

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

Bài 10. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

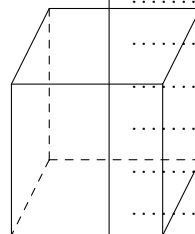
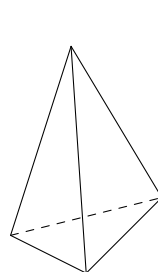
1. Khái niệm mở đầu

- ☑ Điểm A thuộc mặt phẳng (P) , kí hiệu $A \in (P)$.
- ☑ Điểm B không thuộc mặt phẳng (P) , kí hiệu $B \notin (P)$.
Nếu $A \in (P)$ ta còn nói A nằm trên (P) , hoặc (P) chứa A , hoặc (P) đi qua A .

A Để nghiên cứu hình học không gian, ta thường vẽ các hình đó lên bảng hoặc lên giấy. Hình vẽ đó được gọi là hình biểu diễn của một hình không gian. Hình biểu diễn của một hình không gian cần tuân thủ những quy tắc sau:

- ☑ Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- ☑ Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
- ☑ Hình biểu diễn giữ nguyên quan hệ thuộc giữa điểm và đường thẳng.
- ☑ Dùng nét liền để biểu diễn cho đường nhìn thấy và nét đứt đoạn để biểu diễn cho đường bị che khuất.

Các quy tắc khác sẽ được học ở phần sau.



Hình 4.3. Hình biểu diễn của hình chóp tam giác đều và hình lập phương.

2. Các tính chất thừa nhận

- ⚡ TÍNH CHẤT 10.1. Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.
- ⚡ TÍNH CHẤT 10.2. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- ⚡ TÍNH CHẤT 10.3. Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
- ⚡ TÍNH CHẤT 10.4. Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt cùng thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.
- ⚡ TÍNH CHẤT 10.5. Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa.
Vậy thì: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy. Đường thẳng đó được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.
- ⚡ TÍNH CHẤT 10.6. Trên mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

3. Cách xác định mặt phẳng

Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết:

- ☑ Nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- ☑ Nó đi qua một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó.



ĐIỂM: _____

Be yourself; everyone else is already taken.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- ☑ Nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Các kí hiệu:

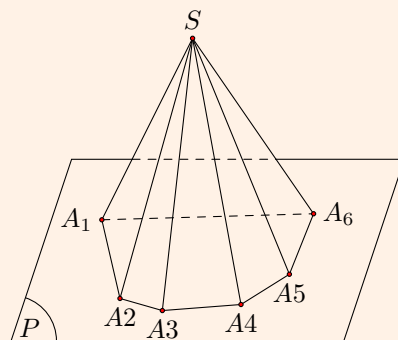
- ☑ (ABC) là kí hiệu mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C .
- ☑ (M, d) là kí hiệu mặt phẳng đi qua d và điểm $M \notin d$.
- ☑ (d_1, d_2) là kí hiệu mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau d_1, d_2 .

4. Hình chóp và hình tứ diện

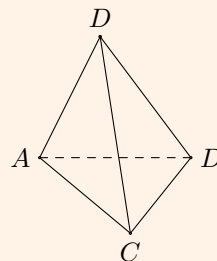
Trong mặt phẳng (α) cho đa giác lồi $A_1A_2 \dots A_n$. Lấy điểm S nằm ngoài (α) . Lần lượt nối S với các đỉnh A_1, A_2, \dots, A_n và n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$ được gọi là hình chóp, kí hiệu là $S.A_1A_2 \dots A_n$.

Ta gọi:

- ☑ S là đỉnh;
- ☑ Đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ là đáy;
- ☑ Các đoạn SA_1, SA_2, \dots, SA_n là các cạnh bên;
- ☑ Các đoạn $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_1$ là các cạnh đáy;
- ☑ Các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$ là các mặt bên.



Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC, ABD, ACD và BCD được gọi là tứ diện $ABCD$.



B. HỆ THỐNG BÀI TẬP

Dạng 1. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

Để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, ta tìm hai điểm chung của chúng. Đường thẳng đi qua hai điểm chung đó là giao tuyến.

A Lưu ý: Điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) thường được tìm như sau: Tìm hai đường thẳng a, b lần lượt thuộc (α) và (β) , đồng thời chúng cùng nằm trong mặt phẳng (γ) nào đó; giao điểm $M = a \cap b$ là điểm chung của (α) và (β) .

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) (SAC) và (SBD) . | b) (SAC) và (MBD) . |
| c) (MBC) và (SAD) . | d) (SAB) và (SCD) . |

BÀI 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) .

BÀI 3. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

BÀI 4. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) .

BÀI 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = I$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là đường thẳng:

- (A) SI . (B) SA . (C) MN . (D) SM .

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
(B) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
(C) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
(D) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

CÂU 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- (A) AM (M là trung điểm của AB). (B) AN (N là trung điểm của CD).
(C) AH (H là hình chiếu của B trên CD). (D) AK (K là hình chiếu của C trên BD).

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $IJCD$ là hình thang.
(B) $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
(C) $(SBD) \cap (JCD) = JD$.
(D) $(IAC) \cap (JBD) = AO$, O là tâm hình bình hành $ABCD$.

CÂU 5. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD . Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC . Khi EF và BC cắt nhau tại I thì I không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

- (A) (BCD) và (DEF) . (B) (BCD) và (ABC) .
(C) (BCD) và (AEF) . (D) (BCD) và (ABD) .

CÂU 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là

- (A) Đường thẳng MN .
(B) Đường thẳng AM .
(C) Đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).
(D) Đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

Dạng 2. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

Để tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) ta cần lưu ý một số trường hợp sau:

Trường hợp 1. Nếu trong (P) có sẵn một đường thẳng d' cắt d tại M , khi đó

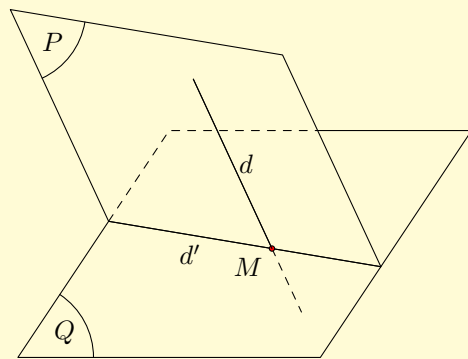
$$\begin{cases} M \in d \\ M \in d' \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M \in d \\ M \in (P) \end{cases} \Rightarrow M = d \cap (P).$$

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Trường hợp 2. Nếu trong (P) chưa có sẵn d' cắt d thì ta thực hiện theo các bước sau:

- ☑ Bước 1: Chọn một mặt phẳng (Q) chứa d .
- ☑ Bước 2: Tìm giao tuyến $\Delta = (P) \cap (Q)$.
- ☑ Bước 3: Trng (Q) gọi $M = d \cap \Delta$ thì M chính là giao điểm của $d \cap (P)$.



1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Tìm giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) .

BÀI 2. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) .

BÀI 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA .

- a) Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD) .
- b) Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD) .

BÀI 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC , N là trên cạnh BC . Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) .

BÀI 5. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC . Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Gọi Q là giao điểm của cạnh SD và mặt phẳng (MNP) . Tính tỷ số $\frac{SQ}{SD}$.

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

- A** điểm F .
- B** giao điểm của đường thẳng EG và AF .
- C** giao điểm của đường thẳng EG và AC .
- D** giao điểm của đường thẳng EG và CD .

CÂU 2. Cho hình chóp tứ giác $SABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA . Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD) .

- A** Điểm H , trong đó $E = AB \cap CD, H = SA \cap EM$.
- B** Điểm N , trong đó $E = AB \cap CD, N = SB \cap EM$.
- C** Điểm F , trong đó $E = AB \cap CD, F = SC \cap EM$.
- D** Điểm T , trong đó $E = AB \cap CD, T = SD \cap EM$.

