

QUICK NOTE



☑ Nếu Δ có phương trình $ax + by + c = 0$ thì Δ có
$$\begin{cases} VTPT \vec{n}_{\Delta} = (a; b) \\ VTCP \vec{u}_{\Delta} = (-b; a) \\ VTCP \vec{v}_{\Delta} = (b; -a). \end{cases}$$

☑ Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTCP $\vec{u}(u_1; u_2)$. Phương trình chính tắc của Δ là

$$\Delta: \frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} \quad (u_1 \neq 0; u_2 \neq 0).$$

Trong trường hợp $u_1 = 0$ hoặc $u_2 = 0$ thì đường thẳng không có phương trình chính tắc.

Đặc biệt: PTĐT AB với $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ có dạng

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}.$$

☑ Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(a; 0), B(0; b)$ ($a, b \neq 0$) thì có phương trình

$$\Delta: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1,$$

được gọi là PTĐT theo đoạn chắn.

☑ Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có hệ số góc k thì có phương trình của

$$\Delta: y = k(x - x_0) + y_0,$$

được gọi là phương trình theo hệ số góc k .

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

1

vector chỉ phương, vector pháp tuyến của đường thẳng

CÂU 1. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- (A) $\vec{u} = (3; -1)$. (B) $\vec{u} = (5; 1)$. (C) $\vec{u} = (5; 3)$. (D) $\vec{u} = (1; 3)$.

CÂU 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$. Một vector pháp tuyến của d có tọa độ là

- (A) $(2; 3)$. (B) $(3; 2)$. (C) $(-3; 2)$. (D) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$.

CÂU 3. Cho PTĐT $\Delta: 3x + 4y - 5 = 0$. Tìm một vector pháp tuyến của đường thẳng Δ .

- (A) $\vec{n} = (4; 3)$. (B) $\vec{n} = (4; -3)$. (C) $\vec{n} = (3; 4)$. (D) $\vec{n} = (-4; 3)$.

CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vector chỉ phương \vec{u} của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2), B(5; 6)$ là

- (A) $\vec{u} = (1; 1)$. (B) $\vec{u} = (-4; 2)$. (C) $\vec{u} = (1; -1)$. (D) $\vec{u} = (-1; 1)$.

CÂU 5. Một đường thẳng có bao nhiêu vector chỉ phương?

- (A) Vô số vector. (B) Hai vector. (C) Ba vector. (D) Một vector.

CÂU 6. vector nào là vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3; 2)$ và $B(1; 4)$?

- (A) $\vec{u} = (-2; 6)$. (B) $\vec{u} = (2; 1)$. (C) $\vec{u} = (1; 1)$. (D) $\vec{u} = (-1; 2)$.

CÂU 7. Tìm một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4. \end{cases}$

- (A) $\vec{u}_3 = (2; 4)$. (B) $\vec{u}_1 = (1; 0)$. (C) $\vec{u}_4 = (0; 1)$. (D) $\vec{u}_2 = (3; 4)$.

CÂU 8. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; -1), B(3; 5)$ có một vector chỉ phương là

QUICK NOTE

- (A) $\vec{u} = (4; 6)$. (B) $\vec{u} = (1; 3)$. (C) $\vec{u} = (-1; 3)$. (D) $\vec{u} = (2; -6)$.

CÂU 9. Cho đường thẳng $d: x - y + 15 = 0$. vectơ chỉ phương của d là

- (A) $\vec{u} = (-1; 1)$. (B) $\vec{u} = (1; 1)$. (C) $\vec{u} = (1; 0)$. (D) $\vec{u} = (1; -1)$.

CÂU 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vectơ chỉ phương và vectơ pháp tuyến của một đường thẳng thì

- (A) vuông góc với nhau. (B) bằng nhau.
(C) cùng phương. (D) đối nhau.

CÂU 11. vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$?

- (A) $\vec{u}_2 = (-6; 0)$. (B) $\vec{u}_1 = (6; 0)$. (C) $\vec{u}_4 = (0; 6)$. (D) $\vec{u}_3 = (2; 6)$.

CÂU 12. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(-2; 1)$, $N(1; -3)$. Đường trung trực của đoạn MN có một vectơ pháp tuyến là

- (A) $\vec{n} = (-3; 4)$. (B) $\vec{n} = (4; -3)$. (C) $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$. (D) $\vec{n} = (3; 4)$.

CÂU 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x + 2y - 3 = 0$. Trong các vectơ sau vectơ nào là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- (A) $\vec{u} = (1; -3)$. (B) $\vec{u} = (1; 2)$. (C) $\vec{u} = (2; -1)$. (D) $\vec{u} = (2; 1)$.

CÂU 14. Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $5x - 3y + 1 = 0$. vectơ nào sau đây **không** là vectơ pháp tuyến của đường thẳng d ?

- (A) $\vec{n}_2 = (-5; 3)$. (B) $\vec{n}_1 = (5; -3)$. (C) $\vec{n}_3 = (3; 5)$. (D) $\vec{n}_4 = (-15; 9)$.

CÂU 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có PTTS là $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{u} = (3; -4)$. (B) $\vec{u} = (3; 4)$. (C) $\vec{u} = (2; 5)$. (D) $\vec{u} = (4; 3)$.

CÂU 16. Một đường thẳng có bao nhiêu vectơ pháp tuyến?

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) Vô số.

CÂU 17. Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát $x + 3y - 11 = 0$. vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

- (A) $(-3; -1)$. (B) $(1; -3)$. (C) $(3; -1)$. (D) $(1; 3)$.

CÂU 18. vectơ pháp tuyến của đường thẳng $x - 3y + 4 = 0$ là

- (A) $\vec{n}_1 = (1; -3)$. (B) $\vec{n}_3 = (1; 4)$. (C) $\vec{n}_4 = (3; 1)$. (D) $\vec{n}_2 = (1; 3)$.

CÂU 19. Cho đường thẳng d có PTTS $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. vectơ nào sau đây là vectơ

pháp tuyến của đường thẳng d .

- (A) $(-2; 2)$. (B) $(1; 1)$. (C) $(0; 1)$. (D) $(2; 0)$.

CÂU 20. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 5x - y + 2022 = 0$. vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của d ?

- (A) $\vec{v} = (-1; 5)$. (B) $\vec{p} = (-1; -5)$. (C) $\vec{n} = (1; 5)$. (D) $\vec{u} = (5; -1)$.

CÂU 21. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: -2x + 3y + 1 = 0$. vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của d ?

- (A) $\vec{n}_1 = (3; -2)$. (B) $\vec{n}_4 = (2; 3)$. (C) $\vec{n}_2 = (3; 2)$. (D) $\vec{n}_3 = (-2; 3)$.

CÂU 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. vectơ nào

dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{u} = (3; 1)$. (B) $\vec{u} = (3; -1)$. (C) $\vec{u} = (1; 3)$. (D) $\vec{u} = (-1; 3)$.

CÂU 23. Cho đường thẳng $(d): 3x + 2y - 10 = 0$. vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của (d) ?

- (A) $\vec{u} = (3; -2)$. (B) $\vec{u} = (3; 2)$. (C) $\vec{u} = (-2; -3)$. (D) $\vec{u} = (2; -3)$.

2

Viết PTTS của đường thẳng

Để lập PTTS của đường thẳng Δ ta cần xác định một điểm $M(x_0; y_0) \in \Delta$ và một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1; u_2)$.

QUICK NOTE

Vậy PTTS đường thẳng Δ :
$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2. \end{cases}$$

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng Oxy , viết PTTS đường thẳng Δ biết Δ đi qua $M(1; 2)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 3)$.

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng d đi qua $A(1; 2), B(3; 1)$. Viết PTTS đường thẳng d .

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng d đi qua $M(-2; 3)$ và song song với đường thẳng EF . Biết $E(0; -1), F(-3; 0)$.Viết PTĐT d .

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Điểm nào trong các điểm sau thuộc đường thẳng d : $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$?

- (A) $N(3; 0)$. (B) $P(-2; 1)$. (C) $Q = (5; 0)$. (D) $M = (2; 1)$.

CÂU 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(3; -4), B(0; 6)$. Viết PTTS của đường thẳng AB .

- (A) $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -4 + 10t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -4 + 10t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 10t \\ y = 6 - 3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3t \\ y = 6 + 10t \end{cases}$.

CÂU 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có PTTS $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -4 + t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng Δ ?

- (A) $M(19; 1)$. (B) $N(19; 0)$. (C) $P(19; 2)$. (D) $Q(7; 1)$.

CÂU 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d : $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

- (A) $\vec{u} = (2; 3)$. (B) $\vec{u} = (3; 2)$. (C) $\vec{u} = (-2; -3)$. (D) $\vec{u} = (2; -3)$.

CÂU 5. Trong mặt phẳng Oxy , nếu một đường thẳng Δ có hệ số góc là k thì Δ có một vectơ chỉ phương là

- (A) $\vec{u} = (k; 1)$. (B) $\vec{u} = (k; -1)$. (C) $\vec{u} = (1; k)$. (D) $\vec{u} = (-1; k)$.

CÂU 6. Trong mặt phẳng Oxy , viết PTTS của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -4)$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-4; 9)$.

- (A) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 4 + 9t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 - 9t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 + 9t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 + 9t \\ y = -4 - 4t \end{cases}$.

CÂU 7. Trong mặt phẳng Oxy , viết PTTS của đường thẳng d đi qua điểm $A(3; -5)$ có hệ số góc $k = -3$.

- (A) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -5 + 3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -5 - 3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -5 + t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -5 + t \end{cases}$.

CÂU 8. Trong mặt phẳng Oxy , viết PTTS đường thẳng d đi qua điểm $A(0; -4)$ và song song với đường thẳng Δ có PTTS $\begin{cases} x = 2018 + 2t \\ y = 10 - t \end{cases}$.

- (A) $\begin{cases} x = -2t \\ y = -4 + t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = -t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -2t \\ y = 4 + t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -4 - t \\ y = 2t \end{cases}$.

CÂU 9. Trong mặt phẳng Oxy , viết PTTS của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(5; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -3)$.

- (A) $\begin{cases} x = 8 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$.

CÂU 10. Cho đường thẳng d : $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc d ?

- (A) $A(5; 3)$. (B) $B(2; 5)$. (C) $C(-1; 9)$. (D) $D(8; -3)$.

QUICK NOTE

CÂU 11. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$ và điểm $A\left(\frac{7}{2}; -2\right)$. Điểm $A \in d$ ứng với giá trị nào của t ?

- (A) $t = \frac{3}{2}$. (B) $t = \frac{1}{2}$. (C) $t = -\frac{1}{2}$. (D) $t = -\frac{3}{2}$.

CÂU 12. Viết PTTS của đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 1)$.

- (A) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

CÂU 13. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: \frac{x}{5} - \frac{y}{7} = 1$. PTTS của d là

- (A) $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = -7t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 7t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 5 - 7t \\ y = 5t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = 5t \end{cases}$.

CÂU 14. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + u_1t \\ y = y_0 + u_2t \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hệ số góc của d là $k = \frac{u_2}{u_1}, u_1 \neq 0$. (B) Hệ số góc của d là $k = \frac{u_1}{u_2}, u_2 \neq 0$.
(C) Hệ số góc của d là $k = -\frac{u_1}{u_2}, u_2 \neq 0$. (D) Hệ số góc của d là $k = -\frac{u_2}{u_1}, u_1 \neq 0$.

CÂU 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có PTTS $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$. Tìm điểm M có tọa độ nguyên nằm trên đường thẳng Δ và cách điểm $A(0; 1)$ một khoảng bằng 5.

- (A) $M(-4, 4)$. (B) $M(4; 4)$. (C) $M(0; 2)$. (D) $M(8; 5)$.

