

QUICK NOTE

QUICK NOTE

(A) $y = \sin x$. (B) $y = \cos x$. (C) $y = \tan x$. (D) $y = \cot x$.

CÂU 11. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = 2 \cos^2 x + 2023$.

(A) $T = 3\pi$. (B) $T = 2\pi$. (C) $T = \pi$. (D) $T = 4\pi$.

CÂU 12. Tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \sqrt{4 + \sin x} - \frac{1 + x}{\tan^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) - 1} + 3 \tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$

là

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

CÂU 13. Giải phương trình $\cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}$.

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. (B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

CÂU 14. Phương trình $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

(A) $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. (B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. (D) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

CÂU 15. Phương trình $\sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \left(x + \frac{3\pi}{4} \right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng

(A) $\frac{7\pi}{2}$. (B) π . (C) $\frac{3\pi}{2}$. (D) $\frac{\pi}{4}$.

CÂU 16. Khai triển $\cos 4\alpha$ theo $\cos \alpha$ ta được biểu thức $a \cos^4 \alpha + b \cos^2 \alpha + c$. Giá trị biểu thức $a - b + c$ bằng

(A) 13. (B) 17. (C) -11. (D) -15.

CÂU 17. Cho hai phương trình $\cos 3x - 1 = 0$; $\cos 2x = -\frac{1}{2}$. Các giá trị nào dưới đây là nghiệm chung của hai phương trình đã cho?

(A) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 18. Biểu thức $\frac{\sin 10^\circ + \sin 20^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 20^\circ}$ bằng $a \tan b$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $b \in [0; 180]$. Tính $a + b$.

(A) 88. (B) 69. (C) 29. (D) 16.

CÂU 19. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 4$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ 10 của cấp số nhân đó là

(A) $u_{10} = 2^{12}$. (B) $u_{10} = 2^{11}$. (C) $u_{10} = 2^{10}$. (D) $u_{10} = 2^9$.

CÂU 20. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -3$; $u_6 = 96$. Công bội của cấp số nhân đó là

(A) $q = -2$. (B) $q = -3$. (C) $q = 2$. (D) $q = 3$.

CÂU 21. Công ty muốn ước lượng tỉ lệ các cỡ áo khi may cho học sinh lớp 11 đã đo chiều cao của 36 học sinh nam khối 11 của một trường và thu được mẫu số liệu sau (đơn vị là centimét):

160 161 161 162 162 162 163 163 163 164 164 164 164
165 165 165 165 165 166 166 166 166 167 167 168 168
168 168 169 169 170 171 171 172 172 174

Biết rằng học sinh có chiều cao thuộc $[160; 167)$ sẽ mua cỡ áo M. Có bao nhiêu học sinh mua cỡ áo M?

(A) 22. (B) 6. (C) 15. (D) 20.

CÂU 22. Tìm tứ phân vị thứ nhất và thứ ba (làm tròn đến hàng phần chục) của mẫu số liệu sau

Chiều cao (cm)	[150; 160)	[160; 167)	[167; 170)	[170; 175)	[175; 180)
Số học sinh	5	17	8	6	0

- ☐ A $Q_1 \approx 159,2$, $Q_3 \approx 169,8$.
 ☐ B $Q_1 \approx 161,6$, $Q_3 \approx 168,9$.
 ☐ C $Q_1 \approx 160,2$, $Q_3 \approx 170,3$.
 ☐ D $Q_1 \approx 163,6$, $Q_3 \approx 171,4$.

CÂU 23. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{n-2}$. Tính u_{20} .

- ☐ A $\frac{21}{18}$.
 ☐ B $\frac{18}{21}$.
 ☐ C $\frac{11}{8}$.
 ☐ D $\frac{8}{11}$.

CÂU 24. Cho cặp số nhân có $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Tìm công bội của cặp số nhân.

- ☐ A 1.
 ☐ B 3.
 ☐ C 2.
 ☐ D 4.

CÂU 25. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê chiều cao (mét) của 35 cây bạch đàn trong rừng, ta có bảng số liệu sau:

Khoảng chiều cao (m)	[6; 5; 7)	[7; 7; 5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)
Số cây	6	15	11	3

Tính chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

- ☐ A 7,407 m.
 ☐ B 4,707 m.
 ☐ C 7,704 m.
 ☐ D 7,5 m.

CÂU 26. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- ☐ A $Q_3 = 13$.
 ☐ B $Q_3 = 14$.
 ☐ C $Q_3 = 15$.
 ☐ D $Q_3 = 12$.

CÂU 27. Một nhóm 10 học sinh có điểm thi môn toán là: 5; 6; 7; 5; 8; 8; 10; 9; 7; 8. Tính điểm trung bình của nhóm học sinh trên.

- ☐ A 8.
 ☐ B 7,3.
 ☐ C 8,3.
 ☐ D 7,7.

CÂU 28. Thời gian xem ti vi trong tuần (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	6	12	4	4	2

Giá trị đại diện của nhóm [12; 16) là

- ☐ A 12.
 ☐ B 14.
 ☐ C 10.
 ☐ D 16.

CÂU 29. Cho dãy số u_n biết với $u_n = \frac{1}{n+1}$, ba số hạng đầu tiên của dãy đó là

- ☐ A $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$.
 ☐ B $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$.
 ☐ C $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$.
 ☐ D $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}$.

CÂU 30. Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây. Số hàng cây trong khu vườn là:

- ☐ A 31.
 ☐ B 30.
 ☐ C 29.
 ☐ D 28.

CÂU 31. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{27} + u_2 = 83$. Khi đó tổng 28 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) là

- ☐ A $S_{28} = 1162$.
 ☐ B $S_{28} = 1612$.
 ☐ C $S_{28} = 2611$.
 ☐ D $S_{28} = 1261$.

CÂU 32. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_{27} = -76$ và $u_{83} = -244$. Khi đó số hạng đầu u_1 của cấp số cộng đã cho bằng

- ☐ A -3.
 ☐ B 5.
 ☐ C 4.
 ☐ D 2.

CÂU 33. Cho $a < b < c$ là ba số nguyên. Biết a, b, c theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng và a, c, b theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân. Tìm giá trị nhỏ nhất của c .

- ☐ A -2.
 ☐ B 2.
 ☐ C -1.
 ☐ D 4.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 34. Cho dãy số (u_n) có $u_n = 2 \cdot 3^n$. Công thức truy hồi của dãy số (u_n) là

A $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 6u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$

C $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 3u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$

B $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$

D $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 6u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$

CÂU 35. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)}, \forall n = 1; 2; 3 \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A** Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
- B** Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
- C** Dãy số (u_n) bị chặn.
- D** Dãy số (u_n) không bị chặn.

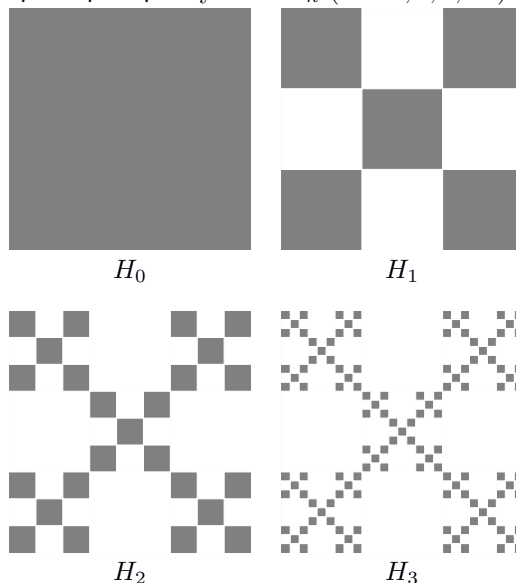
B. PHẦN TỰ LUẬN

BÀI 1. Cho $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}; 0)$ và $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$. Tìm $\cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$.

BÀI 2. Tìm tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17. \end{cases}$

BÀI 3. Hàng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) ($0 \leq t \leq 24$) được mô tả bởi công thức $h = A \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + B$, với A, B là các số thực dương cho trước. Biết độ sâu của mực nước lớn nhất là 15 mét khi thủy triều lên cao và khi thủy triều xuống thấp thì độ sâu của mực nước thấp nhất là 9 mét. Tính thời điểm độ sâu của mực nước là 13,5 mét (tính chính xác đến $\frac{1}{100}$ giờ).

BÀI 4. Cho hình vuông H_0 cạnh bằng 1 đơn vị độ dài. Chia hình vuông H_0 thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_1 . Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của H_1 thành chín hình vuông, rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_2 . Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình H_n ($n = 1, 2, 3, \dots$).



Tính tổng diện tích và tổng chu vi tất cả hình vuông được tô màu trong hình H_5 .

GV.VŨ NGOC PHÁT

QUICK NOTE

☐ $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
☐ $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

CÂU 15. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = 0$ thuộc $(0; 5\pi)$ bằng

☐ $10\pi.$
☐ $7\pi.$
☐ $6\pi.$
☐ $9\pi.$

CÂU 16. Cho $\triangle ABC$ có các cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$ thỏa mãn hệ thức $\frac{1 + \cos B}{1 - \cos B} = \frac{2a + c}{2a - c}$. Hãy nhận dạng $\triangle ABC$.

☐ $\triangle ABC$ cân tại $C.$
☐ $\triangle ABC$ vuông tại $B.$
☐ $\triangle ABC$ cân tại $A.$
☐ $\triangle ABC$ cân tại $B.$

CÂU 17. Số nghiệm của phương trình $\sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$ là bao nhiêu?

☐ 3.
 ☐ 4.
 ☐ 5.
 ☐ 6.

CÂU 18. Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$. Biết $\sin(\alpha + \beta) = \frac{a + \sqrt{b}}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c$.

☐ 45.
 ☐ 35.
 ☐ 33.
 ☐ 54.

CÂU 19. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n^2 - 3$. Số hạng thứ 10 của dãy số là

☐ 7.
 ☐ 97.
 ☐ 100.
 ☐ 103.

CÂU 20. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là dãy số bị chặn?

☐ $u_n = \sqrt{n^2 + 1}.$
☐ $u_n = n + \frac{1}{n}.$
☐ $u_n = 2^n + 1.$
☐ $u_n = \frac{n}{n + 1}.$

CÂU 21. Cho dãy số (u_n) được xác định $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số (u_n) là

☐ $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$
☐ $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}.$
☐ $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}.$
☐ $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}.$

CÂU 22. Cho dãy số $0; 2; 4; 6; \dots; 304$. Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng?

☐ 304.
 ☐ 152.
 ☐ 153.
 ☐ 305.

CÂU 23. Cho cấp số cộng $1; 1; 1; \dots$. Công sai của cấp số cộng trên là

☐ 0.
 ☐ 1.
 ☐ -1.
 ☐ $\emptyset.$

CÂU 24. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$ thì số hạng u_5 bằng

☐ 7.
 ☐ 10.
 ☐ 5.
 ☐ 6.

