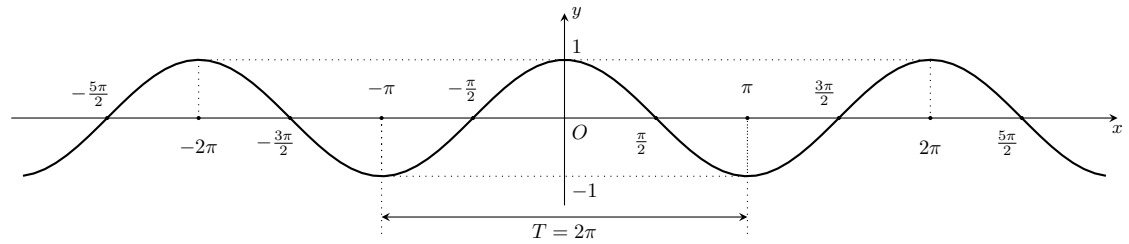


QUICK NOTE

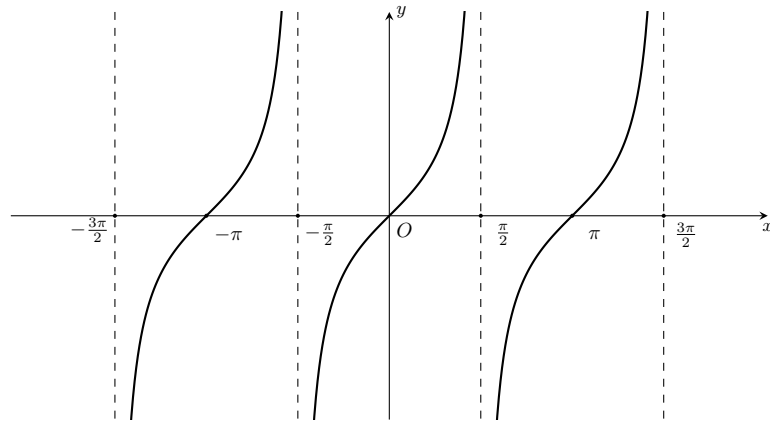
- ☑ Có đồ thị là một đường hình sin đối xứng qua trục tung.



5. Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \tan x$

⚡ TÍNH CHẤT 3.3. Hàm số $y = \tan x$:

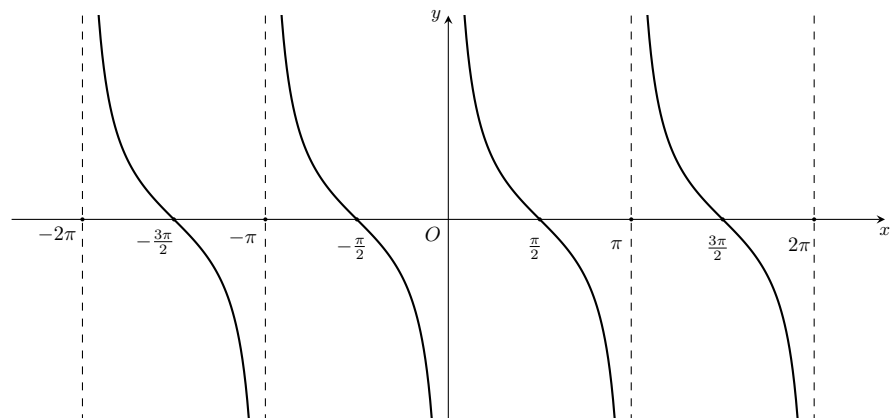
- ☑ Có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ và tập giá trị là \mathbb{R} ;
- ☑ Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kỳ π ;
- ☑ Đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$;
- ☑ Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.



6. Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \cot x$

⚡ TÍNH CHẤT 3.4. Hàm số $y = \cot x$:

- ☑ Có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ và tập giá trị là \mathbb{R} ;
- ☑ Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kỳ π ;
- ☑ Nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$;
- ☑ Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.