CÂU 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có PTTS $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$. Có bao nhiêu điểm thuộc đường thẳng Δ và cách điểm $A(0; 1)$ một khoảng bằng 5.

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

CÂU 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có PTTS $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$. Gọi $M(a; b)$ là giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$. Tính $a^2 + b^2$.

- (A) $a^2 + b^2 = 4$. (B) $a^2 + b^2 = 3$. (C) $a^2 + b^2 = 5$. (D) $a^2 + b^2 = 1$.

CÂU 18. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có PTTS $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$ và $A(0; 1)$. Gọi $M(a; b)$ là điểm trên Δ sao cho AM ngắn nhất. Tính $a + b$.

- (A) $\frac{9}{5}$. (B) $-\frac{2}{5}$. (C) $\frac{11}{5}$. (D) $\frac{7}{5}$.

CÂU 19. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 1)$, $B(-2; 5)$ trọng tâm G thuộc đường thẳng Δ_1 có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = \frac{1 - 2t}{3} \end{cases}$, đỉnh C thuộc đường thẳng Δ_2 có phương

trình $\begin{cases} x = k \\ y = 1 - k \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm C .

- (A) $C(13; -12)$. (B) $C(14; -13)$. (C) $C(15; -14)$. (D) $C(16; -15)$.

CÂU 20. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$ biết $A(-1; 2)$ và phương trình của một đường chéo là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$. Biết tọa độ điểm $C(a; b)$. Tính $a \cdot b$.

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

CÂU 21. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-1; 2)$, $B(-2; 3)$. Gọi $I(a; b)$ là điểm thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 3t + 10 \end{cases}$ sao cho $IA = IB$. Tính $a^2 + b^{2018}$.

- (A) 100. (B) 2018. (C) 10. (D) 1000.

CÂU 22. Viết PTTS của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3; -7)$ và $B(1; -7)$.

- (A) $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = t \\ y = 7 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = t \\ y = -7 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3 - 7t \\ y = 1 - 7t \end{cases}$.

QUICK NOTE

CÂU 23. Viết PTTS của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$$

A $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$

B $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$

C $\begin{cases} x = -3t \\ y = 4t \end{cases}$

D $\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t \end{cases}$

CÂU 24. Viết PTTS của đường thẳng d đi qua $A(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 4 = 0$.

A $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$

B $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$

C $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$

D $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$

CÂU 25. Cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(-1; 1)$, $B(4; 7)$, $C(3; -2)$, M là trung điểm của đoạn thẳng AB . PTTS của đường thẳng CM là

A $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \end{cases}$

B $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$

C $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$

D $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$

CÂU 26. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ và $\Delta': \begin{cases} x = -2 - t' \\ y = t' \end{cases}$. Viết PTTS của đường thẳng d đối xứng với Δ' qua Δ .

A $d: \begin{cases} x = l \\ y = 22 - 7l \end{cases}$

B $d: \begin{cases} x = 22 - 7l \\ y = l \end{cases}$

C $d: \begin{cases} x = -6 + 3l \\ y = 4 \end{cases}$

D $d: \begin{cases} x = -6 + 7l \\ y = 4 + l \end{cases}$

CÂU 27. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1; 2)$, $B(3; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$. Biết tọa độ điểm $C(a; b)$, $a > 0$ thuộc Δ sao cho tam giác ABC cân tại B . Tính $2a - b$.

A -1.

B 2.

C -3.

D 3.

CÂU 28. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1; 2)$, $B(3; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$. Có bao nhiêu điểm C thuộc đường thẳng Δ sao cho tam giác ABC đều?

A 0.

B 1.

C 2.

D 3.

CÂU 29. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$ biết $A(-1; 2)$ và phương trình của một đường chéo là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$. Biết tọa độ điểm $B(a; b)$, $b > 0$. Tính $a.b$.

A 6.

B -6.

C 1.

D 0.

CÂU 30. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $M(-1; 1)$ là trung điểm của BC , và $AB: \begin{cases} x = k \\ y = \frac{-2k - 3}{6} \end{cases}$, $AC: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \end{cases}$. Viết PTTS của BC .

A $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}$

B $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 4t' \end{cases}$

C $BC: \begin{cases} x = -1 - 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}$

D $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 - 4t' \end{cases}$

CÂU 31. Cho đường thẳng d có PTTS $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 - t \end{cases}$, và điểm $M(2; 4)$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng d .

A $M' \left(\frac{12}{5}; \frac{26}{5} \right)$.

B $M' \left(-\frac{12}{5}; \frac{26}{5} \right)$.

C $M' \left(\frac{11}{5}; \frac{23}{5} \right)$.

D $M' \left(\frac{11}{5}; -\frac{23}{5} \right)$.

3

Lập phương trình tổng quát của đường thẳng

Để lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ ta cần xác định một điểm $M(x_0; y_0) \in \Delta$ và một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$.

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $\Delta: a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$ hay $\Delta: ax + by = c$ với $c = -(ax_0 + by_0)$.

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1; 5)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (-2; 3)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ .

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ đi qua điểm $N(2; 3)$ và vuông góc với đường thẳng AB với $A(1; 3)$, $B(2; 1)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ .

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 4 = 0$.

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có PTTS $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \end{cases}$.

- Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ .
- Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $N(4; 2)$ và vuông góc với Δ .

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -3)$ và song song với đường thẳng $l: 3x + y - 10 = 0$. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng d .

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 1)$, $B(2; 5)$ và $C(-4; 3)$.

- Lập phương trình tổng quát của đường thẳng chứa cạnh AB .
- Lập phương trình tổng quát của đường cao xuất phát từ đỉnh C .
- Lập phương trình tổng quát của trung tuyến xuất phát từ đỉnh A .

VÍ DỤ 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x - y + 1 = 0$ và điểm $A(0; 3)$.

- Lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d .
- Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d .

1. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1)$.

- (A) $2x + y + 1 = 0$. (B) $-x + 3y - 1 = 0$. (C) $2x + y - 5 = 0$. (D) $2x + y - 1 = 0$.

CÂU 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 2 điểm $A(1; -4)$, $B(3; 2)$. Phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB là

- (A) $3x + y + 1 = 0$. (B) $x + y - 1 = 0$. (C) $3x - y + 4 = 0$. (D) $x + 3y + 1 = 0$.

CÂU 3. Cho đường thẳng d có PTTS $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của d là

- (A) $x + 2y + 1 = 0$. (B) $2x + y - 1 = 0$. (C) $-2x + y - 1 = 0$. (D) $2x + 3y - 1 = 0$.

CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(2; -1)$, $B(3; 2)$ là

- (A) $x + 3y - 9 = 0$. (B) $x + 3y + 1 = 0$. (C) $3x - y - 7 = 0$. (D) $3x - y - 5 = 0$.

CÂU 5. Đường thẳng $d: 4x - 3y + 5 = 0$. Một đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và vuông góc với d có phương trình là

- (A) $3x + 4y = 0$. (B) $3x - 4y = 0$. (C) $4x - 3y = 0$. (D) $4x + 3y = 0$.

CÂU 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; -1)$, $B(4; 5)$ và $C(-3; 2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .

- (A) $-3x + 7y + 13 = 0$. (B) $7x + 3y + 13 = 0$.
(C) $3x + 7y + 1 = 0$. (D) $7x + 3y - 11 = 0$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Bài 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Trên mặt phẳng tọa độ, xét hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Khi đó, tọa độ giao điểm (nếu có) của Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (*)$$

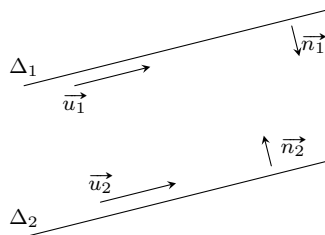
☉ Δ_1 cắt Δ_2 tại $M(x_0; y_0)$ khi và chỉ khi hệ (*) có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$.

☉ Δ_1 song song với Δ_2 khi và chỉ khi (*) vô nghiệm.

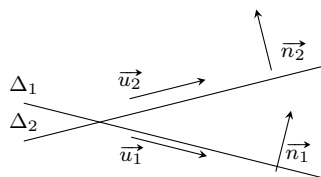
☉ Δ_1 trùng Δ_2 khi và chỉ khi hệ (*) có vô số nghiệm.

⚠ Dựa vào các véc-tơ chỉ phương \vec{u}_1, \vec{u}_2 hoặc các véc-tơ pháp tuyến \vec{n}_1, \vec{n}_2 của Δ_1, Δ_2 ta có

☉ Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ và \vec{u}_2 cùng phương $\Leftrightarrow \vec{n}_1$ và \vec{n}_2 cùng phương.



☉ Δ_1 và Δ_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ và \vec{u}_2 không cùng phương $\Leftrightarrow \vec{n}_1$ và \vec{n}_2 không cùng phương.



2. Góc giữa hai đường thẳng

Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành bốn góc, số đo của góc không tù được gọi là số đo góc (hay đơn giản là góc) giữa hai đường thẳng.

Góc giữa hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau được quy ước bằng 0° .

Cho hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$, với các véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (a_1; b_1)$ và $\vec{n}_2 = (a_2; b_2)$ tương ứng. Khi đó, góc φ giữa hai đường thẳng đó được xác định thông qua công thức

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

3. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho điểm $M(x_0; y_0)$ và đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ , ký hiệu là $d(M, \Delta)$, được tính bởi công thức

$$d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

1

Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Phương pháp chung

- Xét hệ phương trình tạo bởi hai đường thẳng.
- Tìm số nghiệm của hệ phương trình, từ đó kết luận vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

A Ta có thể xét theo trình tự:

- ☑ Kiểm tra hai véc-tơ chỉ phương (hoặc hai véc-tơ pháp tuyến) của hai đường thẳng có cùng phương hay không.
- ☑ Nếu chúng không cùng phương \Rightarrow hai đường thẳng cắt nhau. Nếu chúng cùng phương, kiểm tra một điểm bất kỳ thuộc đường thẳng này có thuộc đường thẳng kia hay không.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xét vị trí tương đối giữa đường thẳng $\Delta: x - 3y + 1 = 0$ và mỗi đường thẳng $d_1: x + y - 2 = 0$ và $d_2: -2x + 6y + 5 = 0$.

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$ và $\Delta: \begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$.

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng lần lượt có phương trình $\Delta_1: 3x - 2y + 4 = 0$, $\Delta_2: 2x + y + 5 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

VÍ DỤ 4. Đường thẳng $\Delta: 5x - y = 10$ tạo với các trục tọa độ tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hai đường thẳng $d_1: mx + y - m - 1 = 0$ và $d_2: x + my - 2 = 0$ song song với nhau khi và chỉ khi

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: 5x - 6y - 4 = 0$, $d_2: x + 2y - 4 = 0$, $d_3: mx - (2m - 1)y + 9m - 19 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm?

VÍ DỤ 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho $P(1; 3)$, $Q(2; -1)$ và đường thẳng $d: x + y + 2 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng PQ và d .

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng $d_1: 2x - y + 2 = 0$ và $d_2: -4x + 2y + 1 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

BÀI 2. Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng $d_1: x = 2$ và $d_2: x + 2y - 4 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

BÀI 3. Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 4 + t' \\ y = -3 + 3t' \end{cases}$.

Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

BÀI 4. Cho hai đường thẳng $d: mx - 2y + 1 = 0$ và $\Delta: 2x + y - 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và Δ

- Cắt nhau.
- Song song.
- Trùng nhau.

BÀI 5. Cho hai đường thẳng $d: 2mx + (m - 1)y - 2 = 0$ và $\Delta: (m + 2)x + (2m + 1)y - (m + 2) = 0$. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và Δ

- Cắt nhau.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

b) Song song.

c) Trùng nhau.

