Bài 5. BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Biến cố

- **Phép thử ngẫu nhiên** (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà kết quả của nó không thể biết được trước khi phép thử được thực hiện.

- **Không gian mẫu** của phép thử là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi thực hiện phép thử. Không gian mẫu của phép thử được kí hiệu là Ω.

- **Kết quả thuận lợi** Cho một biến cố E liên quan tới phép thử T là kết quả của phép thử T làm cho biến cố đó xảy ra.

Ta chỉ xét các phép thử mà không gian mẫu gồm hữu hạn kết quả.

Mỗi biến cố là một tập con của không gian mẫu Ω.
Tập con này là tập tất cả các kết quả thuận lợi cho biến cố đó.
Nhận xét: Biến cố chắc chắn là tập Ω, biến cố không thể là tập $\varnothing$.
Biến cố đối của biến cố E là biến cố "E không xảy ra".
Biến cố đối của E được kí hiệu là $\overline{E}$.

2. Định nghĩa cổ điển của xác suất

- Các kết quả của phép thử T gọi là đồng khả năng nếu chúng có khả năng xuất hiện như nhau.

- Giả sử các kết quả có thể của phép thử T là đồng khả năng. Khi đó xác suất của biến cố E bằng tỉ số giữa kết quả thuận lợi của E và kết quả có thể.

ĐỊNH NGHĨA 5.1. Cho phép thử T có không gian mẫu là Ω. Giả thiết rằng các kết quả có thể của T là đồng khả năng. Khi đó nếu E là một biến cố liên quan đến phép thử T thì **Xác suất** của E được cho bởi công thức

$$\mathrm{P}(\mathrm{E}) = \frac{n(\mathrm{E})}{n(\Omega)}.$$

Trong đó $n(\Omega)$ và $n(\mathrm{E})$ tương ứng là số phần tử của tập Ω và tập E.

nhận xét:

- Với mỗi biến cố E, ta có $0 \leq \mathrm{P}(\mathrm{E}) \leq 1$.

- Với biến cố chắc chắn (là tập Ω), ta có $\mathrm{P}(\Omega) = 1$.

- Với biến cố không thể (là tập $\varnothing$), ta có $\mathrm{P}(\varnothing) = 0$.

Trong những phép thử đơn giản, ta đếm số phần tử của tập Ω và số phần tử của biến cố E bằng cách liệt kê ra tất cả các phần tử của hai tập hợp này.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xác định phép thử, mô tả không gian mẫu

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Một tổ trong lớp $10A$ có ba học sinh nữ là Hương, Hồng, Dung và bốn học sinh nam là Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ đó để kiểm tra vở bài tập. Phép thử ngẫu nhiên là gì? Mô tả không gian mẫu.

MATH TEACHER

ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

QUICK NOTE

VÍ DỤ 2. Khi tham gia một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, mỗi người chơi chọn một bộ 6 số đôi một khác nhau từ 45 số: 1; 2; ...; 45, chẳng hạn bạn An chọn $\{5; 13; 20; 31; 32; 35\}$. Sau đó, người quản trò bốc ngẫu nhiên 6 quả bóng (không hoàn lại) từ một thùng kín đựng 45 quả bóng như nhau ghi các số 1; 2; ...; 45. Bộ 6 số ghi trên 6 quả bóng đó được gọi là bộ số trúng thưởng.
Nếu bộ số người chơi trùng với bộ số trúng thưởng thì người chơi trúng giải độc đắc; nếu trùng với 5 số của bộ số trúng thưởng thì người chơi trúng giải nhất.

a) Phép thử là gì? Mô tả không gian mẫu Ω.

b) Gọi F là biến cố: "Bạn An trúng giải độc đắc". Hỏi F là tập con nào của không gian mẫu?

c) Gọi G là biến cố: "Bạn An trúng giải nhất". Hãy chỉ ra ba phần tử của tập G. Từ đó, hãy mô tả tập hợp G bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của G.

VÍ DỤ 3. Phần thưởng trong một chương trình khuyến mãi của một siêu thị là tivi, bàn ghế, tủ lạnh, máy tính, bếp từ bộ bát đĩa. Ông Dũng tham gia chương trình được chọn ngẫu nhiên một mặt hàng.

a) Mô tả không gian mẫu,

b) Gọi D là biến cố "Ông Dũng được chọn mặt hàng là đồ điện". Hỏi D là tập con nào của không gian mẫu?

VÍ DỤ 4. Gieo một con xúc xắc 6 mặt và quan sát số chấm xuất hiện trên con xúc xắc.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Gọi M là biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số chẵn". Nội dung biến cố đối $\overline{M}$ của M là gì?

c) Biến cố M và $\overline{M}$ là tập con nào của không gian mẫu?

VÍ DỤ 5. Gieo một con xúc xắc. Gọi K là biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số nguyên tố".

a) Biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một hợp số" có là biến cố $\overline{K}$ không?

b) Biến cố K và $\overline{K}$ là tập con nào của không gian mẫu?

VÍ DỤ 6. Một đồng xu có hai mặt, trên một mặt có ghi giá trị của đồng xu, thường gọi là mặt sấp, mặt kia là mặt ngửa. Hãy xác định không gian mẫu của mỗi phép thử ngẫu nhiên sau

a) Tung đồng xu một lần.

b) Tung đồng xu hai lần.

VÍ DỤ 7. Trong hộp có bốn quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. Hãy xác định không gian mẫu của phép thử sau

a) Lấy ngẫu nhiên một quả bóng;

b) Lấy ngẫu nhiên cùng một lúc hai quả bóng;

c) Lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng.

VÍ DỤ 8. Trong hộp có bốn quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp, xem số, sau đó trả lại hộp, trộn đều rồi lấy lại ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp đó. Hãy xác định không gian mẫu của phép thử hai lần lấy bóng này.

VÍ DỤ 9. Xét phép thử gieo hai con xúc xắc.

a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Viết tập hợp mô tả biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 4". Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố đó?

VÍ DỤ 10. Trong phép thử gieo hai con xúc xắc, gọi B là biến cố "Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm" và C là biến cố "Số chấm xuất hiện ở con xúc xắc thứ nhất gấp 2 lần số chấm xuất hiện ở con xúc xắc thứ hai".

a) Hãy xác định biến cố B và C bằng cách liệt kê các phần tử.

b) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho B và bao nhiêu kết quả thuận lợi cho C?

VÍ DỤ 11. Một nhóm có 5 bạn nam và 4 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 bạn đi làm công tác tình nguyện.

a) Hãy xác định số phần tử của không gian mẫu.

b) Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn có đúng 2 bạn nữ".

VÍ DỤ 12. Một nhóm có 5 bạn nam và 4 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 bạn đi làm công tác tình nguyện. Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố

a) "Trong 3 bạn được chọn có đúng một bạn nữ";

b) "Trong 3 bạn được chọn không có bạn nam nào".

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Gieo một con xúc xắc liên tiếp hai lần

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Gọi A là biến cố: "Tổng số chấm xuất hiện lớn hơn hay bằng 8". Biến cố A và $\overline{A}$ là các tập con nào của không gian mẫu.

BÀI 2. Gieo một con xúc xắc đồng thời rút ngẫu nhiên một thẻ từ một hộp chứa 4 thẻ A, B, C, D.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Xét các biến cố sau:

E: "Con xúc xắc xuất hiện mặt 6".
F: "Rút được thẻ A hoặc con xúc xắc xuất hiện mặt 5".

Các biến cố E, $\overline{E}$, F và $\overline{F}$ là các tập con nào của không gian mẫu?

BÀI 3. Tung một đồng xu ba lần liên tiếp. Phát biểu mỗi biến cố sau dưới dạng mệnh đề:

a) $A = \{SSS; NSS; SNS; NNS\}$.

b) $B = \{SSN, SNS, NSS\}$.

BÀI 4. Hai túi I và II chứa các tấm thẻ được đánh số. Túi I: $\{1; 2; 3; 4\}$, túi II: $\{1; 2; 3; 4; 5\}$. Rút ngẫu nhiên từ mỗi túi I và II một tấm thẻ.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Xét các biến cố sau:

A: "Hai số trên hai tấm thẻ bằng nhau".
B: "Hai số trên hai tấm thẻ chênh nhau 2".
C: "Hai số trên hai tấm thẻ chênh nhau lớn hơn hay bằng 2".

Các biến cố A, $\overline{A}$, B, $\overline{B}$, C, $\overline{C}$ là các tập con nào của không gian mẫu?

BÀI 5. Một bình chứa 10 quả bóng được đánh số từ 1 đến 10. Tùng và Cúc mỗi người lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ bình.

a) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

b) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng hai số ghi trên hai quả bóng lấy ra bằng 10".

c) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố "Tích hai số ghi trên hai quả bóng lấy ra chia hết cho 3".

BÀI 6. Có 3 khách hàng nam và 4 khách hàng nữ cùng đến một quầy giao dịch. Quầy giao dịch sẽ chọn ngẫu nhiên lần lượt từng khách hàng để phục vụ. Tính số các kết quả thuận lợi cho biến cố:

a) "Các khách hàng nam và nữ được phục vụ xen kẽ nhau".

b) "Người được phục vụ đầu tiên là khách hàng nữ".

c) "Người được phục vụ cuối cùng là khách hàng nam".

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Dạng 2. Các bài toán về người và vật áp dụng trực tiếp định nghĩa cổ điển

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt hai chấm.

VÍ DỤ 2. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 3.

VÍ DỤ 3. Gieo hai con súc sắc cân đối đồng chất khác nhau. Tính xác suất để tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 8.

VÍ DỤ 4. Có 15 quả cầu được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên một quả cầu, tính xác suất chọn được một quả cầu mang số lẻ.

VÍ DỤ 5. Một lớp học có 22 nam và 18 nữ. Giáo viên cần chọn 2 học sinh để đi trực sao đỏ, tính xác suất để chọn được 1 nam và 1 nữ.

VÍ DỤ 6. Lớp $11B$ có 25 đoàn viên trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 5 đoàn viên được chọn có 2 nam và 3 nữ.

VÍ DỤ 7. Một tổ có 5 nữ và 4 nam. Giáo viên cần chọn 4 người làm vệ sinh lớp. Tính xác suất để 4 người được chọn có đúng một bạn nam.

VÍ DỤ 8. Từ một hộp có 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tính xác suất để được 3 quả cầu màu xanh.

VÍ DỤ 9. Có 4 quả cầu trắng, 5 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất để chọn được 3 quả cầu cùng màu.

VÍ DỤ 10. Một hộp có 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng (các viên bi cùng màu thì giống nhau). Lấy ngẫu nhiên đồng thời từ hộp ra 4 viên bi. Xác suất để lấy được 4 viên bi có đủ 3 màu.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp X, với $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Tính xác suất để số được chọn là số chẵn.

BÀI 2. Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất 4 lần. Tính xác suất để cả 4 lần đều xuất hiện mặt sấp.

BÀI 3. Có 7 tấm bìa được đánh số từ 1 đến 7, mỗi tấm bìa ghi một số. Rút ngẫu nhiên ba tấm bìa. Tính xác suất của biến cố "Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 12".

BÀI 4. Trong một nhóm gồm 8 học sinh trong đó có hai bạn Đức và Thọ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm học sinh trên. Tính xác suất để 3 học được chọn ra phải có Đức và Thọ.

BÀI 5. Một thùng sữa có 12 hộp sữa khác nhau, trong đó có 7 hộp sữa cam và 5 hộp sữa dâu. Lấy ngẫu nhiên ra 2 hộp sữa trong thùng trên. Tính xác suất để hai hộp được lấy có cả hai loại.

BÀI 6. Một người chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau. Tính xác suất để 2 chiếc giày được chọn tạo thành một đôi.

BÀI 7. Một hộp đựng 4 viên bi trắng, 5 viên bi đen và 6 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó 3 viên bi. Tính xác suất để ba viên bi được lấy ra có đủ ba màu.

BÀI 8. Một hộp bi có 6 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp bi đó. Tính xác suất để 3 viên bi lấy được là 3 viên bi cùng màu.

BÀI 9. Cho hai đường thẳng song song a và b. Trên đường thẳng a lấy 6 điểm phân biệt, trên đường thẳng b lấy 5 điểm phân biệt. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm trong các điểm đã cho trên hai đường thẳng a và b. Tính xác suất P để 3 điểm được chọn tạo thành một tam giác.

BÀI 10. Có hai hộp đựng cầu, mỗi hộp đựng 30 quả cầu được đánh số từ 1 đến 30 và các quả cầu trong hai hộp khác màu. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi hộp đó một quả cầu. Tính xác suất để trong hai quả cầu được chọn có tích hai số ghi trên hai quả cầu đó là một số chia hết cho 6.

QUICK NOTE

Dạng 3. Phương pháp tính xác suất dựa vào biến cố đối

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Gieo ngẫu nhiên một con xúc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất để mặt sáu chấm xuất hiện ít nhất một lần.

VÍ DỤ 2. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

VÍ DỤ 3. Một tổ có 10 học sinh trong đó có 4 nam và 6 nữ. Thầy chủ nhiệm cần chọn một nhóm gồm 3 học sinh làm trực nhật. Tính xác suất để trong ba người được chọn phải có học sinh nữ.

VÍ DỤ 4. Một chi đoàn có 40 người, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Ban chấp hành cần chọn ra 3 người để bầu vào các chức vụ: Bí thư, Phó bí thư, Thư kí. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

VÍ DỤ 5. Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

VÍ DỤ 6. Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số $1, 3, 5, 7, 9$. Tính xác suất để tìm được một số không bắt đầu bởi 135.

VÍ DỤ 7. Có 5 cây viết đen, 6 cây viết đỏ, 9 cây viết xanh. Chọn ngẫu nhiên 3 cây viết. Tính xác suất để chọn được ít nhất 1 cây viết đen.

VÍ DỤ 8. Một hộp quà đựng 16 dây buộc tóc cùng chất liệu, cùng kiểu dáng nhưng khác nhau về màu sắc. Cụ thể trong hộp có 8 dây xanh, 5 dây đỏ, và 3 dây vàng. Bạn An được chọn ngẫu nhiên 6 dây từ hộp quà để làm phần thưởng cho mình. Tính xác suất để trong 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ.

VÍ DỤ 9. Gọi S là tập các số tự nhiên có hai chữ số. Từ tập S chọn ra 3 số bất kì. Tính xác suất để trong 3 số được chọn có ít nhất một số chia hết cho 5.

VÍ DỤ 10. Đội thanh niên tình nguyện của nhà trường có 20 học sinh, trong đó có 5 học sinh khối 12, 8 học sinh khối 11 và 7 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong đội thanh niên tình nguyện của nhà trường đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có đủ cả ba khối $10, 11$ và 12.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Tính xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ.

BÀI 2. Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

BÀI 3. Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 3 chiếc thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

BÀI 4. Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

BÀI 5. Trong đợt thi học sinh giỏi trường THPT A, môn Toán có 5 em đạt giải trong đó có 4 nam và 1 nữ, môn Văn có 5 em đạt giải trong đó có 1 nam và 4 nữ, môn Hóa học có 5 em đạt giải trong đó có 2 nam và 3 nữ, môn Vật lí có 5 em đạt giải trong đó có 3 nam và 2 nữ. Nhà trường chọn ngẫu nhiên mỗi môn một em học sinh để đi dự đại hội thi đua. Tính xác suất để có cả học sinh nam và nữ để đi dự đại hội.

BÀI 6. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi S là tập các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ tập A. Chọn ngẫu nhiên 1 số. Tính xác suất để số được chọn có hai chữ số tận cùng không phải là 23.

BÀI 7. Một hộp có 10 sản phẩm (trong đó có 2 phế phẩm). Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 6 sản phẩm. Tính xác suất để có ít nhất 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra.

QUICK NOTE

BÀI 8. Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, tính xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu.

BÀI 9. Một hộp có 10 sản phẩm (trong đó có 2 phế phẩm). Lấy ngẫu nhiên (không hoàn lại) từ hộp ra 6 sản phẩm. Tính xác suất để có không quá 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra.

BÀI 10. Một khách sạn có 6 phòng đơn. Có 10 khách đến thuê phòng, trong đó có 6 nam và 4 nữ. Do hết phòng nên người quản lý chọn ngẫu nhiên 6 người. Tính xác suất để có ít nhất 2 nữ.

Dạng 4. Các bài toán có sử dụng phương pháp phân lớp

Các bài toán chia trường hợp để đếm số kết quả có thể xảy ra của phép thử hoặc đếm các kết quả thuận lợi của biến cố hoặc dùng quy tắc cộng xác suất.

Với hai biến cố A và B, ta có $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.
Đặc biệt nếu A và B xung khắc thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ hoa, tính xác suất để trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly.

VÍ DỤ 2. Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

VÍ DỤ 3. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tìm xác suất để

a) 3 viên bi lấy ra đều màu đỏ.

b) 3 viên bi lấy ra có không quá hai màu.

VÍ DỤ 4. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 lập các số chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số vừa lập. Tính xác suất để lấy được một số lớn hơn 2012.

VÍ DỤ 5. Gọi M là tập tất cả các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau và có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập M. Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn, đồng thời thỏa mãn $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6$.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Một hộp đựng 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để viên bi lấy được lần thứ hai là bi xanh.

BÀI 2. Một hộp đựng 10 viên bi đỏ, 8 viên bi vàng và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính xác suất để các viên bi lấy ra được đủ cả ba màu.

BÀI 3. Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng.

BÀI 4. Một hộp chứa 6 bi màu vàng, 5 bi màu đỏ và 4 bi màu xanh, lấy ngẫu nhiên 8 bi trong hộp. Tính xác suất sao cho trong 8 bi lấy ra có số bi màu vàng bằng số bi màu đỏ.

BÀI 5. Một hộp chứa 11 quả cầu được đánh số theo thứ tự từ 1 đến 11, lấy ngẫu nhiên 6 quả cầu. Tính xác suất để tổng của các số được ghi trên 6 quả cầu đó là số lẻ.

BÀI 6. Một đội ngũ giáo viên gồm 8 thầy giáo dạy Toán,5 cô giáo dạy Vật lý và 3 cô giáo dạy Hóa học. Sở Giáo dục và Đào tạo chọn ngẫu nhiên 4 người để chấm bài thi THPT quốc gia. Tính xác suất trong 4 người được chọn phải có cô giáo và có đủ ba bộ môn.

BÀI 7. Một công ty nhận được 30 hồ sơ của 30 người muốn xin việc vào công ty, trong đó có 15 người biết tiếng Anh, 8 người biết tiếng Pháp và 14 người không biết tiếng Anh và tiếng Pháp. Công ty cần tuyển 5 người biết ít nhất tiếng Anh hoặc tiếng Pháp. Tính xác suất để trong 5 người được chọn có 3 người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp.

BÀI 8. Thầy X có 15 quyển sách gồm 4 cuốn sách Văn, 5 cuốn sách Sử và 6 cuốn sách Địa. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy X chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn.

BÀI 9. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 11A và 3 học sinh lớp 11B và 5 học sinh của lớp 11C thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có học sinh nào của cùng một lớp đứng cạnh nhau.

BÀI 10. Một trường học có 25 giáo viên nam và 15 giáo viên nữ trong đó có đúng hai cặp vợ chồng. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 5 người trong số 40 giáo viên trên đi công tác. Tính xác suất sao cho trong 5 người được chọn có đúng một cặp vợ chồng.

3. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Một hộp đựng 7 viên bi đỏ đánh số từ 1 đến 7 và 6 viên bi xanh đánh số từ 1 đến 6. Xác suất để chọn được hai viên bi từ hộp đó sao cho chúng khác màu và khác số bằng

A $\frac{5}{13}$. B $\frac{6}{13}$. C $\frac{49}{78}$. D $\frac{18}{39}$.

CÂU 2. Gieo ngẫu nhiên đồng thời hai con xúc sắc cân đối, đồng chất và khác màu. Tính xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 7.

A $\frac{7}{9}$. B $\frac{5}{18}$. C $\frac{1}{9}$. D $\frac{1}{6}$.

CÂU 3. Trong năm học 2018 - 2019, Trường THPT A có 13 lớp học sinh khối 10, 12 lớp học sinh khối 11 và 12 lớp học sinh khối 12. Nhân ngày nhà giáo Việt Nam 20 tháng 11, nhà trường chọn ngẫu nhiên 2 lớp trong trường để tham gia hội diễn văn nghệ của Trường. Xác suất để 2 lớp được chọn không cùng một khối là

A $\frac{76}{111}$. B $\frac{87}{111}$. C $\frac{78}{111}$. D $\frac{67}{111}$.

CÂU 4. Đội văn nghệ trường THPT A gồm 8 học sinh, trong đó có 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh biểu diễn văn nghệ. Tính xác suất để 5 học sinh được chọn có cả nam và nữ và số nam nhiều hơn số nữ.

A $P=\frac{11}{56}$. B $P=\frac{45}{56}$. C $P=\frac{46}{56}$. D $P=\frac{55}{56}$.

CÂU 5. Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh.

A $\frac{10}{21}$. B $\frac{5}{14}$. C $\frac{25}{42}$. D $\frac{5}{42}$.

CÂU 6. Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bị, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

A $\frac{1}{12}$. B $\frac{1}{3}$. C $\frac{16}{33}$. D $\frac{1}{2}$.

CÂU 7. Một tổ học sinh lớp X có 12 học sinh trong số đó có An và Bình. Cô giáo thực hiện phân nhóm ngẫu nhiên thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 thành viên để thực hiện nhiệm vụ học tập. Xác suất để An và Bình cùng nhóm là

A $\frac{3\cdot C_{10}^2\cdot C_8^4\cdot C_4^4}{C_{12}^4\cdot C_8^4\cdot C_4^4}$. B $1-\frac{3\cdot C_{10}^2\cdot C_8^4\cdot C_4^4}{C_{12}^4\cdot C_8^4\cdot C_4^4}$.

C $\frac{3!\cdot C_{10}^2\cdot C_8^4\cdot C_4^4}{C_{12}^4\cdot C_8^4\cdot C_4^4}$. D $1-\frac{3!\cdot C_{10}^2\cdot C_8^4\cdot C_4^4}{C_{12}^4\cdot C_8^4\cdot C_4^4}$.

CÂU 8. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, chọn ngẫu nhiên một điểm có hoành độ và tung độ là các số nguyên có trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 5, các điểm cùng có xác suất được chọn như nhau. Xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách từ điểm được chọn đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 3.

A $\frac{36}{121}$. B $\frac{13}{81}$. C $\frac{15}{81}$. D $\frac{29}{121}$.

CÂU 9. Chia ngẫu nhiên 8 đội bóng thành 2 bảng, mỗi bảng 4 đội. Xác suất để 2 đội A, B ở cùng một bảng là

A $\frac{3}{14}$. B $\frac{2}{5}$. C $\frac{3}{28}$. D $\frac{3}{7}$.

CÂU 10. Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Mỗi bạn Châu và An chọn ngẫu nhiên ba số trong tập A. Tính xác suất để trong hai bộ số của Châu và An chọn ra có nhiều nhất một số giống nhau.

A $\frac{21}{40}$. B $\frac{49}{60}$. C $\frac{17}{24}$. D $\frac{203}{480}$.

CÂU 11. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập thành một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

(A) $\dfrac{56}{143}$. (B) $\dfrac{73}{143}$. (C) $\dfrac{87}{143}$. (D) $\dfrac{70}{143}$.

CÂU 12. Một lô hàng có 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra không có quá 1 phế phẩm.

(A) $\dfrac{1}{3}$. (B) $\dfrac{2}{15}$. (C) $\dfrac{2}{3}$. (D) $\dfrac{8}{15}$.

CÂU 13. Một đoàn tàu điện gồm 3 toa tiến vào sân ga, ở đó đang có 5 hành khách chờ lên tàu. Giả sử các hành khách lên tàu một cách ngẫu nhiên và mỗi toa tàu có nhiều hơn 5 vị trí trống. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất một hành khách lên tàu.

(A) $\dfrac{9}{40}$. (B) $\dfrac{39}{50}$. (C) $\dfrac{39}{81}$. (D) $\dfrac{50}{81}$.

CÂU 14. Một chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\dfrac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên?

(A) 12. (B) 9. (C) 10. (D) 11.

CÂU 15. Gieo một con súc sắc đồng nhất 3 lần. Gọi A là biến cố có tổng số chấm xuất hiện ở 2 lần gieo đầu bằng số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ 3. Xác xuất biến cố A bằng

(A) $\dfrac{10}{216}$. (B) $\dfrac{12}{216}$. (C) $\dfrac{15}{216}$. (D) $\dfrac{16}{216}$.

Dạng 5. Các bài toán liên quan đến tính chất số học

Trong dạng này ta cần chú ý tính chất số học như tính chẵn, lẻ, chia hết, số chính phương, ...

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của các biến cố

a) A: "Mặt có số chấm lẻ xuất hiện".

b) B: "Mặt xuất hiện có số chấm chia hết cho 3".

c) C: "Mặt xuất hiện có số chấm lớn hơn 2".

VÍ DỤ 2. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 80 số tự nhiên 1, 2, 3, ⁝,80. Tính xác suất của các biến cố

a) A: "Trong 3 số đó có đúng 2 số là bội số của 5".

b) B: "Trong 3 số đó có ít nhất một số chính phương".

VÍ DỤ 3. Cho tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Gọi E là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ A. Lấy ngẫu nhiên một số từ E. Tính xác xuất để lấy được số chia hết cho 5.

VÍ DỤ 4. Chọn ngẫu nhiên hai số trong 30 số nguyên dương đầu tiên. Tính xác suất để trong hai số được chọn có ít nhất một số chẵn.

VÍ DỤ 5. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau được chọn từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Từ S chọn ngẫu nhiên một số, tính xác suất để số được chọn là số lẻ và số lẻ đó có mặt chữ số 5.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Chọn ngẫu nhiên 3 số từ tập $S = \{1, 2, 3, \dots, 11\}$. Tính xác suất để tổng ba số được chọn là 12.

BÀI 2. Một hộp đựng thẻ gồm 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên hai thẻ từ hộp thẻ đó. Tính xác suất để rút được hai thẻ có tích hai số ghi trên hai thẻ là một số lẻ.

BÀI 3. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ 1 đến 40. Tính xác suất để chọn được một số nguyên tố.

BÀI 4. Cho 6 quả cầu giống hệt nhau được đánh số từ 1 đến 6 và đựng trong hộp kín. Sau khi xáo trộn người ta lấy ra ngẫu nhiên lần lượt 4 quả cầu.

QUICK NOTE

a) Sắp xếp chúng theo thứ tự lấy ra thành hàng ngang từ trái sang phải. Tính xác suất để được số 1234.

b) Tính xác suất để tổng các chữ số trên 4 quả cầu lấy ra bằng 10.

BÀI 5. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số phân biệt được chọn từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để số được chọn có chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng trăm.

BÀI 6. Chọn ngẫu nhiên ba số đôi một khác nhau từ tập hợp $A = \{1; 2; 3; \ldots; 20\}$. Tính xác suất để trong ba số được chọn không có hai số tự nhiên liên tiếp.

BÀI 7. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên gồm sáu chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Chọn một số ngẫu nhiên từ X tính xác suất để số đó có đúng ba chữ số lẻ.

BÀI 8. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 90 số tự nhiên $1, 2, 3, \ldots, 90$. Tính xác suất của biến cố "Trong 3 số được chọn có đúng hai số chính phương."

BÀI 9. Từ tập hợp tất cả các số tự nhiên có năm chữ số mà các chữ số đều khác 0, lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số được lấy ra chỉ có mặt ba chữ số khác nhau.

BÀI 10. Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn $\frac{5}{6}$.

3. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp đó, tính xác suất thẻ lấy được ghi số chia hết cho 3.

(A) 0,3. (B) 0,5. (C) 0,15. (D) 0,2.

CÂU 2. Chọn ngẫu nhiên một số có 2 chữ số từ các số 00 đến 99. Xác suất để có số tận cùng là 0 bằng

(A) 0,1. (B) 0,2. (C) 0,3. (D) 0,4.