B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

1

Tìm tập xác định của hàm số lượng giác

Để tìm tập xác định của hàm số lượng giác ta cần nhớ

☑ $y = \tan f(x) = \frac{\sin f(x)}{\cos f(x)}$ xđ khi $\cos f(x) \neq 0 \Leftrightarrow f(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

☑ $y = \cot f(x) = \frac{\cos f(x)}{\sin f(x)}$ xđ khi $\sin f(x) \neq 0 \Leftrightarrow f(x) \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

☑ Với $k \in \mathbb{Z}$, ta cần nhớ những trường hợp đặc biệt:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \left\{ \begin{array}{l} + \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi. \\ + \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi. \\ + \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi. \end{array} \right. & \text{b) } \left\{ \begin{array}{l} + \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi. \\ + \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi. \\ + \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi. \end{array} \right. \end{array}$$

c) $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$.

d) $\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

QUICK NOTE

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau đây:

a) $y = \frac{2 \sin x + 3}{\cos x}$

b) $y = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$

c) $y = \frac{\sin x - 3}{\cos x + 1}$

d) $y = \frac{2 + 3 \cos 2x}{\sin x}$

e) $y = \frac{1 + \cos x}{1 + \sin x}$

f) $y = \frac{2 \sin x + 3}{\sin x - 1}$

g) $y = \frac{2 \sin x - 3}{2 \sin x + 3}$

h) $y = \frac{2 \sin x + 3}{\cos x + 2}$

i) $y = \sqrt{3 - 2 \cos x}$.

VÍ DỤ 2. Tìm tập xác định của các hàm số sau đây:

a) $y = 2 \tan x + 3$

b) $y = 2 \tan 2x - 4 \sin x$

c) $y = \cot \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + 1$

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau đây:

a) $y = \frac{\tan 2x}{\cos x + 1} + \sin x$.

c) $y = \frac{2 \tan 2x - 5}{\sin 2x + 1}$.

e) $y = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$.

g) $y = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin x}}$.

i) $y = \sqrt{4\pi^2 - x^2} + \cot 2x$.

k) $y = \frac{\sqrt{\pi^2 - x^2}}{\sin 2x + 1}$.

b) $y = \frac{\cos 3x}{1 - \sin x} + \tan x$.

d) $y = \frac{3}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \tan x$.

f) $y = \sqrt{\frac{2 - \sin x}{\cos x + 1}}$.

h) $y = \sqrt{\frac{\cos x + 4}{\sin x + 1}}$.

j) $y = \sqrt{\pi^2 - x^2} + \cot 2x$.

l) $y = \frac{\sqrt{4\pi^2 - x^2}}{\cos 2x + 1}$.

QUICK NOTE

2

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số lượng giác

Dựa vào tập giá trị của hàm số lượng giác, chẳng hạn:

$$\odot -1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq |\sin x| \leq 1 \\ 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \end{cases} \text{ hoặc } -1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq |\cos x| \leq 1 \\ 0 \leq \cos^2 x \leq 1. \end{cases}$$

\odot Biến đổi về dạng: $m \leq y \leq M$.

Kết luận: $\max y = M$ và $\min y = m$.

Trong trường hợp hàm số có dạng bậc hai theo một hàm số lượng giác, ta có thể dùng phương pháp đặt ẩn phụ để đưa về hàm bậc hai, sau đó khảo sát hàm này và kết luận.

A Trong trường hợp đề bài yêu cầu tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lượng giác trên đoạn cho trước, ta sẽ sử dụng đường tròn lượng giác để giới hạn miền của \sin hoặc \cos . Sau đó thêm bớt giống phương pháp 1 hoặc bậc 2 thì sử dụng parabol.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Tìm tập giá trị của các hàm số sau

- a) $y = 2 \sin x + 3$
- b) $y = \frac{1 - 2\sin^2 x}{3}$
- c) $y = \sqrt{2 + \cos x} - 1$
- d) $y = 4 \sin x \cos x + 1$;
- e) $y = 4 - 3 \sin^2 2x$.
- f) $y = (3 - \sin x)^2 + 1$

VÍ DỤ 2. Tìm x để hàm số $y = (\sin x + 3)^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

VÍ DỤ 3. Tìm x để hàm số $y = 1 - 3\sqrt{1 - \cos^2 x}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

