

KTTX-2

CÂU 1. Xét xem dãy $u_n = \frac{2n+3}{5}$ có phải là cấp số cộng hay không? Nếu phải hãy xác định công sai.

- (A) $d = 0$. (B) $d = \frac{2}{5}$. (C) $d = -3$. (D) $d = 1$.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{5}$.

Dãy (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = \frac{2}{5}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 2. Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Là một dãy số tăng. (B) Là một dãy số bị chặn. (C) $u_{n-1} - u_n = 1$. (D) Là một dãy số giảm.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= [-(n+1)^2 + n + 1 + 1] - [-n^2 + n + 1] \\ &= -n^2 - 2n - 1 + n + 2 + n^2 - n - 1 = -2n < 0, \forall n \geq 1. \end{aligned}$$

Do đó (u_n) là một dãy giảm.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 3. Cho các cấp số nhân với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Công bội của cấp số nhân là

- (A) $\pm \frac{1}{2}$. (B) ± 4 . (C) ± 2 . (D) ± 1 .

Lời giải.

Ta có $u_7 = u_1 q^6 \Rightarrow -32 = -\frac{1}{2} q^6 \Rightarrow q = \pm 2$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 4. Cho cấp số nhân có $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$. Giá trị u_1 và q của cấp số nhân là

- (A) $u_1 = 9$ và $q = 2$. (B) $u_1 = 9$ và $q = -2$. (C) $u_1 = -9$ và $q = 2$. (D) $u_1 = -9$ và $q = -2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 q = 54 \\ u_1 q^4 - u_1 q^2 = 108 \end{cases}$$

Ta thấy $u_1 q^3 - u_1 q \neq 0$ nên chia phương trình (2) cho phương trình (1) ta được $q = 2$.

Thay $q = 2$ vào phương trình (1) ta tìm được $u_1 = 9$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 5. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^{\frac{n+1}{2}+1}$. Tìm công bội của dãy số (u_n) .

- (A) $q = \frac{3}{2}$. (B) $q = \sqrt{3}$. (C) $q = \frac{1}{2}$. (D) $q = 3$.

Lời giải.

Ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3^{\frac{n+1}{2}+1}}{3^{\frac{n}{2}+1}} = \sqrt{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra dãy số là cấp số nhân với $u_1 = 3\sqrt{3}, q = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 6. Cho cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{4}, d = -\frac{1}{4}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây?

- (A) $S_5 = \frac{5}{4}$. (B) $S_5 = \frac{4}{5}$. (C) $S_5 = -\frac{5}{4}$. (D) $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Lời giải.

Theo giả thiết $S_5 = 5u_1 + 10d = 5 \cdot \frac{1}{4} + 10 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

CÂU 7. Tìm x, y biết các số $x + 5y, 5x + 2y, 8x + y$ lập thành cấp số cộng và các số $(y - 1)^2, xy - 1, (x + 1)^2$ lập thành cấp số nhân.

A $(x; y) \in \left\{ \left(-\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right\}.$

B $(x; y) \in \left\{ \left(\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right\}.$

C $(x; y) \in \left\{ \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right\}.$

D $(x; y) \in \left\{ \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right\}.$

Lời giải.

Ta có hệ
$$\begin{cases} x + 5y + 8x + y = 2(5x + 2y) \\ (x + 1)^2(y - 1)^2 = (xy - 1)^2. \end{cases}$$

Giải hệ này ta tìm được

$$(x; y) \in \left\{ \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right\}.$$

Chọn đáp án **D** □

CÂU 8. Chu vi của một đa giác là 213 cm, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 7$ cm. Cạnh lớn nhất bằng 53 cm. Số cạnh của đa giác đó là

A 4.

B 5.

C 6.

D 7.

Lời giải.

Gọi số đo các cạnh của đa giác lần lượt là u_1, u_2, \dots, u_n với $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$. Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} S_n = 213 \\ u_n = 53 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \frac{n}{2}(u_1 + 53) = 213 \\ u_1 + 7(n - 1) = 53 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} nu_1 + 53n = 426 \\ u_1 + 7n = 60 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} n(60 - 7n) + 53n = 426 \\ u_1 = 60 - 7n \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -7n^2 + 113n - 426 = 0 \\ u_1 = 60 - 7n \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \begin{cases} n = 6 \text{ (nhận)} \\ n = \frac{71}{7} \text{ (loại)} \end{cases} \\ u_1 = 60 - 7n \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} n = 6 \\ u_1 = 18. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy số cạnh của đa giác là 6.

Chọn đáp án **C** □

CÂU 9. Phát biểu nào dưới đây về dãy số (a_n) được cho bởi $a_n = 2^n + n$ là đúng?

A Dãy số (a_n) là dãy số giảm.

B Dãy số (a_n) là dãy số tăng.

C Dãy số (a_n) là dãy không tăng.

D Dãy số (a_n) là dãy không tăng và không giảm.

Lời giải.

Ta có $a_{n+1} - a_n = 2^{n+1} + n + 1 - 2^n - n = 2^n + 1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$

Suy ra dãy số (a_n) là dãy số tăng.