CÂU 3. Cho hình chóp tứ giác $SABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA . Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD) .

- A** Điểm H , trong đó $I = AC \cap BD, H = MA \cap SI$.
- B** Điểm F , trong đó $I = AC \cap BD, F = MD \cap SI$.
- C** Điểm K , trong đó $I = AC \cap BD, K = MC \cap SI$.
- D** Điểm V , trong đó $I = AC \cap BD, V = MB \cap SI$.

CÂU 4. Cho hình chóp $SABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC . P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC với mặt phẳng (MNP) .

Tính $\frac{SQ}{SC}$.

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{1}{6}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{2}{3}$.

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC

tại điểm N . Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

- (A) $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$. (B) $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$. (C) $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$. (D) $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC . Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K . Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là

- (A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{4}$. (D) $\frac{1}{2}$.

CÂU 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC . I là giao điểm của AN và (SBD) . J là giao điểm của MN với (SBD) .

Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là

- (A) 4. (B) 3. (C) $\frac{7}{2}$. (D) $\frac{11}{3}$.

Dạng 3. Bài toán thiết diện

Để xác định thiết diện của hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$ cắt bởi mặt phẳng (α) , ta tìm giao điểm của mặt phẳng (α) với các đường thẳng chứa các cạnh của hình chóp. Thiết diện là đa giác có đỉnh là các giao điểm của (α) với hình chóp.

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD .

- a) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB) .
b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) .

BÀI 2. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Tìm thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

BÀI 3. Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD . E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD . Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) .

BÀI 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a ($a > 0$). Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp theo một thiết diện có diện tích bằng bao nhiêu?

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- (A) Tam giác MNE .
(B) Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
(C) Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
(D) Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, E là trung điểm của SA ; F, G lần lượt là các điểm thuộc cạnh BC, CD ($CF < FB, GC < GD$). Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EFG) là

- (A) Tam giác. (B) Tứ giác. (C) Ngũ giác. (D) Lục giác.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB) là hình gì?

- (A) Tam giác. (B) Tứ giác. (C) Hình thang. (D) Hình bình hành.

CÂU 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là hình gì?

- (A) Ngũ giác. (B) Tứ giác. (C) Hình thang. (D) Hình bình hành.

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

- (A) Tam giác IBC .
(B) Hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).
(C) Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).
(D) Tứ giác $IBCD$.

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P là ba điểm trên các cạnh AD, CD, SO . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) là hình gì?

- (A) Ngũ giác. (B) Tứ giác. (C) Hình thang. (D) Hình bình hành.

CÂU 7. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

- (A) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. (B) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. (C) $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. (D) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

CÂU 8. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC ; P là trọng tâm tam giác BCD . Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

- (A) $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$. (B) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. (C) $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$. (D) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Dạng 4. Chứng minh ba điểm thẳng hàng – ba đường thẳng đồng quy

- ☑ Để chứng minh ba điểm thẳng hàng ta chứng minh chúng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, khi đó chúng nằm trên đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng nên thẳng hàng.
- ☑ Để chứng minh ba đường thẳng đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng thuộc đường thẳng còn lại.

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho tứ diện $S.ABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I , EF cắt BC tại J , FD cắt CA tại K . Chứng minh rằng ba điểm I, J, K thẳng hàng.

BÀI 2. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Chứng minh rằng các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy.

BÀI 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Chứng minh ba điểm I, B, D thẳng hàng.

BÀI 4. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm trên đoạn thẳng AG , BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) $AM = (ACD) \cap (ABG)$. (B) A, J, M thẳng hàng.
(C) J là trung điểm AM . (D) $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AD \parallel BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm SC . DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?

QUICK NOTE

A S, I, J thẳng hàng.

B $DM \subset (SCT)$.

C $JM \subset (SAB)$.

D $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

CÂU 2. Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD . Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A A, C, I thẳng hàng.

B B, C, I thẳng hàng.

C N, G, H thẳng hàng.

D B, G, H thẳng hàng.

CÂU 3. Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Khẳng định nào sau đây đúng?

A Ba điểm B, J, K thẳng hàng.

B Ba điểm I, J, K thẳng hàng.

C Ba điểm I, J, K không thẳng hàng.

D Ba điểm I, J, C thẳng hàng.

CÂU 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

A CD, EF, EG .

B CD, IG, HF .

C AB, IG, HF .

D AC, IG, BD .

QUICK NOTE

C. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Lí thuyết

CÂU 1. Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

- ☐ A Một đường thẳng và một điểm nằm trên mặt phẳng đó.
- ☐ B Ba điểm mà mặt phẳng đó đi qua.
- ☐ C Ba điểm không thẳng hàng mà nó đi qua.
- ☐ D Hai đường thẳng nằm trên mặt phẳng.

CÂU 2. Trong các tính chất sau, tính chất nào **không** đúng?

- ☐ A Có hai đường thẳng phân biệt cùng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
- ☐ B Tồn tại 4 điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
- ☐ C Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- ☐ D Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

CÂU 3. Cho các khẳng định sau:

- (I) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
- (II) Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
- (III) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.
- (IV) Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng thì chúng thẳng hàng.

Số khẳng định **sai** trong các khẳng định trên là

- ☐ A 1.
- ☐ B 2.
- ☐ C 3.
- ☐ D 4.

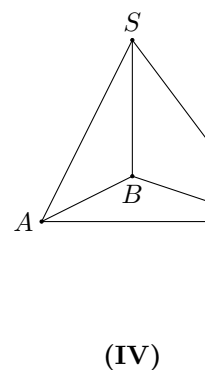
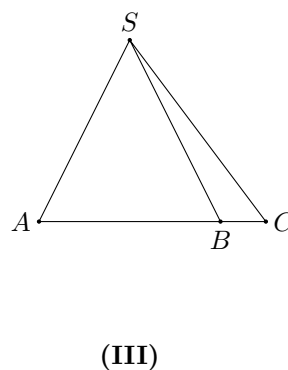
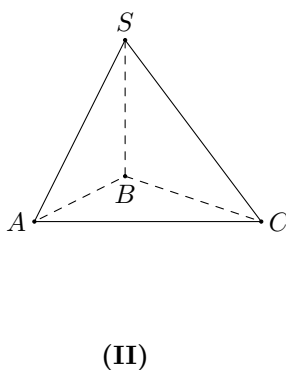
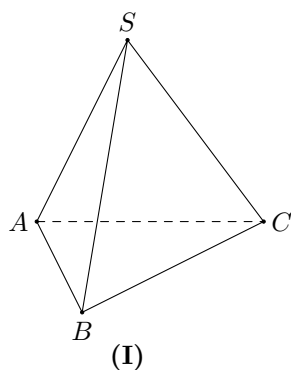
CÂU 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ C Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- ☐ D Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

CÂU 5. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- ☐ A 0.
- ☐ B Vô số.
- ☐ C 2.
- ☐ D 1.

CÂU 6. Trong các hình vẽ sau, hình nào có thể là hình biểu diễn của một hình tứ diện?



- ☐ A Chỉ hình (I), (II).
- ☐ B Các hình (I), (II), (III), (IV).
- ☐ C Chỉ hình (I).
- ☐ D Chỉ hình (I), (II), (III).

CÂU 7. Một hình chóp có đáy là ngũ giác thì số cạnh của nó là

- ☐ A 9 cạnh.
- ☐ B 10 cạnh.
- ☐ C 6 cạnh.
- ☐ D 5 cạnh.