VÍ DỤ 4. Tìm tập giá trị của các hàm số sau

- a) $y = 2\sin^2 x - 3 \sin x + 1$
- b) $y = 2\cos^2 x + 3 \cos x - 2$
- c) $y = \cos 2x - \sin x + 3$

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Tìm tập giá trị của các hàm số sau

- a) $y = 5 - 3 \cos 4x$;
- b) $y = 2 + 3 \cos x$;
- c) $y = 3 - 2 \sin 2x$;
- d) $y = 3 - 2|\sin 2x|$;
- e) $y = \frac{1 + 4 \cos^2 x}{3}$;
- f) $y = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$;
- g) $y = \sin x + \sin(x + \frac{2\pi}{3})$;
- h) $y = \cos x + \cos(x + \frac{\pi}{3})$;
- i) $y = \frac{4}{2 - \sin x}$;
- j) $y = \frac{8}{3 - \cos^2 x}$;
- k) $y = \frac{3}{3 - \sqrt{1 - \cos x}}$;
- l) $y = \frac{1}{\sqrt{2 - \sin^2 3x}}$;
- m) $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 12$;
- n) $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x + 5$;
- o) $y = \cos 3x - \sqrt{3} \sin 3x + 4$;
- p) $y = 4 \sin^2 x - 4 \sin x + 3$;
- q) $y = \cos^2 x + 2 \sin x + 2$;
- r) $y = \cos^4 x - 2 \sin^2 x + 1$;
- s) $y = \sqrt{5 - 4 \sin x + \sin^2 x}$;
- t) $y = \sqrt{\cos^2 x + 6 \cos x + 14}$;

BÀI 2. Tìm GTLN, GTNN của các hàm số sau

QUICK NOTE

- a) $y = 3 - \sin 2x$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$;
 b) $y = \sin 2x + 2$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$;
 c) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ trên $[0; \pi]$;
 d) $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}$ trên $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$;
 e) $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ trên $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$;
 f) $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$;
 g) $y = \sqrt{3} \sin 2x + 2 \cos^2 x + 3$ trên $\left[-\frac{5\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right]$;
 h) $y = \sin 2x + \cos 2x + 3$ trên $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

3

Xét tính chẵn lẻ của hàm số lượng giác

Bước 1. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số lượng giác.

Nếu $\forall x \in \mathcal{D}$ thì $-x \in \mathcal{D}$, suy ra \mathcal{D} là tập đối xứng và chuyển sang bước tiếp theo.

Bước 2. Tính $f(-x)$, nghĩa là ta sẽ thay x bằng $-x$, sẽ có hai kết quả thường gặp sau:

☑ Nếu $f(-x) = f(x)$ thì $f(x)$ là hàm số chẵn.

☑ Nếu $f(-x) = -f(x)$ thì $f(x)$ là hàm số lẻ.



☑ Nếu \mathcal{D} không là tập đối xứng ($\exists x \in \mathcal{D} \Rightarrow -x \notin \mathcal{D}$) hoặc $f(-x) \neq f(x)$ và $f(-x) \neq -f(x)$ ta sẽ kết luận hàm số $f(x)$ không chẵn, không lẻ.

☑ Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng, đồ thị hàm số lẻ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

BÀI 1. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \sin^2 2x + \cos 3x$.

BÀI 2. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \cos^2 3x + \cos x$.

BÀI 3. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \frac{\sin^2 x - \cos x}{\sin 3x}$.

BÀI 4. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = 1 + \cos x \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$.

BÀI 5. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \tan x + \cot x$.

BÀI 6. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \left|\sin x - \frac{1}{2}\right| + \left|\sin x + \frac{1}{2}\right|$.

BÀI 7. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{\cos x + 2} + \cot^2 x}{\sin 4x}$.

4

Tìm chu kỳ của hàm số lượng giác

☑ Hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $T_0 = 2\pi$, nghĩa là $\sin(x + k2\pi) = \sin x$ và $\cos(x + k2\pi) = \cos x$.

Suy ra hàm số $y = \sin(ax + b)$ và $y = \cos(ax + b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T_0 = \frac{2\pi}{|a|}$.

☑ Hàm số $y = \tan x, y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ $T_0 = \pi$.

Suy ra hàm số $y = \tan(ax + b)$ và $y = \cot(ax + b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$.