CÂU 3. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

(A) $\frac{10}{19}$. (B) $\frac{5}{19}$. (C) $\frac{4}{19}$. (D) $\frac{9}{19}$.

CÂU 4. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau tạo nên từ các chữ số 0; 1; 3; 4; 5; 7; 8; 9. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp X. Tính xác suất để số lấy được có chữ số đầu tiên không nhỏ hơn 5 (chữ số đầu tiên là chữ số hàng chục nghìn).

(A) $\frac{5}{7}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{2}{7}$. (D) $\frac{4}{7}$.

CÂU 5. Cho tập X gồm các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Chọn một số từ X. Tính xác suất chọn được số chia hết cho 5.

(A) $\frac{1}{8}$. (B) $\frac{3}{4}$. (C) $\frac{1}{4}$. (D) $\frac{5}{8}$.

CÂU 6. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số của tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp S. Tính xác suất để số được chọn có 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ.

(A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{3}{5}$. (C) $\frac{1}{40}$. (D) $\frac{1}{10}$.

CÂU 7. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số lập từ các chữ số thuộc A. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 6.

(A) $\frac{9}{28}$. (B) $\frac{4}{27}$. (C) $\frac{4}{9}$. (D) $\frac{1}{9}$.

CÂU 8. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 25.

(A) $\frac{11}{324}$. (B) $\frac{1}{45}$. (C) $\frac{5}{168}$. (D) $\frac{11}{252}$.

CÂU 9. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập S. Tính xác suất để số được chọn có đúng bốn chữ số lẻ sao cho số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

(A) $\frac{20}{189}$. (B) $\frac{5}{54}$. (C) $\frac{5}{648}$. (D) $\frac{5}{42}$.

QUICK NOTE

CÂU 10. Gọi S là tập các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $1; 2; 3; \cdots; 9$ và lấy ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được lấy ra chia hết cho 11 và tổng các chữ số của nó cũng chia hết cho 11.

Ⓐ $\dfrac{8}{21}$. Ⓑ $\dfrac{1}{126}$. Ⓒ $\dfrac{1}{252}$. Ⓓ $\dfrac{1}{63}$.

CÂU 11. Tập S gồm các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các số $0, 1, 2, \ldots, 8$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

Ⓐ $\dfrac{97}{560}$. Ⓑ $\dfrac{9}{50}$. Ⓒ $\dfrac{7}{60}$. Ⓓ $\dfrac{1}{56}$.

Dạng 6. Các bài toán liên quan hình học

a) Tính xác suất tạo thành tam giác khi lấy các điểm nằm trên 2 đường thẳng song song.

b) Tính xác suất tạo thành tam giác khi lấy 3 đoạn thẳng có độ dài từ tập hợp các đoạn thẳng có độ dài cho trước.

c) Cho một đa giác đều (H) có $2n$ đỉnh. Một số kết quả liên quan đến đếm số tam giác và số tứ giác có các đỉnh là các đỉnh của (H).

- Xét tam giác:
  ① Số tam giác được tạo thành từ $2n$ đỉnh là C_{2n}^3.
  ② Số tam giác vuông được tạo thành từ $2n$ đỉnh là $n(2n-2)$.
  ③ Số tam giác cân được tạo thành từ $2n$ đỉnh là $2n(n-1)$.
  ④ Số tam giác vuông mà không cân được tạo thành từ $2n$ đỉnh là $4\mathrm{C}_n^2 - 2n$.
  ⑤ Số tam giác tù được tạo thành từ $2n$ đỉnh là $n\mathrm{C}^2_{\frac{n-2}{2}}$.
- Xét tứ giác:
  ① Số hình chữ nhật được tạo thành từ $2n$ đỉnh là C_n^2.
  ② Số hình vuông được tạo thành từ $2n$ đỉnh (n chia hết 2) là $\dfrac{n}{2}$.

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Cho hai đường thẳng song song a và b. Trên đường thẳng a lấy 6 điểm phân biệt, trên đường thẳng b lấy 5 điểm phân biệt. Chọn ngẫu nhiên ba điểm trong các điểm đã cho trên hai đường thẳng a và b. Tính xác suất để ba điểm được chọn tạo thành một tam giác.

VÍ DỤ 2. Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 2 cm, 4 cm, 6 cm, 8 cm, 10 cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên. Tính xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

VÍ DỤ 3. Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật.

VÍ DỤ 4. Cho đa giác đều 12 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông.

VÍ DỤ 5. Cho đa giác đều gồm $2n$ đỉnh ($n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$). Chọn ngẫu nhiên bốn đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất để bốn đỉnh được chọn là bốn đỉnh của hình chữ nhật là $\dfrac{1}{65}$. Tìm giá trị của n.

VÍ DỤ 6. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh bất kỳ từ các đỉnh của đa giác đều có 12 cạnh $A_1A_2\ldots A_{12}$. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân.

VÍ DỤ 7. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên 3 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh đó là 3 đỉnh của 1 tam giác vuông không cân.

VÍ DỤ 8. Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

VÍ DỤ 9. Cho đa giác đều 36 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh trong 36 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một hình vuông.

VÍ DỤ 10. Cho đa giác đều 32 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Tính xác suất để chọn được một hình chữ nhật.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên đường thẳng d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên đường thẳng d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó lại với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, tính xác suất để thu được một tam giác có hai đỉnh màu đỏ.

BÀI 2. Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên. Tính xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

BÀI 3. Cho đa giác đều 12 đỉnh $A_1A_2...A_{12}$ nội tiếp đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để bốn đỉnh được chọn tạo thành hình chữ nhật.

BÀI 4. Cho đa giác đều gồm $2n$ đỉnh ($n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$). Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất để ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là 0,2. Tìm giá trị của n.

BÀI 5. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh từ các đỉnh của một đa giác đều nội tiếp đường tròn tâm O, biết đa giác có 170 đường chéo. Tính xác suất P của biến cố chọn được ba đỉnh sao cho ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông không cân.

BÀI 6. Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của của đai giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

BÀI 7. Cho đa giác đều gồm 2018 đỉnh $A_1A_2\ldots A_{2018}$. Chọn ngẫu nhiên ra 3 đỉnh trong 2018 đỉnh của đa giác, xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác tù là bao nhiêu?

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CUỐI BÀI

CÂU 1. Có 7 tấm bìa ghi 7 chữ "HIỀN ", "TÀI ", "LÀ ", "NGUYÊN ", "KHÍ ", "QUỐC ", "GIA ". Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ "HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA ".

A $\dfrac{1}{25}$. **B** $\dfrac{1}{5040}$. **C** $\dfrac{1}{24}$. **D** $\dfrac{1}{13}$.

CÂU 2. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

A $\dfrac{2}{7}$. **B** $\dfrac{3}{4}$. **C** $\dfrac{37}{42}$. **D** $\dfrac{10}{21}$.

CÂU 3. Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc sắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố: "Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 1 ".

A $\dfrac{2}{9}$. **B** $\dfrac{1}{9}$. **C** $\dfrac{5}{18}$. **D** $\dfrac{5}{6}$.

CÂU 4. Có 10 tấm bìa ghi 10 chữ "NƠI ", "NÀO ", "CÓ ", "Ý ", "CHÍ ", "NƠI ", "ĐÓ ", "CÓ ", "CON ", "ĐƯỜNG ". Một người xếp ngẫu nhiên 10 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ "NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG ".

A $\dfrac{1}{40320}$. **B** $\dfrac{1}{10}$. **C** $\dfrac{1}{3628800}$. **D** $\dfrac{1}{907200}$.

CÂU 5. Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

A $\dfrac{135}{988}$. **B** $\dfrac{3}{247}$. **C** $\dfrac{244}{247}$. **D** $\dfrac{15}{26}$.

CÂU 6. Trong trò chơi "Chiếc nón kỳ diệu" chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong 6 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.

A $\dfrac{5}{36}$. **B** $\dfrac{5}{9}$. **C** $\dfrac{5}{54}$. **D** $\dfrac{1}{36}$.

CÂU 7. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ một thùng gồm 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng. Tính xác suất để lấy được hai viên bi khác màu?

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Ⓐ 67,6%. Ⓑ 29,5%. Ⓒ 32,4%. Ⓓ 70,5%.

CÂU 8. Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu đại số và 4 câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu?

Ⓐ $\frac{5}{6}$. Ⓑ $\frac{1}{30}$. Ⓒ $\frac{1}{6}$. Ⓓ $\frac{29}{30}$.

CÂU 9. Để chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam $20-11$ Đoàn trường THPT Hai Bà Trưng đã phân công ba khối: khối 10, khối 11 và khối 12 mỗi khối chuẩn bị ba tiết mục gồm: một tiết mục múa, một tiết mục kịch và một tiết mục hát tốp ca. Đến ngày tổ chức ban tổ chức chọn ngẫu nhiên ba tiết mục. Tính xác suất để ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung?

Ⓐ $\frac{1}{14}$. Ⓑ $\frac{1}{84}$. Ⓒ $\frac{1}{28}$. Ⓓ $\frac{9}{56}$.

CÂU 10. Kết quả (b, c) của việc gieo con xúc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình có nghiệm.

Ⓐ $\frac{19}{36}$. Ⓑ $\frac{1}{2}$. Ⓒ $\frac{1}{18}$. Ⓓ $\frac{17}{36}$.

CÂU 11. Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau. Tính xác suất khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ.

Ⓐ $\frac{8}{55}$. Ⓑ $\frac{292}{34650}$. Ⓒ $\frac{292}{1080}$. Ⓓ $\frac{16}{55}$.

CÂU 12. Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Ⓐ $\frac{4615}{5236}$. Ⓑ $\frac{4651}{5236}$. Ⓒ $\frac{4615}{5263}$. Ⓓ $\frac{4610}{5236}$.

CÂU 13. Một cái hộp chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh.

Ⓐ $\frac{2}{5}$. Ⓑ $\frac{7}{24}$. Ⓒ $\frac{11}{12}$. Ⓓ $\frac{7}{9}$.

CÂU 14. Một tổ gồm 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Tính số cách chọn cùng lúc 3 học sinh trong tổ đi tham gia chương trình thiện nguyện.

Ⓐ 56. Ⓑ 336. Ⓒ 24. Ⓓ 36.

CÂU 15. Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

Ⓐ $\frac{2}{3}$. Ⓑ $\frac{5}{18}$. Ⓒ $\frac{1}{3}$. Ⓓ $\frac{13}{18}$.

CÂU 16. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Giả sử con xúc xắc xuất hiện mặt b chấm. Tính xác suất sao cho phương trình $x^2 - bx + b - 1 = 0$ (x là ẩn số) có nghiệm lớn hơn 3.

Ⓐ $\frac{1}{3}$. Ⓑ $\frac{5}{6}$. Ⓒ $\frac{2}{3}$. Ⓓ $\frac{1}{2}$.

CÂU 17. Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là 0,3 và Nam thắng Việt là 0,4. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.

Ⓐ 0,12. Ⓑ 0,7. Ⓒ 0,9. Ⓓ 0,21.

CÂU 18. Một túi đựng 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi đó. Xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng

Ⓐ $\frac{1}{3}$. Ⓑ $\frac{2\mathrm{C}_3^3 + \mathrm{C}_4^3 + \mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_4^1}{\mathrm{C}_{10}^3}$.

Ⓒ $\frac{2\mathrm{C}_3^3 + \mathrm{C}_4^3}{\mathrm{C}_{10}^3}$. Ⓓ $\frac{2\mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_4^1}{\mathrm{C}_{10}^3}$.

CÂU 19. Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau. $\mathrm{P}(A) = 0,4$, $\mathrm{P}(B) = 0,3$. Khi đó $\mathrm{P}(AB)$ bằng

Ⓐ 0,58. Ⓑ 0,7. Ⓒ 0,1. Ⓓ 0,12.

CÂU 20. Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

(A) $\dfrac{90}{119}$. (B) $\dfrac{30}{119}$. (C) $\dfrac{125}{7854}$. (D) $\dfrac{6}{119}$.

CÂU 21. Trong tủ đồ chơi của bạn An có 5 con thú bông gồm: vịt, chó, mèo, gấu, voi. Bạn An muốn lấy ra một số thú bông. Xác suất để trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt.

(A) $\dfrac{16}{31}$. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{15}{32}$. (D) $\dfrac{15}{31}$.

CÂU 22. Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ là

(A) $\dfrac{1}{14}$. (B) $\dfrac{1}{210}$. (C) $\dfrac{13}{14}$. (D) $\dfrac{209}{210}$.

CÂU 23. Trong kì thi thử THPT Quốc Gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của An không dưới 9,5 điểm.

(A) $\dfrac{9}{22}$. (B) $\dfrac{13}{1024}$. (C) $\dfrac{2}{19}$. (D) $\dfrac{53}{512}$.

CÂU 24. Một hộp đựng 40 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6.

(A) $\dfrac{252}{1147}$. (B) $\dfrac{26}{1147}$. (C) $\dfrac{12}{1147}$. (D) $\dfrac{126}{1147}$.

CÂU 25. Kết quả (b, c) của việc gieo một con xúc xắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm:

(A) $\dfrac{5}{36}$. (B) $\dfrac{7}{12}$. (C) $\dfrac{23}{36}$. (D) $\dfrac{17}{36}$.

CÂU 26. Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

(A) $\dfrac{99}{667}$. (B) $\dfrac{8}{11}$. (C) $\dfrac{3}{11}$. (D) $\dfrac{99}{167}$.

CÂU 27. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

(A) $1 - 0{,}25^{20} \cdot 0{,}75^{30}$. (B) $0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20}$.

(C) $0{,}25^{20} \cdot 0{,}75^{30}$. (D) $0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20} C_{50}^{20}$.

CÂU 28. Một con xúc xắc không cân đối, có đặc điểm mặt sáu chấm xuất hiện nhiều gấp hai lần mỗi mặt còn lại. Gieo con xúc xắc đó hai lần. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện trong hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 11 bằng

(A) $\dfrac{8}{49}$. (B) $\dfrac{4}{9}$. (C) $\dfrac{1}{12}$. (D) $\dfrac{3}{49}$.

CÂU 29. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

(A) $\dfrac{7}{125}$. (B) $\dfrac{7}{150}$. (C) $\dfrac{189}{1250}$. (D) $\dfrac{7}{375}$.

CÂU 30. Có hai chiếc hộp A và B. Hộp A chứa 6 viên bi trắng, 4 viên bi đen. Hộp B chứa 7 viên bi trắng, 3 viên bi đen. Người ta lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp A bỏ vào hộp B rồi sau đó từ hộp B lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai viên bi lấy được từ hộp B là hai viên bi trắng.

(A) $\dfrac{126}{275}$. (B) $\dfrac{21}{55}$. (C) $\dfrac{123}{257}$. (D) $\dfrac{37}{83}$.

CÂU 31. Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất "có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4" phải lớn hơn $\dfrac{5}{6}$.

(A) 7. (B) 6. (C) 5. (D) 4.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 32. Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang, và 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền là

(A) $\dfrac{109}{30240}$. (B) $\dfrac{1}{280}$. (C) $\dfrac{1}{5040}$. (D) $\dfrac{109}{60480}$.

CÂU 33. Một ngân hàng đề thi có 50 câu hỏi khác nhau, trong đó có 40% câu hỏi ở mức độ nhận biết, 20% câu hỏi ở mức độ thông hiểu, 30% câu hỏi ở mức độ vận dụng và 10% câu hỏi ở mức độ vận dụng cao. Xây dựng 1 đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu hỏi khác nhau từ ngân hàng đề thi đó bằng cách sắp xếp ngẫu nhiên các câu hỏi. Tính xác suất để xây dựng được 1 đề thi mà các câu hỏi được sắp xếp theo mức độ khó tăng dần: nhận biết – thông hiểu – vận dụng – vận dụng cao. (chọn giá trị gần đúng nhất)

(A) $4{,}56 \cdot 10^{-26}$. (B) $5{,}46 \cdot 10^{-29}$. (C) $5{,}46 \cdot 10^{-26}$. (D) $4{,}56 \cdot 10^{-29}$.

CÂU 34. An và Bình cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2018, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì An và Bình đều đăng kí thi thêm đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 8 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tính xác suất để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.

(A) $\dfrac{1}{9}$. (B) $\dfrac{1}{10}$. (C) $\dfrac{1}{12}$. (D) $\dfrac{1}{24}$.

CÂU 35. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố.

(A) $\dfrac{2045}{13608}$. (B) $\dfrac{409}{90000}$. (C) $\dfrac{409}{3402}$. (D) $\dfrac{409}{11250}$.

CÂU 36. Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất để lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2.

(A) 0,8533. (B) 0,5533. (C) 0,6533. (D) 0,2533.

CÂU 37. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có năm chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \le a \le b \le c \le d \le e \le 9$.

(A) $\dfrac{143}{10000}$. (B) $\dfrac{138}{1420}$. (C) $\dfrac{11}{200}$. (D) $\dfrac{3}{7}$.

CÂU 38. Mỗi lượt, ta gieo một con xúc xắc (loại 6 mặt, cân đối) và một đồng xu (cân đối). Tính xác suất để trong 3 lượt gieo như vậy, có ít nhất một lượt gieo được kết quả con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp.

(A) $\dfrac{397}{1728}$. (B) $\dfrac{1385}{1728}$. (C) $\dfrac{1331}{1728}$. (D) $\dfrac{1603}{1728}$.

CÂU 39. Tung một đồng xu không đồng chất 2020 lần. Biết rằng xác suất xuất hiện mặt sấp là 0,6. Tính xác suất để mặt sấp xuất hiện đúng 1010 lần.

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) $(0{,}24)^{1010}$.

(C) $\dfrac{2}{3}$. (D) $C_{2020}^{1010} \cdot (0{,}24)^{1010}$.

CÂU 40. Trong một lớp có n học sinh gồm ba bạn Chuyên, Hà, Tĩnh cùng $n-3$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến n mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của Hà bằng trung bình cộng số ghế của Chuyên và số ghế của Tĩnh là $\dfrac{13}{675}$. Khi đó n thỏa mãn

(A) $n \in [35; 39]$. (B) $n \in [40; 45]$. (C) $n \in [30; 34]$. (D) $n \in [25; 29]$.

CÂU 41. Xác suất để Bình đá bóng vào cầu môn là 0,4. Khi đó, xác suất để Bình đá hỏng là

(A) 0,24. (B) 0,16. (C) 0,4. (D) 0,6.

CÂU 42. Gieo một đồng tiền 2 lần. Biến cố đối của biến cố "Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần" là

(A) Mặt sấp chỉ xuất hiện một lần. (B) Mặt sấp xuất hiện hai lần.

(C) Mặt ngửa chỉ xuất hiện một lần. (D) Mặt ngửa xuất hiện hai lần.

CÂU 43. Từ một hộp chứa 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ, 2 viên bi vàng, lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất của biến cố lấy được hai viên bi được lấy khác màu

(A) $\frac{13}{18}$. (B) $\frac{7}{18}$. (C) $\frac{8}{15}$. (D) $\frac{1}{5}$.

CÂU 44. Từ một hộp 13 bóng đèn, trong đó có 6 bóng hỏng, lấy ngẫu nhiên 5 bóng ra khỏi hộp. Tính xác suất sao cho có ít nhất một bóng không hỏng.

(A) $\frac{427}{429}$. (B) $\frac{5}{429}$. (C) $\frac{424}{429}$. (D) $\frac{2}{429}$.

CÂU 45. Trong đợt kiểm tra chất lượng sản xuất sản phẩm tiêu dùng, một đoàn thanh tra lấy ngẫu nhiên 5 sản phẩm từ 1 lô hàng của một công ty để kiểm tra. Tính xác suất để đoàn thanh tra lấy được ít nhất 2 phế phẩm. Biết rằng trong lô hàng đó có 100 sản phẩm, trong đó có 95 chính phẩm và 5 phế phẩm.

(A) $\frac{357319}{18821880}$. (B) $\frac{18821880}{57940519}$. (C) $\frac{57940519}{73858244}$. (D) $\frac{357319}{73858244}$.

CÂU 46. Một đơn vị vận tải có 10 xe ô tô trong đó có 6 xe tốt. Họ điều động ngẫu nhiên 3 xe đi công tác. Tính xác suất sao cho 3 xe điều động đi phải có ít nhất 1 xe tốt.

(A) $\frac{29}{30}$. (B) $\frac{1}{30}$. (C) $\frac{3}{16}$. (D) $\frac{13}{16}$.

CÂU 47. Trên giá sách có 5 quyển sách toán học, 4 quyển Vật lý và 3 quyển Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 4 quyển. Tính xác suất sao cho ít nhất 1 quyển Toán học.

(A) $\frac{92}{99}$. (B) $\frac{7}{99}$. (C) $\frac{3}{35}$. (D) $\frac{33}{35}$.

CÂU 48. Một chi đoàn có 15 đoàn viên, trong đó có 7 nam và 8 nữ. Người ta chọn ra 4 người trong chi đoàn đó để lập một đội thanh niên tình nguyện. Tính xác suất sao cho trong 4 người được chọn có ít nhất một nữ.

(A) $\frac{38}{39}$. (B) $\frac{1}{39}$. (C) $\frac{33}{35}$. (D) $\frac{2}{35}$.

CÂU 49. Một lớp học có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Thầy giáo chủ nhiệm chọn ra 5 học sinh để lập một tốp ca chào mừng ngày 22 tháng 12. Tính xác suất sao cho trong tốp ca có ít nhất một học sinh nữ.

(A) $\frac{2273}{2387}$. (B) $\frac{114}{2387}$. (C) $\frac{114}{2273}$. (D) $\frac{2159}{2273}$.

CÂU 50. Một đội văn nghệ của trường THPT Năng Khiếu gồm 5 học sinh nữ và 10 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh trong đội văn nghệ để lập một tốp ca. Tính xác suất để tốp ca có ít nhất 3 học sinh nữ.

(A) $\frac{82}{143}$. (B) $\frac{61}{143}$. (C) $\frac{61}{82}$. (D) $\frac{21}{82}$.

CÂU 51. Một hộp chứa các quả cầu kích thước khác nhau gồm 3 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh và 9 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu. Tính xác suất để hai quả cầu được chọn là khác màu.

(A) $\frac{11}{17}$. (B) $\frac{6}{17}$. (C) $\frac{5}{9}$. (D) $\frac{2}{9}$.

QUICK NOTE

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Bài 5. BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Biến cố

- **Phép thử ngẫu nhiên** (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà kết quả của nó không thể biết được trước khi phép thử được thực hiện.

- **Không gian mẫu** của phép thử là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi thực hiện phép thử. Không gian mẫu của phép thử được kí hiệu là Ω.

- **Kết quả thuận lợi** Cho một biến cố E liên quan tới phép thử T là kết quả của phép thử T làm cho biến cố đó xảy ra.

Ta chỉ xét các phép thử mà không gian mẫu gồm hữu hạn kết quả.

Mỗi biến cố là một tập con của không gian mẫu Ω.
Tập con này là tập tất cả các kết quả thuận lợi cho biến cố đó.
Nhận xét: Biến cố chắc chắn là tập Ω, biến cố không thể là tập $\varnothing$.
Biến cố đối của biến cố E là biến cố "E không xảy ra".
Biến cố đối của E được kí hiệu là $\overline{\mathrm{E}}$.

2. Định nghĩa cổ điển của xác suất

- Các kết quả của phép thử T gọi là đồng khả năng nếu chúng có khả năng xuất hiện như nhau.

- Giả sử các kết quả có thể của phép thử T là đồng khả năng. Khi đó xác suất của biến cố E bằng tỉ số giữa kết quả thuận lợi của E và kết quả có thể.

ĐỊNH NGHĨA 5.1. Cho phép thử T có không gian mẫu là Ω. Giả thiết rằng các kết quả có thể của T là đồng khả năng. Khi đó nếu E là một biến cố liên quan đến phép thử T thì **Xác suất** của E được cho bởi công thức

$$\mathrm{P}(\mathrm{E}) = \frac{n(\mathrm{E})}{n(\Omega)}.$$

Trong đó $n(\Omega)$ và $n(\mathrm{E})$ tương ứng là số phần tử của tập Ω và tập E.

nhận xét:

- Với mỗi biến cố E, ta có $0 \leq \mathrm{P}(\mathrm{E}) \leq 1$.

- Với biến cố chắc chắn (là tập Ω), ta có $\mathrm{P}(\Omega) = 1$.

- Với biến cố không thể (là tập $\varnothing$), ta có $\mathrm{P}(\varnothing) = 0$.

Trong những phép thử đơn giản, ta đếm số phần tử của tập Ω và số phần tử của biến cố E bằng cách liệt kê ra tất cả các phần tử của hai tập hợp này.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xác định phép thử, mô tả không gian mẫu

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Một tổ trong lớp 10A có ba học sinh nữ là Hương, Hồng, Dung và bốn học sinh nam là Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ đó để kiểm tra vở bài tập. Phép thử ngẫu nhiên là gì? Mô tả không gian mẫu.

Lời giải.

Phép thử ngẫu nhiên là chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ để kiểm tra vở bài tập.
Không gian mẫu là tập hợp tất cả các học sinh trong tổ.
$\Omega = \{\text{Hương}; \text{Hồng}; \text{Dung}; \text{Sơn}; \text{Tùng}; \text{Hoàng}; \text{Tiến}\}$. □

VÍ DỤ 2. Khi tham gia một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, mỗi người chơi chọn một bộ 6 số đôi một khác nhau từ 45 số: 1; 2; ...; 45, chẳng hạn bạn An chọn $\{5; 13; 20; 31; 32; 35\}$.
Sau đó, người quản trò bốc ngẫu nhiên 6 quả bóng (không hoàn lại) từ một thùng kín đựng 45 quả bóng như nhau ghi các số 1; 2; ... ; 45. Bộ 6 số ghi trên 6 quả bóng đó được gọi là bộ số trúng thưởng.
Nếu bộ số người chơi trùng với bộ số trúng thưởng thì người chơi trúng giải độc đắc; nếu trùng với 5 số của bộ số trúng thưởng thì người chơi trúng giải nhất.

a) Phép thử là gì? Mô tả không gian mẫu Ω.

b) Gọi F là biến cố: "Bạn An trúng giải độc đắc". Hỏi F là tập con nào của không gian mẫu?

c) Gọi G là biến cố: "Bạn An trúng giải nhất". Hãy chỉ ra ba phần tử của tập G. Từ đó, hãy mô tả tập hợp G bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của G.

Lời giải.

a) Phép thử là chọn ngẫu nhiên 6 số trong 45 số: 1 ; 2; ...; 45. Không gian mẫu Ω là tập hợp tất cả các tập con có 6 phần tử của tập $\{1; 2; \ldots; 44; 45\}$.

b) $\mathrm{F} = \{5; 13; 20; 31; 32; 35\}$.

c) Ba phần tử thuộc G chẳng hạn là

$$\{6; 13; 20; 31; 32; 35\}; \{5; 7; 20; 31; 32; 35\}; \{5; 13; 8; 31; 32; 35\}.$$

G là tập hợp tất cả các tập con gồm sáu phần tử của tập $\{1; 2; \ldots; 44; 45\}$ có tính chất

- Năm phần tử của nó thuộc tập $\{5; 13; 20; 31; 32; 35\}$;
- Một phần tử còn lại không thuộc tập $\{5; 13; 20; 31; 32; 35\}$.

□

VÍ DỤ 3. Phần thưởng trong một chương trình khuyến mãi của một siêu thị là tivi, bàn ghế, tủ lạnh, máy tính, bếp từ bộ bát đĩa. Ông Dũng tham gia chương trình được chọn ngẫu nhiên một mặt hàng.

a) Mô tả không gian mẫu,

b) Gọi D là biến cố "Ông Dũng được chọn mặt hàng là đồ điện". Hỏi D là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải.

a) $\Omega = \{\text{ti vi}; \text{bàn ghế}; \text{tủ lạnh}; \text{máy tính}; \text{bếp từ}; \text{bộ bát đĩa}\}$.

b) $\mathrm{D} = \{\text{ti vi}; \text{tủ lạnh}; \text{máy tính}; \text{bếp từ}\}$.