Chọn đáp án **B** □

CÂU 10. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^{\frac{n}{2}+1}$. Số 19683 là số hạng thứ mấy của dãy số.

(A) 15.

(B) 16.

(C) 19.

(D) 17.

Lời giải.

Ta có $u_n = 19683 \Leftrightarrow 3^{\frac{n}{2}+1} = 3^9 \Leftrightarrow \frac{n}{2} + 1 = 9 \Leftrightarrow n = 16$.

Vậy số 19683 là số hạng thứ 16 của cấp số.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 11. Cho dãy số (u_n) có $u_n = (-1)^{n+1} \cdot \cos \frac{2\pi}{n}$. Khi đó u_{12} bằng.

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(C) $-\frac{1}{2}$.

(D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_{12} = (-1)^{12+1} \cos \frac{2\pi}{12} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 12. Tổng 10 số hạng đầu của một cấp số nhân có $u_1 = 4, u_{10} = 2048$ là

(A) $S_{10} = 8184$.

(B) $S_{10} = 4092$.

(C) $S_{10} = 12276$.

(D) $S_{10} = 6138$.

Lời giải.

Ta có $u_{10} = u_1 \cdot q^9 \Rightarrow q = 2$. Do đó $S_{10} = u_1 \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = 4092$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 13. Dãy số (u_n) là cấp số cộng thỏa mãn $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 18 \end{cases}$. Số hạng đầu và công sai của cấp số cộng là

(A) $u_1 = 3, d = 2$.

(B) $u_1 = 4, d = 2$.

(C) $u_1 = 2, d = 4$.

(D) $u_1 = 1, d = 2$.

Lời giải.

Áp dụng $u_n = u_1 + (n - 1)d$, ta có

$$\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ d = 2 \end{cases}$$

Vậy $u_1 = 4, d = 2$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 14. Cho $S = 3 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + \dots + 3 \cdot 2^n$. Khẳng định nào sau đây đúng với mọi n nguyên dương?

(A) $S = 3(2^n - 1)$.

(B) $S = 3(2^{n+1} + 1)$.

(C) $S = 3(2^{n+1} - 1)$.

(D) $S = 3(2^{n-1} - 1)$.

Lời giải.

Ta có $1, 2, 2^2, \dots, 2^n$ là cấp số nhân với $u_1 = 1, q = 2$ nên

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = \frac{1 - 2^{n+1}}{1 - 2} = 2^{n+1} - 1.$$

Vậy $S = 3(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n) = 3(2^{n+1} - 1)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 15. Cho CSC (u_n) có $S_n = 3n^2 - 2n$. Công thức tổng quát của CSC trên là

(A) $u_n = 20n - 19$.

(B) $u_n = 6n - 5$.

(C) $u_n = 4n - 3$.

(D) $u_n = 7n - 5$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của CSC. Ta có

$$S_n = 3n^2 - 2n \Leftrightarrow \frac{n}{2}[2u_1 + (n - 1)d] = 3n^2 - 2n \Leftrightarrow 2u_1 - d + nd = 6n - 4$$

Do đó

$$\begin{cases} 2u_1 - d = -4 \\ d = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 6 \end{cases}$$

Vậy số hạng tổng quát của CSC là $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + 6(n-1) = 6n - 5, \forall n \geq 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 16. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 + u_5 = 42 \\ u_3 + u_{10} = 66 \end{cases}$. Tổng của 346 số hạng đầu là

- (A)** 242546. **(B)** 242000. **(C)** 241000. **(D)** 240000.

Lời giải.

Theo đề ta có

$$\begin{cases} u_2 + u_5 = 42 \\ u_3 + u_{10} = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 5d = 42 \\ 2u_1 + 11d = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 11 \\ d = 4 \end{cases} \Rightarrow S_{346} = \frac{346}{2} (2 \cdot 11 + 345 \cdot 4) = 242546.$$

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 17. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Xác định công sai.

- (A)** $d = 3$. **(B)** $d = 5$. **(C)** $d = 6$. **(D)** $d = 4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + d - (u_1 + 2d) + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ u_1 + 4d = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 18. Cho CSC có số hạng tổng quát $u_n = 5 + \frac{n+1}{2}$. Công sai của CSC là

- (A)** $d = 1$. **(B)** $d = \frac{3}{2}$. **(C)** $d = \frac{1}{2}$. **(D)** $d = 2$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của CSC. Ta có

$$d = u_n - u_{n-1} = \frac{n+1}{2} - \frac{n}{2} = \frac{1}{2}.$$

Vậy công sai của CSC là $d = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 19. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2^n}{n!}$, ta thu được kết quả

- (A)** Dãy số tăng, bị chặn trên. **(B)** Dãy số tăng, bị chặn dưới.
(C) Dãy số giảm, bị chặn. **(D)** Dãy số không tăng, không giảm, không bị chặn.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{2^n}{n!}} = \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{2^n} = \frac{2}{n+1} < 1, \forall n \geq 1.$$

Mà $u_n > 0, \forall n$ nên $u_{n+1} < u_n, \forall n \geq 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số giảm.
Vì $0 < u_n \leq u_1 = 2, \forall n \geq 1$ nên dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 20. Cho dãy số (u_n) có $u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(7-3n)}{2}$. Số hạng tổng quát của (u_n) là

