

Bài 3. LOGARIT

QUICK NOTE

A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN CẦN NẮM

1. Định nghĩa

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$.

Ta viết $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

2. Các tính chất

Cho $a, b > 0, a \neq 1$, ta có

$$\log_a a = 1, \log_a 1 = 0.$$

$$a^{\log_a b} = b, \log_a(a^\alpha) = \alpha.$$

3. Lôgarit của một tích

Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có

$$\log_a(b_1 \cdot b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2.$$

4. Lôgarit của một thương

Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có

$$\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2.$$

Đặc biệt, với $a, b > 0, a \neq 1$ ta có $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$.

5. Lôgarit của lũy thừa

Cho $a, b > 0, a \neq 1$, với mọi α , ta có

$$\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b.$$

Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$.

6. Công thức đổi cơ số

Cho 3 số dương a, b, c với $a \neq 1, c \neq 1$, ta có

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

Đặc biệt: $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$ và $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ với $\alpha \neq 0$.

7. Lôgarit thập phân và Lôgarit tự nhiên

☑ Lôgarit thập phân là lôgarit cơ số 10. Viết $\log_{10} b = \log b = \lg b$.

☑ Lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số e. Viết $\log_e b = \ln b$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Công thức lôgarit

QUICK NOTE

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a (a \cdot \sqrt[3]{a\sqrt{a}})$ với $0 < a \neq 1$.

VÍ DỤ 2. Tính giá trị của biểu thức $P = 22 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$.

VÍ DỤ 3. Cho $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị biểu thức $A = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e$.

VÍ DỤ 4. Cho các số dương a, b, c, d . Tính giá trị biểu thức $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$.

VÍ DỤ 5. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} b^{-2}$ (với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$).

VÍ DỤ 6. Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của biểu thức $P = \log_a^2 (a^2) + 3 \log_b \left(\frac{a}{b} \right)$.

VÍ DỤ 7. Tính giá trị của biểu thức $P = \ln (\tan 1^\circ) + \ln (\tan 2^\circ) + \ln (\tan 3^\circ) + \dots + \ln (\tan 89^\circ)$.

2. Các câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho a là số thực dương và khác 1. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} a$.

- A. $P = -2$. B. $P = 0$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = 2$.

CÂU 2. Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của biểu thức $A = a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ bằng bao nhiêu?

- A. 8. B. 16. C. 4. D. 2.

CÂU 3. Giá trị của biểu thức $B = 2 \log_2 12 + 3 \log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$ bằng bao nhiêu?

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 3.

CÂU 4. Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $P = \log_{a^3} a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. -3 . D. $-\frac{1}{3}$.

CÂU 5. Giá trị của biểu thức $C = \frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$ bằng bao nhiêu?

- A. -2 . B. 2. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 6. Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $E = a^{4 \log_a 2^5}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 5. B. 625. C. 25. D. 5^8 .

CÂU 7. Trong các số a thỏa mãn điều kiện dưới đây. Số nào lớn hơn 1.

- A. $\log_2 a = -2$. B. $\log_3 a = \pi$. C. $\log_4 a^2 = -1$. D. $\log_3 a = -0,3$.

CÂU 8. Trong các số a thỏa mãn điều kiện dưới đây. Số nào nhỏ hơn 1.

- A. $\log_{\frac{1}{3}} a = -2$. B. $\log_a 5 = 2$. C. $\log_3 5 = a$. D. $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} a = 2$.

CÂU 9. Giá trị của biểu thức $A = \log_a \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a^3}}} (1 \neq a > 0)$ là

- A. $a = \frac{4}{3}$. B. $a = \frac{3}{4}$. C. $a = \frac{8}{9}$. D. $a = \frac{9}{8}$.

CÂU 10. Giá trị của biểu thức $A = \log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a^{\frac{1}{\sqrt{a}}}} (1 \neq a > 0)$ là

- A. $A = \frac{1}{4}$. B. $A = \frac{1}{3}$. C. $A = \frac{1}{2}$. D. $A = \frac{3}{4}$.

