Bài 1. KHOẢNG BIẾN THIÊN, KHOẢNG TỬ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Khoảng biến thiên

Dịnh nghĩa: Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_1;u_2)$	•••	$[u_k; u_{k+1})$
Tần số	n_1	n_2	•••	n_k

Nếu n_1 và n_k cùng khác 0 thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm được tính theo công thức

$$R = u_{k+1} - u_1$$

🗘 Ý nghĩa:

- ✔ Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc và có thể dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu. Khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
- **♡** Trong các đại lượng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm, khoảng biến thiên là đại lượng dễ hiểu, dễ tính toán. Tuy nhiên, do khoảng biến thiên chỉ sử dụng hai giá trị u_1 và u_{m+1} của mẫu số liệu nên đại lượng đó dễ bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.

2. Khoảng tứ phân vị

 \bigcirc **Định nghĩa:** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu Δ_Q , là hiệu giữa tứ phân vị thứ ba Q_3 và tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm đó, tức là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1$$

🗘 Ý nghĩa:

- ✔ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và có thể dùng để đo mức độ phân tán của nửa giữa của mẫu số liệu (tập hợp gồm 50% số liệu nằm chính giữa mẫu số liệu).
- ✔ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm càng nhỏ thì dữ liệu càng tập trung xung quanh trung vi.
-
 Khoảng tứ phân vị được dùng để xác định giá trị bất thường trong mẫu số liệu. Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị bất thường nếu $x>Q_3+1,5\Delta_Q$ hoặc $x< Q_1-1,5\Delta_Q$.
- ✔ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm không bị ảnh hưởng nhiều bởi các giá tri bất thường trong mẫu số liêu.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm

- ① Xác định u_1 là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên và u_{k+1} là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng có chứa dữ liệu (tần số khác 0).
- ② Khoảng biến thiên $R = u_{k+1} u_1$.



ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	٠	•	٠	•	•	
																																	•	

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

ı	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	

	I	BÀI TẬP T	Ψ LUẬN				
 VÍ DU 1. Cân :	nặng của 28 học sinh	nam lớp	11 được c	ho như sa	au:		
	55,4 62,6 58 59,5			63,4 $60,6$			
		56,2 $63,3$		49,6 $59,1$			
	55,3 55,8	45,5 $46,8$	8 54	49,2 52,6	5		
 a) Hãy chuyể	n mẫu số liệu trên san	ıg mẫu số	liệu ghé _l	nhóm gố	ồm 5 nhớ	m có độ dà	ai bằng
 nhau với r	nhóm đầu tiên là $[45;4]$	19).					
 b) Tìm khoải	ng biến thiên của mẫu	ı số liệu g	gốc và bả	ng biến t	hiên của	mẫu số liệ	u ghép
 nhóm tươi	ng ứng.						
 VÍ DU 2. Bảng	; sau thống kê thời gia	n tập thể	duc buổi	sáng mỗ	i ngàv tro	ong tháng 9	9/2022
 của bác Bình và		11 04P 0110	ago sao.	50118 1110	11800, 010		,, - 0
	Thời gian	[15 00)	[00, 05)	[05 00)	[00.05)	[05 40)	
	(phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25;30)	[30; 35)	[35;40)	
 	ày tập của bác Bình	5	12	8	3	2	
 Số ng	gày tập của bác An	0	25	5	0	0	
 a) Hãy tìm k	hoảng biến thiên của	mẫu số li	iệu ghép i	nhóm về t	thời gian	tập thể dụ	ıc buổi
 , ,	ngày của bác Bình và		. 0 1		O	.1 .	
 b) Sử dụng k	hoảng biến thiên, hãy	cho biết	bác nào	có thời gi	an tập ph	nân tán hơ:	n.
	ng kê thời gian sử dụn	g mạng x	ã hội tro	ng ngày c	ủa các bạ	ın Tổ 1, Tơ	δ̃ 2 lớp
12A, được kết q	uả như bảng sau:						
	Γhời gian sử dụng (ph			/ -		0)	
	Số học sinh Tổ 1 Số học sinh Tổ 2	5	4	3	0		
	50 nọc sinh 10 2	0	1	3	0		
	n thiên cho thời gian s	sử dụng n	nạng xã h	ội của họ	c sinh mấ	ối tổ và giả	i thích
						71 00 va 51a	
ý nghĩa.						71 00 va gra	
 ý nghĩa.	RÀI	ΤὧΡ ΤΡὧ	C NGHIÊ	м		71 00 Va g1a	
 ý nghĩa.	BÀI	TẬP TRẮ	C NGHIỆ	М		22 00 Va gra	
						-	số liêu
	sát thời gian tập thể d	lục của m	nột số học	sinh khố	i 11 thu	được mẫu	số liệu
CÂU 1. Khảo s	sát thời gian tập thể ở Thời gian [0; 20)	lục của m	nột số học [40; 60)	sinh khố	ii 11 thu [80; 100)	được mẫu	số liệu
CÂU 1. Khảo s	sát thời gian tập thể d	lục của m	nột số học	sinh khố	i 11 thu	được mẫu	số liệu
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế	sát thời gian tập thể c Thời gian $[0;20)$ Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liệ	lục của m [20;40) 9	12 hóm trên	sinh khố [60; 80) 10	[80; 100) 6	được mẫu	số liệu
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau:	sát thời gian tập thể c Thời gian [0; 20) Số học sinh 5	lục của m [20;40) 9	[40; 60)	sinh khố [60; 80) 10	ii 11 thu [80; 100)	được mẫu	số liệu
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế (A) 80. CÂU 2. Mức th	sát thời gian tập thể c Thời gian $[0;20)$ Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liệ	lục của m [20; 40) 9 Pù ghép n	nột số học [40; 60) 12 hóm trên C 100.	sinh khố [60; 80) 10	5i 11 thu [80; 100) 6	được mẫu	
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế. (A) 80. CÂU 2. Mức th trong bảng sau:	sát thời gian tập thể ở Thời gian [0; 20) Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liệ B 60. hưởng tết (triệu đồng	lục của m [20; 40) 9 Pu ghép n) cho các	12 hóm trên C 100.	sinh khố [60; 80) 10 .	6 (80; 100) 6 (\$\int \text{\$0\$} \text{\$0\$} \text{\$1\$} \text{\$0\$} \text{\$1\$} \text{\$0\$} \text{\$1\$} \	được mẫu	
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế. (A) 80. CÂU 2. Mức th trong bảng sau:	sát thời gian tập thể ở Thời gian [0; 20) Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liệ (B) 60. hưởng tết (triệu đồng Mức thưởng tết [5; 10]	[20; 40) 9 9 9 9 cho các	hóm trên (C) 100. (D) 15; 20	sinh khố [60; 80) 10 .	5i 11 thu [80; 100) 6 p) 1 ôt công t 5) [25; 30	được mẫu	
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế A 80. CÂU 2. Mức th trong bảng sau:	sát thời gian tập thể ở Thời gian [0; 20) Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liệ B 60. hưởng tết (triệu đồng Mức thưởng tết [5; 10 Số nhân viên 13	[20; 40) 9 9 9 9 cho các 0) [10; 18	hóm trên (C) 100. 2 hóm trên (C) 100. 2 hhân vie 5) [15; 26] 47	e sinh khố [60; 80) 10 . en của m 0) [20; 25]	6 (80; 100) 6 (\$\int \text{\$0\$} \text{\$0\$} \text{\$1\$} \text{\$0\$} \text{\$1\$} \text{\$0\$} \text{\$1\$} \	được mẫu	
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế A 80. CÂU 2. Mức th trong bảng sau: Tìm khoảng biế	sát thời gian tập thể ở Thời gian [0; 20) Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liệu B 60. hưởng tết (triệu đồng Mức thưởng tết [5; 10 Số nhân viên 13 n thiên của mẫu số liệu	[20; 40) 9 9 9 9 cho các 0) [10; 18	12 hóm trên (a) [40; 60) 12 hóm trên (b) [15; 20] 47 hóm trên	e sinh khố [60; 80) 10 . en của m 0) [20; 25]	ii 11 thu [80; 100) 6 p) 1 option (25; 30) 10	được mẫu 2. y được the	
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế. A 80. CÂU 2. Mức th trong bảng sau: Tìm khoảng biế. A 20.	sát thời gian tập thể ở Thời gian [0; 20) Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liệ B 60. hưởng tết (triệu đồng Mức thưởng tết [5; 10 Số nhân viên 13 n thiên của mẫu số liệ B 25.	[20; 40) 9 Eu ghép n) cho các 0) [10; 13 35	12 hóm trên (C) 17 hóm trên (C) 17 hóm trên (C) 47.	e sinh khố [60; 80) 10 . en của m 0) [20; 25]	5i 11 thu [80; 100) 6 p) 1 ôt công t 5) [25; 30	được mẫu 2. y được the	
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế. A 80. CÂU 2. Mức th trong bảng sau: Tìm khoảng biế. A 20.	sát thời gian tập thể ở Thời gian [0; 20) Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liệu b 60. hưởng tết (triệu đồng Mức thưởng tết [5; 10 Số nhân viên 13 n thiên của mẫu số liệu b 25. ảng phân bố tần số gh	[20; 40) 9 eu ghép n) cho các 0) [10; 18 35 eu ghép n	12 hóm trên (C) 100. 15) [15; 20 47 hóm trên (C) 47.	e sinh khố [60; 80) 10 . en của m 0) [20; 25 25	ii 11 thu [80; 100) 6 p) 1 p) 1 (5) [25; 30 10	được mẫu 2. y được the	
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế. A 80. CÂU 2. Mức tl trong bảng sau: Tìm khoảng biế. A 20. CÂU 3. Cho bả	sát thời gian tập thể ở Thời gian [0; 20) Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liện B 60. hưởng tết (triệu đồng Mức thưởng tết [5; 10 Số nhân viên 13 n thiên của mẫu số liện B 25. ảng phân bố tần số gh Chiều cao của 40 l	[20; 40) 9 eu ghép n) cho các 0) [10; 15 35 eu ghép n nép lớp sa	12 hóm trên (C) 100. 15) [15; 20] 47 16 hóm trên (C) 47. 18 hóm trên (C) 47.	e sinh khố [60; 80) 10 . en của m 0) [20; 25 25 . et trường	ii 11 thu [80; 100) 6 ip 1 ip 2 ip 2 THPT	được mẫu 2. 2y được the	ống kê
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế. A 80. CÂU 2. Mức th trong bảng sau: Tìm khoảng biế. A 20.	sát thời gian tập thể ở Thời gian [0; 20) Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liệt B 60. hưởng tết (triệu đồng Mức thưởng tết [5; 10 Số nhân viên 13 n thiên của mẫu số liệt B 25. ảng phân bố tần số gh Chiều cao của 40 l cao (cm) [160; 163,5)	[20; 40) 9 eu ghép n) cho các 0) [10; 15 35 eu ghép n nép lớp sa	12 hóm trên (C) 100. 15 [15; 20] 16 47 17 47 18 47 47 19 19 19 19 19 19 19 19	e sinh khố [60; 80) 10 . en của m 0) [20; 25 25	ii 11 thu [80; 100) 6 ip 1 ip 2 ip 2 THPT	được mẫu 2. 2y được the	ống kê
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế. (A) 80. CÂU 2. Mức th trong bảng sau: Tìm khoảng biế. (A) 20. CÂU 3. Cho bả Lớp chiều co Tần	sát thời gian tập thể ở Thời gian [0; 20) Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liệt B 60. hưởng tết (triệu đồng Mức thưởng tết [5; 10 Số nhân viên 13 n thiên của mẫu số liệt B 25. ảng phân bố tần số gh Chiều cao của 40 l cao (cm) [160; 163,5) số 9	[20; 40) 9 9 9 9 9 9 9 9 9	[40; 60) 12 12 12 12 14 15 16 16 16 16 16 16 16	e sinh khố [60; 80) 10 . en của m 0) [20; 25 25 . et trường 58; 171,5) 7	ii 11 thu [80; 100) 6 ip 1 ip 1 ip 2 THPT [172; 1'	được mẫu 2. 2. 2. 2. 3. 23.	ống kê
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế (A) 80. CÂU 2. Mức th trong bảng sau: Tìm khoảng biế (A) 20. CÂU 3. Cho bả Lớp chiều cả Tần Tìm khoảng biế	sát thời gian tập thể ở Thời gian [0; 20) Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liệt B 60. hưởng tết (triệu đồng Mức thưởng tết [5; 10 Số nhân viên 13 n thiên của mẫu số liệt B 25. ảng phân bố tần số gh Chiều cao của 40 l cao (cm) [160; 163,5) số 9 n thiên của mẫu số liệt	[20; 40) 9 9 9 9 9 9 9 9 9	hóm trên (a) (b) (12) (b) (12) (c) (100) (d) (100) (e) (100) (e) (15; 20) (f) (47) (f) (47) (hóm trên (hóm trên (hóm trên	e sinh khố [60; 80) 10 . en của m 0) [20; 25 25 . et trường (38; 171,5) 7	ii 11 thu [80; 100) 6 in place of the congression	được mẫu 2. 2y được the 3) 23. 75,5) Cộn 40	ống kê
CÂU 1. Khảo s ghép nhóm sau: Tìm khoảng biế. (A) 80. CÂU 2. Mức th trong bảng sau: Tìm khoảng biế. (A) 20. CÂU 3. Cho bả (Lớp chiều co Tần) Tìm khoảng biế. (A) 31.	sát thời gian tập thể ở Thời gian [0; 20) Số học sinh 5 n thiên của mẫu số liệt B 60. hưởng tết (triệu đồng Mức thưởng tết [5; 10 Số nhân viên 13 n thiên của mẫu số liệt B 25. ảng phân bố tần số gh Chiều cao của 40 l cao (cm) [160; 163,5) số 9	[20; 40) 9 9 9 9 9 9 9 9 9	[40; 60) 12 12 12 12 14 15 16 17 15 16 17 17 17 17 17 17 17	e sinh khố [60; 80) 10 . en của m 0) [20; 25 25 . et trường 58; 171,5) 7	ii 11 thu [80; 100) 6 p) 1 ot công t 5) [25; 30 10 THPT [172; 1' 4	được mẫu 2. 2y được the 0) 23. 75,5) Cộn 40 .2.	ống kê

