂU 10.
Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



(A) $y = -x^3 + x^2 - 2x + 1$. (B) $y = \dfrac{x^2 - x + 3}{x - 1}$.

(C) $y = \dfrac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$. (D) $y = \dfrac{2x + 3}{x - 1}$.

CÂU 11. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã nhận thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $P(n) = 800 - 20n$ (g). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

(A) 19. (B) 20. (C) 21. (D) 22.

CÂU 12. Hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ đạt cực đại tại điểm

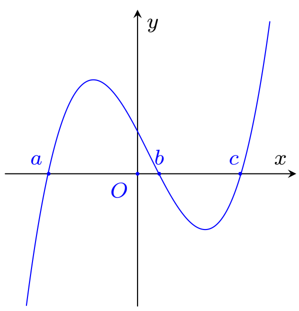
(A) $x = -1$. (B) $x = 1$. (C) $x = 3$. (D) $x = -3$.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Cho hàm số $y = 2x^3 + x^2 - \dfrac{1}{2}x - 3$ có đồ thị (C).

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.		
b) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.		
c) Hàm số không có cực trị.		
d) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = m$ tại 3 điểm khi và chỉ khi $-\dfrac{329}{108} < m < -\dfrac{11}{4}$.		

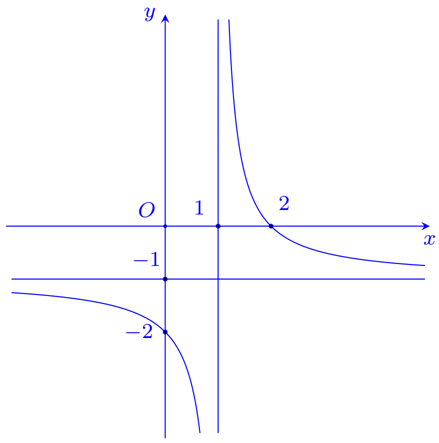
CÂU 14.
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt a, b, c $(a < b < c)$ như hình bên.



QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; a)$.		
b) Hàm số có 2 điểm cực trị.		
c) Giá trị cực đại của hàm số là $f(b)$.		
d) Biết $f(b) < 0$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.		

CÂU 15.
Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Các khẳng định sau là đúng hay sai?



Mệnh đề	Đ	S
a) $b = -2$.		
b) $a + b + c = 2$.		
c) Phương trình $f(x) = 1$ có duy nhất một nghiệm.		
d) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; -1)$ là tâm đối xứng.		

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số có cực trị khi và chỉ khi $m \geq 0$.		
b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x + m + 1$.		
c) Với $m = 1$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.		
d) Tổng các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(3; 5)$ bằng 6.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^3 - (m-1)x^2 + 3x + 2024$ đồng biến trên tập xác định?

KQ:

CÂU 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3$. Hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2x + 2\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

KQ:

CÂU 19. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x-m}{x+1}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng $\sqrt{2}$ (làm tròn đến hàng phần chục).

KQ:

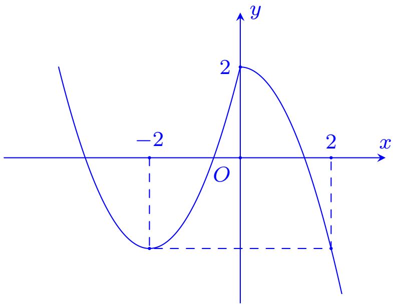
CÂU 20. Chị Hà dự định sử dụng hết 4 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ:

CÂU 21. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + (2-m)x + 2m + 1}$ có đúng hai đường tiệm cận?

KQ:

CÂU 22.
Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x) - \dfrac{1}{3}x^3 + 6x$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$. Khi đó giá trị của biểu thức $b - a$ bằng bao nhiêu?



KQ:

QUICK NOTE

ĐIỂM: ______

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

Gọi tôi là: .... Ngày làm đề: ...../...../........

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 3

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$. B. $(-1;0)$. C. $(0;1)$. D. $(-2;0)$.

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	

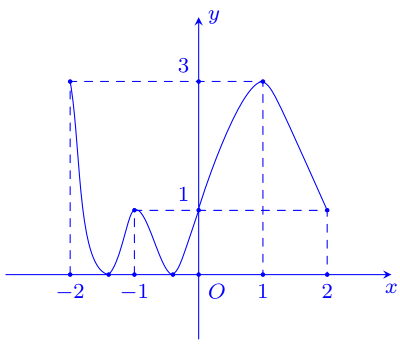
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. B. $(-\infty;1)$. C. $(-1;+\infty)$. D. $(-\infty;-1)$.

CÂU 3.
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;2]$. Giá trị của $M + m$ bằng

A. 0. B. 1.

C. 4. D. 3.



CÂU 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ 3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

CÂU 5. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

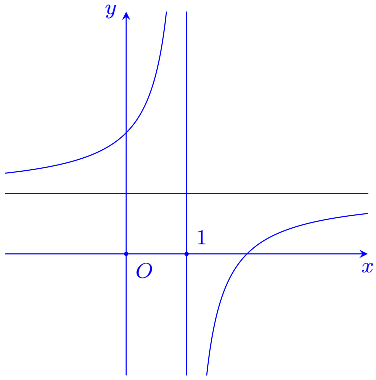
A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = -\dfrac{1}{2}$. D. $y = 2$.

CÂU 6.

Biết hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $y' > 0, \forall x \neq 1$. (B) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

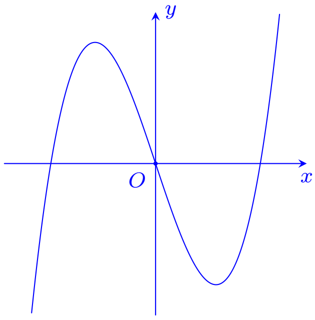
(C) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. (D) $y' < 0, \forall x \neq 1$.



CÂU 7.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

(A) $y = x^3 - 3x$. (B) $y = -x^3 + 3x$.

(C) $y = x^4 - 2x^2$. (D) $y = -x^4 + 2x^2$.



CÂU 8. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

(A) $[-4; 2]$. (B) $(-4; 2)$.

(C) $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$. (D) $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$.

CÂU 9. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \dfrac{2x+1}{x-2}$ trên đoạn $[3; 7]$. Tính giá trị của $M^2 + m$.

(A) 52. (B) 58. (C) 6. (D) 10.

CÂU 10. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

CÂU 11. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

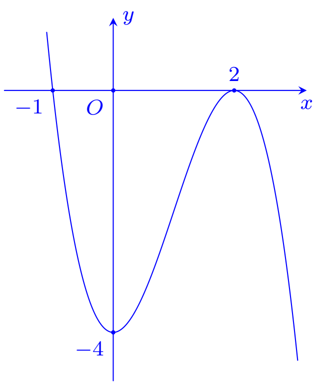
CÂU 12. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là

(A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13.
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.		
b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.		
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ bằng -4.		
d) Hàm số $g(x) = f(3-x)$ nghịch biến trên $(2; 5)$.		



CÂU 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như hình sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$-$	

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; 1)$.		
b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.		
c) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.		
d) Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.		

CÂU 15. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{3x-1}{x-3}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.		
b) $M = f(1) = \dfrac{1}{3}$.		
c) $m = f(2) = -5$.		
d) Có 5 giá trị nguyên dương bé hơn 10 của t sao cho $f(x) \leq t, \forall x \in [0; 2]$.		

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	-2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-2

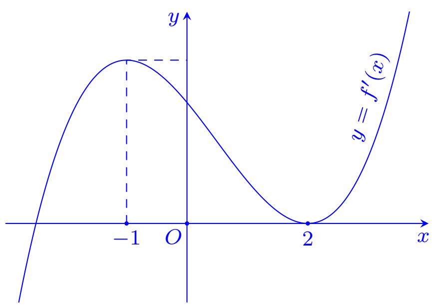
Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số có 2 cực trị.		
b) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 1$ tại đúng 1 điểm.		
c) Hàm số đồng biến trên $(-2; 3)$.		
d) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -2$.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17. Cho hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 5x + 4}{x+2}$. Độ dài của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: | | | | |

CÂU 18.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



KQ: | | | | |

CÂU 19. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có dạng $y = ax + b, (a, b \in \mathbb{Z})$. Tính giá trị biểu thức $P = 5a + 2024b$.