- (A)** $u_n = 5 - 3n, n \geq 1$. **(B)** $u_n = 5 + 3n, n \geq 1$. **(C)** $u_n = 2 + 5n, n \geq 1$. **(D)** $u_n = 2 - n, n \geq 1$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của CSC. Ta có

$$\begin{aligned} u_1 + u_2 + \dots + u_n &= \frac{n(7-3n)}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] &= \frac{n(7-3n)}{2} \\ \Leftrightarrow 2u_1 - d + nd &= 7 - 3n \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 - d = 7 \\ d = -3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $u_n = u_1 + (n-1)d = 2 - 3(n-1) = 5 - 3n, \forall n \geq 1$.

Chọn đáp án **A** □

CÂU 21. Độ dài ba cạnh của một tam giác vuông lập thành một cấp số cộng. Nếu cạnh trung bình bằng 6 thì công sai của cấp số cộng này là

- A** 7,5. **B** 4,5. **C** 0,5. **D** 1,5.

Lời giải.

Theo giả thiết $(6-d)^2 + 6^2 = (6+d)^2 \Leftrightarrow 36 - 12d = 12d \Rightarrow d = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 22. Xét tính bị chặn của dãy số $u_n = 4 - 3n - n^2$.

- A** Bị chặn. **B** Không bị chặn. **C** Bị chặn trên. **D** Bị chặn dưới.

Lời giải.

Ta có $u_n = \frac{25}{4} - \left(n + \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4}$ nên (u_n) bị chặn trên; dãy (u_n) không bị chặn dưới.

Chọn đáp án **C** □

CÂU 23. Cho cấp số cộng (u_n) có tổng 5 số hạng đầu tiên bằng 10. Giá trị u_3 là

- A** 4. **B** 2. **C** 3. **D** 5.

Lời giải.

Ta có $u_1 + u_2 + \dots + u_5 = 10 \Leftrightarrow 5u_1 + 10d = 10 \Leftrightarrow u_3 = u_1 + 2d = 2$.

Chọn đáp án **B** □

CÂU 24. Trong một cấp số nhân gồm các số hạng dương, hiệu số giữa số hạng thứ 5 và thứ 4 là 576 và hiệu số giữa số hạng thứ 2 và số hạng đầu tiên là 9. Tìm tổng 5 số hạng đầu tiên của các cấp số nhân này

- A** 1061. **B** 1023. **C** 1024. **D** 768.

Lời giải.

Giả sử cấp số nhân trên có số hạng đầu tiên là u_1 .

Ta có $u_5 = q^4 \cdot u_1$; $u_4 = q^3 \cdot u_1 \Rightarrow u_5 - u_4 = (q^4 - q^3)u_1 = 576 = q^3(q-1)u_1 = 576$.

Lại có $u_2 = q \cdot u_1 \Rightarrow u_2 - u_1 = u_1(q-1) = 9$. Do đó $q^3 \cdot 9 = 576 \Rightarrow q^3 = 64 \Rightarrow q = 4 \Rightarrow u_1 = 3$.

Suy ra $S = \frac{1-q^5}{1-q}u_1 = 1023$.

Chọn đáp án **B** □

CÂU 25. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1$; $q = \frac{-1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ số hạng thứ mấy của (u_n) ?

- A** Số hạng thứ 105. **B** Không là số hạng của cấp số đã cho.
C Số hạng thứ 103. **D** Số hạng thứ 104.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ nên $\frac{1}{10^{103}} = -1 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{10}\right)^n = \frac{1}{10^{104}} \Rightarrow n = 104$.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 26. Cho cấp số nhân $\frac{-1}{5}; a; \frac{-1}{125}$. Giá trị của a là

- (A) $a = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$. (B) $a = \pm \frac{1}{25}$. (C) $a = \pm \frac{1}{5}$. (D) $a = \pm 5$.

Lời giải.

Dãy số $\frac{-1}{5}; a; \frac{-1}{125}$ là cấp số nhân khi và chỉ khi $a^2 = \left(\frac{-1}{5}\right) \cdot \left(\frac{-1}{125}\right) \Rightarrow a = \pm \frac{1}{25}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 27. Xét tính tăng, giảm của dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n^3 + 1}, n \geq 1 \end{cases}$. Ta thu được kết quả

- (A) Dãy số tăng. (B) Dãy số giảm. (C) Dãy số không tăng, không giảm. (D) Dãy số khi tăng, khi giảm.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n^3 + 1} \Rightarrow u_{n+1} > \sqrt[3]{u_n^3} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow (u_n)$ là dãy số tăng.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 28. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_n = 2n + 3$. Biết $S_n = 320$, giá trị của n là

- (A) $n = 16$ hoặc $n = -20$. (B) $n = 15$. (C) $n = 20$. (D) $n = 16$.

Lời giải.

