

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

Bài 10. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

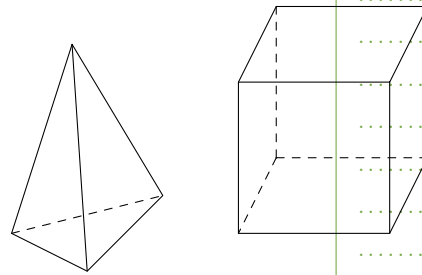
1. Khái niệm mở đầu

- Điểm A thuộc mặt phẳng (P) , kí hiệu $A \in (P)$.
- Điểm B không thuộc mặt phẳng (P) , kí hiệu $B \notin (P)$.
Nếu $A \in (P)$ ta còn nói A nằm trên (P) , hoặc (P) chứa A , hoặc (P) đi qua A .

! Để nghiên cứu hình học không gian, ta thường vẽ các hình đó lên bảng hoặc lên giấy. Hình vẽ đó được gọi là hình biểu diễn của một hình không gian. Hình biểu diễn của một hình không gian cần tuân thủ những quy tắc sau:

- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
- Hình biểu diễn giữ nguyên quan hệ thuộc giữa điểm và đường thẳng.
- Dùng nét liền để biểu diễn cho đường nhìn thấy và nét đứt đoạn để biểu diễn cho đường bị che khuất.

Các quy tắc khác sẽ được học ở phần sau.



Hình 4.3. Hình biểu diễn của hình chóp tam giác đều và hình lập phương.

2. Các tính chất thừa nhận

- TÍNH CHẤT 10.1.** Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.
- TÍNH CHẤT 10.2.** Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- TÍNH CHẤT 10.3.** Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
- TÍNH CHẤT 10.4.** Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt cùng thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.
- TÍNH CHẤT 10.5.** Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa.
Vậy thì: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy. Đường thẳng đó được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.
- TÍNH CHẤT 10.6.** Trên mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

3. Cách xác định mặt phẳng

Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết:

- Nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- Nó đi qua một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó.



ĐIỂM:

Be yourself; everyone else is already taken.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- ☑ Nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Các kí hiệu:

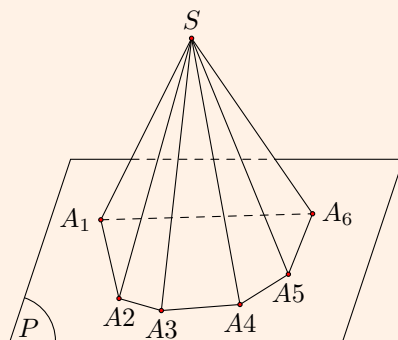
- ☑ (ABC) là kí hiệu mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C .
- ☑ (M, d) là kí hiệu mặt phẳng đi qua d và điểm $M \notin d$.
- ☑ (d_1, d_2) là kí hiệu mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau d_1, d_2 .

4. Hình chóp và hình tứ diện

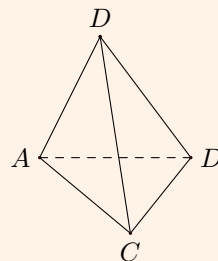
Trong mặt phẳng (α) cho đa giác lồi $A_1A_2 \dots A_n$. Lấy điểm S nằm ngoài (α) . Lần lượt nối S với các đỉnh A_1, A_2, \dots, A_n và n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$ được gọi là hình chóp, kí hiệu là $S.A_1A_2 \dots A_n$.

Ta gọi:

- ☑ S là đỉnh;
- ☑ Đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ là đáy;
- ☑ Các đoạn SA_1, SA_2, \dots, SA_n là các cạnh bên;
- ☑ Các đoạn $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_1$ là các cạnh đáy;
- ☑ Các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$ là các mặt bên.



Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC, ABD, ACD và BCD được gọi là tứ diện $ABCD$.



B. HỆ THỐNG BÀI TẬP

Dạng 1. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

Để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, ta tìm hai điểm chung của chúng. Đường thẳng đi qua hai điểm chung đó là giao tuyến.

A Lưu ý: Điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) thường được tìm như sau: Tìm hai đường thẳng a, b lần lượt thuộc (α) và (β) , đồng thời chúng cùng nằm trong mặt phẳng (γ) nào đó; giao điểm $M = a \cap b$ là điểm chung của (α) và (β) .

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) (SAC) và (SBD) . | b) (SAC) và (MBD) . |
| c) (MBC) và (SAD) . | d) (SAB) và (SCD) . |

BÀI 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) .

BÀI 3. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

BÀI 4. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) .

BÀI 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = I$.

Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là đường thẳng:

- (A) SI . (B) SA . (C) MN . (D) SM .

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$).

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
(B) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
(C) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
(D) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

CÂU 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- (A) AM (M là trung điểm của AB). (B) AN (N là trung điểm của CD).
(C) AH (H là hình chiếu của B trên CD). (D) AK (K là hình chiếu của C trên BD).

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $IJCD$ là hình thang.
(B) $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
(C) $(SBD) \cap (JCD) = JD$.
(D) $(IAC) \cap (JBD) = AO$, O là tâm hình bình hành $ABCD$.

CÂU 5. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD . Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC . Khi EF và BC cắt nhau tại I thì I không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

- (A) (BCD) và (DEF) . (B) (BCD) và (ABC) .
(C) (BCD) và (AEF) . (D) (BCD) và (ABD) .

CÂU 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là

- (A) Đường thẳng MN .
(B) Đường thẳng AM .
(C) Đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).
(D) Đường thẳng AH (H là trọng tâm tam giác ACD).

Dạng 2. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

Để tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) ta cần lưu ý một số trường hợp sau:

Trường hợp 1. Nếu trong (P) có sẵn một đường thẳng d' cắt d tại M , khi đó

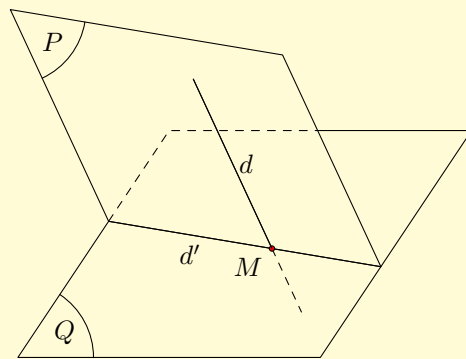
$$\begin{cases} M \in d \\ M \in d' \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M \in d \\ M \in (P) \end{cases} \Rightarrow M = d \cap (P).$$

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Trường hợp 2. Nếu trong (P) chưa có sẵn d' cắt d thì ta thực hiện theo các bước sau:

- ✔ Bước 1: Chọn một mặt phẳng (Q) chứa d .
- ✔ Bước 2: Tìm giao tuyến $\Delta = (P) \cap (Q)$.
- ✔ Bước 3: Trng (Q) gọi $M = d \cap \Delta$ thì M chính là giao điểm của $d \cap (P)$.



1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Tìm giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) .

BÀI 2. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) .

BÀI 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA .

- a) Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD) .
- b) Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD) .

BÀI 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC , N là trên cạnh BC . Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) .

BÀI 5. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC . Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Gọi Q là giao điểm của cạnh SD và mặt phẳng (MNP) . Tính tỷ số $\frac{SQ}{SD}$.

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

- ☐ A điểm F .
- ☐ B giao điểm của đường thẳng EG và AF .
- ☐ C giao điểm của đường thẳng EG và AC .
- ☐ D giao điểm của đường thẳng EG và CD .

CÂU 2. Cho hình chóp tứ giác $SABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA . Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD) .

- ☐ A Điểm H , trong đó $E = AB \cap CD, H = SA \cap EM$.
- ☐ B Điểm N , trong đó $E = AB \cap CD, N = SB \cap EM$.
- ☐ C Điểm F , trong đó $E = AB \cap CD, F = SC \cap EM$.
- ☐ D Điểm T , trong đó $E = AB \cap CD, T = SD \cap EM$.

CÂU 3. Cho hình chóp tứ giác $SABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA . Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD) .

- ☐ A Điểm H , trong đó $I = AC \cap BD, H = MA \cap SI$.
- ☐ B Điểm F , trong đó $I = AC \cap BD, F = MD \cap SI$.
- ☐ C Điểm K , trong đó $I = AC \cap BD, K = MC \cap SI$.
- ☐ D Điểm V , trong đó $I = AC \cap BD, V = MB \cap SI$.

CÂU 4. Cho hình chóp $SABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC . P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC với mặt phẳng (MNP) .

Tính $\frac{SQ}{SC}$.

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{1}{6}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{2}{3}$.

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC

tại điểm N . Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

- (A) $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$. (B) $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$. (C) $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$. (D) $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC . Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K . Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là

- (A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{4}$. (D) $\frac{1}{2}$.

CÂU 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC . I là giao điểm của AN và (SBD) . J là giao điểm của MN với (SBD) .

Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là

- (A) 4. (B) 3. (C) $\frac{7}{2}$. (D) $\frac{11}{3}$.

Dạng 3. Bài toán thiết diện

Để xác định thiết diện của hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$ cắt bởi mặt phẳng (α) , ta tìm giao điểm của mặt phẳng (α) với các đường thẳng chứa các cạnh của hình chóp. Thiết diện là đa giác có đỉnh là các giao điểm của (α) với hình chóp.

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD .

- a) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB) .
b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) .

BÀI 2. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Tìm thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

BÀI 3. Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD . E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD . Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) .

BÀI 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a ($a > 0$). Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp theo một thiết diện có diện tích bằng bao nhiêu?

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- (A) Tam giác MNE .
(B) Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
(C) Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
(D) Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, E là trung điểm của SA ; F, G lần lượt là các điểm thuộc cạnh BC, CD ($CF < FB, GC < GD$). Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EFG) là

- (A) Tam giác. (B) Tứ giác. (C) Ngũ giác. (D) Lục giác.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB) là hình gì?

- (A) Tam giác. (B) Tứ giác. (C) Hình thang. (D) Hình bình hành.

CÂU 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là hình gì?

- (A) Ngũ giác. (B) Tứ giác. (C) Hình thang. (D) Hình bình hành.

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

- (A) Tam giác IBC .
(B) Hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).
(C) Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).
(D) Tứ giác $IBCD$.

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P là ba điểm trên các cạnh AD, CD, SO . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) là hình gì?

- (A) Ngũ giác. (B) Tứ giác. (C) Hình thang. (D) Hình bình hành.

CÂU 7. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

- (A) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. (B) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. (C) $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. (D) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

CÂU 8. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC ; P là trọng tâm tam giác BCD . Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

- (A) $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$. (B) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. (C) $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$. (D) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Dạng 4. Chứng minh ba điểm thẳng hàng – ba đường thẳng đồng quy

- Để chứng minh ba điểm thẳng hàng ta chứng minh chúng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, khi đó chúng nằm trên đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng nên thẳng hàng.
- Để chứng minh ba đường thẳng đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng thuộc đường thẳng còn lại.

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho tứ diện $S.ABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I , EF cắt BC tại J , FD cắt CA tại K . Chứng minh rằng ba điểm I, J, K thẳng hàng.

BÀI 2. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Chứng minh rằng các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy.

BÀI 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Chứng minh ba điểm I, B, D thẳng hàng.

BÀI 4. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm trên đoạn thẳng AG , BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) $AM = (ACD) \cap (ABG)$. (B) A, J, M thẳng hàng.
(C) J là trung điểm AM . (D) $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AD \parallel BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm SC . DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?

QUICK NOTE

A S, I, J thẳng hàng.

B $DM \subset (SCI)$.

C $JM \subset (SAB)$.

D $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

CÂU 2. Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD . Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A A, C, I thẳng hàng.

B B, C, I thẳng hàng.

C N, G, H thẳng hàng.

D B, G, H thẳng hàng.

CÂU 3. Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Khẳng định nào sau đây đúng?

A Ba điểm B, J, K thẳng hàng.

B Ba điểm I, J, K thẳng hàng.

C Ba điểm I, J, K không thẳng hàng.

D Ba điểm I, J, C thẳng hàng.

CÂU 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

A CD, EF, EG .

B CD, IG, HF .

C AB, IG, HF .

D AC, IG, BD .

QUICK NOTE

C. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Lí thuyết

CÂU 1. Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

- (A) Một đường thẳng và một điểm nằm trên mặt phẳng đó.
 (B) Ba điểm mà mặt phẳng đó đi qua.
 (C) Ba điểm không thẳng hàng mà nó đi qua.
 (D) Hai đường thẳng nằm trên mặt phẳng.

CÂU 2. Trong các tính chất sau, tính chất nào **không** đúng?

- (A) Có hai đường thẳng phân biệt cùng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
 (B) Tồn tại 4 điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
 (C) Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
 (D) Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

CÂU 3. Cho các khẳng định sau:

- (I) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
 (II) Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
 (III) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.
 (IV) Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng thì chúng thẳng hàng.

Số khẳng định **sai** trong các khẳng định trên là

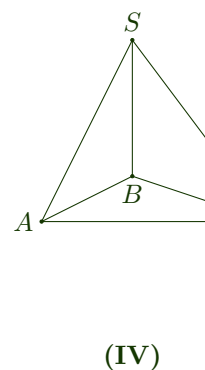
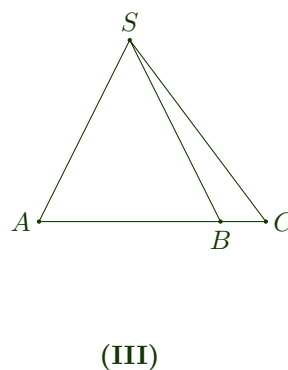
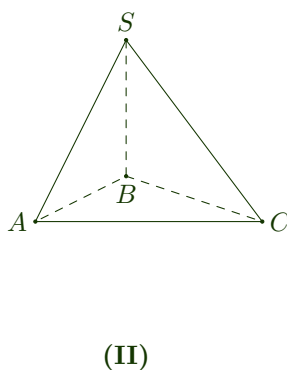
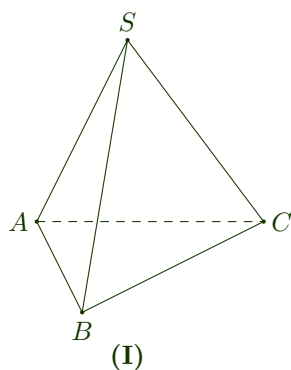
- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

CÂU 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
 (B) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
 (C) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
 (D) Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

CÂU 5. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- (A) 0. (B) Vô số. (C) 2. (D) 1.

CÂU 6. Trong các hình vẽ sau, hình nào có thể là hình biểu diễn của một hình tứ diện?

- (A) Chỉ hình (I), (II). (B) Các hình (I), (II), (III), (IV).
 (C) Chỉ hình (I). (D) Chỉ hình (I), (II), (III).

CÂU 7. Một hình chóp có đáy là ngũ giác thì số cạnh của nó là

- (A) 9 cạnh. (B) 10 cạnh. (C) 6 cạnh. (D) 5 cạnh.

CÂU 8. Một hình chóp có đáy là ngũ giác thì số mặt và số cạnh của nó là
 (A) 5 mặt, 5 cạnh. (B) 6 mặt, 5 cạnh. (C) 6 mặt, 10 cạnh. (D) 5 mặt, 10 cạnh.

CÂU 9. Hình chóp có 16 cạnh thì có bao nhiêu mặt?
 (A) 10. (B) 8. (C) 7. (D) 9.

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, K, E lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, BC . Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?
 (A) M, K, A, C . (B) M, N, A, C . (C) M, N, K, C . (D) M, N, K, E .

CÂU 11. Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?
 (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 6.

Dạng 2. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là
 (A) Đường thẳng SC . (B) Đường thẳng SB .
 (C) Đường thẳng SD . (D) Đường thẳng SA .

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là
 (A) SK (K là trung điểm của AB).
 (B) SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).
 (C) SF (F là trung điểm của CD).
 (D) SD .

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn $AD, AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
 (A) SA . (B) AC . (C) SO . (D) SD .

CÂU 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là
 (A) SA . (B) SB . (C) SC . (D) AC .

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm của CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là
 (A) SP với P là giao điểm của AB và CD . (B) SI với I là giao điểm của AC và BM .
 (C) SO với O là giao điểm của AC và BD . (D) SJ với J là giao điểm của AM và BD .

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AC cắt BD tại M, AB cắt CD tại O . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
 (A) SO . (B) SM . (C) SA . (D) SC .

CÂU 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khẳng định nào sau đây sai?
 (A) $(SAB) \cap (IBC) = IB$. (B) $IJCD$ là hình thang.
 (C) $(SBD) \cap (JCD) = JD$. (D) $(IAC) \cap (JBD) = AO$.

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có M là giao điểm của AC và BD, N là giao điểm của AB và CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là
 (A) SM . (B) SA . (C) MN . (D) SN .

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SC . Khẳng định nào sau đây sai?
 (A) Giao tuyến của (SAC) và $(ABCD)$ là AC .
 (B) SA và BD chéo nhau.
 (C) AM cắt (SBD) .
 (D) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SO .

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 10. Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của AB , N là điểm trên AC mà $AN = \frac{1}{4}AC$, P là điểm trên đoạn AD mà $AP = \frac{2}{3}AD$. Gọi E là giao điểm của MP và BD , F là giao điểm của MN và BC . Khi đó giao tuyến của (BCD) và (CMP) là

☐ A CP . ☐ B NE . ☐ C MF . ☐ D CE .