QUICK NOTE

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	0	12	15	24	26

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

(A) 26

B)14.

 $(\mathbf{C})20.$

 $(\mathbf{D})12.$

CÂU 5. Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12C được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30; 35)	[35;40)	[40; 45)
Số học sinh	8	16	12	2

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

(A) 24.

(B)15.

 $(\mathbf{C})_{2}$.

(**D**)20.

Dạng 2. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Với mẫu số liệu ghép nhóm

		 $[a_i; a_{i+1})$	 $[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	 m_i	 m_k

Các bước thực hiện:

① Tìm tứ phân vị Q_1 và Q_3 theo công thức:

$$Q_r = a_p + \frac{r \cdot n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1}) \over m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p),$$

trong đó $[a_p; a_{p+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ r với r = 1, 3; n là cỡ mẫu.

2 Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q=Q_3-Q_1.$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

VÍ DỤ 1. Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoach ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vi của mẫu số liêu ghép nhóm đã cho.

VÍ DỤ 2. Bảng sau đây cho biết chiều cao của các học sinh lớp 12A và 12B.

Chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175])
Số học sinh của lớp 12A	1	0	15	12	10	5	
Số học sinh của lớp 12B	0	0	17	10	9	6	

- a) Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phần vị cho các mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh lớp 12A, 12B.
- b) Để so sánh độ phân tán về chiều cao của học sinh hai lớp này ta nên dùng khoảng biến thiên hay khoảng tứ phân vị? Vì sao?

VÍ DỤ 3. Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian(phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21;24)	[24; 27)	[27;30)	[30; 33)
Số lần	22	38	27	8	4	1

a) Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

<u>v</u>	VNPmath -	0962940819 🗣
	QUIC	CK NOTE
-		
•		
• •		
• •		
•		
٠.		
• •		
• •		
٠.		
• •		
•		
٠.		
• •		
•		
٠.	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	
• •		
•		
٠.	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	
• •		
• •		
• •		
• •		
• •		
•		
٠.		
• •		

b) Biết rằng trong 100 lần đi trên, chỉ có đúng một lần ông Thắng đi hết 32 phút. Thời gian của lần đi đó có phải là giá tri ngoại lệ không?

VÍ DU 4.

Bảng bên biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 42 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vi: centimét). Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười nếu cần).

Nhóm	Tần số	Tần số tích luỹ
[40;45)	5	5
[45; 50)	10	15
[50; 55)	7	22
[55;60)	9	31
[60;65)	7	38
[65;70)	4	42
	n = 42	

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHÂN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

CÂU 1. Khảo sát về cân năng của các học sinh lớp 11D3 người ta được một mẫu dữ liêu ghép nhóm như sau

Cân nặng	[30;40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Khoảng tứ phân vị của bảng số liệu ghép nhóm trên là

(**A**) 17.

(B)14.5.

 $(\mathbf{D})17.5.$

CÂU 2. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

CÂU 3. Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vi của mẫu số liêu ghép nhóm này là (làm tròn đến hàng phần trăm)

(A)2,92.

(B)2.93.

 $(\mathbf{C})3,93.$

 $(\mathbf{D})3,92.$

CẦU 4. Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian luyện tập (giờ)	[0; 2)	[2;4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho (làm tròn đến hàng phần trăm).

(A)4,52.

(B)3,35.

 $(\mathbf{C})2,85.$

 $(\mathbf{D})3,36.$

CÂU 5. Ở một phòng điều trị nội trú của bệnh viện, dữ liệu thống kê thời gian ngủ hằng đêm của một bệnh nhân trong suốt một tháng được tổng hợp bởi bảng dưới đây

Thời gian (phút)	Tần số	Tần số tích luỹ
[180; 240)	2	2
[240; 300)	9	11
[300; 360)	12	23
[360; 420)	5	28
[420; 480)	2	30

QUICK NOTE

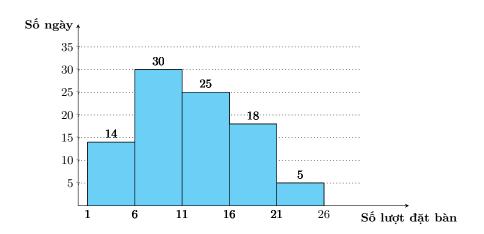
(A) 75,53.

(B)84,83.

(C)80,83.

 (\mathbf{D}) 72,53.

CÂU 6. Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;....



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên.

(A)9,5.

B)8,5.

 $(\mathbf{C})_{10,5}$.

 (\mathbf{D}) 7,5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 7. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Mệnh đề	Ð	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là $R=1$.		
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 8$.		
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta Q = 0.286$.		
d) Biết rằng trong 100 cây keo trên có 1 cây cao 8,4 m. Chiều cao của cây keo này là giá trị ngoại lệ.		

CÂU 8.

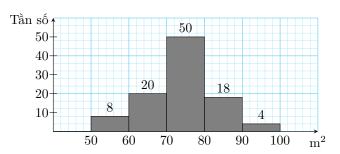
Bảng bên biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng).

Mệnh đề	Ð	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là $R=25$.		
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 15$.		
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3=27$.		
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta Q=12$.		

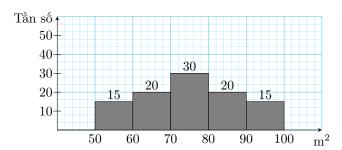
Nhóm	Tần số
[10; 15)	15
[15; 20)	18
[20; 25)	10
[25;30)	10
[30; 35)	5
[35;40)	2
	n = 60

CÂU 9. Điều tra một số hộ gia đình thu nhập ở mức trung bình sinh sống trên hai địa bàn A, B, người ta thấy diện tích nhà ở của họ đều nhỏ hơn 100 m^2 . Hai biểu đồ dưới biểu diễn kết quả thống kê.

OUICK NOTE	
QUICK NOTE	



Hình a. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn A



Hình b. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn B

	Mệnh đề	Ð	\mathbf{S}
a)	Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu này bằng nhau.		
b)	Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương A là 10.9 .		
c)	Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương B là $8,5$		
d)	Số liệu về diện tích nhà ở của cư dân thuộc địa bàn A phân tán hơn địa bàn B .		

CÂU 10. Bảng tần số ghép nhóm dưới đây thể hiện kết quả điều tra về tuổi thọ trung bình của nam giới và nữ giới ở 50 quốc gia.

Giới tính Nhóm (Tuổi thọ)	Nam	Nữ
[50; 55)	4	3
[55; 60)	7	4
[60; 65)	4	5
[65; 70)	6	3
[70; 75)	15	7
[75; 80)	12	14
[80; 85)	2	13
[85; 90)	0	1

	Mệnh đề	Ð	\mathbf{S}
a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nam giới là $50.$		
b)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nam giới là 14,75.		
c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nữ giới là 15.		
d)	Dựa vào khoảng tứ phân vị thì tuổi thọ trung bình của nam giới đều hơn tuổi thọ trung bình của nữ giới.		

Bài 2. PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2; u_3)$	 $[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	 c_k
Tần số	n_1	n_2	 n_k

 \bigcirc **Phương sai:** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S^2 , được tính bởi công thức

$$S^{2} = \frac{1}{n} \left[n_{1} \left(c_{1} - \bar{x} \right)^{2} + n_{2} \left(c_{2} - \bar{x} \right)^{2} + \dots + n_{k} \left(c_{k} - \bar{x} \right)^{2} \right],$$

trong đó: $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ là cỡ mẫu; $\bar{x} = \frac{1}{n} (n_1 c_1 + n_2 c_2 + \cdots + n_k c_k)$ là số trung bình.

 \bigcirc Độ lệch chuẩn: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S, là căn bậc hai số học của phương sai, nghĩa là $S=\sqrt{S^2}$.

🗘 Ý nghĩa:

- ✔ Phương sai (độ lệch chuẩn) của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho phương sai (độ lệch chuẩn) của mẫu số liệu gốc. Chúng được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm xung quanh số trung bình của mẫu số liệu. Phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn thì dữ liệu càng phân tán.
- ◆ Độ lệch chuẩn có cùng đơn vị với đơn vị của mẫu số liệu.

