Gọi tôi là: .... Ngày làm đề: ...../...../........

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 4

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút.

MATH TEACHER

ĐIỂM: ....

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(0; 2)$.

CÂU 2. Cho hàm số $y = 27x^3 + 108x^2 - 81x + 189$. Điểm cực tiểu của hàm số là

A. -3. B. $\dfrac{1}{3}$. C. 175. D. 675.

CÂU 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$ là

A. $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 0$. B. $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \dfrac{13}{27}$. C. $\max\limits_{[1;3]} f(x) = -6$. D. $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 5$.

CÂU 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. 46. B. 64. C. 3. D. $\sqrt{2}$.

CÂU 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$ là

A. $y = 1$. B. $y = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

CÂU 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x = 1$. B. $y = 2$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.

CÂU 7. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 - 3x + 1}{x+2}$?

A. $y = 2x$. B. $y = 2$. C. $y = 2x - 7$. D. $x = -2$.

CÂU 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			1				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				-3		

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-2; 0)$.

CÂU 9. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	
y	1		$\|$ $+\infty$		
		$\searrow$		$\searrow$	
			$-\infty$ $\|$		1

Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = \dfrac{x-3}{x-1}$. B. $y = \dfrac{-x+2}{x-1}$. C. $y = \dfrac{x+2}{x+1}$. D. $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

QUICK NOTE

CÂU 10. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x}{1 - x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(B) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

(C) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

(D) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

CÂU 11. Cho chuyển động được xác định bởi phương trình $s(t) = 3t^3 + 4t^2 - t$, trong đó t được tính bằng giây (s) và $s(t)$ được tính bằng mét. Vận tốc của chuyển động khi $t = 4\,\text{s}$ bằng

(A) 175 m/s. (B) 41 m/s. (C) 176 m/s. (D) 20 m/s.

CÂU 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)$ với mọi số thực x. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Cho các hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2025$ và $g(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.		
b) Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.		
c) Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x = 0$.		
d) Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = g(x)$ cũng đi qua điểm $N(2; 2)$.		

CÂU 14. Cho các hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ và $h(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ là 0.		
b) Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ lần lượt là a, b. Khi đó giá trị của $27a - b$ bằng 13.		
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = h(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là 3.		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f\big(h(x)\big)$ trên khoảng $(1; 3)$ là -9.		

CÂU 15. Cho các hàm số $f(x) = \dfrac{x - 2}{x + 3}$ và $g(x) = \dfrac{x^2 - 3x}{x + 1}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.		
b) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.		
c) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 4$.		
d) Đồ thị hàm số $y = g\big(f(x)\big)$ không có đường tiệm cận xiên nào cả.		

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, có bảng biến thiên như sau:

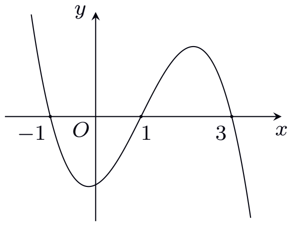
x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ có cực đại nhỏ hơn cực tiểu.		
b) Hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ có bảng biến thiên như trên.		
c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ luôn có đúng 1 tiệm cận đứng.		
d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ luôn có 1 hoặc 2 tiệm cận xiên.		

QUICK NOTE

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(-1) = f(3) = 0$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình bên đây. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $\{a; b\}$ thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \left[f(x)\right]^2$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$?



KQ:

CÂU 18. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu lần lượt là A và B. Gọi I là giao điểm của AB với trục Ox. Đặt tỷ số $\dfrac{IA}{IB} = \dfrac{b}{c}$ tối giản $(b, c \in \mathbb{N})$. Tính $T = b + c$.

KQ:

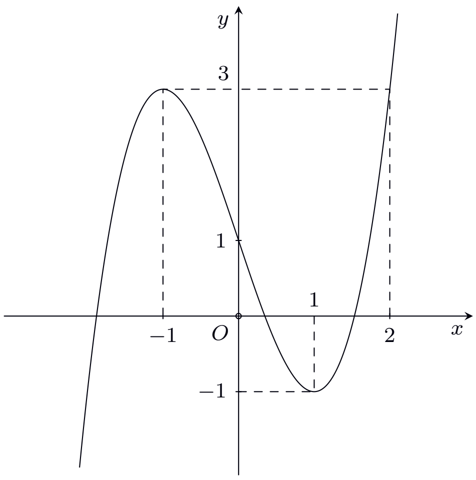
CÂU 19. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{3\sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$. Xác định giá trị làm tròn đến hàng phần mười của biểu thức $M^2 + m^2$.

KQ:

CÂU 20. Vận tốc của một tàu con thoi từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0\,\text{s}$ cho đến thời điểm $t = 126\,\text{s}$ được cho bởi công thức $v(t) = 0{,}001302t^3 - 0{,}09029t^2 + 83$ (vận tốc được tính bằng đơn vị ft/s). Gọi $v_{\min}$ là vận tốc nhỏ nhất của tàu con thoi. Xác định kết quả làm tròn đến hàng phần mười của $v_{\min}$.

KQ:

CÂU 21.
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Xét hàm số $g(x) = f(x^3 + x - 1) + m^2 + 2m$. Gọi S là tập hợp chứa các giá trị thực của m để $\max\limits_{[0;1]} g(x) = 3$. Tính tổng các phần tử của tập S.



KQ:

CÂU 22. Ông A muốn xây dựng một bình chứa nước hình trụ có thể tích $150\ \text{m}^3$. Đáy làm bằng bê tông giá 100 nghìn VNĐ/m^2, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn VNĐ/m^2, nắp bằng nhôm không gỉ giá 120 nghìn VNĐ/m^2. Tìm chiều cao của bình để chi phí xây dựng là thấp nhất?

KQ:

Gọi tôi là: .... Ngày làm đề: ...../...../........

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 5

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút.

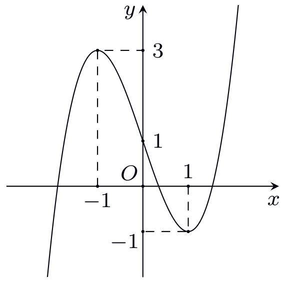
ĐIỂM: ____________

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

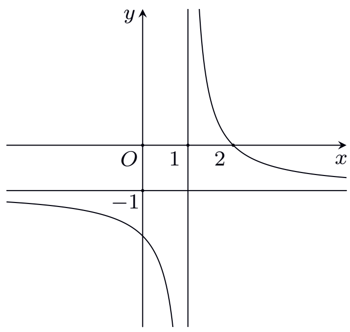
Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1.
Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



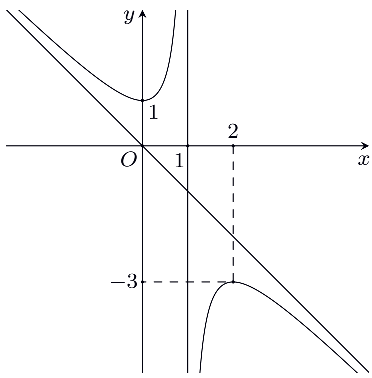
A. $y = -x^3 + 2x - 1$.
B. $y = -x^3 + 3x + 1$.
C. $y = 2x^3 - 6x + 1$.
D. $y = x^3 - 3x + 1$.

CÂU 2.
Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong các hệ số a, b, c có bao nhiêu số dương?



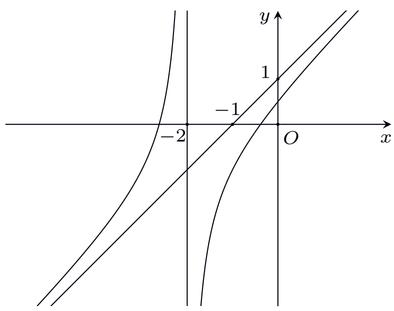
A. 0.
B. 2.
C. 1.
D. 3.

CÂU 3.
Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$.
B. $y = \dfrac{-x^2 + x + 2}{x - 1}$.
C. $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{-x + 1}$.
D. $y = \dfrac{-x^2 - x + 1}{x - 1}$.

CÂU 4.
Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2 + bx + 1}{cx + 2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị biểu thức $T = 2a + 3b - c$.



A. 9.
B. 10.
C. 8.
D. 11.

CÂU 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(2;+\infty)$. (B) $(0;2)$. (C) $(-3;1)$. (D) $(-\infty;1)$.

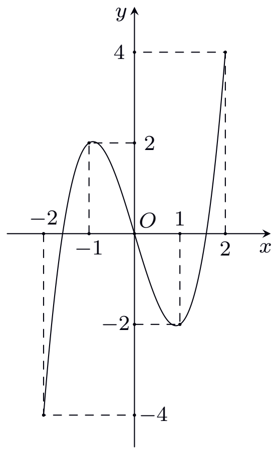
CÂU 6.
Hàm số $y=-x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;4)$. (B) $(-\infty;0)$. (C) $(2;+\infty)$. (D) $(0;2)$.

CÂU 7.
Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

(A) $x=1$. (B) $x=-2$.

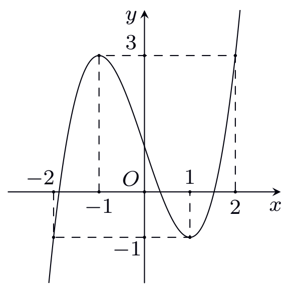
(C) $M(1;-2)$. (D) $M(-2;-4)$.



CÂU 8.
Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ là

(A) 1. (B) -1.

(C) -2. (D) 3.



CÂU 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-2x+3$ trên đoạn $[2;4]$ là

(A) 3. (B) -1. (C) 0. (D) 1.

CÂU 10. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+2x}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

(A) $x=1$. (B) $y=1$. (C) $x=2$. (D) $y=2$.

CÂU 11. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x+1}$ là

(A) $y=x-3$. (B) $y=x+1$. (C) $y=-3x+1$. (D) $x=-3y+1$.

CÂU 12. Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}+1}{3x-9\sqrt{x}+6}$ là

(A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

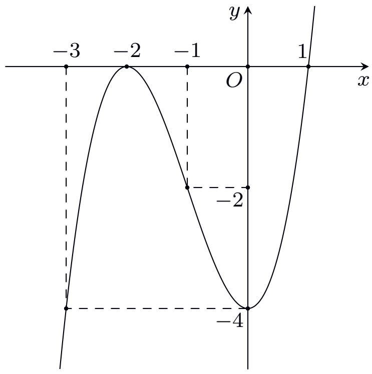
Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.		
b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.		
c) $f'(2) = 4$.		
d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.		

CÂU 14. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

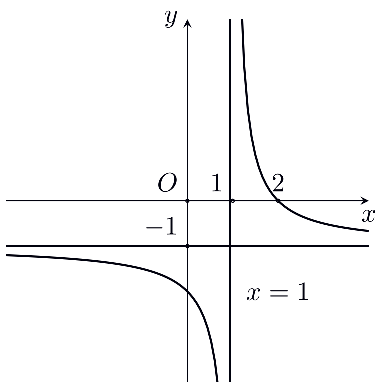
Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.		
b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.		
c) Giả sử hàm số đã cho có hai điểm cực trị là x_1; x_2. Khi đó giá trị $x_1 \cdot x_2 = -1$.		
d) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam giác ABC là 12 với $C(-1; 2)$.		

CÂU 15. Cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực).

Mệnh đề	Đ	S
a) Khi $m = 2$ thì giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$ là 4.		
b) Khi $m = 2$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$ là $\frac{7}{4}$.		
c) Khi $m < -1$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 4]$ là $y(4)$.		
d) Khi $\min\limits_{[2;4]} y = 3$ thì giá trị của tham số m là $1 \le m < 3$.		

CÂU 16.

Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x+c}$.$(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó

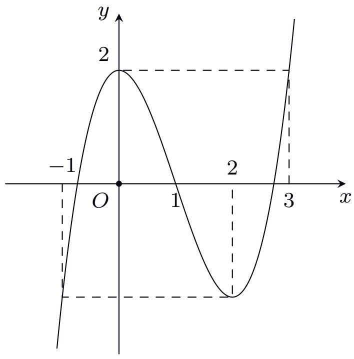


Mệnh đề	Đ	S
a) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -1$.		
b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$.		
c) $a + b + c = 1$.		
d) Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

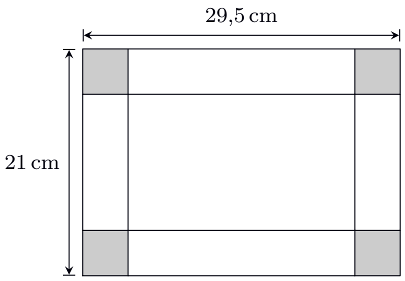
CÂU 17.

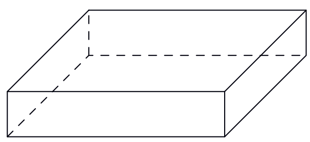
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$. Tính tổng tất cả các phần tử trong S.



KQ: | | | |

CÂU 18. Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích thước 21 cm, 29,5 cm. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.





Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | |

CÂU 19. Điểm cực tiểu x_{CT} của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$ là

KQ: | | | |

CÂU 20. Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 4x^2$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ $0; 1; a; b$. Tính $S = ab - a - b$. (làm tròn 2 chữ số thậm phân)

KQ: | | | |

CÂU 21. Cho hàm số $y = \dfrac{x - m^2 - 1}{x - m}$ có bao nhiêu giá trị nguyên m thỏa mãn $\max\limits_{[0;4]} y = -6$.

KQ: | | | |

CÂU 22. Biết tích các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \dfrac{2x-4}{x^2 + 2(m-2)x + m^2 + 1}$ có đúng 2 đường tiệm cận là $\frac{a}{b}$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P = a^2 + b^2$.

KQ: | | | |

QUICK NOTE

Gọi tôi là: .... Ngày làm đề: ...../...../........

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 6

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút.