CÂU 11. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC . Đường thẳng IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây?

☐ A (IBC) và (KBD) . ☐ B (IBC) và (KCD) .
☐ C (IBC) và (KAD) . ☐ D (ABI) và (KAD) .

CÂU 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng

☐ A qua M và song song với AB . ☐ B qua N và song song với BD .
☐ C qua G và song song với CD . ☐ D qua G và song song với BC .

Dạng 3. Tìm giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có I là trung điểm của SC . Gọi N là giao điểm của AC với BD ; M là giao điểm của AI với SN . Giao điểm của AI và (SBD) là

☐ A Điểm A . ☐ B Điểm M . ☐ C Điểm N . ☐ D Điểm I .

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt thuộc đoạn AB, SC , I là giao điểm của CM với BD . Khẳng định nào sau đây đúng?

☐ A Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SB .
☐ B Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD) .
☐ C Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SI .
☐ D Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và BD .

CÂU 3. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là

☐ A giao điểm của SD và BK . ☐ B giao điểm của SD và AM .
☐ C giao điểm của SD và AB . ☐ D giao điểm của SD và MK .

CÂU 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC ; G là trọng tâm của tam giác BCD . Khi đó, giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là

☐ A điểm A .
☐ B giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AN .
☐ C điểm N .
☐ D giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC .

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD) . Khẳng định nào sau đây đúng?

☐ A $IA = 3IM$. ☐ B $IM = 3IA$. ☐ C $IM = 2IA$. ☐ D $IA = 2IM$.

CÂU 6. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC . Gọi P là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CP = 2PD$ và Q là điểm thuộc cạnh AD sao cho bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

☐ A Q là trung điểm của đoạn thẳng AC . ☐ B $DQ = 2AQ$.
☐ C $AQ = 2DQ$. ☐ D $AQ = 3DQ$.

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$, gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

☐ A giao điểm của đường thẳng EG và AF .
☐ B điểm F .
☐ C giao điểm của đường thẳng EG và CD .
☐ D giao điểm của đường thẳng EG và AC .

QUICK NOTE

CÂU 8. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Gọi I là giao điểm của NG với mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $I \in AM$. (B) $I \in BC$. (C) $I \in AC$. (D) $I \in AB$.

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của SA, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI} = \frac{3}{5}$. Giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng $(ABCD)$ là

- (A) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AI .
(B) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC .
(C) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng CD .
(D) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AB .

CÂU 10. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M sao cho $AM = 2CM$ và N là trung điểm AD . Gọi O là một điểm thuộc miền trong của $\triangle BCD$; Gọi K là giao điểm của MN và CD . Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với

- (A) OM . (B) MN . (C) DO . (D) KO .

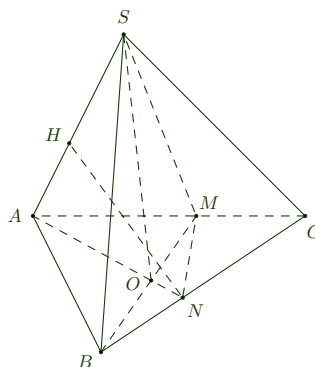
CÂU 11. Cho hình chóp $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC , N là một điểm trên cạnh BC , $O = AC \cap BD$, $I = SO \cap AM$, $J = AN \cap BD$. Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) là

- (A) giao điểm của SD và IO . (B) giao điểm của SD và JM .
(C) giao điểm của SD và IJ . (D) giao điểm của SD và JO .

CÂU 12.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác, như hình vẽ bên. Với M, N, H lần lượt là các điểm thuộc vào các cạnh AC, BC, SA sao cho MN không song song với AB . Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AN với BM . Gọi T là giao điểm của đường NH với (SBM) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- (A) T là giao điểm của hai đường thẳng SO với HM .
(B) T là giao điểm của hai đường thẳng NH và BM .
(C) T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SB .
(D) T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SO .



CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác. Gọi M là trung điểm của SD , N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$. Giao điểm của MN với $(ABCD)$ là điểm K . Hãy chọn cách xác định điểm K đúng nhất trong các phương án sau.

- (A) K là giao điểm của MN với AC . (B) K là giao điểm của MN với AB .
(C) K là giao điểm của MN với BC . (D) K là giao điểm của MN với BD .

CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . H là giao điểm của AC và MN . Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E . Hãy chọn cách xác định điểm E đúng nhất trong bốn phương án sau.

- (A) E là giao điểm của MN với SO . (B) E là giao điểm của KN với SO .
(C) E là giao điểm của KH với SO . (D) E là giao điểm của KM với SO .

Dạng 4. Tìm thiết diện

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp không thể là

- (A) tam giác. (B) tứ giác. (C) ngũ giác. (D) lục giác.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là

- (A) hình bình hành. (B) hình chữ nhật. (C) hình thang. (D) hình vuông.

QUICK NOTE

CÂU 3. Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , mặt phẳng (CGD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

- (A) $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. (B) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. (C) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. (D) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, SC . Thiết diện hình chóp với mặt phẳng (MNP) là một

- (A) tam giác. (B) tứ giác. (C) ngũ giác. (D) lục giác.

CÂU 5. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CD lần lượt lấy các điểm P, Q, R sao cho $AP = \frac{1}{3}AB, BQ = 2QC, R$ không trùng với C, D . Gọi $PQRS$ là thiết diện của mặt phẳng (PQR) với hình tứ diện $ABCD$. Khi đó $PQRS$ là

- (A) hình thang cân. (B) hình thang. (C) một tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song. (D) hình bình hành.

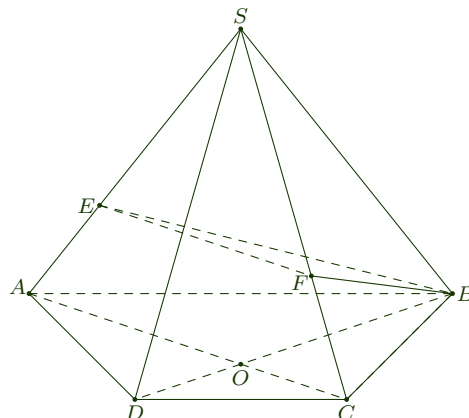
CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$. Có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNQ) là đa giác có bao nhiêu cạnh?

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

CÂU 7.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (BEF) là

- (A) một tam giác. (B) một tứ giác. (C) một hình thang. (D) một hình bình hành.



CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , E là trung điểm của cạnh SA, F, G là các điểm thuộc cạnh SC, AB (F không là trung điểm của SC). Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EFG) là một hình

- (A) lục giác. (B) ngũ giác. (C) tam giác. (D) tứ giác.

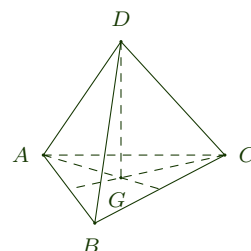
CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm của SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (IBC) là

- (A) tứ giác $IBCD$. (B) hình thang $IGBC$ (G là trung điểm của SB). (C) hình thang $IJCB$ (J là trung điểm của SD). (D) tam giác IBC .

CÂU 10.

Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) ta được thiết diện có diện tích bằng

- (A) $\sqrt{3}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{2}$. (D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.



CÂU 11. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm E, F lần lượt là trung điểm của $C'B'$ và $C'D'$. Diện tích thiết diện của khối lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF) bằng

QUICK NOTE

- ☐ $\frac{7a^2\sqrt{17}}{24}$.
 ☐ $\frac{a^2\sqrt{17}}{4}$.
 ☐ $\frac{a^2\sqrt{17}}{8}$.
 ☐ $\frac{7a^2\sqrt{17}}{12}$.

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mặt phẳng (AMN) là hình gì?

- ☐ Tam giác vuông.
 ☐ Ngũ giác.
 ☐ Tam giác cân.
 ☐ Tứ giác.

CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNK) là một đa giác (H) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- ☐ (H) là một hình thang có hai đáy không bằng nhau.
 ☐ (H) là hình bình hành.
 ☐ (H) là một ngũ giác.
 ☐ (H) là một tam giác.

CÂU 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi C' là điểm trên cạnh SC sao cho $SC' = \frac{2}{3}SC$. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (ABC') là một đa giác m cạnh. Giá trị của m là

- ☐ $m = 6$.
 ☐ $m = 4$.
 ☐ $m = 5$.
 ☐ $m = 3$.

CÂU 15. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

- ☐ tứ giác.
 ☐ ngũ giác.
 ☐ lục giác.
 ☐ tam giác.

CÂU 16. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a ($a > 0$). Thiết diện của hình lập phương đã cho cắt bởi mặt phẳng trung trực của đoạn AC' có diện tích bằng

- ☐ $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^2$.
 ☐ a^2 .
 ☐ $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.
 ☐ $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$.

CÂU 17. Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD . E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD . Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là

- ☐ tam giác.
 ☐ tứ giác.
 ☐ ngũ giác.
 ☐ lục giác.

CÂU 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, CD . Hết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

- ☐ Hình ngũ giác.
 ☐ Hình tam giác.
 ☐ Hình tứ giác.
 ☐ Hình lục giác.

Dạng 5. Đồng quy, thẳng hàng

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AD \parallel BC, AD > BC$). Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm của SC và DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?

- ☐ Ba điểm S, I, J thẳng hàng.
 ☐ Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB) .
 ☐ Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
 ☐ Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI) .

CÂU 2. Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD . Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- ☐ A, C, I thẳng hàng.
 ☐ B, C, I thẳng hàng.
 ☐ N, G, H thẳng hàng.
 ☐ B, G, H thẳng hàng.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy.
 ☐ Các đường thẳng MP, NQ, SO chéo nhau.

QUICK NOTE

(C) Các đường thẳng MP, NQ, SO đôi một song song.

(D) Các đường thẳng MP, NQ, SO trùng nhau.

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$. Một mặt phẳng (P) bất kì cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D' . Gọi I là giao điểm của AC và BD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây.

(A) Các đường thẳng $AB, CD, C'D'$ đồng quy.

(B) Các đường thẳng $AB, CD, A'B'$ đồng quy.

(C) Các đường thẳng $A'C', B'D', SI$ đồng quy.

(D) Các đường thẳng $SB, AD, B'C'$ đồng quy.

CÂU 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh AB, BC . Mặt phẳng (P) đi qua EF cắt AD, CD lần lượt tại H và G . Biết EH cắt FG tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

(A) I, A, B .

(B) I, C, B .

(C) I, D, B .

(D) I, C, D .

CÂU 6. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Khẳng định nào đúng?

(A) Các đường thẳng MN, PQ, SO đồng quy.

(B) Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy.

(C) Các đường thẳng MQ, PN, SO đồng quy.

(D) Các đường thẳng MQ, PQ, SO đồng quy.

Dạng 6. Tỷ số

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N . Tính tỷ số $\frac{SN}{SC}$.

(A) $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

(B) $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$.

(C) $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$.

(D) $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB, \triangle SCD$. Gọi G là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAC) , O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$. Khi đó tỷ số $\frac{SG}{GO}$ bằng

(A) $\frac{3}{2}$.

(B) 2.

(C) 3.

(D) $\frac{5}{3}$.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP) . Tính tỷ số $\frac{SQ}{SC}$.

(A) $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{5}$.

(B) $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$.

(C) $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

(D) $\frac{SQ}{SC} = \frac{3}{8}$.

CÂU 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC , điểm G là trọng tâm của tam giác BCD . Gọi I giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) . Khi đó tỷ lệ $\frac{AN}{NI}$ bằng bao nhiêu?

(A) 1.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) $\frac{2}{3}$.

(D) $\frac{3}{4}$.

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M, N thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, SC . Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD) . Tính $k = \frac{IN}{IA} + \frac{JN}{JM}$?

(A) $k = 2$.

(B) $k = \frac{3}{2}$.

(C) $k = \frac{4}{3}$.

(D) $k = \frac{5}{3}$.

CÂU 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên cạnh BD lấy điểm K sao cho $BK = 2KD$. Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (IJK) . Tính tỷ số $\frac{FA}{FD}$.

QUICK NOTE

A $\frac{7}{3}$.

B 2.

C $\frac{11}{5}$.

D $\frac{5}{3}$.

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M là trung điểm của AC . Trên cạnh AD lấy điểm N sao cho $AN = 2ND$, trên cạnh BC lấy điểm Q sao cho $BC = 4BQ$. Gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (BCD) , J là giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng (MNQ) . Khi đó $\frac{JB}{JD} + \frac{JQ}{JI}$ bằng

A $\frac{13}{20}$.

B $\frac{20}{21}$.

C $\frac{3}{5}$.

D $\frac{11}{12}$.

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N . Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

A $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

B $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

C $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$.

D $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$.

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC . I là giao điểm của AN và (SBD) . J là giao điểm của MN với (SBD) . Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là

A 4.

B 3.

C $\frac{7}{2}$.

D $\frac{11}{3}$.

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC . Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K . Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là

A $\frac{2}{5}$.

B $\frac{1}{3}$.

C $\frac{1}{4}$.

D $\frac{1}{2}$.

QUICK NOTE

Bài 11. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

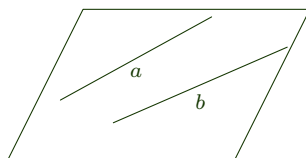
A. LÝ THUYẾT

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

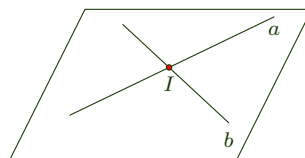
⚡ ĐỊNH NGHĨA 11.1. Cho hai đường thẳng a và b trong không gian.

- ☑ Nếu a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói a và b đồng phẳng. Khi đó, a và b có thể cắt nhau, song song với nhau hoặc trùng nhau.
- ☑ Nếu a và b không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào thì ta nói a và b chéo nhau. Khi đó, ta cũng nói a chéo với b , hoặc b chéo với a .

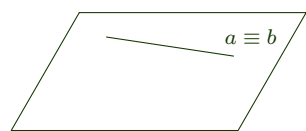
Do đó: Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Khi đó, giữa hai đường thẳng sẽ có 4 vị trí tương đối



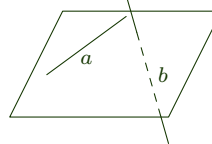
a song song b



a cắt b tại I



$a \equiv b$



a và b chéo nhau

⚡ ĐỊNH NGHĨA 11.2.

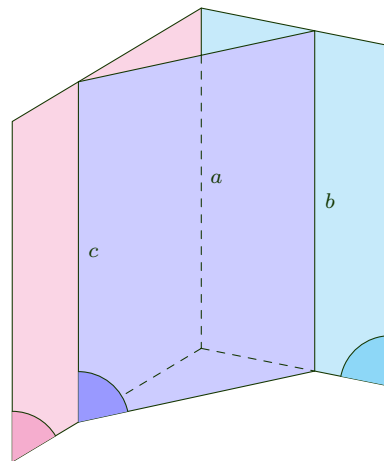
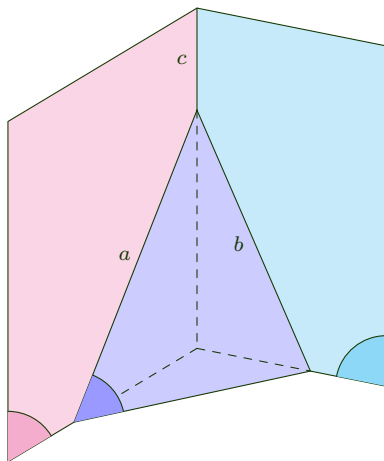
- ☑ Hai đường thẳng gọi là đồng phẳng nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.
- ☑ Hai đường thẳng gọi là chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng.
- ☑ Hai đường thẳng gọi là song song nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.
- ☑ Có đúng một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song.

2. Tính chất hai đường thẳng song song

⚡ TÍNH CHẤT 11.1. Trong không gian, qua một điểm không nằm trên một đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

⚡ TÍNH CHẤT 11.2. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

⚡ ĐỊNH LÝ 11.1. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng quy hoặc đôi một song song.



⚠ Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó.

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP

📁 Dạng 1. Chứng minh hai đường thẳng song song

Cách 1: Sử dụng tính chất đường trung bình, định lí Ta-let để chứng minh hai đường thẳng song song.
 Cách 2: Chứng minh hai đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.
 Cách 3: Áp dụng định lí giao tuyến của 3 mặt phẳng và hệ quả của nó.

QUICK NOTE

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho tứ diện $ABCD$ có $I; J$ lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Chứng minh rằng: $IJ \parallel CD$.

BÀI 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD . Chứng minh $MPNQ$ là hình bình hành. Từ đó suy ra ba đoạn MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đoạn.

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

- ☐ A song song. ☐ B chéo nhau. ☐ C cắt nhau. ☐ D trùng nhau.

CÂU 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
☐ B Hai đường thẳng chéo nhau khi chúng không có điểm chung.
☐ C Hai đường thẳng song song khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
☐ D Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

CÂU 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
☐ B Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
☐ C Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
☐ D Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

CÂU 4. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- ☐ A Hai đường thẳng phân biệt có không quá một điểm chung.
☐ B Hai đường thẳng cắt nhau thì không song song với nhau.
☐ C Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
☐ D Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

CÂU 5. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
☐ B Hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng phân biệt thì chúng chéo nhau.
☐ C Hai đường thẳng nằm trong một mặt phẳng thì chúng không chéo nhau.
☐ D Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.