CÂU 25. Vào năm 2023, nhiệt độ trung bình của thành phố A là khoảng $29,5^\circ C$. Giả sử do biến đổi khí hậu nên mỗi năm nhiệt độ trung bình của thành phố A đều tăng thêm khoảng $0,1^\circ C$. Hãy ước tính kể từ năm nào thì nhiệt độ trung bình của thành phố A đạt từ $35^\circ C$ trở lên.

☐ 2076.
 ☐ 2077.
 ☐ 2078.
 ☐ 2079.

CÂU 26. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{5}, u_4 = 5$. Tính công bội q .

☐ 5.
 ☐ 25.
 ☐ $\frac{1}{5}.$
☐ 125.

CÂU 27. Tìm x để các số $2; 8; x; 128$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

☐ 16.
 ☐ 64.
 ☐ 34.
 ☐ 32.

CÂU 28. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1, u_4 = 64$. Tính công bội q của cấp số nhân.

☐ 21.
 ☐ $\pm 4.$
☐ 4.
 ☐ $2\sqrt{2}.$

CÂU 29. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1, q = \frac{-1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

☐ số hạng thứ 103.
 ☐ số hạng thứ 104.
☐ số hạng thứ 105.
 ☐ Không là số hạng của cấp số đã cho.

CÂU 30. Mỗi nhóm số liệu ghép nhóm là tập hợp gồm

- A** Các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo nhiều tiêu chí xác định.
B Các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo hai tiêu chí xác định.
C Các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo một tiêu chí xác định.
D Các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo ba tiêu chí xác định.

CÂU 31. Mẫu số liệu sau cho biết phân bố theo độ tuổi của dân số Việt Nam năm 2019

Độ tuổi	Dưới 15	Từ 15 đến 65	Từ 65 trở lên
Số người	23371882	65420451	7416651

Số dân Việt Nam năm 2019 là

- A** 73837102. **B** 72837102. **C** 95208984. **D** 96208984.

CÂU 32. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là

- A** [20; 40). **B** [60; 80). **C** [40; 60). **D** [80; 100).

CÂU 33. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

- A** [20; 40). **B** [60; 80). **C** [40; 60). **D** [80; 100).

CÂU 34. Khi thống kê chiều cao của 40 bạn lớp 11A, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau (đơn vị: centimét).

Nhóm	Tần số
[155; 160)	5
[160; 165)	12
[165; 170)	16
[170; 175)	7
	$n = 40$

Số trung bình cộng bằng

- A** 165,6. **B** 156,6. **C** 155,6. **D** 156,5.

CÂU 35. Cho mẫu số liệu ghép nhóm thống kê thời gian sử dụng điện thoại trước khi ngủ (đơn vị: phút) của một người trong 120 ngày như ở bảng sau. Xác định các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu đó (làm tròn các kết quả đến hàng phần mười).

Nhóm	Tần số
[0; 4)	13
[4; 8)	29
[8; 12)	48
[12; 16)	22
[16; 20)	8
	$n = 120$

Giá trị các tứ phân vị thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là

- A** 9,5; 12; 6,3. **B** 6,3; 9,5; 12. **C** 9,5; 6,3; 12. **D** 12; 6,3; 9,5.

B. PHẦN TỰ LUẬN

BÀI 1. Cho góc $\alpha \in (-\pi; -\frac{\pi}{2})$ và $\tan \alpha = 3$. Tìm các GTLG của α .

BÀI 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

BÀI 3. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Hãy cho biết ngày tháng nào có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất và ngày tháng nào có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất trong năm (không nhuận)?

BÀI 4. Tìm 4 số hạng đầu của một cấp số nhân biết tổng 3 số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự chúng là số hạng thứ 1, thứ 4, thứ 8 của một cấp số cộng có công sai khác 0.

BÀI 5. Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết sau 15 tháng, người đó có số tiền là 100 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau?

GV.VŨ NGOC PHÁT

QUICK NOTE

CÂU 12. Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \tan x$ là

- (A) $k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (B) π . (C) $\frac{\pi}{3}$. (D) 3π .

CÂU 13. Tìm chu kỳ của hàm số $f(x) = \sin \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{3x}{2}$.

- (A) 5π . (B) $\frac{\pi}{2}$. (C) 4π . (D) 2π .

CÂU 14. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = \frac{\sin 2x}{2 \cos x - 3}$ thì $y = f(x)$ là

- (A) Hàm số chẵn. (B) Hàm số lẻ.
(C) Không chẵn không lẻ. (D) Vừa chẵn vừa lẻ.

CÂU 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \cos^2 x - \sin 2x + 5$.

- (A) $\sqrt{2}$. (B) $-\sqrt{2}$. (C) $6 - \sqrt{2}$. (D) $6 + \sqrt{2}$.

CÂU 16. Cho $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ là nghiệm của phương trình nào sau đây

- (A) $\sin x = 0$. (B) $\sin x = 1$. (C) $\sin x = -1$. (D) $\cos x = 1$.

CÂU 17. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- (A) $\sin x = \frac{1}{2}$. (B) $\sin x = \frac{5}{3}$. (C) $\tan x = -2023$. (D) $\cos x = \frac{3}{5}$.

CÂU 18. Phương trình $\sin x = m - 1$ có nghiệm khi m là

- (A) $-1 \leq m \leq 1$. (B) $0 \leq m \leq 2$. (C) $m \leq 0$. (D) $-1 \leq m \leq 0$.

CÂU 19. Phương trình $1 + 2 \sin x \cos x = 0$ có nghiệm là

- (A) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. (B) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. (C) $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. (D) $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

CÂU 20. Phương trình $(2 \cos x + 1)(\cos 2x - \sqrt{3}) = 0$ có nghiệm là

- (A) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. (B) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. (C) $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$. (D) $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

CÂU 21. (Bảng số liệu sau dùng cho câu 21-24) Quảng đường (km) các cầu thủ (không tính thủ môn) chạy trong một trận bóng đá tại giải ngoại hạng Anh được cho trong bảng thống kê sau:

Quảng đường	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số cầu thủ	2	5	6	9	3

Tính quãng đường trung bình một cầu thủ chạy trong trận đấu này.

- (A) 7,02. (B) 7,48. (C) 5,23. (D) 8,36.

CÂU 22. Tìm trung vị của mẫu số liệu.

- (A) 7,83. (B) 7,48. (C) 6,23. (D) 3,56.

CÂU 23. Tìm a sao cho có 25% số cầu thủ tham gia trận đấu chạy ít nhất a (km).

- (A) 9,28. (B) 7,48. (C) 12,23. (D) 13,56.

CÂU 24. Tính một của mẫu số liệu thu được.

- (A) 9,28. (B) 7,48. (C) 8,67. (D) 13,56.

CÂU 25. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{4n+5}{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Dãy số bị chặn trên. (B) Dãy số bị chặn dưới.
(C) Dãy số bị chặn. (D) Không bị chặn.

CÂU 26. Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -\frac{1}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số này là

- (A) $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1$. (B) $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}$. (C) $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}$. (D) $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

CÂU 27. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tính u_2 bằng

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

CÂU 28. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là

- (A) $d = -3$. (B) $d = 3$. (C) $d = 5$. (D) $d = 6$.

CÂU 29. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 1$ và $u_4 = 10$. Công sai d bằng

- (A) -2. (B) 1. (C) 3. (D) -4.

CÂU 30. Tính tổng $K = 15 + 20 + 25 + \dots + 7510$.

- (A) 5 634 750 . (B) 5 643 705. (C) 5 643 250. (D) 5 643 750.

CÂU 31. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Tính u_4 bằng

- (A) 9. (B) 16. (C) 24. (D) 48.

CÂU 32. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 5$ và $u_2 = -20$. Công bội q bằng

- (A) -2. (B) 4. (C) 3. (D) -4.

CÂU 33. Cho cấp số nhân: 1; 2; 4; 8; ... Số hạng thứ năm là

- (A) 10. (B) 16. (C) 12. (D) 32.

CÂU 34. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$. Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên S_{10}

- (A) 4225. (B) 4115. (C) 5225. (D) 5115.

CÂU 35. Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_4 + u_6 = 540 \\ u_1 + u_3 = 20 \end{cases}$. Công bội q bằng

- (A) 6. (B) 27. (C) 2. (D) 3.

B. PHẦN TỰ LUẬN

BÀI 1. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của $\cos \alpha$?

BÀI 2. Trong dịp nghỉ lễ 02/9 gia đình anh An cần thuê một xe Taxi để di chuyển từ thủ đô Hà Nội về thăm quê tại TP Bắc Giang. Biết giá của kilômét đầu tiên là 10.000 đồng, kể từ kilômét thứ 2 giá của mỗi kilômét tăng thêm 500 đồng so với giá của kilômét trước đó. Biết quãng đường Taxi di chuyển từ thủ đô Hà Nội về TP Bắc Giang là 80 km. Hỏi gia đình anh An phải trả bao nhiêu tiền cho chuyến Taxi đó?

BÀI 3.

Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính 2,5 m; trục của nó đặt cách mặt nước 2 m (hình bên). Khi guồng quay đều, khoảng cách h (m) tính từ một chiếc gàu tại điểm A trên guồng đến mặt nước là $h = |y|$ trong đó

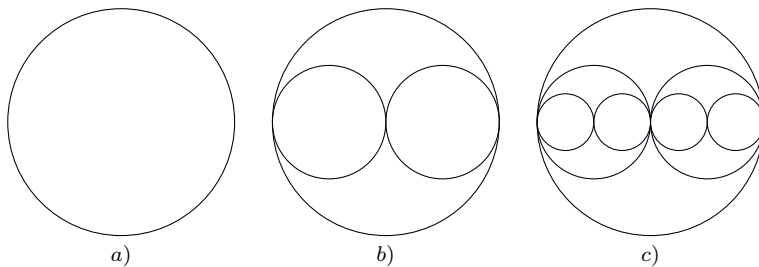
$$y = 2 + 2,5 \sin 2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right)$$

với x là thời gian quay của guồng ($x \geq 0$), tính bằng phút; ta quy ước rằng $y > 0$ khi gàu ở trên mặt nước và $y < 0$ khi gàu ở dưới mặt nước

a) Khi nào chiếc gàu ở vị trí cao nhất? Thấp nhất?

b) Chiếc gàu cách mặt nước 2 mét lần đầu tiên khi nào?

BÀI 4. Từ tờ giấy, cắt một hình tròn bán kính R (cm). Tiếp theo, cắt hai hình tròn bán kính $\frac{R}{2}$ rồi chồng lên hình tròn đầu tiên. Tiếp theo, cắt bốn hình tròn bán kính $\frac{R}{4}$ rồi chồng lên các hình trước. Cứ thế tiếp tục mãi. Tính tổng diện tích của các hình tròn.