Ta có $u_1 = 5$ suy ra $S_n = \frac{n(5 + 2n + 3)}{2} = n^2 + 4n \Leftrightarrow n^2 + 4n - 320 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \text{ (nhận)} \\ n = -20 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 29. Cho một cấp số nhân biết $u_1 = 3, q = 2$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là

- (A) $3 \cdot (1 - 2^9)$. (B) $3 \cdot (1 - 2^{10})$. (C) $-3 \cdot (2^9 - 1)$. (D) $3 \cdot (2^{10} - 1)$.

Lời giải.

Ta có $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 3 \cdot \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = 3 \cdot (2^{10} - 1)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 30. Tổng $S = 4 \cdot 5^{100} \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{100}}\right) + 1$ có kết quả bằng

- (A) $5^{100} - 1$. (B) 5^{100} . (C) $5^{101} - 1$. (D) 5^{101} .

Lời giải.

Đặt $M = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{100}}$.

Ta có $5M = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{99}}$.

$\Rightarrow 5M - M = 1 - \frac{1}{5^{100}} \Rightarrow 4M = 1 - \frac{1}{5^{100}} \Rightarrow M = \frac{5^{100} - 1}{4 \cdot 5^{100}} \Rightarrow S = 4 \cdot 5^{100} \cdot \frac{5^{100} - 1}{4 \cdot 5^{100}} + 1 = 5^{100}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 31. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 24$ và $\frac{u_4}{u_{11}} = 16384$. Số hạng u_{17} là

- (A) $\frac{3}{67108864}$. (B) $\frac{3}{368435456}$. (C) $\frac{3}{536870912}$. (D) $\frac{3}{2147483648}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{u_4}{u_{11}} = 16384 \Leftrightarrow \frac{u_1 \cdot q^3}{u_1 \cdot q^{10}} = \frac{1}{q^7} \Rightarrow q = \sqrt[7]{16384} = 4$.

Do vậy $u_{17} = u_1 \cdot q^{16} = 24 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{16} = \frac{3}{536870912}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 32. Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A Dãy số (a_n) với $a_n = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B Dãy số (b_n) với $b_1 = 1, b_{n+1} = 2b_n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C Dãy số (c_n) với $c_n = (2n+1)^2 - 4n^2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D Dãy số (d_n) với $d_1 = 1, d_{n+1} = \frac{2020}{d_n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

☑ Ta có $a_{n+1} = 3^{n+1}$. Suy ra $a_{n+1} - a_n = 3^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n$.

Vì $a_{n+1} - a_n$ còn phụ thuộc vào n nên dãy (a_n) không là cấp số cộng.

☑ Ta có $b_2 = 3, b_3 = 7, b_4 = 15$. Suy ra $b_2 - b_1 = 2$ và $b_4 - b_3 = 8$ nên $b_2 - b_1 \neq b_4 - b_3$.

Do đó dãy (b_n) không là cấp số cộng.

☑ Ta có $c_{n+1} = (2n+3)^2 - 4(n+1)^2$. Suy ra

$$c_{n+1} - c_n = (2n+3)^2 - 4(n+1)^2 - (2n+1)^2 + 4n^2 = 2(4n+4) - 4(2n+1) = 4.$$

Vậy dãy (c_n) là cấp số cộng.

☑ Ta có $d_2 = 1010, d_3 = \frac{2020}{1011}, d_4 = \frac{2020}{d_3 + 1}$ nên $d_2 - d_1 \neq d_4 - d_3$.

Do đó dãy (d_n) không là cấp số cộng.

Chọn đáp án **C** □

CÂU 33. Trong các dãy số sau dãy nào bị chặn trên

A $u_n = 3n^2 + 1$.

B $u_n = \frac{n+2}{n+1}$.

C $u_n = (-1)^n n^2$.

D $u_n = 3n + 2$.

Lời giải.

Ta có $u_n = 3n + 2$ là dãy số tăng. Thật vậy,

$$u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 3n = 3 > 0 \Rightarrow u_{n+1} > u_n.$$

Chọn đáp án **D** □

CÂU 34. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Giá trị của biểu thức $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$ là

A -1242.

B -1222.

C -1276.

D -1286.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} u_1 + 4d + 3(u_1 + 2d) - (u_1 + d) = -21 \\ 3(u_1 + 6d) - 2(u_1 + 3d) = -34 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 3u_1 + 9d = -21 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3. \end{cases} \end{aligned}$$

$$S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30} = S_{30} - S_3 = \frac{30}{2} (2 \cdot 2 + 29 \cdot (-3)) - \frac{3}{2} (2 \cdot 2 - 2 \cdot 3) = -1242.$$

Chọn đáp án **A** □

CÂU 35. Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng khác không, tổng các giá trị u_1 thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85. \end{cases}$

A 4.

B 9.

C 6.

D 10.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_1(1 + q + q^2 + q^3) = 15 \\ u_1^2(1 + q^2 + q^4 + q^6) = 85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \frac{q^4 - 1}{q - 1} = 15 \\ u_1^2 \frac{q^8 - 1}{q^2 - 1} = 85 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{q^4 - 1}{q - 1} \right)^2 \left(\frac{q^2 - 1}{q^8 - 1} \right) = \frac{45}{17} \Leftrightarrow \frac{(q^4 - 1)(q + 1)}{(q - 1)(q^4 + 1)} = \frac{45}{17} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Từ đó ta tìm được $u_1 = 1, u_1 = 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 36. Cho cấp số cộng $u_n = 5n - 2$. Biết $S_n = 16040$, số số hạng của cấp số cộng là

- (A)** 79. **(B)** 3024. **(C)** 80. **(D)** 100.

