

Mũ và Logarit

QUICK NOTE

Bài 1. LŨY THỪA

A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN CẦN NẮM

1. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ NGUYÊN DƯƠNG

$$a^n = a \cdot a \cdots a, (n \text{ thừa số}).$$

Ở đây $n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$. Quy ước $a^1 = a$.

2. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ 0 – LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ NGUYÊN ÂM

$$a^0 = 1(a \neq 0); a^{-n} = \frac{1}{a^n}(a \neq 0), \text{ với } n \in \mathbb{Z}^+.$$

3. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ HỮU TỈ

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \text{ với } m, n \in \mathbb{Z}, n \geq 2.$$

Lũy thừa số mũ hữu tỷ có tính chất như lũy thừa số mũ nguyên (xem mục 5).

4. LŨY THỪA SỐ THỰC

$$a^\alpha = \lim a^{r_n} \text{ (với } \alpha \text{ là số vô tỉ, } r_n \text{ là số hữu tỉ và}$$

$\lim r_n = \alpha$).

Lũy thừa số mũ thực có tính chất như lũy thừa số mũ nguyên (xem mục 5).

5. TÍNH CHẤT CỦA LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ NGUYÊN

a) Với $a, b \in \mathbb{R}; a \neq 0, b \neq 0; m, n \in \mathbb{Z}$, ta có

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; (a^m)^n = a^{mn}; (ab)^m = a^m b^m; \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

b) Nếu $0 < a < b \Rightarrow \begin{cases} a^n < b^n, \forall n > 0 \\ a^n > b^n, \forall n < 0. \end{cases}$

Nếu $a > 1 \Rightarrow a^m > a^n$ với $m > n$.

Nếu $0 < a < 1 \Rightarrow a^m < a^n$ với $m > n$.

6. CÔNG THỨC LÃI KÉP

1) **Định nghĩa:** Lãi kép là phần lãi của kì sau được tính trên số tiền gốc kì trước cộng với phần lãi của kì trước.

2) **Công thức:** Giả sử số tiền gốc là A lãi suất $r\%$ kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm).

☑ Số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $A(1+r)^n$.

☑ Số tiền lãi nhận được sau n kì hạn gửi là $A(1+r)^n - A = A[(1+r)^n - 1]$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Các bài toán liên quan đến lí thuyết

CÂU 1. Cho các số thực a, b, m, n với $(a, b > 0)$. Tìm mệnh đề **sai**.

A. $\sqrt{a^2} = a$.

B. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = a^m b^{-m}$.

C. $(a^m)^n = a^{m+n}$.

D. $(ab)^m = a^m b^m$.

CÂU 2. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $(xy)^m = x^m y^m$.

B. $(x^n)^n = x^{nm}$.

C. $x^m x^n = x^{m+n}$.

D. $y^m y^n = (xy)^{m+n}$.

QUICK NOTE

CÂU 3. Cho các số thực $a, b, \alpha (a > b > 0, \alpha \neq 1)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $(ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$.

B. $(a - b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$.

C. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$.

D. $(a + b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$.

CÂU 4. Cho a, b là các số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai**.

A. $(xy)^n = x^n \cdot y^n$.

B. $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$.

C. $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$.

D. $x^m \cdot y^n = (xy)^{m+n}$.

CÂU 5. Cho $a > 0; b > 0; \alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Hãy chọn công thức **đúng** trong các công thức sau:

A. $a^{\alpha+\beta} = a^\alpha \cdot a^\beta$.

B. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$.

C. $(ab)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$.

D. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha+\beta}$.

CÂU 6. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$.

B. $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$.

C. $\frac{x^m}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m-n}$.

D. $(xy)^n = x^n \cdot y^n$.

CÂU 7. Cho $a, b > 0; m, n \in \mathbb{N}^*$. Hãy tìm khẳng định **đúng**?

A. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$.

B. $a^n : b^m = (a : b)^{m-n}$.

C. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n+k]{a}$.

D. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$.

CÂU 8. Cho các số thực $a, b, \alpha (a > b > 0, \alpha \neq 1)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $(a + b)^\alpha = a^\alpha + b^\alpha$.

B. $\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^{-\alpha}}$.

C. $(a - b)^\alpha = a^\alpha - b^\alpha$.

D. $(ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$.

CÂU 9. Biểu thức $(a + 2)^\pi$ có nghĩa với:

A. $a > -2$.

B. $\forall a \in \mathbb{R}$.

C. $a > 0$.

D. $a < -2$.

CÂU 10. Cho $n \in \mathbb{N}; n \geq 2$ khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a \neq 0$.

B. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a > 0$.

C. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a \geq 0$.

D. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \forall a \in \mathbb{R}$.

CÂU 11. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \forall a, b$.

B. $\sqrt[n]{a^{2n}} \geq 0 \forall a, n$ nguyên dương ($n \geq 2$).

C. $\sqrt[n]{a^{2n}} = |a| \forall a, n$ nguyên dương ($n \geq 2$).

D. $\sqrt[n]{a^2} = \sqrt{a} \forall a \geq 0$.

Dạng 2. Thực hiện phép tính, thu gọn biểu thức

CÂU 1. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$ với $a > 0, b > 0$

A. $P = 2\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}$.

B. $P = -\sqrt[4]{b}$.

C. $P = \sqrt[4]{b}$.

D. $P = \sqrt[4]{a}$.

CÂU 2. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$

A. $P = x^2$.

B. $P = \sqrt{x}$.

C. $P = x^{\frac{1}{3}}$.

D. $P = x^{\frac{1}{9}}$.

CÂU 3. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt[4]{x}}$ với $x > 0$

A. $P = x^{\frac{20}{21}}$.

B. $P = x^{\frac{21}{12}}$.

C. $P = x^{\frac{20}{5}}$.

D. $P = x^{\frac{12}{5}}$.

CÂU 4. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{6}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$.

A. $P = a^4$.

B. $P = a$.

C. $P = a^5$.

D. $P = a^3$.

QUICK NOTE

CÂU 5. Rút gọn biểu thức $K = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$ với $x > 0, y > 0$.

- A. $K = x$. B. $K = 2x$. C. $K = x + 1$. D. $K = x - 1$.

CÂU 6. Cho $P = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$. Biểu thức rút gọn của P là

- A. x . B. $x + y$. C. $x - y$. D. $2x$.

CÂU 7. Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x^4 \sqrt{x}}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

- A. $P = x^{\frac{5}{4}}$. B. $P = x^{\frac{5}{12}}$. C. $P = x^{\frac{1}{7}}$. D. $P = x^{\frac{1}{12}}$.

CÂU 8. Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x^4 \sqrt{x^5} \cdot \sqrt{x^3}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{15}{16}}$. B. $P = x^{\frac{7}{16}}$. C. $P = x^{\frac{5}{42}}$. D. $P = x^{\frac{47}{48}}$.

CÂU 9. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^3 \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{2}{3}}$. B. $P = x^{\frac{1}{4}}$. C. $P = x^{\frac{13}{24}}$. D. $P = x^{\frac{1}{2}}$.

CÂU 10. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^4 \sqrt{x^3} \sqrt{x}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. B. $P = x^{\frac{7}{24}}$. C. $P = x^{\frac{15}{24}}$. D. $P = x^{\frac{7}{12}}$.

CÂU 11. Giá trị của $K = \left(\frac{1}{81}\right)^{-0.75} + \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{4}{3}}$ bằng

- A. $K = 180$. B. $K = 108$. C. $K = 54$. D. $K = 18$.

CÂU 12. Cho biểu thức $A = \sqrt[5]{a} \cdot \sqrt[4]{b}$, điều kiện xác định của biểu thức A là

- A. Q tùy ý; $b \geq 0$. B. $a \neq 0; b \neq 0$.
C. Q tùy ý; $b > 0$. D. $a \geq 0; b \geq 0$.

CÂU 13. Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x^4 \sqrt{x^5} \cdot \sqrt{x^3}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{15}{16}}$. B. $P = x^{\frac{7}{16}}$. C. $P = x^{\frac{5}{42}}$. D. $P = x^{\frac{47}{48}}$.

CÂU 14. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^5}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $P = x^{\frac{4}{5}}$. B. $P = x^9$. C. $P = x^{20}$. D. $P = x^{\frac{5}{4}}$.

CÂU 15. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^4 \sqrt{x^3} \sqrt{x}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. B. $P = x^{\frac{7}{24}}$. C. $P = x^{\frac{15}{24}}$. D. $P = x^{\frac{7}{12}}$.