QUICK NOTE

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Gọi tôi là: Ngày làm đề:/...../.....

ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 1

TOÁN 11 — ĐỀ 1

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Với góc α bất kì, đẳng thức nào sau đây là đúng?

- (A) $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha$. (B) $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$. (C) $\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$. (D) $\tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha$.

Lời giải.

Ta có $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$, $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$, $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$.

Do đó ta chọn phương án $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$.

Chọn đáp án (B) ☐

CÂU 2. Biết góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Hỏi α có thể nhận giá trị trong khoảng nào dưới đây?

- (A) $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right)$. (B) $\left(\frac{8\pi}{3}; \frac{17\pi}{6}\right)$. (C) $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right)$. (D) $\left(-\pi; -\frac{2\pi}{3}\right)$.

Lời giải.

Vì $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ nên $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi, \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Với $k = 0$ thì $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Vì $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right) \subset \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

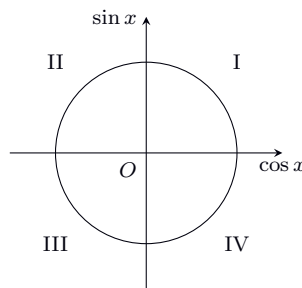
Do đó, ta chọn phương án $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right)$.

Chọn đáp án (C) ☐

CÂU 3. Cho góc α thỏa $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- (A) $\cos \alpha > 0$. (B) $\cot \alpha > 0$. (C) $\sin \alpha > 0$. (D) $\tan \alpha > 0$.

Lời giải.



Do $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$ nên điểm M biểu diễn góc lượng giác có số đo α thuộc góc phần tư số II.

Do đó $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$, $\tan \alpha < 0$, $\cot \alpha < 0$.

Chọn đáp án (C) ☐

CÂU 4. Cho $\cot \alpha = 4 \tan \alpha$ và $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Khi đó $\sin \alpha$ bằng

- (A) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \cot \alpha &= 4 \tan \alpha \\ \Leftrightarrow \frac{\cot \alpha}{\tan \alpha} &= 4 \\ \Leftrightarrow \cot^2 \alpha &= 4 \Leftrightarrow 1 + \cot^2 \alpha = 5 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 5$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Vì $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ nên $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 5. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- (A)** $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$. **(B)** $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$. **(C)** $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$. **(D)** $\cos 2a = 2 \sin^2 a - 1$.

Lời giải.

Theo công thức nhân đôi ta có $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 6. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- (A)** $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$. **(B)** $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.
(C) $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$. **(D)** $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

Lời giải.

Theo công thức biến tổng thành tích ta có $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 7. Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tính giá trị của biểu thức $\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$

- (A)** $m^3 + 3m$. **(B)** $3m^3 + m$. **(C)** $3m^3 - m$. **(D)** $m^3 - 3m$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha &= (\tan \alpha + \cot \alpha) (\tan^2 \alpha - \tan \alpha \cdot \cot \alpha + \cot^2 \alpha) \\ &= (\tan \alpha + \cot \alpha) [(\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 3 \tan \alpha \cdot \cot \alpha] \\ &= (\tan \alpha + \cot \alpha) \cdot [(\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 3] \\ &= m(m^2 - 3) = m^3 - 3m. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 8. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \frac{2023}{\sin x}$.

- (A)** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **(B)** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **(D)** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 9. Cho hàm số $y = \tan x$. Khẳng định sau đây là **sai**?

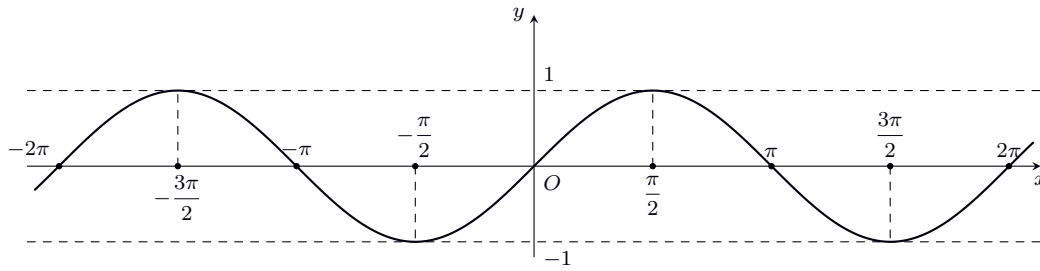
- (A)** Hàm số đã cho là hàm số chẵn.
(B) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
(C) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.
(D) Hàm số đã cho tuần hoàn theo chu kì π .

Lời giải.

Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A $y = \sin x$.

B $y = \cos x$.

C $y = \tan x$.

D $y = \cot x$.

Lời giải.

Từ hình vẽ ta thấy hàm số có miền giá trị từ -1 đến 1 , tuần hoàn với chu kỳ 2π và nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng nên đây là đồ thị của hàm số $y = \sin x$.

Chọn đáp án **A** □

CÂU 11. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = 2 \cos^2 x + 2023$.

A $T = 3\pi$.

B $T = 2\pi$.

C $T = \pi$.

D $T = 4\pi$.

Lời giải.

Ta có $y = 2 \cos^2 x + 2023 = \cos 2x + 2024$.

Vậy hàm số có chu kỳ $T = \pi$.

Chọn đáp án **C** □

CÂU 12. Tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \sqrt{4 + \sin x} - \frac{1+x}{\tan^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1} + 3 \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ là

A $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Do $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên $4 + \sin x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Hàm số xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + m\pi \\ \tan^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 1 \\ x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + q\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{3\pi}{4} + m\pi \\ x - \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{4} + n\pi \\ x - \frac{\pi}{4} \neq -\frac{\pi}{4} + p\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + q\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{3\pi}{4} + m\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi \\ x \neq p\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + q\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{4}, (m, n, p, q, k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án **C** □

CÂU 13. Giải phương trình $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

A $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **D** □

CÂU 14. Phương trình $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

A $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Ta có $\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Chọn đáp án (D).....

CÂU 15. Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng

(A) $\frac{7\pi}{2}$.

(B) π .

(C) $\frac{3\pi}{2}$.

(D) $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \end{cases}, (k, l \in \mathbb{Z}).$$

Họ nghiệm $x = \pi + k2\pi$ không có nghiệm nào thuộc khoảng $(0; \pi)$.

Với $x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \in (0; \pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow l \in \{0; 1\}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$.

Từ đó suy ra tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình này bằng π .

Chọn đáp án (B).....

CÂU 16. Khai triển $\cos 4\alpha$ theo $\cos \alpha$ ta được biểu thức $a \cos^4 \alpha + b \cos^2 \alpha + c$. Giá trị biểu thức $a - b + c$ bằng

(A) 13.

(B) 17.

(C) -11.

(D) -15.

Lời giải.

Ta có $\cos 4\alpha = 2 \cos^2 2\alpha - 1 = 2(2 \cos^2 \alpha - 1)^2 - 1 = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1$.

Chọn đáp án (B).....

CÂU 17. Cho hai phương trình $\cos 3x - 1 = 0$; $\cos 2x = -\frac{1}{2}$. Các giá trị nào dưới đây là nghiệm chung của hai phương trình đã cho?

(A) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có

☑ $\cos 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 3x = 1 \Leftrightarrow x = k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

☑ $\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Biểu diễn các nghiệm trên đường tròn lượng giác ta có tập các nghiệm của hai phương trình là $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án (D).....

CÂU 18. Biểu thức $\frac{\sin 10^\circ + \sin 20^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 20^\circ}$ bằng $a \tan b$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $b \in [0; 180]$. Tính $a + b$.

(A) 88.

(B) 69.

(C) 29.

(D) 16.

Lời giải.

$$\frac{\sin 10^\circ + \sin 20^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 20^\circ} = \frac{2 \sin 15^\circ \cos 5^\circ}{2 \cos 15^\circ \cos 5^\circ} = \tan 15^\circ.$$

Chọn đáp án (D).....

CÂU 19. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 4$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ 10 của cấp số nhân đó là

(A) $u_{10} = 2^{12}$.

(B) $u_{10} = 2^{11}$.

(C) $u_{10} = 2^{10}$.

(D) $u_{10} = 2^9$.

Lời giải.

Ta có $u_{10} = u_1 \cdot q^{10-1} = 4 \cdot 2^9 = 2^2 \cdot 2^9 = 2^{11}$.

Chọn đáp án (B).....

CÂU 20. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -3$; $u_6 = 96$. Công bội của cấp số nhân đó là

(A) $q = -2$.

(B) $q = -3$.

(C) $q = 2$.

(D) $q = 3$.

Lời giải.

Ta có $u_6 = u_1 q^5 \Rightarrow q^5 = \frac{u_6}{u_1} = \frac{96}{-3} = -32$, suy ra $q = -2$.

Chọn đáp án (A).....

CÂU 21. Công ty muốn ước lượng tỉ lệ các cỡ áo khi may cho học sinh lớp 11 đã đo chiều cao của 36 học sinh nam khối 11 của một trường và thu được mẫu số liệu sau (đơn vị là centimét):

160	161	161	162	162	162	163	163	163	164	164	164	164
165	165	165	165	165	166	166	166	166	167	167	168	168
168	168	169	169	170	171	171	172	172	174			

Biết rằng học sinh có chiều cao thuộc $[160; 167)$ sẽ mua cỡ áo M. Có bao nhiêu học sinh mua cỡ áo M?

- Ⓐ 22. Ⓑ 6. Ⓒ 15. Ⓓ 20.

Lời giải.

Bảng tần số ghép nhóm

Chiều cao (cm)	[150; 160)	[160; 167)	[167; 170)	[170; 175)	[175; 180)
Số học sinh	0	22	8	6	0

Chọn đáp án **A** □

CÂU 22. Tìm tứ phân vị thứ nhất và thứ ba (làm tròn đến hàng phần chục) của mẫu số liệu sau

Chiều cao (cm)	[150; 160)	[160; 167)	[167; 170)	[170; 175)	[175; 180)
Số học sinh	5	17	8	6	0

- A** $Q_1 \approx 159,2$, $Q_3 \approx 169,8$.
B $Q_1 \approx 161,6$, $Q_3 \approx 168,9$.
C $Q_1 \approx 160,2$, $Q_3 \approx 170,3$.
D $Q_1 \approx 163,6$, $Q_3 \approx 171,4$.

Lời giải.

④ $\frac{n}{4} = 9, p = 2, a_2 = 160, m_1 = 5, m_2 = 17, a_3 - a_2 = 7.$

$$Q_1 = 160 + \frac{9-5}{17} \cdot 7 \approx 161,6.$$

④ $\frac{3n}{4} = 27, p = 3, a_3 = 167, m_1 + m_2 = 22, m_3 = 8, a_4 - a_3 = 3.$

$$Q_3 = 167 + \frac{27 - 22}{8} \cdot 3 \approx 168,9$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 23. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{n-2}$. Tính u_{20} .