BÀI 6. Cho hai đường thẳng $d: (m-2)x + (m-6)y + (m-1) = 0$ và $\Delta: (m-4)x + (2m-3)y + m-5 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và Δ

a) Cắt nhau.

b) Song song.

c) Trùng nhau.

BÀI 7. Cho điểm $A(2; 1)$ và hai đường thẳng $d_1: 3x - 2y + 10 = 0$, $d_2: 4x + 3y - 7 = 0$. Viết PTĐT d qua A và giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 .

BÀI 8. Tìm tất cả các giá trị của m để ba đường thẳng $d_1: x + y + 1 = 0$, $d_2: 3x + 5y = -1$, $d_3: (m+1)x - my = 3m + 4$ đồng quy.

BÀI 9. Viết PTĐT d_2 đi qua $A(1; 1)$ và song song với đường thẳng $d_1: 2x - y + 1 = 0$.

BÀI 10. Cho ba đường thẳng $d_1: 3x - 5y + 2 = 0$, $d_2: 5x - 2y + 4 = 0$ và $d_3: 2x - y + 4 = 0$. Viết PTĐT d qua giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 và song song với đường thẳng d_3 .

BÀI 11. Cho ba đường thẳng $d_1: x - 2y + 5 = 0$, $d_2: 2x + 3y - 4 = 0$ và $d_3: 4x - 3y + 5 = 0$. Viết PTĐT d qua giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 và vuông góc với đường thẳng d_3 .

BÀI 12. Cho tam giác ABC có $A(0; -1)$, $B(2; -3)$, $C(2; 0)$.

a) Viết phương trình các đường trung tuyến của tam giác.

b) Viết phương trình các đường cao của tam giác.

c) Viết phương trình các đường trung trực của tam giác ABC .

BÀI 13. Viết PTĐT d song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 2 = 0$ và cách $A(2; 3)$ một khoảng $h = 1$.

BÀI 14. Viết PTĐT Δ song song và cách đường thẳng $d: 2x + 3y - 8 = 0$ một khoảng bằng $\sqrt{13}$.

BÀI 15. Viết PTĐT d song song với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 3 = 0$ và cách Δ một khoảng $h = \sqrt{5}$.

BÀI 16. Viết PTĐT d đi qua điểm $A(-1; 2)$ và cách $B(3; 5)$ một khoảng bằng 3.

BÀI 17. Viết PTĐT đi qua điểm $M(2; 5)$ và cách đều hai điểm $P(-1; 2)$, $Q(5; 4)$.

2

Góc giữa hai đường thẳng

Nắm vững định nghĩa, công thức tính góc giữa hai đường thẳng.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Tìm số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 trong các trường hợp.

☉ $d_1: 2x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 3x + y + 2022 = 0$.

☉ $d_1: x + 2y + 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 99 + 2t \end{cases}$.

☉ $d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 7t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2022 + 4t \\ y = 2023 - 14t \end{cases}$.

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , tính góc giữa đường thẳng $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ và trục hoành.

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng Oxy , tìm tất cả các giá trị m để hai đường thẳng $d: (2m-1)x + my - 10 = 0$ và $\Delta: 3x + 2y + 6 = 0$ vuông góc với nhau.

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng Oxy , tìm m để hai đường thẳng $d_1: 2x - 3y - 10 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ vuông góc với nhau.

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng Oxy , tìm giá trị của m để hai đường thẳng $d_1: mx + y - m - 1 = 0$ và $d_2: x + my - 2 = 0$ song song với nhau.

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $x + my - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $x + y = 0$ một góc 60° .

VÍ DỤ 7. Trong mặt phẳng Oxy , viết PTĐT d đi qua $A(0; 1)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: x + 2y - 7 = 0$ một góc 45° .

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - 4y - 3 = 0$ và $d_2: 3x - y + 17 = 0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 là

BÀI 2. Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: x + 2y + 4 = 0$ và $d_2: x - 3y + 6 = 0$.

BÀI 3. Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1: 6x - 5y + 15 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

BÀI 4. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$.

BÀI 5. Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ bằng 45° .

(A) $a = 1, a = -14$. (B) $a = \frac{2}{7}, a = -14$. (C) $a = -2, a = -14$. (D) $a = \frac{2}{7}, a = 14$.

3

Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Nắm được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau

☉ $M(-2; 1)$ và $d: 2x - 3y + 5 = 0$;

☉ $M(1; -3)$ và $d: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$;

☉ $M(0; 0)$ và $d: \frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1$.

VÍ DỤ 2. Cho $\triangle ABC$ có $A(3; 4)$, $B(1; 1)$ và $C(2; 1)$. Tính độ dài đường cao kẻ từ A của $\triangle ABC$.

VÍ DỤ 3. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$ và cách trục tung một khoảng bằng 3.

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta_2: 7x + y + 12 = 0$.

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm điểm M trên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ để nó cách điểm $A(0; 4)$ một khoảng là 1.

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng Oxy , tìm tọa độ điểm A có hoành độ dương, thuộc đường thẳng $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$, cách đường thẳng $d: 2x - y - 3 = 0$ một khoảng là $2\sqrt{5}$.

VÍ DỤ 7. Cho đường thẳng $\Delta: (m - 1)x - my + 2 = 0$ (m là tham số). Tìm m sao cho khoảng cách từ $K(0; 3)$ đến Δ bằng $\sqrt{5}$.

VÍ DỤ 8. Cho đường thẳng $d: 3x - y - 1 = 0$. Viết PTĐT Δ song song với d sao cho khoảng cách giữa hai đường thẳng bằng $\frac{3\sqrt{10}}{5}$.

VÍ DỤ 9. Cho hai điểm $A(-2; 0)$ và $B(0; 1)$. Viết PTĐT Δ đi qua B sao cho khoảng cách từ A đến Δ bằng 1.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

VÍ DỤ 10. Một trạm viễn thông S có tọa độ $(5; 2)$. Một người đang ngồi trên chiếc xe khách chạy trên đoạn cao tốc có dạng một đường thẳng Δ có phương trình $6x + 8y - 21 = 0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông S . Biết rằng mỗi đơn vị độ dài tương ứng với 1 km.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Tính khoảng cách từ điểm $M(1; 4)$ đến đường thẳng $\ell: 3x - 5y + 2 = 0$.

BÀI 2. Tính khoảng cách từ điểm $M(-1; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 4 = 0$.

BÀI 3. Viết phương trình của đường thẳng (D) song song với (D') : $3x + 4y - 1 = 0$ và cách (D') một đoạn bằng 2.

BÀI 4. Tính khoảng cách d từ điểm $M(2; 0)$ đến đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t. \end{cases}$

BÀI 5. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d_1: x - y - 3 = 0$ và $d_2: x - y - 1 = 0$.

BÀI 6. Cho đường thẳng $\Delta: -(m + 1)x + (m + 2)y + 6 = 0$ (m là tham số). Tìm m sao cho khoảng cách từ $M(-1; 4)$ đến Δ bằng 5.

BÀI 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 0)$, $B(0; -2)$. Độ dài đường cao hạ từ đỉnh O của tam giác OAB là

BÀI 8. Cho hai điểm $M(-1; 2)$, $N(1; 0)$. Viết PTĐT Δ đi qua M sao cho khoảng cách từ N đến Δ lớn nhất.

4

Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện góc, khoảng cách

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng hệ trục Oxy , đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu của $M(0; 8)$ lên đường thẳng d .

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-1; 2)$, $B(-3; 2)$ và đường thẳng $\Delta: 2x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm $C \in \Delta$ sao cho tam giác ABC cân ở C .

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(3; 1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. Tìm tọa độ của điểm đối xứng với điểm M qua d .

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(0; 5)$ và $B(-4; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$ sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 1)$ và $B(-2; 4)$ và đường thẳng $\Delta: mx - y + 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều A và B .

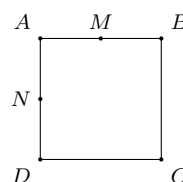
VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1; -2)$, $B(1; -1)$. Biết tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn $MA^2 - MB^2 = 2$ là một đường thẳng. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó.

VÍ DỤ 7. Tìm tất cả các giá trị của m để khoảng cách từ $M(-1; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

VÍ DỤ 8. Trong mặt phẳng Oxy , viết PTĐT d đi qua điểm $A(1; 2)$ và cách $B(-2; 3)$ một khoảng bằng $\frac{4\sqrt{10}}{5}$.

VÍ DỤ 9.

Trong mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có $C(7; 2)$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và AD . Biết đường thẳng MN có phương trình $3x - 4y + 2 = 0$. Tính diện tích S của hình vuông $ABCD$.



VÍ DỤ 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x + y - 3 = 0$ và hai điểm $M(1; 2)$, $N(2; -1)$. Tìm tọa độ điểm $A(a; b)$ (với a là số nguyên âm) thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác AMN bằng 4.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho đường thẳng Δ có PTTS $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$ và điểm $A(0; 1)$.

- Tìm điểm M nằm trên Δ và cách điểm A một khoảng bằng 5.
- Tìm điểm N trên Δ sao cho AN ngắn nhất.

BÀI 2. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x + 2y + 5 = 0$ và $\Delta_2: -3x + 4y = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2 bằng 1.

BÀI 3. Tìm những điểm nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x + y - 1 = 0$ và có khoảng cách đến $d: 4x + 3y - 10 = 0$ bằng 2.

BÀI 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(1; 1)$ và đường thẳng $\Delta: 2x + 3y + 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm B trên đường thẳng Δ sao cho đường thẳng AB và Δ hợp với nhau góc 45° .

BÀI 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0; 2), B(2; -2)$ và đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$, đường thẳng $d_2: x + y + 1 = 0$.

- Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d_1 thỏa mãn $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm tọa độ điểm N trên d_2 sao cho $NA + NB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Cho PTĐT $\Delta: Ax + By + C = 0$ ($A^2 + B^2 \neq 0$). Điều kiện nào sau đây để Δ song song hoặc trùng với trục hoành?

- (A) $B = 0$. (B) $A \cdot B \neq 0$. (C) $A = 0$. (D) $C = 0$.

CÂU 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với đỉnh $A(1; 2)$ và $H(3; -1)$ là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC . Khi đó đường thẳng BC có phương trình là

- (A) $2x - 3y + 4 = 0$. (B) $3x + 2y + 7 = 0$. (C) $3x + 2y - 7 = 0$. (D) $2x - 3y - 9 = 0$.

CÂU 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , PTTS của đường thẳng đi qua $M(-2; 3)$ và song song với đường thẳng $\frac{x-7}{-1} = \frac{y+5}{5}$ là

- (A) $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -t \\ y = 5t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = -2 - t \end{cases}$.

CÂU 4. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$ và $\Delta_2: 2x + 3y - 19 = 0$.

- (A) $(5; 3)$. (B) $(10; 25)$. (C) $(-1; 7)$. (D) $(2; 5)$.

CÂU 5. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2}t \\ y = 1 - \sqrt{3}t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t \\ y = 1 + \sqrt{2}t \end{cases}$.

- (A) Trùng nhau. (B) Cắt nhau nhưng không vuông góc.
(C) Song song với nhau. (D) Vuông góc với nhau.

CÂU 6. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - 3y = 0$, $\Delta_2: -2x + 6y - 1 = 0$. Tìm mệnh đề đúng.

- (A) $\Delta_1 \equiv \Delta_2$. (B) $\Delta_1 \perp \Delta_2$.
(C) $\Delta_1 \parallel \Delta_2$. (D) Δ_1 cắt Δ_2 tại $A\left(\frac{1}{12}; \frac{1}{4}\right)$.