- CÂU 8.** Một hình chóp có đáy là ngũ giác thì số mặt và số cạnh của nó là
 (A) 5 mặt, 5 cạnh. (B) 6 mặt, 5 cạnh. (C) 6 mặt, 10 cạnh. (D) 5 mặt, 10 cạnh.
- CÂU 9.** Hình chóp có 16 cạnh thì có bao nhiêu mặt?
 (A) 10. (B) 8. (C) 7. (D) 9.
- CÂU 10.** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, K, E lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, BC . Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?
 (A) M, K, A, C . (B) M, N, A, C . (C) M, N, K, C . (D) M, N, K, E .
- CÂU 11.** Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?
 (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 6.

Dạng 2. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng

- CÂU 1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là
 (A) Đường thẳng SC . (B) Đường thẳng SB .
 (C) Đường thẳng SD . (D) Đường thẳng SA .
- CÂU 2.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là
 (A) SK (K là trung điểm của AB).
 (B) SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).
 (C) SF (F là trung điểm của CD).
 (D) SD .
- CÂU 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn $AD, AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
 (A) SA . (B) AC . (C) SO . (D) SD .
- CÂU 4.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là
 (A) SA . (B) SB . (C) SC . (D) AC .
- CÂU 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm của CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là
 (A) SP với P là giao điểm của AB và CD . (B) SI với I là giao điểm của AC và BM .
 (C) SO với O là giao điểm của AC và BD . (D) SJ với J là giao điểm của AM và BD .
- CÂU 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AC cắt BD tại M, AB cắt CD tại O . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
 (A) SO . (B) SM . (C) SA . (D) SC .
- CÂU 7.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khẳng định nào sau đây sai?
 (A) $(SAB) \cap (IBC) = IB$. (B) $IJCD$ là hình thang.
 (C) $(SBD) \cap (JCD) = JD$. (D) $(IAC) \cap (JBD) = AO$.
- CÂU 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có M là giao điểm của AC và BD, N là giao điểm của AB và CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là
 (A) SM . (B) SA . (C) MN . (D) SN .
- CÂU 9.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SC . Khẳng định nào sau đây sai?
 (A) Giao tuyến của (SAC) và $(ABCD)$ là AC .
 (B) SA và BD chéo nhau.
 (C) AM cắt (SBD) .
 (D) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SO .

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 10. Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của AB , N là điểm trên AC mà $AN = \frac{1}{4}AC$, P là điểm trên đoạn AD mà $AP = \frac{2}{3}AD$. Gọi E là giao điểm của MP và BD , F là giao điểm của MN và BC . Khi đó giao tuyến của (BCD) và (CMP) là

(A) CP . (B) NE . (C) MF . (D) CE .

CÂU 11. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC . Đường thẳng IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây?

(A) (IBC) và (KBD) . (B) (IBC) và (KCD) .
(C) (IBC) và (KAD) . (D) (ABI) và (KAD) .

CÂU 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng

(A) qua M và song song với AB . (B) qua N và song song với BD .
(C) qua G và song song với CD . (D) qua G và song song với BC .

Dạng 3. Tìm giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có I là trung điểm của SC . Gọi N là giao điểm của AC với BD ; M là giao điểm của AI với SN . Giao điểm của AI và (SBD) là

(A) Điểm A . (B) Điểm M . (C) Điểm N . (D) Điểm I .

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt thuộc đoạn AB, SC , I là giao điểm của CM với BD . Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SB .
(B) Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD) .
(C) Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SI .
(D) Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và BD .

CÂU 3. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là

(A) giao điểm của SD và BK . (B) giao điểm của SD và AM .
(C) giao điểm của SD và AB . (D) giao điểm của SD và MK .

CÂU 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC ; G là trọng tâm của tam giác BCD . Khi đó, giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là

(A) điểm A . (B) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AN .
(C) điểm N . (D) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC .

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD) . Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $IA = 3IM$. (B) $IM = 3IA$. (C) $IM = 2IA$. (D) $IA = 2IM$.

CÂU 6. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC . Gọi P là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CP = 2PD$ và Q là điểm thuộc cạnh AD sao cho bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) Q là trung điểm của đoạn thẳng AC . (B) $DQ = 2AQ$.
(C) $AQ = 2DQ$. (D) $AQ = 3DQ$.

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$, gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

(A) giao điểm của đường thẳng EG và AF . (B) điểm F .
(C) giao điểm của đường thẳng EG và CD . (D) giao điểm của đường thẳng EG và AC .

QUICK NOTE

CÂU 8. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Gọi I là giao điểm của NG với mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $I \in AM$. (B) $I \in BC$. (C) $I \in AC$. (D) $I \in AB$.

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của SA, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI} = \frac{3}{5}$. Giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng $(ABCD)$ là

- (A) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AI .
(B) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC .
(C) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng CD .
(D) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AB .

CÂU 10. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M sao cho $AM = 2CM$ và N là trung điểm AD . Gọi O là một điểm thuộc miền trong của $\triangle BCD$; Gọi K là giao điểm của MN và CD . Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với

- (A) OM . (B) MN . (C) DO . (D) KO .

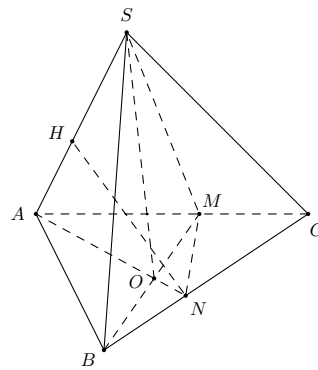
CÂU 11. Cho hình chóp $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC , N là một điểm trên cạnh BC , $O = AC \cap BD$, $I = SO \cap AM$, $J = AN \cap BD$. Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) là

- (A) giao điểm của SD và IO . (B) giao điểm của SD và JM .
(C) giao điểm của SD và IJ . (D) giao điểm của SD và JO .

CÂU 12.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác, như hình vẽ bên. Với M, N, H lần lượt là các điểm thuộc vào các cạnh AC, BC, SA sao cho MN không song với AB . Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AN với BM . Gọi T là giao điểm của đường NH với (SBM) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- (A) T là giao điểm của hai đường thẳng SO với HM .
(B) T là giao điểm của hai đường thẳng NH và BM .
(C) T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SB .
(D) T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SO .



CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác. Gọi M là trung điểm của SD , N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$. Giao điểm của MN với $(ABCD)$ là điểm K . Hãy chọn cách xác định điểm K đúng nhất trong các phương án sau.

- (A) K là giao điểm của MN với AC . (B) K là giao điểm của MN với AB .
(C) K là giao điểm của MN với BC . (D) K là giao điểm của MN với BD .

CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . H là giao điểm của AC và MN . Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E . Hãy chọn cách xác định điểm E đúng nhất trong bốn phương án sau.

- (A) E là giao điểm của MN với SO . (B) E là giao điểm của KN với SO .
(C) E là giao điểm của KH với SO . (D) E là giao điểm của KM với SO .

Dạng 4. Tìm thiết diện

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp không thể là

- (A) tam giác. (B) tứ giác. (C) ngũ giác. (D) lục giác.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là

- (A) hình bình hành. (B) hình chữ nhật. (C) hình thang. (D) hình vuông.

QUICK NOTE

CÂU 3. Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , mặt phẳng (CGD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

- (A) $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. (B) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. (C) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. (D) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, SC . Thiết diện hình chóp với mặt phẳng (MNP) là một

- (A) tam giác. (B) tứ giác. (C) ngũ giác. (D) lục giác.

CÂU 5. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CD lần lượt lấy các điểm P, Q, R sao cho $AP = \frac{1}{3}AB, BQ = 2QC, R$ không trùng với C, D . Gọi $PQRS$ là thiết diện của mặt phẳng (PQR) với hình tứ diện $ABCD$. Khi đó $PQRS$ là

- (A) hình thang cân. (B) hình thang. (C) một tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song. (D) hình bình hành.