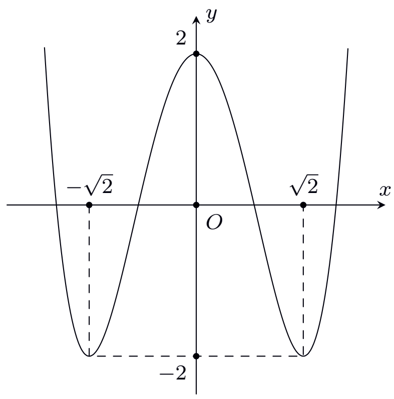
ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

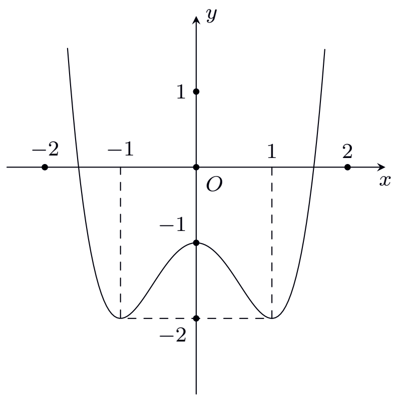
CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$.



(A) 4. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

CÂU 2.
Cho hàm số có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

(A) $(0; -2)$. (B) $(-1; 0)$. (C) $(0; -1)$. (D) $(-2; 0)$.



CÂU 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (3m-1)x + 6m$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2x_3 = 20$.

(A) $m = \dfrac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$. (B) $m = \dfrac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$. (C) $m = \dfrac{5 \pm \sqrt{5}}{3}$. (D) $m = \dfrac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$.

CÂU 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

(A) $y = 3^x$. (B) $y = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x+3}$. (C) $y = \log_3 x$. (D) $y = \dfrac{1}{1+x}$.

CÂU 5. Hàm số $y = \ln\left(x^3 - 3x^2 + 1\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

CÂU 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

CÂU 7. Khi làm nhà kho, bác An muốn cửa sổ có dạng hình chữ nhật với chu vi bằng 4 m. Tìm kích thước khung cửa sổ sao cho diện tích cửa sổ lớn nhất (để hứng được nhiều ánh sáng nhất)?

(A) 3 m. (B) 1 m. (C) 2 m. (D) 1,5 m.

CÂU 8. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t.

(A) Từ ngày đầu tiên đến ngày thứ 10 tốc độ truyền bệnh tăng dần.

(B) Từ ngày thứ 10 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh giảm dần.

(C) Từ ngày thứ 15 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh tăng dần.

(D) Từ ngày thứ 15 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh tăng dần rồi giảm dần kể từ ngày thứ 21.

CÂU 9. Một công ty tiến hành khai thác 17 giếng dầu trong khu vực được chỉ định. Trung bình mỗi giếng dầu chiết xuất được 245 thùng dầu mỗi ngày. Công ty có thể khai thác nhiều hơn 17 giếng dầu nhưng cứ khai thác thêm một giếng thì lượng dầu mỗi giếng chiết xuất được hằng ngày sẽ giảm 9 thùng. Để giám đốc công ty có thể quyết định số giếng cần thêm cho phù hợp với tài chính, hãy chỉ ra số giếng công ty có thể khai thác thêm để sản lượng dầu chiết xuất đạt cực đại.

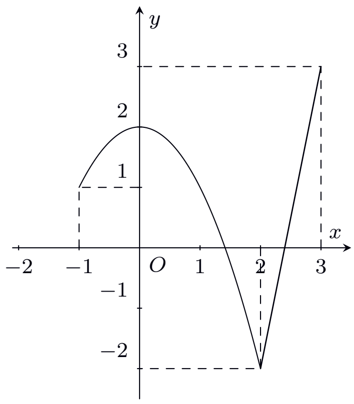
(A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 6.

CÂU 10. Gọi d là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{mx^2 + nx + 1}{x - 1}$, với m, n là tham số. Biết rằng d song song với đường thẳng $\Delta\colon y = 3x + 2$ và đi qua điểm $M(-1; 4)$. Khi đó $m + n$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

CÂU 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $f(x) \geq m$ có nghiệm trên $[-1; 2]$.

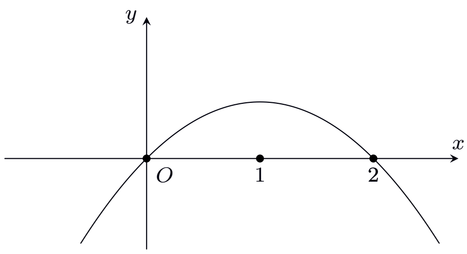
(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.



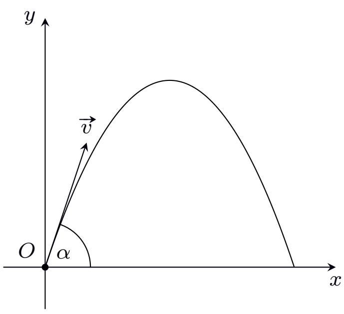
CÂU 12.
Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cắt Ox tại các điểm có hoành độ bằng $0, 2$ như hình vẽ. Biết $f(2) + f(4) = f(3) + f(0)$. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[0; 4]$ là

(A) $f(1)$. (B) $f(4)$.

(C) $f(2)$. (D) $f(0)$.



CÂU 13.
Một vật được ném từ mặt đất lên trời xiên góc α so với phương nằm ngang với vận tốc ban đầu $v_0 = 9$ m/s (Hình vẽ). Khi đó quỹ đạo chuyển động của vật tuân theo phương trình $y = \dfrac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$, ở đó x (mét) là khoảng cách vật bay được theo phương ngang từ điểm ném, y (mét) là độ cao so với mặt đất của vật trong quá trình bay, g là gia tốc trọng trường (theo Vật lí đại cương, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2016).



QUICK NOTE

Khi góc $\alpha = 60^\circ$, thì y đồng biến trên khoảng nào? (giả sử gia tốc trọng trường là $g = 9{,}8$ m/s^2).

(A) $(0; 3{,}58)$. (B) $(3{,}58; 5)$. (C) $(0; 4)$. (D) $(0; +\infty)$.

CÂU 14. Cho hàm số $y = \dfrac{3-x}{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
(B) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
(D) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

CÂU 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+1}$ là

(A) $x = -1$. (B) $x = -2$. (C) $x = 1$. (D) $x = 2$.

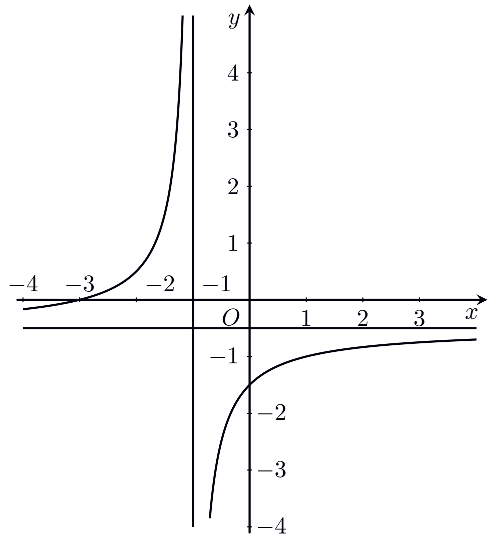
CÂU 16.
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

(A) 2. (B) 4.
(C) 1. (D) 3.

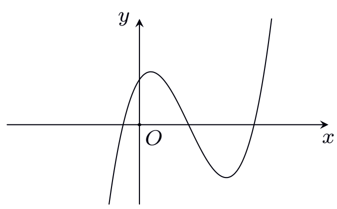
CÂU 17. Biết hàm số $y = \dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$ có đồ thị như hình bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $y' < 0, \forall x \neq -1$. (B) $y' > 0, \forall x \neq -1$.
(C) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. (D) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



CÂU 18.
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là

(A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 5.



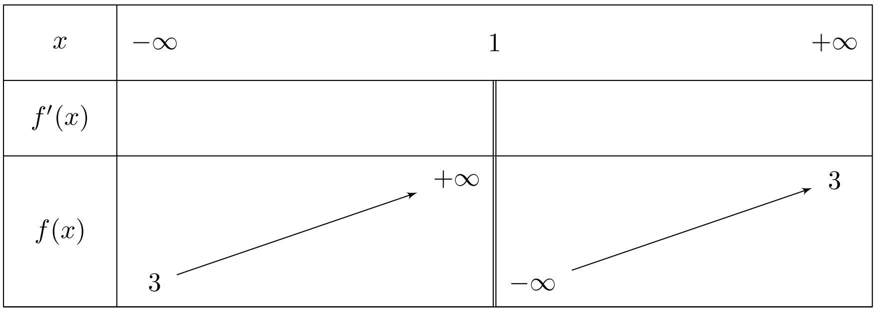
CÂU 19. Cho hàm số $y = \dfrac{2mx+m}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

(A) $m \neq \pm 2$. (B) $m = \pm\dfrac{1}{2}$. (C) $m = 2$. (D) $m = \pm 4$.

CÂU 20. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ bằng

(A) $2\sqrt{5}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) $3\sqrt{2}$. (D) $5\sqrt{2}$.

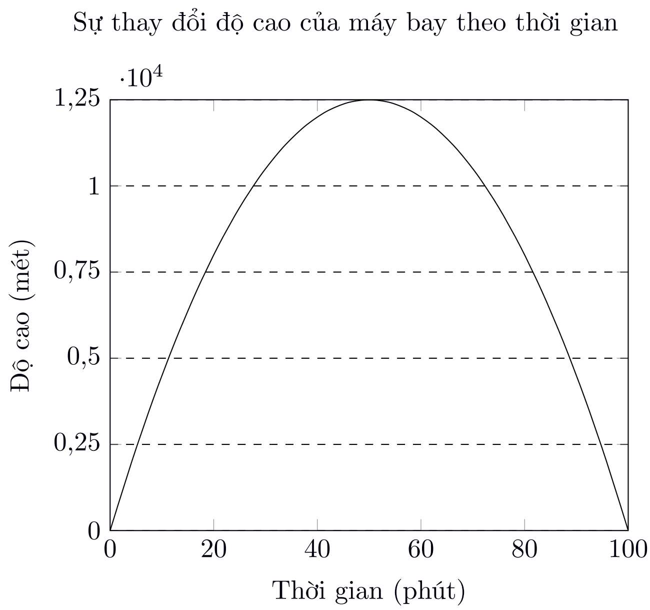
CÂU 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A $x = -1$. **B** $x = -3$. **C** $x = 3$. **D** $x = 1$.

CÂU 22. Đồ thị dưới mô tả sự thay đổi độ cao của một máy bay. Độ cao của máy bay giảm trong khoảng thời gian nào?

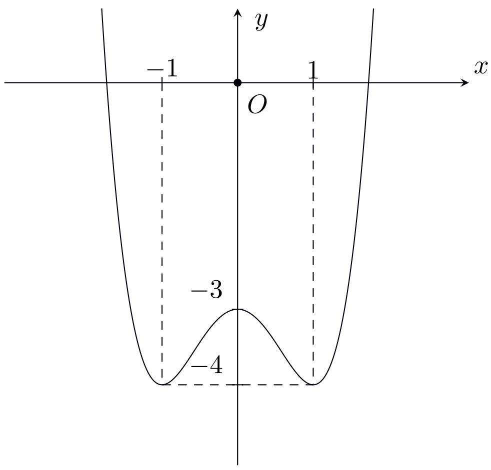


A $(0; 50)$. **B** $(50; 100)$. **C** $(0; 100)$. **D** $(40; 60)$.

CÂU 23.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A $-4 < m \leq -3$. **B** $-4 < m < -3$.

C $-4 \leq m < -3$. **D** $m > -4$.



CÂU 24. Giả sử chi phí tiền xăng C (đồng) phụ thuộc tốc độ trung bình v (km/h) theo công thức

$$C(v) = \frac{16000}{v} + \frac{5}{2}v \quad (0 < v \leq 120)$$

Tính tốc độ trung bình để chi phí tiền xăng đạt cực tiểu.

A 60 km/h. **B** 70 km/h. **C** 50 km/h. **D** 80 km/h.

CÂU 25. Ông An dự định làm một cái bể chứa nước hình trụ bằng inox có nắp đậy với thể tích là k m^3 $(k > 0)$. Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng

QUICK NOTE

QUICK NOTE

và mỗi m^2 mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chọn bán kính đáy của bể là bao nhiêu để chi phí làm bể là ít nhất? (Biết bề dày vỏ inox không đáng kể)

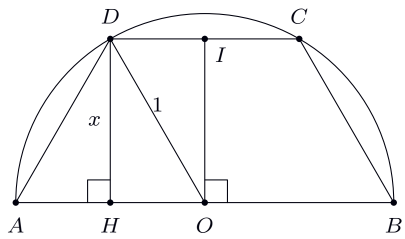
A $\sqrt[3]{\dfrac{k}{\pi}}$. **B** $\sqrt[3]{\dfrac{2\pi}{k}}$. **C** $\sqrt[3]{\dfrac{k}{2\pi}}$. **D** $\sqrt[3]{\dfrac{k}{2}}$.

CÂU 26. Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là

A $\sqrt{3}$. **B** $\sqrt{2}$. **C** $3\sqrt{3}$. **D** $2\sqrt{2}$.

CÂU 27.
Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2$ và hai điểm C, D thay đổi trên nửa đường tròn đó sao cho $ABCD$ là hình thang. Diện tích lớn nhất của hình thang $ABCD$ bằng

A $\dfrac{1}{2}$. **B** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. **C** 1. **D** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

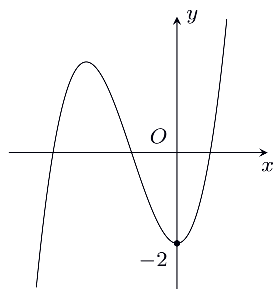


CÂU 28. Trong mặt phẳng Oxy, tổng khoảng cách từ gốc tọa độ đến tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \log_2 \dfrac{2x+3}{x-1}$ bằng

A 2. **B** 3. **C** $\dfrac{5}{2}$. **D** $\dfrac{7}{2}$.

CÂU 29.
Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A $y = -x^3 + x^2 - 2$. **B** $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
C $y = x^3 - 3x + 2$. **D** $y = x^2 - 3x - 2$.



CÂU 30. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	6	↗	$+\infty$

A $y = \dfrac{x^2-4x+2}{x-1}$. **B** $y = \dfrac{x^2+2x-2}{x-1}$. **C** $y = \dfrac{x^2+2x-2}{x+1}$. **D** $y = \dfrac{x^2+2}{x-1}$.

CÂU 31. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+3x+5}{x+2}$ là

A $y = x$. **B** $y = x + 1$. **C** $y = x + 2$. **D** $y = x + 3$.