CÂU 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = -1 + mt \end{cases}$, $\Delta_2: x - 3y = 0$. Giá trị của tham số m để Δ_1 vuông góc với Δ_2 là

- (A) $m = -\frac{5}{3}$. (B) $m = \frac{5}{3}$. (C) $m = -15$. (D) $m = 15$.

CÂU 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1; 2)$ và đường thẳng $\Delta: x + y + 1 = 0$. Khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ bằng

- (A) $\frac{3}{\sqrt{2}}$. (B) $\frac{4}{\sqrt{3}}$. (C) $4\sqrt{2}$. (D) $2\sqrt{2}$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- CÂU 9.** Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$) bằng
- (A) $\frac{6}{\sqrt{10}}$. (B) 0. (C) $\frac{8}{\sqrt{10}}$. (D) $\frac{6}{\sqrt{26}}$.
- CÂU 10.** Tính khoảng cách từ $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$.
- (A) 2. (B) $-\frac{18}{5}$. (C) $\frac{2}{5}$. (D) $\frac{10}{\sqrt{5}}$.
- CÂU 11.** Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d: 3x + 4y = 0$ và $d': 3x + 4y - 10 = 0$ bằng
- (A) 7. (B) 2. (C) 10. (D) 5.
- CÂU 12.** Tìm tất cả các giá trị của m để khoảng cách từ $M(-1; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.
- (A) $m = \pm 2$. (B) $m = -\frac{1}{2}$. (C) $m = -2$. (D) $m = -2, m = \frac{1}{2}$.
- CÂU 13.** Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $d: ax + by + c = 0$ đi qua điểm $A(1; 2)$ và cách $B(-2; 3)$ một khoảng bằng $\frac{4\sqrt{10}}{5}$. Biết a, b là các số nguyên dương và $\frac{b}{a}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $T = 3a + 2b + 1$.
- (A) 3. (B) 0. (C) 9. (D) 12.
- CÂU 14.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + m + 4 = 0$ và điểm $M(1; 2)$. Giá trị dương của m để khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ bằng 2 là
- (A) $m = 11$. (B) $m = 2$. (C) $m = 9$. (D) $m = -9$.
- CÂU 15.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết PTĐT (Δ) song song với (d): $2x - y + 3 = 0$ và cách (d) một khoảng bằng $2\sqrt{5}$.
- (A) $\Delta: 2x - y + 13 = 0$. (B) $\begin{cases} \Delta_1: 2x - y + 13 = 0 \\ \Delta_2: 2x - y - 7 = 0 \end{cases}$.
(C) $\Delta: 2x - y - 7 = 0$. (D) $\begin{cases} \Delta_1: 2x - y + 10 = 0 \\ \Delta_2: 2x - y - 4 = 0 \end{cases}$.
- CÂU 16.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ và $\Delta': 2x + y - m + 1 = 0$. Tính tổng các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $M(1; -2)$ đến hai đường thẳng đó bằng nhau.
- (A) 12. (B) 0. (C) 2. (D) 10.
- CÂU 17.** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(1; 1)$, $B(3; 2)$, $C(7; 10)$. Gọi Δ là đường thẳng có phương trình $ax + by - c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{N}$ và $a, b, c \leq 10$). Biết rằng $A \in \Delta$ và tổng khoảng cách từ B và C đến Δ là lớn nhất. Tính $S = a + b + c$.
- (A) $S = 18$. (B) $S = 22$. (C) $S = 15$. (D) $S = 10$.
- CÂU 18.** Cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3t \end{cases}$ và đường thẳng $d_2: 2x + y - 5 = 0$. Biết M là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 . Tìm tọa độ điểm M .
- (A) $M(-1; -3)$. (B) $M(3; 1)$. (C) $M(3; -3)$. (D) $M(1; 3)$.
- CÂU 19.** Cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$, $d_2: x - 2y + 2 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 .
- (A) $I(2; -1)$. (B) $I(-2; 8)$. (C) $I(-4; 11)$. (D) $I(2; 2)$.
- CÂU 20.** Cho đường thẳng $d: 2x - 3y + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?
- (A) d song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.
(B) $\vec{u}(2; 3)$ là véc-tơ chỉ phương của d .
(C) d vuông góc với đường thẳng $\Delta': 3x + 2y - 1 = 0$.
(D) d có hệ số góc $k = \frac{2}{3}$.
- CÂU 21.** Khẳng định nào sau đây sai?
- (A) Đường thẳng $\Delta: y - 1 = 0$ song song với trục tung.

QUICK NOTE

(B) Đường thẳng $\Delta: 2x - 7y + 2 = 0$ cắt hệ trục tọa độ tại hai điểm phân biệt.

(C) Đường thẳng $\Delta: x - 2 = 0$ song song với trục hoành.

(D) Đường thẳng $\Delta: 2x - 7y = 0$ đi qua gốc tọa độ.

CÂU 22. Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng AB với $A(-2; 1)$ và $B(4; 3)$. Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\vec{c} = (1; -3)$. (B) $\vec{a} = (3; 1)$. (C) $\vec{d} = (1; 3)$. (D) $\vec{b} = (3; -1)$.

CÂU 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng Δ đi qua $A(1; 1)$ và vuông góc với $d: 4x + 2y + 1 = 0$ có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - 4t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.

CÂU 24. Đường thẳng nào sau đây đi qua $A(1; 1)$ và song song với đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$?

(A) $4x + 6y - 10 = 0$. (B) $2x + 3y - 7 = 0$. (C) $3x - 2y - 1 = 0$. (D) $x - y + 3 = 0$.

CÂU 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng qua $A(2; 1)$ và song song với đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$ có phương trình tổng quát là

(A) $x - y + 3 = 0$. (B) $2x + 3y - 7 = 0$. (C) $3x - 2y - 4 = 0$. (D) $4x + 6y - 11 = 0$.

CÂU 26. Đường thẳng đi qua $M(2; 0)$, song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 1 - t \end{cases}$ có phương trình tổng quát

(A) $x + 5y - 2 = 0$. (B) $5x - y - 10 = 0$.
(C) $x + 5y + 1 = 0$. (D) $2x + 10y - 13 = 0$.

CÂU 27. Viết PTĐT d đi qua điểm $I(4; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: x + y - 2017 = 0$.

(A) $x - y + 5 = 0$. (B) $x - y - 5 = 0$. (C) $4x - y + 5 = 0$. (D) $4x - y - 5 = 0$.

CÂU 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tổng quát của đường thẳng d qua điểm $M(2; -3)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 5 = 0$.

(A) $d: 2x - y - 7 = 0$. (B) $d: x - 2y - 8 = 0$.
(C) $d: 2x - y + 7 = 0$. (D) $d: x + y + 4 = 0$.

CÂU 29. Tìm PTTS của đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $2x - y + 4 = 0$.

(A) $\begin{cases} x = t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$.

CÂU 30. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$) và điểm $M(-1; 6)$. PTĐT đi qua M và vuông góc với Δ là

(A) $3x - y + 9 = 0$. (B) $x + 3y - 17 = 0$. (C) $3x + y - 3 = 0$. (D) $x - 3y + 19 = 0$.

CÂU 31. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có điểm $A(3; -4)$, $B(-1; 2)$, $C(1; 5)$. PTĐT đi qua trọng tâm của tam giác ABC và song song với đường thẳng AC là

(A) $2x + 9y - 11 = 0$. (B) $9x + 2y + 5 = 0$. (C) $2x + 9y + 7 = 0$. (D) $9x + 2y - 11 = 0$.

CÂU 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hai đường thẳng $d_1: mx + y - m - 1 = 0$ và $d_2: x + my - 2 = 0$ song song với nhau khi và chỉ khi

(A) $m = 2$. (B) $m = \pm 1$. (C) $m = 1$. (D) $m = -1$.

CÂU 33. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: 5x - 6y - 4 = 0$; $d_2: x + 2y - 4 = 0$; $d_3: mx - (2m - 1)y + 9m - 19 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm?

(A) $m = 1$. (B) $m = -1$. (C) $m = -2$. (D) $m = 2$.

CÂU 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x + 2y - 3 = 0$. Đường thẳng nào sau đây song song với d ?

(A) $4x + 8y - 12 = 0$. (B) $2x - y + 3 = 0$. (C) $-x - 2y + 1 = 0$. (D) $x - 2y + 3 = 0$.

CÂU 35. Gọi d là đường thẳng qua $M(4; -3)$ và song song với đường thẳng $y = 2x - 4$

(A) d không có điểm nào có tọa độ là số nguyên chẵn.
(B) d đi qua điểm $(10; 10)$.
(C) Cả A và B đều sai.
(D) Cả A và B đều đúng.

QUICK NOTE

CÂU 36. Cho các đường thẳng $d_1: x + 2y - 3 = 0$, $d_2: 3x - 4y + 1 = 0$, $\Delta: x + 3y - 10 = 0$. Viết PTĐT d đi qua giao điểm của d_1 , d_2 và song song với đường thẳng Δ .

- (A) $x + y - 4 = 0$. (B) $x + 3y + 4 = 0$. (C) $x + y + 4 = 0$. (D) $x + 3y - 4 = 0$.

CÂU 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hai đường thẳng $d: m^2x - 6y + m + 6 = 0$ và $d': 3x - 2y + 1 = 0$ song song với nhau.

- (A) $m \in \emptyset$. (B) $m = -3$. (C) $\begin{cases} m = -3 \\ m = 3 \end{cases}$. (D) $m = 3$.

CÂU 38. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB và CD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $\cos \alpha = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \right|$. (B) $\cos \alpha = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.
(C) $\cos \alpha = \left| \sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \right|$. (D) $\cos \alpha = -\left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \right|$.

CÂU 39. Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $mx + y - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $x + y = 0$ một góc 60° . Tổng $m_1 + m_2$ bằng

- (A) -3 . (B) 3 . (C) 4 . (D) -4 .

CÂU 40. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng $d_1: x + 2y - 7 = 0$, $d_2: 2x - 4y + 9 = 0$.

- (A) $\frac{3}{\sqrt{5}}$. (B) $\frac{2}{\sqrt{5}}$. (C) $\frac{1}{5}$. (D) $\frac{3}{5}$.

CÂU 41. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - \sqrt{3}y + 2019 = 0$ và $d_2: y + 2020 = 0$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng

- (A) 60° . (B) 120° . (C) 30° . (D) 45° .

CÂU 42. Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - 4y - 1 = 0$; $d_2: x - \frac{1}{3}y + 4 = 0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 là

- (A) $\frac{\pi}{4}$. (B) $\frac{\pi}{2}$. (C) $-\frac{3\pi}{4}$. (D) $-\frac{\pi}{4}$.

CÂU 43. Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 10x + 5y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$.

- (A) $\frac{3}{10}$. (B) $\frac{\sqrt{10}}{10}$. (C) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. (D) $\frac{3}{5}$.

CÂU 44. Tính góc giữa hai đường thẳng $3x + y - 1 = 0$ và $4x - 2y - 3 = 0$.

- (A) 30° . (B) 60° . (C) 90° . (D) 45° .

CÂU 45. Cho Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - 2y + 5 = 0$ và $d_2: x + 3y - 7 = 0$. Số đo góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng

- (A) 135° . (B) 45° . (C) 60° . (D) 90° .

CÂU 46. Trong mặt phẳng Oxy , cho $(d_1): 2x - y + 5 = 0$; $(d_2): x + y - 3 = 0$ cắt nhau tại I . PTĐT qua $M(-2; 0)$ cắt $(d_1), (d_2)$ lần lượt tại A và B sao cho $\triangle IAB$ cân tại A có dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính $T = a - 5b$.