(a) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có thể được tính theo công thức sau:

$$S^{2} = \frac{1}{n} \left(n_{1} c_{1}^{2} + n_{2} c_{2}^{2} + \dots + n_{k} c_{k}^{2} \right) - \overline{x}^{2}.$$

(b) Trong thống kê, người ta còn dùng đại lượng sau để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$\hat{s}^{2} = \frac{1}{n-1} \left[n_{1} \left(c_{1} - \overline{x} \right)^{2} + n_{2} \left(c_{2} - \overline{x} \right)^{2} + \dots + n_{k} \left(c_{k} - \overline{x} \right)^{2} \right].$$

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

🖶 Dạng 1. Tính trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2;u_3)$	 $[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	 c_k
Tần số	n_1	n_2	 n_k

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên được tính bằng công thức

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (n_1 c_1 + n_2 c_2 + \dots + n_k c_k)$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

VÍ DU 1. Tìm cân năng trung bình của học sinh lớp 11D cho trong bảng sau:

Cân nặng	[40,5;45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5;60,5)	[60,5;65,5)	[65,5;70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

 	• • • • •	 	





٠.
٠.
٠.

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	

PMain - 0902940819 ¥				ا¥ا ك	0000011	IAN IAN I	VIOL OII	
QUICK NOTE	VÍ DỤ 2. Kết quả khảo bảng sau:	sát cân nặ	ng củ	a 25 quả c	am ở mỗi	lô hàng A	λ và B α	đượ
	Cân năng (g)	[150;	155)	[155, 160]	[160; 165) [165; 17	0) [170). 1
	Cân nặng (g) Số quả cam ở lô hàn	L /		[155; 160)	12	/ L /	0) [170	
	_			$\frac{6}{3}$	7	10	_	1
	Số quả cam ở lô hàn	$\log B$		3	1	10		4
	a) Hãy ước lượng cânb) Nếu so sánh theo só			_			và lô hà	ng
			LTÂD	TRẮC NG	LUÊNA			
		DA	NI IÀP	TRAC NG	LIĖIVI			
	•							
	CAU 1. Cho mẫu số liệu	ı với cỡ mẫ	u n đi	ược cho dư	ới bảng tầ	n số ghép :	nhóm	
		Nhóm	$u_1;$	a ₁ [a ₁ : a ₁	.) [a	()		
		trị đại diện	+			$u_k; u_{k+1}$		
		trị dại diện Tần số	c			c_k		
		1411 50	n	n_1		n_k		
	Số trung bình \overline{x} của mẫu	ı số liêu trê	n đươ	c tính bằng	g công thú	c nào sau	đây	
	$\widehat{\mathbf{A}} \overline{x} = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_n}{n}$ $\widehat{\mathbf{C}} \overline{x} = \frac{n_1 u_1 + n_2 u_2 + \dots + n_n}{n}$	$-u_k$	•	R	$=\frac{c_1+c_2}{c_1+c_2}$	$\frac{+\ldots+c_k}{n \choose n_2c_2+\ldots}$	•	
	$\bigcap_{n \in \mathbb{N}} u = \frac{n}{n}$				- n.e. 1	n	· 	
	$\mathbf{C}\overline{x} = \frac{n_1u_1 + n_2u_2 + n_2u_3}{n_1}$	$\dots + n_k u_k$		$(\mathbf{D})\overline{x}$	$=\frac{n_1c_1+}{}$	$\frac{n_2c_2+\dots}{\cdots}$	$\frac{+n_kc_k}{-}$.	
	_					70		
	CÂU 2. Khảo sát về câr	n nặng của	các h	ọc sinh lớp	11D3 ng	rời ta được	e một m	ιẫι
	ghép nhóm như sau:							
	Cân nặng	[30; 40)	10; 50)	(50; 60)	[60; 70)	[70; 80) [8	80; 90)	
	Số học sinh	2	$\frac{10,30}{10}$	$\frac{16}{16}$	8	$\frac{(10,00)}{2}$	$\frac{30,30)}{2}$	
	50 nọc sinn	2	10	10	0			
	Số trung bình của mẫu s	ố liệu trên	à					
•••••	(A) 56.	B)50.		(C)60	0.	(D)55.	
•••••		V. 1	~·	_		$\overline{}$		_
	CÂU 3. Thống kê về th					ig tu ket g	giai dau	E
	Open người ta được mẫu	so nệu ghệ	р ппс	m mu sau				
	Thời gian [9,5	; 12,5) [12	5; 15,	5) [15,5;1	8,5) [18,5]	5; 21,5) [2	$\overline{1,5;24,5}$	((
	Số trận	3	12	15		24	2	
			_		I			
	Số trung bình của mẫu s	\sim	gần n	hất với giá	trị nào sa			
	(A) 17.	B)17,5.		(C)13	8.	(D))18,5.	
	CÂU 4. Doanh thu bán	hàng trong	20 n	gày được l	ira chon n	rẫu nhiên	വീമ സ്	t c
	được ghi lại ở bảng sau (ça chọn II,	544 11111011	Caa mọ	J
				U)				
		h thu [5;	7) [7	;9) [9;11)	[11; 13)	[13; 15)		
	Số	ngày 2		7 7	3	1		
	G			1_1_ ?		- 1-1. ?	14. *^	_വ
	Số trung bình của mẫu so	\sim	thuộc	$\overline{}$	_	$\overline{}$		
	(A) [7; 9).	B)[9;11).		(C)[1	1;13).	D)[13;15)	•
	CÂU 5. Trung tâm ngoạ	i ngữ thốn	g kê ba	ảng điểm n	nôn Tiếng	Anh của m	iôt khós	ı h
	bảng bên dưới		,	0 010111 11		- 11111 Odd II		1
	_							
	<u> </u>		0;2)	[2;4) $[4;6)$	[6;8]	3;10)		
		Học viên	10	30 55	42	9		
	Gá. 13.1 ° ~	á 1: a . : 1	11 "		. 11	? 1	1 0 0	
	Số trung bình của mẫu so		khoá	_	_			
	$(\mathbf{A})[8;10).$	B $[4;6)$.		(C)[2	2; 4).	D)[6;8).	
	Denog 2 - Tink school	orp or or or or or or or	ا څه	âah ahu ²	n oûr ne	مَنْ مُنْ الْمُ	مام	, ,
	Dạng 2. Tính phươ	ong sai vo	ι αό Ι	ecu chua	n cua ma	au so liệu	gnep r	110
	1) Vác định cỡ của	mãu cấ 1:≎						

 $\ensuremath{\mathfrak{D}}$ Tính số trung bình của mẫu số liệu;

QUICK NOTE

3 Áp dụng công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

VÍ DỤ 1. Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6; 8)	[8;10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm.)

VÍ DỤ 2. Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 9 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau trong các năm từ 2002 đến 2021 được thống kê như sau:

111,6 134,9 130,3 134,2 140,9 109,3 154,4 156,3 116,1 96,7 105,2 80,8 80,8 110 109 139 145 161 126 114

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- a) Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.
- b) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là [80;98) và độ dài mỗi nhóm bằng 18. Tính phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.
- c) Hãy tính sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc.

VÍ DỤ 3. Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Điểm trung bình	[5; 6)	[6;7)	[7;8)	[8; 9)	[9; 10)
Số học sinh lớp 11A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 11B	0	6	8	14	12

- a) Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?
- b) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

VÍ DỤ 4. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Số ngày giao dịch của cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn.

Theo quan điểm trên, hãy so sánh độ rủi ro của cổ phiếu A và cổ phiếu B.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHÂN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

CV VII NGOC PHÁT	

QUICK NOTE	CÂU 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?	
	(A) Phương sai luôn luôn là số không âm. (B) Phương sai là bình phương của độ lệch chuẩn.	
	C Phương sai càng lớn thì độ phân tán của các giá trị quanh số trung bình cầ D Phương sai luôn luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.	ng ion.
		s1-
	CÂU 2. Số đặc trưng nào không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và liệu cuối cùng?	ı illiolii se
	(A) Khoảng biến thiên. (B) Khoảng tứ phân vị.	
	Phương sai. DĐộ lệch chuẩn.	
	CÂU 3. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường	đi bộ mỗi
	ngày (đơn vị km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau	
	Quãng đường (km) [2,7; 3,0) [3,0; 3,3) [3,3; 3,6) [3,6; 3,9) [3,9; 4,2)	7
	Số ngày 3 6 5 4 2	
	Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là	
	(A) 3,39. (B) 11,62. (C) 0,1314. (D) 0,36.	
	CÂU 4. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thờ	i oian oần
	đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau	i Sian San
	Thời gian (phút) [20; 25) [25; 30) [30; 35) [35; 40) [40; 45)	
	Số ngày 6 6 4 1 1	
	Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đã	àv?
	(A) 31,77. (B) 32. (C) 31. (D) 31,44.	
	CÂU 5. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường	đị bộ mỗi
	ngày (đơn vị km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau	ar bọ mo
		٦
	$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	-
		J
	Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới (A) 3,41. (B) 11,62. (C) 0,017. (D) 0,36.	dây?
	CÂU 6. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối r nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại	
	giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau	thor Star
	Thời gian giải rubik (giây) [8; 10) [10; 12) [12; 14) [14; 16) [16; 18)	7
	Số ngày 4 6 8 4 3	-
		_ .‡≎2
	$egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned\\ egin{aligned} egi$	day!
	CÂU 7. Để đánh giá chất lượng một lọa pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sa	
	Thời gian (giờ) $[5;5,5)$ $[5,5;6)$ $[6;6,5)$ $[6,5;7)$ $[7;7,5]$ Số chiếc điện thoại (tần số) $[6,5;7]$ $[7;7,5]$	5)
	Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến 4 chữ số thập p	ohân).
	$iga(\mathbf{A} ig) 0,4252. \qquad ig(\mathbf{B} ig) 0,5314. \qquad ig(\mathbf{C} ig) 0,6214. \qquad ig(\mathbf{D} ig) 0,5268. $	
	PHẨN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi	câu, học
	sinh chọn đúng hoặc sai.	
	CÂU 8. Một trang trại phân 1000 quả trứng thành 5 loại, tuỳ theo khối lượng	(đã được
	làm tròn) của chúng được thống kê bởi bảng dưới đây:	(
	Khối lượng (gam) [30; 36) [36; 42) [42; 48) [48; 54) [54; 60)	
	Số trứng 45 190 500 250 15	

QUICK NOTE

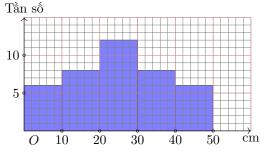
Mệnh đề	Ð	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 30.		
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là 6,48.		
c) Khối lượng trung bình của 100 quả trứng là 45 gam.		
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là $\frac{6\sqrt{17}}{5}$.		

CÂU 9. Kết quả 40 lần nhảy xa của hai vận động viên nam Dũng và Huy được lần lượt thống kê trong Bảng ở bên (đơn vị: mét).

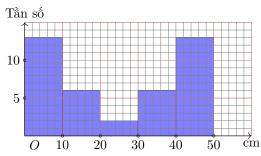
Nhóm	[6, 22; 6, 46)	[6, 46; 6, 70)	[6, 70; 6, 94)	[6, 94; 7, 18)	[7, 18; 7, 42)	n
Dũng	3	7	5	20	5	40
Huy	2	5	8	19	6	40

	Mệnh đề	Ð	S
a)	Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Đũng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $6,92(\mathrm{m})$.		
b)	Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $6,85(\mathrm{m}).$		
c)	Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $0,24(\mathrm{m})$.		
d)	Dựa vào độ lệch chuẩn thì kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng.		

CÂU 10. Một công ty giống cây trồng đã thử nghiệm hai phương pháp chăm sóc khác nhau cho cây hướng dương. Sau hai tuần, người ta thấy cây được chăm sóc theo cả hai phương pháp đều thấp hơn 50 cm.



Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp A



Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp B

	Mệnh đê	Ð	\mathbf{S}
a)	Khoảng biến thiên của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.		
b)) Trung bình của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.		
c)	Độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo phương án A là 12, 65 (cm).		
d)) Dựa vào độ lệch chuẩn thì chiều cao của các loại cây được chăm sóc theo phương án B ít bị chênh lệch hơn so với phương án A		

GV VŨ	NGỌC	PHÁ1
94.40	NGÇC	LIIA

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. KHOẢNG BIẾN THIÊN, KHOẢNG TỬ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Khoảng biến thiên

Dịnh nghĩa: Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_1;u_2)$		$[u_k; u_{k+1})$
Tần số	n_1	n_2	• • •	n_k

Nếu n_1 và n_k cùng khác 0 thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm được tính theo công thức

$$R = u_{k+1} - u_1$$

🗘 Ý nghĩa:

- ✔ Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc và có thể dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu. Khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
- lacklossim Trong các đại lượng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm, khoảng biến thiên là đại lượng dễ hiểu, dễ tính toán. Tuy nhiên, do khoảng biến thiên chỉ sử dụng hai giá trị u_1 và u_{m+1} của mẫu số liệu nên đại lượng đó dễ bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.

2. Khoảng tứ phân vị

 \bigcirc **Định nghĩa:** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu Δ_Q , là hiệu giữa tứ phân vị thứ ba Q_3 và tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm đó, tức là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1$$

🗘 Ý nghĩa:

- ♥ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và có thể dùng để đo mức độ phân tán của nửa giữa của mẫu số liệu (tập hợp gồm 50% số liệu nằm chính giữa mẫu số liêu).
- Skhoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm càng nhỏ thì dữ liệu càng tập trung xung quanh trung vị.
- lacklossian Khoảng tứ phân vị được dùng để xác định giá trị bất thường trong mẫu số liệu. Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị bất thường nếu $x>Q_3+1,5\Delta_Q$ hoặc $x<Q_1-1,5\Delta_Q$.
- ✔ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm không bị ảnh hưởng nhiều bởi các giá trị bất thường trong mẫu số liệu.

B. PHÂN LOAI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

🖶 Dạng 1. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm

- ① Xác định u_1 là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên và u_{k+1} là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng có chứa dữ liệu (tần số khác 0).
- ② Khoảng biến thiên $R = u_{k+1} u_1$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

VÍ DU 1. Cân năng của 28 học sinh nam lớp 11 được cho như sau:

```
62,6 54,2 56,8 58,8
                           59.4
          63.6
                61,8
                      52.3
                           63.4
                                 57.9
     45.1
          56,2
                63.2
                      46.1
                           49.6 59.1
55.3
    55.8
          45.5
                46.8 54
                            49,2 52,6
```

- a) Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm 5 nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là [45; 49).
- b) Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc và bảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm tương ứng.

🗩 Lời giải.

a) Các nhóm [45;49), [49;53), [53;57), [57;61), [61;65). Khi đó ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Cân nặng	[45;49)	[49; 53)	[53; 57)	[57; 61)	[61;65)
Số học sinh	4	5	7	7	5

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là 63.6-45.1=18.5. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm 65-45=20.

 \mathbf{V} Í \mathbf{D} \mathbf{U} $\mathbf{$

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số ngày tập của bác Bình	5	12	8	3	2
Số ngày tập của bác An	0	25	5	0	0

- a) Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình và bác An.
- b) Sử dụng khoảng biến thiên, hãy cho biết bác nào có thời gian tập phân tán hơn.

🗭 Lời giải.

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác Bình là 40-15=25 (phút). Trong mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác An, khoảng đầu tiên chứa dữ liệu là [20;25) và khoảng cuối cùng chứa dữ liệu là [25;30).

Do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác An là 30 - 20 = 10 (phút).

b) Nếu căn cứ theo khoảng biến thiên thì bác Bình có thời gian tập phân tán hơn bác An.

VÍ DỤ 3. Thống kê thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 12A, được kết quả như bảng sau:

Thời gian sử dụng (phút)	[0;10)	[10; 30)	[30;60)	[60; 90)
Số học sinh Tổ 1	2	4	3	1
Số học sinh Tổ 2	5	1	3	0

Tìm khoảng biến thiên cho thời gian sử dụng mạng xã hội của học sinh mỗi tổ và giải thích ý nghĩa.

🗭 Lời giải.

Gọi R_1, R_2 tương ứng là khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1 và Tổ 2.

Ta có: $R_1 = 90 - 0 = 90$ và $R_2 = 60 - 0 = 60$.

Do $R_1 > R_2$ nên nếu dựa vào khoảng biến thiên, ta kết luận rằng thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1 phân tán hơn thời gian sử dụng mạng xã hội của các bạn Tổ 2.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

có chứa dữ liệu. Suy ra $R = u_{k+1} - u_1 = 24, 5 - 12, 5 = 12.$

 $(\mathbf{C})_{2}$. (**D**)20.(**A**)24. **(B)**15.

🗭 Lời giải.

Xác định $u_1=25$ là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên và $u_{k+1}=45$ là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng có chứa dữ liệu. Suy ra $R = u_{k+1} - u_1 = 45 - 25 = 20$.

Chọn đáp án (D).....

🖶 Dạng 2. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Với mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1;a_2)$	 $[a_i; a_{i+1})$	 $[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	 m_i	 m_k

Các bước thực hiện:

① Tìm tứ phân vị Q_1 và Q_3 theo công thức:

$$Q_r = a_p + \frac{\frac{r \cdot n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p),$$

trong đó $[a_p;a_{p+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ r với $r=1,\,3;\quad n$ là cỡ mẫu.

② Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

VÍ DỤ 1. Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Câ	n nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số	quả xoài	3	13	18	11	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

🗭 Lời giải.

Cỡ mẫu n = 50.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là mẫu số liệu gốc gồm cân nặng của 50 quả xoài được xếp theo thứ tự không giảm. Ta có

$$x_1, x_2, x_3 \in [250; 290)$$
 $x_4, \dots, x_{16} \in [290; 330)$ $x_{17}, \dots, x_{34} \in [330; 370)$ $x_{35}, \dots, x_{45} \in [370; 410)$ $x_{46}, \dots, x_{50} \in [410; 450).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in [290; 330)$.

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 290 + \frac{\frac{50}{4} - 3}{13} \cdot (330 - 290) = \frac{4150}{13}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [370;410)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 370 + \frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 13 + 18) \cdot (410 - 370) = \frac{4210}{11}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{4210}{11} - \frac{4150}{13} = \frac{9080}{143} \approx 63, 5.$$

VÍ DU 2. Bảng sau đây cho biết chiều cao của các học sinh lớp 12A và 12B.

	Chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số	học sinh của lớp 12A	1	0	15	12	10	5
Số	học sinh của lớp 12B	0	0	17	10	9	6

- a) Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phần vị cho các mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh lớp 12A, 12B.
- b) Để so sánh độ phân tán về chiều cao của học sinh hai lớp này ta nên dùng khoảng biến thiên hay khoảng tứ phân vị? Vì sao?

🗭 Lời giải.

a) Ta có

Chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số học sinh						
của lớp 12A	1	0	15	12	10	5
Số học sinh						
của lớp 12B	0	0	17	10	9	6

Khoảng biến thiên là 175 - 145 = 30 (cm). Xét lớp 12A,

$$Q_1 = 155 + \frac{\frac{43}{4} - 1}{15} \cdot 5 = 158,25.$$

$$Q_3 = 165 + \frac{\frac{43 \cdot 3}{4} - 28}{10} \cdot 5 = 167,125.$$

$$\triangle Q = Q_3 - Q_1 = 8,875.$$

Xét lớp 12B,

$$Q_1 = 155 + \frac{\frac{42}{4} - 0}{17} \cdot 5 = 158,5$$

$$Q_3 = 165 + \frac{\frac{42 \cdot 3}{4} - 27}{9} \cdot 5 = 167,5$$

$$\triangle Q = Q_3 - Q_1 = 9,4.$$

b) Để so sánh độ phân tán về chiều cao của học sinh hai lớp này ta nên dùng khoảng tứ phân vị, vì khoảng biến thiên của 2 lớp này là bằng nhau.

VÍ DỤ 3. Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian(phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27;30)	[30; 33)
Số lần	22	38	27	8	4	1

- a) Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)
- b) Biết rằng trong 100 lần đi trên, chỉ có đúng một lần ông Thắng đi hết 32 phút. Thời gian của lần đi đó có phải là giá trị ngoại lệ không?

🗩 Lời giải.

a) Cỡ mẫu n = 100.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian 100 lần đi xe buýt của ông Thắng. Ta có:

$$x_1, \dots, x_{22} \in [15; 18)$$
 $x_{23}, \dots, x_{60} \in [18; 21)$ $x_{61}, \dots, x_{87} \in [21; 24)$ $x_{88}, \dots, x_{95} \in [24; 27)$ $x_{96}, \dots, x_{99} \in [27; 30)$ $x_{100} \in [30; 33).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25}+x_{26}) \in [18;21)$.

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 18 + \frac{\frac{100}{4} - 22}{\frac{38}{38}} \cdot (21 - 18) = \frac{693}{38}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75}+x_{76}) \in [21;24)$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 21 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (22 + 38)}{27} \cdot (24 - 21) = \frac{68}{3}.$$

Vây khoảng tứ phân vi của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{68}{3} - \frac{693}{38} = \frac{505}{114} \approx 4,43.$$

b) Trong lần duy nhất ông Thắng đi hết 32 phút, thời gian đi của ông thuộc nhóm [30; 33). Vì $Q_3+1,5\Delta_Q=\frac{6683}{228}\approx 29,31<30$ nên thời gian của lần ông Thắng đi hết 32 phút là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

VÍ DU 4.

Bảng bên biểu diễn mẫu số liêu ghép nhóm về chiều cao của 42 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét). Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười nếu cần).

Nhóm	Tần số	Tần số tích luỹ
[40;45)	5	5
[45; 50)	10	15
[50; 55)	7	22
[55;60)	9	31
[60; 65)	7	38
[65;70)	4	42
	n=42	

🗭 Lời giải.

Cỡ mẫu là n=42.

② Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{42}{4} = 10,5$ mà 5 < 10, 5 < 15.

Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích luỹ lớn hơn hoặc bằng 10,5 nên nhóm 2 (nhóm [45; 50)) là chứa tứ phân vị thứ nhất. Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất là

$$Q_1 = 45 + \left(\frac{10, 5 - 5}{10}\right) \cdot 5 = 47,75.$$

② Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 42}{4} = 31,5$ mà 31 < 31,5 < 38.

Suy ra nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích luỹ lớn hơn hoặc bằng 31,5 nên nhóm 5 (nhóm [60;65)) là nhóm chứa tứ phân vị thứ ba. Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ ba là

$$Q_3 = 60 + \left(\frac{31, 5 - 31}{7}\right) \cdot 5 \approx 60, 4.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 60, 4 - 47, 75 = 12, 65.$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẨN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

CẦU 1. Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp 11D3 người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau

Cân nặng	[30;40)	[40; 50)	[50;60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Khoảng tứ phân vị của bảng số liệu ghép nhóm trên là

(**A**)17.

 $(\mathbf{C})14.$

 $(\mathbf{D})17.5.$

🗭 Lời giải.

