ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 1 - ĐỀ 01

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Với góc α bất kì, đẳng thức nào sau đây là đúng?

(A) $\cos(\pi-\alpha)=\cos\alpha$. (B) $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$. (C) $\sin(\pi-\alpha)=-\sin\alpha$. (D) $\tan(\pi-\alpha)=\tan\alpha$.

Lời giải.

Ta có $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$, $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$, $\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$.
Do đó ta chọn phương án $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 2. Biết góc α thỏa mãn $\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$. Hỏi α có thể nhận giá trị trong khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{2\pi}{3}\right)$. (B) $\left(\dfrac{8\pi}{3};\dfrac{17\pi}{6}\right)$. (C) $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{3}\right)$. (D) $\left(-\pi;-\dfrac{2\pi}{3}\right)$.

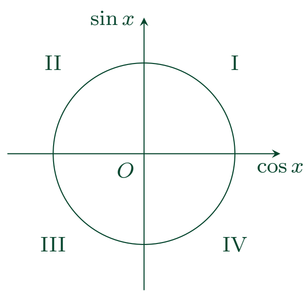
Lời giải.

Vì $\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$ nên $\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.
Với $k=0$ thì $\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$. Vì $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{3}\right)\subset\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$.
Do đó, ta chọn phương án $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{3}\right)$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 3. Cho góc α thỏa $-\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<-\pi$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

(A) $\cos\alpha>0$. (B) $\cot\alpha>0$. (C) $\sin\alpha>0$. (D) $\tan\alpha>0$.

Lời giải.



Do $-\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<-\pi$ nên điểm M biểu diễn góc lượng giác có số đo α thuộc góc phần tư số II.
Do đó $\sin\alpha>0$, $\cos\alpha<0$, $\tan\alpha<0$, $\cot\alpha<0$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 4. Cho $\cot\alpha=4\tan\alpha$ và $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$. Khi đó $\sin\alpha$ bằng

(A) $-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
&\cot\alpha=4\tan\alpha\\
\Leftrightarrow\ &\frac{\cot\alpha}{\tan\alpha}=4\\
\Leftrightarrow\ &\cot^2\alpha=4\Leftrightarrow 1+\cot^2\alpha=5\\
\Leftrightarrow\ &\frac{1}{\sin^2\alpha}=5\\
\Leftrightarrow\ &\sin^2\alpha=\frac{1}{5}\\
\Leftrightarrow\ &\sin\alpha=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}.
\end{aligned}$$

Vì $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$ nên $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 5. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

Ⓐ $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$. Ⓑ $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$. Ⓒ $\sin 2a = 2\sin a \cos a$. Ⓓ $\cos 2a = 2\sin^2 a - 1$.

Lời giải.

Theo công thức nhân đôi ta có $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 6. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

Ⓐ $\cos a + \cos b = 2\cos\dfrac{a+b}{2}\cos\dfrac{a-b}{2}$. Ⓑ $\cos a \cos b = 2\sin\dfrac{a+b}{2}\sin\dfrac{a-b}{2}$.

Ⓒ $\sin a + \sin b = 2\sin\dfrac{a+b}{2}\cos\dfrac{a-b}{2}$. Ⓓ $\sin a \sin b = 2\cos\dfrac{a+b}{2}\sin\dfrac{a-b}{2}$.

Lời giải.

Theo công thức biến tổng thành tích ta có $\cos a \cos b = -2\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 7. Cho $\tan\alpha + \cot\alpha = m$. Tính giá trị của biểu thức $\tan^3\alpha + \cot^3\alpha$

Ⓐ $m^3 + 3m$. Ⓑ $3m^3 + m$. Ⓒ $3m^3 - m$. Ⓓ $m^3 - 3m$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\tan^3\alpha + \cot^3\alpha &= (\tan\alpha + \cot\alpha)\left(\tan^2\alpha - \tan\alpha\cdot\cot\alpha + \cot^2\alpha\right)\\ &= (\tan\alpha + \cot\alpha)\left[(\tan\alpha + \cot\alpha)^2 - 3\tan\alpha\cdot\cot\alpha\right]\\ &= (\tan\alpha + \cot\alpha)\cdot\left[(\tan\alpha + \cot\alpha)^2 - 3\right]\\ &= m\left(m^2 - 3\right) = m^3 - 3m.\end{aligned}$$

Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 8. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \dfrac{2023}{\sin x}$.