- Ⓐ $\frac{21}{18}$ Ⓑ $\frac{18}{21}$ Ⓒ $\frac{11}{8}$ Ⓓ $\frac{8}{11}$

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_{20} = \frac{20+1}{20-2} = \frac{21}{18}.$$

Chọn đáp án **A**

CÂU 24. Cho cấp số nhân có $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Tìm công bội của cấp số nhân.

- (A)** 1. **(B)** 3. **(C)** 2. **(D)** 4.

 **Lời giải.**

Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 \Rightarrow q^5 = \frac{u_6}{u_1} = \frac{486}{2} = 243 = 3^5 \Rightarrow q = 3$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 25. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê chiều cao (mét) của 35 cây bạch đàn trong rừng, ta có bảng số liệu sau:

Khoảng chiều cao (m)	[6, 5; 7)	[7; 7, 5)	[7, 5; 8)	[8; 8, 5)
Số cây	6	15	11	3

Tính chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

- Ⓐ 7,407 m. Ⓑ 4,707 m. Ⓒ 7,704 m. Ⓓ 7.5 m.

Lời giải.

Ta có giá trị đại diện các nhóm được cho dưới bảng sau:

Khoảng chiều cao (m)	[6, 5; 7)	[7; 7, 5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25
Tần số (Số cây)	6	15	11	3

Từ đó suy ra chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn là

$$\bar{x} = \frac{6,75 \cdot 6 + 7,25 \cdot 15 + 7,75 \cdot 11 + 8,25 \cdot 3}{35} = 7,047 \text{ m.}$$

Chọn đáp án **(A)** ☐

CÂU 26. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

(A) $Q_3 = 13.$

(B) $Q_3 = 14.$

(C) $Q_3 = 15.$

(D) $Q_3 = 12.$

Lời giải.

Cỡ mẫu: $n = 2 + 4 + 7 + 4 + 3 = 20.$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}.$

Do x_{15}, x_{16} đều thuộc nhóm $[12; 16)$ nên nhóm này chứa $Q_3.$

Do đó $p = 4, a_4 = 12, m_4 = 4, m_1 + m_2 + m_3 = 2 + 4 + 7 = 13, a_5 - a_4 = 4.$

$$\text{Ta có } Q_3 = 12 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - 13}{4} \cdot 4 = 14.$$

Chọn đáp án **(B)** ☐

CÂU 27. Một nhóm 10 học sinh có điểm thi môn toán là: 5; 6; 7; 5; 8; 8; 10; 9; 7; 8. Tính điểm trung bình của nhóm học sinh trên.

(A) 8.

(B) 7,3.

(C) 8,3.

(D) 7,7.

Lời giải.

$$\text{Điểm trung bình là } \bar{x} = \frac{5 \cdot 2 + 6 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 9 + 10}{10} = 7,3.$$

Chọn đáp án **(B)** ☐

CÂU 28. Thời gian xem ti vi trong tuần (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	6	12	4	4	2

Giá trị đại diện của nhóm $[12; 16)$ là

(A) 12.

(B) 14.

(C) 10.

(D) 16.

Lời giải.

Giá trị đại diện của nhóm $[12; 16)$ là $\frac{12 + 16}{2} = 14.$

Chọn đáp án **(B)** ☐

CÂU 29. Cho dãy số u_n biết với $u_n = \frac{1}{n+1}$, ba số hạng đầu tiên của dãy đó là

(A) $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}.$

(B) $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}.$

(C) $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}.$

(D) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}.$

Lời giải.

Ta có $u_n = \frac{1}{n+1}$, khi đó $u_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}, u_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}.$

Ba số hạng đầu tiên của dãy đó là $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}.$

Chọn đáp án **(A)** ☐

CÂU 30. Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây. Số hàng cây trong khu vườn là:

(A) 31.

(B) 30.

(C) 29.

(D) 28.

Lời giải.

Cách trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng (u_n) với số u_n là số cây ở hàng thứ n và $u_1 = 1$ và công sai $d = 1.$

Tổng số cây trồng được là

$$S_n = 465 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -31 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Như vậy số hàng cây trong khu vườn là 30.

Chọn đáp án **(B)** ☐

CÂU 31. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{27} + u_2 = 83$. Khi đó tổng 28 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) là
 (A) $S_{28} = 1162$. (B) $S_{28} = 1612$. (C) $S_{28} = 2611$. (D) $S_{28} = 1261$.

Lời giải.

Gọi d và u_1 lần lượt là công sai và số hạng đầu của cấp số cộng (u_n)

$$\text{Ta có } S_{28} = \frac{28(u_1 + u_{28})}{2} = \frac{28(u_2 - d + u_{27} + d)}{2} = \frac{28(u_2 + u_{27})}{2} = \frac{28 \cdot 83}{2} = 1162.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 32. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_{27} = -76$ và $u_{83} = -244$. Khi đó số hạng đầu u_1 của cấp số cộng đã cho bằng
 (A) -3 . (B) 5 . (C) 4 . (D) 2 .

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng đã cho.

Áp dụng công thức $u_n = u_1 + (n - 1)d$, ta có

$$\begin{cases} u_{27} = -76 \\ u_{83} = -244 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 26d = -76 \\ u_1 + 82d = -244 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3. \end{cases}$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 33. Cho $a < b < c$ là ba số nguyên. Biết a, b, c theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng và a, c, b theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân. Tìm giá trị nhỏ nhất của c .

(A) -2 . (B) 2 . (C) -1 . (D) 4 .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} 2b = a + c \\ c^2 = ab > 0 \end{cases}$. Suy ra

$$2c^2 = a(a + c) \Rightarrow 2c^2 - ac - a^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = a \text{ (loại)} \\ c = -\frac{a}{2} \Rightarrow b = \frac{a}{4} = -\frac{c}{2}. \end{cases}$$

Suy ra a, b trái dấu với $c \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ c > 0. \end{cases}$

Do a, b, c nguyên nên c chia hết cho 2.

Do đó c nhỏ nhất bằng 2 khi đó $a = -4, b = -1$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 34. Cho dãy số (u_n) có $u_n = 2 \cdot 3^n$. Công thức truy hồi của dãy số (u_n) là

(A) $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 6u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 3u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 6u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $u_n = 2 \cdot 3^n \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \cdot 3^1 = 6 \\ u_{n+1} = 2 \cdot 3^{n+1}. \end{cases}$

$\Rightarrow u_{n+1} = 2 \cdot 3 \cdot 3^n = 3u_n \Rightarrow u_n = 3 \cdot u_{n-1}$.

Vậy $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, \forall n > 1. \end{cases}$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 35. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)}, \forall n = 1; 2; 3 \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới. (B) Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
 (C) Dãy số (u_n) bị chặn. (D) Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải.

Ta có $u_n > 0$ suy ra (u_n) bị chặn dưới bởi 0.

Mặt khác $\frac{1}{k(k+3)} < \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} (k \in \mathbb{N}^*)$ nên

$$u_n < \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1.$$

Suy ra dãy (u_n) bị chặn trên.

Vậy dãy (u_n) bị chặn.

Chọn đáp án (C) □

B. PHẦN TỰ LUẬN

BÀI 1. Cho $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}; 0)$ và $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$. Tìm $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$.

Lời giải.

Ta có $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}; 0)$ nên $\cos \alpha > 0$. Suy ra

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -2\sqrt{2}.$$

BÀI 2. Tìm tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17. \end{cases}$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 4d - (u_1 + 2d) = 10 \\ u_1 + u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 16 \\ d = -3. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } S_{15} = \frac{15}{2} (2u_1 + 14d) = \frac{15}{2} [2 \cdot 16 + 14 \cdot (-3)] = -150.$$

BÀI 3. Hàng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) ($0 \leq t \leq 24$) được mô tả bởi công thức $h = A \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + B$, với A, B là các số thực dương cho trước. Biết độ sâu của mực nước lớn nhất là 15 mét khi thủy triều lên cao và khi thủy triều xuống thấp thì độ sâu của mực nước thấp nhất là 9 mét. Tính thời điểm độ sâu của mực nước là 13,5 mét (tính chính xác đến $\frac{1}{100}$ giờ).

Lời giải.

Với mọi $0 \leq t \leq 24$, ta có

$$\begin{aligned} -1 &\leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) \leq 1 \\ \Leftrightarrow -A + B &\leq A \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + B \leq A + B. \end{aligned}$$

Độ sâu của mực nước lớn nhất bằng $A + B$ khi $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) = 1$ và thấp nhất bằng $-A + B$ khi $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) = -1$.

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} A + B = 15 \\ -A + B = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 12 \\ A = 3. \end{cases}$$

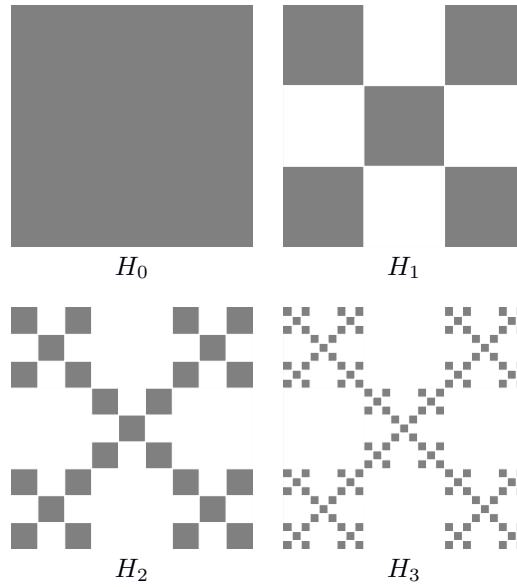
$$\text{Ta được } h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12.$$

Theo đề, ta tìm thời điểm mà độ sâu

$$\begin{aligned} h = 13,5 &\Leftrightarrow 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12 = 13,5 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) = \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi t}{6} + 1 = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \frac{\pi t}{6} + 1 = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}) &\Leftrightarrow \begin{cases} t = \left(-1 + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \frac{6}{\pi} + 12k \\ t = \left(-1 - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \frac{6}{\pi} + 12k \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Do $0 \leq t \leq 24$; $k \in \mathbb{Z}$ nên $t = 0,09$ (giờ); $t = 12,09$ (giờ); $t = 8,09$ (giờ); $t = 20,09$ (giờ).

BÀI 4. Cho hình vuông H_0 cạnh bằng 1 đơn vị độ dài. Chia hình vuông H_0 thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_1 . Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của H_1 thành chín hình vuông, rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_2 . Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình H_n ($n = 1, 2, 3, \dots$).



Tính tổng diện tích và tổng chu vi tất cả hình vuông được tô màu trong hình H_5 .

Lời giải.

a) Hình vuông H_1 có diện tích $S_1 = 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$.