KQ: | | | | |

QUICK NOTE

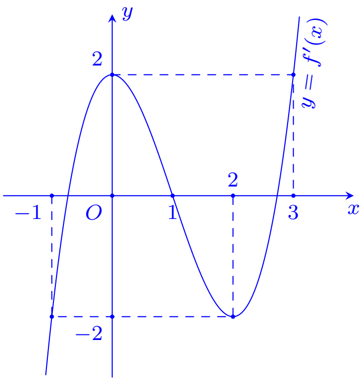
CÂU 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-10		-2		3		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Tìm m để hàm số $y = f\left(x^3 + 4x + m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

KQ: | | | | |

CÂU 21.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x) = f(x-m) - \dfrac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; 6)$. Tính tổng tất cả các phần tử thuộc S.



KQ: | | | | |

CÂU 22. Một hộp sữa dung tích 1ℓ (lít) có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh bằng x cm và chiều cao h cm. Tìm giá trị của x để diện tích toàn phần của hình hộp là nhỏ nhất.

KQ: | | | | |

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Gọi tôi là:...Ngày làm đề: ...../...../........

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 4

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty; -1)$. **B** $(-1; 1)$. **C** $(0; 1)$. **D** $(-1; 0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Chọn đáp án D .... □

CÂU 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại

A $x = -2$. **B** $x = 3$. **C** $x = 1$. **D** $x = 2$.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 3. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	2

Hàm số đồng biến trên

A $(1; +\infty)$. **B** $(-\infty; 2)$. **C** $\mathbb{R}$. **D** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên và bốn đáp án, hàm số đồng biến chỉ đúng với đáp án là khoảng $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án A .... □

CÂU 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \dfrac{4}{x}$ trên $(-4; 0)$ là

Ⓐ -4. Ⓑ 4. Ⓒ -5. Ⓓ 5.

Lời giải.

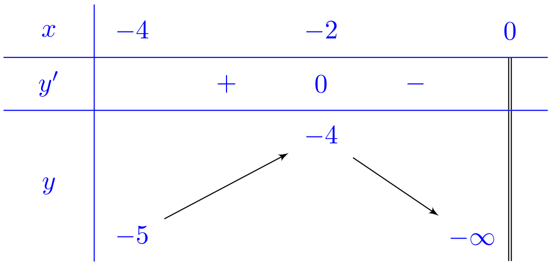
Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Đạo hàm $y' = 1 - \dfrac{4}{x^2} = \dfrac{x^2 - 4}{x^2}$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2. \end{array}\right.$

Suy ra $x = -2$ vì $x \in (-4; 0)$.

Ta có $y(-2) = -4$.



Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \dfrac{4}{x}$ trên $(-4; 0)$ là -4.

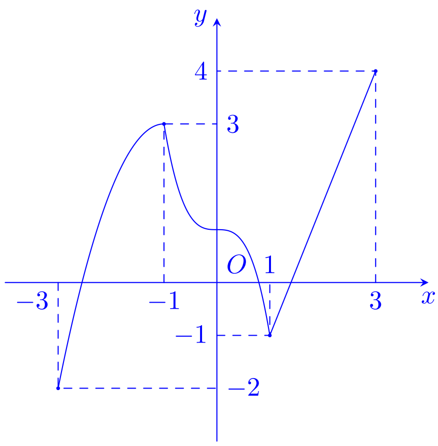
Chọn đáp án Ⓐ .... □

CÂU 5.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên $[-3; 3]$ như hình vẽ. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $[-3; 3]$ lần lượt là

Ⓐ $M = 3$; $m = -1$. Ⓑ $M = 4$; $m = -2$.

Ⓒ $M = 3$; $m = -3$. Ⓓ $M = -1$; $m = 1$.



Lời giải.

Từ đồ thị, ta có giá trị lớn nhất $M = 4$ và giá trị nhỏ nhất $m = -2$ của hàm số $f(x)$ trên $[-3; 3]$.

Chọn đáp án Ⓑ .... □

CÂU 6. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2 + x - 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Lời giải.

Ta có $y = \dfrac{x+1}{x^2 + x - 2} = \dfrac{x+1}{(x-1)(x+2)}$.

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{1; -2\}$.

Ta có

- $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x+1}{(x-1)(x+2)} = -\infty$.
- $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{x+1}{(x-1)(x+2)} = +\infty$.

Suy ra $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có

- $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -2^-} \dfrac{x+1}{(x-1)(x+2)} = -\infty$.

- $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -2^-} \dfrac{x+1}{(x-1)(x+2)} = +\infty$.

Suy ra $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận đứng.
Chọn đáp án (B) ....

CÂU 7. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{6x^2+7x-2023}{2x^2+3x+2024}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là

(A) $y=3$. (B) $y=0$. (C) $y=1$. (D) $y=2$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R}$.
Ta có

- $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{6x^2+7x-2023}{2x^2+3x+2024} = \dfrac{6}{2} = 3$.
- $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{6x^2+7x-2023}{2x^2+3x+2024} = \dfrac{6}{2} = 3$.

Suy ra $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
Chọn đáp án (A) ....

CÂU 8. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3+x^2-2x-1}{x^2-2}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $y=2x+1$. (B) $y=x+1$. (C) $y=-x+1$. (D) $y=x$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\sqrt{2}\right\}$.
Phương trình đường tiệm cận xiên có dạng $y=ax+b$.
Trong đó

- $a=\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^3+x^2-2x-1}{x^3-2x} = 1$.
- $b=\lim\limits_{x\to +\infty} [f(x)-ax] = \lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{x^3+x^2-2x-1}{x^2-2} - x\right) = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2+1}{x^2-2} = 1$.

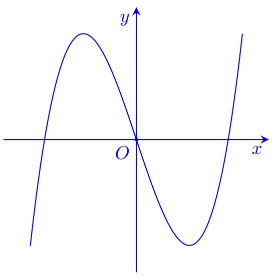
Ta cũng có

- $a=\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^3+x^2-2x-1}{x^3-2x} = 1$.
- $b=\lim\limits_{x\to -\infty} [f(x)-ax] = \lim\limits_{x\to -\infty} \left(\dfrac{x^3+x^2-2x-1}{x^2-2} - x\right) = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2+1}{x^2-2} = 1$.

Và $\lim\limits_{x\to \pm\infty} [f(x)-(ax+b)] = \lim\limits_{x\to \pm\infty} \left[\dfrac{x^3+x^2-2x-1}{x^2-2} - (x+1)\right] = 0$.
Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x+1$.
Chọn đáp án (B) ....

CÂU 9.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

(A) $y=x^3-2024x$. (B) $y=-x^3+3x$.
(C) $y=x^3-3x^2+2024$. (D) $y=-x^3+3x^2-2$.

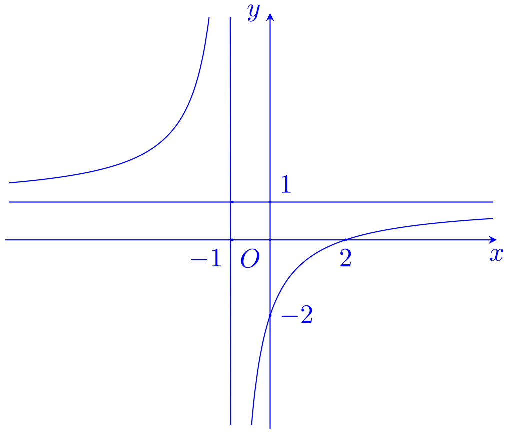


Lời giải.

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a>0$ và đi qua $O(0;0)$. Do đó đồ thị trên của hàm số $y=x^3-2024x$.
Chọn đáp án (A) ....

CÂU 10.

Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



(A) $(0;-2)$. (B) $(2;0)$.

(C) $(-2;0)$. (D) $(0;2)$.

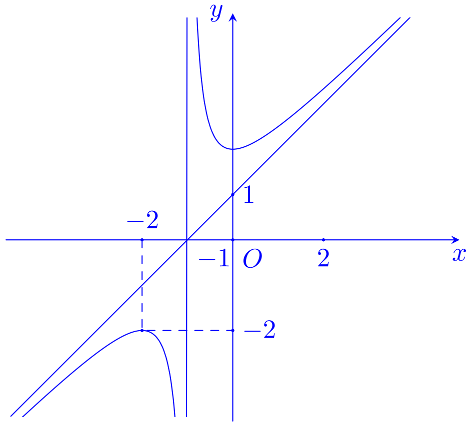
Lời giải.