- (A) $T = -1$. (B) $T = 9$. (C) $T = -9$. (D) $T = 11$.

CÂU 47. Cho đường thẳng $d: 3x - 2y + 1 = 0$ và $M(1; 2)$. Viết PTĐT Δ đi qua M và tạo với d một góc 45° .

- (A) $\Delta_1: 2x - y = 0$ và $\Delta_2: 5x + y - 7 = 0$.
(B) $\Delta_1: x - 5y + 9 = 0$ và $\Delta_2: 3x + y - 5 = 0$.
(C) $\Delta_1: 3x - 2y + 1 = 0$ và $\Delta_2: 5x + y - 7 = 0$.
(D) $\Delta_1: x - 5y + 9 = 0$ và $\Delta_2: 5x + y - 7 = 0$.

CÂU 48. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox và cách đều hai đường thẳng: $d_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $d_2: x - 2y + 3 = 0$

- (A) $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. (B) $(0; \sqrt{2})$. (C) $(\sqrt{2}; 0)$. (D) $(1; 0)$.

CÂU 49. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2t \end{cases}$ và điểm $M(3; 3)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng Δ là:

- (A) $(4; 2)$. (B) $(1; 0)$. (C) $(-2; 2)$. (D) $(7; 4)$.

CÂU 50. Cho đường thẳng $d: 2x3y + 3 = 0$ và $M(8; 2)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua d là

- (A) $(4; 8)$. (B) $(4; 8)$. (C) $(4; 8)$. (D) $(4; 8)$.

CÂU 51. Tìm điểm M nằm trên $\Delta: x + y - 1 = 0$ và cách $N(-1; 3)$ một khoảng bằng 5.

- (A) $(2; -1)$. (B) $(-2; -1)$. (C) $(-2; 1)$. (D) $(2; 1)$.

CÂU 52. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3; 0), B(0; -4)$, tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích ΔMAB bằng 6

- (A) $(0; 1)$. (B) $(0; 0)$ và $(0; -8)$. (C) $(1; 0)$. (D) $(0; 8)$.

CÂU 53. Cho $A(2; 2), B(5; 1)$ và đường thẳng $\Delta: x2y + 8 = 0$. Điểm $C \in \Delta$. C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17. Tọa độ của C là

- (A) $(10; 12)$. (B) $(12; 10)$. (C) $(8; 8)$. (D) $(10; 8)$.

CÂU 54. Cho 3 đường thẳng có phương trình $\Delta_1: x + y + 3 = 0; \Delta_2: x - y - 4 = 0; \Delta_3: x - 2y = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên Δ_3 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_1 bằng 2 lần khoảng cách từ M đến Δ_2 .

- (A) $M(0; 0)$. (B) $M(-22; -11)$.
(C) $M_1(-22; -11), M_2(2; 1)$. (D) $M(2; 1)$.

CÂU 55. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2; 1), B(9; 6)$. Điểm $M(a; b)$ nằm trên Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.

- (A) $a + b = -9$. (B) $a + b = 9$. (C) $a + b = -7$. (D) $a + b = 7$.

CÂU 56. Cho đường thẳng $d: x - 2y - 2 = 0$ và hai điểm $A(0; 1), B(3; 4)$. $M(a; b)$ thuộc đường thẳng d sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $a + b$ bằng

- (A) $a + b = 3$. (B) $a + b = \frac{3}{5}$. (C) $a + b = \frac{19}{5}$. (D) $a + b = \frac{13}{5}$.

CÂU 57. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1; 2), B(4; 3)$. Điểm $M(a; b), (a^2 + b^2 \neq 0)$ sao cho $\widehat{MAB} = 135^\circ$ và khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng $\frac{\sqrt{10}}{2}$. Khi đó $a + 2b$ bằng

- (A) 2. (B) 5. (C) 1. (D) 6.

Bài 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

☑ Phương trình của đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$, bán kính R là

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2.$$

☑ Với các hằng số a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 - c > 0$, phương trình

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

là phương trình của một đường tròn có tâm $I(a; b)$ và có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

☑ Cho đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$, bán kính R . Phương trình tiếp tuyến Δ của (C) tại $M_0(x_0; y_0)$ là $(a - x_0) \cdot (x - x_0) + (b - y_0) \cdot (y - y_0) = 0$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

1

Xác định tâm và bán kính đường tròn

☑ Nếu phương trình đường tròn có dạng $(C): (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ thì (C) có tâm là $I(a; b)$ và bán kính bằng R .

☑ Nếu phương trình đường tròn có dạng $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ thì tâm I được xác định $\begin{cases} -2a = \dots \\ -2b = \dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dots \\ b = \dots \end{cases} \Rightarrow I(a; b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

A

☑ Phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$.

☑ Điều kiện đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (I, R) là $d(I, \Delta) = R$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

1. Ví dụ

VÍ DỤ 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn đó.

a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

b) $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$.

c) $16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y = 11$.

d) $7x^2 + 7y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$.

VÍ DỤ 2. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$.

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 7 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính của đường tròn (C) .

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$. Trong các điểm $M(-1; 3)$, $N(4; -1)$, $P(2; 1)$, $Q(3; -2)$, điểm nào thuộc (C) ?

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Tìm tâm và bán kính của đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) $(x - 2)^2 + (y - 8)^2 = 49$;

b) $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 23$.

BÀI 2. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn? Khi đó hãy tìm tâm và bán kính của nó.

a) $x^2 + 2y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$;

b) $x^2 + y^2 - 4x + 3y + 2xy = 0$;

c) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 26 = 0$;

d) $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 13 = 0$;

e) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$.

BÀI 3. Tìm m để các phương trình sau là phương trình đường tròn.

a) $x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$.

b) $x^2 + y^2 - 2(m - 3)x + 4my - m^2 + 5m + 4 = 0$.

2

Viết phương trình đường tròn

Phương pháp: Để viết phương trình đường tròn ta thường đi theo một trong hai hướng

☑ Tìm tâm $I(a; b)$ và bán kính R . Khi đó phương trình đường tròn là $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

☑ Gọi phương trình của đường tròn là $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$. Từ điều kiện của đề bài đưa đến hệ phương trình với ẩn số a, b, c . Giải hệ phương trình tìm a, b, c , từ đó ta có phương trình đường tròn.

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn (C) tâm $I(-2; 5)$ bán kính $R = 7$. Viết phương trình đường tròn (C) .

VÍ DỤ 2. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và đi qua $A(-2; 2)$.

VÍ DỤ 3. Viết phương trình đường tròn (C) có đường kính AB , với $A(-1; -3)$, $B(-3; 5)$.

VÍ DỤ 4. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x + 2y + 3 = 0$.

VÍ DỤ 5. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và tiếp xúc với trục Ox .

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng $y = x$ và đi qua hai điểm $A(3; 0)$, $B(4; 3)$.

VÍ DỤ 7. Lập phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(-1; 1)$, $B(0; -2)$, $C(0; 2)$.

1. Bài tập tự luyện

BÀI 1. Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- (C) có tâm $I(1; 3)$ và bán kính $R = 2$.
- (C) có tâm $I(3; 5)$ và qua điểm $A(7; 2)$.
- (C) có đường kính AB với $A(1; 1)$, $B(7; 5)$.

BÀI 2. Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- (C) có tâm $I(2; -1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 20 = 0$.
- (C) qua hai điểm $A(2; 3)$, $B(-2; 1)$ và có tâm nằm trên trục hoành.

BÀI 3. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: x + y - 1 = 0$ và đi qua hai điểm $A(6; 2)$, $B(-1; 3)$.

BÀI 4. Lập phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm

- $A(2; 6)$, $B(-6; 2)$, $C(-1; -3)$.
- $A(1; 2)$, $B(5; 2)$, $C(1; -3)$.

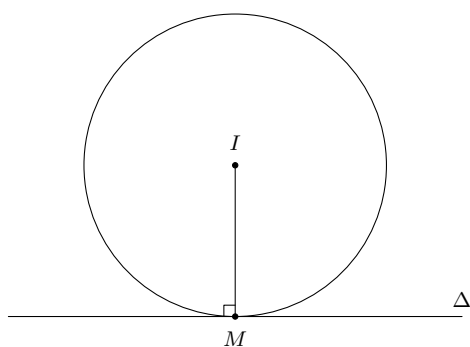
BÀI 5. Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- (C) có tâm $I(2; -5)$ và tiếp xúc với Ox .
- (C) có tâm $I(1; 3)$ và tiếp xúc với Oy .
- (C) tiếp xúc cả hai trục tọa độ và có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta: 4x - 2y - 8 = 0$.
- (C) tiếp xúc cả hai trục tọa độ và qua $M(2; 1)$.
- (C) qua $A(9; 9)$ và tiếp xúc với trục Ox tại $M(6; 0)$.
- (C) tiếp xúc với trục Ox tại $A(2; 0)$ và khoảng cách từ tâm của (C) đến $B(6; 4)$ bằng 5.

3

Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

- Cho điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đường tròn (C): $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ (tâm $I(a; b)$, bán kính R). Khi đó, tiếp tuyến Δ của (C) tại $M(x_0; y_0)$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{MI} = (a - x_0; b - y_0)$ và phương trình $\Delta: (a - x_0)(x - x_0) + (b - y_0)(y - y_0) = 0$.



- Lập phương trình tiếp tuyến Δ với đường tròn (C), khi biết Δ đi qua một điểm không thuộc đường tròn (C). Khi đó ta sử dụng điều kiện đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi $d(I, \Delta) = R$.

VÍ DỤ 1. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 11 = 0$. Tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(4; -1)$ thuộc (C) có phương trình là

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (\mathcal{C}): $x^2 + y^2 - 3x - y = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của (\mathcal{C}) tại $M(1; -1)$ thuộc (\mathcal{C}).

VÍ DỤ 3. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$. Từ $O(0; 0)$ kẻ được bao nhiêu đường thẳng tiếp xúc với (C)?

QUICK NOTE

QUICK NOTE

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - y - 5 = 0$ và hai điểm $A(1; 2)$ và $B(4; 1)$.

- Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng d và đi qua hai điểm A, B .
- Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d': x + y + 2019 = 0$.

VÍ DỤ 5. Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0$.

VÍ DỤ 6. Viết phương trình tiếp tuyến (Δ) của đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 8$ biết tiếp tuyến đi qua điểm $M(3; -2)$.

1. Bài tập tự luyện

BÀI 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn

$$(C): (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

tại điểm $M(-4; 7)$.

BÀI 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn

$$(C): (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

tại điểm $N(4; -1)$.

BÀI 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) biết Δ vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$.

BÀI 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tiếp tuyến với $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 10$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: x + 3y - 5 = 0$.

BÀI 5. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x - 3)^2 + y^2 = 9$ biết tiếp tuyến đi qua điểm $M(3; 5)$.

BÀI 6. Cho hai đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 14y + 33 = 0$.

- Chứng minh rằng (C_1) và (C_2) tiếp xúc với nhau.
- Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn tại tiếp điểm.

BÀI 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 7 = 0$ và điểm $A(5; 4)$ nằm ngoài đường tròn. Gọi tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ A đến đường tròn là T_1, T_2 , với hoành độ T_1 nhỏ hơn hoành độ T_2 . Tìm tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{T_1T_2}$.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Bài tập trắc nghiệm cơ bản

CÂU 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn có phương trình $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 5$. Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn trên?

- $I(-3; 2), R = \sqrt{5}$.
- $I(3; -2), R = \sqrt{5}$.
- $I(-3; 2), R = 5$.
- $I(3; -2), R = 5$.