Hình vuông H_2 có diện tích $S_2 = 5^2 \cdot \left(\frac{1}{3^2}\right)^2 = \left(\frac{5}{9}\right)^2$.

Hình vuông H_n có diện tích $S_n = 5^n \cdot \left(\frac{1}{3^n}\right)^2 = \left(\frac{5}{9}\right)^n$.

b) Hình vuông H_1 có chu vi $C_1 = 5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} = 4 \cdot \frac{5}{3}$.

Hình vuông H_2 có chu vi $C_2 = 5^2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3^2} = 4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2$.

Hình vuông H_n có diện tích $C_n = 5^n \cdot 4 \cdot \frac{1}{3^n} = 4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^n$.

Vậy $S_5 = \left(\frac{5}{9}\right)^5$ và $C_5 = 4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^5$.

Gọi tôi là: Ngày làm đề:/...../.....

ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 1

TOÁN 11 — ĐỀ 2

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. $\sin \alpha > 0$ khi điểm cuối của cung α trên đường tròn lượng giác thuộc các góc phần tư thứ

- (A) I và III. (B) I và II. (C) II và IV. (D) I và IV.

Lời giải.

$\sin \alpha > 0$ khi điểm cuối của cung α trên đường tròn lượng giác các góc phần tư thứ I và II.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- (A) $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$. (B) $\tan(\pi + \alpha) = -\tan \alpha$. (C) $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$. (D) $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$.

Lời giải.

Vì $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$ nên khẳng định sai là $\tan(\pi + \alpha) = -\tan \alpha$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 3. Khi biểu diễn cung lượng giác α lên đường tròn lượng giác thì điểm cuối của cung α thuộc góc phần tư thứ ba của đường tròn lượng giác. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- (A) $\sin \alpha > 0$. (B) $\cos \alpha > 0$. (C) $\tan \alpha > 0$. (D) $\cot \alpha < 0$.

Lời giải.

Vì khi biểu diễn cung lượng giác α lên đường tròn lượng giác thì điểm cuối của cung α thuộc góc phần tư thứ ba của đường tròn lượng giác nên $\tan \alpha > 0$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 4. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha$.

- (A) $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. (B) $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$. (C) $\cos \alpha = -\frac{1}{5}$. (D) $\cos \alpha = \frac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Mà $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$. Vậy $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 5. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- (A) $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$. (B) $\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$.
(C) $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$. (D) $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.

Lời giải.

Công thức cộng $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 6. Rút gọn biểu thức $\sin(a - 17^\circ) \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cos(a - 17^\circ)$, ta được

- (A) $\sin 2a$. (B) $\cos 2a$. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\sin(a - 17^\circ) \cdot \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cdot \cos(a - 17^\circ) = \sin[(a - 17^\circ) - (a + 13^\circ)]$
 $= \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 7. Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- (A) $\cos 2\alpha + \cos 4\alpha = 2 \cos 2\alpha \cdot \cos 6\alpha$. (B) $\sin 2\alpha + \sin 4\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos 3\alpha$.
(C) $\cos 2\alpha - \cos 4\alpha = -2 \sin 3\alpha \cdot \sin \alpha$. (D) $\sin 2\alpha - \sin 4\alpha = -2 \cos 3\alpha \cdot \sin \alpha$.

Lời giải.

Ta có $\cos 2\alpha + \cos 4\alpha = 2 \cos \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \cdot \cos \frac{2\alpha - 4\alpha}{2} = 2 \cos 3\alpha \cdot \cos \alpha$. Do đó $\cos 2\alpha + \cos 4\alpha = 2 \cos 2\alpha \cdot \cos 6\alpha$ sai.

$\sin 2\alpha + \sin 4\alpha = 2 \sin \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \cdot \cos \frac{2\alpha - 4\alpha}{2} = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$. Do đó $\sin 2\alpha + \sin 4\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos 3\alpha$ sai.

$\cos 2\alpha - \cos 4\alpha = -2 \sin \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \cdot \sin \frac{2\alpha - 4\alpha}{2} = 2 \sin 3\alpha \cdot \sin \alpha$. Do đó $\cos 2\alpha - \cos 4\alpha = -2 \sin 3\alpha \cdot \sin \alpha$ sai.

$\sin 2\alpha - \sin 4\alpha = 2 \cos \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \cdot \sin \frac{2\alpha - 4\alpha}{2} = -2 \cos 3\alpha \cdot \cos \alpha$ là đáp án đúng.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 8. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

(A) $\mathcal{D} = [-1; 1]$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 9. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ là

(A) $\frac{\pi}{2}$.

(B) $\frac{\pi}{3}$.

(C) 2π .

(D) π .

Lời giải.

Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ là 2π .

Chọn đáp án (C) □

CÂU 10. Trong các hàm số sau $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ hàm số nào là hàm số chẵn?

(A) $y = \cos x$.

(B) $y = \tan x$.

(C) $y = \cot x$.

(D) $y = \sin x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 11. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \frac{3 \tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 1 - \sin^2 x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 x \neq 1 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 12. Gọi M, m , lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x - 1$. Giá trị của $M + m$ bằng

(A) $M + m = 0$.

(B) $M + m = -2$.

(C) $M + m = 1$.

(D) $M + m = -1$.

Lời giải.

Ta có $y = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x - 1 = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x \right) - 1 = 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) - 1$

Vì $\forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) \leq 1$ nên suy ra $-2 - 1 \leq 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) - 1 \leq 2 - 1$.

Do đó, $-3 \leq y \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x - 1$ lần lượt là $M = 1, m = -3$.

Khi $\sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$\sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) = -1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy $M + m = 1 - 3 = -2$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 13. Phương trình nào sau đây có nghiệm?

(A) $\sin 2x = 2$.

(B) $\cos 2x = -2$.

(C) $\sin 3x = \frac{2}{3}$.

(D) $\cos x = \pi$.

Lời giải.

Do $\frac{2}{3} \in [-1; 1]$ nên phương trình $\sin 3x = \frac{2}{3}$ có nghiệm.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 14. Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

(A) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{-\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 15. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = 0$ thuộc $(0; 5\pi)$ bằng

(A) $10\pi.$

(B) $7\pi.$

(C) $6\pi.$

(D) $9\pi.$

Lời giải.

Ta có $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{4} + \cos x \cdot \cos \frac{3\pi}{4} + \sin x \cdot \sin \frac{3\pi}{4} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2} \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vì $x \in (0; 5\pi) \Rightarrow 0 < k\pi < 5\pi \Leftrightarrow 0 < k < 5.$

Vì $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{1; 2; 3; 4\} \Rightarrow x \in \{\pi; 2\pi; 3\pi; 4\pi\}.$

Khi đó, tổng các nghiệm của phương trình là $S = \pi + 2\pi + 3\pi + 4\pi = 10\pi.$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 16. Cho $\triangle ABC$ có các cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$ thỏa mãn hệ thức $\frac{1 + \cos B}{1 - \cos B} = \frac{2a + c}{2a - c}$. Hãy nhận dạng $\triangle ABC$.

(A) $\triangle ABC$ cân tại C.

(B) $\triangle ABC$ vuông tại B.

(C) $\triangle ABC$ cân tại A.

(D) $\triangle ABC$ cân tại B.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \frac{1 + \cos B}{1 - \cos B} &= \frac{2a + c}{2a - c} \\ \Leftrightarrow 4a \cos B &= 2c \\ \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} &= 2c \\ \Leftrightarrow a^2 + c^2 - b^2 &= c^2 \Leftrightarrow a = b. \end{aligned}$$

Vậy $\triangle ABC$ cân tại C.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 17. Số nghiệm của phương trình $\sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$ là bao nhiêu?

(A) 3.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 6.

Lời giải.

$\sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin(2x - 40^\circ) = \sin 60^\circ$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 40^\circ = 60^\circ + k360^\circ \\ 2x - 40^\circ = 180^\circ - 60^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 100^\circ + k360^\circ \\ 2x = 160^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50^\circ + k180^\circ \\ x = 80^\circ + k180^\circ. \end{cases}$

☑ Xét nghiệm $x = 50^\circ + k180^\circ.$

$-180^\circ \leq x \leq 180^\circ \Leftrightarrow -180^\circ \leq 50^\circ + k180^\circ \leq 180^\circ \Leftrightarrow -\frac{23}{18} \leq k \leq \frac{13}{18}.$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $\begin{cases} k = -1 \Rightarrow x = -130^\circ \\ k = 0 \Rightarrow x = 50^\circ. \end{cases}$

☑ Xét nghiệm $x = 80^\circ + k180^\circ.$

$-180^\circ \leq x \leq 180^\circ \Leftrightarrow -180^\circ \leq 80^\circ + k180^\circ \leq 180^\circ \Leftrightarrow -\frac{13}{9} \leq k \leq \frac{5}{9}.$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $\begin{cases} k = -1 \Rightarrow x = -100^\circ \\ k = 0 \Rightarrow x = 80^\circ. \end{cases}$

Vậy có tất cả 4 nghiệm thỏa mãn bài toán.

Cách 2: CASIO.

Ta có: $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ \Leftrightarrow -360^\circ \leq 2x \leq 360^\circ.$

Chuyển máy về chế độ **DEG**.

Dùng chức năng **TABLE** nhập hàm $f(X) = \sin(2X - 40) - \frac{\sqrt{3}}{2}$, với các thiết lập

- . $Start = -360$.
- . $END = 360$.
- . $STEP = 40$

Quan sát bảng giá trị của $f(X)$ ta suy ra phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**..... □

CÂU 18. Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi$, $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = -\frac{2}{3}$. Biết $\sin(\alpha + \beta) = \frac{a + \sqrt{b}}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c$.

- (A)** 45. **(B)** 35. **(C)** 33. **(D)** 54.

Lời giải.

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \beta > 0 \end{cases}.$$

Ta có

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ &= \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \\ &= -\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}. \end{aligned}$$

Vậy $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2 + \sqrt{40}}{-9}$. Suy ra $a = 2$, $b = 40$, $c = -9$ nên $a + b + c = 33$

Chọn đáp án **(C)**..... □

CÂU 19. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n^2 - 3$. Số hạng thứ 10 của dãy số là

- (A)** 7. **(B)** 97. **(C)** 100. **(D)** 103.

Lời giải.

Số hạng thứ 10 của dãy số là $u_{10} = 10^2 - 3 = 97$.

Chọn đáp án **(B)**..... □

CÂU 20. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là dãy số bị chặn?

- (A)** $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$. **(B)** $u_n = n + \frac{1}{n}$. **(C)** $u_n = 2^n + 1$. **(D)** $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 0 < u_n = \frac{n}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Suy ra dãy số $u_n = \frac{n}{n+1}$ bị chặn.

Chọn đáp án **(D)**..... □

CÂU 21. Cho dãy số (u_n) được xác định $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số (u_n) là

- (A)** $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. **(B)** $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.
(C) $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$. **(D)** $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Lời giải.