Từ đồ thị hàm số đã cho, ta có tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là $(0;-2)$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 11.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



(A) $y = x + 2$. (B) $y = \dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$.

(C) $y = x^2 - 2x + 2$. (D) $\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$.

Lời giải.

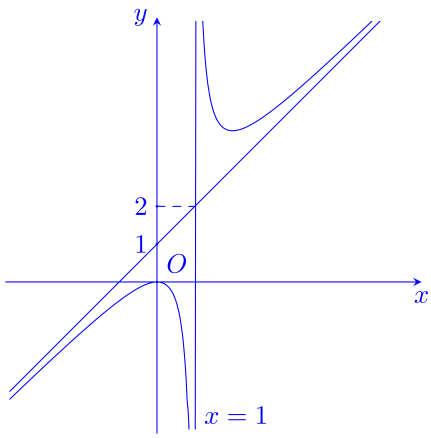
Từ đồ thị ta thấy $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho và đi qua $(-2;-2)$.

Vậy đồ thị trên của hàm số $y = \dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$.

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 12.

Cho hàm số $y = \dfrac{x^2+a}{x+b}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị của $T = a + b$ bằng



(A) $T = 0$. (B) $T = -2$. (C) $T = -1$. (D) $T = 2$.

Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nên $b = -1$. Suy ra $y = \dfrac{x^2+a}{x-1}$.

Hàm số đi qua $(0;0)$ nên $\dfrac{0^2+a}{0-1} = 0 \Leftrightarrow a = 0$.

Vậy $T = a + b = 0 + (-1) = -1$.

Chọn đáp án (C) .... □

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 - 5$. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số có 3 điểm cực trị.	X	
b) Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.		X
c) Điểm $M(0;1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(x)$.		X
d) Hàm số $y=f(x)$ và $y=f(2x)$ có cùng điểm cực đại.		X

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
Đạo hàm $y'=4x^3-4x$.

Xét $y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	-5	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

a) Ⓓ **Đúng**.
Hàm số có 3 điểm cực trị là $x=-1$, $x=0$, $x=1$.

b) Ⓢ **Sai**.
Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

c) Ⓢ **Sai**.
Điểm $M(0;-5)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(x)$

d) Ⓢ **Đúng**.
Xét $y=f(2x)$, ta có $y'=2f'(2x)$.

Xét $y'=0 \Leftrightarrow 2f'(2x)=0 \Leftrightarrow f'(2x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=-1 \\ 2x=0 \\ 2x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{2} \\ x=0 \\ x=\dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(-1)$	$\nearrow$	$f(0)$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $x=0$ là điểm cực đại của hàm số $y=f(2x)$.
Vậy hàm số $y=f(x)$ và $y=f(2x)$ có cùng điểm cực đại.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d sai | .... □

CÂU 14. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x+2$. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\min\limits_{[0;1]} y = 0.$	X	
b) $\min\limits_{[0;2]} y = y(0).$	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) $\min\limits_{[-1;0]} y + \max\limits_{[0;1]} y = 4.$		X
d) $\min\limits_{\left[-\frac{3}{2};0\right]} \dfrac{1}{y} = \dfrac{8}{25}.$		X

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 3$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$-\infty$

a) Đ **Đúng**.

Ta xét trên $[0;1]$, ta có $y(0) = 2$ và $y(1) = 0$. Vậy $\min\limits_{[0;1]} y = 0$.

b) Đ **Đúng**.

Ta xét trên $[0;2]$, ta có $y(0) = 2$, $y(1) = 0$ và $y(2) = 4$. Vậy $\min\limits_{[0;2]} y = 0 = y(0)$.

c) S **Sai**.

Ta xét trên $[0;1]$, ta có $y(0) = 2$ và $y(1) = 0$. Vậy $\min\limits_{[0;1]} y = 0$ và $\max\limits_{[0;1]} y = 2$, khi đó tổng bằng $0 + 2 = 2$.

d) S **Sai**.

Ta có $g(x) = \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{x^3 - 3x + 2}$.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.

$g'(x) = \left(\dfrac{1}{y}\right)' = \dfrac{-3x^2 - 3}{x^3 - 3x + 2}$.

Bảng biến thiên

x	$-\frac{3}{2}$		-1		0
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$\frac{8}{25}$	$\searrow$	$\frac{1}{4}$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$

Vậy $\min\limits_{\left[-\frac{3}{2};0\right]} \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{4}$ khi $x = -1$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ....□

CÂU 15. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1

Mệnh đề	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.	X	
b) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.		X
c) Tiệm cận ngang của hàm số là $y = 1$.	X	
d) Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.		X

Lời giải.

a) Ⓓ **Đúng.**
Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

b) Ⓢ **Sai.**
Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

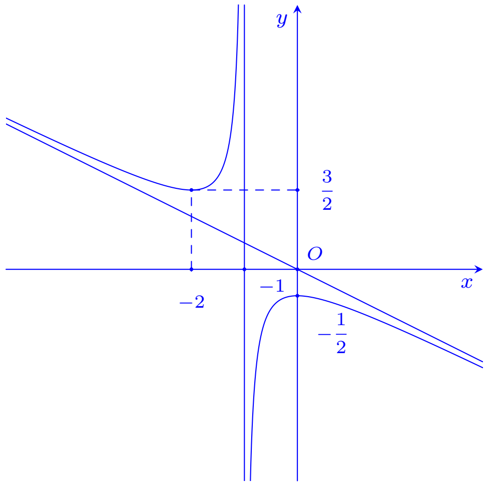
c) Ⓓ **Đúng.**
Vì $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$ nên tiệm cận ngang của hàm số là $y = 1$.

d) Ⓢ **Sai.**
Hàm số không có cực trị.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ☐

CÂU 16.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.		X
b) Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.		X
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $(-\infty; -1)$ là $\dfrac{3}{2}$.	X	
d) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = -2$.	X	



Lời giải.

a) Ⓢ **Sai.**
Hàm số đồng biến trên $(-2; -1)$, $(-1; 0)$ và nghịch biến trên $(-\infty; -2)$, $(0; +\infty)$.

b) Ⓢ **Sai.**
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

c) Ⓓ **Đúng.**
Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $(-\infty; -1)$ là $\dfrac{3}{2}$.

d) Ⓓ **Đúng.**
Điểm cực tiểu của hàm số là $x = -2$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ☐

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tính tổng của tất cả các giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số trên.

Đáp án: | − | 2 | | |

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Suy ra giá trị cực đại và cực tiểu lần lượt là $y=1$ và $y=-3$. Khi đó $1+(-3)=-2$.
Đáp án: $\boxed{-2}$ .... □

CÂU 18. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{3x-x^2}{2x-1}$ là đường thẳng $y=ax+b$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2-b$.

Đáp án:

−	1		

Lời giải.
Tập xác định của hàm số $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.
Phương trình đường tiệm cận xiên có dạng $y=ax+b$.
Trong đó

- $a=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-x^2}{2x^2-x}=-\dfrac{1}{2}$.
- $b=\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-ax]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x-x^2}{2x-1}+\dfrac{1}{2}x\right)=\dfrac{5}{4}$.

Ta cũng có

- $a=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-x^2}{2x^2-x}=-\dfrac{1}{2}$.
- $b=\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-ax]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{3x-x^2}{2x-1}+\dfrac{1}{2}x\right)=\dfrac{5}{4}$.

Và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-(ax+b)]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[\dfrac{3x-x^2}{2x-1}-\left(-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{4}\right)\right]=0$.
Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{4}$.
Do đó $a=-\dfrac{1}{2}$ và $b=\dfrac{5}{4}$. Vậy $P=-1$.
Đáp án: $\boxed{-1}$ .... □

CÂU 19. Hàm số $y=f(x)=-x^3+2x^2-x+1$ có đồ thị (C) và hàm số $y=g(x)=1$ có đồ thị là (d). Số giao điểm của (C) và (d) là

Đáp án:

2			

Lời giải.
Ta xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$-x^3+2x^2-x+1=1\Leftrightarrow -x^3+2x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1.\end{array}\right.$$

Suy ra giao điểm của (C) và (d) là $(0;1)$ và $(1;1)$.
Vậy số giao điểm của (C) và (d) là 2.
Đáp án: $\boxed{2}$ .... □

CÂU 20. Giả sử doanh số (tính bằng sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong một năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số

$$f(t)=\frac{5000}{1+5\mathrm{e}^{-t}},\ t\geq 0,$$

trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là cực đại? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Đáp án:

1	,	6	

Lời giải.