CÂU 16. Giả sử a là số thực dương, khác 1. Biểu thức $\sqrt{a \sqrt[3]{a}}$ được viết dưới dạng a^α . Khi đó

- A. $\alpha = \frac{2}{3}$. B. $\alpha = \frac{5}{3}$. C. $\alpha = \frac{1}{6}$. D. $\alpha = \frac{11}{6}$.

CÂU 17. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x}}$, ($x > 0$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{6}{12}}$. B. $P = x^{\frac{8}{12}}$. C. $P = x^{\frac{9}{12}}$. D. $P = x^{\frac{7}{12}}$.

CÂU 18. Cho $a > 0$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = a^{\frac{5}{6}}$. B. $\sqrt[7]{a^5} = a^{\frac{7}{5}}$. C. $(a^2)^4 = a^6$. D. $\sqrt{a} \sqrt[3]{a} = \sqrt[4]{a}$.

CÂU 19. Biến đổi biểu thức $P = \sqrt{x} \sqrt[3]{x} \sqrt[6]{x^5}$ ($x > 0$) thành dạng với số mũ hữu tỷ.

- A. $P = x^{\frac{7}{3}}$. B. $P = x^{\frac{5}{3}}$. C. $P = x^{\frac{5}{2}}$. D. $P = x^{\frac{2}{3}}$.

QUICK NOTE

CÂU 20. Rút gọn $\left(a^{\frac{2}{3}} + 1\right) \left(a^{\frac{4}{9}} + a^{\frac{2}{9}} + 1\right) \left(a^{\frac{2}{9}} - 1\right)$ ta được

- A. $a^{\frac{1}{3}} + 1$. B. $a^{\frac{1}{3}} - 1$. C. $a^{\frac{4}{3}} + 1$. D. $a^{\frac{4}{3}} - 1$.

CÂU 21. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{6}{5}}$. B. $a^{\frac{5}{6}}$. C. $a^{\frac{11}{6}}$. D. $a^{\frac{7}{6}}$.

CÂU 22. Biểu thức $K = \sqrt{2^{\frac{3}{2}}}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $2^{\frac{4}{3}}$. B. $2^{\frac{5}{3}}$. C. $2^{\frac{1}{3}}$. D. $2^{\frac{2}{3}}$.

CÂU 23. Cho $P = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$, $x > 0$, $y > 0$. Biểu thức rút gọn của P là

- A. $x - 1$. B. $x + 1$. C. $2x$. D. x .

CÂU 24. Biểu thức $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$, ($x > 0$) viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $x^{\frac{2}{3}}$. B. $x^{\frac{5}{2}}$. C. $x^{\frac{7}{3}}$. D. $x^{\frac{5}{3}}$.

CÂU 25. Biểu diễn biểu thức $P = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2 \sqrt{x^3}}}$ dưới dạng lũy thừa số mũ hữu tỉ.

- A. $P = x^{\frac{12}{23}}$. B. $P = x^{\frac{1}{4}}$. C. $P = x^{\frac{23}{12}}$. D. $P = x^{\frac{23}{24}}$.

CÂU 26. Cho $x > 0$. Hãy biểu diễn biểu thức $\sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}$ dưới dạng lũy thừa của x với số mũ hữu tỉ?

- A. $x^{\frac{3}{8}}$. B. $x^{\frac{7}{8}}$. C. $x^{\frac{1}{8}}$. D. $x^{\frac{5}{8}}$.

CÂU 27. Biểu thức $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ ($x > 0$) viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $x^{\frac{7}{3}}$. B. $x^{\frac{2}{3}}$. C. $x^{\frac{5}{3}}$. D. $x^{\frac{5}{2}}$.

CÂU 28. Cho x, y là các số thực dương. Rút gọn biểu thức $P = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)$

- A. $P = x$. B. $P = 2x$. C. $P = x - 1$. D. $P = x + 1$.

CÂU 29. Biến đổi biểu thức $P = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$, ($x > 0$) thành dạng với số mũ hữu tỉ.

- A. $P = x^{\frac{7}{3}}$. B. $P = x^{\frac{5}{3}}$. C. $P = x^{\frac{5}{2}}$. D. $P = x^{\frac{2}{3}}$.

CÂU 30. Cho a, b là hai số thực dương. Kết quả thu gọn của biểu thức $A = \frac{(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^{12} \cdot b^6}}}$ là

- A. 1. B. Q . C. ab . D. b .

CÂU 31. Cho a là số thực dương, $a \neq 1$ và $P = \log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}}}$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. $P = 3$. B. $P = \frac{93}{32}$. C. $P = 15$. D. $P = \frac{45}{16}$.

CÂU 32. Cho biểu thức $P = \left\{ a^{\frac{1}{3}} \left[a^{-\frac{1}{2}} b^{-\frac{1}{3}} (a^2 b^2)^{\frac{2}{3}} \right]^{-\frac{1}{2}} \right\}^6$ với a, b là các số dương.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $P = \frac{\sqrt{a}}{b^3}$. B. $P = \frac{b^3 \sqrt{a}}{a}$. C. $P = b^3 \sqrt{a}$. D. $P = \frac{\sqrt{a}}{a \cdot b^3}$.

CÂU 33. Rút gọn biểu thức $\sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}}$: $x^{\frac{11}{16}}$, ($x > 0$) ta được

- A. $\sqrt[4]{x}$. B. $\sqrt[6]{x}$. C. $\sqrt[5]{x}$. D. \sqrt{x} .

QUICK NOTE

CÂU 34. Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$. Rút gọn biểu thức P được

kết quả

- A.** $P = a^5$. **B.** $P = a^3$. **C.** $P = a$. **D.** $P = a^4$.

CÂU 35. Viết biểu thức $A = \sqrt[3]{2^5 \sqrt{2\sqrt{2}}}$ dưới dạng lũy thừa của số mũ hữu tỉ ta được

- A.** $A = 2^{\frac{2}{3}}$. **B.** $A = 2^{\frac{13}{30}}$. **C.** $A = 2^{\frac{91}{30}}$. **D.** $A = 2^{\frac{1}{30}}$.

CÂU 36. Rút gọn biểu thức $\frac{a^{\sqrt{6}+1} a^{2-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ (với $a > 0$) được kết quả là

- A.** a^4 . **B.** a^5 . **C.** a^3 . **D.** a .

CÂU 37. Viết biểu thức $A = \sqrt[3]{2^5 \sqrt{2\sqrt{2}}}$ dưới dạng lũy thừa của số mũ hữu tỉ ta được

- A.** $A = 2^{\frac{2}{3}}$. **B.** $A = 2^{\frac{13}{30}}$. **C.** $A = 2^{\frac{91}{30}}$. **D.** $A = 2^{\frac{1}{30}}$.

CÂU 38. Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

- A.** $Q = b^2$. **B.** $Q = b^{-\frac{4}{3}}$. **C.** $Q = b^{\frac{4}{3}}$. **D.** $Q = b^{\frac{5}{9}}$.

CÂU 39. Cho x là số thực dương, viết biểu thức $Q = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2}} \cdot \sqrt[6]{x}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

- A.** $Q = x^2$. **B.** $Q = x^{\frac{2}{3}}$. **C.** $Q = x$. **D.** $Q = x^{\frac{5}{36}}$.

CÂU 40. Cho biểu thức $P = \frac{b \cdot \sqrt[3]{a^4} + a \cdot \sqrt[3]{b^4}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$, với $a > 0, b > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $P = 2a \cdot b$. **B.** $P = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}}$. **C.** $P = ab$. **D.** $P = b + a$.

CÂU 41. Cho biểu thức $P = \frac{b \cdot \sqrt[3]{a^4} + a \cdot \sqrt[3]{b^4}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$, với $a > 0, b > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $P = 2a \cdot b$. **B.** $P = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}}$. **C.** $P = a \cdot b$. **D.** $P = b + a$.

CÂU 42. Cho a là một số thực dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}} \sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A.** $a^{\frac{7}{6}}$. **B.** $a^{\frac{5}{6}}$. **C.** $a^{\frac{6}{5}}$. **D.** $a^{\frac{11}{6}}$.

CÂU 43. Cho $f(x) = \sqrt[3]{x} \sqrt[6]{x}$. Khi đó $f(0,09)$ bằng

- A.** 0,1. **B.** 0,2. **C.** 0,3. **D.** 0,4.