CÂU 6. Mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
☐ B Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.
☐ C Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
☐ D Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

CÂU 7. Chọn mệnh đề đúng.

- ☐ A Không có mặt phẳng nào chứa hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.
☐ B Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.
☐ C Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
☐ D Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

CÂU 8. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- ☐ A Vô số. ☐ B 1. ☐ C 2. ☐ D 0.

QUICK NOTE

CÂU 9. Cho $a; b$ là hai đường thẳng song song với nhau. Chọn khẳng định sai:

- ☐ A Hai đường thẳng a và b cùng nằm trong một mặt phẳng.
- ☐ B Nếu c là đường thẳng song song với a thì c song song hoặc trùng với b .
- ☐ C Mọi mặt phẳng cắt a đều cắt b .
- ☐ D Mọi đường thẳng cắt a đều cắt b .

CÂU 10. Cho hai đường thẳng a và b . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau ?

- ☐ A a và b không có điểm chung.
- ☐ B a và b là hai cạnh của một hình tứ diện.
- ☐ C a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.
- ☐ D a và b không cùng nằm trên bất kỳ mặt phẳng nào.

CÂU 11. Trong không gian, hai đường thẳng không đồng phẳng chỉ có thể:

- ☐ A Song song với nhau.
- ☐ B Cắt nhau.
- ☐ C Trùng nhau.
- ☐ D Chéo nhau.

CÂU 12. Trong không gian, nếu hai đường thẳng không có điểm chung thì ta có thể kết luận gì về hai đường thẳng đó ?

- ☐ A Song song với nhau.
- ☐ B Chéo nhau.
- ☐ C Cùng thuộc một mặt phẳng.
- ☐ D Hoặc song song hoặc chéo nhau.

CÂU 13. Mệnh đề nào sau đây là **sai**? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng chéo nhau có thể là:

- ☐ A Hai đường thẳng chéo nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng cắt nhau.
- ☐ C Hai đường thẳng song song với nhau.
- ☐ D Hai đường thẳng phân biệt.

CÂU 14. Mệnh đề nào sau đây **sai**? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau có thể là:

- ☐ A Hai đường thẳng cắt nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng song song với nhau.
- ☐ C Hai đường thẳng trùng nhau.
- ☐ D Hai đường thẳng phân biệt.

CÂU 15. Trong không gian, cho ba đường thẳng $a; b; c$. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Nếu hai đường thẳng cùng chéo với một đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.
- ☐ B Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
- ☐ C Nếu $a \parallel b$ và $b; c$ chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc cắt nhau.
- ☐ D Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau hoặc song song.

CÂU 16. Cho các mệnh đề sau:

- (I) Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.
- (II) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- (III) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- (IV) Hai đường thẳng chéo nhau thì không đồng phẳng.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- ☐ A 1.
- ☐ B 3.
- ☐ C 4.
- ☐ D 2.

CÂU 17. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b . Kết luận nào sau đây đúng?

- ☐ A Nếu c cắt a thì c cắt b .
- ☐ B Nếu c chéo a thì c chéo b .
- ☐ C Nếu c cắt a thì c chéo b .
- ☐ D Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b .

CÂU 18. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c , biết $a \parallel b$, a và c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c

- ☐ A Trùng nhau hoặc chéo nhau.
- ☐ B Cắt nhau hoặc chéo nhau.
- ☐ C Chéo nhau hoặc song song.
- ☐ D Song song hoặc trùng nhau.

CÂU 19. Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó

- (A) đồng quy. (B) tạo thành tam giác.
(C) trùng nhau. (D) cùng song song với một mặt phẳng.

CÂU 20. Cho một tứ diện. Số cặp đường thẳng chứa cạnh của tứ diện đó mà chéo nhau là?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

CÂU 21. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua đỉnh A , kẻ đường thẳng a song song với BD và qua đỉnh C kẻ đường thẳng b không song song với BD . Khi đó

- (A) Đường thẳng a và đường thẳng b chéo nhau.
(B) Đường thẳng a và đường thẳng b cắt nhau.
(C) Đường thẳng a và đường thẳng b không có điểm chung.
(D) Nếu a và b không chéo nhau thì chúng cắt nhau.

CÂU 22. Cho hai đường thẳng $a; b$ chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa b và c ?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

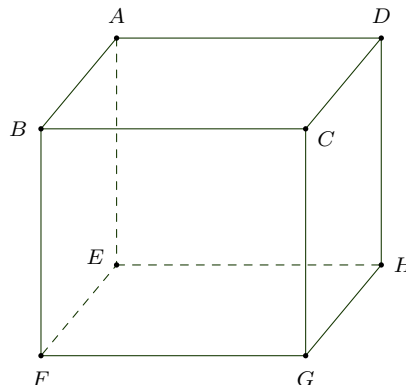
CÂU 23. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

- (A) Đường thẳng MN . (B) Đường thẳng CM .
(C) Đường thẳng DN . (D) Đường thẳng CD .

CÂU 24.

Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) BG và HD chéo nhau.
(B) BF và AD chéo nhau.
(C) AB song song với HG .
(D) CG cắt HE .



CÂU 25. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Đường thẳng IJ song song với đường nào?

- (A) AB . (B) CD . (C) BC . (D) AD .

CÂU 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB ; P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD . Xác định vị trí tương đối của MQ và NP .

- (A) MQ cắt NP . (B) $MQ \parallel NP$.
(C) $MQ \equiv NP$. (D) MQ, NP chéo nhau.

CÂU 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào?

- (A) BC . (B) AC . (C) SO . (D) BD .

CÂU 28. Trong mặt phẳng (P) , cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Bx, Cy, Dz song song với nhau, nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A , cắt Bx, Cy, Dz tương ứng tại B', C', D' sao cho $BB' = 2, DD' = 4$. Tính CC' .

- (A) 6. (B) 8. (C) 2. (D) 3.

CÂU 29. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $GE \parallel CD$. (B) GE cắt AD .
(C) GE cắt CD . (D) GE và CD chéo nhau.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 30. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB . Mệnh đề nào sau đây đúng

- ☐ A Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang.
- ☐ B Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
- ☐ C Bốn điểm M, N, P, Q không đồng phẳng.
- ☐ D Tứ giác $MNPQ$ không có các cặp cạnh đối nào song song.

CÂU 31. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- ☐ A Có thể song song hoặc cắt nhau.
- ☐ B Cắt nhau.
- ☐ C Song song nhau.
- ☐ D Chéo nhau.

CÂU 32. Cho tứ diện $ABCD$ với M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

- ☐ A $AB = BC$.
- ☐ B $BC = AD$.
- ☐ C $AC = BD$.
- ☐ D $AB = CD$.

CÂU 33. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

- ☐ A AB .
- ☐ B CD .
- ☐ C $C'D'$.
- ☐ D SC .

CÂU 34. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm BD, AD . Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, ACD . Đường thẳng HG chéo với đường thẳng nào sau đây?

- ☐ A MN .
- ☐ B CD .
- ☐ C CN .
- ☐ D AB .

CÂU 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC . Biết $AD = a, BC = b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC . Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD tại P, Q . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- ☐ A MN song song với PQ .
- ☐ B MN chéo với PQ .
- ☐ C MN cắt với PQ .
- ☐ D MN trùng với PQ .

Dạng 2. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

- ☒ Cách 1: Tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng.
- ☒ Cách 2: Nếu hai mặt phẳng $(P); (Q)$ lần lượt chứa hai đường thẳng song song a, b và có 1 điểm chung M thì $(P) \cap (Q) = Mx$ với $Mx \parallel (a) \parallel (b)$.

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA , điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC .

- a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
- b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) .
- c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) .

BÀI 2. Cho hình chóp $S.ABCD$. Mặt đáy là hình thang có cạnh đáy lớn AD, AB cắt CD tại K , điểm M thuộc cạnh SD .

- a) Xác định giao tuyến (d) của (SAD) và (SBC) . Tìm giao điểm N của KM và (SBC) .
- b) Chứng minh rằng $AM, BN, (d)$ đồng quy.

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) sẽ

- ☐ A Song song với hai đường thẳng đó.
- ☐ B Song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

QUICK NOTE

(C) Trùng với một trong hai đường thẳng đó.

(D) Cắt một trong hai đường thẳng đó.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng

(A) Cắt nhau.

(B) Chéo nhau.

(C) Song song.

(D) Có hai điểm chung.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Gọi I là giao điểm của MQ và NP . Câu nào sau đây đúng?

(A) $SI \parallel AB$.

(B) $SI \parallel AC$.

(C) $SI \parallel AD$.

(D) $SI \parallel BD$.

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

(A) MN và SD cắt nhau.

(B) $MN \parallel CD$.

(C) MN và SC cắt nhau.

(D) MN và CD chéo nhau.

CÂU 5. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại..

(B) Hai mặt phẳng lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt nhau theo một giao tuyến song song với một trong hai đường thẳng đó.

(C) Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì đường thẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

(D) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì cắt nhau theo một giao tuyến đi qua điểm chung đó.

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) d qua S và song song với BC .

(B) d qua S và song song với DC .

(C) d qua S và song song với AB .

(D) d qua S và song song với BD .

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

(A) qua I và song song với AB .

(B) qua J và song song với BD .

(C) qua G và song song với CD .

(D) qua G và song song với BC .

CÂU 8. Cho ba mặt phẳng phân biệt $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1; (\beta) \cap (\gamma) = d_2; (\alpha) \cap (\gamma) = d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 .

(A) Đôi một cắt nhau.

(B) Đôi một song song.

(C) Đồng quy.

(D) Đôi một song song hoặc đồng quy.

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

(A) Tam giác IBC .

(B) Hình thang $IBCJ$ (J là trung điểm SD).

(C) Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).

(D) Tứ giác $IBCD$.

CÂU 10. Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC . Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác (T) . Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) (T) là hình chữ nhật.

(B) (T) là tam giác.

(C) (T) là hình thoi.

(D) (T) là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

QUICK NOTE

CÂU 11. Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (ABG) và mặt phẳng (CDG) là

- ☐ A Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh BC và AD .
- ☐ B Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AB và CD .
- ☐ C Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AC và BD .
- ☐ D Đường thẳng CG .

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Qua S kẻ Sx ; Sy lần lượt song song với AB , AD . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó, khẳng định nào dưới đây đúng?

- ☐ A Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là đường thẳng Sx .
- ☐ B Giao tuyến của (SBD) và (SAC) là đường thẳng Sy .
- ☐ C Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx .
- ☐ D Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng Sx .

CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua AB và cắt cạnh SC tại M ở giữa S và C . Xác định giao tuyến d giữa mặt phẳng (α) và (SCD) .

- ☐ A Đường thẳng d qua M song song với AC .
- ☐ B Đường thẳng d qua M song song với CD .
- ☐ C Đường thẳng d trùng với MA .
- ☐ D Đường thẳng d trùng với MD .

CÂU 14. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB , AC . Gọi E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- ☐ A Tam giác MNE .
- ☐ B Tứ giác $MNEF$ với điểm F bất kỳ trên cạnh BD .
- ☐ C Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \parallel BC$.
- ☐ D Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \parallel BC$.

C. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

📁 Dạng 1. Câu hỏi lý thuyết

CÂU 1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

- ☒ A Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ C Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.
- ☐ D Hai đường thẳng không nằm trên cùng một mặt phẳng thì chéo nhau.

CÂU 2. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- ☒ A 3.
- ☐ B 1.
- ☐ C 2.
- ☐ D 4.

CÂU 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☒ A Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- ☐ C Hai đường thẳng không song song thì cắt nhau.
- ☐ D Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

CÂU 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

Trong không gian:

- ☒ A Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
- ☐ B Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ C Hai đường thẳng không song song, không cắt nhau thì chéo nhau.
- ☐ D Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

CÂU 5. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định sai?

- (I) Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.
- (II) Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
- (III) Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
- (IV) Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

- ☒ A 1.
- ☐ B 2.
- ☐ C 3.
- ☐ D 4.

CÂU 6. Trong không gian, cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- ☒ A b và c chéo nhau.
- ☐ B b và c cắt nhau.
- ☐ C b và c chéo nhau hoặc cắt nhau.
- ☐ D b và c song song với nhau.

CÂU 7. Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 trong đó d_1 song song với d_2 . Khi đó vị trí tương đối của d_2 và d_3 là?

- ☒ A Chéo nhau.
- ☐ B Cắt nhau.
- ☐ C Song song.
- ☐ D trùng nhau.

CÂU 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☒ A Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- ☐ C Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
- ☐ D Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

CÂU 9. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu (β) chứa a và cắt (β) theo giao tuyến là b thì a và b là hai đường thẳng

- ☒ A cắt nhau.
- ☐ B trùng nhau.
- ☐ C chéo nhau.
- ☐ D song song với nhau.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 10. Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ A AB và CD cắt nhau.
- ☐ B AB và CD chéo nhau.
- ☐ C AB và CD song song.
- ☐ D Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD .

CÂU 11. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- ☐ A Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ B Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.
- ☐ C Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau.
- ☐ D Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

CÂU 12. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- ☐ A Cắt nhau.
- ☐ B Song song nhau.
- ☐ C Có thể song song hoặc cắt nhau.
- ☐ D Chéo nhau.

CÂU 13. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó a song song với b . Khẳng định nào sau đây sai?

- ☐ A Tồn tại duy nhất một mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng a và b .
- ☐ B Nếu b song song với c thì a song song với c .
- ☐ C Nếu điểm A thuộc a và điểm B thuộc b thì ba đường thẳng a, b và AB cùng ở trên một mặt phẳng.
- ☐ D Nếu c cắt a thì c cắt b .

CÂU 14. Cho đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a . Vị trí tương đối của a và b là

- ☐ A chéo nhau.
- ☐ B cắt nhau.
- ☐ C song song với nhau.
- ☐ D trùng nhau.

CÂU 15. Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M không thuộc a cũng không thuộc b . Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b ?

- ☐ A 4.
- ☐ B 3.
- ☐ C 2.
- ☐ D 1.

CÂU 16. Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- ☐ A $a \parallel b$.
- ☐ B a, b không có điểm chung.
- ☐ C a, b cắt nhau.
- ☐ D a, b chéo nhau.

CÂU 17. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☐ A Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ B Trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
- ☐ C Trong không gian hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- ☐ D Trong không gian hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.

Dạng 2. Một số bài toán liên quan đến hai đường thẳng song song

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- ☐ A AC .
- ☐ B BC .
- ☐ C SO .
- ☐ D BD .

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABC$ và G, K lần lượt là trọng tâm tam giác SAB, SBC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- ☐ A $GK \parallel AB$.
- ☐ B $GK \parallel BC$.
- ☐ C $GK \parallel AC$.
- ☐ D $GK \parallel SB$.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi $M; N; P; Q; R; T$ lần lượt là trung điểm $AC; BD; BC; CD; SA$ và SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

QUICK NOTE

- (A) MP và RT . (B) MQ và RT . (C) MN và RT . (D) PQ và RT .

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB, \triangle SAD$. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?

- (A) CD . (B) BD . (C) AD . (D) AB .

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SCD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với G_1G_2 ?

- (A) AD . (B) BC . (C) SA . (D) MN .

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Đường thẳng không song song với $A'B'$ là

- (A) $C'D'$. (B) AB . (C) CD . (D) SC .

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$ và M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $MN \parallel CD$. (B) $MN \parallel AD$. (C) $MN \parallel BD$. (D) $MN \parallel CA$.

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O, I là trung điểm của SC , xét các mệnh đề:

- (I) Đường thẳng IO song song với SA .
 (II) Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.
 (III) Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác (SBD) .
 (IV) Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

- (A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

CÂU 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) IJ song song với CD . (B) IJ song song với AB .
 (C) IJ chéo nhau với CD . (D) IJ cắt AB .

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn $AD, AD = 2BC$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAD . Đường thẳng GG' song song với đường thẳng

- (A) AB . (B) AC . (C) BD . (D) SC .

CÂU 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) GE và CD chéo nhau. (B) $GE \parallel CD$.
 (C) GE cắt AD . (D) GE cắt CD .

CÂU 12. Cho hình tứ diện $ABCD$, lấy điểm M tùy ý trên cạnh AD ($M \neq A, D$). Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt BD, DC tại N, P . Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) $MN \parallel AC$. (B) $MP \parallel AC$. (C) $MP \parallel (ABC)$. (D) $NP \parallel BC$.

CÂU 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng:

- (A) CM trong đó M là trung điểm BD . (B) AC .
 (C) DB . (D) CD .

CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB, \triangle SCD$. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng BM, CN . Khi đó tỉ số $\frac{SI}{CI}$ bằng

- (A) 1. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{3}{2}$.

CÂU 15. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD . Điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và AD . Khi đó

- (A) $SA = 2SD$. (B) $SA = 2SD$. (C) $SA = SD$. (D) $2SA = 3SD$.

QUICK NOTE

CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC . Lấy điểm M đối xứng với B qua A . Gọi giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAD) là G . Tính tỷ số $\frac{GM}{GN}$.

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) 2. (D) 3.

CÂU 17. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB và CD ; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và cạnh AD . Tính tỷ số $\frac{SA}{SD}$.

- (A) $\frac{7}{3}$. (B) 2. (C) $\frac{5}{3}$. (D) $\frac{3}{2}$.

CÂU 18. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy ba điểm P, Q, R lần lượt trên ba cạnh AB, CD, BC sao cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (PQR) là S . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- (A) $AS = 3DS$. (B) $AD = 3DS$. (C) $AD = 2DS$. (D) $AS = DS$.