Giả sử hàm số $f(x) = g(x) \pm h(x)$ có hàm $g(x)$ tuần hoàn với chu kỳ T_1 và hàm $h(x)$ tuần hoàn với chu kỳ T_2 . Khi đó hàm số $f(x)$ sẽ tuần hoàn với chu kỳ T_0 là bội chung nhỏ nhất của hai chu kỳ T_1 và T_2 .

QUICK NOTE

CÂU 1. Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ chu kỳ là

- (A) $T_0 = 2\pi$. (B) $T_0 = \frac{\pi}{2}$. (C) $T_0 = \pi$. (D) $T_0 = 4\pi$.

CÂU 2. Hàm số $y = \tan 2x$ tuần hoàn với chu kỳ chu kỳ là

- (A) $T_0 = \frac{\pi}{3}$. (B) $T_0 = \frac{\pi}{2}$. (C) $T_0 = 2\pi$. (D) $T_0 = \pi$.

CÂU 3. Hàm số $y = 3 \sin \frac{x}{2}$ tuần hoàn với chu kỳ chu kỳ là

- (A) $T_0 = 0$. (B) $T_0 = \frac{\pi}{2}$. (C) $T_0 = 2\pi$. (D) $T_0 = 4\pi$.

CÂU 4. Hàm số $f(x) = \sin \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{3x}{2}$ tuần hoàn với chu kỳ chu kỳ là

- (A) 5π . (B) $\frac{\pi}{2}$. (C) 3π . (D) 4π .

CÂU 5. Tìm m để hàm số $y = \cos mx$ tuần hoàn với chu kỳ $T_0 = \pi$.

- (A) $m = \pm 1$. (B) $m = \pm 2$. (C) $m = \pm \frac{\pi}{2}$. (D) $m = \pm \pi$.

5

Sự biến thiên của hàm số lượng giác

- ☑ Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ ($k \in \mathbb{Z}$) và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- ☑ Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ ($k \in \mathbb{Z}$) và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- ☑ Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- ☑ Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi)$ ($k \in \mathbb{Z}$).

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Xét sự biến thiên của mỗi hàm số sau trên các khoảng tương ứng:

a) $y = \sin x$ trên khoảng $\left(-\frac{9\pi}{2}; -\frac{7\pi}{2}\right), \left(\frac{21\pi}{2}; \frac{23\pi}{2}\right)$;

b) $y = \cos x$ trên khoảng $(-20\pi; -19\pi), (-9\pi; -8\pi)$.

VÍ DỤ 2. Một dao động điều hoà có phương trình li độ dao động là: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây, A là biên độ dao động và x là li độ dao động đều được tính bằng centimét, $\omega > 0$. Khi đó, chu kỳ T của dao động là $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Xác định giá trị của li độ khi $t = 0, t = \frac{T}{4}, t = \frac{T}{2}, t = \frac{3T}{4}, t = T$ và vẽ đồ thị biểu diễn li độ của dao động điều hoà trên đoạn $[0; 2T]$ trong các trường hợp:

a) $A = 3\text{cm}, \varphi = 0$; b) $A = 3\text{cm}, \varphi = -\frac{\pi}{2}$; c) $A = 3\text{cm}, \varphi = \frac{\pi}{2}$.

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Hàm số $y = \sin x$

- (A) đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.
- (B) đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2} + k2\pi; \frac{5\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.
- (C) đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

QUICK NOTE

- Ⓓ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 2. Hàm số $y = \cos x$

- Ⓐ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.
 Ⓑ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.
 Ⓒ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.
 Ⓓ đồng biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\pi + k2\pi; 3\pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 3. Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- Ⓐ $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Ⓑ $(0; \pi)$. Ⓒ $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$. Ⓓ $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$.

CÂU 4. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- Ⓐ $(0; 2\pi)$. Ⓑ $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$. Ⓒ $(-\pi; 0)$. Ⓓ $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

CÂU 5. Hàm số $y = \sqrt{3} + 2\cos x$ tăng trên khoảng

- Ⓐ $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$. Ⓑ $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. Ⓒ $\left(\frac{7\pi}{6}; 2\pi\right)$. Ⓓ $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$.