Lời giải.

Ta có cấp số cộng: $u_n = 5n - 2$ nên $u_1 = 3, u_2 = 8, \dots \Rightarrow d = 5$.

$$\begin{aligned} S_n &= 16040 \\ \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n - 1)d] &= 16040 \\ \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2 \cdot 3 + (n - 1) \cdot 5] &= 16040 \\ \Leftrightarrow 5n^2 + n - 32080 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 80 \\ n = -\frac{401}{5} \text{ (loại)} \end{cases} \\ \Leftrightarrow n &= 80. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 37. Tứ giác $ABCD$ có số đo các góc lập thành một cấp số nhân theo thứ tự A, B, C, D . Biết rằng số đo góc C gấp bốn lần số đo góc A . Số đo góc A của tứ giác đó bằng

- (A)** 24° . **(B)** 48° . **(C)** 144° . **(D)** 72° .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} A + B + C + D = 360 \\ B = Aq \\ C = Aq^2 = 4A \\ D = Aq^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(1 + q + q^2 + q^3) = 360 \\ B = Aq \\ C = Aq^2 \\ D = Aq^3 \end{cases}$$

Từ $Aq^2 = 4A$ ta được $q = 2$ thế vào phương trình đầu ta được $A = 24^\circ$.

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 38. Cho một cấp số cộng (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$.

- (A)** $S = \frac{9}{246}$. **(B)** $S = \frac{4}{23}$. **(C)** $S = 123$. **(D)** $S = \frac{49}{246}$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số đã cho.

Ta có $S_{100} = 50(2u_1 + 99d) = 24850 \Rightarrow d = \frac{497 - 2u_1}{99} = 5$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow 5S &= \frac{5}{u_1 u_2} + \frac{5}{u_2 u_3} + \dots + \frac{5}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{50} - u_{49}}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{48}} - \frac{1}{u_{49}} + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 49d} = \frac{245}{246}. \\ \Rightarrow S &= \frac{49}{246}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

CÂU 39. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tính tổng

$$S = u_5 + u_7 + \dots + u_{2011}.$$

- A** $S = 3028123$. **B** $S = 3021233$. **C** $S = 3028057$. **D** $S = 3028332$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + d - (u_1 + 2d) + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ u_1 + 4d = 13 \end{cases} \Leftrightarrow u_1 = 1, d = 3.$$

Ta có $u_5, u_7, \dots, u_{2011}$ lập thành cấp số cộng với công sai $d = 6$ và có 1003 số hạng nên

$$S = \frac{1003}{2} (2u_5 + 1002 \cdot 6) = 3028057.$$

Chọn đáp án **C** □

CÂU 40. Ba cạnh của một tam giác vuông có độ dài là các số nguyên dương lập thành một CSC. Một cạnh có thể có độ dài bằng

- A** 22. **B** 58. **C** 81. **D** 91.

Lời giải.

Gọi độ dài ba cạnh của tam giác lần lượt là $0 < a < b < c$.

Vì a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên

$$\begin{aligned} a + c &= 2b \\ \Leftrightarrow a^2 + 2ac + c^2 &= 2(c^2 - a^2) \\ \Leftrightarrow -c^2 + 2ac + 3a^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} c = -a \\ c = 3a. \end{cases} \end{aligned}$$

• $c = -a$ vô lí vì $a, c > 0$.

• $c = 3a$ nên c chia hết cho 3.

Chỉ có đáp án 81 thỏa điều kiện trên.

Vậy một cạnh của tam giác là 81.

Chọn đáp án **C** □

Bài 1. ÔN TẬP CHƯƠNG

A. ĐỀ 1

1. Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

CÂU 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng thứ $n + 1$ là

- A** $u_{n+1} = 3^n + 3$. **B** $u_{n+1} = 3 \cdot 3^n$. **C** $u_{n+1} = 3^n + 1$. **D** $u_{n+1} = 3(n + 1)$.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = 3^{n+1} = 3 \cdot 3^n$.

Vậy số hạng thứ $n + 1$ là $u_{n+1} = 3 \cdot 3^n$.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 2. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{n^2 + 1}{2n + 1}$. Số $\frac{37}{13}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho?

- (A)** 8. **(B)** 6. **(C)** 5. **(D)** 7.

Lời giải.

Giả sử số hạng $u_n = \frac{37}{13}$ với $n \in \mathbb{N}^*$, ta có

$$\frac{n^2 + 1}{2n + 1} = \frac{37}{13} \Leftrightarrow 13n^2 - 74n - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -\frac{4}{13} \end{cases}$$

Do $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n = 6$.

Vậy số $\frac{37}{13}$ là số hạng thứ 6 dãy số (u_n) .

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 3. Cho dãy số: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$ Số hạng tổng quát của dãy số này là

- (A)** $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$. **(B)** $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. **(C)** $u_n = \frac{1}{3^n}$. **(D)** $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

Lời giải.

