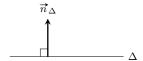
### Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẨNG

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

### 1. Phương trình tổng quát của đường thẳng

vectơ pháp tuyến của đường thẳng

vecto  $\overrightarrow{n} \neq \overrightarrow{0}$  được gọi là vecto pháp tuyến (VTPT) của đường thẳng  $\Delta$  nếu giá của nó vuông góc với  $\Delta$ .



Nhận xét

- $oldsymbol{\Theta}$  Nếu vect<br/>ơ $\overrightarrow{n}$  là một VTPT của  $\Delta$  th<br/>ì $k\overrightarrow{n}$   $(k\neq 0)$  cũng là một VTPT của  $\Delta.$
- ❷ Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một VTPT.

Phương trình tổng quát của đường thẳng Cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(x_0; y_0)$  và có VTPT  $\vec{n}_{\Delta}(a; b)$ . Phương trình tổng quát của  $\Delta$  là

$$\Delta : a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$
 hay  $ax + by + c = 0$  (với  $c = -ax_0 - by_0$ ).

Một số trường hợp đặc biệt

Các hệ số	PTĐT $\Delta$	Tính chất đường thẳng $\Delta$
c = 0	ax + by = 0	$\Delta$ đi qua gốc tọa độ $O$
a = 0	by + c = 0	$\Delta \ /\!\!/ \ Ox$ hoặc $\Delta \equiv Ox$
b = 0	ax + c = 0	$\Delta \; / \! \! / \; Oy$ hoặc $\Delta \equiv Oy$

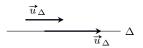


Đồ thị hàm số bậc nhất y = ax + b chính là đường thẳng ax - y + b = 0 (không vuông góc với truc Ox).

### 2. Phương trình tham số của đường thẳng

vecto chỉ phương của đường thẳng

vectơ  $\overrightarrow{u} \neq \overrightarrow{0}$  được gọi là vectơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng  $\Delta$  nếu giá của nó song song hoặc trùng với  $\Delta$ .



Nhận xét

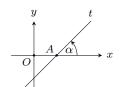
- $\odot$  Nếu vecto  $\overrightarrow{u}$  là một VTCP của  $\Delta$  thì  $k\overrightarrow{u}$   $(k \neq 0)$  cũng là một VTCP của  $\Delta$ .
- ❷ Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một VTCP.
- $m{\Theta}$  Nếu  $\vec{u}$  là một VTCP và  $\vec{n}$  là một VTPT của  $\Delta$  thì  $\vec{u} \perp \vec{n}$ .

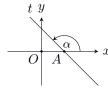
**PTTS của đường thẳng** Cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(x_0; y_0)$  và có VTCP  $\overrightarrow{u}(u_1; u_2)$ . PTTS của  $\Delta$  là

$$\Delta \colon \begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases} \text{ (với } t \text{ là tham số và } t \in \mathbb{R} \text{)}.$$

Nhân xét

- $+ M(x_M; y_M) \in \Delta \Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R} \colon \begin{cases} x_M = x_0 + tu_1 \\ y_M = y_0 + tu_2 \end{cases} \text{ hay } M(x_0 + tu_1; y_0 + tu_2) \in \Delta.$
- + Gọi k là hệ số góc của  $\Delta$  có VTCP  $\overrightarrow{u}(u_1; u_2)$  thì
  - $k = \tan \alpha$  với  $\begin{cases} \alpha = \widehat{xAt} \\ \alpha \neq 90^{\circ}. \end{cases}$
  - $k = \frac{u_2}{u_1}$  với  $u_1 \neq 0$ .







ĐIỂM:

"Only in the darkness can you see the stars."

-Martin Luther King Jr.-

#### QUICK NOTE

Ċ																																	
٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•


٠.	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
٠.																																

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	

QUICK NOTE	$ \bigvee VTPT \ \vec{n}_{\Delta} = (a; b) $	
	$\bigcup VTCP \ \overrightarrow{u}_{\Delta} = (b; -a).$	
	$m{\Theta}$ Cho đường thẳng $\Delta$ đi qua $M_0(x_0;y_0)$ và có VTCP $\vec{u}(u_1;u_2)$ . Phương trì	inh
	$chính\ tắc\ của\ \Delta\ là$	
	$\begin{bmatrix} x - x_0 & y - y_0 \\ 0 & y - y_0 \end{bmatrix}$	
	$\Delta : \frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2}  (u_1 \neq 0; u_2 \neq 0).$	
	Trong trường hợp $u_1=0$ hoặc $u_2=0$ thì đường thẳng không có phương trì	inh
	$chinh \ tcute{a}c.$	
	$m{D}reve{a}c$ $m{bi}reve{e}t$ : $PTDT$ $AB$ $v\acute{\sigma}i$ $A(x_A;y_A),\ B(x_B;y_B)$ $c\acute{\sigma}$ $dang$	
	$rac{x-x_A}{x_B-x_A}=rac{y-y_A}{y_B-y_A}.$	
	$x_B-x_A - y_B-y_A$ .	
	$igotimes D$ ường thẳng $\Delta$ đi qua hai điểm $A(a;0),\ B(0;b)\ (a,b  eq 0)$ thì có phương trìn	h
	$\Delta : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1,$	
	được gọi là PTDT theo đoạn chắn.	
	$m{\Theta}$ Đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ và có hệ số góc $k$ thì có phương trình $c$	:ủa
	$\Delta \colon y = k(x - x_0) + y_0,$	
	$\Delta \cdot y = \kappa(x - x_0) + y_0,$	
	được gọi là phương trình theo hệ số góc $k$ .	
	B. CÁC DẠNG BÀI TẬP	
	· · ·	
	vecto chỉ phương, vecto pháp tuyến của đường thẳng	
	vecto chỉ phương, vecto pháp tuyến của đường thắng	
		$\mathbb{R}$ ).
	<b>CÂU 1.</b> Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?	$\mathbb{R}$ ).
	<b>CÂU 1.</b> Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ? <b>A</b> $\vec{u} = (3; -1)$ . <b>B</b> $\vec{u} = (5; 1)$ . <b>C</b> $\vec{u} = (5; 3)$ . <b>D</b> $\vec{u} = (1; 3)$ .	
	<b>CÂU 1.</b> Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?	
	<b>CÂU 1.</b> Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ? <b>(a)</b> $\vec{u} = (3; -1)$ . <b>(b)</b> $\vec{u} = (5; 1)$ . <b>(c)</b> $\vec{u} = (5; 3)$ . <b>(d)</b> $\vec{u} = (1; 3)$ . <b>(2AU 2.</b> Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d$ : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u} = (3; -1)$ .	
	<b>CÂU 1.</b> Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ? <b>(a)</b> $\vec{u} = (3; -1)$ . <b>(b)</b> $\vec{u} = (1; 3)$ . <b>(CÂU 2.</b> Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d$ : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u} = (3; -1)$ .	
	<b>CÂU 1.</b> Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x=5+3t \\ y=1-t \end{cases}$ ( $t\in \mathbb{R}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?  (a) $\vec{u}=(3;-1)$ . (b) $\vec{u}=(1;3)$ .  CÂU 2. Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d:\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$ . Một vectơ pháp tuyến $d$ có tọa độ là (a) $(2;3)$ . (b) $(\frac{1}{2};\frac{1}{3})$ .	
	<b>CÂU 1.</b> Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ? <b>(a)</b> $\vec{u} = (3; -1)$ . <b>(b)</b> $\vec{u} = (5; 1)$ . <b>(c)</b> $\vec{u} = (5; 3)$ . <b>(d)</b> $\vec{u} = (1; 3)$ . <b>(2AU 2.</b> Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d$ : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u} = (3; -1)$ .	
	<b>CÂU 1.</b> Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x=5+3t \\ y=1-t \end{cases}$ ( $t\in \mathbb{R}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?  (a) $\vec{u}=(3;-1)$ . (b) $\vec{u}=(1;3)$ .  CÂU 2. Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d:\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$ . Một vectơ pháp tuyến $d$ có tọa độ là (a) $(2;3)$ . (b) $(\frac{1}{2};\frac{1}{3})$ .  CÂU 3. Cho PTĐT $\Delta:3x+4y-5=0$ . Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta$ .	của
	CÂU 1. Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?  (a) $\vec{u} = (3; -1)$ . (b) $\vec{u} = (5; 1)$ . (c) $\vec{u} = (5; 3)$ . (d) $\vec{u} = (1; 3)$ .  CÂU 2. Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d$ : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u}$ có tọa độ là (a) $(2; 3)$ . (b) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$ .  CÂU 3. Cho PTDT $\Delta$ : $3x + 4y - 5 = 0$ . Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta$ . (a) $\vec{n} = (4; 3)$ . (b) $\vec{n} = (-4; 3)$ .  CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ , vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng đi qua hai đi $A(1; 2)$ , $B(5; 6)$ là	của
	CÂU 1. Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?  (A) $\vec{u} = (3; -1)$ . (B) $\vec{u} = (5; 1)$ . (C) $\vec{u} = (5; 3)$ . (D) $\vec{u} = (1; 3)$ .  CÂU 2. Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d$ : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u}$ $\vec{u}$ có tọa độ là (A) $(2; 3)$ . (B) $(3; 2)$ . (C) $(-3; 2)$ . (D) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$ .  CÂU 3. Cho PTDT $\Delta$ : $3x + 4y - 5 = 0$ . Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta$ . (A) $\vec{n} = (4; 3)$ . (B) $\vec{n} = (4; -3)$ . (C) $\vec{n} = (3; 4)$ . (D) $\vec{n} = (-4; 3)$ .  CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ , vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng đi qua hai đi $A(1; 2)$ , $B(5; 6)$ là (A) $\vec{u} = (1; 1)$ . (B) $\vec{u} = (-4; 2)$ . (C) $\vec{u} = (1; -1)$ . (D) $\vec{u} = (-1; 1)$ .	của
	CÂU 1. Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?  (a) $\vec{u} = (3; -1)$ . (b) $\vec{u} = (5; 1)$ . (c) $\vec{u} = (5; 3)$ . (d) $\vec{u} = (1; 3)$ .  CÂU 2. Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d$ : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u}$ có tọa độ là (a) $(2; 3)$ . (b) $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$ .  CÂU 3. Cho PTDT $\Delta$ : $3x + 4y - 5 = 0$ . Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta$ . (a) $\vec{n} = (4; 3)$ . (b) $\vec{n} = (-4; 3)$ .  CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ , vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng đị qua hai đị $A(1; 2)$ , $B(5; 6)$ là (a) $\vec{u} = (1; 1)$ . (b) $\vec{u} = (-1; 1)$ .  CÂU 5. Một đường thẳng có bao nhiều vectơ chỉ phương?	của
	CÂU 1. Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?  (A) $\vec{u} = (3; -1)$ . (B) $\vec{u} = (5; 1)$ . (C) $\vec{u} = (5; 3)$ . (D) $\vec{u} = (1; 3)$ .  CÂU 2. Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d$ : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u}$ có tọa độ là (A) $(2; 3)$ . (B) $(3; 2)$ . (C) $(-3; 2)$ . (D) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$ .  CÂU 3. Cho PTDT $\Delta$ : $3x + 4y - 5 = 0$ . Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta$ . (A) $\vec{n} = (4; 3)$ . (B) $\vec{n} = (4; -3)$ . (C) $\vec{n} = (3; 4)$ . (D) $\vec{n} = (-4; 3)$ .  CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ , vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng di qua hai đi $A(1; 2)$ , $B(5; 6)$ là (A) $\vec{u} = (1; 1)$ . (B) $\vec{u} = (-4; 2)$ . (C) $\vec{u} = (1; -1)$ . (D) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (CÂU 5. Một đường thẳng có bao nhiều vectơ chỉ phương? (A) Vô số vectơ. (B) Hai vectơ. (C) Ba vectơ.	của iểm
	CÂU 1. Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?  (a) $\vec{u} = (3; -1)$ . (b) $\vec{u} = (5; 1)$ . (c) $\vec{u} = (5; 3)$ . (d) $\vec{u} = (1; 3)$ .  CÂU 2. Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d$ : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u}$ có tọa độ là (a) $(2; 3)$ . (b) $ (\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$ .  CÂU 3. Cho PTDT $\Delta$ : $3x + 4y - 5 = 0$ . Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta$ . (a) $\vec{n} = (4; 3)$ . (b) $\vec{n} = (4; 3)$ . (c) $\vec{n} = (3; 4)$ . (d) $\vec{n} = (-4; 3)$ . (c) $\vec{u} = (1; 1)$ . (d) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (c) $\vec{u} = (1; 1)$ . (d) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (e) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (f) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (g) $\vec{u} = (-1; 1)$ .	của iểm
	CÂU 1. Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?  (a) $\vec{u} = (3; -1)$ . (b) $\vec{u} = (5; 1)$ . (c) $\vec{u} = (5; 3)$ . (d) $\vec{u} = (1; 3)$ .  CÂU 2. Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d$ : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u}$ có tọa độ là (a) $(2; 3)$ . (b) $ (\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$ .  CÂU 3. Cho PTDT $\Delta$ : $3x + 4y - 5 = 0$ . Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta$ . (a) $\vec{n} = (4; 3)$ . (b) $\vec{n} = (4; 3)$ . (c) $\vec{n} = (3; 4)$ . (d) $\vec{n} = (-4; 3)$ . (c) $\vec{u} = (1; 1)$ . (d) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (c) $\vec{u} = (1; 1)$ . (d) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (e) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (f) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (g) $\vec{u} = (-1; 1)$ .	của iểm
	CÂU 1. Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?  (a) $\vec{u} = (3; -1)$ . (b) $\vec{u} = (5; 1)$ . (c) $\vec{u} = (5; 3)$ . (d) $\vec{u} = (1; 3)$ .  CÂU 2. Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d$ : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u}$ có tọa độ là (a) $(2; 3)$ . (b) $ (\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$ .  CÂU 3. Cho PTDT $\Delta$ : $3x + 4y - 5 = 0$ . Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta$ . (a) $\vec{n} = (4; 3)$ . (b) $\vec{n} = (4; 3)$ . (c) $\vec{n} = (3; 4)$ . (d) $\vec{n} = (-4; 3)$ . (c) $\vec{u} = (1; 1)$ . (d) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (c) $\vec{u} = (1; 1)$ . (d) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (e) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (f) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (g) $\vec{u} = (-1; 1)$ .	của iểm
	CÂU 1. Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ ( $t \in \mathbb{R}$ ) vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?  (A) $\vec{u} = (3; -1)$ . (B) $\vec{u} = (5; 1)$ . (C) $\vec{u} = (5; 3)$ . (D) $\vec{u} = (1; 3)$ .  CÂU 2. Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d$ : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u}$ d có tọa độ là (A) $(2; 3)$ . (B) $(3; 2)$ . (C) $(-3; 2)$ . (D) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$ .  CÂU 3. Cho PTDT $\Delta$ : $3x + 4y - 5 = 0$ . Tim một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta$ . (A) $\vec{n} = (4; 3)$ . (B) $\vec{n} = (4; -3)$ . (C) $\vec{n} = (3; 4)$ . (D) $\vec{n} = (-4; 3)$ .  CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ , vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng đi qua hai đi $A(1; 2)$ , $B(5; 6)$ là (A) $\vec{u} = (1; 1)$ . (B) $\vec{u} = (-4; 2)$ . (C) $\vec{u} = (1; -1)$ . (D) $\vec{u} = (-1; 1)$ .  CÂU 5. Một đường thẳng có bao nhiều vectơ chỉ phương? (A) Vô số vectơ. (B) Hai vectơ. (C) Ba vectơ. (D) Một vectơ.	của iểm
	CÂU 1. Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?  (a) $\vec{u} = (3; -1)$ . (b) $\vec{u} = (5; 1)$ . (c) $\vec{u} = (5; 3)$ . (d) $\vec{u} = (1; 3)$ .  CÂU 2. Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d$ : $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u}$ có tọa độ là (a) $(2; 3)$ . (b) $ (\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$ .  CÂU 3. Cho PTDT $\Delta$ : $3x + 4y - 5 = 0$ . Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta$ . (a) $\vec{n} = (4; 3)$ . (b) $\vec{n} = (4; 3)$ . (c) $\vec{n} = (3; 4)$ . (d) $\vec{n} = (-4; 3)$ . (c) $\vec{u} = (1; 1)$ . (d) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (c) $\vec{u} = (1; 1)$ . (d) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (e) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (f) $\vec{u} = (-1; 1)$ . (g) $\vec{u} = (-1; 1)$ .	của iểm
	CÂU 1. Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $\begin{cases} x=5+3t \\ y=1-t \end{cases}$ vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?  (A) $\vec{u}=(3;-1)$ . (B) $\vec{u}=(5;1)$ . (C) $\vec{u}=(5;3)$ . (D) $\vec{u}=(1;3)$ .  CÂU 2. Trong mặt phẳng $Oxy$ , cho đường thẳng $d:\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$ . Một vectơ pháp tuyến $\vec{u}=(5;3)$ . (C) $(-3;2)$ . (D) $(\frac{1}{2};\frac{1}{3})$ .  CÂU 3. Cho PTDT $\Delta:3x+4y-5=0$ . Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta$ . (A) $\vec{n}=(4;3)$ . (B) $\vec{n}=(4;3)$ . (C) $\vec{n}=(3;4)$ . (D) $\vec{n}=(-4;3)$ .  CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ , vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng di qua hai đi $A(1;2)$ , $B(5;6)$ là  (A) $\vec{u}=(1;1)$ . (B) $\vec{u}=(-4;2)$ . (C) $\vec{u}=(1;-1)$ . (D) $\vec{u}=(-1;1)$ .  CÂU 5. Một đường thẳng có bao nhiều vectơ chỉ phương?  (A) Vô số vectơ. (B) Hai vectơ. (C) Ba vectơ. (D) Một vectơ.  CÂU 6. vectơ nào là vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;2)$ $B(1;4)$ ?  (A) $\vec{u}=(-2;6)$ . (B) $\vec{u}=(2;1)$ . (C) $\vec{u}=(1;1)$ . (D) $\vec{u}=(-1;2)$ .	của iểm và

2

- $(A) \vec{u} = (4; 6).$
- **(B)**  $\vec{u} = (1; 3)$ .
- $\vec{\mathbf{c}}$ )  $\vec{u} = (-1; 3)$ .
- $\vec{u} = (2; -6).$

**CÂU 9.** Cho đường thẳng d: x - y + 15 = 0. vecto chỉ phương của d là

- (A)  $\vec{u} = (-1; 1)$ .
- **(B)**  $\vec{u} = (1;1)$ .
- (**c**)  $\vec{u} = (1;0)$ .
- (**D**)  $\vec{u} = (1; -1).$

**CÂU 10.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, vectơ chỉ phương và vectơ pháp tuyến của một đường thẳng thì

(A) vuông góc với nhau.

(B) bằng nhau.

(c) cùng phương.

(D) đối nhau.

**CÂU 11.** vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d:  $\begin{cases} x=2\\ y=-1+6t \end{cases}$ 

- $\overrightarrow{\mathbf{A}} \vec{u}_2 = (-6; 0).$
- **B**  $\vec{u}_1 = (6; 0).$
- $\vec{\mathbf{c}}$ )  $\vec{u}_4 = (0; 6)$ .
- $\vec{\mathbf{D}}$ )  $\vec{u}_3 = (2;6)$

**CÂU 12.** Trong hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm M(-2;1), N(1;-3). Đường trung trực của đoạn MN có một vecto pháp tuyến là

- $\vec{\mathbf{A}} \vec{n} = (-3; 4).$
- **B**)  $\vec{n} = (4; -3)$ .
- $\vec{\mathbf{c}} \ \vec{n} = \left(\frac{1}{2}; -1\right).$   $\vec{\mathbf{D}} \ \vec{n} = (3; 4).$

**CÂU 13.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình x + 2y - 3 = 0. Trong các vecto sau vecto nào là một vecto chỉ phương của đường thẳng d?

- (A)  $\vec{u} = (1; -3)$ .
- **(B)**  $\vec{u} = (1; 2)$ .
- (C)  $\vec{u} = (2; -1)$ .
- **(D)**  $\vec{u} = (2; 1)$ .

**CÂU 14.** Trong hệ toạ độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình 5x - 3y + 1 = 0. vector nào sau đây **không** là vectơ pháp tuyến của đường thẳng d?

- (A)  $\vec{n_2} = (-5; 3)$ .
- **(B)**  $\overrightarrow{n_1} = (5; -3).$
- (**c**)  $\vec{n_3} = (3; 5)$ .
- $(\mathbf{D}) \overrightarrow{n_4} = (-15; 9).$

**CÂU 15.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có PTTS là  $\begin{cases} x=2+3t \\ y=5-4t \end{cases}$ ,  $(t \in \mathbb{R})$ .

vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

- (A)  $\vec{u} = (3, -4)$ .
- **(B)**  $\vec{u} = (3; 4)$ .
- (**c**)  $\vec{u} = (2; 5)$ .
- $(\mathbf{D}) \vec{u} = (4; 3).$

CÂU 16. Một đường thẳng có bao nhiêu vecto pháp tuyến?

- (**A**) 2.
- **(B)** 1.
- (D) Vô số.

**CÂU 17.** Cho đường thẳng  $\Delta$  có phương trình tổng quát x+3y-11=0. vectơ nào sau đây là vecto chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ .

- (A)(-3;-1).
- **(B)** (1; -3).
- $(\mathbf{C})(3;-1).$

**CÂU 18.** vectơ pháp tuyến của đường thẳng x - 3y + 4 = 0 là

- (A)  $\vec{n}_1 = (1; -3)$ .
- **(B)**  $\vec{n}_3 = (1;4)$ .
  - (c)  $\vec{n}_4 = (3;1)$ .
- $(\mathbf{D}) \vec{n}_2 = (1;3).$

**CÂU 19.** Cho đường thẳng d có PTTS  $\begin{cases} x=2+t \\ y=t \end{cases}$  $(t \in \mathbb{R})$ . vecto nào sau đây là vecto

pháp tuyến của đường thẳng d.

- (A)(-2;2).
- **(B)** (1; 1).
- $(\mathbf{C})(0;1).$
- $(\mathbf{D})(2;0).$

**CÂU 20.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d: 5x - y + 2022 = 0. vectơ nào sau đây là vecto pháp tuyến của d?

- (A)  $\vec{v} = (-1; 5)$ .
- **(B)**  $\vec{p} = (-1; -5).$
- (c)  $\vec{n} = (1; 5)$ .
- (**D**)  $\vec{u} = (5; -1).$

**CÂU 21.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d: -2x + 3y + 1 = 0. vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của d?

- $(A) \vec{n_1} = (3; -2).$
- **(B)**  $\overrightarrow{n_4} = (2;3)$ .
- $(\vec{c}) \vec{n_2} = (3; 2).$

**CÂU 22.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d:  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}). \text{ vectơ nào}$ 

dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

- (A)  $\vec{u} = (3; 1)$ .
- **(B)**  $\vec{u} = (3; -1).$
- (c)  $\vec{u} = (1; 3)$ .
- $\vec{u} = (-1; 3).$

**CÂU 23.** Cho đường thẳng (d): 3x + 2y - 10 = 0, vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của (d)?

- (A)  $\vec{u} = (3; -2)$ .
- **(B)**  $\vec{u} = (3; 2).$
- $\vec{c}$ )  $\vec{u} = (-2; -3)$ .
- $(\mathbf{D}) \vec{u} = (2; -3).$

### Viết PTTS của đường thẳng

Để lập PTTS của đường thẳng  $\Delta$  ta cần xác đinh một điểm  $M(x_0; y_0) \in \Delta$  và một vecto chi phương  $\vec{u} = (u_1; u_2)$ .

Vậy PTTS đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2. \end{cases}$ 

#### 1. Ví du minh hoa

**VÍ DỤ 1.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTTS đường thẳng  $\Delta$  biết  $\Delta$  đi qua M(1;2) và có vec-to chỉ phương  $\vec{u} = (-1; 3)$ .

**VÍ DU 2.** Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d đi qua A(1;2), B(3;1). Viết PTTS đường thẳng d.

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d đi qua M(-2;3) và song song với đường thẳng EF. Biết E(0; -1), F(-3; 0). Viết PTĐT d.

### 2. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Điểm nào trong các điểm sau thuộc đường thẳng d:  $\begin{cases} x=5-2t \\ y=t \end{cases}, t \in \mathbb{R}?$  **A** N(3;0). **B** P(-2;1). **C** Q=(5;0). **D** M=(2;1)

**CÂU 2.** Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm A(3;-4), B(0,6). Viết PTTS của đường thẳng

**CÂU 3.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\begin{cases} x=3+4t \\ u=-4+t \end{cases}$ . Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng  $\Delta$ ?

(A) M(19; 1).

**B** N(19;0).

(c) P(19; 2).

**CÂU 4.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $d:\begin{cases} x=3-2t\\ y=1+3t \end{cases}$ . Một vectơ chỉ phương

của đường thẳng d là

(A)  $\vec{u} = (2; 3)$ .

**B**)  $\vec{u} = (3; 2)$ .

 $(\mathbf{C}) \vec{u} = (-2; -3).$   $(\mathbf{D}) \vec{u} = (2; -3).$ 

**CÂU 5.** Trong mặt phẳng Oxy, nếu một đường thẳng  $\Delta$  có hệ số góc là k thì  $\Delta$  có một vecto chỉ phương là

(A)  $\vec{u} = (k; 1)$ .

**(B)**  $\vec{u} = (k; -1).$ 

 $\vec{c}$ )  $\vec{u} = (1; k)$ .

 $(\mathbf{D}) \vec{u} = (-1; k).$ 

**CÂU 6.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTTS của đường thẳng d đi qua điểm A(1;-4) có một

(a)  $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 4 + 9t \end{cases}$ (b)  $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 - 9t \end{cases}$ (c)  $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 + 9t \end{cases}$ (d)  $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 - 4t \end{cases}$ 

**CÂU 7.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTTS của đường thẳng d đi qua điểm A(3,-5) có hệ  $s\hat{o}$  góc k = -3.

 $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -5 + 3t \end{cases}$  **B**  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -5 - 3t \end{cases}$  **C**  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -5 + t \end{cases}$  **D**  $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -5 + t \end{cases}$ 

**CÂU 8.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTTS đường thẳng d đi qua điểm A(0;-4) và song song với đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\begin{cases} x = 2018 + 2t \\ y = 10 - t. \end{cases}$   $\begin{cases} x = -2t \\ y = -4 + t \end{cases}$   $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = -1 \end{cases}$   $\begin{cases} x = -2t \\ y = 4 + t \end{cases}$   $\begin{cases} x = -2t \\ y = 2t \end{cases}$ 

**CÂU 9.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTTS của đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm M(5; -2) và có vecto pháp tuyến  $\vec{n} = (4; -3)$ (a)  $\begin{cases} x = 8 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  (b)  $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$  (c)  $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$ 

**CÂU 10.** Cho đường thẳng d:  $\begin{cases} x=2+3t \\ y=5-4t \end{cases}$ . Điểm nào sau đây không thuộc d?

(A) A(5;3).

**(B)** B(2;5).

 $(\mathbf{C}) C(-1; 9).$ 

**CÂU 11.** Cho đường thẳng d:  $\begin{cases} x=2-3t \\ y=-1+2t \end{cases}$  và điểm  $A\left(\frac{7}{2};-2\right)$ . Điểm  $A\in d$  ứng với giá

trị nào của t?

$$B) t = \frac{1}{2}.$$

**B** 
$$t = \frac{1}{2}$$
. **C**  $t = -\frac{1}{2}$ .

**CÂU 12.** Viết PTTS của đường thẳng d đi qua điểm M(1; -3) và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (-2; 1).$   $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$   $\vec{v} = \begin{bmatrix} x = -2 + t \\ y = 1 - 3t \end{bmatrix}$   $\vec{v} = \begin{bmatrix} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \end{bmatrix}$   $\vec{v} = \begin{bmatrix} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \end{bmatrix}$ 

$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$$

$$\bigcirc \begin{cases} x = -1 + 2 \\ y = 3 - t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = -7t \end{cases}.$$

$$\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 7t \end{cases}.$$

$$\begin{cases} x = 5 - 7t \\ y = 5t \end{cases}$$

$$\bigcirc \begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = 5t \end{cases}.$$

**CÂU 15.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$ . Tìm điểm Mcó tọa độ nguyên nằm trên đường thẳng  $\Delta$  và cách điểm A(0;1) một khoảng bằng 5.

(A) M(-4,4).

**(B)** M(4;4).

(c) M(0; 2).

**(D)** M(8;5).

**CÂU 16.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\Delta$ :  $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$ . Có bao nhiêu điểm thuộc đường thẳng  $\Delta$  và cách điểm A(0;1) một khoảng bằng 5

**A** 1.

**CÂU 17.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$ . Gọi M(a;b) là giao điểm của đường thẳng  $\Delta$  với đường thẳng d: x+y+1=0. Tính  $a^2+b^2$ . (a)  $a^2+b^2=4$ . (b)  $a^2+b^2=3$ . (c)  $a^2+b^2=5$ . (d)  $a^2+b^2=5$ .

 $\mathbf{\hat{C}} \ a^2 + b^2 = 5. \qquad \mathbf{\hat{D}} \ a^2 + b^2 = 1.$ 

**CÂU 18.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$  và A(0;1). Gọi

M(a;b) là điểm trên  $\Delta$  sao cho AM ngắn nhất. Tính a+b.  $\bigcirc \frac{9}{5}$ .  $\bigcirc \bigcirc \frac{11}{5}$ .

**CÂU 19.** Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có A(1;1), B(-2;5) trọng tâm G thuộc đường thẳng  $\Delta_1$  có phương trình  $\begin{cases} x \\ y = \frac{1-2t}{2} \end{cases}$ , đỉnh C thuộc đường thẳng  $\Delta_2$  có phương

trình  $\begin{cases} x = k \\ y = 1 - k \end{cases}$ . Tìm tọa độ điểm C.

(A) C(13; -12).

**B** C(14; -13).

C(15;-14).

C(16; -15).

**CÂU 20.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD biết A(-1;2) và phương trình của một đường chéo là  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$ . Biết tọa độ điểm C(a;b). Tính  $a \cdot b$ .

 $(\mathbf{C})$  1.

**CÂU 21.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm A(-1;2), B(-2;3). Gọi I(a;b) là điểm thuộc đường thẳng  $\Delta$  :  $\begin{cases} x=t \\ y=3t+10 \end{cases}$  sao cho IA=IB. Tính  $a^2+b^{2018}$ .

**D** 1000.

**CÂU 22.** Viết PTTS của đường thẳng đi qua 2 điểm A(3; -7) và B(1; -7)

$\overline{}$	 C	/ 1	ч	$\frown$	
		( I	м		

**CÂU 23.** Viết PTTS của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với đường thẳng  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$   $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$   $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$   $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$   $\begin{cases} x = -3t \\ y = 4t \end{cases}$   $\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t \end{cases}$   $\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t \end{cases}$ 

$$\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$$

$$\bigcirc \begin{cases} x = -3t \\ y = 4t \end{cases}.$$

$$\bigcirc \begin{cases} x = 3t \\ y = -4t \end{cases}.$$

**CÂU 24.** Viết PTTS của đường thẳng d đi qua A(-1,2) và vuông góc với đường thẳng

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}.$$

$$\bigcirc \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$$

**CÂU 25.** Cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là A(-1;1), B(4;7), C(3;-2), M là trung điểm của đoạn thẳng AB. PTTS của đường thẳng CM là

(a) 
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \end{cases}$$
 (b)  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$  (c)  $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$ 

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$$

PTTS của đường thẳng d đối xứng với  $\Delta'$  qua  $\Delta$ .

**CÂU 27.** Trong mặt phẳng Oxy, cho A(-1;2), B(3;1) và đường thẳng  $\Delta:\begin{cases} x=1+t\\ y=2+t \end{cases}$ . Biết tọa độ điểm C(a;b), a>0 thuộc  $\Delta$  sao cho tam giác ABC cân tại B. Tính 2a-b.

$$(\mathbf{A})$$
  $-1$ .

$$\mathbf{C}$$
  $-3$ 

**CÂU 28.** Trong mặt phẳng Oxy, cho A(-1;2), B(3;1) và đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \end{cases}$ . Có

bao nhiêu điểm C thuộc đường thẳng thuộc  $\Delta$  sao cho tam giác ABC đều?  $\bigcirc$  0. **(D)** 3.

**CÂU 29.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD biết A(-1;2) và phương trình của một đường chéo là  $\begin{cases} x=-1+2t\\ y=-2t \end{cases}$ . Biết tọa độ điểm B(a;b),b>0. Tính a.b.

$$(B) - 6.$$

**CÂU 30.** Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có M(-1;1) là trung điểm của BC, và

 $AB: \begin{cases} x = k \\ y = \frac{-2k - 3}{6}, \ AC: \ \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \end{cases}. \ \text{Viết PTTS của } BC. \end{cases}$   $\textcircled{\textbf{A}} \ BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}. \\ \textcircled{\textbf{C}} \ BC: \begin{cases} x = -1 - 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}. \\ \textcircled{\textbf{D}} \ BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 4t' \end{cases}. \\ \textcircled{\textbf{D}} \ BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 - 4t' \end{cases}.$ 

$$\textbf{A} BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}$$

$$BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 4t' \end{cases}$$

$$\bigcirc BC : \begin{cases} x = -1 - 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}.$$

**CÂU 31.** Cho đường thẳng d có PTTS  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 - t \end{cases}$ , và điểm M(2;4). Tìm tọa độ điểm M'đối xứng với M qua đường thẳng d.

(a)  $M'\left(\frac{12}{5}; \frac{26}{5}\right)$ .

(b)  $M'\left(-\frac{12}{5}; \frac{26}{5}\right)$ .

(c)  $M'\left(\frac{11}{5}; \frac{23}{5}\right)$ .

(d)  $M'\left(\frac{11}{5}; -\frac{23}{5}\right)$ .

$$\mathbf{A} M' \left( \frac{12}{5}; \frac{26}{5} \right)$$

**B** 
$$M'\left(-\frac{12}{5}; \frac{26}{5}\right)$$

$$\bigcirc M'\left(\frac{11}{5}; \frac{23}{5}\right)$$

Lập phương trình tổng quát của đường thẳng

Để lập phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  ta cần xác định một điểm  $M(x_0; y_0) \in \Delta$  và một vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (a; b)$ .

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$ :  $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$  hay  $\Delta$ : ax + by = c với  $c = -(ax_0 + by_0)$ .

**VÍ DU 1.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm M(-1;5) và có vector pháp tuyến  $\vec{n} = (-2, 3)$ . Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$ .

**VÍ DỤ 2.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm N(2;3) và vuông góc với đường thẳng AB với A(1;3), B(2;1). Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$ .

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua A(-1;2) và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$ : 2x - y + 4 = 0.

**VÍ DỤ 4.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\begin{cases} x=1+2t \\ u=-3-t \end{cases}$ .

- a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$ .
- b) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm N(4;2) và vuông góc với

**VÍ DỤ 5.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d đi qua điểm A(1; -3) và song song với đường thẳng l: 3x + y - 10 = 0. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng d.

**VÍ DỤ 6.** Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có A(1;1), B(2;5) và C(-4;3).

- a) Lập phương trình tổng quát của đường thẳng chứa cạnh AB.
- b) Lập phương trình tổng quát của đường cao xuất phát từ đỉnh C.
- c) Lập phương trình tổng quát của trung tuyến xuất phát từ đỉnh A.

**VÍ DU 7.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình x-y+1=0 và điểm A(0;3).

- a) Lập phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d.
- b) Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d.

### 1. Bài tâp trắc nghiêm

**CÂU 1.** Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm A(-1;3) và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}=(2;1)$ .

$$(A)$$
  $2x + y + 1 = 0.$ 

$$\mathbf{B} - x + 3y - 1 = 0$$

**(c)** 
$$2x + y - 5 = 0$$
.

**B** 
$$-x + 3y - 1 = 0$$
. **C**  $2x + y - 5 = 0$ . **D**  $2x + y - 1 = 0$ .

**CÂU 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho 2 điểm A(1; -4), B(3, 2). Phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB là

(A) 
$$3x + y + 1 = 0$$
.

**B**) 
$$x + y - 1 = 0$$
.

$$\mathbf{c}$$
  $3x - y + 4 = 0$ .

**CÂU 3.** Cho đường thẳng d có PTTS  $\begin{cases} x=5+t \\ y=-9-2t \end{cases}$ . Phương trình tổng quát của d là

$$\mathbf{A}$$
  $x + 2y + 1 = 0$ .

**B**) 
$$2x + y - 1 = 0$$
.

**(B)** 
$$2x + y - 1 = 0$$
. **(C)**  $-2x + y - 1 = 0$ . **(D)**  $2x + 3y - 1 = 0$ .

$$(\mathbf{D}) 2x + 3y - 1 = 0$$

**CÂU 4.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm A(2;-1), B(3;2) là

$$(A) x + 3y - 9 = 0.$$

**B**) 
$$x + 3y + 1 = 0$$
.

$$\bigcirc 3x - y - 7 = 0.$$

$$\mathbf{D} 3x - y - 5 = 0.$$

**CÂU 5.** Đường thẳng d: 4x - 3y + 5 = 0. Một đường thẳng  $\Delta$  đi qua gốc toa độ và vuông góc với d có phương trình là

**B** 
$$3x - 4y = 0$$
.

$$(c)$$
  $4x - 3y = 0.$ 

$$(\mathbf{D})4x + 3y = 0.$$

**CÂU 6.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có A(2;-1), B(4;5) và C(-3;2). Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A.

$$\mathbf{A}$$
  $-3x + 7y + 13 = 0.$ 

**(B)** 
$$7x + 3y + 13 = 0$$
.

$$(c) 3x + 7y + 1 = 0.$$

$$(\mathbf{D}) 7x + 3y - 11 = 0.$$

### Bài 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẨNG. GÓC VÀ KHOẨNG CÁCH

# A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

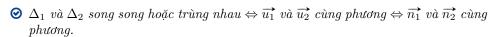
### 1. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

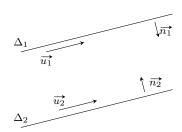
Trên mặt phẳng tọa độ, xét hai đường thẳng  $\Delta_1$ :  $a_1x+b_1y+c_1=0$  và  $\Delta_2$ :  $a_2x+b_2y+c_2=0$ . Khi đó, tọa độ giao điểm (nếu có) của  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$
 (\*)

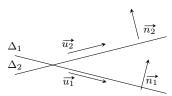
- $\odot$   $\Delta_1$  cắt  $\Delta_2$  tại  $M(x_0;y_0)$  khi và chỉ khi hệ (\*) có nghiệm duy nhất  $(x_0;y_0)$ .
- $\bigcirc$   $\Delta_1$  song song với  $\Delta_2$  khi và chỉ khi (\*) vô nghiệm.
- $\bigcirc$   $\Delta_1$  trùng  $\Delta_2$  khi và chỉ khi hệ (\*) có vô số nghiệm.

Dựa vào các véc-tơ chỉ phương  $\overrightarrow{u_1}$ ,  $\overrightarrow{u_2}$  hoặc các véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_1}$ ,  $\overrightarrow{n_2}$  của  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  ta có





 $\odot$   $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  cắt nhau  $\Leftrightarrow$   $\overrightarrow{u_1}$  và  $\overrightarrow{u_2}$  không cùng phương  $\Leftrightarrow$   $\overrightarrow{n_1}$  và  $\overrightarrow{n_2}$  không cùng phương.



### 2. Góc giữa hai đường thẳng

Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành bốn góc, số đo của góc không tù được gọi là số đo góc (hay đơn giản là góc) giữa hai đường thẳng.

Góc giữa hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau được quy ước bằng  $0^{\circ}$ .

Cho hai đường thẳng  $\Delta_1$ :  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $\Delta_2$ :  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ , với các véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_1} = (a_1; b_1)$  và  $\overrightarrow{n_2} = (a_2; b_2)$  tương ứng. Khi đó, góc  $\varphi$  giữa hai đường thẳng đó được xác định thông qua công thức

$$\cos \varphi = |\cos (\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2})| = \frac{|\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}| \cdot |\overrightarrow{n_2}|} = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

### 3. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho điểm  $M(x_0; y_0)$  và đường thẳng  $\Delta \colon ax + by + c = 0$ . Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng  $\Delta$ , ký hiệu là  $d(M, \Delta)$ , được tính bởi công thức

$$d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

### B. CÁC DẠNG TOÁN



#### Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

#### Phương pháp chung

- Xét hệ phương trình tạo bởi hai đường thẳng.
- Tìm số nghiệm của hệ phương trình, từ đó kết luận vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.



Ta có thể xét theo trình tự:

- ❷ Kiểm tra hai véc-tơ chỉ phương (hoặc hai véc-tơ pháp tuyến) của hai đường thẳng có cùng phương hay không.
- ❷ Nếu chúng không cùng phương ⇒ hai đường thẳng cắt nhau. Nếu chúng cùng phương, kiểm tra một điểm bất kỳ thuộc đường thẳng này có thuộc đường thẳng kia hay không.

#### 1. Ví du minh hoa

**VÍ DỤ 1.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xét vị trí tương đối giữa đường thẳng  $\Delta \colon x-3y+1=0$  và mỗi đường thẳng  $d_1 \colon x+y-2=0$  và  $d_2 \colon -2x+6y+5=0$ .

**VÍ DỤ 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng d: 3x - 4y + 1 = 0 và  $\Delta$ :  $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ 

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng lần lượt có phương trình  $\Delta_1 \colon 3x - 2y + 4 = 0$ ,  $\Delta_2 \colon 2x + y + 5 = 0$ . Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$ .

**VÍ DỤ 4.** Đường thẳng  $\Delta \colon 5x - y = 10$  tạo với các trục tọa độ tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

**VÍ DỤ 5.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hai đường thẳng  $d_1 : mx + y - m - 1 = 0$  và  $d_2 : x + my - 2 = 0$  song song với nhau khi và chỉ khi

**VÍ DỤ 6.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình  $d_1: 5x - 6y - 4 = 0$ ,  $d_2: x + 2y - 4 = 0$ ,  $d_3: mx - (2m - 1)y + 9m - 19 = 0$  (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm?

**Vì Dụ 7.** Trong mặt phẳng Oxy, cho P(1;3), Q(2;-1) và đường thẳng d: x+y+2=0. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng PQ và d.

#### 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng  $d_1: 2x-y+2=0$  và  $d_2: -4x+2y+1=0$ . Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

**BÀI 2.** Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng  $d_1$ : x = 2 và  $d_2$ : x + 2y - 4 = 0. Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

**BÀI 3.** Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng  $d_1$ :  $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$  và  $d_2$ :  $\begin{cases} x = 4 + t' \\ y = -3 + 3t' \end{cases}$ .

Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

**BÀI 4.** Cho hai đường thẳng  $d\colon mx-2y+1=0$  và  $\Delta\colon 2x+y-3=0$ . Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và  $\Delta$ 

- a) Cắt nhau.
- b) Song song.
- c) Trùng nhau.

**BÀI 5.** Cho hai đường thẳng d: 2mx + (m-1)y - 2 = 0 và  $\Delta: (m+2)x + (2m+1)y - (m+2) = 0$ . Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và  $\Delta$ 

a) Cắt nhau.

$\sim$ 11		NOT	П
<b>SU</b>	ICK	IVOI	Е

.....

.....

.....

.....

- b) Song song.
- c) Trùng nhau.

**BÀI 6.** Cho hai đường thẳng d: (m-2)x + (m-6)y + (m-1) = 0 và  $\Delta: (m-4)x + (2m-3)y + m - 5 = 0$ . Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và  $\Delta$ 

- a) Cắt nhau.
- b) Song song.
- c) Trùng nhau.

**BÀI 7.** Cho điểm A(2;1) và hai đường thẳng  $d_1: 3x-2y+10=0$ ,  $d_2: 4x+3y-7=0$ . Viết PTĐT d qua A và giao điểm của hai đường thẳng  $d_1$ ,  $d_2$ .

**BÀI 8.** Tìm tất cả các giá trị của m để ba đường thẳng  $d_1$ : x+y+1=0,  $d_2$ : 3x+5y=-1,  $d_3$ : (m+1)x-my=3m+4 đồng quy.

**BÀI 9.** Viết PTDT  $d_2$  đi qua A(1;1) và song song với đường thẳng  $d_1: 2x - y + 1 = 0$ .

**BÀI 10.** Cho ba đường thẳng  $d_1$ : 3x - 5y + 2 = 0,  $d_2$ : 5x - 2y + 4 = 0 và  $d_3$ : 2x - y + 4 = 0. Viết PTDT d qua giao điểm của hai đường thẳng  $d_1$ ,  $d_2$  và song song với đường thẳng  $d_3$ .

**BÀI 11.** Cho ba đường thẳng  $d_1$ : x - 2y + 5 = 0,  $d_2$ : 2x + 3y - 4 = 0 và  $d_3$ : 4x - 3y + 5 = 0. Viết PTĐT d qua giao điểm của hai đường thẳng  $d_1$ ,  $d_2$  và vuông góc với đường thẳng  $d_3$ .

**BÀI 12.** Cho tam giác ABC có A(0;-1), B(2;-3), C(2;0).

- a) Viết phương trình các đường trung tuyến của tam giác.
- b) Viết phương trình các đường cao của tam giác.
- c) Viết phương trình các đường trung trực của tam giác ABC.

**BÀI 13.** Viết PTDT d song song với đường thẳng  $\Delta \colon 3x - 4y + 2 = 0$  và cách A(2;3) một khoảng h = 1.

**BÀI 14.** Viết PTĐT  $\Delta$  song song và cách đường thẳng d: 2x+3y-8=0 một khoảng bằng  $\sqrt{13}$ .

**BÀI 15.** Viết PTĐT d song song với đường thẳng  $\Delta \colon 2x - y + 3 = 0$  và cách  $\Delta$  một khoảng  $h = \sqrt{5}$ .

**BÀI 16.** Viết PTDT d đi qua điểm A(-1;2) và cách B(3;5) một khoảng bằng 3.

**BÀI 17.** Viết PTĐT đi qua điểm M(2;5) và cách đều hai điểm P(-1;2), Q(5;4).

### 2

#### Góc giữa hai đường thẳng

Nắm vũng định nghĩa, công thức tính góc giữa hai đường thẳng.

#### 1. Ví dụ minh hoạ

**VÍ DỤ 1.** Tìm số đo góc giữa hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  trong các trường hợp.

**VÍ DỤ 2.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, tính góc giữa đường thẳng  $\sqrt{3}x-y+1=0$  và trục hoành.

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng Oxy, tìm tất cả các giá trị m để hai đường thẳng d: (2m-1)x + my - 10 = 0 và  $\Delta$ : 3x + 2y + 6 = 0 vuông góc với nhau.

**VÍ DỤ 4.** Trong mặt phẳng Oxy, tìm m để hai đường thẳng  $d_1\colon 2x-3y-10=0$  và  $d_2\colon\begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases}$  vuông góc với nhau.