CÂU 44. Viết biểu thức $A = \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}$: $a^{\frac{11}{6}}$, ($a > 0$) dưới dạng lũy thừa của số mũ hữu tỉ.

- A.** $A = a^{\frac{21}{44}}$. **B.** $A = a^{-\frac{1}{12}}$. **C.** $A = a^{\frac{23}{24}}$. **D.** $A = a^{-\frac{23}{24}}$.

CÂU 45. Biểu thức $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ ($x > 0$) viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A.** $x^{\frac{7}{3}}$. **B.** $x^{\frac{5}{2}}$. **C.** $x^{\frac{2}{3}}$. **D.** $x^{\frac{5}{3}}$.

CÂU 46. Rút gọn $\frac{(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} \cdot b^6}}}$, với a, b là các số thực dương ta được

- A.** $a^2 \cdot b$. **B.** $a \cdot b^2$. **C.** $a^2 \cdot b^2$. **D.** $a \cdot b$.

CÂU 47. Cho biểu thức $A = (a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$. Nếu $a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$ và $b = (2 - \sqrt{3})^{-1}$ thì giá trị của A là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

QUICK NOTE

CÂU 48. Rút gọn biểu thức $P = a^{\sqrt{3}+2} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{3}-1}$ với $a > 0$.

- A. $P = a^3$. B. $P = a^{\sqrt{3}+1}$. C. $P = a^{2\sqrt{3}+1}$. D. $P = a$.

CÂU 49. Tính $K = \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$, ta được

- A. 12. B. 18. C. 24. D. 16.

CÂU 50. Cho biểu thức $P = x^{\sqrt[5]{x^3\sqrt{x\sqrt{x}}}}$, $x > 0$. Mệnh đề nào đúng?

- A. $P = x^{\frac{2}{3}}$. B. $P = x^{\frac{3}{10}}$. C. $P = x^{\frac{13}{10}}$. D. $P = x^{\frac{1}{2}}$.

CÂU 51. Tính giá trị biểu thức $A = (a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}$ khi $a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$, $b = (2 - \sqrt{3})^{-1}$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 52. Rút gọn biểu thức $A = \frac{a+3-10a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}+5a^{-\frac{1}{2}}} - \frac{a-9a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}}$ ($0 < a \neq 1$).

- A. \sqrt{a} . B. $-\frac{5}{a}$. C. $a+1$. D. $-\frac{5}{\sqrt{a}}$.

CÂU 53. Kết quả của phép tính $A = \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 0,25^{-\frac{5}{2}}$ là

- A. 40. B. $\frac{5}{32}$. C. -24. D. $\frac{257}{8}$.

CÂU 54. Kết quả của phép tính $B = 27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,25} - 25^{0,5}$ là

- A. 6. B. $\frac{9}{2}$. C. 16. D. $\frac{54}{5}$.

CÂU 55. Biểu thức $C = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}$ ($x > 0$) được viết dưới dạng lũy thừa số mũ hữu tỷ là

- A. $x^{\frac{15}{18}}$. B. $x^{\frac{7}{8}}$. C. $x^{\frac{15}{16}}$. D. $x^{\frac{3}{16}}$.

CÂU 56. Cho biểu thức $D = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $D = x^{\frac{1}{2}}$. B. $D = x^{\frac{13}{24}}$. C. $D = x^{\frac{1}{4}}$. D. $D = x^{\frac{2}{3}}$.

CÂU 57. Rút gọn biểu thức $E = \left[\frac{a\sqrt{2}}{(1+a^2)^{-1}} - \frac{2\sqrt{2}}{a^{-1}} \right] : \frac{1-a^{-2}}{a^{-3}}$ (với $a \neq 0, a \neq \pm 1$) là

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}a$. C. a . D. $\frac{1}{a}$.

CÂU 58. Rút gọn biểu thức $F = \frac{a^{-n}+b^{-n}}{a^{-n}-b^{-n}} - \frac{a^{-n}-b^{-n}}{a^{-n}+b^{-n}}$ (với $ab \neq 0, a \neq \pm b$) là

- A. $\frac{a^nb^n}{b^{2n}-a^{2n}}$. B. $\frac{2a^nb^n}{b^{2n}-a^{2n}}$. C. $\frac{3a^nb^n}{b^{2n}-a^{2n}}$. D. $\frac{4a^nb^n}{b^{2n}-a^{2n}}$.

CÂU 59. Cho $a \geq 0, a \neq 1, a \neq \frac{3}{2}$. Tìm giá trị lớn nhất P_{\max} của biểu thức

$$P = \left[\frac{4a-9a^{-1}}{2a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{a-4+3a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}} \right]^2 - \frac{3}{2}a^2.$$

- A. $P_{\max} = \frac{15}{2}$. B. $P_{\max} = \frac{27}{2}$. C. $P_{\max} = 15$. D. $P_{\max} = 10$.

CÂU 60. Cho $a > 0$. Viết biểu thức $P = a^{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt[7]{a^6}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

- A. $P = 1$. B. $P = a$. C. $P = a^7$. D. $P = a^6$.

QUICK NOTE

CÂU 61. Cho $x, y > 0$, rút gọn $P = \frac{x^{\frac{7}{6}} \cdot y + x \cdot y^{\frac{7}{6}}}{\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y}}$.

- A.** $P = x + y$. **B.** $P = \sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y}$. **C.** $P = x \cdot y$. **D.** $P = \sqrt[6]{xy}$.

CÂU 62. Cho $a > 0$, rút gọn $P = \frac{(a^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}}{a^{1-\sqrt{3}} \cdot a^{\sqrt{3}-2}}$

- A.** $P = 1$. **B.** $P = a$. **C.** $P = \frac{1}{a}$. **D.** $P = a^2$.

CÂU 63. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x^3}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

- A.** $P = x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $P = x^{\frac{13}{24}}$. **C.** $P = x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $P = x^{\frac{2}{3}}$.

CÂU 64. Cho a, b là các số dương. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\left(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} \cdot b^6}}}$ được kết quả là

- A.** ab^2 . **B.** a^2b . **C.** ab . **D.** a^2b^2 .

CÂU 65. Giá trị của biểu thức $A = (a + 1)^{-1} + (b + 1)^{-1}$ với $a = 2 + \sqrt{3}$ và $b = 2 - \sqrt{3}$

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

CÂU 66. Cho các số thực dương a và b . Kết quả thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$ là

- A.** 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

CÂU 67. Cho số thực dương a . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)}$ là

- A.** 1. **B.** $a + 1$. **C.** $2a$. **D.** a .

CÂU 68. Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức

$$P = \left(2a^{\frac{1}{4}} - 3b^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(2a^{\frac{1}{4}} + 3b^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(4a^{\frac{1}{2}} + 9b^{\frac{1}{2}}\right)$$

có dạng là $P = xa + yb$. Tính $x + y$?

- A.** $x + y = 97$. **B.** $x + y = -65$. **C.** $x - y = 56$. **D.** $y - x = -97$.

CÂU 69. Cho các số thực dương phân biệt a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{4a} + \sqrt[4]{16ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$$

có dạng $P = m\sqrt[4]{a} + n\sqrt[4]{b}$. Khi đó biểu thức liên hệ giữa m và n là

- A.** $2m - n = 3$. **B.** $m - n = -2$. **C.** $m - n = 0$. **D.** $m + 3n = -1$.

CÂU 70. Cho b là số thực dương. Biểu thức $\frac{\sqrt[5]{b^2\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b\sqrt{b}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A.** b^2 . **B.** b^1 . **C.** 2. **D.** 1.

CÂU 71. Cho x là số thực dương. Biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}}}}}} \sqrt{x}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A.** $x^{\frac{256}{255}}$ **B.** $x^{\frac{255}{256}}$ **C.** $x^{\frac{127}{128}}$ **D.** $x^{\frac{128}{127}}$

QUICK NOTE

CÂU 72. Cho hai số thực dương a và b . Biểu thức $\sqrt[5]{\frac{a}{b}} \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \sqrt{\frac{a}{b}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $x^{\frac{7}{30}}$. B. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{31}{30}}$. C. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{30}{31}}$. D. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$.

