QUICK NOTE

Dạng 2. TÌM THAM SỐ ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ, CÓ CỰC TRỊ TẠI x_0

Loại 1. Tìm m để hàm số có cực trị.

a) *Điều kiện để hàm số bậc 3 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có cực trị.*
Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.
Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow b^2 - 3ac > 0$.

b) *Điều kiện để hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$ có cực trị.*
Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$
Trường hợp 1. $ab \geq 0$. Khi đó $f'(x)$ có nghiệm duy nhất $x = 0$ và $f'(x)$ đổi dấu đúng một lần khi đi qua $x = 0$. Do đó $f(x)$ chỉ có đúng một điểm cực trị.
Trường hợp 2. $ab < 0$. Khi đó $f'(x)$ có ba nghiệm phân biệt và $f'(x)$ đổi dấu liên tiếp khi x đi qua ba nghiệm này. Do đó $f(x)$ có ba điểm cực trị.

Loại 2. Tìm m để hàm số đạt cực trị tại x_0.
Bài toán. Tìm tham số để hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x = x_0$?
Phương pháp:

Bước 1. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$. Tính đạo hàm y' và y''.

Bước 2. Dựa vào nội dung định lí 3.
Giả sử $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trong khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$.
Nếu $y'(x_0) = 0$, $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu.
Nếu $y'(x_0) = 0$, $y''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại.
Nếu $y'(x_0) = 0$, $y''(x_0) = 0$ thì cần xét dấu y' theo m.

Bước 3. Với m vừa tìm, thế vào hàm số và thử lại.

Nếu đề bài yêu cầu tìm giá trị cực trị tương ứng, ta sẽ thế $x = x_0$, $m = ?$ vào $y = f(x)$.

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Tìm tham số m để các hàm số

a) $y = x^3 - 3x^2 + (m-1)x + 2$ có cực trị.

b) $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 + (m-2)x^2 - 4x + 1$ không có cực trị.

c) $y = -x^4 + 2(2m-1)x^2 + 3$ có đúng 1 cực trị.

d) $y = x^4 + 2\left(m^2 - 1\right)x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị.

e) $y = mx^4 + \left(m^2 - 9\right)x^2 + 1$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

f) $y = mx^4 + (2m-1)x^2 + m - 2$ chỉ có cực đại và không có cực tiểu.

Lời giải.

a) $y' = 3x^2 - 6x + m - 1$.
Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt
$\Leftrightarrow 9 - 3(m-1) > 0 \Leftrightarrow m < 4$.

b) $y' = (m-1)x^2 + 2(m-2)x - 4$.
Trường hợp 1. $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

QUICK NOTE

Khi đó, $y' = -2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.
Ta có y' là nhị thức nhạc nhất nên y' đổi dấu khi x qua $x = -2$.
Vậy hàm số có cực trị, suy ra loại $m = 1$.
Trường hợp 2. $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.
Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow (m-2)^2 + 4(m-1) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 0$.
Vậy $m = 0$.

c) $y' = -4x^3 + 4(2m-1)x$.
Hàm số có đúng 1 cực trị $\Leftrightarrow -16(2m-1) \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \dfrac{1}{2}$.

d) $y' = 4x^3 + 4\left(m^2 - 1\right)x$.
Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow 16\left(m^2 - 1\right) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

e) $y' = 4mx^3 + 2\left(m^2 - 9\right)$.
Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m < 0 \\ 8m\left(m^2 - 9\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 - 9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \left[\begin{array}{l} m > 3 \\ m < -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m < -3.$$

f) $y' = 4mx^3 + 2(2m-1)x$.
Trường hợp 1. $m = 0$.
Khi đó, $y = -x^2 - 2$ và $y' = -2x$.
Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có cực đại và không có cực tiểu, suy ra $m = 0$ thỏa mãn.
Trường hợp 2. $m \neq 0$.
Hàm số có cực đại và không có cực tiểu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4m < 0 \\ 8m(2m-1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 2m - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \leq \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

□

VÍ DỤ 2. Tìm tham số m để các hàm số

a) $y = x^3 - (m-1)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

b) $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - m + 1\right)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$.

c) $y = \dfrac{1}{4}(m-1)x^4$ đạt cực đại tại $x = 0$.

d) $y = -x^4 + 2(m-2)x^2 + m - 3$ đạt cực đại tại $x = 0$.

e) $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4 - 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Lời giải.

a) $y' = 3x^2 - m + 1$.
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Rightarrow y'(2) = 0 \Leftrightarrow m = 13$.
Với $m = 13$, ta có $y' = 3x^2 - 12$.
Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2. \end{array}\right.$.
Bảng xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta có $x = 2$ là điểm cực tiểu của hàm số.
Vậy $m = 13$.

b) $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$.
Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 \Rightarrow y'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 2. \end{array}\right.$
Với $m = 1$, ta có $y' = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0$.
Suy ra hàm số đồng biến, suy ra không có cực trị, loại $m = 1$.
Với $m = 2$, ta có $y' = x^2 - 4x + 3$.
Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$
Bảng xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta có $x = 1$ là điểm cực đại của hàm số.
Vậy $m = 2$.

c) $y' = 4(m-1)x^3$.
Với $m = 1$, ta có $y = 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
Khi đó y là hàm hằng, suy ra hàm số không có cực trị, loại $m = 1$.
Với $m < 1$, ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
Bảng xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu ta có $x = 0$ là điểm cực đại của hàm số, suy ra $m < 1$: thỏa mãn.
Với $m > 1$, ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
Bảng xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta có $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số, suy ra $m > 1$: loại.
Vậy $m < 1$.

d) $y' = -4x^3 + 4(m-2)x = -4x\left(x^2 - (m-2)\right)$.
Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m - 2. \end{array}\right.$
Với $m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$, ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
Bảng xét dấu của đạo hàm

QUICK NOTE

QUICK NOTE

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu ta có $x=0$ là điểm cực đại của hàm số, suy ra $m\le 2$: thỏa mãn.