CÂU 19. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm AB và BC . Lấy N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với (KLN) . Tính tỷ số $\frac{PA}{PD}$.

- (A) $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$. (B) $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$. (C) $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$. (D) $\frac{PA}{PD} = 2$.

CÂU 20. Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm BD và AD . Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP) . Tính $\frac{QC}{QA}$.

- (A) $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$. (B) $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$. (C) $\frac{QC}{QA} = 2$. (D) $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.

CÂU 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD . Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H . Tính $\frac{SH}{SC}$.

- (A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{1}{4}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{2}{3}$.

CÂU 22. Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kì. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt $(SBC), (SCA), (SAB)$ theo thứ tự tại A', B', C' . Khi đó tổng tỷ số $T = \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?

- (A) $T = 3$. (B) $T = \frac{3}{4}$. (C) $T = 1$. (D) $T = \frac{1}{3}$.

Dạng 3. Sử dụng yếu tố song song để tìm giao tuyến

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và $(ABCD)$ là

- (A) Đường thẳng CI , với $I = MN \cap BD$. (B) Đường thẳng MN .
(C) Đường thẳng BD . (D) Đường thẳng d đi qua C và $d \parallel BD$.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MAD) . Kết luận nào sau đây là sai?

- (A) d cắt SB . (B) $d \parallel AD$.
(C) d cắt SA . (D) d và AC chéo nhau.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SA , (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(ABCD)$, $d = (\alpha) \cap (SAB)$. Khi đó

- (A) d là đường thẳng đi qua M và song song AD .
(B) d là đường thẳng đi qua M và song song BC .
(C) d là đường thẳng đi qua M và song song AC .
(D) d là đường thẳng đi qua M và song song AB .

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

- (A)** Đường thẳng qua S và song song với AD .
(B) Đường thẳng qua S và song song với CD .
(C) Đường SO với O là tâm hình bình hành.
(D) Đường thẳng qua S và cắt AB .

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- ☒ A $(SAD) \cap (SBC)$ là đường thẳng qua S và song song AC .
☐ B $(SAB) \cap (SAD) = SA$.
☐ C $AD \parallel (SBC)$.
☐ D SA và CD chéo nhau.

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J là trung điểm AB và CB . Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với

- ☐ **A** $AD.$
☐ **B** $IJ.$
☐ **C** $BJ.$
☐ **D** $BI.$

CÂU 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $(ABCD)$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)** Đường thẳng d đi qua S và song song với AB .
(B) Đường thẳng d đi qua S và song song với DC .
(C) Đường thẳng d đi qua S và song song với BC .
(D) Đường thẳng d đi qua S và song song với BD .

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, K lần lượt là trung điểm AD và BC ; G là trọng tâm tam giác SAB . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (IKG) và (SAB) là

- A** Đường thẳng qua S và song song AB, IK .
B Đường thẳng qua S và song song AD .
C Đường thẳng qua G và song song BC .
D Đường thẳng qua G và song song AB, IK .

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- (A)** Đường thẳng đi qua S và giao điểm của hai đường thẳng AB và SC .
(B) Đường thẳng đi qua S và song song AD .
(C) Đường thẳng đi qua S và song song AF .
(D) Đường thẳng đi qua S và song song EF .

CÂU 10. Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, AD và SA . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là

- (A)** Đường thẳng qua M và song song BC . **(B)** Đường thẳng qua P và song song AB .
(C) Đường thẳng PM . **(D)** Đường thẳng qua S và song song AB .

CÂU 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC ; G là trọng tâm tam giác SAB . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

- A** Đường thẳng qua S và song song AB . **B** Đường thẳng qua G và song song DC .
C SC . **D** Đường thẳng qua G và cắt BC .

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

- (A)** Đường thẳng đi qua S và song song với AB .
(B) Đường thẳng đi qua S và song song với CD .
(C) Đường thẳng đi qua S và song song với AC .
(D) Đường thẳng đi qua S và song song với AD .

CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

QUICK NOTE

QUICK NOTE

A. AD.

B. AC.

C. DC.

D. BD.

CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SBC) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AC.

B. BC.

C. AB.

D. SA.

CÂU 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . M là một điểm bất kì thuộc cạnh SC , H là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. H là giao điểm của AM và SD .

B. H là giao điểm của AM và SB .

C. H là giao điểm của AM và BD .

D. H là giao điểm của AM và SO .

Dạng 4. Sử dụng yếu tố song song tìm thiết diện

CÂU 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC . Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

A. $AB = BC$.

B. $BC = AD$.

C. $AC = BD$.

D. $AB = CD$.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của sa . Thiết diện của mặt phẳng (MCD) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Tam giác.

B. Hình bình hành.

C. Hình thang.

D. Hình thoi.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC, AD = 2BC$. M là trung điểm của SA . Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp theo thiết diện là

A. Hình bình hành.

B. Tam giác.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thang.

CÂU 4. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB . Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

B. Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang nhưng không phải hình bình hành.

C. Bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

D. Tứ giác $MNPQ$ không có cặp cạnh đối nào song song.

CÂU 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O, A'C' \cap B'D' = O'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình

A. Tam giác.

B. Tứ giác.

C. Ngũ giác.

D. Lục giác.

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD , điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$ và O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây sai?

A. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.

B. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.

C. Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.

D. Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB . Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD , thiết diện thu được là hình gì?

A. Tam giác đều.

B. Tam giác vuông.

C. Hình bình hành.

D. Ngũ giác.

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD , N là điểm trên cạnh SB sao cho $SN = 2SB$, O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây sai?

A. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.

B. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.

C. Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

D. Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.

CÂU 9. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và BC . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là

- ☐ A Tứ giác $MNPK$ với K là điểm tùy ý trên cạnh AD .
☐ B Tam giác MNP .
☐ C Hình bình hành $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.
☐ D Hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của OB , (α) là mặt phẳng đi qua M , song song với AC và song song với SB . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

- ☐ A Lục giác. ☐ B Ngũ giác. ☐ C Tam giác. ☐ D Tứ giác.

CÂU 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- ☐ A Tam giác MNE .
☐ B Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
☐ C Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
☐ D Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ với các cạnh đáy là AB, CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Tìm k với $AB = kCD$ để thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình bình hành.

- ☐ A $K = 4$. ☐ B $K = 2$. ☐ C $K = 1$. ☐ D $k = 3$.

CÂU 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- ☐ A Tam giác MNE .
☐ B Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
☐ C Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD mà EF song song với BC .
☐ D Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC .

CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của SA, SB, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI} = \frac{3}{4}$. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là

- ☐ A hình thang. ☐ B hình tam giác. ☐ C hình bình hành. ☐ D hình ngũ giác.

QUICK NOTE

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Bài 10. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

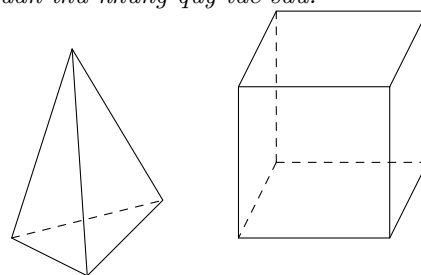
1. Khái niệm mở đầu

- Điểm A thuộc mặt phẳng (P) , kí hiệu $A \in (P)$.
- Điểm B không thuộc mặt phẳng (P) , kí hiệu $B \notin (P)$.
Nếu $A \in (P)$ ta còn nói A nằm trên (P) , hoặc (P) chứa A , hoặc (P) đi qua A .

A Để nghiên cứu hình học không gian, ta thường vẽ các hình đó lên bảng hoặc lên giấy. Hình vẽ đó được gọi là hình biểu diễn của một hình không gian. Hình biểu diễn của một hình không gian cần tuân thủ những quy tắc sau:

- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
- Hình biểu diễn giữ nguyên quan hệ thuộc giữa điểm và đường thẳng.
- Dùng nét liền để biểu diễn cho đường nhìn thấy và nét đứt đoạn để biểu diễn cho đường bị che khuất.

Các quy tắc khác sẽ được học ở phần sau.



Hình 4.3. Hình biểu diễn của hình chóp tam giác đều và hình lập phương.

2. Các tính chất thừa nhận

- TÍNH CHẤT 10.1.** Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.
- TÍNH CHẤT 10.2.** Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- TÍNH CHẤT 10.3.** Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
- TÍNH CHẤT 10.4.** Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt cùng thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.
- TÍNH CHẤT 10.5.** Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa. Vậy thì: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy. Đường thẳng đó được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.
- TÍNH CHẤT 10.6.** Trên mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

3. Cách xác định mặt phẳng

Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết:

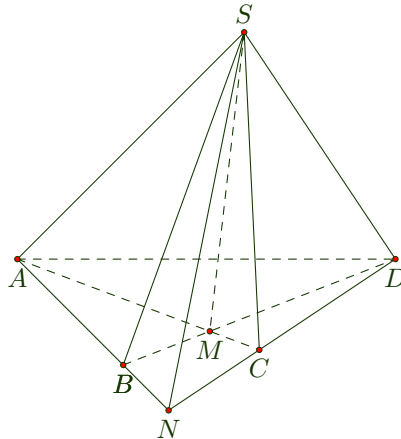
- Nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- Nó đi qua một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó.
- Nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Các kí hiệu:

- (ABC) là kí hiệu mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C .
- (M, d) là kí hiệu mặt phẳng đi qua d và điểm $M \notin d$.
- (d_1, d_2) là kí hiệu mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau d_1, d_2 .

BÀI 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) .

Lời giải.



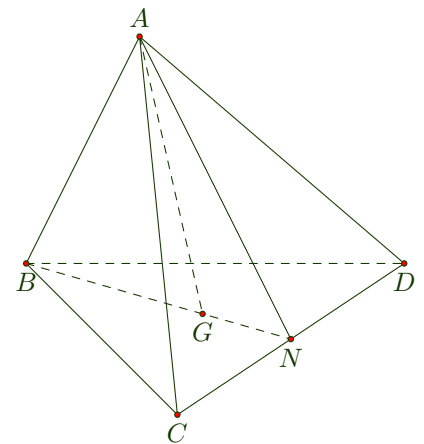
Ta có $(SAC) \cap (SBD) = SM$.

BÀI 3. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

Lời giải.

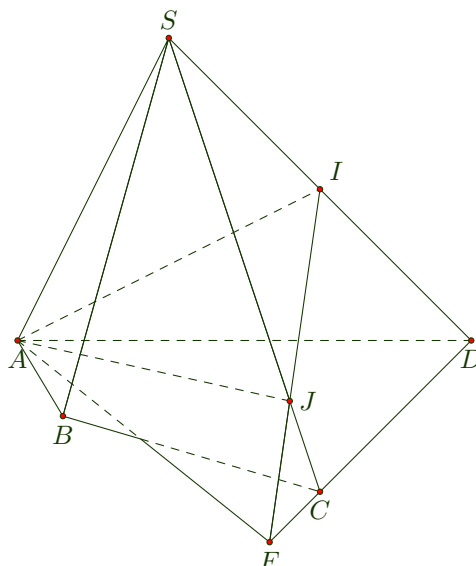
A là điểm chung thứ nhất của (ACD) và (GAB) .

G là trọng tâm tam giác BCD , N là trung điểm CD nên $N \in BG$ nên N là điểm chung thứ hai của (ACD) và (GAB) . Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là AN .



BÀI 4. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) .

Lời giải.

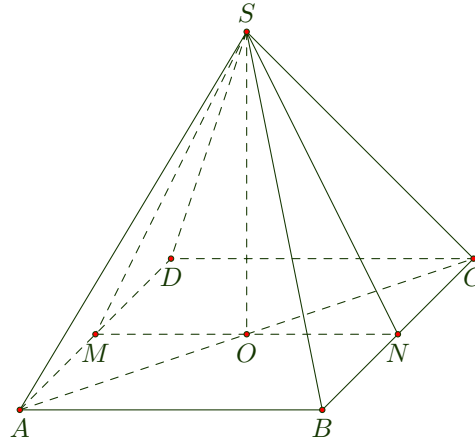


A là điểm chung thứ nhất của $(ABCD)$ và (AIJ) .

IJ và CD cắt nhau tại F , còn IJ không cắt BC , AD , AB nên F là điểm chung thứ hai của $(ABCD)$ và (AIJ) . Vậy giao tuyến của $(ABCD)$ và (AIJ) là AF . □

BÀI 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

🗨️ **Lời giải.**



S là điểm chung thứ nhất của (SMN) và (SAC) .

O là giao điểm của AC và MN nên $O \in AC$, $O \in MN$ do đó O là điểm chung thứ hai của (SMN) và (SAC) . Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là SO . □

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = I$.

Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là đường thẳng:

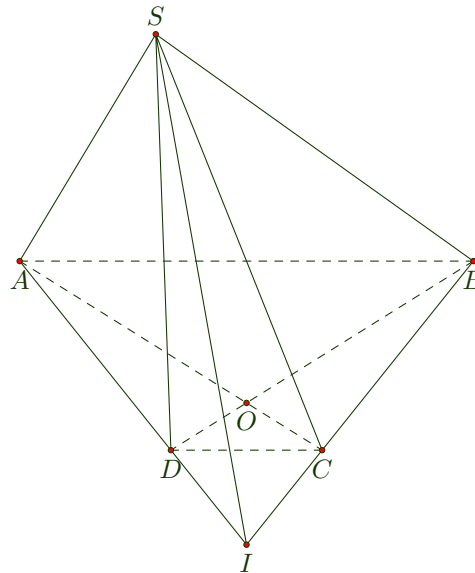
(A) SI .

(B) SA .

(C) MN .

(D) SM .

🗨️ **Lời giải.**



Ta có $(SAB) \cap (SCD) = SI$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$).

Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A) Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.

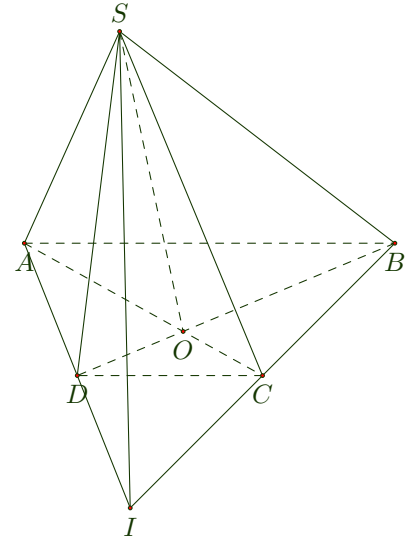
(B) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).

(C) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).

(D) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

🗨️ **Lời giải.**

- ☑ Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên: (SAB) , (SBC) , (SCD) , (SAD) . Do đó A đúng.
- ☑ S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
 $\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \Rightarrow O \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow O$ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
 $\Rightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO$. Do đó B đúng.
- ☑ Tương tự, ta có $(SAD) \cap (SBC) = SI$. Do đó C đúng.
- ☑ $(SAB) \cap (SAD) = SA$ mà SA không phải là đường trung bình của hình thang $ABCD$. Do đó D sai.



Chọn đáp án (D)

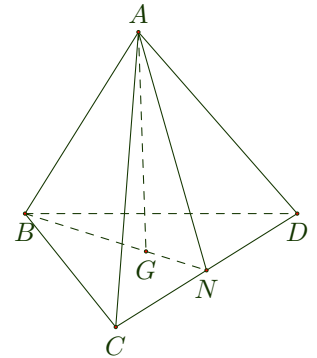
CÂU 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- (A) AM (M là trung điểm của AB).
- (B) AN (N là trung điểm của CD).
- (C) AH (H là hình chiếu của B trên CD).
- (D) AK (K là hình chiếu của C trên BD).

☞ **Lời giải.**

- ☑ A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .
- ☑ Ta có $BG \cap CD = N \Rightarrow \begin{cases} N \in BG \subset (ABG) \Rightarrow N \in (ABG) \\ N \in CD \subset (ACD) \Rightarrow N \in (ACD) \end{cases} \Rightarrow N$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

Vậy $(ABG) \cap (ACD) = AN$.



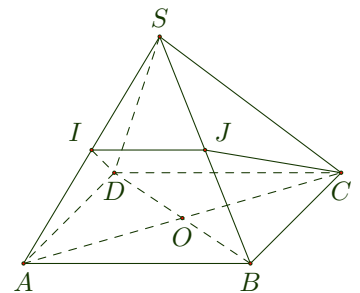
Chọn đáp án (B)

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $IJCD$ là hình thang.
- (B) $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
- (C) $(SBD) \cap (JCD) = JD$.
- (D) $(IAC) \cap (JBD) = AO$, O là tâm hình bình hành $ABCD$.

☞ **Lời giải.**

Ta có $(IAC) \equiv (SAC)$ và $(JBD) \equiv (SBD)$. Mà $(SAC) \cap (SBD) = SO$, trong đó O là tâm hình bình hành $ABCD$.



Chọn đáp án (D)

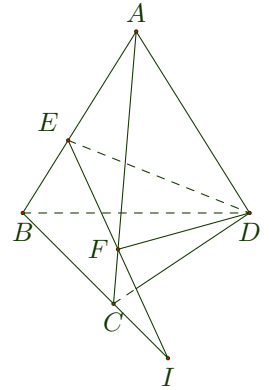
CÂU 5. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD . Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC . Khi EF và BC cắt nhau tại I thì I không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

- (A) (BCD) và (DEF) .
- (B) (BCD) và (ABC) .
- (C) (BCD) và (AEF) .
- (D) (BCD) và (ABD) .