Ⓐ $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi \,\middle|\, k\in\mathbb{Z}\right\}$. Ⓑ $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2} \,\middle|\, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Ⓒ $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{0\}$. Ⓓ $D = \mathbb{R}\setminus\{k\pi \,|\, k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Vậy $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{k\pi \,|\, k\in\mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 9. Cho hàm số $y = \tan x$. Khẳng định sau đây là **sai**?

Ⓐ Hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Ⓑ Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi \,\middle|\, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Ⓒ Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2} + k\pi; \dfrac{\pi}{2} + k\pi\right)$ với $k\in\mathbb{Z}$.

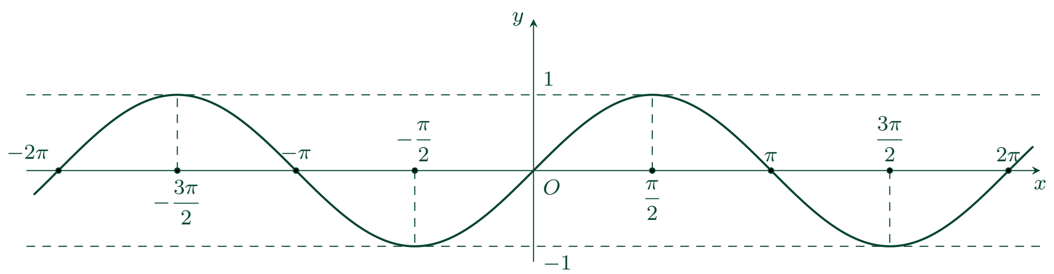
Ⓓ Hàm số đã cho tuần hoàn theo chu kì π.

Lời giải.

Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



Ⓐ $y = \sin x$. Ⓑ $y = \cos x$. Ⓒ $y = \tan x$. Ⓓ $y = \cot x$.

Lời giải.

Từ hình vẽ ta thấy hàm số có miền giá trị từ -1 đến 1, tuần hoàn với chu kỳ 2π và nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng nên đây là đồ thị của hàm số $y = \sin x$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 11. Tìm chu kì T của hàm số $y = 2\cos^2 x + 2023$.

(A) $T = 3\pi$. (B) $T = 2\pi$. (C) $T = \pi$. (D) $T = 4\pi$.

Lời giải.

Ta có $y = 2\cos^2 x + 2023 = \cos 2x + 2024$.
Vậy hàm số có chu kì $T = \pi$.
Chọn đáp án (C)

CÂU 12. Tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \sqrt{4 + \sin x} - \dfrac{1 + x}{\tan^2\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) - 1} + 3\tan\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$ là

(A) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(C) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\dfrac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Do $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên $4 + \sin x > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.
Hàm số xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x - \dfrac{\pi}{4} \neq \dfrac{\pi}{2} + m\pi \\ \tan^2\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) \neq 1 \\ x + \dfrac{\pi}{4} \neq \dfrac{\pi}{2} + q\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \dfrac{3\pi}{4} + m\pi \\ x - \dfrac{\pi}{4} \neq \dfrac{\pi}{4} + n\pi \\ x - \dfrac{\pi}{4} \neq -\dfrac{\pi}{4} + p\pi \\ x \neq \dfrac{\pi}{4} + q\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \dfrac{3\pi}{4} + m\pi \\ x \neq \dfrac{\pi}{2} + n\pi \\ x \neq p\pi \\ x \neq \dfrac{\pi}{4} + q\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\dfrac{\pi}{4},\ (m, n, p, q, k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\dfrac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 13. Giải phương trình $\cos\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1}{2}$.

(A) $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$.

(B) $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$.

(C) $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$.

(D) $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Ta có $\cos\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x - \dfrac{\pi}{6} = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 14. Phương trình $\sin 2x = -\dfrac{1}{2}$ có tập nghiệm là

(A) $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = -\dfrac{7\pi}{12} + k\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$.

(B) $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\dfrac{7\pi}{12} + k2\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$.

(C) $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \dfrac{7\pi}{12} + k\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$.

(D) $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \dfrac{7\pi}{12} + k\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Ta có $\sin 2x = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \dfrac{7\pi}{12} + k\pi \end{array}\right.$ $(k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 15. Phương trình $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \dfrac{3\pi}{4}\right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng

(A) $\dfrac{7\pi}{2}$. (B) π. (C) $\dfrac{3\pi}{2}$. (D) $\dfrac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-\dfrac{\pi}{4}=x+\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\\ 2x-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{4}-x+l2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pi+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+l\dfrac{2\pi}{3}\end{array}\right.,(k,l\in\mathbb{Z}).$$