CÂU 11. Giá trị của biểu thức $A = \log_a (a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}) (1 \neq a > 0)$ là

- A. $A = \frac{17}{5}$. B. $A = \frac{37}{10}$. C. $A = \frac{21}{5}$. D. $A = \frac{39}{10}$.

QUICK NOTE

CÂU 12. Cho $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} = x^a$ và $\log_y \sqrt{y\sqrt{y^3}} = b$ (với $x; y > 0; y \neq 1$). Vậy $A = a + b$ bằng

- A.** $A = \frac{9}{4}$. **B.** $A = \frac{3}{2}$. **C.** $A = \frac{15}{8}$. **D.** $A = \frac{17}{8}$.

CÂU 13. Cho $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^4}}} = x^m$ và $\log_y \sqrt[3]{y^2\sqrt{y}} = n$ (với $x; y > 0; y \neq 1$). Vậy $A = m + n$ bằng

- A.** $A = \frac{23}{12}$. **B.** $A = \frac{7}{4}$. **C.** $A = 3$. **D.** $A = \frac{7}{3}$.

CÂU 14. Thu gọn biểu thức $A = (a^3\sqrt{a})^{\log_a b} + (\sqrt[3]{b^2})^{\log_b a}$ ($1 \neq a; b > 0$) ta được

- A.** $A = \sqrt{a^7} + \sqrt[3]{b^2}$. **B.** $A = \sqrt{a^3} + \sqrt[7]{b^2}$.
C. $A = \sqrt{a^2} + \sqrt[3]{b^7}$. **D.** $A = \sqrt[3]{a^2} + \sqrt{b^7}$.

CÂU 15. Thu gọn biểu thức $A = (a\sqrt{a^3})^{\log_a b^2} + (b\sqrt{b})^{\log_b a^2}$ ($1 \neq a; b > 0$) ta được

- A.** $A = a^5 + b^3$. **B.** $A = a^3 + b^5$. **C.** $A = a^3 + b^3$. **D.** $A = a^5 + b^5$.

CÂU 16. Thu gọn biểu thức $A = (a \cdot \sqrt[4]{a})^{\log_a \sqrt{b}} + (b \cdot \sqrt[3]{b})^{\log_b a}$ ($1 \neq a; b > 0$) ta được

- A.** $A = a^{\frac{5}{8}} + b^{\frac{4}{3}}$. **B.** $A = a^{\frac{5}{4}} + b^{\frac{4}{3}}$. **C.** $A = a^{\frac{4}{3}} + b^{\frac{5}{8}}$. **D.** $A = a^{\frac{4}{3}} + b^{\frac{5}{2}}$.

CÂU 17. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

- A.** $P = 108$. **B.** $P = 13$. **C.** $P = 31$. **D.** $P = 30$.

CÂU 18. Cho $\log_3 x = 4\log_3 a + 2\log_3 b$ ($a; b > 0$). Khi đó

- A.** $x = 8ab$. **B.** $x = a^4 + b^2$. **C.** $x = \sqrt{a^2 b}$. **D.** $x = a^4 b^2$.

CÂU 19. Cho $\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{a\sqrt{a}} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{b}{\sqrt{b\sqrt{b}}}$ ($a; b > 0$). Khi đó

- A.** $x = \sqrt[4]{a^3 b}$. **B.** $x = \sqrt[4]{ab^3}$. **C.** $x = \sqrt[4]{a^3 b^3}$. **D.** $x = \sqrt[4]{ab}$.

CÂU 20. Cho $\log_4 x = 2\log_2 \sqrt[3]{a^2} + 3\log_2 \frac{1}{b^2\sqrt{b}}$ ($a; b > 0$). Khi đó

- A.** $x = 6 \cdot a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{-\frac{5}{2}}$. **B.** $x = a^{\frac{4}{3}} \cdot b^{-\frac{15}{2}}$.
C. $x = a^{\frac{4}{3}} \cdot b^{\frac{15}{2}}$. **D.** $x = -10ab$.