Gọi $g(t)$ là hàm tốc độ bán hàng.

Khi đó $g(t) = f'(t) = \dfrac{25\,000\mathrm{e}^{-t}}{(1+5\mathrm{e}^{-t})^2}$, $t \geq 0$.

Ta có $g'(t) = \dfrac{25\,000\mathrm{e}^{-t}(1+5\mathrm{e}^{-t})(5\mathrm{e}^{-t}-1)}{(1+5\mathrm{e}^{-t})^4}$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\ln\dfrac{1}{5}$.

Bảng biến thiên hàm số

t	0		$-\ln\frac{1}{5}$		$+\infty$
$g'(t)$		$+$	0	$-$	
$g(t)$	$694{,}4$	$\nearrow$	1250	$\searrow$	0

Hàm số đạt cực đại tại $t = -\ln\dfrac{1}{5} \approx 1{,}6$.

Vậy sau khi phát hành 1,6 năm thì tốc độ bán hàng là cực đại.

Đáp án: $\boxed{1{,}6}$ .... □

CÂU 21. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 677,6 km so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm

$$h(t) = 0{,}01t^3 - 1{,}16t^2 + 34{,}52t - 46{,}4$$

Trong khoảng thời gian t ở 50 giây đầu $(0 \leq t \leq 50)$. Khoảng cách con tàu lớn nhất so với bề mặt của Mặt Trăng là bao nhiêu?

Đáp án: | 2 | 6 | 0 | |

Lời giải.

Hàm số $h(t) = 0{,}01t^3 - 1{,}16t^2 + 34{,}52t - 46{,}4$.

+ Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

+ Đạo hàm $h'(t) = 0{,}03t^2 - 2{,}32t + 34{,}52 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = \dfrac{-10\sqrt{31}+116}{3} & \in (0;50) \\ x = \dfrac{10\sqrt{31}+116}{3} & \notin (0;50). \end{array}\right.$

+ $\begin{cases} h(0) = 34{,}52 \\ h(50) = 29{,}6 \\ h\left(\dfrac{-10\sqrt{31}+116}{3}\right) = 260 \end{cases} \Rightarrow \max\limits_{0\leq t\leq 50} = 260.$

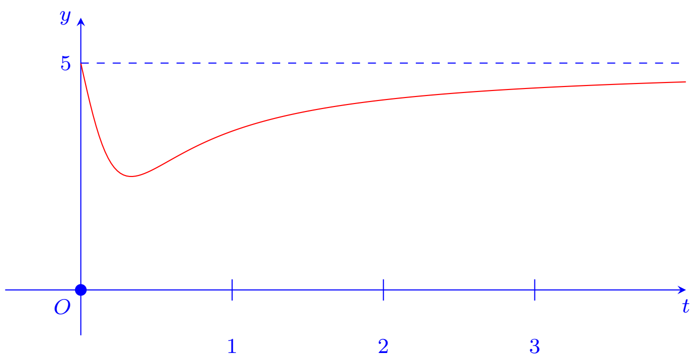
Vậy trong khoảng thời gian t ở 50 giây đầu $(0 \leq t \leq 50)$. Khoảng cách con tàu lớn nhất so với bề mặt của Mặt Trăng là 260 km.

Đáp án: $\boxed{260}$ .... □

CÂU 22.

Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ $(t \geq 0)$ khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số (có đồ thị như đường cong ở hình bên)

$$y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2+1}.$$



Trong đó, đạo hàm $y'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi nồng độ oxigen trong nước. Tốc độ thay đổi nồng độ oxigen lớn nhất khi $t = \dfrac{\sqrt{a}}{b}$ giờ. Tính giá trị của $a - b$ biết a và b là các số nguyên tố.

Đáp án: | 0 | | | |

Lời giải.

Ta có $y'(t) = \dfrac{135t^2 - 15}{(9t^2+1)^2}$.

Suy ra $y''(t) = \dfrac{-2430t^3 + 810t}{(9t^2+1)^3}$.

Cho $y''(t) = 0 \Leftrightarrow -2430t^3 + 810t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} & t = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{3} \\ & t = 0. \end{aligned}\right.$

t	0		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$y''(t)$	0	$+$	0	$-$	
$y'(t)$	-15	$\nearrow$	$\frac{15}{8}$	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên ta có $\max\limits_{t\in[0;+\infty)} y'(t) = y'\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) = \dfrac{15}{8}$.

Vậy tốc độ thay đổi nồng độ oxigen lớn nhất khi $t = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ giờ.

Vậy $a = b = 3$. Khi đó $a - b = 0$.

Đáp án: $\boxed{0}$ . . . . □

Gọi tôi là:..Ngày làm đề: ...../...../.......

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 5

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4 < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 2.
Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

A. -1.

B. 2.

C. -2.

D. 1.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 3.
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	↗	4	↘	-5	↗	2

A. 6.

B. 9.

C. -3.

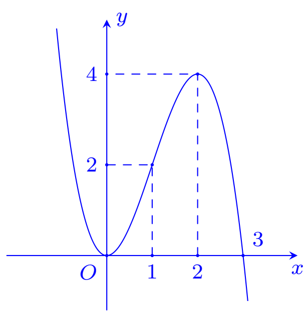
D. -1.

Lời giải.

Trên $\mathbb{R}$, ta có giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ bằng 4 tại $x = 0$ và giá trị nhỏ nhất bằng -5 tại $x = 2$.
Khi đó tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng -1.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 4.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$ bằng



A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $f(x)$ ta có $\max\limits_{[0;3]} f(x) = 4$ tại $x = 2$.

Chọn đáp án A .... □

CÂU 5. Đường tiệm cận ngang của đồ thi hàm số $y = \dfrac{2024x + 2025}{x - 5}$ là

A. $y = 2025$.

B. $y = 2024$.

C. $y = 1$.

D. $y = -5$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2024x+2025}{x-5}=2024$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2024x+2025}{x-5}=2024$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=2024$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 6. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{15x-6}{10x+5}$ là

(A) $x=\dfrac{3}{2}$. (B) $x=-\dfrac{6}{5}$. (C) $x=-\dfrac{1}{2}$. (D) $x=\dfrac{2}{5}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x\neq-\dfrac{1}{2}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+}\dfrac{15x-6}{10x+5}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^-}\dfrac{15x-6}{10x+5}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 7. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2-3x+4}{x}$ là đường thẳng có phương trình nào sau đây?

(A) $y=-x-1$. (B) $y=x-1$. (C) $y=-x+1$. (D) $y=x+1$.

Lời giải.

Ta có $a=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{-x^2-3x+4}{x+2}:x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x^2-3x+4}{x^2+2x}=-1$.

Lại có $b=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{-x^2-3x+4}{x+2}-(-1)x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x+4}{x+2}=-1$.

(Tương tự, $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{-x^2-3x+4}{x+2}:x\right)=-1$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\dfrac{-x^2-3x+4}{x+2}-(-1)x\right]=-1$).

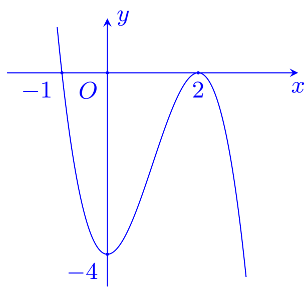
Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2-3x+4}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình $y=-x-1$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 8.
Đường cong ở hình sau là đồ thi của hàm số nào?

(A) $y=-x^3+3x^2-4$. (B) $y=x^3-4$.

(C) $y=x^2-4$. (D) $y=-x^2-4$.



Lời giải.

Xét dáng hình của đồ thị, ta loại được hàm số $y=x^2-4$ và $y=-x^2-4$.
Do $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty$ nên ta loại hàm số $y=x^3-4$ và nhận hàm số $y=-x^3+3x^2-4$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 9.
Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

(A) $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. (B) $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$. (C) $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$. (D) $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	2

Lời giải.