Ta có $n = 40 \Rightarrow \frac{n}{4} = 10$.

Gọi x_1, \ldots, x_{40} là mẫu số liệu gốc về cân nặng của 40 học sinh lớp 11D3 và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{10}+x_{11})$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm [40; 50). Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

$$Q_1 = 40 + \frac{10 - 2}{10} \cdot 10 = 48.$$

Ta có $\frac{3n}{4} = 30$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{30}+x_{31})$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm [60;70). Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

$$Q_3 = 60 + \frac{30 - 28}{8} \cdot 10 = 62,5.$$

Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 62,5 - 48 = 14,5.$

Chọn đáp án (B)......

CÂU 2. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

$$\bigcirc A) \frac{25}{7}.$$

B
$$\frac{13}{7}$$

$$\mathbf{c} \frac{20}{7}$$

$$\bigcirc \frac{55}{7}$$

🗭 Lời giải.

Ta có n=20. Gọi x_1, x_2, \ldots, x_{20} là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó

$$x_1, x_2 \in [5;7)$$

$$x_3, \ldots, x_9 \in [7; 9)$$

$$x_9, \ldots, x_{16} \in [9; 11)$$

$$x_{17}, \ldots, x_{19} \in [11; 13)$$

$$x_{20} \in [13; 15).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5+x_6)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm [7;9).

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{1.20}{4} - 2}{7}(9 - 7) = \frac{55}{7}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15}+x_{16})$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu thuộc nhóm [9;11).

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - 9}{7} (11 - 9) = \frac{75}{7}.$$

Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{20}{7}$.

CÂU 3. Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Hoc viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là (làm tròn đến hàng phần trăm)

(B)2.93.

 $(\mathbf{D})3,92.$

🗭 Lời giải.

Ta có n=146. Gọi $x_1,x_2,...,x_{146}$ là số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu gốc là $x_{37} \in [2;4)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{1.146}{4} - 10}{30}.(4 - 2) = \frac{113}{30}.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu gốc là $x_{110} \in [6; 8)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_3 = 6 + \frac{\frac{3.146}{4} - (10 + 30 + 55)}{42} \cdot (8 - 6) = \frac{281}{42}$$

Khoảng tứ phân vị $Q_3 - Q_1 = \frac{307}{105} \approx 2,92.$

Chọn đáp án (A).....

CẦU 4. Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian luyện tập (giờ)	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6; 8)	[8; 10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Hãy xác định khoảng tứ phân vi của mẫu số liêu đã cho (làm tròn đến hàng phần trăm).

(A)4,52.

 $(\mathbf{B})3,35.$

 $(\mathbf{C})2,85.$

 $(\mathbf{D})3,36.$

🗭 Lời giải.

Số vận động viên được khảo sát là n = 3 + 8 + 12 + 12 + 4 = 39.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{39}$ là thời gian luyện tập của 39 vận động viên được xếp theo thứ tự không giảm. Ta có

a) $x_1, x_2, x_3 \in [0; 2)$;

- b) $x_4, \ldots, x_{11} \in [2; 4);$
- c) $x_{12}, \ldots, x_{23} \in [4; 6);$

- d) $x_{24}, \ldots, x_{35} \in [6; 8);$
- e) $x_{36}, \ldots, x_{39} \in [8; 10)$.
- \odot Tứ phân vị thứ nhất là x_{10} thuộc nhóm [2; 4);
- \odot Tứ phân vị thứ ba là x_{30} thuộc nhóm [6; 8).

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{1 \cdot 39}{4} - 3}{8} \cdot (4 - 2) = \frac{59}{16}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 6 + \frac{3 \cdot 39}{4} - (3 + 8 + 12) \cdot (8 - 6) = \frac{169}{24}.$$

Khoảng tứ phân vị $Q_3 - Q_1 = \frac{161}{48} \approx 3{,}35.$

Chan đến án \mathbb{R}

CÂU 5. Ở một phòng điều trị nội trú của bệnh viện, dữ liệu thống kê thời gian ngủ hằng đêm của một bệnh nhân trong suốt một tháng được tổng hợp bởi bảng dưới đây

Thời gian (phút)	Tần số	Tần số tích luỹ
[180; 240)	2	2
[240; 300)	9	11
[300; 360)	12	23
[360; 420)	5	28
[420; 480)	2	30

(A) 75,53.

B)84,83.

(C)80,83.

(D)72,53.

🗭 Lời giải.

Kích thước mẫu n = 30. Ta có $\frac{n}{4} = \frac{15}{2} = 7,5$; $\frac{3n}{4} = \frac{45}{2} = 22,5$.

 $\bullet\,$ Nhóm chứa Q_1 là [240; 300). Suy ra

$$Q_1 = 240 + \frac{7,5-2}{9} \cdot 60 = \frac{830}{3}.$$

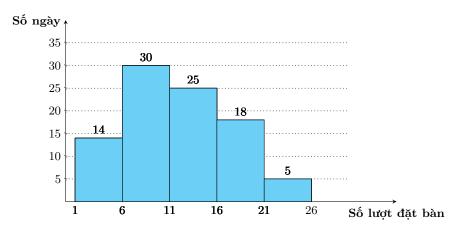
• Nhóm chứa Q_3 là [300; 360). Suy ra

$$Q_3 = 300 + \frac{22,5 - 11}{12} \cdot 60 = 357,5$$

Vậy $\Delta_Q = 357.5 - \frac{830}{3} \approx 80.83.$

Chọn đáp án $\stackrel{\circ}{\mathbb{C}}$

CÂU 6. Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;....



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên.

 $\bigcirc 9,5.$

(B)8,5.

 (\mathbf{C}) 10,5.

 (\mathbf{D}) 7,5.

🗭 Lời giải.

Dựa vào biểu đồ, ta lập được bảng ghép nhóm như bên dưới.

Lượt đặt bàn	[1;6)	[6;11)	[11; 16)	[16; 21)	[21; 26)
Số ngày	14	30	25	18	5

Ta có cỡ mẫu n = 92.

Gọi $x_1; x_2; \ldots; x_{92}$ là mẫu số liệu đã cho.

Ta có:

- a) $x_1, \ldots, x_{14} \in [1; 6);$
- b) $x_{15}, \ldots, x_{44} \in [6; 11);$
- c) $x_{45}, \ldots, x_{69} \in [11; 16);$

- d) $x_{70}, \ldots, x_{87} \in [16; 21);$
- e) $x_{88}, \ldots, x_{92} \in [21; 26)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{x_{23}+x_{24}}{2}\in[6;11)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

$$Q_1 = 6 + \frac{\frac{92}{4} - 14}{30} \cdot (11 - 6) = 7.5.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{x_{69}+x_{70}}{2}$ với $x_{69}\in[11;16)$ và $x_{70}\in[16;21)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3=16$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8.5$.

Chon đáp án B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 7. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau

Chiều cao (m)	[8,4;8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Mệnh đề	Ð	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là $R=1$.	X	
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1=8$.		X
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta Q=0.286.$	X	
d) Biết rằng trong 100 cây keo trên có 1 cây cao 8,4 m. Chiều cao của cây keo này là giá trị ngoại lệ.	X	

🗩 Lời giải.

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là R = 9.4 8.4 = 1.
- b) Ta có cỡ mẫu n = 100.

Gọi $x_1; x_2; \ldots; x_{100}$ là mẫu số liệu gồm chiều cao của 100 cây keo. Ta có:

- a) $x_1, \ldots, x_5 \in [8,4;8,6)$;
- b) $x_6, \ldots, x_{17} \in [8,6;8,8);$
- c) $x_{18}, \ldots, x_{42} \in [8,8;9,0);$

- d) $x_{43}, \ldots, x_{86} \in [9,0;9,2);$
- e) $x_{87}, \ldots, x_{100} \in [9,2;9,4)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{x_{25}+x_{26}}{2} \in [8,8;9,0)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 8.8 + \frac{100}{4} - (5+12) - (9.0 - 8.8) = 8.864.$$

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{x_{75} + x_{76}}{2} \in [9,0;9,2)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 9.0 + \frac{3 \cdot 100}{4} - (5 + 12 + 25) \cdot (9.2 - 9.0) = 9.15.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 0.286$.

d) Vì $Q_1 - 1.5\Delta_Q = 8.435$ và $Q_3 + 1.5\Delta_Q = 9.579$ nên cây keo có chiều cao 8.4 m là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d đúng

CÂU 8.

Bảng bên biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng).

Mệnh đề	Ð	\mathbf{S}
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là $R=25$.		X
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1=15$.	X	
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3=27.$		X
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta Q=12.$		X

Nhóm	Tần số
[10; 15)	15
[15; 20)	18
[20; 25)	10
[25;30)	10
[30; 35)	5
[35;40)	2
	n = 60

🗩 Lời giải.

- a) Trong mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng, ta có đầu mút trái của nhóm 1 là $a_1 = 10$, đầu mút phải của nhóm 6 là $a_7 = 40$. Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là $R = a_7 a_1 = 40 10 = 30$.
- b) Ta có bảng sau

Nhóm	Tần số	Tần số tích luỹ
[10; 15)	15	15
[15; 20)	18	33
[20; 25)	10	43
[25;30)	10	53
[30; 35)	5	58
[35;40)	2	60
	n = 60	

Số phần tử của mẫu là n = 60.

Nhóm [15; 20) là nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất. Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất là

$$Q_1 = 15 + \left(\frac{15 - 15}{18}\right) \cdot 5 = 15$$
 (triệu đồng).

c) Nhóm [25; 30) là nhóm chứa tứ phân vị thứ 3. Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ ba là

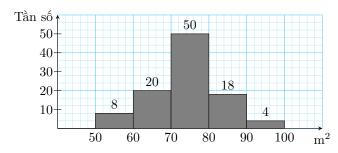
$$Q_3 = 25 + \left(\frac{45 - 43}{10}\right) \cdot 5 = 26$$
 (triệu đồng).

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

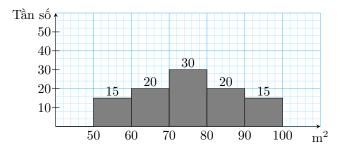
$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 26 - 15 = 11$$
 (triệu đồng).

Chọn đáp án a sai b đúng c sai d sai

CÂU 9. Điều tra một số hộ gia đình thu nhập ở mức trung bình sinh sống trên hai địa bàn A, B, người ta thấy diện tích nhà ở của họ đều nhỏ hơn 100 m^2 . Hai biểu đồ dưới biểu diễn kết quả thống kê.



Hình a. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn A



Hình b. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn B

Mệnh đề	Ð	S
a) Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu này bằng nhau.	X	
b) Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương A là 10,9.	X	
c) Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương B là 8,5		X
d) Số liệu về diện tích nhà ở của cư dân thuộc địa bàn A phân tán hơn địa bàn B.		X

🗭 Lời giải.