Với $m-2>0 \Leftrightarrow m>2$, ta có $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{m-2} \\ x=-\sqrt{m-2}. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$		$-\sqrt{m-2}$		0		$\sqrt{m-2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu ta có $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số, suy ra $m>2$: loại.
Vậy $m\le 2$.

e) $y'=4x^3-4mx$.
Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1 \Rightarrow y'(-1)=0 \Leftrightarrow m=1$.

Với $m=1$, ta có $y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta có $x=-1$ là điểm cực tiểu của hàm số, suy ra $m=1$: thỏa mãn.
Vậy $m=1$.

□

2. Các câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Hàm số $y=x^3+mx+2$ có cả cực đại và cực tiểu khi

A. $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m\le 0$.

Lời giải.

$y'=3x^2+m$. Hàm số $y=x^3+mx+2$ có cả cực đại và cực tiểu khi và chỉ khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt. Vậy $m<0$.

Chọn đáp án A □

CÂU 2. Cho hàm số $y=(m-2)x^3-mx-2$. Với giá trị nào của m thì hàm số có cực trị?

A. $0<m<2$. **B.** $m<1$.

C. $m>2 \vee m<0$. **D.** $m>1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
Ta có $y'=3(m-2)x^2-m$.
Cho $y'=0 \Leftrightarrow 3(m-2)x^2-m=0$ (1).

- TH1: Xét $m=2 \Rightarrow y'=-2<0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đã cho không có cực trị.

- TH2: Xét $m\ne 2$.

  Hàm số có cực trị khi $\Delta'>0 \Leftrightarrow m(m-2)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<0. \end{array}\right.$

Vậy $m > 2$ hoặc $m < 0$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 3. Tìm tất cả tham số thực của m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m+2)x^3 + x^2 + \frac{1}{3}mx - 2$ có cực đại, cực tiểu.

A. $m \in (-3;-2) \cup (-2;1)$.
B. $m \in (-3;1)$.
C. $m \in (-\infty;-3) \cup (1;+\infty)$.
D. $m \in (-2;1)$.

Lời giải.

$y' = (m+2)x^2 + 2x + \frac{1}{3}m$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta' > 0\\ m+2 \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1 - \frac{1}{3}m^2 - \frac{2}{3}m > 0\\ m \neq -2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3 < m < 1\\ m \neq -2\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-3 < m < -2\\ -2 < m < 1.\end{array}\right.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 4. Xác định các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 - m^2x^2 + 2016$ có 3 điểm cực trị?

A. $m < 0$.
B. $m > 0$.
C. $\forall m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
D. Không tồn tại giá trị của m.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có $y' = 4mx^3 - 2xm^2$.
Để hàm số có 3 điểm cực trị khi $\begin{cases}a \neq 0\\ a \cdot b < 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m \neq 0\\ -8m^3 < 0\end{cases} \Leftrightarrow m > 0$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 5. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có cực trị khi

A. $y' = 0$ vô nghiệm.
B. $y' = 0$ có duy nhất một nghiệm.
C. $y' = 0$ có nghiệm.
D. $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 6. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có cực đại, cực tiểu khi

A. $y' = 0$ vô nghiệm.
B. $y' = 0$ có duy nhất một nghiệm.
C. $y' = 0$ có nghiệm.
D. $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 7. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có cực đại, cực tiểu và $x_{\text{CĐ}} < x_{\text{CT}}$ khi

A. $y' = 0$ có nghiệm, $a > 0$.
B. $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, $a > 0$.
C. $y' = 0$ có nghiệm, $a < 0$.
D. $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, $a < 0$.

Lời giải.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 8. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có cực đại, cực tiểu và $x_{\text{CĐ}} > x_{\text{CT}}$ khi

A. $y' = 0$ có nghiệm, $a > 0$.
B. $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, $a > 0$.
C. $y' = 0$ có nghiệm, $a < 0$.
D. $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, $a < 0$.

Lời giải.

Chọn đáp án (D) □

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 9. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a \neq 0)$ có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi

A. $b < 0$. **B.** $ab > 0$. **C.** $ab \leq 0$. **D.** $ab < 0$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

CÂU 10. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a \neq 0)$ có 1 điểm cực trị khi và chỉ khi

A. $b > 0$. **B.** $ab \geq 0$. **C.** $ab < 0$. **D.** $b \leq 0$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

CÂU 11. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 1 cực đại và 2 cực tiểu khi và chỉ khi

A. $\begin{cases} a < 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a \neq 0 \\ b > 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

CÂU 12. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a \neq 0)$ có 1 cực tiểu và 2 cực đại khi và chỉ khi

A. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a > 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a < 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

CÂU 13. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + mx^2 - (4 + 4m)x + m^2$ có cực đại và cực tiểu.

A. $(-2; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải.

$y' = x^2 + 2mx - (4 + 4m)$.

Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow m^2 + 4 + 4m = (m + 2)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq -2.$$

Chọn đáp án C □

CÂU 14. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3mx + 3m$ không có cực trị?

A. 4. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 6mx + 3m$.

Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow 9m^2 - 9m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$. Vậy $m \in \{0; 1\}$.