CÂU 73. Cho các số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $P = \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{4}{3}}\right)$ được kết quả là

A. $a - b$. B. $a - b^2$. C. $b - a$. D. $a^3 - b^3$.

CÂU 74. Cho các số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$ được kết quả là

A. $\sqrt[4]{b}$. B. $\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}$. C. $b - a$. D. $\sqrt[4]{a}$.

CÂU 75. Cho các số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab}\right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})$ được kết quả là

A. -1 . B. 1 . C. 2 . D. -2 .

CÂU 76. Cho các số thực dương a và b . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} - \sqrt[3]{ab}$ là

A. 0 . B. -1 . C. 1 . D. -2 .

CÂU 77. Cho số thực dương a . Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$ là

A. 1 . B. $a + 1$. C. $2a$. D. a .

CÂU 78. Cho $a > 0, b > 0$. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \left(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)$ là

A. $\sqrt[10]{a} - \sqrt[10]{b}$. B. $\sqrt{a} - \sqrt{b}$. C. $a - b$. D. $\sqrt[8]{a} - \sqrt[8]{b}$.

CÂU 79. Cho $a > 0$ và $b > 0$. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right) : \left(2 + \sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)$ là

A. $\sqrt[3]{ab}$. B. $\frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$. C. $\frac{\sqrt[3]{ab}}{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^3}$. D. $\sqrt[3]{ab} (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})$.

CÂU 80. Cho $a > 0, b > 0$ và $a \neq b$. Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \frac{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}}$ là

A. $\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}$. B. $\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}$. C. $\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{a}$. D. $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$.

Dạng 3. So sánh các lũy thừa

CÂU 1. Với giá trị nào của a thì đẳng thức $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt[2]{2-1}}$ đúng?

A. $a = 1$. B. $a = 2$. C. $a = 0$. D. $a = 3$.

QUICK NOTE

CÂU 2. So sánh hai số m và n nếu $3,2^m < 3,2^n$.

- A.** $m > n$. **B.** $m = n$.
C. $m < n$. **D.** Không so sánh được.

CÂU 3. So sánh hai số m và n nếu $(\sqrt{2})^m < (\sqrt{2})^n$.

- A.** $m > n$. **B.** $m = n$.
C. $m < n$. **D.** Không so sánh được.

CÂU 4. So sánh hai số m và n nếu $\left(\frac{1}{9}\right)^m > \left(\frac{1}{9}\right)^n$.

- A.** Không so sánh được. **B.** $m = n$.
C. $m > n$. **D.** $m < n$.

CÂU 5. So sánh hai số m và n nếu $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^m > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$.

- A.** $m < n$. **B.** $m = n$.
C. $m > n$. **D.** Không so sánh được.

CÂU 6. So sánh hai số m và n nếu $(\sqrt{5} - 1)^m < (\sqrt{5} - 1)^n$.

- A.** $m = n$. **B.** $m < n$.
C. $m > n$. **D.** Không so sánh được.

CÂU 7. So sánh hai số m và n nếu $(\sqrt{2} - 1)^m < (\sqrt{2} - 1)^n$.

- A.** $m > n$. **B.** $m = n$.
C. $m < n$. **D.** Không so sánh được.

CÂU 8. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(a - 1)^{-\frac{2}{3}} < (a - 1)^{-\frac{1}{3}}$?

- A.** $a > 2$. **B.** $a > 0$. **C.** $a > 1$. **D.** $1 < a < 2$.

CÂU 9. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(2a + 1)^{-3} > (2a + 1)^{-1}$?

- A.** $\begin{cases} -\frac{1}{2} < a < 0 \\ a < -1 \end{cases}$. **B.** $-\frac{1}{2} < a < 0$.
C. $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ a < -1 \end{cases}$. **D.** $a < -1$.

CÂU 10. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $\left(\frac{1}{a}\right)^{-0,2} < a^2$?

- A.** $0 < a < 1$. **B.** $a > 0$. **C.** $a > 1$. **D.** $a < 0$.

CÂU 11. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(1 - a)^{-\frac{1}{3}} > (1 - a)^{-\frac{1}{2}}$?

- A.** $a < 1$. **B.** $a > 0$. **C.** $0 < a < 1$. **D.** $a > 1$.

CÂU 12. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $(2 - a)^{\frac{3}{4}} > (2 - a)^2$?

- A.** $a > 1$. **B.** $0 < a < 1$. **C.** $1 < a < 2$. **D.** $a < 1$.

CÂU 13. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{a}\right)^{-\frac{1}{2}}$?

- A.** $1 < a < 2$. **B.** $a < 1$. **C.** $a > 1$. **D.** $0 < a < 1$.

CÂU 14. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $a^{\sqrt{3}} > a^{\sqrt{7}}$?

- A.** $a < 1$. **B.** $0 < a < 1$. **C.** $a > 1$. **D.** $1 < a < 2$.

CÂU 15. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $a^{-\frac{1}{17}} > a^{-\frac{1}{8}}$?

- A.** $a > 1$. **B.** $a < 1$. **C.** $0 < a < 1$. **D.** $1 < a < 2$.

CÂU 16. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $a^{-0,25} > a^{-\sqrt{3}}$?

- A.** $1 < a < 2$. **B.** $a < 1$. **C.** $0 < a < 1$. **D.** $a > 1$.

CÂU 17. Cho $\pi^\alpha > \pi^\beta$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A.** $\alpha \cdot \beta = 1$. **B.** $\alpha > \beta$. **C.** $\alpha < \beta$. **D.** $\alpha + \beta = 0$.

CÂU 18. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $\sqrt[4]{a^7} > \sqrt[3]{a^2}$.

- A.** $a = 0$. **B.** $a < 0$. **C.** $a > 1$. **D.** $0 < a < 1$.

QUICK NOTE

CÂU 19. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $(a-1)^{-\frac{2}{3}} < (a-1)^{-\frac{1}{3}}$.

- A.** $a > 2$. **B.** $a > 1$. **C.** $1 < a < 2$. **D.** $0 < a < 1$.

CÂU 20 (THPT chuyên Lê Thánh Tông).

Cho biểu thức $P = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2 \sqrt{x^3}}}$ ($x > 0$). Xác định k sao cho biểu thức $P = x^{\frac{23}{24}}$.

- A.** $k = 2$. **B.** $k = 6$.
C. $k = 4$. **D.** Không tồn tại k .

CÂU 21 (THPT Tiên Lãng). Tìm tập tất cả các giá trị của a để $\sqrt[3]{a^3} > \sqrt{a^2}$.

- A.** $a > 0$. **B.** $0 < a < 1$. **C.** $a > 1$. **D.** $\frac{5}{21} < a < \frac{2}{7}$.

CÂU 22. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** Nếu $a > 1$ thì $a^x > a^y$ khi và chỉ khi $x > y$.
B. Nếu $a > 1$ thì $a^x \leq a^y$ khi và chỉ khi $x \leq y$.
C. Nếu $0 < a < 1$ thì $a^x > a^y$ khi và chỉ khi $x > y$.
D. Nếu $0 < a \neq 1$ thì $a^x = a^y$ khi và chỉ khi $x = y$.

CÂU 23. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** $a^0 = 1, \forall a$. **B.** $a > 1 \Rightarrow a^2 > 1$.
C. $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$. **D.** $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} < \left(\frac{1}{4}\right)^2$.

CÂU 24. Nếu $(2\sqrt{3} - 1)^{a+2} < 2\sqrt{3} - 1$ thì

- A.** $a < -1$. **B.** $a < 1$. **C.** $a > -1$. **D.** $a \geq -1$.

CÂU 25. Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{2}} > b^{\sqrt{3}}$ thì

- A.** $a > 1, 0 < b < 1$. **B.** $a > 1, b < 1$.
C. $0 < a < 1, b < 1$. **D.** $a < 1, 0 < b < 1$.

CÂU 26. Cho $3^{|\alpha|} < 27$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $\begin{cases} \alpha < -3 \\ \alpha > 3 \end{cases}$. **B.** $\alpha > 3$. **C.** $\alpha < 3$. **D.** $-3 < \alpha < 3$.

CÂU 27. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

(I): $\sqrt[3]{-0,4} > \sqrt[5]{-0,3}$.

(II): $\sqrt[5]{-5} > \sqrt[3]{-3}$.

(III): $\sqrt[3]{-2} > \sqrt[5]{-3}$.

(IV): $\sqrt[3]{-5} > \sqrt[3]{-3}$.

- A.** (I) và (IV). **B.** (I) và (III). **C.** (IV). **D.** (III) và (IV).

CÂU 28. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

- A.** $(0,01)^{-\sqrt{2}} > (10)^{-\sqrt{2}}$. **B.** $(0,01)^{-\sqrt{2}} < (10)^{-\sqrt{2}}$.
C. $(0,01)^{-\sqrt{2}} = (10)^{-\sqrt{2}}$. **D.** $a^0 = 1, \forall a \neq 0$.