Ta có bảng tần số tích luỹ như sau:

Diện tích nhà ở Địa bàn A (m ²)	Tần số	Tần số tích luỹ	Diện tích nhà ở Địa bàn B (m ²)	Tần số	Tần số tích luỹ
[50; 60)	8	8	[50; 60)	15	15
[60;70)	20	28	[60; 70)	20	35
[70; 80)	50	78	[70; 80)	30	65
[80; 90)	18	96	[80; 90)	20	85
[90; 100)	4	100	[90; 100)	15	100

- a) Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu này bằng nhau và bằng 100 = 50 = 50.
- b) Xét bảng số liệu A, ta có $N=100; \frac{N}{4}=25; \frac{N}{2}=50; \frac{3N}{4}=75.$
 - $\bullet\,$ Nhóm chứa Q_1^A là [60; 70). Suy ra

$$Q_1^A = 60 + \frac{25 - 8}{20} \cdot 10 = 68, 5$$

• Nhóm chứa Q_3^A là [70; 80). Suy ra

$$Q_3^A = 70 + \frac{75 - 28}{50} \cdot 10 = 79,4$$

Vậy khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương A là $\Delta_{Q_A}=79.4-68.5=10.9.$

- c) Xét bảng số liệu B, ta có $N=100; \frac{N}{4}=25; \frac{N}{2}=50; \frac{3N}{4}=75.$
 - Nhóm chứa Q_1^B là [60; 70). Suy ra

$$Q_1^B = 60 + \frac{25 - 15}{20} \cdot 10 = 65.$$

 $\bullet\,$ Nhóm chứa Q_3^B là [80; 90). Suy ra

$$Q_3^B = 80 + \frac{75 - 65}{20} \cdot 10 = 85.$$

Vậy khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương B là là $\Delta_{Q_B}=85-65=20.$

d) $\Delta_{Q_B} > \Delta_{Q_A}$ nên dựa vào khoảng tứ phân vị về diện tích căn hộ người dân hai địa phương, ta thấy địa phương B phân tán hơn.

Chọn đáp án a đúng b đúng c sai d sai

CÂU 10. Bảng tần số ghép nhóm dưới đây thể hiện kết quả điều tra về tuổi thọ trung bình của nam giới và nữ giới ở 50 quốc gia.

Giới tính Nhóm (Tuổi thọ)	Nam	Nữ
[50; 55)	4	3
[55; 60)	7	4
[60; 65)	4	5
[65; 70)	6	3
[70; 75)	15	7
[75; 80)	12	14
[80; 85)	2	13
[85; 90)	0	1

Mệnh đề	Đ	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nam giới là 50.		X
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nam giới là 14,75.		X
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nữ giới là 15.		X
d) Dựa vào khoảng tứ phân vị thì tuổi thọ trung bình của nam giới đều hơn tuổi thọ trung bình của nữ giới.	X	

🗭 Lời giải.

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về độ tuổi trung bình của nam giới là 90-50=40.
- b) Xét ở nam giới, ta có cỡ mẫu n = 50.

Gọi $x_1; x_2; \ldots; x_{50}$ là mẫu số liệu gồm tuổi thọ của 50 nam giới.

Ta có: $x_1, \ldots, x_4 \in [50; 55); x_5, \ldots, x_{11} \in [55; 60); x_{12}, \ldots, x_{15} \in [60; 65); x_{16}, \ldots, x_{21} \in [65; 70); x_{22}, \ldots, x_{36} \in [70; 75); x_{37}, \ldots, x_{48} \in [75; 80); x_{49}, x_{50} \in [80; 85).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $x_{13} \in [60;65)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nam giới là

$$Q_1 = 60 + \frac{\frac{50}{4} - (4+7)}{4} \cdot (65 - 60) = \frac{495}{8}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $x_{38} \in [75; 80)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nam giới là

$$Q_3 = 75 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (4 + 7 + 4 + 6 + 15)}{12} \cdot (80 - 75) = \frac{605}{8}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu nam giới là $\Delta_Q=Q_3-Q_1=\frac{55}{4}=13{,}75.$

c) Xét ở nữ giới, ta có cỡ mẫu n = 50.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là mẫu số liệu gồm tuổi thọ của 50 nữ giới.

Ta có: $x_1, x_2, x_3 \in [50; 55)$; $x_4, \ldots, x_7 \in [55; 60)$; $x_8, \ldots, x_{12} \in [60; 65)$; $x_{13}, x_{14}, x_{15} \in [65; 70)$; $x_{16}, \ldots, x_{22} \in [70; 75)$; $x_{23}, \ldots, x_{36} \in [75; 80)$; $x_{37}, \ldots, x_{49} \in [80; 85)$; $x_{50} \in [85; 90)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $x_{13} \in [65; 70)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nữ giới là

$$Q_1 = 65 + \frac{\frac{50}{4} - (3+4+5)}{3} \cdot (70-65) = \frac{395}{6}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $x_{38} \in [80; 85)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nữ giới là

$$Q_3 = 80 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 4 + 5 + 3 + 7 + 14)}{13} \cdot (85 - 80) = \frac{2095}{26}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu nữ giới là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{575}{39} \approx 14,74.$

d) Do khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu của nam giới nhỏ hơn mẫu số liệu của nữ giới nên tuổi thọ của nam giới đều hơn tuổi thọ của nữ giới.

Chọn đáp án a sai b sai c sai d đúng

Bài 2. PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2; u_3)$	 $[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	 c_k
Tần số	n_1	n_2	 n_k

 \bigcirc **Phương sai:** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S^2 , được tính bởi công thức

$$S^{2} = \frac{1}{n} \left[n_{1} \left(c_{1} - \bar{x} \right)^{2} + n_{2} \left(c_{2} - \bar{x} \right)^{2} + \dots + n_{k} \left(c_{k} - \bar{x} \right)^{2} \right],$$

trong đó: $n=n_1+n_2+\cdots+n_k$ là cỡ mẫu; $\bar{x}=\frac{1}{n}\left(n_1c_1+n_2c_2+\cdots+n_kc_k\right)$ là số trung bình.

 \bigcirc **Độ lệch chuẩn:** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S, là căn bậc hai số học của phương sai, nghĩa là $S = \sqrt{S^2}$.

🗘 Ý nghĩa:

- ✔ Phương sai (độ lệch chuẩn) của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho phương sai (độ lệch chuẩn) của mẫu số liệu gốc. Chúng được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm xung quanh số trung bình của mẫu số liệu. Phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn thì dữ liệu càng phân tán.
- ❷ Độ lệch chuẩn có cùng đơn vị với đơn vị của mẫu số liệu.

(a) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có thể được tính theo công thức sau:

$$S^{2} = \frac{1}{n} \left(n_{1} c_{1}^{2} + n_{2} c_{2}^{2} + \dots + n_{k} c_{k}^{2} \right) - \overline{x}^{2}.$$

(b) Trong thống kê, người ta còn dùng đại lượng sau để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$\hat{s}^{2} = \frac{1}{n-1} \left[n_{1} \left(c_{1} - \overline{x} \right)^{2} + n_{2} \left(c_{2} - \overline{x} \right)^{2} + \dots + n_{k} \left(c_{k} - \overline{x} \right)^{2} \right].$$

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1. Tính trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2;u_3)$	 $[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	 c_k
Tần số	n_1	n_2	 n_k

Số trung bình công của mẫu số liêu ghép nhóm trên được tính bằng công thức

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (n_1 c_1 + n_2 c_2 + \dots + n_k c_k)$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

VÍ DỤ 1. Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D cho trong bảng sau:

Cân nặng	[40,5;45,5)	[45,5;50,5)	[50,5;55,5)	[55,5;60,5)	[60,5;65,5)	[65,5;70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

🗩 Lời giải.

Trong mỗi khoảng cân nặng, giá trị đại diện là trung bình cộng của hai giá trị đầu mút nên ta có bảng sau:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63	68
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tổng số học sinh là n = 42. Cân năng trung bình của học sinh lớp 11D là

$$\overline{x} = \frac{10 \cdot 43 + 7 \cdot 48 + 16 \cdot 53 + 4 \cdot 58 + 2 \cdot 63 + 3 \cdot 68}{42} \approx 51{,}81 \, (\text{kg}).$$

VÍ DU 2. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A và B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

- a) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A và lô hàng B.
- b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng nào nặng hơn?

🗭 Lời giải.

Ta có bảng thống kê số lượng cam theo giá trị đại diện:

Cân nặng (g)	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

a) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A xấp xỉ bằng

$$(2 \cdot 152,5 + 6 \cdot 157,5 + 12 \cdot 162,5 + 4 \cdot 167,5 + 1 \cdot 172,5) : 25 = 161,7$$
 (g).

Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng B xấp xỉ bằng

$$(1 \cdot 152,5 + 3 \cdot 157,5 + 7 \cdot 162,5 + 10 \cdot 167,5 + 4 \cdot 172,5) : 25 = 165,1$$
 (g).

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng B năng hơn cam ở lô hàng A.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Cho mẫu số liệu với cỡ mẫu n được cho dưới bảng tần số ghép nhóm

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_2; u_3)$	 $[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	 c_k
Tần số	n_1	n_2	 n_k

Số trung bình \overline{x} của mẫu số liệu trên được tính bằng công thức nào sau đây

$$(\mathbf{A})\overline{r} = \frac{u_1 + u_2 + \ldots + u_k}{2}$$

$$n_1u_1 + n_2u_2 + \ldots + n_ku_k$$

$$x = \frac{1}{n}$$

$$\mathbf{B}\overline{x} = \frac{c_1 + c_2 + \ldots + c_k}{n}.$$

$$\mathbf{D}\overline{x} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + \ldots + n_kc_k}{n}.$$

🗭 Lời giải.

Chọn đáp án (D).....

CAU 2. Khảo sát về cân năng của các học sinh lớp 11D3 người ta được một mẫu dữ liêu ghép nhóm như sau:

Cân nặng	[30;40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Số trung bình của mẫu số liệu trên là

(A)56.

(**B**)50.

 $(\mathbf{C})60.$

(D)55.

🗭 Lời giải.

Ta có: Số phần tử của mẫu là n = 40 và

	Cân nặng	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
C	Giá trị đại diện	35	45	55	65	75	85
	Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Do đó giá trị trung bình của mẫu số liệu trên là

$$= \frac{35 \cdot 2 + 45 \cdot 10 + 55 \cdot 16 + 65 \cdot 8 + 75 \cdot 2 + 85 \cdot 2}{12} = 56$$

40

Chọn đáp án </u>

CÂU 3. Thống kê về thời lượng mỗi trận đấu bi-a trong vòng tứ kết giải đấu European Open người ta được mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Thời gian	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5;24,5)
Số trận	3	12	15	24	2

Số trung bình của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào sau đây

 \bigcirc 17.

(B)17.5.

 $(\mathbf{C})_{18}.$

 (\mathbf{D}) 18,5.

🗭 Lời giải.

Ta có số phần tử của mẫu là n=56 và

Thời gian	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Giá trị đại diện	11	14	17	20	23
Số trận	3	12	15	24	2

Do đó giá tri trung bình của mẫu số liệu trên là

$$\overline{x} = \frac{11 \cdot 3 + 14 \cdot 12 + 17 \cdot 15 + 20 \cdot 24 + 23 \cdot 2}{56} = \frac{491}{28} \approx 17,54.$$

Chọn đáp án B

CÂU 4. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

(A)[7;9).

(B)[9; 11).

(C)[11: 13)

 $(\mathbf{D})[13;15).$

D Lời giải.

Bảng tần số ghép nhóm theo giá tri đai diện là

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11; 13)	[13; 15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình $\overline{x} = \frac{2 \cdot 6 + 7 \cdot 8 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 12 + 1 \cdot 14}{20} = 9,4.$

Chon đáp án B

CÂU 5. Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Số trung bình của mẫu số liệu thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

(A) [8; 10).

(B)[4;6).