CÂU 32. Cho hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

B Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và tập giá trị là $(0; +\infty)$.

C Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên tập xác định của nó khi $a > 1$.

D Đồ thị hàm số $y = a^x$ có tiệm cận đứng là trục tung.

CÂU 33. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân. Tính giá trị của biểu thức $P = m^2 + 2m + 1$.

A $P = 1$. **B** $P = 4$. **C** $P = 2$. **D** $P = 0$.

QUICK NOTE

CÂU 34. Khi máu di chuyển từ tim qua các động mạch chính rồi đến các mao mạch và quay trở lại qua các tĩnh mạch, huyết áp tâm thu (tức là áp lực của máu lên động mạch khi tim co bóp) liên tục giảm xuống. Giả sử một người có huyết áp tâm thu P (tính bằng mmHg) được cho bởi hàm số

$$P(t) = \frac{25t^2+125}{t^2+1}, 0 \le t \le 10,$$

trong đó thời gian t được tính bằng giây. Tính tốc độ thay đổi của huyết áp sau 5 giây kể từ khi máu rời tim.

A $-\dfrac{20}{17}$. **B** $-\dfrac{250}{169}$. **C** $-\dfrac{120}{163}$. **D** $-\dfrac{19}{132}$.

CÂU 35. Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 2 m với vận tốc ban đầu 24,5 m/s là $h(t) = 2+24{,}5t-4{,}9t^2$ (theo Vật lí đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Tìm vận tốc của vật sau 2 giây.

A 4,9. **B** 3,2. **C** 1,3. **D** 5,5.

Phần IV. Câu hỏi tự luận.

CÂU 36. Tìm cực trị của hàm số $g(x) = \dfrac{x^2+x+4}{x+1}$.

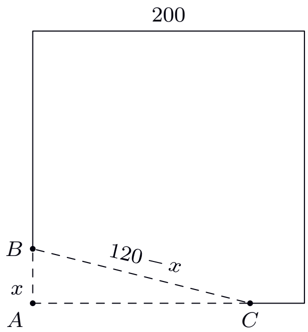
CÂU 37. Kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam trong các năm từ 2010 đến 2017 có thể được tính xấp xỉ bằng công thức $f(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}04x^2 + 0{,}25x + 0{,}44$ (tỉ USD) với x là số năm tính từ 2010 đến 2017 ($0 \le x \le 7$).

(*Theo:* https://infographics.vn/interactive-xuat-khau-rau-qua-du-bao-bung-no-dat-4-ty-usd-trong-nam-2023/116220.vna)

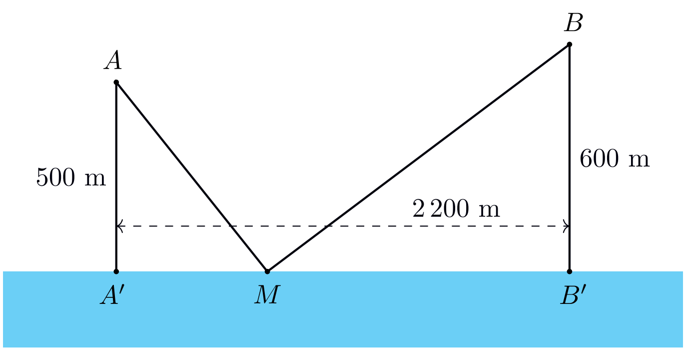
a) Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$.

b) Chứng minh rằng kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam tăng liên tục trong các năm từ 2010 đến 2017.

CÂU 38. Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông ABC từ tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ bên. Biết $AB = x$ ($0 < x < 60$ cm) là một cạnh góc vuông của tam giác ABC và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120 cm. Tìm x để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.



CÂU 39. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông Lam, khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m và người ta đo được $A'B' = 2\,200$ m. Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Lam cho dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm vị trí tối ưu đó.



LỜI GIẢI CHI TIẾT

Gọi tôi là:..Ngày làm đề: ...../...../........

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 4

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-2; 0)$. (B) $(0; +\infty)$. (C) $(-\infty; 2)$. (D) $(0; 2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

$y' \geq 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 2 \\ x \leq 0. \end{array}\right.$

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 2. Cho hàm số $y = 27x^3 + 108x^2 - 81x + 189$. Điểm cực tiểu của hàm số là

(A) -3. (B) $\dfrac{1}{3}$. (C) 175. (D) 675.

Lời giải.

Ta có $y' = 81x^2 + 216x - 81$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{3} \\ x = -3. \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-3		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy điểm cực tiểu của hàm số là $x_{\text{CT}} = \dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$ là

(A) $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 0$. (B) $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \dfrac{13}{27}$. (C) $\max\limits_{[1;3]} f(x) = -6$. (D) $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 5$.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 3]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 16x + 16$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \notin (1; 3) \\ x = \dfrac{4}{3} \in (1; 3). \end{array}\right.$

$f(1) = 0$; $f\left(\dfrac{4}{3}\right) = \dfrac{13}{27}$; $f(3) = -6$.

Do đó $\max\limits_{x \in [1;3]} f(x) = f\left(\dfrac{4}{3}\right) = \dfrac{13}{27}$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

(A) 46. (B) 64. (C) 3. (D) $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 1$ liên tục trên đoạn $[1;3]$.
$f'(x) = 4x^3 - 8x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin (1;3) \\ x = \sqrt{2} \in (1;3) \\ x = -\sqrt{2} \notin (1;3). \end{array}\right.$$

$f(1) = -2$; $f\left(\sqrt{2}\right) = -3$; $f(3) = 46$.
Vậy giá trị lớn nhất của hàm đã cho trên đoạn $[1;3]$ bằng 46.
Chọn đáp án A .... $\square$

CÂU 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$ là

A $y = 1$. B $y = 2$. C $x = 1$. D $x = 2$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2x+3}{x-1} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2+\dfrac{3}{x}}{1-\dfrac{1}{x}} = 2$.

Vậy đồ thị của hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.
Chọn đáp án B .... $\square$

CÂU 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A $x = 1$. B $y = 2$. C $x = 2$. D $x = -1$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{2x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \left(2 + \dfrac{3}{x-1}\right) = +\infty$.
Vậy đồ thị của hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.
Chọn đáp án A .... $\square$

CÂU 7. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2-3x+1}{x+2}$?

A $y = 2x$. B $y = 2$. C $y = 2x - 7$. D $x = -2$.

Lời giải.

Ta có $y = f(x) = \dfrac{2x^2-3x+1}{x+2} = 2x - 7 + \dfrac{15}{x+2}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} [f(x) - (2x-7)] = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{15}{x+2} = 0$.
Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y = 2x - 7$.
Chọn đáp án C .... $\square$

CÂU 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;-2)$. B $(0;+\infty)$. C $(-3;1)$. D $(-2;0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-2;0)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.
Chọn đáp án D .... $\square$

CÂU 9. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1

Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

Ⓐ $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. Ⓑ $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. Ⓒ $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. Ⓓ $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

Lời giải.

Bảng biến thiên được cung cấp có đặc điểm:

- Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$, loại $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.
- Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=1$, loại $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$.
- $y'<0,\ \forall x\neq 1$, trong khi $\left(\dfrac{x-3}{x-1}\right)'=\dfrac{2}{(x-1)^2}>0,\ \forall x\neq 1$, loại $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

Chỉ có hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ thỏa mãn các đặc điểm trên.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 10. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ⓑ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Ⓒ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ⓓ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$y'=\dfrac{-x^2+2x-2}{(1-x)^2}=\dfrac{-(x-1)^2-1}{(1-x)^2}<0,\ \forall x\in\mathscr{D}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 11. Cho chuyển động được xác định bởi phương trình $s(t)=3t^3+4t^2-t$, trong đó t được tính bằng giây (s) và $s(t)$ được tính bằng mét. Vận tốc của chuyển động khi $t=4\,\text{s}$ bằng

Ⓐ 175 m/s. Ⓑ 41 m/s. Ⓒ 176 m/s. Ⓓ 20 m/s.

Lời giải.

Ta có $v(t)=s'(t)=9t^2+8t-1$.

Vận tốc của chuyển động khi $t=4\,\text{s}$ bằng $v(4)=9\cdot 4^2+8\cdot 4-1=175$ m/s.

Chọn đáp án A .... □

CÂU 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)$ với mọi số thực x. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=x^2(x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=0 & \text{(nghiệm kép)}\\ x=1.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có một điểm cực tiểu duy nhất là $x=1$.

Chọn đáp án B .... □

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Cho các hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2025$ và $g(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x-2}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.	X	
b) Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.		X
c) Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là $x=0$.	X	
d) Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=g(x)$ cũng đi qua điểm $N(2;2)$.	X	

Lời giải.

a) Đ **Đúng**.

Với $f(x)=x^3-3x^2+2025$, ta có $f'(x)=3x^2-6x$ và $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2. \end{array}\right.$

Từ đó, ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

b) S **Sai**.

Hàm số $y=g(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x-2}$ có tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $y'=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$ và $y'=0 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ và $(2;3)$.

c) Đ **Đúng**.

Với $f(x)=x^3-3x^2+2025$, ta có $f'(x)=3x^2-6x$ và $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

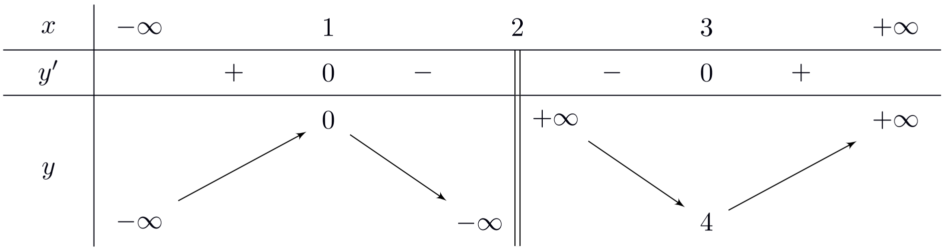
Suy ra điểm cực đại của hàm số là $x=0$.

d) Đ **Đúng**.

Hàm số $y=g(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x-2}$ có tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $y'=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$ và $y'=0\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $g(x)$:



Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=g(x)$ là $A(1;0)$ và $B(3;4)$, cùng thuộc $AB\colon y=2x-2$. Đường thẳng AB đó đi qua điểm $N(2;2)$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | .... □

CÂU 14. Cho các hàm số $f(x)=x^3-8x^2+16x-9$ và $h(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ là 0.	X	
b) Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ lần lượt là a, b. Khi đó giá trị của $27a-b$ bằng 13.		X
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=h(x)$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là 3.	X	
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\big(h(x)\big)$ trên khoảng $(1;3)$ là -9.	X	

Lời giải.

a) Đ **Đúng**.

Với $f(x)=x^3-8x^2+16x-9$, ta có $f'(x)=3x^2-16x+16$.

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-16x+16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\notin[-1;1]\\x=\dfrac{4}{3}\notin[-1;1].\end{array}\right.$

Do $\begin{cases}f(-1)=-34\\f(1)=0\end{cases}$ nên $\max\limits_{x\in[-1;1]}f(x)=0$.

b) S **Sai**.

Với $f(x)=x^3-8x^2+16x-9$, ta có $f'(x)=3x^2-16x+16$.

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-16x+16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\notin[1;3]\\x=\dfrac{4}{3}\in[1;3].\end{array}\right.$

Vì $\begin{cases}f(1)=0\\f\left(\dfrac{4}{3}\right)=\dfrac{13}{27}\\f(3)=-6\end{cases}$ nên $\begin{cases}\max\limits_{x\in[1;3]}f(x)=\dfrac{13}{27}=a\\\min\limits_{x\in[1;3]}f(x)=-6=b\end{cases}$. Từ đó $27a-b=19$.

c) Đ **Đúng**.

Với $h(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$, ta có $h'(x)=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$.

Cho $h'(x)=0\Rightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin(1;+\infty)\\x=2\in(1;+\infty).\end{array}\right.$

x	1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = h(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là 3.

d) Đ **Đúng**.

Với $t = h(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$, ta có $h'(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$.

Cho $h'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin (1;3) \\ x = 2 \in (1;3). \end{array}\right.$

x	1		2		3
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	3	↗	$\frac{7}{2}$

Như thế đặt $t = h(x)$, $x \in (1;3)$ thì $t \in [3; +\infty)$ và $y = f(t) = t^3 - 8t^2 + 16t - 9$.
Ta có $f'(t) = 3t^2 - 16t + 16$.

Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 16t + 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 4 \in [3; +\infty) \\ x = \dfrac{4}{3} \notin [3; +\infty). \end{array}\right.$

t	3		4		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-6	↘	-9	↗	$+\infty$

Vậy $\min\limits_{1<x<3} f\big(h(x)\big) = \min\limits_{t \geq 3} f(t) = f(4) = -9.$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | .... □

CÂU 15. Cho các hàm số $f(x) = \dfrac{x-2}{x+3}$ và $g(x) = \dfrac{x^2 - 3x}{x+1}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.	X	
b) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.	X	
c) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 4$.	X	
d) Đồ thị hàm số $y = g\big(f(x)\big)$ không có đường tiệm cận xiên nào cả.	X	

Lời giải.

a) Đ **Đúng**.

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{x-2}{x+3} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1 - \dfrac{2}{x}}{1 + \dfrac{3}{x}} = 1$ nên đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+3}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

b) Đ **Đúng**.

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{x^2-3x}{x+1} = \lim\limits_{x\to -1^+}\left(x-4+\dfrac{4}{x+1}\right) = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

c) Đ **Đúng**.

Ta có $y=\dfrac{x^2-3x}{x+1}=x-4+\dfrac{4}{x+1}$ nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{x^2-3x}{x+1}-(x-4)\right)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4}{x+1}=0$.

Vậy đường thẳng $y=x-4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x}{x+1}$.

d) Đ **Đúng**.

Ta có $y=g\big(f(x)\big)=\dfrac{\big(f(x)\big)^2-3\big(f(x)\big)}{f(x)+1}$ nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g\big(f(x)\big)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\big(f(x)\big)^2-3\big(f(x)\big)}{f(x)+1}$.

Mà $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x+3}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=1$ nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g\big(f(x)\big)=\dfrac{1^2-3\cdot 1}{1+1}=-1$.