**VÍ DỤ 5.** Trong mặt phẳng Oxy, tìm giá trị của m để hai đường thẳng  $d_1: mx+y-m-1=0$ và  $d_2$ : x + my - 2 = 0 song song với nhau.

**VÍ DỤ 6.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng x + my - 3 = 0 hợp với đường thẳng x + y = 0 một góc  $60^{\circ}$ .

**VÍ DU 7.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTĐT d đi qua A(0;1) và tạo với đường thẳng  $\Delta: x+1$ 2y - 7 = 0 một góc  $45^{\circ}$ .

#### 2. Bài tấp tư luân

**BÀI 1.** Cho hai đường thẳng  $d_1: 2x-4y-3=0$  và  $d_2: 3x-y+17=0$ . Số đo góc giữa  $d_1$ và  $d_2$  là

**BÀI 2.** Tính góc giữa hai đường thẳng  $d_1: x + 2y + 4 = 0$  và  $d_2: x - 3y + 6 = 0$ .

**BÀI 3.** Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng  $d_1$ : 6x - 5y + 15 = 0 và  $d_2$ :  $\begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t. \end{cases}$ 

**BÀI 4.** Tính cô-sin của góc giữa hai đường thẳng  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$  và  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ 

**BÀI 5.** Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng  $\begin{cases} x=9+at \\ y=7-2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng 3x + 4y - 2 = 0 bằng  $45^{\circ}$ .

**(A)** 
$$a = 1, a = -14.$$
 **(B)**  $a = \frac{2}{7}, a = -14.$  **(C)**  $a = -2, a = -14.$  **(D)**  $a = \frac{2}{7}, a = 14.$ 

**B** 
$$a = \frac{2}{7}, a = -14$$

$$a = -2, a = -14.$$

$$\mathbf{D} a = \frac{2}{7}, a = 14$$

#### Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Nắm được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thắng.

#### 1. Ví du minh hoa

**VÍ DỤ 1.** Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau

 $\bigcirc$  M(-2;1) và d: 2x - 3y + 5 = 0;

$$\mathbf{\Theta} \ M(1; -3) \text{ và } d: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases};$$

$$\mathbf{\Theta} \ M(0;0) \text{ và } d \colon \frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1.$$

**VÍ DỤ 2.** Cho  $\triangle ABC$  có A(3;4), B(1;1) và C(2;1). Tính độ dài đường cao kẻ từ A của  $\triangle ABC$ .

**VÍ DỤ 3.** Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng  $\Delta\colon \begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \end{cases}$  và cách trục tung một khoảng bằng 3.

**VÍ DỤ 4.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng  $\Delta_1: 7x +$ y-3=0 và  $\Delta_2$ : 7x+y+12=0.

**VÍ DỤ 5.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm điểm M trên đường thẳng d:  $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$  để nó cách điểm A(0;4) một khoảng là 1.

**VÍ DU 6.** Trong mặt phẳng Oxy, tìm tọa độ điểm A có hoành độ dương, thuộc đường thẳng  $\int x = 3 + t$  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$ , cách đường thẳng  $d \colon 2x - y - 3 = 0$  một khoảng là  $2\sqrt{5}$ .

**VÍ DỤ 7.** Cho đường thẳng  $\Delta: (m-1)x - my + 2 = 0$  (m là tham số). Tìm m sao cho khoảng cách từ K(0;3) đến  $\Delta$  bằng  $\sqrt{5}$ .

**VÍ DU 8.** Cho đường thẳng  $d\colon 3x-y-1=0$ . Viết PTDT  $\Delta$  song song với d sao cho khoảng cách giữa hai đường thẳng bằng  $\frac{3\sqrt{10}}{}$ 

**VÍ DU 9.** ( từ A đến  $\Delta$ 

5	
. Cho hai điểm $A(-2;0)$ và $B(0;1)$ . Viết PTĐT $\Delta$ đi qua $B$ sao cho khoảng cách	
n $\Delta$ bằng 1.	
GV.VŨ NGOC PHÁT	

<b>∨</b> VNPr	nath - (	096294081	9 🗣
	QUIC	K NOTE	

**VÍ DỤ 10.** Một trạm viễn thông S có toạ độ (5;2). Một người đang ngồi trên chiếc xe khách chạy trên đoạn cao tốc có dạng một đường thẳng  $\Delta$  có phương trình 6x+8y-21=0. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông S. Biết rằng mỗi đơn vị độ dài tương ứng với 1 km.

#### 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Tính khoảng cách từ điểm M(1;4) đến đường thẳng  $\ell \colon 3x - 5y + 2 = 0$ .

**BÀI 2.** Tính khoảng cách từ điểm M(-1;2) đến đường thẳng  $\Delta: 3x - 4y - 4 = 0$ .

**BÀI 3.** Viết phương trình của đường thẳng (D) song song với (D'): 3x + 4y - 1 = 0 và cách (D') một đoạn bằng 2.

**BÀI 4.** Tính khoảng cách d từ điểm M(2;0) đến đường thẳng  $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t. \end{cases}$ 

**BÀI 5.** Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song  $d_1: x-y-3=0$  và  $d_2: x-y-1=0$ .

**BÀI 6.** Cho đường thẳng  $\Delta$ : -(m+1)x + (m+2)y + 6 = 0 (m là tham số). Tìm m sao cho khoảng cách từ M(-1;4) đến  $\Delta$  bằng 5.

**BÀI 7.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm A(2;0), B(0;-2). Độ dài đường cao hạ từ đỉnh O của tam giác OAB là

**BÀI 8.** Cho hai điểm M(-1;2), N(1;0). Viết PTĐT  $\Delta$  đi qua M sao cho khoảng cách từ N đến  $\Delta$  lớn nhất.



Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện góc, khoảng cách

#### 1. Ví du minh hoa

**VÍ DỤ 1.** Trong mặt phẳng hệ trực Oxy, đường thẳng d: x - 2y + 1 = 0. Tìm tọa độ hình chiếu của M(0;8) lên đường thẳng d.

**VÍ DỤ 2.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm A(-1;2), B(-3;2) và đường thẳng  $\Delta \colon 2x-y+3=0$ . Tìm tọa độ điểm  $C\in \Delta$  sao cho tam giác ABC cân ở C.

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm M(3;1) và đường thẳng d:  $\begin{cases} x=-2-2t \\ y=1+2t \end{cases}$ . Tìm tọa độ của điểm đối xứng với điểm M qua d.

**VÍ DỤ 4.** Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm A(0;5) và B(-4;3). Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d:  $\begin{cases} x=1+t\\ y=3-t \end{cases}; t\in \mathbb{R} \text{ sao cho } MA^2+MB^2 \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$ 

**VÍ DỤ 5.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm A(1;1) và B(-2;4) và đường thẳng  $\Delta \colon mx - y + 3 = 0$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để  $\Delta$  cách đều A và B.

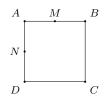
**VÍ DỤ 6.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm A(-1;-2), B(1;-1). Biết tập hợp tất cả các điểm M(x;y) thỏa mãn  $MA^2 - MB^2 = 2$  là một đường thẳng. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó.

**VÍ DỤ 7.** Tìm tất cả các giá trị của m để khoảng cách từ M(-1;2) đến đường thẳng  $\Delta \colon mx+y-m+4=0$  bằng  $2\sqrt{5}$ .

**VÍ DỤ 8.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTĐT d đi qua điểm A(1;2) và cách B(-2;3) một khoảng bằng  $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ .

#### VÍ DŲ 9.

Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có C(7;2). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD. Biết đường thẳng MN có phương trình 3x - 4y + 2 = 0. Tính diện tích S của hình vuông ABCD.



**VÍ DỤ 10.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d: x + y - 3 = 0 và hai điểm M(1;2), N(2;-1). Tìm tọa độ điểm A(a;b) (với a là số nguyên âm) thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác AMN bằng 4.

#### 2. Bài tấp tư luân

- **BÀI 1.** Cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$  và điểm A(0;1).
  - a) Tìm điểm M nằm trên  $\Delta$  và cách điểm A một khoảng bằng 5.
  - b) Tìm điểm N trên  $\Delta$  sao cho AN ngắn nhất.
- **BÁI 2.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1$ : x + 2y + 5 = 0 và  $\Delta_2$ : -3x + 4y = 0. Tìm tọa độ điểm M thuộc  $\Delta_1$  sao cho khoảng cách từ M đến  $\Delta_2$  bằng 1.
- **BÀI 3.** Tìm những điểm nằm trên đường thẳng  $\Delta: 2x + y 1 = 0$  và có khoảng cách đến d: 4x + 3y - 10 = 0 bằng 2.
- **BÀI 4.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm A(1;1) và đường thẳng  $\Delta \colon 2x+3y+4=0$ . Tìm tọa độ điểm B trên đường thẳng  $\Delta$  sao cho đường thẳng AB và  $\Delta$  hợp với nhau góc  $45^{\circ}$ .
- **BÀI 5.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm A(0;2), B(2;-2) và đường thẳng  $d_1: x-1$ y - 1 = 0, đường thẳng  $d_2 : x + y + 1 = 0$ .
  - a) Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng  $d_1$  thỏa mãn MA + MB đạt giá trị nhỏ nhất.
  - b) Tìm tọa độ điểm N trên  $d_2$  sao cho NA + NB đạt giá trị nhỏ nhất.

## C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

**CÂU 1.** Cho PTĐT  $\Delta$ : Ax + By + C = 0  $(A^2 + B^2 \neq 0)$ . Điều kiện nào sau đây để  $\Delta$  song song hoặc trùng với trục hoành?

(**A**) B = 0.

(B)  $A \cdot B \neq 0$ .

(c) A = 0.

**CÂU 2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với đỉnh A(1;2) và H(3;-1)là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC. Khi đó đường thẳng BC có phương trình

(A) 2x - 3y + 4 = 0. (B) 3x + 2y + 7 = 0. (C) 3x + 2y - 7 = 0. (D) 2x - 3y - 9 = 0.

**CÂU 4.** Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $\Delta_1$ :  $\begin{cases} x=22+2t \\ y=55+5t \end{cases}$  và  $\Delta_2$ : 2x+3y-19=0

(5;3).

**B**) (10; 25).

(-1;7).

**CÂU 5.** Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng  $\Delta_1$ :  $\begin{cases} x = 3 + \sqrt{2}t \\ y = 1 - \sqrt{3}t \end{cases}$  và  $\Delta_2$ :  $\begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t \\ y = 1 + \sqrt{2}t \end{cases}$ .

(A) Trùng nhau.

(B) Cắt nhau nhưng không vuông góc.

(C) Song song với nhau.

(D) Vuông góc với nhau.

**CÂU 6.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1$ : x-3y=0,  $\Delta_2$ : -2x+6y-1=0. Tìm mệnh đề đúng.

 $(\mathbf{A}) \Delta_1 \equiv \Delta_2.$ 

 $\bigcirc$   $\Delta_1 // \Delta_2$ .

 $lackbox{D} \Delta_1 \text{ cắt } \Delta_2 \text{ tại } A\left(\frac{1}{12}; \frac{1}{4}\right).$ 

**CÂU 7.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta_1$ :  $\begin{cases} x=2-5t \\ y=-1+mt \end{cases}$ ,  $\Delta_2$ : x-3y=0. Giá

**CÂU 8.** Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm M(1;2) và đường thẳng  $\Delta: x+y+1=0$ . Khoảng cách từ Mđến đường thẳng  $\Delta$  bằng

 $\sqrt{2}$ 

(**c**)  $4\sqrt{2}$ .

 $(\mathbf{D}) 2\sqrt{2}$ .

7,4,4,1,4,1,1				
QUICK NOTE	CÂU 9. Trong n	nặt phẳng $Oxy,$ khoảng c	ách từ điểm $M(5;-1)$ đế	n đường thẳng $\Delta$ : $\begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = -4 + 3 \end{cases}$
	$(t \in \mathbb{R})$ bằng		0	6
	$\mathbf{A} \frac{6}{\sqrt{10}}$ .	<b>B</b> 0.	$\mathbf{c} \frac{8}{\sqrt{10}}$ .	$\bigcirc$ $\frac{6}{\sqrt{26}}$ .
	CÂU 10. Tính l	khoảng cách từ $M(1;-1)$	) đến đường thẳng $\Delta:3$	x - 4y - 17 = 0.
	<b>A</b> 2.	<b>B</b> $-\frac{18}{5}$ .		
		· ·		V 9
	bằng	ig cách giữa hai dưỡng th	ang song song $d: 3x+4y$	$y = 0 \text{ và } d' \colon 3x + 4y - 10 = 0$
	<b>A</b> 7.	<b>B</b> 2.	<b>©</b> 10.	<b>D</b> 5.
	<b>CÂU 12.</b> Tìm t $mx + y - m + 4$		để khoảng cách từ $M(-$	-1;2) đến đường thẳng $\Delta$ :
			$\bigcirc m = -2.$	<b>D</b> $m = -2, m = \frac{1}{2}.$
	CÂU 13. Trong	mặt phẳng $Oxy$ , đường	thẳng $d: ax + by + c =$	= 0 đi qua điểm $A(1;2)$ và
	cách $B(-2;3)$ m	nột khoảng bằng $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ . I	Biết $a, b$ là các số nguyên	n dương và $\frac{b}{a}$ tối giản. Tính
		T = 3a + 2b + 1.		a
	<b>A</b> 3.	<b>B</b> 0.	<b>©</b> 9.	<b>D</b> 12.
	_			x-4y+m+4=0 và điểm
	M(1;2). Gia trị $M(1;2)$ . Hia trị $M(1;2)$ . Hia trị $M(1;2)$ .	dương của $m$ để khoảng $\mathbf{B}$ $m=2$ .	$\mathbf{C}$ cach tu $M$ den duong $\mathbf{C}$ $m=9$ .	thang $\Delta$ bang 2 Ia
				ong với (d): $2x - y + 3 = 0$
		khoảng bằng $2\sqrt{5}$ .	, ,	
		+13 = 0.		+13=0
			$\bigcup_{x \in \Delta_2: 2x - y} \Delta_2 : 2x - y$	-7 = 0 $+10 = 0$
	$\bullet$ $\Delta$ : $2x - y$	-7=0.	$\begin{array}{ c c c c } \hline \mathbf{D} & \Delta_1 \colon 2x & y \\ \Delta_2 \colon 2x - y & \vdots \\ \hline \end{array}$	-4=0
		. 2		
	CAU 16. Trong	mặt phẳng tọa độ $Oxy$	cho hai đường thắng $\Delta$	$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + t \end{cases} $ và $\Delta'$ : $2x + $
	y - m + 1 = 0.7	Tính tổng các giá trị của	tham số $m$ để khoảng c	cách từ điểm $M(1;-2)$ đến
	hai đường thẳng  A 12.	$\mathbf{B}$ 0.	<b>©</b> 2.	<b>D</b> 10.
		_		. Gọi $\Delta$ là đường thẳng có
	phương trình ax	$c + by - c = 0 \ (a, b, c \in \mathbb{R})$	$\mathbb{N}$ và $a, b, c \leq 10$ ). Biết r	ằng $A \in \Delta$ và tổng khoảng
	cách từ $B$ và $C$ $A S = 18.$	đến $\Delta$ là lớn nhất. Tính $S = 22$		$\bigcirc$ $S = 10.$
		$\overline{}$		
	CÂU 18. Cho đ	Tường thẳng $d_1$ : $\begin{cases} x = 2 \\ y = - \end{cases}$	$\frac{1}{3t}$ và đường thẳng $d_2$ :	2x+y-5=0.Biết $M$ là
	giao điểm của h	ai đường thẳng $d_1$ và $d_2$	. Tìm tọa độ điểm $M$ .	
	(A) M(-1; -3)		M(3;-3).	
	CÂU 19. Cho đ	Tường thẳng $d_1$ : $\begin{cases} x = 2t \\ y = 5 \end{cases}$	$d_2$ , $d_2$ : $x - 2y + 2 = 0$	. Tìm tọa độ giao điểm của
	hai đường thẳng	g $d_1$ và $d_2$ .		
	$\bullet$ $I(2;-1).$	I(-2;8).	$\bigcirc$ $I(-4;11).$	$lackbox{D} I(2;2).$
	CÂU 20. Cho đ	tường thẳng $d: 2x - 3y +$	-1 = 0. Mệnh đề nào sa	u đây <b>sai</b> ?
	lack $d$ song sor	ng với đường thẳng $\Delta\colon \left. \left.  ight.  ight.  ight. \left. \left.  ight.  ight.  ight. \left. \left.  ight.  ight. \left. \left.  ight.  ight.  ight.  ight.  ight.  ight.  ight.  ight.  ight. \left. \left.$	x = 2 - 3t	
		véc-tơ chỉ phương của $d$		
		vec-to chi phương của $a$ óc với đường thẳng $\Delta'$ : :		
	$\bigcirc$ $\bigcirc$ $d$ có hệ số	0	-	
		- 7		

CÂU 21. Khẳng định nào sau đây sai?

 ${\color{red} {\color{blue} {\color{blue} A}}}$  Đường thẳng  $\Delta \colon y-1=0$  song song với truc tung.

- (B) Đường thẳng  $\Delta$ : 2x 7y + 2 = 0 cắt hệ trục tọa độ tại hai điểm phân biệt.
- (c) Đường thẳng  $\Delta$ : x-2=0 song song với trục hoành.
- (**D**) Đường thẳng  $\Delta$ : 2x 7y = 0 đi qua gốc tọa độ.

**CÂU 22.** Đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng AB với A(-2;1) và B(4;3). Đường thẳng  $\Delta$  có một véc-tơ chỉ phương là

- (A)  $\vec{c} = (1; -3)$ .
- **(B)**  $\vec{a} = (3; 1)$ .
- $\vec{\mathbf{C}}$   $\vec{d} = (1;3).$   $\vec{\mathbf{D}}$   $\vec{b} = (3;-1).$

**CÂU 23.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng  $\Delta$  đi qua A(1;1) và vuông góc với d: 4x + 2y + 1 = 0 có phương trình là

- $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 4t \end{cases} \qquad \bigcirc \begin{cases} x = 1 2t \\ y = 1 4t \end{cases} \qquad \bigcirc \begin{cases} x = 1 4t \\ y = 1 2t \end{cases}$

**CÂU 24.** Đường thẳng nào sau đây đi qua A(1;1) và song song với đường thẳng 2x+3y0?

- **(A)** 4x + 6y 10 = 0. **(B)** 2x + 3y 7 = 0. **(C)** 3x 2y 1 = 0. **(D)** x y + 3 = 0.

**CÂU 25.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng qua A(2;1) và song song với đường thẳng 2x + 3y - 2 = 0 có phương trình tổng quát là

- **(A)** x y + 3 = 0. **(B)** 2x + 3y 7 = 0. **(C)** 3x 2y 4 = 0. **(D)** 4x + 6y 11 = 0.

**CÂU 26.** Đường thẳng đi qua M(2;0), song song với đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 1 - t \end{cases}$  có

phương trình tổng quát

(A) x + 5y - 2 = 0.

**B** 5x - y - 10 = 0.

 $(\mathbf{C}) x + 5y + 1 = 0.$ 

 $(\mathbf{D}) 2x + 10y - 13 = 0.$ 

**CÂU 27.** Viết PTĐT d đi qua điểm I(4;-1) và vuông góc với đường thẳng  $\Delta: x+y-2017 =$ 

- (A) x y + 5 = 0.
- **B**) x y 5 = 0.
- **(c)** 4x y + 5 = 0. **(D)** 4x y 5 = 0.

**CÂU 28.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình tổng quát của đường thẳng d qua điểm M(2; -3) và song song với đường thẳng  $\Delta: 2x - y + 5 = 0$ .

(A) d: 2x - y - 7 = 0.

**(B)** d: x - 2y - 8 = 0.

**(c)** d: 2x - y + 7 = 0.

**(D)** d: x + y + 4 = 0.

**CÂU 29.** Tìm PTTS của đường thẳng đi qua điểm M(-1;2) và vuông góc với đường thẳng

**CÂU 30.** Cho đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-1+t \end{cases} \ (t\in\mathbb{R}) \text{ và điểm } M(-1;6). \text{ PTĐT đi qua } M$ 

và vuông góc với  $\Delta$  là

- (A) 3x y + 9 = 0.
- **(B)** x + 3y 17 = 0. **(C)** 3x + y 3 = 0.
- $\mathbf{D}$  x 3y + 19 = 0.

**CÂU 31.** Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có điểm A(3;-4), B(-1;2), C(1;5). PTĐT đi qua trọng tâm của tam giác ABC và song song với đường thẳng AC là

- **(A)** 2x + 9y 11 = 0. **(B)** 9x + 2y + 5 = 0. **(C)** 2x + 9y + 7 = 0. **(D)** 9x + 2y 11 = 0.

**CÂU 32.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hai đường thẳng  $d_1 : mx + y - m - 1 = 0$  và  $d_2$ : x + my - 2 = 0 song song với nhau khi và chỉ khi

- (A) m = 2.
- **(B)**  $m = \pm 1$ .
- (**C**) m = 1.
- **(D)** m = -1.

**CÂU 33.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình  $d_1: 5x - 6y - 4 = 0; d_2: x + 2y - 4 = 0; d_3: mx - (2m - 1)y + 9m - 19 = 0$  ( m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm?

- **(A)** m = 1.
- **(B)** m = -1.
- (**c**) m = -2.
- **(D)** m = 2.

**CÂU 34.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d: x + 2y - 3 = 0. Đường thẳng nào sau đây song song với d?

- **(A)** 4x + 8y 12 = 0. **(B)** 2x y + 3 = 0. **(C)** -x 2y + 1 = 0. **(D)** x 2y + 3 = 0.

**CÂU 35.** Gọi d là đường thẳng qua M(4, -3) và song song với đường thẳng y = 2x - 4

- $(\mathbf{A})$  d không có điểm nào có tọa độ là số nguyên chẵn.  $(\mathbf{B}) d$  đi qua điểm (10; 10).
- (C) Cả A và B đều sai.
- (D) Cả A và B đều đúng.

QUICK NOTE	Vi et PTDT $d$ đi	qua giao điểm của $d_1, d_2$	và song song với đườn	$a_1 = 0, \ \Delta : x + 3y - 10 = 0$ ag thẳng $\Delta$ . <b>D</b> $x + 3y - 4 = 0$ .
		t cả các giá trị của tham s + 1 = 0 song song với nh	au.	thẳng $d: m^2x - 6y + m + 6 =$
			$ \mathbf{c} \begin{bmatrix} m = -3 \\ m = 3 \end{bmatrix}. $	$\bigcirc m=3.$
	CÂU 38. Gọi $\alpha$ l(A) $\cos \alpha = \begin{vmatrix} \cos \alpha \\ \cos \alpha \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sin \alpha \end{vmatrix}$	\ /	$AB \text{ và } CD. \text{ Mệnh } \alpha$ $B \cos \alpha = \cos \left(AB \right)$ $D \cos \alpha = - \cos \alpha$	$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ ).
	CÂU 39. Có hai	giá trị $m_1, m_2$ để đường t	-	p với đường thẳng $x+y=0$
	một góc $60^{\circ}$ . Tổn $\bigcirc$	$ \begin{array}{c} \operatorname{ag} m_1 + m_2 \text{ bang} \\ \mathbf{B} 3. \end{array} $	<b>©</b> 4.	$\bigcirc$ $-4$ .
	CÂU 40. Tính có $\frac{3}{\sqrt{5}}$ .	Osin góc giữa hai đường t $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .	hẳng $d_1: x + 2y - 7 = \frac{1}{5}$ .	$0, d_2 \colon 2x - 4y + 9 = 0.$ $0, d_3 \colon \frac{3}{5}.$
	V 9	v o	•	$\sqrt{3}y + 2019 = 0 \text{ và } d_2 \colon y + d_3 \mapsto d_3 \mapsto$
	2020 = 0. Góc gi	$\tilde{u}$ a hai đường thẳng $d_1$ và $(\mathbf{B})$ $120^{\circ}$ .		$\sqrt{3y + 2019} = 0 \text{ va } u_2 \cdot y + 0$
	<b>A</b> ) 60°.		1	
	<b>CAU 42.</b> Cho ha và $d_2$ là	1 dường thắng $d_1: 2x-4$	$4y - 1 = 0; d_2: x - \frac{1}{3}y$	$+4=0$ . Số đo góc giữa $d_1$
	$\frac{\pi}{4}$ .	$\bigcirc \mathbf{B} \frac{\pi}{2}$ .	$\bigcirc$ $-\frac{3\pi}{4}$ .	$\bigcirc$ $-\frac{\pi}{4}$ .
	4	2	4	-
	<b>CÂU 43.</b> Tìm cô	sin góc giữa 2 đường thẳ	$\log \Delta_1 : 10x + 5y - 1 =$	$0 \text{ và } \Delta_2$ : $\begin{cases} x = 1 - t. \end{cases}$
	$\frac{3}{10}$ .		$\odot \frac{3\sqrt{10}}{10}$ .	
	10	10	10	9
	<b>A</b> 30°.	ốc giữa hai đường thẳng <b>B</b> 60°.	3x + y - 1 = 0  va  4x - 6	$2y - 3 = 0.$ <b>D</b> $45^{\circ}.$
	<b>CÂU 45.</b> Cho Tr	rong mặt phẳng tọa độ (	Oxy, cho hai đường th	
	$a_2: x + 3y - t = 135^{\circ}.$	0. Số đo góc tạo bởi đườ ${\color{red} {\bf B}}  45^{0}.$	$\mathbf{c}$ and $\mathbf{c}$ than $\mathbf{c}$ $\mathbf{c}$ $\mathbf{c}$ $\mathbf{c}$ $\mathbf{c}$ $\mathbf{c}$ $\mathbf{c}$	$\bigcirc 90^{0}$ .
	CÂU 46. Trong 1	mặt phẳng $Oxy$ , cho $(d_1)$	$: 2x - y + 5 = 0; (d_2):$	x + y - 3 = 0 cắt nhau tại
	I. PTDT qua $M$ $ax + by + 2 = 0$ .	, , . , . ,	lượt tại $A$ và $B$ sao cho	o $\triangle IAB$ cân tại $A$ có dạng
	T = -1.		$\mathbf{C} T = -9.$	<b>D</b> $T = 11$ .
			1=0 và $M(1;2)$ . Viết	PTĐ T $\Delta$ đi qua $M$ và tạc
	với $d$ một góc $45^{\circ}$	°. = 0 và $\Delta_2$ : $5x + y - 7 =$	= 0	
	_	$+9 = 0 \text{ và } \Delta_2 \colon 3x + y - 1$		
	$\bullet$ $\Delta_1 : 3x - 2x$	$y+1=0 \text{ và } \Delta_2 \colon 5x+y$	-7 = 0.	
		$+9 = 0 \text{ và } \Delta_2 \colon 5x + y -$	7 = 0.	
	<b>CÂU 48.</b> Tìm tọc và $d_2: 3x - 2y +$		x và cách đều hai đường	g thẳng: $d_1: 3x - 2y - 6 = 0$
	/1 \	<b>B</b> $(0; \sqrt{2}).$	$(\mathbf{c})(\sqrt{2};0).$	$\bigcirc$ (1; 0).
	(2)	,		
	CÂU 49. Cho đư	$\operatorname{rong th} \operatorname{ang } \Delta : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2t \end{cases}$	$S^{\iota}$ và điểm $M\left( 3;3\right) .$ To	ọa độ hình chiếu vuông góo
	của $M$ trên đườn $\mathbf{A}$ $(4;2)$ .	g thẳng $\Delta$ là:	$\bigcirc$ (-2; 2).	<b>D</b> (7; 4).
				của điểm $M'$ đối xứng với
	$M$ qua $d$ là $\bigcirc$	<b>B</b> (4; 8).	<b>(</b> 4;8).	( <b>D</b> ) (4; 8).
	(2,0).	(2,0).	( <del>-</del> , ~).	

**CÂU 51.** Tìm điểm M nằm trên  $\Delta: x+y-1=0$  và cách  $N\left(-1;3\right)$  một khoảng bằng 5.

(2;-1).

**B**) (-2; -1).

 $(\mathbf{C})(-2;1).$ 

**CÂU 52.** Cho đường thẳng đi qua 2 điểm A(3;0), B(0;-4), tìm tọa độ điểm M thuộc Oysao cho diện tích  $\Delta MAB$  bằng 6

(A)(0;1).

**(B)** (0;0) và (0;-8). **(C)** (1;0).

**CÂU 53.** Cho A(2;2), B(5;1) và đường thẳng  $\Delta: x2y+8=0$ . Điểm  $C\in\Delta$ . C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17. Tọa độ của C là

**(B)** (12; 10).

**CÂU 54.** Cho 3 đường thẳng có phương trình  $\Delta_1: x+y+3=0; \ \Delta_2: x-y-4=0;$  $\Delta_3$ : x-2y=0. Tìm tọa độ điểm M nằm trên  $\Delta_3$  sao cho khoảng cách từ M đến  $\Delta_1$  bằng 2 lần khoảng cách từ M đến  $\Delta_2$ .

(A) M(0;0).

**B** M(-22; -11).

 $(\mathbf{c}) M_1(-22;-11), M_2(2;1).$ 

(D) M(2;1).

**CÂU 55.** Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho  $\Delta: x - y + 1 = 0$  và hai điểm A(2;1), B(9;6). Điểm M(a;b) nằm trên  $\Delta$  sao cho MA + MB nhỏ nhất. Tính a + b.

(A) a + b = -9.

**(B)** a + b = 9.

(c) a + b = -7.

**(D)** a + b = 7.

**CÂU 56.** Cho đường thẳng d: x-2y-2=0 và hai điểm A(0,1), B(3,4). M(a,b) thuộc đường thẳng d sao cho  $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị a+b bằng

**B**  $a+b=\frac{3}{5}$ . **C**  $a+b=\frac{19}{5}$ .

**CÂU 57.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm  $A\left(1;2\right),B\left(4;3\right)$ . Điểm  $M\left(a,b\right),\left(a^{2}+b^{2}\neq0\right)$ sao cho  $\widehat{MAB}=135^\circ$  và khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ . Khi đó a+2bbằng

(A) 2.

**B**) 5.

**(C)** 1.

**(D)** 6.

### Bài 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

### A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

 $\odot$  Phương trình của đường tròn (C) có tâm I(a;b), bán kính R là

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2.$$

 $\odot$  Với các hằng số a, b, c thoả mãn  $a^2 + b^2 - c > 0$ , phương trình

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

là phương trình của một đường tròn có tâm I(a;b) và có bán kính  $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$ .

 $\odot$  Cho đường tròn (C) có tâm I(a;b), bán kính R. Phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của (C)tại  $M_0(x_0; y_0)$  là  $(a - x_0) \cdot (x - x_0) + (b - y_0) \cdot (y - y_0) = 0$ .

### B. CÁC DẠNG TOÁN

#### Xác định tâm và bán kính đường tròn

- $\ensuremath{ullet}$  Nếu phương trình đường tròn có dang  $(C)\colon (x-a)^2+(y-b)^2=R^2$  thì (C) có tâm là I(a;b) và bán kính bằng R.
- $\ensuremath{ \bigodot}$  Nếu phương trình đường tròn có dạng (C):  $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$  thì tâm I được xác định  $\begin{cases} -2a = \cdots \\ -2b = \cdots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \cdots \\ b = \cdots \end{cases} \Rightarrow I(a;b) \text{ và bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}.$

- $\odot$  Phương trình  $x^2 + y^2 2ax 2by + c = 0$  là phương trình đường tròn khi  $v\grave{a}$  chỉ khi  $a^2 + b^2 - c > 0$ .
- $oldsymbol{\Theta}$  Điều kiện đường thẳng  $\Delta$  tiếp xúc với đường tròn (I,R) là d $(I,\Delta)=R$ .

1. Ví du

**VÍ DỤ 1.** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn đó.

a) 
$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$$
.

b) 
$$x^2 + y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$$
.

c) 
$$16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y = 11$$
.

d) 
$$7x^2 + 7y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$$
.

**VÍ DỤ 2.** Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$ .

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 7 = 0$ . Tìm tọa độ tâm I và bán kính của đường tròn (C).

**VÍ DỤ 4.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2+y^2-2x+10y+1=0$ . Trong các điểm M(-1;3), N(4;-1), P(2;1), Q(3;-2), điểm nào thuộc (C)?

#### 2. Bài tấp tư luân

 $\blacksquare$ Àl 1. Tìm tâm và bán kính của đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) 
$$(x-2)^2 + (y-8)^2 = 49$$
;

b) 
$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 23$$
.

**BÀI 2.** Phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn? Khi đó hãy tìm tâm và bán kính của nó.

a) 
$$x^2 + 2y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$$
:

b) 
$$x^2 + y^2 - 4x + 3y + 2xy = 0$$
;

c) 
$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 26 = 0$$
;

d) 
$$x^2 + y^2 + 6x - 4y + 13 = 0$$
;

e) 
$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$$
.

**BÀI 3.** Tìm m để các phương trình sau là phương trình đường tròn.

a) 
$$x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$$
.

b) 
$$x^2 + y^2 - 2(m-3)x + 4my - m^2 + 5m + 4 = 0$$
.

#### 2

#### Viết phương trình đường tròn

**Phương pháp:** Để viết phương trình đường tròn ta thường đi theo một trong hai hướng

- $\bullet$  Tìm tâm I(a;b) và bán kính R. Khi đó phương trình đường tròn là  $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2.$
- $\odot$  Gọi phương trình của đường tròn là  $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ . Từ điều kiện của đề bài đưa đến hệ phương trình với ẩn số a, b, c. Giải hệ phương trình tìm a, b, c, từ đó ta có phương trình đường tròn.

**VÍ DỤ 1.** Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn (C) tâm I(-2;5) bán kính R=7. Viết phương trình đường tròn (C).

**VÍ DỤ 2.** Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I(1;-2) và đi qua A(-2;2).

**VÍ DỤ 3.** Viết phương trình đường tròn (C) có đường kính AB, với A(-1; -3), B(-3; 5).

**VÍ DỤ 4.** Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I(1;3) và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta\colon x+2y+3=0.$ 

**VÍ DU 5.** Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I(1;-2) và tiếp xúc với trục Ox.

**VÍ DỤ 6.** Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng y = x và đi qua hai điểm A(3;0), B(4;3).

**VÍ DU 7.** Lập phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm A(-1;1), B(0;-2), C(0;2).

#### 1. Bài tập tự luyện

 $\mathbf{B}$ Àl 1. Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- a) (C) có tâm I(1;3) và bán kính R=2.
- b) (C) có tâm I(3;5) và qua điểm A(7;2).
- c) (C) có đường kính AB với A(1;1), B(7;5).

 $\mathbf{BAI}$  2. Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- a) (C) có tâm I(2;-1) và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta : 3x 4y 20 = 0$ .
- b) (C) qua hai điểm A(2;3), B(-2;1) và có tâm nằm trên trục hoành.

**BÀI 3.** Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng  $\Delta \colon x+y-1=0$  và đi qua hai điểm A(6;2), B(-1;3).

 $\mathbf{B}$ Àl 4. Lập phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm

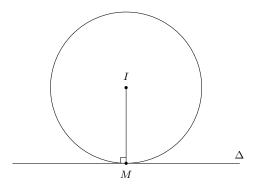
- a) A(2;6), B(-6;2), C(-1;-3).
- b) A(1;2). B(5;2), C(1;-3).

**BÀI 5.** Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- a) (C) có tâm I(2; -5) và tiếp xúc với Ox.
- b) (C) có tâm I(1;3) và tiếp xúc với Oy.
- c) (C) tiếp xúc cả hai trục tọa độ và có tâm nằm trên đường thẳng  $\Delta$ : 4x 2y 8 = 0.
- d) (C) tiếp xúc cả hai trục tọa độ và qua M(2;1).
- e) (C) qua A(9;9) và tiếp xúc với truc Ox tai M(6;0).
- f) (C) tiếp xúc với trục Ox tại A(2;0) và khoảng cách từ tâm của (C) đến B(6;4) bằng 5.

#### Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

a) Cho điểm  $M(x_0; y_0)$  thuộc đường tròn (C):  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$  (tâm I(a;b), bán kính R). Khi đó, tiếp tuyến  $\Delta$  của (C) tại  $M(x_0; y_0)$  có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{MI} = (a - x_0; b - y_0)$  và phương trình  $\Delta$ :  $(a - x_0)(x - x_0) + (b - y_0)(y - y_0) = 0$ .

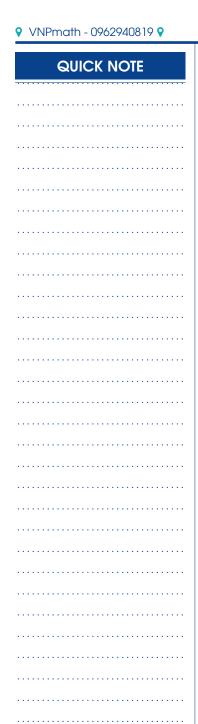


b) Lập phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  với đường tròn (C), khi biết  $\Delta$  đi qua một điểm không thuộc đường tròn (C). Khi đó ta sử dụng điều kiện đường thẳng  $\Delta$  là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi d $(I,\Delta)=R$ .

**VÍ DỤ 1.** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 11 = 0$ . Tiếp tuyến của (C) tại điểm M(4;-1) thuộc (C) có phương trình là

**VÍ DỤ 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn  $(\mathscr{C})$ :  $x^2 + y^2 - 3x - y = 0$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(\mathscr{C})$  tại M(1;-1) thuộc (C).

**VÍ DỤ 3.** Cho đường tròn (C) có phương trình  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ . Từ O(0;0) kẻ được bao nhiêu đường thẳng tiếp xúc với (C)?



**VÍ DU 4.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d: 2x - y - 5 = 0 và hai điểm A(1;2) và

- a) Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng d và đi qua hai điểm A, B.
- b) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d': x + y + 2019 = 0.

**VÍ DỤ 5.** Với những giá trị nào của m thì đường thẳng  $\Delta: 4x + 3y + m = 0$  tiếp xúc với đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 9 = 0$ .

**VÍ DỤ 6.** Viết phương trình tiếp tuyến  $(\Delta)$  của đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 8$ biết tiếp tuyến đi qua điểm M(3; -2).

#### 1. Bài tấp tư luyên

**BÀI 1.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn

(C): 
$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$$

tại điểm M(-4;7).

**BÀI 2.** Trong mặt phẳng toa đô Oxy, viết phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của đường tròn

$$(C)$$
:  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$ 

tai điểm N(4;-1).

**BÀI 3.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$ . Viết phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của (C) biết  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng d: 3x - 4y + 1 = 0.

**BÀI 4.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình tiếp tuyến với  $(C):(x-1)^2+(y+1)^2$  $(2)^2 = 10$ , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng d: x + 3y - 5 = 0.

**BÀI 5.** Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C): (x-3)^2 + y^2 = 9$  biết tiếp tuyến đi qua điểm M(3;5).

**BÀI 6.** Cho hai đường tròn  $(C_1)$ :  $x^2+y^2+2x-2y-3=0$  và  $(C_2)$ :  $x^2+y^2-4x-14y+33=0$ .

- a) Chứng minh rằng  $(C_1)$  và  $(C_2)$  tiếp xúc với nhau.
- b) Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn tại tiếp điểm.

**BÀI 7.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 7 = 0$  và điểm A(5;4) nằm ngoài đường tròn. Gọi tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ A đến đường tròn là  $T_1$ ,  $T_2$ , với hoành độ  $T_1$  nhỏ hơn hoành độ  $T_2$ . Tìm tọa độ của véc-tơ  $\overrightarrow{T_1T_2}$ .

### C. BÀI TẬP TRẮC NGHIÊM

#### 1. Bài tấp trắc nghiệm cơ bản

**CÂU 1.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn có phương trình  $(x-3)^2+(y+2)^2=5$ . Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn trên?

**A** 
$$I(-3;2), R = \sqrt{5}.$$

**B** 
$$I(3;-2), R = \sqrt{5}.$$

$$(C)$$
  $I(-3;2), R = 5.$ 

$$I(3;-2), R=5.$$

**CÂU 2.** Trong mặt phẳng toa đô Oxy, đường tròn (C) có toa đô tâm I(-2;4) và bán kính R=4 có phương trình là

(A) 
$$(C)$$
:  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$ .

**B** 
$$(C)$$
:  $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 16$ .

$$(C)$$
:  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 4$ .

**D** 
$$(C)$$
:  $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 4$ .

**CÂU 3.** Phương trình nào là phương trình của đường tròn có tâm I(3; -4) và đường kính bằng 4?

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 4.$$

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 16.$$

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 4.$$

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 16.$$

**CÂU 4.** Đường tròn tâm I(2;0) và đi qua điểm A(-1;7) có phương trình là

$$(x+2)^2 + y^2 = \sqrt{58}.$$

**B** 
$$(x-2)^2 + y^2 = \sqrt{58}$$
.

$$(x+2)^2 + y^2 = 58.$$

PHƯƠNG PHÁP TOA ĐÔ TRONG MẮT PHẮNG VNPmath - 0962940819 **CÂU 5.** Đường tròn đường kính AB với A(3;-1), B(1;-5) có phương trình là **QUICK NOTE**  $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 5.$ **B**)  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 17$ .  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = \sqrt{5}.$  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5.$ **CÂU 6.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, bán kính R của đường tròn  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ (c) R = 1. $\mathbf{D}R=3.$ **(A)** R = 2. **(B)** R = 4. CÂU 7. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường  $\mathbf{A}$   $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0.$ **B**)  $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$ .  $(\mathbf{D}) 5x^2 + 4y^2 + x - 4y + 1 = 0.$ **CÂU 8.** Tìm tất cả các giá tri của m để phương trình  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + m = 0$  là phương trình đường tròn? **B**) m = 25. **(A)** m = 6. (c) m < 5. **(D)** m > 5. **CÂU 9.** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ . Mệnh đề nào sau đây sai? (A) (C) có tâm I(2;0).  $(\mathbf{B})(C)$  có bán kính R=1.  $(\mathbf{C})$  (C) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt.  $(\mathbf{D})$  (C) cắt trục Oy tại hai điểm phân biệt. **CÂU 10.** Cho đường cong  $(C_m): x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0$ . Với giá trị nào của m thì  $(C_m)$  là đường tròn có bán kính bằng 7? (c) m = -8. **(B)** m = 8. **(D)** m = -4. (A) m = 4. **CÂU 11.** Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm A(0;4), B(2;4), C(4;0)? (A) I(0;0). **(B)** I(1;0). (**c**) I(3;2). (**D**) I(1;1). **CÂU 12.** Phương trình đường tròn qua ba điểm A(0;4), B(2;4), C(4;0) là **B**)  $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 8 = 0$ .  $\mathbf{C}$   $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 8 = 0.$ **CÂU 13.** Với những giá trị nào của m thì đường thẳng  $(\Delta): 4x + 3y + m = 0$  tiếp xúc với đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 9$ ? **B** m = -3. (A) m = 3 và m = -3.  $(\mathbf{c}) m = -3.$  $(\mathbf{D}) m = 15 \text{ và } m = -15.$ **CÂU 14.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho I(1;2) và d:2x-y+5=0. Phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng d có dạng  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5.$ **B**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{5}$ .  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5.$  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = \sqrt{5}.$ **CÂU 15.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm I(2; -3). Phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với trục hoành có dạng  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9.$ **B**)  $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 9$ .  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4.$  $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4.$ **CÂU 16.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn  $(C):(x-3)^2+(y+1)^2=13$ . Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A(1;2) là **(A)** 2x - 3y + 4 = 0. **(B)** 2x + 3y + 4 = 0. **(C)** 2x - 3y - 4 = 0. **(D)** 2x + 3y - 4 = 0. **CÂU 17.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 3x - y = 0$ . Phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) tại điểm N(1;-1) là (A) d: x + 3y - 2 = 0. **(B)** d: x - 3y + 4 = 0. $\bigcirc$  d: x + 3y + 2 = 0.**(c)** d: x - 3y - 4 = 0.**CÂU 18.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ . Đường thẳng d đi qua điểm I(1;2) cắt (C) tại hai điểm M,N. Tính độ dài của MN.  $(\mathbf{B})MN=2.$ **(c)** MN = 3. **(A)** MN = 1. **CÂU 19.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $(x-1)^2 + y^2 = 25$  và điểm  $M(2,\sqrt{3})$ . Số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là

D Vô số.

(D) Vô số.

**CÂU 20.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  và

(**c**) 2.

điểm M(-2,2). Số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là

**(B)** 1.

 $(\mathbf{A})$  0.

QUICK NOTE	2. Bài tập trắc nghiệm nâng cao	
		$4\left(m-2\right)y+6-m=0.$ Tìm điều kiện của $m$
	để phương trình đã cho là phương trình đườn $\mathbf{A}$ $m \in \mathbb{R}$ .	g tròn? (B) $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ .
	$m \in \mathbb{R}.$ $ m \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty). $	
	$m \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty).$	$m \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty).$
	CÂU 22. Viết phương trình tiếp tuyến của c	tường tròn $(C)$ : $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$ , biết
	tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 2x + $ $\bigcirc$ $2x + y + 1 = 0$ hoặc $2x + y - 1 = 0$ .	
	2x + y + 10 = 0 hoặc $2x + y - 10 = 0$ .	~ ~
	CÂU 23. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ (	$Oxy$ , cho đường tròn $(C)$ : $x^2+y^2-2x+8y+1=$
		ơng trình các đường thẳng song song với $d$ và
	tiếp xúc với $(C)$ là 5x + 12u - 95 = 0 và $5x + 12u - 9 = 0$	<b>B</b> ) $5x + 12y + 95 = 0$ và $5x + 12y + 9 = 0$ .
		$x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$ . Viết
	phương trình tiếp tuyến $\Delta$ của (C) biết $\Delta$ vuô	ng góc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$ .
		<b>B</b> $4x - 3y + 39 = 0$ và $4x - 3y - 11 = 0$ .
	<b>CAU 25.</b> Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ , cho $M$ thỏa mãn hệ thức $MA^2 + MB^2 = MC^2$ là	A(1;2), B(-3;1), C(4;-2). Tập hợp các điểm
	A Dường tròn tâm $I(-5;6)$ bán kính $R =$	
	lacksquare Đường tròn tâm $I(-6;5)$ bán kính $R=$	
	f C Dường tròn tâm $I(-6;5)$ bán kính $R=$	
	$lackbox{\textbf{D}}$ Đường tròn tâm $I(-5;6)$ bán kính $R=$	
	<b>CAU 26.</b> Đường tròn $(C)$ đi qua hai điểm $A$ thẳng $\Delta: 3x - y + 10 = 0$ . Phương trình của	A(-1;2), B(-2;3) và có tâm $I$ thuộc đường đường tròn $(C)$ là
		(B) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$ .
	$(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5.$	$ (x+3)^2 + (y-1)^2 = 5. $
		ường thẳng $d\colon x+3y+8=0$ , đi qua điểm
	$A(-2;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta:3x$ (C) là:	-4y+10=0. Phương trình của đường tròn
	(C) ia. (A) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$ .	<b>(B)</b> $(x+5)^2 + (y+1)^2 = 16$ .
	$(x+2)^2 + (y+2)^2 = 9.$	$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25.$
	<b>CÂU 28.</b> Đường tròn $(C)$ đi qua hai điểm $A$	(-1;1), $B(3;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng
		g tròn $(C)$ , biết tâm của $(C)$ có hoành độ nhỏ
	hơn 5. $ (A) (x-3)^2 + (y+2)^2 = 25. $	<b>B</b> ) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ .
	$(x+1)^2 + (y-6)^2 = 25.$	
		tròn $(C)$ : $x^2 + (y-4)^2 = 10$ . Tìm tất cả các
	tiếp tuyến của $(C)$ , biết rằng tiếp tuyến đi qu	
	(A) $x + 3y - 2 = 0$ và $3x - y - 14 = 0$ . (C) $x + 3y + 2 = 0$ và $3x - y + 14 = 0$ .	<b>(B)</b> $x + 3y - 2 = 0$ va $3x - y + 14 = 0$ . <b>(D)</b> $x + 3y + 2 = 0$ và $3x - y - 14 = 0$ .
	<b>CÂU 30.</b> Viết phương trình tiếp tuyến $\Delta$ của	
	biết tiếp tuyến đi qua điểm $B(4;6)$ .	a duong tron (C): $x + y - 4x - 4y + 4 = 0$ ,
	(A) $\Delta : x - 4 = 0$ hoặc $\Delta : 3x + 4y - 36 = 0$	).
	<b>©</b> $\Delta : y - 6 = 0$ hoặc $\Delta : 3x + 4y - 36 = 0$ <b>D</b> $\Delta : x - 4 = 0$ hoặc $\Delta : 3x - 4y + 12 = 0$	
	$\Delta : x - 4 = 0$ noạc $\Delta : 3x - 4y + 12 = 0$	<i>.</i>

### Bài 6. BA ĐƯỜNG CONIC

#### A. ELIP



#### Elip

Từ phương trình chính tắc của elip (E) tìm a, b, c; từ đó suy ra các yếu tố của elip (E) và ngược lại.