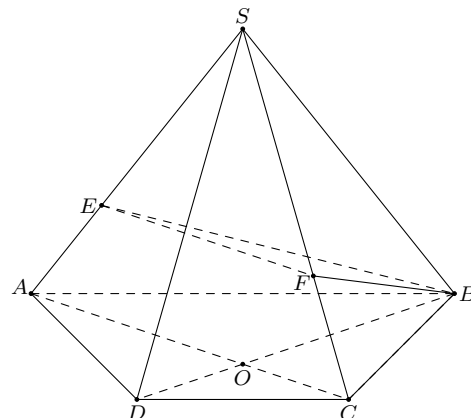
CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$. Có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNQ) là đa giác có bao nhiêu cạnh?

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

CÂU 7.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (BEF) là

- (A) một tam giác. (B) một tứ giác. (C) một hình thang. (D) một hình bình hành.



CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , E là trung điểm của cạnh SA, F, G là các điểm thuộc cạnh SC, AB (F không là trung điểm của SC). Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EFG) là một hình

- (A) lục giác. (B) ngũ giác. (C) tam giác. (D) tứ giác.

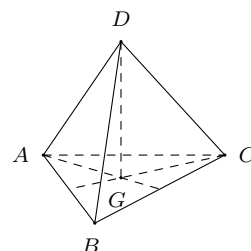
CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm của SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (IBC) là

- (A) tứ giác $IBCD$. (B) hình thang $IGBC$ (G là trung điểm của SB). (C) hình thang $IJCB$ (J là trung điểm của SD). (D) tam giác IBC .

CÂU 10.

Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) ta được thiết diện có diện tích bằng

- (A) $\sqrt{3}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{2}$. (D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.



CÂU 11. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm E, F lần lượt là trung điểm của $C'B'$ và $C'D'$. Diện tích thiết diện của khối lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF) bằng

QUICK NOTE

- ☐ $\frac{7a^2\sqrt{17}}{24}$
 ☐ $\frac{a^2\sqrt{17}}{4}$
 ☐ $\frac{a^2\sqrt{17}}{8}$
 ☐ $\frac{7a^2\sqrt{17}}{12}$

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mặt phẳng (AMN) là hình gì?

- ☐ Tam giác vuông.
 ☐ Ngũ giác.
- ☐ Tam giác cân.
 ☐ Tứ giác.

CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNK) là một đa giác (H) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- ☐ (H) là một hình thang có hai đáy không bằng nhau.
- ☐ (H) là hình bình hành.
- ☐ (H) là một ngũ giác.
- ☐ (H) là một tam giác.

CÂU 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi C' là điểm trên cạnh SC sao cho $SC' = \frac{2}{3}SC$. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (ABC') là một đa giác m cạnh. Giá trị của m là

- ☐ $m = 6$.
 ☐ $m = 4$.
 ☐ $m = 5$.
 ☐ $m = 3$.

CÂU 15. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

- ☐ tứ giác.
 ☐ ngũ giác.
 ☐ lục giác.
 ☐ tam giác.

CÂU 16. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a ($a > 0$). Thiết diện của hình lập phương đã cho cắt bởi mặt phẳng trung trực của đoạn AC' có diện tích bằng

- ☐ $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^2$.
 ☐ a^2 .
 ☐ $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.
 ☐ $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$.

CÂU 17. Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD . E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD . Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là

- ☐ tam giác.
 ☐ tứ giác.
 ☐ ngũ giác.
 ☐ lục giác.

CÂU 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, CD . Hỏi thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

- ☐ Hình ngũ giác.
 ☐ Hình tam giác.
 ☐ Hình tứ giác.
 ☐ Hình lục giác.

Dạng 5. Đồng quy, thẳng hàng

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AD \parallel BC, AD > BC$). Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm của SC và DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?

- ☐ Ba điểm S, I, J thẳng hàng.
- ☐ Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB) .
- ☐ Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
- ☐ Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI) .

CÂU 2. Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD . Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- ☐ A, C, I thẳng hàng.
 ☐ B, C, I thẳng hàng.
- ☐ N, G, H thẳng hàng.
 ☐ B, G, H thẳng hàng.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy.
- ☐ Các đường thẳng MP, NQ, SO chéo nhau.

QUICK NOTE

(C) Các đường thẳng MP , NQ , SO đôi một song song.

(D) Các đường thẳng MP , NQ , SO trùng nhau.

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$. Một mặt phẳng (P) bất kì cắt các cạnh SA , SB , SC , SD lần lượt tại A' , B' , C' , D' . Gọi I là giao điểm của AC và BD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây.

(A) Các đường thẳng AB , CD , $C'D'$ đồng quy.

(B) Các đường thẳng AB , CD , $A'B'$ đồng quy.

(C) Các đường thẳng $A'C'$, $B'D'$, SI đồng quy.

(D) Các đường thẳng SB , AD , $B'C'$ đồng quy.

CÂU 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E , F lần lượt là trung điểm của cạnh AB , BC . Mặt phẳng (P) đi qua EF cắt AD , CD lần lượt tại H và G . Biết EH cắt FG tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

(A) I , A , B .

(B) I , C , B .

(C) I , D , B .

(D) I , C , D .

CÂU 6. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA , SB , SC , SD tương ứng tại các điểm M , N , P , Q . Khẳng định nào đúng?

(A) Các đường thẳng MN , PQ , SO đồng quy.

(B) Các đường thẳng MP , NQ , SO đồng quy.

(C) Các đường thẳng MQ , PN , SO đồng quy.

(D) Các đường thẳng MQ , PQ , SO đồng quy.

Dạng 6. Tỷ số

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N . Tính tỷ số $\frac{SN}{SC}$.

(A) $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

(B) $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$.

(C) $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$.

(D) $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M , N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB$, $\triangle SCD$. Gọi G là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAC) , O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$. Khi đó tỷ số $\frac{SG}{GO}$ bằng

(A) $\frac{3}{2}$.

(B) 2.

(C) 3.

(D) $\frac{5}{3}$.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA , BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP) . Tính tỷ số $\frac{SQ}{SC}$.

(A) $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{5}$.

(B) $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$.

(C) $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

(D) $\frac{SQ}{SC} = \frac{3}{8}$.

CÂU 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD , BC , điểm G là trọng tâm của tam giác BCD . Gọi I giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) . Khi đó tỷ lệ $\frac{AN}{NI}$ bằng bao nhiêu?

(A) 1.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) $\frac{2}{3}$.

(D) $\frac{3}{4}$.

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M , N thứ tự là trung điểm của các cạnh AB , SC . Gọi I , J theo thứ tự là giao điểm của AN , MN với mặt phẳng (SBD) . Tính $k = \frac{IN}{IA} + \frac{JN}{JM}$?

(A) $k = 2$.

(B) $k = \frac{3}{2}$.

(C) $k = \frac{4}{3}$.

(D) $k = \frac{5}{3}$.

CÂU 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I , J lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên cạnh BD lấy điểm K sao cho $BK = 2KD$. Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (IJK) . Tính tỷ số $\frac{FA}{FD}$.

QUICK NOTE

A $\frac{7}{3}$.

B 2.

C $\frac{11}{5}$.

D $\frac{5}{3}$.

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M là trung điểm của AC . Trên cạnh AD lấy điểm N sao cho $AN = 2ND$, trên cạnh BC lấy điểm Q sao cho $BC = 4BQ$. Gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (BCD) , J là giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng (MNQ) . Khi đó $\frac{JB}{JD} + \frac{JQ}{JI}$ bằng

A $\frac{13}{20}$.