CÂU 6. Hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$?

- Ⓐ $y = \cos x$. Ⓑ $y = \cot 2x$. Ⓒ $y = \sin x$. Ⓓ $y = \cos 2x$.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CUỐI BÀI

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là tập hợp nào sau đây?

- Ⓐ \mathbb{R} . Ⓑ $(-\infty; 0]$. Ⓒ $[0; +\infty]$. Ⓓ $[-1; 1]$.

CÂU 2. Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$ là

- Ⓐ $[-2; 2]$. Ⓑ $[0; 2]$. Ⓒ $[-1; 1]$. Ⓓ $[0; 1]$.

CÂU 3. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- Ⓐ Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π .
 Ⓑ Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π .
 Ⓒ Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .
 Ⓓ Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

CÂU 4. Hàm số $y = \sin 2x$ có chu kỳ tuần hoàn là

- Ⓐ $T = 2\pi$. Ⓑ $T = \frac{\pi}{2}$. Ⓒ $T = \pi$. Ⓓ $T = 4\pi$.

CÂU 5. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn. Ⓑ Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.
 Ⓒ Hàm số $y = \tan x$ là hàm số chẵn. Ⓓ Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.

CÂU 6. Tìm hàm số lẻ trong các hàm số sau:

- Ⓐ $y = \sin^2 x$. Ⓑ $y = x \cos 2x$. Ⓒ $y = x \sin x$. Ⓓ $y = \cos x$.

CÂU 7. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây là hàm số chẵn?

- Ⓐ $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$. Ⓑ $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.
 Ⓒ $y = \sin 2x$. Ⓓ $y = \tan x - \sin 2x$.

CÂU 8. Tìm tập xác định của hàm số $y = \cot x$.

QUICK NOTE

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

CÂU 9. Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1 - 3 \cos x}{\sin x}$ là

(A) $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 10. Với ký hiệu $k \in \mathbb{Z}$, điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{2 \sin x + 1}{1 - \cos x}$ là

(A) $x \neq k2\pi$.

(B) $x \neq k\pi$.

(C) $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

(D) $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

CÂU 11. Với ký hiệu $k \in \mathbb{Z}$, điều kiện xác định của hàm số $y = \tan \left(2x - \frac{\pi}{3} \right)$ là

(A) $x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$.

(B) $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi$.

(C) $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

(D) $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}$.

CÂU 12. Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = \tan x + \cot x$.

(A) $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x \in \mathbb{R}$.

CÂU 13. Tập xác định của hàm số $y = \frac{2 \cos 3x - 1}{\cos x + 1}$ là

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

CÂU 14. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 1 + 3 \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$.

(A) $\min y = -2, \max y = 4$.

(B) $\min y = 2, \max y = 4$.

(C) $\min y = -2, \max y = 3$.

(D) $\min y = -1, \max y = 4$.

CÂU 15. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = 3 - 2 \cos^2 3x$.

(A) $\min y = 1, \max y = 2$.

(B) $\min y = 1, \max y = 3$.

(C) $\min y = 2, \max y = 3$.

(D) $\min y = -1, \max y = 3$.

CÂU 16. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \sqrt{2 \sin x + 3}$.

(A) $\max y = \sqrt{5}, \min y = 1$.

(B) $\max y = \sqrt{5}, \min y = 2\sqrt{5}$.

(C) $\max y = \sqrt{5}, \min y = 2$.

(D) $\max y = \sqrt{5}, \min y = 3$.

CÂU 17. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y = \frac{4}{1 + 2 \sin^2 x}$.

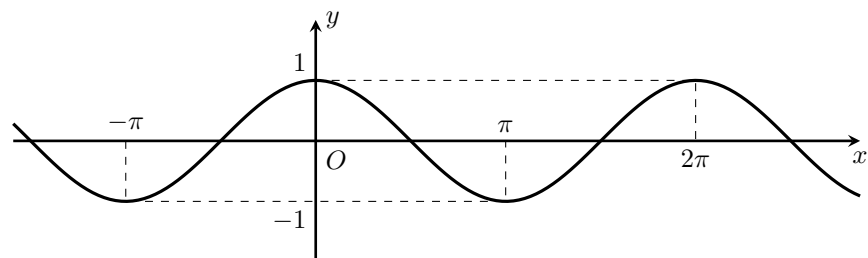
(A) $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 4$.