CÂU 21. Rút gọn biểu thức $A = \log_2 \sqrt{a} + \log_4 \frac{1}{a^2} - \log_{\sqrt{2}} a^8$ ($a > 0$) ta được

- A.** $A = \frac{33}{2} \log_2 a$. **B.** $A = -\frac{33}{2} \log_2 a$.
C. $A = 33 \log_2 a$. **D.** $A = \frac{-1}{2} \log_2 a$.

CÂU 22. Rút gọn biểu thức $A = \log_4 a - \log_8 a + \log_{16} a^2$ ($a > 0$) ta được

- A.** $A = \log_2 a$. **B.** $A = \frac{13}{6} \log_2 a$. **C.** $A = \frac{3}{2} \log_2 a$. **D.** $A = \frac{2}{3} \log_2 a$.

CÂU 23. Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$.

- A.** $A = -\sqrt{2}$. **B.** $A = -2\sqrt{2}$. **C.** $A = \frac{-\sqrt{2}}{2}$. **D.** $A = \frac{-\sqrt{2}}{4}$.

CÂU 24. Cho $\log_x 2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_4 x - 2\log_2 \sqrt{x}$.

- A.** $A = 6$. **B.** $A = \frac{1}{6}$. **C.** $A = \frac{-1}{6}$. **D.** $A = -6$.

CÂU 25. Rút gọn biểu thức $A = \log_8 x\sqrt{x} - \log_{\frac{1}{4}} x^2$ ($x > 0$) ta được

- A.** $A = \frac{3}{2} \log_2 x$. **B.** $A = -\frac{1}{2} \log_2 x$. **C.** $A = 2 \log_2 x$. **D.** $A = \frac{2}{3} \log_2 x$.

CÂU 26. Rút gọn biểu thức $A = \log_3 x \cdot \log_2 3 + \log_5 x \cdot \log_4 5$ ($x > 0$) ta được

- A.** $A = \frac{3}{2} \log_2 x$. **B.** $A = -\frac{1}{2} \log_2 x$. **C.** $A = 2 \log_2 x$. **D.** $A = \frac{2}{3} \log_2 x$.

QUICK NOTE

CÂU 27. Cho $\log_2 x = \sqrt{3}$. Tính giá trị của biểu thức $B = \log_{\frac{1}{4}} x + \log_{\frac{1}{8}} x + \log_{\frac{1}{16}} x$.

- A.** $B = \sqrt{3}$. **B.** $B = \frac{-13\sqrt{3}}{12}$. **C.** $9\sqrt{3}$. **D.** $-9\sqrt{3}$.

CÂU 28. Cho $\log_3 x = 1 + \sqrt{2}$. Tính giá trị biểu thức $A = \log_3 x^3 + \log_{\frac{1}{3}} x + \log_9 x^2$.

- A.** $A = 2(1 + \sqrt{2})$. **B.** $A = 1 + \sqrt{2}$.
C. $A = -2(1 + \sqrt{2})$. **D.** $A = 3(1 + \sqrt{2})$.

CÂU 29. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a \frac{1}{b^3} \cdot \log_{\sqrt{b}} a^3$ ($1 \neq a; b > 0$).

- A.** -18 . **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** 18 . **D.** $\frac{1}{2}$.

CÂU 30. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_{\sqrt{b}} a$ ($1 \neq a, b > 0$).

- A.** 3 . **B.** 12 . **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

CÂU 31. Cho $\ln x = 2$. Tính giá trị của biểu thức $T = 2 \ln \sqrt{ex} - \ln \frac{e^2}{\sqrt{x}} + \ln 3 \cdot \log_3 ex^2$

- A.** $T = 21$. **B.** $T = 12$. **C.** $T = 13$. **D.** $T = 7$.

CÂU 32. Cho $\ln x = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = 2 \ln \frac{x^2}{\sqrt{e}} + \ln 2 \cdot \log_2 (x^3 \cdot e^2)$

- A.** $T = 16$. **B.** $T = 15$. **C.** $T = \frac{27}{2}$. **D.** $T = 22$.

CÂU 33. Cho $\log_a b = 3$; $\log_a c = -2$. Tính giá trị của $\log_a x$, biết rằng $x = \frac{a^2 b^3}{\sqrt{c^5}}$.