B $\frac{20}{21}$.

C $\frac{3}{5}$.

D $\frac{11}{12}$.

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N . Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

A $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

B $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

C $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$.

D $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$.

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC . I là giao điểm của AN và (SBD) . J là giao điểm của MN với (SBD) . Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là

A 4.

B 3.

C $\frac{7}{2}$.

D $\frac{11}{3}$.

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC . Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K . Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là

A $\frac{2}{5}$.

B $\frac{1}{3}$.

C $\frac{1}{4}$.

D $\frac{1}{2}$.

QUICK NOTE

Bài 11. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

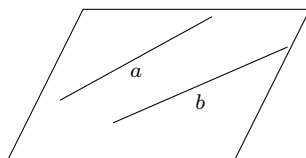
A. LÝ THUYẾT

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

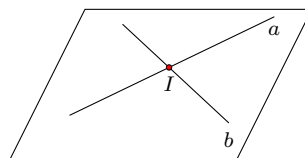
⚡ ĐỊNH NGHĨA 11.1. Cho hai đường thẳng a và b trong không gian.

- ☉ Nếu a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói a và b đồng phẳng. Khi đó, a và b có thể cắt nhau, song song với nhau hoặc trùng nhau.
- ☉ Nếu a và b không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào thì ta nói a và b chéo nhau. Khi đó, ta cũng nói a chéo với b , hoặc b chéo với a .

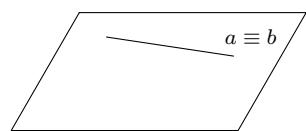
Do đó: Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Khi đó, giữa hai đường thẳng sẽ có 4 vị trí tương đối



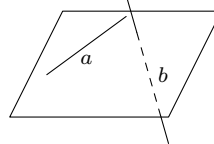
a song song b



a cắt b tại I



$a \equiv b$



a và b chéo nhau

⚡ ĐỊNH NGHĨA 11.2.

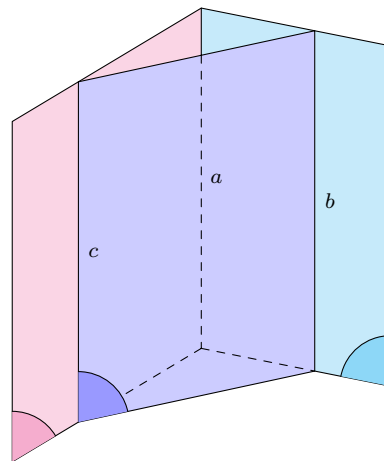
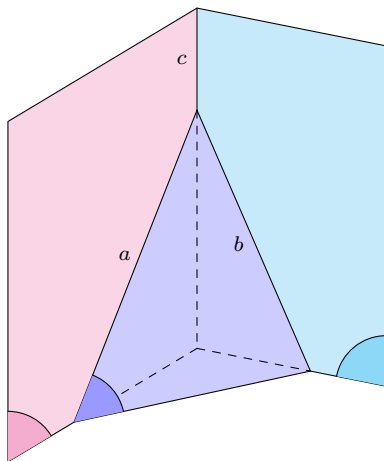
- ☉ Hai đường thẳng gọi là đồng phẳng nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.
- ☉ Hai đường thẳng gọi là chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng.
- ☉ Hai đường thẳng gọi là song song nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.
- ☉ Có đúng một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song.

2. Tính chất hai đường thẳng song song

⚡ TÍNH CHẤT 11.1. Trong không gian, qua một điểm không nằm trên một đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

⚡ TÍNH CHẤT 11.2. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

⚡ ĐỊNH LÝ 11.1. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng quy hoặc đôi một song song.



⚠ Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó.

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP

Dạng 1. Chứng minh hai đường thẳng song song

QUICK NOTE

Cách 1: Sử dụng tính chất đường trung bình, định lí Ta-let để chứng minh hai đường thẳng song song.
 Cách 2: Chứng minh hai đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.
 Cách 3: Áp dụng định lí giao tuyến của 3 mặt phẳng và hệ quả của nó.

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho tứ diện $ABCD$ có $I; J$ lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Chứng minh rằng: $IJ \parallel CD$.

BÀI 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD . Chứng minh $MPNQ$ là hình bình hành. Từ đó suy ra ba đoạn MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đoạn.

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

- ☐ A song song. ☐ B chéo nhau. ☐ C cắt nhau. ☐ D trùng nhau.

CÂU 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
☐ B Hai đường thẳng chéo nhau khi chúng không có điểm chung.
☐ C Hai đường thẳng song song khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
☐ D Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

CÂU 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
☐ B Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
☐ C Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
☐ D Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

CÂU 4. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- ☐ A Hai đường thẳng phân biệt có không quá một điểm chung.
☐ B Hai đường thẳng cắt nhau thì không song song với nhau.
☐ C Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
☐ D Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

CÂU 5. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
☐ B Hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng phân biệt thì chúng chéo nhau.
☐ C Hai đường thẳng nằm trong một mặt phẳng thì chúng không chéo nhau.
☐ D Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.

CÂU 6. Mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
☐ B Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.
☐ C Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
☐ D Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

CÂU 7. Chọn mệnh đề đúng.

- ☐ A Không có mặt phẳng nào chứa hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.
☐ B Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.
☐ C Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
☐ D Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

CÂU 8. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- ☐ A Vô số. ☐ B 1. ☐ C 2. ☐ D 0.

QUICK NOTE

CÂU 9. Cho $a; b$ là hai đường thẳng song song với nhau. Chọn khẳng định sai:

- ☐ A Hai đường thẳng a và b cùng nằm trong một mặt phẳng.
- ☐ B Nếu c là đường thẳng song song với a thì c song song hoặc trùng với b .
- ☐ C Mọi mặt phẳng cắt a đều cắt b .
- ☐ D Mọi đường thẳng cắt a đều cắt b .

CÂU 10. Cho hai đường thẳng a và b . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau ?

- ☐ A a và b không có điểm chung.
- ☐ B a và b là hai cạnh của một hình tứ diện.
- ☐ C a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.
- ☐ D a và b không cùng nằm trên bất kỳ mặt phẳng nào.

CÂU 11. Trong không gian, hai đường thẳng không đồng phẳng chỉ có thể:

- ☐ A Song song với nhau.
- ☐ B Cắt nhau.
- ☐ C Trùng nhau.
- ☐ D Chéo nhau.

CÂU 12. Trong không gian, nếu hai đường thẳng không có điểm chung thì ta có thể kết luận gì về hai đường thẳng đó ?

- ☐ A Song song với nhau.
- ☐ B Chéo nhau.
- ☐ C Cùng thuộc một mặt phẳng.
- ☐ D Hoặc song song hoặc chéo nhau.

CÂU 13. Mệnh đề nào sau đây là **sai**? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng chéo nhau có thể là:

- ☐ A Hai đường thẳng chéo nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng cắt nhau.
- ☐ C Hai đường thẳng song song với nhau.
- ☐ D Hai đường thẳng phân biệt.

CÂU 14. Mệnh đề nào sau đây **sai**? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau có thể là:

- ☐ A Hai đường thẳng cắt nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng song song với nhau.
- ☐ C Hai đường thẳng trùng nhau.
- ☐ D Hai đường thẳng phân biệt.

CÂU 15. Trong không gian, cho ba đường thẳng $a; b; c$. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Nếu hai đường thẳng cùng chéo với một đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.
- ☐ B Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
- ☐ C Nếu $a \parallel b$ và $b; c$ chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc cắt nhau.
- ☐ D Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau hoặc song song.