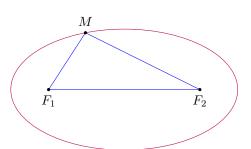
#### 1. Khái niệm elip

Cho hai điểm cố định  $F_1$ ,  $F_2$  và một độ dài không đổi 2a lớn hơn  $F_1F_2$ . Elip (E) là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho

$$F_1M + F_2M = 2a.$$

Các điểm  $F_1$  và  $F_2$  gọi là các tiêu điểm của elip.

Độ dài  $F_1F_2 = 2c$  gọi là tiêu cự của elip (a > c).



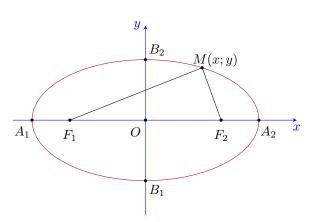
### 2. Phương trình chính tắc của elip

Cho elip (E) có các tiêu điểm  $F_1$  và  $F_2$  và đặt  $F_1F_2 = 2c$ . Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho  $F_1(-c;0)$  và  $F_2(c;0)$ .

$$M(x;y)\in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (1)$$

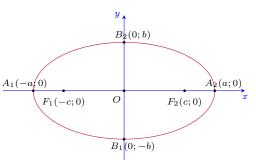
trong đó  $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ .

Phương trình (1) gọi là phương trình chính tắc của elip.





- Elip (E) cắt Ox tại hai điểm $A_1(-a;0)$ ,  $A_2(a;0)$  và cắt Oy tại hai điểm  $B_1(0;-b)$ ,  $B_2(0;b)$ .
- Các điểm  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  gọi là các đính của elip.
- Doạn thẳng A<sub>1</sub>A<sub>2</sub> = 2a gọi là trực lớn, đoạn thẳng B<sub>1</sub>B<sub>2</sub> = 2b gọi là trực nhỏ của elip.
- Giao điểm O của hai trực là tâm đối xứng của elip.
- $N\acute{e}u$   $M(x;y) \in (E)$  thì  $|x| \le a, |y| \ge b.$



#### 3. Ví dụ mẫu ví du 1.

- a) Cho elip (E):  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ . Tìm tâm sai của (E).
- b) Một elip có độ dài trực lớn bằng 26, tâm sai  $e = \frac{12}{13}$ . Tìm độ dài trực nhỏ của elip (E).

			-	+				÷	÷	÷	÷				-								÷	•			•	٠	٠
• •		٠		•	•		•						•		•	•	•			•	•								
	• •	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
• •		٠		٠	•	•	•				•	•	٠			•	•	•	٠	•	•	٠	•					٠	
• •	• •	•		•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	٠	٠	•	•	•	•	•	•	٠	•
	٠.	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
• •		٠		٠	٠	٠	•	•	•	•	٠	•	٠			•	٠	٠	٠	•	•	٠	•	•	•	•	•	٠	•
• • •	٠.	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
		ì		ľ	ľ	i	Ì	Ì	Ì	Ì	i	i	ì		ľ	i	i	i	Ì	i	i	Ì	i	Ì	Ì	Ì	Ì	ì	
• •		٠		•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠		•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•
• • •	٠.	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
• •		٠		٠	٠	٠	•	•	•	•	٠	•	٠		•	•	٠	٠	٠	•	•	٠	•	•	•	•	•	٠	•
• • •	• •	٠		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•
• • •															•	•	•	٠	•	•	•	•	•				•	•	•
•••																													
•••																													
•••																													
•••																													
•••																													

IICK	
	117
	4 -

 $T\hat{a}m \ sai \ e = \frac{c}{\hat{a}}.$ 

**VÍ DỤ 2.** Cho elip (E) có độ dài trực lớn bằng 10, tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trực lớn là  $\frac{2}{E}$ .

- a) Tính độ dài truc nhỏ của elip (E)
- b) Viết phương trình chính tắc của elip (E).

### 4. Câu hỏi trắc nghiệm khác quan

 $\pmb{\mathsf{CAU}}$ 1. Phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6

$$\mathbf{c} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1.$$

**CÂU 2.** Phương trình chính tắc của elip có tâm sai  $e=\frac{4}{5}$ , độ dài trực nhỏ bằng 12 là

(A) 
$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$$
. (B)  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ . (C)  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ . (D)  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ .

**CÂU 3.** Cho elip có phương trình  $9x^2 + 25y^2 = 225$ . Lúc đó hình chữ nhật cơ sở có diện tích

(A) 15.

**(C)** 40.

**CÂU 4.** Đường thẳng y=kx cắt elip  $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$  tại hai điểm phân biệt

lack A đối xứng nhau qua gốc toạ độ O.

 $(\mathbf{B})$  đối xứng nhau qua trực Oy.

(**c**) đối xứng nhau qua trực Ox.

(D) đối xứng nhau qua hai trục tọa độ.

**CÂU 5.** Cho elip (E):  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ . M là điểm nằm trên (E). Lúc đó đoạn thắng OM

$$\bigcirc$$
  $OM \leq 3$ 

**(A)** 
$$OM \le 3$$
. **(B)**  $3 \le OM \le 4$ . **(C)**  $4 \le OM \le 5$ . **(D)**  $OM \ge 5$ .

$$\bigcirc OM \geq 5.$$

**CÂU 6.** Cho elip  $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  và đường thẳng (d): x = -4 cắt (E) tại hai điểm M,

**B** 
$$MN = \frac{9}{25}$$
. **C**  $MN = \frac{18}{5}$ . **D**  $MN = \frac{18}{25}$ 

$$\bigcirc MN = \frac{18}{5}.$$

**CÂU 7.** Cho elip (E) có các tiêu điểm  $F_1(-4;0)$ ,  $F_2(4;0)$  và một điểm M nằm trên (E) biết rằng chu vi của tam giác  $MF_1F_2$  bằng 18. Khi đó tâm sai của (E) là  $\mathbf{A} e = \frac{4}{18}. \qquad \mathbf{B} e = \frac{4}{5}. \qquad \mathbf{C} e = -\frac{4}{5}.$ 

$$\mathbf{B} e = \frac{4}{5}.$$

$$e = -\frac{4}{5}$$
.

**CÂU 8.** Biết elip (E) có các tiêu điểm  $F_1\left(-\sqrt{7};0\right)$ ,  $F_2\left(\sqrt{7};0\right)$  và đi qua  $M\left(-\sqrt{7};\frac{9}{4}\right)$ . Gọi

$$NF_1 + MF_2 = \frac{9}{2}.$$

$$\bigcirc NF_2 - NF_1 = \frac{7}{2}.$$

CÂU 9. Trong các phương trình sau, phương trình nào biểu diễn một elip có khoảng cách giữa các đường chuẩn là  $\frac{50}{3}$  và tiêu cự 6?

$$\bigcirc \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

(A) 
$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$$
. (B)  $\frac{x^2}{89} + \frac{y^2}{64} = 1$ . (C)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ . (D)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

 $\hat{\mathbf{CAU}}$  10. Tìm phương trình chính tắc của elip có trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$$

(a) 
$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$$
. (b)  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$ . (c)  $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$ . (d)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ .

$$\mathbf{c}$$
  $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1.$ 

**CÂU 11.** Cho elip có phương trình  $16x^2 + 25y^2 = 100$ . Tính tổng khoảng cách từ điểm thuộc elip có hoành độ x=2 đến hai tiêu điểm.

**B** 
$$2\sqrt{2}$$
.

**c** 
$$4\sqrt{3}$$
.

**CÂU 12.** Đường thẳng qua M(1;1) và cắt elip (E):  $4x^2 + 9y^2 = 36$  tại hai điểm  $M_1, M_2$ sao cho  $MM_1 = MM_2$  có phương trình là

#### **B. HYPEBOL**

### 2

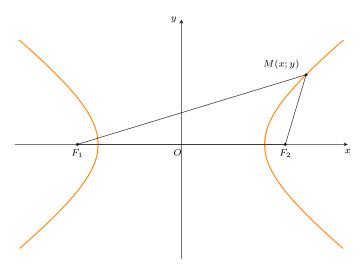
#### Hypebol

Cho hai điểm cố định  $F_1, F_2$  và một độ dài không đổi 2a nhỏ hơn  $F_1F_2$ . Hypebol (H) là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho  $|F_1M - F_2M| = 2a$ .

Các điểm  $F_1$  và  $F_2$  gọi là các tiêu điểm của hypebol.

Độ dài  $F_1F_2 = 2c$  gọi là tiêu cự của hypebol (c > a).

Phương trình chính tắc



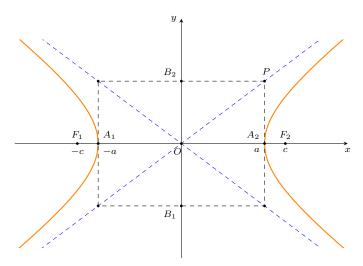
Cho hypebol (H) có các tiêu điểm  $F_1$ ,  $F_2$  và đặt  $F_1F_2=2c$ . Điểm M thuộc hypebol (H) khi và chỉ khi  $|F_1M-F_2M|=2a$ .

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho  $F_1(-c;0)$  và  $F_2(c;0)$ .

$$M(x;y) \in (H) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$$
 (2)

trong đó  $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ .

Phương trình (2) gọi là phương trình chính tắc của hypebol.





- $\odot$  (H) cắt Ox tại hai điểm  $A_1(-a;0)$  và  $A_2(a;0)$ . Nếu ta vẽ hai điểm  $B_1(0;-b)$  và  $B_2(0;b)$  vào hình chữ nhật  $OA_2PB_2$  thì  $OP = \sqrt{a^2 + b^2} = c$ .
- $\bigcirc$  Các điểm  $A_1, A_2$  gọi là các đỉnh của hypebol.
- $\odot$  Doạn thẳng  $A_1A_2=2a$  gọi là trực thực, đoạn thẳng  $B_1B_2=2b$  gọi là trực ảo của hypebol.
- ☑ Giao điểm O của hai trực là tâm đối xứng của hypebol.
- $\odot$  Nếu  $M(x;y) \in (H)$  thì  $x \leq -a$  hoặc  $x \geq a$ .

<b>Q</b> I	$\mathbf{H}$	`'	NI.	$\frown$	
ы	ж	-K	IM	U	ΙЕ

	•		•	•	•											•	•		•	•	•												
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۰	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•			
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
•	٠	•	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠		• •	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•				
	•		•	•	•			•		•			•	•		•	•	•	•	•	•												
											•			•				•															
																		•															
																		•															
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•			
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		
•	٠	•	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			• •	
•	٠	•	٠	٠	٠	•	•	•	•	٠	•	•	٠	•	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	٠			
•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•				
	•	•	•	•	•					•			•			•	•		•	•	•												
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			٠				
	•		•	•	•			•		•	•		•	•		•	•	•	•	•	•												

a	_	-	7	Υ.		
			•	MI		
			<b>\</b>	W. P	•	ш-

#### 1. Các ví dụ

#### VÍ DU 1.

- a) Tìm tâm sai của hypebol  $3x^2 y^2 = 12$ .
- b) Cho hypebol (H):  $\frac{x^2}{4} \frac{y^2}{9} = 1$ . Tìm tọa độ đỉnh, tiêu điểm, tâm sai và hai tiệm cận

**VÍ DỤ 2.** Cho hypebol (H) có một tiêu điểm  $F_2(8;0)$  và (H) đi qua điểm A(5;0). Viết phương trình chính tắc của hypebol (H).

### 2. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1.** Parabol có phương trình  $y^2 = \sqrt{2}x$  có

- $(\mathbf{A})$  tiêu điểm  $F(\sqrt{2};0)$ .
- **B** đường chuẩn  $\Delta : x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- $(\mathbf{c})$  tham số tiêu  $p = \sqrt{2}$ .
- **b** khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là  $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**CÂU 2.** Đường thẳng nào là đường chuẩn của parabol  $y^2 = \frac{3}{2}x$ ?

$$\mathbf{A} x = \frac{3}{2}.$$

**B** 
$$x = -\frac{3}{8}$$
. **C**  $x = -\frac{3}{4}$ .

**CÂU 3.** Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của parabol  $y^2 = \sqrt{3}x$  bằng  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . **B**  $\sqrt{3}$ . **C**  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ . **D**  $\frac{\sqrt{3}}{8}$ .

$$\bigcirc$$
  $\sqrt{3}$ .

$$\bigcirc$$
  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**CÂU 4.** Phương trình chính tắc của parabol mà khoảng cách từ đỉnh tới tiêu điểm bằng  $\frac{3}{4}$ 

$$\mathbf{\hat{A}} \ y^2 = \frac{3}{4}x.$$

$$\bigcirc y^2 = 3x.$$

$$\bigcirc y^2 = 6x.$$

**CÂU 5.** Hypebol có nửa trực thực là 4, tiêu cự bằng 10 có phương trình chính tắc là  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ . **B**  $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{9} = 1$ . **C**  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ . **D**  $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$ .

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

$$\mathbf{B} \frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{9} = 1$$

$$\mathbf{\hat{c}} \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1.$$

**CÂU 6.** Hypebol có tâm sai  $e = \sqrt{5}$  và đi qua điểm (1;0) có phương trình chính tắc là  $\frac{y^2}{1} + \frac{x^2}{4} = 1$ . **B**  $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$ . **C**  $\frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{4} = 1$ . **D**  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1$ .

$$\frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{4} = 1.$$

**CÂU 7.** Phương trình hai tiệm cận  $y=\pm\frac{2}{3}x$  là của phương trình chính tắc (H) nào sau

$$\mathbf{A} \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

**B** 
$$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$$

(A) 
$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$
. (B)  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$ . (C)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ . (D)  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$ .

**CÂU 8.** Cho đường thẳng  $\Delta$  và một điểm F không thuộc  $\Delta$ . Tập hợp các điểm M sao cho  $MF = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathrm{d}(M, \Delta)$  là một

**CÂU 9.** Viết phương trình chính tắc của Hypebol, biết giá trị tuyệt đối hiệu các bán kính qua tiêu của điểm M bất kỳ trên hypebol là 8, tiêu cự bằng 10.

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

$$\mathbf{c} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1.$$

**CÂU 10.** Viết phương trình của Hypebol có 2c = 10, 2a = 8 và tiêu điểm nằm trên trục

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1.$$

(B) 
$$\frac{x}{4} - \frac{9}{3} = 1$$
.  
(D)  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  hoặc  $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

**CÂU 11.** Hypebol  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  có hai tiêu điểm là

$$lacksquare F_1(-2;0); F_2(2;0).$$

**B** 
$$F_1(-3;0); F_2(3;0).$$

$$\mathbf{C}$$
  $F_1(-4;0); F_2(4;0).$ 

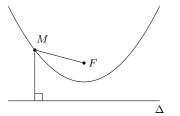
$$ightharpoonup F_1(-5;0); F_2(5;0).$$

#### C. PARABOL

parabol (P).

#### **Parabol**

 $\uparrow$  ĐINH NGHĨA 6.1 (PARABOL). Cho một điểm F và một đường thẳng  $\Delta$  cố định không đi qua F. Parabol (P) là tập hợp các điểm M cách đều F và  $\Delta$ . F gọi là **tiêu điểm** và  $\Delta$  gọi là **đường chuẩn** của



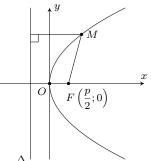
7 Định lí 6.1 (Phương trình chính tắc). Cho parabol (P) có tiêu điểm F và đường chuẩn  $\Delta$ . Gọi khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là p, hiển  $nhi\hat{e}n \ p > 0.$ 

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho  $F\left(\frac{p}{2};0\right)$  và  $\Delta: x + \frac{p}{2} = 0.$ 

$$=0.$$

$$M(x;y) \in (P) \Leftrightarrow y^2 = 2px \quad (3).$$

Phương trình (3) gọi là phương trình chính tắc của



Chú ý:

- $\bigcirc$  O gọi là **đỉnh** của parabol (P).
- Ox gọi là trục đối xứng của parabol (P).
- $\bigcirc$  p gọi là **tham số tiêu** của parabol (P).
- $\bigcirc$  Nếu  $M(x;y) \in (P)$  thì  $x \ge 0$  và  $M'(x;-y) \in (P)$ .

### 1. Các ví du

#### VÍ DŲ 1.

- a) Tìm tiêu điểm, phương trình đường chuẩn của parabol  $y^2 = \frac{1}{2}x$ .
- b) Tìm tiêu điểm, phương trình đường chuẩn của parabol  $y^2 = 4x$ .

**VÍ DỤ 2.** Viết phương trình chính tắc của parabol (P), biết (P) có đường chuẩn  $\Delta: x+4=$ 

### 2. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1.** Parabol có phương trình  $y^2 = \sqrt{2}x$  có

**A** 
$$F(\sqrt{2};0)$$
.

(A) 
$$F(\sqrt{2};0)$$
. (B)  $\Delta \colon x = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ . (C)  $p = \sqrt{2}$ .

$$(\mathbf{c}) p = \sqrt{2}$$

**CÂU 2.** Đường thẳng nào là đường chuẩn của parabol  $y^2 = \frac{3}{2}x$ ?

$$\mathbf{c}$$
  $x = -\frac{3}{8}$ .

**CÂU 3.** Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của parabol  $y^2 = \sqrt{3}x$  là

$$(A) d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\mathbf{B}) \operatorname{d}(F, \Delta) = \sqrt{3}$$

$$\mathbf{C} \operatorname{d}(F, \Delta) = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

**CÂU 4.** Phương trình chính tắc của parabol mà khoảng cách từ đỉnh tới tiêu điểm bằng  $\frac{3}{4}$ 

$$\mathbf{A} y^2 = \frac{3}{4}x.$$

$$\bigcirc y^2 = 3x.$$

**CÂU 5.** Cho parabol (P):  $y^2 = 4x$  có tiêu điểm là F. Gọi M là điểm thuộc (P) thỏa mãn MF = 3. Hoành độ của M bằng

♥ VNPmath - 0962940819 ♥
QUICK NOTE

**A** 1.

**B** 3.

 $\frac{3}{2}$ .

 $\bigcirc 2.$ 

**CÂU 6.** Gọi MN là một dây cung đi qua tiêu điểm F của parabol (P) thỏa mãn MN vuông góc với Ox và MN = 3. Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của (P) bằng

**B**) 3.

**(c)** 6.

(D) đáp số khác.

**CÂU 7.** Cho parabol (P):  $y^2 = 16x$ . Một đường thẳng đi qua tiêu điểm F của (P), có hệ số góc bằng 1, cắt (P) tại M và N. Độ dài MN bằng

**B**) 32.

**(C)** 40.

(**D**) 20.

**CÂU 8.** Đường thẳng nào là đương chuẩn của parabol  $y^2 = 4x$ ?

**B**) x = -1.

 $(\mathbf{c})x=4.$ 

 $(D) x = \pm 1.$ 

**CÂU 9.** Viết phương trình Parabol (P) có tiêu điểm F(3;0) và đỉnh là gốc tọa độ O.

 $(A) y^2 = -2x.$ 

**B**  $y^2 = 6x$ . **C**  $y^2 = 12x$ . **D**  $y = x^2 + \frac{1}{2}$ .

**CÂU 10.** Cho điểm A(3;0), gọi M là một điểm tuỳ ý trên  $(P): y^2 = x$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của AM.

**A** 4.

 $\frac{9}{2}$ .

 $\bigcirc \frac{\sqrt{11}}{2}$ .

**CÂU 11.** Cho M là một điểm thuộc (P):  $y^2 = 64x$ , N là một điểm thuộc đường thẳng (d): 4x + 3y + 46 = 0. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng MN.

(A) 2.

 $\frac{5}{2}$ .

 $\bigcirc \frac{3}{2}$ .

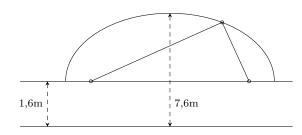
### D. BÀI TOÁN THỰC TẾ

BÀI 1. Mặt Trăng chuyển động theo một quỹ đạo là hình elip nhân tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Các khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ các vi trí của Mặt Trăng đến tâm Trái Đất tương ứng là 400000 km và 363000 km (theo nssdc.gsfc.nasa.gov). Tìm tâm sai của quỹ đạo elip.

BÀI 2. Với tâm sai khoảng 0,244 quỹ đạo của sao Diêm Vương "dẹt" so với quỹ đạo của tám hình tinh trong hệ Mặt Trời. Nửa độ dài trục lớn của elip quỹ đạo là khoảng  $590635 \cdot 10^6$ km. Tìm khoảng cách gần nhất và khoảng cách xa nhất giữa sao Diêm Vương và tâm Mặt Trời (tiêu điểm cuat quỹ đạo) (theo nssdc.gsfc.nasa.gov).

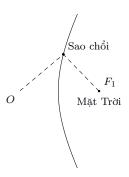
#### BÀI 3.

Một phòng thì thầm có trần vòm elip với hai tiêu điểm ở độ cao 1,6 m (so với mặt sàn) và cách nhau 16 m. Đỉnh của mái vòm cao 7,6 m (hình bên). Hỏi âm thanh thì thầm từ một tiêu điểm thì sau bao nhiêu giây đến được tiêu điểm kia? Biết vận tốc âm thanh là 343,2 m/s và làm tròn đáp số tới 4 chữ số sau dấu phẩy.



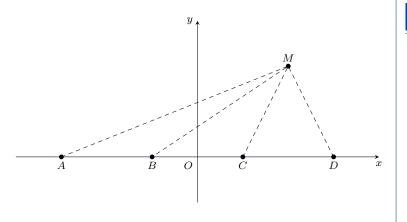
#### **BÀI 4.**

Một sao chổi đi qua hệ Mặt Trời theo quỹ đạo là một nhánh hypebol nhân tâm Mặt Trời là một tiêu điểm, khoảng cách gần nhất từ sao chổi này đến tâm Mặt Trời là  $3 \cdot 10^8$  km và tâm sai của quỹ đạo hypebol là 3,6 (hình bên). Hãy lập phương trình chính tắc của hypebol chứa quỹ đạo, với một đơn vi đo trên mặt phẳng toa đô tương ứng với  $10^8$  km trên thực tế.



BÀI 5.

Bốn trạm phát tín hiệu vô tuyến có vị trí A, B, C, D theo thứ tự đó thẳng hàng và cách đều với khoảng cách 200 km (hình bên). Tại một thời điểm, bốn trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292000 km/s. Một tàu thủy nhận được tín hiệu từ trạm C trước 0,0005 s so với tín hiệu từ trạm B và nhận được tín hiệu từ trạm D sớm 0,0001 s so với tín hiệu từ trạm A.



- a) Tính hiệu các khoảng cách từ tàu đến các trạm B, C.
- b) Tính hiệu các khoảng cách từ tàu đến các trạm A, D.
- c) Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình bên(1 đơn vị trên mặt phẳng tọa độ ứng với 100 km trên thực tế). Hãy lập phương trình chính tắc của hai hypebol đi qua vị trí M của tàu.

**BÀI 6.** Quỹ đạo chuyển động của sao chổi Halley là một elip, nhận Mặt Trời là một tiêu điểm, có tâm sai bằng 0,967.

- a) Giải thích vì sao ta có thể coi bất kì hình elip nào với tâm sai bằng 0,967 là hình ảnh thu nhỏ của sao chổi Halley.
- b) Biết khoảng cách gần nhất từ sao chổi Halley đến tâm Mặt Trời là khoảng  $88\cdot 10^6$  km, tính khoảng cách xa nhất (theo nssdc.gsfc.nasa.gov)

**BÀI 7.** Một tàu vũ trụ nằm trong một quỹ đạo tròn và ở độ cao 148km so với bờ mặt Trái Đất. Sau khi đạt được vận tốc cần thiết để thoát khỏa lực hấp dẫn của Trái Đất, tàu vũ trụ sẽ đi theo quỹ đạo parabol với tâm Trái Đất là tiêu điểm; điểm khởi đầu của quỹ đạo này là đỉnh parabol quỹ đạo.

- a) Viết phương trình chính tắc của parabol quỹ đạo (1 đơn vị đo trên mặt phẳng tọa độ ứng với 1 km thực tế, lấy bán kính Trái Đất là 6371 km).
- b) Giải thích vì sao, kể từ khi đi vào quỹ đạo parabol, càng ngày, tàu vũ trụ càng cách xa Trái Đất.

**BÀI 8.** Khúc cua của một con đường có dạng hình parabol, điểm đầu vào khúc cua là A, điểm cuối là B, khoảng cách AB=400 m. Đỉnh của parabol (P) của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng 20 m và cách đều A, B.

- a) Lập phương trình chính tắc của (P), với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng với 1 m thự tế.
- b) Lập phương trình chính tắc của (P), với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng với 1 km thự tế.

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	•
																					•										
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		 •	•	٠	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	٠	•	•	٠	•
		•	•	•	•	•					•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	9		 •	•	•	•	•	•	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	
	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	 •	•	٠	•	•	٠	•
						١					١	١	١	١	١							١	١				Ì	١	١	Ì	
		•	•	•	•		•	•	•	•						•	•	•	•	•	•				 •		٠			٠	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	•
•		•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•		 •	•	٠	•	•	٠	
•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	٠	•	•	٠	
		•		•	•	•	•	•	•	•						•	•	•	•	•					 •		٠			٠	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	
		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	•	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	 •	•	•	•	•	٠	•

# LỜI GIẢI CHI TIẾT

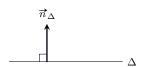
### Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẨNG

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

### 1. Phương trình tổng quát của đường thẳng

vectơ pháp tuyến của đường thẳng

vectơ  $\overrightarrow{n} \neq \overrightarrow{0}$  được gọi là vectơ pháp tuyến (VTPT) của đường thẳng  $\Delta$  nếu giá của nó vuông góc với  $\Delta$ .



Nhận xét

- $\odot$  Nếu vecto  $\vec{n}$  là một VTPT của  $\Delta$  thì  $k\vec{n}$   $(k \neq 0)$  cũng là một VTPT của  $\Delta$ .
- ❷ Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một VTPT.

Phương trình tổng quát của đường thẳng Cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(x_0; y_0)$  và có VTPT  $\vec{n}_{\Delta}(a; b)$ . Phương trình tổng quát của  $\Delta$  là

$$\Delta : a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$
 hay  $ax + by + c = 0$  (với  $c = -ax_0 - by_0$ ).

Một số trường hợp đặc biệt

Các hệ số	PTĐT $\Delta$	Tính chất đường thẳng $\Delta$
c = 0	ax + by = 0	$\Delta$ đi qua gốc tọa độ $O$
a = 0	by + c = 0	$\Delta \ /\!\!/ \ Ox$ hoặc $\Delta \equiv Ox$
b = 0	ax + c = 0	$\Delta \mathbin{/\!/} Oy$ hoặc $\Delta \equiv Oy$

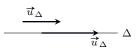


 $D\hat{o}$  thị hàm số bậc nhất y = ax + b chính là đường thẳng ax - y + b = 0 (không vuông góc với trục Ox).

### 2. Phương trình tham số của đường thẳng

vecto chỉ phương của đường thẳng

vecto  $\vec{u} \neq \vec{0}$  được gọi là vecto chỉ phương (VTCP) của đường thẳng  $\Delta$  nếu giá của nó song song hoặc trùng với  $\Delta$ .



Nhận xét

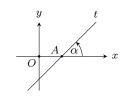
- $\odot$  Nếu vecto  $\overrightarrow{u}$  là một VTCP của  $\Delta$  thì  $k\overrightarrow{u}$   $(k \neq 0)$  cũng là một VTCP của  $\Delta$ .
- ❷ Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một VTCP.
- $\odot$  Nếu  $\vec{u}$  là một VTCP và  $\vec{n}$  là một VTPT của  $\Delta$  thì  $\vec{u} \perp \vec{n}$ .

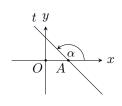
PTTS của đường thẳng Cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(x_0; y_0)$  và có VTCP  $\vec{u}(u_1; u_2)$ . PTTS của  $\Delta$  là

$$\Delta \colon \begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases} \text{ (với } t \text{ là tham số và } t \in \mathbb{R}\text{)}.$$

Nhận xét

- $+ M(x_M; y_M) \in \Delta \Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R} \colon \begin{cases} x_M = x_0 + tu_1 \\ y_M = y_0 + tu_2 \end{cases} \text{ hay } M(x_0 + tu_1; y_0 + tu_2) \in \Delta.$
- + Gọi k là hệ số góc của  $\Delta$  có VTCP  $\overrightarrow{u}(u_1; u_2)$  thì
  - $k = \tan \alpha$  với  $\begin{cases} \alpha = \widehat{xAt} \\ \alpha \neq 90^{\circ}. \end{cases}$
  - $k = \frac{u_2}{u_1}$  với  $u_1 \neq 0$ .







- igodellarge Cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M_0(x_0;y_0)$  và có VTCP  $\overrightarrow{u}(u_1;u_2)$ . Phương trình chính tắc của  $\Delta$  là

$$\Delta : \frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} \quad (u_1 \neq 0; u_2 \neq 0).$$

Trong trường hợp  $u_1 = 0$  hoặc  $u_2 = 0$  thì đường thẳng không có phương trình chính tắc. **Đặc biệt:** PTDT AB với  $A(x_A; y_A)$ ,  $B(x_B; y_B)$  có dạng

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}.$$

 $\bigcirc$  Đường thẳng  $\triangle$  đi qua hai điểm A(a;0), B(0;b)  $(a,b\neq 0)$  thì có phương trình

$$\Delta \colon \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1,$$

được gọi là PTDT theo đoạn chắn.

 $\bigcirc$  Đường thẳng  $\triangle$  đi qua điểm  $M(x_0; y_0)$  và có hệ số góc k thì có phương trình của

$$\Delta \colon y = k(x - x_0) + y_0,$$

được gọi là phương trình theo hệ số góc k.

### B. CÁC DẠNG BÀI TẬP



#### vecto chỉ phương, vecto pháp tuyến của đường thẳng

<b>CÂU 1.</b> Trong mặt phẳng $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình	$\begin{cases} x=5+3t\\ y=1-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R}).$ vectơ nào sau đây là vectơ ch
phương của đường thẳng $d$ ?	

pindong cua duong  $\overrightarrow{a} = (2, 1)$ 

$$\overrightarrow{u} = (3; -1).$$

**B**) 
$$\vec{u} = (5; 1)$$
.

$$\vec{\mathbf{c}}$$
  $\vec{u} = (5; 3).$ 

$$\vec{\mathbf{D}} \vec{u} = (1; 3).$$

D Lời giải.

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là  $\overrightarrow{u} = (3, -1)$ .

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

**CÂU 2.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $d : \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ . Một vectơ pháp tuyến của d có tọa độ là

$$(-3;2)$$

$$\bigcirc \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right).$$

🗭 Lời giải.

vectơ pháp tuyến của d là  $\overrightarrow{n} = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$ . Suy ra chọn vectơ pháp tuyến là (2; 3).

**(B)**  $\vec{n} = (4; -3)$ .

Chọn đáp án iga(A)....

**CÂU 3.** Cho PTĐT  $\Delta$ : 3x + 4y - 5 = 0. Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng  $\Delta$ .

**(A)** 
$$\vec{n} = (4;3)$$
.

**P** Lời giải. vectơ pháp tuyến của đường thẳng  $\Delta$  là  $\overrightarrow{n} = (3;4)$ .

Chọn đáp án (C).....

**CÂU 4.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, vectơ chỉ phương  $\overrightarrow{u}$  của đường thẳng đi qua hai điểm A(1;2), B(5;6) là

$$\vec{u} = (1; 1).$$

**B** 
$$\vec{u} = (-4; 2).$$

$$\vec{\mathbf{C}}$$
  $\vec{u} = (1; -1).$ 

(**c**)  $\vec{n} = (3; 4)$ .

$$D  $\vec{u} = (-1; 1).$$$

 $(\mathbf{D}) \vec{n} = (-4; 3).$ 

D Lời giải.

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là  $\overrightarrow{u} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = (1;1)$ .

Chọn đáp án (A).....

CÂU 5. Một đường thẳng có bao nhiêu vectơ chỉ phương?

Chọn đấp án  $\bigcirc$ 

	y, cho đường thẳng $d$ có ph	wong trình  5x - 3y + 1 = 0.  ve	ectơ nào sau đây <b>không</b> là vectơ pháp
tuyến của đường thẳng $d$ ?  (A) $\overrightarrow{n_2} = (-5; 3)$ .  (D) Lời giải.	<b>B</b> $\overrightarrow{n_1} = (5; -3).$		
vectơ pháp tuyến của $d$ là (5;			
CÂU 15. Trong mặt phẳng t	ọa độ $Oxy$ , cho đường thẳn	ng $d$ có PTTS là $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}$	$t,(t\in\mathbb{R})$ . vectơ nào dưới đây là một
vecto chỉ phương của $d$ ?  (A) $\overrightarrow{u} = (3; -4)$ .  (D) Lời giải.	$ \overrightarrow{\mathbf{B}} \ \overrightarrow{u} = (3;4). $	$\overrightarrow{\boldsymbol{c}} \ \overrightarrow{u} = (2;5).$	
Trong các vectơ đã cho thì $\overrightarrow{u}$ Chọn đáp án $(A)$			
CÂU 16. Một đường thẳng co 2. P Lời giải.	ó bao nhiêu vectơ pháp tuyế 1.	ến? <b>©</b> 3.	D Vô số.
Một đường thẳng có vô số ve Chọn đáp án D			
	có phương trình tổng quát	x + 3y - 11 = 0. vecto nào sa	au đây là vectơ chỉ phương của đường
thẳng $\Delta$ . $\bigcirc$ $\bigcirc$ $\bigcirc$ $\bigcirc$ Lời giải.	<b>B</b> $(1; -3)$ .	$\bigcirc$ (3; -1).	<b>D</b> (1; 3).
PTĐT $ax + by + c = 0$ có vec Vậy $\Delta$ : $x + 3y - 11 = 0$ có v Chọn đáp án $\bigcirc$	ecto chi phương là $(3;-1)$ .		
<b>CÂU 18.</b> vectơ pháp tuyến cơ $\overrightarrow{\mathbf{A}}$ $\overrightarrow{n}_1 = (1; -3)$ .			
vectơ pháp tuyến của đường t			_
Chọn đáp án $(A)$			tơ pháp tuyến của đường thẳng $d.$
$oldsymbol{eta}(-2;2).$ $oldsymbol{oldsymbol{eta}}$ Lời giải.	<b>B</b> (1; 1).	$\bigcirc$ (0; 1).	<b>D</b> (2; 0).
PTTS $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \end{cases}  (t \in \mathbb{R}) \text{ c}$	ó vectơ chỉ phương là $\vec{a} =$	(1;1).	
Với $\vec{n} = (-2; 2)$ , ta có $\vec{a} \cdot \vec{n} = (-2; 2)$ , ta có $\vec$	$\vec{n} = (-2; 2).$		
<b>CÂU 20.</b> Trong mặt phẳng $C$ <b>A</b> $\overrightarrow{v} = (-1; 5)$ .			u đây là vectơ pháp tuyến của $d$ ?
<b><math>\bigcirc</math> Lời giải.</b> Dường thẳng $d: 5x - y + 202$ Chọn đáp án $\bigcirc$			
<b>CÂU 21.</b> Trong mặt phẳng <i>C</i>			ưới đây là một vectơ pháp tuyến của
$\overrightarrow{A}$ $\overrightarrow{n_1} = (3; -2).$ $\bigcirc$ Lời giải.	<b>B</b> $\overrightarrow{n_4} = (2;3).$	$ \vec{c} \vec{n_2} = (3; 2). $	$ \overrightarrow{\mathbf{D}} \overrightarrow{n_3} = (-2; 3). $
Một vectơ pháp tuyến của $d$ l Chọn đáp án $\bigcirc$			
CÂU 22. Trong mặt phẳng t	cọa độ $Oxy$ , cho đường thẳ	ting $d$ : $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$	vectơ nào dưới đây là một vectơ ch
phương của $d$ ? (A) $\overrightarrow{u} = (3; 1)$ . (B) Lời giải.	<b>B</b> $\vec{u} = (3; -1).$	$\vec{c}$ $\vec{u} = (1;3).$	<b>D</b> $\vec{u} = (-1; 3).$
			_

**CÂU 23.** Cho đường thẳng (d): 3x + 2y - 10 = 0. vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của (d)?

- (A)  $\vec{u} = (3; -2)$ .
- **B**)  $\vec{u} = (3; 2)$ .
- $\vec{\mathbf{c}}$ )  $\vec{u} = (-2; -3).$
- (**D**)  $\vec{u} = (2; -3).$

Lời giải.

vecto pháp tuyến của (d) là  $\vec{n} = (3, 2) \Rightarrow \vec{u} = (2, -3)$  là vecto chỉ phương của (d).

Chọn đáp án (D).....



#### Viết PTTS của đường thẳng

Để lập PTTS của đường thẳng  $\Delta$  ta cần xác định một điểm  $M(x_0; y_0) \in \Delta$  và một vecto chỉ phương  $\vec{u} = (u_1; u_2)$ . Vậy PTTS đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2. \end{cases}$ 

#### 1. Ví du minh hoa

**VÍ DU 1.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTTS đường thẳng  $\Delta$  biết  $\Delta$  đi qua M(1;2) và có vec-tơ chỉ phương  $\vec{u}=(-1;3)$ .

PTTS đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$ 

**VÍ DU 2.** Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d đi qua A(1;2), B(3;1). Viết PTTS đường thẳng d.

Lời giải.

Đường thẳng d qua A(1;2) và nhận AB = (2;-1) làm vecto chỉ phương.

Vậy PTTS đường thẳng d:  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t. \end{cases}$ 

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d đi qua M(-2;3) và song song với đường thẳng EF. Biết E(0;-1), F(-3;0). Viết PTĐT d.

Lời giải.

 $\overrightarrow{EF} = (-3; 1).$ 

PTTS đường thẳng d:  $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 3 + t. \end{cases}$ 

### 2. Bài tấp trắc nghiệm

**CÂU 1.** Điểm nào trong các điểm sau thuộc đường thẳng d:  $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = t \end{cases}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ?

- (A) N(3;0).

- $(\mathbf{D})M = (2;1).$

🗭 Lời giải.

Ta có 
$$\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = t \end{cases} \Rightarrow x = 5 - 2y.$$

Thay tọa độ các điểm vào x = 5 - 2y, nhận thấy điểm (5,0) thuộc d.

Chọn đáp án  $\binom{\mathbb{C}}{}$ ......

🗭 Lời giải.

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-3; 10)$ .

Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là  $\overrightarrow{AB} = (-3; 10)$  và đi qua điểm A(3; -4) có PTTS là  $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -4 + 10t. \end{cases}$ 

Chon đáp án (A).....

Lời giải.

Thay tọa độ điểm M(19;1) vào PTĐT  $\Delta$  ta có

$$\begin{cases} 19 = 3 + 4t \\ 1 = -4 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 5 \end{cases} \Rightarrow M \notin \Delta.$$

Thay tọa độ điểm N(19;0) vào PTĐT  $\Delta$  ta có

$$\begin{cases} 19 = 3 + 4t \\ 0 = -4 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow t = 4 \Rightarrow N \in \Delta.$$

Thay tọa độ điểm P(19;2) vào PTĐT  $\Delta$  ta có

$$\begin{cases} 19 = 3 + 4t \\ 2 = -4 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 6 \end{cases} \Rightarrow P \notin \Delta.$$

Thay tọa độ điểm Q(7;1) vào PTĐT  $\Delta$  ta có

$$\begin{cases} 7 = 3 + 4t \\ 1 = -4 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 5 \end{cases} \Rightarrow Q \notin \Delta.$$

Chọn đáp án (B)....

**CÂU 4.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $d:\begin{cases} x=3-2t\\ y=1+3t \end{cases}$ . Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

(A)  $\vec{u} = (2; 3)$ .

 $\vec{\mathbf{c}}$ )  $\vec{u} = (-2; -3)$ .

🗭 Lời giải.

Ta có vecto chỉ phương của đường thẳng d là  $\vec{u} = (-1) \cdot (-2; 3) = (2; -3)$ .

Chon đáp án (D).....

**CÂU 5.** Trong mặt phẳng Oxy, nếu một đường thẳng  $\Delta$  có hệ số góc là k thì  $\Delta$  có một vectơ chỉ phương là  $(\mathbf{A}) \ \overrightarrow{u} = (k; 1).$  $(\mathbf{D}) \vec{u} = (-1; k).$ **(B)**  $\vec{u} = (k; -1)$ . (**c**)  $\vec{u} = (1; k)$ .

🗭 Lời giải.

Đường thẳng  $\Delta \colon y = kx + b \Rightarrow \begin{cases} x = t \\ y = b + kt \end{cases}$ .

Khi đó đường thẳng  $\Delta$  có vecto chỉ phương là  $\vec{u} = (1; k)$ .

Chọn đáp án (C)......

Đường thẳng d đi qua điểm A(1;-4) có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}=(-4;9)$  nên có phương trình  $\begin{cases} x=1-4t \\ y=-4+9t. \end{cases}$ 

**CÂU 7.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTTS của đường thẳng d đi qua điểm A(3;-5) có hệ số góc k=-3.  $\begin{cases} x=3+t \\ y=-5+3t \end{cases}$  **B**  $\begin{cases} x=3+t \\ y=-5-3t \end{cases}$  **C**  $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-5+t \end{cases}$  **D**  $\begin{cases} x=3-3t \\ y=-5+t \end{cases}$ 

🗭 Lời giải.

Do PTDT d có hệ số góc k=-3 nên vectơ chỉ phương của d là  $\overrightarrow{u}=(1;-3)$ . Khi đó, PTTS của d là  $\begin{cases} x=3+t \\ y=-5-3t. \end{cases}$ 

**CÂU 8.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTTS đường thẳng d đi qua điểm A(0; -4) và song song với đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\int x = 2018 + 2t$ y = 10 - t.

Lời giải.

Do  $d \parallel \Delta$  nên  $\vec{u}_d = \vec{u}_\Delta = (-2; 1)$ . Khi đó, phương trình của đường thẳng d là  $\begin{cases} x = -2t \\ y = -4 + t. \end{cases}$ 

**CÂU 9.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTTS của đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm M(5;-2) và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}=(4;-3)$ .

 $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$   $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$ 

Lời giải.

Do  $\overrightarrow{n}_{\Delta}=(4;-3)$  nên  $\overrightarrow{u}_{\Delta}=(3;4).$  Khi đó, PTĐT  $\Delta$  là  $\begin{cases} x=5+3t\\ y=-2+4t. \end{cases}$  Mặt khác, dễ thấy điểm  $N(8;2)\in\Delta$  nên ta có thể viết lại  $\Delta$ :  $\begin{cases} x=8+3t\\ y=2+4t. \end{cases}$ 

**CÂU 10.** Cho đường thẳng d:  $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}$ . Điểm nào sau đây không thuộc d?

- D(8; -3).

D Lời giải.

Thay tọa độ của điểm A(5;3) vào đường thẳng d ta được  $\begin{cases} 5 = 2 + 3t \\ 3 = 5 - 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$  (vô lý).

Do đó  $A(5;3) \notin d$ .

Chon đáp án (A).

**CÂU 11.** Cho đường thẳng d:  $\begin{cases} x=2-3t \\ y=-1+2t \end{cases}$  và điểm  $A\left(\frac{7}{2};-2\right)$ . Điểm  $A\in d$  ứng với giá trị nào của t?

- c  $t = -\frac{1}{2}$ .
- $\mathbf{D} t = -\frac{3}{2}$

Lời giải

Thay tọa độ điểm  $A\left(\frac{7}{2};-2\right)$  vào PTĐT d ta được

$$\begin{cases} \frac{7}{2} = 2 - 3t \\ -2 = -1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}.$$

$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$$

$$\bigcirc \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}.$$

$$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$$

PTTS đường thẳng d:  $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t. \end{cases}$ 

$$\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = -7t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 7t \end{cases}$$

$$\bigcirc \begin{cases} x = 5 - 7t \\ y = 5t \end{cases}$$

$$\bigcirc \begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = 5t \end{cases}$$

🗭 Lời giải.

PTĐT d là

$$\frac{x}{5} - \frac{y}{7} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7t \\ \frac{x}{5} - \frac{7t}{7} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7t \\ \frac{x}{5} = 1 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 7t. \end{cases}$$

Chon đáp án (B)...