CÂU 29. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

- A.** $(2 - \sqrt{2})^3 < (2 - \sqrt{2})^4$. **B.** $(\sqrt{11} - \sqrt{2})^6 > (\sqrt{11} - \sqrt{2})^7$.
C. $(4 - \sqrt{2})^3 < (4 - \sqrt{2})^4$. **D.** $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^4 < (\sqrt{3} - \sqrt{2})^5$.

CÂU 30. Nếu $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2m-2} < \sqrt{3} + \sqrt{2}$ thì

- A.** $m > \frac{3}{2}$. **B.** $m < \frac{1}{2}$. **C.** $m > \frac{1}{2}$. **D.** $m \neq \frac{3}{2}$.

CÂU 31. Nếu $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x > \sqrt{3} + \sqrt{2}$ thì

- A.** $\forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $x < 1$. **C.** $x > -1$. **D.** $x < -1$.

CÂU 32. Với giá trị nào của a thì phương trình $2^{ax^2-4x-2a} = \frac{1}{(\sqrt{2})^{-4}}$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A.** $a \neq 0$. **B.** $\forall a \in \mathbb{R}$. **C.** $a \geq 0$. **D.** $a > 0$.

Dạng 4. Bài toán lãi suất

VÍ DỤ 1. Bà Hoa gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8%/năm. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

CÂU 1. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A.** 210 triệu. **B.** 220 triệu. **C.** 212 triệu. **D.** 216 triệu.

CÂU 2. Bác An đem gửi tổng số tiền 320 triệu đồng ở hai loại kỳ hạn khác nhau. Bác gửi 140 triệu đồng theo kỳ hạn ba tháng với lãi suất 2,1% một quý. Số tiền còn lại bác An gửi theo kỳ hạn một tháng với lãi suất 0,73% một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi kỳ hạn số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho kỳ hạn tiếp theo. Sau 15 tháng kể từ ngày gửi bác An đi rút tiền. Tính gần đúng đến hàng đơn vị tổng số tiền lãi thu được của bác An.

- A.** 36080251 đồng. **B.** 36080254 đồng.
C. 36080255 đồng. **D.** 36080253 đồng.

CÂU 3 (Đề Minh họa – 2017). Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

- A.** $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng). **B.** $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).
C. $m = \frac{100 \times 1,03}{3}$ (triệu đồng). **D.** $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng).

QUICK NOTE

QUICK NOTE

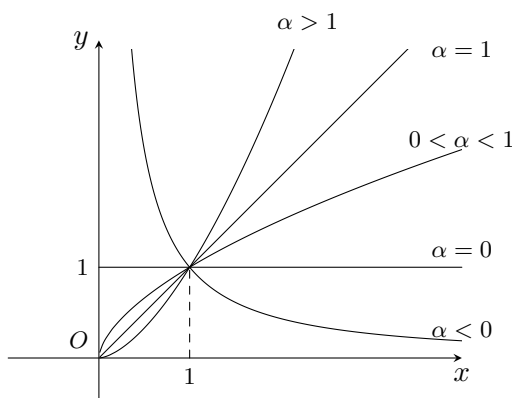
Bài 2. HÀM SỐ LŨY THỪA

A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN NHỚ

- Định nghĩa:** Hàm số $y = x^\alpha$, với $\alpha \in \mathbb{R}$, được gọi là hàm số lũy thừa.
- Tập xác định:** Tập xác định của hàm số $y = x^\alpha$ là \mathbb{R} nếu α là số nguyên dương.
 $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ với α nguyên âm hoặc bằng 0;
 $(0; +\infty)$ với α không nguyên.
- Đạo hàm:** Hàm số $y = x^\alpha$, ($\alpha \in \mathbb{R}$) có đạo hàm với mọi $x > 0$ và $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$.
- Tính chất của hàm số lũy thừa trên khoảng $(0; +\infty)$** (khảo sát hàm lũy thừa).

$y = x^\alpha, \alpha > 0$	$y = x^\alpha, \alpha < 0$																		
A. Tập khảo sát: $(0; +\infty)$.	A. Tập khảo sát: $(0; +\infty)$.																		
B. Sự biến thiên: $y' = \alpha x^{\alpha-1} > 0, \forall x > 0$. Giới hạn đặc biệt: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = +\infty$. Tiệm cận: Không có	B. Sự biến thiên: $y' = \alpha x^{\alpha-1} < 0, \forall x > 0$. Giới hạn đặc biệt: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = 0$. Tiệm cận: Trục Ox là tiệm cận ngang. Trục Oy là tiệm cận đứng.																		
C. Bảng biến thiên:	C. Bảng biến thiên																		
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	0	$+\infty$	y'		+	y	0	$+\infty$	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>0</td></tr></table>	x	0	$+\infty$	y'		-	y	$+\infty$	0
x	0	$+\infty$																	
y'		+																	
y	0	$+\infty$																	
x	0	$+\infty$																	
y'		-																	
y	$+\infty$	0																	

D. Đồ thị



Đồ thị của hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ luôn đi qua điểm $I(1; 1)$.

Lưu ý: Khi khảo sát hàm số lũy thừa với số mũ cụ thể, ta phải xét hàm số đó trên toàn bộ tập xác định của nó. Chẳng hạn: $y = x^3, y = x^{-2}, y = x^\pi$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 5. Tập xác định của hàm số lũy thừa, hàm số vô tỷ

Phương pháp giải.

- Tự luận thuần túy:

Xét hàm số $y = [f(x)]^\alpha$.

Khi α nguyên dương: hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x)$ xác định.

Khi α nguyên âm: hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x) \neq 0$.

Khi α không nguyên: hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x) > 0$.

- Sử dụng MTBT:

MODE 7 \rightarrow NHẬP HÀM \rightarrow START: a \rightarrow END: b \rightarrow STEP: (b-a): 19.

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (6x^2 - x - 5)^3$.

VÍ DỤ 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-8}$.

VÍ DỤ 3. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x + 1)^{\frac{3}{4}}$.

VÍ DỤ 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (\sqrt{x - 1} + 2018)^{-\frac{5}{2}}$.

VÍ DỤ 5. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(\frac{2x - 3}{x^2 - 3x + 2}\right)^3$.

VÍ DỤ 6. Tìm tập xác định của hàm số $y = \left(\frac{x - 4}{x + 1}\right)^{e-1}$.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = x^m$, với m là một số nguyên dương.

- A.** $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. **B.** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $\mathcal{D} = (-\infty; 0)$. **D.** $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

CÂU 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = x^\alpha$, với α không nguyên.

- A.** $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. **B.** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $\mathcal{D} = (-\infty; 0)$. **D.** $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

CÂU 3. Tìm điều kiện của x để hàm số $y = x^{\pi+1}$ có nghĩa.

- A.** $x \in \mathbb{R}$. **B.** $x \neq 0$. **C.** $x < 0$. **D.** $x > 0$.

CÂU 4. Tìm điều kiện của x để hàm số $y = x^{\frac{2}{5}}$ có nghĩa.

- A.** $x \in \mathbb{R}$. **B.** $x \neq 0$. **C.** $x < 0$. **D.** $x > 0$.

CÂU 5. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt[5]{x}$.

- A.** $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. **B.** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $\mathcal{D} = [0; +\infty)$. **D.** $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

CÂU 6. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (1 + x - x^2)^m$, với m là một số nguyên dương.

- A.** $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. **B.** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $\mathcal{D} = (-\infty; 0)$. **D.** $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

CÂU 7. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (2x - 4)^{-2018}$.

- A.** $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. **B.** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **D.** $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

CÂU 8. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (1 - 2x)^{\sqrt{3}-1}$.

- A.** $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **B.** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

- C.** $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. **D.** $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

CÂU 9. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (5x + 10)^\alpha$, với $\alpha \in \mathbb{Q}$.

- A.** $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. **B.** $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -2)$. **D.** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 10. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{4-3x}$.

A. $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

B. $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right]$.

C. $\mathcal{D} = \left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{4}{3}\right\}$.

CÂU 11. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (1-x^2)^{-2018} + 2x - 4$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

B. $\mathcal{D} = (-1; 1)$.

C. $\mathcal{D} = [-1; 1]$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

CÂU 12. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (1+x-2x^2)^{\sqrt{2}+2} + 2x^2 + x - 3$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$.