- A.** $\log_a x = 16$. **B.** $\log_a x = 6$. **C.** $\log_a x = 13$. **D.** $\log_a x = \frac{5}{2}$.

CÂU 34. Cho $\log_a b = 2$; $\log_a c = 3$. Tính giá trị của biểu thức $\log_a x$, biết rằng $x = \frac{a\sqrt{b^3}}{c^2}$.

- A.** $\log_a x = -6$. **B.** $\log_a x = -4$. **C.** $\log_a x = -2$. **D.** $\log_a x = -1$.

1. D	2. B	3. D	4. B	5. A	6. C	7. B	8. D	9. D	10. A
11. B	12. D	13. A	14. D	15. B	16. C	17. B	18. D	19. A	20. B
21. B	22. D	23. C	24. C	25. A	26. A	27. B	28. D	29. A	30. B
			31. D	32. D	33. A	34. C			

Dạng 2. Biểu diễn logarit

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 8. Cho $\log_{12} 27 = a$, tính $\log_6 16$ theo a .

VÍ DỤ 9. Cho $\log_2 3 = a$; $\log_2 7 = b$. Tính $\log_2 2016$ theo a và b .

VÍ DỤ 10. Biết $\log_{27} 5 = a$; $\log_8 7 = b$; $\log_2 3 = c$, tính $\log_{12} 35$ theo a, b, c .

VÍ DỤ 11. Cho $\frac{\log a}{p} = \frac{\log b}{q} = \frac{\log c}{r} = \log x \neq 0$; $\frac{b^2}{ac} = x^y$. Tính y theo p, q, r .

VÍ DỤ 12. Cho các số thực dương $x; y > 0$ thỏa mãn $x^2 + y^2 = 8xy$. Chứng minh rằng

$$2 \log(x + y) = 1 + \log x + \log y.$$

2. Các câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 35. Cho các số dương $a; b$ ($a \neq 1$). Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A.** $\log_a (a^3 b^4) = 3 + 4 \log_a b$. **B.** $\log_a b = \frac{\log_a b}{\log_a 3}$.
C. $2 + 2 \log_a b = \log_a (a^2 + b^2)$. **D.** $\log_a b \cdot \log_b 9 = 2 \log_a 3$.

CÂU 36. Cho các số thực dương a, b, c với $a, b, ab \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** $\log_a c + \log_b c = \log_{ab} c$. **B.** $2 \log_a b + 3 \log_a c = \log_a (b^2 c^3)$.
C. $\log_b c + \log_a b = \log_a c$. **D.** $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$.

CÂU 37. Cho các số dương $a > b > 0$ ($a \neq 1$). Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A.** $\log_a (a^2 - b^2) = \log_a (a - b) + \log_a (a + b)$.
B. $\log_a (a^2 b^2) = 2 + 2 \log_a b$.
C. $\log_a (a + b)^2 = 2(1 + \log_a b)$.
D. $\log_{a^2} \sqrt{ab} = \frac{1}{4}(1 + \log_a b)$.

CÂU 38. Cho các số dương $a; b > 0$ ($a \neq 1$). Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A.** $\log_{a^2} (a\sqrt{b}) = \frac{1}{4}(2 + \log_a b)$. **B.** $\log_{a^2} (\sqrt{ab}) = \frac{1}{4}(1 + 2 \log_a b)$.
C. $\log_{\sqrt{a}} (ab) = 2(1 + \log_a b)$. **D.** $\log_{\sqrt{a}} (a\sqrt{b}) = 2 + 4 \log_a b$.

CÂU 39. Cho các số dương $a; b > 0$ ($a \neq 1$). Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A.** $3^{\log_a b} = b^{\log_a 3}$. **B.** $a^{\log_a ab} = ab$. **C.** $a^{\log_{\sqrt{a}} b} = b^2$. **D.** $a^{\log_{a^2} b} = b^2$.

CÂU 40. Cho các số dương $a; b; c > 0$ ($a \neq 1$). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** $\log_{a^c} b^c = \log_a b$. **B.** $\log_{\frac{1}{a^c}} b^c = -\log_a b$.
C. $2 \log_a b - 3 \log_a c = \frac{2}{3} \log_a \frac{b}{c}$. **D.** $\log_a b + \log_a c - 1 = \log_a \frac{bc}{a}$.