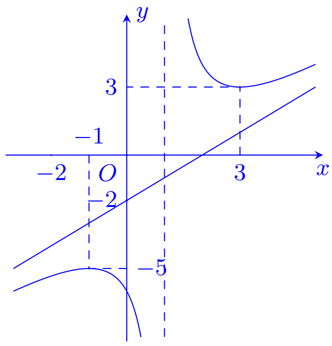
Từ bảng biến thiên, ta nhận thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$ là nên loại hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ và $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$.

Ta nhận thấy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên loại hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$ và nhận hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 10.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Ⓐ $y=-x^3+x^2-2x+1$. Ⓑ $y=\dfrac{x^2-x+3}{x-1}$.

Ⓒ $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$. Ⓓ $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$.

Lời giải.

- Xét hàm số $y=-x^3+x^2-2x+1$. Vì đồ thị hàm số $y=-x^3+x^2-2x+1$ không có đường tiệm cận. Suy ra phương án $y=-x^3+x^2-2x+1$ sai.
- Xét hàm số $y=\dfrac{x^2-x+3}{x-1}=x+\dfrac{3}{x-1}$.
  Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}[y-x]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{x-1}=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}[y-x]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3}{x-1}=0$.
  Do đó đường thẳng $y=x$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Suy ra phương án $y=\dfrac{x^2-x+3}{x-1}$ sai.
- Xét hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}=x-2+\dfrac{4}{x-1}$.
  Ta có $\lim\limits_{x\to1^-}y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^+}y=+\infty$.
  Do đó đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
  Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty}[y-(x-2)]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{x-1}=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}[y-(x-2)]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4}{x-1}=0$.
  Do đó đường thẳng $y=x-2$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
  Hơn nữa, đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -6 nên suy ra phương án $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ đúng.
- Xét hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$. Vì đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ không có đường tiệm cận xiên nên phương án $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ sai.

Chọn đáp án Ⓒ .... □

CÂU 11. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã nhận thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $P(n)=800-20n$ (g). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

Ⓐ 19. Ⓑ 20. Ⓒ 21. Ⓓ 22.

Lời giải.

Gọi $F(n)$ là hàm cân nặng của n con cá sau vụ thu hoạch trên một đơn vị diện tích.
Ta có $F(n)=(800-20n)\cdot n=800n-20n^2$.
Để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất thì cân nặng của n con cá trên một đơn vị điện tích của mặt hồ là lớn nhất.
Bài toán trở thành tìm $n\in\mathbb{N}^*$ sao cho $F(n)$ đạt giá trị lớn nhất.
Ta có $F'(n)=800-40n$.
Cho $F'(n)=0\Leftrightarrow 800-40n=0\Leftrightarrow n=20$.
Ta có bảng biến thiên

n	$-\infty$		20		$+\infty$
$F'(n)$		$+$	0	$-$	
$F(n)$	$-\infty$	$\nearrow$	$8\,000$	$\searrow$	$-\infty$

Vậy phải thả 20 con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất.

Chọn đáp án Ⓑ .... □

CÂU 12. Hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+1$ đạt cực đại tại điểm

Ⓐ $x=-1$. Ⓑ $x=1$. Ⓒ $x=3$. Ⓓ $x=-3$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

$$\begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & -1 & & 3 & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline & & & 6 & & & & +\infty \\ y & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & \\ & -\infty & & & & -26 & & \end{array}$$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Chọn đáp án A .... □

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Cho hàm số $y = 2x^3 + x^2 - \dfrac{1}{2}x - 3$ có đồ thị (C).

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.	X	
b) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.		X
c) Hàm số không có cực trị.		X
d) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = m$ tại 3 điểm khi và chỉ khi $-\dfrac{329}{108} < m < -\dfrac{11}{4}$.	X	

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 + 2x - \dfrac{1}{2}$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 2x - \dfrac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ x = \dfrac{1}{6}. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

$$\begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & -\frac{1}{2} & & \frac{1}{6} & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline & & & -\frac{11}{4} & & & & +\infty \\ y & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & \\ & -\infty & & & & -\frac{329}{108} & & \end{array}$$

a) Đ **Đúng**.
Tập xác định $\mathbb{R}$.

b) S **Sai**.

- Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{6}; +\infty\right)$.
- Hàm số nghịch biến trên $\left(-\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{6}\right)$.

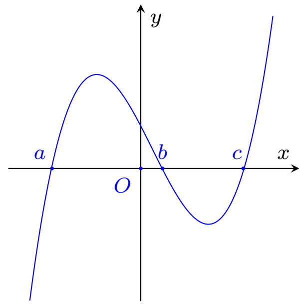
c) S **Sai**.
Hàm số đạt cực đại tại $x_{CD} = -\dfrac{1}{2}$, $y_{CD} = -\dfrac{11}{4}$; hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT} = \dfrac{1}{6}$, $y_{CT} = -\dfrac{329}{108}$.

d) Đ **Đúng**.
Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = m$ tại 3 điểm khi và chỉ khi $-\dfrac{329}{108} < m < -\dfrac{11}{4}$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | .... □

CÂU 14.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt a, b, c $(a < b < c)$ như hình bên.



Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; a)$.		X
b) Hàm số có 2 điểm cực trị.		X
c) Giá trị cực đại của hàm số là $f(b)$.	X	
d) Biết $f(b) < 0$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.	X	

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \\ x = b \\ x = c. \end{array}\right.$

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(a)$	$\nearrow$	$f(b)$	$\searrow$	$f(c)$	$\nearrow$	$+\infty$

a) Ⓢ **Sai**.
Theo bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; a)$.

b) Ⓢ **Sai**.
Theo bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

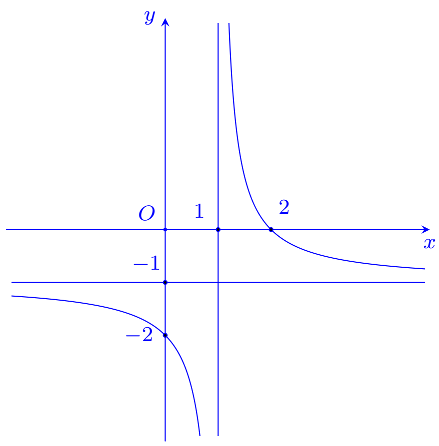
c) Đ **Đúng**.
Theo bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số là $f(b)$.

d) Đ **Đúng**.
Do $f(b) < 0$ nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | .... □

CÂU 15.

Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Các khẳng định sau là đúng hay sai?



Mệnh đề	Đ	S
a) $b=-2$.		X
b) $a+b+c=2$.	X	
c) Phương trình $f(x)=1$ có duy nhất một nghiệm.	X	
d) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1;-1)$ là tâm đối xứng.	X	

Lời giải.

a) S **Sai**.
Vì điểm $(0;-2)$ thuộc đồ thị hàm số $y=f(x)$ nên ta có $\dfrac{b}{-1}=-2\Leftrightarrow b=2$.

b) Đ **Đúng**.
Vì điểm $(0;-2)$ thuộc đồ thị hàm số $y=f(x)$ nên ta có $\dfrac{b}{-1}=-2\Leftrightarrow b=2$.
Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{c}$, do đó

$$\begin{cases}\dfrac{a}{c}=-1\\ \dfrac{1}{c}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ c=1.\end{cases}$$

Vậy $a+b+c=2$.

c) Đ **Đúng**.
Vẽ đường thẳng $y=1$ trên mặt phẳng tọa độ, ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại duy nhất một điểm.

d) Đ **Đúng**.
Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=-1$ làm tiệm cận ngang và $x=1$ là tiệm cận đứng, do đó điểm $(1;-1)$ là tâm đối xứng của đồ thị.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d đúng | . . . . □

CÂU 16. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+mx-1}{x-1}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số có cực trị khi và chỉ khi $m\geq 0$.		X
b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=x+m+1$.	X	
c) Với $m=1$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.		X
d) Tổng các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(3;5)$ bằng 6.		X

Lời giải.

a) S **Sai**.
Có $y'=\dfrac{x^2-2x-m+1}{(x-1)^2}$.
Hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi phương trình $x^2-2x-m+1=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow$ $\begin{cases}\Delta'>0\\ 1^2-2\cdot 1-m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m>0$.

b) Đ **Đúng**.
Ta có $y=x+m+1+\dfrac{m}{x-1}$.
$\lim\limits_{x\to\pm\infty}[y-(x+m+1)]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{m}{x-1}=0$.
Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y=x+m+1$.

c) Ⓢ **Sai.**

Với $m = 1$, hàm số trở thành $y = \dfrac{x^2+x-1}{x-1}$ không xác định trên khoảng $(0;2)$ nên không nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

d) Ⓢ **Sai.**

Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;5)$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow x^2-2x-m+1 \geq 0,\ \forall x \in (3;5) \quad &\Leftrightarrow \quad m \leq x^2-2x+1,\ \forall x \in (3;5)\\ &\Leftrightarrow \quad m \leq \min_{[3;5]}\left(x^2-2x+1\right).\end{aligned}$$

Xét hàm $g(x) = x^2-2x+1$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘	$g(1)$	↗	

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq g(3) \Leftrightarrow m \leq 4$.
Vì m nguyên dương nên $m \in \{1;2;3;4\}$.
Vậy tổng các giá trị m thỏa mãn yêu cầu đề bài bằng 10.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d sai | .... □

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^3-(m-1)x^2+3x+2024$ đồng biến trên tập xác định?