Họ nghiệm $x=\pi+k2\pi$ không có nghiệm nào thuộc khoảng $(0;\pi)$.
Với $x=\frac{\pi}{6}+l\frac{2\pi}{3}\in(0;\pi)\Rightarrow 0<\frac{\pi}{6}+l\frac{2\pi}{3}<\pi\Leftrightarrow l\in\{0;1\}$.
Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là $x=\frac{\pi}{6}$ và $x=\frac{5\pi}{6}$.
Từ đó suy ra tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ của phương trình này bằng π.
Chọn đáp án B □

CÂU 16. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=4$ và công bội $q=2$. Số hạng thứ 10 của cấp số nhân đó là

A $u_{10}=2^{12}$. **B** $u_{10}=2^{11}$. **C** $u_{10}=2^{10}$. **D** $u_{10}=2^{9}$.

Lời giải.

Ta có $u_{10}=u_1\cdot q^{10-1}=4\cdot 2^9=2^2\cdot 2^9=2^{11}$.
Chọn đáp án B □

CÂU 17. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=-3; u_6=96$. Công bội của cấp số nhân đó là

A $q=-2$. **B** $q=-3$. **C** $q=2$. **D** $q=3$.

Lời giải.

Ta có $u_6=u_1q^5\Rightarrow q^5=\frac{u_6}{u_1}=\frac{96}{-3}=-32$, suy ra $q=-2$.

Chọn đáp án A □

CÂU 18. Công ty muốn ước lượng tỉ lệ các cỡ áo khi may cho học sinh lớp 11 đã đo chiều cao của 36 học sinh nam khối 11 của một trường và thu được mẫu số liệu sau (đơn vị là centimét):

160	161	161	162	162	162	163	163	163	164	164	164	164
165	165	165	165	165	166	166	166	166	167	167	168	168
168	168	169	169	170	171	171	172	172	174			

Biết rằng học sinh có chiều cao thuộc $[160;167)$ sẽ mua cỡ áo M. Có bao nhiêu học sinh mua cỡ áo M?

A 22. **B** 6. **C** 15. **D** 20.

Lời giải.

Bảng tần số ghép nhóm

Chiều cao (cm)	$[150;160)$	$[160;167)$	$[167;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số học sinh	0	22	8	6	0

Chọn đáp án A □

CÂU 19. Tìm tứ phân vị thứ nhất và thứ ba (làm tròn đến hàng phần chục) của mẫu số liệu sau

Chiều cao (cm)	$[150;160)$	$[160;167)$	$[167;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số học sinh	5	17	8	6	0

A $Q_1\approx 159{,}2$, $Q_3\approx 169{,}8$. **B** $Q_1\approx 161{,}6$, $Q_3\approx 168{,}9$. **C** $Q_1\approx 160{,}2$, $Q_3\approx 170{,}3$. **D** $Q_1\approx 163{,}6$, $Q_3\approx 171{,}4$.

Lời giải.

- $\frac{n}{4}=9$, $p=2$, $a_2=160$, $m_1=5$, $m_2=17$, $a_3-a_2=7$.

$$Q_1=160+\frac{9-5}{17}\cdot 7\approx 161{,}6.$$

- $\frac{3n}{4}=27$, $p=3$, $a_3=167$, $m_1+m_2=22$, $m_3=8$, $a_4-a_3=3$.

$$Q_3=167+\frac{27-22}{8}\cdot 3\approx 168{,}9$$

Chọn đáp án B □

CÂU 20. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n+1}{n-2}$. Tính u_{20}.

Ⓐ $\dfrac{21}{18}$. Ⓑ $\dfrac{18}{21}$. Ⓒ $\dfrac{11}{8}$. Ⓓ $\dfrac{8}{11}$.

Lời giải.

Ta có $u_{20} = \dfrac{20+1}{20-2} = \dfrac{21}{18}$.

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 21. Cho cấp số nhân có $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Tìm công bội của cấp số nhân.

Ⓐ 1. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Lời giải.

Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 \Rightarrow q^5 = \dfrac{u_6}{u_1} = \dfrac{486}{2} = 243 = 3^5 \Rightarrow q = 3$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 22. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê chiều cao (mét) của 35 cây bạch đàn trong rừng, ta có bảng số liệu sau:

Khoảng chiều cao (m)	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)
Số cây	6	15	11	3

Tính chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

Ⓐ 7,407 m. Ⓑ 4,707 m. Ⓒ 7,704 m. Ⓓ 7,5 m.

Lời giải.