CÂU 41. Cho các số thực $a, b, x, y > 0$ với $a, b \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** $\log_a b \cdot \log_b a = 1$. **B.** $\ln \frac{x}{\sqrt{y}} = \ln x - \frac{1}{2} \ln y$.
C. $\log_a x + \log_{\sqrt[3]{a}} y = \log_a (xy^3)$. **D.** $\log_a (x + y) = \log_a x + \log_a y$.

CÂU 42. Đặt $a = \log_2 3$. Hãy tính $\log_2 48$ theo a .

- A.** $\log_2 48 = 3 + 2a$. **B.** $\log_2 48 = 4 + 2a$.
C. $\log_2 48 = 4 + a$. **D.** $\log_2 48 = 5 - a$.

CÂU 43. Đặt $a = \log_2 5$. Hãy tính $\log_4 10$ theo a .

- A.** $\log_4 10 = 2(1 + a)$. **B.** $\log_4 10 = \frac{a + 1}{2}$.
C. $\log_4 10 = -2(1 + a)$. **D.** $\log_4 10 = \frac{-a - 1}{2}$.

CÂU 44. Đặt $a = \log_2 3$. Hãy tính $\log_{12} 18$ theo a .

- A.** $\log_{12} 18 = \frac{a + 2}{2a + 1}$. **B.** $\log_{12} 18 = \frac{2a - 2}{2 - a}$.
C. $\log_{12} 18 = \frac{2a + 2}{2 - a}$. **D.** $\log_{12} 18 = \frac{2a + 1}{2 + a}$.

CÂU 45. Cho $\log_2 5 = a$. Hãy tính $\log_4 1250$ theo a .

- A.** $\log_4 1250 = \frac{4 + a}{2}$. **B.** $\log_4 1250 = \frac{1 + 4a}{2}$.
C. $\log_4 1250 = \frac{4a + 3}{2}$. **D.** $\log_4 1250 = \frac{4a - 1}{2}$.

CÂU 46. Cho $a = \log_{15} 3$ thì

- A.** $\log_{25} 15 = \frac{5}{5(1 - a)}$. **B.** $\log_{25} 15 = \frac{5}{3(1 - a)}$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

$$\text{C. } \log_{25} 15 = \frac{1}{2(1-a)}.$$

$$\text{D. } \log_{25} 15 = \frac{1}{5(1-a)}.$$

CÂU 47. Cho $a = \log_2 7$. Hãy tính $\log_{14} 49$ theo a .

$$\text{A. } \log_{14} 49 = \frac{2a}{1+a}.$$

$$\text{B. } \log_{14} 49 = \frac{2a}{2+a}.$$

$$\text{C. } \log_{14} 49 = \frac{2a}{2-a}.$$

$$\text{D. } \log_{14} 49 = \frac{2a}{1+a}.$$

CÂU 48. Cho $\log_{\sqrt{10}} 20 = a$. Hãy biểu diễn $\log_2 5$ theo a .

$$\text{A. } \log_2 5 = \frac{a+4}{a+2}.$$

$$\text{B. } \log_2 5 = \frac{a-4}{2-a}.$$

$$\text{C. } \log_2 5 = \frac{a-4}{2a-1}.$$

$$\text{D. } \log_2 5 = \frac{2a-1}{a-4}.$$

CÂU 49. Đặt $\log_3 4 = a$. Hãy tính $\log_3 \frac{27}{16}$ theo a .

$$\text{A. } \log_3 \frac{27}{16} = 3 - 4a.$$

$$\text{B. } \log_3 \frac{27}{16} = 3(1-a).$$

$$\text{C. } \log_3 \frac{27}{16} = 3 - 2a.$$

$$\text{D. } \log_3 \frac{27}{16} = \frac{3-2a}{2}.$$

CÂU 50. Cho $\log_{18} 12 = a$. Hãy biểu diễn $\log_2 3$ theo a .