□

VÍ DỤ 4. Gieo một con xúc xắc 6 mặt và quan sát số chấm xuất hiện trên con xúc xắc.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Gọi M là biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số chẵn". Nội dung biến cố đối $\overline{\mathrm{M}}$ của M là gì?

c) Biến cố M và $\overline{\mathrm{M}}$ là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải.

a) Không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

b) Biến cố đối $\overline{\mathrm{M}}$ của M là biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số lẻ".

c) Ta có $\mathrm{M} = \{2; 4; 6\} \subset \Omega$; $\overline{\mathrm{M}} = \{1; 3; 5\} \subset \Omega$.

□

VÍ DỤ 5. Gieo một con xúc xắc. Gọi K là biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số nguyên tố".

a) Biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một hợp số" có là biến cố $\overline{\mathrm{K}}$ không?

b) Biến cố K và $\overline{\mathrm{K}}$ là tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải.

a) Biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một hợp số" không phải là biến cố $\overline{K}$. $\overline{K}$ là biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1 hoặc là một hợp số".

b) Ta có $K = \{2; 3; 5\} \subset \Omega$; $\overline{K} = \{1; 4; 6\} \subset \Omega$.

□

VÍ DỤ 6. Một đồng xu có hai mặt, trên một mặt có ghi giá trị của đồng xu, thường gọi là mặt sấp, mặt kia là mặt ngửa. Hãy xác định không gian mẫu của mỗi phép thử ngẫu nhiên sau

a) Tung đồng xu một lần.

b) Tung đồng xu hai lần.

Lời giải.

a) Khi tung đồng xu một lần, ta có không gian mẫu là $\Omega = \{S; N\}$, trong đó kí hiệu S để chỉ đồng xu xuất hiện mặt sấp và N để chỉ đồng xu xuất hiện mặt ngửa.

b) Khi tung đồng xu hai lần, ta có không gian mẫu là $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$.

□

VÍ DỤ 7. Trong hộp có bốn quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. Hãy xác định không gian mẫu của phép thử sau

a) Lấy ngẫu nhiên một quả bóng;

b) Lấy ngẫu nhiên cùng một lúc hai quả bóng;

c) Lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng.

Lời giải.

a) Không gian mẫu là $\Omega = \{1; 2; 3; 4\}$.

b) Do mỗi lần ta lấy hai quả bóng mà không tính đến thứ tự nên không gian mẫu sẽ gồm các tập con gồm hai phần tử của tập hợp $\{1; 2; 3; 4\}$, tức là
$$\Omega = \{\{1; 2\}; \{1; 3\}; \{1; 4\}; \{2; 3\}; \{2; 4\}; \{3; 4\}\}.$$

c) Do hai quả bóng được lấy lần lượt nên ta cần phải tính đến thứ tự lấy bóng. Nếu lần đầu lấy được bóng số 3, lần sau lấy được bóng số 1 thì ta sẽ kí hiệu kết quả của phép thử là cặp $(3; 1)$. Khi đó không gian mẫu của phép thử là
$$\Omega = \{(1; 2); (2; 1); (1; 3); (3; 1); (1; 4); (4; 1); (2; 3); (3; 2); (2; 4); (4; 2); (3; 4); (4; 3)\}.$$

□

VÍ DỤ 8. Trong hộp có bốn quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp, xem số, sau đó trả lại hộp, trộn đều rồi lấy lại ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp đó. Hãy xác định không gian mẫu của phép thử hai lần lấy bóng này.

Lời giải.

Không gian mẫu của phép thử là
$$\begin{aligned}\Omega = \{&(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4);\\ &(3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4)\}.\end{aligned}$$

Ta cũng có thể viết không gian mẫu dưới dạng
$$\Omega = \{(i; j) \mid i, j = 1, 2, 3, 4\}.$$

□

VÍ DỤ 9. Xét phép thử gieo hai con xúc xắc.

a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Viết tập hợp mô tả biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 4". Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố đó?

Lời giải.

a) Kết quả của phép thử là một cặp số $(i; j)$, trong đó i và j lần lượt là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc thứ nhất và thứ hai.
Không gian mẫu của phép thử là

$$\begin{aligned}\Omega = \{&(1;1);(1;2);(1;3);(1;4);(1;5);(1;6);\\&(2;1);(2;2);(2;3);(2;4);(2;5);(2;6);\\&(3;1);(3;2);(3;3);(3;4);(3;5);(3;6);\\&(4;1);(4;2);(4;3);(4;4);(4;5);(4;6);\\&(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);(5;5);(5;6);\\&(6;1);(6;2);(6;3);(6;4);(6;5);(6;6)\}.\end{aligned}$$

Ta cũng có thể viết không gian mẫu dưới dạng $\Omega = \{(i; j) \,|\, i, j = 1, 2, \ldots, 6\}$.

b) Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện bằng 4". Tập hợp mô tả biến cố A là

$$\mathrm{A} = \{(1;3);(2;2);(3;1)\}.$$

Như vậy ta có ba kết quả thuận lợi cho biến cố A.

□

VÍ DỤ 10. Trong phép thử gieo hai con xúc xắc, gọi B là biến cố "Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm" và C là biến cố "Số chấm xuất hiện ở con xúc xắc thứ nhất gấp 2 lần số chấm xuất hiện ở con xúc xắc thứ hai".

a) Hãy xác định biến cố B và C bằng cách liệt kê các phần tử.

b) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho B và bao nhiêu kết quả thuận lợi cho C?

Lời giải.

a) $\mathrm{B} = \{(1;1);(2;2);(3;3);(4;4);(5;5);(6;6)\}$; $\mathrm{C} = \{(2;1);(4;2);(6;3)\}$.

b) Có 6 kết quả thuận lợi cho B và 3 kết quả thuận lợi cho C.

□

VÍ DỤ 11. Một nhóm có 5 bạn nam và 4 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 bạn đi làm công tác tình nguyện.

a) Hãy xác định số phần tử của không gian mẫu.

b) Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn có đúng 2 bạn nữ".

Lời giải.

a) Do ta chọn ra 3 bạn khác nhau từ 9 bạn trong nhóm và không tính đến thứ tự nên số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{C}_9^3 = 84$.

b) Ta có C_4^2 cách chọn ra 2 bạn nữ từ 4 bạn nữ. Ứng với mỗi cách chọn 2 bạn nữ có C_5^1 cách chọn ra 1 bạn nam từ 5 bạn nam.
Theo quy tắc nhân ta có tất cả $\mathrm{C}_4^2 \cdot \mathrm{C}_5^1$ cách chọn ra 2 bạn nữ và 1 bạn nam từ nhóm bạn.
Do đó số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn có đúng 2 bạn nữ" là $\mathrm{C}_4^2 \cdot \mathrm{C}_5^1 = 30$.

□

VÍ DỤ 12. Một nhóm có 5 bạn nam và 4 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 bạn đi làm công tác tình nguyện. Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố

a) "Trong 3 bạn được chọn có đúng một bạn nữ";

b) "Trong 3 bạn được chọn không có bạn nam nào".

Lời giải.

a) Ta có C_4^1 cách chọn ra 1 bạn nữ từ 4 bạn nữ. Ứng với mỗi cách chọn 1 bạn nữ có C_5^2 cách chọn ra 2 bạn nam từ 5 bạn nam.
Theo quy tắc nhân ta có tất cả $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^2$ cách chọn ra 1 bạn nữ và 2 bạn nam từ nhóm bạn.
Do đó số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn có đúng 1 bạn nữ" là $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^2 = 40$.

b) Ta có C_4^3 cách chọn ra 3 bạn không có bạn nam nào.
Do đó số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn không có bạn nam nào" là $\mathrm{C}_4^3 = 4$.

□

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Gieo một con xúc xắc liên tiếp hai lần

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Gọi A là biến cố: "Tổng số chấm xuất hiện lớn hơn hay bằng 8". Biến cố A và $\overline{A}$ là các tập con nào của không gian mẫu.

Lời giải.

a) $\Omega = \{(a,b)$ với $1 \le a \le 6$ và $1 \le b \le 6\}$, trong đó a, b tương ứng là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất và thứ hai.

b) $A = \{(2,6);(3,5),(3,6);(4,4);(4,5);(4,6);(5,3);(5,4);(5,5);(5,6);(6,2);(6,3);(6,4);(6,5);(6,6)\}$.
$\overline{A} = \{(1,1);(1,2);(1,3);(1,4);(1,5);(1,6);(2,1);(2,2);(2,3);(2,4);(2,5);(3,1);(3,2);(3,3);(3,4);$
$(4,1);(4,2);(4,3);(5,1);(5,2);(6,1)\}$.

□

BÀI 2. Gieo một con xúc xắc đồng thời rút ngẫu nhiên một thẻ từ một hộp chứa 4 thẻ A, B, C, D.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Xét các biến cố sau:

E: "Con xúc xắc xuất hiện mặt 6".

F: "Rút được thẻ A hoặc con xúc xắc xuất hiện mặt 5".

Các biến cố E, $\overline{E}$, F và $\overline{F}$ là các tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải.

a) $\Omega = \{(1,A);(2,A);(3,A);(4,A);(5,A);(6,A);$
$(1,B);(2,B);(3,B);(4,B);(5,B);(6,B);$
$(1,C);(2,C);(3,C);(4,C);(5,C);(6,C);$
$(1,D);(2,D);(3,D);(4,D);(5,D);(6,D)\}$.

b) $E = \{(6,A);(6,B);(6,C);(6,D)\}$.
$\overline{E} = \{(1,A);(2,A);(3,A);(4,A);(5,A);$
$(1,B);(2,B);(3,B);(4,B);(5,B);$
$(1,C);(2,C);(3,C);(4,C);(5,C);$
$(1,D);(2,D);(3,D);(4,D);(5,D)\}$.
$F = \{(5,A);(5,B);(5,C);(5,D);(1,A);(2,A);(3,A);(4,A);(6,A)\}$.
$\overline{F} = \{(1,B);(2,B);(3,B);(4,B);(6,B);$
$(1,C);(2,C);(3,C);(4,C);(6,C);$
$(1,D);(2,D);(3,D);(4,D);(6,D)\}$.

□

BÀI 3. Tung một đồng xu ba lần liên tiếp. Phát biểu mỗi biến cố sau dưới dạng mệnh đề:

a) $A = \{SSS;NSS;SNS;NNS\}$.

b) $B = \{SSN,SNS,NSS\}$.

Lời giải.

a) A: "Lần gieo thứ ba xuất hiện mặt sấp".

b) B: "Mặt sấp xuất hiện hai lần".

□

BÀI 4. Hai túi I và II chứa các tấm thẻ được đánh số. Túi I: $\{1;2;3;4\}$, túi II: $\{1;2;3;4;5\}$. Rút ngẫu nhiên từ mỗi túi I và II một tấm thẻ.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Xét các biến cố sau:

A: "Hai số trên hai tấm thẻ bằng nhau".

B: "Hai số trên hai tấm thẻ chênh nhau 2".

C: "Hai số trên hai tấm thẻ chênh nhau lớn hơn hay bằng 2".

Các biến cố A, $\overline{A}$, B, $\overline{B}$, C, $\overline{C}$ là các tập con nào của không gian mẫu?

Lời giải.

a) $\Omega = \{(a,b)$ với $1 \leq a \leq 4$ và $1 \leq b \leq 5\}$, trong đó a, b lần lượt là số ghi trên thẻ được rút từ túi I và túi II.

b) $A = \{(1,1); (2,2); (3,3); (4,4)\}$.
$\overline{A} = \{(1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (2,1); (2,3); (2,4); (2,5);$
$(3,1); (3,2); (3,4); (3,5); (4,1); (4,2); (4,3); (4,5)\}$.
$B = \{(1,3); (3,1); (2,4); (4,2); (3,5); (5,3)\}$.
$\overline{B} = \{(1,1); (1,2); (1,4); (1,5); (2,1); (2,2); (2,3); (2,5);$
$(3,2); (3,3); (3,4); (3,5); (4,1); (4,3); (4,4); (4,5)\}$.
$C = \{(1,3); (1,4); (1,5); (2,4); (2,5); (3,1); (3,5); (4,1); (4,2)\}$.
$\overline{C} = \{(1,1); (1,2); (2,1); (2,2); (2,3); (3,2); (3,3); (3,4); (4,3); (4,4); (4,5)\}$.

□

BÀI 5. Một bình chứa 10 quả bóng được đánh số từ 1 đến 10. Tùng và Cúc mỗi người lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ bình.

a) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

b) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng hai số ghi trên hai quả bóng lấy ra bằng 10".

c) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố "Tích hai số ghi trên hai quả bóng lấy ra chia hết cho 3".

Lời giải.

a) Không gian mẫu $\Omega = \{(i,j)$ với $1 \leq i \leq 10, 1 \leq j \leq 10, i \neq j\}$, trong đó (i,j) kí hiệu kết quả Tùng chọn được quả bóng ghi số i, Cúc chọn được quả bóng ghi số j.

b) Gọi A là biến cố "Tổng hai số ghi trên hai quả bóng lấy ra bằng 10". Ta có

$$A = \{(1,9); (2,8); (3,7); (4,6); (6,4); (7,3); (8,2); (9,1)\}.$$

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 8$.

c) Gọi B là biến cố "Tích hai số ghi trên hai quả bóng lấy ra chia hết cho 3".
Ta thấy, có 7 số không chia hết cho 3 là 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10.
Do đó số kết quả thuận lợi cho biến cố "Tích hai số ghi trên hai quả bóng lấy ra không chia hết cho 3" là $7 \cdot 6 = 42$.
Tổng số kết quả có thể xảy ra là $10 \cdot 9 = 90$.
Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 90 - 42 = 48$.

□

BÀI 6. Có 3 khách hàng nam và 4 khách hàng nữ cùng đến một quầy giao dịch. Quầy giao dịch sẽ chọn ngẫu nhiên lần lượt từng khách hàng để phục vụ. Tính số các kết quả thuận lợi cho biến cố:

a) "Các khách hàng nam và nữ được phục vụ xen kẽ nhau".

b) "Người được phục vụ đầu tiên là khách hàng nữ".

c) "Người được phục vụ cuối cùng là khách hàng nam".

Lời giải.

Kí hiệu thứ tự phục vụ các khách hàng được đánh số theo thứ tự từ 1 đến 7.

a) Gọi A là biến cố "Các khách hàng nam và nữ được phục vụ xen kẽ nhau". Khi đó

Các khách hàng nữ cần được phục vụ tại các vị trí 1, 3, 5, 7, có 4! cách.
Các khách hàng nam cần đươc phục vụ tại các vị trí 2, 4, 6, có 3! cách.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 4! \cdot 3! = 144$.

b) Gọi B là biến cố "Người được phục vụ đầu tiên là khách hàng nữ".

Chọn người phục vụ đầu tiên là khách hàng nữ, có 4 cách.
Phục vụ 6 người khách còn lại có 6! cách.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 4 \cdot 6! = 2880$.

c) Gọi B là biến cố "Người được phục vụ đầu tiên là khách hàng nam".

Chọn người phục vụ đầu tiên là khách hàng nam, có 3 cách.
Phục vụ 6 người khách còn lại có 6! cách.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố C là $n(C) = 3 \cdot 6! = 2160$.

□

Dạng 2. Các bài toán về người và vật áp dụng trực tiếp định nghĩa cổ điển

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt hai chấm.

Lời giải.

- Số trường hợp của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6$.
- Gọi A là biến cố xuất hiện mặt hai chấm. Số trường hợp thuận lợi của A là $n(A) = 1$.
- Xác suất xuất hiện mặt hai chấm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{6}$.

□

VÍ DỤ 2. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 3.

Lời giải.

- Số trường hợp của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6$.
- Gọi A là biến cố xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 3, suy ra $A = \{4; 5; 6\}$. Số trường hợp thuận lợi của A là $n(A) = 3$.
- Xác suất xuất hiện mặt có số chấm lớn hơn 3 là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$.

□

VÍ DỤ 3. Gieo hai con súc sắc cân đối đồng chất khác nhau. Tính xác suất để tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 8.

Lời giải.

- Không gian mẫu là $\Omega = \{(1; 1), (1; 2), (2; 1), (1; 3), (3; 1), \ldots, (5; 6), (6; 6)\}$.
  Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.
- Gọi A là biến cố "Tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 8".
  Tập hợp mô tả biến cố A là $A = \{(2; 6), (6; 3), (3; 5), (5; 3), (4; 4)\}$.
- Xác suất cần tìm là $\mathrm{P} = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5}{36}$.

□

VÍ DỤ 4. Có 15 quả cầu được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên một quả cầu, tính xác suất chọn được một quả cầu mang số lẻ.

Lời giải.

- Chọn 1 quả cầu trong 15 quả cầu có 15 cách chọn.
- Gọi A là biến cố chọn được quả cầu mang số lẻ, suy ra $n(A) = 8$.
- Xác suất chọn được quả cầu mang số lẻ là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{8}{15}$.

□

VÍ DỤ 5. Một lớp học có 22 nam và 18 nữ. Giáo viên cần chọn 2 học sinh để đi trực sao đỏ, tính xác suất để chọn được 1 nam và 1 nữ.

Lời giải.

- Chọn 2 học sinh trong 40 học sinh có $\mathrm{C}_{40}^2 = 780$ cách.
- Gọi A là biến cố chọn được 1 nam và 1 nữ. Suy ra $n(A) = 22 \cdot 18 = 396$ cách.
- $\mathrm{P}(A) = \dfrac{396}{780} = \dfrac{33}{65}$.

□

VÍ DỤ 6. Lớp $11B$ có 25 đoàn viên trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 5 đoàn viên được chọn có 2 nam và 3 nữ.

Lời giải.

- Chọn ngẫu nhiên 5 đoàn viên có C_{25}^{5} cách.
- Chọn 5 đoàn viên sao cho có 2 nam và 3 nữ có $\mathrm{C}_{10}^{2} \cdot \mathrm{C}_{15}^{3}$ cách.
- Xác suất cần tìm là $\dfrac{195}{506}$.

□

VÍ DỤ 7. Một tổ có 5 nữ và 4 nam. Giáo viên cần chọn 4 người làm vệ sinh lớp. Tính xác suất để 4 người được chọn có đúng một bạn nam.

Lời giải.

- Số cách chọn 4 học sinh bất kỳ trong 9 học sinh là $n(\Omega) = \mathrm{C}_9^4 = 126$.
- Gọi A là biến cố chọn được đúng một nam trong 4 người được chọn, suy ra $n(A) = \mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^3 = 40$.
- Vậy xác suất chọn được đúng một nam trong 4 người được chọn là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{40}{126} = \dfrac{20}{63}$.

□

VÍ DỤ 8. Từ một hộp có 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tính xác suất để được 3 quả cầu màu xanh.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3 = 220$.
- Gọi biến cố A: "Lấy ra được 3 quả màu xanh". Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_5^3 = 10$.
- Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{10}{220} = \dfrac{1}{22}$.

□

VÍ DỤ 9. Có 4 quả cầu trắng, 5 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất để chọn được 3 quả cầu cùng màu.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^3 = 455$.
- Gọi A là biến cố "chọn được 3 quả cầu cùng màu". Số phần tử của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_4^3 + \mathrm{C}_5^3 + \mathrm{C}_6^3 = 34$.
- Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{34}{455}$.

□

VÍ DỤ 10. Một hộp có 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng (các viên bi cùng màu thì giống nhau). Lấy ngẫu nhiên đồng thời từ hộp ra 4 viên bi. Xác suất để lấy được 4 viên bi có đủ 3 màu.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp chứa 15 viên bi có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^4 = 1365$ cách.
Gọi A là biến cố lấy được 4 viên bi có đủ cả 3 màu.

- Lấy được 2 bi trắng, 1 đỏ, 1 vàng có $\mathrm{C}_4^2 \cdot \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_6^1 = 180$ cách.
- Lấy được 1 bi trắng, 2 đỏ, 1 vàng có $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^2 \cdot \mathrm{C}_6^1 = 240$ cách.
- Lấy được 1 bi trắng, 1 đỏ, 2 vàng có $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_6^2 = 300$ cách.

Vậy $n(A) = 180 + 240 + 300 = 720$ cách.
Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{720}{1365} = \dfrac{48}{91}$. □

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp X, với $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Tính xác suất để số được chọn là số chẵn.

Lời giải.

- Chọn ngẫu nhiên một số từ X, ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 8$.
- Gọi A là biến cố "chọn được số chẵn". Ta có số phần tử của A là $n(A) = 4$.
- Xác suất cần tìm $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$.

□

BÀI 2. Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất 4 lần. Tính xác suất để cả 4 lần đều xuất hiện mặt sấp.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^4 = 16$.
- Số phần tử của biến cố A để cả 4 lần đều xuất hiện mặt sấp là $n(A) = 1$.
- Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{16}$.

□

BÀI 3. Có 7 tấm bìa được đánh số từ 1 đến 7, mỗi tấm bìa ghi một số. Rút ngẫu nhiên ba tấm bìa. Tính xác suất của biến cố "Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 12".

Lời giải.

- Rút ngẫu nhiên 3 tấm bìa từ 7 tấm bìa là $n(\Omega) = \mathrm{C}_7^3 = 35$ cách chọn.
- Gọi A là biến cố "Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 12".
  Khi đó $A = \{(1; 4; 7), (1; 5; 6), (2; 4; 6), (2; 3; 7), (3; 4; 5)\}$. Ta có $n(A) = 5$ cách chọn.
- Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5}{35} = \dfrac{1}{7}$.

□

BÀI 4. Trong một nhóm gồm 8 học sinh trong đó có hai bạn Đức và Thọ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm học sinh trên. Tính xác suất để 3 học được chọn ra phải có Đức và Thọ.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_8^3 = 56$.
- Số cách chọn 3 học sinh có Đức và Thọ là $n(A) = \mathrm{C}_6^1 = 6$.
- Xác suất $\mathrm{P}(A) = \dfrac{6}{56} = \dfrac{3}{28}$.

□

BÀI 5. Một thùng sữa có 12 hộp sữa khác nhau, trong đó có 7 hộp sữa cam và 5 hộp sữa dâu. Lấy ngẫu nhiên ra 2 hộp sữa trong thùng trên. Tính xác suất để hai hộp được lấy có cả hai loại.

Lời giải.

- Chọn 2 hộp sữa bất kì trong 12 hộp sữa có $\mathrm{C}_{12}^2 = 66$ cách.
- Số cách chọn để lấy được hai hộp sữa có cả hai loại là $7 \cdot 5 = 35$.
- Xác suất cần tìm là $\dfrac{35}{66}$.

□

BÀI 6. Một người chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau. Tính xác suất để 2 chiếc giày được chọn tạo thành một đôi.

Lời giải.

- Chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 10 chiếc giày nên mỗi lần chọn ta có kết quả là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử. Vậy số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{C}_{10}^2 = 45$.
- Gọi A là biến cố "Hai chiếc được chọn tạo thành một đôi".
  Ta có $n(A) = 5$.

- Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{5}{45} = \dfrac{1}{9}$.

□

BÀI 7. Một hộp đựng 4 viên bi trắng, 5 viên bi đen và 6 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó 3 viên bi. Tính xác suất để ba viên bi được lấy ra có đủ ba màu.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^3 = 455$.
- Gọi A là biến cố "ba viên bi lấy ra có đủ ba màu".
  Khi đó $n(A) = \mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_6^1 = 120$.
- Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{120}{455} = \dfrac{24}{91}$.

□

BÀI 8. Một hộp bi có 6 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp bi đó. Tính xác suất để 3 viên bi lấy được là 3 viên bi cùng màu.

Lời giải.

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^3$.
Gọi A là biến cố "Lấy được 3 viên bi cùng màu". Khi đó $n(A) = \mathrm{C}_6^3 + \mathrm{C}_4^3$.
Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_6^3 + \mathrm{C}_4^3}{\mathrm{C}_{10}^3} = \dfrac{1}{5}$. □

BÀI 9. Cho hai đường thẳng song song a và b. Trên đường thẳng a lấy 6 điểm phân biệt, trên đường thẳng b lấy 5 điểm phân biệt. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm trong các điểm đã cho trên hai đường thẳng a và b. Tính xác suất P để 3 điểm được chọn tạo thành một tam giác.

Lời giải.

- Chọn ngẫu nhiên ba điểm từ các điểm đã cho, số cách chọn là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{11}^3 = 165$.
- Để ba điểm được chọn tạo thành tam giác ta cần chọn hai điểm thuộc a và một điểm thuộc b hoặc ngược lại. Do đó số cách chọn ba điểm tạo thành tam giác là $n(A) = \mathrm{C}_5^2 \cdot \mathrm{C}_6^1 + \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_6^2 = 135$.
- Do đó $P = \dfrac{135}{165} = \dfrac{9}{11}$.

□

BÀI 10. Có hai hộp đựng cầu, mỗi hộp đựng 30 quả cầu được đánh số từ 1 đến 30 và các quả cầu trong hai hộp khác màu. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi hộp đó một quả cầu. Tính xác suất để trong hai quả cầu được chọn có tích hai số ghi trên hai quả cầu đó là một số chia hết cho 6.

Lời giải.

Ta đặt $A = \{1; 2; \ldots; 30\}$, B là tập các số tự nhiên từ 1 đến 30 và chia hết cho 6, C là tập các số tự nhiên từ 1 đến 30 chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 6, D là tập các số tự nhiên từ 1 đến 30 chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 6. Khi đó ta có $B = \{6; 12; 18; 24; 30\}$, $C = \{2; 4; 8; 10; 14; 16; 20; 22; 26; 28\}$ và $D = \{3; 9; 15; 21; 27\}$.
Vì các quả cầu là khác màu và khác số nên không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{(i; j) | i; j \in A\} \Rightarrow n(\Omega) = 30^2 = 900.$$

Để chọn được hai quả cầu có tích hai số ghi trên hai quả cầu đó là một số chia hết cho 6 có các khả năng sau

- Trường hợp chọn được cả hai quả cầu có số chia hết cho 6 có $5 \cdot 5 = 25$ khả năng.
- Trường hợp chọn được đúng một quả cầu có số chia hết cho 6 và một quả cầu có số không chia hết cho 6 có $2 \cdot 5 \cdot 25 = 250$ khả năng.
- Trường hợp chọn được cả hai quả cầu có số đều không chia hết cho 6. Khi đó ta chọn một quả cầu có số thuộc tập C và một quả cầu có số thuộc tập D. Trường hợp này có $2 \cdot 10 \cdot 5 = 100$ khả năng.

Số thuận lợi của việc chọn được hai quả cầu có tích hai số ghi trên hai quả cầu đó là một số chia hết cho 6 là $n(A) = 375$.
Vậy xác suất tìm được là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{375}{900} = \dfrac{5}{12}$. □

Dạng 3. Phương pháp tính xác suất dựa vào biến cố đối

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Gieo ngẫu nhiên một con xúc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất để mặt sáu chấm xuất hiện ít nhất một lần.

Lời giải.

- Số các kết quả đồng khả năng là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.
- Gọi A là biến cố "Mặt sáu chấm xuất hiện ít nhất một lần".
  Suy ra $\overline{A}$ là biến cố "Không xuất hiện mặt sáu chấm".
  Ta có $n(\overline{A}) = 5 \cdot 5 = 25$, $\mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{25}{36}$.
- Vậy $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{25}{36} = \dfrac{11}{36}$.

□

VÍ DỤ 2. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

Lời giải.

- Số cách chọn 3 quyển sách là $\mathrm{C}_9^3 = 84$.
- Goi A là biến cố "chọn được 3 quyển sách và ít nhất một quyển là toán".
  Suy ra $\overline{A}$ là biến cố "chọn được 3 quyển sách và không có quyển toán", $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_5^3 = 10$.
- Xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{10}{84} = \dfrac{37}{42}$.