Vậy $(C)\colon y=g\big(f(x)\big)$ có tiệm cận ngang $y=-1$ mà không có tiệm cận xiên.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d đúng | .... □

CÂU 16. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y=f(x)$ có cực đại nhỏ hơn cực tiểu.	X	
b) Hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-x-1}{x-2}$ có bảng biến thiên như trên.	X	
c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ luôn có đúng 1 tiệm cận đứng.	X	
d) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ luôn có 1 hoặc 2 tiệm cận xiên.		X

Lời giải.

a) Đ **Đúng**.

Hàm số $y=f(x)$ có cực đại bằng 1 và cực tiểu bằng 5 nên cực đại nhỏ hơn cực tiểu.

b) Đ **Đúng**.

Xét hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x-2}$ có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $y'=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$ và $y'=0 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x-2}$ đúng như bảng biến thiên được cung cấp.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

c) Đ **Đúng**.

Tại mọi $x_0\neq 2$, bảng biến thiên hàm số thể hiện $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$ nên $x=x_0$ không là tiệm cận của đồ thị hàm số.

Và chỉ có $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=-\infty$ nên chỉ có $x=2$ là tiệm cận đứng duy nhất của đồ thị hàm số.

d) S Sai.
Không có đủ cơ sở nào để khẳng định được hàm số $y = f(x)$ có 1 tiệm cận xiên.
Ít nhất có hàm số $f(x) = \dfrac{(x-2)^6 - 5(x-2)^4 + 15(x-2)^2 + 24(x-2) + 5}{8(x-2)}$

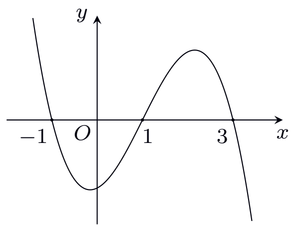
$$\begin{aligned} \text{Có } f'(x) &= \frac{1}{8}\left[5(x-2)^4 - 15(x-2)^2 + 15 - \frac{5}{(x-2)^2}\right] \\ &= \frac{5}{8} \cdot \frac{\left(x^2-4x+3\right)^3}{(x-2)^2}. \end{aligned}$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ này đúng như bảng biến thiên được cung cấp nhưng đồ thị hàm số không hề có tiệm cận xiên do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | .... □

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(-1) = f(3) = 0$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình bên đây. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $\{a; b\}$ thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = [f(x)]^2$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$?



Đáp án: | 4 | 8 | | |

Lời giải.
Từ đồ thị và giả thiết, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\searrow$	

Như thế $f(x) \le 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
Với $y = [f(x)]^2$, ta có $y' = \left[(f(x))^2\right]' = 2f(x) \cdot f'(x)$.
Bảng xét dấu của $y' = \left[(f(x))^2\right]'$:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$-$		$-$	0	$-$	
$\left[(f(x))^2\right]'$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Như vậy hàm số $y = [f(x)]^2$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$.
Từ đó, số cặp số nguyên $\{a; b\}$ là số cách chọn 2 từ 3 số $\{1; 2; 3\}$ hoặc từ 10 số $\{-10; -9; \ldots; -1\}$.
Số cặp số $\{a; b\}$ là $C_3^2 + C_{10}^2 = 48$.
Đáp án: $\boxed{48}$ .... □

CÂU 18. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu lần lượt là A và B. Gọi I là giao điểm của AB với trục Ox. Đặt tỷ số $\dfrac{IA}{IB} = \dfrac{b}{c}$ tối giản $(b, c \in \mathbb{N})$. Tính $T = b + c$.

Đáp án: | 1 | 6 | | |

Lời giải.
Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
$y' = 3x^2 - 6x - 9$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3. \end{array}\right.$
Với $x = -1$ ta có $y = y(-1) = 10$. Đặt $A(-1; 10)$.
Với $x = 3$ ta có $y = y(3) = -22$. Đặt $B(3; -22)$.

Vì AB cắt Ox tại I nên $\dfrac{IA}{IB}=\dfrac{\mathrm{d}(A,Ox)}{\mathrm{d}(B,Ox)}=\dfrac{|y_A|}{|y_B|}=\dfrac{10}{22}=\dfrac{5}{11}$.
Như vậy $b=5$ và $c=11$ nên $T=b+c=16$.
Đáp án: 16 .... □

CÂU 19. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{3\sin x+2}{\sin x+1}$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$. Xác định giá trị làm tròn đến hàng phần mười của biểu thức M^2+m^2.

Đáp án: | 1 | 0 | , | 3 |

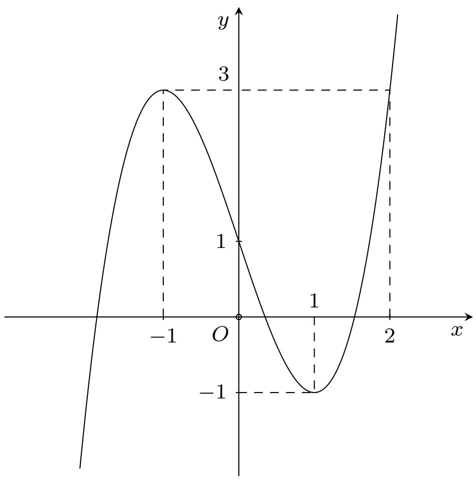
Lời giải.
Đặt $t=\sin x$, ta có $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ nên $t\in[0;1]$.
Xét hàm $f(t)=\dfrac{3t+2}{t+1}$ trên đoạn $[0;1]$ có $f'(t)=\dfrac{1}{(t+1)^2}>0$, $\forall t\in[0;1]$.
Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;1]$.
Từ đó ta có $M=\max\limits_{[0;1]}f(t)=f(1)=\dfrac{5}{2}$ và $m=\min\limits_{[0;1]}f(t)=f(0)=2$.
Khi đó, $M^2+m^2=\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+2^2=\dfrac{41}{4}=10{,}25\approx 10{,}3$.
Đáp án: 10,3 .... □

CÂU 20. Vận tốc của một tàu con thoi từ lúc cất cánh tại thời điểm $t=0\,\mathrm{s}$ cho đến thời điểm $t=126\,\mathrm{s}$ được cho bởi công thức $v(t)=0{,}001302t^3-0{,}09029t^2+83$ (vận tốc được tính bằng đơn vị ft/s). Gọi $v_{\min}$ là vận tốc nhỏ nhất của tàu con thoi. Xác định kết quả làm tròn đến hàng phần mười của $v_{\min}$.

Đáp án: | 1 | 8 | , | 7 |

Lời giải.
Hàm số $v(t)=0{,}001302t^3-0{,}09029t^2+83$ liên tục trên đoạn $[0;126]$.
Ta có $v'(t)=0{,}003906t^2-0{,}18058t$.
Cho $v'(t)=0\Leftrightarrow 0{,}003906t^2-0{,}18058t=0\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&t=0\\&t=\dfrac{0{,}18058}{0{,}003906}.\end{aligned}\right.$
Trên đoạn $[0;126]$, ta có $v(0)=83$; $v\left(\dfrac{0{,}18058}{0{,}003906}\right)\approx 18{,}67301185$; $v(126)\approx 1254{,}045512$.
Tàu con thoi đạt vận tốc nhỏ nhất bằng $v\left(\dfrac{0{,}18058}{0{,}003906}\right)\approx 18{,}7$ ft/s.
Đáp án: 18,7 .... □

CÂU 21.
Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Xét hàm số $g(x)=f(x^3+x-1)+m^2+2m$. Gọi S là tập hợp chứa các giá trị thực của m để $\max\limits_{[0;1]}g(x)=3$. Tính tổng các phần tử của tập S.



Đáp án: | − | 2 | | |

Lời giải.
Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm1$ và $f(1)=-1$; $f(-1)=3$.
Ta có $g'(x)=(3x^2+1)f'(x^3+x-1)$; $f'(x^3+x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&x^3+x-1=-1\\&x^3+x-1=1\end{aligned}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&x=0\\&x=1.\end{aligned}\right.$
Mặt khác $g(0)=f(-1)+m^2+2m=m^2+2m+3$ và $g(1)=f(1)+m^2+2m=m^2+2m-1$.
Vì $g(0)>g(1)$ nên $\max\limits_{[0;1]}g(x)=g(0)$.
Theo giả thiết suy ra $m^2+2m+3=3\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&m=0\\&m=-2.\end{aligned}\right.$

Suy ra $S = \{-2; 2\}$.
Vậy tổng các phần tử của tập S bằng -2.
Đáp án: $\boxed{-2}$ ....

CÂU 22. Ông A muốn xây dựng một bình chứa nước hình trụ có thể tích 150 m^3. Đáy làm bằng bê tông giá 100 nghìn VNĐ/m^2, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn VNĐ/m^2, nắp bằng nhôm không gỉ giá 120 nghìn VNĐ/m^2. Tìm chiều cao của bình để chi phí xây dựng là thấp nhất?

Đáp án:

6	,	5	8

Lời giải.

Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của bình chứa hình trụ $(r, h > 0)$.

Khi đó $V = pr^2h = 150\text{m}^3 \Rightarrow h = \dfrac{150}{\pi r^2}$.

Tổng chi phí xây dựng là $P(r) = 100 \cdot S_{\text{đáy bình}} + 90 S_{\text{xung quanh}} + 120 \cdot S_{\text{nắp bình}}$.

$\Rightarrow P(r) = 220 S_{\text{đáy}} + 90 S_{\text{xung quanh}} = 220\pi r^2 + 90(2\pi r h) = 220\pi r^2 + \dfrac{27000}{r}$.

Bài toán trở thành tìm $\min P(r) =$ với $r > 0$.

Ta có $P'(r) = 440\pi r - \dfrac{27000}{r^2}$, $P'(r) = 0 \Leftrightarrow r_o = \sqrt[3]{\dfrac{675}{11\pi}}$.

Lập bảng biến thiên, ta được

r	0		r_0		$+\infty$
$P'(r)$		$-$	0	$+$	
$P(r)$		$\searrow$	$\min P(r)$	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy yêu cầu bài toán

$\Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{675}{11\pi}}$ và $h = \dfrac{150}{\pi\left(\sqrt[3]{\dfrac{675}{11\pi}}\right)^2} \approx 6{,}58$.

Đáp án: $\boxed{6{,}58}$ ....

Gọi tôi là:..Ngày làm đề: ...../...../........

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 5

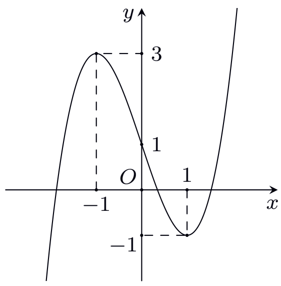
LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1.
Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

Ⓐ $y = -x^3 + 2x - 1$. Ⓑ $y = -x^3 + 3x + 1$.
Ⓒ $y = 2x^3 - 6x + 1$. Ⓓ $y = x^3 - 3x + 1$.



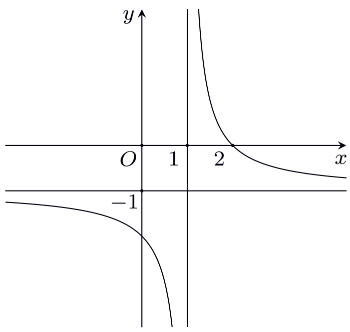
Lời giải.
Quan sát đồ thị, ta thấy

- Đây là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có $a > 0$.
- Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $(-1; 3)$ và $(1; -1)$.

Vậy đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.
Chọn đáp án D .... □

CÂU 2.
Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong các hệ số a, b, c có bao nhiêu số dương?

Ⓐ 0. Ⓑ 2.
Ⓒ 1. Ⓓ 3.



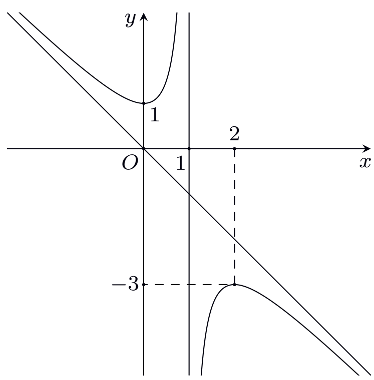
Lời giải.

- Tiệm cận đứng $x = \dfrac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow c = 1$.
- Tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c} = -1 \Leftrightarrow a = -c \Rightarrow a = -1$.
- Đồ thị cắt trục hoành tại $x = 2$ nên $2a + b = 0$ hay $b = -2a = 2$.

Vậy có hai số dương.
Chọn đáp án B .... □

CÂU 3.
Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

Ⓐ $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$. Ⓑ $y = \dfrac{-x^2 + x + 2}{x - 1}$.
Ⓒ $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{-x + 1}$. Ⓓ $y = \dfrac{-x^2 - x + 1}{x - 1}$.



Lời giải.

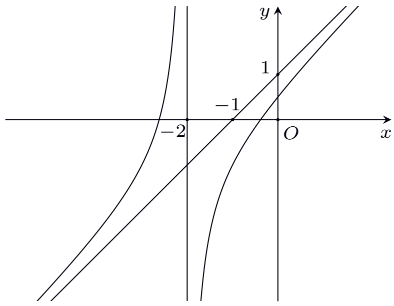
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.
- Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = -x$.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; -3)$.

Vậy đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{-x + 1}$.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 4.

Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2 + bx + 1}{cx + 2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị biểu thức $T = 2a + 3b - c$.



A 9.
B 10.
C 8.
D 11.

Lời giải.

- Đồ thị có tiệm cận đứng $x = -2$. Suy ra $-\dfrac{2}{c} = -2 \Leftrightarrow c = 1$.
- Đồ thị có tiệm cận xiên đi qua hai điểm $(0; 1)$ và $(-1; 0)$ nên có phương trình
$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} = 1 \Leftrightarrow y = x + 1.$$

Khi đó ta có

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{ax^2 + bx + 1}{x(x + 2)} = 1 \Leftrightarrow a = 1;$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2 + bx + 1}{x + 2} - x \right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{(b - 2)x + 1}{x + 2} = b - 2 = 1 \Leftrightarrow b = 3.$

Vậy $T = 2a + 3b - c = 2 + 9 - 1 = 10$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(2; +\infty)$.
B $(0; 2)$.
C $(-3; 1)$.
D $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số, ta có hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 6.

Hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0; 4)$.
B $(-\infty; 0)$.
C $(2; +\infty)$.
D $(0; 2)$.

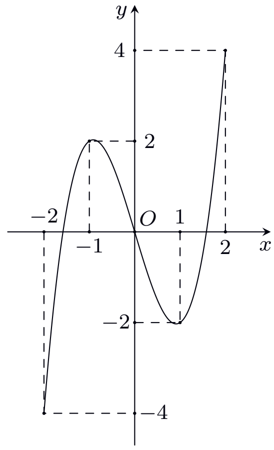
Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Hàm số đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Chọn đáp án D .... □

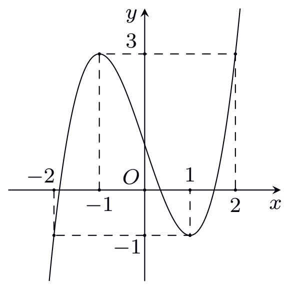
CÂU 7.
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là



(A) $x = 1$.
(B) $x = -2$.
(C) $M(1; -2)$.
(D) $M(-2; -4)$.

Lời giải.
Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $M(1; -2)$.
Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 8.
Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ là



(A) 1.
(B) -1.
(C) -2.
(D) 3.

Lời giải.
Từ đồ thị ta thấy $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1) = -1$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ trên đoạn $[2; 4]$ là

(A) 3. (B) -1. (C) 0. (D) 1.

Lời giải.

- $y' = \left(x^2 - 2x + 3\right)' = 2x - 2$;
- $y' = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \notin [2; 4]$.

Ta có $y(2) = 3$; $y(4) = 11$.
Vậy $\min\limits_{[2;4]} y = y(2) = 3$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 10. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1 + 2x}{x - 1}$ có đường tiệm cận ngang là

(A) $x = 1$. (B) $y = 1$. (C) $x = 2$. (D) $y = 2$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1 + 2x}{x - 1} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{\frac{1}{x} + 2}{1 - \frac{1}{x}} = 2$.
Nên $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 11. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ là

(A) $y = x - 3$. (B) $y = x + 1$. (C) $y = -3x + 1$. (D) $x = -3y + 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
Phương trình đường tiệm cận xiên có dạng $y = ax + b$.
Trong đó

- $a = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + x} = 1$;
- $b = \lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - ax] = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} - x\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-3x + 3}{x + 1} = -3$.

Ta cũng có

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 1$;
- $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - x] = -3$.

Khi đó $\lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - (x - 3)] = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{6}{x + 1} = 0$.
Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 3$.
Chọn đáp án A .... □

CÂU 12. Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x} + 1}{3x - 9\sqrt{x} + 6}$ là

A 3. B 4. C 2. D 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = [0; +\infty) \setminus \{1; 4\}$.
Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{x} + 1}{3x - 9\sqrt{x} + 6} = 0$.
Nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

- $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{\sqrt{x} + 1}{3x - 9\sqrt{x} + 6} = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{\sqrt{x} + 1}{3\left(\sqrt{x} - 1\right)\left(\sqrt{x} - 2\right)} = +\infty$;
- $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{\sqrt{x} + 1}{3x - 9\sqrt{x} + 6} = -\infty$.

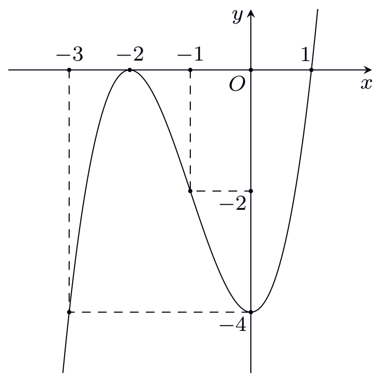
Suy ra đường thẳng $x = 1$ là 1 tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

- $\lim\limits_{x \to 4^+} \dfrac{\sqrt{x} + 1}{3\left(\sqrt{x} - 1\right)\left(\sqrt{x} - 2\right)} = +\infty$;
- $\lim\limits_{x \to 4^-} \dfrac{\sqrt{x} + 1}{3x - 9\sqrt{x} + 6} = -\infty$.

Suy ra đường thẳng $x = 4$ là 1 tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.
Vậy tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.
Chọn đáp án A .... □

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.		X
b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.		X
c) $f'(2) = 4$.		X
d) Hàm số $g(x) = f(x) - \dfrac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{5}{2}; -\dfrac{3}{2}\right)$.	X	

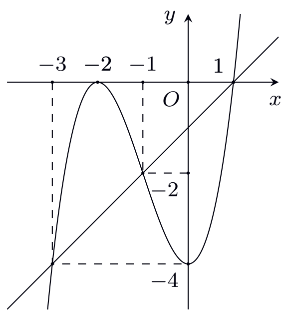
Lời giải.

a) S **Sai**.
Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geq 0$ với $\forall x \geq 1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

b) S **Sai**.
Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần qua $x = 1$ nên hàm số có một điểm cực trị.

c) S **Sai**.
Từ đồ thị ta có hàm số $f'(x)$ có dạng: $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$.
Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua $(0; -4)$ nên $-4 = a(0+2)^2(0-1) \Leftrightarrow a = 1$.
Vậy $f'(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f'(2) = (2+2)^2(2-1) = 16$.

d) Đ **Đúng**.
Ta có $g'(x) = f'(x) - x + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$.
Vẽ đường thẳng $y = x - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



Khi đó $f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(-3)$	$\nearrow$	$g(-1)$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Ta có hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ nên $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{5}{2}; -\dfrac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c sai | d đúng | .... □

CÂU 14. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.	X	
b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.		X
c) Giả sử hàm số đã cho có hai điểm cực trị là x_1; x_2. Khi đó giá trị $x_1 \cdot x_2 = -1$.	X	
d) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam giác ABC là 12 với $C(-1; 2)$.		X

Lời giải.

a) Đ **Đúng**.
Ta có $y' = 3x^2 - 3$
$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y(-1) = 3 \\ y(1) = -1. \end{array}\right.$
Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.

b) Ⓢ **Sai**.
Vì từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

c) Ⓓ **Đúng**.
Vì $x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot (-1) = -1$.

d) Ⓢ **Sai**.
Vì $A(-1; 3)$, $B(1; -1)$, $C(-1; 2)$ nên

- $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}$;
- $\left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1$;
- $\cos\widehat{BAC} = \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \dfrac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2}} = \dfrac{2 \cdot 0 + (-4)(-1)}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}\sqrt{0^2 + (-1)^2}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.
- $\sin\widehat{BAC} = \sqrt{1 - \cos^2\widehat{BAC}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.
- $S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin\widehat{BAC} = \dfrac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 1 \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{5} = 1$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | .... □

CÂU 15. Cho hàm số $y = \dfrac{x + m}{x - 1}$ (m là tham số thực).

Mệnh đề	Đ	S
a) Khi $m = 2$ thì giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$ là 4.	X	
b) Khi $m = 2$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$ là $\dfrac{7}{4}$.	X	
c) Khi $m < -1$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 4]$ là $y(4)$.		X
d) Khi $\min\limits_{[2;4]} y = 3$ thì giá trị của tham số m là $1 \leq m < 3$.		X

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
Ta có $y' = \dfrac{-1 - m}{(x - 1)^2}$.

a) Ⓓ **Đúng**.
Khi $m = 2$ thì $y' = \dfrac{-1 - 2}{(x - 1)^2} = \dfrac{-3}{(x - 1)^2} < 0\ \forall x \in \mathscr{D} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định, do đó hàm số cũng nghịch biến trên $[2; 5]$.
Vậy $\max\limits_{[2;5]} y = y(2) = 4$.

b) Ⓓ **Đúng**.
Khi $m = 2$ thì $y' = \dfrac{-1 - 2}{(x - 1)^2} = \dfrac{-3}{(x - 1)^2} < 0\ \forall x \in \mathscr{D} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định, do đó hàm số cũng nghịch biến trên $[2; 5]$.
Vậy $\min\limits_{[2;5]} y = y(5) = \dfrac{7}{4}$.

c) Ⓢ **Sai**.
Với $m < -1 \Rightarrow -1 - m > 0 \Rightarrow y' > 0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên trên từng khoảng xác định, do đó hàm số cũng đồng biến trên $[2; 4]$ suy ra $\min\limits_{[2;4]} y = y(2)$.

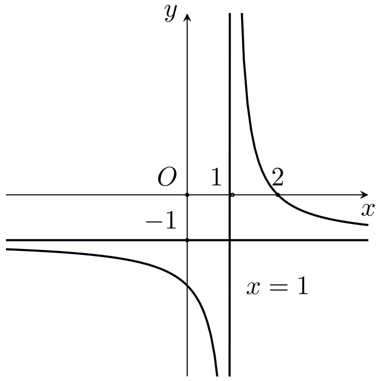
d) S **Sai**.

- Trường hợp 1.
  $-1-m>0 \Leftrightarrow m<-1 \Rightarrow y'>0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $[2;4]$.
  Khi đó $\min\limits_{[2;4]} y = y(2) \Leftrightarrow 3 = 2+m \Leftrightarrow m=1$ (không thoả mãn).
- Trường hợp 2.
  $-1-m<0 \Leftrightarrow m>-1 \Rightarrow y'<0$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $[2;4]$.

Khi đó $\min\limits_{[2;4]} y = y(4) \Leftrightarrow 3 = \dfrac{4+m}{3} \Leftrightarrow m=5$ (thoả mãn).
Suy ra $m \notin [1;3)$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | .... □

CÂU 16.
Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x+c}.(a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó



Mệnh đề	Đ	S
a) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$.	X	
b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.	X	
c) $a+b+c=1$.		X
d) Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định.		X

Lời giải.

a) Đ **Đúng**.
Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang.

b) Đ **Đúng**.
Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng.

c) S **Đúng**.
Dựa vào đồ thị hàm số ta có

- Tiệm cận ngang $y=-1 \Rightarrow a=-1$.
- Tiệm cận đứng $x=1 \Rightarrow c=-1$.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;0)$ nên $0 = \dfrac{-2+b}{2-1} \Rightarrow b=2$.

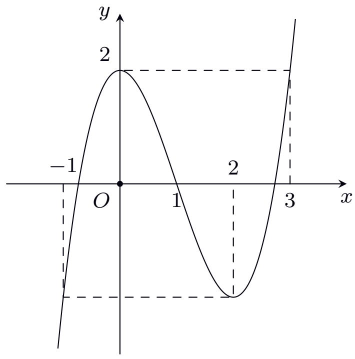
Vậy $a+b+c=-1+2-1=0$.

d) S **Sai**.
Ta có $y = \dfrac{-x+2}{x-1} \Rightarrow y' = \dfrac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.
Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | .... □

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

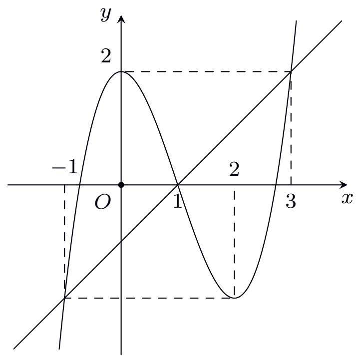
CÂU 17.
Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x-m) - \dfrac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$. Tính tổng tất cả các phần tử trong S.



Đáp án: | 1 | 4 | | |

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x-m) - \dfrac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$.
$g'(x) = f'(x-m) - (x-m-1)$.
Xét phương trình $g'(x) = 0$. (1)
Đặt $x - m = t$, phương trình (1) trở thành $f'(t) - (t-1) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = t - 1$. (2)
Nghiệm của phương trình (2) là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = t - 1$.
Ta có đồ thị các hàm số $y = f'(t)$ và $y = t - 1$ như sau



Căn cứ đồ thị các hàm số ta có phương trình (2) có nghiệm là $\left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=1 \\ t=3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=m-1 \\ x=m+1 \\ x=m+3. \end{array}\right.$

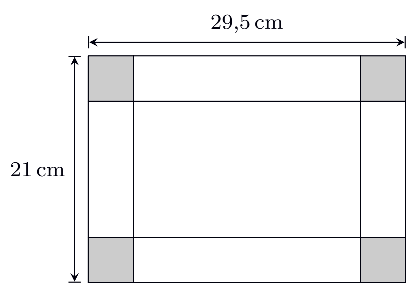
Ta có bảng biến thiên của $y = g(x)$

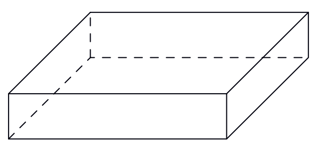
x	$-\infty$		$m-1$		$m+1$		$m+3$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$ cần $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} m-1 \le 5 \\ m+1 \ge 6 \end{cases} \\ m+3 \le 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5 \le m \le 6 \\ m \le 2. \end{array}\right.$

Vì $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow S = \{1;2;5;6\} \Rightarrow$ Tổng các phần tử trong S bằng 14.
Đáp án: $\boxed{14}$ .... □

CÂU 18. Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích thước 21 cm, 29,5 cm. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.





Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: | 4 | , | 0 | 3 |

Lời giải.
Gọi cạnh của hình vuông bị cắt ở bốn góc là x.
Điều kiện $0 < 2x < 21 \Leftrightarrow 0 < x < 10,5$, đơn vị cm.
Ta có kích thước của khối hộp chữ nhật là x; $21 - 2x$; $29{,}5 - 2x$.
Thể tích của khối hộp là $V = (21-2x)\cdot(29{,}5-2x)\cdot x = 619{,}5x - 101x^2 + 4x^3 = f(x)$.