B. $\mathcal{D} = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $\mathcal{D} = \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

CÂU 13. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 2x + 1)^{e+1} + x^2 - 3x - 4$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

C. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

CÂU 14. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + x - 2$.

A. $\mathcal{D} = (-1; 1)$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

CÂU 15. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{4-x^2} + \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}} + x + 1$.

A. $\mathcal{D} = [-2; 2]$.

B. $\mathcal{D} = [-2; 2] \setminus \{1\}$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (-2; 2) \setminus \{1\}$.

CÂU 16. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x-2)^{\sqrt{5}} + (x^2-9)^{\frac{3}{5}} + x^2 - 5x - 2$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3, 2\}$.

CÂU 17. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\frac{x^2-3x+2}{3-x}} + (2x-5)^{\sqrt{7}+1} - 3x - 11$.

A. $\mathcal{D} = \left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

B. $\mathcal{D} = \left(\frac{5}{2}; 3\right]$.

C. $\mathcal{D} = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

D. $\mathcal{D} = (2; 3)$.

CÂU 18. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{25-x^2} + \sqrt[3]{x^2+3x-4} - (x^2-1)^{\pi-e} + 2x - 7$.

A. $\mathcal{D} = (-5; -1) \cup (1; 5)$.

B. $\mathcal{D} = [-5; -1) \cup (1; 5]$.

C. $\mathcal{D} = [-5; 5]$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

CÂU 19. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 5x + 4)^{\sqrt{2}-3} - \sqrt{x^2 + 3x + 7} + x^{-3} + x^2 - 2x + 1$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty) \setminus \{0\}$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (1; 4)$.

D. $\mathcal{D} = [1; 4]$.

VÍ DỤ 7. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^{-2018} - 3(16-x^2)^{1-\sqrt{8}} + 3$.

A. $\mathcal{D} = (-4; 4) \setminus \{2\}$.

B. $\mathcal{D} = (-4; 4) \setminus \{-2, 2\}$.

C. $\mathcal{D} = [-4; 4]$.

D. $\mathcal{D} = (-4; 4) \setminus \{-2\}$.

Dạng 6. Đạo hàm, Max – Min của hàm số lũy thừa**2. 1. Đạo hàm của hàm số lũy thừa.****Loại 1:** Tính đạo hàm của hàm số lũy thừa.

QUICK NOTE

a) Phương pháp giải.

- Tự luận thuần túy: Dựa vào công thức đạo hàm.

$$(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}.$$

$$(u^\alpha)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'.$$

Và các công thức tính đạo hàm đã học.

- Trắc nghiệm: Dùng Casio.

$$\text{Shift} \frac{d}{dx}(f(x)) \Big|_{x=x_0} - f'(x_0) \approx 0 \text{ (thường ra số có dạng } a \cdot 10^{-n} \text{ với } n \text{ nguyên dương).}$$

$$\text{Hoặc } \frac{\text{Shift} \frac{d}{dx}(f(x)) \Big|_{x=x_0}}{f'(x_0)} \approx 1.$$

Loại 2: Tính đạo hàm của hàm số tại một điểm.

a) Phương pháp giải.

- Tự luận thuần túy:

+ Tính đạo hàm của hàm số tại $x \in \mathcal{D}$.

+ Thay $x = x_0$ vào $f'(x)$.

- Trắc nghiệm: Dùng Casio $\text{Shift} \frac{d}{dx}(f(x)) \Big|_{x=x_0}$.

Loại 3: Tính đạo hàm cấp cao của hàm số lũy thừa.

a) Phương pháp giải.

- Tự luận thuần túy:

+ Dựa vào định nghĩa đạo hàm cấp cao $f^{(n)}(x) = (f^{(n-1)}(x))'$.

2. 2. Max - min của hàm số lũy thừa.

a) Phương pháp giải.

- Tự luận thuần túy:

Nếu hàm số đơn điệu trên một đoạn thì GTLN, GTNN đạt được tại các đầu mút của đoạn.

Nếu hàm số không đơn điệu thì tiến hành việc tìm GTLN, GTNN theo quy tắc.

1. Tìm các điểm x_1, x_2, \dots, x_n trên các khoảng $(a;b)$, tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc f' .

2. Tính $f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(b)$.

3. Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên. Ta có

$$M = \max_{[a;b]} f(x), m = \min_{[a;b]} f(x).$$

- Sử dụng MTCT:

MODE 7 \rightarrow NHẬP HÀM \rightarrow START: a \rightarrow END: b \rightarrow STEP: (b-a): 19.

3. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^9$.

VÍ DỤ 2. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^{-4}$.

VÍ DỤ 3. Tính đạo hàm của hàm số $y = (3 - x^2)^{-\frac{4}{3}}$.

VÍ DỤ 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$ tại điểm $x = 2$.

VÍ DỤ 5. Cho hàm số $y = x^{\frac{\pi}{2}}$ có đồ thị (C) . Lấy $M \in (C)$ có hoành độ $x_0 = 1$. Tính hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại M .

VÍ DỤ 6. Tính đạo hàm của hàm số $y = (5 - x)^{\sqrt{3}}$ tại điểm $x = 4$.

VÍ DỤ 7. Cho hàm số $y = (4 - x^2)^3$. Tính $y''(1)$.

VÍ DỤ 8. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = (x + 1)^{\frac{3}{2}}$ trên đoạn $[3; 15]$.

VÍ DỤ 9. Tìm m để hàm số $y = (x + m)^3$ đạt giá trị lớn nhất bằng 8 trên đoạn $[1; 2]$.

4. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Đạo hàm của hàm số $y = (3 - x^2)^{-\frac{4}{3}}$ là

QUICK NOTE

A. $\frac{8}{3}x(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}$.

C. $-\frac{8}{3}x(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}$.

B. $-\frac{4}{3}x^2(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}$.

D. $-\frac{4}{3}(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}$.

CÂU 2. Hàm số $y = (3-x^2)^{-\frac{4}{3}}$ có đạo hàm trên khoảng $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$ là

A. $y' = -\frac{4}{3}(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}$.

C. $y' = -\frac{8}{3}x(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}$.

B. $y' = \frac{8}{3}x(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}$.

D. $y' = -\frac{4}{3}x^2(3-x^2)^{-\frac{7}{3}}$.

CÂU 3. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2+3)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y' = \frac{1}{3}(x^2+3)^{-\frac{2}{3}}$.

C. $y' = 2x(x^2+3)^{\frac{1}{3}} \ln(x^2+3)$.

B. $y' = \frac{2x}{3}(x^2+3)^{-\frac{2}{3}}$.

D. $y' = (x^2+3)^{\frac{1}{3}} \ln(x^3+3)$.

CÂU 4. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2+x)^\alpha$ là

A. $2\alpha(x^2+1)^{\alpha-1}$.

C. $\alpha(x^2+x)^{\alpha+1}(2x+1)$.

B. $\alpha(x^2+x)^{\alpha-1}(2x+1)$.

D. $\alpha(x^2+x)^{\alpha-1}$.

CÂU 5. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{4x^2-3x-1}$ là

A. $\frac{1}{2\sqrt{4x^2-3x-1}}$.

C. $\frac{8x-3}{2\sqrt{4x^2-3x-1}}$.

B. $\frac{8x-3}{\sqrt{4x^2-3x-1}}$.

D. $\frac{4x-3}{2\sqrt{4x^2-3x-1}}$.

CÂU 6. (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội) Tính đạo hàm của hàm số $y = (2x^2-3x+2)^{\frac{1}{3}}$.

A. $y' = \frac{4x-3}{3\sqrt[3]{(2x^2-3x+2)^2}}$.

C. $y' = \frac{4x-3}{3\sqrt[3]{2x^2-3x+2}}$.

B. $y' = \frac{4x-3}{3\sqrt{(2x^2-3x+2)^2}}$.

D. $y' = \frac{4x-3}{\sqrt[3]{(2x^2-3x+2)^2}}$.

CÂU 7. (THPT Trần Hưng Đạo) Tính đạo hàm của hàm số $y = (3x^2+2x+1)^{\frac{4}{3}}$.