Dễ thấy dãy số đã cho có số hạng tổng quát là $\frac{1}{3^n}$.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 4. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{n+2}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- (A)** Dãy số tăng và bị chặn. **(B)** Dãy số giảm và bị chặn.
(C) Dãy số giảm và bị chặn dưới. **(D)** Dãy số giảm và bị chặn trên.

Lời giải.

$\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \frac{n+1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2}$ Suy ra

$$u_{n+1} - u_n = \left(1 - \frac{1}{n+3}\right) - \left(1 - \frac{1}{n+2}\right) = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} = \frac{1}{(n+2)(n+3)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Suy ra $\{u_n\}$ là dãy số tăng.

Vì $\frac{2}{3} \leq 1 - \frac{1}{n+2} < 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số đã cho bị chặn.

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 5. Khẳng định nào sau đây là sai?

- (A)** Một dãy số tăng thì bị chặn dưới. **(B)** Một dãy số giảm thì bị chặn trên.
(C) Một dãy số bị chặn thì phải tăng hoặc giảm. **(D)** Một dãy số không đổi thì bị chặn.

Lời giải.

Dãy (u_n) có $u_n = 5$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ bị chặn nhưng không tăng và không giảm.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 6. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 , công sai d . Khi đó, với $n \geq 2$ ta có

- (A)** $u_n = u_1 + d$. **(B)** $u_n = u_1 + (n+1)d$. **(C)** $u_n = u_1 - (n-1)d$. **(D)** $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và $u_2 = -1$. Khi đó

- (A) $u_3 = 4$. (B) $u_3 = 2$. (C) $u_3 = -5$. (D) $u_3 = 7$.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1 + d \Rightarrow d = u_2 - u_1 = -1 - 3 = -4$.

Suy ra $u_3 = u_1 + 2d = 3 - 8 = -5$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 8. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$, công sai $d = 4$. Công thức của số hạng tổng quát u_n là

- (A) $u_n = -5 + 4n$. (B) $u_n = -1 - 4n$. (C) $u_n = -5 + 4n^2$. (D) $u_n = -9 + 4n$.

Lời giải.

Với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ ta có $u_n = u_1 + (n - 1)d = -5 + (n - 1) \cdot 4 = 4n - 9$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 9. Có bao nhiêu số thực x để $2x - 1$; x ; $2x + 1$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Lời giải.

Vì $2x - 1$; x ; $2x + 1$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên

$$x^2 = (2x - 1)(2x + 1) \Leftrightarrow 3x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 10. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$, công bội $q = -\frac{1}{10}$. Khi đó $\frac{1}{10^{2017}}$ là số hạng thứ mấy?

- (A) 2016. (B) 2017. (C) 2018. (D) 2019.

Lời giải.

Ta có số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = (-1) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1}$.

Giả sử $\frac{1}{10^{2017}}$ là số hạng thứ n của cấp số nhân, ta có

$$u_n = \frac{1}{10^{2017}} \Leftrightarrow (-1) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{(n-1)} = \frac{1}{10^{2017}} \Leftrightarrow n = 2018.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 11. Tổng của 100 số tự nhiên lẻ đầu tiên tính từ 1 là

- (A) 10000. (B) 10100. (C) 20000. (D) 20200.

Lời giải.

Ta có 100 số lẻ đầu tiên tạo thành cấp số cộng có 100 số hạng với $u_1 = 1$, $d = 2$ và $u_{100} = 199$.

Tổng n số lẻ đầu tiên là $S_{100} = \frac{(u_1 + u_{100}) \cdot 100}{2} = 10000$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 12. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80 000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50 m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

- (A) 10 125 000 đồng. (B) 5 250 000 đồng. (C) 4 245 000 đồng. (D) 4 000 000 đồng.

Lời giải.

Số tiền phải trả ở mỗi mét khoan tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 80 000$ và công sai $d = 5000$.

Như vậy, tổng số tiền khi khoan đến mét thứ n được tính theo công thức

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n - 1)d].$$

Vậy tổng số tiền phải trả là

$$S_{50} = 25 \cdot (2 \cdot 80\,000 + 49 \cdot 5\,000) = 10\,125\,000.$$

Chọn đáp án **A**.....

2. Bài tập trắc nghiệm đúng sai

CÂU 13. Cho dãy số $u_n = \frac{2n+1}{n+3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $u_3 = \frac{7}{6}$.	X	
b) $u_n < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) Dãy số trên là dãy số giảm.		X
d) Dãy số trên là dãy số bị chặn.	X	

Lời giải.