**CÂU 14.** Cho đường thẳng d:  $\begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases}$  Khẳng định nào sau đây là đúng?  $\textbf{A} \text{ Hệ số góc của } d \text{ là } k = \frac{u_2}{u_1}, \, u_1 \neq 0.$  B Hệ số góc của  $\textbf{C} \text{ Hệ số góc của } d \text{ là } k = -\frac{u_1}{u_2}, u_2 \neq 0.$  D Hệ số góc của

**B** Hệ số góc của d là  $k=\frac{u_1}{u_2}, u_2 \neq 0$ . **D** Hệ số góc của d là  $k=-\frac{u_2}{u_1}, u_1 \neq 0$ .

🗭 Lời giải.

$$d: \begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_2 x = u_2 x_0 + u_1 u_2 t \\ u_1 y = u_1 y_0 + u_1 u_2 t \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow u_2 x - u_1 y = u_2 x_0 - u_1 y_0$$
$$\Leftrightarrow u_1 y = u_2 x - u_2 x_0 + u_1 y_0$$
$$\Leftrightarrow y = \frac{u_2}{u_1} x - \frac{u_2 x_0}{u_1} + y_0 (u_1 \neq 0).$$

Vậy hệ số góc của d là  $k = \frac{u_2}{u_1}, u_1 \neq 0.$ 

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 15.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$ . Tìm điểm M có tọa độ nguyên nằm trên đường

thẳng  $\Delta$  và cách điểm A(0;1) một khoảng bằng 5.

$$(-4,4).$$

**B**) M(4:4).

(C) M(0; 2).

(D) M(8;5).

#### 🗭 Lời giải.

Do  $M \in \Delta$  nên ta gọi M = (2 + 2t; 3 + t).

Ta có  $\overrightarrow{AM} = (2+2t; 2+t)$ , suy ra  $AM^2 = (2+2t)^2 + (2+t)^2 = 5t^2 + 12t + 8$ . Khi đó

$$AM = 5 \Leftrightarrow AM^2 = 25 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t + 8 = 25 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = 1 \\ t = -\frac{17}{5} \end{bmatrix}$$

Với 
$$t=1$$
 thì  $M=(4;4).$   
Với  $t=-\frac{17}{5}$  thì  $M=\left(-\frac{24}{5};-\frac{2}{5}\right).$ 

Do M có tạo độ nguyên nên ta nhận M(4;4).

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 16.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\Delta$ :  $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$ . Có bao nhiều điểm thuộc đường thẳng  $\Delta$ và cách điểm A(0;1) một khoảng bằng 5.



 $(\mathbf{C})$  2.

 $\bigcirc 0.$ 

#### 🗭 Lời giải.

Gọi  $M \in \Delta$  là điểm cần tìm, suy ra M(2+2t;3+t).

Ta có  $\overrightarrow{AM} = (2+2t; 2+t)$ , suy ra  $AM^2 = (2+2t)^2 + (2+t)^2 = 5t^2 + 12t + 8$ . Khi đó

$$AM = 5 \Leftrightarrow AM^2 = 25 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t + 8 = 25 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = 1 \\ t = -\frac{17}{5} \end{bmatrix}$$

Với t = 1 thì M(4; 4).

Với 
$$t = 1 \text{ thì } M(4, 4).$$
  
Với  $t = -\frac{17}{5} \text{ thì } M\left(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right).$ 

Vậy có 2 điểm M thỏa yêu cầu đề bài.

**CÂU 17.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$ . Gọi M(a;b) là giao điểm của đường thẳng  $\Delta$ 

với đường thẳng d: x + y + 1 = 0. Tính  $a^2 + b^2$ .

$$a^2 + b^2 = 4.$$

$$a^2 + b^2 = 5$$

$$\mathbf{C}$$
  $a^2 + b^2 = 5$ .  $\mathbf{D}$   $a^2 + b^2 = 1$ .

#### Lời giải.

Toa độ điểm M(a;b) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2 + 2t + 3 + t + 1 = 0 \Leftrightarrow 3t = -6 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(-2; 1).$$

Do đó a = -2, b = 1 suy ra  $a^2 + b^2 = 4 + 1 = 5$ .

Chọn đáp án  $\bigcirc$ .....

**CÂU 18.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$  và A(0;1). Gọi M(a;b) là điểm trên  $\Delta$  sao cho

AM ngắn nhất. Tính a+b.

$$\mathbf{A} \frac{9}{5}.$$

$$\frac{-2}{5}$$
.

$$\bigcirc \frac{11}{5}$$
.

$$\bigcirc \frac{7}{5}.$$

#### Lời giải.

Vì  $M \in \Delta$  nên M(2+2t;3+t). Ta có

$$AM = \sqrt{(2+2t-0)^2 + (3+t-1)^2} = \sqrt{(2+2t)^2 + (2+t)^2}$$
$$= \sqrt{5t^2 + 12t + 8} = \sqrt{5\left(t + \frac{6}{5}\right)^2 + \frac{29}{5}} \ge \sqrt{\frac{29}{5}} = \frac{\sqrt{145}}{5}.$$

Vậy AM ngắn nhất bằng  $\frac{\sqrt{145}}{5}$  khi và chỉ khi  $t=-\frac{6}{5}$  suy ra  $M\left(-\frac{2}{5};\frac{9}{5}\right)$ .

Do đó  $a = -\frac{2}{5}$  và  $b = \frac{9}{5}$  suy ra  $a + b = -\frac{2}{5} + \frac{9}{5} = \frac{7}{5}$ .

Chọn đáp án D.....

$$(A)$$
  $C(13; -12).$ 

**B** 
$$C(14; -13)$$

$$C(15; -14).$$

$$\bigcirc$$
  $C(16; -15).$ 

D Lời giải.

Ta có 
$$G \in \Delta_1$$
 nên  $G\left(t; \frac{1-2t}{3}\right)$ .

Ta cũng có  $C \in \Delta_2$  nên C(k; 1-k).

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên

$$\begin{cases} t = \frac{1 + (-2) + k}{3} \\ \frac{1 - 2t}{3} = \frac{1 + 5 + 1 - k}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k - 3t = 1 \\ k - 2t = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 16 \\ t = 5. \end{cases}$$

Với k = 16 suy ra C(16; -15).

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

**CÂU 20.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD biết A(-1;2) và phương trình của một đường chéo là  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$ 

Biết tọa độ điểm C(a;b). Tính  $a \cdot b$ .

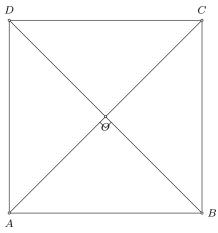
**A** 2.

**B** 3.

**(c)** 1.

 $\bigcirc 0.$ 

Dùi giải.



Nhận xét rằng A(-1;2) không nằm trên đường chéo  $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2t \end{cases}$ , do đó BD:  $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2t \end{cases}$ .

Ta có AC đi qua A và vuông góc với BD nên

$$AC: 2(x+1) - 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + 6 = 0 \Leftrightarrow x - y + 3 = 0.$$

Gọi  $O = AC \cap BD$ . Tọa độ của điểm O là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow -1 + 2t - (-2t) + 3 = 0 \Leftrightarrow 4t = -2 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow O(-2; 1).$$

Theo tính chất của hình vuông ta có O là trung điểm AC. Do đó ta có

$$\begin{cases} x_O = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_O = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2x_O - x_A \\ y_C = 2y_O - y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \cdot (-2) + 1 = -3 \\ y_C = 2 \cdot 1 - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-3;0).$$

Từ đó ta có a=-3, b=0 nên  $a \cdot b = (-3) \cdot 0 = 0$ .

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 21.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm A(-1;2), B(-2;3). Gọi I(a;b) là điểm thuộc đường thẳng  $\Delta:\begin{cases} x=t\\ y=3t+10 \end{cases}$ 

sao cho IA = IB. Tính  $a^2 + b^{2018}$ .

(A) 100.

**B**) 2018.

**(C)** 10.

**D** 1000.

#### 🗭 Lời giải.

Vì điểm  $I \in \Delta$  nên I(t; 3t + 10). Ta có

$$IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (t - (-1))^2 + (3t + 10 - 2)^2 = (t - (-2))^2 + (3t + 10 - 3)^2$$
  
 
$$\Leftrightarrow (t + 1)^2 + (3t + 8)^2 = (t + 2)^2 + (3t + 7)^2 \Leftrightarrow 50t + 65 = 46t + 53 \Leftrightarrow t = -3$$
  
 
$$\Rightarrow I(-3; 1) \Rightarrow a = -3, \ b = 1 \Rightarrow a^2 + b^{2018} = (-3)^2 + 1^{2018} = 10.$$

**CÂU 22.** Viết PTTS của đường thẳng đi qua 2 điếm A(3;-7) và

$$\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t \\ y = 7 \end{cases}.$$

#### Lời giải.

 $\overrightarrow{AB} = (-2; 0)$  cùng phương với  $\overrightarrow{u} = (1; 0)$ .

Suy ra đường thẳng AB có một vecto chỉ phương  $\vec{u} = (1,0)$ 

Do đó loại đáp án có phương trình  $\begin{cases} x=t \\ y=-7-t \end{cases}$  và  $\begin{cases} x=3-7t \\ y=1-7t. \end{cases}$  Thay A(3;-7) vào hai phương trình còn lại ta có phương trình  $\begin{cases} x=t \\ y=-7 \end{cases}$  thỏa mãn.

**CÂU 23.** Viết PTTS của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với đường thẳng d:  $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 3t. \end{cases}$   $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$   $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$   $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$   $\begin{cases} x = 4t \\ y = 4t \end{cases}$   $\begin{cases} x = -3t \\ y = 4t \end{cases}$   $\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t \end{cases}$ 

$$\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$$

$$\bigcirc \begin{cases} x = -3t \\ y = 4t \end{cases}$$

#### 🗭 Lời giải.

Đường thẳng song song với d có một vecto chỉ phương  $\vec{u} = \vec{u}_d = (4;3)$ .

PTĐT qua O(0;0) và nhận  $\vec{u} = (4;3)$  làm vectơ chỉ phương là  $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$ 

Chọn đáp án (A).....

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$$

$$\bigcirc \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}.$$

### Lời giải.

Đường thẳng  $\Delta$  có một vectơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n}_{\Delta}=(2;-1)$ . Vì d vuông góc với  $\Delta$  nên d có vectơ chỉ phương  $\overrightarrow{u}_d=\overrightarrow{n}_{\Delta}=(2;-1)$ . PTDT  $d:\begin{cases} x=-1+2t\\ y=2-t. \end{cases}$ 

**CÂU 25.** Cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là A(-1;1), B(4;7), C(3;-2), M là trung điểm của đoạn thẳng AB. PTTS của đường thẳng CM là

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \end{cases}.$$

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$$

$$\bigcirc \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$$

## Lời giải.

Vì M là trung điểm của AB nên

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+7}{2} = 4. \end{cases}$$

Suy ra  $M\left(\frac{3}{2};4\right)$ 

 $\overrightarrow{CM} = \left(-\frac{3}{2}; 6\right)$  cùng phương với  $\overrightarrow{u} = (1; -4).$ 

Đường thẳng CM đi qua C(3;-2) và nhận  $\vec{u}=(-1;4)$  làm vecto chỉ phương có phương trình là

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t. \end{cases}$$

**CÂU 26.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \end{cases}$  và  $\Delta'$ :  $\begin{cases} x = -2 - t' \\ y = t' \end{cases}$ . Viết PTTS của đường thẳng d đối

xứng với  $\Delta'$  qua  $\Delta$ .

**B** 
$$d: \begin{cases} x = 22 - 7l \\ y = l \end{cases}$$
 **C**  $d: \begin{cases} x = -6 + 3l \\ y = 4 \end{cases}$  **D**  $d: \begin{cases} x = -6 + 7l \\ y = 4 + l \end{cases}$ 

Gọi  $M = \Delta \cap \Delta' \Rightarrow M(-6; 4)$ .

Có  $A(-2;0) \in \Delta'$  khác M.

Tìm tọa độ hình chiếu của A lên  $\Delta$  là  $H\left(\frac{-6}{5}; \frac{8}{5}\right)$ 

Tọa độ điểm đối xứng của A qua  $\Delta$  là  $A'\left(-\frac{2}{5}; \frac{16}{5}\right)$ 

Vậy đường thẳng cần tìm là  $\begin{cases} x = 22 - 7l \\ y = l \end{cases}$ 

**CÂU 27.** Trong mặt phẳng Oxy, cho A(-1;2), B(3;1) và đường thẳng  $\Delta:\begin{cases} x=1+t\\ y=2+t \end{cases}$ . Biết tọa độ điểm C(a;b), a>0 thuộc

 $\Delta$  sao cho tam giác ABC cân tại B. Tính 2a - b.

$$\bigcirc$$
  $-1$ 

$$(c)$$
 -3.

Lời giải.

 $C(x, x + 1) \in \Delta$ 

$$BC = BA \Leftrightarrow (x-3)^2 + x^2 = 7$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -1 \\ x = 4 \end{bmatrix}$$

Vay C(4;5)

**CÂU 28.** Trong mặt phẳng Oxy, cho A(-1;2), B(3;1) và đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \end{cases}$ . Có bao nhiêu điểm C thuộc đường

thẳng thuộc  $\Delta$  sao cho tam giác ABC đều?

🗭 Lời giải.

Gọi  $C(x, x + 1) \in \Delta$ .

Tam giác ABC đều khi và chỉ khi

$$\begin{cases} CA = CB \\ CA = AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{6} \\ x = \pm \frac{\sqrt{30}}{2} \end{cases} \text{ (vô nghiệm)}.$$

Vây không tồn tại điểm C thỏa mãn.

Chọn đáp án (A)...

**CÂU 29.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD biết A(-1;2) và phương trình của một đường chéo là  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ u = -2t \end{cases}$ 

Biết tọa độ điểm B(a;b), b > 0. Tính a.b.



$$\bigcirc$$
  $-6.$ 

$$\bigcirc$$
 0.

Lời giải.

Ta có 
$$A \notin \Delta$$
 
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t. \end{cases}$$

Gọi I là hình chiếu của A lên  $\Delta$ , ta tìm được I(-2;1).

Có  $B \in \Delta$  và ABCD là hình vuông nên  $IA = IB \Rightarrow B(-1;0), B(-3;2).$ 

Do đó a = -3, b = 2 vây ab = -6

Chọn đáp án (B).....

 $\begin{cases} x = k \\ y = \frac{-2k - 3}{c}, AC \colon \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \end{cases}.$ **CÂU 30.** Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có M(-1;1) là trung điểm của BC, và AB:

Viết PTTS của 
$$BC$$
.

$$BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 4t' \end{cases}$$

$$BC: \begin{cases} x = -1 - 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}$$

Viết PTTS của 
$$BC$$
.

(A)  $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}$ 

(B)  $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 4t' \end{cases}$ 

(C)  $BC: \begin{cases} x = -1 - 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}$ 

(D)  $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 - 4t' \end{cases}$ 

#### Lời giải.

Điểm 
$$C \in AC$$
: 
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \end{cases} \Rightarrow C(2 - c; c)$$

Mà M là trung điểm của BC nên B(c-4;2-c).

$$B \in AB: \begin{cases} x = k \\ y = \frac{-2k - 3}{6} \end{cases} \Rightarrow c = \frac{7}{4} \text{ nên } C\left(\frac{1}{4}; \frac{7}{4}\right).$$

$$C\acute{o} \overrightarrow{CM} = \frac{-1}{4}(5;3).$$

Có 
$$\overrightarrow{CM} = \frac{-1}{4}(5;3)$$
.  
Vậy  $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 3t'. \end{cases}$ 

**CÂU 31.** Cho đường thẳng d có PTTS  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 - t \end{cases}$ , và điểm M(2;4). Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng

$$\mathbf{A} M'\left(\frac{12}{5}; \frac{26}{5}\right).$$

**B** 
$$M'\left(-\frac{12}{5}; \frac{26}{5}\right)$$
. **C**  $M'\left(\frac{11}{5}; \frac{23}{5}\right)$ .

$$\bigcirc$$
  $M'\left(\frac{11}{5}; \frac{23}{5}\right)$ 

#### Lời giải.

Đường thẳng d có vecto chỉ phương  $\vec{u}=(3;-1)$ . Gọi  $A(1+3t;5-t)\in d$  là hình chiếu của điểm M trên d. Khi đó,  $AM\perp d$  $\Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{u} = 0 \Leftrightarrow 3(3t - 1) - (1 - t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}.$ 

Vậy tọa độ điểm  $A\left(\frac{11}{5}; \frac{23}{5}\right)$ . Vì M' đối xứng với M qua đường thẳng d nên A là trung điểm của MM'.

Vây 
$$M'\left(\frac{12}{5}; \frac{26}{5}\right)$$
.

Chọn đáp án (A).....

## Lập phương trình tổng quát của đường thẳng

Để lập phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  ta cần xác định một điểm  $M\left(x_{0};y_{0}\right)\in\Delta$  và một vectơ pháp tuyến

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$ :  $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$  hay  $\Delta$ : ax+by=c với  $c=-(ax_0+by_0)$ .

**VÍ DU 1.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm M(-1;5) và có vecto pháp tuyến  $\vec{n}=(-2;3)$ . Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$ .

#### Lời giải.

Đường thẳng  $\Delta$  có phương trình  $-2(x+1)+3(y-5)=0 \Leftrightarrow -2x+3y-17=0$ .

**VÍ DỤ 2.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm N(2;3) và vuông góc với đường thẳng AB với A(1;3), B(2;1). Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$ .

#### Lời giải.

Vì đường thẳng  $\Delta$  qua N(2;3) và nhận  $\overrightarrow{AB}=(1;-2)$  làm vectơ pháp tuyến nên đường thẳng  $\Delta$  có phương trình (x-2) $2(y-3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 4 = 0.$ 

Vậy phương trình tổng quát đường thẳng  $\Delta$  là x-2y+4=0.

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua A(-1;2) và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$ : 2x - y + 4 = 0.

#### 🗭 Lời giải.

#### Cách 1:

Vì  $d \perp \Delta$  nên đường thẳng d có phương trình dạng x + 2y + C = 0.

Mà d đi qua A(-1; 2) nên  $-1 + 2 \cdot 2 + C = 0 \Leftrightarrow C = -3$ .

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng d là x + 2y - 3 = 0.

#### Cách 2:

Đường thẳng  $\triangle$  có một vecto chỉ phương  $\vec{u} = (1, 2)$ .

Vì d vuông góc với  $\triangle$  nên d nhận  $\overrightarrow{u}=(1;2)$  làm vectơ pháp tuyến.

PTDT  $d: (x+1) + 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3 = 0.$ 

**VÍ DỤ 4.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-3-t \end{cases}$ .

- a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$ .
- b) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm N(4;2) và vuông góc với  $\Delta$ .

#### 🗭 Lời giải.

a) Đường thẳng  $\Delta$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}=(2;-1)$  nên  $\Delta$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}=(1;2)$ . Nhận thấy A(1;-3) thuộc đường thẳng  $\Delta$ . Vây phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  là

$$1 \cdot (x-1) + 2 \cdot [y-(-3)] = 0 \Leftrightarrow x+2y-5 = 0.$$

b) Đường thẳng d vuông góc với  $\Delta$  nên đường thẳng d có phương trình dạng -2x+y+c=0. Vì  $N(4;2) \in d$  nên ta có  $-2 \cdot 4 + 2 + c = 0$  hay c=6. Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng d là -2x+y+6=0.

**VÍ DỤ 5.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d đi qua điểm A(1;-3) và song song với đường thẳng l: 3x+y-10=0. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng d.

#### 🗭 Lời giải.

Vì đường thẳng d song song với đường thẳng  $l\colon 3x+y-10=0$  nên đường thẳng d có dạng 3x+y+c=0, với  $c\neq -10$ . Mà  $A(1;-3)\in d$  nên ta có  $3\cdot 1-3+c=0$  hay c=0. Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng d là 3x+y=0.

**VÍ DU 6.** Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có A(1;1), B(2;5) và C(-4;3).

- a) Lập phương trình tổng quát của đường thẳng chứa cạnh AB.
- b) Lập phương trình tổng quát của đường cao xuất phát từ đỉnh C.
- c) Lập phương trình tổng quát của trung tuyến xuất phát từ đỉnh A.

#### 🗩 Lời giải.

a) Ta có  $\overrightarrow{AB}=(1;4)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB. Đường thẳng AB đi qua điểm A và nhận  $\overrightarrow{n}=(4;-1)$  làm vectơ pháp tuyến nên đường thẳng AB có phương trình

$$4(x-1) - 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow 4x - y - 3 = 0.$$

b) Gọi  $\Delta$  là đường cao xuất phát từ C. Vì  $\Delta \perp AB$  nên phương trình tổng quát của  $\Delta$  có dạng x+4y+c=0. Mà  $C(-4;3) \in \Delta$  nên ta có  $-4+4\cdot 3+c=0$  hay c=-8. Vậy phương trình tổng quát của  $\Delta$  là x+4y-8=0.

c) Gọi M là trung điểm BC. Khi đó M(-1;4) và  $\overrightarrow{AM}=(-2;3)$ . Dường thẳng  $\overrightarrow{AM}$  nhận  $\overrightarrow{AM}$  làm vectơ chỉ phương. Do đó  $\overrightarrow{AM}$  nhận  $\overrightarrow{m}=(3;2)$  làm vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng  $\overrightarrow{AM}$  là

$$3(x-1) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 5 = 0.$$

**VÍ DU 7.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình x-y+1=0 và điểm A(0;3).

- a) Lập phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d.
- b) Tìm toa đô điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d.

#### 🗭 Lời giải.

a) Vì  $\Delta$  vuông góc d nên phương trình của  $\Delta$  có dạng x+y+c=0. Mà  $A(0;3) \in \Delta$  nên ta có  $0+3+c=0 \Leftrightarrow c=-3$ . Vậy phương trình tổng quát của đường thắng  $\Delta$  là x+y-3=0. b) Gọi I là giao điểm của  $\Delta$  và d.

Khi đó, tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

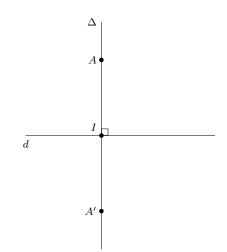
$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này ta được điểm I(1;2).

Gọi  $A'(x_{A'}; y_{A'})$  là điểm đối xứng của A qua đường thẳng d.

Khi đó I là trung điểm của AA'. Do đó

$$\begin{cases} x_A + x_{A'} = 2x_I \\ y_A + y_{A'} = 2y_I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \\ y_{A'} = 1. \end{cases}$$



Vây A'(2;1) là điểm đối xứng với A qua d.

## 1. Bài tấp trắc nghiệm

**CÂU 1.** Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm A(-1;3) và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2; 1).$ 

**(A)** 
$$2x + y + 1 = 0$$
.

**B**) 
$$-x + 3y - 1 = 0$$
.

**B** 
$$-x + 3y - 1 = 0$$
. **C**  $2x + y - 5 = 0$ . **D**  $2x + y - 1 = 0$ .

🗭 Lời giải.

PTDT  $d: 2(x+1) + 1(y-3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0$ .

**CÂU 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho 2 điểm A(1;-4), B(3,2). Phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB là

$$\mathbf{A}$$
  $3x + y + 1 = 0$ .

**B**) 
$$x + y - 1 = 0$$
.

**B** 
$$x + y - 1 = 0$$
. **C**  $3x - y + 4 = 0$ .

🗭 Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB, suy ra I(2; -1).

Đường thẳng trung trưc của đoan AB đi qua điểm I(2;-1) và nhân  $\overrightarrow{AB}=(2;6)$  làm vectơ pháp tuyến, do đó có phương trình

$$2(x-2) + 6(y+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 6y + 2 = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 1 = 0.$$

Chọn đáp án  $\bigcirc$ D...... $\square$ 

(A) 
$$x + 2y + 1 = 0$$
.

**(B)** 
$$2x + y - 1 = 0$$
.

$$(\mathbf{C}) - 2x + y - 1 = 0$$

$$(\mathbf{D})2x + 3y - 1 = 0$$

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua A(5, -9) và có vectơ chỉ phương là (1, -2) nên d có vectơ pháp tuyến là (2, 1). Khi đó, phương trình tổng quát của d là

$$2(x-5) + y + 9 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0.$$

Chọn đáp án  $\bigcirc{B}$ ......

**CÂU 4.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm A(2;-1), B(3;2) là

$$(A) x + 3y - 9 = 0.$$

**(B)** 
$$x + 3y + 1 = 0$$
.

$$(c) 3x - y - 7 = 0$$

**B** 
$$x + 3y + 1 = 0$$
. **C**  $3x - y - 7 = 0$ . **D**  $3x - y - 5 = 0$ .

🗭 Lời giải.

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (1,3)$  là vecto chỉ phương của đường thẳng AB.

Suy ra đường thẳng AB có vecto pháp tuyến là  $\vec{n} = (3, -1)$ .

Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là  $3(x-2)-(y+1)=0 \Leftrightarrow 3x-y-7=0$ .

Chọn đáp án  $\binom{\mathbb{C}}{}$ .

**CÂU 5.** Đường thẳng  $d\colon 4x-3y+5=0$ . Một đường thẳng  $\Delta$  đi qua gốc toạ độ và vuông góc với d có phương trình là  $\mathbf{A}$  3x+4y=0. **B** 3x-4y=0. **C** 4x-3y=0.

Lời giải.

Vì  $\Delta \perp d$  nên đường thẳng  $\Delta$  nhận vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_{\rm d}(4;-3)$  làm vectơ chỉ phương, suy ra vectơ pháp tuyến của  $\Delta$  là  $\vec{n}_{\Delta}(3;4)$ .

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm O(0;0) và có vectơ pháp tuyến của  $\Delta$  là  $\vec{n}_{\Delta}(3;4)$ .

Phương trình tổng quát là  $3(x-0) + 4(y-0) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y = 0$ .

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 6.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có A(2;-1), B(4;5) và C(-3;2). Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A.

$$\bigcirc -3x + 7y + 13 = 0.$$

$$\bigcirc$$
  $7x + 3y - 11 = 0.$ 

🗭 Lời giải.

Đường cao hạ từ đỉnh A đi qua điểm A(2;-1) và nhận  $\overrightarrow{CB}=(7;3)$  làm vectơ pháp tuyến. Do đó đường cao này có phương trình là  $7(x-2)+3(y+1)=0 \Leftrightarrow 7x+3y-11=0.$ 

Chọn đáp án (D)

# Bài 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẨNG. GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

## A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

## 1. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

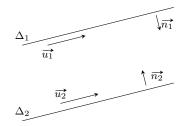
Trên mặt phẳng tọa độ, xét hai đường thẳng  $\Delta_1$ :  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $\Delta_2$ :  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ . Khi đó, tọa độ giao điểm (nếu có) của  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$
 (\*)

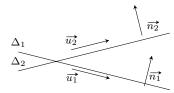
- $\odot$   $\Delta_1$  cắt  $\Delta_2$  tại  $M(x_0; y_0)$  khi và chỉ khi hệ (\*) có nghiệm duy nhất  $(x_0; y_0)$ .
- $\bigcirc$   $\Delta_1$  song song với  $\Delta_2$  khi và chỉ khi (\*) vô nghiệm.
- $\odot$   $\Delta_1$  trùng  $\Delta_2$  khi và chỉ khi hệ (\*) có vô số nghiệm.

 $lack \Delta$  Dựa vào các véc-tơ chỉ phương  $\overrightarrow{u_1}$ ,  $\overrightarrow{u_2}$  hoặc các véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_1}$ ,  $\overrightarrow{n_2}$  của  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  ta có

 $\bigodot$   $\Delta_1$   $v\grave{a}$   $\Delta_2$  song song hoặc trùng nhau  $\Leftrightarrow$   $\overrightarrow{u_1}$   $v\grave{a}$   $\overrightarrow{u_2}$  cùng phương  $\Leftrightarrow$   $\overrightarrow{n_1}$   $v\grave{a}$   $\overrightarrow{n_2}$  cùng phương.



 $igotimes \Delta_1 \ v\ a\ \Delta_2 \ c\ at \ nhau \Leftrightarrow \overrightarrow{u_1} \ v\ a\ \overrightarrow{u_2} \ kh \hat{o} ng \ c\ ung \ phương \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1} \ v\ a\ \overrightarrow{n_2} \ kh \hat{o} ng \ c\ ung \ phương.$ 



## 2. Góc giữa hai đường thẳng

Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành bốn góc, số đo của góc không từ được gọi là số đo góc (hay đơn giản là góc) giữa hai đường thẳng.

Góc giữa hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau được quy ước bằng  $0^{\circ}$ .

Cho hai đường thẳng  $\Delta_1$ :  $a_1x+b_1y+c_1=0$  và  $\Delta_2$ :  $a_2x+b_2y+c_2=0$ , với các véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_1}=(a_1;b_1)$  và  $\overrightarrow{n_2}=(a_2;b_2)$  tương ứng. Khi đó, góc  $\varphi$  giữa hai đường thẳng đó được xác định thông qua công thức

$$\cos\varphi = |\cos{(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})}| = \frac{|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|\cdot|\overrightarrow{n_2}|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

## 3. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho điểm  $M(x_0; y_0)$  và đường thẳng  $\Delta \colon ax + by + c = 0$ . Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng  $\Delta$ , ký hiệu là  $d(M, \Delta)$ , được tính bởi công thức

$$d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

## B. <u>CÁ</u>C DẠNG TOÁN



## Xét vi trí tương đối giữa hai đường thẳng

#### Phương pháp chung

Xét hệ phương trình tạo bởi hai đường thẳng.

Tìm số nghiệm của hệ phương trình, từ đó kết luận vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.



Ta có thể xét theo trình tự:

- ❷ Kiểm tra hai véc-tơ chỉ phương (hoặc hai véc-tơ pháp tuyến) của hai đường thẳng có cùng phương hay không.
- ❷ Nếu chúng không cùng phương ⇒ hai đường thẳng cắt nhau. Nếu chúng cùng phương, kiểm tra một điểm bất kỳ thuộc đường thẳng này có thuộc đường thẳng kia hay không.

### 1. Ví du minh hoa

**VÍ DỤ 1.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xét vị trí tương đối giữa đường thẳng  $\Delta: x - 3y + 1 = 0$  và mỗi đường thẳng  $d_1$ : x + y - 2 = 0 và  $d_2$ : -2x + 6y + 5 = 0.

#### 🗭 Lời giải.

**VÍ DỤ 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng d: 3x - 4y + 1 = 0 và  $\Delta:\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ 

#### Lời giải.

Đường thẳng d đi qua A(1;1) và có một véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n}=(3;-4)$ .

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua M(0;1) và nhận  $\vec{u}=(4;3)$  làm véc-tơ chỉ phương, nên  $\vec{n'}=(3;-4)$  là một véc-tơ pháp tuyến của  $\Delta$ . Vì  $\overrightarrow{n}$ ,  $\overrightarrow{n'}$  cùng phương nên d và  $\Delta$  song song hoặc trùng nhau. Mặt khác  $M(0;1) \notin d$  nên  $d \parallel \Delta$ .

**VÍ DU 3.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng lần lượt có phương trình  $\Delta_1: 3x-2y+4=0, \ \Delta_2: 2x+y+5=0.$ Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$ .

Tọa độ giao điểm I của hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4 = 0 \\ 2x + y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow I(-2; -1).$$

**VÌ DU 4.** Đường thẳng  $\Delta$ : 5x - y = 10 tao với các truc toa đô tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

#### Lời giải.

Tọa độ giao điểm A của đường thẳng  $\Delta$  và trực Ox: y = 0 là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} 5x - y = 10 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow A(2;0).$  Tọa độ giao điểm B của đường thẳng  $\Delta$  và trực Oy: x = 0 là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} 5x - y = 10 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -10 \end{cases} \Rightarrow A(2;0).$ 

B(0; -10).

Diện tích tam giác  $\triangle OAB$  là  $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10 = 10$ .

**VÍ DU 5.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hai đường thẳng  $d_1: mx + y - m - 1 = 0$  và  $d_2: x + my - 2 = 0$  song song với nhau khi và chỉ khi

#### Lời giải.

Hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  song song khi và chỉ khi

$$\frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{-1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \pm 1. \\ m \neq 2 \end{cases}$$

**VÍ DU 6.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình  $d_1: 5x-6y-4=0, d_2: x+2y-4=0$  $0, d_3: mx - (2m-1)y + 9m - 19 = 0$  (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm?

#### Lời giải.

Tọa độ giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$  thỏa hệ  $\begin{cases} 5x - 6y - 4 = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$  Vậy  $d_1; d_2$  cắt nhau tại M(2; 1).

Để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm thì  $d_3$  qua M(2;1)

Hay  $2m - (2m - 1) + 9m - 19 = 0 \Leftrightarrow 9m - 18 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ .

**VÍ DỤ 7.** Trong mặt phẳng Oxy, cho P(1;3), Q(2;-1) và đường thẳng  $d\colon x+y+2=0$ . Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng PQ và d.

#### 🗭 Lời giải.

Ta có  $\overrightarrow{PQ} = (1; -4) \Rightarrow \overrightarrow{n}_{PQ} = (4; 1).$  Phương trình tổng quát đường thẳng  $PQ \colon 4(x-1) + 1(y-3) = 0 \Leftrightarrow 4x + y - 7 = 0.$  Giao điểm của PQ và d có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} 4x + y - 7 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -5. \end{cases}$ 

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng  $d_1: 2x - y + 2 = 0$  và  $d_2: -4x + 2y + 1 = 0$ . Tìm tọa độ giao điểm nếu

#### Lời giải.

Ta có  $\frac{2}{4} = \frac{-1}{2} \neq \frac{2}{1}$  nên  $d_1 /\!\!/ d_2$ .

**BÀI 2.** Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng  $d_1$ : x = 2 và  $d_2$ : x + 2y - 4 = 0. Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

Ta có  $\frac{1}{1} \neq \frac{0}{2}$  nên  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau.

Khi đó tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ  $\begin{cases} x=2 \\ x+2y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1. \end{cases}$ 

Vậy tọa độ giao điểm là (2;1).

**BÀI 3.** Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng  $d_1$ :  $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$  và  $d_2$ :  $\begin{cases} x = 4 + t' \\ y = -3 + 3t' \end{cases}$  Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

#### Lời giải.

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} 5+t=4+t'\\ -3+2t=-3+3t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-t'=-1\\ 2t-3t'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-3\\ t'=-2. \end{cases}$$

Do hệ có nghiệm duy nhất nên  $d_1$  cắt  $d_2$  và tọa độ giao điểm là (2; -9).

**BÀI 4.** Cho hai đường thẳng d: mx - 2y + 1 = 0 và  $\Delta$ : 2x + y - 3 = 0. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng dvà  $\Delta$ 

- a) Cắt nhau.
- b) Song song.
- c) Trùng nhau.

#### Lời giải.

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} mx - 2y + 1 = 0 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases}$  (I).

a) Hai đường thẳng d và  $\Delta$  cắt nhau khi và chỉ khi hệ (I) có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow \frac{m}{2} \neq \frac{-2}{1} \Leftrightarrow m \neq -4.$$

b) Hai đường thẳng d và  $\Delta$  song song khi và chỉ khi hệ (I) vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \frac{m}{2} = \frac{-2}{1} \neq \frac{-1}{3} \Leftrightarrow m+4=0 \Leftrightarrow m=-4.$$

c) Do  $\frac{-2}{1} \neq \frac{-1}{3}$  nên hệ (I) không thể có vô số nghiệm. Do đó d và  $\Delta$  không thể trùng nhau.

**BÀI 5.** Cho hai đường thẳng d: 2mx + (m-1)y - 2 = 0 và  $\Delta: (m+2)x + (2m+1)y - (m+2) = 0$ . Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và  $\Delta$ 

- a) Cắt nhau.
- b) Song song.
- c) Trùng nhau.

#### Lời giải.

Xét hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2mx + (m-1)y - 2 = 0 \\ (m+2)x + (2m+1)y - (m+2) = 0 \end{cases}, \text{ có}$$
 
$$D = \begin{vmatrix} 2m & m-1 \\ m+2 & 2m+1 \end{vmatrix} = 2m(2m+1) - (m-1)(m+2) = 3m^2 + m + 2 = 2m^2 + \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0, \forall m.$$

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất, do đó hai đường thẳng d,  $\Delta$  luôn cắt nhau với mọi m.

**BÀI 6.** Cho hai đường thẳng d: (m-2)x + (m-6)y + (m-1) = 0 và  $\Delta: (m-4)x + (2m-3)y + m - 5 = 0$ . Tìm tất cả các giá tri của m để hai đường thẳng d và  $\Delta$ 

- a) Cắt nhau.
- b) Song song.
- c) Trùng nhau.

#### 🗩 Lời giải.

$$D = \begin{vmatrix} m-2 & m-6 \\ m-4 & 2m-3 \end{vmatrix} = (m-2)(2m-3) - (m-6)(m-4) = (m-3)(m+6)$$

Xét hệ phương trình 
$$\begin{cases} (m-2)x + (m-6)y + (m-1) = 0\\ (m-4)x + (2m-3)y + m - 5 = 0 \end{cases} (I), có$$

$$D = \begin{vmatrix} m-2 & m-6\\ m-4 & 2m-3 \end{vmatrix} = (m-2)(2m-3) - (m-6)(m-4) = (m-3)(m+6).$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 1-m & m-6\\ 5-m & 2m-3 \end{vmatrix} = (1-m)(2m-3) - (m-6)(5-m) = -(m-3)(m+9).$$

$$D_y = \begin{vmatrix} m-2 & 1-m\\ m-4 & 5-m \end{vmatrix} = (m-2)(5-m) - (1-m)(m-4) = 2(m-3).$$

$$D_y = \begin{vmatrix} m-2 & 1-m \\ m-4 & 5-m \end{vmatrix} = (m-2)(5-m) - (1-m)(m-4) = 2(m-3)$$

a) Hai đường thẳng d và  $\Delta$  cắt nhau khi và chỉ khi hệ (I) có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow D = (m-3)(m+6) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m \neq -6. \end{cases}$$

Với m=3 ta có  $D=D_x=D_y=0$  nên hệ (I) có vô số nghiệm. Với m=-6 ta có D=0,  $D_x=27$ ,  $D_y=-18$  nên hệ (I) vô nghiệm.

- b) Hai đường thẳng d và  $\Delta$  song song khi và chỉ khi hệ (I) vô nghiệm  $\Leftrightarrow m = -6$ .
- c) Hai đường thẳng d và  $\Delta$  trùng nhau khi và chỉ khi hệ (I) có vô số nghiệm  $\Leftrightarrow m=3$ .

**BÁI7.** Cho điểm A(2;1) và hai đường thắng  $d_1: 3x-2y+10=0, d_2: 4x+3y-7=0$ . Viết PTĐT d qua A và giao điểm của hai đường thẳng  $d_1$ ,  $d_2$ .

#### Lời giải.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 2y + 10 = 0 \\ 4x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{16}{17} \\ y = \frac{61}{17}. \end{cases}$$

Suy ra giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$  là điểm  $M\left(-\frac{16}{17}; \frac{61}{17}\right)$ .

Đường thẳng d đi qua hai điểm A, M nên có véc-tơ chỉ phương  $\overrightarrow{AM} = \left(-\frac{50}{17}; \frac{44}{17}\right)$ , ta chọn véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d là  $\vec{n} = (22; 25)$ . Vậy PTĐT d là

$$22(x-2) + 25(y-1) = 0 \Leftrightarrow 22x + 25y - 69 = 0.$$

**BÀI 8.** Tìm tất cả các giá trị của m để ba đường thẳng  $d_1$ : x + y + 1 = 0,  $d_2$ : 3x + 5y = -1,  $d_3$ : (m + 1)x - my = 3m + 4đồng quy.

#### 🗭 Lời giải.

Xét hệ phương trình  $\begin{cases} x+y+1=0 \\ 3x+5y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1. \end{cases}$ 

Do đó hai đường thắng  $d_1$ ,  $d_2$  cắt nhau tại điểm M(-2;1).

Ba đường thẳng  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  đồng quy khi và chỉ khi đường thẳng  $d_3$  đi qua M

$$\Leftrightarrow -2(m+1) - m = 3m + 4 \Leftrightarrow 6m = -6 \Leftrightarrow m = -1.$$

Khi đó đường thẳng  $d_3$ : y = 1.

**BÀI 9.** Viết PTĐT  $d_2$  đi qua A(1;1) và song song với đường thẳng  $d_1: 2x - y + 1 = 0$ .

#### 🗭 Lời giải.

Do  $d_2 /\!\!/ d_1$  nên một véc-tơ pháp tuyến của  $d_2$  là  $\overrightarrow{n} = (2; 1)$ . Vậy PTĐT  $d_2$  là  $2(x-1) + 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0$ .

**BÀI 10.** Cho ba đường thẳng  $d_1$ : 3x - 5y + 2 = 0,  $d_2$ : 5x - 2y + 4 = 0 và  $d_3$ : 2x - y + 4 = 0. Viết PTĐT d qua giao điểm của hai đường thẳng  $d_1$ ,  $d_2$  và song song với đường thẳng  $d_3$ .

#### 🗭 Lời giải.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 5y + 2 = 0 \\ 5x - 2y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{16}{19} \\ y = -\frac{2}{19}. \end{cases}$$

Suy ra giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$  là điểm  $M\left(-\frac{16}{19}; -\frac{2}{19}\right)$ .

Đường thẳng d qua M và song song với đường thẳng  $d_3$  nên có phương trình

$$2\left(x+\frac{16}{19}\right)-\left(y+\frac{2}{19}\right)=0 \Leftrightarrow 2x-y+\frac{30}{19}=0 \text{ (thoa man)}.$$

**BÀI 11.** Cho ba đường thẳng  $d_1$ : x - 2y + 5 = 0,  $d_2$ : 2x + 3y - 4 = 0 và  $d_3$ : 4x - 3y + 5 = 0. Viết PTĐT d qua giao điểm của hai đường thẳng  $d_1$ ,  $d_2$  và vuông góc với đường thẳng  $d_3$ .

#### 🗭 Lời giải.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y + 5 = 0 \\ 2x + 3y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2. \end{cases}$$

Suy ra giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$  là điểm M(-1;2).

Đường thẳng  $d_3$  có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_3} = (4; -3)$ .

Đường thẳng d qua M và vuông góc với đường thẳng  $d_3$  nên có véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (3;4)$ , PTĐT d là

$$3(x+1) + 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 5 = 0.$$

**BÀI 12.** Cho tam giác ABC có A(0;-1), B(2;-3), C(2;0).

- a) Viết phương trình các đường trung tuyến của tam giác.
- b) Viết phương trình các đường cao của tam giác.
- c) Viết phương trình các đường trung trực của tam giác ABC.

#### Lời giải.

Tam giác ABC có A(0;-1), B(2;-3), C(2;0). Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB. Khi đó  $M\left(2;-\frac{3}{2}\right)$ ,  $N\left(1;-\frac{1}{2}\right)$ ,  $P\left(1;-2\right)$ .

a) Đường trung tuyến AM có véc-tơ chỉ phương  $\overrightarrow{AM} = \left(2; -\frac{1}{2}\right)$  nên có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n}_{AM} = (1; 4)$ . Vậy phương trình AM là

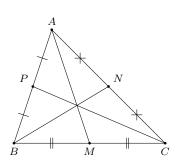
$$x + 4(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 4 = 0$$

Đường trung tuyến BN có véc-tơ chỉ phương  $\overrightarrow{BN}=\left(-1;\frac{5}{2}\right)$  nên có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n}_{BN}=(5;2).$  Vậy phương trình BN là

$$5(x-2) + 2(y+3) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - 4 = 0.$$

Đường trung tuyến CP có véc-tơ chỉ phương  $\overrightarrow{CP}=(-1;-2)$  nên có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n}_{CP}=(2;-1)$ . Vậy phương trình CP là

$$2(x-2) - y = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 4 = 0.$$



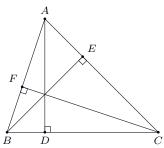
b) Đường cao AD qua A và nhận véc-tơ  $\overrightarrow{BC} = (0;3)$  làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình  $3(y+1) = 0 \Leftrightarrow y+1 = 0$ . Đường cao BE qua B và nhận véc-tơ  $\overrightarrow{CA} = (-2;-1)$  làm véc-tơ pháp tuyến nên

Đường cao BE qua B và nhận véc-tơ  $\overrightarrow{CA}=(-2;-1)$  làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$-2(x-2) - 1(y+3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0.$$

Đường cao CF qua C và nhận véc-tơ  $\overrightarrow{AB}=(2;-2)$  làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$2(x-2) - 2y = 0 \Leftrightarrow x - y - 2 = 0.$$



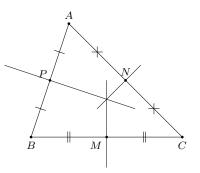
c) Đường trung trực  $d_M$  của BC qua M và nhận véc-tơ  $\overrightarrow{BC}=(0;3)$  làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình  $3\left(y+\frac{3}{2}\right)=0 \Leftrightarrow y+\frac{3}{2}=0.$ 

Đường trung trực  $d_N$  của CA qua N và nhận véc-tơ  $\overrightarrow{CA}=(-2;-1)$  làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$-2(x-1) - 1\left(y + \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - \frac{3}{2} = 0.$$

Đường trung trực  $d_P$  của AB qua P và nhận véc-tơ  $\overrightarrow{AB}=(2;-2)$  làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$2(x-1) - 2(y+2) = 0 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0.$$



**BÀI 13.** Viết PTĐT d song song với đường thẳng  $\Delta \colon 3x - 4y + 2 = 0$  và cách A(2;3) một khoảng h = 1.  $\textcircled{\textbf{p}}$  **Lời giải.** 

Do đường thẳng d song song với  $\Delta$  nên phương trình có dạng 3x - 4y + m = 0.

Khi đó d
$$(A;d) = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|m - 6|}{5} = 1 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m = 11 \\ m = -1. \end{bmatrix}$$

Vậy PTĐT d là 3x - 4y + 11 = 0 hoặc 3x - 4y - 1 = 0.

**BÀI 14.** Viết PTĐT  $\Delta$  song song và cách đường thẳng  $d\colon 2x+3y-8=0$  một khoảng bằng  $\sqrt{13}$ .  $\bigcirc$  Lời giải.

Do đường thẳng  $\Delta$  song song với dnên có phương trình là 2x+3y+m=0.

Khi đó d
$$(\Delta, d) = \frac{|m+8|}{\sqrt{2^2+3^2}} = \sqrt{13} \Rightarrow |m+8| = 13 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m=5\\ m=-21. \end{bmatrix}$$

Vây PTĐT  $\Delta$  là 2x + 3y + 5 = 0 hoặc 2x + 3y - 21 = 0.

**BÀI 15.** Viết PTĐT d song song với đường thẳng  $\Delta \colon 2x-y+3=0$  và cách  $\Delta$  một khoảng  $h=\sqrt{5}$ .  $\bigcirc$  Lời giải.

Lấy điểm  $A(0;3) \in \Delta$ . Đường thẳng d song song với  $\Delta$  nên phương trình có dạng

$$2x - y + c = 0 (c \neq 3).$$

Theo bài ra d cách  $\Delta$  một khoảng bằng  $\sqrt{5}$  nên

$$d(d, \Delta) = d(A, d) = \frac{|0 - 3 + c|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{|c - 3|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Rightarrow \begin{bmatrix} c = 8 \\ c = -2. \end{bmatrix}$$

Vậy có hai đường thẳng d thỏa mãn là 2x - y + 8 = 0, 2x - y - 2 = 0.