CÂU 16. Cho các mệnh đề sau:

- (I) Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.
- (II) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- (III) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- (IV) Hai đường thẳng chéo nhau thì không đồng phẳng.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- ☐ A 1.
- ☐ B 3.
- ☐ C 4.
- ☐ D 2.

CÂU 17. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b . Kết luận nào sau đây đúng?

- ☐ A Nếu c cắt a thì c cắt b .
- ☐ B Nếu c chéo a thì c chéo b .
- ☐ C Nếu c cắt a thì c chéo b .
- ☐ D Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b .

CÂU 18. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c , biết $a \parallel b$, a và c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c

- ☐ A Trùng nhau hoặc chéo nhau.
- ☐ B Cắt nhau hoặc chéo nhau.
- ☐ C Chéo nhau hoặc song song.
- ☐ D Song song hoặc trùng nhau.

QUICK NOTE

CÂU 19. Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó

- (A) đồng quy. (B) tạo thành tam giác.
(C) trùng nhau. (D) cùng song song với một mặt phẳng.

CÂU 20. Cho một tứ diện. Số cặp đường thẳng chứa cạnh của tứ diện đó mà chéo nhau là?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

CÂU 21. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua đỉnh A , kẻ đường thẳng a song song với BD và qua đỉnh C kẻ đường thẳng b không song song với BD . Khi đó

- (A) Đường thẳng a và đường thẳng b chéo nhau.
(B) Đường thẳng a và đường thẳng b cắt nhau.
(C) Đường thẳng a và đường thẳng b không có điểm chung.
(D) Nếu a và b không chéo nhau thì chúng cắt nhau.

CÂU 22. Cho hai đường thẳng $a; b$ chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa b và c ?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

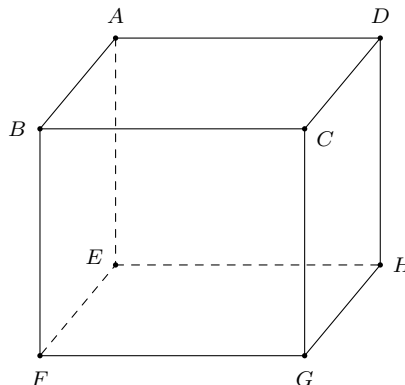
CÂU 23. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

- (A) Đường thẳng MN . (B) Đường thẳng CM .
(C) Đường thẳng DN . (D) Đường thẳng CD .

CÂU 24.

Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) BG và HD chéo nhau.
(B) BF và AD chéo nhau.
(C) AB song song với HG .
(D) CG cắt HE .



CÂU 25. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Đường thẳng IJ song song với đường nào?

- (A) AB . (B) CD . (C) BC . (D) AD .

CÂU 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB ; P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD . Xác định vị trí tương đối của MQ và NP .

- (A) MQ cắt NP . (B) $MQ \parallel NP$.
(C) $MQ \equiv NP$. (D) MQ, NP chéo nhau.

CÂU 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào?

- (A) BC . (B) AC . (C) SO . (D) BD .

CÂU 28. Trong mặt phẳng (P) , cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Bx, Cy, Dz song song với nhau, nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A , cắt Bx, Cy, Dz tương ứng tại B', C', D' sao cho $BB' = 2, DD' = 4$. Tính CC' .

- (A) 6. (B) 8. (C) 2. (D) 3.

CÂU 29. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $GE \parallel CD$. (B) GE cắt AD .
(C) GE cắt CD . (D) GE và CD chéo nhau.

QUICK NOTE

CÂU 30. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB . Mệnh đề nào sau đây đúng

- (A) Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang.
 (B) Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
 (C) Bốn điểm M, N, P, Q không đồng phẳng.
 (D) Tứ giác $MNPQ$ không có các cặp cạnh đối nào song song.

CÂU 31. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- (A) Có thể song song hoặc cắt nhau. (B) Cắt nhau.
 (C) Song song nhau. (D) Chéo nhau.

CÂU 32. Cho tứ diện $ABCD$ với M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

- (A) $AB = BC$. (B) $BC = AD$. (C) $AC = BD$. (D) $AB = CD$.

CÂU 33. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

- (A) AB . (B) CD . (C) $C'D'$. (D) SC .

CÂU 34. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm BD, AD . Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, ACD . Đường thẳng HG chéo với đường thẳng nào sau đây?

- (A) MN . (B) CD . (C) CN . (D) AB .

CÂU 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC . Biết $AD = a, BC = b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC . Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD tại P, Q . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) MN song song với PQ . (B) MN chéo với PQ .
 (C) MN cắt với PQ . (D) MN trùng với PQ .

Dạng 2. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

- ☑ Cách 1: Tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng.
 ☑ Cách 2: Nếu hai mặt phẳng $(P); (Q)$ lần lượt chứa hai đường thẳng song song a, b và có 1 điểm chung M thì $(P) \cap (Q) = Mx$ với $Mx \parallel (a) \parallel (b)$.

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA , điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC .

- a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
 b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) .
 c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) .

BÀI 2. Cho hình chóp $S.ABCD$. Mặt đáy là hình thang có cạnh đáy lớn AD, AB cắt CD tại K , điểm M thuộc cạnh SD .

- a) Xác định giao tuyến (d) của (SAD) và (SBC) . Tìm giao điểm N của KM và (SBC) .
 b) Chứng minh rằng $AM, BN, (d)$ đồng quy.

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) sẽ

- (A) Song song với hai đường thẳng đó.
 (B) Song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

QUICK NOTE

- ☐ C Trùng với một trong hai đường thẳng đó.
☐ D Cắt một trong hai đường thẳng đó.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng

- ☐ A Cắt nhau. ☐ B Chéo nhau.
☐ C Song song. ☐ D Có hai điểm chung.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Gọi I là giao điểm của MQ và NP . Câu nào sau đây đúng?

- ☐ A $SI \parallel AB$. ☐ B $SI \parallel AC$. ☐ C $SI \parallel AD$. ☐ D $SI \parallel BD$.

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- ☐ A MN và SD cắt nhau. ☐ B $MN \parallel CD$.
☐ C MN và SC cắt nhau. ☐ D MN và CD chéo nhau.

CÂU 5. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- ☐ A Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại..
☐ B Hai mặt phẳng lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt nhau theo một giao tuyến song song với một trong hai đường thẳng đó.
☐ C Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì đường thẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.
☐ D Hai mặt phẳng có một điểm chung thì cắt nhau theo một giao tuyến đi qua điểm chung đó.

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ A d qua S và song song với BC . ☐ B d qua S và song song với DC .
☐ C d qua S và song song với AB . ☐ D d qua S và song song với BD .

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

- ☐ A qua I và song song với AB . ☐ B qua J và song song với BD .
☐ C qua G và song song với CD . ☐ D qua G và song song với BC .

CÂU 8. Cho ba mặt phẳng phân biệt $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1; (\beta) \cap (\gamma) = d_2; (\alpha) \cap (\gamma) = d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 .

- ☐ A Đôi một cắt nhau. ☐ B Đôi một song song.
☐ C Đồng quy. ☐ D Đôi một song song hoặc đồng quy.

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

- ☐ A Tam giác IBC .
☐ B Hình thang $IBCJ$ (J là trung điểm SD).
☐ C Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).
☐ D Tứ giác $IBCD$.

CÂU 10. Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC . Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác (T) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ A (T) là hình chữ nhật.
☐ B (T) là tam giác.
☐ C (T) là hình thoi.
☐ D (T) là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

QUICK NOTE

CÂU 11. Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (ABG) và mặt phẳng (CDG) là

- A** Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh BC và AD .
- B** Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AB và CD .
- C** Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AC và BD .
- D** Đường thẳng CG .