Xét $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$ có $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \end{cases}$.
 $\Rightarrow u_{n+1} = 1 + \frac{n[(n-1)+2][(2n-1)+2]}{6} = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1) + 6n^2}{6} = u_n + n^2$.
 Vậy dãy số đã cho có số hạng tổng quát là $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

CÂU 22. Cho dãy số $0; 2; 4; 6; \dots; 304$. Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng?

- (A)** 304. **(B)** 152. **(C)** 153. **(D)** 305.

Lời giải.

Số các số hạng của dãy số là $\frac{304-0}{2} + 1 = 153$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

CÂU 23. Cho cấp số cộng $1; 1; 1; \dots$. Công sai của cấp số cộng trên là

- (A)** 0. **(B)** 1. **(C)** -1. **(D)** \emptyset .

Lời giải.

Cấp số cộng có công sai $d = 1 - 1 = 0$. Đây là dãy số không đổi.

Chọn đáp án **(A)** ☐

CÂU 24. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$ thì số hạng u_5 bằng

- (A)** 7. **(B)** 10. **(C)** 5. **(D)** 6.

Lời giải.

Áp dụng công thức số hạng thứ n của cấp số cộng (u_n) là $u_n = u_1 + (n-1) \cdot d$.

Khi đó số hạng $u_5 = u_1 + (5-1) \cdot d = -2 + 4 \cdot 3 = 10$. Vậy $u_5 = 10$.

Chọn đáp án **(B)** ☐

CÂU 25. Vào năm 2023, nhiệt độ trung bình của thành phố A là khoảng $29,5^\circ C$. Giả sử do biến đổi khí hậu nên mỗi năm nhiệt độ trung bình của thành phố A đều tăng thêm khoảng $0,1^\circ C$. Hãy ước tính kể từ năm nào thì nhiệt độ trung bình của thành phố A đạt từ $35^\circ C$ trở lên.

- (A)** 2076. **(B)** 2077. **(C)** 2078. **(D)** 2079.

Lời giải.

Theo bài toán, nhiệt độ trung bình ở mỗi năm của thành phố A lập thành cấp số cộng với công sai là $d = 0,1 (^\circ C)$ và $u_1 = 29,5^\circ C$ là nhiệt độ trung bình của thành phố A vào năm 2023.

Giả sử số hạng thứ n của cấp số cộng có giá trị lớn hơn hoặc bằng 35.

Tức là, $u_n \geq 35^\circ C$ hay $u_1 + (n-1) \cdot d \geq 35 \Leftrightarrow 29,5 + (n-1) \cdot 0,1 \geq 35 \Leftrightarrow n \geq 56$.

Do đó, kể từ số hạng thứ 56 trở đi thì chúng đều có giá trị lớn hơn hoặc bằng 35.

Ta có u_1 là nhiệt độ trung bình của thành phố A vào năm 2023.

Nên u_{56} là nhiệt độ trung bình của thành phố A vào năm $(2023 + 56 - 1) = 2078$.

Vậy kể từ năm 2078 thì nhiệt độ trung bình của thành phố A đạt từ $35^\circ C$ trở lên.

Chọn đáp án **(C)** ☐

CÂU 26. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{5}$, $u_4 = 5$. Tính công bội q .

- (A)** 5. **(B)** 25. **(C)** $\frac{1}{5}$. **(D)** 125.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_2 = u_1 \cdot q = \frac{1}{5} \\ u_4 = u_1 \cdot q^3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{u_4}{u_2} = q^2 = 25 \Leftrightarrow q = \pm 5$.

Mà cấp số nhân (u_n) có công bội dương nên $q = 5$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

CÂU 27. Tìm x để các số $2; 8; x; 128$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- (A)** 16. **(B)** 64. **(C)** 34. **(D)** 32.

Lời giải.

Các số $2; 8; x; 128$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân khi $x = \sqrt{8 \cdot 128} = 32$.

Chọn đáp án **(D)** ☐

CÂU 28. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1$, $u_4 = 64$. Tính công bội q của cấp số nhân.

- (A)** 21. **(B)** ± 4 . **(C)** 4. **(D)** $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Theo công thức tổng quát của cấp số nhân $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Leftrightarrow 64 = 1 \cdot q^3 \Leftrightarrow q = 4$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

CÂU 29. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1$, $q = \frac{-1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

- (A) số hạng thứ 103. (B) số hạng thứ 104.
(C) số hạng thứ 105. (D) Không là số hạng của cấp số đã cho.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{10^{103}} = -1 \cdot \left(\frac{-1}{10}\right)^{n-1} \Rightarrow n-1 = 103 \Rightarrow n = 104$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 30. Mỗi nhóm số liệu ghép nhóm là tập hợp gồm

- (A) Các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo nhiều tiêu chí xác định.
(B) Các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo hai tiêu chí xác định.
(C) Các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo một tiêu chí xác định.
(D) Các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo ba tiêu chí xác định.

Lời giải.

Theo định nghĩa số liệu ghép nhóm: Các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo một tiêu chí xác định.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 31. Mẫu số liệu sau cho biết phân bố theo độ tuổi của dân số Việt Nam năm 2019

Độ tuổi	Dưới 15	Từ 15 đến 65	Từ 65 trở lên
Số người	23371882	65420451	7416651

Số dân Việt Nam năm 2019 là

- (A) 73837102. (B) 72837102. (C) 95208984. (D) 96208984.

Lời giải.

Số dân Việt Nam năm 2019 là $23371882 + 65420451 + 7416651 = 96208984$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 32. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là

- (A) [20; 40). (B) [60; 80). (C) [40; 60). (D) [80; 100).

Lời giải.

Mốt M_0 chứa trong nhóm [40; 60).

Chọn đáp án (C) □

CÂU 33. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

- (A) [20; 40). (B) [60; 80). (C) [40; 60). (D) [80; 100).

Lời giải.

Ta có $n = 42$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là $Q_3 = x_{33}$.

Mà $x_{33} \in [60; 80)$.

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là nhóm [60; 80).

Chọn đáp án (B) □

CÂU 34. Khi thống kê chiều cao của 40 bạn lớp 11A, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau (đơn vị: centimét).

Nhóm	Tần số
[155; 160)	5
[160; 165)	12
[165; 170)	16
[170; 175)	7
	$n = 40$

Số trung bình cộng bằng

(A) 165,6.

(B) 156,6.

(C) 155,6.

(D) 156,5.

Lời giải.

Số trung bình cộng là $\bar{x} = \frac{5 \cdot 157,5 + 12 \cdot 162,5 + 16 \cdot 167,5 + 7 \cdot 172,5}{40} \approx 165,6$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 35. Cho mẫu số liệu ghép nhóm thống kê thời gian sử dụng điện thoại trước khi ngủ (đơn vị: phút) của một người trong 120 ngày như ở bảng sau. Xác định các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu đó (làm tròn các kết quả đến hàng phần mười).

Nhóm	Tần số
[0; 4)	13
[4; 8)	29
[8; 12)	48
[12; 16)	22
[16; 20)	8
	$n = 120$

Giá trị các tứ phân vị thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là

(A) 9,5; 12; 6,3.

(B) 6,3; 9,5; 12.

(C) 9,5; 6,3; 12.

(D) 12; 6,3; 9,5.

Lời giải.

Bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy được cho như ở bảng

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[0; 4)	13	13
[4; 8)	29	42
[8; 12)	48	90
[12; 16)	22	112
[16; 20)	8	120
	$n = 120$	

Ta có $\frac{n}{2} = 60$, $\frac{n}{4} = 30$, $\frac{3n}{4} = 90$.

Vì $42 < 60 < 90$ nên nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 60.

Suy ra trung vị là $M_e = 8 + \left(\frac{60 - 42}{48} \right) \cdot 4 = 9,5$.

Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = M_e = 9,5$.

Do $13 < 30 < 42$ nên nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 30. Suy ra tứ phân vị thứ nhất là

$Q_1 = 4 + \left(\frac{30 - 13}{29} \right) \cdot 4 \approx 6,3$.

Do $42 < 90 \leq 90$ nên nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 90. Suy ra tứ phân vị thứ ba là

$Q_3 = 8 + \left(\frac{90 - 42}{48} \right) \cdot 4 = 12$.

Chọn đáp án (B) □

B. PHẦN TỰ LUẬN

BÀI 1. Cho góc $\alpha \in (-\pi; -\frac{\pi}{2})$ và $\tan \alpha = 3$. Tìm các GTLG của α .

Lời giải.

Ta có $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{3}$

Vì $\alpha \in (-\pi; -\frac{\pi}{2})$ nên $\cos \alpha < 0$.

$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{10} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-\sqrt{10}}{10}$.

$\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{-3\sqrt{10}}{10}$.

BÀI 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

Lời giải.

Gọi u_1 , d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

Ta có $\begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 35 \\ d = 5 \end{cases}$.

Vậy $S_{10} = \frac{10}{2} \cdot (2u_1 + 9d) = 5 \cdot [2 \cdot (-35) + 9 \cdot 5] = -125$.

BÀI 3. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Hãy cho biết ngày tháng nào có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất và ngày tháng nào có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất trong năm (không nhuận)?

Lời giải.

$\forall t(0; 365]$, ta có

$$\begin{aligned} -1 &\leq \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] \leq 1 \\ \Leftrightarrow 9 &\leq 3 \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 12 \leq 15 \end{aligned}$$

$d(t)$ đạt GTLN bằng 15 khi

$$\sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182} (t - 80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 171 + 364k (k \in \mathbb{Z})$$

BÀI 4. Tìm 4 số hạng đầu của một cấp số nhân biết tổng 3 số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự chúng là số hạng thứ 1, thứ 4, thứ 8 của một cấp số cộng có công sai khác 0.

Lời giải.

Gọi 4 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho là u_1, u_2, u_3, u_4 ; công bội của cấp số nhân là q , công sai của cấp số cộng là d ($d \neq 0$).

Tổng 3 số hạng đầu của cấp số nhân bằng $\frac{148}{9}$ nên $u_1 + u_2 + u_3 = \frac{148}{9} \Leftrightarrow u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = \frac{148}{9}$ (1).

Do u_1, u_2, u_3 theo thứ tự chúng là số hạng thứ 1, thứ 4, thứ 8 của một cấp số cộng có công sai $d \neq 0$ nên

$$\begin{cases} u_1 \cdot q = u_1 + 3d \\ u_1 \cdot q^2 = u_1 + 7d \end{cases}$$

Nhân phương trình (2) với 7 và nhân phương trình (3) với 3, sau đó trừ hai phương trình theo vế ta được $u_1 (3q^2 - 7q + 4) = 0$ (4).