**BÀI 16.** Viết PTDT d đi qua điểm A(-1;2) và cách B(3;5) một khoảng bằng 3.

🗩 Lời giái

Giả sử đường thẳng d cần tìm có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n}=(a;b)$  với  $a^2+b^2>0$ . Khi đó: Đường thẳng d đi qua điểm A(-1;2) nên có phương trình dạng a(x+1)+b(y-2)=0. Mặt khác ta có

$$d(B,d) = \frac{|4a+3b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 3 \Leftrightarrow |4a+3b| = 3\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 7a^2+24ab = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a=0 \\ 7a=-24b. \end{bmatrix}$$

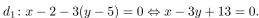
Với a = 0 ta có  $b \neq 0$  nên PTĐT d là y - 2 = 0.

Với 7a = -24b, do  $a^2 + b^2 \neq 0$  nên  $b \neq 0$ . Ta chọn  $b = -7 \Rightarrow a = 24$ , khi đó PTĐT d là 24x - 7y + 38 = 0.

**BÀI 17.** Viết PTĐT đi qua điểm M(2;5) và cách đều hai điểm P(-1;2), Q(5;4).

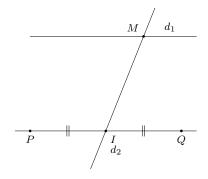
#### Lời giải.

 $\odot$  Trường hợp 1: Đường thẳng qua M và song song với PQ nên nhân véc-tơ PQ = 0(6;2) làm véc-tơ chỉ phương và  $\vec{n}_1 = (1;-3)$  làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương



 $\odot$  Trường hợp 2: Đường thẳng qua M và trung điểm I(2;3) của PQ nhận véc-tơ  $M\dot{I}=(0;-2)$  làm véc-tơ chỉ phương và nhận véc-tơ  $\vec{n}_2=(1;0)$  làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$d_2$$
:  $x - 2 = 0$ .



### Góc giữa hai đường thẳng

Nắm vũng định nghĩa, công thức tính góc giữa hai đường thẳng.

### 1. Ví du minh hoa

**VÍ DU 1.** Tìm số đo góc giữa hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  trong các trường hợp.

#### Lời giải.

**⊘** Ta có 
$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|2 \cdot 3 + 4 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 4^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
. Suy ra  $(d_1, d_2) = 45^\circ$ .

$$\odot$$
  $d_2$  có phương trình tổng quát là  $2x - y + 99 = 0$ . Ta có  $1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = 0$  nên  $(d_1, d_2) = 90^\circ$ .

 $oldsymbol{\Theta}$  Hai đường thẳng  $d_1$ ,  $d_2$  lần lượt có véc-tơ chỉ phương là  $\overrightarrow{u_1} = (2; -7)$ ,  $\overrightarrow{u_2} = (4; -14)$ . Ta có  $\overrightarrow{u_2} = 2\overrightarrow{u_1}$ , do đó  $\overrightarrow{u_1}$  và  $\overrightarrow{u_2}$ cùng phương. Do đó  $(d_1, d_2) = 0^{\circ}$ .

**VÍ DỤ 2.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, tính góc giữa đường thẳng  $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$  và trục hoành.

### 🗭 Lời giải.

Đường thẳng  $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$  có véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (\sqrt{3}; -1)$ .

Trục Ox có véc-tơ pháp tuyến là  $\overrightarrow{j}=(0;1)$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $\sqrt{3}x-y+1=0$  và trục hoành.

Khi đó ta có  $\cos \alpha = \frac{\left|\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{j}\right|}{\left|\overrightarrow{n}\right| \cdot \left|\overrightarrow{j}\right|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^{\circ}.$ 

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng Oxy, tìm tất cả các giá trị m để hai đường thẳng d: (2m-1)x+my-10=0 và  $\Delta: 3x+2y+6=0$ vuông góc với nhau.

#### 🗭 Lời giải.

 $d: (2m-1)x + my - 10 = 0 \Rightarrow d$  có một véc-tơ pháp tuyến là  $\overrightarrow{n}_d = (2m-1; m)$ .

 $\begin{array}{l} \Delta\colon 3x+2y+6=0 \Rightarrow \Delta \text{ c\'o m\^ot v\'ec-tơ pháp tuy\'en là } \vec{n}_\Delta=(3;2). \\ \text{Dể } d\perp\Delta \text{ thì } \vec{n}_d\cdot\vec{n}_\Delta=0 \Leftrightarrow 6m-3+2m=0 \Leftrightarrow m=\frac{3}{8}. \end{array}$ 

**VÍ DỤ 4.** Trong mặt phẳng Oxy, tìm m để hai đường thẳng  $d_1$ : 2x - 3y - 10 = 0 và  $d_2$ :  $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$  vuông góc với nhau.

#### Lời giải.

$$d_1$$
 có véc-tơ chỉ phương  $\overrightarrow{u}_{d_1}=(3;2);$   $d_2$  có véc-tơ chỉ phương  $\overrightarrow{u}_{d_2}=(-3;-4m).$  
$$d_1\perp d_2\Rightarrow \overrightarrow{u}_{d_1}\cdot \overrightarrow{u}_{d_2}=0\Rightarrow 9+8m=0 \Leftrightarrow m=-\frac{9}{8}.$$

**VÍ DỤ 5.** Trong mặt phẳng Oxy, tìm giá trị của m để hai đường thẳng  $d_1: mx + y - m - 1 = 0$  và  $d_2: x + my - 2 = 0$  song song với nhau.

#### 🗩 Lời giải.

Ta có  $d_1$ : mx + y - m - 1 = 0,  $d_2$ : x + my - 2 = 0.

- $\odot$  Nếu m=0 ta có  $d_1: y-1=0, d_2: x-2=0$  thì  $d_1$  không song song  $d_2$  nên m=0 không thỏa mãn.

$$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{-m-1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq \frac{-m-1}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Vây m = -1.

**VÍ DU 6.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng x + my - 3 = 0 hợp với đường thẳng

#### 🗭 Lời giải.

Đường thẳng x + my - 3 = 0, x + y = 0 lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (1; m)$  và  $\vec{n}_2 = (1; 1)$ .

Ta có  $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 1 + m$ ,  $|\vec{n}_1| = \sqrt{1 + m^2}$  và  $|\vec{n}_2| = \sqrt{2}$ .

Do góc giữa hai đường thẳng x+my-3=0 và x+y=0là  $60^\circ$ nên

$$\cos 60^{\circ} = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \Leftrightarrow \frac{|1+m|}{\sqrt{2}\sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m^2 + 4m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m = -2 + \sqrt{3} \\ m = -2 - \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

**VÍ DỤ 7.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTĐT d đi qua A(0;1) và tạo với đường thẳng  $\Delta: x + 2y - 7 = 0$  một góc  $45^{\circ}$ .

Giả sử đường thẳng d có véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (a;b) \neq \vec{0}$ , đường thẳng  $\Delta$  có véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_2 = (1;2)$ . Khi đó ta có

$$\begin{aligned} \cos(d,\Delta) &= \frac{|\overrightarrow{n}_1 \cdot \overrightarrow{n}_2|}{|\overrightarrow{n}_1| \cdot |\overrightarrow{n}_2|} &\Leftrightarrow & \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|a+2b|}{\sqrt{5(a^2+b^2)}} \\ &\Leftrightarrow & 5\left(a^2+b^2\right) = 2(a+2b)^2 \\ &\Leftrightarrow & (3a+b)(a-3b) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} b=-3a\\3b=a. \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Với b = -3a, chọn a = 1, b = -3, khi đó ta có phương trình d: x - 3y + 3 = 0. Với 3b = a, chọn a = 3, b = 1, khi đó ta có phương trình d: 3x + y - 1 = 0.

## 2. Bài tấp tư luân

**BÀI 1.** Cho hai đường thẳng  $d_1$ : 2x - 4y - 3 = 0 và  $d_2$ : 3x - y + 17 = 0. Số đo góc giữa  $d_1$  và  $d_2$  là

#### D Lời giải.

Ta có 
$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|2.3 + (-4).(-1)|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}.\sqrt{3^3 + (-1)^2}} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Suy ra số đo góc giữa  $d_1$  và  $d_2$  là

**BÀI 2.** Tính góc giữa hai đường thẳng  $d_1$ : x + 2y + 4 = 0 và  $d_2$ : x - 3y + 6 = 0.

Véc-tơ pháp tuyến của hai đường thẳng 
$$d_1, d_2$$
 lần lượt là  $\vec{n}_1 = (1; 2)$  và  $\vec{n}_2 = (1; -3)$ . Ta có  $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -5, \ |\vec{n}_1| = \sqrt{5}$  và  $|\vec{n}_2| = \sqrt{10}$ . Do đó  $\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Hay  $(d_1, d_2) = 45^\circ$ .

**BÀI 3.** Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng  $d_1$ : 6x - 5y + 15 = 0 và  $d_2$ :  $\begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t. \end{cases}$ 

#### Lời giải.

Đường thẳng  $d_1$ : 6x - 5y + 15 = 0 có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_1} = (6; -5)$ . Đường thẳng  $d_2$ :  $\begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$  có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_2} = (5; 6)$ .

Gọi 
$$\varphi$$
 là góc giữa  $d_1$  và  $d_2$ .  
Vây  $\cos \varphi = \frac{|\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}| \cdot |\overrightarrow{n_2}|} = 0 \Rightarrow \varphi = 90^{\circ}$ .

**BÀI 4.** Tính cô-sin của góc giữa hai đường thẳng  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \end{cases}$  và  $\begin{cases} x=3+2t \\ u=1+t \end{cases}$ 

#### 🗭 Lời giải.

## PHƯƠNG PHÁP TOA ĐỘ TRONG MẶT PHẨNG

Đường thẳng  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \end{cases}$  có véc-tơ chỉ phương  $\overrightarrow{u_1}=(1;-3).$  Đường thẳng  $\begin{cases} x=3+2t \\ y=1+t \end{cases}$  có véc-tơ chỉ phương  $\overrightarrow{u_2}=(2;1).$ 

 $|\hat{v}_{1}| \cos(d_{1}, d_{2}) = |\cos(\vec{u}_{1}, \vec{u}_{2})| = \frac{|\vec{u}_{1} \cdot \vec{u}_{2}|}{|\vec{u}_{1}| \cdot |\vec{u}_{2}|} = \frac{1}{5\sqrt{2}}$ 

**BÀI 5.** Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng  $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \text{ và đường thẳng } 3x + 4y - 2 = 0$ bằng  $45^{\circ}$ .

$$\mathbf{A}$$
  $a = 1, a = -14.$ 

**B** 
$$a = \frac{2}{7}, a = -14.$$
 **C**  $a = -2, a = -14.$  **D**  $a = \frac{2}{7}, a = 14.$ 

$$a = -2, a = -14.$$

$$\bigcirc$$
  $a = \frac{2}{7}, a = 14.$ 

#### 🗭 Lời giải.

Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai đường thắng đã cho.

Đường thẳng  $\begin{cases} x=9+at\\ y=7-2t \end{cases} (t\in\mathbb{R}) \text{ có véc-tơ chỉ phương là } \overrightarrow{u}=(a;-2).$ 

Đường thẳng 3x + 4y - 2 = 0 có véc-tơ chỉ phương là  $\overrightarrow{v} = (4; -3)$ .

$$\cos \varphi = |\cos(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})| \quad \Leftrightarrow \quad \cos 45^{\circ} = \frac{|\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}|}{|\overrightarrow{u}| \cdot |\overrightarrow{v}|}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|4a+6|}{5\sqrt{a^2+4}}$$

$$\Leftrightarrow \quad 5\sqrt{a^2+4} = \sqrt{2}|4a+6|$$

$$\Leftrightarrow \quad 25a^2+100 = 32a^2+96a+72$$

$$\Leftrightarrow \quad 7a^2+96a-28 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a = \frac{2}{7} \\ a = -14 \end{bmatrix}$$

Chọn đáp án B.....

## Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Nắm được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

## 1. Ví du minh hoa

**VÍ DU 1.** Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau

- <math>M(-2;1) và d: 2x-3y+5=0;
- $\Theta M(1; -3) \text{ và } d: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 2 4t \end{cases};$
- $\bigcirc$  M(0;0) và  $d: \frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1.$

### 🗭 Lời giải.

- **②** Khoảng cách  $d(M,d) = \frac{|2 \cdot (-2) 3 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}.$
- $\odot$  Đường thẳng d đi qua A(-2;2) và có một véc-tơ chỉ phương là  $\vec{u}=(3;-4)$ , suy ra  $\vec{n}=(4;3)$  là một véc-tơ pháp tuyến của d.

Phương trình tổng quát của d là  $4(x+2) + 3(y-2) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y + 2 = 0$ . Khoảng cách  $d(M,d) = \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{3}{5}$ .

**VÍ DỤ 2.** Cho  $\triangle ABC$  có A(3;4), B(1;1) và C(2;1). Tính độ dài đường cao kẻ từ A của  $\triangle ABC$ .  $\bigcirc$  Lời giải.

Ta có  $\overrightarrow{BC} = (1;0)$ . Suy ra véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng BC là  $\overrightarrow{n} = (0;1)$ .

Đường thẳng BC đi qua B(1;1) và có VTPT  $\vec{n}=(0;1)$  nên có phương trình là y-1=0.

Độ dài đường cao kẻ từ A của  $\triangle ABC$  đúng bằng khoảng cách từ A đến đường thẳng BC.

Ta có d(A, BC) = |4 - 1| = 3.

Vậy độ dài của đường cao kẻ từ A bằng 3.

**VÍ DỤ 3.** Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$  và cách trục tung một khoảng bằng 3.

🗭 Lời giải.

Gọi 
$$M \in \Delta \Rightarrow M(1-2t;2+t)$$
. Khi đó  $d(M;Oy) = 3 \Leftrightarrow |1-2t| = 3 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = -1 \\ t = 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} M(3;1) \\ M(-3;4)$ .

**VÍ DỤ 4.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng  $\Delta_1: 7x+y-3=0$  và  $\Delta_2: 7x+y+12=0$ .  $\textcircled{\textbf{p}}$  Lời giải.

Ta có  $\frac{7}{7} = \frac{1}{1} \neq \frac{-3}{12}$  nên  $\Delta_1$  song song  $\Delta_2$ .

Lấy 
$$A(0;3) \in \Delta_1$$
, khoảng cách  $d = d(\Delta_1; \Delta_2) = d(A; \Delta_2) \Leftrightarrow d = \frac{|0+3+12|}{\sqrt{50}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

**VÍ DỤ 5.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm điểm M trên đường thẳng d:  $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$  để nó cách điểm A(0;4) một khoảng là 1.

🗭 Lời giải.

Gọi điểm 
$$M(3-2t;1+3t)$$
, từ giả thiết ta có  $AM=1 \Leftrightarrow \sqrt{(3-2t)^2+(-3+3t)^2}=1 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t=1\\ t=\frac{17}{13} \end{bmatrix}$ 

Suy ra điểm tìm được là (1;4) hoặc  $\left(\frac{5}{13};\frac{64}{13}\right)$ .

**VÍ DỤ 6.** Trong mặt phẳng Oxy, tìm tọa độ điểm A có hoành độ dương, thuộc đường thẳng  $\begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \end{cases}$ , cách đường thẳng d: 2x-y-3=0 một khoảng là  $2\sqrt{5}$ .

D Lời giải.

Gọi 
$$A$$
 là điểm thuộc đường thẳng 
$$\begin{cases} x=3+t\\ y=2+t \end{cases} \Rightarrow A(3+t;2+t).$$
 Khi đó

$$d(A,d) = \frac{|2(3+t) - (2+t) - 3|}{\sqrt{5}} = \frac{|t+1|}{\sqrt{5}}. \text{ Theo } \text{ d}\hat{e} \text{ bài, ta có } d(A,d) = \frac{|t+1|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = 9 \\ t = -11. \end{bmatrix}$$

Với 
$$t=-11 \Rightarrow \begin{cases} x=-8 \\ y=-9 \end{cases}$$
 không thỏa.

Với 
$$t=9 \Rightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=11 \end{cases}$$
 thỏa điều kiện  $\Rightarrow A(12;11)$ . Do đó  $a=12,\,b=11.$ 

Vav a + b = 23.

**VÍ DỤ 7.** Cho đường thẳng  $\Delta: (m-1)x - my + 2 = 0$  (m là tham số). Tìm m sao cho khoảng cách từ K(0;3) đến  $\Delta$  bằng  $\sqrt{5}$ .

🗭 Lời giải.

Ta có d
$$(K, \Delta) = \frac{|-3m+2|}{\sqrt{(m-1)^2 + (-m)^2}}.$$

Theo giả thiết

$$\frac{|-3m+2|}{\sqrt{(m-1)^2 + (-m)^2}} = \sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow (-3m+2)^2 = 5((m-1)^2 + (-m)^2)$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -1.$$

**VÍ DỤ 8.** Cho đường thẳng d: 3x - y - 1 = 0. Viết PTĐT  $\Delta$  song song với d sao cho khoảng cách giữa hai đường thẳng bằng  $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ .

🗭 Lời giải.

Gọi M(x;y) là điểm bất kì thuộc  $\Delta$  ta có  $d(\Delta,d) = d(M,d) = \frac{|3x-y-1|}{\sqrt{10}}$ . Suy ra

$$\frac{|3x - y - 1|}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$$

$$\Leftrightarrow |3x - y - 1| = 6$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3x - y - 1 = 6 \\ 3x - y - 1 = -6 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3x - y - 7 = 0 \\ 3x - y + 5 = 0. \end{bmatrix}$$

Vậy có hai đường thẳng  $\Delta$  thỏa mãn là  $\Delta_1: 3x - y - 7 = 0$  và  $\Delta_2: 3x - y + 5 = 0$ .

**VÍ DU 9.** Cho hai điểm A(-2;0) và B(0;1). Viết PTĐT  $\Delta$  đi qua B sao cho khoảng cách từ A đến  $\Delta$  bằng 1. Lời giải.

Ta thấy B thuộc trực tung và khoảng cách từ A đến trực tung bằng 2, suy ra  $\Delta$  không thể là trực tung. Mà đường thẳng  $\Delta$ đi qua B(0;1) nên có phương trình dang

$$y = kx + 1 \Leftrightarrow kx - y + 1 = 0.$$

Theo giả thiết

$$d(A, \Delta) = 2 \Leftrightarrow \frac{|-2k+1|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 1$$
$$\Leftrightarrow 4k^2 - 4k + 1 = k^2 + 1$$
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} k = 0 \\ k = \frac{4}{3}. \end{bmatrix}$$

 $\odot$  Với k=0, ta có  $\Delta$ : y-1=0.

$$oldsymbol{\Theta}$$
 Với  $k=rac{4}{3},$  ta có  $\Delta\colon 4x-3y+3=0.$ 

**VÍ DU 10.** Một trạm viễn thông S có toạ độ (5;2). Một người đang ngồi trên chiếc xe khách chạy trên đoạn cao tốc có dạng một đường thẳng  $\Delta$  có phương trình 6x + 8y - 21 = 0. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông S. Biết rằng mỗi đơn vị độ dài tương ứng với 1 km.

#### 🗭 Lời giải.

Ta thấy khoảng cách ngắn nhất giữa người đó đến trạm viễn thông bằng khoảng cách từ S(5;1) đến  $\Delta$ . Ta có

$$d(S,\Delta) = \frac{|6 \cdot 5 + 8 \cdot 2 - 21|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ (km)}.$$

## 2. Bài tấp tư luân

**BÀI 1.** Tính khoảng cách từ điểm M(1;4) đến đường thẳng  $\ell: 3x - 5y + 2 = 0$ .

#### 🗭 Lời giải.

Ta có d
$$(M, \ell) = \frac{|3 - 20 + 2|}{\sqrt{9 + 25}} = \frac{15}{\sqrt{34}}.$$

**BÀI 2.** Tính khoảng cách từ điểm M(-1;2) đến đường thẳng  $\Delta: 3x - 4y - 4 = 0$ .

#### Lời giải.

Khoảng cách từ điểm M(-1;2) đến đường thẳng  $\Delta: 3x - 4y - 4 = 0$  là

$$d(M, \Delta) = \frac{|-3-8-4|}{\sqrt{9+16}} = \frac{15}{5} = 3.$$

**BÀI 3.** Viết phương trình của đường thẳng (D) song song với (D'): 3x + 4y - 1 = 0 và cách (D') một đoạn bằng 2. 🗭 Lời giải.

Đường thẳng (D) // (D') nên PTĐT (D): 3x + 4y + c = 0.

Lấy điểm  $M(-1;1) \in (D')$ , theo đề ta có:

$$d(D, D') = d(M, D) = 2 \Leftrightarrow \frac{|-3+4+c|}{5} = 2 \Leftrightarrow |c+1| = 10 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} c = 9 \\ c = -11 \end{bmatrix}.$$

Với c = 9 ta có D: 3x + 4y + 9 = 0.

Với c = -11 ta có D: 3x + 4y - 11 = 0.

**BÀI 4.** Tính khoảng cách d từ điểm M(2;0) đến đường thẳng  $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t. \end{cases}$ 

#### 🗭 Lời giải.

Gọi H(1+3t;2-4t) là hình chiếu của M trên đường thẳng đó. Suy ra  $\overrightarrow{MH}=(3t-1;-4t+2)$ .

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng trên là  $\vec{u} = (3; -4)$ .

Ta có 
$$\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u} = 0 \Leftrightarrow 3(3t-1) - 4(-4t+2) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{25} \Rightarrow \overrightarrow{MH} = \left(\frac{8}{25}; \frac{6}{25}\right).$$

Do đó 
$$d = |\overrightarrow{MH}| = \frac{2}{5}$$
.

**BÀI 5.** Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song  $d_1: x-y-3=0$  và  $d_2: x-y-1=0$ .

#### 🗩 Lời giải.

Ta chọn  $M(3;0) \in d_1$ . Khi đó

$$d(d_1, d_2) = d(M, d_2) = \frac{|3-1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}.$$

**BÀI 6.** Cho đường thẳng  $\Delta$ : -(m+1)x + (m+2)y + 6 = 0 (m là tham số). Tìm m sao cho khoảng cách từ M(-1;4) đến  $\Delta$  bằng 5.

#### 🗭 Lời giải.

Ta có d
$$(M, \Delta) = \frac{|m+1+4(m+2)+6|}{\sqrt{(m+1)^2+(m+2)^2}}.$$

Theo giả thiết

$$\frac{|m+1+4(m+2)+6|}{\sqrt{(m+1)^2+(m+2)^2}} = 5$$

$$\Leftrightarrow (5m+15)^2 = 25((m+1)^2+(m+2)^2)$$

$$\Leftrightarrow m^2-4=0$$

$$\Leftrightarrow m=\pm 2.$$

**BÀI 7.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm A(2;0), B(0;-2). Độ dài đường cao hạ từ đỉnh O của tam giác OAB là  $\bigcirc$  Lời giải.

Ta có  $AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ .

Diện tích tam giác vuông OAB là  $S = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot |-2| = 2.$ 

Độ dài đường cao hạ từ đỉnh O của tam giác OAB là  $h = \frac{2S}{AB} = \frac{2 \cdot 2}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ .

**BÀI 8.** Cho hai điểm M(-1;2), N(1;0). Viết PTDT  $\Delta$  đi qua M sao cho khoảng cách từ N đến  $\Delta$  lớn nhất.

#### Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của N trên  $\Delta$ .

Để thấy  $NH \leq MN$ . Đẳng thức xảy ra khi  $M \equiv H$ .

Do đó khi khoảng cách từ N đến  $\Delta$  lớn nhất thì véc-to của  $\Delta$  là  $\overrightarrow{MN}=(2;-2)$ .

Phương trình của đường thẳng  $\Delta$  là

$$2(x+1) - 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 3 = 0.$$



### Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện góc, khoảng cách

## 1. Ví dụ minh hoạ

**VÍ DỤ 1.** Trong mặt phẳng hệ trục Oxy, đường thẳng d: x - 2y + 1 = 0. Tìm tọa độ hình chiếu của M(0;8) lên đường thẳng d.

#### 🗭 Lời giải.

Gọi d' là đường thẳng qua M(0;8) và vuông góc với đường thẳng d: x-2y+1=0.

Vì d' là vuông góc với đường thẳng d: x - 2y + 1 = 0 nên có dạng 2x + y + c = 0.

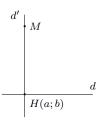
Vì d' qua M(0;8) nên  $8+c=0 \Leftrightarrow c=-8$ .

Lúc đó, đường thẳng d' có phương trình d': 2x + y - 8 = 0.

Hình chiếu của M(0;8) trên đường thẳng d chính là giao điểm của d và d'. Do đó tọa độ điểm H thỏa

mãn hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ 2x + y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow H(3; 2).$$

Vav a + b = 5.



**VÍ DỤ 2.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm A(-1;2), B(-3;2) và đường thẳng  $\Delta: 2x-y+3=0$ . Tìm tọa độ điểm  $C \in \Delta$  sao cho tam giác ABC cân ở C.

#### Lời giải.

Gọi tọa độ điểm  $C(a; 2a+3) \Rightarrow \overrightarrow{CA} = (a+1; 2a+1), \overrightarrow{CB} = (a+3; 2a+1).$ Vì tam giác ABC cân ở  $C \Rightarrow CA^2 = CB^2 \Leftrightarrow (a+1)^2 + (2a+1)^2 = (a+3)^2 + (2a+1)^2$ .  $\Leftrightarrow 2a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = -2 \Rightarrow C(-2; -1).$ 

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm M(3;1) và đường thẳng d:  $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ . Tìm tọa độ của điểm đối xứng với

#### điểm M qua d. 🗭 Lời giải.

Đường thẳng d có véc-to chỉ phương  $\vec{u} = (-2, 2)$ .

Giả sử tọa độ điểm đối xứng với điểm M qua d là N(a;b), khi đó  $\overrightarrow{MN}=(a-3;b-1)$  và tọa độ trung điểm của MN là

Khi đó ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{u} \perp \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} -2(a-3) + 2(b-1) = 0 \\ \frac{a+3}{2} = -2 - 2t \\ \frac{b+1}{2} = 1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \\ t = -\frac{5}{4}. \end{cases}$$

Vây toa độ điểm cần tìm là N(-2; -4).

**VÍ DỤ 4.** Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm A(0;5) và B(-4;3). Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d:  $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$ sao cho  $MA^2 + MB^2$  đạt giá tri nhỏ nhất.

#### Lời giải.

Điểm M thuộc đường thẳng  $d \Rightarrow M(1+t;3-t) \Rightarrow \overrightarrow{MA}(-1-t;2+t); \overrightarrow{MB}(-5-t;t)$  $\Rightarrow MA^2 + MB^2 = (t+1)^2 + (t+2)^2 + (t+5)^2 + t^2 = 4t^2 + 16t + 30$  $=4(t^2+4t+4)+14=4(t+2)^2+14 \ge 14$  $\Rightarrow MA^2 + MB^2$  đạt giá tri nhỏ nhất bằng 14 khi  $t = -2 \Rightarrow M(-1;5)$ .

**VÍ DỤ 5.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm A(1;1) và B(-2;4) và đường thẳng  $\Delta: mx - y + 3 = 0$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để  $\Delta$  cách đều A và B.

#### 🗭 Lời giải.

 $\Delta$  cách đều A và B khi  $\frac{|m-1+3|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{|-2m-4+3|}{\sqrt{m^2+1}} \Leftrightarrow |m+2| = |2m+1| \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m=-1\\ m=1 \end{bmatrix}$ 

**VÍ DỤ 6.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm A(-1;-2), B(1;-1). Biết tập hợp tất cả các điểm M(x;y) thỏa mãn  $MA^2 - MB^2 = 2$  là một đường thẳng. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó.

#### Lời giải.

Từ giả thiết  $MA^2 - MB^2 = 2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 - (x-1)^2 - (y+1)^2 = 2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 1 = 0$ . Tập hợp các điểm M thỏa mãn giả thiết là đường thẳng  $\Delta : 4x + 2y + 1 = 0$ .

Khoảng cách từ gốc tọa độ đến  $\Delta$  là d $(O;\Delta)=\frac{1}{\sqrt{20}}=\frac{\sqrt{5}}{10}$ 

**VÍ DỤ 7.** Tìm tất cả các giá trị của m để khoảng cách từ M(-1;2) đến đường thẳng  $\Delta \colon mx+y-m+4=0$  bằng  $2\sqrt{5}$ .

Khoảng cách 
$$d(M,\Delta) = \frac{|-m+2-m+4|}{\sqrt{m^2+1}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |6-2m| = 2\sqrt{5m^2+5}$$

$$\Leftrightarrow 36 - 24m + 4m^2 = 20m^2 + 20 \Leftrightarrow 16m^2 + 24m - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$

**VÍ DỤ 8.** Trong mặt phẳng Oxy, viết PTĐT d đi qua điểm A(1;2) và cách B(-2;3) một khoảng bằng  $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ .

#### 🗭 Lời giải.

Giả sử đường thẳng d: ax + by + c = 0.

Đường thẳng d đi qua A(1;2) nên  $a+2b+c=0 \Leftrightarrow c=-a-2b$ .

Ta có

$$d(B,d) = \frac{4\sqrt{10}}{5} \Leftrightarrow \frac{|-2a+3b-a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{4\sqrt{10}}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|-3a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{4\sqrt{10}}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(-3a+b)^2}{a^2+b^2} = \frac{32}{5}$$

$$\Leftrightarrow 13a^2 - 30ab - 27b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -27\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 30 \cdot \frac{b}{a} + 13 = 0$$

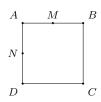
$$\Leftrightarrow \left[\frac{b}{a} = \frac{1}{3}\right]$$

$$\frac{b}{a} = -\frac{13}{9}$$

- a) Với  $\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$ , chọn b = 1, a = 3, ta được  $d \colon 3x + y 5 = 0$ .
- b) Với  $\frac{b}{a} = -\frac{13}{9}$ , chọn b = -13, a = 9, ta được d : 9x 13y + 17 = 0.

#### VÍ DŲ 9.

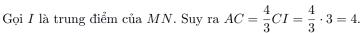
Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có C(7;2). Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và AD. Biết đường thẳng MN có phương trình 3x - 4y + 2 = 0. Tính diện tích S của hình vuông ABCD.



#### 🗭 Lời giải.

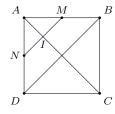
Khoảng cách từ C(7;2) đến đường thẳng MN

$$d(C, MN) = \frac{|3 \cdot 7 - 4 \cdot 2 + 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3.$$



Do đó cạnh của hình vuông ABCD là  $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ .

Diện tích hình vuông ABCD là  $\left(2\sqrt{2}\right)^2=8$ 



**VÍ DỤ 10.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d: x+y-3=0 và hai điểm M(1;2), N(2;-1). Tìm tọa độ điểm A(a;b) (với a là số nguyên âm) thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác AMN bằng 4.

#### 🗭 Lời giải.

Đường thẳng MN có một véc-tơ chỉ phương là  $\overrightarrow{MN}=(1;-3)$ , suy ra MN có một véc-tơ pháp tuyến là  $\overrightarrow{n}=(3;1)$ . Phương trình tổng quát của MN là  $3(x-1)+(y-2)=0 \Leftrightarrow 3x+y-5=0$ .

Do  $A \in d$  nên  $a+b-3=0 \Leftrightarrow b=3-a$ . Vậy A(a;3-a).

Vì  $MN = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$ , suy ra

$$\begin{split} \mathrm{d}(A,MN) &= \frac{2S_{AMN}}{MN} \Leftrightarrow \frac{|3a+3-a-5|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{8}{\sqrt{10}} \\ \Leftrightarrow &|2a-2| = 8 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a=5 \text{ (loại)} \\ a=-3 \text{ (nhận)}. \end{bmatrix} \end{split}$$

Suy ra a = -3, b = 6. Vậy 2a - b = -12.

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Cho đường thẳng  $\Delta$  có PTTS  $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$  và điểm A(0;1).

- a) Tìm điểm M nằm trên  $\Delta$  và cách điểm A một khoảng bằng 5.
- b) Tìm điểm N trên  $\Delta$  sao cho AN ngắn nhất.

#### 🗭 Lời giải.

## PHƯƠNG PHÁP TOA ĐỘ TRONG MẶT PHẨNG

a) Vì 
$$M \in \Delta \Rightarrow M(x+2t;3+t)$$
.  
 $M$  cách  $A(0;1)$  một khoảng bằng  $5 \Leftrightarrow AM=5$ 

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2+2t)^2 + (2+t)^2} = 5$$

$$\Leftrightarrow (2+2t)^2 + (2+t)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0$$

$$t = 1$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{17}{5}$$

Suy ra M(4;4) hoặc  $M(-\frac{24}{5};-\frac{2}{5})$ .

b) 
$$N \in \Delta \Rightarrow N(2+2t;3+t)$$
  $AN$  ngắn nhất khi  $N$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $\Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{u}_{\Delta} = 0$ .  $\Leftrightarrow 2(2+2t)+2+t=0 \Leftrightarrow t=-\frac{6}{5}$ . Suy ra  $N(-\frac{2}{5};\frac{9}{5})$ .

**BÀI 2.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1$ : x + 2y + 5 = 0 và  $\Delta_2$ : -3x + 4y = 0. Tìm tọa độ điểm M thuộc  $\Delta_1$  sao cho khoảng cách từ M đến  $\Delta_2$  bằng 1.

#### 🗭 Lời giải.

M thuộc  $\Delta_1$  nên có tọa độ dạng M(-2a-5;a). Theo giả thiết

$$d(M, \Delta_2) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{|-3(-2a-5)+4a|}{\sqrt{(-3)^2+4^2}} = 1$$

$$\Leftrightarrow (10a+15)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow a = -1 \text{ hoặc } a = -2.$$

$$\bigcirc$$
 Với  $a=-1 \Rightarrow M(-3;-1)$ .

$$\bigcirc$$
 Với  $a = -2 \Rightarrow M(-1; -2)$ .

**BÁI 3.** Tìm những điểm nằm trên đường thẳng  $\Delta$ : 2x + y - 1 = 0 và có khoảng cách đến d: 4x + 3y - 10 = 0 bằng 2. 🗭 Lời giải.

Giả sử có điểm  $M \in \Delta$ , khi đó M(m; 1-2m).

Theo dè 
$$d(M,d) = 2 \Leftrightarrow \frac{|4m + 3(1-2m)-10|}{\sqrt{4^2+3^2}} = 2 \Leftrightarrow |-2m-7| = 10$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2m+7=10\\ 2m+7=-10 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m=\frac{3}{2}\\ m=-\frac{17}{2}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2m+7=10\\ 2m+7=-10 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m=\frac{3}{2}\\ m=-\frac{17}{2}. \end{bmatrix}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là  $M_1\left(\frac{3}{2};-2\right)$  và  $M_2\left(-\frac{17}{2};18\right)$ .

**BÀI 4.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm A(1;1) và đường thẳng  $\Delta: 2x + 3y + 4 = 0$ . Tìm tọa độ điểm B trên đường thẳng  $\Delta$  sao cho đường thẳng AB và  $\Delta$  hợp với nhau góc  $45^{\circ}$ .

#### 🗩 Lời giải.

 $\Delta$  có VTPT  $\vec{n} = (2,3) \Rightarrow \text{VTCP}$  của đường thẳng  $\Delta$  là  $\vec{u} = (-3,2)$ .

Giả sử  $B(1-3t; -2+2t) \in \Delta$ .

Góc hợp bởi đường thẳng AB và  $\Delta$  bằng  $45^{\circ}$ 

$$\Leftrightarrow (AB, \Delta) = 45^{\circ}$$

$$\Leftrightarrow |\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{u})| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow 169t^{2} - 156t - 45 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = \frac{15}{13} \\ t = -\frac{3}{13} \end{bmatrix}$$

Vậy 
$$B\left(-\frac{32}{13}; \frac{4}{13}\right)$$
 hoặc  $B\left(\frac{22}{13}; -\frac{32}{13}\right)$ 

**BÀI 5.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm A(0;2), B(2;-2) và đường thẳng  $d_1: x-y-1=0$ , đường thẳng  $d_2$ : x + y + 1 = 0.

- a) Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng  $d_1$  thỏa mãn MA + MB đạt giá trị nhỏ nhất.
- b) Tìm tọa độ điểm N trên  $d_2$  sao cho NA + NB đạt giá trị nhỏ nhất.

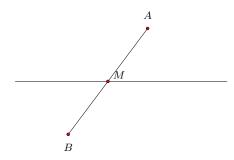
#### 🗭 Lời giải.

a) Để làm dạng toán này trước hết ta cần xác định vị trí của hai điểm A, B so với đường thẳng  $d_1$  xem chúng nằm cùng phía hay khác phía với  $d_1$ .

Thay tọa độ điểm A vào  $d_1$  ta có  $t_A = -3$ .

Thay tọa độ điểm B vào  $d_1$  ta có  $t_B = 3$ .

Xét tích  $t_A \cdot t_B = -3 \cdot 3 = -9 < 0$ . Do đó A và B khác phía so với  $d_1$ .



Ta thấy  $MA + MB \ge AB$ . Do đó MA + MB đạt giá trị nhỏ nhất bằng AB khi M là giao điểm của AB và đường thẳng  $d_1$ .

$$\overrightarrow{AB} = (2; -4) = 2(1; -2).$$

Đường thẳng 
$$AB$$
 có phương trình 
$$\begin{cases} x=t \\ y=2-2t \end{cases}$$

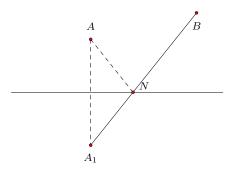
Thay 
$$x, y$$
 vừa tìm được ở PTĐT  $AB$  vào PTĐT  $d_1$  ta có:  $t - (2 - 2t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ . Do đó  $M(1;0)$ .

b) Tương tự, trước hết ta cần xác định vị trí của hai điểm A, B so với đường thẳng  $d_2$ .

Thay tọa độ điểm A vào  $d_2$  ta có  $t_A = 2 + 1 = 3$ .

Thay tọa độ điểm B vào  $d_2$  ta có  $t_B = 1$ .

Xét tích  $t_A \cdot t_B = 3 > 0$ . Do đó A và B nằm cùng phía so với  $d_2$ .



Gọi  $A_1$  là điểm đối xứng với A qua  $d_2$ .

Ta có 
$$NA + NB = NA_1 + NB \ge A_1B$$
.

Do đó NA + NB đạt giá trị nhỏ nhất khi N là giao điểm của  $A_1B$  với  $d_2$ .

Gọi tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên  $d_2$  là  $H \Rightarrow H(t; -t-1); AH = (t; -t-3)$ .

Ta có 
$$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u}_{d_2} = 0 \Leftrightarrow -t - t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2}$$

Suy ra 
$$H\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$$
.

$$H$$
 là trung điểm của  $AA_1$  nên suy ra  $A_1(-3;-1)$ . Dường thẳng  $A_1B$  có phương trình 
$$\begin{cases} x=2+5t \\ y=-2-t \end{cases}$$

Thay x,y vừa tìm được ở phương trình  $A_1B$  vào PTĐT  $d_2$  ta có  $2+5t-2-t+1=0 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{4}$ .

Vậy 
$$N\left(\frac{3}{4}; -\frac{7}{4}\right)$$
.

## C. CÂU HỔI TRẮC NGHIÊM

**CÂU 1.** Cho PTDT  $\Delta$ : Ax+By+C=0 ( $A^2+B^2\neq 0$ ). Điều kiện nào sau đây để  $\Delta$  song song hoặc trùng với trục hoành?

$$\mathbf{A}$$
  $B=0$ .

 $(\mathbf{B}) A \cdot B \neq 0.$ 

 $(\mathbf{C})A = 0.$ 

#### 🗭 Lời giải.

Trục hoành: y = 0.

Để  $\Delta$  song song hoặc trùng với trục hoành thì A=0.

Chọn đáp án  $\binom{ extbf{C}}{ ext{C}}$ .

**CÂU 2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với đỉnh A(1;2) và H(3;-1) là chân đường cao kẻ từ Acủa tam giác ABC. Khi đó đường thẳng BC có phương trình là

$$(A)$$
  $2x - 3y + 4 = 0.$ 

**(B)** 3x + 2y + 7 = 0.

**©** 
$$3x + 2y - 7 = 0$$
. **D**  $2x - 3y - 9 = 0$ .

$$(2x - 3y - 9) = 0.$$

#### 🗭 Lời giải.

Đường thẳng BC đi qua H(3;-1) và có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{AH}=(2;-3)$  có phương trình tổng quát:

$$2(x-3) - 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 9 = 0$$

**CÂU 3.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, PTTS của đường thẳng đi qua M(-2;3) và song song với đường thẳng  $\frac{x-7}{-1} = \frac{y+\bar{5}}{5} \text{ là}$ 

$$\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -t \\ y = 5t \end{cases}.$$

🗭 Lời giải.

Do hai đường thẳng song song nên đường thẳng cần tìm nhận  $\vec{u} = (-1; 5)$  làm véc-tơ chỉ phương. Do đó PTTS là  $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + 5t. \end{cases}$ 

$$(c)$$
  $(-1;7)$ .

 $(\mathbf{D})(2;5).$ 

🗭 Lời giải.

Xét hệ 
$$\begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \\ 2x + 3y - 19 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2(22 + 2t) + 3(55 + 5t) - 19 = 0 \Leftrightarrow t = -10 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5. \end{cases}$$

Vây toa độ giao điểm M(2; 5).

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 5.** Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng  $\Delta_1$ :  $\begin{cases} x = 3 + \sqrt{2}t \\ y = 1 - \sqrt{3}t \end{cases}$  và  $\Delta_2$ :  $\begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t \\ y = 1 + \sqrt{2}t. \end{cases}$ 

(A) Trùng nhau.

B) Cắt nhau nhưng không vuông góc.

(c) Song song với nhau.

D Vuông góc với nhau.

🗭 Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  lần lượt là  $\vec{u}_1 = (\sqrt{2}; -\sqrt{3}), \ \vec{u}_2 = (\sqrt{3}; \sqrt{2}).$ 

Ta có  $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$  nên  $\Delta_1 \perp \Delta_2$ .

Chọn đáp án  $\bigcirc$  D......

**CÂU 6.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1: x-3y=0, \Delta_2: -2x+6y-1=0$ . Tìm mệnh đề đúng.

 $(\mathbf{A}) \Delta_1 \equiv \Delta_2.$ 

 $\bigcirc$   $\Delta_1 // \Delta_2$ .

 $lackbox{D} \Delta_1 \text{ cắt } \Delta_2 \text{ tại } A\left(\frac{1}{12}; \frac{1}{4}\right).$ 

🗭 Lời giải.

Ta có  $\frac{1}{-2} = \frac{-3}{6} \neq \frac{0}{-1} \Rightarrow \Delta_1 // \Delta_2$ .

**CÂU 7.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $\Delta_1$ :  $\begin{cases} x=2-5t \\ y=-1+mt \end{cases}, \Delta_2 \colon x-3y=0. \text{ Giá trị của tham số } m \text{ để } \Delta_1 \text{ vuông} \end{cases}$ 

- $(\mathbf{c}) m = -15.$
- $(\mathbf{D}) m = 15.$

#### 🗭 Lời giải.

Ta có  $\vec{u}_1 = (-5; m) \Rightarrow \vec{n}_1 = (m; 5) \text{ và } \vec{n}_2 = (1; -3).$  $D\hat{e} \Delta_1 \perp \Delta_2 \text{ th}$ 

$$\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$$

$$\Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 15.$$

**CÂU 8.** Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm M(1;2) và đường thẳng  $\Delta: x+y+1=0$ . Khoảng cách từ M đến đường thẳng  $\Delta$ 

$$\mathbf{A} \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

**c** 
$$4\sqrt{2}$$
.

$$\bigcirc 2\sqrt{2}.$$

#### 🗭 Lời giải.

Khoảng cách từ M đến đường thẳng  $\Delta$  bằng

$$d(M, \Delta) = \frac{|1+2+1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 2\sqrt{2}.$$

**CÂU 9.** Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm M(5;-1) đến đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x=7-2t \\ y=-4+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \text{ bằng}$ 

$$\frac{8}{\sqrt{10}}$$
.

$$\bigcirc \frac{6}{\sqrt{26}}$$

#### 🗭 Lời aiải.

Phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta \colon 3x + 2y - 13 = 0$ .

Ta có d
$$(M, \Delta) = \frac{|3\cdot 5 + 2\cdot (-1) - 13|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = 0.$$

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 10.** Tính khoảng cách từ M(1;-1) đến đường thẳng  $\Delta: 3x-4y-17=0$ .

(B)  $-\frac{18}{5}$ .

(C)  $\frac{2}{5}$ .

$$-\frac{18}{5}$$
.

$$c$$
  $\frac{2}{5}$ .

**D** 
$$\frac{10}{\sqrt{5}}$$
.

🗭 Lời giải.

Ta có d
$$(M; \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) - 17|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2.$$

**CÂU 11.** Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song d: 3x + 4y = 0 và d': 3x + 4y - 10 = 0 bằng (A) 7.

#### Lời giải.

Ta thấy  $O(0;0) \in d$ . Vì  $d /\!\!/ d'$  nên

$$d(d, d') = d(O, d') = \frac{|3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2.$$

Chon đáp án (B).....

**CÂU 12.** Tìm tất cả các giá trị của m để khoảng cách từ M(-1;2) đến đường thẳng  $\Delta: mx+y-m+4=0$  bằng  $2\sqrt{5}$ .

$$\bigcirc m = -2$$

$$\bigcirc m = -2, m = \frac{1}{2}.$$

$$d(M; \Delta) = \frac{|-m+2-m+4|}{\sqrt{m^2+1}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |6-2m| = 2\sqrt{5m^2+5}$$

$$\Leftrightarrow 36 - 24m + 4m^2 = 20m^2 + 20 \Leftrightarrow 16m^2 + 24m - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Chon đáp án (D).....

**CÂU 13.** Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d: ax + by + c = 0 đi qua điểm A(1;2) và cách B(-2;3) một khoảng bằng  $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ . Biết a, b là các số nguyên dương và  $\frac{b}{a}$  tối giản. Tính giá trị biểu thức T = 3a + 2b + 1.

#### 🗭 Lời giải.

Đường thẳng d đi qua A(1;2) nên  $a+2b+c=0 \Leftrightarrow c=-a-2b$ .

$$d(B,d) = \frac{4\sqrt{10}}{5} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{|-2a+3b-a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{4\sqrt{10}}{5}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{|-3a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{4\sqrt{10}}{5}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{(-3a+b)^2}{a^2+b^2} = \frac{32}{5}$$

$$\Leftrightarrow \quad 13a^2 - 30ab - 27b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad -27\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 30 \cdot \frac{b}{a} + 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \left[\frac{b}{a} = \frac{1}{3}\right]$$

$$\Leftrightarrow \quad \left[\frac{b}{a} = -\frac{13}{9}\right].$$

Do a, b > 0 và  $\frac{b}{a}$  tối giản nên  $\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$ , hay b = 1 và a = 3.