 $(\mathbf{C})[2;4).$

 $(\mathbf{D})[6;8).$

🗭 Lời giải.

Ta có bảng thống kê theo giá trị đại diện như sau:

Giá trị đại diện	1	3	5	7	9
Tần số	10	30	55	42	9

Khi đó ta có số trung bình của mẫu số liệu trên được tính như sau:

$$\bar{x} = \frac{1.10 + 3.30 + 5.55 + 7.42 + 9.9}{10 + 30 + 55 + 42 + 9} \approx 5,14.$$

Chọn đáp án B.....

Dạng 2. Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm

- ① Xác định cỡ của mẫu số liệu;
- 2 Tính số trung bình của mẫu số liệu;
- 3 Áp dụng công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

VÍ DU 1. Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm.)

🗭 Lời giải.

Ta có bảng thống kê cân nặng của các quả mít theo giá trị đại diện:

Cân nặng đại diện (kg)	5	7	9	11	13
Tần số	6	12	19	9	4

Cỡ mẫu n = 6 + 12 + 19 + 9 + 4 = 50.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 5 + 12 \cdot 7 + 19 \cdot 9 + 9 \cdot 11 + 4 \cdot 13}{50} = 8,72.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{50} \left(6 \cdot 5^2 + 12 \cdot 7^2 + 19 \cdot 9^2 + 9 \cdot 11^2 + 4 \cdot 13^2 \right) - 8,72^2 \approx 4,80.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S \approx \sqrt{4,80} \approx 2,19.$$

VÍ DỤ 2. Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 9 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau trong các năm từ 2002 đến 2021 được thống kê như sau:

$$111,6$$
 $134,9$ $130,3$ $134,2$ $140,9$ $109,3$ $154,4$ $156,3$ $116,1$ $96,7$ $105,2$ $80,8$ $80,8$ 110 109 139 145 161 126 114

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- a) Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.
- b) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là [80; 98) và độ dài mỗi nhóm bằng 18. Tính phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.
- c) Hãy tính sai số tương đối của đô lệch chuẩn của mẫu số liêu ghép nhóm so với đô lệch chuẩn của mẫu số liêu gốc.

Lời giải.

a) Cõ mẫu là n=20.

Số trung bình của mẫu số liệu trên là

$$\bar{x}_1 = \frac{111, 6 + 134, 9 + \dots + 114}{20} = 122,755.$$

Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$S_1^2 = \frac{1}{20} (111, 6^2 + 134, 9^2 + \dots + 114^2) - 122,755^2 \approx 515,453.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

$$S_1 \approx \sqrt{515, 453} \approx 22,704.$$

b) Ta có bảng sau:

Số giờ nắng	[80; 98)	[98; 116)	[116; 134)	[134; 152)	[152; 170)
Giá trị đại diện	89	107	125	143	161
Số năm	3	6	3	5	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{3 \cdot 89 + 6 \cdot 107 + 3 \cdot 125 + 5 \cdot 143 + 3 \cdot 161}{20} = 124, 1.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{20} \left(3 \cdot 89^2 + 6 \cdot 107^2 + 3 \cdot 125^2 + 5 \cdot 143^2 + 3 \cdot 161^2 \right) - 124, 1^2 = 566, 19.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2 = \sqrt{566, 19} \approx 23,795.$$

c) Sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc là

$$\frac{|S_2 - S_1|}{S_1} = \frac{|23,795 - 22,704|}{22,704} \cdot 100\% \approx 4,805\%.$$

VÍ DỤ 3. Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Điểm trung bình	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh lớp 11A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 11B	0	6	8	14	12

- a) Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?
- b) Nếu so sánh theo đô lệch chuẩn thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

🗭 Lời giải.

- a) Khoảng biến thiên của điểm trung bình của học sinh lớp 11A là: 10-5=5. Khoảng biến thiên của điểm trung bình của học sinh lớp 11B là: 10-6=4. Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.
- b) Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện:

Giá trị đại diện	5,5	6, 5	7,5	8,5	9, 5
Số học sinh lớp 11A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 11B	0	6	8	14	12

- ❷ Xét mẫu số liệu của lớp 11A:
 - Cỡ mẫu là $n_1 = 1 + 11 + 22 + 6 = 40$.
 - Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{1 \cdot 5, 5 + 11 \cdot 7, 5 + 22 \cdot 8, 5 + 6 \cdot 9, 5}{40} = 8, 3.$$

— Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{40} \left(1 \cdot 5, 5^2 + 11 \cdot 7, 5^2 + 22 \cdot 8, 5^2 + 6 \cdot 9, 5^2 \right) - 8, 3^2 = 0, 61.$$

- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{0.61}$.
- ❷ Xét mẫu số liệu của lớp 11B:
 - Cỡ mẫu là $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$.
 - Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{6 \cdot 6, 5 + 8 \cdot 7, 5 + 14 \cdot 8, 5 + 12 \cdot 9, 5}{40} = 8, 3.$$

— Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{40} \left(6 \cdot 6, 5^2 + 8 \cdot 7, 5^2 + 14 \cdot 8, 5^2 + 12 \cdot 9, 5^2 \right) - 8, 3^2 = 1,06.$$

— Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{1,06}$.

Do $S_1 < S_2$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

VÍ DU 4. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Số ngày giao dịch của cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, đô lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có đô rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, hãy so sánh độ rủi ro của cổ phiếu A và cổ phiếu B.

🗭 Lời giải.

Ta có bảng thống kê giá đóng cửa theo giá trị đại diện:

Giá đóng cửa	121	123	125	127	129
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Số ngày giao dịch của cổ phiếu B	16	4	3	6	21

- Θ Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A:
 - Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{8 \cdot 121 + 9 \cdot 123 + 12 \cdot 125 + 10 \cdot 127 + 11 \cdot 129}{50} = 125, 28.$$

— Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{50} \left(8 \cdot 121^2 + 9 \cdot 123^2 + 12 \cdot 125^2 + 10 \cdot 127^2 + 11 \cdot 129^2 \right) - (125, 28)^2 = 7,5216.$$

- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{7,5216}$.
- \odot Xét mẫu số liêu của cổ phiếu B:
 - Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{16 \cdot 121 + 4 \cdot 123 + 3 \cdot 125 + 6 \cdot 127 + 21 \cdot 129}{50} = 125, 28.$$

— Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{50} \left(16 \cdot 121^2 + 4 \cdot 123^2 + 3 \cdot 125^2 + 6 \cdot 127^2 + 21 \cdot 129^2 \right) - (125, 48)^2 = 12,4096.$$

— Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{12,4096}$.

Vậy nếu đánh giá độ rủi ro theo phương sai và độ lệch chuẩn thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẨN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

CÂU 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- (A) Phương sai luôn luôn là số không âm.
- (B) Phương sai là bình phương của đô lệch chuẩn.
- C Phương sai càng lớn thì độ phân tán của các giá trị quanh số trung bình càng lớn.
- (**D**)Phương sai luôn luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.

🗭 Lời giải.

Ta có khi $s \in (0,1)$ thì $s^2 < s$. Do đó khẳng định phương sai luôn lớn hơn độ lệch chuẩn là sai.

Chọn đáp án \bigcirc

CÂU 2. Số đặc trưng nào không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng?

(A) Khoảng biến thiên.

B)Khoảng tứ phân vị.

(C)Phương sai.

(D)Độ lệch chuẩn.

🗭 Lời giải.

Số đặc trưng tứ phân vị không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng Chon đáp án \fbox{B}

CÂU 3. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lai ở bảng sau

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

(A) 3,39.

B)11,62.

 (\mathbf{C}) 0,1314.

 $(\mathbf{D})0.36.$

Dùi giải.

Xét mẫu số liêu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Tần số	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\overline{x} = \frac{1}{20} \cdot (2.85 \cdot 3 + 3.15 \cdot 6 + 3.45 \cdot 5 + 3.75 \cdot 4 + 4.05 \cdot 2) = 3.39.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^{2} = \frac{1}{20} \left(3 \cdot 2,85^{2} + 6 \cdot 3,15^{2} + 5 \cdot 3,45^{2} + 4 \cdot 3,45^{2} + 2 \cdot 4,05^{2} \right) - 3,39^{2} = 0,1314.$$

Chọn đáp án \bigcirc

CÂU 4. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25;30)	[30; 35)	[35;40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

(**A**)31,77.

(B)32.

 $(\mathbf{C})31$

 $(\mathbf{D})31,44.$

🗭 Lời giải.

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	[20; 25)	[25;30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Giá trị đại diện	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5
Tần số	6	6	4	1	1

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\overline{x} = \frac{1}{18} \cdot (22.5 \cdot 6 + 27.5 \cdot 6 + 32.5 \cdot 4 + 37.5 \cdot 1 + 42.5 \cdot 1) = \frac{85}{3}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^{2} = \frac{1}{18} \left(6 \cdot 22,5^{2} + 6 \cdot 27,5^{2} + 4 \cdot 32,5^{2} + 1 \cdot 37,5^{2} + 1 \cdot 42,5^{2} \right) - \left(\frac{85}{3} \right)^{2} = 31,25.$$

Vây phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với 31,44.

Chọn đáp án \bigcirc D.....

CÂU 5. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A3,41.

(B)11,62.

 $(\mathbf{C})0,017.$

 $(\mathbf{D})0,36.$

🗭 Lời giải.

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Tần số	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\overline{x} = \frac{1}{20} \cdot (2.85 \cdot 3 + 3.15 \cdot 6 + 3.45 \cdot 5 + 3.75 \cdot 4 + 4.05 \cdot 2) = 3.39.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^{2} = \frac{1}{20} \left(3 \cdot 2,85^{2} + 6 \cdot 3,15^{2} + 5 \cdot 3,45^{2} + 4 \cdot 3,45^{2} + 2 \cdot 4,05^{2} \right) - 3,39^{2} = 0,1314.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S=\sqrt{0{,}1314}\approx 0{,}36.$

Chọn đáp án \bigcirc

CÂU 6. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12;14)	[14; 16)	[16; 18)
Số ngày	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

(A) 5,98.

(B)6.

 $(\mathbf{C})_{2,44}$.

 $(\mathbf{D})2,5.$

₽ Lời giải.

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	[8;10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Giá trị đại diện	9	11	13	15	17
Tần số	4	6	8	4	3

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\overline{x} = \frac{1}{25} \cdot (9 \cdot 4 + 11 \cdot 6 + 13 \cdot 8 + 15 \cdot 4 + 17 \cdot 3) = 12,68.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^{2} = \frac{1}{25} \left(4 \cdot 9^{2} + 6 \cdot 11^{2} + 8 \cdot 13^{2} + 4 \cdot 15^{2} + 3 \cdot 17^{2} \right) - 12,68^{2} = 5,9776.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là

$$S = \sqrt{5,9776} = \approx 2,445.$$

Vậy độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với 2,44.

Chọn đáp án C

CÂU 7. Để đánh giá chất lượng một lọa pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau

Thời gian (giờ)	[5;5,5)	[5,5;6)	[6;6,5)	[6,5;7)	[7;7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến 4 chữ số thập phân).

(A)0,4252.

(B)0,5314.

(C)0,6214.

 $(\mathbf{D})0,5268.$

🗭 Lời giải.