(B) $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 3$.

(C) $\min y = \frac{4}{3}, \max y = 2$.

(D) $\min y = \frac{1}{2}, \max y = 4$.

CÂU 18. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



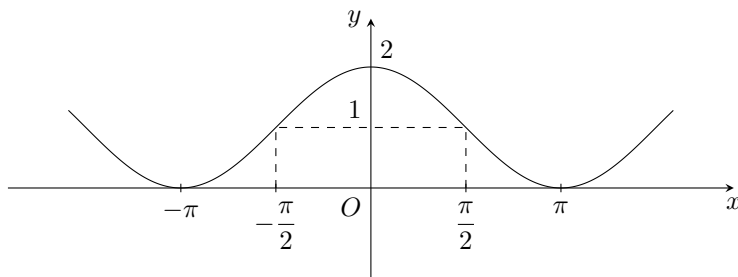
(A) $y = 1 + \sin x$.

(B) $y = 1 - \sin x$.

(C) $y = \sin x$.

(D) $y = \cos x$.

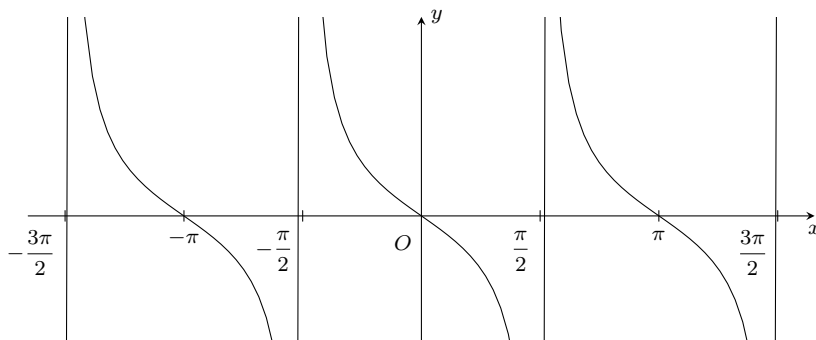
CÂU 19. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



QUICK NOTE

- Ⓐ $y = \cos x + 1$. Ⓑ $y = 2 - \sin x$. Ⓒ $y = 2 \cos x$. Ⓓ $y = \cos^2 x + 1$.

CÂU 20. Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị ở hình vẽ dưới đây?



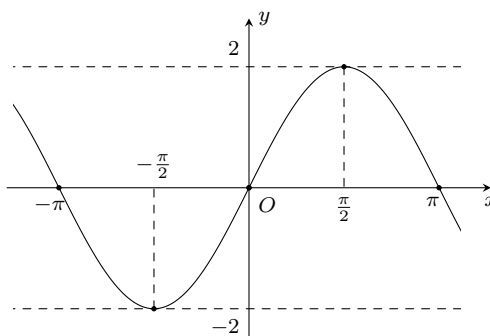
- Ⓐ $y = -\tan x$. Ⓑ $y = \cot x$. Ⓒ $y = \tan x$. Ⓓ $y = -\cot x$.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 21.

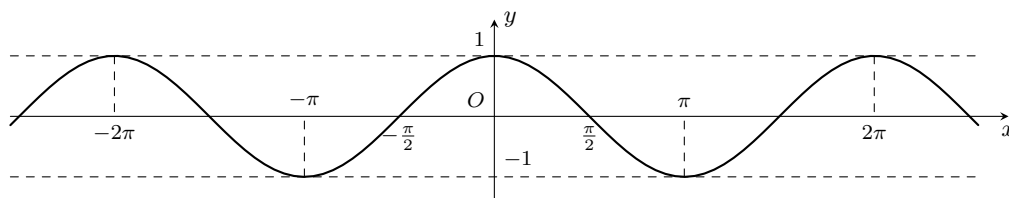
Cho hàm số $y = 2 \sin x$ có đồ thị như hình bên.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



Mệnh đề	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .		
b) Tập giá trị của hàm số là $[-1; 1]$.		
c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.		
d) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = -1$ tại đúng 2 điểm phân biệt.		