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Qua S kẻ Sx ; Sy lần lượt song song với AB , AD . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A** Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là đường thẳng Sx .
- B** Giao tuyến của (SBD) và (SAC) là đường thẳng Sy .
- C** Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx .
- D** Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng Sx .

CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua AB và cắt cạnh SC tại M ở giữa S và C . Xác định giao tuyến d giữa mặt phẳng (α) và (SCD) .

- A** Đường thẳng d qua M song song với AC .
- B** Đường thẳng d qua M song song với CD .
- C** Đường thẳng d trùng với MA .
- D** Đường thẳng d trùng với MD .

CÂU 14. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB , AC . Gọi E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- A** Tam giác MNE .
- B** Tứ giác $MNEF$ với điểm F bất kỳ trên cạnh BD .
- C** Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \parallel BC$.
- D** Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \parallel BC$.

C. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Câu hỏi lý thuyết

CÂU 1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ C Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.
- ☐ D Hai đường thẳng không nằm trên cùng một mặt phẳng thì chéo nhau.

CÂU 2. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- ☐ A 3.
- ☐ B 1.
- ☐ C 2.
- ☐ D 4.

CÂU 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- ☐ C Hai đường thẳng không song song thì cắt nhau.
- ☐ D Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

CÂU 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

Trong không gian:

- ☐ A Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
- ☐ B Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ C Hai đường thẳng không song song, không cắt nhau thì chéo nhau.
- ☐ D Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

CÂU 5. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định sai?

- (I) Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.
- (II) Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
- (III) Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
- (IV) Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

- ☐ A 1.
- ☐ B 2.
- ☐ C 3.
- ☐ D 4.

CÂU 6. Trong không gian, cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- ☐ A b và c chéo nhau.
- ☐ B b và c cắt nhau.
- ☐ C b và c chéo nhau hoặc cắt nhau.
- ☐ D b và c song song với nhau.

CÂU 7. Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 trong đó d_1 song song với d_2 . Khi đó vị trí tương đối của d_2 và d_3 là?

- ☐ A Chéo nhau.
- ☐ B Cắt nhau.
- ☐ C Song song.
- ☐ D trùng nhau.

CÂU 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- ☐ C Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
- ☐ D Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

CÂU 9. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến là b thì a và b là hai đường thẳng

- ☐ A cắt nhau.
- ☐ B trùng nhau.
- ☐ C chéo nhau.
- ☐ D song song với nhau.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 10. Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ A AB và CD cắt nhau.
- ☐ B AB và CD chéo nhau.
- ☐ C AB và CD song song.
- ☐ D Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD .

CÂU 11. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.
- ☐ C Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau.
- ☐ D Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

CÂU 12. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- ☐ A Cắt nhau.
- ☐ B Song song nhau.
- ☐ C Có thể song song hoặc cắt nhau.
- ☐ D Chéo nhau.

CÂU 13. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó a song song với b . Khẳng định nào sau đây sai?

- ☐ A Tồn tại duy nhất một mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng a và b .
- ☐ B Nếu b song song với c thì a song song với c .
- ☐ C Nếu điểm A thuộc a và điểm B thuộc b thì ba đường thẳng a, b và AB cùng ở trên một mặt phẳng.
- ☐ D Nếu c cắt a thì c cắt b .

CÂU 14. Cho đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a . Vị trí tương đối của a và b là

- ☐ A chéo nhau.
- ☐ B cắt nhau.
- ☐ C song song với nhau.
- ☐ D trùng nhau.

CÂU 15. Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M không thuộc a cũng không thuộc b . Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b ?

- ☐ A 4.
- ☐ B 3.
- ☐ C 2.
- ☐ D 1.

CÂU 16. Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- ☐ A $a \parallel b$.
- ☐ B a, b không có điểm chung.
- ☐ C a, b cắt nhau.
- ☐ D a, b chéo nhau.

CÂU 17. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ B Trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
- ☐ C Trong không gian hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- ☐ D Trong không gian hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.

Dạng 2. Một số bài toán liên quan đến hai đường thẳng song song

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- ☐ A AC .
- ☐ B BC .
- ☐ C SO .
- ☐ D BD .

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABC$ và G, K lần lượt là trọng tâm tam giác SAB, SBC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- ☐ A $GK \parallel AB$.
- ☐ B $GK \parallel BC$.
- ☐ C $GK \parallel AC$.
- ☐ D $GK \parallel SB$.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi $M; N; P; Q; R; T$ lần lượt là trung điểm $AC; BD; BC; CD; SA$ và SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

QUICK NOTE

- (A) MP và RT . (B) MQ và RT . (C) MN và RT . (D) PQ và RT .

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB, \triangle SAD$. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?

- (A) CD . (B) BD . (C) AD . (D) AB .

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các cạnh tam giác SAB, SCD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với G_1G_2 ?

- (A) AD . (B) BC . (C) SA . (D) MN .

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Đường thẳng không song song với $A'B'$ là

- (A) $C'D'$. (B) AB . (C) CD . (D) SC .

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$ và M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $MN \parallel CD$. (B) $MN \parallel AD$. (C) $MN \parallel BD$. (D) $MN \parallel CA$.

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O, I là trung điểm của SC , xét các mệnh đề:

(I) Đường thẳng IO song song với SA .

(II) Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

(III) Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác (SBD) .

(IV) Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

- (A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

CÂU 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) IJ song song với CD . (B) IJ song song với AB .
(C) IJ chéo nhau với CD . (D) IJ cắt AB .

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn $AD, AD = 2BC$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAD . Đường thẳng GG' song song với đường thẳng

- (A) AB . (B) AC . (C) BD . (D) SC .

CÂU 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) GE và CD chéo nhau. (B) $GE \parallel CD$.
(C) GE cắt AD . (D) GE cắt CD .

CÂU 12. Cho hình tứ diện $ABCD$, lấy điểm M tùy ý trên cạnh AD ($M \neq A, D$). Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt BD, DC tại N, P . Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) $MN \parallel AC$. (B) $MP \parallel AC$. (C) $MP \parallel (ABC)$. (D) $NP \parallel BC$.

CÂU 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng:

- (A) CM trong đó M là trung điểm BD . (B) AC .
(C) DB . (D) CD .

CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB, \triangle SCD$. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng BM, CN . Khi đó tỉ số $\frac{SI}{CI}$ bằng

- (A) 1. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{3}{2}$.

CÂU 15. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD . Điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và AD . Khi đó

- (A) $SA = 2SD$. (B) $SA = 2SD$. (C) $SA = SD$. (D) $2SA = 3SD$.

QUICK NOTE

CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC . Lấy điểm M đối xứng với B qua A . Gọi giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAD) là G . Tính tỷ số $\frac{GM}{GN}$.

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) 2. (D) 3.

CÂU 17. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD ; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và cạnh AD . Tính tỷ số $\frac{SA}{SD}$.

- (A) $\frac{7}{3}$. (B) 2. (C) $\frac{5}{3}$. (D) $\frac{3}{2}$.

CÂU 18. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy ba điểm P, Q, R lần lượt trên ba cạnh AB, CD, BC sao cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (PQR) là S . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- (A) $AS = 3DS$. (B) $AD = 3DS$. (C) $AD = 2DS$. (D) $AS = DS$.

CÂU 19. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm AB và BC . Lấy N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với (KLN) . Tính tỷ số $\frac{PA}{PD}$.

- (A) $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$. (B) $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$. (C) $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$. (D) $\frac{PA}{PD} = 2$.

CÂU 20. Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm BD và AD . Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP) . Tính $\frac{QC}{QA}$.

- (A) $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$. (B) $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$. (C) $\frac{QC}{QA} = 2$. (D) $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.

CÂU 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD . Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H . Tính $\frac{SH}{SC}$.