CÂU 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường tròn (C) có tọa độ tâm $I(-2; 4)$ và bán kính $R = 4$ có phương trình là

- $(C): (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$.
- $(C): (x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 16$.
- $(C): (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$.
- $(C): (x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 4$.

CÂU 3. Phương trình nào là phương trình của đường tròn có tâm $I(3; -4)$ và đường kính bằng 4?

- $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$.
- $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$.
- $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$.
- $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 16$.

CÂU 4. Đường tròn tâm $I(2; 0)$ và đi qua điểm $A(-1; 7)$ có phương trình là

- $(x + 2)^2 + y^2 = \sqrt{58}$.
- $(x - 2)^2 + y^2 = \sqrt{58}$.
- $(x + 2)^2 + y^2 = 58$.
- $(x - 2)^2 + y^2 = 58$.

CÂU 5. Đường tròn đường kính AB với $A(3; -1)$, $B(1; -5)$ có phương trình là

- (A) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 5$. (B) $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 17$.
(C) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = \sqrt{5}$. (D) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$.

CÂU 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , bán kính R của đường tròn $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ là

- (A) $R = 2$. (B) $R = 4$. (C) $R = 1$. (D) $R = 3$.

CÂU 7. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

- (A) $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0$. (B) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$.
(C) $2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 6 = 0$. (D) $5x^2 + 4y^2 + x - 4y + 1 = 0$.

CÂU 8. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 2y + m = 0$ là phương trình đường tròn?

- (A) $m = 6$. (B) $m = 25$. (C) $m < 5$. (D) $m > 5$.

CÂU 9. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) (C) có tâm $I(2; 0)$. (B) (C) có bán kính $R = 1$.
(C) (C) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt. (D) (C) cắt trục Oy tại hai điểm phân biệt.

CÂU 10. Cho đường cong $(C_m): x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7?

- (A) $m = 4$. (B) $m = 8$. (C) $m = -8$. (D) $m = -4$.

CÂU 11. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0; 4)$, $B(2; 4)$, $C(4; 0)$?

- (A) $I(0; 0)$. (B) $I(1; 0)$. (C) $I(3; 2)$. (D) $I(1; 1)$.

CÂU 12. Phương trình đường tròn qua ba điểm $A(0; 4)$, $B(2; 4)$, $C(4; 0)$ là

- (A) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8 = 0$. (B) $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 8 = 0$.
(C) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 8 = 0$. (D) $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$.

CÂU 13. Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $(\Delta): 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$?

- (A) $m = 3$ và $m = -3$. (B) $m = -3$.
(C) $m = -3$. (D) $m = 15$ và $m = -15$.

CÂU 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1; 2)$ và $d: 2x - y + 5 = 0$. Phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng d có dạng

- (A) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$. (B) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{5}$.
(C) $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$. (D) $(x+1)^2 + (y+2)^2 = \sqrt{5}$.

CÂU 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $I(2; -3)$. Phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với trục hoành có dạng

- (A) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$. (B) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 9$.
(C) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$. (D) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$.

CÂU 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 13$. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(1; 2)$ là

- (A) $2x - 3y + 4 = 0$. (B) $2x + 3y + 4 = 0$. (C) $2x - 3y - 4 = 0$. (D) $2x + 3y - 4 = 0$.

CÂU 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 3x - y = 0$. Phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) tại điểm $N(1; -1)$ là

- (A) $d: x + 3y - 2 = 0$. (B) $d: x - 3y + 4 = 0$.
(C) $d: x - 3y - 4 = 0$. (D) $d: x + 3y + 2 = 0$.

CÂU 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. Đường thẳng d đi qua điểm $I(1; 2)$ cắt (C) tại hai điểm M, N . Tính độ dài của MN .

- (A) $MN = 1$. (B) $MN = 2$. (C) $MN = 3$. (D) $MN = 6$.

CÂU 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 25$ và điểm $M(2, \sqrt{3})$. Số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) Vô số.

CÂU 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và điểm $M(-2, 2)$. Số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) Vô số.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

2. Bài tập trắc nghiệm nâng cao

CÂU 21. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$. Tìm điều kiện của m để phương trình đã cho là phương trình đường tròn?

- (A) $m \in \mathbb{R}$. (B) $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
(C) $m \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. (D) $m \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.

CÂU 22. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 2x + y + 7 = 0$?

- (A) $2x + y + 1 = 0$ hoặc $2x + y - 1 = 0$. (B) $2x + y = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$.
(C) $2x + y + 10 = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$. (D) $2x + y = 0$ hoặc $2x + y + 10 = 0$.

CÂU 23. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 8y + 1 = 0$ và đường thẳng $d: 5x + 12y - 6 = 0$. Phương trình các đường thẳng song song với d và tiếp xúc với (C) là

- (A) $5x + 12y - 95 = 0$ và $5x + 12y - 9 = 0$. (B) $5x + 12y + 95 = 0$ và $5x + 12y + 9 = 0$.
(C) $5x + 12y - 95 = 0$ và $5x + 12y + 9 = 0$. (D) $5x + 12y + 95 = 0$ và $5x + 12y - 9 = 0$.

CÂU 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) biết Δ vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$.

- (A) $4x + 3y + 39 = 0$ và $4x + 3y - 10 = 0$. (B) $4x - 3y + 39 = 0$ và $4x - 3y - 11 = 0$.
(C) $4x + 3y + 39 = 0$ và $4x + 3y - 11 = 0$. (D) $4x + 3y - 39 = 0$ và $4x + 3y - 10 = 0$.

CÂU 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 2)$, $B(-3; 1)$, $C(4; -2)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn hệ thức $MA^2 + MB^2 = MC^2$ là

- (A) Đường tròn tâm $I(-5; 6)$ bán kính $R = \sqrt{66}$.
(B) Đường tròn tâm $I(-6; 5)$ bán kính $R = \sqrt{34}$.
(C) Đường tròn tâm $I(-6; 5)$ bán kính $R = \sqrt{66}$.
(D) Đường tròn tâm $I(-5; 6)$ bán kính $R = \sqrt{34}$.

CÂU 26. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(-1; 2)$, $B(-2; 3)$ và có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: 3x - y + 10 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là

- (A) $(x+3)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$. (B) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$.
(C) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$. (D) $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 5$.

CÂU 27. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 3y + 8 = 0$, đi qua điểm $A(-2; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 10 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là:

- (A) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$. (B) $(x+5)^2 + (y+1)^2 = 16$.
(C) $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 9$. (D) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$.

CÂU 28. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(-1; 1)$, $B(3; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 8 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) , biết tâm của (C) có hoành độ nhỏ hơn 5.

- (A) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$. (B) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$.
(C) $(x+1)^2 + (y-6)^2 = 25$. (D) $x^2 + (y-4)^2 = 10$.

CÂU 29. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + (y-4)^2 = 10$. Tìm tất cả các tiếp tuyến của (C) , biết rằng tiếp tuyến đi qua điểm $M(-4; 2)$?

- (A) $x + 3y - 2 = 0$ và $3x - y - 14 = 0$. (B) $x + 3y - 2 = 0$ và $3x - y + 14 = 0$.
(C) $x + 3y + 2 = 0$ và $3x - y + 14 = 0$. (D) $x + 3y + 2 = 0$ và $3x - y - 14 = 0$.

CÂU 30. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $B(4; 6)$.

- (A) $\Delta: x - 4 = 0$ hoặc $\Delta: 3x + 4y - 36 = 0$.
(B) $\Delta: x - 4 = 0$ hoặc $\Delta: y - 6 = 0$.
(C) $\Delta: y - 6 = 0$ hoặc $\Delta: 3x + 4y - 36 = 0$.
(D) $\Delta: x - 4 = 0$ hoặc $\Delta: 3x - 4y + 12 = 0$.

Bài 6. BA ĐƯỜNG CONIC

A. ELIP

1 Elip

Từ phương trình chính tắc của elip (E) tìm a, b, c ; từ đó suy ra các yếu tố của elip (E) và ngược lại.

1. Khái niệm elip

Cho hai điểm cố định F_1, F_2 và một độ dài không đổi $2a$ lớn hơn F_1F_2 . Elip (E) là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho

$$F_1M + F_2M = 2a.$$

Các điểm F_1 và F_2 gọi là các tiêu điểm của elip.

Độ dài $F_1F_2 = 2c$ gọi là tiêu cự của elip ($a > c$).

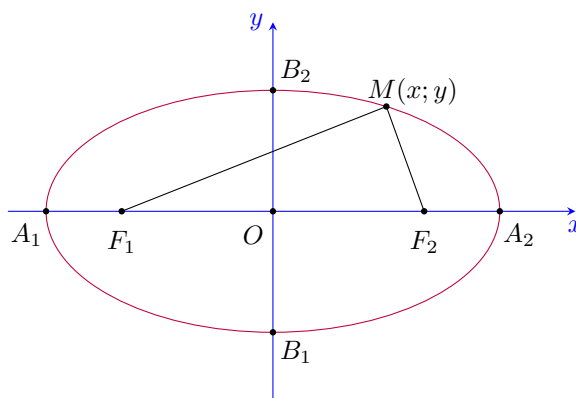
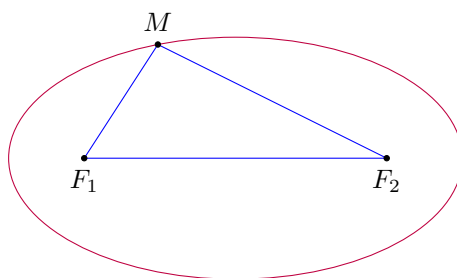
2. Phương trình chính tắc của elip

Cho elip (E) có các tiêu điểm F_1 và F_2 và đặt $F_1F_2 = 2c$. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho $F_1(-c; 0)$ và $F_2(c; 0)$.

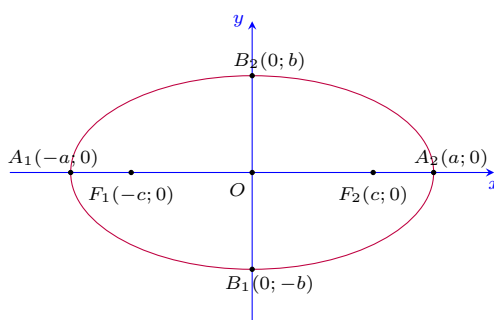
$$M(x; y) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

trong đó $b = \sqrt{a^2 - c^2}$.

Phương trình (1) gọi là phương trình chính tắc của elip.



- Elip (E) cắt Ox tại hai điểm $A_1(-a; 0)$, $A_2(a; 0)$ và cắt Oy tại hai điểm $B_1(0; -b)$, $B_2(0; b)$.
- Các điểm A_1, A_2, B_1, B_2 gọi là các đỉnh của elip.
- Đoạn thẳng $A_1A_2 = 2a$ gọi là trục lớn, đoạn thẳng $B_1B_2 = 2b$ gọi là trục nhỏ của elip.
- Giao điểm O của hai trục là tâm đối xứng của elip.
- Nếu $M(x; y) \in (E)$ thì $|x| \leq a, |y| \leq b$.



3. Ví dụ mẫu

VÍ DỤ 1.

a) Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm tâm sai của (E) .

b) Một elip có độ dài trục lớn bằng 26, tâm sai $e = \frac{12}{13}$. Tìm độ dài trục nhỏ của elip (E) .

QUICK NOTE

QUICK NOTE

A Tâm sai $e = \frac{c}{a}$.

VÍ DỤ 2. Cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10, tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn là $\frac{2}{5}$.

- a) Tính độ dài trục nhỏ của elip (E) .
b) Viết phương trình chính tắc của elip (E) .

4. Câu hỏi trắc nghiệm khác quan

CÂU 1. Phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là

- A** $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. **B** $9x^2 + 16y^2 = 1$.
C $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. **D** $9x^2 + 16y^2 = 144$.