Thể tích khối hộp lớn nhất khi hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất.
Xét hàm số $f(x) = 619{,}5x - 101x^2 + 4x^3$ trên khoảng $(0; 10{,}5)$

$$f'(x) = 12x^2 - 202x + 619{,}5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 \approx 4{,}03 \\ x_2 \approx 12{,}80. \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên

x	0		x_1		$10{,}5$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$f(x_1)$	$\searrow$	$f(10{,}5)$

Suy ra $\max\limits_{(0;10{,}5)} f(x) = f(x_1)$.
Vậy cạnh của hình vuông xấp xỉ 4,03 cm.
Đáp án: $\boxed{4{,}03}$ .... □

CÂU 19. Điểm cực tiểu x_{CT} của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$ là

Đáp án: | 1 | | | |

Lời giải.
Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9 = 0$.
$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y(1) = -5 \\ y(-3) = 27. \end{array}\right.$
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	27	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $x = 1$ là điểm cực tiểu.
Đáp án: $\boxed{1}$ .... □

CÂU 20. Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 4x^2$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ $0; 1; a; b$. Tính $S = ab - a - b$. (làm tròn 2 chữ số thậm phân)

Đáp án: | 0 | , | 6 | 7 |

Lời giải.
Đường thẳng d cắt đồ thị (C) của hàm số $y = f(x) = 3x^4 - 4x^2$ lần lượt tại các điểm A, B có hoành độ $0; 1$ nên $y_A = f(0) = 0$; $y_B = f(1) = -1$.
$\Rightarrow A(0; 0)$, $B(1; -1)$.
Suy ra PTĐT d là $y = -x$.
Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là

$$\begin{aligned} & 3x^4 - 4x^2 = -x \\ \Leftrightarrow\ & 3x^4 - 4x^2 + x = 0 \\ \Leftrightarrow\ & x\left(3x^3 - 4x + 1\right) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & x(x-1)\left(3x^2 + 3x - 1\right) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x - 1 = 0 \\ 3x^2 + 3x - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \dfrac{-3 - \sqrt{21}}{6} \\ x = \dfrac{-3 + \sqrt{21}}{6}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $a=\dfrac{-3-\sqrt{21}}{6}; b=\dfrac{-3+\sqrt{21}}{6}\Rightarrow S=ab-a-b=\dfrac{2}{3}$.

Nhận xét: Do biểu thức S đối xứng nên ta có thể áp dụng định lí Vi-ét để tính nhanh hơn

Cụ thể a, b là nghiệm của phương trình $3x^2+3x-1=0$ nên $ab=-\dfrac{1}{3}$; $a+b=-1$.

Từ đó suy ra $S=ab-a-b=ab-(a+b)=-\dfrac{1}{3}-(-1)=\dfrac{2}{3}\approx 0{,}67$.

Đáp án: $\boxed{0{,}67}$ .... □

CÂU 21. Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2-1}{x-m}$ có bao nhiêu giá trị nguyên m thỏa mãn $\max\limits_{[0;4]} y=-6$.

Đáp án: | 1 | | | |

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{m^2-m+1}{(x-m)^2}>0, \forall x\in\mathscr{D}$ (do $m^2-m+1=\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0, \forall m\in\mathbb{R}$).

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;m)$ và $(m;+\infty)$.

Khi đó $\max\limits_{[0;4]} y=y(4)$.

Để hàm số đã cho có giá trị lớn nhất trên $[0;4]$ bằng -6 thì

$$\begin{cases} m\notin[0;4]\\ y(4)=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\notin[0;4]\\ \dfrac{3-m^2}{4-m}=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\notin[0;4]\\ m^2+6m-27=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\notin[0;4]\\ \left[\begin{array}{l} m=3\\ m=-9.\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m=-9.$$

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Đáp án: $\boxed{1}$ .... □

CÂU 22. Biết tích các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x^2+2(m-2)x+m^2+1}$ có đúng 2 đường tiệm cận là $\dfrac{a}{b}$, $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P=a^2+b^2$.

Đáp án: | 8 | 5 | | |

Lời giải.

Đặt $f(x)=x^2+2(m-2)x+m^2+1$.

Dễ thấy đồ thị không có tiệm cận xiên.

Đồ thị có 1 tiệm cận ngang là $y=0$ do $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-4}{x^2+2(m-2)x+m^2+1}=0$.

Do đó, để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì đồ thị hàm số chỉ có đúng 1 đường tiệm cận đứng.

Khi đó, $f(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x=2$ hoặc $f(x)=0$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\Delta'>0\\ f(2)=0\end{cases}\\ \Delta'=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(m-2)^2-m^2-1>0\\ 4+2(m-2)\cdot 2+m^2+1=0\end{cases}\\ (m-2)^2-m^2-1=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-4m+3>0\\ m^2+4m-3=0\end{cases}\\ -4m+3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m<\dfrac{3}{4}\\ m=-2\pm\sqrt{7}\end{cases}\\ m=\dfrac{3}{4}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=-2\pm\sqrt{7}\\ m=\dfrac{3}{4}.\end{array}\right.$$

Vậy tích tất cả các giá trị thực của tham số m là $P=\left(-2+\sqrt{7}\right)\cdot\left(-2-\sqrt{7}\right)\cdot\dfrac{3}{4}=-3\cdot\dfrac{3}{4}=\dfrac{-9}{4}$.

Do đó $a=-9$, $b=4$ nên $P=a^2+b^2=81+4=85$.

Đáp án: $\boxed{85}$ .... □

Gọi tôi là:..Ngày làm đề: ...../...../........

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

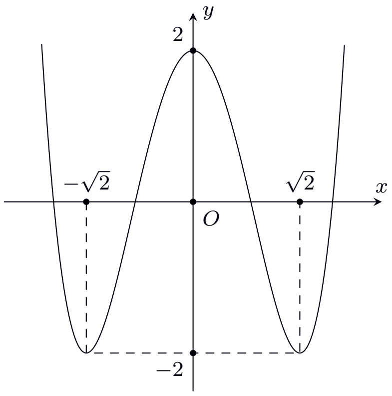
ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 6

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

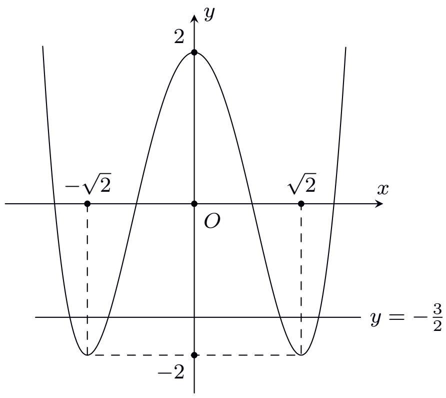
CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$.



(A) 4. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$. $(*)$

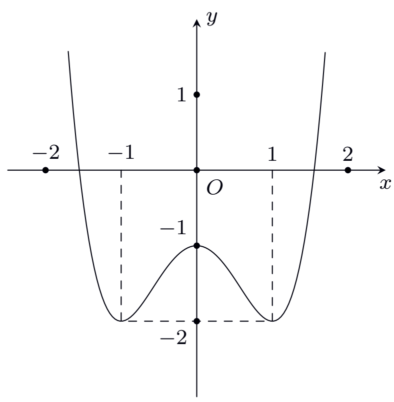


Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng nằm ngang $y = -\dfrac{3}{2}$. Quan sát hình vẽ, nhận thấy số giao điểm là 4. Suy ra số nghiệm của phương trình là 4.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 2.
Cho hàm số có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

(A) $(0; -2)$. (B) $(-1; 0)$. (C) $(0; -1)$. (D) $(-2; 0)$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-1)$.

Chọn đáp án C ....

CÂU 3. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+(3m-1)x+6m$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_1x_2x_3=20$.

A $m=\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{3}$. **B** $m=\dfrac{2\pm\sqrt{3}}{3}$. **C** $m=\dfrac{5\pm\sqrt{5}}{3}$. **D** $m=\dfrac{2\pm\sqrt{22}}{3}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là

$$\begin{aligned}&x^3-3mx^2+(3m-1)x+6m=0\\ \Leftrightarrow\ &(x+1)\left(x^2-(3m+1)x+6m\right)=0\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}x=-1=x_3\\ g(x)=x^2-(3m+1)x+6m=0.\quad(*)\end{array}\right.\end{aligned}$$

Điều kiện để (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 là $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác -1. Khi đó ta có

$$\begin{cases}\Delta>0\\ g(-1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9m^2-18m+1>0\\ 9m+2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<\dfrac{3-2\sqrt{2}}{3}\\ m>\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3}\end{array}\right.\\ m\neq-\dfrac{2}{9}.\end{cases}$$

Khi đó

$$\begin{aligned}&x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_1x_2x_3=20\\ \Leftrightarrow\ &x_1^2+x_2^2-x_1x_2=19\\ \Leftrightarrow\ &(x_1+x_2)^2-3x_1x_2-19=0\\ \Leftrightarrow\ &(3m+1)^2-18m-19=0\\ \Leftrightarrow\ &9m^2-12m-18=0\\ \Leftrightarrow\ &m=\dfrac{2\pm\sqrt{22}}{3}\text{ (thỏa mãn điều kiện).}\end{aligned}$$

Chọn đáp án D ....

CÂU 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

A $y=3^x$. **B** $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x+3}$. **C** $y=\log_3 x$. **D** $y=\dfrac{1}{1+x}$.

Lời giải.

Hàm số $y=\log_3 x$ có tập xác định $(0;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Hàm số $y=3^x$ có tập xác định $(-\infty;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Hàm số $y=\dfrac{1}{1+x}$ có tập xác định $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}y=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x+3}$ có tập xác định $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{3}{2};+\infty\right)$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\dfrac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2}$ và $y=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án C ....

CÂU 5. Hàm số $y=\ln\left(x^3-3x^2+1\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 2. **B** 3. **C** 0. **D** 1.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x^3-3x^2+1>0$

Ta có $y'=\dfrac{3x^2-6x}{x^3-3x^2+1}$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\text{ (không thỏa mãn).}\end{array}\right.$

Ta có $y'' = \dfrac{-3x^4 + 12x^3 - 18x^2 + 6x - 6}{(x^3 - 3x^2 + 1)^2}$, nên $y''(0) = -6 < 0$ do đó hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
Hàm số đã cho có một điểm cực trị.
Chọn đáp án D .... □

CÂU 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
B Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
C Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Vì $f'(x) = x^2 + 1 > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
Chọn đáp án C .... □

CÂU 7. Khi làm nhà kho, bác An muốn cửa sổ có dạng hình chữ nhật với chu vi bằng 4 m. Tìm kích thước khung cửa sổ sao cho diện tích cửa sổ lớn nhất (để hứng được nhiều ánh sáng nhất)?

A 3 m. **B** 1 m. **C** 2 m. **D** 1,5 m.

Lời giải.

Gọi chiều dài của khung cửa sổ là x (mét). Điều kiện $0 < x < 2$.
Suy ra chiều rộng của khung cửa sổ là $2 - x$ (mét).
Khi đó diện tích của khung cửa sổ là $x(2 - x) = -x^2 + 2x$.
Đặt $f(x) = -x^2 + 2x \Rightarrow f'(x) = -2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Ta có bảng biến thiên như sau

x	0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Như bảng biến thiên ta thấy được diện tích khung của sổ lớn nhất khi $x = 1$ hay khung cửa có dạng hình vuông cạnh 1 mét.
Chọn đáp án B .... □

CÂU 8. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t.

A Từ ngày đầu tiên đến ngày thứ 10 tốc độ truyền bệnh tăng dần.
B Từ ngày thứ 10 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh giảm dần.
C Từ ngày thứ 15 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh tăng dần.
D Từ ngày thứ 15 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh tăng dần rồi giảm dần kể từ ngày thứ 21.

Lời giải.

$f'(t) = 90t - 3t^2 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq t \leq 30$.
$f''(t) = 90 - 6t = 0 \Rightarrow t = 15$.
Bảng biến thiên

t	0		15		30
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	675	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên ta thấy từ ngày đầu tiên đến ngày thứ 10 tốc độ truyền bệnh tăng dần.
Chọn đáp án A .... □

CÂU 9. Một công ty tiến hành khai thác 17 giếng dầu trong khu vực được chỉ định. Trung bình mỗi giếng dầu chiết xuất được 245 thùng dầu mỗi ngày. Công ty có thể khai thác nhiều hơn 17 giếng dầu nhưng cứ khai thác thêm một giếng thì lượng dầu mỗi giếng chiết xuất được hằng ngày sẽ giảm 9 thùng. Để giám đốc công ty có thể quyết định số giếng cần thêm cho phù hợp với tài chính, hãy chỉ ra số giếng công ty có thể khai thác thêm để sản lượng dầu chiết xuất đạt cực đại.

(A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 6.

Lời giải.

Gọi x $(x>0)$ là số giếng dầu khai thác thêm.
Sản lượng dầu khi khai thác thêm x giếng là $(17+x)\cdot(245-9\cdot x)$ (thùng).
Xét hàm số $f(x)=(17+x)(245-9x)=-9x^2+92x+4\,165$ mô tả sản lượng dầu.
Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow -18x+92=0\Leftrightarrow x=\dfrac{46}{9}$.
Bảng biến thiên

x	0		$\frac{46}{9}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\dfrac{39\,601}{9}$	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, để sản lượng dầu chiết suất đạt cực đại, công ty có thể khai thác thêm 5 giếng dầu.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 10. Gọi d là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{mx^2+nx+1}{x-1}$, với m, n là tham số. Biết rằng d song song với đường thẳng $\Delta\colon y=3x+2$ và đi qua điểm $M(-1;4)$. Khi đó $m+n$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

Lời giải.

Hàm số đã cho có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\backslash\{1\}$.
Ta có $a=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{mx^2+nx+1}{x^2-x}=m;$

$$b=\lim_{x\to+\infty}[f(x)-ax]=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{mx^2+nx+1}{x-1}-mx\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{(m+n)x+1}{x-1}=m+n.$$

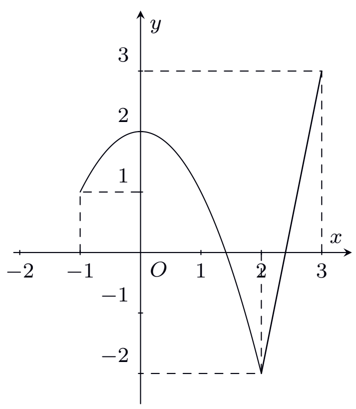
Ta cũng có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=m;\ \lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=m+n.$
Do đó, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $d\colon y=mx+m+n$.
Vì d song song với đường thẳng $\Delta\colon y=3x+2$ và đi qua điểm $M(-1;4)$ nên ta có

$$\begin{cases}m=3\\ -m+m+n=4\\ m+n\neq 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=3\\ n=4.\end{cases}$$

Vậy $m+n=7$.
Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $f(x)\geq m$ có nghiệm trên $[-1;2]$.

(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có $\max\limits_{[-1;2]}f(x)=f(0)=2$.