- a) **Đ** Ta có $u_3 = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3 + 3} = \frac{7}{6}$.
Khẳng định trên là đúng.
- b) **Đ** Ta có $u_n = \frac{2n+1}{n+3} < \frac{2n+6}{n+3} = 2$. Vậy $u_n < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
Khẳng định trên là đúng.
- c) **S** Ta có $u_1 = \frac{3}{4}, u_2 = 1$.
Ta có $u_{n+1} = \frac{2n+3}{n+4}, u_{n+1} - u_n = \frac{2n+3}{n+4} - \frac{2n+1}{n+3} = \frac{5}{(n+4)(n+3)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
Vậy $u_{n+1} > u_n \forall n \in \mathbb{N}^*$, nên dãy đã cho là dãy tăng.
Khẳng định trên là sai.
- d) **Đ** Ta có $n \in \mathbb{N}^*$ nên $u_n = \frac{2n+1}{n+3} > 0$.
Mặt khác, ta đã chứng minh $u_n < 2 \forall n \in \mathbb{N}^*$.
Vậy $0 < u_n < 2$, nên dãy số đã cho là dãy bị chặn. Khẳng định trên là đúng.

Chọn đáp án **a đúng | b đúng | c sai | d đúng**.....

CÂU 14. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Số 100 là số hạng thứ 36 của cấp số cộng.	X	
b) Số hạng thứ 5 của cấp số cộng là 9.		X
c) Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng là 85.	X	
d) Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $(u_n) = 3n - 7$.		X

Lời giải.

- a) **Đ** Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 100 = -5 + (n-1)3 \Leftrightarrow n = 36$.
Khẳng định trên là đúng.
- b) **S** Ta có $u_5 = u_1 + 4d = -5 + 4 \cdot 3 = 7$.
Khẳng định trên là sai.
- c) **Đ** Ta có $S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2} [2 \cdot (-5) + (10-1)3] = 85$.
Khẳng định trên là đúng.
- d) **S** $u_n = u_1 + (n-1)d = -5 + (n-1)3 = 3n - 8$.
Khẳng định trên là sai.

Chọn đáp án **a đúng | b sai | c đúng | d sai**.....

CÂU 15. Một gia đình mua một chiếc ô tô giá 800 triệu đồng. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô giảm đi 4% (so với năm trước đó). Các khẳng định sau là đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị còn lại của ô tô sau từng năm lập thành một cấp số nhân với công bội nhỏ hơn 1.	X	
b) Giá trị của chiếc xe sau 3 năm gần bằng 508,84 triệu đồng.		X
c) Giá trị của chiếc xe sau 5 năm lớn hơn một nửa giá trị ban đầu của chiếc xe.	X	
d) Nếu sau một thời gian sử dụng, gia đình muốn bán lại chiếc xe để thu được ít nhất 600 triệu đồng thì gia đình đó nên sử dụng ít hơn 6 năm.		X

Lời giải.

- a) **Đ** Sau mỗi năm, giá trị của chiếc xe bằng 96% giá trị của năm ngoái, vậy giá trị chiếc xe lập thành một cấp số nhân với $u_1 = 800$ và $q = 0,96$.
Giá trị chiếc xe sau n năm là $u_n = 800 \cdot (0,96)^n$.
Khẳng định trên là đúng.
- b) **S** Ta có $u_n = 800 \cdot (0,96)^n$.
Giá trị của chiếc xe sau 3 năm là $u_3 = 800 \cdot (0,96)^3 \approx 707,79$ (triệu đồng).
Khẳng định trên là sai.
- c) **Đ** Giá trị của chiếc xe sau 5 năm là $u_5 = 800 \cdot (0,96)^5 \approx 652,3$ (triệu đồng).
Khẳng định trên là đúng.
- d) **S** Ta có $u_7 \approx 601,16$ và $u_8 \approx 577,11$ triệu đồng.
Vậy gia đình muốn bán lại chiếc xe để thu được ít nhất 600 triệu đồng thì gia đình đó nên dùng chiếc xe ít hơn 7 năm.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai

CÂU 16. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$, có công sai d .

Mệnh đề	Đ	S
a) $d = \frac{11}{3}$.	X	
b) $u_{11} = 37$.	X	
c) Tổng 102 số hạng đầu của dãy số là $S_{102} = \frac{1124}{3}$.		X
d) Trong 100 số hạng đầu tiên của dãy số (u_n) , có đúng 34 số hạng là số nguyên.		X

Lời giải.

- a) **Đ** Ta có $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_8 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_1 + 7d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ d = \frac{11}{3} \end{cases}$.
Vậy $d = \frac{11}{3}$.
- b) **Đ** $u_{11} = u_1 + 10d = 37$.
- c) **S** Ta có $S_{102} = 2u_1 + 101d = 371$.
- d) **S** Vì $u_n = u_1 + (n-1)d = \frac{11n-10}{3}$ nên u_n là số nguyên khi $11n-10$ chia hết cho 3.
Mà $11n-10 = (9n-9) + (2n-1)$ nên u_n là số nguyên khi $2n-1$ chia hết cho 3, với $n \in \{1; \dots; 100\}$.
Suy ra $n \in \{2; 5; 8; \dots; 98\}$, do đó có đúng $\frac{98-2}{3} + 1 = 33$ số hạng đầu tiên của dãy số (u_n) là số nguyên.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai

3. Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

CÂU 17. Người ta trồng cây theo các hàng ngang với quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây, ... ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng người ta trồng hết 4950 cây. Hỏi số hàng cây được trồng theo cách trên là bao nhiêu?

Đáp án:

Lời giải.