- (A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{1}{4}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{2}{3}$.

CÂU 22. Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kì. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt $(SBC), (SCA), (SAB)$ theo thứ tự tại A', B', C' . Khi đó tổng tỷ số $T = \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?

- (A) $T = 3$. (B) $T = \frac{3}{4}$. (C) $T = 1$. (D) $T = \frac{1}{3}$.

Dạng 3. Sử dụng yếu tố song song để tìm giao tuyến

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và $(ABCD)$ là

- (A) Đường thẳng CI , với $I = MN \cap BD$. (B) Đường thẳng MN .
(C) Đường thẳng BD . (D) Đường thẳng d đi qua C và $d \parallel BD$.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MAD) . Kết luận nào sau đây là sai?

- (A) d cắt SB . (B) $d \parallel AD$.
(C) d cắt SA . (D) d và AC chéo nhau.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SA , (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(ABCD)$, $d = (\alpha) \cap (SAB)$. Khi đó

- (A) d là đường thẳng đi qua M và song song AD .
(B) d là đường thẳng đi qua M và song song BC .
(C) d là đường thẳng đi qua M và song song AC .
(D) d là đường thẳng đi qua M và song song AB .

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

- ☐ A Đường thẳng qua S và song song với AD .
- ☐ B Đường thẳng qua S và song song với CD .
- ☐ C Đường SO với O là tâm hình bình hành.
- ☐ D Đường thẳng qua S và cắt AB .

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- ☐ A $(SAD) \cap (SBC)$ là đường thẳng qua S và song song AC .
- ☐ B $(SAB) \cap (SAD) = SA$.
- ☐ C $AD \parallel (SBC)$.
- ☐ D SA và CD chéo nhau.

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J là trung điểm AB và CB . Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với

- ☐ A AD .
- ☐ B IJ .
- ☐ C BJ .
- ☐ D BI .

CÂU 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $(ABCD)$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- ☐ A Đường thẳng d đi qua S và song song với AB .
- ☐ B Đường thẳng d đi qua S và song song với DC .
- ☐ C Đường thẳng d đi qua S và song song với BC .
- ☐ D Đường thẳng d đi qua S và song song với BD .

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AB \parallel CD)$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm AD và BC ; G là trọng tâm tam giác SAB . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (IKG) và (SAB) là

- ☐ A Đường thẳng qua S và song song AB, IK .
- ☐ B Đường thẳng qua S và song song AD .
- ☐ C Đường thẳng qua G và song song BC .
- ☐ D Đường thẳng qua G và song song AB, IK .

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- ☐ A Đường thẳng đi qua S và giao điểm của hai đường thẳng AB và SC .
- ☐ B Đường thẳng đi qua S và song song AD .
- ☐ C Đường thẳng đi qua S và song song AF .
- ☐ D Đường thẳng đi qua S và song song EF .

CÂU 10. Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB \parallel CD)$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, AD và SA . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là

- ☐ A Đường thẳng qua M và song song BC .
- ☐ B Đường thẳng qua P và song song AB .
- ☐ C Đường thẳng PM .
- ☐ D Đường thẳng qua S và song song AB .

CÂU 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB \parallel CD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC ; G là trọng tâm tam giác SAB . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

- ☐ A Đường thẳng qua S và song song AB .
- ☐ B Đường thẳng qua G và song song DC .
- ☐ C SC .
- ☐ D Đường thẳng qua G và cắt BC .

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

- ☐ A Đường thẳng đi qua S và song song với AB .
- ☐ B Đường thẳng đi qua S và song song với CD .
- ☐ C Đường thẳng đi qua S và song song với AC .
- ☐ D Đường thẳng đi qua S và song song với AD .

CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- (A) AD . (B) AC . (C) DC . (D) BD .

CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SBC) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

- (A) AC . (B) BC . (C) AB . (D) SA .

CÂU 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . M là một điểm bất kì thuộc cạnh SC , H là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- (A) H là giao điểm của AM và SD . (B) H là giao điểm của AM và SB .
(C) H là giao điểm của AM và BD . (D) H là giao điểm của AM và SO .

Dạng 4. Sử dụng yếu tố song song tìm thiết diện

CÂU 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC . Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

- (A) $AB = BC$. (B) $BC = AD$. (C) $AC = BD$. (D) $AB = CD$.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của sa . Thiết diện của mặt phẳng (MCD) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

- (A) Tam giác. (B) Hình bình hành. (C) Hình thang. (D) Hình thoi.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC, AD = 2BC$. M là trung điểm của SA . Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp theo thiết diện là

- (A) Hình bình hành. (B) Tam giác. (C) Hình chữ nhật. (D) Hình thang.

CÂU 4. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB . Khẳng định nào sau đây là đúng

- (A) Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
(B) Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang nhưng không phải hình bình hành.
(C) Bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng.
(D) Tứ giác $MNPQ$ không có cặp cạnh đối nào song song.

CÂU 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O, A'C' \cap B'D' = O'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình

- (A) Tam giác. (B) Tứ giác. (C) Ngũ giác. (D) Lục giác.

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD , điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$ và O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.
(B) Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.
(C) Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.
(D) Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB . Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD , thiết diện thu được là hình gì?

- (A) Tam giác đều. (B) Tam giác vuông.
(C) Hình bình hành. (D) Ngũ giác.

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD , N là điểm trên cạnh SB sao cho $SN = 2SB$, O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.
(B) Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.
(C) Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.
(D) Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.

CÂU 9. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và BC . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là

- (A) Tứ giác $MNPK$ với K là điểm tùy ý trên cạnh AD .
 (B) Tam giác MNP .
 (C) Hình bình hành $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.
 (D) Hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của OB , (α) là mặt phẳng đi qua M , song song với AC và song song với SB . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

- (A) Lục giác. (B) Ngũ giác. (C) Tam giác. (D) Tứ giác.

CÂU 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- (A) Tam giác MNE .
 (B) Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
 (C) Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
 (D) Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ với các cạnh đáy là AB, CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Tìm k với $AB = kCD$ để thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình bình hành.

- (A) $K = 4$. (B) $K = 2$. (C) $K = 1$. (D) $k = 3$.

CÂU 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- (A) Tam giác MNE .
 (B) Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
 (C) Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD mà EF song song với BC .
 (D) Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC .

CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của SA, SB, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI} = \frac{3}{4}$. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là

- (A) hình thang. (B) hình tam giác. (C) hình bình hành. (D) hình ngũ giác.

QUICK NOTE

MỤC LỤC

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN	1
Bài 10. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian	1
(A) Tóm tắt lý thuyết	1
(B) Hệ thống bài tập	2
Dạng 1. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng	2
Dạng 2. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng	3
Dạng 3. Bài toán thiết diện	5
Dạng 4. Chứng minh ba điểm thẳng hàng – ba đường thẳng đồng quy	6
(C) Hệ thống bài tập trắc nghiệm	8
Dạng 1. Lý thuyết	8
Dạng 2. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng	9
Dạng 3. Tìm giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng	10
Dạng 4. Tìm thiết diện	11
Dạng 5. Đồng quy, thẳng hàng	13
Dạng 6. Tỷ số	14
Bài 11. Hai đường thẳng song song	16
(A) Lý thuyết	16
(B) Hệ thống bài tập	16
Dạng 1. Chứng minh hai đường thẳng song song	17
Dạng 2. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng	20
(C) Hệ thống bài tập trắc nghiệm	23
Dạng 1. Câu hỏi lý thuyết	23
Dạng 2. Một số bài toán liên quan đến hai đường thẳng song song	24
Dạng 3. Sử dụng yếu tố song song để tìm giao tuyến	26
Dạng 4. Sử dụng yếu tố song song tìm thiết diện	28