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5;6)	[6; 6,5)	[6,5;7)	[7; 7,5)
Giá trị đại diện	5,25	5,75	6,25	6,75	7,25
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Số trung bình của mẫu số liệu
$$\overline{x} = \frac{m_1 \cdot x_1 + \dots + m_k \cdot x_k}{n} = \frac{2 \cdot 5,25 + 8 \cdot 5,75 + 15 \cdot 6,25 + 10 \cdot 6,75 + 5 \cdot 7,25}{40} = 6,35.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm

$$s^2 = \frac{1}{40} \cdot \left(2 \cdot 5,25^2 + 8 \cdot 5,75^2 + 15 \cdot 6,25^2 + 10 \cdot 6,75^2 + 5 \cdot 7,25^2\right) - 6,35^2 = 0,2775.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0.2775} \approx 0.5268.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 8. Một trang trại phân 1000 quả trứng thành 5 loại, tuỳ theo khối lượng (đã được làm tròn) của chúng được thống kê bởi bảng dưới đây:

Khối lượng (gam)	[30; 36)	[36; 42)	[42; 48)	[48; 54)	[54; 60)
Số trứng	45	190	500	250	15

Mệnh đề	Ð	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 30.	X	
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là 6,48.	X	
c) Khối lượng trung bình của 100 quả trứng là 45 gam.	X	
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là $\frac{6\sqrt{17}}{5}$.	X	

🗭 Lời giải.

- a) Khoảng biến thiên là 60 30 = 30.

b) Nhóm chứa
$$Q_1$$
 là nhóm [42; 48). Suy ra $Q_1=42+\frac{250-235}{500}\cdot 16=42,\!48.$
$$\frac{3N}{4}=750.$$

⁴ Nhóm chứa
$$Q_3$$
 là nhóm [48; 54).
Khi đó $Q_3 = 48 + \frac{750 - 735}{250} \cdot 16 = 48,96.$

Suy ra khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6.48$.

c) Ta có bảng sau:

Khối lượng (gam)	[30; 36)	[36; 42)	[42; 48)	[48; 54)	[54; 60)
Giá trị đại diện	33	39	45	51	57
Số trứng	45	190	500	250	15

Khối lượng trung bình

$$\overline{x} = \frac{33 \cdot 45 + 39 \cdot 190 + 45 \cdot 500 + 51 \cdot 250 + 57 \cdot 15}{1\,000} = 45 \text{ gam}.$$

d) Phương sai: $\frac{33^2 \cdot 45 + 39^2 \cdot 190 + 45^2 \cdot 500 + 51^2 \cdot 250 + 57^2 \cdot 15}{1\,000} - 45^2 = 24{,}48$ Độ lệch chuẩn

$$s = \sqrt{\frac{33^2 \cdot 45 + 39^2 \cdot 190 + 45^2 \cdot 500 + 51^2 \cdot 250 + 57^2 \cdot 15}{1\,000} - 45^2} = \frac{6\sqrt{17}}{5} \text{ gam}.$$

Chọn đáp án a đúng b đúng c đúng d đúng

CÂU 9. Kết quả 40 lần nhảy xa của hai vận động viên nam Dũng và Huy được lần lượt thống kê trong Bảng ở bên (đơn vị: mét).

Nhóm	[6, 22; 6, 46)	[6, 46; 6, 70)	[6, 70; 6, 94)	[6, 94; 7, 18)	[7, 18; 7, 42)	n
Dũng	3	7	5	20	5	40
Huy	2	5	8	19	6	40

	Mệnh đề	Đ	S
a)	Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $6,92(\mathrm{m})$.	X	
b)	Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $6,85(\mathrm{m})$.		X
c)	Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $0,24(\mathrm{m})$.	X	
d)	Dựa vào độ lệch chuẩn thì kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng.	X	

🗭 Lời giải.

Ta có bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Dũng	Huy
[6, 22; 6, 46)	6,34	3	2
[6, 46; 6, 70)	6,58	7	5
[6,70;6,94)	6,82	5	8
[6, 94; 7, 18)	7,06	20	19
[7, 18; 7, 42)	7,30	5	6
		n = 40	n = 40

a) Số trung bình công của mẫu số liêu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vân đông viên Dũng là:

$$\bar{x}_D = \frac{3 \cdot 6,34 + 7 \cdot 6,58 + 5 \cdot 6,82 + 20 \cdot 7,06 + 5 \cdot 7,30}{40} = \frac{276,88}{40} \approx 6,92\,(\mathrm{m}).$$

b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy là:

$$\bar{x}_{H} = \frac{2 \cdot 6,34 + 5 \cdot 6,58 + 8 \cdot 6,82 + 19 \cdot 7,06 + 6 \cdot 7,30}{40} = \frac{278,08}{40} \approx 6,95 \, (\mathrm{m}).$$

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $s_H^2 = \frac{1}{40}[2 \cdot (6,34-6,95)^2 + 5 \cdot (6,58-6,95)^2 + 8 \cdot (6,82-6,95)^2 + 19 \cdot (7,06-6,95)^2 + 6 \cdot (7,30-6,95)^2] = 2.5200$ $\frac{2,5288}{40} \approx 0,06.$

Đô lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$s_H \approx \sqrt{0,06} \approx 0,24 \,(\text{m}).$$

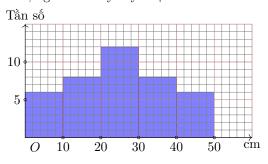
d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng (làm tròn kết quả đến $\begin{array}{l} \text{hàng phần trăm}) \text{ là: } s_D^2 = \frac{1}{40} [3 \cdot (6,34-6,92)^2 + 7 \cdot (6,58-6,92)^2 + 5 \cdot (6,82-6,92)^2 + 20 \cdot (7,06-6,92)^2 + 5 \cdot (7,30-6,92)^2] = 0.0024 \\ \text{hàng phần trăm}) \text{ là: } s_D^2 = \frac{1}{40} [3 \cdot (6,34-6,92)^2 + 7 \cdot (6,58-6,92)^2 + 5 \cdot (6,82-6,92)^2 + 20 \cdot (7,06-6,92)^2 + 5 \cdot (7,30-6,92)^2] = 0.0024 \\ \text{hàng phần trăm}) \text{ là: } s_D^2 = \frac{1}{40} [3 \cdot (6,34-6,92)^2 + 7 \cdot (6,58-6,92)^2 + 5 \cdot (6,82-6,92)^2 + 20 \cdot (7,06-6,92)^2 + 5 \cdot (7,30-6,92)^2] = 0.0024 \\ \text{hàng phần trăm}) \text{ là: } s_D^2 = \frac{1}{40} [3 \cdot (6,34-6,92)^2 + 7 \cdot (6,58-6,92)^2 + 5 \cdot (6,82-6,92)^2 + 20 \cdot (7,06-6,92)^2 + 5 \cdot (7,30-6,92)^2] = 0.0024 \\ \text{hàng phần trăm}) \text{ là: } s_D^2 = \frac{1}{40} [3 \cdot (6,34-6,92)^2 + 7 \cdot (6,58-6,92)^2 + 5 \cdot (6,82-6,92)^2 + 20 \cdot (7,06-6,92)^2 + 5 \cdot (7,30-6,92)^2] = 0.0024 \\ \text{hàng phần trăm}) \text{ là: } s_D^2 = \frac{1}{40} [3 \cdot (6,34-6,92)^2 + 7 \cdot (6,58-6,92)^2 + 5 \cdot (6,82-6,92)^2 + 20 \cdot (7,96-6,92)^2 + 5 \cdot (7,30-6,92)^2 + 3 \cdot (7,96-6,92)^2 + 3 \cdot (7$ $\frac{2,9824}{40} \approx 0,07.$

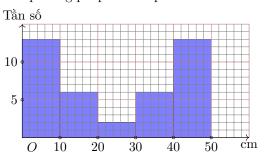
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $s_D \approx \sqrt{0.07} \approx 0.26 \, (\text{m})$.

Do $s_H \approx 0,24 < s_D \approx 0,26$ nên kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng.

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d đúng

CÂU 10. Một công ty giống cây trồng đã thử nghiệm hai phương pháp chăm sóc khác nhau cho cây hướng dương. Sau hai tuần, người ta thấy cây được chăm sóc theo cả hai phương pháp đều thấp hơn 50 cm.





Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp A

Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp B

Mệnh đề	Ð	\mathbf{S}
a) Khoảng biến thiên của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.	X	
b) Trung bình của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.	X	
c) Độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo phương án A là 12, 65 (cm).	X	
d) Dựa vào độ lệch chuẩn thì chiều cao của các loại cây được chăm sóc theo phương án B ít bị chênh lệch hơn so với phương án A		X

🗩 Lời giải.

- a) Khoảng biến thiên của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau và cùng bằng 50.
- b) Ước tính số trung bình và độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp. Cỡ mẫu của hai mẫu số liệu thống kê là N = 40.

Ta có bảng tần số ghép nhóm về chiều cao của cây được chăm sóc theo phương pháp A như sau:

Chiều cao (cm)	[0; 10)	[10; 20)	[20;30)	[30;40)	[40; 50)
Giá trị đại diện	5	15	25	35	45
Tần số	6	8	12	8	6

Chiều cao trung bình của các cây được chăm sóc theo phương án A là

$$\overline{x}_A = \frac{5 \cdot 6 + 15 \cdot 8 + 25 \cdot 12 + 35 \cdot 8 + 45 \cdot 6}{40} = 25.$$

Ta có bảng tần số ghép nhóm về chiều cao của cây được chăm sóc theo phương pháp B như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)
Giá trị đại diện	5	15	25	35	45
Tần số	13	6	2	6	13

Chiều cao trung bình của các cây được chăm sóc theo phương án B là

$$\overline{x}_B = \frac{5 \cdot 13 + 15 \cdot 6 + 25 \cdot 2 + 35 \cdot 6 + 45 \cdot 13}{40} = 25 \text{ cm}.$$

c) Độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo phương án A là

$$s_A = \sqrt{\frac{5^2 \cdot 6 + 15^2 \cdot 8 + 25^2 \cdot 12 + 35^2 \cdot 8 + 45^2 \cdot 6}{40} - 25^2} \approx 12,65.$$

d) Độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo phương án B là

$$s_B = \sqrt{\frac{5^2 \cdot 13 + 15^2 \cdot 6 + 25^2 \cdot 2 + 35^2 \cdot 6 + 45^2 \cdot 13}{40} - 25^2} \approx 17{,}03 \text{ cm}.$$

Do $s_A < s_B$ nên chiều cao của các loại cây được chăm sóc theo phương án A ít bị chênh lệch hơn so với phương án B. Chọn đáp án a đúng b đúng c đúng d sai

Bài 1.	KHOẢNG BIẾN THIÊN, KHOẢNG TỬ PHÂN VỊ CỦA MẪU GHÉP NHÓM	Số LIỆU
A	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	
B	PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN Dạng 1.Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm Dạng 2.Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm	
Bài 2.	PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉ	P NHÓM
A	7 LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	,
B	PHÂN LOAI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	
	Dạng 1.Tính trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm	,
LỜI GIẢI CHI TIẾT		12
Bài 1.	KHOẢNG BIẾN THIÊN, KHOẢNG TỬ PHÂN VỊ CỦA MẪU	Số LIỆU
	GHÉP NHÓM	12
A	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	12
lacksquare	PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	12
	 Dạng 1. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm Dạng 2. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm 	
Bài 2.		
A	24 LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	24
lacksquare	PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	
	ե Dạng 1.Tính trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm	2
	Pang 2 Tính phương sại và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghén nhóm	2'