Số cây ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Theo giả thiết Ta có $S_n = 4950 \Leftrightarrow n + \frac{(n-1)n}{2} = 4950 \Leftrightarrow n^2 + n - 4950 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -99 \text{ (loại)} \\ n = 100. \end{cases}$

Vậy có 100 hàng cây được trồng.

Đáp án: **100** □

CÂU 18. Cho một cấp số cộng (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Biết $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Đáp án: **2 9 7** □

☞ Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số đã cho.

Ta có $S_{100} = 50(2u_1 + 99d) = 24850 \Rightarrow d = \frac{497 - 2u_1}{99} = 5$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow 5S &= \frac{5}{u_1 u_2} + \frac{5}{u_2 u_3} + \dots + \frac{5}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{50} - u_{49}}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{48}} - \frac{1}{u_{49}} + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 49d} = \frac{245}{246}. \\ \Rightarrow S &= \frac{49}{246}. \end{aligned}$$

Đáp án: **297** □

CÂU 19. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm kể từ khi bắt đầu gửi tiền gần bằng bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả tới hàng đơn vị)?

Đáp án: **2 1 2** □

☞ Lời giải.

Số tiền người đó nhận được sau 6 tháng đầu: $100 \cdot (1 + 2\%)^2$.

Số tiền người đó nhận được sau 6 tháng tiếp theo là: $[100 \cdot (1 + 2\%)^2 + 100] \cdot (1 + 2\%)^2 \approx 212,28$.

Đáp án: **212** □

CÂU 20. Ba cạnh của một tam giác vuông có độ dài là các số nguyên dương lập thành một CSC. Độ dài cạnh dài nhất bằng 10. Tổng độ dài hai cạnh góc vuông bằng

Đáp án: **1 4** □

☞ Lời giải.

Gọi độ dài ba cạnh của tam giác lần lượt là $0 < a < b < c$.

Vì a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên

$$\begin{aligned} a + c &= 2b \\ \Leftrightarrow a^2 + 2ac + c^2 &= 4(c^2 - a^2) \\ \Leftrightarrow -3c^2 + 2ac + 5a^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (c + a)(5a - 3c) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} c = -a \\ 3c = 5a. \end{cases} \end{aligned}$$

• $c = -a$ vô lí vì $a, c > 0$.

• $3c = 5a$, vì $c = 10$ nên $a = 6$ và $b = 8$.

Vậy $a + b = 14$.

Đáp án: **14** □

CÂU 21. Từ độ cao 55,8 (mét) của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{5}$ độ cao mà bóng đạt trước đó. Quãng đường của bóng di chuyển từ lúc được thả rơi cho đến khi nó nảy lên và rơi xuống lần thứ năm gần bằng bao nhiêu (làm tròn đến phần chục)?

Đáp án: **8 3 , 7** □

☞ Lời giải.

Đặt $u_1 = 55,8$ (mét) là quãng đường bóng rơi khi thả xuống, $u_{n+1} = \frac{u_1}{5^n}, n \geq 1$ là quãng đường bóng rơi sau lần nảy lên thứ n .

Ta có (u_n) là dãy cấp số nhân với $u_1 = 55,8$ và công bội $q = \frac{1}{5}$.

Suy ra quãng đường của bóng di chuyển từ lúc được thả rơi cho đến khi nó nảy lên và rơi xuống lần thứ 5 là

$$S = u_1 + 2u_2 + 2u_3 + 2u_4 + 2u_5 + 2u_6 = 2 \cdot \frac{u_1(1 - q^6)}{1 - q} - u_1 \approx 83,7 \text{ (mét)}.$$

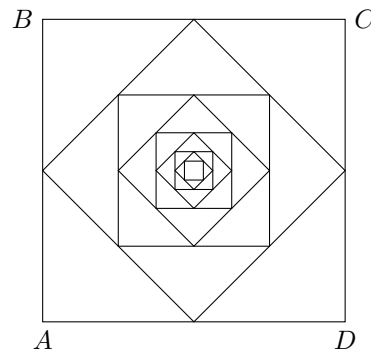
Ngoài ra ta còn phải tính tổng quãng đường mà bóng nảy lên. Ta có tổng quãng đường bóng nảy lên bằng tổng quãng đường rơi của bóng trừ đi quãng đường thả rơi xuống.

Vậy tổng quãng đường hành trình của quả bóng xấp xỉ 83,7 (mét).

Đáp án: **83,7** □

CÂU 22.

Cho hình vuông $ABCD$ có các cạnh bằng a và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là A_2, B_2, C_2, D_2 có diện tích S_3, \dots và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích có diện tích S_4, S_5, \dots, S_{100} (tham khảo hình vẽ bên). Giá trị tổng có diện tích $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$ là $\frac{a^m(2^n - 1)}{2^p}$, với $m, n, p \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị biểu thức $T = m + n - p$.



Đáp án: **3**

Lời giải.

Ta có $S_1 = a^2; S_2 = \frac{1}{2}a^2; S_3 = \frac{1}{4}a^2, \dots$

Do đó $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = S_1 = a^2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Suy ra $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. Vậy $m + n - p = 2 + 100 - 99 = 3$.

Đáp án: **3** □