□

VÍ DỤ 3. Một tổ có 10 học sinh trong đó có 4 nam và 6 nữ. Thầy chủ nhiệm cần chọn một nhóm gồm 3 học sinh làm trực nhật. Tính xác suất để trong ba người được chọn phải có học sinh nữ.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^3$.
Gọi A là biến cố chọn ba người học sinh đi trực nhật phải có học sinh nữ.
Suy ra $\overline{A}$ là biến cố chọn ba người học sinh đi trực nhật không có học sinh nữ.
Số cách chọn của biến cố $\overline{A}$ là C_4^3.
Xác suất của $\overline{A}$ là $\mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{\mathrm{C}_4^3}{\mathrm{C}_{10}^3} = \dfrac{1}{30}$.
Vậy xác suất để trong ba người được chọn phải có học sinh nữ là $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{29}{30}$. □

VÍ DỤ 4. Một chi đoàn có 40 người, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Ban chấp hành cần chọn ra 3 người để bầu vào các chức vụ: Bí thư, Phó bí thư, Thư kí. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{A}_{40}^3 = 52980$.
- Gọi A là biến cố 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.
  Biến cố đối $\overline{A}$ là 3 người được chọn có 1 cặp vợ chồng.
- Ta tính số phần tử của biến cố $\overline{A}$.
  Chọn 1 cặp vợ chồng trong 4 cặp có 4 cách.
  Chọn 1 người trong 38 người còn lại có 38 cách.
  Từ 3 người vừa chọn bầu vào 3 chức vụ có 3! cách.
  $n(\overline{A}) = 4 \cdot 38 \cdot 3! = 912$.
  $n(A) = 52980 - n(\overline{A}) = 52980 - 912 = 58368$.
- $\mathrm{P}(A) = \dfrac{58368}{52980} = \dfrac{64}{65}$.

□

VÍ DỤ 5. Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right) = \mathrm{C}_{40}^3 = 9880$.
- Gọi A là biến cố "3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt".
  Suy ra $\overline{A}$ là biến cố "3 sản phẩm lấy ra không có sản phẩm tốt", $n\left(\overline{A}\right) = \mathrm{C}_{10}^3 = 120$.

- Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{120}{9880} = \dfrac{9760}{9880} = \dfrac{244}{247}$.

□

VÍ DỤ 6. Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số $1, 3, 5, 7, 9$. Tính xác suất để tìm được một số không bắt đầu bởi 135.

Lời giải.

- Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 5! = 120$.
- Gọi A là biến cố "số tìm được không bắt đầu bởi 135".
  biến cố đối $\overline{A}$ là biến cố "số tìm được bắt đầu bởi 135".
  Ta tính số các kết quả thuận lợi cho biến cố đối.
  Buộc các số 135 lại thì ta còn 3 phần tử. Số các số tạo thành thỏa mãn số 135 đứng đầu là $n(\overline{A}) = 1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$.
  Suy ra $n(A) = 120 - 2 = 118$.
- Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{118}{120} = \dfrac{59}{60}$.

□

VÍ DỤ 7. Có 5 cây viết đen, 6 cây viết đỏ, 9 cây viết xanh. Chọn ngẫu nhiên 3 cây viết. Tính xác suất để chọn được ít nhất 1 cây viết đen.

Lời giải.

- Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{20}^3 = 1140$.
- Gọi A là biến cố "chọn được ít nhất 1 cây viết đen".
  Suy ra $\overline{A}$ là biến cố "chọn được 0 cây viết đen", $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_{15}^3 = 455$.
- Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{455}{1140} = \dfrac{137}{228}$.

□

VÍ DỤ 8. Một hộp quà đựng 16 dây buộc tóc cùng chất liệu, cùng kiểu dáng nhưng khác nhau về màu sắc. Cụ thể trong hộp có 8 dây xanh, 5 dây đỏ, và 3 dây vàng. Bạn An được chọn ngẫu nhiên 6 dây từ hộp quà để làm phần thưởng cho mình. Tính xác suất để trong 6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ.

Lời giải.

- Chọn ngẫu nhiên 6 dây từ 16 dây thì số cách chọn là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{16}^6 = 8008$.
- Gọi A là biến cố "6 dây bạn An chọn có ít nhất 1 dây vàng và không quá 4 dây đỏ".
  Gọi $\overline{A}$ là biến cố đối của A, khi đó các trường hợp thuận lợi cho $\overline{A}$ là
  TH1. Không có dây nào vàng, số cách lấy là C_{13}^6.
  TH2. Có 1 dây vàng và 5 dây đỏ, số cách lấy là $\mathrm{C}_3^1 \cdot \mathrm{C}_5^5$.
  Suy ra $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_{13}^6 + \mathrm{C}_3^1 \cdot \mathrm{C}_5^5 = 1719$.
- $n(A) = n(\Omega) - n(\overline{A}) = 8008 - 1719 = 6289$.
- $\mathrm{P}(A) = \dfrac{6289}{8008}$.

□

VÍ DỤ 9. Gọi S là tập các số tự nhiên có hai chữ số. Từ tập S chọn ra 3 số bất kì. Tính xác suất để trong 3 số được chọn có ít nhất một số chia hết cho 5.

Lời giải.

- Tập $S = \{10; 11; 12; ..; 99\}$ có 90 số.
  Các số chia hết cho 5 mà thuộc tập S là $\{10; 15; 20; ..95\}$ có 18 số.
  Có $90 - 18 = 72$ số không chia hết cho 5 từ tập S.
  Số phần tử của không gian mẫu là C_{90}^3.
- Gọi A là biến cố "trong 3 số được chọn có ít nhất một số chia hết cho 5".
  Biến cố đối $\overline{A}$ là "trong 3 số được chọn không có số nào chia hết cho 5".
  Số kết quả thuận lợi cho $\overline{A}$ là $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_{72}^3$.
- Suy ra $\mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{\mathrm{C}_{72}^3}{\mathrm{C}_{90}^3} = \dfrac{497}{979}$.
  $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{482}{979}$.

□

VÍ DỤ 10. Đội thanh niên tình nguyện của nhà trường có 20 học sinh, trong đó có 5 học sinh khối 12, 8 học sinh khối 11 và 7 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong đội thanh niên tình nguyện của nhà trường đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có đủ cả ba khối 10, 11 và 12.

Lời giải.

Số cách chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong đội thanh niên tình nguyện của nhà trường đi làm nhiệm vụ là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{20}^4 = 4845$ (cách chọn).
Gọi A là biến cố : "4 học sinh được chọn có đủ cả ba khối 10, 11 và 12". Khi đó $\overline{A}$ là biến cố: "4 học sinh được chọn không có đủ cả ba khối 10, 11 và 12".
Số cách chọn 4 học sinh chỉ có khối 10 hoặc khối 11 hoặc khối 12 là $\mathrm{C}_7^4 + \mathrm{C}_8^4 + \mathrm{C}_5^4 = 110$ (cách chọn).
Số cách chọn 4 học sinh có cả khối 10 và 11 là $\mathrm{C}_{15}^4 - \mathrm{C}_7^4 - \mathrm{C}_8^4 = 1260$ (cách chọn).
Số cách chọn 4 học sinh có cả khối 10 và 12 là $\mathrm{C}_{12}^4 - \mathrm{C}_7^4 - \mathrm{C}_5^4 = 455$ (cách chọn).
Số cách chọn 4 học sinh có cả khối 11 và 12 là $\mathrm{C}_{13}^4 - \mathrm{C}_8^4 - \mathrm{C}_5^4 = 640$ (cách chọn).
Suy ra tổng số cách chọn 4 học sinh được chọn không có đủ cả ba khối 10, 11 và 12 là

$$n\left(\overline{A}\right) = 110 + 1260 + 455 + 640 = 2465.$$

Xác suất của biến cố $\overline{A}$ là $\mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = \dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n(\Omega)} = \dfrac{2465}{4845} = \dfrac{29}{57}$.
Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = 1 - \dfrac{29}{57} = \dfrac{28}{57}$. □

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Tính xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ.

Lời giải.

Ta có, số phần tử không gian mẫu là

$$\mathrm{n}(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^4 = 210.$$

Gọi A là biến cố : "trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ".
Khi đó, $\overline{A}$ là biến cố: "trong 4 học sinh được chọn không có học sinh nữ".
Suy ra $\overline{A}$ là biến cố : "4 học sinh được chọn toàn là hoc sinh nam".
Khi đó, số các kết quả thuận lợi cho biến cố $\overline{A}$ là

$$n(\overline{A}) = \mathrm{C}_6^4 = 15.$$

Xác suất của biến cố $\overline{A}$ là

$$\mathrm{P}(\overline{A}) = \frac{15}{210} = \frac{1}{14}.$$

Vậy xác xuất của biến cố A là

$$\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = \frac{13}{14}.$$

□

BÀI 2. Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 biên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.

Lời giải.

- Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^3 = 455$.
- Gọi A là biến cố "trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ".
  Biến cố đối $\overline{A}$: "cả ba viên bi lấy ra đều không có màu đỏ"(tức là lấy ra cả ba viên bi đều màu xanh".
  Số cách chọn ra 3 viên bi mà 3 viên bi đó đều màu xanh là $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_7^3 = 35$.
  $n(A) = 455 - 35 = 420$.
- $\mathrm{P}(A) = \dfrac{420}{455} = \dfrac{12}{13}$.

□

BÀI 3. Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 3 chiếc thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{C}_{10}^3 = 120$.

- Gọi A là biến cố "3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5".
Để cho biến cố A xảy ra thì trong 3 thẻ lấy được phải có thẻ mang chữ số 0 hoặc chữ số 5.
Ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, tức 3 thẻ lấy ra không có thẻ mang chữ số 0 và cũng không có thẻ mang chữ số 5, $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_8^3 = 56$.
Suy ra $n(A) = 120 - 56 = 64$.
- $\mathrm{P}(A) = \dfrac{56}{120} = \dfrac{8}{15}$.

□

BÀI 4. Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{22}^4 = 7315$.
- Gọi A là biến cố "Lấy được 4 viên bi trong đó có ít nhất hai viên bi cùng màu".
Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố đối $\overline{A}$, với biến cố đối $\overline{A}$ là lấy được 4 viên bi trong đó không có hai viên bi nào cùng màu.
Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n(\overline{A}) = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$.
Suy ra $n(A) = 7315 - 840 = 6475$.
- $\mathrm{P}(A) = \dfrac{6475}{7315} = \dfrac{185}{209}$.

□

BÀI 5. Trong đợt thi học sinh giỏi trường THPT A, môn Toán có 5 em đạt giải trong đó có 4 nam và 1 nữ, môn Văn có 5 em đạt giải trong đó có 1 nam và 4 nữ, môn Hóa học có 5 em đạt giải trong đó có 2 nam và 3 nữ, môn Vật lí có 5 em đạt giải trong đó có 3 nam và 2 nữ. Nhà trường chọn ngẫu nhiên mỗi môn một em học sinh để đi dự đại hội thi đua. Tính xác suất để có cả học sinh nam và nữ để đi dự đại hội.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu $\mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_5^1 = 625$.
- Gọi A là biến cố "4 học sinh được chọn có cả nam và nữ".
Biến cố đối $\overline{A}$: chỉ có học sinh nam hoặc chỉ có học sinh nữ đi dự đại hội.
Ta tính số kết quả thuận lợi cho biến cố đối $\overline{A}$.
TH1. Số cách chọn mỗi môn một em nam (không có nữ) là $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_1^1 \cdot \mathrm{C}_2^1 \cdot \mathrm{C}_3^1 = 24$.
TH2. Số cách chọn mỗi môn một em nữ (không có nam) là $\mathrm{C}_1^1 \cdot \mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_3^1 \cdot \mathrm{C}_2^1 = 24$.
Suy ra $n(\overline{A}) = 24 + 24 = 48$, $n(A) = 625 - 48 = 577$.
- $\mathrm{P}(A) = \dfrac{577}{625}$.

□

BÀI 6. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi S là tập các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ tập A. Chọn ngẫu nhiên 1 số. Tính xác suất để số được chọn có hai chữ số tận cùng không phải là 23.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{A}_6^4 = 360$.
- Gọi A là biến cố số được chọn có hai chữ số tận cùng không phải là 23.
Biến cố đối $\overline{A}$ chọn được số có hai chữ số tận cùng là 23. Ta tính số kết quả thuận lợi cho $\overline{A}$.
Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab23}$.
Ta có 4 cách chọn a và 3 cách chọn b.
Suy ra $n(\overline{A}) = 4 \cdot 3 = 12$, $n(A) = 360 - 12 = 348$.
- $\mathrm{P}(A) = \dfrac{348}{360} = \dfrac{29}{30}$.

□

BÀI 7. Một hộp có 10 sản phẩm (trong đó có 2 phế phẩm). Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 6 sản phẩm. Tính xác suất để có ít nhất 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra.

Lời giải.

- Số trường hợp của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^6$.
- Gọi A là biến cố "có ít nhất 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra".
$\overline{A}$: "Không có phế phẩm nào trong 6 sản phẩm lấy ra".
Suy ra $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_8^6$.

- $\mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{\mathrm{C}_8^6}{\mathrm{C}_{10}^6} = \dfrac{2}{15}$.
  $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{13}{15}$.

□

BÀI 8. Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, tính xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{C}_{14}^6 = 3003$.
- Gọi A là biến cố "6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu".
  Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$ tức là 6 viên bi lấy ra không có đủ ba màu như sau
  TH1. Chọn 6 viên bi chỉ có một màu (chỉ chọn được màu vàng) có $\mathrm{C}_6^6 = 1$ cách.
  TH2.
  Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và đỏ có C_8^6 cách.
  Chọn 6 viên bi có đúng hai màu đỏ và vàng có $\mathrm{C}_{11}^6 - \mathrm{C}_6^6$ cách.
  Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và vàng có $\mathrm{C}_9^6 - \mathrm{C}_6^6$ cách.
  Do đó trường hợp này có $\mathrm{C}_8^6 + \mathrm{C}_{11}^6 - \mathrm{C}_6^6 + \mathrm{C}_9^6 - \mathrm{C}_6^6 = 572$ cách.
  Suy ra $n(\overline{A}) = 1 + 572$ cách.
  $n(A) = 3003 - 573 = 2430$.
- $\mathrm{P}(A) = \dfrac{2430}{3003} = \dfrac{810}{1001}$.

□

BÀI 9. Một hộp có 10 sản phẩm (trong đó có 2 phế phẩm). Lấy ngẫu nhiên (không hoàn lại) từ hộp ra 6 sản phẩm. Tính xác suất để có không quá 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{C}_{10}^6 = 210$.
- Gọi A là biến cố có không quá 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra.
  Suy ra $\overline{A}$ là biến cố chỉ có 2 phế phẩm.
  $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_2^2 \cdot \mathrm{C}_8^4 = 70$, $n(A) = 210 - 70 = 140$.
- $\mathrm{P}(A) = \dfrac{140}{210} = \dfrac{2}{3}$.

□

BÀI 10. Một khách sạn có 6 phòng đơn. Có 10 khách đến thuê phòng, trong đó có 6 nam và 4 nữ. Do hết phòng nên người quản lý chọn ngẫu nhiên 6 người. Tính xác suất để có ít nhất 2 nữ.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{C}_{10}^6 = 210$.
- Gọi A là biến cố có ít nhất 2 nữ.
  Suy ra $\overline{A}$ là biến cố có 0 nữ hoặc 1 nữ.
  TH1. Chọn 6 người trong đó có 0 nữ có $\mathrm{C}_6^6 = 1$ cách.
  TH2. Chọn 6 người trong đó có 1 nữ có $\mathrm{C}_6^5 \cdot \mathrm{C}_4^1 = 24$.
  Suy ra $n(\overline{A}) = 1 + 24 = 25$, $n(A) = 210 - 25 = 185$.
- $\mathrm{P}(A) = \dfrac{185}{210} = \dfrac{37}{42}$.

□

Dạng 4. Các bài toán có sử dụng phương pháp phân lớp

Các bài toán chia trường hợp để đếm số kết quả có thể xảy ra của phép thử hoặc đếm các kết quả thuận lợi của biến cố hoặc dùng quy tắc cộng xác suất.

⚠ *Với hai biến cố A và B, ta có $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.*
Đặc biệt nếu A và B xung khắc thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ hoa, tính xác suất để trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa gồm 21 hoa. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{21}^7 = 116280$.

Gọi A là biến cố "7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

- Chọn 1 hoa hồng, 1 hoa ly và 5 hoa huệ nên có $\mathrm{C}_8^1 \times \mathrm{C}_7^1 \times \mathrm{C}_6^5$ cách.
- Chọn 2 hoa hồng, 2 hoa ly và 3 hoa huệ nên có $\mathrm{C}_8^2 \times \mathrm{C}_7^2 \times \mathrm{C}_6^3$ cách.
- Chọn 3 hoa hồng, 3 hoa ly và 1 hoa huệ nên có $\mathrm{C}_8^3 \times \mathrm{C}_7^3 \times \mathrm{C}_6^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_8^1 \times \mathrm{C}_7^1 \times \mathrm{C}_6^5 + \mathrm{C}_8^2 \times \mathrm{C}_7^2 \times \mathrm{C}_6^3 + \mathrm{C}_8^3 \times \mathrm{C}_7^3 \times \mathrm{C}_6^1$.

Vậy xác suất cần tính là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{994}{4845}$. □

VÍ DỤ 2. Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 9 học sinh vào một ghế dài. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi A là biến cố "Xếp 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Đầu tiên xếp 6 học sinh lớp 11 thành một dãy, có 6! cách.
- Sau đó xem 6 học sinh này như 6 vách ngăn nên có 7 vị trí để xếp 3 học sinh lớp 12 (gồm 5 vị trí giữa 6 học sinh và 2 vị trí hai đầu).
  Do đó có A_7^3 cách xếp 3 học sinh lớp 12.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)6! \times \mathrm{A}_7^3$.

Vậy xác suất cần tính là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{6! \times \mathrm{A}_7^3}{9!} = \dfrac{5}{12}$. □

VÍ DỤ 3. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tìm xác suất để

a) 3 viên bi lấy ra đều màu đỏ.

b) 3 viên bi lấy ra có không quá hai màu.

Lời giải.

Gọi các biến cố A: "3 viên bi lấy ra đều màu đỏ"; B: "3 viên bi lấy ra có đúng hai màu".

Số cách lấy 3 viên bi từ 20 viên bi là C_{20}^3 nên ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{20}^3 = 1140$.

a) Số cách lấy 3 viên bi màu đỏ là $\mathrm{C}_8^3 = 56$ nên $n(A) = 56$. Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{56}{1140} = \dfrac{14}{285}$.

b) Số cách lấy 3 viên bi có đúng hai màu.

- Đỏ và xanh: $\mathrm{C}_{15}^3 - \left(\mathrm{C}_8^3 + \mathrm{C}_7^3\right)$.
- Đỏ và vàng: $\mathrm{C}_{13}^3 - \left(\mathrm{C}_8^3 + \mathrm{C}_5^3\right)$.
- Vàng và xanh: $\mathrm{C}_{12}^3 - \left(\mathrm{C}_5^3 + \mathrm{C}_7^3\right)$.

Nên số cách lấy 3 viên bi có đúng hai màu là

$$\mathrm{C}_{15}^3 + \mathrm{C}_{13}^3 + \mathrm{C}_{12}^3 - 2\left(\mathrm{C}_8^3 + \mathrm{C}_7^3 + \mathrm{C}_5^3\right) = 759.$$

Do đó, $n(B) = 759$ và $\mathrm{P}(B) = \dfrac{253}{380}$.

□

VÍ DỤ 4. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 lập các số chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số vừa lập. Tính xác suất để lấy được một số lớn hơn 2012.

Lời giải.

Gọi số chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 là $\overline{abcd}$.

- **Trường hợp 1:** Nếu $d = 0$ thì có $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ số.
- **Trường hợp 2:** Nếu $d \neq 0$ thì có thể là 2 hoặc 4, trường hợp này có $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 36$ số.

Do đó có 60 số chẵn theo giả thiết bài toán.
Trong 60 số trên các số nhỏ hơn 2012 phải có dạng $\overline{1bcd}$.
Vì d chỉ có thể là 0, 2, 4 nên có $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ số như vậy, suy ra các số lớn hơn 2012 là 42.
Từ đó suy ra xác suất cần tìm là $\dfrac{42}{60} = \dfrac{7}{10}$. □

VÍ DỤ 5. Gọi M là tập tất cả các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau và có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập M. Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn, đồng thời thỏa mãn $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6$.

Lời giải.

Vì M là tập tất cả các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau và có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ nên số phần tử của tập M là $n(M) = 9 \cdot \mathrm{A}_9^5$.
Gọi A là biến cố "Chọn ra được một số tự nhiên chẵn từ tập M đồng thời thỏa mãn $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6$". Ta có các trường hợp sau:

- **Trường hợp 1:** $a_6 = 0$ thì $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ có $\mathrm{C}_9^5 = 126$ cách chọn.
- **Trường hợp 2:** $a_6 = 2$ thì $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ có $\mathrm{C}_7^5 = 21$ cách chọn.
- **Trường hợp 3:** $a_6 = 4$ thì $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ có $\mathrm{C}_5^5 = 1$ cách chọn.

Vậy $n(A) = 126 + 21 + 1 = 148$ và $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(M)} = \dfrac{148}{9 \cdot A_9^5} = \dfrac{37}{34020}$. □

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Một hộp đựng 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để viên bi lấy được lần thứ hai là bi xanh.

Lời giải.

Số cách lấy lần lượt hai viên bi từ hộp là $10 \cdot 9 = 90$ cách.
Suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 90$.
Gọi A là biến cố "viên bi lấy được lần thứ hai là bi xanh".
Ta có hai trường hợp sau:

- **Trường hợp 1**: Lần một bi đỏ, lần hai bi xanh có $6 \cdot 4 = 24$ cách.
- **Trường hợp 2**: Lần một bi xanh, lần hai bi xanh có $4 \cdot 3 = 12$ cách.

Suy ra $n(A) = 36$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{5}$. □

BÀI 2. Một hộp đựng 10 viên bi đỏ, 8 viên bi vàng và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính xác suất để các viên bi lấy ra được đủ cả ba màu.

Lời giải.

Tổng số viên bi trong hộp là 24.
Lấy ngẫu nhiên 4 viên trong hộp có C_{24}^4 cách.
Suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{24}^4 = 10626$.
Gọi A là biến cố "4 viên bi lấy ra có đủ ba màu".
Ta có các trường hợp sau:

- **Trường hợp 1**: 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh: có $\mathrm{C}_{10}^2 \cdot \mathrm{C}_8^1 \cdot \mathrm{C}_6^1 = 2160$ cách.
- **Trường hợp 2**: 1 bi đỏ, 2 bi vàng và 1 bi xanh: có $\mathrm{C}_{10}^1 \cdot \mathrm{C}_8^2 \cdot \mathrm{C}_6^1 = 1680$ cách.
- **Trường hợp 3**: 1 bi đỏ, 1 bi vàng và 2 bi xanh: có $\mathrm{C}_{10}^1 \cdot \mathrm{C}_8^1 \cdot \mathrm{C}_6^2 = 1200$ cách.

Suy ra $n(A) = 2160 + 1680 + 1200 = 5040$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5040}{10626} = \dfrac{120}{253} \approx 0{,}474$. □

BÀI 3. Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{16}^4 = 1820$.
Gọi B là biến cố "4 quả lấy được có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả màu vàng".
Ta xét ba khả năng sau:

- Số cách lấy 1 quả đỏ, 3 quả xanh là $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^3$.
- Số cách lấy 1 quả đỏ, 2 quả xanh, 1 quả vàng là $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^2 \cdot \mathrm{C}_7^1$.
- Số cách lấy 1 quả đỏ, 1 quả xanh, 2 quả vàng là $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_7^2$.

Do đó $n(B) = 740$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{720}{1820} = \dfrac{37}{91}$. □

BÀI 4. Một hộp chứa 6 bi màu vàng, 5 bi màu đỏ và 4 bi màu xanh, lấy ngẫu nhiên 8 bi trong hộp. Tính xác suất sao cho trong 8 bi lấy ra có số bi màu vàng bằng số bi màu đỏ.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^8 = 6435$.
Gọi A là biến cố "trong 8 bi lấy ra có số bi màu vàng bằng số bi màu đỏ"
Ta có các trường hợp:

- **Trường hợp 1**: Chọn được 2 bi vàng, 2 bi đỏ và 4 bi xanh.
- **Trường hợp 2**: Chọn được 3 bi màu vàng, 3 bi màu đỏ và 2 bi màu xanh.
- **Trường hợp 3**: Chọn được 4 bi vàng, 4 bị đỏ.

Suy ra $n(A) = \mathrm{C}_6^2\mathrm{C}_5^2\mathrm{C}_4^4 + \mathrm{C}_6^3\mathrm{C}_5^3\mathrm{C}_4^2 + \mathrm{C}_6^4\mathrm{C}_5^4 = 1425$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{95}{429}$. □

BÀI 5. Một hộp chứa 11 quả cầu được đánh số theo thứ tự từ 1 đến 11, lấy ngẫu nhiên 6 quả cầu. Tính xác suất để tổng của các số được ghi trên 6 quả cầu đó là số lẻ.

Lời giải.

Số cách bốc ngẫu nhiên 6 quả cầu từ 11 quả là $\mathrm{C}_{11}^6 = 462$ (cách).
Trong 11 quả cầu thì có 5 quả đánh số chẵn và 6 quả đánh số lẻ. Để bốc được 6 quả mà tổng các số là số lẻ thì trong đó phải có số quả đánh số lẻ là một số lẻ. Ta xét các trường hợp sau.

- **Trường hợp 1:** Bốc được 1 quả có số lẻ, có $\mathrm{C}_6^1 \times \mathrm{C}_5^5 = 6$ cách.
- **Trường hợp 2:** Bốc được 3 quả có số lẻ, có $\mathrm{C}_6^3 \times \mathrm{C}_5^3 = 200$ cách.
- **Trường hợp 3:** Bốc được 5 quả có số lẻ, có $\mathrm{C}_6^5 \times \mathrm{C}_5^1 = 30$ cách.

Vậy xác suất cần tính là $\mathrm{P} = \dfrac{6 + 200 + 30}{462} = \dfrac{118}{231}$. □

BÀI 6. Một đội ngũ giáo viên gồm 8 thầy giáo dạy Toán,5 cô giáo dạy Vật lý và 3 cô giáo dạy Hóa học. Sở Giáo dục và Đào tạo chọn ngẫu nhiên 4 người để chấm bài thi THPT quốc gia. Tính xác suất trong 4 người được chọn phải có cô giáo và có đủ ba bộ môn.

Lời giải.

Phép thử "Chọn ngẫu nhiên 4 thầy cô từ 16 thầy cô" có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{16}^4 = 1820$.
Biến cố A: "4 giáo viên được chọn phải có cô giáo và đủ ba bộ môn" có các khả năng sau:

- **Trường hợp 1**: Chọn được 2 thầy giáo Toán, 1 cô giáo Vật lý, 1 cô giáo Hóa học có $\mathrm{C}_8^2\mathrm{C}_5^1\mathrm{C}_3^1$ (khả năng).
- **Trường hợp 2**: Chọn 1 thầy giáo Toán, 2 cô giáo Vật lý, 1 cô giáo Hóa học có $\mathrm{C}_8^1\mathrm{C}_5^2\mathrm{C}_3^1$ (khả năng).
- **Trường hợp 3**: Chọn 1 thầy giáo Toán, 1 cô giáo Vật lý, 2 cô giáo Hóa học có $\mathrm{C}_8^1\mathrm{C}_5^1\mathrm{C}_3^2$ (khả năng).