☞ **Lời giải.**

Điểm I là giao điểm của EF và BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} EF \subset (DEF) \\ EF \subset (ABC) \\ EF \subset (AEF) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = (BCD) \cap (DEF) \\ I = (BCD) \cap (ABC) \\ I = (BCD) \cap (AEF). \end{cases}$$



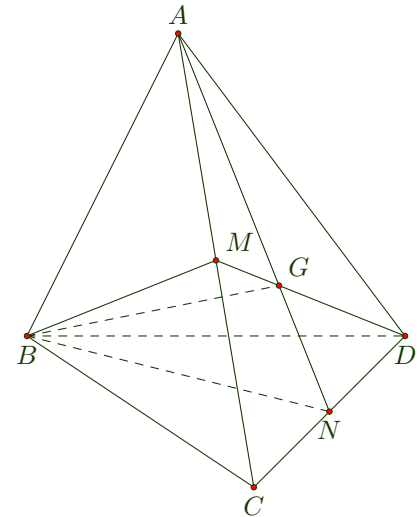
Chọn đáp án (D)

CÂU 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là

- (A) Đường thẳng MN . (B) Đường thẳng AM .
(C) Đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD). (D) Đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

Lời giải.

- ✓ B là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) .
✓ Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD nên suy ra AN, DM là hai trung tuyến của tam giác ACD . Gọi $G = AN \cap DM$.
 $\Rightarrow \begin{cases} G \in AN \subset (ABN) \Rightarrow G \in (ABN) \\ G \in DM \subset (MBD) \Rightarrow G \in (MBD) \end{cases} \Rightarrow G$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) .
Vậy $(ABN) \cap (MBD) = BG$.



Dạng 2. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

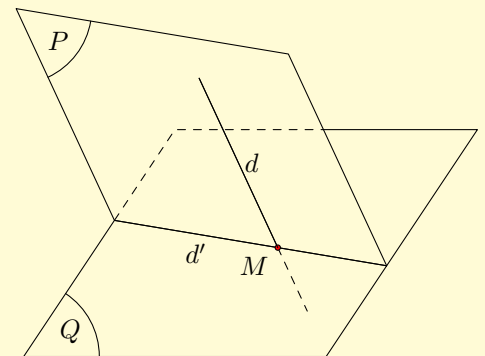
Để tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) ta cần lưu ý một số trường hợp sau:

Trường hợp 1. Nếu trong (P) có sẵn một đường thẳng d' cắt d tại M , khi đó

$$\begin{cases} M \in d \\ M \in d' \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M \in d \\ M \in (P) \end{cases} \Rightarrow M = d \cap (P).$$

Trường hợp 2. Nếu trong (P) chưa có sẵn d' cắt d thì ta thực hiện theo các bước sau:

- ✓ Bước 1: Chọn một mặt phẳng (Q) chứa d .
✓ Bước 2: Tìm giao tuyến $\Delta = (P) \cap (Q)$.
✓ Bước 3: Trong (Q) gọi $M = d \cap \Delta$ thì M chính là giao điểm của $d \cap (P)$.



1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Tìm giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) .

Lời giải.

Cách 1. Xét mặt phẳng (BCD) chứa CD .

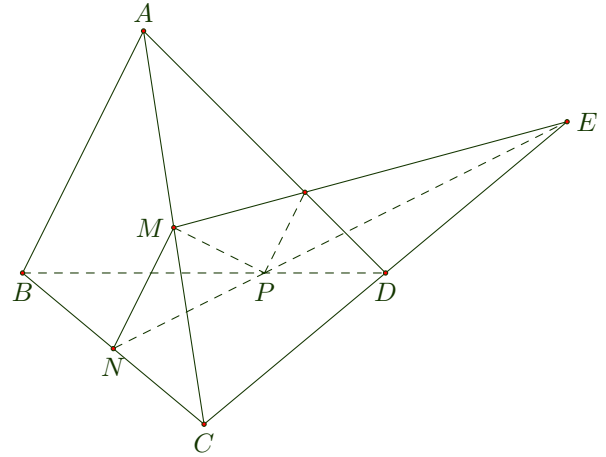
Do NP không song song CD nên NP cắt CD tại E .

Điểm $E \in NP \Rightarrow (MNP)$. Vậy $CD \cap (MNP)$ tại E .

Cách 2. Ta có $\begin{cases} N \in BC \\ P \in BD \end{cases} \Rightarrow NP \subset (MNP)$, suy ra NP, CD đồng phẳng.

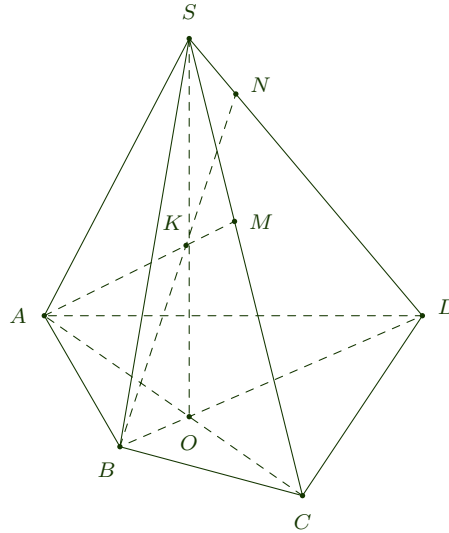
Gọi E là giao điểm của NP và CD mà $NP \subset (MNP)$ suy ra $CD \cap (MNP) = E$.

Vậy giao điểm của CD và $\text{mp}(MNP)$ là giao điểm E của NP và CD .



BÀI 2. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) .

Lời giải.



☑ Chọn mặt phẳng phụ (SBD) chứa SD .

☑ Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBD) và (ABM) .

Ta có B là điểm chung thứ nhất của (SBD) và (ABM) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $K = AM \cap SO$.

Khi đó $(SBD) \cap (ABM) = BK$.

Trong (SBD) lấy $N = BK \cap SD$ thì $N = SD \cap (ABM)$.

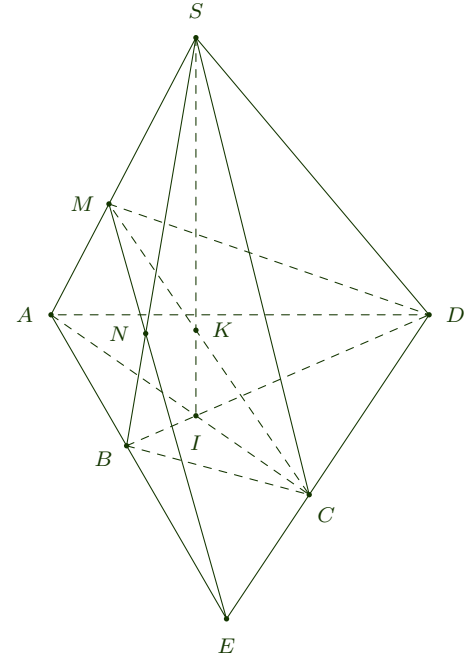
BÀI 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA .

a) Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD) .

b) Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD) .

Lời giải.

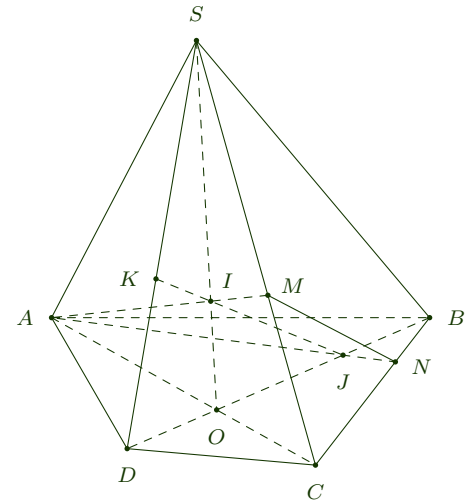
- a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$.
 Trong (SAB) ta có $N \in EM \subset (MCD) \Rightarrow N \in (MCD)$ và $N \in SB$ nên $N = SB \cap (MCD)$.
- b) Trong $(ABCD)$ gọi $I = AC \cap BD$.
 Trong (SAC) gọi $K = MC \cap SI$.
 Ta có $K \in SI \subset (SBD)$ và $K \in MC$ nên $K = MC \cap (SBD)$.



BÀI 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC , N là trên cạnh BC . Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) .

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi $O = AC \cap BD$, $J = AN \cap BD$.
 Trong (SAC) gọi $I = SO \cap AM$ và $K = IJ \cap SD$.
 Ta có $I \in AM \subset (AMN)$, $J \in AN \subset (AMN) \Rightarrow IJ \subset (AMN)$.
 Do đó $K \in IJ \subset (AMN) \Rightarrow K \in (AMN)$.
 Vậy $K = SD \cap (AMN)$



BÀI 5. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC . Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Gọi Q là giao điểm của cạnh SD và mặt phẳng (MNP) . Tính tỷ số $\frac{SQ}{SD}$.

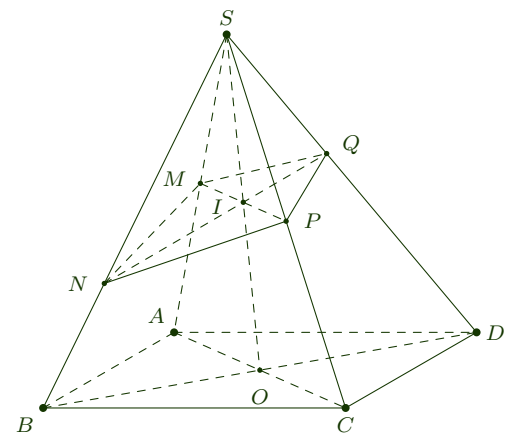
Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của MP và SO thì Q là giao điểm của NI với SD . I là trung điểm của SO .

Đặt $\frac{SQ}{SD} = x$.

Do $2\vec{SO} = \vec{SB} + \vec{SD}$ nên $4\vec{SI} = \frac{3}{2}\vec{SN} + x\vec{SQ} \Rightarrow x = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$.

Vậy $\frac{SQ}{SD} = \frac{2}{5}$.



2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

- Ⓐ điểm F .
 Ⓑ giao điểm của đường thẳng EG và AF .
 Ⓒ giao điểm của đường thẳng EG và AC .
 Ⓓ giao điểm của đường thẳng EG và CD .

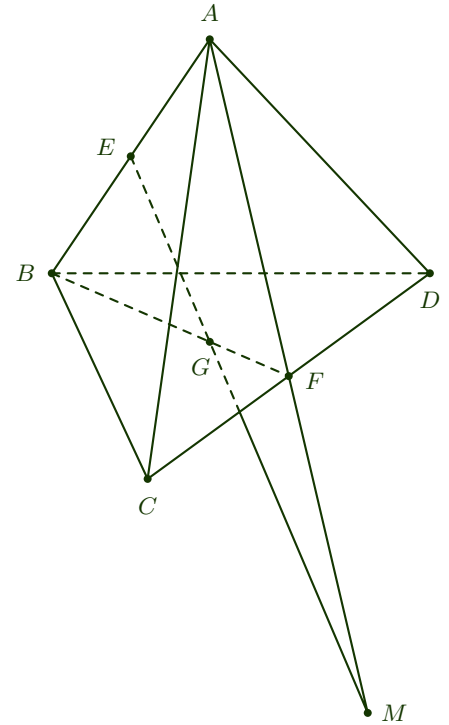
Lời giải.

Vì G là trọng tâm tam giác BCD , F là trung điểm của $CD \Rightarrow G \in (ABF)$.

Ta có E là trung điểm của $AB \Rightarrow E \in (ABF)$.

Gọi M là giao điểm của EG và AF mà $AF \subset (ACD)$ suy ra $M \in (ACD)$.

Vậy giao điểm của EG và $mp(ACD)$ là giao điểm $M = EG \cap AF$.



Chọn đáp án Ⓑ

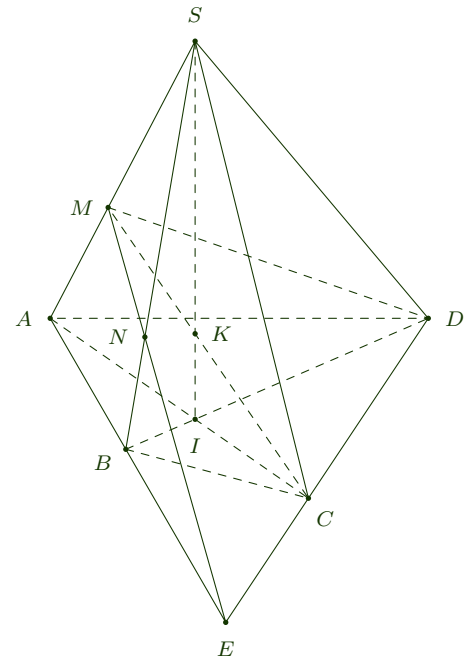
CÂU 2. Cho hình chóp tứ giác $SABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA . Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD) .

- Ⓐ Điểm H , trong đó $E = AB \cap CD, H = SA \cap EM$.
 Ⓑ Điểm N , trong đó $E = AB \cap CD, N = SB \cap EM$.
 Ⓒ Điểm F , trong đó $E = AB \cap CD, F = SC \cap EM$.
 Ⓓ Điểm T , trong đó $E = AB \cap CD, T = SD \cap EM$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$.

Trong (SAB) : ta có $N \in EM \subset (MCD) \Rightarrow N \in (MCD)$ và $N \in SB$ nên $N = SB \cap (MCD)$.



CÂU 3. Cho hình chóp tứ giác $SABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA . Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD) .

- Ⓐ Điểm H , trong đó $I = AC \cap BD, H = MA \cap SI$.
 Ⓑ Điểm F , trong đó $I = AC \cap BD, F = MD \cap SI$.

C Điểm K , trong đó $I = AC \cap BD$, $K = MC \cap SI$.

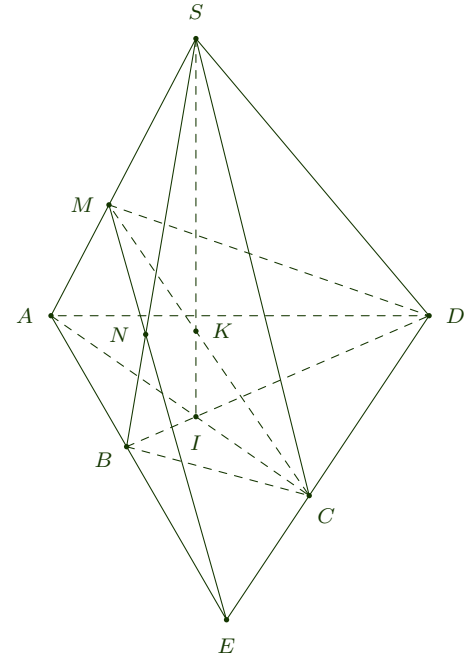
D Điểm V , trong đó $I = AC \cap BD$, $V = MB \cap SI$.

Lời giải.

Trong $(ABCD)$ gọi $I = AC \cap BD$.

Trong (SAC) gọi $K = MC \cap SI$.

Ta có $K \in SI \subset (SBD)$ và $K \in MC$ nên $K = MC \cap (SBD)$.



CÂU 4. Cho hình chóp $SABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC . P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC với mặt phẳng (MNP) . Tính $\frac{SQ}{SC}$.

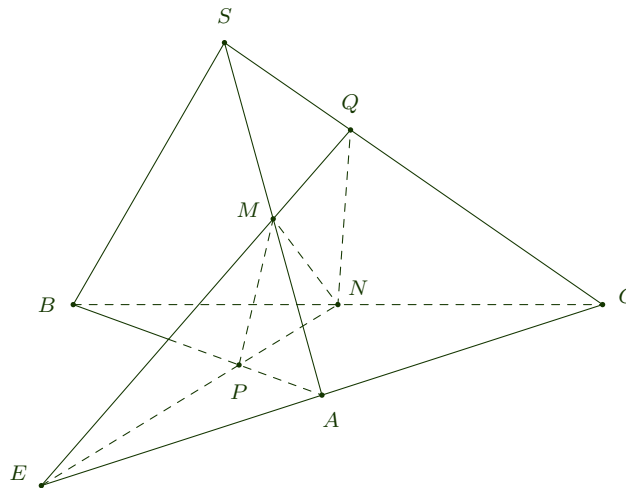
A $\frac{1}{3}$.

B $\frac{1}{6}$.

C $\frac{1}{2}$.

D $\frac{2}{3}$.

Lời giải.



Trong mặt phẳng (ABC) . Gọi $E = AC \cap PN$.

Khi đó $Q = SC \cap EM$.

Áp dụng định lí Menelaus vào tam giác ABC ta có $\frac{AP}{PB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1 \Rightarrow \frac{CE}{EA} = 2$.

Áp dụng định lí Menelaus vào tam giác SAC ta có $\frac{AP}{MS} \cdot \frac{NC}{BQ} \cdot \frac{EA}{CE} = 1 \Rightarrow \frac{EA}{CE} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **A**.