CÂU 2. Phương trình chính tắc của elip có tâm sai $e = \frac{4}{5}$, độ dài trục nhỏ bằng 12 là

- A** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$. **B** $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. **C** $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$. **D** $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$.

CÂU 3. Cho elip có phương trình $9x^2 + 25y^2 = 225$. Lúc đó hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng

- A** 15. **B** 30. **C** 40. **D** 60.

CÂU 4. Đường thẳng $y = kx$ cắt elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ tại hai điểm phân biệt

- A** đối xứng nhau qua gốc toạ độ O . **B** đối xứng nhau qua trục Oy .
C đối xứng nhau qua trục Ox . **D** đối xứng nhau qua hai trục toạ độ.

CÂU 5. Cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. M là điểm nằm trên (E) . Lúc đó đoạn thẳng OM thoả:

- A** $OM \leq 3$. **B** $3 \leq OM \leq 4$. **C** $4 \leq OM \leq 5$. **D** $OM \geq 5$.

CÂU 6. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $(d): x = -4$ cắt (E) tại hai điểm M, N . Khi đó:

- A** $MN = \frac{9}{5}$. **B** $MN = \frac{9}{25}$. **C** $MN = \frac{18}{5}$. **D** $MN = \frac{18}{25}$.

CÂU 7. Cho elip (E) có các tiêu điểm $F_1(-4; 0), F_2(4; 0)$ và một điểm M nằm trên (E) biết rằng chu vi của tam giác MF_1F_2 bằng 18. Khi đó tâm sai của (E) là

- A** $e = \frac{4}{18}$. **B** $e = \frac{4}{5}$. **C** $e = -\frac{4}{5}$. **D** $e = \frac{4}{9}$.

CÂU 8. Biết elip (E) có các tiêu điểm $F_1(-\sqrt{7}; 0), F_2(\sqrt{7}; 0)$ và đi qua $M(-\sqrt{7}; \frac{9}{4})$. Gọi N là điểm đối xứng với M qua gốc toạ độ. Khi đó

- A** $NF_1 + MF_2 = \frac{9}{2}$. **B** $NF_2 + MF_1 = \frac{23}{2}$.
C $NF_2 - NF_1 = \frac{7}{2}$. **D** $NF_1 + MF_1 = 8$.

CÂU 9. Trong các phương trình sau, phương trình nào biểu diễn một elip có khoảng cách giữa các đường chuẩn là $\frac{50}{3}$ và tiêu cự 6?

- A** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$. **B** $\frac{x^2}{89} + \frac{y^2}{64} = 1$. **C** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. **D** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

CÂU 10. Tìm phương trình chính tắc của elip có trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$.

- A** $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. **B** $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$. **C** $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$. **D** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

CÂU 11. Cho elip có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 100$. Tính tổng khoảng cách từ điểm thuộc elip có hoành độ $x = 2$ đến hai tiêu điểm.

- A** 5. **B** $2\sqrt{2}$. **C** $4\sqrt{3}$. **D** $\sqrt{3}$.

CÂU 12. Đường thẳng qua $M(1; 1)$ và cắt elip $(E): 4x^2 + 9y^2 = 36$ tại hai điểm M_1, M_2 sao cho $MM_1 = MM_2$ có phương trình là

- A** $2x + 4y - 5 = 0$. **B** $16x - 15y + 100 = 0$.
C $4x + 9y - 13 = 0$. **D** $x + y + 5 = 0$.

B. HYPEBOL

2

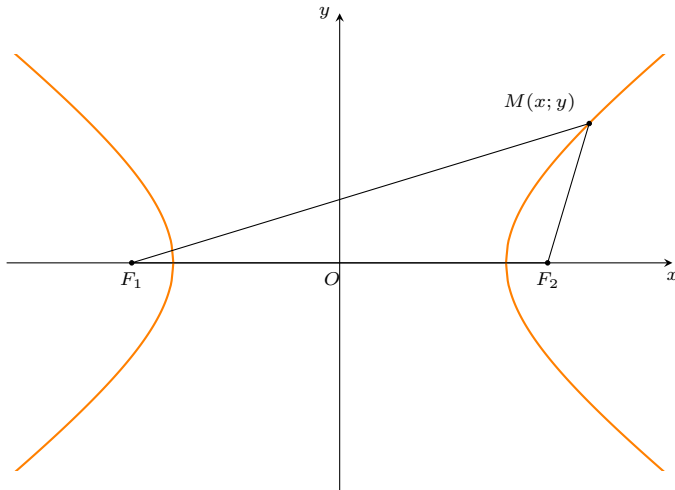
Hypebol

Cho hai điểm cố định F_1, F_2 và một độ dài không đổi $2a$ nhỏ hơn F_1F_2 . Hypebol (H) là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho $|F_1M - F_2M| = 2a$.

Các điểm F_1 và F_2 gọi là các tiêu điểm của hypebol.

Độ dài $F_1F_2 = 2c$ gọi là tiêu cự của hypebol ($c > a$).

Phương trình chính tắc



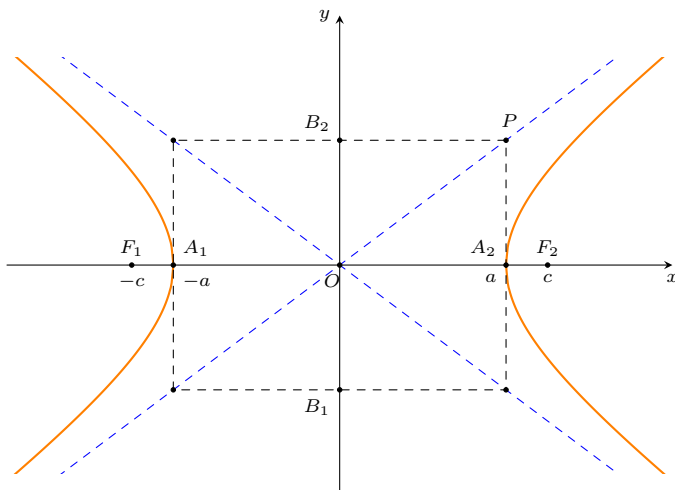
Cho hypebol (H) có các tiêu điểm F_1, F_2 và đặt $F_1F_2 = 2c$. Điểm M thuộc hypebol (H) khi và chỉ khi $|F_1M - F_2M| = 2a$.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho $F_1(-c; 0)$ và $F_2(c; 0)$.

$$M(x; y) \in (H) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (2)$$

trong đó $b = \sqrt{c^2 - a^2}$.

Phương trình (2) gọi là phương trình chính tắc của hypebol.



(H) cắt Ox tại hai điểm $A_1(-a; 0)$ và $A_2(a; 0)$. Nếu ta vẽ hai điểm $B_1(0; -b)$ và $B_2(0; b)$ vào hình chữ nhật OA_2PB_2 thì $OP = \sqrt{a^2 + b^2} = c$.

Các điểm A_1, A_2 gọi là các đỉnh của hypebol.

Đoạn thẳng $A_1A_2 = 2a$ gọi là trục thực, đoạn thẳng $B_1B_2 = 2b$ gọi là trục ảo của hypebol.

Giao điểm O của hai trục là tâm đối xứng của hypebol.

Nếu $M(x; y) \in (H)$ thì $x \leq -a$ hoặc $x \geq a$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1.

- a) Tìm tâm sai của hypebol $3x^2 - y^2 = 12$.
- b) Cho hypebol $(H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm tọa độ đỉnh, tiêu điểm, tâm sai và hai tiệm cận của (H) .

VÍ DỤ 2. Cho hypebol (H) có một tiêu điểm $F_2(8;0)$ và (H) đi qua điểm $A(5;0)$. Viết phương trình chính tắc của hypebol (H) .

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Parabol có phương trình $y^2 = \sqrt{2}x$ có

- (A) tiêu điểm $F(\sqrt{2};0)$.
- (B) đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- (C) tham số tiêu $p = \sqrt{2}$.
- (D) khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

CÂU 2. Đường thẳng nào là đường chuẩn của parabol $y^2 = \frac{3}{2}x$?

- (A) $x = \frac{3}{2}$. (B) $x = -\frac{3}{8}$. (C) $x = -\frac{3}{4}$. (D) $x = \frac{3}{4}$.

CÂU 3. Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của parabol $y^2 = \sqrt{3}x$ bằng

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$. (D) $\frac{\sqrt{3}}{8}$.

CÂU 4. Phương trình chính tắc của parabol mà khoảng cách từ đỉnh tới tiêu điểm bằng $\frac{3}{4}$ là

- (A) $y^2 = \frac{3}{4}x$. (B) $y^2 = \frac{3}{2}x$. (C) $y^2 = 3x$. (D) $y^2 = 6x$.

CÂU 5. Hypebol có nửa trục thực là 4, tiêu cự bằng 10 có phương trình chính tắc là

- (A) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. (B) $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{9} = 1$. (C) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$. (D) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$.

CÂU 6. Hypebol có tâm sai $e = \sqrt{5}$ và đi qua điểm $(1;0)$ có phương trình chính tắc là

- (A) $\frac{y^2}{1} + \frac{x^2}{4} = 1$. (B) $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$. (C) $\frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{4} = 1$. (D) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1$.

CÂU 7. Phương trình hai tiệm cận $y = \pm \frac{2}{3}x$ là của phương trình chính tắc (H) nào sau đây?

- (A) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$. (B) $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$. (C) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$. (D) $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$.

CÂU 8. Cho đường thẳng Δ và một điểm F không thuộc Δ . Tập hợp các điểm M sao cho $MF = \frac{1}{\sqrt{2}}d(M, \Delta)$ là một

- (A) elip. (B) hypebol. (C) parabol. (D) đường tròn.

CÂU 9. Viết phương trình chính tắc của Hypebol, biết giá trị tuyệt đối hiệu các bán kính qua tiêu của điểm M bất kỳ trên hypebol là 8, tiêu cự bằng 10.

- (A) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. (B) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$.
- (C) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. (D) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ hoặc $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

CÂU 10. Viết phương trình của Hypebol có $2c = 10, 2a = 8$ và tiêu điểm nằm trên trục Ox .

- (A) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. (B) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$.
- (C) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. (D) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ hoặc $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

CÂU 11. Hypebol $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ có hai tiêu điểm là

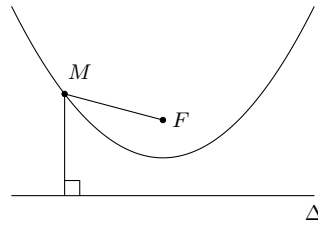
- (A) $F_1(-2;0); F_2(2;0)$. (B) $F_1(-3;0); F_2(3;0)$.
- (C) $F_1(-4;0); F_2(4;0)$. (D) $F_1(-5;0); F_2(5;0)$.

C. PARABOL

3

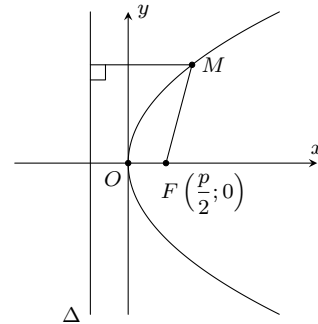
Parabol

ĐỊNH NGHĨA 6.1 (PARABOL). Cho một điểm F và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F . Parabol (P) là tập hợp các điểm M cách đều F và Δ . F gọi là **tiêu điểm** và Δ gọi là **đường chuẩn** của parabol (P) .