Vậy xác suất để chọn được 4 người phải có cô giáo và có đủ ba bộ môn là

$$\mathrm{P}(A) = \frac{\mathrm{C}_8^2\mathrm{C}_5^1\mathrm{C}_3^1 + \mathrm{C}_8^1\mathrm{C}_5^2\mathrm{C}_3^1 + \mathrm{C}_8^1\mathrm{C}_5^1\mathrm{C}_3^2}{\mathrm{C}_{16}^4} = \frac{3}{7}.$$

□

BÀI 7. Một công ty nhận được 30 hồ sơ của 30 người muốn xin việc vào công ty, trong đó có 15 người biết tiếng Anh, 8 người biết tiếng Pháp và 14 người không biết tiếng Anh và tiếng Pháp. Công ty cần tuyển 5 người biết ít nhất tiếng Anh hoặc tiếng Pháp. Tính xác suất để trong 5 người được chọn có 3 người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp.

Lời giải.

Ta có:

- Số người biết ít nhất tiếng Anh hoặc tiếng Pháp là: $30 - 14 = 16$ (người).
- Số người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp là: $15 + 8 - 16 = 7$ (người).

- Số người chỉ biết tiếng Anh hoặc tiếng Pháp là: $16 - 7 = 9$ (người).

Xét phép thử: "5 người được chọn biết ít nhất tiếng Anh hoặc tiếng Pháp", suy ra $n(\Omega) = \mathrm{C}_{16}^5 = 4368$.
Xét biến cố A: "Chọn 5 người trong đó có 3 người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp", suy ra $n(A) = \mathrm{C}_7^3 \cdot \mathrm{C}_9^2 = 1260$.
Xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{15}{52}$. □

BÀI 8. Thầy X có 15 quyển sách gồm 4 cuốn sách Văn, 5 cuốn sách Sử và 6 cuốn sách Địa. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy X chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^8$.
Gọi A là biến cố: "Số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn".
Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: "7 cuốn sách còn lại của thầy X không có đủ 3 môn"
Xét các khả năng xảy ra:

- **Trường hợp 1**: 7 cuốn sách còn lại chỉ có Văn và Sử. Số cách chọn là: C_9^7.
- **Trường hợp 2**: 7 cuốn sách còn lại chỉ có Văn và Địa. Số cách chọn là: C_{10}^7.
- **Trường hợp 3**: 7 cuốn sách còn lại chỉ có Địa và Sử. Số cách chọn là: C_{11}^7.

Vậy $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{\mathrm{C}_9^7 + \mathrm{C}_{10}^7 + \mathrm{C}_{11}^7}{\mathrm{C}_{15}^8} = \dfrac{5949}{6435}$. □

BÀI 9. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 11A và 3 học sinh lớp 11B và 5 học sinh của lớp 11C thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có học sinh nào của cùng một lớp đứng cạnh nhau.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.
Gọi D là biến cố "Không có học sinh nào của cùng một lớp đứng cạnh nhau". Khi đó ta có các khả năng sau:

- **Bước 1**: Xếp 5 học sinh lớp 11C vào hàng có $5!$ cách. Sau khi xếp sẽ có 6 vị trí trống gồm 4 giữa và 2 ở hai đầu.
- **Bước 2**: Xếp xen kẽ 5 học sinh của hai lớp 11A và 11B vào các chỗ trống để hai học sinh bất kỳ của lớp 11C không đứng cạnh nhau, bước này có $2 \cdot 5!$ cách.

Suy ra $n(D) = 5! \cdot 2 \cdot 5! = 28800$.
Vậy xác suất của biến cố D là $\mathrm{P}(D) = \dfrac{n(D)}{n(\Omega)} = \dfrac{28800}{10!} = \dfrac{1}{126}$. □

BÀI 10. Một trường học có 25 giáo viên nam và 15 giáo viên nữ trong đó có đúng hai cặp vợ chồng. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 5 người trong số 40 giáo viên trên đi công tác. Tính xác suất sao cho trong 5 người được chọn có đúng một cặp vợ chồng.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{40}^5$.
Giả sử có hai cặp vợ chồng là (A,B) và (C,D) trong đó A và C là chồng.

- **Trường hợp 1:** Chọn cặp vợ chồng (A,B).
  Cần chọn 3 người trong số 38 người còn lại (trừ (A,B)) mà không có cặp (C,D).
  - Số cách chọn 3 người bất kì trong 38 người là C_{38}^3.
  - Số cách chọn 3 người trong số 38 người mà có cặp (C,D) là C_{36}^1.

  Suy ra số cách chọn 3 người trong số 38 người mà không có cặp (C,D) là $\mathrm{C}_{38}^3 - \mathrm{C}_{36}^1$.
- **Trường hợp 2:** Chọn cặp vợ chồng (C,D).
  Tương tự ta cũng có số cách chọn là $\mathrm{C}_{38}^3 - \mathrm{C}_{36}^1$.

Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{2\left(\mathrm{C}_{38}^3 - \mathrm{C}_{36}^1\right)}{\mathrm{C}_{40}^5}$. □

3. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Một hộp đựng 7 viên bi đỏ đánh số từ 1 đến 7 và 6 viên bi xanh đánh số từ 1 đến 6. Xác suất để chọn được hai viên bi từ hộp đó sao cho chúng khác màu và khác số bằng

(A) $\dfrac{5}{13}$. (B) $\dfrac{6}{13}$. (C) $\dfrac{49}{78}$. (D) $\dfrac{18}{39}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{13}^{2} = 78$.
Cứ mỗi cách lấy một viên bi xanh thì sẽ có 6 cách lấy một viên bi đỏ khác màu và khác số. Do đó số cách lấy bi thỏa mãn bài toán là $6 \cdot 6 = 36$ cách.
Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{36}{78} = \dfrac{18}{39}$.

Chọn đáp án D □

CÂU 2. Gieo ngẫu nhiên đồng thời hai con xúc sắc cân đối, đồng chất và khác màu. Tính xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 7.

A $\dfrac{7}{9}$. B $\dfrac{5}{18}$. C $\dfrac{1}{9}$. D $\dfrac{1}{6}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.
Gọi A là biến cố "Tổng số chấm trên hai mặt bằng 7", các khả năng thuận lợi cho biến cố A là $\{1;6\}$, $\{2;5\}$, $\{3;4\}$, $\{6;1\}$, $\{5;2\}$, $\{4;3\}$ nên $n(A) = 6$.
Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$.

Chọn đáp án D □

CÂU 3. Trong năm học 2018 - 2019, Trường THPT A có 13 lớp học sinh khối 10, 12 lớp học sinh khối 11 và 12 lớp học sinh khối 12. Nhân ngày nhà giáo Việt Nam 20 tháng 11, nhà trường chọn ngẫu nhiên 2 lớp trong trường để tham gia hội diễn văn nghệ của Trường. Xác suất để 2 lớp được chọn không cùng một khối là

A $\dfrac{76}{111}$. B $\dfrac{87}{111}$. C $\dfrac{78}{111}$. D $\dfrac{67}{111}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{37}^{2}$.
Gọi A là biến cố "2 lớp được chọn không cùng một khối".
Ta có $n(A) = \mathrm{C}_{13}^{1} \cdot \mathrm{C}_{12}^{1} + \mathrm{C}_{12}^{1} \cdot \mathrm{C}_{12}^{1} + \mathrm{C}_{12}^{1} \cdot \mathrm{C}_{13}^{1}$.
Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_{13}^{1} \cdot \mathrm{C}_{12}^{1} + \mathrm{C}_{12}^{1} \cdot \mathrm{C}_{12}^{1} + \mathrm{C}_{12}^{1} \cdot \mathrm{C}_{13}^{1}}{\mathrm{C}_{37}^{2}} = \dfrac{76}{111}$.

Chọn đáp án A □

CÂU 4. Đội văn nghệ trường THPT A gồm 8 học sinh, trong đó có 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh biểu diễn văn nghệ. Tính xác suất để 5 học sinh được chọn có cả nam và nữ và số nam nhiều hơn số nữ.

A $P = \dfrac{11}{56}$. B $P = \dfrac{45}{56}$. C $P = \dfrac{46}{56}$. D $P = \dfrac{55}{56}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn 5 học sinh bất kì trong 8 học sinh nên $n(\Omega) = \mathrm{C}_{8}^{5} = 56$.
Gọi biến cố A: "5 học sinh được chọn có cả nam và nữ và số nam nhiều hơn số nữ ".
Ta có các kết quả thuận lợi cho A:

- **Trường hợp 1**: Chọn được 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ có $\mathrm{C}_{5}^{3} \cdot \mathrm{C}_{3}^{2} = 30$ khả năng.
- **Trường hợp 2**: Chọn được 4 học sinh nam và 1 học sinh nữ có $\mathrm{C}_{5}^{4} \cdot \mathrm{C}_{3}^{1} = 15$ khả năng.

Do đó $n(A) = 30 + 15 = 45$.
Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{45}{56}$.

Chọn đáp án B □

CÂU 5. Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh.

A $\dfrac{10}{21}$. B $\dfrac{5}{14}$. C $\dfrac{25}{42}$. D $\dfrac{5}{42}$.

Lời giải.

Không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{9}^{3} = 84$.
Gọi biến cố A: "3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh ".
Kết quả thuận lợi cho A là:

- **Trường hợp 1**: Lấy được 2 bi xanh, 1 bi đỏ có $\mathrm{C}_{5}^{2} \cdot \mathrm{C}_{4}^{1} = 40$ khả năng.
- **Trường hợp 2**: Lấy được cả 3 bi xanh, có $\mathrm{C}_{5}^{3} = 10$ khả năng.

Vậy $n(A) = 50$ và $\mathrm{P}(A) = \dfrac{40 + 10}{84} = \dfrac{25}{42}$.

Chọn đáp án C □

CÂU 6. Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bị, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

Ⓐ $\frac{1}{12}$. Ⓑ $\frac{1}{3}$. Ⓒ $\frac{16}{33}$. Ⓓ $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp chứa 12 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^4 = 495$.

Gọi A là biến cố " 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh ". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

- **Trường hợp 1**: Chọn 1 bi đỏ và 3 bi xanh nên có $\mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_4^3$ cách
- **Trường hợp 2**: Chọn 2 bi đỏ và 2 bi xanh nên có $\mathrm{C}_5^2 \cdot \mathrm{C}_4^2$ cách.
- **Trường hợp 3**: Chọn 3 bi đỏ và 1 bi xanh nên có $\mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_4^1$ cách.
- **Trường hợp 4**: Chọn 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh nên có $\mathrm{C}_5^2 \cdot \mathrm{C}_3^1 \cdot \mathrm{C}_4^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_4^3 + \mathrm{C}_5^2 \cdot \mathrm{C}_4^2 + \mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_4^1 + \mathrm{C}_5^2 \cdot \mathrm{C}_3^1 \cdot \mathrm{C}_4^1 = 240$.

Vậy xác suất cần tính là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{240}{495} = \dfrac{16}{33}$

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 7. Một tổ học sinh lớp X có 12 học sinh trong số đó có An và Bình. Cô giáo thực hiện phân nhóm ngẫu nhiên thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 thành viên để thực hiện nhiệm vụ học tập. Xác suất để An và Bình cùng nhóm là

Ⓐ $\dfrac{3 \cdot \mathrm{C}_{10}^2 \cdot \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4}{\mathrm{C}_{12}^4 \cdot \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4}$. Ⓑ $1 - \dfrac{3 \cdot \mathrm{C}_{10}^2 \cdot \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4}{\mathrm{C}_{12}^4 \cdot \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4}$. Ⓒ $\dfrac{3! \cdot \mathrm{C}_{10}^2 \cdot \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4}{\mathrm{C}_{12}^4 \cdot \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4}$. Ⓓ $1 - \dfrac{3! \cdot \mathrm{C}_{10}^2 \cdot \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4}{\mathrm{C}_{12}^4 \cdot \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^2 \cdot \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4$.

Gọi A là biến cố "An và Bình cùng nhóm". Khi đó các khả năng thuận lợi cho A như sau:

Đầu tiên có 3 cách chọn nhóm để cho An và Bình vào nhóm đó, sau khi đã chọn An và Bình thì chọn thêm 2 bạn nữa nên có C_{10}^2 cách. Chọn 4 bạn cho nhóm tiếp theo nên có C_8^4 cách và 4 bạn còn lại vào nhóm cuối cùng nên có C_4^4 cách.

Suy ra $n(A) = 3 \cdot \mathrm{C}_{10}^2 \cdot \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4$.

Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{3 \cdot \mathrm{C}_{10}^2 \cdot \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4}{\mathrm{C}_{12}^4 \cdot \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4}$.

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 8. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, chọn ngẫu nhiên một điểm có hoành độ và tung độ là các số nguyên có trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 5, các điểm cùng có xác suất được chọn như nhau. Xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách từ điểm được chọn đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 3.

Ⓐ $\frac{36}{121}$. Ⓑ $\frac{13}{81}$. Ⓒ $\frac{15}{81}$. Ⓓ $\frac{29}{121}$.

Lời giải.

Không gian mẫu Ω: tập hợp các điểm có hoành độ và tung độ là các số nguyên có trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 5. Suy ra $n(\Omega) = 11 \cdot 11 = 121$.

Gọi điểm $A(x; y)$ thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 3.

Ta có $OA \leq 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} \leq 3 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 9$.

- Nếu $x = 0$ thì $|y| \leq 3 \Rightarrow y \in \{-3; -2; -1; 0; 1 - 2; 3\}$ nên có 7 điểm thỏa mãn.
- Nếu $y = 0$ và $x \neq 0$ thì $|x| \leq 3 \Rightarrow x \in \{-3; -2; -1; 1 - 2; 3\}$ nên có 6 điểm thỏa mãn.
- Nếu $x \neq 0$ và $y \neq 0$ thì $\Rightarrow \begin{cases} x \in \{-2; -1; 1; 2\} \\ y \in \{-2; -1; 1; 2\} \end{cases}$ nên số cách chọn điểm là $4 \cdot 4 = 16$.

Số cách chọn điểm A thỏa mãn điều kiện là $n(A) = 7 + 6 + 16 = 29$.

Vậy xác suất để chọn điểm A thỏa mãn điều kiện là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{29}{121}$.

Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 9. Chia ngẫu nhiên 8 đội bóng thành 2 bảng, mỗi bảng 4 đội. Xác suất để 2 đội A, B ở cùng một bảng là

Ⓐ $\frac{3}{14}$. Ⓑ $\frac{2}{5}$. Ⓒ $\frac{3}{28}$. Ⓓ $\frac{3}{7}$.

Lời giải.

Phép thử "Chia ngẫu nhiên 8 đội bóng thành hai bảng, mỗi bảng 4 đội" có số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_4^4 = 70$.

Gọi X là biến cố: "2 đội A, B ở cùng một bảng ". Khi đó hai đội A và B ở cùng bảng 1 hoặc bảng 2 với 2 đội khác trong 6

đội còn lại. Do đó số các kết quả thuận lợi cho biến cố X là $\mathrm{n}(X) = 2 \cdot \mathrm{C}_6^2 \cdot \mathrm{C}_4^4 = 30$.
Vậy xác suất để 2 đội A, B ở cùng một bảng là : $\mathrm{P}(X) = \dfrac{30}{70} = \dfrac{3}{7}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 10. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Mỗi bạn Châu và An chọn ngẫu nhiên ba số trong tập A. Tính xác suất để trong hai bộ số của Châu và An chọn ra có nhiều nhất một số giống nhau.

(A) $\dfrac{21}{40}$. (B) $\dfrac{49}{60}$. (C) $\dfrac{17}{24}$. (D) $\dfrac{203}{480}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^3 \cdot \mathrm{C}_{10}^3 = 14400$.
Gọi biến cố A: "Trong hai bộ số của Châu và An chọn ra có nhiều nhất một số giống nhau".

- **Trường hợp** 1: Trong hai bộ số được chọn, không có số giống nhau, khi đó có $\mathrm{C}_{10}^3 \cdot \mathrm{C}_7^3$ (cách).
- **Trường hợp** 2: Trong hai bộ số được chọn, có một bộ số giống nhau, khi đó có $\mathrm{C}_{10}^3 \cdot \mathrm{C}_3^1 \cdot \mathrm{C}_7^2$ (cách).

Vậy số phần tử của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_{10}^3 \cdot \mathrm{C}_7^3 + \mathrm{C}_{10}^3 \cdot \mathrm{C}_3^1 \cdot \mathrm{C}_7^2 = 11760$.
Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{11760}{14400} = \dfrac{49}{60}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 11. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập thành một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

(A) $\dfrac{56}{143}$. (B) $\dfrac{73}{143}$. (C) $\dfrac{87}{143}$. (D) $\dfrac{70}{143}$.

Lời giải.

Không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{13}^4$.
Gọi A là biến cố: "Bốn người được chọn có ít nhất ba nữ ".
Các trường hợp thoả mãn yêu cầu:

- **Trường hợp 1:** 3 nữ và 1 nam, số cách chọn là $\mathrm{C}_8^3 \cdot \mathrm{C}_5^1$.
- **Trường hợp 2:** 4 nữ, số cách chọn là C_8^4.

Suy ra số các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_8^3 \cdot \mathrm{C}_5^1 + \mathrm{C}_8^4$.
Suy ra xác suất cần tính là $\mathrm{P}((A)) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{70}{143}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 12. Một lô hàng có 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra không có quá 1 phế phẩm.

(A) $\dfrac{1}{3}$. (B) $\dfrac{2}{15}$. (C) $\dfrac{2}{3}$. (D) $\dfrac{8}{15}$.

Lời giải.

Để lấy tùy ý 6 sản phầm, ta có C_{10}^6 cách.
Để trong 6 sản phẩm lấy ra có không qua 1 phế phẩm, ta có hai trường hợp

- **Trường hợp 1:** Lấy ra được 6 sản phẩm đều tốt, có C_8^6 cách.
- **Trường hợp 2:** Lấy ra được 5 sản phẩm tốt và 1 phế phẩm, có $\mathrm{C}_8^5 \cdot \mathrm{C}_2^1$ cách.

Vậy xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm là

$$P = \frac{\mathrm{C}_8^6 + \mathrm{C}_8^5 \cdot \mathrm{C}_2^1}{\mathrm{C}_{10}^6} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 13. Một đoàn tàu điện gồm 3 toa tiến vào sân ga, ở đó đang có 5 hành khách chờ lên tàu. Giả sử các hành khách lên tàu một cách ngẫu nhiên và mỗi toa tàu có nhiều hơn 5 vị trí trống. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất một hành khách lên tàu.

(A) $\dfrac{9}{40}$. (B) $\dfrac{39}{50}$. (C) $\dfrac{39}{81}$. (D) $\dfrac{50}{81}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 3^5$.
Gọi A là biến cố "mỗi toa có ít nhất một hành khách lên tàu". Khi đó

- **Trường hợp** 1: Một toa có 3 người, 2 toa có 1 người: có $3 \cdot \mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_2^1 \cdot \mathrm{C}_1^1$.

- **Trường hợp 2**: Một toa có 1 người, 2 toa có 2 người: có $3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2$.

Do đó số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 150$.
Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{150}{3^5} = \dfrac{50}{81}$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 14. Một chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\dfrac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên?

Ⓐ 12. Ⓑ 9. Ⓒ 10. Ⓓ 11.

Lời giải.
Gọi n, $(n \geq 7)$ là tổng số đoàn viên trong chi đoàn đó.
Số đoàn viên nam là $n - 3$.
Số cách lập đội thanh niên tình nguyện gồm 4 người là C_n^4.
Xác xuất trong 4 người được chọn có 3 nữ là $\dfrac{C_3^3 \cdot C_{n-3}^1}{C_n^4}$.
Xác suất cả 4 người được chọn đều là nam là $\dfrac{C_{n-3}^4}{C_n^4}$.
Theo bài ra, ta có

$$\frac{C_3^3 \cdot C_{n-3}^1}{C_n^4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{C_{n-3}^4}{C_n^4} \Leftrightarrow C_3^3 \cdot C_{n-3}^1 = \frac{2}{5} C_{n-3}^4 \Leftrightarrow n - 3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{(n-3)!}{(n-7)!4!}$$
$$\Leftrightarrow (n-6)(n-5)(n-4) = 60 \Leftrightarrow n = 9 \ \left(\text{thỏa mãn } n \geq 7\right).$$

Vậy số đoàn viên trong chi đoàn đó là 9.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 15. Gieo một con súc sắc đồng nhất 3 lần. Gọi A là biến cố có tổng số chấm xuất hiện ở 2 lần gieo đầu bằng số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ 3. Xác xuất biến cố A bằng

Ⓐ $\dfrac{10}{216}$. Ⓑ $\dfrac{12}{216}$. Ⓒ $\dfrac{15}{216}$. Ⓓ $\dfrac{16}{216}$.

Lời giải.
Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 \cdot 6$.
Tổng số chấm của hai lần gieo đầu thuộc tập $\{2; 3; 4; \ldots; 12\}$.
Do đó số chấm ở lần gieo thứ ba thuộc tập $\{1; 2; \ldots; 6\}$. Ta có các khả năng sau:

- Lần gieo thứ ba ra mặt 2 chấm. Vì $2 = 1 + 1$ nên có 1 khả năng.
- Lần gieo thứ ba ra mặt 3 chấm. Vì $3 = 1 + 2 = 2 + 1$ nên có 2 khả năng.
- Lần gieo thứ ba ra mặt 4 chấm. Vì $4 = 1 + 3 = 3 + 1 = 2 + 2$ nên có 3 khả năng.
- Lần gieo thứ ba ra mặt 5 chấm. Vì $5 = 1 + 4 = 4 + 1 = 2 + 3 = 3 + 2$ nên có 4 khả năng.
- Lần gieo thứ ba ra mặt 6 chấm. Vì $6 = 1 + 5 = 5 + 1 = 2 + 4 = 4 + 2 = 3 + 3$ nên có 5 khả năng.

Xác suất cần tìm là $P = \dfrac{1+2+3+4+5}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \dfrac{15}{216} = \dfrac{5}{72}$.
Chọn đáp án (C) □

Dạng 5. Các bài toán liên quan đến tính chất số học

Trong dạng này ta cần chú ý tính chất số học như tính chẵn, lẻ, chia hết, số chính phương, ...

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của các biến cố

a) A: "Mặt có số chấm lẻ xuất hiện".

b) B: "Mặt xuất hiện có số chấm chia hết cho 3".

c) C: "Mặt xuất hiện có số chấm lớn hơn 2".

Lời giải.

a) A: "Mặt có số chấm lẻ xuất hiện".
Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6$.
Biến cố $A = \{1; 3; 5\} \Rightarrow n(A) = 3$.
Xác suất của A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{2}$

b) B: "Mặt xuất hiện có số chấm chia hết cho 3"
. Biến cố $B = \{6; 3\} \Rightarrow n(B) = 2$.
Xác suất của biến cố B là $\mathrm{P}\left(B\right) = \dfrac{1}{3}$.

c) C: "Mặt xuất hiện có số chấm lớn hơn 2".
Biến cố $C = \{3; 4; 5; 6\} \Rightarrow \mathrm{P}\left(C\right) = \dfrac{n(C)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{3}$.

□

VÍ DỤ 2. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 80 số tự nhiên 1, 2, 3, ⋮,80. Tính xác suất của các biến cố

a) A: "Trong 3 số đó có đúng 2 số là bội số của 5".

b) B: "Trong 3 số đó có ít nhất một số chính phương".

Lời giải.
Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{80}^3 = 82160$.

a) Từ 1 đến 80 có $\dfrac{80}{5} = 16$ số chia hết cho 5 và có $80 - 16 = 64$ số không chia hết cho 5.
Do đó $n(A) = \mathrm{C}_{64}^1 \cdot \mathrm{C}_{16}^2$. Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{C}_{64}^1 \cdot \mathrm{C}_{16}^2}{82160} = \dfrac{96}{1027}$.

b) Từ 1 đến 80 có 8 số chính phương là: 1, 4, 9, 16, 25 , 36, 49, 64. Số cách chọn 3 số không có số chính phương nào được chọn là C_{72}^3.
Suy ra $n(B) = \mathrm{C}_{80}^3 - \mathrm{C}_{72}^3$ nên $\mathrm{P}(B) = \dfrac{\mathrm{C}_{80}^3 - \mathrm{C}_{72}^3}{\mathrm{C}_{80}^3} = \dfrac{563}{2045}$.

□

VÍ DỤ 3. Cho tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Gọi E là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ A. Lấy ngẫu nhiên một số từ E. Tính xác xuất để lấy được số chia hết cho 5.
Lời giải.
Các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ A là $4 \cdot \mathrm{A}_4^3 = 96$ số.
Số phần tử của E là 96.
Các số thuộc E chia hết cho 5 có dạng $\overline{a_1a_2a_30}$, có $\mathrm{A}_4^3 = 24$ số.
Vậy xác xuất để lấy được số chia hết cho 5 là $\dfrac{24}{96} = \dfrac{1}{4}$. □

VÍ DỤ 4. Chọn ngẫu nhiên hai số trong 30 số nguyên dương đầu tiên. Tính xác suất để trong hai số được chọn có ít nhất một số chẵn.
Lời giải.
Lấy ngẫu nhiên hai số trong 30 số nguyên dương đầu tiên có số cách là $\mathrm{C}_{30}^2 = 435. \Rightarrow n(\Omega) = 435$.
Gọi A là biến cố "Hai số được chọn có ít nhất một số chẵn ". Số cách để chọn hai số trong đó có một số chẵn là $15^2 = 225$ (cách).
Số cách để chọn hai số đều là số chẵn là $\mathrm{C}_{15}^2 = 105$ (cách) $\Rightarrow n(A) = 225 + 105 = 330$.
$\Rightarrow \mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{330}{435} = \dfrac{22}{29}$.

□

VÍ DỤ 5. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau được chọn từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Từ S chọn ngẫu nhiên một số, tính xác suất để số được chọn là số lẻ và số lẻ đó có mặt chữ số 5.
Lời giải.
Số phần tử của S là $n(S) = \mathrm{A}_7^4 = 840$.
Ta xác định phần tử trong S là số lẻ và có mặt chữ số 5. Giả sử số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$, khi đó có các khả năng sau:

- Nếu $d = 5$ thì có A_6^3 cách chọn các chữ số a, b, c.

- Nếu $d \in \{1; 3; 5\}$ thì có 3 cách chọn d, mỗi cách chọn d có 3 cách xếp chữ số 5 vào các vị trí a, b, c và A_5^2 cách chọn cho hai chữ số còn lại.

Do đó số phần tử trong S là số lẻ và có mặt chữ số 5 là $\mathrm{A}_6^3 + 3 \cdot 3 \cdot \mathrm{A}_5^2 = 300$.
Phép thử "Từ S chọn ngẫu nhiên một số" có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = n(S) = 840$.
Biến cố A: "Số được chọn là số lẻ và có mặt chữ số 5" có số thuận lợi là $n(A) = 300$.
Xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{300}{840} = \dfrac{5}{14}$. □

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Chọn ngẫu nhiên 3 số từ tập $S = \{1, 2, 3, \ldots, 11\}$. Tính xác suất để tổng ba số được chọn là 12.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{11}^3 = 165$.
Gọi A là biến cố "tổng ba số được chọn là 12".
Các bộ thỏa mãn là $\{1,2,9\}$; $\{1,3,8\}$; $\{1,4,7\}$; $\{1,5,6\}$; $\{2,3,7\}$; $\{2,4,6\}$; $\{3,5,6\}$.
Suy ra $n(A) = 7$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{7}{165}$. □

BÀI 2. Một hộp đựng thẻ gồm 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên hai thẻ từ hộp thẻ đó. Tính xác suất để rút được hai thẻ có tích hai số ghi trên hai thẻ là một số lẻ.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{20}^2$.
Gọi A là biến cố "Hai thẻ được rút có tích hai số ghi trên hai thẻ là một số lẻ", khi đó $n(A) = \mathrm{C}_{10}^2$.
Xác suất của biến cố A là $\mathrm{A} = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_{10}^2}{\mathrm{C}_{20}^2} = \dfrac{9}{38}$. □

BÀI 3. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ 1 đến 40. Tính xác suất để chọn được một số nguyên tố.

Lời giải.