**CÂU 14.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng  $\Delta: 3x - 4y + m + 4 = 0$  và điểm M(1;2). Giá trị dương của m để khoảng cách từ M đến đường thẳng  $\Delta$  bằng 2 là

**(A)** m = 11.

$$(c) m = 9.$$

$$(D) m = -9.$$

## 🗭 Lời giải.

Khoảng cách từ M đến  $\Delta$  là

$$d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 2 + m + 4|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2 \Leftrightarrow |m - 1| = 10 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m = 11 \\ m = -9. \end{bmatrix}$$

Vậy giá trị dương của m thỏa mãn là m = 11.

Chọn đáp án (A)......

**CÂU 15.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết PTDT ( $\Delta$ ) song song với (d): 2x - y + 3 = 0 và cách (d) một khoảng bằng  $2\sqrt{5}$ .

$$\triangle \Delta \colon 2x - y + 13 = 0.$$

$$\Delta_1 \colon 2x - y + 13 = 0$$

$$\Delta_2 \colon 2x - y - 7 = 0$$

#### 🗭 Lời giải.

Lấy M(x;y) thuộc đường thẳng  $(\Delta)$  song song với (d) và cách (d) một khoảng bằng  $2\sqrt{5}$ , ta có

$$d(M,d) = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|2x - y + 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |2x - y + 3| = 10 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2x - y + 3 = 10 \\ 2x - y + 3 = -10 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2x - y - 7 = 0 \\ 2x - y + 13 = 0. \end{bmatrix}$$

Chon đáp án (B).....

**CÂU 16.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$  và  $\Delta'$ : 2x + y - m + 1 = 0. Tính tổng các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm M(1;-2) đến hai đường thẳng đó bằng nhau.

(A) 12.

 $(\mathbf{B})$  0.

 $(\mathbf{C})$  2.

**(D)** 10.

#### Lời giải.

Ta có phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  là

$$\Delta : (x-1) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3 = 0.$$

Khoảng cách từ M(1;-2) đến  $\Delta$  là

$$d(M, \Delta) = \frac{|1 + 2 \cdot (-2) - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}}.$$

Khoảng cách từ M(1;-2) đến  $\Delta'$  là:

$$d(M, \Delta') = \frac{|2 \cdot 1 + (-2) - m + 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|1 - m|}{\sqrt{5}}.$$

Để khoảng cách từ M đến  $\Delta$  và  $\Delta'$  bằng nhau thì

$$\frac{|1-m|}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m=7\\ m=-5. \end{bmatrix}$$

Vậy tổng các giá trị của m thỏa mãn bằng 2.

Chọn đáp án (C).....

**CÂU 17.** Trong mặt phẳng Oxy, cho A(1;1), B(3;2), C(7;10). Gọi  $\Delta$  là đường thẳng có phương trình ax + by - c = 0 (a, b) $b, c \in \mathbb{N}$  và  $a, b, c \leq 10$ ). Biết rằng  $A \in \Delta$  và tổng khoảng cách từ B và C đến  $\Delta$  là lớn nhất. Tính S = a + b + c.

$$(A) S = 18.$$

**B** 
$$S = 22$$
.

**(c)** 
$$S = 15$$

$$\bigcirc S = 10.$$

🗭 Lời giải.

Do  $A \in \Delta$  nên a + b = c. Do  $a, b \in \mathbb{N}$  nên

$$d(B, \Delta) = \frac{|3a + 2b - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{2a + b}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$
$$d(C, \Delta) = \frac{|7a + 10b - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{6a + 9b}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Do đó, sử dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz, ta có

$$\begin{split} \mathrm{d}\left(B,\Delta\right) + \mathrm{d}\left(C,\Delta\right) &= \frac{8a + 10b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{\frac{(8a + 10b)^2}{a^2 + b^2}} \\ &\leq \sqrt{\frac{\left(8^2 + 10^2\right)\left(a^2 + b^2\right)}{a^2 + b^2}} = 2\sqrt{41}. \end{split}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $\frac{a}{8} = \frac{b}{10}$ . Chú ý  $a,b \in \mathbb{N},\ a+b=c \le 10$  và  $a^2+b^2>0$  nên a=4 và b=5. Vậy S = a + b + c = 18.Chọn đáp án (A)...

**CÂU 18.** Cho đường thẳng  $d_1$ :  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3t \end{cases}$  và đường thẳng  $d_2$ : 2x + y - 5 = 0. Biết M là giao điểm của hai đường thẳng  $d_1$ 

và  $d_2$ . Tìm tọa độ điểm M.

(A) 
$$M(-1; -3)$$
.

**B** 
$$M(3;1)$$
.

$$\bigcirc$$
  $M(3; -3).$ 

$$\bigcirc$$
  $M(1;3).$ 

🗭 Lời giải.

Vì  $M \in d_1$  nên M(2+t; -3t).

Mặt khác, ta có  $M \in d_2$  nên  $2(2+t) + (-3t) - 5 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ .

Vậy M(1;3).

**CÂU 19.** Cho đường thẳng  $d_1$ :  $\begin{cases} x=2t \\ y=5-3t \end{cases}, d_2 \colon x-2y+2=0. \text{ Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng } d_1 \text{ và } d_2.$   $\bullet I(2:-1). \qquad \bullet I(2:2).$ 

$$lack A I(2;-1).$$

Lời giải. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 5 - 3t \\ x - 2y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2. \end{cases}$$

$$ightharpoonup ec{u}(2;3)$$
 là véc-tơ chỉ phương của  $ec{u}$ 

 $lue{c}$  d vuông góc với đường thẳng  $\Delta'$ : 3x + 2y - 1 = 0.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d là  $\vec{u}(3;2)$ .

Chọn đáp án (B).....

CÂU 21. Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) Đường thẳng  $\Delta$ : y-1=0 song song với trục tung.
- (B) Đường thẳng  $\Delta$ : 2x 7y + 2 = 0 cắt hệ trục tọa độ tại hai điểm phân biệt.
- (c) Đường thẳng  $\Delta$ : x-2=0 song song với trục hoành.
- **D**) Đường thẳng  $\Delta$ : 2x 7y = 0 đi qua gốc tọa độ.

#### Lời giải.

Đường thẳng  $\Delta$ : y-1=0 song song với trục hoành nên A sai.

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 22.** Đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng AB với A(-2;1) và B(4;3). Đường thẳng  $\Delta$  có một véc-tơ chỉ phương là

$$(A) \vec{c} = (1; -3).$$

**B** 
$$\vec{a} = (3; 1).$$

$$\vec{c}$$
  $\vec{d} = (1; 3).$ 

$$(\mathbf{D}) \vec{b} = (3; -1).$$

#### Lời giải.

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (6; 2)$ , đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng AB nên véc-tơ chỉ phương  $\Delta$  là  $\overrightarrow{u} = (1; -3)$ .

Chọn đáp án (A)...

**CÂU 23.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng  $\Delta$  đi qua A(1;1) và vuông góc với d:4x+2y+1=0 có phương trình

$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$$

#### Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của d là  $\vec{n}(4;2)$ . Do  $\Delta \perp d$  nên  $\vec{u}(-4;-2)$  là một véc-tơ chỉ phương của  $\Delta$ . PTTS đường thẳng  $\Delta$ y = 1 - 2t.

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 24.** Đường thẳng nào sau đây đi qua A(1;1) và song song với đường thẳng 2x + 3y - 2 = 0?

$$(A) 4x + 6y - 10 = 0.$$

**B**) 
$$2x + 3y - 7 = 0$$
.

$$(\mathbf{c}) 3x - 2y - 1 = 0.$$

$$(\mathbf{D}) x - y + 3 = 0$$

#### Lời giải.

Goi d đi qua A(1;1) và song song với đường thẳng 2x + 3y - 2 = 0

$$\Rightarrow d: 2(x-1) + 3(y-1) = 0 \Leftrightarrow d: 2x + 3y - 5 = 0 \Leftrightarrow d: 4x + 6y - 10 = 0.$$

**CÂU 25.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng qua A(2;1) và song song với đường thẳng 2x + 3y - 2 = 0 có phương trình tổng quát là

(A) 
$$x - y + 3 = 0$$
.

(C) 
$$3x - 2y - 4 = 0$$
.

**(B)** 
$$2x + 3y - 7 = 0$$
. **(C)**  $3x - 2y - 4 = 0$ . **(D)**  $4x + 6y - 11 = 0$ .

#### 🗭 Lời giải.

Đường thẳng d song song với đường thẳng 2x+3y-2=0 có phương trình tổng quát dạng d:  $2x + 3y + m = 0 (m \neq -2)$ .

Mà đường thẳng d qua A(2;1) nên ta có:  $2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -7$ .

Vậy PTĐT d là 2x + 3y - 7 = 0.

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 26.** Đường thẳng đi qua M(2;0), song song với đường thẳng  $\Delta$ :  $\begin{cases} x=-4+5t \\ y=1-t \end{cases}$  có phương trình tổng quát  $\textbf{(A)} \ x+5y-2=0.$   $\textbf{(B)} \ 5x-y-10=0.$   $\textbf{(C)} \ x+5y+1=0.$   $\textbf{(D)} \ 2x+10y-13=0.$ 

$$(A) x + 5y - 2 = 0.$$

**(B)** 
$$5x - y - 10 = 0$$
.

$$(\mathbf{c})x + 5y + 1 = 0.$$

#### 🗭 Lời giải.

Ta có  $\Delta$ :  $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 1 - t \end{cases}$  có véc-tơ chỉ phương  $\vec{u} = (5; -1)$ , suy ra véc-tơ pháp tuyến của  $\Delta$  là  $\vec{n} = (1; 5)$ .

Đường thẳng đi qua M(2;0), song song với đường thẳng  $\Delta$  nên có véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n}=(1;5)$ .

Phương trình tổng quát cần tìm là  $1(x-2) + 5(y-0) = 0 \Leftrightarrow x + 5y - 2 = 0$ .

Chon đáp án (A).....

**CÂU 27.** Viết PTĐT d đi qua điểm I(4;-1) và vuông góc với đường thẳng  $\Delta: x+y-2017=0$ .

$$\mathbf{A} x - y + 5 = 0.$$

$$(\mathbf{R}) x - y - 5 = 0$$

$$\bigcirc$$
  $4x - y \perp 5 - 0$ 

**(B)** 
$$x - y - 5 = 0$$
. **(C)**  $4x - y + 5 = 0$ . **(D)**  $4x - y - 5 = 0$ .

#### Lời giải.

Đường thẳng  $d \perp \Delta$ , do đó đường thẳng d có dạng d: -x + y + m = 0.

Vì đường thẳng d đi qua điểm I(4;-1) nên m=5. Vậy  $d\colon -x+y+5=0$  hay  $d\colon x-y-5=0$ .

Chọn đáp án (B)......

**CÂU 28.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình tổng quát của đường thẳng d qua điểm M(2; -3) và song song với đường thẳng  $\Delta$ : 2x - y + 5 = 0.

(A) 
$$d: 2x - y - 7 = 0$$
.

**B**) 
$$d: x - 2y - 8 = 0$$
.

**©** 
$$d: 2x - y + 7 = 0.$$

**(D)** 
$$d: x + y + 4 = 0.$$

#### Lời giải.

Vì đường thẳng d song song với  $\Delta$  nên phương trình của đường thẳng d là 2x - y + c = 0 (với  $c \neq 5$ ). Vì đường thẳng d đi qua điểm M(2; -3) nên

$$2 \cdot 2 - (-3) + c = 0 \Leftrightarrow c = -7 \text{ (nhân)}.$$

Vậy phương trình của đường thẳng d là 2x - y - 7 = 0.

Chon đáp án (A)....

**CÂU 29.** Tìm PTTS của đường thẳng đi qua điểm M(-1;2) và vuông góc với đường thẳng 2x-y+4

$$\begin{cases} x = t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}.$$

$$\bigcirc \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$$
 **©** 
$$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$$
 **D** 
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$$

#### Lời giải.

(d): 2x - y + 4 = 0 có VTPT  $n - \overrightarrow{n_d} = (2; -1)$ .

Đường thẳng đi qua điểm M(-1;2) và vuông góc với đường thẳng 2x-y+4=0 có VTCP  $\vec{u}=\vec{n_d}=(2;-1)$ . PTTS  $\int x = -1 + 2t$ y = 2 - t.

Chọn đáp án  $\bigcirc{\mathsf{D}}$ ......

$$\mathbf{A} 3x - y + 9 = 0.$$

$$(B)$$
  $x + 3y - 17 = 0$ 

$$\mathbf{C}$$
  $3x + y - 3 = 0$ .

$$(\mathbf{D})x - 3y + 19 = 0$$

#### 🗭 Lời giải.

Gọi (d) là đường thẳng đi qua M và vuông góc  $\Delta$ .

Đường thẳng (d) vuông góc  $(\Delta)$  nên (d) có một véc-tơ pháp tuyến là véc-tơ chỉ phương của  $(\Delta)$ .

Do đó đường thẳng (d) có véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n}(3;1)$ .

PTDT (d):  $3(x+1) + 1(y-6) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 3 = 0$ .

Chọn đáp án  $\overline{(C)}$ ......

**CÂU 31.** Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có điểm A(3;-4), B(-1;2), C(1;5). PTDT đi qua trọng tâm của tam giác ABC và song song với đường thẳng AC là

$$\mathbf{A}$$
  $2x + 9y - 11 = 0$ .

$$\bigcirc 9x + 2y + 5 = 0$$

$$(\mathbf{C})\,2x + 9y + 7 = 0$$

**B** 
$$9x + 2y + 5 = 0$$
. **C**  $2x + 9y + 7 = 0$ . **D**  $9x + 2y - 11 = 0$ .

#### Lời giải.

Ta có trọng tâm G của tam giác ABC là G(1;1) và  $\overrightarrow{AC} = (-2;9)$ .

Do  $\vec{n}_d = \vec{n}_{AC} = (9; 2)$ . Vây PTĐT d: 9x + 2y - 11 = 0.

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 32.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hai đường thẳng  $d_1: mx + y - m - 1 = 0$  và  $d_2: x + my - 2 = 0$  song song với nhau khi và chỉ khi

**B**) 
$$m = \pm 1$$
.

$$(c) m = 1.$$

**(D)** 
$$m = -1$$
.

#### Lời giải.

Hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  song song khi và chỉ khi

$$\frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{-1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1\\ m \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \pm 1.\\ m \neq 2 \end{cases}$$

Chọn đáp án (B)....

**CÂU 33.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình  $d_1: 5x-6y-4=0; d_2: x+2y-4=0$  $0; d_3: mx - (2m-1)y + 9m - 19 = 0$  ( m là tham số ). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm?

**(A)** 
$$m = 1$$
.

**B** 
$$m = -1$$
.

$$m = -2.$$

$$(\mathbf{D}) m = 2.$$

🗭 Lời giải.

Tọa độ giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$  thỏa hệ  $\begin{cases} 5x - 6y - 4 = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$  Vậy  $d_1; d_2$  cắt nhau tại M(2; 1).

Để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm thì  $d_3$  qua M(2;1)

Hay  $2m - (2m - 1) + 9m - 19 = 0 \Leftrightarrow 9m - 18 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ .

Chọn đáp án  $\overline{(D)}$ ......

**CÂU 34.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d: x + 2y - 3 = 0. Đường thẳng nào sau đây song song với d?

**(A)**<math>4x + 8y - 12 = 0.

(B) 2x - y + 3 = 0.

(c) -x - 2y + 1 = 0.

 $(\mathbf{D})x - 2y + 3 = 0.$ 

D Lời giải.

Ta có 4x+8y-12=0 tương đương với x+2y-3=0 trùng với đường thẳng d nên loại đáp án 4x+8y-12=0. Các đáp án 2x-y+3=0, x-2y+3=0 loại vì các véc-tơ pháp tuyến không cùng phương với véc-tơ pháp tuyến của d. Mặt khác, -x-2y+1=0 tương đương với x+2y-1=0, song song với d.

Chọn đáp án C

**CÂU 35.** Gọi d là đường thẳng qua M(4; -3) và song song với đường thẳng y = 2x - 4

- (A) d không có điểm nào có toa đô là số nguyên chẵn.

C A và B đều sai.

D Cả A và B đều đúng.

D Lời giải.

d song song với đường thẳng y=2x-4 nên d: y=2x+b, với  $b\neq -4$ .

M(4;-3) thuộc d suy ra  $-3=2\cdot 4+b \Leftrightarrow b=-11$ . Do đó d: y=2x-11.

Gọi  $A(a;b) \in d$   $(a,b \in \mathbb{Z})$ , suy ra b=2a-11 là số nguyên lẻ với mọi  $a \in \mathbb{Z}$  nên d không có điểm nào có tọa độ là số nguyên chắn.

Chọn đáp án iga(A).....

**CÂU 36.** Cho các đường thẳng  $d_1$ : x + 2y - 3 = 0,  $d_2$ : 3x - 4y + 1 = 0,  $\Delta$ : x + 3y - 10 = 0. Viết PTDT d đi qua giao điểm của  $d_1$ ,  $d_2$  và song song với đường thẳng  $\Delta$ .

(A) x + y - 4 = 0.

**B**) x + 3y + 4 = 0.

(x+y+4=0)

Dùi giải.

Gọi I là giao điểm của  $d_1$ ,  $d_2$ . Tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y - 3 = 0 \\ 3x - 4y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow I(1;1).$ 

Phương trình của d có dạng: x + 3y + c = 0 (do d song song  $\Delta$ ).

Vì  $I(1;1) \in d$  nên  $1+3+c=0 \Leftrightarrow c=-4$ . Vậy PTĐT (d): x+3y-4=0.

**CÂU 37.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hai đường thẳng d:  $m^2x - 6y + m + 6 = 0$  và d': 3x - 2y + 1 = 0 song song với nhau.

(A)  $m \in \emptyset$ .

 $\bigcirc m = -3.$ 

 $\bigcirc \begin{bmatrix} m = -3 \\ m = 3 \end{bmatrix}.$ 

 $\bigcirc m = 3$ 

🗭 Lời giải.

Để hai đường thẳng song song với nhau khi

$$\frac{m^2}{3} = \frac{-6}{-2} \neq \frac{m+6}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 9\\ m^2 - 3m - 18 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} m=3\\ m=-3\\ m\neq 6 \end{cases} \Leftrightarrow m=3.$$

Chọn đáp án  $\bigcirc$ D.....

**CÂU 38.** Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai đường thẳng AB và CD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

 $(\mathbf{A})\cos\alpha = \left|\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right)\right|.$ 

 $\mathbf{B}\cos\alpha = \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right).$ 

 $\mathbf{C}\cos\alpha = \left|\sin\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right)\right|.$ 

🗭 Lời giải.

Quy ước góc 2 đường thẳng:  $0^{\circ} \leqslant \alpha \leqslant 90^{\circ} \Rightarrow 0 \leqslant \cos \alpha \leqslant 1$ .

Do đó:  $\cos \alpha = \left| \cos \left( \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD} \right) \right|$ .

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 39.** Có hai giá trị  $m_1$ ,  $m_2$  để đường thẳng mx + y - 3 = 0 hợp với đường thẳng x + y = 0 một góc  $60^\circ$ . Tổng  $m_1 + m_2$  bằng

(A) -3.

**B** 3.

**c** 4.

 $\bigcirc$  -4

D Lời giải.

Đường thẳng mx + y - 3 = 0 có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_1} = (m; 1)$ .

Đường thẳng x + y = 0 có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_2} = (1; 1)$ .

Hai đường thẳng hợp với nhau một góc  $60^{\circ}$  nên có

$$\cos 60^{\circ} = \frac{|\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}| \cdot |\overrightarrow{n_2}|}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|m+1|}{\sqrt{m^2 + 1} \cdot \sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 1} = \sqrt{2} \cdot |m + 1|$$
$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 1 = 0.$$

Phương trình có hai nghiệm, theo hệ thức Vi-ét  $m_1 + m_2 = -4$ .

Chon đáp án (D).....

**CÂU 40.** Tính côsin góc giữa hai đường thẳng  $d_1$ : x + 2y - 7 = 0,  $d_2$ : 2x - 4y + 9 = 0.

$$\mathbf{B} \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{5}$$
.

$$\bigcirc \frac{3}{5}.$$

🗭 Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng  $d_1$  là  $\vec{n}_1 = (1; 2)$ .

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng  $d_2$  là  $\vec{n}_2 = (2; -4)$ .

$$\cos(d_1, d_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot (-4)|}{\sqrt{1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-4)^2}} = \frac{3}{5}.$$

**CÂU 41.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng  $d_1: x - \sqrt{3}y + 2019 = 0$  và  $d_2: y + 2020 = 0$ . Góc giữa hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  bằng

 $(\mathbf{A}) 60^{\circ}.$ 

**B**) 120°.

(c) 30°.

(**D**) 45°.

🗭 Lời giải.

Ta có:  $d_1$  có véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (1; -\sqrt{3}); d_2$  có véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n}_2 = (0; 1)$ .

Khi đó,  $\cos(d_1, d_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 \cdot 0 + (-\sqrt{3}) \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$ 

Suy ra  $(d_1, d_2) = 30^{\circ}$ .

Chọn đáp án (C).....

**CÂU 42.** Cho hai đường thẳng  $d_1: 2x - 4y - 1 = 0; d_2: x - \frac{1}{3}y + 4 = 0$ . Số đo góc giữa  $d_1$  và  $d_2$  là

$$\bigcirc \frac{\pi}{4}$$
.

$$\bigcirc -\frac{3\pi}{4}.$$

$$\bigcirc -\frac{\pi}{4}.$$

🗭 Lời giải.

Đường thẳng  $d_1: 2x - 4y - 3 = 0$  có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_1} = (2; -4)$ .

Đường thẳng  $d_2$ : 3x - y + 17 = 0 có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_2} = (3; -1)$ .

Gọi  $\varphi$  là góc giữa  $d_1$  và  $d_2$ . Vậy  $\cos \varphi = \frac{|\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}| \cdot |\overrightarrow{n_2}|} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$ .

**CÂU 43.** Tìm côsin góc giữa 2 đường thẳng  $\Delta_1$ : 10x + 5y - 1 = 0 và  $\Delta_2$ :  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t. \end{cases}$ 



$$\bigcirc$$
  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ .

$$\bigcirc \frac{3}{5}.$$

Lời giải.

véc-to pháp tuyến của  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  lần lượt là  $\overrightarrow{n_1} = (2;1)$ ,  $\overrightarrow{n_2} = (1;1)$ .

 $V_{\text{ay}}\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2})| = \frac{|\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}| \cdot |\overrightarrow{n_2}|} = \frac{3}{\sqrt{10}}$ 

Chọn đáp án (C).....

**CÂU 44.** Tính góc giữa hai đường thẳng 3x + y - 1 = 0 và 4x - 2y - 3 = 0.

(A) 30°.

(**D**) 45°.

Lời giải.

Đường thẳng 3x + y - 1 = 0 có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_1} = (3; 1)$ .

Dường thẳng 4x - 2y - 4 = 0 có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n_2} = (4; -2)$ . Vậy  $\cos(d_1, d_2) = |\cos(\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2})| = \frac{|\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}| \cdot |\overrightarrow{n_2}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d_1, d_2) = 45^{\circ}$ .

**CÂU 45.** Cho Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng  $d_1: x - 2y + 5 = 0$  và  $d_2: x + 3y - 7 = 0$ . Số đo góc tạo bởi đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  bằng

(A) 135°.

**(B)**  $45^{\circ}$ .

 $(\mathbf{C})60^{0}$ .

 $\bigcirc$  90°.

🗭 Lời giải.

 $d_1$ : x-2y+5=0 có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n}_{d_1}=(1;-2)$  và  $d_2$ : x+3y-7=0 có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{n}_{d_2}=(1;3)$ .

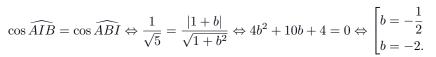
Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai đường thẳng  $d_1, d_2$ . Khi đó  $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_{d_1} \cdot \vec{n}_{d_2}|}{|\vec{n}_{d_1}| \cdot |\vec{n}_{d_2}|} = \frac{|1 \cdot 1 - 2 \cdot 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$  nên  $\alpha = 45^\circ$ .

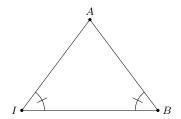
Chọn đáp án B

**CÂU 46.** Trong mặt phẳng Oxy, cho  $(d_1)$ : 2x - y + 5 = 0;  $(d_2)$ : x + y - 3 = 0 cắt nhau tại I. PTĐT qua M(-2;0) cắt  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  lần lượt tại A và B sao cho  $\triangle IAB$  cân tại A có dạng ax + by + 2 = 0. Tính T = a - 5b.

#### 

Do đường thẳng d đi qua M(-2;0) có dạng ax + by + 2 = 0 nên  $-2a + 2 = 0 \Rightarrow a = 1$ . Khi đó d: x + by + 2 = 0. Do d cắt  $d_1$  và  $d_2$  lần lượt tại A, B tại thành tam giác IAB cân tại A nên





Với  $b=-\frac{1}{2}$  thì  $d\colon x-\frac{1}{2}y+2=0$  khi đó  $d\not\parallel d_1.$ 

Với b=-2 thì  $d\colon x-2y+2=0$ , ta có T=a-5b=11.

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

**CÂU 47.** Cho đường thẳng d: 3x - 2y + 1 = 0 và M(1; 2). Viết PTĐT  $\Delta$  đi qua M và tạo với d một góc  $45^{\circ}$ .

- (A)  $\Delta_1: 2x y = 0$  và  $\Delta_2: 5x + y 7 = 0$ .
- **B**)  $\Delta_1: x 5y + 9 = 0 \text{ và } \Delta_2: 3x + y 5 = 0.$
- (c)  $\Delta_1: 3x 2y + 1 = 0$  và  $\Delta_2: 5x + y 7 = 0$ .
- $\Delta_1$ : x 5y + 9 = 0 và  $\Delta_2$ : 5x + y 7 = 0.

#### 🗭 Lời giải.

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua M có dạng  $\Delta$ :  $a(x-1)+b(y-2)=0,\ a^2+b^2\neq 0$  hay ax+by-a-2b=0. Theo bài ra  $\Delta$  tạo với d một góc 45° nên

$$\cos 45^{\circ} = \frac{|3a + (-2b)|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|3a - 2b|}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{26(a^2 + b^2)} = 2|3a - 2b|$$

$$\Leftrightarrow 5a^2 - 24ab - 5b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a = 5b \\ 5a = -b. \end{bmatrix}$$

- Nếu a = 5b, chọn a = 5, b = 1 suy ra  $\Delta : 5x + y 7 = 0$ .
- Nếu 5a = -b, chọn a = 1, b = -5 suy ra  $\Delta : x 5y + 9 = 0$ .

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

**CÂU 48.** Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox và cách đều hai đường thẳng:  $d_1:3x-2y-6=0$  và  $d_2:3x-2y+3=0$  **(a)**  $\left(\frac{1}{2};0\right)$ . **(b)**  $(0;\sqrt{2})$ .

## 🗭 Lời giải.

Gọi M(m;0). Theo bài ra ta có  $d(M,d_1)=d(M,d_2) \Leftrightarrow |3m-6|=|3m+3| \Leftrightarrow m=\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2};0\right)$ 

Chọn đáp án (A)......

**CÂU 49.** Cho đường thẳng  $\Delta:\begin{cases} x=1+3t\\ y=-2t \end{cases}$  và điểm  $M\left(3;3\right)$ . Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng  $\Delta$ 

là: (4; 2).

**B** (1; 0).

(-2;2).

 $\bigcirc$  (7;4).

### **D** Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M trên  $\Delta$ .

Ta có:  $H \in \Delta \Rightarrow H(1+3t;-2t), \overline{MH} = (-2+3t;-3-2t).$ 

Đường thẳng  $\Delta$  có vectơ chỉ phương là  $\overrightarrow{u}=(3;-2)$ .  $\overrightarrow{MH}\perp\overrightarrow{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u}=0\Leftrightarrow 3(-2+3t)-2(-3-2t)=0\Leftrightarrow 13t=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow H(1;0)$ .

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 50.** Cho đường thẳng d: 2x3y + 3 = 0 và M(8; 2). Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua d là **(A**; 8). **(B**) (4; 8). **(C**) (4; 8).

\_\_\_\_\_

#### 🗭 Lời giải.

Gọi d' qua M và vuông góc với d nên d': 3x + 2y - 28 = 0.

Gọi  $H = d \cap d' \Rightarrow H(6; 5)$ .

Vì M' đối xứng với M qua d nên H là trung điểm của MM' suy ra M' (4;8).

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

**CÂU 51.** Tìm điểm M nằm trên  $\Delta: x+y-1=0$  và cách N(-1;3) một khoảng bằng 5.

$$(2;-1).$$

$$(-2;-1).$$

$$(c)(-2;1).$$

#### 🗭 Lời giải.

$$M \in \Delta \Rightarrow M(t; 1-t) : MN = 5 : (-1-t)^2 + (2+t)^2 = 25 \Leftrightarrow 2t^2 + 6t - 20 = 0$$

$$[t = 2 \Rightarrow M(2; -1)]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow M(2; -1) \\ t = -5 \Rightarrow M(-5; 6) \end{cases}$$

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

**CÂU 52.** Cho đường thẳng đi qua 2 điểm A(3;0), B(0;-4), tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích  $\Delta MAB$  bằng

**B**) 
$$(0;0)$$
 và  $(0;-8)$ .

$$(c)$$
 (1; 0).

$$\bigcirc$$
 (0; 8).

#### D Lời giải.

Ta có  $\overrightarrow{AB}(-3;-4) \Rightarrow AB = 5.$ 

Đường thẳng AB đi qua A(3;0), B(0;-4) nên có phương trình 4x-3y-12=0.

M thuộc Oy nên M(0;m);  $d(M,AB) = \frac{|3m+12|}{5} S_{\Delta\Delta MAB} = 6 \Leftrightarrow |3m+12| = 12 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m=0\\ m=-8 \end{bmatrix}$ 

Vậy tọa độ của M là (0;0) và(0;-8).

Chọn đáp án (B)......□

**CÂU 53.** Cho A(2;2), B(5;1) và đường thẳng  $\Delta: x2y+8=0$ . Điểm  $C\in \Delta.$  C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17. Tọa độ của C là

$$\bigcirc$$
 (10; 8).

#### 🗭 Lời giải.

PTDT AB: x + 3y - 8 = 0. Diểm  $C \in \Delta \Rightarrow C(2t - 8; t)$ 

Diện tích tam giác ABC:  $\frac{1}{2}AB.d(C;AB) = 17 \Rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{10}.\frac{|5t-16|}{\sqrt{10}} = 17 \Rightarrow \begin{bmatrix} t = 10 \\ t = -\frac{18}{5} \end{bmatrix} \Rightarrow C(12;10)$ 

Chọn đáp án  $\fbox{B}$ ...

**CÂU 54.** Cho 3 đường thẳng có phương trình  $\Delta_1$ : x+y+3=0;  $\Delta_2$ : x-y-4=0;  $\Delta_3$ : x-2y=0. Tìm tọa độ điểm M nằm trên  $\Delta_3$  sao cho khoảng cách từ M đến  $\Delta_1$  bằng 2 lần khoảng cách từ M đến  $\Delta_2$ .

$$\mathbf{A} M(0;0).$$

**B** 
$$M(-22; -11)$$
.

$$\mathbf{C}$$
  $M_1(-22;-11), M_2(2;1).$   $\mathbf{D}$   $M(2;1).$ 

#### 🗭 Lời giải.

Ta có  $\Delta_3$ :  $x - 2y = 0 \Leftrightarrow x = 2y$ . Cho  $y = t \in \mathbb{R}$  thì x = 2t ta được tọa độ điểm  $M \in \Delta_3$  là M(2t;t).

Ta có d 
$$(M, \Delta_1) = \frac{|2t+t+3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|3t+3|}{\sqrt{2}}$$
 và d  $(M, \Delta_2) = \frac{|2t-t-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{|t-4|}{\sqrt{2}}$ 

Theo đề bài ta có

$$d(M, \Delta_1) = 2d(M, \Delta_2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3t+3|}{\sqrt{2}} = 2 \cdot \frac{|t-4|}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow |3t+3| = 2|t-4|$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3t+3 = 2(t-4) \\ 3t+3 = -2(t-4) \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3t+3 = 2t-8 \\ 3t+3 = -2t+8 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = -11 \\ t = 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} M(-22; -11) \\ M(2; 1) \end{bmatrix}$$

Vậy có hai điểm M thỏa mãn là  $M_1(-22;-11)$ ,  $M_2(2;1)$ .

Chọn đáp án (C).

**CÂU 55.** Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho  $\Delta \colon x-y+1=0$  và hai điểm A(2;1), B(9;6). Điểm M(a;b) nằm trên  $\Delta$  sao cho MA+MB nhỏ nhất. Tính a+b.

$$(A) a + b = -9.$$

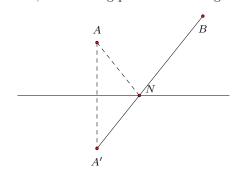
**B**) 
$$a + b = 9$$
.

$$(c)$$
  $a + b = -7$ .

$$\bigcirc$$
  $a + b = 7.$ 

#### Dùi giải.

Vì  $(2-1+1)\cdot(9-6+1)>0$  nên hai điểm A,B nằm cùng phía so với đường thẳng  $\Delta$ .



Gọi A' là điểm đối xứng với A qua  $\Delta$ , H, I lần lượt là giao điểm của AA', BA' với  $\Delta$ .

Ta có  $MA + MB = MA' + MB \ge A'B$ .

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M trùng I.

PTDT AA' đi qua A và vuông góc với  $\Delta$  là x+y-3=0.

Toạ độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x+y-3=0 \\ x-y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$  hay H(1;2).

Vì H là trung điểm AA' nên toạ độ điểm A' là A'(0;3)

PTDT A'B đi qua A'(0;3) và B(9;6) là x-3y+9=0.

Toạ độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - 3y + 9 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases} \text{ hay } I(3;4).$ 

Vậy a = 3, b = 4 nên a + b = 7.

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

**CÂU 56.** Cho đường thẳng d: x-2y-2=0 và hai điểm A(0,1), B(3,4). M(a,b) thuộc đường thẳng d sao cho  $|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị a+b bằng

**A** 
$$a + b = 3$$
.

$$\mathbf{c}$$
  $a+b=\frac{19}{5}$ .

#### 🗭 Lời giải.

 $M \in d \Rightarrow M(2t+2;t), \overrightarrow{MA} = (-2t-2;1-t), \overrightarrow{MB} = (1-2t;4-t).$ 

Do đó  $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = (-6t; -3t + 9).$ 

Suy ra 
$$|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = \sqrt{(-6t)^2 + (-3t + 9)^2} = \sqrt{45\left(t - \frac{3}{5}\right) + \frac{314}{5}} \ge \sqrt{\frac{314}{5}}.$$

 $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$  nhỏ nhất khi  $t = \frac{3}{5}$ , do đó  $M\left(\frac{16}{5}; \frac{3}{5}\right)$ . Vậy  $a + b = \frac{19}{5}$ .

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

**CÂU 57.** Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm A(1;2), B(4;3). Điểm M(a,b),  $\left(a^2+b^2\neq 0\right)$  sao cho  $\widehat{MAB}=135^\circ$  và khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ . Khi đó a+2b bằng

#### $(\mathbf{A}) 2.$

$$(\mathbf{C})$$
 1

$$\bigcirc$$
 6.

#### 🗭 Lời giải.

PTĐT AB là  $\frac{x-1}{4-1} = \frac{y-2}{3-2} \Leftrightarrow x-1 = 3(y-2) \Leftrightarrow x-3y+5 = 0.$ 

Gọi M(x;y)

Khi đó, 
$$d(M, AB) = \frac{\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow \frac{|x - 3y + 5|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow |x - 3y + 5| = 5 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x - 3y = 0 \ (1) \\ x - 3y = -10 \ (2) \end{bmatrix}$$

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (3;1), \overrightarrow{AM} = (x-1;y-2)$ 

$$\widehat{\text{và}} \cos \widehat{MAB} = \cos \left( \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM} \right) \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}}{\left| \overrightarrow{AB} \right|. \left| \overrightarrow{AM} \right|} \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3(x-1)+y-2}{\sqrt{10}.\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}} \Leftrightarrow \sqrt{5}.\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2} = \frac{3(x-1)+y-2}{\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}} = \frac{3(x-1)+y-2}{\sqrt{(x-1)^2+(y-2$$

-3x - y + 5.(3)

Từ (1) ta có x = 3y và thay vào (3) ta được phương trình

$$\sqrt{5}.\sqrt{10y^2 - 10y + 5} = -10y + 5 \Leftrightarrow \begin{cases} -10y + 5 \ge 0 \\ 5(10y^2 - 10y + 5) = 100y^2 - 100y + 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \le \frac{1}{2} \\ 10y^2 - 10y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \le \frac{1}{2} \\ y = 0 \Leftrightarrow y = 0. \end{cases}$$

Như thế ta tìm được điểm M(0;0).

Từ (2) ta có x = 3y - 10 và thay vào (3) ta được phương trình

$$\sqrt{5}.\sqrt{10y^2 - 70y + 125} = -10y + 35 \Leftrightarrow \begin{cases} -10y + 35 \ge 0\\ 5(10y^2 - 70y + 125) = 25(4y^2 - 28y + 49) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \le \frac{7}{2} \\ 2y^2 - 14y + 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \le \frac{7}{2} \\ y = 4 \Leftrightarrow y = 3. \end{cases}$$

Như thế ta tìm được M(-1;3).

Vậy M(0;0) hoặc M(-1;3).

Chọn đáp án B.....

## Bài 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

## A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

 $\odot$  Phương trình của đường tròn (C) có tâm I(a;b), bán kính R là

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2.$$

 $\odot$  Với các hằng số a, b, c thoả mãn  $a^2 + b^2 - c > 0$ , phương trình

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

là phương trình của một đường tròn có tâm I(a;b) và có bán kính  $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$ .

 $oldsymbol{oldsymbol{\odot}}$  Cho đường tròn (C) có tâm I(a;b), bán kính R. Phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của (C) tại  $M_0\left(x_0;y_0\right)$  là  $(a-x_0)\cdot(x-x_0)+(b-y_0)\cdot(y-y_0)=0$ .

## B. CÁC DẠNG TOÁN

## Xác định tâm và bán kính đường tròn

- igotimes Nếu phương trình đường tròn có dạng (C):  $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$  thì (C) có tâm là I(a;b) và bán kính bằng R.

A

- igodeligopup Phương trình  $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$  là phương trình đường tròn khi và chỉ khi  $a^2+b^2-c>0$ .
- igotimes Diều kiện đường thẳng  $\Delta$  tiếp xúc với đường tròn (I,R) là d $(I,\Delta)=R$ .

## 1. Ví dụ

**VÍ DỤ 1.** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn đó.

a)  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ .

b)  $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$ .

c)  $16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y = 11$ .

d)  $7x^2 + 7y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$ .

#### 🗭 Lời giải.

a) Ta có

$$x^{2} + y^{2} - 2x - 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^{2} + (y - 1)^{2} = (-1)^{2} + (-1)^{2} + 2 \Leftrightarrow (x - 1)^{2} + (y - 1)^{2} = 4.$$

Suy ra tâm I(1;1) và bán kính R=2.

b) Ta có

$$x^{2} + y^{2} + 2x - 8y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^{2} + (y-4)^{2} = 1^{2} + 4^{2} - 1 \Leftrightarrow (x+1)^{2} + (y-4)^{2} = 16.$$

Suy ra tâm I(-1;4) và bán kính R=4.

c) Ta có

$$16x^{2} + 16y^{2} + 16x - 8y = 11 \Leftrightarrow x^{2} + y^{2} + x - \frac{1}{2}y = \frac{11}{16} \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^{2} + \left(y - \frac{1}{4}\right)^{2} = 1.$$

Suy ra tâm  $I\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{4}\right)$  và bán kính R=1.

d) Ta có

$$7x^2 + 7y^2 - 4x + 6y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - \frac{4}{7}x + \frac{6}{7}y - \frac{1}{7} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{2}{7}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{7}\right)^2 = \frac{20}{49}.$$

Suy ra tâm  $I\left(\frac{2}{7}; -\frac{3}{7}\right)$  và bán kính  $R = \frac{2\sqrt{5}}{7}$ .

**VÍ DỤ 2.** Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$ .

Đường tròn  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$  có tâm I(2;-3) và bán kính  $R = \sqrt{5}$ .

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 7 = 0$ . Tìm tọa độ tâm I và bán kính của

## Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(-2;1) và có bán kính  $R=\sqrt{(-2)^2+1^2+7}=2\sqrt{3}$ .

**VÍ DỤ 4.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$ . Trong các điểm M(-1;3), N(4;-1), P(2;1), Q(3;-2), diểm nào thuộc (C)?

## Lời giải.

Thay tọa độ các điểm vào phương trình của (C) thì chỉ có điểm N thỏa mãn phương trình đường tròn. Vậy điểm  $N \in (C)$ .

## 2. Bài tấp tư luân

**BÀI 1.** Tìm tâm và bán kính của đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) 
$$(x-2)^2 + (y-8)^2 = 49$$
:

b) 
$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 23$$
.

#### 🗭 Lời giải.

- a) Từ phương trình đường tròn ta có tâm I(2;8), bán kính R=7.
- b) Từ phương trình đường tròn ta có tâm I(-3, 4), bán kính  $R = \sqrt{23}$ .

BÀI 2. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn? Khi đó hãy tìm tâm và bán kính của nó.

a) 
$$x^2 + 2y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$$
;

b) 
$$x^2 + y^2 - 4x + 3y + 2xy = 0$$
;

c) 
$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 26 = 0$$
;

d) 
$$x^2 + y^2 + 6x - 4y + 13 = 0$$
;

e) 
$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$$
.

## Lời giải.

- a) Phương trình đã cho không là phương trình của đường tròn (hê số của  $x^2$  và  $y^2$  không bằng nhau).
- b) Phương trình đã cho không là phương trình của đường tròn (trong phương trình của đường tròn không có thành phần tích  $x \cdot y$ ).
- c) Phương trình đã cho có các hệ số a = 4, b = 3, c = 26, suy ra  $a^2 + b^2 c = 3^2 + 4^2 26 = -1 < 0$ , do đó nó không là phương trình của đường tròn.
- d) Phương trình đã cho có các hệ số a=-3, b=2, c=13, suy ra  $a^2+b^2-c=(-3)^2+2^2-13=0$ , do đó nó không là phương trình của đường tròn.
- e) Phương trình đã cho có các hệ số ab $-1, \quad c$  $a^2+b^2-c=2^2+(-1)^2-1=4>0$ , nên là phương trình của đường tròn có tâm I(2;-1) và có bán kính  $R=\sqrt{4}=2$ .

**BÀI 3.** Tìm m để các phương trình sau là phương trình đường tròn.

a) 
$$x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$$
.

b) 
$$x^2 + y^2 - 2(m-3)x + 4my - m^2 + 5m + 4 = 0$$
.

#### Lời giải.

a) Phương trình  $x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$  là phương trình đường tròn khi và chỉ khi

$$4m^2 + m^2 - (2m+3) > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m < -\frac{3}{5} \\ m > 1. \end{bmatrix}$$

Vậy tập hợp các giá trị m cần tìm là  $\left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty)$ .

b) Phương trình  $x^2 + y^2 - 2(m-3)x + 4my - m^2 + 5m + 4 = 0$  là phương trình đường tròn khi và chỉ khi

$$(m-3)^2 + 4m^2 + m^2 - 5m - 4 > 0 \Leftrightarrow 6m^2 - 11m + 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m < \frac{5}{6} \\ m > 1. \end{bmatrix}$$

Vậy tập hợp các giá trị m cần tìm là  $m \in \left(-\infty; \frac{5}{6}\right) \cup (1; +\infty)$ .

## Viết phương trình đường tròn

Phương pháp: Để viết phương trình đường tròn ta thường đi theo một trong hai hướng

- $\odot$  Tìm tâm I(a;b) và bán kính R. Khi đó phương trình đường tròn là  $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ .
- $\odot$  Gọi phương trình của đường tròn là  $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ . Từ điều kiện của đề bài đưa đến hệ phương trình với ẩn số a, b, c. Giải hệ phương trình tìm a, b, c, từ đó ta có phương trình đường tròn.

**VÍ DỤ 1.** Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn (C) tâm I(-2;5) bán kính R=7. Viết phương trình đường tròn (C).

🗭 Lời giải.

Phương trình đường tròn (C) tâm I(-2;5) bán kính R=7 là  $(x+2)^2+(y-5)^2=49$ .

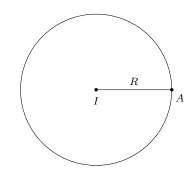
**VÍ DU 2.** Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I(1;-2) và đi qua A(-2;2).

Lời giải.

Đường tròn (C) có

- $\odot$  Tâm là điểm I(1;-2).
- $\Theta$  Bán kính  $R = IA = \sqrt{(-2-1)^2 + (2+2)^2} = 5.$

Vậy phương trình đường tròn (C) là  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$ .



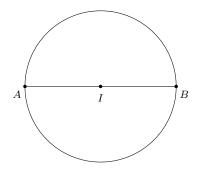
**VÍ DU 3.** Viết phương trình đường tròn (C) có đường kính AB, với A(-1; -3), B(-3; 5).

Trung điểm của AB là I(-2;1) và đường kính  $AB = \sqrt{(-3+1)^2 + (5+3)^2} = 2\sqrt{27}$ 

Đường tròn (C) có

- $\odot$  Tâm là điểm I(-2;1).
- $\ensuremath{ \odot}$  Bán kính  $R = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{27}}{2} = \sqrt{27}.$

Vậy phương trình đường tròn (C) là  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 27$ .

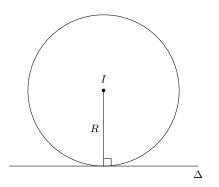


**VÍ DỤ 4.** Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I(1;3) và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta \colon x+2y+3=0$ . 🗭 Lời giải.

Đường tròn (C) tâm I(1;3) và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta\colon x+2y+3=0$  nên có bán kính

$$R = \mathrm{d}\,(I, \Delta) = \frac{|1 + 2 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}.$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 20$ .



**VÍ DỤ 5.** Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I(1;-2) và tiếp xúc với trục Ox.  $\bigcirc$  Lời giải.

Nhắc lai: Truc Ox: y = 0.

Đường tròn (C) tâm I(1;-2) và tiếp xúc với trục Ox: y = 0 nên có bán kính

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|-2|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = 2.$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ .

**VÍ DỤ 6.** Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng y=x và đi qua hai điểm A(3;0), B(4;3).

## 🗭 Lời giải.

Gọi I là tâm đường tròn. Vì I thuộc đường thẳng y=x nên I(a;a). Ta có

$$AI = BI \Leftrightarrow AI^2 = BI^2$$
  
 $\Leftrightarrow (a-3)^2 + a^2 = (a-4)^2 + (a-3)^2$   
 $\Leftrightarrow a^2 - 6a + 9 + a^2 = a^2 - 8a + 16 + a^2 - 6a + 9$   
 $\Leftrightarrow a = 2.$ 

Vậy I(2;2) và bán kính  $R = AI = \sqrt{(3-2)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ . Phương trình đường tròn cần lập là  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$ .

**VÍ DỤ 7.** Lập phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm A(-1;1), B(0;-2), C(0;2).  $\bigcirc$  Lời giải.

#### Cách 1:

Gọi tâm đường tròn (C) là điểm I(a;b). Ta có  $IA = IB = IC \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 = IC^2$ . Vì  $IA^2 = IB^2$ ,  $IB^2 = IC^2$  nên

$$\begin{cases} (-1-a)^2 + (1-b)^2 = (0-a)^2 + (-2-b)^2 \\ (0-a)^2 + (-2-b)^2 = (0-a)^2 + (2-b)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + 2a - 2b + 2 = a^2 + b^2 + 4b + 4 \\ a^2 + b^2 + 4b + 4 = a^2 + b^2 - 4b + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b = 1 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0. \end{cases}$$

Đường tròn tâm I(1;0) bản kính  $R=IC=\sqrt{(0-1)^2+(2-0)^2}=\sqrt{5}.$  Vậy phương trình đường tròn (C) là  $(x-1)^2+y^2=5.$ 

#### Cách 2:

Phương trình của đường tròn (C) có dạng là  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ . Ta có

$$\begin{cases} A(-1;1) \in (C) \\ B(0;-2) \in (C) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^2 + 1^2 - 2a \cdot (-1) - 2b \cdot 1 + c = 0 \\ 0^2 + (-2)^2 - 2a \cdot 0 - 2b \cdot (-2) + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b + c = -2 \\ 4b + c = -4 \\ -4b + c = -4 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -4. \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là  $x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0$ .

## 1. Bài tập tự luyện

**BÀI 1.** Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- a) (C) có tâm I(1;3) và bán kính R=2.
- b) (C) có tâm I(3;5) và qua điểm A(7;2).
- c) (C) có đường kính AB với A(1;1), B(7;5).

## 🗭 Lời giải.

- a) Phương trình đường tròn (C) có tâm I(1;3) và bán kính R=2 là  $(x-1)^2+(y-3)^2=4$ .
- b) Đường tròn (C) có
  - $\bigcirc$  Tâm là điểm I(3;5).
  - $\Theta$  Bán kính  $R = IA = \sqrt{(7-3)^2 + (2-5)^2} = 5$ .

Vậy phương trình đường tròn (C) là  $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$ .

- c) Trung điểm của AB là I(4;3) và đường kính  $AB = \sqrt{(7-1)^2 + (5-3)^2} = 2\sqrt{10}$ . Đường tròn (C) có
  - $\bigcirc$  Tâm là điểm I(4;3).
  - **②** Bán kính  $R = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$ .

Vậy phương trình đường tròn (C) là  $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 10$ .

**BÀI 2.** Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- a) (C) có tâm I(2;-1) và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: 3x-4y-20=0$ .
- b) (C) qua hai điểm A(2;3), B(-2;1) và có tâm nằm trên trục hoành.

### 🗭 Lời giải.

a) Đường tròn (C) tâm I(2;-1) và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta \colon 3x-4y-20=0$  nên có bán kính

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-1) - 20|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2.$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ .

b) Goi I(a;b) là tâm đường tròn (C). Vì I nằm trên truc hoành nên I(a,0). Ta có

$$AI = BI \Leftrightarrow AI^2 = BI^2$$
  
 $\Leftrightarrow (a-2)^2 + (0-3)^2 = (a+2)^2 + (0-1)^2$   
 $\Leftrightarrow a^2 - 4a + 4 + 9 = a^2 + 4a + 4 + 1$   
 $\Leftrightarrow a = 1.$ 

Vậy (C) có tâm I(1;0) và bán kính  $R = AI = \sqrt{(1-2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$  nên có phương trình  $(x-1)^2 + y^2 = 10$ .

**BÀI 3.** Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng  $\Delta: x+y-1=0$  và đi qua hai điểm A(6;2), B(-1;3).

Gọi I(a;b) là tâm đường tròn (C). Vì I đường thẳng  $\Delta: x+y-1=0$  nên a+b-1=0 hay b=-a+1, do đó I(a;-a+1). Ta có

$$AI = BI \Leftrightarrow AI^2 = BI^2$$
  
 $\Leftrightarrow (a-6)^2 + (-a+1-2)^2 = (a+1)^2 + (-a+1-3)^2$   
 $\Leftrightarrow a^2 - 12a + 36 + a^2 + 2a + 1 = a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4$   
 $\Leftrightarrow a = 2.$ 

Vậy (C) có tâm I(2;-1) và bán kính  $R = AI = \sqrt{(2-6)^2 + (-1-2)^2} = 5$  nên có phương trình  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$ .

**BÀI 4.** Lập phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm

- a) A(2;6), B(-6;2), C(-1;-3).
- b) A(1;2). B(5;2), C(1;-3).

## Lời giải.

a) Gọi tâm đường tròn (C) là điểm I(a;b). Ta có  $AI = IB = CI \Leftrightarrow AI^2 = BI^2 = CI^2$ . Vì  $AI^2 = BI^2$ ,  $BI^2 = CI^2$  nên

$$\begin{cases} (a-2)^2 + (b-6)^2 = (a+6)^2 + (b-2)^2 \\ (a+6)^2 + (b-2)^2 = (a+1)^2 + (b+3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 4a - 12b + 40 = a^2 + b^2 + 12a - 4b + 40 \\ a^2 + b^2 + 12a - 4b + 40 = a^2 + b^2 + 2a + 6b + 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a - b = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Đường tròn tâm I(-1;2) bản kính  $R = AI = \sqrt{(-1-2)^2 + (2-6)^2} = 5$ . Vậy phương trình đường tròn (C) là  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$ .

b) Gọi tâm đường tròn (C) là điểm I(a;b). Ta có  $AI = IB = CI \Leftrightarrow AI^2 = BI^2 = CI^2$ . Vì  $AI^2 = BI^2$ ,  $BI^2 = CI^2$  nên

$$\begin{cases} (a-1)^2 + (b-2)^2 = (a-5)^2 + (b-2)^2 \\ (a-5)^2 + (b-2)^2 = (a-1)^2 + (b+3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 2a - 4b + 5 = a^2 + b^2 - 10a - 4b + 29 \\ a^2 + b^2 - 10a - 4b + 29 = a^2 + b^2 - 2a + 6b + 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ 8a + 10b = 19 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Đường tròn tâm  $I\left(3;-\frac{1}{2}\right)$  bản kính  $R=AI=\sqrt{\left(3-1\right)^2+\left(-\frac{1}{2}-2\right)^2}=\frac{\sqrt{41}}{2}$ . Vậy phương trình đường tròn (C) là  $(x-3)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{41}{4}$ .

**BÀI 5.** Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- a) (C) có tâm I(2; -5) và tiếp xúc với Ox.
- b) (C) có tâm I(1;3) và tiếp xúc với Oy.
- c) (C) tiếp xúc cả hai trục tọa độ và có tâm nằm trên đường thẳng  $\Delta \colon 4x 2y 8 = 0$ .
- d) (C) tiếp xúc cả hai truc tọa độ và qua M(2;1).
- e) (C) qua A(9,9) và tiếp xúc với trục Ox tại M(6,0).
- f) (C) tiếp xúc với trục Ox tại A(2;0) và khoảng cách từ tâm của (C) đến B(6;4) bằng 5.

## Lời giải.

- a) Vì (C) có tâm I(2; -5) và tiếp xúc với Ox nên bán kính R = |-5| = 5. Vậy phương trình đường tròn (C) là  $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 25$ .
- b) Vì (C) có tâm I(1;3) và tiếp xúc với Oy nên bán kính R=|1|=1. Vậy phương trình đường tròn (C) là  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 1$ .

c) Gọi tâm đường tròn (C) là điểm I(a;b).

Vì (C) tiếp xúc cả hai truc toa đô nên R = |a| = |b|.

- **TH** 1: Nếu a = b thì I(a; a).
- Vì  $I(a; a) \in \Delta : 4x 2y 8 = 0$  nên  $4a 2a 8 = 0 \Rightarrow a = 4$ .
- Do đó I(4;4) và R = |a| = 4.

Suy ra phương trình đường tròn (C) là  $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 16$ .

**TH 2:** Nếu a = -b thì I(a; -a).

Vì 
$$I(a; -a) \in \Delta$$
:  $4x - 2y - 8 = 0$  nên  $4a - 2 \cdot (-a) - 8 = 0 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$ .

Do đó 
$$I\left(\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$$
 và  $R = \left|\frac{4}{3}\right| = \frac{4}{3}$ .

Suy ra phương trình đường tròn (C) là  $\left(x-\frac{4}{3}\right)^2+\left(y+\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$ .

d) Gọi tâm đường tròn (C) là điểm I(a;b).

 $\stackrel{\cdot}{\text{Vi}}(C)$  tiếp xúc cả hai trục tọa độ nên R=|a|=|b|.

**TH 1:** Nếu a = b thì I(a; a).

Vì (C) qua M(2;1) nên bán kính R=MI hay  $R^2=MI^2$  do đó

$$a^{2} = (a-2)^{2} + (a-1)^{2} \Leftrightarrow a^{2} - 6a + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a = 1 \\ a = 5. \end{bmatrix}$$

- $\odot$  Với a=1, khi đó I(1;1) và bán kính R=1. Suy ra phương trình đường tròn  $(C_1)$  là  $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ .
- $oldsymbol{\odot}$  Với a=5, khi đó I(5;5) và bán kính R=5. Suy ra phương trình đường tròn  $(C_2)$  là  $(x-5)^2+(y-5)^2=25$ .

**TH 2:** Nếu a = -b thì I(a; -a).

Vì (C) qua M(2;1) nên bán kính R=MI hay  $R^2=MI^2$  do đó

$$a^2 = (a-2)^2 + (-a-1)^2 \Leftrightarrow a^2 - 2a + 5 = 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 + 4 = 0 \text{ (vô lý)}.$$

e) Gọi tâm đường tròn (C) là điểm I(a;b).

Vì (C) tiếp xúc với Ox tại M(6;0) nên a=6 hay I(6;b).

Mặt khác, A, M cùng thuộc đường tròn nên

$$AI^2 = BI^2 \Leftrightarrow (6-6)^2 + (b-0)^2 = (6-9)^2 + (b-9)^2 \Leftrightarrow b = 5$$

Vậy đường tròn (C) tâm I(6;5) và bán kính R=|b|=5 có phương trình là  $(x-6)^2+(y-5)^2=25$ .

f) Gọi tâm đường tròn (C) là điểm I(a;b).

Vì (C) tiếp xúc với Ox tại A(2;0) nên a=2 hay I(2;b).

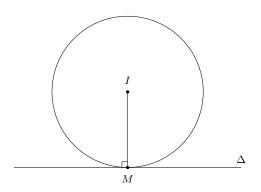
Mặt khác, khoảng cách từ tâm của (C) đến B(6;4) bằng 5 nên BI=5 hay

$$BI^2 = 25 \Leftrightarrow (6-6)^2 + (b-4)^2 = 25 \Leftrightarrow b^2 - 8b - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} b = -1 \\ b = 9. \end{bmatrix}$$

- $\odot$  Với b=-1, khi đó I(2;-1) và bán kính R=|b|=1. Suy ra phương trình đường tròn  $(C_1)$  là  $(x-2)^2+(y+1)^2=1$ .
- $\odot$  Với b=9, khi đó I(2;9) và bán kính R=|b|=9. Suy ra phương trình đường tròn  $(C_1)$  là  $(x-2)^2+(y-9)^2=81$ .

## 3 Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

a) Cho điểm  $M(x_0; y_0)$  thuộc đường tròn  $(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$  (tâm I(a;b), bán kính R). Khi đó, tiếp tuyến  $\Delta$  của (C) tại  $M(x_0; y_0)$  có véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{MI} = (a-x_0; b-y_0)$  và phương trình  $\Delta: (a-x_0)(x-x_0) + (b-y_0)(y-y_0) = 0$ .



b) Lập phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  với đường tròn (C), khi biết  $\Delta$  đi qua một điểm không thuộc đường tròn (C). Khi đó ta sử dụng điều kiện đường thẳng  $\Delta$  là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi d $(I, \Delta) = R$ .

**VÍ DỤ 1.** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 11 = 0$ . Tiếp tuyến của (C) tại điểm M(4; -1) thuộc (C) có phương trình là

## 🗭 Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(1;1). Phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại M(4;-1) là

$$(4-1)(x-4) + (-1-1)(y+1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - 14 = 0.$$

**VÍ DỤ 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn  $(\mathscr{C})$ :  $x^2 + y^2 - 3x - y = 0$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(\mathscr{C})$  tại M(1;-1) thuộc (C).

### 🗭 Lời giải.

Đường tròn (\$\mathscr{C}\$) có tâm  $I\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$  và bán kính  $R=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2-0}=\frac{\sqrt{10}}{2}.$ 

Tiếp tuyến của đường tròn ( $\mathscr{C}$ ) tại M(1;-1) có véc-tơ pháp tuyến là  $\overrightarrow{IM} = \left(-\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$  hay  $\overrightarrow{n} = (1;3)$ .

Phương trình tiếp tuyến của  $(\mathscr{C})$  tại M(1;-1) là

$$1(x-1) + 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 2 = 0.$$

**VÍ DỤ 3.** Cho đường tròn (C) có phương trình  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ . Từ O(0;0) kẻ được bao nhiều đường thẳng tiếp xúc với (C)?

#### 🗭 Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(-2;1) và bán kính R=1.

Ta có  $IO = \sqrt{(0+2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5} > R \Rightarrow \text{Diểm } O \text{ nằm ngoài đường tròn } (C).$ 

Vậy từ O kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với (C).

**VÍ DU 4.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d: 2x - y - 5 = 0 và hai điểm A(1;2) và B(4;1).

- a) Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng d và đi qua hai điểm A, B.
- b) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d': x + y + 2019 = 0.

#### 🗭 Lời giải.

- a) Gọi K là tâm của đường tròn (C), vì  $K \in d \Rightarrow K(a; 2a 5)$ . Ta có  $KA = KB \Rightarrow (a - 1)^2 + (2a - 7)^2 = (a - 4)^2 + (2a - 6)^2$   $\Leftrightarrow a = 1$ . Vậy K(1; -3) và R = KA = 5. Phương trình đường tròn (C):  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$ .
- b) Do tiếp tuyến của (C) vuông góc với d' nên phương trình tiếp tuyến có dạng:  $\Delta \colon x-y+m=0$ . Khi đó d $(K;\Delta)=R\Leftrightarrow \frac{|1+3+m|}{\sqrt{2}}=5\Leftrightarrow |m+4|=5\sqrt{2}\Leftrightarrow m=-4\pm5\sqrt{2}$ . Các phương trình tiếp tuyến cần tìm là  $x-y-4\pm5\sqrt{2}=0$

**VÍ DỤ 5.** Với những giá trị nào của m thì đường thẳng  $\Delta \colon 4x + 3y + m = 0$  tiếp xúc với đường tròn  $(C) \colon x^2 + y^2 - 9 = 0$ .  $\bigcirc$  Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm O(0;0) và bán kính R=3.

Đường thẳng  $\Delta$  tiếp xúc với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d(O, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3 \Leftrightarrow |m| = 15 \Leftrightarrow m = \pm 15.$$

**VÍ DỤ 6.** Viết phương trình tiếp tuyến  $(\Delta)$  của đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 8$  biết tiếp tuyến đi qua điểm M(3; -2). D Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(1;2) và bán kính  $R=\sqrt{8}$ .

Ta có  $IM = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-2)^2} = 2\sqrt{5}$ .

Gọi phương trình tiếp tuyến (
$$\Delta$$
) của ( $C$ ) và đi qua  $M(3;-2)$  là  $a(x-3)+b(y+2)=0$  ( $a^2+b^2\neq 0$ ). Ta có d $(I,\Delta)=\frac{|a(1-3)+b(2+2)|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{8}\Leftrightarrow \frac{|-2a+4b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{8}.$ 

Phương trình trên tương đương với

$$|-2a+4b| = \sqrt{8a^2 + 8b^2}$$

$$\Leftrightarrow (2a-4b)^2 = 8a^2 + 8b^2$$

$$\Leftrightarrow 8b^2 - 16ab - 4a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2b^2 - 4ab - a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} b = \frac{2+\sqrt{6}}{2}a \\ b = \frac{2-\sqrt{6}}{2}a. \end{bmatrix}$$

 $\bullet$  Nếu  $b = \frac{2 + \sqrt{6}}{2}a$  thì ta chọn  $a = 2 \Rightarrow b = 2 + \sqrt{6}$ .

Khi đó phương trình của tiếp tuyến  $(\Delta)$  là:

$$2(x-3) + (2+\sqrt{6})(y+2) = 0$$
 hay  $2x + (2+\sqrt{6})y + 2\sqrt{6} - 2 = 0$ .

 $\bullet$  Nếu  $b = \frac{2 - \sqrt{6}}{2}a$  thì ta chọn  $a = 2 \Rightarrow b = 2 - \sqrt{6}$ .

Khi đó phương trình của tiếp tuyến  $(\Delta)$  là:

$$2(x-3) + (2-\sqrt{6})(y+2) = 0$$
 hay  $2x + (2-\sqrt{6})y - 2\sqrt{6} - 2 = 0$ .

## 1. Bài tấp tư luyên

**BÀI 1.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn

$$(C)$$
:  $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$ 

tại điểm M(-4;7).

#### Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(-1;3).

Tiếp tuyến tại M(-4,7) nhận véc-tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{IM} = (-3,4)$ .

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là -3x + 4y - 40 = 0.

**BÀI 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của đường tròn

$$(C)$$
:  $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$ 

tại điểm N(4;-1).

#### 🗭 Lời giải.

Ta có đường tròn (C) có tâm I(1;3), tiếp tuyến  $\Delta$  có một véc-tơ pháp tuyến là  $\overrightarrow{IN}=(3;-4)$ . Phương trình  $\Delta: 3(x-4)^2 - 4(y+1)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y - 16 = 0.$ 

**BÀI 3.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$ . Viết phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của (C) biết  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng d: 3x - 4y + 1 = 0.

#### Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(-2; -2), bán kính R = 5.

 $\Delta \perp d$  suy ra  $\Delta : 4x + 3y + c = 0$ .

Ta có  $\Delta$  là tiếp tuyến của đường tròn suy ra

$$d(I,\Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|4(-2)+3(-2)+c|}{\sqrt{4^2+3^2}} = 5 \Leftrightarrow |-14+c| = 25 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} c = 39 \\ c = -11. \end{vmatrix}$$

Suy ra  $\Delta$ : 4x + 3y + 39 = 0 và  $\Delta$ : 4x + 3y - 11 = 0.

**BÀI 4.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình tiếp tuyến với  $(C):(x-1)^2+(y+2)^2=10$ , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng d: x + 3y - 5 = 0.

## 🗭 Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(1;-2) và bán kính  $R=\sqrt{10}$ .

Vì tiếp tuyến 
$$\Delta$$
 của  $(C)$  song song với  $d$  nên  $\Delta$  có dạng  $x+3y+m=0$  với  $m\neq -5$ .  
Vì  $\Delta$  tiếp xúc  $(C)$  nên d $(I;\Delta)=R\Leftrightarrow \frac{|1+3\cdot (-2)+m|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\sqrt{10}\Leftrightarrow m=15$  hoặc  $m=-5$  (loại).

Vây tiếp tuyến cần tìm có phương trình x + 3y + 15 = 0

**BÀI 5.** Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C): (x-3)^2 + y^2 = 9$  biết tiếp tuyến đi qua điểm M(3;5). 🗭 Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(3;0) và bán kính R=3.

Ta có  $IM = \sqrt{0^2 + 5^2} = 5 > R = 3$ .

Gọi tiếp tuyến  $(\Delta)$  của đường tròn (C) và đi qua M là a(x-3)+b(y-5)=0 với  $a^2+b^2>0$ .

$$d(I, \Delta) = R \Rightarrow \frac{|-5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3$$
$$\Rightarrow |5b| = 3\sqrt{a^2 + b^2}$$
$$\Rightarrow b = \pm \frac{3}{4}a.$$

Nếu  $b = -\frac{3}{4}a$  thì ta chọn a = 4, b = -3. Khi đó phương trình tiếp tuyến  $(\Delta)$  là 4x - 3y + 3 = 0. Nếu  $b = \frac{3}{4}a$  thì ta chọn a = 4, b = 3. Khi đó phương trình tiếp tuyến ( $\Delta$ ) là 4x + 3y - 27 = 0.

**BÀI 6.** Cho hai đường tròn  $(C_1): x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$  và  $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 14y + 33 = 0$ .

- a) Chứng minh rằng  $(C_1)$  và  $(C_2)$  tiếp xúc với nhau.
- b) Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn tại tiếp điểm.

#### 🗭 Lời giải.

- a) Đường tròn  $(C_1)$  có tâm I(-1;1) và bán kính  $R_1 = \sqrt{5}$ . Đường tròn  $(C_2)$  có tâm J(2;7) và bán kính  $R_2=2\sqrt{5}$ . Ta có  $IJ=\sqrt{(2+1)^2+(7-1)^2}=3\sqrt{5}=R_1+R_2$ . Do đó  $(C_1)$  tiếp xúc ngoài với  $(C_2)$ .
- b) Gọi M là tiếp điểm của  $(C_1)$  và  $(C_2)$ . Khi đó ta có  $\overrightarrow{IJ} = 3\overrightarrow{IM} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OJ} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OI}$ .

Suy ra  $M(0;3) \Rightarrow IM = (1;2)$ . Phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn tại M là x + 2(y - 3) = 0 hay x + 2y - 6 = 0.

**BÀI 7.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 7 = 0$  và điểm A(5;4) nằm ngoài đường tròn. Gọi tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ A đến đường tròn là  $T_1$ ,  $T_2$ , với hoành độ  $T_1$  nhỏ hơn hoành độ  $T_2$ . Tìm tọa độ của véc-to  $T_1T_2$ .

## Lời giải.

Đường tròn có tâm I(3;-2), bán kính  $R=2\sqrt{5}$ .

Gọi véc-tơ pháp tuyến của tiếp tuyến qua A là  $\vec{n}(a;b), ab \neq 0$ . Ta có phương trình tiếp tuyến  $\Delta: ax + by - 5a - 4b = 0$ . Do d là tiếp tuyến nên

$$d(I, \Delta) = \frac{|3a - 2b - 5a - 4b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2\sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow (a+3b)^2 = 5(a^2+b^2) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a=2b \\ a=-\frac{b}{2}. \end{bmatrix}$$

Với a=2b, chọn b=1, ta có a=2, phương trình tiếp tuyến 2x+y-14=0, suy ra toạ độ tiếp điểm (7;0).

Với  $a = -\frac{b}{2}$ , chọn b = -2, ta có a = 1, phương trình tiếp tuyến x - 2y + 3 = 0, suy ra toạ độ tiếp điểm (1; 2).

Vậy các tiếp điểm là  $T_1(1;2), T_2(7;0)$  nên  $\overrightarrow{T_1T_2} = (6;-2)$ .

# C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

## 1. Bài tập trắc nghiệm cơ bản

**CÂU 1.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn có phương trình  $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 5$ . Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn trên?

(A)  $I(-3;2), R = \sqrt{5}$ .

**B** 
$$I(3;-2), R = \sqrt{5}.$$

$$\Gamma(-3;2), R=5.$$

$$I(3;-2), R=5.$$

Lời giải.

Tâm I(3;-2) và  $R=\sqrt{5}$ .

Chọn đáp án (B)......

**CÂU 2.** Trong mặt phẳng toa đô Oxy, đường tròn (C) có toa đô tâm I(-2;4) và bán kính R=4 có phương trình là

**A** 
$$(C)$$
:  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$ .

**B** 
$$(C)$$
:  $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 16$ .

$$(C)$$
:  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 4$ .

$$(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 4.$$

D Lời giải.

Phương trình đường tròn cần tìm là (C):  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$ .

Chon đáp án (A).....

**CÂU 3.** Phương trình nào là phương trình của đường tròn có tâm I(3; -4) và đường kính bằng 4?

$$\mathbf{A}(x-3)^2 + (y+4)^2 = 4.$$

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 4$$

**A** 
$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 4$$
. **B**  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 16$ . **C**  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 4$ . **D**  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 16$ .

Lời giải.

Phương trình đường tròn có tâm I(3; -4) và bán kính R = 2 là  $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$ .

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 4.** Đường tròn tâm I(2;0) và đi qua điểm A(-1;7) có phương trình là

$$(x+2)^2 + y^2 = \sqrt{58}.$$

**(B)** 
$$(x-2)^2 + y^2 = \sqrt{58}$$
. **(C)**  $(x+2)^2 + y^2 = 58$ . **(D)**  $(x-2)^2 + y^2 = 58$ .

$$(x+2)^2 + y^2 = 58$$

Lời giải.

Ta có  $R^2 = IA^2 = (-1-2)^2 + (7-0)^2 = 58.$ 

Vây phương trình đường tròn là  $(x-2)^2 + y^2 = 58$ .

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 5.** Đường tròn đường kính AB với A(3;-1), B(1;-5) có phương trình là

**(A)** 
$$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 5$$
. **(B)**  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 17$ . **(C)**  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = \sqrt{5}$ . **(D)**  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$ .

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 17$$

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = \sqrt{5}$$

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$$

D Lời giải.

Gọi I là tâm của đường tròn. Suy ra, I là trung điểm AB nên I(2; -3).

Bán kính  $R = IA = \sqrt{(3-2)^2 + (-1+3)^2} = \sqrt{5}$ .

Phương trình đường tròn cần tìm có dạng (C):  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$ .

Chon đáp án (D).....

**CÂU 6.** Trong mặt phẳng toa đô Oxy, bán kính R của đường tròn  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  là

$$(\mathbf{A}) R = 2.$$

**B**) 
$$R = 4$$
.

(c) 
$$R = 1$$
.

$$(\mathbf{D})R=3$$

Lời giải.

Ta có a = 1, b = -2 và c = 1 nên  $R = \sqrt{1^2 + 2^2 - 1} = 2$ .

Chon đáp án (A)....

CÂU 7. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

**B**) 
$$x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$$
.

$$(c)$$
  $2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 6 = 0.$ 

$$(\mathbf{D}) 5x^2 + 4y^2 + x - 4y + 1 = 0.$$

Lời giải.

- Loại đáp án  $5x^2 + 4y^2 + x 4y + 1 = 0$  vì không có dạng  $x^2 + y^2 2ax 2by + c = 0$ .
- Xét đáp án  $x^2 + y^2 + 2x 4y + 9 = 0 \Rightarrow a = -1, b = 2, c = -9 \Rightarrow a^2 + b^2 c < 0 \Rightarrow \text{loai}.$
- Xét đáp án  $x^2 + y^2 6x + 4y + 13 = 0 \Rightarrow a = 3, b = -2, c = 13 \Rightarrow a^2 + b^2 c < 0 \Rightarrow \text{loai.}$

• Xét đáp án  $2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0 \Rightarrow a = 2, b = 1, c = -3 \Rightarrow a^2 + b^2 - c > 0.$ Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

**CÂU 8.** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + m = 0$  là phương trình đường tròn?

 $(\mathbf{A}) m = 6.$ 

**B**) 
$$m = 25$$
.

(**c**) 
$$m < 5$$
.

$$\bigcirc m > 5$$

🗭 Lời giải.

Ta có a=2, b=-1 và c=m.

Để phương trình đã cho là phương trình đường tròn thì

$$a^{2} + b^{2} - c > 0 \Leftrightarrow 2^{2} + (-1)^{2} - m > 0 \Leftrightarrow m < 5.$$

Vậy m < 5 thì phương trình đã cho là phương trình đường tròn.

Chọn đáp án  $\overline{(C)}$ .....

**CÂU 9.** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

(A) (C) có tâm I(2;0).

- $(\mathbf{B})(C)$  có bán kính R=1.
- $(\mathbf{c})(C)$  cắt truc Ox tai hai điểm phân biệt.
- $(\mathbf{D})(C)$  cắt trực Oy tại hai điểm phân biệt.

🗩 Lời giải.

Ta có a = 2, b = 0, c = 3.

Đường tròn (C) có tâm I(2;0) và bán kính  $R = \sqrt{2^2 + 0^2 - 3} = 1$ .

Mặt khác, d(I, Ox) = 0 < R nên đường tròn (C) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt.

**CÂU 10.** Cho đường cong  $(C_m)$ :  $x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0$ . Với giá trị nào của m thì  $(C_m)$  là đường tròn có bán kính bằng 7?

$$(\mathbf{A}) m = 4$$

$$\stackrel{\frown}{\mathbf{A}} m = 4.$$

$$\bigcirc$$
  $m=8.$ 

$$(c) m = -8.$$

🗭 Lời giải.

Ta có a=4, b=-5, c=m. Do đó,  $(C_m)$  là đường tròn có bán kính bằng 7 thì

$$a^{2} + b^{2} - c = 7^{2} \Leftrightarrow 4^{2} + (-5)^{2} - m = 49 \Leftrightarrow m = -8.$$

Vây m = -8 thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (C).....

**CÂU 11.** Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm A(0;4), B(2;4), C(4;0)?

**B**) 
$$I(1;0)$$
.

$$I(3;2)$$
.

🗭 Lời giải.

Gọi đường tròn qua ba điểm là (C):  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ .

Given duoing troit qualitation and the interval 
$$a = 0$$
. With  $a = 0$  and  $a$ 

**CÂU 12.** Phương trình đường tròn qua ba điểm A(0;4), B(2;4), C(4;0) là

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 8 = 0.$$

🗭 Lời giải.

Goi đường tròn qua ba điểm là (C):  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ .

Vì 
$$A, B, C \in (C) \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 8b + c = 0 \\ 20 - 4a - 8b + c = 0 \\ 16 - 8a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -8. \end{cases}$$

**CÂU 13.** Với những giá trị nào của m thì đường thẳng  $(\Delta): 4x+3y+m=0$  tiếp xúc với đường tròn  $(C): x^2+y^2=9$ ?

(A) m = 3 và m = -3.

$$(c) m = -3.$$

**D** 
$$m = 15$$
 và  $m = -15$ .

🗭 Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(0,0) và R=3.

Vì đường thẳng  $(\Delta): 4x+3y+m=0$  tiếp xúc với đường tròn  $(C): x^2+y^2=9$  nên

$$\mathrm{d}\left(I,\Delta\right)=R\Leftrightarrow\frac{|m|}{\sqrt{4^2+3^2}}=3\Leftrightarrow|m|=15\Leftrightarrow m=\pm15.$$

 $V_{ay} m = \pm 15.$ 

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 14.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho I(1;2) và d:2x-y+5=0. Phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng d có dạng

(a) 
$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$$
. (b)  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{5}$ . (c)  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$ . (d)  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$ .

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$$

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = \sqrt{5}.$$

Bán kính đường tròn là  $R = d(I; d) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}.$ 

Vậy phương trình của đường tròn cần tìm có dạng  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ .

**CÂU 15.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm I(2; -3). Phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với trục hoành có dang

## PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẨNG

(A)  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$ . (B)  $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 9$ . (C)  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ . (D)  $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$ .

🗭 Lời giải.

Bán kính đường tròn là R = d(I, Ox) = |-3| = 3.

Vậy phương trình của đường tròn cần tìm có dạng  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$ .

Chon đáp án (A).

**CÂU 16.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn  $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 13$ . Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C)tai điểm A(1;2) là

(A) 2x - 3y + 4 = 0.

**B**) 2x + 3y + 4 = 0.

(c) 2x - 3y - 4 = 0.

 $(\mathbf{D}) 2x + 3y - 4 = 0.$ 

**P** Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(3;-1) nên tiếp tuyến tại A có VTPT là  $\overrightarrow{n} = \overrightarrow{IA} = (-2;3)$ .

Phương trình tiếp tuyến dạng:  $-2(x-1)+3(y-2)=0 \Leftrightarrow -2x+3y-4=0 \Leftrightarrow 2x-3y+4=0$ .

Chon đáp án (A).

**CÂU 17.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 3x - y = 0$ . Phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C)tại điểm N(1;-1) là

(A) d: x + 3y - 2 = 0.

**B** d: x - 3y + 4 = 0.

 $\mathbf{c} d : x - 3y - 4 = 0.$ 

 $\mathbf{D} d: x + 3y + 2 = 0.$ 

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm  $I\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$  nên tiếp tuyến tại N có VTPT là  $\overrightarrow{n}=\overrightarrow{IN}=\left(\frac{-1}{2};\frac{-3}{2}\right)$ .

Phương trình tiếp tuyến dạng:  $\frac{-1}{2}(x-1) + \frac{-3}{2}(y+1) = 0 \Leftrightarrow x+3y+2 = 0.$ 

**CÂU 18.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ . Đường thẳng d đi qua điểm I(1;2) cắt (C) tại hai điểm M, N. Tính độ dài của MN.

 $(\mathbf{A}) MN = 1.$ 

**(B)** MN = 2.

 $\bigcirc MN = 6.$ 

🗭 Lời giải.

Đường tròn (C):  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$  có tâm I(1;2), bán kính R=3.

Do đó đường thẳng d đi qua điểm I(1;2) (qua tâm) cắt (C) tại hai điểm M,N thì MN là đường kính của (C).

Vây đô dài của MN = 2R = 6.

Chọn đáp án (D)......

**CÂU 19.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $(x-1)^2+y^2=25$  và điểm  $M(2,\sqrt{3})$ . Số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là

 $\bigcirc$  0.

**(B)** 1.

 $\bigcirc$  2.

(D) Vô số.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(1;0) và bán kính R=5.

Vì  $IM = \sqrt{(2-1)^2 + (\sqrt{3}-0)^2} = 2 < R$  nên M nằm trong đường tròn.

Vậy số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là 0.

Chon đáp án (A).....

**CÂU 20.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  và điểm M(-2, 2). Số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là

 $(\mathbf{A})$  0.

**(C)** 2.

D Vô số.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(1;-2) và bán kính R=2.

Vì  $IM = \sqrt{(-2-1)^2 + (2+2)^2} = 5 > R$  nên M nằm ngoài đường tròn.

Vậy số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là 2.

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

## 2. Bài tấp trắc nghiêm nâng cao

**CÂU 21.** Cho phương trình  $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ . Tìm điều kiện của m để phương trình đã cho là phương trình đường tròn?

 $(\mathbf{A}) m \in \mathbb{R}.$ 

 $(\mathbf{B}) m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$ 

 $(\mathbf{C})$   $m \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty).$ 

 $\bigcirc$   $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty).$ 

🗭 Lời giải.

Ta có a=m, b=2(m-2), c=6-m. Phương trình đã cho là phương trình đường tròn khi

$$a^{2} + b^{2} - c > 0 \Leftrightarrow m^{2} + 4(m-2)^{2} - 6 + m > 0 \Leftrightarrow 5m^{2} - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m < 1 \\ m > 2. \end{bmatrix}$$

Vậy  $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$  thì phương trình đã cho là phương trình đường tròn.

Chon đáp án (B).....

**CÂU 22.** Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C):  $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$ , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng d: 2x + y + 7 = 0?

(A) 2x + y + 1 = 0 hoặc 2x + y - 1 = 0.

- **B** 2x + y = 0 hoặc 2x + y 10 = 0.
- (c) 2x + y + 10 = 0 hoặc 2x + y 10 = 0.
- $(\mathbf{D}) 2x + y = 0 \text{ hoăc } 2x + y + 10 = 0.$

## 🗭 Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(3;-1) bán kính  $R=\sqrt{5}$ .

Tiếp tuyến song song với d: 2x + y + 7 = 0 nên có dạng  $\Delta: 2x + y + c = 0$ ,  $(c \neq 7)$ .

 $Vì \Delta là tiếp tuyến của đường tròn nên$ 

$$\mathrm{d}\left(I;\Delta\right)=R\Leftrightarrow\frac{|c+5|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}\Leftrightarrow|c+5|=5\Leftrightarrow\begin{bmatrix}c=0\text{ (thỏa điều kiện)}\\c=-10\text{ (thỏa điều kiện)}.\end{cases}$$

Vậy các tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán là 2x + y = 0; 2x + y - 10 = 0. Chọn đáp án (B).

**CÂU 23.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 1 = 0$  và đường thẳng d: 5x + 12y - 6 = 0. Phương trình các đường thẳng song song với d và tiếp xúc với (C) là

- (A) 5x + 12y 95 = 0 và 5x + 12y 9 = 0.
- **B**) 5x + 12y + 95 = 0 và 5x + 12y + 9 = 0.
- (c) 5x + 12y 95 = 0 và 5x + 12y + 9 = 0.
- $(\mathbf{D}) 5x + 12y + 95 = 0 \text{ và } 5x + 12y 9 = 0.$

## 🗭 Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(1; -4) và bán kính R = 4.

Tiếp tuyến của (C) song song với d nên có dạng  $\Delta : 5x + 12y + c = 0, (c \neq -6)$ .

Vì  $\Delta$  là tiếp tuyến của đường tròn nên

$$\mathrm{d}(I,\Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|-43+m|}{13} = 4 \Leftrightarrow |m-43| = 52 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m = -9 \text{ (thỏa điều kiện)} \\ m = 95 \text{ (thỏa điều kiện)}. \end{bmatrix}$$

Vậy các tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán là 5x + 12y + 95 = 0; 5x + 12y - 9 = 0.

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 24.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$ . Viết phương trình tiếp tuyến  $\Delta$ của (C) biết  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng d: 3x - 4y + 1 = 0.

- **(A)**<math>4x + 3y + 39 = 0 và 4x + 3y 10 = 0.
- **B**) 4x 3y + 39 = 0 và 4x 3y 11 = 0.
- **(c)** 4x + 3y + 39 = 0 và 4x + 3y 11 = 0.
- **(D)** 4x + 3y 39 = 0 và 4x + 3y 10 = 0.

## 🗭 Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(-2;-2), bán kính R=5.

Tiếp tuyến vuông góc với d nên có dang  $\Delta$ : 4x + 3y + c = 0.

Vì  $\Delta$  là tiếp tuyến của đường tròn nên

$$d(I,\Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|-14+c|}{5} = 5 \Leftrightarrow |-14+c| = 25 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} c = 39 \\ c = -11. \end{vmatrix}$$

Vây các tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán là  $\Delta$ : 4x + 3y + 39 = 0;  $\Delta$ : 4x + 3y - 11 = 0. Chọn đáp án  $\overline{\mathbb{C}}$ .

**CÂU 25.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho A(1;2), B(-3;1), C(4;-2). Tập hợp các điểm M thỏa mãn hệ thức  $MA^2 +$  $MB^2 = MC^2$  là

- (A) Đường tròn tâm I(-5;6) bán kính  $R=\sqrt{66}$ .
- **B**) Đường tròn tâm I(-6;5) bán kính  $R=\sqrt{34}$ .
- **©** Đường tròn tâm I(-6;5) bán kính  $R=\sqrt{66}$ .
- Dường tròn tâm I(-5;6) bán kính  $R=\sqrt{34}$ .

#### Lời giải.

Giả sử M(x;y). Theo giả thiết ta có

$$\begin{split} MA^2 + MB^2 &= MC^2 \\ \Leftrightarrow & (x-1)^2 + (y-2)^2 + (x+3)^2 + (y-1)^2 = (x-4)^2 + (y+2)^2 \\ \Leftrightarrow & x^2 + y^2 + 12x - 10y - 5 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x+6)^2 + (y-5)^2 = 66. \end{split}$$

Vậy tập các điểm M là đường tròn tâm I(-6; 5), bán kính  $R = \sqrt{66}$ .

**CÂU 26.** Đường tròn (C) đi qua hai điểm A(-1;2), B(-2;3) và có tâm I thuộc đường thẳng  $\Delta: 3x-y+10=0$ . Phương trình của đường tròn (C) là

(A) 
$$(x+3)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$$
. (B)  $(x-3)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$ . (C)  $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$ . (D)  $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 5$ .

Ta có  $I \in \Delta \Rightarrow I(m; 3m + 10)$ .

$$AI^2 = BI^2 \text{ (cùng bằng } R^2)$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 + (3m+8)^2 = (m+2)^2 + (3a+7)^2$$

$$\Leftrightarrow 4m+12=0$$

$$\Leftrightarrow m=-3.$$

Do đó, đường tròn 
$$(C)$$
 có 
$$\begin{cases} \tan I(-3;1) \\ \text{bán kính } R = AI = \sqrt{(-3+1)^2 + (-9+8)^2} = \sqrt{5}. \end{cases}$$

Vây đường tròn (C):  $(x+3)^2 + (y-1)^2$ 

Chon đáp án (D).....

**CÂU 27.** Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng d: x + 3y + 8 = 0, đi qua điểm A(-2;1) và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: 3x - 4y + 10 = 0$ . Phương trình của đường tròn (C) là:

(a) 
$$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$$
. (b)  $(x+5)^2 + (y+1)^2 = 16$ . (c)  $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 9$ . (d)  $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$ . (e) Lori giái.

Ta có  $I \in d \Rightarrow I(-3m - 8; m)$ .

$$\begin{split} AI^2 &= [\mathrm{d}(I,\Delta)]^2 \ (\text{cùng bằng } R^2) \\ \Leftrightarrow \ \ & (-3m-6)^2 + (m-1)^2 = \frac{\left[3(-3m-8) - 4m + 10\right]^2}{3^2 + (-4)^2} \\ \Leftrightarrow \ \ & 10m^2 + 34m + 37 = \frac{169m^2 + 364m + 196}{25} \\ \Leftrightarrow \ \ & 81m^2 + 486m + 729 = 0 \\ \Leftrightarrow \ \ & m = -3. \end{split}$$

Do đó, đường tròn 
$$(C)$$
 có 
$$\begin{cases} \text{tâm } I(1;-3) \\ \text{bán kính } R = AI = \sqrt{(9-6)^2 + (-3-1)^2} = 5. \end{cases}$$

Vây phương trình đường tròn là  $(x-1)^2 + (y+3)^2$ 

**CÂU 28.** Đường tròn (C) đi qua hai điểm A(-1;1), B(3;3) và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: 3x-4y+8=0$ . Viết phương trình đường tròn (C), biết tâm của (C) có hoành độ nhỏ hơn 5.

(a) 
$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$$
. (b)  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ . (c)  $(x+1)^2 + (y-6)^2 = 25$ . (d)  $x^2 + (y-4)^2 = 10$ . (e) Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB. Suy ra M(1;2).

Trung trưc của đoan thẳng AB qua M và nhân  $\overrightarrow{AB} = (4,2)$  làm VTPT nên có dang

$$d: 4(x-1) + 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0.$$

Gọi I là tâm của đường tròn (C). Vì (C) qua A và B nên  $I \in d \Rightarrow I(m; -2m+4)$  với m < 5. Mặt khác (C) tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta$  nên

$$\begin{split} AI^2 &= \left[ \mathrm{d}(I,\Delta) \right]^2 \ (\text{cùng bằng } R^2) \\ \Leftrightarrow & \left( m+1 \right)^2 + \left( -2m+3 \right)^2 = \frac{\left[ 3m-4(-2m+4)+8 \right]^2}{3^2 + (-4)^2} \\ \Leftrightarrow & 5m^2 - 10m + 10 = \frac{121m^2 - 176m + 64}{25} \\ \Leftrightarrow & 4m^2 - 74m + 186 = 0 \\ \Leftrightarrow & \left[ m = 3 \ (\text{thỏa điều kiện}) \right. \\ \Leftrightarrow & \left[ m = \frac{31}{2} \ (\text{không thỏa điều kiện}) \right]. \end{split}$$

Do đó, đường tròn 
$$(C)$$
 có 
$$\begin{cases} \text{tâm } I(3;-2) \\ \text{bán kính } R = AI = \sqrt{(3+1)^2 + (-6+3)^2} = 5. \end{cases}$$
 Vậy phương trình đường tròn là  $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25.$ 

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 29.** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C):  $x^2 + (y-4)^2 = 10$ . Tìm tất cả các tiếp tuyến của (C), biết rằng tiếp tuyến đi qua điểm M(-4;2)?

$$\mathbf{A}$$
  $x + 3y - 2 = 0$  và  $3x - y - 14 = 0$ .

**(B)** 
$$x + 3y - 2 = 0$$
 và  $3x - y + 14 = 0$ .

$$\mathbf{C}$$
  $x + 3y + 2 = 0$  và  $3x - y + 14 = 0$ .

$$D) x + 3y + 2 = 0 \text{ và } 3x - y - 14 = 0.$$

### 🗭 Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm I(0;4), bán kính  $R=\sqrt{10}$ .

Tiếp tuyến của (C) qua M có dạng  $\Delta : ax + by + 4a - 2b = 0$  với  $(a^2 + b^2 \neq 0)$ .

 $Vi \Delta là tiếp tuyến của đường tròn nên$ 

$$d\left[I;\Delta\right] = R \Leftrightarrow \frac{|4a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow 6a^2+16ab-6b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a = \frac{1}{3}b \Rightarrow b = 3, a = 1\\ a = -3b \Rightarrow b = -1, a = 3. \end{bmatrix}$$

Vậy các tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán là  $\Delta$ : x+3y-2=0;  $\Delta$ : 3x-y+14=0. Chọn đáp án  $\bigcirc{\mathbf{B}}$ ......

**CÂU 30.** Viết phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ , biết tiếp tuyến đi qua điểm B(4;6).

$$\triangle \Delta : x - 4 = 0 \text{ hoặc } \Delta : 3x + 4y - 36 = 0.$$

**B** 
$$\Delta : x - 4 = 0$$
 hoặc  $\Delta : y - 6 = 0$ .

$$\triangle$$
  $\Delta : y - 6 = 0 \text{ hoặc } \Delta : 3x + 4y - 36 = 0.$ 

$$\triangle : x - 4 = 0 \text{ hoặc } \Delta : 3x - 4y + 12 = 0.$$

## Dùi giải.

Đường tròn (C) có tâm I(2;2), bán kính R=2.

Tiếp tuyến của (C) qua B có dạng  $\Delta : ax + by - 4a - 6b = 0$  với  $(a^2 + b^2 \neq 0)$ .