Từ phương trình (1) ta có $u_1 \neq 0$. Khi đó (3) $\Leftrightarrow 3q^2 - 7q + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{4}{3} \end{cases}$

+) Với $q = 1$, thay vào (1) suy ra $u_1 = u_2 = u_3 = \frac{148}{27}$ (loại do u_1, u_2, u_3 theo thứ tự chúng là số hạng thứ 1, thứ 4, thứ 8 của một cấp số cộng có công sai $d \neq 0$).

+) Với $q = \frac{4}{3}$, thay vào (1) suy ra $u_1 = 4, u_2 = \frac{16}{3}, u_3 = \frac{64}{9}, u_4 = \frac{256}{27}$.

Vậy 4 số hạng đầu của cấp số nhân là $u_1 = 4, u_2 = \frac{16}{3}, u_3 = \frac{64}{9}, u_4 = \frac{256}{27}$.

BÀI 5. Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết sau 15 tháng, người đó có số tiền là 100 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau?

Lời giải.

Với số tiền T gửi đều đặn mỗi tháng theo hình thức lãi kép với lãi suất $r\%$ mỗi tháng, ta có

Sau một tháng, số tiền của người đó là $A_1 = T(1 + r)$ đồng.

Sau hai tháng, số tiền của người đó là $A_2 = [T(1 + r) + T](1 + r) = T[(1 + r)^2 + (1 + r)]$ đồng.

Sau ba tháng, số tiền của người đó là

$$A_3 = \{T[(1 + r)^2 + (1 + r)] + T\}(1 + r) = T[(1 + r)^3 + (1 + r)^2 + (1 + r)] \text{ đồng.}$$

...

Sau mười lăm tháng, số tiền của người đó là

$$A_{15} = T[(1 + r)^{15} + (1 + r)^{14} + \dots + (1 + r)] = \frac{T}{r}(1 + r)[(1 + r)^{15} - 1] \text{ đồng.}$$

$$\text{Khi đó } T = \frac{A_{15} \cdot r}{(1 + r)[(1 + r)^{15} - 1]} = \frac{10^8 \cdot 0,006}{1,006 \cdot (1,006^{15} - 1)} \approx 6.350.000 \text{ đồng.}$$

Gọi tôi là: Ngày làm đề:/...../.....

ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ 1

TOÁN 11 — ĐỀ 3

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Số đo bằng độ của cung lượng giác $\frac{\pi}{12}$ là

- ☐ A $\left(\frac{75}{2}\right)^\circ$. ☐ B 45° . ☐ C -345° . ☐ D 15° .

Lời giải.

Ta có $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{12} \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = 15^\circ$.

Chọn đáp án ☒ D ☐

CÂU 2. Đổi 80° sang radian

- ☐ A $\frac{4\pi}{9}$. ☐ B $\frac{2\pi}{9}$. ☐ C $\frac{\pi}{9}$. ☐ D $\frac{5\pi}{9}$.

Lời giải.

Ta có : $80^\circ = 80 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{4\pi}{9}$.

Chọn đáp án ☒ A ☐

CÂU 3. Cung tròn bán kính bằng 8 cm có số đo 3 rad có độ dài là

- ☐ A $\frac{8}{3}$ cm. ☐ B $\frac{3}{11}$ cm. ☐ C 11 cm. ☐ D 24 cm.

Lời giải.

Độ dài cung tròn $l = R\alpha = 8 \cdot 3 = 24$ cm.

Chọn đáp án ☒ D ☐

CÂU 4. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $P = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$

- ☐ A $P = -\frac{3}{5}$. ☐ B $P = \frac{3}{5}$. ☐ C $P = -\frac{9}{25}$. ☐ D $P = \frac{9}{25}$.

Lời giải.

Ta có $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$ nên $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{25}{9}$.

Do đó $P = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{9}{25}$.

Chọn đáp án ☒ D ☐

CÂU 5. Cho $\sin a = \frac{1}{3}$. Tính $P = \frac{3 \cot a + 2 \tan a}{\cot a + \tan a}$

- ☐ A $P = \frac{9}{26}$. ☐ B $P = \frac{26}{9}$. ☐ C $P = -6$. ☐ D $P = 6$.

Lời giải.

Ta có

$$P = \frac{3 \cot a + 2 \tan a}{\cot a + \tan a} = \frac{3 \cot^2 a + 2}{\cot^2 a + 1} = \frac{3 \left(\frac{1}{\sin^2 a} - 1 \right) + 2}{\frac{1}{\sin^2 a} - 1 + 1} = \frac{3 \frac{1}{\sin^2 a} - 1}{\frac{1}{\sin^2 a}} = \frac{26}{9}$$

Chọn đáp án ☒ B ☐

CÂU 6. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- ☐ A $\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$. ☐ B $\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.
☐ C $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$. ☐ D $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$.

Lời giải.

Chọn đáp án ☒ B ☐

CÂU 7. Trong các công thức sau, công thức nào sai?

- (A) $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$. (B) $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$. (C) $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$. (D) $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Lời giải.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 8. Cho $\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 5 \sin^2 \alpha - 4 \cos^2 \alpha$.

- (A) $\frac{7}{4}$. (B) $-\frac{5}{8}$. (C) $-\frac{7}{4}$. (D) $\frac{1}{8}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} P &= 5 \sin^2 \alpha - 4 \cos^2 \alpha = 5 \left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \right) - 4 \left(\frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{9}{2} \cos 2\alpha = \frac{1}{2} - \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{7}{4}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 9. Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.

- (A) $\frac{16}{65}$. (B) $-\frac{16}{65}$. (C) $\frac{18}{65}$. (D) $-\frac{18}{65}$.

Lời giải.

Ta có

$$\sin \alpha = \frac{5}{13}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right) \text{ nên } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = -\frac{12}{13}.$$

$$\cos \beta = \frac{3}{5}, \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right) \text{ nên } \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Do đó } \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = -\frac{12}{13} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{16}{65}.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 10. Rút gọn biểu thức: $\frac{\sin a + \sin 3a + \sin 5a}{\cos a + \cos 3a + \cos 5a}$.

- (A) $\tan 3a$. (B) $\tan a$. (C) $2 \tan 3a$. (D) $\cot 3a$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{\sin a + \sin 3a + \sin 5a}{\cos a + \cos 3a + \cos 5a} &= \frac{\sin a + \sin 5a + \sin 3a}{\cos a + \cos 5a + \cos 3a} = \frac{2 \sin 3a \cdot \cos a + \sin 3a}{2 \cos 3a \cdot \cos a + \cos 3a} \\ &= \frac{\sin 3a \cdot (2 \cos a + 1)}{\cos 3a \cdot (2 \cos a + 1)} = \tan 3a. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 11. Xét bốn mệnh đề sau:

- (1) Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là \mathbb{R} .
- (2) Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là \mathbb{R} .
- (3) Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- (4) Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Số mệnh đề đúng là

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 4.

Lời giải.

Các mệnh đề đúng là:

- 1) Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là \mathbb{R} .
- 2) (2) Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là \mathbb{R} .
- 3) (3) Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 12. Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \tan x$ là

- (A) $k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (B) π . (C) $\frac{\pi}{3}$. (D) 3π .

Lời giải.

Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ là π .

Chọn đáp án (B) □

CÂU 13. Tìm chu kỳ của hàm số $f(x) = \sin \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{3x}{2}$.

- (A) 5π . (B) $\frac{\pi}{2}$. (C) 4π . (D) 2π .

Lời giải.

Chu kỳ của $\sin \frac{x}{2}$ là $T_1 = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$ và chu kỳ của $\cos \frac{3x}{2}$ là $T_2 = \frac{2\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{4\pi}{3}$.

Chu kỳ của hàm ban đầu là bội chung nhỏ nhất của hai chu kỳ T_1 và T_2 vừa tìm được ở trên. Do đó chu kỳ của hàm ban đầu $T = 4\pi$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 14. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = \frac{\sin 2x}{2 \cos x - 3}$ thì $y = f(x)$ là

- (A) Hàm số chẵn. (B) Hàm số lẻ. (C) Không chẵn không lẻ. (D) Vừa chẵn vừa lẻ.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $\forall x \in \mathcal{D} \Rightarrow -x \in \mathcal{D}$.

$$f(-x) = \frac{\sin(-2x)}{2 \cos(-x) - 3} = \frac{-\sin 2x}{2 \cos x - 3} = -f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \cos^2 x - \sin 2x + 5$.

- (A) $\sqrt{2}$. (B) $-\sqrt{2}$. (C) $6 - \sqrt{2}$. (D) $6 + \sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = 2 \cos^2 x - \sin 2x + 5 = \cos 2x - \sin 2x + 6 = \sqrt{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + 6.$$

$$\text{Do } -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \leq \sqrt{2} \text{ nên } -\sqrt{2} + 6 \leq \sqrt{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + 6 \leq \sqrt{2} + 6.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \cos^2 x - \sin 2x + 5$ là $6 - \sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 16. Cho $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ là nghiệm của phương trình nào sau đây

- (A) $\sin x = 0$. (B) $\sin x = 1$. (C) $\sin x = -1$. (D) $\cos x = 1$.

Lời giải.

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 17. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- (A) $\sin x = \frac{1}{2}$. (B) $\sin x = \frac{5}{3}$. (C) $\tan x = -2023$. (D) $\cos x = \frac{3}{5}$.

Lời giải.

Phương trình $\sin x = a$ có nghiệm khi $|a| \leq 1$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 18. Phương trình $\sin x = m - 1$ có nghiệm khi m là

- (A) $-1 \leq m \leq 1$. (B) $0 \leq m \leq 2$. (C) $m \leq 0$. (D) $-1 \leq m \leq 0$.

Lời giải.

Phương trình $\sin x = m - 1$ có nghiệm khi $-1 \leq m - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 19. Phương trình $1 + 2 \sin x \cos x = 0$ có nghiệm là

- (A) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. (B) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. (C) $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. (D) $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình: } 1 + 2 \sin x \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 20. Phương trình $(2 \cos x + 1)(\cos 2x - \sqrt{3}) = 0$ có nghiệm là

- (A) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. (B) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. (C) $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$. (D) $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải.

Phương trình

$$(2 \cos x + 1)(\cos 2x - \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos 2x = \sqrt{3} \end{cases} \quad (\text{Vô Nghiệm})$$

Với $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 21. (Bảng số liệu sau dùng cho câu 21-24) Quãng đường (km) các cầu thủ (không tính thủ môn) chạy trong một trận bóng đá tại giải ngoại hạng Anh được cho trong bảng thống kê sau:

Quãng đường	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số cầu thủ	2	5	6	9	3

Tính quãng đường trung bình một cầu thủ chạy trong trận đấu này.

- (A) 7,02. (B) 7,48. (C) 5,23. (D) 8,36.

Lời giải.

Tổng số cầu thủ là $n = 2 + 5 + 6 + 9 + 3 = 25$.

Quãng đường trung bình một cầu thủ chạy trong trận đấu này là

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 7 + 9 \cdot 9 + 3 \cdot 11}{25} = 7,48 \text{ (km)}.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 22. Tìm trung vị của mẫu số liệu.