CÂU 22. Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$ như hình bên dưới

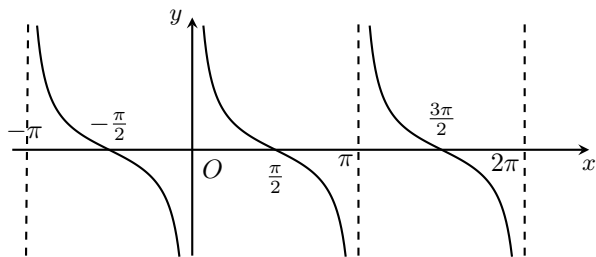


Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\pi; \pi)$.		
b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2\pi; -\pi)$.		
c) Trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$, hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1.		
d) Trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$, có đúng 3 giá trị của x để hàm số nhận giá trị bằng 0.		

QUICK NOTE

CÂU 23. Cho hàm số $y = \cot x$ có đồ thị như hình bên dưới.



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Mệnh đề	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$..		
b) Hàm số nghịch biến trên $(-\pi; \pi)$.		
c) Trên $[-\pi; \pi]$ có đúng ba giá trị của x để $\cot x = 0$.		
d) Trên $[0; \pi]$, $\cot x < 1$ khi và chỉ khi $x \in \left(\frac{\pi}{4}; \pi\right)$.		

CÂU 24. Cho hàm số $y = f(x) = 2\sin^2 x - 5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số tuần hoàn với chu kì 2π .		
b) Hàm số là một hàm số chẵn.		
c) Giá trị lớn nhất của hàm số đạt được khi $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, với $k \in \mathbb{Z}$.		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -3 .		

CÂU 25. Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Giả sử huyết áp của một người thay đổi theo thời gian được cho bởi công thức: $p(t) = 120 + 15\cos 150\pi t$, trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thủy ngân) và thời gian t tính theo đơn vị phút. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $p(t)$ tuần hoàn với chu kì $\frac{\pi}{75}$.		
b) Thời điểm $t = 0$, huyết áp của người này là 120 mmHg.		
c) Huyết áp tâm thu (huyết áp cao nhất) của người này là 135 mmHg.		
d) Huyết áp tâm trương (huyết áp thấp nhất) của người này là 105 mmHg.		

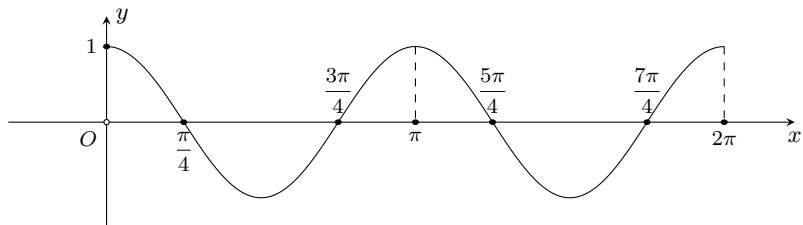
Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 26. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}\cos 2x$. (Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân)

KQ:

--	--	--	--

CÂU 27. Xét hàm số $f(x) = \cos 2x$ trên $[0; 2\pi]$ có đồ thị như hình vẽ.



KQ:				
-----	--	--	--	--

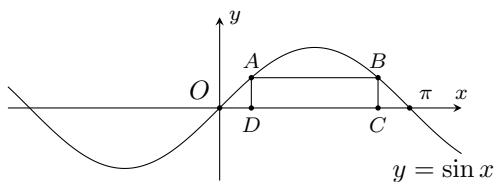
KQ:

--	--	--	--

KQ:

--	--	--	--

KQ:				
-----	--	--	--	--



MỤC LỤC

Bài 3. Hàm số lượng giác	1
(A) Tóm tắt lý thuyết	1
(B) Các dạng toán thường gặp	2
Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số lượng giác	3
Dạng 2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số lượng giác	4
Dạng 3. Xét tính chẵn lẻ của hàm số lượng giác	5
Dạng 4. Tìm chu kỳ của hàm số lượng giác	5
Dạng 5. Sự biến thiên của hàm số lượng giác	6
(C) Bài tập trắc nghiệm cuối bài	7