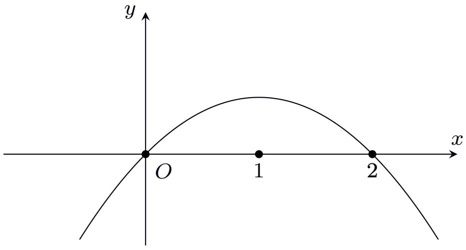
Bất phương trình $f(x) \geq m$ có nghiệm trên $[-1;2]$ khi và chỉ khi

$$\max_{[-1;2]} f(x) \geq m \Leftrightarrow 2 \geq m.$$

Suy ra $m \in \{1;2\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn.

Chọn đáp án B

CÂU 12.
Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cắt Ox tại các điểm có hoành độ bằng $0, 2$ như hình vẽ. Biết $f(2)+f(4) = f(3)+f(0)$. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[0;4]$ là



(A) $f(1)$. (B) $f(4)$. (C) $f(2)$. (D) $f(0)$.

Lời giải.
Ta có bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(2)$	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $[0;2]$, hàm số nghịch biến trên $[2;4]$

$$do$$

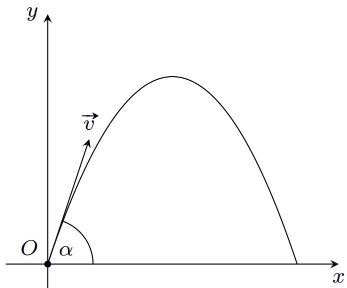
vậy ta có

$$\begin{cases} f(0) < f(2) \\ f(2) > f(3) > f(4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(3) - f(2) < 0 \\ f(4) - f(0) = f(3) - f(2) < 0 \end{cases} \Rightarrow f(4) < f(0) \Rightarrow \begin{cases} f(2) > f(3) > f(4) \\ f(2) > f(0) > f(4). \end{cases}$$

Vậy $\max\limits_{[0;4]} f(x) = f(4)$.

Chọn đáp án B

CÂU 13.
Một vật được ném từ mặt đất lên trời xiên góc α so với phương nằm ngang với vận tốc ban đầu $v_0 = 9$ m/s (Hình vẽ). Khi đó quỹ đạo chuyển động của vật tuân theo phương trình $y = \dfrac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$, ở đó x (mét) là khoảng cách vật bay được theo phương ngang từ điểm ném, y (mét) là độ cao so với mặt đất của vật trong quá trình bay, g là gia tốc trọng trường (theo Vật lí đại cương, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2016).



Khi góc $\alpha = 60^\circ$, thì y đồng biến trên khoảng nào? (giả sử gia tốc trọng trường là $g = 9{,}8$ m/s^2).

(A) $(0;3{,}58)$. (B) $(3{,}58;5)$. (C) $(0;4)$. (D) $(0;+\infty)$.

Lời giải.
Đồ thị là đường parabol có đỉnh tại $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{\tan\alpha}{\dfrac{-g}{v_0^2\cos^2\alpha}} = \dfrac{v_0^2\cos^2\alpha\tan\alpha}{g} \approx 3{,}58$.

Chọn đáp án A

CÂU 14. Cho hàm số $y = \dfrac{3-x}{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.
(B) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.
(D) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.
Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có $y' = -\dfrac{4}{(x+1)^2} < 0,\ \forall x \neq -1$.

Do đó, hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;+\infty)$.

Chọn đáp án (A) ....

CÂU 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+1}$ là

(A) $x = -1$. (B) $x = -2$. (C) $x = 1$. (D) $x = 2$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
Ta có

- $\lim\limits_{x \to (-1)^+} \dfrac{x+2}{x+1} = +\infty$;
- $\lim\limits_{x \to (-1)^-} \dfrac{x+2}{x+1} = -\infty$.

Vậy $= x - 1$, là tiệm cận đứng của đồ thị.
Chọn đáp án (A) ....

CÂU 16.
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,\ b,\ c,\ d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số $a,\ b,\ c,\ d$?

(A) 2. (B) 4. (C) 1. (D) 3.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, ta có

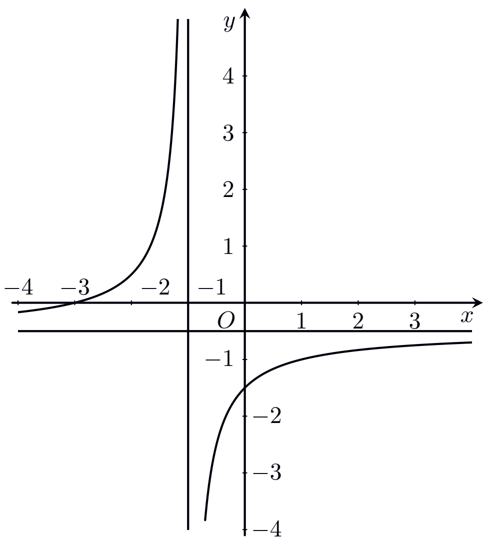
$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(4) = -5 \\ f'(0) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ 64a + 16b + 4c + d = -5 \\ c = 0 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{4} \\ b = -\dfrac{3}{2} \\ c = 0 \\ d = 3. \end{cases}$$

Vậy trong các số a, b, c, d có 2 số dương.
Chọn đáp án (A) ....

CÂU 17. Biết hàm số $y = \dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$ có đồ thị như hình bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $y' < 0,\ \forall x \neq -1$. (B) $y' > 0,\ \forall x \neq -1$.

(C) $y' < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$. (D) $y' > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

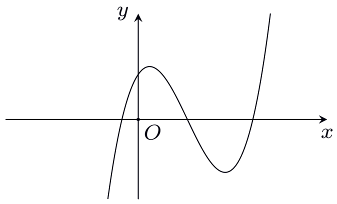


Lời giải.

Dựa vào đồ thị, hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Do đó $y' > 0\, \forall x \neq -1$ suy ra $1 - a > 0 \Rightarrow a < 1$.
Chọn đáp án (B) ....

CÂU 18.

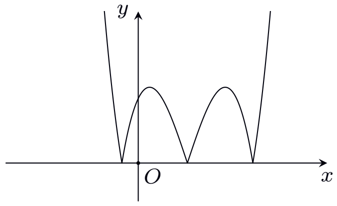
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là



Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ 4. Ⓓ 5.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ bên. Dễ thấy hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị.



Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 19. Cho hàm số $y = \dfrac{2mx + m}{x - 1}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

Ⓐ $m \neq \pm 2$. Ⓑ $m = \pm \dfrac{1}{2}$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ $m = \pm 4$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có đường TCĐ là $x = 1$ và đường TCN là $y = 2m$.
Diện tích hình chữ nhật tạo bởi hai đường tiện cận và hai trục tọa độ có diện tích bằng 8 khi và chỉ khi

$$1 \cdot |2m| = 8 \Leftrightarrow m = \pm 4.$$

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 20. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ bằng

Ⓐ $2\sqrt{5}$. Ⓑ $2\sqrt{3}$. Ⓒ $3\sqrt{2}$. Ⓓ $5\sqrt{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \dfrac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2. \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có tọa độ hai điểm cực trị là $A(-2; -3)$ và $B(0; 1)$.
Vậy khoảng cách giữa hai điểm cực trị là $AB = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$			‖		
$f(x)$	3	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A $x=-1$. **B** $x=-3$. **C** $x=3$. **D** $x=1$.

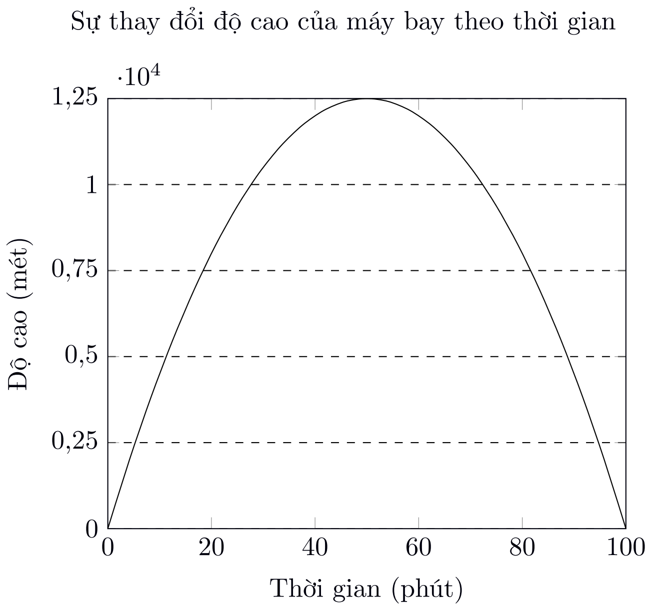
Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $x=1$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 22. Đồ thị dưới mô tả sự thay đổi độ cao của một máy bay. Độ cao của máy bay giảm trong khoảng thời gian nào?



A $(0;50)$. **B** $(50;100)$. **C** $(0;100)$. **D** $(40;60)$.

Lời giải.

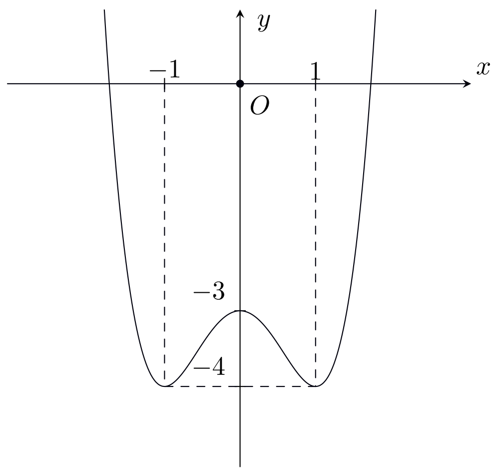
Từ đồ thị ta thấy độ cao máy bay giảm trong khoảng thời gian $(50;100)$ phút.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 23.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Tìm m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A $-4<m\le -3$. **B** $-4<m<-3$. **C** $-4\le m<-3$. **D** $m>-4$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy phương trình $f(x)=m$ có bốn ngiệm phân biệt khi $-4<m<-3$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 24. Giả sử chi phí tiền xăng C (đồng) phụ thuộc tốc độ trung bình v (km/h) theo công thức

$$C(v)=\frac{16000}{v}+\frac{5}{2}v \quad (0<v\le 120)$$

Tính tốc độ trung bình để chi phí tiền xăng đạt cực tiểu.

A 60 km/h. **B** 70 km/h. **C** 50 km/h. **D** 80 km/h.

Lời giải.

Tập xác định: $D = (0; 120]$.

Đạo hàm $C'(v) = -\dfrac{16000}{v^2} + \dfrac{5}{2} = \dfrac{5(v-80)(v+80)}{2v^2}$; $C'(v) = 0 \Leftrightarrow v = -80$ (loại) hoặc $v = 80$.

Bảng biến thiên

v	0		80		120
$C'(v)$	||	$-$	0	$+$	
$C(v)$	|| $+\infty$	$\searrow$	400	$\nearrow$	$\dfrac{1300}{3}$

Quan sát bảng biến thiên, ta nhận thấy hàm số đạt cực tiểu khi $v = 80$.

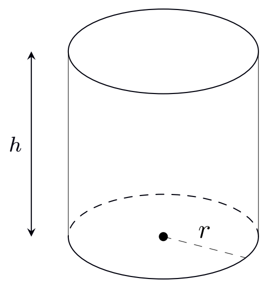
Như vậy, để chi phí tiền xăng đạt cực tiểu, tài xế nên chạy xe với tốc độ trung bình là 80 km/h.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 25. Ông An dự định làm một cái bể chứa nước hình trụ bằng inox có nắp đậy với thể tích là k m^3 $(k > 0)$. Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng và mỗi m^2 mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chọn bán kính đáy của bể là bao nhiêu để chi phí làm bể là ít nhất? (Biết bề dày vỏ inox không đáng kể)

A $\sqrt[3]{\dfrac{k}{\pi}}$. **B** $\sqrt[3]{\dfrac{2\pi}{k}}$. **C** $\sqrt[3]{\dfrac{k}{2\pi}}$. **D** $\sqrt[3]{\dfrac{k}{2}}$.

Lời giải.



Gọi r, h $(r, h > 0)$ lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

Thể khối trụ $V = \pi r^2 h = k \Rightarrow h = \dfrac{k}{\pi r^2}$.

Diện tích đáy và nắp là $S_d = S_n = \pi r^2$; diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi r h$.

Khi đó chi phí làm bể là

$$C = (600 + 200)\pi r^2 + 400 \cdot 2\pi r h = 800\pi r^2 + 800\pi r \frac{k}{\pi r^2} = 800\left(\pi r^2 + \frac{k}{r}\right).$$

Đặt $f(r) = \pi r^2 + \dfrac{k}{r}$, $r > 0 \Rightarrow f'(r) = 2\pi r - \dfrac{k}{r^2} = \dfrac{2\pi r^3 - k}{r^2}$;

Ta có $f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{k}{2\pi}}$, $(k > 0)$.

Lập bảng biến thiên, ta thấy $f(r)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $r = \sqrt[3]{\dfrac{k}{2\pi}}$.

Vậy với bán kính đáy là $r = \sqrt[3]{\dfrac{k}{2\pi}}$ thì chi phí làm bể là ít nhất.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 26. Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là

A $\sqrt{3}$. **B** $\sqrt{2}$. **C** $3\sqrt{3}$. **D** $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $y = \dfrac{x+2}{x+1} \Rightarrow y' = \dfrac{-1}{(x+1)^2}$.

Đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Suy ra giao điểm hai đường tiệm cận là $I(-1; 1)$.

Lấy $M(x_0; y_0) \in (C)$ tùy ý với $x_0 \neq -1$, $y_0 = \dfrac{x_0 + 2}{x_0 + 1}$.