Ta có giá trị đại diện các nhóm được cho dưới bảng sau:

Khoảng chiều cao (m)	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25
Tần số (Số cây)	6	15	11	3

Từ đó suy ra chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn là

$$\overline{x} = \frac{6{,}75 \cdot 6 + 7{,}25 \cdot 15 + 7{,}75 \cdot 11 + 8{,}25 \cdot 3}{35} = 7{,}047\,\text{m}.$$

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 23. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

Ⓐ $Q_3 = 13$. Ⓑ $Q_3 = 14$. Ⓒ $Q_3 = 15$. Ⓓ $Q_3 = 12$.

Lời giải.

Cỡ mẫu: $n = 2 + 4 + 7 + 4 + 3 = 20$.

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\dfrac{x_{15} + x_{16}}{2}$.

Do x_{15}, x_{16} đều thuộc nhóm $[12; 16)$ nên nhóm này chứa Q_3.

Do đó $p = 4$, $a_4 = 12$, $m_4 = 4$, $m_1 + m_2 + m_3 = 2 + 4 + 7 = 13$, $a_5 - a_4 = 4$.

Ta có $Q_3 = 12 + \dfrac{\dfrac{3 \cdot 20}{4} - 13}{4} \cdot 4 = 14$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 24. Một nhóm 10 học sinh có điểm thi môn toán là: 5; 6; 7; 5; 8; 8; 10; 9; 7; 8. Tính điểm trung bình của nhóm học sinh trên.

Ⓐ 8. Ⓑ 7,3. Ⓒ 8,3. Ⓓ 7,7.

Lời giải.

Điểm trung bình là $\overline{x} = \dfrac{5 \cdot 2 + 6 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 9 + 10}{10} = 7{,}3$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 25. Thời gian xem ti vi trong tuần (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	6	12	4	4	2

Giá trị đại diện của nhóm $[12;16)$ là

(A) 12. (B) 14. (C) 10. (D) 16.

Lời giải.

Giá trị đại diện của nhóm $[12;16)$ là $\dfrac{12+16}{2}=14$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 26. Cho dãy số u_n biết với $u_n=\dfrac{1}{n+1}$, ba số hạng đầu tiên của dãy đó là

(A) $\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{4}$. (B) $1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}$. (C) $\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{6}$. (D) $1;\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có $u_n=\dfrac{1}{n+1}$, khi đó $u_1=\dfrac{1}{1+1}=\dfrac{1}{2}$, $u_2=\dfrac{1}{2+1}=\dfrac{1}{3}$, $u_3=\dfrac{1}{3+1}=\dfrac{1}{4}$.

Ba số hạng đầu tiên của dãy đó là $\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 27. Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây. Số hàng cây trong khu vườn là:

(A) 31. (B) 30. (C) 29. (D) 28.

Lời giải.

Cách trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng (u_n) với số u_n là số cây ở hàng thứ n và $u_1=1$ và công sai $d=1$.

Tổng số cây trồng được là

$$S_n=465\Leftrightarrow\frac{n(n+1)}{2}=465\Leftrightarrow n^2+n-930=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=30\\ n=-31\ (\text{loại})\end{array}\right..$$

Như vậy số hàng cây trong khu vườn là 30.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 28. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{27}+u_2=83$. Khi đó tổng 28 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) là

(A) $S_{28}=1162$. (B) $S_{28}=1612$. (C) $S_{28}=2611$. (D) $S_{28}=1261$.

Lời giải.

Gọi d và u_1 lần lượt là công sai và số hạng đầu của cấp số cộng (u_n)

Ta có $S_{28}=\dfrac{28(u_1+u_{28})}{2}=\dfrac{28(u_2-d+u_{27}+d)}{2}=\dfrac{28(u_2+u_{27})}{2}=\dfrac{28\cdot 83}{2}=1162$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 29. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_{27}=-76$ và $u_{83}=-244$. Khi đó số hạng đầu u_1 của cấp số cộng đã cho bằng

(A) -3. (B) 5. (C) 4. (D) 2.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng đã cho.

Áp dụng công thức $u_n=u_1+(n-1)d$, ta có

$$\begin{cases}u_{27}=-76\\ u_{83}=-244\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1+26d=-76\\ u_1+82d=-244\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=2\\ d=-3.\end{cases}$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 30. Cho $a<b<c$ là ba số nguyên. Biết a, b, c theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng và a, c, b theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân. Tìm giá trị nhỏ nhất của c.

(A) -2. (B) 2. (C) -1. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}2b=a+c\\ c^2=ab>0\end{cases}$. Suy ra

$$2c^2=a(a+c)\Rightarrow 2c^2-ac-a^2=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}c=a\ (\text{loại})\\ c=-\dfrac{a}{2}\Rightarrow b=\dfrac{a}{4}=-\dfrac{c}{2}.\end{array}\right.$$

Suy ra a, b trái dấu với $c\Rightarrow\begin{cases}a<0\\ c>0.\end{cases}$

Do a, b, c nguyên nên c chia hết cho 2.