Từ 1 đến 40 có các số nguyên tố là 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37. Gọi A là biến cố chọn được một số nguyên tố từ 1 đến 40.
Số trường hợp thuận lợi cho A là 12.
Xác suất để chọn được một số nguyên tố là $P(A) = \dfrac{12}{40} = \dfrac{3}{10}$. □

BÀI 4. Cho 6 quả cầu giống hệt nhau được đánh số từ 1 đến 6 và đựng trong hộp kín. Sau khi xáo trộn người ta lấy ra ngẫu nhiên lần lượt 4 quả cầu.

a) Sắp xếp chúng theo thứ tự lấy ra thành hàng ngang từ trái sang phải. Tính xác suất để được số 1234.

b) Tính xác suất để tổng các chữ số trên 4 quả cầu lấy ra bằng 10.

Lời giải.

a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$
Vậy xác suất để được số 1234 là $\dfrac{1}{360}$.

b) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$
Ta có $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ nên để tổng các số ghi trên 4 quả cầu là 10 thì 2 quả cầu còn lại trong hộp phải có số là 5, 6. Hay phải lấy được 4 quả cầu đánh số là $1, 2, 3, 4$. Do đó $n(A) = 4! = 24$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P} = \dfrac{24}{360} = \dfrac{1}{15}$.

□

BÀI 5. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số phân biệt được chọn từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để số được chọn có chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng trăm.

Lời giải.

Gọi số cần tìm của tập S có dạng $\overline{abc}\,(a \neq 0; a \neq b \neq c; a, b, c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\})$.

- Số cách chọn chữ số a có 6 cách (vì $a \neq 0$).
- Số cách chọn chữ số b có 6 cách (vì $b \neq a$).
- Số cách chọn chữ số c có 5 cách (vì $c \neq a; c \neq b$).

Vậy S có $6{\cdot}6{\cdot}5 = 180$ (số).
Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 180$.
Gọi A là biến cố "Số được chọn có chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng trăm".
Khi đó, ta có 3 bộ số thỏa mãn là $\overline{1b2}$, $\overline{2b4}$, $\overline{3b6}$ và trong mỗi bộ thì b có 5 cách chọn nên có $3 \cdot 5 = 15$ (số).
Suy ra $n(A) = 15$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{15}{180} = \dfrac{1}{12}$. □

BÀI 6. Chọn ngẫu nhiên ba số đôi một khác nhau từ tập hợp $A = \{1; 2; 3; \ldots; 20\}$. Tính xác suất để trong ba số được chọn không có hai số tự nhiên liên tiếp.

Lời giải.

Số cách chọn ba số đôi một khác nhau từ tập A là $\mathrm{C}_{20}^3 = 1140$ cách.
Số cách chọn ra ba số liên tiếp là 18 cách
Số cách chọn ra ba số mà có đúng hai số liên tiếp là $17 + 17 = 306$ cách.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P} = \dfrac{1140 - 18 - 306}{1140} = \dfrac{68}{95}$. □

BÀI 7. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên gồm sáu chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Chọn một số ngẫu nhiên từ X tính xác suất để số đó có đúng ba chữ số lẻ.

Lời giải.

Ta có số phần tử của X là A_9^6.
Số cách số mà trong đó có đúng ba chữ số lẻ là $\mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_4^3 \cdot 6!$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P} = \dfrac{\mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_4^3 \cdot 6!}{\mathrm{A}_9^6} = \dfrac{10}{21}$. □

BÀI 8. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 90 số tự nhiên $1, 2, 3, \ldots, 90$. Tính xác suất của biến cố "Trong 3 số được chọn có đúng hai số chính phương."

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{90}^3 = 117480$.
Số chính phương nằm trong khoảng từ 1 đến 90 là $\{1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81\}$.
Gọi A là "3 số được chọn có ít nhất 2 số chính phương".
Khi đó $n(A) = \mathrm{C}_9^2 \cdot \mathrm{C}_{81}^1 = 2916$.
Do đó $P(A) = \dfrac{2916}{117480} = \dfrac{243}{9790}$. □

BÀI 9. Từ tập hợp tất cả các số tự nhiên có năm chữ số mà các chữ số đều khác 0, lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số được lấy ra chỉ có mặt ba chữ số khác nhau.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số đều khác 0 là 9^5.
Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác 0 mà chỉ có 3 chữ số khác nhau là $\mathrm{C}_9^3 \cdot \mathrm{C}_3^1 \cdot \dfrac{5!}{3!} + \mathrm{C}_9^3 \cdot \mathrm{C}_3^2 \cdot \dfrac{5!}{2! \cdot 2!}$ (do 3 số mà tạo ra số có 5 chữ số nên chỉ có hai trường hợp hoặc có 1 số lặp 3 lần hoặc có 2 số mỗi số lặp 2 lần).
Vậy xác suất $\mathrm{P} = \dfrac{\mathrm{C}_9^3 \cdot \mathrm{C}_3^1 \cdot \dfrac{5!}{3!} + \mathrm{C}_9^3 \cdot \mathrm{C}_3^2 \cdot \dfrac{5!}{2! \cdot 2!}}{9^5} = \dfrac{12600}{59049}$. □

BÀI 10. Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn $\dfrac{5}{6}$.

Lời giải.

Trong 9 thẻ đã cho có hai thẻ ghi số 4 và 8 chia hết cho 4, 7 thẻ còn lại ghi số không chia hết cho 4.
Giả sử rút x thẻ (với $1 \leq x \leq 9; x \in \mathbb{N}$), số cách chọn x thẻ từ 9 thẻ trong hộp là C_9^x.
Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_9^x$.
Gọi A là biến cố: "Trong số x tấm thẻ rút ra, có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4".
Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: "Lấy x tấm thẻ không có tấm thẻ nào chia hết cho 4".
Số cách chọn tương ứng với biến cố $\overline{A}$ là $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_7^x$.
Ta có $P(\overline{A}) = \dfrac{\mathrm{C}_7^x}{\mathrm{C}_9^x} \Rightarrow P(A) = 1 - \dfrac{\mathrm{C}_7^x}{\mathrm{C}_9^x}$.
Do đó
$$P(A) > \frac{5}{6} \Leftrightarrow 1 - \frac{\mathrm{C}_7^x}{\mathrm{C}_9^x} > \frac{5}{6} \Leftrightarrow 1 - \frac{(9-x)(8-x)}{72} > \frac{5}{6} \Leftrightarrow x^2 - 17x + 60 < 0 \Leftrightarrow 5 < x < 12.$$
Kết hợp điều kiện $1 \leq x \leq 9; x \in \mathbb{N}$, suy ra $5 < x \leq 9$.
Vậy giá trị nhỏ nhất của x là 6. Số thẻ ít nhất phải rút là 6. □

3. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp đó, tính xác suất thẻ lấy được ghi số chia hết cho 3.

(A) 0,3. (B) 0,5. (C) 0,15. (D) 0,2.

Lời giải.

Từ 1 đến 20 có 6 số chia hết cho 3 nên xác suất thẻ bốc được ghi số chia hết cho 3 là $\dfrac{6}{20} = 0{,}3$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 2. Chọn ngẫu nhiên một số có 2 chữ số từ các số 00 đến 99. Xác suất để có số tận cùng là 0 bằng

Ⓐ 0,1. Ⓑ 0,2. Ⓒ 0,3. Ⓓ 0,4.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn 1 số trong 100 số nên $n(\Omega) = 100$.
Gọi biến cố A: "số được chọn có số cuối bằng 0 ".
Khi đó $A = \{00; 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90\}$ suy ra $n(A) = 10$.
Do đó $P(A) = \dfrac{10}{100} = 0{,}1$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 3. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

Ⓐ $\dfrac{10}{19}$. Ⓑ $\dfrac{5}{19}$. Ⓒ $\dfrac{4}{19}$. Ⓓ $\dfrac{9}{19}$.

Lời giải.

Gọi X là tập hợp 19 số nguyên dương đầu tiên. Suy ra $X = \{1; 2; 3; \ldots; 18; 19\}$.
Khi đó tập X có 19 phần tử, trong đó có 9 phần là số chẵn, 10 phần tử là số lẻ.
Chọn đồng thời hai số từ tập X, ta có C_{19}^2 (cách chọn).
Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử chọn đồng thời hai số từ tập X.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{19}^2$.
Gọi A là biến cố "Chọn được hai số chẵn từ tập X ".
Khi đó số phần tử của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_9^2$.
Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_9^2}{\mathrm{C}_{19}^2} = \dfrac{4}{19}$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 4. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau tạo nên từ các chữ số 0; 1; 3; 4; 5; 7; 8; 9. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập X. Tính xác suất để số lấy được có chữ số đầu tiên không nhỏ hơn 5 (chữ số đầu tiên là chữ số hàng chục nghìn).

Ⓐ $\dfrac{5}{7}$. Ⓑ $\dfrac{1}{2}$. Ⓒ $\dfrac{2}{7}$. Ⓓ $\dfrac{4}{7}$.

Lời giải.

Ta có $n(X) = 7 \cdot \mathrm{A}_7^4 = 5880$ số.
Gọi A là biến cố: "lấy được số có 5 chữ số khác nhau tạo nên từ các chữ số 0; 1; 3; 4; 5; 7; 8; 9 mà chữ số đầu tiên không nhỏ hơn 5 (chữ số đầu tiên là chữ số hàng chục nghìn)".
Suy ra $n(A) = 4 \cdot \mathrm{A}_7^4 = 3360$ số.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(X)} = \dfrac{3360}{5880} = \dfrac{4}{7}$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 5. Cho tập X gồm các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Chọn một số từ X. Tính xác suất chọn được số chia hết cho 5.

Ⓐ $\dfrac{1}{8}$. Ⓑ $\dfrac{3}{4}$. Ⓒ $\dfrac{1}{4}$. Ⓓ $\dfrac{5}{8}$.

Lời giải.

Số các số có tự nhiên ba chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 là A_8^3.
Gọi $\overline{abc}$ là số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 và chia hết cho 5. Khi đó

- $c = 5$, c có 1 cách chọn.
- Sau khi chọn c, $\overline{ab}$ có A_7^2 cách chọn.

Nên có $1 \cdot \mathrm{A}_7^2 = \mathrm{A}_7^2$ số các số thuộc tập X và chia hết cho 5.
Chọn một số từ X. Tính xác suất chọn được số chia hết cho 5 là $\mathrm{P} = \dfrac{\mathrm{A}_7^2}{\mathrm{A}_8^3} = \dfrac{1}{8}$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 6. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số của tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp S. Tính xác suất để số được chọn có 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ.

Ⓐ $\dfrac{2}{5}$. Ⓑ $\dfrac{3}{5}$. Ⓒ $\dfrac{1}{40}$. Ⓓ $\dfrac{1}{10}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{A}_6^4 = 360$.
Gọi A là biến cố: "Số được chọn có 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ".
Chọn hai chữ số chẵn C_3^2 cách.
Chọn hai chữ số lẻ: C_3^2 cách.

Sắp xếp 4 chữ số được chọn thành một số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt: 4! cách.
Suy ra $n(A) = \mathrm{C}_3^2 \cdot \mathrm{C}_3^2 \cdot 4! = 216$.
Xác suất của biến cố A là: $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{216}{360} = \dfrac{3}{5}$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 7. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số lập từ các chữ số thuộc A. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 6.

(A) $\dfrac{9}{28}$. (B) $\dfrac{4}{27}$. (C) $\dfrac{4}{9}$. (D) $\dfrac{1}{9}$.

Lời giải.
Số các số tự nhiên có bốn chữ số lập từ tập A chính là số phần tử của không gian mẫu và là $n(\Omega) = 9^4$.
Gọi M là biến cố "chọn được số có bốn chữ số chia hết cho 6".
Số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$. Số được chọn chia hết cho 6

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{abcd} \,\vdots\, 2 \\ \overline{abcd} \,\vdots\, 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d \in \{2; 4; 6; 8\} \\ (a+b+c+d) \,\vdots\, 3. \end{cases}$$

Số cách chọn $d \in \{2; 4; 6; 8\}$ là có 4 cách.
Chọn a, b có 9^2 cách. Để chọn c ta xét tổng $T = a + b + d$ có ba trường hợp sau

a) Nếu S chia cho 3 dư 0 thì $c \in \{3; 6; 9\}$ suy ra có 3 cách.

b) Nếu S chia cho 3 dư 1 thì $c \in \{2; 5; 8\}$ suy ra có 3 cách.

c) Nếu S chia cho 3 dư 2 thì $c \in \{1; 4; 7\}$ suy ra có 3 cách.

Do đó $n(A) = 4 \cdot 9^2 \cdot 3 = 972$. Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{972}{9^4} = \dfrac{4}{27}$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 8. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 25.

(A) $\dfrac{11}{324}$. (B) $\dfrac{1}{45}$. (C) $\dfrac{5}{168}$. (D) $\dfrac{11}{252}$.

Lời giải.
Số phần tử của tập A là $9 \cdot \mathrm{A}_9^6 = 544320$.
Gọi $x = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ là số tự nhiên lấy từ tập A và chia hết cho 25. Có hai trường hợp

- Trường hợp $x = \overline{a_1a_2a_3a_4a_525}$: do a_1 khác 0 và khác 2, 5 nên a_1 có 7 cách chọn. Sau khi chọn a_1 thì $\overline{a_2a_3a_4a_5}$ có A_7^4 cách chọn.
  Trường hợp này có $7 \cdot \mathrm{A}_7^4 = 5880$ số.
- Trường hợp $x = \overline{a_1a_2a_3a_4a_550}$:
  Trường hợp này có $\mathrm{A}_8^5 = 6720$ số.
- Trường hợp $x = \overline{a_1a_2a_3a_4a_575}$: Tương tự trường hợp $x = \overline{a_1a_2a_3a_4a_525}$.
  Trường hợp này có $7 \cdot \mathrm{A}_7^4 = 5880$ số.

Như vậy, trong tập A có $5880 + 6720 + 5880 = 18480$ số chia hết cho 25.
Xác suất cần tìm là $\mathrm{P} = \dfrac{18480}{544320} = \dfrac{11}{324}$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 9. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập S. Tính xác suất để số được chọn có đúng bốn chữ số lẻ sao cho số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

(A) $\dfrac{20}{189}$. (B) $\dfrac{5}{54}$. (C) $\dfrac{5}{648}$. (D) $\dfrac{5}{42}$.

Lời giải.
Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = 9! \cdot 9$.
Gọi A là biến cố "số có 9 chữ số được chọn là số có đúng 4 chữ số lẻ và số 0 luôn nằm giữa hai chữ số lẻ".

- Coi 2 số lẻ và số 0 đứng giữa hai số đó là nhóm I.
- Chọn 2 số lẻ từ 5 số lẻ và sắp vào hai bên số 0 ta có A_5^2 cách.
- Chọn 2 số lẻ từ 3 số lẻ còn lại có C_3^2 cách.

- Chọn 4 số chẵn có 1 cách.
- Sắp xếp nhóm I (gồm 3 số), 2 số lẻ và 4 số chẵn vào vị trí có 7! cách.

Do đó $n(A) = \mathrm{A}_5^2 \cdot \mathrm{C}_3^2 \cdot 7!$. Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5}{54}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 10. Gọi S là tập các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $1; 2; 3; \cdots; 9$ và lấy ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được lấy ra chia hết cho 11 và tổng các chữ số của nó cũng chia hết cho 11.

(A) $\dfrac{8}{21}$. (B) $\dfrac{1}{126}$. (C) $\dfrac{1}{252}$. (D) $\dfrac{1}{63}$.

Lời giải.

Gọi $\overline{abcd}$ là số cần tìm và $a, b, c, d \in \{1; 2; 3; \cdots; 9\}$.
Số các số có bốn chữ số thỏa đề bài là $n(\Omega) = \mathrm{A}_9^4$.

Theo đề bài ta có $\overline{abcd} \,\vdots\, 11$ và $a + b + c + d \,\vdots\, 11$ suy ra

$$\begin{cases} 10^3a + 10^2b + 10c + d \,\vdots\, 11 \\ a + b + c + d \,\vdots\, 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10(a + c) + b + d \,\vdots\, 11 \\ a + b + c + d \,\vdots\, 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + c \,\vdots\, 11 \\ b + d \,\vdots\, 11. \end{cases}$$

Từ tập $\{1; 2; 3; \cdots; 9\}$ các cặp số có tổng chia hết cho 11 là $(2; 9), (3; 8), (4; 7)$ và $(5; 6)$. Bài toán trở thành chọn hai trong bốn cặp số trên cho $(a; c)$ và $(b; d)$.
Gọi T là biến cố chọn một số từ S sao cho số đó chia hết cho 11 và tổng các chữ số của nó chia hết cho 11. Suy ra có tất cả $n(T) = 4 \cdot \mathrm{A}_4^2$.

Suy ra xác suất cần tìm là $\mathbb{P}(T) = \dfrac{4\mathrm{A}_4^2}{\mathrm{A}_9^4} = \dfrac{1}{63}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 11. Tập S gồm các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các số $0, 1, 2, \ldots, 8$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

(A) $\dfrac{97}{560}$. (B) $\dfrac{9}{50}$. (C) $\dfrac{7}{60}$. (D) $\dfrac{1}{56}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập S là $8 \cdot \mathrm{A}_8^5 = 53760$. Do đó số cách chọn ngẫu nhiên một số từ tập S là 53760 cách.
Vì số được chọn có 6 chữ số phân biệt nên có ít nhất hai số chẵn và không có hai số chẵn nào đứng cạnh nhau nên có tối đa ba số chẵn. Ta giả sử số được chọn là $\overline{abcdef}$. Ta xét các trường hợp sau
Trường hợp 1. Số được chọn có đúng hai số chẵn.
Khi đó ta sắp 4 số lẻ thành một hàng dài có 4! cách sắp và chúng tạo nên 5 khoảng trống giữa các số lẻ này để ta có thể chèn 2 số chẵn vào các khoảng trống đó.
Khi đó ta có số các chèn 2 số chẵn vào 5 khoảng trống này là $\mathrm{C}_5^2\mathrm{A}_5^2 - 4 \cdot \mathrm{C}_4^1$ cách.

	lẻ		lẻ		lẻ		lẻ	

Trong trường hợp này có $4! \cdot \left(\mathrm{C}_5^2\mathrm{A}_5^2 - 4 \cdot \mathrm{C}_4^1\right) = 4416$ số.
Trường hợp 2. Số được chọn có đúng 3 số chẵn.
Khi đó ta sắp 3 số lẻ thành một hàng dài có A_4^3 cách và chúng tạo nên 4 khoảng cách để có thể chèn 3 số chẵn vào giữa chúng.
Khi đó ta có số cách chèn 3 số chẵn vào là $\mathrm{C}_4^3 \cdot \mathrm{A}_5^3 - \mathrm{C}_3^2 \cdot \mathrm{A}_4^2$ cách.

	lẻ		lẻ		lẻ	

Trong trường hợp này có $\mathrm{A}_4^3 \cdot \left(\mathrm{C}_4^3\mathrm{A}_5^2 - \mathrm{C}_3^2 \cdot \mathrm{A}_4^2\right) = 4896$ số.
Vậy có tất cả 9312 số có sáu chữ số phân biệt mà không có hai số chẵn nào đứng cạnh nhau.
Do đó xác suất cần tìm là $P = \dfrac{9312}{53760} = \dfrac{97}{560}$.

Chọn đáp án (A) □

Dạng 6. Các bài toán liên quan hình học

a) Tính xác suất tạo thành tam giác khi lấy các điểm nằm trên 2 đường thẳng song song.

b) Tính xác suất tạo thành tam giác khi lấy 3 đoạn thẳng có độ dài từ tập hợp các đoạn thẳng có độ dài cho trước.

c) Cho một đa giác đều (H) có $2n$ đỉnh. Một số kết quả liên quan đến đếm số tam giác và số tứ giác có các đỉnh là các đỉnh của (H).

- Xét tam giác:
  ① Số tam giác được tạo thành từ $2n$ đỉnh là C_{2n}^3.
  ② Số tam giác vuông được tạo thành từ $2n$ đỉnh là $n(2n-2)$.
  ③ Số tam giác cân được tạo thành từ $2n$ đỉnh là $2n(n-1)$.
  ④ Số tam giác vuông mà không cân được tạo thành từ $2n$ đỉnh là $4\mathrm{C}_n^2 - 2n$.
  ⑤ Số tam giác tù được tạo thành từ $2n$ đỉnh là $n\mathrm{C}_{\frac{n-2}{2}}^2$.
- Xét tứ giác:
  ① Số hình chữ nhật được tạo thành từ $2n$ đỉnh là C_n^2.
  ② Số hình vuông được tạo thành từ $2n$ đỉnh (n chia hết 2) là $\dfrac{n}{2}$.

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Cho hai đường thẳng song song a và b. Trên đường thẳng a lấy 6 điểm phân biệt, trên đường thẳng b lấy 5 điểm phân biệt. Chọn ngẫu nhiên ba điểm trong các điểm đã cho trên hai đường thẳng a và b. Tính xác suất để ba điểm được chọn tạo thành một tam giác.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên ba điểm trong 11 điểm đã cho trên hai đường thẳng a và b có $\mathrm{C}_{11}^3 = 165$ cách.
Vậy $n(\Omega) = 165$.
Gọi A là biến cố "ba điểm được chọn tạo thành một tam giác".
Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 6 \cdot \mathrm{C}_5^2 + 5 \cdot \mathrm{C}_6^2 = 135$.
Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{135}{165} = \dfrac{9}{11}$. □

VÍ DỤ 2. Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 2 cm, 4 cm, 6 cm, 8 cm, 10 cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên. Tính xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

Lời giải.

Chọn ba đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng có $\mathrm{C}_5^3 = 10$ cách. Suy ra $n(\Omega) = 10$.
Gọi A là biến cố "ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác".
Ta có các bộ số sau thỏa yêu cầu bài toán là $(4;6;8)$, $(6;8;10)$, $(4;8;10)$.
Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 3$.
Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{3}{10}$. □

VÍ DỤ 3. Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật.

Lời giải.

Mỗi hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O có các đường chéo đi qua tâm. Ngược lại, với mỗi cặp đường chéo lớn ta có các đầu mút của chúng là 4 đỉnh của một hình chữ nhật. Suy ra số hình chữ nhật nói trên bằng số cặp đường chéo bằng C_{10}^2. Vậy xác suất cần tính là $P = \dfrac{\mathrm{C}_{10}^2}{\mathrm{C}_{20}^4} = \dfrac{3}{323}$. □

VÍ DỤ 4. Cho đa giác đều 12 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu, ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3$.
Gọi A là biến cố "3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông".
Ta có với mỗi đường kính của đường tròn, ta có 10 đỉnh còn lại để ghép và tạo thành tam giác vuông.
Với đa giác đều 12 đỉnh thì có 6 đường kính của đường tròn.
Do đó $n(A) = 6 \cdot 10$.
Vậy xác suất của biến cố A là $\dfrac{6 \cdot 10}{\mathrm{C}_{12}^3}$. □

VÍ DỤ 5. Cho đa giác đều gồm $2n$ đỉnh $(n \geq 2,\ n \in \mathbb{N})$. Chọn ngẫu nhiên bốn đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất để bốn đỉnh được chọn là bốn đỉnh của hình chữ nhật là $\dfrac{1}{65}$. Tìm giá trị của n.

Lời giải.

Chọn bốn đỉnh trong $2n$ đỉnh có C_{2n}^4 tứ giác. Suy ra $n(\Omega) = \mathrm{C}_{2n}^4$.
Gọi A là biến cố "bốn đỉnh được chọn là hình chữ nhật".
Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_n^2$.
Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{\mathrm{C}_n^2}{\mathrm{C}_{2n}^4}$.
Theo đề bài ta có

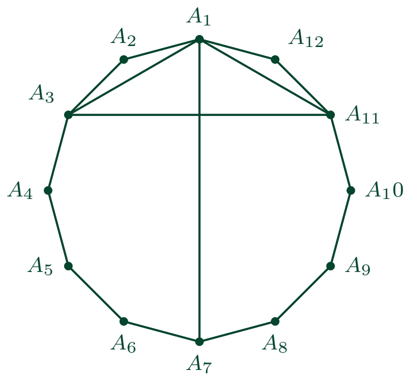
$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{C}_n^2}{\mathrm{C}_{2n}^4} = \frac{1}{65} \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{65\cdot(n-1)\cdot n}{2} = \frac{(2n-3)\cdot(2n-2)\cdot(2n-1)\cdot 2n}{24}\\ &\Leftrightarrow \quad n(n-1)\cdot[195-(2n-3)(2n-1)] = 0\\ &\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} n=1\\ n=0\\ n=8\\ n=-6.\end{array}\right.\\ &\Leftrightarrow \quad n=8.\end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 6. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh bất kỳ từ các đỉnh của đa giác đều có 12 cạnh $A_1A_2\ldots A_{12}$. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân.

Lời giải.

Chọn 3 đỉnh trong 12 đỉnh, suy ra số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3 = 220$.
Gọi A là biến cố: "Ba đỉnh chọn được tạo thành một tam giác cân".
Mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A.
Chọn đỉnh A_1 khi đó chọn được 5 cặp đỉnh cách đều A_1 nên có 5 tam giác cân là các tam giác sau $A_1A_2A_{12}$, $A_1A_3A_{11}$, $A_1A_4A_{10}$, $A_1A_5A_9$, $A_1A_6A_8$.
Tương tự cho các đỉnh còn lại, mỗi đỉnh có 5 tam giác cân.
Do đó $n(A) = 12\cdot 5 = 60$.
Xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{n(A)}{\mathrm{C}_{12}^3} = \dfrac{3}{11}$.



□

VÍ DỤ 7. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên 3 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh đó là 3 đỉnh của 1 tam giác vuông không cân.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 20 đỉnh có C_{20}^3 cách $\Rightarrow n(\Omega) = 1140$.
Gọi X là biến cố "3 đỉnh đó là 3 đỉnh của một tam giác vuông không cân".
Đa giác đều 20 đỉnh có 10 đường chéo đi qua tâm đa giác mà cứ 2 đường chéo tạo thành 1 hình chữ nhật và 1 hình chữ nhật tạo thành 4 tam giác vuông. Suy ra số tam giác vuông là $4\cdot\mathrm{C}_{10}^2 = 180$.
Tuy nhiên, trong C_{10}^2 hình chữ nhật có 5 hình vuông nên số tam giác vuông cân là $5\cdot 4 = 20$.
Do đó, số kết quả thuận lợi cho biến cố X là $n(X) = 180 - 20 = 160$.
Vậy $P(X) = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{160}{1140} = \dfrac{8}{57}$. □

VÍ DỤ 8. Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 18 đỉnh có C_{18}^3 cách.
Gọi X là biến cố "tam giác được tạo từ 3 đỉnh của đa giác là một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều ".
Gọi 1 đỉnh A của đa giác tạo với tâm O một đường thẳng AO.
Đường thẳng AO này chia các đỉnh của đa giác thành 8 cặp đỉnh đối xứng qua AO. Mỗi cặp đỉnh đối xứng tạo với A một tam giác cân.
Như vậy mỗi một đỉnh của đa giác tạo thành 8 tam giác cân. Có 18 đỉnh nên tạo thành $18\cdot 8 = 144$ tam giác cân.
Tuy nhiên, trong 144 tam giác cân này có 6 tam giác đều. Do đó, số tam giác cân không phải tam giác đều là $n(X) = 144 - 6 = 138$.
Vậy $P(X) = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{138}{\mathrm{C}_{18}^3} = \dfrac{23}{136}$. □

VÍ DỤ 9. Cho đa giác đều 36 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh trong 36 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một hình vuông.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh trong 36 đỉnh có C_{36}^4 cách $\Rightarrow n(\Omega) = C_{36}^4$.
Gọi X là biến cố "4 đỉnh được chọn tạo thành một hình vuông".
Đa giác đều 36 đỉnh tạo được 18 đường chéo. Ứng với mỗi đường chéo sẽ có duy nhất một 1 đường chéo trong 17 đường chéo còn lại tạo thành 1 hình vuông.
Do đó 18 đường chéo sẽ tạo được $18 : 2 = 9$ hình vuông. Hay $n(X) = 9$.
Vậy $P(X) = \dfrac{9}{C_{36}^4} = \dfrac{1}{6545}$. □

VÍ DỤ 10. Cho đa giác đều 32 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Tính xác suất để chọn được một hình chữ nhật.