A. $y' = \frac{4}{3}(6x+2)(3x^2+2x+1)^{\frac{2}{3}}$.

C. $y' = \frac{4}{3}(6x+2)(3x^2+2x+1)^{\frac{1}{3}}$.

B. $y' = \frac{4}{3}(3x^2+2x+1)^{\frac{2}{3}}$.

D. $y' = \frac{4}{3}(3x^2+2x+1)^{\frac{1}{3}}$.

CÂU 8. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2+3)^{\frac{1}{2}} + 2^{2017}$ là

A. $y' = x(x^2+3)^{\frac{3}{2}}$.

C. $y' = \frac{1}{2}x(x^2+3)^{-\frac{1}{2}}$.

B. $y' = \frac{1}{2}(x^2+3)^{-\frac{1}{2}}$.

D. $y' = x(x^2+3)^{-\frac{1}{2}}$.

CÂU 9. Cho hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x^2+x+1}$. Giá trị $f'(0)$ là

A. 3.

B. 1.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

CÂU 10. Cho hàm số $f(x) = \sqrt[5]{\frac{x-1}{x+1}}$. Tính $f'(0)$.

A. $f'(0) = \frac{1}{5}$.

B. $f'(0) = -\frac{1}{5}$.

C. $f'(0) = \frac{2}{5}$.

D. $f'(0) = -\frac{2}{5}$.

CÂU 11. Cho hàm số $y = \sqrt[3]{1+2\sin 2x}$. Đạo hàm tại của hàm số đã cho tại điểm $x=0$.

A. $y'(0) = \frac{4}{3}$.

B. $y'(0) = \frac{1}{3}$.

C. $y'(0) = 1$.

D. $y'(0) = -\frac{2}{3}$.

CÂU 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (2x+1)^{\frac{1}{3}}$ trên đoạn $[1; 5]$ là

A. $\sqrt[3]{3}$.

B. $\sqrt[3]{11}$.

C. 0.

D. 1.

QUICK NOTE

CÂU 13. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (1 - x)^{-\frac{4}{3}}$ trên đoạn $[-3; 0]$ là

- A. 1. B. $\frac{1}{\sqrt[3]{256}}$. C. 0. D. $\frac{1}{\sqrt[3]{16}}$.

CÂU 14. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 4)^2$ trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị $M - m$ là

- A. 25. B. 16. C. 9. D. 7.

CÂU 15. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{x^2\sqrt{x^3}}$ là

- A. $y' = \sqrt[3]{x}$. B. $y' = \frac{7}{6}\sqrt[6]{x}$. C. $y' = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$. D. $y' = \frac{6}{7\sqrt[7]{x}}$.

CÂU 16. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[5]{x^3 + 8}$.

- A. $y' = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{(x^3 + 8)^6}}$. B. $y' = \frac{3x^2}{2\sqrt[5]{(x^3 + 8)^6}}$.
C. $y' = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{(x^3 + 8)^4}}$. D. $y' = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{(x^3 + 8)^4}}$.

CÂU 17. Hàm số $y = \sqrt[3]{a + bx^3}$, với a, b là tham số, có đạo hàm là

- A. $\frac{bx}{3\sqrt[3]{a + bx^3}}$. B. $\frac{bx^2}{3\sqrt[3]{(a + bx^3)^2}}$. C. $3bx^2\sqrt[3]{a + bx^3}$. D. $\frac{3bx^2}{2\sqrt[3]{a + bx^3}}$.

CÂU 18. Gọi m là số thực để hàm số $y = (2x + m^2)^3$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -8 trên đoạn $[-1; 4]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m \in (-1; 1)$. B. $m \in (-3; -1)$. C. $m \in (0; 3)$. D. $m \in (-3; 0)$.

CÂU 19. Cho $x > 0, y > 0, z > 0$ thỏa mãn $x^{2016} + y^{2016} + z^{2016} = 3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + z^2$ là

- A. 3. B. $\sqrt[2016]{3}$. C. $3 \cdot \sqrt[2016]{3}$. D. 1.

CÂU 20. Số sản phẩm của một hãng đầu DVD sản xuất được trong 1 ngày là giá trị của hàm số: $f(m, n) = m^{\frac{2}{3}} \cdot n^{\frac{1}{3}}$, trong đó là m số lượng nhân viên và n là số lượng lao động chính. Mỗi ngày hãng phải sản xuất được ít nhất 40 sản phẩm để đáp ứng nhu cầu khách hàng. Biết rằng mỗi ngày hãng đó phải trả lương cho một nhân viên là 6 USD và cho một lao động chính là 24 USD. Tìm giá trị nhỏ nhất chi phí trong 1 ngày của hãng sản xuất này.

- A. 720 USD. B. 600 USD. C. 560 USD. D. 1720 USD.

Dạng 7. Tính chất, đồ thị của hàm số lũy thừa

Phương pháp giải

Tự luận thuần túy:

Lưu ý: Trong dạng bài toán này lưu ý những đặc điểm sau của đồ thị hàm số $y = x^\alpha$:

Đồ thị luôn đi qua điểm $(1; 1)$.

Khi $\alpha > 0$ hàm số luôn đồng biến, khi $\alpha < 0$ hàm số luôn nghịch biến.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận khi $\alpha > 0$. khi $\alpha < 0$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là trục Ox , tiệm cận đứng là trục Oy .

5. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Hàm số nào sau đây là hàm số lũy thừa?

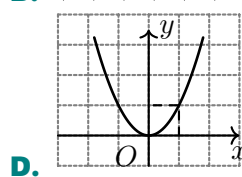
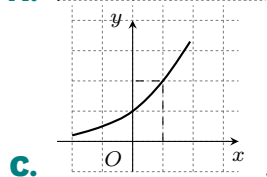
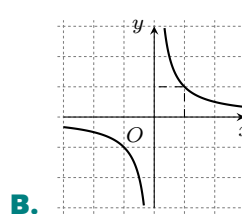
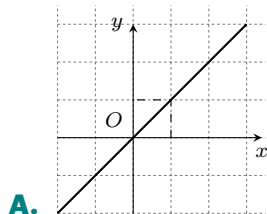
- A. $y = x^{-\pi}$. B. $y = \pi^x$. C. $y = \pi^{-x}$. D. $y = e^x$.

VÍ DỤ 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

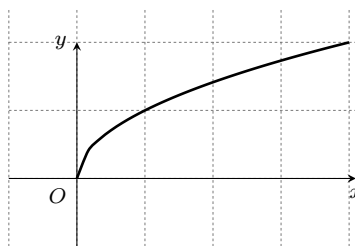
- A. Hàm số $y = x^\alpha$ có tập xác định tùy theo α .
B. Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha > 0$ có tiệm cận.
C. Hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha < 0$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
D. Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha < 0$ có hai tiệm cận.

QUICK NOTE

VÍ DỤ 3. Đồ thị nào dưới đây KHÔNG là đồ thị của hàm số $y = x^\alpha$?



VÍ DỤ 4. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị hàm số nào?



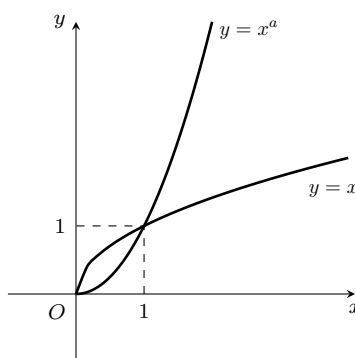
A. $y = x^{-\frac{1}{2}}$.

B. $y = x^{\frac{1}{2}}$.

C. $y = 2^x$.

D. $y = 2^{x-1}$.

VÍ DỤ 5. Cho α, β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha, y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $0 < \beta < 1 < \alpha$.

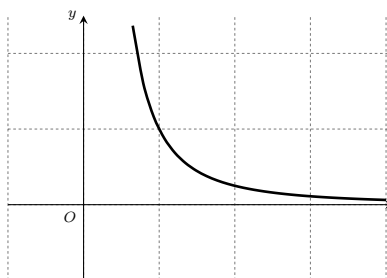
B. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.

C. $0 < \alpha < 1 < \beta$.

D. $\alpha < 0 < 1 < \beta$.

6. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.



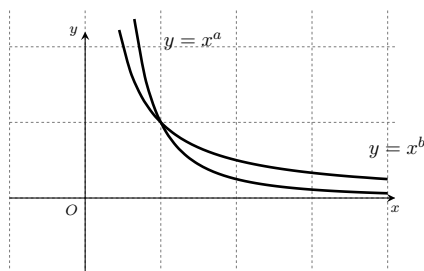
A. $y = x^{-2}$.