Do đó c nhỏ nhất bằng 2 khi đó $a=-4$, $b=-1$.

Chọn đáp án (B)

B. PHẦN TỰ LUẬN

BÀI 1. a) Cho $\alpha \in (-\frac{\pi}{2};0)$ và $\sin\alpha = -\frac{1}{3}$. Tìm $\cos\alpha$, $\tan\alpha$, $\cot\alpha$.

b) Giải phương trình $\cot(2x - 40^\circ) = -\sqrt{3}$.

Lời giải.

a) Ta có $\alpha \in (-\frac{\pi}{2};0)$ nên $\cos\alpha > 0$. Suy ra

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

$$\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha} = -2\sqrt{2}.$$

b) Ta có $\cot(2x - 40^\circ) = -\sqrt{3} \Leftrightarrow 2x - 40^\circ = -30^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 5^\circ + k90^\circ$, $(k \in \mathbb{Z})$.

□

BÀI 2. Tìm tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n), biết $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17. \end{cases}$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 4d - (u_1 + 2d) = 10 \\ u_1 + u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 16 \\ d = -3. \end{cases}$$

Suy ra $S_{15} = \frac{15}{2}(2u_1 + 14d) = \frac{15}{2}[2 \cdot 16 + 14 \cdot (-3)] = -150$. □

BÀI 3. Hàng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) $(0 \le t \le 24)$ được mô tả bởi công thức $h = A\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + B$, với A, B là các số thực dương cho trước. Biết độ sâu của mực nước lớn nhất là 15 mét khi thủy triều lên cao và khi thủy triều xuống thấp thì độ sâu của mực nước thấp nhất là 9 mét. Tính thời điểm độ sâu của mực nước là 13,5 mét (tính chính xác đến $\frac{1}{100}$ giờ).

Lời giải.

Với mọi $0 \le t \le 24$, ta có

$$\begin{aligned} & -1 \le \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) \le 1 \\ \Leftrightarrow \quad & -A + B \le A\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + B \le A + B. \end{aligned}$$

Độ sâu của mực nước lớn nhất bằng $A + B$ khi $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) = 1$ và thấp nhất bằng $-A + B$ khi $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) = -1$.

Ta có hệ $\begin{cases} A + B = 15 \\ -A + B = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 12 \\ A = 3. \end{cases}$

Ta được $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12$.

Theo đề, ta tìm thời điểm mà độ sâu

$$h = 13{,}5 \Leftrightarrow 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12 = 13{,}5 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{\pi t}{6} + 1 = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \frac{\pi t}{6} + 1 = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} t = \left(-1 + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \frac{6}{\pi} + 12k \\ t = \left(-1 - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \frac{6}{\pi} + 12k \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z}).$$

Do $0 \le t \le 24; k \in \mathbb{Z}$ nên $t = 0{,}09$ (giờ); $t = 12{,}09$ (giờ); $t = 8{,}09$ (giờ); $t = 20{,}09$ (giờ). □

BÀI 4. Ông Y ban đầu có một số tiền là 360 triệu VNĐ đem gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với hình thức lãi kép 0,5% tính cho một tháng. Sau đúng 10 tháng ông Y đến ngân hàng rút ra 120 triệu VNĐ. Hỏi sau đúng 3 năm từ ngày gửi tổng số tiền ông Y có trong ngân hàng bằng bao nhiêu?

Lời giải.

Áp dụng công thức số tiền tổng cộng có được sau n tháng ở hình thức lãi suất kép

$$A_n = A_0(1+x)^n.$$

Số tiền có được sau 10 tháng là $A_{10} = A_0(1+x)^{10}$.
Số tiền còn lại trong ngân hàng sau đúng 10 tháng là: $B_0 = A_{10} - 120 = A_0(1+x)^{10} - 120$.
Số tiền có được sau 3 năm từ ngày gửi (cũng như sau 26 tháng từ ngày rút tiền) là

$$B_{26} = B_0(1+x)^{26} = \left[A_0(1+x)^{10} - 120\right] \cdot (1+x)^{26} = A_0(1+x)^{36} - 120 \cdot (1+x)^{26}.$$

Thay số ta được $B_{26} = 360(1+0{,}005)^{36} - 120 \cdot (1+0{,}005)^{26} \approx 294{,}190$ (triệu VNĐ). □