Chọn đáp án D □

CÂU 15. Hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + (m - 1)x^2 + \left(3m^2 - 4m + 1\right)x$ có hai cực trị khi tham số $m \in (a; b)$ với a, b là các số thực. Tính $S = a + b$.

A. $S = 1$. **B.** $S = -3$. **C.** $S = 5$. **D.** $S = -5$.

Lời giải.

$y' = x^2 + 2(m - 1)x + 3m^2 - 4m + 1$.

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (m - 1)^2 - \left(3m^2 - 4m + 1\right) > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2m > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Suy ra $m \in (0; 1)$, hay $a = 0$ và $b = 1$.

Vậy $S = a + b = 0 + 1 = 1$.

Chọn đáp án A □

CÂU 16. Xác định các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 - m^3x^2 + 2016$ có ba điểm cực trị.

A. $m > 0$. **B.** $m \neq 0$.
C. $\forall m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **D.** Không tồn tại giá trị của m.

Lời giải.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow ab < 0 \Leftrightarrow -m^4 < 0 \Leftrightarrow m^4 > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.
Chọn đáp án C □

CÂU 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ có đúng một cực trị.

A. $m \leq -1$. **B.** $m \leq 0$. **C.** $m \geq 0$. **D.** $m > 0$.

Lời giải.

Hàm số đã cho có đúng một cực trị $\Leftrightarrow ab \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{m}{2} \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$.
Chọn đáp án B □

CÂU 18. Tìm m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4 - 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m \neq -1$. **D.** $m \neq 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$, $y'' = 12x^2 - 4m$.
Hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4 - 5$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên điều kiện cần $\begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y''(-1) > 0. \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} -4 + 4m = 0 \\ 12 + 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$.
Thử lại ta thấy $m = 1$ thỏa yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án B □

CÂU 19. Giá trị của m để hàm số $y = mx^4 + 2x^2 - 1$ có ba điểm cực trị là

A. $m < 0$. **B.** $m \leq 0$. **C.** $m \neq 0$. **D.** $m > 0$.

Lời giải.

Đây là hàm trùng phương có ba cực trị khi và chỉ khi hệ số a và b trái dấu. Do đó chọn $m < 0$.
Chọn đáp án A □

CÂU 20. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 4\right)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

A. $m = -7$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = 1$.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 4\right)x + 3\pi \Rightarrow y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4$; $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ với điều kiện cần $\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ -2m + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5$.
Thử lại thấy $m = 5$ thỏa mãn.
Chọn đáp án B □

CÂU 21. Hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$ có cực trị khi

A. $m \neq 1$. **B.** $m \neq 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $m < 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m$.
Để hàm số có cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.
Chọn đáp án A □

CÂU 22. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}\left(m^2 + 1\right)x^2 + (3m - 2)x + m$ đạt cực đại tại $x = 1$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. Ta có $y'=x^2-\left(m^2+1\right)x+(3m-2)$.
Nếu hàm số đạt cực đại tại $x=1$ (giả thiết), suy ra:

$$\begin{aligned}&y'(1)=1^2-\left(m^2+1\right)\cdot 1+(3m-2)=0\\ \Leftrightarrow\ &1^2-\left(m^2+1\right)\cdot 1+(3m-2)=0\\ \Leftrightarrow\ &-m^2+3m-2=0\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}m=2\\ m=1.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Thử lại: Khi $m=2$ thì $y''(1)=-1<0$. Vậy khi $m=2$ thì hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 23. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m-1\right)x$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m\in\emptyset$. **D.** $m=0$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-m-1$; $y''=2x-2m$.
Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ suy ra $y'(1)=0\Leftrightarrow m^2-3m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=3.\end{array}\right.$

- Với $m=0$: $y''(1)=2>0\Rightarrow x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số.
- Với $m=3$: $y''(1)=-4<0\Rightarrow x=1$ là điểm cực đại của hàm số.

Vậy $m=3$ là giá trị cần tìm.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 24. Tìm m để hàm số $y=mx^3-\left(m^2+1\right)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-1$.

Lời giải.

Ta có: $y'=3mx^2-2\left(m^2+1\right)x+2$, $y''=6mx-2\left(m^2+1\right)$.
Để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$ thì

$$\begin{cases}y'_{(1)}=0\\ y''_{(1)}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2m^2+3m=0\\ -2m^2+6m-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.\\ \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<m<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+mx^2$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

A. $m\le 0$. **B.** $m=0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m>0$.

Lời giải.

Ta có: $y=x^4+mx^2\Rightarrow y'=4x^3+2mx=2x(2x^2+m)$.
$y'=0\Rightarrow 2x(2x^2+m)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=-\dfrac{m}{2}.\end{array}\right.$

- Nếu $m\ge 0$ ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

- Nếu $m < 0$ ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1		0		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$y(x_1)$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$y(x_2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ khi $m \geq 0$.
Chọn đáp án C □

CÂU 26. Hàm số $y = x^3 + 2ax^2 + 4bx - 2018$ $(a, b \in \mathbb{R})$ đạt cực trị tại $x = -1$. Khi đó hiệu $a - b$ là

A. -1. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $-\dfrac{3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 4ax + 4b$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = -1$ nên $y'(-1) = 0 \Rightarrow 3 - 4a + 4b = 0 \Rightarrow a - b = \dfrac{3}{4}$.

Chọn đáp án C □

CÂU 27. Biết điểm $M(0; 4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + a^2$. Tính $f(3)$.

A. $f(3) = 17$. **B.** $f(3) = 49$. **C.** $f(3) = 34$. **D.** $f(3) = 13$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ và $f''(x) = 6x + 2a$.