Ta có tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ là

$$\Delta\colon y = \frac{-1}{(x_0+1)^2}(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow \Delta\colon x + (x_0+1)^2 y - x_0^2 - 4x_0 - 2 = 0.$$

Khoảng cách từ điểm I đến tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ là

$$d = \mathrm{d}(I, \Delta) \quad = \quad \frac{\left|-1 + (x_0+1)^2 - x_0^2 - 4x_0 - 2\right|}{\sqrt{1 + (x_0+1)^4}}$$

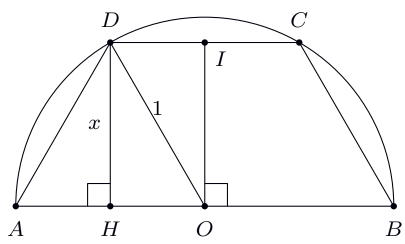
$$
\begin{aligned}
&= \frac{2|x_0+1|}{\sqrt{1+(x_0+1)^4}} \\
&= \frac{2}{\sqrt{\dfrac{1}{(x_0+1)^2}+(x_0+1)^2}} \\
&\le \frac{2}{\sqrt{2\sqrt{\dfrac{1}{(x_0+1)^2}\cdot(x_0+1)^2}}} = \sqrt{2}.
\end{aligned}
$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{1}{(x_0+1)^2}=(x_0+1)^2 \Leftrightarrow (x_0+1)^4=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=-2 \end{array}\right.$ (nhận).

Vậy giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là $\sqrt{2}$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 27.
Cho nửa đường tròn đường kính $AB=2$ và hai điểm C, D thay đổi trên nửa đường tròn đó sao cho $ABCD$ là hình thang. Diện tích lớn nhất của hình thang $ABCD$ bằng



A $\dfrac{1}{2}$. **B** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. **C** 1. **D** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên AB, I là trung điểm của đoạn CD và O là trung điểm của AB.

Đặt $DH=x$, $0<x<1$.

Ta có $DC=2DI=2OH=2\sqrt{OD^2-DH^2}=2\sqrt{1-x^2}$.

Diện tích của hình thang $ABCD$ là $S=f(x)=\dfrac{(AB+CD)\cdot DH}{2}=\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)x$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}+1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \sqrt{1-x^2}+1-2x^2=0$. $(*)$

Đặt $t=\sqrt{1-x^2}$, $(t\ge 0)$ khi đó phương trình $(*)$ trở thành $2t^2+t-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \text{ (loại)} \\ t=\dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

Khi đó $\sqrt{1-x^2}=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x^2=\dfrac{3}{4} \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	$\searrow$	1

Vậy diện tích lớn nhất của hình thang $ABCD$ bằng $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 28. Trong mặt phẳng Oxy, tổng khoảng cách từ gốc tọa độ đến tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\log_2\dfrac{2x+3}{x-1}$ bằng

A 2. **B** 3. **C** $\dfrac{5}{2}$. **D** $\dfrac{7}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện $\dfrac{2x+3}{x-1}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-\dfrac{3}{2}. \end{array}\right.$

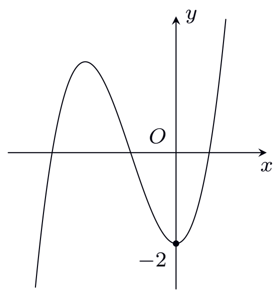
Ta xét các giới hạn sau

- $\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\log_2 \dfrac{2x+3}{x-1}\right) = +\infty$.
- $\lim\limits_{x\to \left(-\frac{3}{2}\right)^-}\left(\log_2 \dfrac{2x+3}{x-1}\right) = -\infty$.

Từ đó suy ra tiệm cận đứng là $d_1: x = -\dfrac{3}{2}$; $d_2: x = 1$.
Mặt khác $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\log_2 \dfrac{2x+3}{x-1}\right) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\log_2 \dfrac{2x+3}{x-1}\right) = 1$.
Từ đó suy ra tiệm cận ngang là $(d_3): y = 1$.
Ta có $T = \mathrm{d}(O, d_1) + \mathrm{d}(O, d_2) + \mathrm{d}(O, d_3) = \dfrac{3}{2} + 1 + 1 = \dfrac{7}{2}$.
Chọn đáp án D .... □

CÂU 29.
Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A $y = -x^3 + x^2 - 2$. B $y = x^3 + 3x^2 - 2$. C $y = x^3 - 3x + 2$. D $y = x^2 - 3x - 2$.



Lời giải.
Dựa vào hình dáng đồ thị, ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ nên loại các hàm $y = x^2 - 3x - 2$, $y = -x^3 + x^2 - 2$.
Mặt khác, đồ thị đi qua điểm $(0; -2)$ nên loại hàm $y = x^3 - 3x + 2$.
Chọn đáp án B .... □

CÂU 30. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	6	↗	$+\infty$

A $y = \dfrac{x^2 - 4x + 2}{x - 1}$. B $y = \dfrac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$. C $y = \dfrac{x^2 + 2x - 2}{x + 1}$. D $y = \dfrac{x^2 + 2}{x - 1}$.

Lời giải.
Từ bảng biến thiên ta thấy $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^-} y = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 1^+} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng nên loại đáp án **C**.
Đồ thị hàm số có điểm cực đại $(0; 2)$ nên loại đáp án **D**.
Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu $(2; 6)$ nên loại đáp án **A**.
Chọn đáp án B .... □

CÂU 31. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + 3x + 5}{x + 2}$ là

A $y = x$. B $y = x + 1$. C $y = x + 2$. D $y = x + 3$.

Lời giải.
Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Ta thấy

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2 + 3x + 5}{x(x+2)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}}{1 + \frac{2}{x}} = 1$.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} (y - x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x + 3}{x + 2} = 2$.

Vậy $y = x + 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
Tương tự, ta thấy $y = x + 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
Vậy $y = x + 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 32. Cho hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

B. Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và tập giá trị là $(0; +\infty)$.

C. Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên tập xác định của nó khi $a > 1$.

D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ có tiệm cận đứng là trục tung.

Lời giải.

Theo lý thuyết, ta có $\lim\limits_{x \to 0^+} a^x = 1$ và $\lim\limits_{x \to 0^-} a^x = 1$ nên không nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 33. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân. Tính giá trị của biểu thức $P = m^2 + 2m + 1$.

A. $P = 1$. B. $P = 4$. C. $P = 2$. D. $P = 0$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. $y' = 4x^3 - 4mx$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m. \end{array}\right.$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.
Khi đó ba điểm cực trị của hàm số là $x_1 = 0$, $x_2 = \sqrt{m}$, $x_3 = -\sqrt{m}$.
Vậy ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 2)$, $B\left(\sqrt{m}; 2 - m^2\right)$, $C\left(-\sqrt{m}; 2 - m^2\right)$. Ba điểm này luôn tạo thành tam giác cân tại A. Vậy tam giác này vuông cân khi và chỉ khi $\widehat{BAC} = 90^\circ$.
Tương đương $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, hay $\sqrt{m} \cdot (-\sqrt{m}) + (-m^2) \cdot (-m^2) = 0$.
Giải phương trình này ta có $m = 1$ là nghiệm duy nhất. Do đó $P = 4$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 34. Khi máu di chuyển từ tim qua các động mạch chính rồi đến các mao mạch và quay trở lại qua các tĩnh mạch, huyết áp tâm thu (tức là áp lực của máu lên động mạch khi tim co bóp) liên tục giảm xuống. Giả sử một người có huyết áp tâm thu P (tính bằng mmHg) được cho bởi hàm số

$$P(t) = \frac{25t^2 + 125}{t^2 + 1}, 0 \leq t \leq 10,$$

trong đó thời gian t được tính bằng giây. Tính tốc độ thay đổi của huyết áp sau 5 giây kể từ khi máu rời tim.

A. $-\dfrac{20}{17}$. B. $-\dfrac{250}{169}$. C. $-\dfrac{120}{163}$. D. $-\dfrac{19}{132}$.

Lời giải.

Ta có tốc độ thay đổi của huyết áp là $P'(t) = \dfrac{-200t}{(t^2 + 1)^2}$.

Do đó tốc độ thay đổi huyết áp sau 5 giây là $P'(5) = -\dfrac{250}{169}$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 35. Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 2 m với vận tốc ban đầu 24,5 m/s là $h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2$ (theo Vật lí đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Tìm vận tốc của vật sau 2 giây.

A. 4,9. B. 3,2. C. 1,3. D. 5,5.

Lời giải.

Theo ý nghĩa cơ học của đạo hàm, vận tốc của vật là $v = h'(t) = 24{,}5 - 9{,}8t$ m/s.
Do đó, vận tốc của vật sau 2 giây là $v(2) = 24{,}5 - 9{,}8 \cdot 2 = 4{,}9$ m/s.

Chọn đáp án A .... □

Phần IV. Câu hỏi tự luận.

CÂU 36. Tìm cực trị của hàm số $g(x) = \dfrac{x^2 + x + 4}{x + 1}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $g(x) = x + \dfrac{4}{x+1} \Rightarrow g'(x) = 1 - \dfrac{4}{(x+1)^2} = \dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$;

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-5	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = -3$, $y_{\text{CĐ}} = g(-3) = -5$; và hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{\text{CT}} = g(1) = 3$.

CÂU 37. Kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam trong các năm từ 2010 đến 2017 có thể được tính xấp xỉ bằng công thức $f(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}04x^2 + 0{,}25x + 0{,}44$ (tỉ USD) với x là số năm tính từ 2010 đến 2017 $(0 \leq x \leq 7)$.

(*Theo:* https://infographics.vn/interactive-xuat-khau-rau-qua- du-bao-bung-no-dat-4-ty-usd-trong-nam-2023/116220.vna)

a) Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$.

b) Chứng minh rằng kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam tăng liên tục trong các năm từ 2010 đến 2017.

Lời giải.

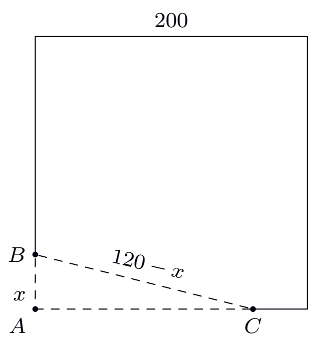
a) Ta có $f'(x) = 0{,}03x^2 - 0{,}08x + 0{,}25$.

b) Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}03x^2 - 0{,}08x + 0{,}25 = 0$ (vô nghiệm).
Bảng biến thiên

x	0		7
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$0{,}44$	$\nearrow$	$3{,}66$

Từ bảng biến thiên trên, ta thấy $f'(x) > 0$, $\forall x \in [0; 7]$.
Vậy kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam tăng liên tục trong các năm từ 2010 đến 2017.

CÂU 38. Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông ABC từ tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ bên. Biết $AB = x$ $(0 < x < 60$ cm) là một cạnh góc vuông của tam giác ABC và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120 cm. Tìm x để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.



Lời giải.

Độ dài cạnh huyền BC là $120 - x$.

Khi đó độ dài cạnh $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(120-x)^2 - x^2} = \sqrt{14400 - 240x}$.

Diện tích tam giác ABC là $S = \dfrac{1}{2}AB \cdot AC = \dfrac{1}{2}x\sqrt{14400 - 240x}$.

Xét hàm số $f(x) = x\sqrt{14400 - 240x}$ với $0 < x < 60$.

Ta có $f'(x) = \sqrt{14400 - 240x} - \dfrac{120x}{\sqrt{14400 - 240x}} = \dfrac{14400 - 360x}{\sqrt{14400 - 240x}}$;

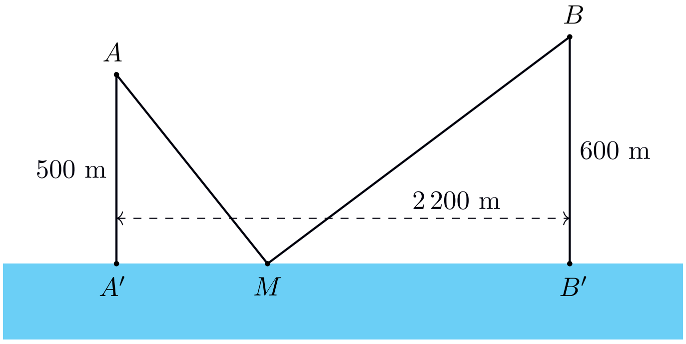
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 40 \in (0; 60)$.

Bảng biến thiên

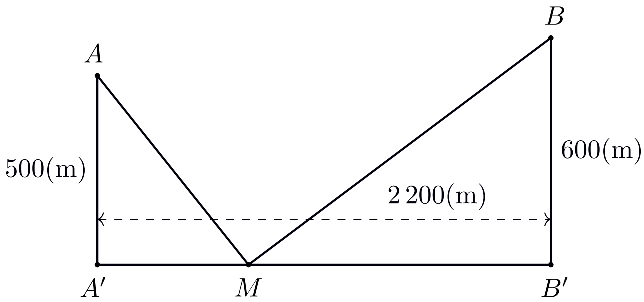
x	0		40		60
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Vậy tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi $AB = 40$ cm.

CÂU 39. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông Lam, khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m và người ta đo được $A'B' = 2\,200$ m. Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Lam cho dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm vị trí tối ưu đó.



Lời giải.



Hình 37

Đặt $A'M = x$, $(0 < x < 2200)$, $B'M = 2200 - x$.
Ta có $AM = \sqrt{x^2 + 500^2}$, $BM = \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$.
Khi đó tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là $AM + BM = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$.
Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$ trên khoảng $(0 < x < 2200)$.
$f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 500^2}} - \dfrac{2200 - x}{\sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}}$,

$$\begin{aligned}
f'(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{x}{\sqrt{x^2 + 500^2}} = \frac{2200 - x}{\sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}}\\
&\Leftrightarrow \quad \frac{x^2}{x^2 + 500^2} = \frac{(2200 - x)^2}{(2200 - x)^2 + 600^2}\\
&\Leftrightarrow \quad \frac{x^2 + 500^2}{x^2} = \frac{(2200 - x)^2 + 600^2}{(2200 - x)^2}\\
&\Leftrightarrow \quad 1 + \frac{500^2}{x^2} = 1 + \frac{600^2}{(2200 - x)^2}\\
&\Leftrightarrow \quad \frac{25}{x^2} = \frac{36}{(2200 - x)^2}\\
&\Leftrightarrow \quad \frac{5}{x} = \frac{6}{2200 - x}\\
&\Leftrightarrow \quad x = 1\,000 \text{ vì } x > 0.
\end{aligned}$$

Bảng biến thiên hàm số $f(x)$ trên khoảng $(0; 2\,200)$.

x	0		1000		2200
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2780	$\searrow$	2460	$\nearrow$	2856

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông là khoảng 2 460 m, tại vị trí M cách điểm A' là 1 000 m.

MỤC LỤC