Lời giải.

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác, do đa giác có số đỉnh là số chẵn nên đường nối một đỉnh tùy ý với tâm O sẽ đi qua một đỉnh khác (ta gọi là 2 điểm xuyên tâm đối).
Do đa giác có 32 đỉnh nên có 16 cặp điểm xuyên tâm đối hay nói gọn hơn là có 16 đường chéo đi qua tâm O.
Với mỗi hai đường chéo qua tâm O ta được 1 hình chữ nhật.
Vì có 12 đường chéo nên số hình chữ nhật là: $C_{16}^2 = 120$.
Số tứ giác tạo thành: $C_{32}^4 = 35960$.
Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là $\dfrac{3}{899}$. □

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên đường thẳng d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên đường thẳng d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó lại với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, tính xác suất để thu được một tam giác có hai đỉnh màu đỏ.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên một tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó lại với nhau có $6 \cdot C_4^2 + 4 \cdot C_6^2 = 96$ cách.
Vậy $n(\Omega) = 96$.
Gọi A là biến cố "thu được một tam giác có hai đỉnh màu đỏ".
Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 4 \cdot C_6^2 = 60$.
Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{60}{96} = \dfrac{5}{8}$. □

BÀI 2. Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên. Tính xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

Lời giải.

Chọn ba đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng có $C_5^3 = 10$ cách. Suy ra $n(\Omega) = 10$.
Gọi A là biến cố "ba đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác".
Ta có các bộ số sau thỏa yêu cầu bài toán là $(3;4;5)$, $(2;3;4)$, $(2;4;5)$.
Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 3$.
Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{3}{10}$. □

BÀI 3. Cho đa giác đều 12 đỉnh $A_1A_2...A_{12}$ nội tiếp đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để bốn đỉnh được chọn tạo thành hình chữ nhật.

Lời giải.

Chọn bốn đỉnh trong 12 đỉnh có $C_{12}^4 = 495$ tứ giác. Suy ra $n(\Omega) = 495$.
Gọi A là biến cố "tứ giác được chọn là hình chữ nhật".
Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = C_6^2 = 15$.
Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{15}{495} = \dfrac{1}{33}$. □

BÀI 4. Cho đa giác đều gồm $2n$ đỉnh $(n \geq 2,\ n \in \mathbb{N})$. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất để ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là 0,2. Tìm giá trị của n.

Lời giải.

Chọn ba đỉnh trong $2n$ đỉnh có C_{2n}^3 tam giác. Suy ra $n(\Omega) = C_{2n}^3$.
Gọi A là biến cố "ba đỉnh được chọn là tam giác vuông".
Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = n \cdot (2n - 2)$.
Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n \cdot (2n-2)}{C_{2n}^3}$.

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned}\frac{n\cdot(2n-2)}{\mathrm{C}_{2n}^3}=0{,}2 &\Leftrightarrow n\cdot(2n-2)=\frac{0{,}2}{6}\cdot(2n-2)\cdot(2n-1)\cdot 2n\\ &\Leftrightarrow (2n-2)\left(30n-4n^2+2n\right)=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}n=1\\ n=8\\ n=0.\end{array}\right.\\ &\Leftrightarrow n=8.\end{aligned}$$

□

BÀI 5. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh từ các đỉnh của một đa giác đều nội tiếp đường tròn tâm O, biết đa giác có 170 đường chéo. Tính xác suất P của biến cố chọn được ba đỉnh sao cho ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông không cân.

Lời giải.

Gọi n là số đỉnh của đa giác đều ($n\in\mathbb{N}^*$). Ta đi tìm số đường chéo của đa giác đều.
Số cách chọn 2 đỉnh từ n đỉnh là C_n^2. Do đó số đường chéo của đa giác đều bằng $\mathrm{C}_n^2-n=170$.

$$\begin{aligned}\frac{n!}{2!(n-2)!}-n=170 \Leftrightarrow \frac{n^2-n}{2}-n=170\\ \Leftrightarrow n^2-3n-340=0\\ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}n=20\ (\text{nhận})\\ n=-17\ (\text{loại}).\end{array}\right.\end{aligned}$$

Số phần tử của không gian mẫu: Chọn 3 đỉnh từ 20 đỉnh có $\mathrm{C}_{20}^3=1140$ cách.
Gọi A là biến cố: Ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông không cân.

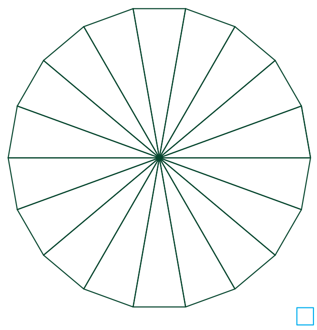
- Để 3 đỉnh được chọn là tam giác vuông ta cần chọn cạnh huyền từ 10 đường kính của đường tròn tâm O: có 10 cách.
- Sau khi chọn được cạnh huyền của tam giác vuông ta còn lại 18 đỉnh, (giả sử đó là đỉnh thứ 1 và thứ 11 của đa giác đều) ta cần chọn điểm còn lại để tạo thành tam giác vuông không cân. Cần chọn các đỉnh khác với đỉnh thứ 6 và 16, suy ra có 16 cách chọn.
- Số cách chọn để ba đỉnh tạo thành một tam giác vuông không cân là $10\cdot 16=160$ cách.

Vậy $\mathrm{P}(A)=\dfrac{160}{1140}=\dfrac{8}{57}$. □

BÀI 6. Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của của đai giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

Lời giải.

Qua ba đỉnh của đa giác luôn tạo thành một tam giác nên số tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác là $n(\Omega)=\mathrm{C}_{18}^3$.
Có 18 cách chọn một đỉnh của đa giác mỗi đỉnh có 7 cách chọn 2 đỉnh còn lại để được một tam giác cân không đều.
Số các tam giác cân không đều là $18.7=126$.
Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{128}{\mathrm{C}_{18}^3}=\dfrac{21}{136}$.



□

BÀI 7. Cho đa giác đều gồm 2018 đỉnh $A_1A_2\ldots A_{2018}$. Chọn ngẫu nhiên ra 3 đỉnh trong 2018 đỉnh của đa giác, xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác tù là bao nhiêu?

Lời giải.

Chọn 3 đỉnh ngẫu nhiên ta có C_{2018}^3 cách chọn.
Suy ra $|\Omega|=\mathrm{C}_{2018}^3$.
Gọi A là biến cố để chọn được 3 đỉnh là 3 đỉnh của một tam giác tù.
Giả sử chọn tam giác tù ABC với A nhọn, B tù và C nhọn.
Chọn một đỉnh bất kì làm đỉnh A suy ra có 2018 cách chọn.
Qua đỉnh vừa chọn, ta kẻ đường kính, chia đa giác làm hai phần.
Để tạo thành tam giác tù thì hai đỉnh B và C sẽ phải cùng nằm về một phía.
Suy ra có $\mathrm{C}_{1008}^2+\mathrm{C}_{1008}^2=2\mathrm{C}_{1008}^2$.

Vì vai trò của A, C như nhau nên mỗi tam giác được tính hai lần.
Do vậy $|A| = 2018 \cdot \mathrm{C}_{1008}^2$.
Suy ra $P(A) = \dfrac{2018 \cdot 2 \cdot \mathrm{C}_{1008}^2}{\mathrm{C}_3^{2018}} = \dfrac{3021}{4034}$. □

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CUỐI BÀI

CÂU 1. Có 7 tấm bìa ghi 7 chữ "HIỀN ", "TÀI ", "LÀ ", "NGUYÊN ", "KHÍ ", "QUỐC ", "GIA ". Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ "HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA ".

A $\dfrac{1}{25}$. **B** $\dfrac{1}{5040}$. **C** $\dfrac{1}{24}$. **D** $\dfrac{1}{13}$.

Lời giải.

Xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa có $7! = 5040$ (cách xếp) $\Rightarrow n(\Omega) = 5040$.

Đặt A là biến cố "xếp được chữ HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA ". Ta có $n(A) = 1$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{1}{5040}$.

Chọn đáp án B □

CÂU 2. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

A $\dfrac{2}{7}$. **B** $\dfrac{3}{4}$. **C** $\dfrac{37}{42}$. **D** $\dfrac{10}{21}$.

Lời giải.

Số kết quả có thể khi chọn bất kì 3 quyển sách trong 9 quyển sách là $\mathrm{C}_9^3 = 84$.
Gọi A là biến cố "Lấy được ít nhất 1 sách toán trong 3 quyển sách ".
$\overline{A}$ là biến cố "Không lấy được sách toán trong 3 quyển sách ".

Ta có xác sút để xảy ra A là $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{\mathrm{C}_5^3}{84} = \dfrac{37}{42}$.

Chọn đáp án C □

CÂU 3. Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc sắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố: "Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 1 ".

A $\dfrac{2}{9}$. **B** $\dfrac{1}{9}$. **C** $\dfrac{5}{18}$. **D** $\dfrac{5}{6}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.
Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán:
$A = \{(1;2),(2;1),(3;2),(2;3),(3;4),(4;3),(4;5),(5;4),(5;6),(6;5)\}$ nên $n(A) = 10$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$.

Chọn đáp án C □

CÂU 4. Có 10 tấm bìa ghi 10 chữ "NƠI ", "NÀO ", "CÓ ", "Ý ", "CHÍ ", "NƠI ", "ĐÓ ", "CÓ ", "CON ", "ĐƯỜNG ". Một người xếp ngẫu nhiên 10 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ "NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG ".

A $\dfrac{1}{40320}$. **B** $\dfrac{1}{10}$. **C** $\dfrac{1}{3628800}$. **D** $\dfrac{1}{907200}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố xếp các tấm bìa được dòng chữ "NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG ".

Chú ý rằng có hai chữ "NƠI "và hai chữ "CÓ ", nên để tính $n(A)$, ta làm như sau

- Có C_2^1 cách chọn một chữ "NƠI "và đặt vào đầu câu.
- Có C_2^1 cách chọn một chữ "CÓ "và đặt vào vị trí thứ ba.
- Các vị trí còn lại chỉ có một cách đặt chữ.
- Vậy $n(A) = \mathrm{C}_2^1 \cdot \mathrm{C}_2^1 \cdot 1 = 4$, nên $\mathrm{P}(A) = \dfrac{4}{10!} = \dfrac{4}{3628800} = \dfrac{1}{907200}$.

Chọn đáp án D □

CÂU 5. Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

A $\dfrac{135}{988}$. **B** $\dfrac{3}{247}$. **C** $\dfrac{244}{247}$. **D** $\dfrac{15}{26}$.

Lời giải.

Chọn ra ba sản phẩm tùy ý có $C_{40}^3 = 9880$ cách Do đó $n(\Omega) = 9880$.
Gọi A là biến cố có ít nhất 1 sản phẩm tốt. Khi đó $\overline{A}$ là biến cố 3 sản phẩm không có sản phẩm tốt.
$n\left(\overline{A}\right) = C_{10}^3 = 120$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n(\Omega)} = 1 - \dfrac{120}{9880} = \dfrac{244}{247}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 6. Trong trò chơi "Chiếc nón kỳ diệu" chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong 6 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.

A $\dfrac{5}{36}$. **B** $\dfrac{5}{9}$. **C** $\dfrac{5}{54}$. **D** $\dfrac{1}{36}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_6^1 C_6^1 C_6^1 = 6^3$.
Gọi A là biến cố "trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe dừng lại ở ba vị trí khác nhau".
Số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_6^1 C_5^1 C_4^1$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_6^1 C_5^1 C_4^1}{C_6^1 C_6^1 C_6^1} = \dfrac{5}{9}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 7. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ một thùng gồm 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng. Tính xác suất để lấy được hai viên bi khác màu?

A 67,6%. **B** 29,5%. **C** 32,4%. **D** 70,5%.

Lời giải.

Tổng số bi trong thùng là $4 + 5 + 6 = 15$ (bi).
Số kết quả có thể khi lấy ra 2 viên bi bất kì từ 15 viên bi là $C_{15}^2 = 105$.
Số kết quả thuận lợi khi lấy ra hai bi khác màu là $C_4^1 C_5^1 + C_5^1 C_6^1 + C_4^1 C_6^1 = 74$.

Gọi A là biến cố lấy ra hai viên bi khác màu. Xác suất xảy ra A là $P(A) = \dfrac{74}{105} \simeq 70{,}5\%$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 8. Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu đại số và 4 câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu?

A $\dfrac{5}{6}$. **B** $\dfrac{1}{30}$. **C** $\dfrac{1}{6}$. **D** $\dfrac{29}{30}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi thì số phần tử của không gian mẫu : $n(\Omega) = C_{10}^3$.
Gọi A: "chọn ít nhất có một câu hình học ", suy ra $\overline{A}$: "không chọn được câu hình ".

Có $n\left(\overline{A}\right) = C_6^3$ suy ra $P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{C_6^3}{C_{10}^3} = \dfrac{5}{6}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 9. Để chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam $20 - 11$ Đoàn trường THPT Hai Bà Trưng đã phân công ba khối: khối 10, khối 11 và khối 12 mỗi khối chuẩn bị ba tiết mục gồm: một tiết mục múa, một tiết mục kịch và một tiết mục hát tốp ca. Đến ngày tổ chức ban tổ chức chọn ngẫu nhiên ba tiết mục. Tính xác suất để ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung?

A $\dfrac{1}{14}$. **B** $\dfrac{1}{84}$. **C** $\dfrac{1}{28}$. **D** $\dfrac{9}{56}$.

Lời giải.

Chọn ba tiết mục trong chín tiết mục có $n(\Omega) = C_9^3$ cách chọn.
Gọi A là biến cố: ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung.
Chọn tiết mục khối 10 có 3 cách chọn.
Chọn tiết mục ở khối 11 có 2 cách.
Và tiết mục ở khối 12 có 1 cách.
Nên có $n(A) = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ cách chọn.

Xác suất của biến cố A: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{14}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 10. Kết quả (b, c) của việc gieo con xúc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình có nghiệm.

A $\dfrac{19}{36}$. **B** $\dfrac{1}{2}$. **C** $\dfrac{1}{18}$. **D** $\dfrac{17}{36}$.

Lời giải.

Xét biến cố A: "phương trình có nghiệm ".
Trường hợp 1: $b \geq 5$. Khi đó c nhận giá trị tùy ý, nên có tất cả $2.6 = 12$ kết quả thuận lợi cho biến cố A.
Trường hợp 2: $b = 4$. Khi đó $c \leq 4$, nên có $1.4 = 4$ kết quả thuận lợi cho biến cố A.
Trường hợp 3: $b < 4$. Có 3 kết quả là $(3,1)$, $(3,2)$, $(2,1)$.
Vậy $n(A) = 12 + 4 + 3 = 19$.
Xác suất để phương trình có nghiệm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{19}{36}$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 11. Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau. Tính xác suất khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ.

(A) $\dfrac{8}{55}$. (B) $\dfrac{292}{34650}$. (C) $\dfrac{292}{1080}$. (D) $\dfrac{16}{55}$.

Lời giải.

Không gian mẫu $\mathrm{C}_{12}^4 \mathrm{C}_8^4 \cdot 1 = 34650$.
Gọi A là biến cố "Chia mỗi nhóm có đúng một nữ và ba nam ".
Số cách phân chia cho nhóm 1 là $\mathrm{C}_3^1 \mathrm{C}_9^3 = 252$ (cách).
Khi đó còn lại 2 nữ 6 nam nên số cách phân chia cho nhóm 2 có $\mathrm{C}_2^1 \mathrm{C}_6^3 = 40$ (cách).
Cuối cùng còn lại bốn người thuộc về nhóm 3 nên có 1 cách Theo quy tắc nhân ta có số kết quả thuận lợi $n(A) = 252 \cdot 40 \cdot 1 = 10080$ (cách).
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{10080}{34650} = \dfrac{16}{55}$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 12. Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

(A) $\dfrac{4615}{5236}$. (B) $\dfrac{4651}{5236}$. (C) $\dfrac{4615}{5263}$. (D) $\dfrac{4610}{5236}$.

Lời giải.

Số cách chọn 4 học sinh lên bảng: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{35}^4$.
Số cách chọn 4 học sinh chỉ có nam hoặc chỉ có nữ: $\mathrm{C}_{20}^4 + \mathrm{C}_{15}^4$.
Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ: $1 - \dfrac{\mathrm{C}_{20}^4 + \mathrm{C}_{15}^4}{\mathrm{C}_{35}^4} = \dfrac{4615}{5236}$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 13. Một cái hộp chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh.

(A) $\dfrac{2}{5}$. (B) $\dfrac{7}{24}$. (C) $\dfrac{11}{12}$. (D) $\dfrac{7}{9}$.

Lời giải.

Ta có Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^1 \cdot \mathrm{C}_9^1$.
Gọi A là biến cố : "Viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh ".

- Trường hợp 1 : Lần 1 lấy viên đỏ, lần 2 lấy viên xanh : Có $\mathrm{C}_6^1 \cdot \mathrm{C}_4^1$ cách chọn.
- Trường hợp 2 : Lần 1 lấy viên xanh, lần 2 lấy viên xanh : Có $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_3^1$ cách chọn.
- $n(A) = \mathrm{C}_6^1 \cdot \mathrm{C}_4^1 + \mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_3^1$.
- Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{24 + 12}{10 \cdot 9} = \dfrac{2}{5}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 14. Một tổ gồm 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Tính số cách chọn cùng lúc 3 học sinh trong tổ đi tham gia chương trình thiện nguyện.

(A) 56. (B) 336. (C) 24. (D) 36.

Lời giải.

Số cách chọn cùng lúc 3 học sinh trong tổ đi tham gia chương trình thiện nguyện là $\mathrm{C}_8^3 = 56$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 15. Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

(A) $\dfrac{2}{3}$. (B) $\dfrac{5}{18}$. (C) $\dfrac{1}{3}$. (D) $\dfrac{13}{18}$.

Lời giải.

Cách 1: Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega) = \mathrm{C}_9^2 = 36$.
Gọi A là biến cố: "rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn".
Suy ra $n(A) = \mathrm{C}_9^2 - \mathrm{C}_5^2 = 26$.
Xác suất của A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{26}{36} = \dfrac{13}{18}$.
Cách 2: Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega) = \mathrm{C}_9^2 = 36$.
Gọi A là biến cố: "rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn".
TH1: 1 thẻ đánh số lẻ, 1 thẻ đánh số chẵn có $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^1 = 20$.
TH2: 2 thẻ đánh số chẵn có $\mathrm{C}_4^2 = 6$.
Suy ra $n(A) = 26$.
Xác suất của A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{26}{36} = \dfrac{13}{18}$.
Chọn đáp án D □

CÂU 16. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Giả sử con xúc xắc xuất hiện mặt b chấm. Tính xác suất sao cho phương trình $x^2 - bx + b - 1 = 0$ (x là ẩn số) có nghiệm lớn hơn 3.

A $\dfrac{1}{3}$. B $\dfrac{5}{6}$. C $\dfrac{2}{3}$. D $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.
Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất thì số phần tử của không gian mẫu là 6.
Phương trình $x^2 - bx + b - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1-b) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = b - 1. \end{array}\right.$
Để phương trình có nghiệm $x > 3$ thì $b - 1 > 3 \Leftrightarrow b > 4$.
Vậy $b \in \{5; 6\}$.
Xác suất cần tính là $\mathrm{P} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.
Chọn đáp án A □

CÂU 17. Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là 0,3 và Nam thắng Việt là 0,4. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.

A 0,12. B 0,7. C 0,9. D 0,21.

Lời giải.
Ván 1: Xác suất Việt và Nam hòa là $1 - (0{,}3 + 0{,}4) = 0{,}3$.
Ván 2: Xác suất Việt thắng hoặc Nam thắng là $0{,}3 + 0{,}4 = 0{,}7$.
Xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ là $P = 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}21$.
Chọn đáp án D □

CÂU 18. Một túi đựng 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi đó. Xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng

A $\dfrac{1}{3}$. B $\dfrac{2\mathrm{C}_3^3 + \mathrm{C}_4^3 + \mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_4^1}{\mathrm{C}_{10}^3}$. C $\dfrac{2\mathrm{C}_3^3 + \mathrm{C}_4^3}{\mathrm{C}_{10}^3}$. D $\dfrac{2\mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_4^1}{\mathrm{C}_{10}^3}$.

Lời giải.
Số cách rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi có 10 thẻ là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^3$ cách.
Trong các số từ 1 đến 10 có ba số chia hết cho 3, bốn số chia cho 3 dư 1, ba số chia cho 3 dư 2.
Để tổng các số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 thì ba thẻ đó phải có số được ghi thỏa mãn:
- Ba số đều chia hết cho 3.
- Ba số đều chia cho 3 dư 1.
- Ba số đều chia cho 3 dư 2.
- Một số chia hết cho 3, một số chia cho 3 dư 1, một số chia cho 3 dư 2.

Do đó số cách rút để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 là $\mathrm{C}_3^3 + \mathrm{C}_4^3 + \mathrm{C}_3^3 + \mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_4^1\mathrm{C}_3^1$ cách.
Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{2\mathrm{C}_3^3 + \mathrm{C}_4^3 + \mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_4^1}{\mathrm{C}_{10}^3}$.
Chọn đáp án B □

CÂU 19. Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau. $\mathrm{P}(A) = 0,4$, $\mathrm{P}(B) = 0,3$. Khi đó $\mathrm{P}(AB)$ bằng

A 0,58. B 0,7. C 0,1. D 0,12.

Lời giải.
Do A và B là hai biến cố độc lập với nhau nên $\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12$.
Chọn đáp án D □

CÂU 20. Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

A $\dfrac{90}{119}$. B $\dfrac{30}{119}$. C $\dfrac{125}{7854}$. D $\dfrac{6}{119}$.

Lời giải.

Số kết quả có thể xảy ra $n(\Omega) = \mathrm{C}_{35}^3$.
Gọi A là biến cố "trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ".
Ta có: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^2\mathrm{C}_{20}^1 + \mathrm{C}_{15}^1\mathrm{C}_{20}^2$.
Vậy: $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_{15}^2\mathrm{C}_{20}^1 + \mathrm{C}_{15}^1\mathrm{C}_{20}^2}{\mathrm{C}_{35}^3} = \dfrac{90}{119}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 21. Trong tủ đồ chơi của bạn An có 5 con thú bông gồm: vịt, chó, mèo, gấu, voi. Bạn An muốn lấy ra một số thú bông. Xác suất để trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt.

(A) $\dfrac{16}{31}$. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{15}{32}$. (D) $\dfrac{15}{31}$.

Lời giải.

Trường hợp 1: Bạn An chỉ lấy 1 con thú bông $\Rightarrow$ có 5 cách.
Trường hợp 2: Bạn An lấy 2 con thú bông $\Rightarrow$ có C_5^2 cách.
Trường hợp 3: Bạn An lấy 3 con thú bông $\Rightarrow$ có C_5^3 cách.
Trường hợp 4: Bạn An lấy 4 con thú bông $\Rightarrow$ có C_5^4 cách.
Trường hợp 5: Bạn An lấy cả 5 con thú bông $\Rightarrow$ có C_5^5 cách.
Do đó, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 5 + \mathrm{C}_5^2 + \mathrm{C}_5^3 + \mathrm{C}_5^4 + \mathrm{C}_5^5 = 31$.
Gọi A là biến cố: "trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt".
Do đó, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 4 + \mathrm{C}_4^2 + \mathrm{C}_4^3 + \mathrm{C}_4^4 = 15$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{15}{31}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 22. Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ là

(A) $\dfrac{1}{14}$. (B) $\dfrac{1}{210}$. (C) $\dfrac{13}{14}$. (D) $\dfrac{209}{210}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong 10 học sinh có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^4$ cách chọn.
Gọi A là biến cố: "Chọn được 4 học sinh luôn có học sinh nữ".
Ta có số cách chọn được 4 học sinh nam là C_6^4 cách chọn.
Số phần tử của biến cố A: $n(A) = \mathrm{C}_{10}^4 - \mathrm{C}_6^4$.
Xác suất của biến cố A: $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{13}{14}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 23. Trong kì thi thử THPT Quốc Gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của An không dưới 9,5 điểm.

(A) $\dfrac{9}{22}$. (B) $\dfrac{13}{1024}$. (C) $\dfrac{2}{19}$. (D) $\dfrac{53}{512}$.

Lời giải.

Để An đúng được không dưới 9,5 điểm thì bạn ấy phải chọn đúng nhiều hơn 2 trong 5 câu còn lại.
Xác suất mỗi câu chọn đúng là $\dfrac{1}{4}$ và không chọn đúng là $\dfrac{3}{4}$.
Để An đúng được không dưới 9,5 điểm thì bạn ấy phải chọn đúng hoặc 3 hoặc 4 hoặc 5 trong 5 câu còn lại.
Do đó xác suất cần tìm là $\left(\dfrac{1}{4}\right)^3\left(\dfrac{3}{4}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{4}\right)^4\left(\dfrac{3}{4}\right) + \left(\dfrac{1}{4}\right)^5 = \dfrac{13}{1024}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 24. Một hộp đựng 40 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6.

(A) $\dfrac{252}{1147}$. (B) $\dfrac{26}{1147}$. (C) $\dfrac{12}{1147}$. (D) $\dfrac{126}{1147}$.

Lời giải.

Số cách rút 10 tấm thẻ $n(\Omega) = \mathrm{C}_{40}^{10}$.
Gọi A là biến cố: "lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6".
Ta có từ số 1 đến số 40 có 6 số chia hết cho 6 là $M = \{6; 12; 18; \cdots 36\}$.
Chọn 1 số chia hết trong tập M có C_6^1 cách (số được chọn là số chẵn).
Số cách rút 4 số từ tập $\{2; 4; \ldots 40\} \setminus M$ là C_{14}^4.

Số cách rút 5 thẻ mang số lẻ C_{20}^5.

Vậy $P(A) = \dfrac{C_6^1 \cdot C_{14}^4 \cdot C_{20}^5}{C_{40}^{10}} = \dfrac{126}{1147}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 25. Kết quả (b, c) của việc gieo một con xúc xắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm:

(A) $\dfrac{5}{36}$.
(B) $\dfrac{7}{12}$.
(C) $\dfrac{23}{36}$.
(D) $\dfrac{17}{36}$.

Lời giải.

Gieo một con xúc xắc cân đối hai lần liên tiếp, số phần tử không gian mẫu là 36.
Ta có: b là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai nên $b \in [1; 6]$ và $c \in [1; 6]$ với $b, c \in \mathbb{Z}$.
Phương trình $x^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow b^2 - 4c < 0 \Leftrightarrow b^2 < 4c$.
Với $b = 1$ có 6 trường hợp xảy ra.
Với $b = 2$ có 5 trường hợp xảy ra (trừ trường hợp $c = 1$).
Với $b = 3$ có 4 trường hợp xảy ra (trừ trường hợp $c \leq 2$).
Với $b = 4$ có 2 trường hợp xảy ra (trừ trường hợp $c \leq 4$).
Do đó có tổng cộng 17 khả năng có thể xảy ra để phương trình vô nghiệm.
Vậy xác suất để phương trình vô nghiệm là $P = \dfrac{17}{36}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 26. Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

(A) $\dfrac{99}{667}$.
(B) $\dfrac{8}{11}$.
(C) $\dfrac{3}{11}$.
(D) $\dfrac{99}{167}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{30}^{10}$.
Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán.
Lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{15}^5 cách.
Lấy 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_3^1 cách.
Lấy 4 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10, có C_{12}^4.
Vậy $P(A) = \dfrac{C_{15}^5 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4}{C_{30}^{10}} = \dfrac{99}{667}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 27. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

(A) $1 - 0{,}25^{20} \cdot 0{,}75^{30}$.
(B) $0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20}$.
(C) $0{,}25^{20} \cdot 0{,}75^{30}$.
(D) $0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20} C_{50}^{20}$.