Vì $M(0; 4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số nên $\begin{cases} f(0) = 4 \\ f'(0) = 0 \\ f''(0) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \\ b = 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 0. \end{cases}$

Suy ra $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$. Vậy $f(3) = 13$.

Chọn đáp án D □

CÂU 28. Giả a, b, c là các số thực thỏa mãn đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. 25. **B.** -1. **C.** 7. **D.** 14.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 2ax + b$.

Đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ nên $a + b + c = -1$.

Đồ thị hàm số có điểm cực trị $(-2; 0)$ nên $\begin{cases} 4a - 2b + c = 8 \\ y'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 2b + c = 8 \\ -4a + b = -12. \end{cases}$

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Xét hệ phương trình $\begin{cases} a+b+c=-1 \\ 4a-2b+c=8 \\ -4a+b=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=0 \\ c=-4. \end{cases}$

Vậy $T=a^2+b^2+c^2=25$.

Chọn đáp án A

CÂU 29. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=x^8+(m-2)x^5-\left(m^2-4\right)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải.

Ta có $y'=8x^7+5(m-2)x^4-4\left(m^2-4\right)x^3=x^3\left[\underbrace{8x^4+5(m-2)x-4\left(m^2-4\right)}_{g'(x)}\right]$.

Ta xét các trường hợp sau:

- Nếu $m^2-4=0 \Rightarrow m=\pm 2$.
  Khi $m=2 \Rightarrow y'=8x^7 \Rightarrow x=0$ là điểm cực tiểu.
  Khi $m=-2 \Rightarrow y'=x^4\left(8x^4-20\right) \Rightarrow x=0$ không là điểm cực tiểu.
- Nếu $m^2-4 \neq 0 \Rightarrow m \neq \pm 2$. Khi đó ta có $y'=x^2\left[8x^5+5(m-2)x^2-4\left(m^2-4\right)x\right]$.
  Số cực trị của hàm $y=x^8+(m-2)x^5-\left(m^2-4\right)x^4+1$ bằng số cực trị của hàm $g'(x)$.
  $$\begin{cases} g'(x)=8x^5+5(m-2)x^2-4\left(m^2-4\right)x \\ g''(x)=40x^4+100(m-2)x-4\left(m^2-4\right). \end{cases}$$
  Nếu $x=0$ là điểm cực tiểu thì $g''(0)>0$. Khi đó
  $$-4\left(m^2-4\right)>0 \Leftrightarrow m^2-4<0 \Rightarrow -2<m<2 \Rightarrow m \in \{-1;0;1\}.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m.

Chọn đáp án C

CÂU 30. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}\sin 3x+m\sin x$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\dfrac{\pi}{3}$.

A. $m=0$. **B.** $m>0$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=2$.

Lời giải.

Ta có $y'=\cos 3x+m\cos x \Rightarrow y''=-3\sin 3x-m\sin x$.

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\dfrac{\pi}{3}$ với điều kiện cần $\Leftrightarrow \begin{cases} y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=0 \\ y''\left(\dfrac{\pi}{3}\right)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1+\dfrac{1}{2}m=0 \\ -\dfrac{\sqrt{3}}{2}m<0 \end{cases} \Leftrightarrow$ $m=2$.

Thử lại thấy $m=2$ thỏa mãn.

Chọn đáp án D

CÂU 31. Cho hàm số $f(x)=x+m+\dfrac{n}{x+1}$ (với m,n là các tham số thực). Tìm m, n để hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và $f(-2)=-2$.

A. Không tồn tại giá trị của m, n. **B.** $m=-1$; $n=1$.

C. $m=n=1$. **D.** $m=n=-2$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=1-\dfrac{n}{(x+1)^2}$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và $f(-2)=-2$ nên ta có

$$\begin{cases} f'(-2)=0 \\ -2+m+\dfrac{n}{-1}=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-\dfrac{n}{(-1)^2}=0 \\ m-n=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=n=1.$$

QUICK NOTE

Chọn đáp án (C)

CÂU 32. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ chỉ có một điểm cực trị là điểm có tọa độ $(0; -1)$ thì b, c thỏa mãn điều kiện nào?

A. $b \geq 0$ và $c = -1$.
B. $b < 0$ và $c = -1$.
C. $b \geq 0$ và $c > 0$.
D. $b > 0$ và c tùy ý.

Lời giải.

Vì đồ thị hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ chỉ có một điểm cực trị nên a, b trái dấu hoặc $b = 0 \Rightarrow b \leq 0$.
Mặt khác ta có điểm cực trị là điểm có tọa độ $(0; -1)$ nên ta có $c = -1$.
Chọn đáp án (A)

CÂU 33. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3\left(m^2 - 1\right)x + m$. Với giá trị nào của m hàm số đạt cực đại tại $x = 2$?

A. $m = 1$.
B. $m = 1$ hoặc $m = 3$.
C. $m = 3$.
D. $m = 0$.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 6mx + 3\left(m^2 - 1\right)$; $y'' = 6x - 6m$.
Để hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ thì $x = 2$ là nghiệm của phương trình $y' = 0$ và $y''(2) < 0$, tức là $m^2 - 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 3 \end{array}\right.$ và $y''(2) = 12 - 6m < 0 \Leftrightarrow m > 2$.
Kết hợp hai điều kiện ta được $m = 3$.
Chọn đáp án (C)

CÂU 34. Hàm số $y = \dfrac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$ khi giá trị của m bằng

A. -1.
B. 3.
C. 1.
D. -3.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \dfrac{x^2 + mx + 1}{x + m}$.
Ta có $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.
$y' = \dfrac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x + m)^2}$.
Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ nên $y'(2) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{m^2 + 4m + 3}{(2 + m)^2} = 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -3. \end{array}\right.$

Với $m = -1$ ta có $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ và $y' = \dfrac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Ta thấy, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ (loại).