 $Vi \Delta là tiếp tuyến của đường tròn nên$ 

$$d\left[I;\Delta\right] = R \Leftrightarrow \frac{|2a+4b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2 \Leftrightarrow b\left(3b+4a\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} b=0 \Rightarrow a=1, b=0\\ 3b=-4a \Rightarrow a=3, b=-4. \end{bmatrix}$$

Vậy các tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán là  $\Delta$ : x-4=0;  $\Delta$ : 3x-4y+12=0.

Chon đáp án  $\bigcirc$ 

## Bài 6. BA ĐƯỜNG CONIC

## A. ELIP



### Elip

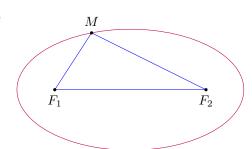
Từ phương trình chính tắc của elip (E) tìm a, b, c; từ đó suy ra các yếu tố của elip (E) và ngược lại.

## 1. Khái niệm elip

Cho hai điểm cố định  $F_1$ ,  $F_2$  và một độ dài không đổi 2a lớn hơn  $F_1F_2$ . Elip (E) là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho

$$F_1M + F_2M = 2a.$$

Các điểm  $F_1$  và  $F_2$  gọi là các tiêu điểm của elip. Độ dài  $F_1F_2 = 2c$  gọi là tiêu cự của elip (a > c).



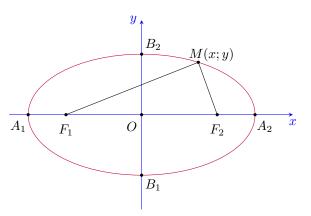
## 2. Phương trình chính tắc của elip

Cho elip (E) có các tiêu điểm  $F_1$  và  $F_2$  và đặt  $F_1F_2=2c$ . Chọn hệ trực tọa độ Oxy sao cho  $F_1(-c;0)$  và  $F_2(c;0)$ .

$$M(x;y) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (1)$$

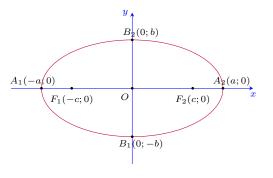
trong đó  $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ .

Phương trình (1) gọi là phương trình chính tắc của elip.





- Elip (E) cắt Ox tại hai điểm $A_1(-a;0)$ ,  $A_2(a;0)$  và cắt Oy tại hai điểm  $B_1(0;-b)$ ,  $B_2(0;b)$ .
- Các điểm  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  gọi là các đỉnh của elip.
- Doạn thẳng  $A_1A_2 = 2a$  gọi là trực lớn, đoạn thẳng  $B_1B_2 = 2b$  gọi là trực nhỏ của elip.
- Giao điểm O của hai trục là tâm đối xứng của elip.
- $N\hat{e}u\ M(x;y) \in (E)\ thi\ |x| \le a,\ |y| \ge b.$



# 3. Ví dụ mẫu

## VÍ DU 1.

- a) Cho elip (E):  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ . Tìm tâm sai của (E).
- b) Một elip có độ dài trực lớn bằng 26, tâm sai  $e=\frac{12}{13}.$  Tìm độ dài trực nhỏ của elip (E).

## 🗭 Lời giải.

a) Trong phương trình chính tắc của elip (E), ta có:

$$a^2 = 25$$
;  $b^2 = 9 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = \sqrt{16} = 4$ .

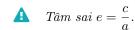
Do đó, tâm sai của elip (E) là:  $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$ .

b) Độ dài trục lớn  $2a = 26 \Rightarrow a = 13$ .

Tâm sai 
$$e = \frac{c}{c} = \frac{12}{12} \Rightarrow c = a.e = 13 \cdot \frac{12}{12} = 12$$

Tâm sai 
$$e = \frac{c}{a} = \frac{12}{13} \Rightarrow c = a.e = 13 \cdot \frac{12}{13} = 12.$$
  
Suy ra  $b^2 = a^2 - c^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 \Rightarrow b = \sqrt{25} = 5.$ 

Vậy độ dài trực bé của elip (E) là: 2b = 2.5 = 10.



**VÍ DỤ 2.** Cho elip (E) có độ dài trực lớn bằng 10, tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trực lớn là  $\frac{2}{\kappa}$ 

- a) Tính độ dài trục nhỏ của elip (E).
- b) Viết phương trình chính tắc của elip (E).

## Lời giải.

Độ dài trục lớn  $2a = 10 \Rightarrow a = 5$ .

. Tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn là  $\frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} = \frac{2}{5} \Rightarrow c = a \cdot e = 5 \cdot \frac{2}{5} = 2$ .

- a) Ta có:  $b^2 = a^2 c^2 = 5^2 2^2 = 25 4 = 21 \Rightarrow b = \sqrt{21}$ . Do đó, đô dài truc bé của elip (E) là:  $2b = 2\sqrt{21}$ .
- b) Phương trình chính tắc của elip (E) là

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{21} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1.$$

## 4. Câu hỏi trắc nghiêm khác quan

CÂU 1. Phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là

(A) 
$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$$
. (2) Lời giải.

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1.$$

Phương trình chính tắc của elip có dạng  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  với độ dài trục lớn 2a và độ dài trục bé 2b.

Theo bài ra ta có  $\begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3. \end{cases}$ 

Vậy phương trình chính tắc của elip là  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow 9x^2 + 16y^2 = 144$ .

**CÂU 2.** Phương trình chính tắc của elip có tâm sai  $e=\frac{4}{5}$ , độ dài trực nhỏ bằng 12 là

(A) 
$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$$
. 
(D) Lời giải.

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1.$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1.$$

Phương trình chính tắc của elip có dạng  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  với độ dài trục lớn 2a và độ dài trục bé 2b.

Theo bài ra ta có

Chọn đáp án (C).....

$$\begin{cases} e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \\ 2b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25c^2 = 16a^2 \\ b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25c^2 = 16a^2 \\ a^2 - c^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25c^2 = 16a^2 \\ a^2 - c^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 6. \end{cases}$$

Vây phương trình chính tắc của elip là  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ .

**CÂU 3.** Cho elip có phương trình  $9x^2 + 25y^2 = 225$ . Lúc đó hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng

## (**A**) 15. 🗭 Lời giải.

Phương trình chính tắc của elip có dạng  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  với độ dài trực lớn 2a và độ dài trực bé 2b.

Hình chữ nhật cơ sở có các kích thước 2a và 2b. Suy ra diện tích hình chữ nhật cơ sở là S=4ab.

Theo bài ra, elip có phương trình  $9x^2 + 25y^2 = 225 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ . Do đó  $\begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases}$ 

Suy ra diện tích hình chữ nhất cơ sở là  $S = 4 \cdot 5 \cdot 3 = 60$ .

**CÂU 4.** Đường thẳng y = kx cắt elip  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  tại hai điểm phân biệt

- $\triangle$  đối xứng nhau qua gốc toạ độ O.
- $(\mathbf{B})$  đối xứng nhau qua trực Oy.  $(\mathbf{c})$  đối xứng nhau qua trục Ox. (D) đối xứng nhau qua hai truc tọa độ.
- Lời giải.

Đường thẳng y = kx đi qua gốc tọa độ O và elip có phương trình chính tắc  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  nhận O làm tâm đối xứng nên đường thẳng y = kx cắt elip tại hai điểm phân biệt thì hai điểm đó đối xứng nhau qua gốc toạ độ O.

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 5.** Cho elip (E):  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ . M là điểm nằm trên (E). Lúc đó đoạn thẳng OM thoả:  $\bigcirc$   $OM \leq 3$ .  $\bigcirc$   $OM \leq 4$ .  $\bigcirc$   $OM \leq 5$ .

$$\bigcirc$$
  $3 \le OM \le 4$ 

$$\bigcirc OM > 5.$$

Phương trình chính tắc của elip có dạng  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  có độ dài trục lớn 2a và độ dài trục bé 2b.

Khi đó, với M là điểm nằm trên (E) bất kỳ ta luôn có  $b \leq OM \leq a$ .

Do đó 3 < OM < 4.

Chọn đáp án (B)....

**CÂU 6.** Cho elip  $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  và đường thẳng (d): x = -4 cắt (E) tại hai điểm M, N. Khi đó:

$$\bigcirc MN = \frac{18}{5}.$$

$$\bigcirc MN = \frac{18}{25}$$

## 🗭 Lời giải.

Thay x = -4 vào phương trình chính tắc của elip  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  ta có

$$\frac{16}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{9} = \frac{9}{25} \Leftrightarrow y = \pm \frac{9}{5}.$$

Suy ra tọa độ hai điểm M, N là  $\left(-4; \frac{9}{5}\right)$  và  $\left(-4; -\frac{9}{5}\right)$ . Do đó  $MN = \frac{18}{5}$ .

**CÂU 7.** Cho elip (E) có các tiêu điểm  $F_1(-4;0)$ ,  $F_2(4;0)$  và một điểm M nằm trên (E) biết rằng chu vi của tam giác  $MF_1F_2$ bằng 18. Khi đó tâm sai của (E) là

$$\mathbf{A} e = \frac{4}{18}$$

$$\stackrel{\frown}{\mathbf{B}} e = \frac{4}{5}.$$

$$e = -\frac{4}{5}$$
.

#### Lời giải.

Phương trình chính tắc của elip có dạng

(E): 
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$
 (a > b > 0).

Theo giả thiết, ta có c = 4.

Chu vi của tam giác  $MF_1F_2$  bằng 18 nên

$$MF_1 + MF_2 + F_1F_2 = 18 \Leftrightarrow 2a + 2c = 18 \Leftrightarrow a + c = 18.$$

Mà  $c = 4 \Rightarrow a = 5$ .

Do đó tâm sai của elip (E) là  $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$ .

**CÂU 8.** Biết elip (E) có các tiêu điểm  $F_1\left(-\sqrt{7};0\right)$ ,  $F_2\left(\sqrt{7};0\right)$  và đi qua  $M\left(-\sqrt{7};\frac{9}{4}\right)$ . Gọi N là điểm đối xứng với M qua

**B** 
$$NF_2 + MF_1 = \frac{23}{2}$$

(a) 
$$NF_1 + MF_2 = \frac{9}{2}$$
. (b)  $NF_2 + MF_1 = \frac{23}{2}$ . (c)  $NF_2 - NF_1 = \frac{7}{2}$ .

Do N đối xứng với M qua gốc tọa độ nên tọa độ điểm  $N\left(\sqrt{7}; -\frac{9}{4}\right)$ .

$$NF_1 = \sqrt{\left(-2\sqrt{7}\right)^2 + \left(-\frac{9}{4}\right)^2} = \frac{23}{4}.$$

$$\Theta MF_1 = \sqrt{0^2 + \left(-\frac{9}{4}\right)^2} = \frac{9}{4}.$$

Từ đó  $NF_1 + MF_1 = \frac{23}{4} + \frac{9}{4} = 8.$ 

Chon đáp án (D)....

**CÂU 9.** Trong các phương trình sau, phương trình nào biểu diễn một elip có khoảng cách giữa các đường chuẩn là  $\frac{50}{2}$  và

$$\mathbf{A} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1.$$

Tiêu cư  $2c = 6 \Rightarrow c = 3$ .

Khoảng cách giữa 2 đường chuẩn là  $\frac{2a}{e} = \frac{50}{3}$  hay  $6a^2 = 50c$  nên  $a^2 = 25 \Rightarrow b^2 = 16$ .

Vậy phương trình elip cần tìm là  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

Chọn đáp án (D)...

**CÂU 10.** Tìm phương trình chính tắc của elip có trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng  $4\sqrt{3}$ .

(A)  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

(B)  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$ .

(C)  $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$ .

(A) 
$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$$
. (P) Lời giải.

$$\mathbf{\hat{c}} \frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1.$$

Phương trình chính tắc của elip có dang

(E): 
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$
 (a > b > 0).

Theo giả thiết, ta có  $2a = 2 \cdot 2b \Leftrightarrow a = 2b$  và  $2c = 4\sqrt{3} \Leftrightarrow c = 2\sqrt{3}$ .

Khi đó  $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow (2b)^2 = b^2 + 12 \Leftrightarrow 3b^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow b = 2 \Rightarrow a = 4$ 

Do đó b=2.

Vậy phương trình chính tắc của elip là  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ .

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 11.** Cho elip có phương trình  $16x^2 + 25y^2 = 100$ . Tính tổng khoảng cách từ điểm thuộc elip có hoành độ x = 2 đến hai tiêu điểm.

**(A)** 5.

$$\bigcirc 2\sqrt{2}.$$

**C** 
$$4\sqrt{3}$$
.

$$\bigcirc$$
  $\sqrt{3}$ .

🗭 Lời giải.

Ta có  $16x^2 + 25y^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\frac{25}{2}} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow a = \frac{5}{2}.$ 

Tổng khoảng cách từ một điểm thuộc elip đến hai tiêu điểm bằng 2a = 5.

**CÂU 12.** Đường thẳng qua M(1;1) và cắt elip (E):  $4x^2 + 9y^2 = 36$  tại hai điểm  $M_1$ ,  $M_2$  sao cho  $MM_1 = MM_2$  có phương trình là

$$2x + 4y - 5 = 0.$$

🗭 Lời giải.

Gọi  $M_1(x_1;y_1)$ ,  $M_2(x_2;y_2)$ . Ta có M là trung điểm của  $M_1M_2$  do đó  $\begin{cases} x_1+x_2=2\\ y_1+y_2=2. \end{cases}$ 

Mặt khác, ta có

$$\begin{cases} M_1(x_1; y_1) \in (E) \\ M_2(x_2; y_2) \in (E) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_1^2 + 9y_1^2 = 36 \\ 4x_2^2 + 9y_2^2 = 36. \end{cases}$$

Suy ra  $4(x_1 - x_2) + 9(y_1 - y_2) = 0$ .

Vậy  $\vec{n} = (4, 9)$  là một véc-tơ pháp tuyến của  $M_1 M_2$ .

Phương trình đường thẳng  $M_1M_2$ : đi qua M(1;1) có véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n}=(4;9)$  là

$$4(x-1) + 9(y-1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 9y - 13 = 0.$$

Chọn đáp án  $\overline{(C)}$ .....

## **HYPEBOL**

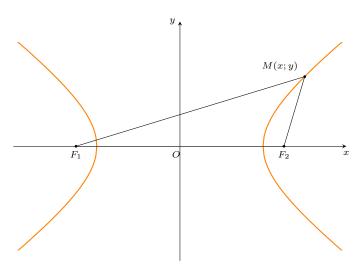
## Hypebol

Cho hai điểm cố định  $F_1, F_2$  và một độ dài không đổi 2a nhỏ hơn  $F_1F_2$ . Hypebol (H) là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho  $|F_1M - F_2M| = 2a$ .

Các điểm  $F_1$  và  $F_2$  gọi là các tiêu điểm của hypebol.

Độ dài  $F_1F_2=2c$  gọi là tiêu cự của hypebol (c>a).

Phương trình chính tắc

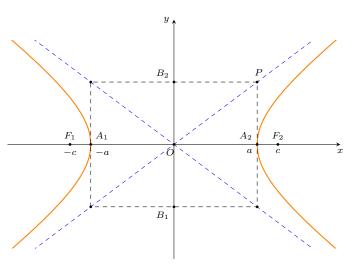


Cho hypebol (H) có các tiêu điểm  $F_1$ ,  $F_2$  và đặt  $F_1F_2=2c$ . Điểm M thuộc hypebol (H) khi và chỉ khi  $|F_1M-F_2M|=2a$ . Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho  $F_1(-c;0)$  và  $F_2(c;0)$ .

$$M(x;y)\in (H) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (2)$$

trong đó  $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ .

Phương trình (2) gọi là phương trình chính tắc của hypebol.



#### A

- $oldsymbol{\odot}$  (H) cắt Ox tại hai điểm  $A_1(-a;0)$  và  $A_2(a;0)$ . Nếu ta vẽ hai điểm  $B_1(0;-b)$  và  $B_2(0;b)$  vào hình chữ nhật  $OA_2PB_2$  thì  $OP = \sqrt{a^2 + b^2} = c$ .
- $\bigcirc$  Các điểm  $A_1, A_2$  gọi là các đính của hypebol.
- $oldsymbol{\odot}$  Doạn thẳng  $A_1A_2=2a$  gọi là trục thực, đoạn thẳng  $B_1B_2=2b$  gọi là trục ảo của hypebol.
- ❷ Giao điểm O của hai trực là tâm đối xứng của hypebol.
- $\bigcirc$  Nếu  $M(x;y) \in (H)$  thì  $x \leq -a$  hoặc  $x \geq a$ .

## 1. Các ví dụ

## VÍ DỤ 1.

- a) Tìm tâm sai của hypebol  $3x^2 y^2 = 12$ .
- b) Cho hypebol (H):  $\frac{x^2}{4} \frac{y^2}{9} = 1$ . Tìm tọa độ đỉnh, tiêu điểm, tâm sai và hai tiệm cận của (H).

a) 
$$3x^2 - y^2 = 12 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1.$$
  
Ta có 
$$\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = 4.$$

Do đó, hypebol có tâm sai là  $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{2} = 2$ .

b) Ta có 
$$\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 3, c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{13}.$$

Do đó có các tiêu điểm  $F_1(-\sqrt{13};0)$  và  $F_2(\sqrt{13};0)$ . Các đỉnh của hypebol là  $A_1(-4,0)$ ,  $A_2(4,0)$ 

Các đường tiệm cận của hypebol là  $y = -\frac{3}{2}x$  và  $y = \frac{3}{2}x$ .

**VÍ DỤ 2.** Cho hypebol (H) có một tiêu điểm  $F_2(8;0)$  và (H) đi qua điểm A(5;0). Viết phương trình chính tắc của hypebol (H).

## 🗭 Lời giải.

Phương trình chính tắc của hypebol có dạng

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Vì hypebol đi qua điểm A(5;0) nên ta có

$$\frac{25}{a^2} - \frac{0^2}{b^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = 5.$$

Do (H) có một tiêu điểm  $F_2(8;0)$  nên c=8. Do đó  $b^2=c^2-a^2=8^2-5^2=39$ . Vậy phương trình chính tắc của hypebol là  $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{39}=1$ .

## 2. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1.** Parabol có phương trình  $y^2 = \sqrt{2}x$  có

- (A) tiêu điểm  $F(\sqrt{2};0)$ .
- **B** đường chuẩn  $\Delta \colon x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- **C**) tham số tiêu  $p = \sqrt{2}$ .
- **D** khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là  $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

## 🗭 Lời giải.

Ta có  $y^2 = \sqrt{2}x = 2px \Rightarrow p = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 

Do đó, parabol có tiêu điểm  $F\left(\frac{\sqrt{2}}{4};0\right)$  và đường chuẩn  $\Delta \colon x=-\frac{\sqrt{2}}{4}$ .

Suy ra khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là  $d(F,\Delta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Chọn đáp án  $\bigcirc$ D.....

**CÂU 2.** Đường thẳng nào là đường chuẩn của parabol  $y^2 = \frac{3}{2}x$ ?

$$\mathbf{B} x = -\frac{3}{8}.$$

$$\mathbf{c}$$
  $x = -\frac{3}{4}$ .

Ta có 
$$y^2 = \frac{3}{2}x = 2px \Rightarrow p = \frac{3}{4}$$
.

Đường chuẩn của parabol là  $x=-\frac{3}{8}$ 

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 3.** Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của parabol  $y^2 = \sqrt{3}x$  bằng

 $\bigcirc$   $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## 🗭 Lời aiải.

Ta có 
$$y^2 = \sqrt{3}x = 2px \Rightarrow p = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
.

Vậy khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của parabol bằng  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**CÂU 4.** Phương trình chính tắc của parabol mà khoảng cách từ đỉnh tới tiêu điểm bằng  $\frac{3}{4}$  là

$$\bigcirc y^2 = 3x.$$

$$\bigcirc y^2 = 6x.$$

🗭 Lời giải.

Theo giả thiết, ta có  $\frac{p}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow p = \frac{3}{2}$ .

Do đó phương trình của parabol là  $y^2 = 2px = 3x$ .

Chọn đáp án (C)......

**CÂU 5.** Hypebol có nửa trực thực là 4, tiêu cự bằng 10 có phương trình chính tắc là  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ . **(B)**  $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{9} = 1$ . **(C)**  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ .

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1.$$

Ta có 
$$\begin{bmatrix} a=4\\2c=10\\b^2=c^2-a^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a=4\\c=5\\b=3.$$

Vậy phương trình chính tắc của Hypebol là  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ .

Chon đáp án (A).....

**CÂU 6.** Hypebol có tâm sai  $e = \sqrt{5}$  và đi qua điểm (1;0) có phương trình chính tắc là

$$\mathbf{B} \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1.$$

$$\mathbf{c} \frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{4} = 1.$$

Xét Hypebol (H) có phương trình chính tắc là  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{h^2} = 1$ 

Từ giả thuyết ta có  $\frac{c}{a}=\sqrt{5}\Rightarrow c^2=5a^2.$ Mà  $c^2=a^2+b^2\Rightarrow 4a^2=b^2.$ 

Mặt khác H đia qua (1;0) nên  $\frac{1}{a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow b^2 = 4$ .

Vậy phương trình chính tắc của Hypebol là  $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$ .

**CÂU 7.** Phương trình hai tiệm cận  $y=\pm\frac{2}{3}x$  là của phương trình chính tắc (H) nào sau đây?

**B** 
$$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1.$$
 **C**  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1.$ 

$$\mathbf{c} \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1.$$

D Lời giải.

Hypebol có hai đường tiệm cận  $y = \pm \frac{2}{3}x \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2. \end{cases}$ 

Vậy phương trình hai tiệm cận  $y = \pm \frac{2}{3}x$  là của phương trình chính tắc  $\frac{x^2}{\alpha} - \frac{y^2}{4} = 1$ .

Chon đáp án (C).....

**CÂU 8.** Cho đường thẳng  $\Delta$  và một điểm F không thuộc  $\Delta$ . Tập hợp các điểm M sao cho  $MF = \frac{1}{\sqrt{2}} d(M, \Delta)$  là một

(A) elip.

(B) hypebol.

c parabol.

(D) đường tròn.

🗭 Lời giải.

Ta có  $\frac{MF}{\mathrm{d}(M,\Delta)}=\frac{1}{\sqrt{2}}.$  Nên quỹ tích các điểm M là một elip.

 $\hat{\mathbf{CAU}}$  9. Viết phương trình chính tắc của Hypebol, biết giá trị tuyệt đối hiệu các bán kính qua tiêu của điểm M bất kỳ trên hypebol là 8, tiêu cự bằng 10.

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\mathbf{B} \frac{x^2}{4}$$

Theo đề bài  $|MF_1 - MF_2| = 2a = 8 \Rightarrow a = 4$ , tiêu cự  $2c = 10 \Rightarrow c = 5$ , suy ra  $b^2 = c^2 - a^2 = 5^2 - 4^2 = 9$ . Phương trình chính tắc của Hypebol là  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ .

**CÂU 10.** Viết phương trình của Hypebol có 2c = 10, 2a = 8 và tiêu điểm nằm trên trục Ox.

$$\mathbf{\hat{A}} \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

$$\mathbf{c}$$
  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 

B 
$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$$
.  
D  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  hoặc  $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

Từ  $2c = 10 \Rightarrow c = 5$ ,  $2a = 8 \Rightarrow a = 4$ , suy ra  $b = \sqrt{c^2 - a^2} = 9$ . Suy ra phương trình Hypebol là  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ .

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 11.** Hypebol  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  có hai tiêu điểm là

$$lack F_1(-2;0); F_2(2;0).$$

$$\blacksquare$$
  $F_1(-3;0); F_2(3;0).$ 

$$(c)$$
  $F_1(-4;0); F_2(4;0).$ 

$$(\mathbf{D}) F_1(-5;0); F_2(5;0).$$

🗭 Lời giải.

Từ phương trình (H):  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  suy ra  $a = 4, b = 3, c = \sqrt{a^2 + b^2} = 5.$ 

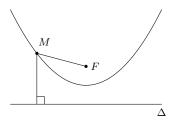
Do đó hai tiêu điểm của Hypebol là  $F_1(-5;0)$ ;  $F_2(5;0)$ .

Chọn đáp án (D).

C. PARABOL

**Parabol** 

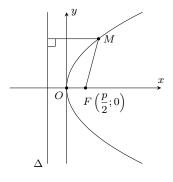
f ĐịNH NGHĨA 6.1 (PARABOL). Cho một điểm F và một đường thẳng  $\Delta$  cố định không đi qua F. Parabol (P) là tập hợp các điểm M cách đều F và  $\Delta$ . F gọi là **tiêu điểm** và  $\Delta$  gọi là **đường chuẩn** của parabol (P).



 $\P$  ĐịNH LÍ 6.1 (PHƯƠNG TRÌNH CHÍNH TẮC).  $\mathit{Cho}\ \mathit{parabol}\ (P)\ \mathit{có}\ \mathit{tiêu}\ \mathit{diểm}\ F$  và đường chuẩn  $\Delta$ . Gọi khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là p, hiển nhiên p>0. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho  $F\left(\frac{p}{2};0\right)$  và  $\Delta:x+\frac{p}{2}=0$ .

$$M(x;y) \in (P) \Leftrightarrow y^2 = 2px$$
 (3).

Phương trình (3) gọi là phương trình chính tắc của parabol.



Chú ý:

- $\bigcirc$  O gọi là **đỉnh** của parabol (P).
- **⊘** Ox qoi là **truc đối xứng** của parabol (P).
- $\bigcirc$  Nếu  $M(x;y) \in (P)$  thì x > 0 và  $M'(x;-y) \in (P)$ .

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1.

- a) Tìm tiêu điểm, phương trình đường chuẩn của parabol  $y^2 = \frac{1}{2}x$ .
- b) Tìm tiêu điểm, phương trình đường chuẩn của parabol  $y^2 = 4x$ .

🗭 Lời giải.

a) Do  $p=\frac{1}{4}$  nên tiêu điểm là  $F\left(\frac{1}{8};0\right)$  và đường chuẩn là  $\Delta:x+\frac{1}{8}=0.$ 

b) Do p=2 nên tiêu điểm là F(1;0) và đường chuẩn là  $\Delta:x+1=0$ .

**VÍ DỤ 2.** Viết phương trình chính tắc của parabol (P), biết (P) có đường chuẩn  $\Delta: x+4=0$ .

🗭 Lời giải.

Do  $\frac{p}{2} = 4$  nên p = 8. Do đó (P):  $y^2 = 16x$ .

## 2. Câu hỏi trắc nghiêm

**CÂU 1.** Parabol có phương trình  $y^2 = \sqrt{2}x$  có

**A** 
$$F(\sqrt{2};0)$$
.

$$\bigcirc p = \sqrt{2}.$$

D Lời giải.

Phương trình parabol  $y^2 = \sqrt{2}x$  có  $p = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Do đó phương trình đường chuẩn là  $\Delta : x = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ .

Chọn đáp án (B)..... .....

**CÂU 2.** Đường thẳng nào là đường chuẩn của parabol  $y^2 = \frac{3}{2}x$ ?

$$\mathbf{c}$$
  $x = -\frac{3}{8}$ .

🗭 Lời giải.

Phương trình parabol  $y^2 = \frac{3}{2}x$  có  $p = \frac{3}{4}$ .

Do đó phương trình đường chuẩn là  $\Delta \colon x = -\frac{3}{2}$ .

Chọn đáp án  $\overline{ ext{(C)}}$ .....

**CÂU 3.** Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của parabol  $y^2 = \sqrt{3}x$  là

$$(\mathbf{A}) d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\mathbf{C} d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Lời giải.

Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của parabol  $y^2 = \sqrt{3}x$  là  $p = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**CÂU 4.** Phương trình chính tắc của parabol mà khoảng cách từ đỉnh tới tiêu điểm bằng  $\frac{3}{4}$  là

$$\mathbf{A} y^2 = \frac{3}{4}x.$$

$$\bigcirc y^2 = 3x.$$

$$\bigcirc y^2 = 6x.$$

🗭 Lời giải.

Ta có  $\frac{p}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow p = \frac{3}{2}$ .

Vậy phương trình chính tắc của parabol là  $y^2 = \frac{3}{2}x$ .

Chọn đáp án (B).....

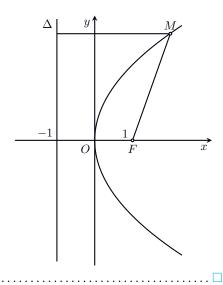
**CÂU 5.** Cho parabol (P):  $y^2 = 4x$  có tiêu điểm là F. Gọi M là điểm thuộc (P) thỏa mãn MF = 3. Hoành độ của Mbằng

$$\bigcirc \frac{3}{2}.$$

🗭 Lời giải.

Ta có  $y^2 = 4x \Rightarrow p = 2 \Rightarrow \Delta : x + 1 = 0$  là phương trình đường chuẩn của (P). Vì  $M \in (P)$  nên  $x_M > 0$  và

$$d(M; \Delta) = MF \Leftrightarrow d(M; \Delta) = 3 \Leftrightarrow d(M; Oy) = 2 \Rightarrow x_M = 2.$$



**CÂU 6.** Gọi MN là một dây cung đi qua tiêu điểm F của parabol (P) thỏa mãn MN vuông góc với Ox và MN=3. Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của (P) bằng

**(c)** 6.

(**D**) đáp số khác.

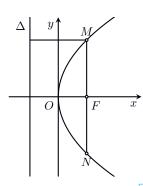
## Lời giải.

Ta có  $M, N \in (P)$ ;  $MN \perp Ox$  và Ox là trục đối xứng của (P) nên  $x_M = x_N$  và  $y_M = -y_N$ . Không mất tính tổng quát, giả sử  $y_M=b>0 \Rightarrow y_N=-b$  . Vì MN=3 nên  $2b=3 \Leftrightarrow b=\frac{3}{2}$ .

$$Vi MN = 3 \text{ nên } 2b = 3 \Leftrightarrow b = \frac{3}{2}.$$

Do MN đi qua F và  $MN \perp Ox$  nên  $MF = y_M = \frac{3}{2}$ 

$$\Rightarrow$$
 d $(F; \Delta) =$  d $(M; \Delta) = MF = \frac{3}{2}$  (Với  $\Delta$  là đường chuẩn của  $(P)$ ).



**CÂU 7.** Cho parabol (P):  $y^2 = 16x$ . Một đường thẳng đi qua tiêu điểm F của (P), có hệ số góc bằng 1, cắt (P) tại M và N. Độ dài MN bằng

(A) 28.

**B**) 32.

**D** 20.

## 🗭 Lời giải.

Ta có  $y^2 = 16x = 2 \cdot 8 \cdot x \Rightarrow p = 8$ . Suy ra tiêu điểm của (P) là F(4;0). Gọi d là đường thẳng đi qua F(4;0) và có hệ số góc bằng 1. Phương trình của d là

$$y = 1(x-4) + 0 \Leftrightarrow y = x - 4.$$

Tọa độ giao điểm của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y^2 = 16x \\ y = x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 16y - 64 = 0 \\ x = y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} y = 8 - 8\sqrt{2} \\ y = 8 + 8\sqrt{2} \\ x = y + 4. \end{cases} \end{cases}$$

Suy ra tọa độ hai giao điểm là  $M\left(12-8\sqrt{2};8-8\sqrt{2}\right)$  và  $N\left(12+8\sqrt{2};8+8\sqrt{2}\right)$ .

Vây MN = 32.

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 8.** Đường thẳng nào là đương chuẩn của parabol  $y^2 = 4x$ ?

**(A)** x = -2.

 $\mathbf{D} x = \pm 1.$ 

## 🗩 Lời giải.

Ta có  $y^2 = 4x = 2 \cdot 2 \cdot x \Rightarrow p = 2$ . Suy ra phương trình đường chuẩn là  $x = -\frac{p}{2} = -1$ .

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 9.** Viết phương trình Parabol (P) có tiêu điểm F(3;0) và đỉnh là gốc tọa độ O.

 $(A) y^2 = -2x.$ 

**B**)  $y^2 = 6x$ .

 $(c) y^2 = 12x.$ 

 $y = x^2 + \frac{1}{2}$ 

Lời giải.

Phương trình (P) có dạng  $y^2 = 2px$ .

Từ tiêu điểm F(3;0) suy ra  $\frac{p}{2} = 3 \Rightarrow p = 6$ .

Vậy phương trình cần tìm là  $y^2 = 12x$ .

Chọn đáp án (C).....

**CÂU 10.** Cho điểm A(3;0), gọi M là một điểm tuỳ ý trên  $(P): y^2 = x$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của AM.

$$\frac{\mathbf{c}}{2}$$
.

$$\bigcirc \frac{\sqrt{11}}{2}$$

## 🗭 Lời giải.

Điểm M thuộc (P) nên tọa độ M có dạng  $M(b^2;b)$ .

Độ dài 
$$AM = \sqrt{(b^2 - 3)^2 + b^2} = \sqrt{b^4 - 5b^2 + 9} = \sqrt{\left(b^2 - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}} \ge \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

Do đó AM nhỏ nhất bằng  $\frac{\sqrt{11}}{2}$  khi  $M\left(\frac{\sqrt{10}}{2}; \frac{5}{2}\right)$ .

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 11.** Cho M là một điểm thuộc (P):  $y^2 = 64x$ , N là một điểm thuộc đường thẳng (d): 4x + 3y + 46 = 0. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng MN.

$$\bigcirc \frac{5}{2}$$
.

$$\bigcirc \frac{3}{2}.$$

## 🗭 Lời giải.

Điểm  $M\left(\frac{y^2}{64};y\right)$  thuộc parabol.

Khoảng cách từ M đến d là

$$d(M,d) = \frac{\left|4 \cdot \frac{y^2}{64} + 3y + 46\right|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{1}{80} \cdot \left|y^2 + 48y + 736\right| = \frac{1}{80} \cdot \left|(y - 24)^2 + 160\right| \le \frac{160}{80} = 2.$$

Giá trị nhỏ nhất đạt được khi  $M(9;24), N\left(-\frac{391}{25};\frac{138}{25}\right)$ .

Chon đáp án (A).....

# D. BÀI TOÁN THỰC TÊ

BÀI 1. Mặt Trăng chuyển động theo một quỹ đạo là hình elip nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Các khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ các vị trí của Mặt Trăng đến tâm Trái Đất tương ứng là 400000 km và 363000 km (theo nssdc.gsfc.nasa.gov). Tìm tâm sai của quỹ đạo elip.

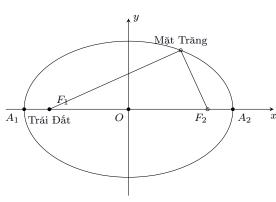
🗭 Lời giải.

Gọi phương trình quỹ đạo elip có dạng  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

Theo tính chất elip và theo giả thiết thì 
$$A_1F_{=}363000$$
 và  $A_2F_1 = 400000$ .  
Khi đó 
$$\begin{cases} a - c = 363000 \\ a + c = 400000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 381500 \\ c = 18500. \end{cases}$$

Ta có  $b = \sqrt{a^2 - b^2} = 381051,177$ 

Vậy tâm sai của quỹ đạo là  $e = \frac{c}{a} = 0,0485499.$ 



BÀI 2. Với tâm sai khoảng 0,244 quỹ đạo của sao Diêm Vương "dẹt" so với quỹ đạo của tám hình tinh trong hệ Mặt Trời. Nửa đô dài truc lớn của elip quỹ đao là khoảng  $590635 \cdot 10^6$  km. Tìm khoảng cách gần nhất và khoảng cách xa nhất giữa sao Diêm Vương và tâm Mặt Trời (tiêu điểm cuat quỹ đạo) (theo nssdc.gsfc.nasa.gov).

Lời giải.

Theo giả thiết ta có

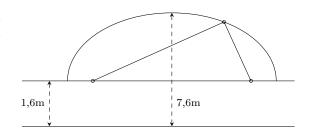
$$\begin{cases} e = 0.244 \\ a = 590635 \cdot 10^6 \end{cases} \Rightarrow c = e \cdot a = 0.244 \cdot 590635 \cdot 10^6 = 144114.94 \cdot 10^6.$$

 Vậy khoảng cách gần nhất giữa sao Diêm Vương và tâm Mặt Trời  $a-c=590635\cdot 10^6-144114,94\cdot 10^6=446520,06\cdot 10^6$ km.

Khoảng cách xa nhất giữa sao Diêm Vương và tâm Mặt Trời  $a + -c = 590635 \cdot 10^6 + 144114,94 \cdot 10^6 = 734749,94 \cdot 10^6$  km.

## BÀI 3.

Một phòng thì thầm có trần vòm elip với hai tiêu điểm ở độ cao 1,6 m (so với mặt sàn) và cách nhau 16 m. Đỉnh của mái vòm cao 7,6 m (hình bên). Hỏi âm thanh thì thầm từ một tiêu điểm thì sau bao nhiêu giây đến được tiêu điểm kia? Biết vận tốc âm thanh là 343,2 m/s và làm tròn đáp số tới 4 chữ số sau dấu phẩy.



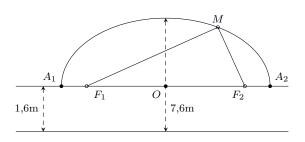
## 🗭 Lời giải.

Gọi phương trình quỹ đạo elip có dạng  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

Ta có  $2c = 16 \Rightarrow c = 8$  và  $b = 7,6 - 1,6 = 6 \Rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2} = 10$ .

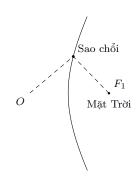
Gọi một điểm M bất kì trên mái vòm. Khi đó đường đi của âm thanh là  $MF_1 + MF_2 = 2a = 20$ .

Vậy thời gian âm thanh thì thầm từ một tiêu điểm đến được tiêu điểm kia là 20:343,2=0,0583.



## **BÀI 4.**

Một sao chổi đi qua hệ Mặt Trời theo quỹ đạo là một nhánh hypebol nhận tâm Mặt Trời là một tiêu điểm, khoảng cách gần nhất từ sao chỗi này đến tâm Mặt Trời là  $3 \cdot 10^8$  km và tâm sai của quỹ đạo hypebol là 3,6 (hình bên). Hãy lập phương trình chính tắc của hypebol chứa quỹ đạo, với một đơn vị đo trên mặt phẳng tọa độ tương ứng với  $10^8$  km trên thực tế.

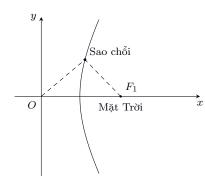


## Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (với một đơn vị đo trên mặt phẳng tọa độ tương ứng với 10<sup>8</sup> km trên thực tế). Khi đó quỹ đạo có phương trình dạng

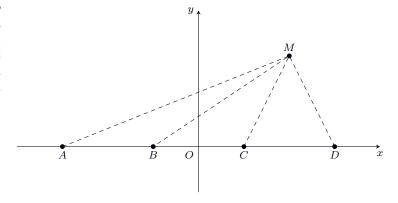
Ta có 
$$\begin{cases} c - a = 3 \\ e = 3.6 \end{cases}$$
  $\Rightarrow$   $\begin{cases} c - a = 3 \\ \frac{c}{a} = 3.6 \end{cases}$   $\Rightarrow$   $\begin{cases} c = 18 \\ a = 5. \end{cases}$  Khi đó  $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{18^2 - 5^2} = \sqrt{299}.$ 

Vậy phương trình quỹ đạo hypebol cần tìm là  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{299} = 1$ .



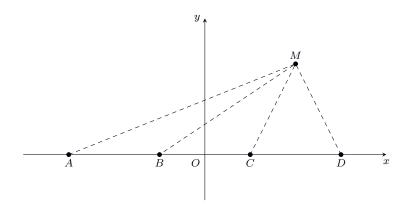
#### **BÀI 5.**

Bốn trạm phát tín hiệu vô tuyến có vị trí A, B, C, D theo thứ tự đó thẳng hàng và cách đều với khoảng cách 200 km (hình bên). Tại một thời điểm, bốn trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292000 km/s. Một tàu thủy nhận được tín hiệu từ trạm C trước 0.0005 s so với tín hiệu từ trạm B và nhân được tín hiệu từ tram D sớm 0.0001 s so với tín hiệu từ trạm A.



- a) Tính hiệu các khoảng cách từ tàu đến các trạm B, C.
- b) Tính hiệu các khoảng cách từ tàu đến các trạm A, D.
- c) Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình bên(1 đơn vị trên mặt phẳng tọa độ ứng với 100 km trên thực tế). Hãy lập phương trình chính tắc của hai hypebol đi qua vị trí M của tàu.

#### 🗭 Lời giải.



- a) Chọn hệ trục như hình trên, và giả sử con tàu đang ở nhánh bên phải trục Oy. Khi đó hai điểm B và C là hai tiêu điểm của một quỹ đạo hypebol. Do đó MB - MC = 2a = 2OC = 200 km.
- b) Chọn hệ trục như hình trên, và giả sử con tàu đang ở nhánh bên phải trục Oy. Khi đó hai điểm A và D là hai tiêu điểm của một quỹ đạo hypebol. Do đó MB - MC = 2a = 2OD = 600 km.
- c) Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình bên(1 đơn vị trên mặt phẳng tọa độ ứng với 100 km trên thực tế).
  - $\odot$  Xét hypebol có hai tiêu điểm là B, C suy ra c = 1. Ta có một tàu thủy nhận được tín hiệu từ trạm C trước 0.0005s so với tín hiệu từ trạm B suy ra

$$\frac{MB}{2920} - \frac{MC}{2920} = 0,0005 \Rightarrow MB - MC = \frac{73}{50} = 2a \Rightarrow a = \frac{73}{100}.$$

Khi đó 
$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \frac{\sqrt{4671}}{100}$$

Vậy hypebol nhận B, C là, tiêu điểm  $H_1$ :  $\frac{x^2}{5329} - \frac{y^2}{4671} = 1$ .

 $\odot$  Xét hypebol có hai tiêu điểm là A, D suy ra c=3. Ta có nhận được tín hiệu từ trạm D sớm  $0{,}001$  s so với tín hiệu từ tram A suy ra

$$\frac{MA}{2920} - \frac{MD}{2920} = 0,0001 \Rightarrow MB - MC = \frac{73}{250} = 2a \Rightarrow a = \frac{73}{500}.$$

Khi đó 
$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \frac{\sqrt{2244671}}{500}$$
.

Vậy hypebol nhận A, D là, tiêu điểm  $H_2$ :  $\frac{x^2}{5329}$ 250000

Khi đó tọa độ điểm M là giao điểm của hai hypebol  $H_1$  và  $H_2$ .

BÀI 6. Quỹ đạo chuyển động của sao chổi Halley là một elip, nhận Mặt Trời là một tiêu điểm, có tâm sai bằng 0,967.

- a) Giải thích vì sao ta có thể coi bất kì hình elip nào với tâm sai bằng 0,967 là hình ảnh thu nhỏ của sao chổi Halley.
- b) Biết khoảng cách gần nhất từ sao chổi Halley đến tâm Mặt Trời là khoảng  $88 \cdot 10^6$  km, tính khoảng cách xa nhất (theo nssdc.gsfc.nasa.gov)

BÀI 7. Một tàu vũ trụ nằm trong một quỹ đạo tròn và ở độ cao 148km so với bờ mặt Trái Đất. Sau khi đạt được vận tốc cần thiết để thoát khỏa lực hấp dẫn của Trái Đất, tàu vũ trụ sẽ đi theo quỹ đạo parabol với tâm Trái Đất là tiêu điểm; điểm khởi đầu của quỹ đạo này là đỉnh parabol quỹ đạo.

- a) Viết phương trình chính tắc của parabol quỹ đạo (1 đơn vị đo trên mặt phẳng tọa độ ứng với 1 km thực tế, lấy bán kính Trái Đất là 6371 km).
- b) Giải thích vì sao, kể từ khi đi vào quỹ đạo parabol, càng ngày, tàu vũ trụ càng cách xa Trái Đất.

**BÀI 8.** Khúc cua của một con đường có dang hình parabol, điểm đầu vào khúc cua là A, điểm cuối là B, khoảng cách AB = 400 m. Đỉnh của parabol (P) của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng 20 m và cách đều A, B.

- a) Lập phương trình chính tắc của (P), với 1 đơn vi đo trong mặt phẳng toa đô tương ứng với 1 m thư tế.
- b) Lập phương trình chính tắc của (P), với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng với 1 km thự tế.

# 

Bai 3.	Phương trinh dương tháng	1
A	Tóm tắt lý thuyết	
B	Các dạng bài tập	2
	🔁 Dạng 1. vectơ chỉ phương, vectơ pháp tuyến của đường thẳng	
	Dạng 2. Viết PTTS của đường thẳng	
	Dạng 3. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng	
Bài 4.	VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẮNG. GÓC VÌ CÁCH	
		8
A	Tóm tắt lý thuyết	
B	Các dạng toán  Dạng 1. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng	
	Dạng 1. Act vị trí tương doi giữa hai đường thắng	
	Dạng 3. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng	
	🗁 Dạng 4. Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện góc, khoảng cách	12
	Câu hỏi trắc nghiệm	13
Bài 5.	PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN	17
A	Tóm tắt lí thuyết	17
B	Các dạng toán	17
	Dạng 1. Xác định tâm và bán kính đường tròn	
	<ul> <li>Dạng 2. Viết phương trình đường tròn</li> <li>Dạng 3. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn</li> </ul>	
	Bài tập trắc nghiệm	
DVIC		
Bài 6.		23
A	Elip  Dang 1. Elip	
B	Hypebol	
	Dang 2. Hypebol	
	Parabol	27
	🗁 Dang 3. Parabol	
	Bài toán thực tế	28
LỜI GIẢI CHI TIẾT		30
	•	
Bai 3.	Phương trình đường thắng Tóm tắt lý thuyết	<b>30</b>
B	Các dang bài tâp	
	Dạng 1. vectơ chỉ phương, vectơ pháp tuyến của đường thẳng	
	🖒 Dạng 2. Viết PTTS của đường thẳng	34
	Dạng 3. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng	41
Bài 4.	VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẮNG. GÓC VÌ	À KHOẢNG
	CÁCH	45
A	Tóm tắt lý thuyết	
B	Các dạng toán	
	🗁 Dạng 1. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng	45
101 CVIVI NCOC B	JÁT	

	🗁 Dạng 2. Góc giữa hai đường thẳng	51
	Dạng 3. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng	
	🗁 Dạng 4. Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện góc, khoảng cách	56
	Câu hỏi trắc nghiệm	61
Bài <b>5</b> .	PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN	72
A	Tóm tắt lí thuyết	72
B	Các dạng toán	72
	🗁 Dạng 1. Xác định tâm và bán kính đường tròn	72
	🗁 Dạng 2. Viết phương trình đường tròn	74
	🗁 Dạng 3. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn	78
	Bài tập trắc nghiệm	82
Bài 6.	BA ĐƯỜNG CONIC	88
A	Elip	88
•	□ Dạng 1. Elip	88
B	Hypebol	91
	🗁 Dạng 2. Hypebol	91
	Parabol	95
	🗁 Dạng 3. Parabol	95
	Bài toán thực tế	98