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N . Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

A $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

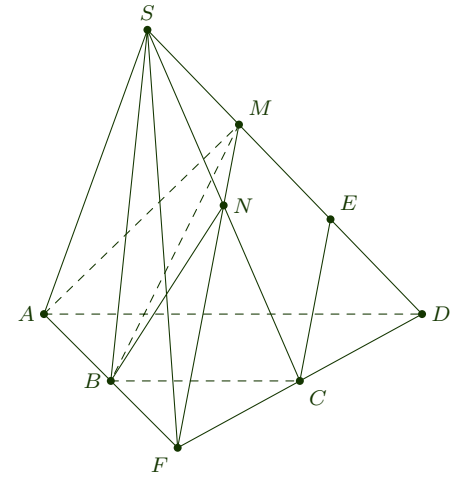
B $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$.

C $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$.

D $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi F là giao điểm của AB và CD . Nối F với M , FM cắt SC tại điểm N . Khi đó N là giao điểm của (ABM) và SC .
 Theo giả thiết, ta chứng minh được C là trung điểm DF .
 Trong mặt phẳng (SCD) kẻ CE song song NM (E thuộc SD). Do C là trung điểm DF nên suy ra E là trung điểm MD . Khi đó, ta có $SM = ME = ED$ và M là trung điểm SE .
 Do $MN \parallel CE$ và M là trung điểm SE nên MN là đường trung bình của tam giác SCE . Từ đó suy ra N là trung điểm SC và $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.



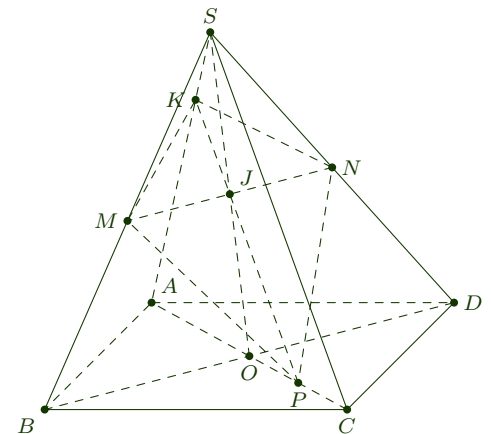
Chọn đáp án (D)

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC . Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K . Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là

- (A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{4}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi $J = SO \cap MN$, $K = SA \cap PJ$ thì $K = SA \cap (MNP)$.
 Vì M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD nên J là trung điểm của SO .
 Áp dụng định lí Menelaus vào tam giác SAO với cát tuyến là KP , ta có
 $\frac{SK}{KA} \cdot \frac{AP}{PO} \cdot \frac{OJ}{JS} = 1 \Leftrightarrow \frac{SK}{KA} \cdot 3 \cdot 1 = 1 \Leftrightarrow \frac{KS}{KA} = \frac{1}{3}$.
 Vậy $\frac{KS}{KA} = \frac{1}{3}$.



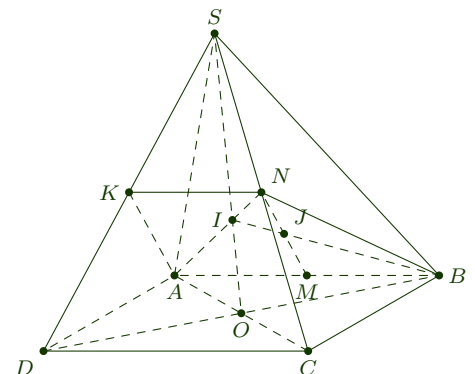
Chọn đáp án (B)

CÂU 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N là lượt là trung điểm của AB và SC . I là giao điểm của AN và (SBD) . J là giao điểm của MN với (SBD) . Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là

- (A) 4. (B) 3. (C) $\frac{7}{2}$. (D) $\frac{11}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là trung điểm của AC nên $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng (SAC) , $AN \cap SO = I$ nên I là giao điểm của AN và (SBD) . Trong (ABN) ta có $MN \cap BI = J$ nên J là giao điểm của MN với (SBD) . Gọi K là trung điểm của SD . Suy ra $NK \parallel DC \parallel AB$ và $BI \cap SD = K$ hay B, I, J, K thẳng hàng. Khi đó $NK \parallel BM$ và $NK = MA = BM$ và tứ giác $AKMN$ là hình bình hành. Xét hai tam giác đồng dạng $\triangle KJN$ và $\triangle BJM$ có $\frac{NK}{BM} = \frac{MJ}{NJ} = \frac{BJ}{JK} = 1$ suy ra J là trung điểm của MN và J là trung điểm của BK hay $BJ = JK$. Trong tam giác $\triangle SAC$ có I là trọng tâm của tam giác nên $\frac{NI}{IA} = \frac{1}{2}$. Do $AK \parallel MN$ nên $\frac{IJ}{IK} = \frac{NI}{IA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IJ}{JK} = \frac{1}{3} = \frac{IJ}{BJ} \Rightarrow \frac{IJ}{BI} = \frac{1}{4}$ hay $\frac{IB}{IJ} = 4$.



Chọn đáp án (A)

Dạng 3. Bài toán thiết diện

Để xác định thiết diện của hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$ cắt bởi mặt phẳng (α) , ta tìm giao điểm của mặt phẳng (α) với các đường thẳng chứa các cạnh của hình chóp. Thiết diện là đa giác có đỉnh là các giao điểm của (α) với hình chóp.

1. Bài tập tự luận

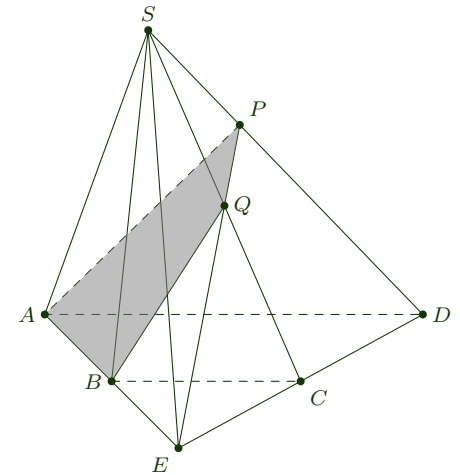
BÀI 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD .

- Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB) .
- Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) .

Lời giải.

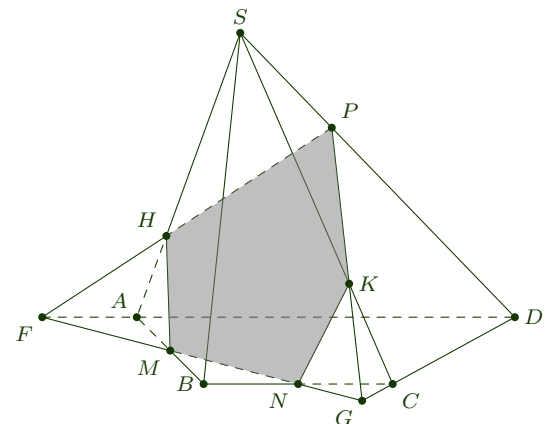
a)

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$.
 Trong mặt phẳng (SCD) gọi $Q = SC \cap EP$.
 Ta có $E \in AB$ nên $EP \subset (ABP) \Rightarrow Q \in (ABP)$, do đó $Q = SC \cap (ABP)$.
 Thiết diện là tứ giác $ABQP$.



b)

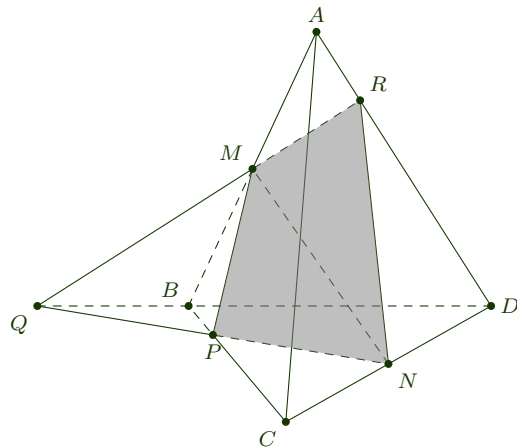
Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi F, G lần lượt là các giao điểm của MN với AD và CD .
 Trong mặt phẳng (SAD) gọi $H = SA \cap FP$
 Trong mặt phẳng (SCD) gọi $K = SC \cap PG$.
 Ta có $F \in MN \Rightarrow F \in (MNP) \Rightarrow FP \subset (MNP) \Rightarrow H \in (MNP)$.
 Vậy $\begin{cases} H \in SA \\ H \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow H = SA \cap (MNP)$. Tương tự $K = SC \cap (MNP)$.
 Thiết diện là ngũ giác $MNKPH$.



BÀI 2. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Tìm thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

Lời giải.

Gọi $Q = NP \cap BD$. Gọi $R = QM \cap AD$. Suy ra $Q \in (MNP)$ và $R \in (MNP)$.
Vậy thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MRNP$.



BÀI 3. Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD . E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD . Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) .

Lời giải.

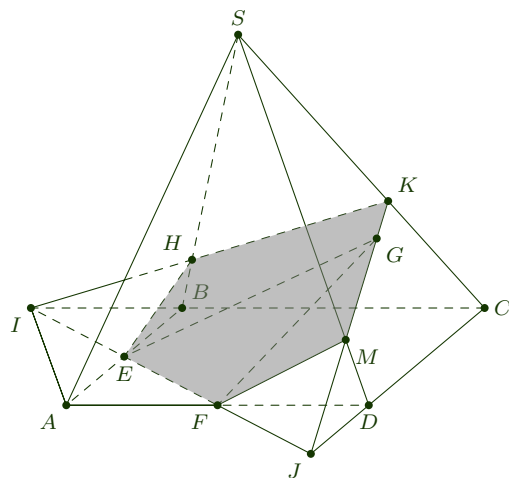
Trong mặt phẳng $(ABCD)$, $EF \cap BC = I$, $EF \cap CD = J$.

Trong mặt phẳng (SCD) , $GJ \cap SC = K$, $GJ \cap SD = M$.

Trong mặt phẳng (SBC) , $KI \cap SB = H$.

Ta có $(GEF) \cap (ABCD) = EF$, $(GEF) \cap (SAD) = FM$, $(GEF) \cap (SCD) = MK$, $(GEF) \cap (SBC) = KH$, $(GEF) \cap (SAB) = HE$.

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (EFG) là ngũ giác $EFMKH$.



BÀI 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a ($a > 0$). Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp theo một thiết diện có diện tích bằng bao nhiêu?

Lời giải.

Gọi Q là trung điểm của SD .

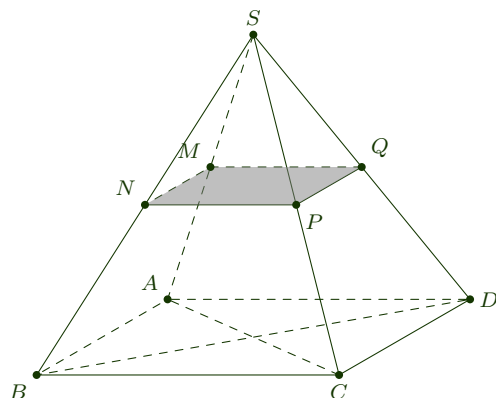
Tam giác SAD có M, Q lần lượt là trung điểm của SA, SD suy ra $MQ \parallel AD$.

Tam giác SBC có N, P lần lượt là trung điểm của SB, SC suy ra $NP \parallel BC$.

Mặt khác $AD \parallel BC$ suy ra $MQ \parallel NP$ và $MQ = NP$ suy ra $MNPQ$ là hình vuông.

Khi đó M, N, P, Q đồng phẳng suy ra (MNP) cắt SD tại Q và $MNPQ$ là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với (MNP) .

Vậy diện tích hình vuông $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = \frac{S_{ABCD}}{4} = \frac{a^2}{4}$.



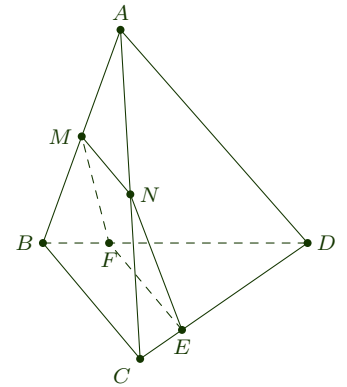
2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC , E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- ☐ A Tam giác MNE .
- ☐ B Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .
- ☐ C Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
- ☐ D Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Lời giải.

Tam giác ABC có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC .
 Suy ra MN là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MN \parallel BC$.
 Từ E kẻ đường thẳng d song song với BC và cắt BD tại $F \Rightarrow EF \parallel BC$.
 Do đó $MN \parallel EF$ suy ra bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng và $MNEF$ là hình thang.
 Vậy hình thang $MNEF$ là thiết diện cần tìm.



Chọn đáp án (D)

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, E là trung điểm của SA ; F, G lần lượt là các điểm thuộc cạnh BC, CD ($CF < FB, GC < GD$). Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EFG) là

- (A) Tam giác. (B) Tứ giác. (C) Ngũ giác. (D) Lục giác.

🗨️ **Lời giải.**

Trong $(ABCD)$, gọi $I = FG \cap AB; K = FG \cap AD$.

Trong (SAB) , gọi $H = IE \cap SB$.

Trong (SAD) , gọi $J = EK \cap SD$.

Ta có

✔️ $(EFG) \cap (ABCD) = FG$,

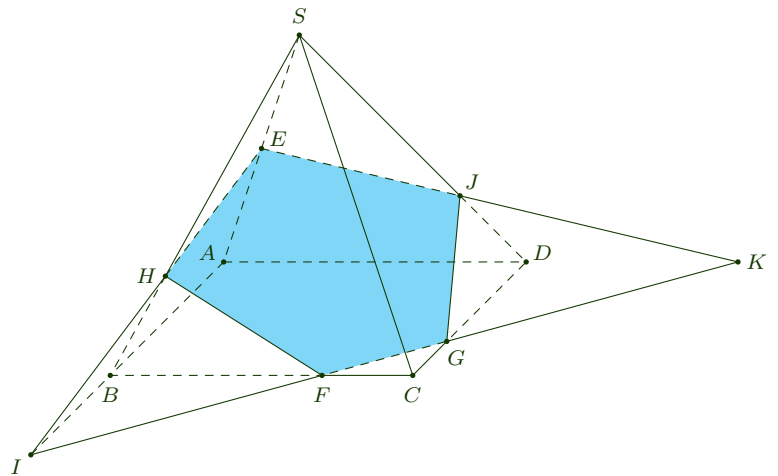
✔️ $(EFG) \cap (SCD) = JG$,

✔️ $(EFG) \cap (SAD) = JE$,

✔️ $(EFG) \cap (SAB) = HE$,

✔️ $(EFG) \cap (SBC) = HF$.

Do đó thiết diện là ngũ giác $EJGFH$.



Chọn đáp án (C)

CÂU 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB) là hình gì?

- (A) Tam giác. (B) Tứ giác. (C) Hình thang. (D) Hình bình hành.

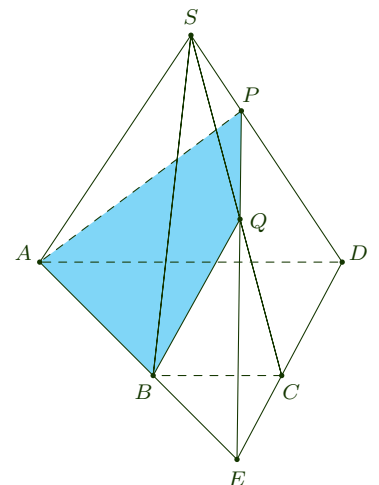
🗨️ **Lời giải.**

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$.

Trong mặt phẳng (SCD) , gọi $Q = SC \cap EP$.

Ta có $E \in AB$ nên $EP \subset (ABP) \Rightarrow Q \in (ABP)$, do đó $Q = SC \cap (ABP)$.

Thiết diện là tứ giác $ABQP$.



Chọn đáp án (B)

CÂU 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là hình gì?

- (A) Ngũ giác. (B) Tứ giác. (C) Hình thang. (D) Hình bình hành.

🗨️ **Lời giải.**

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi F, G lần lượt là các giao điểm của MN với AD và CD .

Trong mặt phẳng (SAD) , gọi $H = SA \cap FP$.

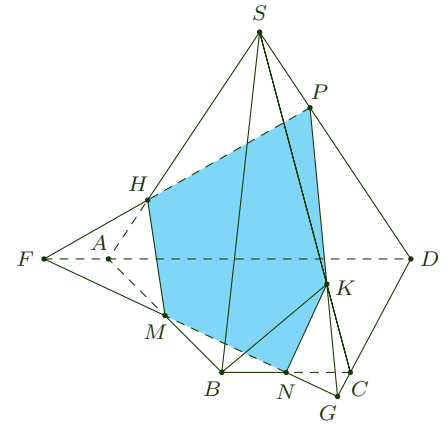
Trong mặt phẳng (SCD) , gọi $K = SC \cap PG$.

Ta có $F \in MN \Rightarrow F \in (MNP) \Rightarrow FP \subset (MNP) \Rightarrow H \in (MNP)$.

Vậy $\begin{cases} H \in SA \\ H \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow H = SA \cap (MNP)$.

Tương tự $K = SC \cap (MNP)$.

Thiết diện là ngũ giác $MNKPH$.



Chọn đáp án (A)

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

- (A) Tam giác IBC . (B) Hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).
(C) Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB). (D) Tứ giác $IBCD$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD , G là giao điểm của CI và SO .