Với $m = -3$ ta có $y = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x - 3}$ và $y' = \dfrac{x^2 - 6x + 8}{(x - 3)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 4. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Ta thấy, hàm số đạt cực tại $x = 2$ (thỏa).
Vậy $m = -3$.
Chọn đáp án (D)

QUICK NOTE

CÂU 35. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi

A. $m = 0$. **B.** $m \neq 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $m < 0$.

Lời giải.

Đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 6x + m$ và $f''(x) = 6x - 6$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $\begin{cases} f'(2) = 0 \\ f''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot 4 - 6 \cdot 2 + m = 0 \\ 12 - 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$.

Cách trắc nghiệm. Thay ngược đáp án nhưng lâu hơn cách tự luận.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 36. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^3 + x^2 + \left(m^2 - 6\right)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 1$. **B.** $m = -4$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3mx^2 + 2x + m^2 - 6$ suy ra $y'' = 6mx + 2$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(1) = 0 \\ f''(1) > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 2 + m^2 - 6 = 0 \\ 6m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 4 = 0 \\ 6m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 37. Tìm m để hàm số $y = x^5 + mx + m^2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

A. $m = 1$. **B.** $m = 0$.

C. $m = -1$. **D.** Không tồn tại m.

Lời giải.

Ta có $y' = 5x^4 + m$.

Vì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ nên $y'(0) = 0$ hay $m = 0$.

Với $m = 0$ thì $y' = 5x^4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị. Vậy không tồn tại m.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 38. Xác định các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 - m^3x^2 + 2016$ có 3 điểm cực trị?

A. $m = 0$. **B.** $m > 0$.

C. $\forall m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **D.** Không tồn tại giá trị của m.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

TH1: $m = 0$ hàm số trở thành $y = 2016 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

TH2: $m \neq 0$.

Ta có $y' = 4mx^3 - 2m^3x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{m^2}{2}. \end{array}\right.$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow \dfrac{m^2}{2} \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 39. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$ $(a, b \in \mathbb{R})$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có điểm cực trị là $A(1; 3)$. Tính giá trị $P = 4a - b$.

A. $P = 3$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + a$.

Từ giả thiết $A(1; 3)$ là điểm cực trị ta có $\begin{cases} y(1) = 3 \\ y'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ a - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = 1. \end{cases}$

Vậy $P = 4a - b = 1$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 40. Hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2$.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2-4mx+m^2 \Rightarrow y''=6x-4m$.
Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-4m+3=0\\6-4m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1\\m=3\end{array}\right.\\m<\dfrac{3}{2}\end{cases} \Leftrightarrow m=1.$$

Chọn đáp án B □

CÂU 41. Hàm số $y=x^4-2mx^2+m-1$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi

A. $m\le 0$. **B.** $m>0$. **C.** m tùy ý. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải.

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m \quad (*).\end{array}\right.$

Hàm số có đúng một cực trị khi và chỉ khi $(*)$ vô nghiệm hoặc có 1 nghiệm $x=0$.
Vậy $m\le 0$.
Chọn đáp án A □

CÂU 42. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Giả sử đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ, tìm giá trị nhỏ nhất của $P=abc+ab+c$.

A. $-\dfrac{16}{25}$. **B.** 1. **C.** -9. **D.** $-\dfrac{25}{9}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b$.
Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, $B \Rightarrow f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a^2-3b>0$.

Ta có $f(x)=\left(\dfrac{x}{3}+\dfrac{a}{9}\right)f'(x)+\dfrac{6b-2a^2}{9}\cdot x+\dfrac{9c-ab}{9}$

$\Rightarrow$ đường thẳng đi qua hai điểm cực trị A, B là $d\colon y=\dfrac{6b-2a^2}{9}\cdot x+\dfrac{9c-ab}{9}$.

d đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow 9c-ab=0 \Leftrightarrow ab=9c$.

$P=abc+ab+c=9c^2+10c=\left(3c+\dfrac{5}{3}\right)^2-\dfrac{25}{9}\ge -\dfrac{25}{9}$

$\Rightarrow P$ nhỏ nhất là $-\dfrac{25}{9}$ đạt được khi và chỉ khi $\begin{cases}3c+\dfrac{5}{3}=0\\9c-ab=0\\a^2-3b>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}c=-\dfrac{5}{9}\\ab=-5\\a^2-3b>0.\end{cases}$

Chọn đáp án D □

QUICK NOTE

Dạng 3. Xác định tham số m để hàm số có cực trị thỏa điều kiện cho trước

Bài toán 1. Cho hàm số $y = f(x, m) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tìm tham số m để đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện K cho trước?

Bước 1. Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. Tính đạo hàm: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Bước 2. Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' = b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$ và giải hệ này sẽ tìm được $m \in D_1$.

Bước 3. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $y' = 0$.
Theo định lý Viète, ta có $S = x_1 + x_2 = -\dfrac{2b}{3a}$ và $P = x_1x_2 = \dfrac{c}{3a}$.

Bước 4. Biến đổi điều kiện K về dạng S và P. Từ đó giải ra tìm được $m \in D_2$.

Bước 5. Kết luận các giá trị m thỏa mãn: $m = D_1 \cap D_2$.

Bài toán 2. Hàm số bậc bốn trùng phương $y = f(x, m) = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị thỏa điều kiện K.

Bước 1. $y' = 4ax^3 + 2bx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ g(x) = 2ax^2 + b = 0. \end{cases}$

Bước 2. Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab < 0 \Rightarrow m \in D_1$.