Lời giải.

Vì mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm nên để đạt được 6 điểm cần trả lời đúng 30 câu.
Do mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng nên xác suất trả lời đúng một câu hỏi là $\dfrac{1}{4}$ và xác suất trả lời sai một câu hỏi là $\dfrac{3}{4}$.
Vậy xác suất thí sinh đạt được 6 điểm là $0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20} C_{50}^{20}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 28. Một con xúc xắc không cân đối, có đặc điểm mặt sáu chấm xuất hiện nhiều gấp hai lần mỗi mặt còn lại. Gieo con xúc xắc đó hai lần. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện trong hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 11 bằng

(A) $\dfrac{8}{49}$.
(B) $\dfrac{4}{9}$.
(C) $\dfrac{1}{12}$.
(D) $\dfrac{3}{49}$.

Lời giải.

Gọi x là xác suất xuất hiện mặt 6 chấm thì mỗi mặt còn lại có xác xuất là $\dfrac{x}{2}$.

Ta có $x + 5 \cdot \dfrac{x}{2} = 1 \Rightarrow x = \dfrac{2}{7}$.

Vậy xác suất xuất hiện mặt 6 chấm là $\dfrac{2}{7}$, mỗi mặt còn lại có xác suất là $\dfrac{1}{7}$.

Có các khả năng:
+ Hai lần gieo được mặt 6 chấm.
+ Lần thứ nhất được mặt 6 chấm, lần thứ hai được mặt 5 chấm.

+ Lần thứ nhất được mặt 5 chấm, lần thứ hai được mặt 6 chấm.

Xác suất cần tính là $\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{7}+\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{7}\cdot\frac{2}{7}=\frac{8}{49}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 29. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

(A) $\frac{7}{125}$. (B) $\frac{7}{150}$. (C) $\frac{189}{1250}$. (D) $\frac{7}{375}$.

Lời giải.

Số phần tử của S bằng 9.10^5.

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một số từ S, ta được $n(\Omega)=9\cdot 10^5$.

Gọi A là biến cố " Chọn được số có các chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1 ". Ta có các trường hợp sau.

Giả sử số chọn được có dạng: $\overline{a_1a_2\cdots a_6}$.

Trường hợp 1: $a_1=1$.

Số cách chọn vị trí cho số 0 là 5 cách.

Số cách chọn 4 chữ số còn lại là A_8^4 cách.

Vậy trường hợp này có $1\cdot 5\cdot \mathrm{A}_8^4$ số.

Trường hợp 2: $a_1\neq 1\Rightarrow a_1$ có 8 cách.

Số cách chọn vị trí cho hai chữ số $0;1$ là A_5^2.

Số cách chọn ba số còn lại là A_7^3.

Vậy trường hợp này có $8\cdot\mathrm{A}_5^2\cdot\mathrm{A}_7^3$ số.

Suy ra $P_A=\dfrac{5\cdot\mathrm{A}_8^4+8\cdot\mathrm{A}_5^2\cdot\mathrm{A}_7^3}{9\cdot 10^5}=\dfrac{7}{150}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 30. Có hai chiếc hộp A và B. Hộp A chứa 6 viên bi trắng, 4 viên bi đen. Hộp B chứa 7 viên bi trắng, 3 viên bi đen. Người ta lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp A bỏ vào hộp B rồi sau đó từ hộp B lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai viên bi lấy được từ hộp B là hai viên bi trắng.

(A) $\frac{126}{275}$. (B) $\frac{21}{55}$. (C) $\frac{123}{257}$. (D) $\frac{37}{83}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu.

Có 10 cách lấy ra 1 viên bi từ hộp A. Khi bỏ viên bi lấy từ hộp A vào hộp B thì số bi trong hộp B là 11. Khi đó có C_{11}^2 cách lấy 2 viên bi từ hộp B. Do đó ta có $n(\Omega)=10\mathrm{C}_{11}^2$.

Có 4 cách lấy ra một viên bi đen từ hộp A. Khi bỏ viên bi đen lấy từ hộp A vào hộp B thì số bi trắng trong hộp B vẫn là 7. Khi đó có C_7^2 cách lấy 2 viên bi trắng từ hộp B.

Có 6 cách lấy ra một viên bi trắng từ hộp A. Khi bỏ viên bi trắng lấy từ hộp A vào hộp B thì số bi trắng trong hộp B là 8. Khi đó có C_8^2 cách lấy 2 viên bi trắng từ hộp B.

Vậy có tổng cộng $4\mathrm{C}_7^2+6\mathrm{C}_8^2$ cách lấy theo yêu cầu bài ra.

Do đó xác suất cần tính là $\mathrm{P}=\dfrac{4\mathrm{C}_7^2+6\mathrm{C}_8^2}{10\mathrm{C}_{11}^2}=\dfrac{126}{275}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 31. Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất "có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4" phải lớn hơn $\frac{5}{6}$.

(A) 7. (B) 6. (C) 5. (D) 4.

Lời giải.

Giả sử rút x $(1\leq x\leq 9; x\in\mathbb{N})$ thẻ, số cách chọn x thẻ từ 9 thẻ trong hộp là $\mathrm{C}_9^x\Rightarrow n(\Omega)=\mathrm{C}_9^x$.

Gọi A là biến cố: "Trong số x thẻ rút ra, có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4"

$\Rightarrow n(\overline{A})=\mathrm{C}_7^x$. Ta có $\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)=\dfrac{\mathrm{C}_7^x}{\mathrm{C}_9^x}\Rightarrow \mathrm{P}(A)=1-\dfrac{\mathrm{C}_7^x}{\mathrm{C}_9^x}$.

Do đó $\mathrm{P}(A)>\dfrac{5}{6}\Leftrightarrow 1-\dfrac{\mathrm{C}_7^x}{\mathrm{C}_9^x}>\dfrac{5}{6}\Leftrightarrow x^2-17x+60<0\Rightarrow 5<x<12\Rightarrow 6\leq x\leq 7$.

Vậy số thẻ ít nhất phải rút là 6.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 32. Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang, và 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền là

(A) $\frac{109}{30240}$. (B) $\frac{1}{280}$. (C) $\frac{1}{5040}$. (D) $\frac{109}{60480}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 10!$.
Giả sử các ghế được đánh số từ 1 đến 10.
Để có cách xếp sao cho giữa 2 bạn nữ có đúng 2 bạn nam thì các bạn nữ phải ngồi ở các ghế đánh số 1, 4, 7, 10. Có tất cả số cách xếp chỗ ngồi loại này là $6! \cdot 4!$ cách.
Ta tính số cách sắp xếp chỗ ngồi sao cho Huyền và Quang ngồi cạnh nhau.
Nếu Huyền ngồi ở ghế 1 hoặc 10 thì có 1 cách xếp chỗ ngồi cho Quang. Nếu Huyền ngồi ở ghế 4 hoặc 7 thì có 2 cách xếp chỗ ngồi cho Quang.
Do đó, số cách xếp chỗ ngồi cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là $2 + 2 \cdot 2 = 6$.
Suy ra, số cách xếp chỗ ngồi cho 10 người sao cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là $6.3! \cdot 5!$.
Gọi A là biến cố "Giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền ".
$n(A) = 4! \cdot 6! - 6 \cdot 3! \cdot 5! = 12960 \Rightarrow \mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{12960}{10!} = \dfrac{1}{280}$.
Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{1}{280}$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 33. Một ngân hàng đề thi có 50 câu hỏi khác nhau, trong đó có 40% câu hỏi ở mức độ nhận biết, 20% câu hỏi ở mức độ thông hiểu, 30% câu hỏi ở mức độ vận dụng và 10% câu hỏi ở mức độ vận dụng cao. Xây dựng 1 đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu hỏi khác nhau từ ngân hàng đề thi đó bằng cách sắp xếp ngẫu nhiên các câu hỏi. Tính xác suất để xây dựng được 1 đề thi mà các câu hỏi được sắp xếp theo mức độ khó tăng dần: nhận biết – thông hiểu – vận dụng – vận dụng cao. (chọn giá trị gần đúng nhất)

(A) $4{,}56 \cdot 10^{-26}$. (B) $5{,}46 \cdot 10^{-29}$. (C) $5{,}46 \cdot 10^{-26}$. (D) $4{,}56 \cdot 10^{-29}$.

Lời giải.
Từ giả thiết, ta có cấu trúc của đề thi gồm

- 20 câu hỏi ở mức độ nhận biết.
- 10 câu hỏi ở mức độ thông hiểu.
- 15 câu hỏi ở mức độ vận dụng.
- 5 câu hỏi ở mức độ vận dụng cao.

Với 50 câu hỏi đã có, trộn ngẫu nhiên để tạo ra 1 đề thi, ta có 50! đề được tạo thành.
Trong số đó, có các đề được sắp xếp theo mức độ khó tăng dần: nhận biết – thông hiểu – vận dụng – vận dụng cao nên vị trí các nhóm câu hỏi là cố định, còn các câu hỏi trong cùng 1 nhóm thì có thể hoán vị cho nhau. Vì vậy, ta có được
20! hoán vị của 20 câu hỏi ở mức độ nhận biết (câu 1 đến câu 20).
10! hoán vị của 10 câu hỏi ở mức độ thông hiểu (câu 21 đến câu 30).
15! hoán vị của 15 câu hỏi ở mức độ vận dụng (câu 31 đến câu 45).
5! hoán vị của 5 câu hỏi ở mức độ vận dụng cao (câu 46 đến câu 50).
Do đó, số đề thi thỏa mãn yêu cầu bài toán gồm $(20!) \cdot (10!) \cdot (15!) \cdot (5!)$ đề.
Vậy, xác suất để xây dựng được 1 đề thi thỏa mãn yêu cầu của bài toán là
$\mathrm{P}(A) = \dfrac{(20!) \cdot (10!) \cdot (15!) \cdot (5!)}{50!} = 4{,}56 \cdot 10^{-26}$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 34. An và Bình cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2018, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì An và Bình đều đăng kí thi thêm đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 8 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tính xác suất để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.

(A) $\dfrac{1}{9}$. (B) $\dfrac{1}{10}$. (C) $\dfrac{1}{12}$. (D) $\dfrac{1}{24}$.

Lời giải.
Gọi A là biến cố: "An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề".
Số khả năng An chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là $\mathrm{C}_3^2 \cdot 8^2$.
Số khả năng Bình chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là $\mathrm{C}_3^2 \cdot 8^2$.
Do đó, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_3^2 \cdot 8^2 \cdot \mathrm{C}_3^2 \cdot 8^2$.
Bây giờ ta đếm số khả năng để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề:
Số khả năng An chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là $\mathrm{C}_3^2 \cdot 8^2$.
Sau khi An chọn thì Bình có 2 cách chọn 2 môn thi tự chọn để có đúng một môn thi tự chọn với An, để chung mã đề với An thì số cách chọn mã đề 2 môn thi của Bình là $1 \cdot 8 = 8$ cách. Như vậy, số cách chọn môn thi và mã đề thi của Bình là $2 \cdot 8$.
Do đó: $n(A) = \mathrm{C}_3^2 \cdot 8^2 \cdot 2 \cdot 8$.
Bởi vậy: $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_3^2 \cdot 8^2 \cdot 2 \cdot 8}{\mathrm{C}_3^2 \cdot 8^2 \cdot \mathrm{C}_3^2 \cdot 8^2} = \dfrac{1}{12}$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 35. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố.

(A) $\dfrac{2045}{13608}$. (B) $\dfrac{409}{90000}$. (C) $\dfrac{409}{3402}$. (D) $\dfrac{409}{11250}$.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde} = 11k$.
Số cách chọn số có 5 chữ số từ tập số tự nhiên là $n(\Omega) = 9 \cdot 10^4$.
Gọi A là biến cố: chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố.
Do số có tận cùng là số nguyên tố nên $e = \{2; 3; 5; 7\}$.
Suy ra k có tận cùng là 2; 3; 5; 7.
Ta có số cần tìm có 5 chữ số nên $10010 \leq 11k \leq 99990 \Leftrightarrow 910 \leq k \leq 9090$.
Xét các bộ số $(910; 911, \ldots 919)$; $(920; 921; \ldots 929)$;$\cdots$ $(9080; 9081 \cdots 9089)$.
Số các bộ số là $\dfrac{9080 - 910}{10} + 1 = 818$ bộ.
Mỗi bộ số sẽ có 4 số k thỏa mãn. Do đó $n(A) = 818 \cdot 4 = 3272$.
Xác suất của biến cố là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{3272}{9 \cdot 10^4} = \dfrac{409}{11250}$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 36. Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất để lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2.

(A) 0,8533. (B) 0,5533. (C) 0,6533. (D) 0,2533.

Lời giải.

Có 10^5 vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9, do đó để lấy ngẫu nhiên một vé xổ số có 10^5 cách.
Số vé xổ số mà không có chữ số 1 là 9^5, số vé xổ số mà không có chữ số 2 là 9^5.
Số vé xổ số mà không có cả chữ số 1 và 2 là 8^5.
Do đó để lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2 có $2 \cdot 9^5 - 8^5 = 85330$.
Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{85330}{10^5} = 0{,}8533$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 37. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có năm chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$.

(A) $\dfrac{143}{10000}$. (B) $\dfrac{138}{1420}$. (C) $\dfrac{11}{200}$. (D) $\dfrac{3}{7}$.

Lời giải.

Có 9.10^4 số tự nhiên có 5 chữ số được tạo thành.
Từ $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9 \Rightarrow 1 \leq a < b + 1 < c + 2 < d + 3 < e + 4 \leq 13$.
Đặt $a_1 = a$, $a_2 = b + 1$, $a_3 = c + 2$, $a_4 = d + 3$, $a_5 = e + 4 \Rightarrow 1 \leq a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 \leq 13$.
Mỗi cách chọn bộ số $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ tương ứng ta được một số $\overline{abcde}$ thỏa mãn bài toán.
Số các số có dạng $\overline{abcde}$ thỏa mãn là $\mathrm{C}_{13}^5 = 1287$ số.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P} = \dfrac{1287}{9 \cdot 10^4} = \dfrac{143}{10000}$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 38. Mỗi lượt, ta gieo một con xúc xắc (loại 6 mặt, cân đối) và một đồng xu (cân đối). Tính xác suất để trong 3 lượt gieo như vậy, có ít nhất một lượt gieo được kết quả con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp.

(A) $\dfrac{397}{1728}$. (B) $\dfrac{1385}{1728}$. (C) $\dfrac{1331}{1728}$. (D) $\dfrac{1603}{1728}$.

Lời giải.

Trước hết ta tính xác suất để trong một lượt gieo thứ k không được kết quả con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp.
Số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{C}_2^1 \cdot \mathrm{C}_6^1 = 12$.
Số cách gieo để được kết quả con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp là $\mathrm{C}_1^1 \cdot \mathrm{C}_1^1 = 1$. Vậy $\mathrm{P}(A_k) = \dfrac{12 - 1}{12} = \dfrac{11}{12}$.
Gọi A là biến cố trong 3 lượt gieo có ít nhất một lượt gieo được kết quả con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp.
Khi đó $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}\left(\mathrm{A}_1 A_2 A_3\right) = 1 - \left(\dfrac{11}{12}\right)^3 = \dfrac{397}{1728}$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 39. Tung một đồng xu không đồng chất 2020 lần. Biết rằng xác suất xuất hiện mặt sấp là 0,6. Tính xác suất để mặt sấp xuất hiện đúng 1010 lần.

(A) $\frac{1}{2}$.
(B) $(0{,}24)^{1010}$.
(C) $\frac{2}{3}$.
(D) $C_{2020}^{1010}\cdot(0{,}24)^{1010}$.

Lời giải.

Ta có C_{2020}^{1010} cách chọn 1010 vị trí trong 2020 lần tung đồng xu để mặt xấp xuất hiện, các lần tung còn lại không xuất hiện mặt sấp. Ứng với mỗi cách chọn cố định 1010 vị trí xuất hiện mặt xấp ta có xác suất của trường hợp đó tính như sau:

+ Tại những lần mặt xấp xuất hiện thì xác suất xảy ra là 0,6.

+ Tại những lần mặt ngửa xuất hiện thì xác suất xảy ra là $1-0{,}6$.

Do có 1010 lần xuất hiện mặt sấp và 1010 xuất hiện mặt ngửa nên ứng với mỗi cách chọn cố định 1010 vị trí xuất hiện mặt xấp thì có xác xuất là $0{,}6^{1010}(1-0{,}6)^{1010}=(0{,}24)^{1010}$.
Vậy xác xuất cần tính là $C_{2020}^{1010}\cdot(0{,}24)^{1010}$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 40. Trong một lớp có n học sinh gồm ba bạn Chuyên, Hà, Tĩnh cùng $n-3$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến n mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của Hà bằng trung bình cộng số ghế của Chuyên và số ghế của Tĩnh là $\frac{13}{675}$. Khi đó n thỏa mãn

(A) $n\in[35;39]$.
(B) $n\in[40;45]$.
(C) $n\in[30;34]$.
(D) $n\in[25;29]$.

Lời giải.

Số cách xếp n học sinh vào n ghế là $n!$, do đó $n(\Omega)=n!$.
Gọi A là biến cố xếp các bạn học sinh sao cho số ghế của Hà bằng trung bình cộng số ghế của Chuyên và số ghế của Tĩnh.

• **Nếu n là số lẻ:**

Chọn ba số trong n số để ba số đó lập thành cấp số cộng: có $n-2+n-4+\cdots+1=\dfrac{(n-1)^2}{4}$.

Xếp ba bạn Chuyên, Hà, Tĩnh vào ba ghế có ba số đã chọn thỏa bài toán: có 2 cách.
Xếp $n-3$ bạn còn lại vào ghế: có $(n-3)!$ cách.

Do đó số phần tử của A là $n(A)=\dfrac{2\cdot(n-1)^2\cdot(n-3)!}{4n!}=\dfrac{n-1}{2n(n-2)}$.

Theo đề ta có $\dfrac{n-1}{2n(n-2)}=\dfrac{13}{675}\overset{n\in\mathbb{N}}{\Rightarrow}n=27$.

• **Nếu n là số chẵn:**

Chọn ba số trong n số để ba số đó lập thành cấp số cộng: có $n-2+n-4+\cdots+2=\dfrac{n(n-2)}{4}$.

Xếp ba bạn Chuyên, Hà, Tĩnh vào ba ghế có ba số đã chọn thỏa bài toán: có 2 cách.
Xếp $n-3$ bạn còn lại vào ghế: có $(n-3)!$ cách.

Do đó số phần tử của A là $n(A)=\dfrac{2\cdot n(n-2)\cdot(n-3)!}{4\cdot n!}=\dfrac{1}{2(n-1)}$.

Theo đề ta có $\dfrac{1}{2(n-1)}=\dfrac{13}{675}$ (vô nghiệm trên $\mathbb{N}$).

Vậy lớp có 27 học sinh.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 41. Xác suất để Bình đá bóng vào cầu môn là 0,4. Khi đó, xác suất để Bình đá hỏng là

(A) 0,24.
(B) 0,16.
(C) 0,4.
(D) 0,6.

Lời giải.

Gọi A là biến cố "Bình đá hỏng ".
Do biến cố đá vào và đá hỏng là 2 biến cố đối nên $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)=0{,}6$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 42. Gieo một đồng tiền 2 lần. Biến cố đối của biến cố "Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần" là

(A) Mặt sấp chỉ xuất hiện một lần.
(B) Mặt sấp xuất hiện hai lần.
(C) Mặt ngửa chỉ xuất hiện một lần.
(D) Mặt ngửa xuất hiện hai lần.

Lời giải.

Biến cố đối của biến cố "Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần" là "Mặt ngửa xuất hiện hai lần ".
Chọn đáp án (D) □

CÂU 43. Từ một hộp chứa 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ, 2 viên bi vàng, lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất của biến cố lấy được hai viên bi được lấy khác màu

(A) $\frac{13}{18}$.
(B) $\frac{7}{18}$.
(C) $\frac{8}{15}$.
(D) $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

A: "hai viên bi được lấy khác màu".
Biến cố đối của A là "Hai bi được lấy cùng màu".

$\overline{A}$: "hai viên bi được lấy cùng màu".
Ta có $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_4^2 + \mathrm{C}_3^2 + \mathrm{C}_2^2 = 10$.
Xác suất của $\overline{A}$ là $\mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = \dfrac{n(C)}{n(\Omega)} = \dfrac{5}{18}$. Suy ra xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = \dfrac{13}{18}$.

Chọn đáp án A □

CÂU 44. Từ một hộp 13 bóng đèn, trong đó có 6 bóng hỏng, lấy ngẫu nhiên 5 bóng ra khỏi hộp. Tính xác suất sao cho có ít nhất một bóng không hỏng.

A $\dfrac{427}{429}$. **B** $\dfrac{5}{429}$. **C** $\dfrac{424}{429}$. **D** $\dfrac{2}{429}$.

Lời giải.

Gọi B là biến cố "Có ít nhất một bóng hỏng được lấy trong 5 bóng được lấy ra".
Biến cố đối của B là $\overline{B}$: "Cả 5 bóng đều hỏng".
Số phần tử của $\overline{B}$ là $n\left(\overline{B}\right) = \mathrm{C}_6^5$.

Xác suất của B là $\mathrm{P}\left(B\right) = 1 - \overline{\mathrm{B}} = 1 - \dfrac{n\left(\overline{B}\right)}{n(\Omega)} = \dfrac{427}{429}$.

Chọn đáp án A □

CÂU 45. Trong đợt kiểm tra chất lượng sản xuất sản phẩm tiêu dùng, một đoàn thanh tra lấy ngẫu nhiên 5 sản phẩm từ 1 lô hàng của một công ty để kiểm tra. Tính xác suất để đoàn thanh tra lấy được ít nhất 2 phế phẩm. Biết rằng trong lô hàng đó có 100 sản phẩm, trong đó có 95 chính phẩm và 5 phế phẩm.

A $\dfrac{357319}{18821880}$. **B** $\dfrac{18821880}{57940519}$. **C** $\dfrac{57940519}{73858244}$. **D** $\dfrac{357319}{73858244}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{100}^5 = 75287520$.
Gọi A là biến cố: "5 sản phẩm được lấy ra có ít nhất 2 phế phẩm".
Suy ra biến cố đối $\overline{A}$ là biến cố "5 sản phẩm được lấy ra có không quá 1 phế phẩm".
Trường hợp 1: 5 sản phẩm được lấy ra không có phế phẩm nào: $\mathrm{C}_{95}^5 = 57940519$.
Trường hợp 2: 5 sản phẩm được lấy ra có đúng 1 phế phẩm: $\mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_{95}^4 = 15917725$.
Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là: $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_{95}^5 + \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_{95}^4 = 73858244$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{357319}{18821880}$.

Chọn đáp án A □

CÂU 46. Một đơn vị vận tải có 10 xe ô tô trong đó có 6 xe tốt. Họ điều động ngẫu nhiên 3 xe đi công tác. Tính xác suất sao cho 3 xe điều động đi phải có ít nhất 1 xe tốt.

A $\dfrac{29}{30}$. **B** $\dfrac{1}{30}$. **C** $\dfrac{3}{16}$. **D** $\dfrac{13}{16}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^3 = 120$.
Gọi A là biến cố: "3 xe điều động đi phải có ít nhất 1 xe tốt".
Suy ra biến cố đối $\overline{A}$ là biến cố "3 xe điều động đi không có xe tốt nào".
Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là: $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_4^3 = 4$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{29}{30}$.

Chọn đáp án A □

CÂU 47. Trên giá sách có 5 quyển sách toán học, 4 quyển Vật lý và 3 quyển Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 4 quyển. Tính xác suất sao cho ít nhất 1 quyển Toán học.

A $\dfrac{92}{99}$. **B** $\dfrac{7}{99}$. **C** $\dfrac{3}{35}$. **D** $\dfrac{33}{35}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^4 = 495$. Gọi A là biến cố: "Lấy ngẫu nhiên 4 quyển sách sao cho có ít nhất 1 quyển Toán học".
Biến cố đối $\overline{A}$ là biến cố "Lấy ngẫu nhiên 4 quyển sách sao cho không có quyển Toán học nào".
Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là: $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_7^4 = 35$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{92}{99}$.

Chọn đáp án A □

CÂU 48. Một chi đoàn có 15 đoàn viên, trong đó có 7 nam và 8 nữ. Người ta chọn ra 4 người trong chi đoàn đó để lập một đội thanh niên tình nguyện. Tính xác suất sao cho trong 4 người được chọn có ít nhất một nữ.

A $\dfrac{38}{39}$. **B** $\dfrac{1}{39}$. **C** $\dfrac{33}{35}$. **D** $\dfrac{2}{35}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^4 = 1365$.
Gọi A là biến cố: "4 người được chọn có ít nhất một nữ".
Suy ra biến cố đối $\overline{A}$ là biến cố: "4 người được chọn không có nữ nào".
Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là: $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_7^4 = 35$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{38}{39}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 49. Một lớp học có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Thầy giáo chủ nhiệm chọn ra 5 học sinh để lập một tốp ca chào mừng ngày 22 tháng 12. Tính xác suất sao cho trong tốp ca có ít nhất một học sinh nữ.

A $\dfrac{2273}{2387}$. **B** $\dfrac{114}{2387}$. **C** $\dfrac{114}{2273}$. **D** $\dfrac{2159}{2273}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{35}^5 = 324632$.
Gọi A là biến cố: "5 người được chọn có ít nhất một nữ".
Suy ra biến cố đối $\overline{A}$ là biến cố:"5 người được chọn không có nữ nào".
Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là: $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_{20}^5 = 15504$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{2273}{2387}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 50. Một đội văn nghệ của trường THPT Năng Khiếu gồm 5 học sinh nữ và 10 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh trong đội văn nghệ để lập một tốp ca. Tính xác suất để tốp ca có ít nhất 3 học sinh nữ.

A $\dfrac{82}{143}$. **B** $\dfrac{61}{143}$. **C** $\dfrac{61}{82}$. **D** $\dfrac{21}{82}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^8 = 6435$.
Gọi A là biến cố: "có ít nhất 3 học sinh nữ được chọn"
Suy ra biến cố đối $\overline{A}$ là biến cố:"có không quá 2 học sinh nữ được chọn"
Trường hợp 1: không có học sinh nữ nào được chọn: $\mathrm{C}_{10}^8 = 45$.
Trường hợp 2: 1 học sinh nữ và 7 học sinh nam được chọn: $\mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_{10}^7 = 600$.
Trường hợp 3: 2 học sinh nữ và 6 học nam được chọn: $\mathrm{C}_5^2 \cdot \mathrm{C}_{10}^6 = 2100$.
Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là: $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_{10}^8 + \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_{10}^7 + \mathrm{C}_5^2 \cdot \mathrm{C}_{10}^6 = 2745$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{82}{143}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 51. Một hộp chứa các quả cầu kích thước khác nhau gồm 3 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh và 9 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu. Tính xác suất để hai quả cầu được chọn là khác màu.

A $\dfrac{11}{17}$. **B** $\dfrac{6}{17}$. **C** $\dfrac{5}{9}$. **D** $\dfrac{2}{9}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{18}^2 = 153$.
Gọi A là biến cố “Hai quả cầu được chọn không cùng màu”.
Biến cố đối $\overline{A}$ của A là “2 viên bi được lấy cùng màu”.
Ta có $n\left(\overline{A}\right) = \mathrm{C}_3^2 + \mathrm{C}_6^2 + \mathrm{C}_9^2 = 54$.

Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}\left(A\right) = 1 - n\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n\left(\Omega\right)} = \dfrac{11}{17}$.

Chọn đáp án (A) □

MỤC LỤC