Đáp án: | 1 | 0 | | |

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có $y' = 3(m-1)x^2-2(m-1)x+3$.
Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $y' \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3(m-1)x^2-2(m-1)x+3 \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

- Nếu $m-1=0 \Leftrightarrow m=1$. Khi đó $y' \geq 0 \Leftrightarrow 3 \geq 0$ luôn đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.
  Suy ra $m=1$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

- Nếu $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.
  Khi đó

$$\begin{aligned}3(m-1)x^2-2(m-1)x+3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad &\Leftrightarrow \quad \begin{cases}\Delta' = (m-1)^2-9(m-1) \leq 0\\ a = m-1 > 0\end{cases}\\ &\Leftrightarrow \quad \begin{cases}1 \leq m \leq 10\\ m > 1\end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 10 \text{ (thỏa mãn).}\end{aligned}$$

  Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$.

Vậy có tất cả 10 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.
Đáp án: $\boxed{10}$ .... □

CÂU 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3$. Hàm số $g(x) = f\left(x^2-2x+2\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Đáp án: | 3 | | | |

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\\ x=2.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$			$\searrow$			$\nearrow$	$+\infty$

Ta có $g'(x) = (2x-2)f'\left(x^2-2x+2\right)$.

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-2=0 \\ f'\left(x^2-2x+2\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x+2=0 \\ x^2-2x+2=1 \\ x^2-2x+2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số $g(x) = f\left(x^2-2x+2\right)$ có 3 điểm cực trị.
Đáp án: 3 . . . . □

CÂU 19. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x-m}{x+1}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng $\sqrt{2}$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: | − | 1 | , | 8 |

Lời giải.

Ta có $y' = \dfrac{1+m}{(x+1)^2}$.

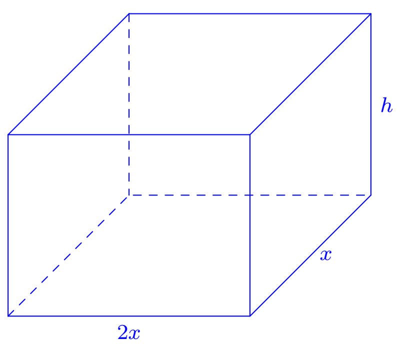
- Trường hợp 1: $1+m>0 \Leftrightarrow m>-1$.
  Khi đó $y'>0$, $\forall x \in [1;3]$ nên hàm số $y = \dfrac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên đoạn $[1;3]$.
  Suy ra $\max_{[1;3]} y = y(3) = \dfrac{3-m}{4} = \sqrt{2} \Leftrightarrow m = 3-4\sqrt{2}$ (loại).
- Trường hợp 2: $1+m<0 \Leftrightarrow m<-1$.
  Khi đó $y'<0$, $\forall x \in [1;3]$ nên hàm số $y = \dfrac{x-m}{x+1}$ nghịch biến trên đoạn $[1;3]$.
  Suy ra $\max_{[1;3]} y = y(1) = \dfrac{1-m}{2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow m = 1-2\sqrt{2} \approx -1,8$ (thỏa mãn).

Vậy $m = 1-2\sqrt{2} \approx -1,8$ là giá trị cần tìm.
Đáp án: -1,8 . . . . □

CÂU 20. Chị Hà dự định sử dụng hết 4 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Đáp án: | 0 | , | 7 | 3 |

Lời giải.



Giả sử bể cá có kích thước như hình vẽ, với x, $h > 0$.

Theo đề bài ta có $2x^2 + 2xh + 4xh = 4 \Leftrightarrow h = \dfrac{4-2x^2}{6x}$.

Do $x > 0$, $h > 0$ nên $4 - 2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{2}$.

Thể tích của bể cá là $V = 2x^2 h = \dfrac{4x - 2x^3}{3} = f(x)$, với $x \in \left(0; \sqrt{2}\right)$.

Ta có $f'(x) = \dfrac{4}{3} - 2x^2$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{3} - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ (vì $x > 0$).

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{\sqrt{6}}{3}$		$\sqrt{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{8\sqrt{6}}{27}$	$\searrow$	0

Vậy bể cá có dung tích lớn nhất bằng $\dfrac{8\sqrt{6}}{27}$ m$^3 \approx 0{,}73$ m^3.

Đáp án: $\boxed{0{,}73}$ . . . . □

CÂU 21. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + (2-m)x + 2m + 1}$ có đúng hai đường tiệm cận?

Đáp án: | 3 | | | |

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^2-1}{x^2+(2-m)x+2m+1} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1 - \dfrac{1}{x^2}}{1 + (2-m)\dfrac{1}{x} + (2m+1)\dfrac{1}{x^2}} = 1$.

Suy ra đồ thị của hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang $y = 1$, do vậy đồ thị đó có đúng hai đường tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 + (2-m)x + 2m + 1 = 0$ (*) có nghiệm kép hoặc có một nghiệm $x = -1$ và một nghiệm khác 1 hoặc có một nghiệm $x = 1$ và một nghiệm khác -1.

- Trường hợp 1: Phương trình (*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow (2-m)^2 - 4(2m+1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 12m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 12. \end{array}\right.$$

- Trường hợp 2: Phương trình (*) một có nghiệm $x = 1$ và một nghiệm khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -4.$$

- Trường hợp 3: Phương trình (*) một có nghiệm $x = -1$ và một nghiệm khác 1

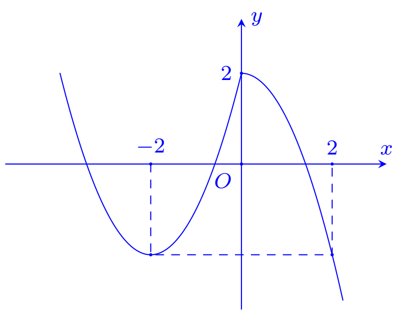
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = -4$, $m = 0$, $m = 12$.

Đáp án: $\boxed{3}$ . . . . □

CÂU 22.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x) - \dfrac{1}{3}x^3 + 6x$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$. Khi đó giá trị của biểu thức $b - a$ bằng bao nhiêu?

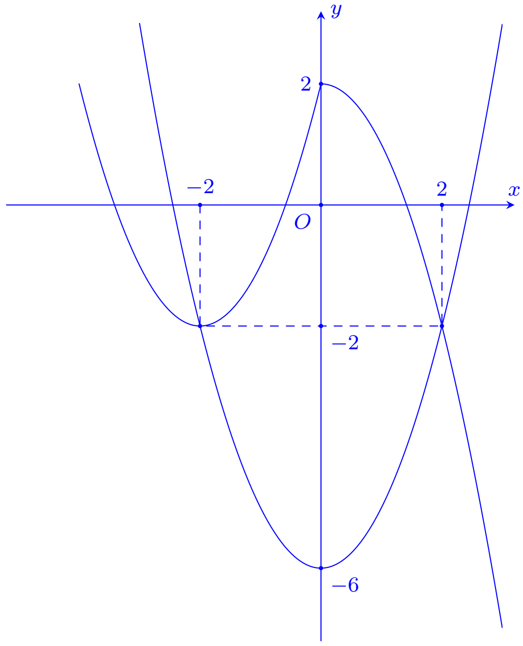


Đáp án:	4			

Lời giải.