Bước 3. Giải $g(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{-\dfrac{b}{2a}} \Rightarrow y_1 = y_2 = f\left(\sqrt{-\dfrac{b}{2a}}\right)$.
Do đó tọa độ ba điểm cực trị sẽ là $A(0; c), B(x_1; y_1), C(x_2; y_2)$ và do tính đối xứng nên tam giác ABC luôn cân tại A.

Bước 4. Dựa vào điều kiện đề bài cho để tìm $m \in D_2 \Rightarrow m = D_1 \cap D_2$.

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Tìm tham số m để các hàm số

a) $y = \dfrac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \dfrac{2}{3}$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

b) $y = x^3 - 3mx + 1$ với đồ thị (C) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại $A(2; 3)$.

c) $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$ với đồ thị (C) có hai điểm cực trị A và B sao cho $AB \perp d$, với $d\colon y = x + 2$.

d) $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ với đồ thị (C) có hai điểm cực trị A và B sao cho $S_{OAB} = 48$.

e) $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có 3 điểm cực trị tạo thành 3 đỉnh của một tam giác vuông.

f) $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

VÍ DỤ 2. Tìm m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 + m - 1\right)x + 1$ đạt cực trị tại 2 điểm $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1 + x_2| = 4$.

A. $m = 2$.
B. Không tồn tại m.
C. $m = -2$.
D. $m = \pm 2$.

QUICK NOTE

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m^2 + m - 1$.

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt hay

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - \left(m^2 + m - 1\right) > 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Do x_1 và x_2 là nghiệm của phương trình $y' = 0$ nên $x_1 + x_2 = 2m$.

Theo giả thiết $|x_1 + x_2| = 4 \Leftrightarrow |2m| = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -2 \end{array}\right.$. So với điều kiện, ta nhận $m = -2$.

Chọn đáp án (C) □

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hàm số $y = -x^3 + (2m+1)x^2 - \left(m^2 - 3m + 2\right)x - 4$. Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu nằm 2 phía trục tung

A. $m \in (1; 2)$. **B.** $m \in [1; 2]$.
C. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải.

Đạo hàm $y' = -3x^2 + 2(2m+1)x - (m^2 - 3m + 2)$. Gọi x_1 và x_2 là 2 cực trị của hàm số.

Theo yêu cầu bài toán ta có $x_1 \cdot x_2 < 0 \Leftrightarrow \dfrac{m^2 - 3m + 2}{3} < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 2$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}(m+5)x^2 + mx$ có điểm cực đại, cực tiểu và $|x_{\text{CĐ}} - x_{\text{CT}}| = 5$.

A. $m = 0$. **B.** $m = \{-6; 0\}$. **C.** $m = 6$. **D.** $m = \{6; 0\}$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - (m+5)x + m$.

Để hàm số có điểm cực đại và cực tiểu thì $y' = x^2 - (m+5)x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Suy ra $\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+5)^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 25 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_{\text{CĐ}} + x_{\text{CT}} = m + 5 \\ x_{textCŒ} \cdot x_{\text{CT}} = m \end{cases}$. Khi đó

$$|x_{\text{CĐ}} - x_{\text{CT}}| = 5 \Leftrightarrow (x_{\text{CĐ}} + x_{\text{CT}})^2 - 4x_{C§} \cdot x_{\text{CT}} = 25 \Leftrightarrow (m+5)^2 - 4m - 25 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -6. \end{array}\right.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 3. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3\left(m^2 - 1\right)x - m^3 + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

A. $m = \pm 1$. **B.** $m = \pm 2$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = \pm\sqrt{2}$.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 6mx + 3\left(m^2 - 1\right)$; $\Delta' = 9 > 0, \forall m$ nên hàm số luôn có 2 cực trị x_1, x_2 thỏa $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = m^2 - 1. \end{cases}$

Khi đó $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 4. Đồ thị hàm số $y = x^3 - (3m+1)x^2 + \left(m^2 + 3m + 2\right)x + 3$ có điểm cực tiểu và điểm cực đại nằm về hai phía của trục tung khi:

A. $1 < m < 2$. **B.** $-2 < m < -1$. **C.** $2 < m < 3$. **D.** $-3 < m < -2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 2(3m+1)x + m^2 + 3m + 2$. Yêu cầu bài toán tương đương với

$$ac < 0 \Leftrightarrow 3 \cdot \left(m^2 + 3m + 2\right) < 0 \Leftrightarrow \left(m^2 + 3m + 2\right) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < -1.$$

Chọn đáp án (B) □

QUICK NOTE

CÂU 5. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x$ có hai điểm cực trị nằm về phía bên phải trục tung?

A. $m=2$. **B.** $0<m<2$. **C.** $m<2$. **D.** $m>2$.

Lời giải.

Ta có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$, đạo hàm $y'=x^2-2mx+m+2$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về bên phải trục tung khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm dương phân biệt, khi đó $\begin{cases} m^2-m-2>0\\ 2m>0\\ m+2>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-1\\ m>2\end{array}\right.\\ m>0\\ m>-2\end{cases} \Leftrightarrow m>2.$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 6. Tìm m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x-1$ có hai điểm cực trị trong khoảng $(0;+\infty)$?

A. $(-\infty;2]$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;4)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có: $y'=x^2-2mx+m+2$.

Hàm số có 2 điểm cực trị trong $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt hay $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ P>0\\ S>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m-2>0\\ 2m>0\\ m+2>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-1 \vee m>2\\ m>0\\ m>-2\end{cases} \Leftrightarrow$ $m>2$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a sao cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+ax+1$ đạt cực trị tại điểm x_1,x_2 thỏa mãn: $\left(x_1^2+x_2+2a\right)\left(x_2^2+x_1+2a\right)=9$

A. $a=2$. **B.** $a=-4$. **C.** $a=-3$. **D.** $a=-1$.

Lời giải.