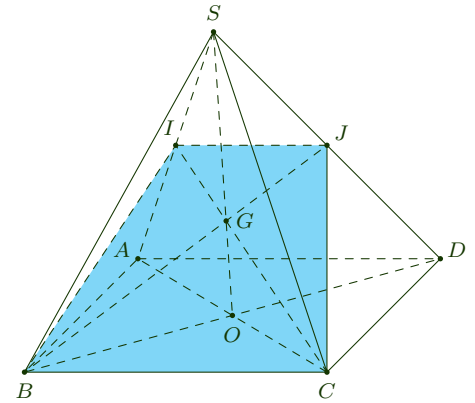
Khi đó G là trọng tâm tam giác SAC .

Suy ra G là trọng tâm tam giác SBD .

Gọi $J = BG \cap SD$.

Khi đó J là trung điểm SD .

Do đó thiết diện của hình chóp cắt bởi (IBC) là hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).



Chọn đáp án (B)

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P là ba điểm trên các cạnh AD, CD, SO . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) là hình gì?

- (A) Ngũ giác. (B) Tứ giác. (C) Hình thang. (D) Hình bình hành.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi E, K, F lần lượt là giao điểm của MN với DA, DB, DC .

Trong mặt phẳng (SDB) gọi $H = KP \cap SB$

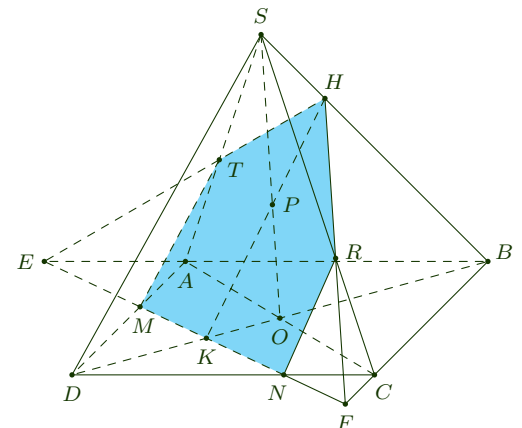
Trong mặt phẳng (SAB) gọi $T = EH \cap SA$

Trong mặt phẳng (SBC) gọi $R = FH \cap SC$.

Ta có $\begin{cases} E \in MN \\ H \in KP \end{cases} \Rightarrow EH \subset (MNP), \begin{cases} T \in SA \\ T \in EH \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow T = SA \cap (MNP)$.

Lí luận tương tự ta có $R = SC \cap (MNP)$.

Thiết diện là ngũ giác $MNRHT$.



Chọn đáp án (A)

CÂU 7. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

- (A) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. (B) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. (C) $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. (D) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC suy ra $AN \cap MC = G$.
 Để thấy mặt phẳng (GCD) cắt đường thẳng AB tại điểm M .
 Suy ra tam giác MCD là thiết diện của mặt phẳng (GCD) và tứ diện $ABCD$.

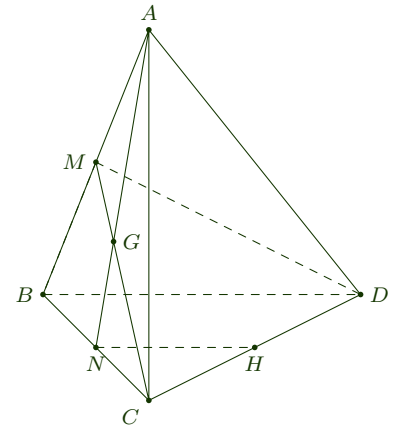
Tam giác ABD đều, có M là trung điểm AB suy ra $MD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác ABC đều, có N là trung điểm BC suy ra $MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là trung điểm của $CD \Rightarrow MH \parallel CD \Rightarrow S_{\Delta MCD} = \frac{1}{2} \cdot MH \cdot CD$.

Với $MH = \sqrt{MC^2 - HC^2} = \sqrt{MC^2 - \frac{CD^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S_{\Delta MCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.



Chọn đáp án **(B)**

CÂU 8. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC ; P là trọng tâm tam giác BCD . Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

(A) $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$.

(B) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

(C) $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$.

(D) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Trong tam giác BCD có P là trọng tâm, N là trung điểm BC .

Suy ra N, P, D thẳng hàng.

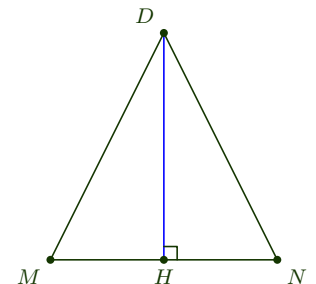
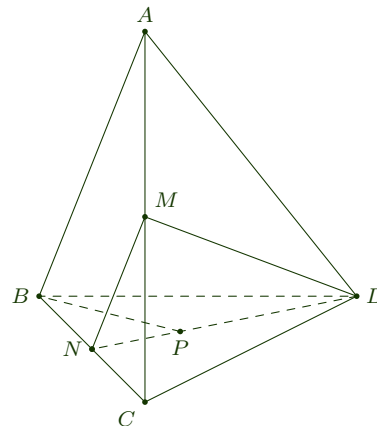
Vậy thiết diện là tam giác MND .

Xét tam giác MND , ta có $MN = \frac{AB}{2} = a$;

$DM = DN = \frac{AD\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Do đó tam giác MND cân tại D .

Gọi H là trung điểm MN suy ra $DH \parallel MN$.



Diện tích tam giác $S_{\Delta MND} = \frac{1}{2}MN \cdot DH = \frac{1}{2}MN \cdot \sqrt{DM^2 - MH^2} = \frac{a^2\sqrt{11}}{4}$.

Chọn đáp án **(C)**

Dạng 4. Chứng minh ba điểm thẳng hàng – ba đường thẳng đồng quy

- Để chứng minh ba điểm thẳng hàng ta chứng minh chúng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, khi đó chúng nằm trên đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng nên thẳng hàng.
- Để chứng minh ba đường thẳng đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng thuộc đường thẳng còn lại.

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho tứ diện $S.ABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh rằng ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Lời giải.

Ta có $I = DE \cap AB, DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$.

$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC)$.

(1)

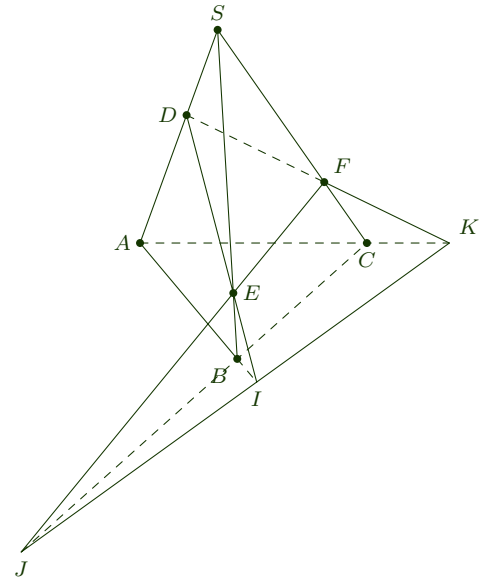
Tương tự $J = EF \cap BC \Rightarrow \begin{cases} J \in EF \subset (DEF) \\ J \in BC \subset (ABC) \end{cases}$

(2)

$K = DF \cap AC \Rightarrow \begin{cases} K \in DF \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases}$

(3)

Từ (1), (2) và (3) ta có I, J, K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng.



BÀI 2. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Chứng minh rằng các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui.

Lời giải.

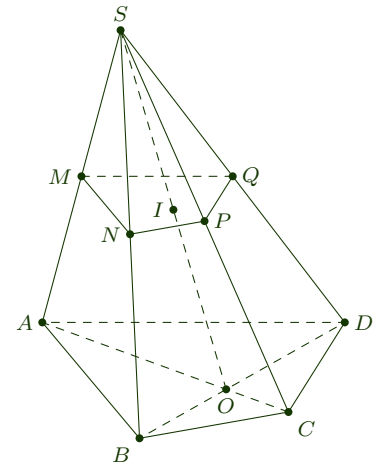
Trong mặt phẳng $(MNPQ)$, gọi $I = MP \cap NQ$.

Ta sẽ chứng minh $I \in SO$.

Để thấy $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

$\begin{cases} I \in MP \subset (SAC) \\ I \in NQ \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (SAC) \\ I \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in SO$.

Vậy MP, NQ, SO đồng qui tại I .



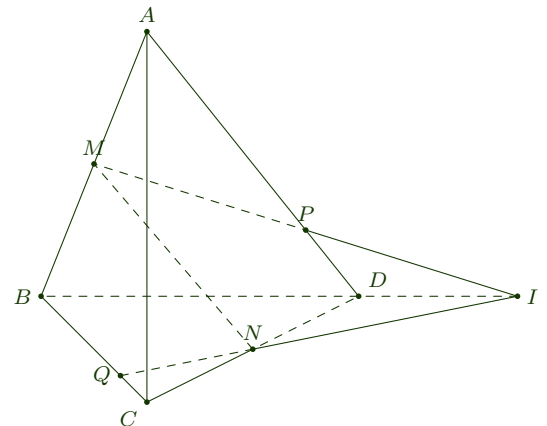
BÀI 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Chứng minh ba điểm I, B, D thẳng hàng.

Lời giải.

Ta có $(ABD) \cap (BCD) = BD$.

Lại có $\begin{cases} I \in MP \subset (ABD) \\ I \in NQ \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow I$ thuộc giao tuyến của (ABD) và (BCD)

$\Rightarrow I \in BD \Rightarrow I, B, D$ thẳng hàng.



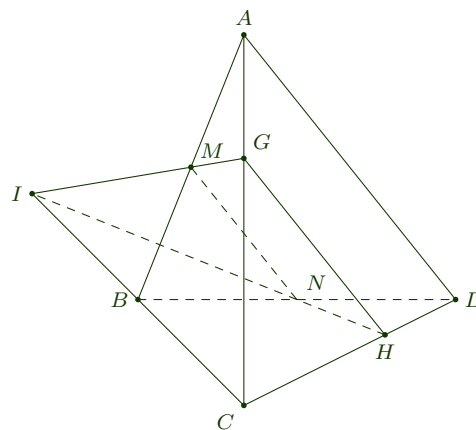
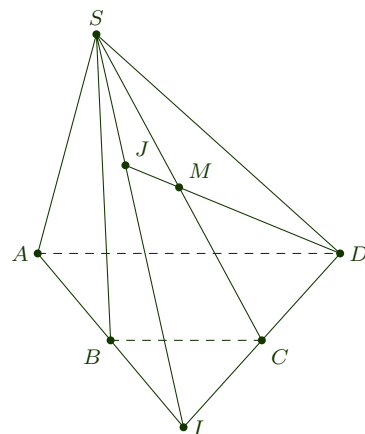
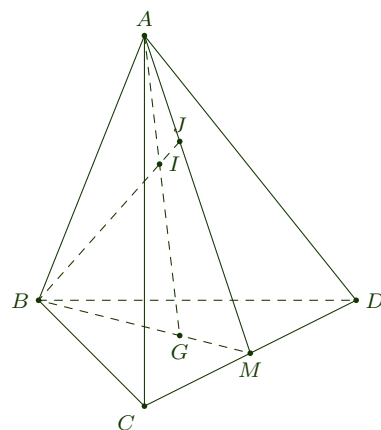
BÀI 4. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm trên đoạn thẳng AG , BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A) $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

(B) A, J, M thẳng hàng.

(C) J là trung điểm AM .

(D) $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.



(C) Ba điểm I, J, K không thẳng hàng.

(D) Ba điểm I, J, C thẳng hàng.

Lời giải.

Ta có $I = DE \cap AB, DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$

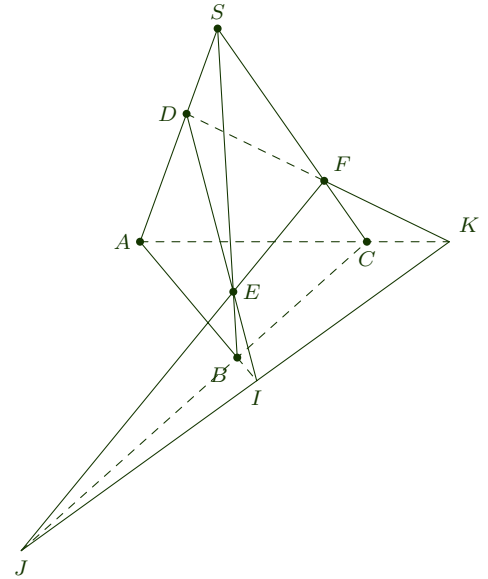
$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC)$ (1).

Tương tự $J = EF \cap BC$

$$\Rightarrow \begin{cases} J \in EF \subset (DEF) \\ J \in BC \subset (ABC) \end{cases} \quad (2)$$

$$K = DF \cap AC \Rightarrow \begin{cases} K \in DF \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta có I, J, K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng.



Chọn đáp án (B)

CÂU 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

(A) CD, EF, EG .

(B) CD, IG, HF .

(C) AB, IG, HF .

(D) AC, IG, BD .

Lời giải.

Phương pháp: Để chứng minh ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) ; đồng thời d_3 là giao tuyến (α) và (β) .

Gọi $O = HF \cap IG$. Ta có

$O \in HF$ mà $HF \subset (ACD)$ suy ra $O \in (ACD)$.

$O \in IG$ mà $IG \subset (BCD)$ suy ra $O \in (BCD)$.

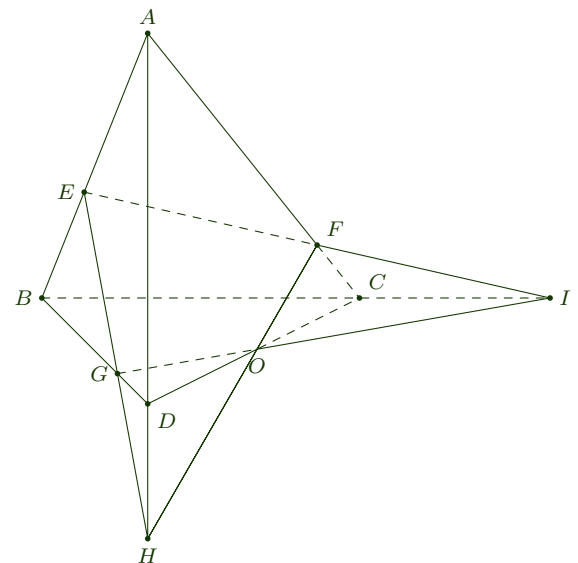
Do đó $O \in (ACD) \cap (BCD)$.

Mà $(ACD) \cap (BCD) = CD$.

Từ (1) và (2), suy ra $O \in CD$.

Vậy ba đường thẳng CD, IG, HF đồng quy.

(1)
(2)



Chọn đáp án (B)

C. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Lí thuyết

CÂU 1. Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

- (A) Một đường thẳng và một điểm nằm trên mặt phẳng đó.
- (B) Ba điểm mà mặt phẳng đó đi qua.
- (C) Ba điểm không thẳng hàng mà nó đi qua.
- (D) Hai đường thẳng nằm trên mặt phẳng.

Lời giải.

Một mặt phẳng được hoàn toàn xác định nếu biết mặt phẳng đó đi qua ba điểm không thẳng hàng.
Chọn đáp án (C)

CÂU 2. Trong các tính chất sau, tính chất nào **không** đúng?

- (A) Có hai đường thẳng phân biệt cùng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
- (B) Tồn tại 4 điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
- (C) Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- (D) Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

Lời giải.

Có duy nhất một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
Chọn đáp án (A)

CÂU 3. Cho các khẳng định sau:

- (I) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
- (II) Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
- (III) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.
- (IV) Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng thì chúng thẳng hàng.

Số khẳng định **sai** trong các khẳng định trên là

- (A) 1.
- (B) 2.
- (C) 3.
- (D) 4.

Lời giải.

Khẳng định (I) sai khi hai mặt phẳng trùng nhau.
Khẳng định (IV) sai khi hai mặt phẳng trùng nhau.

Chọn đáp án (B)

CÂU 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- (B) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- (C) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- (D) Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Lời giải.

Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không cùng nằm trong mặt phẳng nên chúng không có điểm chung.
Chọn đáp án (C)

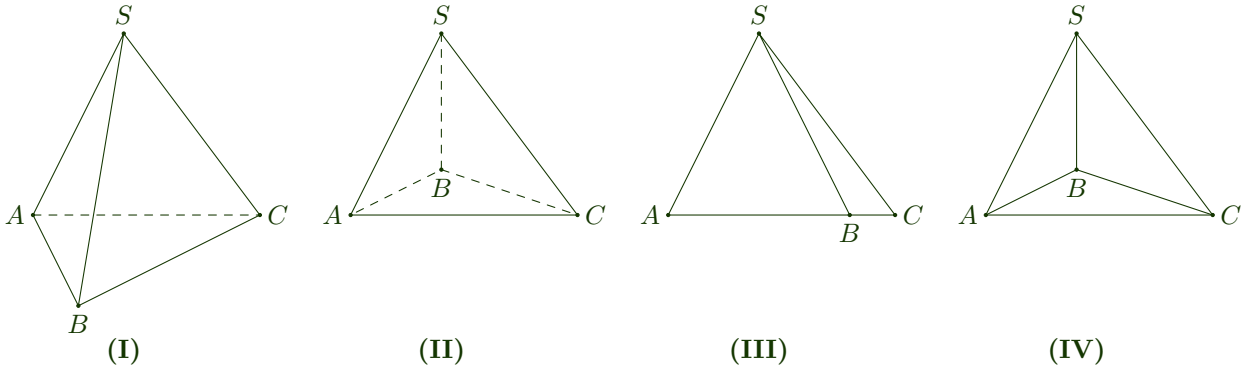
CÂU 5. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- (A) 0.
- (B) Vô số.
- (C) 2.
- (D) 1.