Ta có $y = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + 6x$ nên $y' = f'(x) - x^2 + 6$.

Quan sát đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và parabol $(P)\colon y = x^2 - 6$ trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Từ đồ thị ta có $y' = f'(x) - x^2 + 6 > 0 \Leftrightarrow f'(x) > x^2 - 6 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Vậy hàm số $y = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + 6x$ đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.

Đáp án: $\boxed{4}$ .... □

Gọi tôi là:..Ngày làm đề: ...../...../........

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG
ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 6
LỚP TOÁN THẦY PHÁT
Thời gian làm bài: 90 phút.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;3)$. Ⓑ $(-1;0)$. Ⓒ $(0;1)$. Ⓓ $(-2;0)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;1)$.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;1)$. Ⓒ $(-1;+\infty)$. Ⓓ $(-\infty;-1)$.

Lời giải.

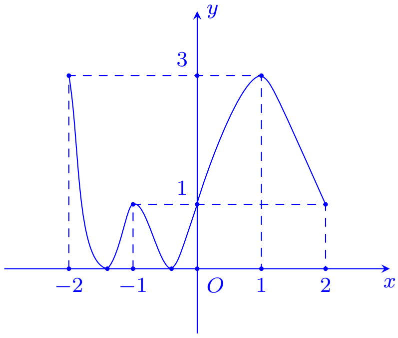
Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 3.
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;2]$. Giá trị của $M + m$ bằng

Ⓐ 0. Ⓑ 1.

Ⓒ 4. Ⓓ 3.



Lời giải.

Quan sát đồ thị ta thấy $M = \max\limits_{[-2;2]} f(x) = 3$ và $m = \min\limits_{[-2;2]} f(x) = 0$. Vậy $M + m = 3 + 0 = 3$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty \ \Vert\ 3$	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có

- $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 0$, suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 5$, suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=5$.
- $\lim\limits_{x\to1^-} y = +\infty$, suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Chọn đáp án B ☐

CÂU 5. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A $x=3$. **B** $x=2$. **C** $x=-\dfrac{1}{2}$. **D** $y=2$.

Lời giải.

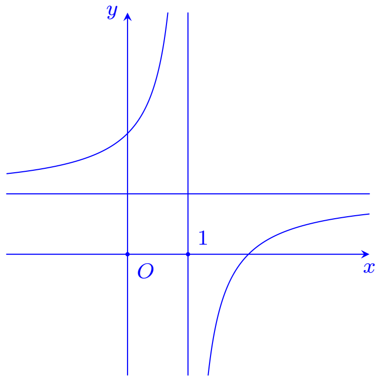
Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{x-3} = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{3}{x}} = 2$, suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

Chọn đáp án D ☐

CÂU 6.

Biết hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $y'>0,\ \forall x\neq1$. **B** $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **C** $y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **D** $y'<0,\ \forall x\neq1$.



Lời giải.

Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

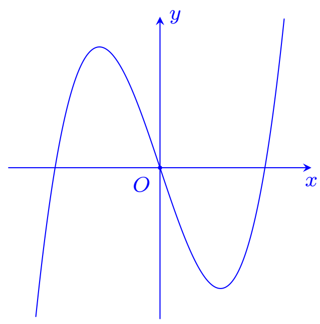
Từ đồ thị của hàm số suy ra hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định vì vậy $y'>0, \forall x\neq1$.

Chọn đáp án A ☐

CÂU 7.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A $y=x^3-3x$. **B** $y=-x^3+3x$. **C** $y=x^4-2x^2$. **D** $y=-x^4+2x^2$.



Lời giải.

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 8. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

(A) $[-4; 2]$. (B) $(-4; 2)$. (C) $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$. (D) $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3$.
Hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2.$$

Vậy $m \in [-4; 2]$.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 9. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \dfrac{2x+1}{x-2}$ trên đoạn $[3; 7]$. Tính giá trị của $M^2 + m$.

(A) 52. (B) 58. (C) 6. (D) 10.

Lời giải.

Hàm số $y = f(x) = \dfrac{2x+1}{x-2}$ liên tục trên $[3; 7]$.
Ta có $y' = \dfrac{-5}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in [3; 7]$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $[3; 7]$.
Lúc đó

$$M = \max_{[3;7]} f(x) = f(3) = 7, m = \min_{[3;7]} f(x) = f(7) = 3.$$

Vậy $M^2 + m = 52$.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 10. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4; 4\}$. Ta có

- $\lim\limits_{x \to (-4)^-} y = \lim\limits_{x \to (-4)^-} \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \lim\limits_{x \to (-4)^-} \dfrac{(x+1)(x-4)}{(x+4)(x-4)} = \lim\limits_{x \to (-4)^-} \dfrac{x+1}{x+4} = +\infty$, suy ra $x = -4$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- $\lim\limits_{x \to 4} y = \lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \lim\limits_{x \to 4} \dfrac{(x+1)(x-4)}{(x+4)(x-4)} = \lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x+1}{x+4} = \dfrac{5}{8}$, suy ra $x = 4$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 11. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung. Ta có $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 2$.
Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 12. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là

(A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 3\left(x^2 - 1\right)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.
Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

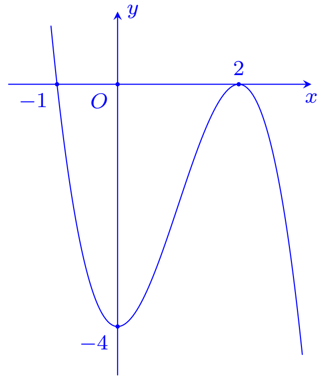
Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Chọn đáp án (A) .... □

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.	X	
b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.		X
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1;1]$ bằng -4.	X	
d) Hàm số $g(x) = f(3-x)$ nghịch biến trên $(2;5)$.		X

Lời giải.

a) (Đ) **Đúng**.
Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

b) (S) **Sai**.
Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

c) (Đ) **Đúng**.
Ta có $\min\limits_{[-1;1]} f(x) = -4$.

d) (S) **Sai**.
Xét hàm số $g(x) = f(3-x)$. Vì $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
Từ đồ thị của hàm số ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ta có $g'(x) = (3-x)'f'(3-x) = -f'(3-x)$.

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow -f'(3-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-x=0 \\ 3-x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=1. \end{array}\right.$

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ suy ra được bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $g(x)$ không nghịch biến trên $(2;5)$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | .... □

CÂU 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như hình sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$-$	

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; 1)$.		X
b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.	X	
c) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.		X
d) Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.	X	

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có

a) Ⓢ **Sai**.
Hàm số không đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

b) Ⓓ **Đúng**.
Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ chứa khoảng $(3; +\infty)$.

c) Ⓢ **Sai**.
Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu ba lần nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

d) Ⓓ **Đúng**.
Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ và tại điểm $x = 0$, $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương nên hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | .... □

CÂU 15. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{3x-1}{x-3}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.		X
b) $M = f(1) = \dfrac{1}{3}$.		X
c) $m = f(2) = -5$.	X	
d) Có 5 giá trị nguyên dương bé hơn 10 của t sao cho $f(x) \le t$, $\forall x \in [0; 2]$.	X	

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có $y' = -\dfrac{8}{(x-3)^2} < 0$, $\forall x \neq 3$, suy ra hàm số nghịch biến trên đoạn $[0; 2]$.

Vậy $M = \max\limits_{[0;2]} f(x) = f(0) = \dfrac{1}{3}$ và $m = \min\limits_{[0;2]} f(x) = f(2) = -5$.

a) Ⓢ **Sai**.
Vì hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; 2) \subset (-\infty; 3)$.