Đạo hàm $y'=x^2-x+a$. Xét phương trình $y'=0 \Leftrightarrow x^2-x+a=0$.

Để hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1-4a>0 \Leftrightarrow a<\dfrac{1}{4}$.

Ta có theo định lý Vi-ét $S=x_1+x_2=1$ và $P=x_1x_2=a$.

Ta có $x_1^2-x_1+a=0 \Leftrightarrow x_1^2=x_1-a$ và $x_2^2-x_2+a=0 \Leftrightarrow x_2^2=x_2-a$.

Theo đề bài, $\left(x_1^2+x_2+2a\right)\left(x_2^2+x_1+2a\right)=9$

$$\Leftrightarrow (x_1-a+x_2+2a)(x_2-a+x_1+2a)=9 \Leftrightarrow (x_1+x_2+a)^2=9 \Leftrightarrow (1+a)^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2\\ a=-4\end{array}\right.$$

So sánh điều kiện, nhận $a=-4$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 8. Cho hàm số $y=\dfrac{2}{3}x^3+(m+1)x^2+\left(m^2+4m+3\right)x-3$, ($m$ là tham số thực). Tìm điều kiện của m để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải của trục tung.

A. $-5<m<-1$. **B.** $-5<m<-3$. **C.** $-3<m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>-1\\ m<-5\end{array}\right.$.

Lời giải.

$y'=2x^2+2(m+1)x+\left(m^2+4m+3\right)$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn trở thành $y'=0$ có hai nghiệm dương phân biệt, từ đó

$$\begin{cases}\Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(m+1)^2-2\left(m^2+4m+3\right)>0\\ -(m+1)>0\\ \dfrac{m^2+4m+3}{2}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in(-5;-1)\\ m<-1\\ m\in(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty)\end{cases} \Leftrightarrow m\in(-$$

QUICK NOTE

Vậy $-5 < m < 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án B □

CÂU 9. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$, tìm giá trị của tham số m để hàm số có hai cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$.

A. $m = \dfrac{3}{2}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. Ta có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 6x + m$.
Hàm số có hai cực trị x_1, x_2 khi $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$.
Theo hệ thức Vi-et, $x_1 + x_2 = 2$ và $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{m}{3}$.
Ta có: $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^2 - 2 \cdot \dfrac{m}{3} = 3 \Leftrightarrow m = \dfrac{3}{2}$.
Chọn đáp án A □

CÂU 10. Cho hàm số $y = 3x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng 3.

A. $m = -3$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = -4$.

Lời giải.

Ta có $y' = 12x^3 - 4mx = 4x\left(3x^2 - m\right)$. Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m > 0$.
Khi đó tọa độ các điểm cực trị là $A\left(0; 2m + m^4\right)$, $B\left(\sqrt{\dfrac{m}{3}}; m^4 - \dfrac{m^2}{3} + 2m\right)$, $C\left(-\sqrt{\dfrac{m}{3}}; m^4 - \dfrac{m^2}{3} + 2m\right)$.
Tam giác ABC cân tại A nên có diện tích $S_{ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot BC \cdot \mathrm{d}(A; BC) = \dfrac{1}{2} \cdot 2\sqrt{\dfrac{m}{3}} \cdot \dfrac{m^2}{3} = \sqrt{\dfrac{m}{3}} \cdot \dfrac{m^2}{3}$.
Theo đề bài ta có $\sqrt{\dfrac{m}{3}} \cdot \dfrac{m^2}{3} = 3 \Leftrightarrow m = 3$.
Chọn đáp án B □

CÂU 11. Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - m^3$ có hai điểm cực trị x_1; x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$.

A. $m = -\dfrac{3}{2}$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = \dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$.
Vậy hàm số có hai điểm cực trị x_1; x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1^2 + x_2^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$
$\begin{cases} 9 - 3m > 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ 2m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{3}{2}$.
Chọn đáp án D □

CÂU 12. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + \left(m^2 + 4m + 3\right) + 5m^3 + 1(1)$. Gọi m là số thực để hàm số (1) đạt cực đại tại x_1, đạt cực tiểu tại x_2 sao cho $x_1^2 = x_2$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng.

A. $m \in (-3; 3)$. **B.** $m > 6$. **C.** $m \in (3; 6)$. **D.** $m < -1$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 4m + 3$. Tại $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m + 1 \\ x = m + 3. \end{array}\right.$
Ta có biệt thức $\Delta' = (m+2)^2 - \left(m^2 + 4m + 3\right) = 1 > 0$. Do đó hàm số luôn có 2 điểm cực trị.

QUICK NOTE

Bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		$m+1$		$m+3$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$y(m+1)$	$\searrow$	$y(m+3)$	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó $x_1 = m+1$, $x_2 = m+3$.
Do $x_1^2 = x_2$ nên

$(m+1)^2 = m+3 \Leftrightarrow m^2+m-2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2. \end{array}\right.$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 13. Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

A. $m > 0$. **B.** $m = \sqrt[3]{3}$. **C.** $m = \pm\sqrt[3]{3}$. **D.** $m = 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. Đạo hàm $y' = -4x^3 + 4mx$. Tại $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m. \end{array}\right.$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.
Lúc đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $A(0;0), B\left(-\sqrt{m}; m^2\right), C\left(\sqrt{m}; m^2\right)$.
Ta có $AB = AC = \sqrt{m^4+m}, BC = 2\sqrt{m}$.
Theo giả thiết, ta có $AB = BC \Leftrightarrow \sqrt{m+m^4} = 2\sqrt{m} \Leftrightarrow m^4 - 3m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \sqrt[3]{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{3}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 14. Gọi m_0 là giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 4$ có 3 điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m_0 \in (-5;-3)$. **B.** $m_0 \in \left(-\dfrac{3}{2}; 0\right)$.