$$\text{A. } \log_2 3 = \frac{a-2}{1-2a}.$$

$$\text{B. } \log_2 3 = \frac{a-2}{2a-1}.$$

$$\text{C. } \log_2 3 = \frac{a+2}{2a-1}.$$

$$\text{D. } \log_2 3 = \frac{a-1}{1-2a}.$$

CÂU 51. Cho $a = \log_{20} 50$. Hãy biểu diễn $\log_2 5$ theo a .

$$\text{A. } \log_2 5 = \frac{2a+1}{a-2}.$$

$$\text{B. } \log_2 5 = \frac{2a+1}{2-a}.$$

$$\text{C. } \log_2 5 = \frac{2a-1}{2-a}.$$

$$\text{D. } \log_2 5 = \frac{2a-1}{a+2}.$$

CÂU 52. Đặt $\log_2 3 = a$, $b = \log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_2 45$ theo a và b .

$$\text{A. } \log_2 45 = 2a + 2ab.$$

$$\text{B. } \log_2 45 = a + ab.$$

$$\text{C. } \log_2 45 = 3a + ab.$$

$$\text{D. } \log_2 45 = 2a + ab.$$

CÂU 53. Đặt $\log_2 3 = a$, $b = \log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_{12} 15$ theo a và b .

$$\text{A. } \log_{12} 15 = \frac{a+ab}{b+2}.$$

$$\text{B. } \log_{12} 15 = \frac{a+ab}{a+2}.$$

$$\text{C. } \log_{12} 15 = \frac{a+b}{ab+2a}.$$

$$\text{D. } \log_{12} 15 = \frac{a+b}{ab+2b}.$$

CÂU 54. Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

$$\text{A. } \log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}.$$

$$\text{B. } \log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab}.$$

$$\text{C. } \log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}.$$

$$\text{D. } \log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}.$$

CÂU 55. Đặt $a = \log_5 2$; $b = \log_5 3$. Hãy tính $\log_5 72$ theo a và b .

$$\text{A. } \log_5 72 = 3a + 2b.$$

$$\text{B. } \log_5 72 = 2a + 3b.$$

$$\text{C. } \log_5 72 = 3a + 3b.$$

$$\text{D. } \log_5 72 = 2a + 2b.$$

CÂU 56. Đặt $\log 3 = p$; $\log 5 = q$. Hãy biểu diễn $\log_{15} 30$ theo p ; q .

$$\text{A. } \log_{15} 30 = \frac{1+q}{p+q}.$$

$$\text{B. } \log_{15} 30 = \frac{1+p}{p+q}.$$

$$\text{C. } \log_{15} 30 = \frac{p+q}{p+1}.$$

$$\text{D. } \log_{15} 30 = \frac{p+q}{q+1}.$$

CÂU 57. Cho $a = \log_3 15$; $b = \log_3 10$. Hãy tính $\log_{\sqrt{3}} 50$ theo a và b .

$$\text{A. } \log_{\sqrt{3}} 50 = \frac{a+b+1}{2}.$$

$$\text{B. } \log_{\sqrt{3}} 50 = \frac{a+b-1}{2}.$$

$$\text{C. } \log_{\sqrt{3}} 50 = 2a + 2b + 2.$$

$$\text{D. } \log_{\sqrt{3}} 50 = 2a + 2b - 2.$$

CÂU 58. Cho $a = \log_2 3$, $b = \log_7 2$. Hãy tính $\log \log_{\sqrt{6}} 28$ theo a và b .

QUICK NOTE

A. $A = \frac{b+1}{2a+2}$. **B.** $A = \frac{4b+2}{ab+b}$. **C.** $A = \frac{4b+2}{a+2}$. **D.** $A = \frac{b+1}{2ab+2b}$.

CÂU 59. Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_7 5$. Hãy tính $\log_{14} 100$ theo a , b .

A. $\log_{14} 100 = \frac{2a+b}{a+b}$. **B.** $\log_{14} 100 = \frac{2ab+b}{a+b}$.
C. $\log_{14} 100 = \frac{2a+ab}{a+ab}$. **D.** $\log_{14} 100 = \frac{2ab+b}{a+b}$.