ĐỊNH LÝ 6.1 (PHƯƠNG TRÌNH CHÍNH TẮC). Cho parabol (P) có tiêu điểm F và đường chuẩn Δ . Gọi khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là p , hiển nhiên $p > 0$.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ và $\Delta: x + \frac{p}{2} = 0$.



$$M(x; y) \in (P) \Leftrightarrow y^2 = 2px \quad (3).$$

Phương trình (3) gọi là phương trình chính tắc của parabol.

Chú ý:

- ☉ O gọi là **đỉnh** của parabol (P) .
- ☉ Ox gọi là **trục đối xứng** của parabol (P) .
- ☉ p gọi là **tham số tiêu** của parabol (P) .
- ☉ Nếu $M(x; y) \in (P)$ thì $x \geq 0$ và $M'(x; -y) \in (P)$.

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1.

- a) Tìm tiêu điểm, phương trình đường chuẩn của parabol $y^2 = \frac{1}{2}x$.
- b) Tìm tiêu điểm, phương trình đường chuẩn của parabol $y^2 = 4x$.

VÍ DỤ 2. Viết phương trình chính tắc của parabol (P) , biết (P) có đường chuẩn $\Delta: x + 4 = 0$.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Parabol có phương trình $y^2 = \sqrt{2}x$ có

- ☐ A $F(\sqrt{2}; 0)$.
 ☐ B $\Delta: x = -\frac{\sqrt{2}}{4}$.
 ☐ C $p = \sqrt{2}$.
 ☐ D $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

CÂU 2. Đường thẳng nào là đường chuẩn của parabol $y^2 = \frac{3}{2}x$?

- ☐ A $x = \frac{3}{2}$.
 ☐ B $x = -\frac{3}{4}$.
 ☐ C $x = -\frac{3}{8}$.
 ☐ D $x = \frac{3}{4}$.

CÂU 3. Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của parabol $y^2 = \sqrt{3}x$ là

- ☐ A $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
 ☐ B $d(F, \Delta) = \sqrt{3}$.
 ☐ C $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{3}}{4}$.
 ☐ D $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{3}}{8}$.

CÂU 4. Phương trình chính tắc của parabol mà khoảng cách từ đỉnh tới tiêu điểm bằng $\frac{3}{4}$ là

- ☐ A $y^2 = \frac{3}{4}x$.
 ☐ B $y^2 = \frac{3}{2}x$.
 ☐ C $y^2 = 3x$.
 ☐ D $y^2 = 6x$.

CÂU 5. Cho parabol $(P): y^2 = 4x$ có tiêu điểm là F . Gọi M là điểm thuộc (P) thỏa mãn $MF = 3$. Hoành độ của M bằng

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- (A)** 1. **(B)** 3. **(C)** $\frac{3}{2}$. **(D)** 2.

CÂU 6. Gọi MN là một dây cung đi qua tiêu điểm F của parabol (P) thỏa mãn MN vuông góc với Ox và $MN = 3$. Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của (P) bằng

- (A)** 12. **(B)** 3. **(C)** 6. **(D)** đáp số khác.

CÂU 7. Cho parabol $(P): y^2 = 16x$. Một đường thẳng đi qua tiêu điểm F của (P) , có hệ số góc bằng 1, cắt (P) tại M và N . Độ dài MN bằng

- (A)** 28. **(B)** 32. **(C)** 40. **(D)** 20.

CÂU 8. Đường thẳng nào là đường chuẩn của parabol $y^2 = 4x$?

- (A)** $x = -2$. **(B)** $x = -1$. **(C)** $x = 4$. **(D)** $x = \pm 1$.

CÂU 9. Viết phương trình Parabol (P) có tiêu điểm $F(3; 0)$ và đỉnh là gốc tọa độ O .

- (A)** $y^2 = -2x$. **(B)** $y^2 = 6x$. **(C)** $y^2 = 12x$. **(D)** $y = x^2 + \frac{1}{2}$.

CÂU 10. Cho điểm $A(3; 0)$, gọi M là một điểm tùy ý trên $(P): y^2 = x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của AM .

- (A)** 4. **(B)** $\frac{5}{2}$. **(C)** $\frac{9}{2}$. **(D)** $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

CÂU 11. Cho M là một điểm thuộc $(P): y^2 = 64x$, N là một điểm thuộc đường thẳng $(d): 4x + 3y + 46 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng MN .

- (A)** 2. **(B)** 4. **(C)** $\frac{5}{2}$. **(D)** $\frac{3}{2}$.

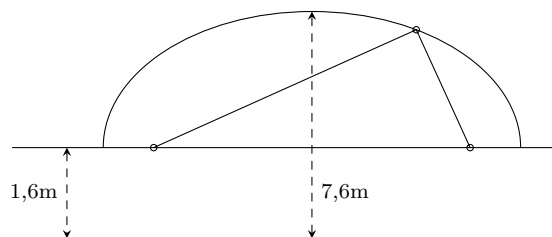
D. BÀI TOÁN THỰC TẾ

BÀI 1. Mặt Trăng chuyển động theo một quỹ đạo là hình elip nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Các khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ các vị trí của Mặt Trăng đến tâm Trái Đất tương ứng là 400000 km và 363000 km (theo nssdc.gsfc.nasa.gov). Tìm tâm sai của quỹ đạo elip.

BÀI 2. Với tâm sai khoảng 0,244 quỹ đạo của sao Diêm Vương "dẹt" so với quỹ đạo của tám hành tinh trong hệ Mặt Trời. Nửa độ dài trục lớn của elip quỹ đạo là khoảng $590635 \cdot 10^6$ km. Tìm khoảng cách gần nhất và khoảng cách xa nhất giữa sao Diêm Vương và tâm Mặt Trời (tiêu điểm cuat quỹ đạo) (theo nssdc.gsfc.nasa.gov).

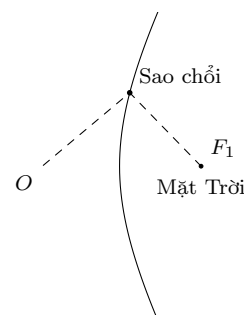
BÀI 3.

Một phòng thì thầm có trần vòm elip với hai tiêu điểm ở độ cao 1,6 m (so với mặt sàn) và cách nhau 16 m. Đỉnh của mái vòm cao 7,6 m (hình bên). Hỏi âm thanh thì thầm từ một tiêu điểm thì sau bao nhiêu giây đến được tiêu điểm kia? Biết vận tốc âm thanh là 343,2 m/s và làm tròn đáp số tới 4 chữ số sau dấu phẩy.



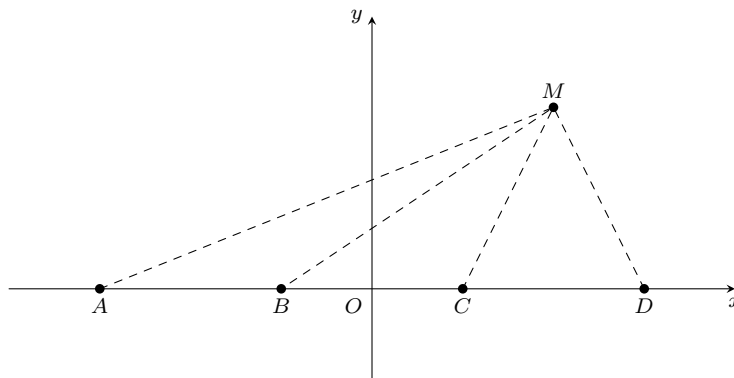
BÀI 4.

Một sao chổi đi qua hệ Mặt Trời theo quỹ đạo là một nhánh hypebol nhận tâm Mặt Trời là một tiêu điểm, khoảng cách gần nhất từ sao chổi này đến tâm Mặt Trời là $3 \cdot 10^8$ km và tâm sai của quỹ đạo hypebol là 3,6 (hình bên). Hãy lập phương trình chính tắc của hypebol chứa quỹ đạo, với một đơn vị đo trên mặt phẳng tọa độ tương ứng với 10^8 km trên thực tế.



BÀI 5.

Bốn trạm phát tín hiệu vô tuyến có vị trí A, B, C, D theo thứ tự đó thẳng hàng và cách đều với khoảng cách 200 km (hình bên). Tại một thời điểm, bốn trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292000 km/s. Một tàu thủy nhận được tín hiệu từ trạm C trước 0,0005 s so với tín hiệu từ trạm B và nhận được tín hiệu từ trạm D sớm 0,0001 s so với tín hiệu từ trạm A .



QUICK NOTE

- Tính hiệu các khoảng cách từ tàu đến các trạm B, C .
- Tính hiệu các khoảng cách từ tàu đến các trạm A, D .
- Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình bên (1 đơn vị trên mặt phẳng tọa độ ứng với 100 km trên thực tế). Hãy lập phương trình chính tắc của hai hypebol đi qua vị trí M của tàu.

BÀI 6. Quỹ đạo chuyển động của sao chổi Halley là một elip, nhận Mặt Trời là một tiêu điểm, có tâm sai bằng 0,967.

- Giải thích vì sao ta có thể coi bất kì hình elip nào với tâm sai bằng 0,967 là hình ảnh thu nhỏ của sao chổi Halley.
- Biết khoảng cách gần nhất từ sao chổi Halley đến tâm Mặt Trời là khoảng $88 \cdot 10^6$ km, tính khoảng cách xa nhất (theo nssdc.gsfc.nasa.gov)

BÀI 7. Một tàu vũ trụ nằm trong một quỹ đạo tròn và ở độ cao 148km so với bờ mặt Trái Đất. Sau khi đạt được vận tốc cần thiết để thoát khỏi lực hấp dẫn của Trái Đất, tàu vũ trụ sẽ đi theo quỹ đạo parabol với tâm Trái Đất là tiêu điểm; điểm khởi đầu của quỹ đạo này là đỉnh parabol quỹ đạo.

- Viết phương trình chính tắc của parabol quỹ đạo (1 đơn vị đo trên mặt phẳng tọa độ ứng với 1 km thực tế, lấy bán kính Trái Đất là 6371 km).
- Giải thích vì sao, kể từ khi đi vào quỹ đạo parabol, càng ngày, tàu vũ trụ càng cách xa Trái Đất.

BÀI 8. Khúc cua của một con đường có dạng hình parabol, điểm đầu vào khúc cua là A , điểm cuối là B , khoảng cách $AB = 400$ m. Đỉnh của parabol (P) của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng 20 m và cách đều A, B .

- Lập phương trình chính tắc của (P), với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng với 1 m thực tế.
- Lập phương trình chính tắc của (P), với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng với 1 km thực tế.

MỤC LỤC

Bài 3. Phương trình đường thẳng	1
(A) Tóm tắt lý thuyết	1
(B) Các dạng bài tập	2
Dạng 1. vectơ chỉ phương, vectơ pháp tuyến của đường thẳng	2
Dạng 2. Viết PTTS của đường thẳng	3
Dạng 3. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng	6
Bài 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH	8
(A) Tóm tắt lý thuyết	8
(B) Các dạng toán	9
Dạng 1. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng	9
Dạng 2. Góc giữa hai đường thẳng	10
Dạng 3. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng	11
Dạng 4. Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện góc, khoảng cách	12
(C) Câu hỏi trắc nghiệm	13
Bài 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN	17
(A) Tóm tắt lý thuyết	17
(B) Các dạng toán	17
Dạng 1. Xác định tâm và bán kính đường tròn	17
Dạng 2. Viết phương trình đường tròn	18
Dạng 3. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn	19
(C) Bài tập trắc nghiệm	20
Bài 6. BA ĐƯỜNG CONIC	23
(A) Elip	23
Dạng 1. Elip	23
(B) Hypebol	25
Dạng 2. Hypebol	25
(C) Parabol	27
Dạng 3. Parabol	27
(D) Bài toán thực tế	28