C. $m_0 \in \left(-3; -\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $m_0 \in (1;3)$.

Lời giải.

Ta có $y = x^4 + 2mx^2 + 4 \Rightarrow y' = 4x^3 + 4mx$.

Với $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 4 \\ x = \sqrt{-m} \Rightarrow y = 4 - m^2 \\ x = -\sqrt{-m} \Rightarrow y = 4 - m^2 \end{array}\right. \quad (m < 0)$.

Yêu cầu bài toán xảy ra khi $4 - m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2 \Rightarrow m = -2 (m < 0)$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 15. Cho hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + x^2 + mx + 1$. Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

A. $\{0\}$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{1\}$.

Lời giải.

Đạo hàm $y' = -x^2 + 2x + m$.
Để hàm số có hai điểm cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 1 + m > 0 \Leftrightarrow m > -1$.
Khi $m > -1$, ta có hoành độ cực trị x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $y' = 0$.

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -m \end{cases}$. Yêu cầu bài toán là

$$x_1^2 + x_2^2 = 6 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 6 \Leftrightarrow 4 + 2m = 6 \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 16. Cho đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn tam giác OAB vuông tại O (O là gốc tọa độ). Khẳng định nào dưới đây đúng?

QUICK NOTE

A. $-1 < m < \frac{1}{3}$. **B.** $1 < m < 3$. **C.** $-\frac{1}{2} < m < 1$. **D.** $-2 < m < 0$.

Lời giải.

Đạo hàm $y' = -3x^2 + 3m$. Tại $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3m = 0 \Leftrightarrow x^2 = m \Leftrightarrow m > 0$.
Khi $m > 0$, phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $x = \pm\sqrt{m}$.
Gọi $A\left(\sqrt{m}; 1 + 2m\sqrt{m}\right), B\left(\sqrt{m}; 1 - 2m\sqrt{m}\right)$ là hai điểm cực trị của (C_m).
Để tam giác OAB vuông tại O thì

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{m} \cdot (-\sqrt{m}) + \left(1 + 2m\sqrt{m}\right)\left(1 - 2m\sqrt{m}\right) = 0 \Leftrightarrow -4m^3 - m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án C □

CÂU 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m < 1$. **B.** $0 < m < 1$. **C.** $0 < m < \sqrt[3]{4}$. **D.** $m > 0$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có. Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m. \end{array}\right.$

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m > 0$.
Khi đó ba điểm cực trị là $O(0; 0)$, $B\left(-\sqrt{m}; -m^2\right)$, $C\left(\sqrt{m}; -m^2\right)$.
Ta có tam giác OBC cân tại O, với $I\left(0; -m^2\right)$ là trung điểm của BC.
Theo yêu cầu bài toán, ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}OI \cdot BC = \frac{1}{2}|-m^2| \cdot 2\sqrt{m} < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Chọn đáp án B □

CÂU 18. Điểm $M(3; -1)$ thuộc đường thẳng đi qua hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + m$ khi m bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 1$; $\frac{y}{y'} = \frac{x^3 - x + m}{3x^2 - 1} = \frac{1}{3}x + \frac{-\frac{2}{3}x + m}{3x^2 - 1} = \frac{1}{3}x\left(3x^2 - 1\right) - \frac{2}{3}x + m$.

Suy ra phương trình qua 2 điểm cực đại và cực tiểu là $y = \frac{-2}{3}x + m$.

Thay $M(3; -1)$ vào ta có $-1 = \frac{-2}{3} \cdot 3 + m \Rightarrow -1 = -2 + m \Rightarrow m = 1$.

Chọn đáp án B □

CÂU 19. Giả sử đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + m$ có hai điểm cực trị A, B. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng AB song song với đường thẳng $d\colon y = 1 - 2x$?

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$.
C. $m = 1$; $m = -1$. **D.** $m = 2$; $m = -2$.

Lời giải.

Công thức phương trình đường thẳng qua điểm cực trị là $y = \frac{-2\left(b^2 - 3ac\right)}{9a}x + \frac{9ad - bc}{9a}$.

Phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị A, B là $AB\colon y = -2m^2x + m$.

Vì $AB \parallel d$ nên $\begin{cases} -2m^2 = -2 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -1 \end{array}\right. \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$

Chọn đáp án B □

CÂU 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ.

A. $m = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $m = -1$; $m = 1$.

QUICK NOTE

C. $m = 1$.

D. $m \neq 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx = 3x(x - 2m)$ và $y'' = 6x - 6m$. Tại $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2m. \end{array}\right.$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì $y''(0) \neq 0$ và $y''(2m) \neq 0$, hay $m \neq 0$.
Khi đó, ta có tọa độ hai điểm A và B là $A\left(0; 4m^3\right)$, $B(2m; 0)$.

Vậy tam giác OAB vuông tại O và $S_{OAB} = \dfrac{1}{2}OA \cdot OB = \dfrac{1}{2}\left|4m^3\right| \cdot |2m| = 4m^4$.

Ta cần $S_{OAB} = 1 \Leftrightarrow 4m^4 = 1 \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ hoặc $m = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (thỏa mãn $m \neq 0$).

Chọn đáp án A □