- (A) 7,83. (B) 7,48. (C) 6,23. (D) 3,56.

Lời giải.

Cỡ mẫu $n = 2 + 5 + 6 + 9 + 3 = 25$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{25} là quãng đường chạy của 25 cầu thủ và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó, trung vị là x_{13} , mà x_{13} thuộc nhóm [6; 8) nên nhóm này chứa trung vị. Do đó, trung vị là

$$M_e = 6 + \frac{\frac{25}{2} - (2 + 5)}{6} \cdot (8 - 6) \approx 7,83.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 23. Tìm a sao cho có 25% số cầu thủ tham gia trận đấu chạy ít nhất a (km).

- (A) 9,28. (B) 7,48. (C) 12,23. (D) 13,56.

Lời giải.

Số a thỏa mãn có 25% số cầu thủ tham gia trận đấu chạy ít nhất a (km).

Do đó, a chính là tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên.

Cỡ mẫu $n = 25$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{25} là quãng đường chạy của 25 cầu thủ và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó tứ phân vị thứ ba là $\frac{x_{19} + x_{20}}{2}$.

Do x_{19}, x_{20} đều thuộc nhóm [8; 10) nên nhóm này chứa tứ phân vị thứ ba.

$$\text{Do đó } a = Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 25}{4} - (2 + 5 + 6)}{9} \cdot (10 - 8) \approx 9,28.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 24. Tính mốt của mẫu số liệu thu được.

- (A) 9,28. (B) 7,48. (C) 8,67. (D) 13,56.

Lời giải.

Tần số lớn nhất là 9 nên nhóm chứa mốt là [8; 10).

$$\text{Mốt là } M_o = 8 + \frac{(9 - 6)}{(9 - 6) + (9 - 3)} \cdot 2 \approx 8,67.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 25. Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{4n+5}{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Dãy số bị chặn trên. (B) Dãy số bị chặn dưới. (C) Dãy số bị chặn. (D) Không bị chặn.

Lời giải.

Ta có $u_n = \frac{4n+5}{n+1} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó

$$u_n = \frac{4n+5}{n+1} = \frac{4(n+1)+1}{n+1} = 4 + \frac{1}{n+1} \leq 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow u_n \leq \frac{9}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Suy ra $0 < u_n \leq \frac{9}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số (u_n) bị chặn.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 26. Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -\frac{1}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số này là

- (A) $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1$. (B) $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}$. (C) $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}$. (D) $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_1 = -\frac{1}{2}$ và $d = \frac{1}{2}$ nên

$$\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ u_2 = u_1 + d = 0 \\ u_3 - u_2 + d = \frac{1}{2} \\ u_4 = u_3 + d = 1 \\ u_5 = u_4 + d = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy 5 số hạng cần tìm là $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 27. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tính u_2 bằng

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

Lời giải.

Ta có: $u_2 = u_1 + d = 2 + 3 = 5$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 28. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là

- (A) $d = -3$. (B) $d = 3$. (C) $d = 5$. (D) $d = 6$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$$

Vậy công sai $d = 3$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 29. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 1$ và $u_4 = 10$. Công sai d bằng

- (A) -2. (B) 1. (C) 3. (D) -4.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 + 3d = 1 + 3d = 10 \Leftrightarrow d = 3$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 30. Tính tổng $K = 15 + 20 + 25 + \dots + 7510$.

- (A) 5 634 750. (B) 5 643 705. (C) 5 643 250. (D) 5 643 750.

Lời giải.

Ta thấy các số hạng của tổng K tạo thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 15$ và công sai $d = 5$.

Giả sử tổng trên có n số hạng thì

$$u_n = 7510 \Leftrightarrow u_1 + (n-1)d = 7510 \Leftrightarrow 15 + (n-1)5 = 7510 \Leftrightarrow n = 1500.$$

$$\text{Vậy } K = S_{1500} = \frac{1500(15 + 7510)}{2} = 5\,643\,750.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 31. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Tính u_4 bằng

- (A) 9. (B) 16. (C) 24. (D) 48.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 3 \cdot 2^3 = 24$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 32. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 5$ và $u_2 = -20$. Công bội q bằng

- (A) -2. (B) 4. (C) 3. (D) -4.

Lời giải.

Ta có $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-20}{5} = -4$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 33. Cho cấp số nhân: 1; 2; 4; 8; ... Số hạng thứ năm là

- (A) 10. (B) 16. (C) 12. (D) 32.

Lời giải.

Ta có công bội $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{2}{1} = 2$.

Suy ra $u_5 = u_4 \cdot q = 8 \cdot 2 = 16$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 34. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$. Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên S_{10}

- (A) 4225. (B) 4115. (C) 5225. (D) 5115.

Lời giải.

Ta có: $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 5 \cdot \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = 5115$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 35. Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_4 + u_6 = 540 \\ u_1 + u_3 = 20 \end{cases}$. Công bội q bằng

- (A) 6. (B) 27. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{cases} u_4 + u_6 = 540 \\ u_1 + u_3 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 \cdot (1 + q^2) = 540 \\ u_1 (1 + q^2) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^3 = 27 \\ u_1 (1 + q^2) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

Chọn đáp án (D) □

B. PHẦN TỰ LUẬN

BÀI 1. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của $\cos \alpha$?

Lời giải.

Ta có

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$, do đó $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

BÀI 2. Trong dịp nghỉ lễ 02/9 gia đình anh An cần thuê một xe Taxi để di chuyển từ thủ đô Hà Nội về thăm quê tại TP Bắc Giang. Biết giá của kilômét đầu tiên là 10.000 đồng, kể từ kilômét thứ 2 giá của mỗi kilômét tăng thêm 500 đồng so với giá của kilômét trước đó. Biết quãng đường Taxi di chuyển từ thủ đô Hà Nội về TP Bắc Giang là 80 km. Hỏi gia đình anh An phải trả bao nhiêu tiền cho chuyến Taxi đó?

Lời giải.

Số tiền ở từng kilômét lập thành một cấp số cộng.

Số hạng đầu tiên là $u_1 = 10.000$, công sai $d = 500$.

Cấp số cộng có 80 số hạng.

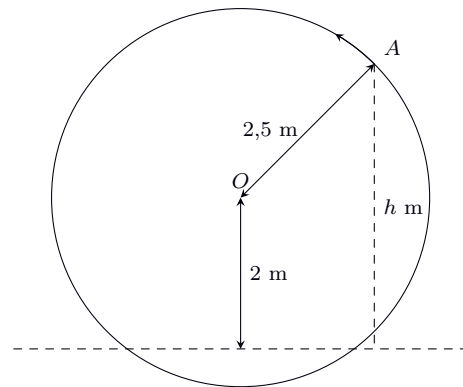
Tổng số tiền là $S_{80} = 80.10000 + \frac{79.80.500}{2} = 2.380.000$ đồng.

BÀI 3.

Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính 2,5 m; trục của nó đặt cách mặt nước 2 m (hình bên). Khi guồng quay đều, khoảng cách h (m) tính từ một chiếc gầu tại điểm A trên guồng đến mặt nước là $h = |y|$ trong đó

$$y = 2 + 2,5 \sin 2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right)$$

với x là thời gian quay của guồng ($x \geq 0$), tính bằng phút; ta quy ước rằng $y > 0$ khi gầu ở trên mặt nước và $y < 0$ khi gầu ở dưới mặt nước



- a) Khi nào chiếc gầu ở vị trí cao nhất? Thấp nhất?
b) Chiếc gầu cách mặt nước 2 mét lần đầu tiên khi nào?

Lời giải.

- a) Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có

$$\begin{aligned} -1 \leq \sin 2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right) \leq 1 &\Leftrightarrow -2,5 \leq 2,5 \sin 2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right) \leq 2,5 \\ &\Leftrightarrow -0,5 \leq 2 + 2,5 \sin 2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right) \leq 4,5. \end{aligned}$$

Suy ra, gầu ở vị trí cao nhất khi

$$\sin 2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right) = 1 \Leftrightarrow 2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} + k, (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy gầu ở vị trí cao nhất tại các thời điểm $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$ phút.

Tương tự, gầu ở vị trí thấp nhất khi

$$\sin 2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right) = -1 \Leftrightarrow 2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = k, (k \in \mathbb{Z}).$$

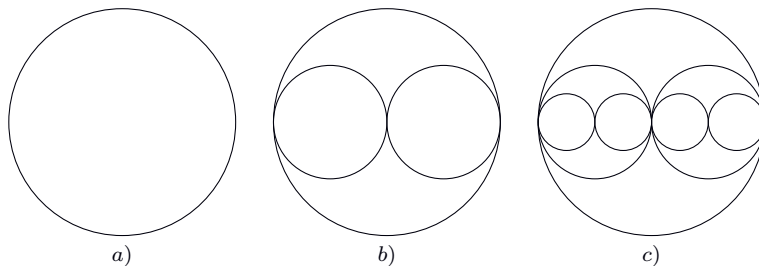
Vậy gầu ở vị trí thấp nhất tại các thời điểm 0, 1, 2, ... phút.

- b) Gầu cách mặt nước 2 m nên

$$\begin{aligned} 2 + 2,5 \sin 2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right) &= 2 \Leftrightarrow \sin 2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right) = k\pi \\ &\Leftrightarrow x = \frac{1}{4} + \frac{k}{2}, (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vậy chiếc gầu cách mặt nước 2 m lần đầu tiên tại thời điểm $x = \frac{1}{4}$ phút.

BÀI 4. Từ tờ giấy, cắt một hình tròn bán kính R (cm). Tiếp theo, cắt hai hình tròn bán kính $\frac{R}{2}$ rồi chồng lên hình tròn đầu tiên. Tiếp theo, cắt bốn hình tròn bán kính $\frac{R}{4}$ rồi chồng lên các hình trước. Cứ thế tiếp tục mãi. Tính tổng diện tích của các hình tròn.



Lời giải.

Diện tích của các hình tròn trong các lần cắt là

- a) Lần thứ 1: $S_1 = \pi R^2$.

b) Lần thứ 2: $S_2 = 2 \cdot \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{2}$.

c) Lần thứ 3: $S_2 = 4 \cdot \pi \left(\frac{R}{4}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{2^2}$.

d) Lần thứ n : $S_n = \frac{\pi R^2}{2^{n-1}}$.

Do đó diện tích các hình tròn lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $S_1 = \pi R^2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$ nên tổng diện tích các hình tròn là

$$S_1 + S_2 + \dots = \frac{\pi R^2}{1 - \frac{1}{2}} = 2\pi R^2.$$

MỤC LỤC

Đề 1: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	1
Đề 2: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	5
Đề 3: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	9

LỜI GIẢI CHI TIẾT	12
--------------------------	-----------

Đề 1: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	12
Đề 2: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	21
Đề 3: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	29