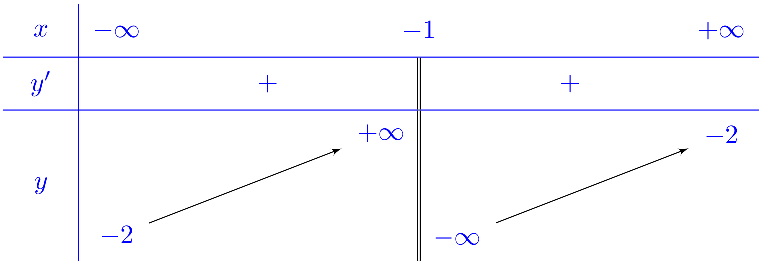
b) Ⓢ **Sai**.
Vì $M = \max\limits_{[0;2]} f(x) = f(0) = \dfrac{1}{3}$.

c) Ⓓ **Đúng**.
Vì $m = \min\limits_{[0;2]} f(x) = f(2) = -5$.

d) Ⓓ **Sai**.
Ta có $f(x) \le t$, $\forall x \in [0; 2] \Leftrightarrow \max\limits_{[0;2]} f(x) \le t \Leftrightarrow t \ge \dfrac{1}{3}$.
Vì t nguyên dương và bé hơn 6 nên $t \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.
Vậy có 5 giá trị của t thỏa mãn.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | .... □

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số có 2 cực trị.		X
b) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 1$ tại đúng 1 điểm.	X	
c) Hàm số đồng biến trên $(-2; 3)$.		X
d) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -2$.	X	

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, ta có

a) S **Sai**.
Vì $f'(x)$ không đổi dấu trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên hàm số không có cực trị.

b) Đ **Đúng**.
Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 1$ tại đúng 1 điểm.

c) S **Sai**.
Vì hàm số không xác định trên $(-2; 3)$ nên hàm số không đồng biến trên $(-2; 3)$.

d) Đ **Đúng**.

- $\lim\limits_{x \to (-1)^-} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to (-1)^+} f(x) = -\infty$, suy ra $x = -1$ là tiệm cận đứng.
- $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -2$ và $\lim\limits_{x \to \infty} y = -2$, suy ra $y = -2$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ và tiệm cận ngang là $y = -2$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | .... □

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17. Cho hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 5x + 4}{x + 2}$. Độ dài của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Đáp án: | 8 | , | 2 | 4 |

Lời giải.

Điều kiện $x \neq -2$.

Ta có $y' = \dfrac{2x^2 + 8x + 6}{(x + 2)^2}$ $(x \neq -2)$. Cho $y' = 0 \Rightarrow 2x^2 + 8x + 6 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -3. \end{array}\right.$

Với $x = -1 \Rightarrow y = 1$.

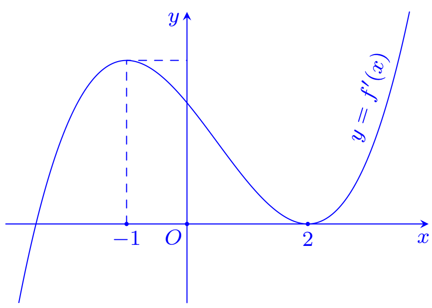
Với $x = -3 \Rightarrow y = -7$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A(-1; 1)$ và $B(-3; -7)$. Suy ra $AB = 2\sqrt{17} \approx 8{,}24$.

Đáp án: $\boxed{8{,}24}$ .... □

CÂU 18.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



Đáp án: | 1 | | | |

Lời giải.

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 1. Vì dựa vào đồ thị của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu một lần từ âm sang dương nên hàm số đã cho có một cực trị (một cực tiểu).

Đáp án: $\boxed{1}$ .... □

CÂU 19. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có dạng $y = ax + b, (a, b \in \mathbb{Z})$. Tính giá trị biểu thức $P = 5a + 2024b$.

Đáp án: | 5 | | | |

Lời giải.

Giả sử hàm số có đồ thị là (C). Ta có $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1} = x + \dfrac{1}{x - 1}$. Từ đó có

$$\lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \to \pm\infty} \left[\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} - x\right] = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x - 1} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 0.$$

Suy ra (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x$.
Vậy $a = 1$, $b = 0$, $P = 5a + 2024b = 5 \cdot 1 + 2024 \cdot 0 = 5$.

Đáp án: $\boxed{5}$ .... □

CÂU 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-10		-2		3		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Tìm m để hàm số $y = f\left(x^3 + 4x + m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

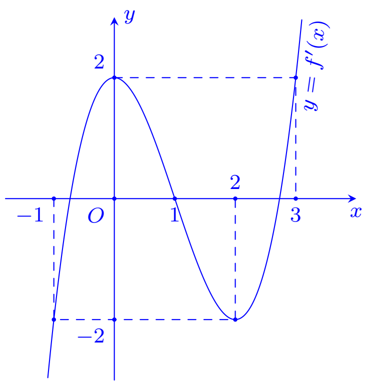
Đáp án: | 3 | | | |

Lời giải.

Đặt $t = x^3 + 4x + m \Rightarrow t' = 3x^2 + 4 > 0, \forall x \in (-1; 1)$ nên t đồng biến trên $(-1; 1)$ và $t \in (m - 5; m + 5)$.
Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(m - 5; m + 5)$.
Dựa vào bảng xét dấu ta được $\begin{cases} m - 5 \geq -2 \\ m + 5 \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$.

Đáp án: $\boxed{3}$ .... □

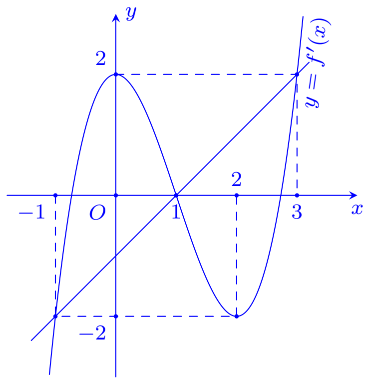
CÂU 21.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x) = f(x - m) - \dfrac{1}{2}(x - m - 1)^2 + 2019$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; 6)$. Tính tổng tất cả các phần tử thuộc S.



Đáp án: | 1 | 4 | | |

Lời giải.

Ta có $g'(x) = f'(x - m) - (x - m - 1)$.
Xét phương trình $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x - m) - (x - m - 1) = 0 \qquad (1)$.
Đặt $x - m = t$, phương trình (1) trở thành $f'(t) - (t - 1) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = t - 1 \qquad (2)$.
Nghiệm của phương trình (2) là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = t - 1$.
Ta có đồ thị các hàm số $y = f'(t)$ và $y = t - 1$ như sau:



Căn cứ đồ thị các hàm số ta có phương trình (2) có nghiệm là $\left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=1 \\ t=3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=m-1 \\ x=m+1 \\ x=m+3. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của $y=g(x)$ như sau:

x	$-\infty$		$m-1$		$m+1$		$m+3$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Để hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$ cần $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} m-1\leq 5 \\ m+1\geq 6 \end{cases} \\ m+3\leq 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5\leq m\leq 6 \\ m\leq 2. \end{array}\right.$

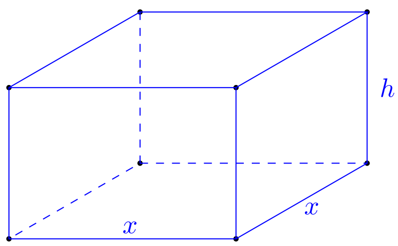
Vì $m\in\mathbb{N}^*$ nên $m\in\{1;2;5;6\}$. Suy $S=14$.

Đáp án: $\boxed{14}$ .... □

CÂU 22. Một hộp sữa dung tích 1ℓ (lít) có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh bằng x cm và chiều cao h cm. Tìm giá trị của x để diện tích toàn phần của hình hộp là nhỏ nhất.

Đáp án: | 1 | 0 | | |

Lời giải.



Thể tích của hộp sữa là $V=x^2h$ cm^3.

Theo bài ra, ta có $V=1\ell=1000\,\text{cm}^3$. Suy ra $x^2h=1000\Rightarrow h=\dfrac{1000}{x^2}$.

Ta có diện tích toàn phần của hộp sữa là

$$S_{\text{tp}}=S_{\text{xq}}+S_{\text{d}}=4hx+2x^2=4\cdot\frac{1000}{x^2}\cdot x+2x^2=2x^2+\frac{4000}{x}.$$

Đặt $y=f(x)=2x^2+\dfrac{4000}{x}$, suy ra $f'(x)=4x-\dfrac{4000}{x^2}$.

Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x-\dfrac{4000}{x^2}=0\Leftrightarrow 4x^3-4000=0\Leftrightarrow x=10$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:

x	0		10		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$	600	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy để hộp sữa có diện tích toàn phần nhỏ nhất thì $x = 10$.

Đáp án: $\boxed{10}$ . . . . □