CÂU 60. Cho $\log_5 2 = a$; $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_{15} 36$ theo a , b .

A. $\log_{15} 36 = \frac{2a+b}{b+1}$. **B.** $\log_{15} 36 = \frac{a+2b}{b+1}$.
C. $\log_{15} 36 = \frac{2a+2b}{b+1}$. **D.** $\log_{15} 36 = \frac{2a+2b}{a+1}$.

CÂU 61. Đặt $a = \log_2 5$, $b = \log_2 3$. Hãy biểu diễn $\log_{40} 45$ theo a , b .

A. $\log_{40} 45 = \frac{2a+b}{b+3}$. **B.** $\log_{40} 45 = \frac{a+2b}{b+3}$.
C. $\log_{40} 45 = \frac{2a+2b}{b+3}$. **D.** $\log_{40} 45 = \frac{a+2b}{a+3}$.

CÂU 62. Cho $\log_2 6 = a$ và $\log_3 5 = b$. Hãy tính $\log_{12} \sqrt{20}$ theo a , b .

A. $\log_{12} \sqrt{20} = \frac{ab-b+2}{2(a+1)}$. **B.** $\log_{12} \sqrt{20} = \frac{ab+b-2}{2(a+1)}$.
C. $\log_{12} \sqrt{20} = \frac{ab+b-2}{2(a-1)}$. **D.** $\log_{12} \sqrt{20} = \frac{ab-b+2}{2(a-1)}$.

CÂU 63. Đặt $\log_2 7 = a$; $\log_3 7 = b$. Hãy tính $\log_{14} 12$ theo a , b .

A. $\log_{14} 12 = \frac{a+2b}{ab+a}$. **B.** $\log_{14} 12 = \frac{a+2b}{ab+b}$.
C. $\log_{14} 12 = \frac{2a+b}{ab+a}$. **D.** $\log_{14} 12 = \frac{2a+b}{ab+a}$.

CÂU 64. Đặt $a = \log_2 5$ và $b = \log_2 6$. Hãy biểu diễn $\log_3 90$ theo a và b .

A. $\log_3 90 = \frac{a+2b-1}{b-1}$. **B.** $\log_3 90 = \frac{a+2b-1}{a-1}$.
C. $\log_3 90 = \frac{a-2b+1}{b+1}$. **D.** $\log_3 90 = \frac{a-2b-1}{a+1}$.

CÂU 65. Đặt $\log_2 5 = a$, $\log_4 15 = b$. Hãy tính $\log_3 10$ theo a , b .

A. $\log_3 10 = \frac{1-a}{a+2b}$. **B.** $\log_3 10 = \frac{ab-a}{a+2b}$.
C. $\log_3 10 = \frac{ab+a}{a+2b}$. **D.** $\log_3 10 = \frac{1+a}{2b-a}$.

CÂU 66. Đặt $a = \log_2 3$; $b = \log_5 2$; $c = \log_2 7$. Hãy biểu diễn $\log_{42} 15$ theo a , b , c .

A. $\log_{42} 15 = \frac{ab+1}{b(a+c+1)}$. **B.** $\log_{42} 15 = \frac{ac+1}{c(a+c+1)}$.
C. $\log_{42} 15 = \frac{ab+1}{ab+b+c}$. **D.** $\log_{42} 15 = \frac{a+c}{a+b+bc}$.

CÂU 67. Cho các số thực $a, b > 0$; $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a (a^4 + b) = 4 + \log_a b$. **B.** $\log_a (a^2 + a^2 b^2) = 2 + \log_a (b^2 + 1)$.
C. $\log_a (a + b) = 1 + \log_a b$. **D.** $\log_a (a^3 b + 1) = 4 + \log_a b$.