B. $y = 2^{-x}$.

C. $y = x^{\frac{1}{2}}$.

D. $y = \log_2 x$.

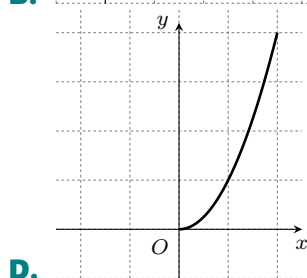
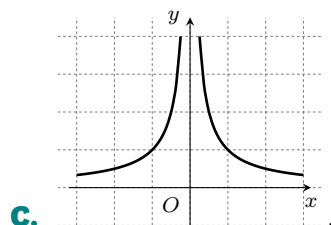
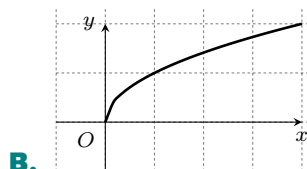
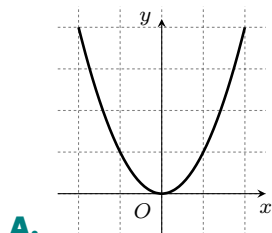
CÂU 2. Hình dưới đây là đồ thị của hai hàm số $y = x^\alpha$ và $y = x^\beta$. Hãy chọn khẳng định đúng.



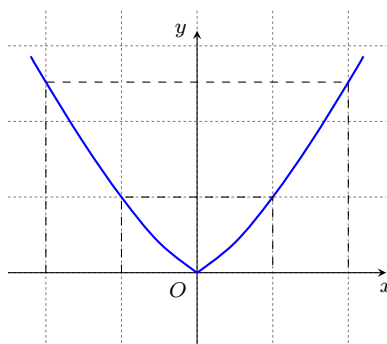
QUICK NOTE

- A.** $a > b > 0$. **B.** $b < a < 0$. **C.** $a < b < 0$. **D.** $b > a > 0$.

CÂU 3. Trong các đồ thị dưới đây, đồ thị nào là đồ thị của hàm số $y = x^{\frac{1}{4}}$?

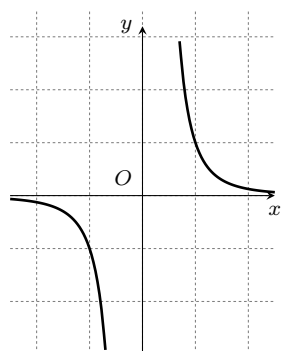


CÂU 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.** $y = x^{\frac{4}{3}}$. **B.** $y = x^{\frac{2}{3}}$. **C.** $y = x^2$. **D.** $y = x^4$.

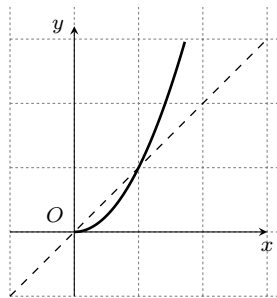
CÂU 5. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.** $y = x^{-3}$. **B.** $y = x^{-\frac{1}{3}}$. **C.** $y = x^3$. **D.** $y = \sqrt[3]{x}$.

CÂU 6. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số

QUICK NOTE



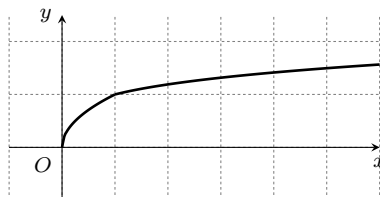
A. $y = x^{\frac{\pi}{2}}$.

B. $y = x^{\frac{1}{3}}$.

C. $y = x^{-\frac{5}{2}}$.

D. $y = x^{-3}$.

CÂU 7. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số



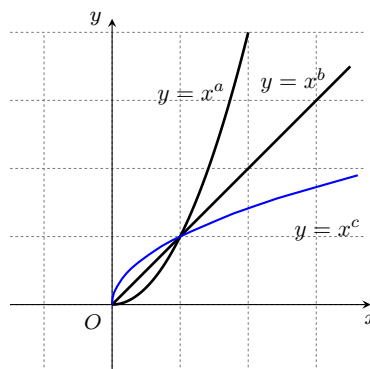
A. $y = x^{\frac{1}{4}}$.

B. $y = x^{-2}$.

C. $y = x^{-\frac{1}{3}}$.

D. $y = x^{\frac{3}{2}}$.

CÂU 8. Hình vẽ dưới đây là đồ thị các hàm số $y = x^a, y = x^b, y = x^c$ trên miền $(0; +\infty)$. Hỏi trong các số a, b, c số nào nhận giá trị trong khoảng $(0; 1)$?



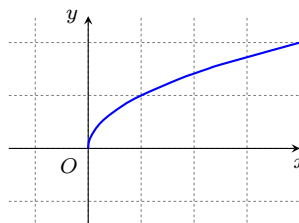
A. Số b.

B. Số a và số c.

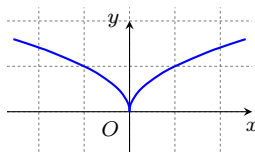
C. Số c.

D. Số a.

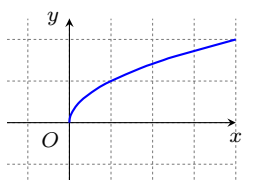
CÂU 9. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = |x|^{\frac{1}{2}}$ là hình nào?



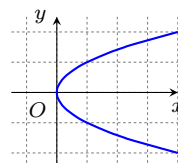
A.



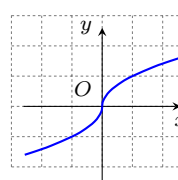
C.



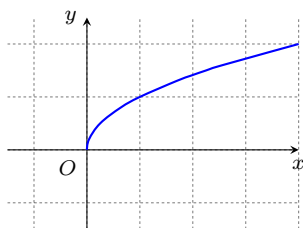
B.



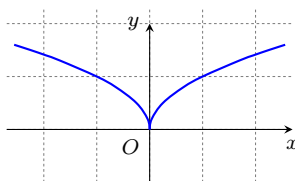
D.



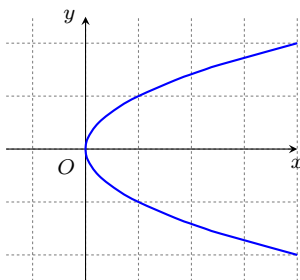
CÂU 10. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = \left|x^{\frac{1}{2}}\right|$ là hình nào?



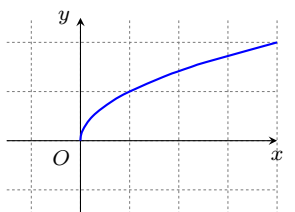
A.



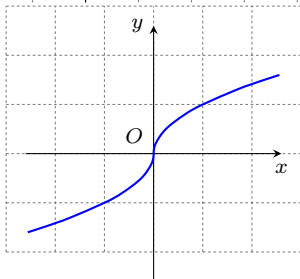
B.



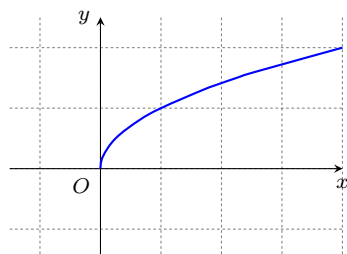
C.



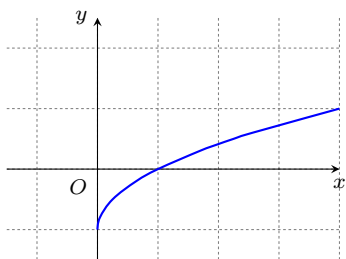
D.



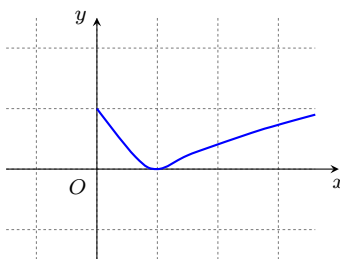
CÂU 11. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = \left|x^{\frac{1}{2}} - 1\right|$ là hình nào?



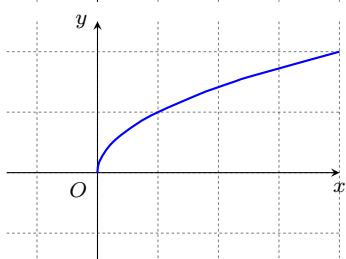
A.



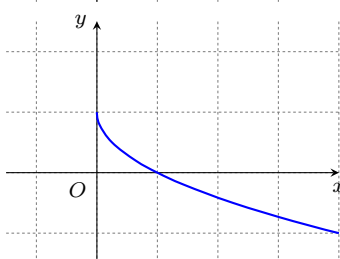
B.



C.



D.



QUICK NOTE