CÂU 68. Cho các số thực $a, b > 0$; $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} \log_a b$. **B.** $\log_{a^2} (ab) = 2 + 2 \log_a b$.
C. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{4} \log_a b$. **D.** $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

CÂU 69. Cho các số thực $a, b > 0$; $a; b; ab \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_{ab} \frac{a}{b} = \frac{1 + \log_a b}{1 - \log_a b}$. **B.** $\log_{ab} \frac{a}{b} = \frac{1 - \log_a b}{1 + \log_a b}$.
C. $\log_{ab} \frac{a}{b} = \frac{1 + \log_b b}{1 - \log_a b}$. **D.** $\log_{ab} \frac{a}{b} = \frac{1 + \log_a b}{1 - \log_b b}$.

QUICK NOTE

CÂU 70. Cho các số thực $a, b > 0$; $a; a\sqrt{b} \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\log_{a\sqrt{b}}(ab) = \frac{1 + \log_a b}{2 + \log_a b}$. **B.** $\log_{a\sqrt{b}}(ab) = \frac{2 + \log_a b}{1 + \log_a b}$.
C. $\log_{a\sqrt{b}}(ab) = \frac{2 + 2\log_a b}{2 + \log_a b}$. **D.** $\log_{a\sqrt{b}}(ab) = \frac{2 + \log_a b}{2 + 2\log_a b}$.

CÂU 71. Cho các số thực dương $x; y > 0$ thỏa mãn $x^2 + y^2 = 8xy$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\log(x + y) = \frac{1 + \log x + \log y}{2}$. **B.** $\log(x + y) = \log x + \log y + 1$.
C. $\log(x + y) = \log x + \log y - 1$. **D.** $\log(x + y) = 10 \cdot (\log x + \log y)$.

CÂU 72. Cho các số thực dương $x; y > 0$ thỏa mãn $x^2 + y^2 = 14xy$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\log_2 \frac{x+y}{14} = \log_2 x + \log_2 y$. **B.** $\log_2 \frac{x+y}{16} = \log_2 x + \log_2 y$.
C. $\log_2(x + y) = \frac{\log_2 x + \log_2 y}{2}$. **D.** $\log_2(x + y) = 2 + \frac{\log_2 xy}{2}$.

CÂU 73. Cho các số $x, y \in \mathbb{R}$ và $x^2 + y^2 = 3xy$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\log_5(x + y) = \frac{1 + \log_5 xy}{2}$. **B.** $\log_5(x + y)^2 = 1 + \log_5 x + \log_5 y$.
C. $\log_5(x + y)^2 = 1 + \log_5(xy)$. **D.** Tất cả đều đúng.

CÂU 74. Cho $\log_a x = p$; $\log_b x = q$; $\log_c x = r$ ($1 \neq a; b; c; x > 0$). Hãy tính $\log_{abc} x$.

- A.** $\log_{abc} x = \frac{pqr}{pq + qr + rp}$. **B.** $\log_{abc} x = pqr$.
C. $\log_{abc} x = \frac{pqr}{p + q + r}$. **D.** $\log_{abc} x = \frac{pq + qr + rp}{p + q + r}$.

CÂU 75. Cho $\log_a x = m$ và $\log_{ab} x = n$ ($1 \neq x; a; ab > 0$). Khi đó $\log_b x$ bằng

- A.** $\log_b x = \frac{mn}{n - m}$. **B.** $\log_b x = \frac{mn}{m - n}$.
C. $\log_b x = \frac{mn}{m + n}$. **D.** $\log_b x = \frac{1}{m} - \frac{1}{n}$.

CÂU 76. Thu gọn biểu thức $A = \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} + \dots + \frac{1}{\log_{a^n} b}$ ta được

- A.** $A = \frac{n(n+1)}{\log_a b}$. **B.** $A = \frac{n+1}{2\log_a b}$. **C.** $A = \frac{n(n+1)}{2\log_a b}$. **D.** $A = \frac{n(n-1)}{\log_a b}$.

35. C	36. A	37. C	38. D	39. D	40. C	41. D	42. C	43. B	44. D
45. B	46. C	47. A	48. B	49. C	50. A	51. C	52. D	53. B	54. C
55. A	56. B	57. D	58. B	59. D	60. C	61. D	62. A	63. B	64. A
65. D	66. A	67. B	68. D	69. B	70. C	71. A	72. D	73. C	74. A
				75. B	76. C				