Lời giải.

Trong không gian, nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau thì có một và chỉ một mặt phẳng chứa a và song song với b .
Chọn đáp án (D)

CÂU 6. Trong các hình vẽ sau, hình nào có thể là hình biểu diễn của một hình tứ diện?



(A) Chỉ hình (I), (II).

(C) Chỉ hình (I).

(B) Các hình (I), (II), (III), (IV).

(D) Chỉ hình (I), (II), (III).

Lời giải.

Tất cả các hình trên đều là hình biểu diễn của một tứ diện.

Chọn đáp án (B)

CÂU 7. Một hình chóp có đáy là ngũ giác thì số cạnh của nó là

(A) 9 cạnh.

(B) 10 cạnh.

(C) 6 cạnh.

(D) 5 cạnh.

Lời giải.

Hình chóp có số cạnh bên bằng số cạnh đáy nên số cạnh của hình chóp ngũ giác là $5 + 5 = 10$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 8. Một hình chóp có đáy là ngũ giác thì số mặt và số cạnh của nó là

(A) 5 mặt, 5 cạnh.

(B) 6 mặt, 5 cạnh.

(C) 6 mặt, 10 cạnh.

(D) 5 mặt, 10 cạnh.

Lời giải.

Hình chóp có đáy là ngũ giác có

✓ 6 mặt gồm 5 mặt bên và 1 mặt đáy.

✓ 10 cạnh gồm 5 cạnh bên và 5 cạnh đáy.

Chọn đáp án (C)

CÂU 9. Hình chóp có 16 cạnh thì có bao nhiêu mặt?

(A) 10.

(B) 8.

(C) 7.

(D) 9.

Lời giải.

Hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$, ($n \geq 3$) có n cạnh bên và n cạnh đáy nên có $2n$ cạnh.

Ta có $2n = 16 \Leftrightarrow n = 8$.

Vậy khi đó hình chóp có 8 mặt bên và 1 mặt đáy nên nó có 9 mặt.

Chọn đáp án (D)

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, K, E lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, BC . Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

(A) M, K, A, C .

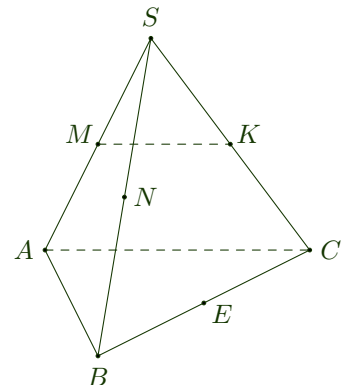
(B) M, N, A, C .

(C) M, N, K, C .

(D) M, N, K, E .

Lời giải.

Ta thấy M, K cùng thuộc mặt phẳng (SAC) nên bốn điểm $M; K; A; C$ đồng phẳng.



Chọn đáp án (A)

CÂU 11. Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

Ⓐ 3.

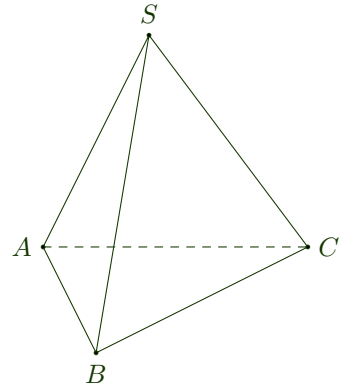
Ⓑ 4.

Ⓒ 2.

Ⓓ 6.

💬 **Lời giải.**

Trong không gian, bốn điểm không đồng phẳng tạo thành một hình tứ diện. Vì vậy xác định nhiều nhất bốn mặt phẳng phân biệt.



Chọn đáp án Ⓑ

📁 **Dạng 2. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng**

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

Ⓐ Đường thẳng SC .

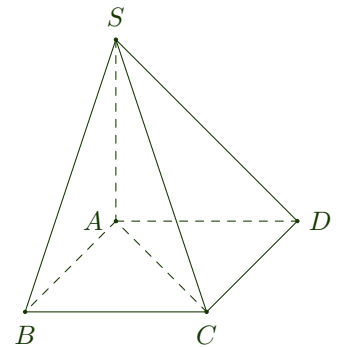
Ⓑ Đường thẳng SB .

Ⓒ Đường thẳng SD .

Ⓓ Đường thẳng SA .

💬 **Lời giải.**

Ta thấy $(SAC) \cap (SAD) = SA$



Chọn đáp án Ⓓ

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là

Ⓐ SK (K là trung điểm của AB).

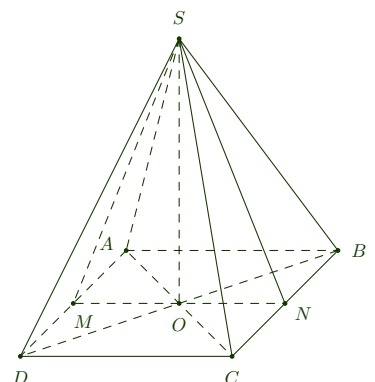
Ⓑ SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).

Ⓒ SF (F là trung điểm của CD).

Ⓓ SD .

💬 **Lời giải.**

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$
Suy ra O là giao điểm của AC với MN .
 $\Rightarrow (SMN) \cap (SAC) = SO$.



Chọn đáp án Ⓑ

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Ⓐ SA .

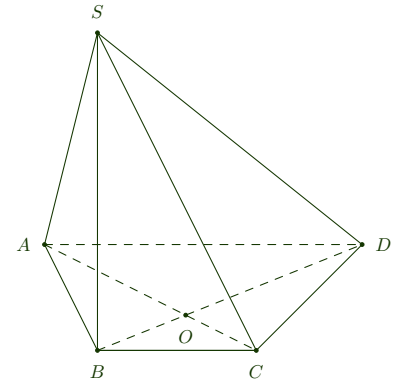
Ⓑ AC .

Ⓒ SO .

Ⓓ SD .

💬 **Lời giải.**

Có $S \in (SAC) \cap (SBD)$.
 $\begin{cases} O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$.
 Nên $SO = (SAC) \cap (SBD)$.



Chọn đáp án (C)

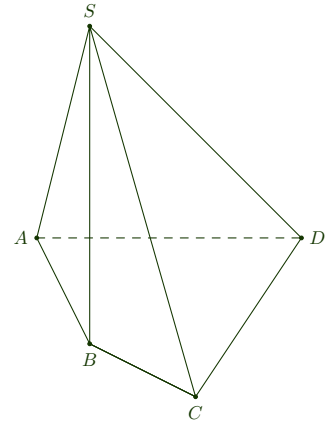
CÂU 4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

- (A) SA . (B) SB . (C) SC . (D) AC .

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SBC) \\ B \in (SAB) \cap (SBC) \end{cases}$.

Suy ra SB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) .



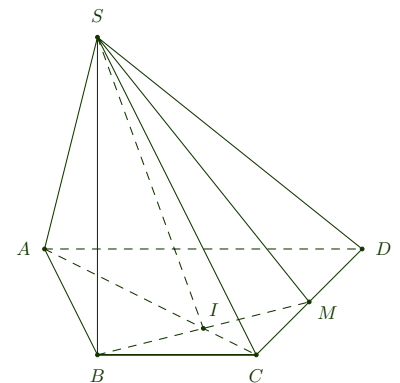
Chọn đáp án (B)

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm của CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là

- (A) SP với P là giao điểm của AB và CD . (B) SI với I là giao điểm của AC và BM .
 (C) SO với O là giao điểm của AC và BD . (D) SJ với J là giao điểm của AM và BD .

Lời giải.

Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là SI với I là giao điểm của AC và BM .



Chọn đáp án (B)

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AC cắt BD tại M , AB cắt CD tại O . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

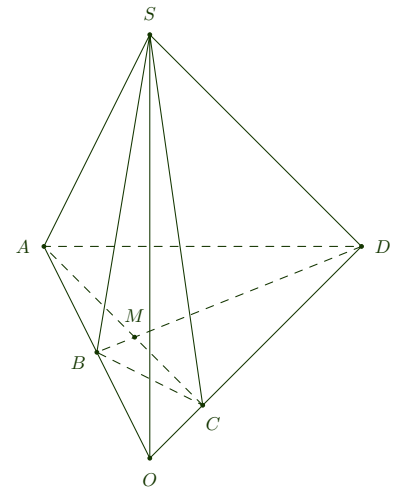
- (A) SO . (B) SM . (C) SA . (D) SC .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} O = AB \cap CD \\ AB \subset (SAB) \Rightarrow O \in (SAB) \cap (SCD). \\ CD \subset (SAC) \end{cases}$$

Lại có $S \in (SAB) \cap (SCD)$; $S \neq O$.

Khi đó $(SAB) \cap (SCD) = SO$.



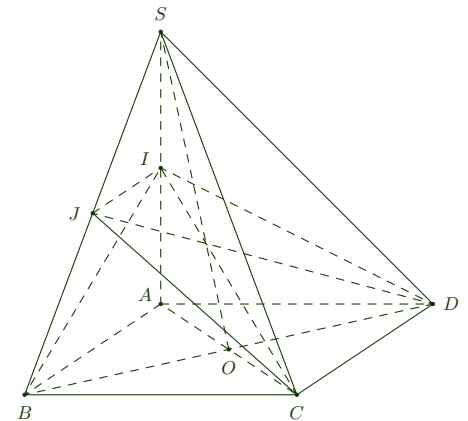
Chọn đáp án (A)

CÂU 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $(SAB) \cap (IBC) = IB$. (B) $IJCD$ là hình thang. (C) $(SBD) \cap (JCD) = JD$. (D) $(IAC) \cap (JBD) = AO$.

☞ **Lời giải.**

Ta có $(IAC) \cap (JBD) = (SAC) \cap (SBD) = SO$.



Chọn đáp án (D)

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có M là giao điểm của AC và BD , N là giao điểm của AB và CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- (A) SM . (B) SA . (C) MN . (D) SN .

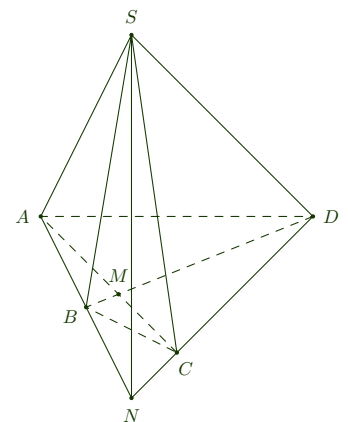
☞ **Lời giải.**

S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Vì $AB \cap CD = N$ nên $\begin{cases} N \in AB \subset (SAB) \\ N \in CD \subset (SCD) \end{cases}$.

Do đó N là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng trên.

Vậy SN là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .



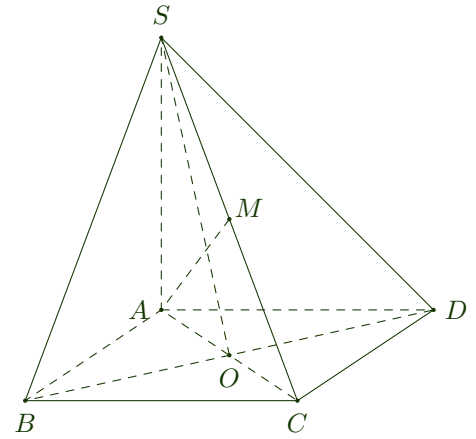
Chọn đáp án (D)

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) Giao tuyến của (SAC) và $(ABCD)$ là AC . (B) SA và BD chéo nhau. (C) AM cắt (SBD) . (D) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SO .

☞ **Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} O \notin (SAB) \\ O \notin (SCD) \end{cases}$ nên O không phải là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
Vì vậy, khẳng định “Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SO ” là khẳng định sai.



Chọn đáp án **(D)**

CÂU 10. Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của AB , N là điểm trên AC mà $AN = \frac{1}{4}AC$, P là điểm trên đoạn AD mà $AP = \frac{2}{3}AD$. Gọi E là giao điểm của MP và BD , F là giao điểm của MN và BC . Khi đó giao tuyến của (BCD) và (CMP) là

(A) CP .

(B) NE .

(C) MF .

(D) CE .

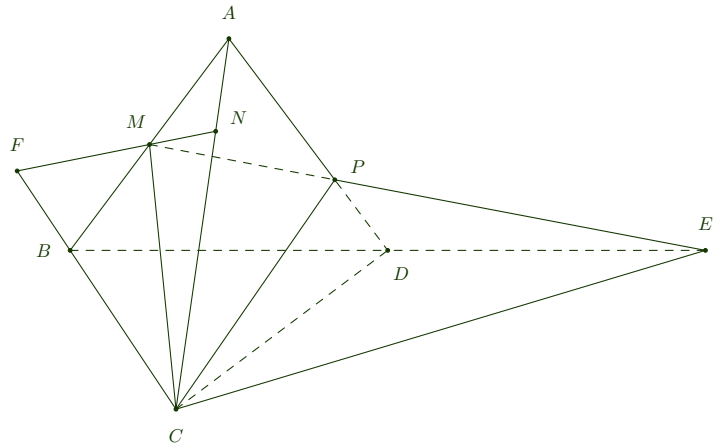
Lời giải.

Ta có $C \in (BCD) \cap (CMP)$. (1)

Lại có $BD \cap MP = E$

$$\Rightarrow \begin{cases} E \in BD \Rightarrow E \in (BCD) \\ E \in MP \Rightarrow E \in (CMP) \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow (BCD) \cap (CMP) = CE$.



Chọn đáp án **(D)**

CÂU 11. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC . Đường thẳng IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây?

(A) (IBC) và (KBD) .

(B) (IBC) và (KCD) .

(C) (IBC) và (KAD) .

(D) (ABI) và (KAD) .

Lời giải.

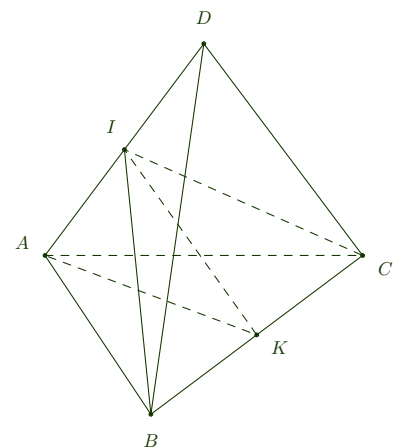
$$\text{Ta có } \begin{cases} I \in AD \subset (KAD) \\ I \in (IBC) \end{cases}$$

$\Rightarrow I$ là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) .

$$\text{Lại có } \begin{cases} K \in BC \subset (IBC) \\ K \in (KAD) \end{cases}$$

$\Rightarrow K$ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) .

Vậy $(IBC) \cap (KAD) = IK$.



Chọn đáp án **(C)**

CÂU 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng

Ⓐ qua M và song song với AB .

Ⓑ qua N và song song với BD .

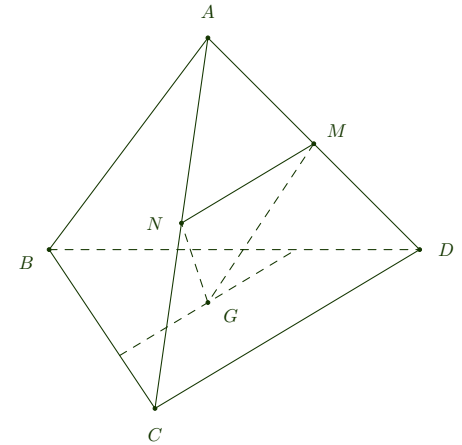
Ⓒ qua G và song song với CD .

Ⓓ qua G và song song với BC .

💬 **Lời giải.**

Ta có MN là đường trung bình tam giác ACD nên $MN \parallel CD$.

Ta có $G \in (GMN) \cap (BCD)$, hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) lần lượt chứa hai đường thẳng DC và MN song song với nhau nên giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng đi qua G và song song với CD .



Chọn đáp án Ⓒ

📁 Dạng 3. Tìm giao điểm của đường thẳng với một phẳng

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có I là trung điểm của SC . Gọi N là giao điểm của AC với BD ; M là giao điểm của AI với SN . Giao điểm của AI và (SBD) là

Ⓐ Điểm A .

Ⓑ Điểm M .

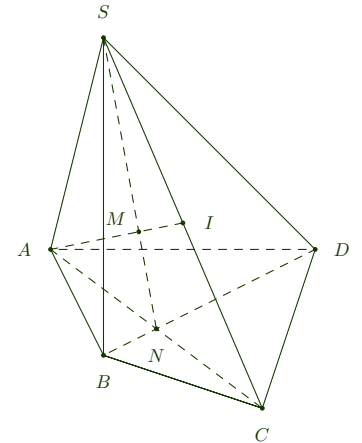
Ⓒ Điểm N .

Ⓓ Điểm I .

💬 **Lời giải.**

Ta có $M = AI \cap SN$ nên $\begin{cases} M \in AI \\ M \in SN \subset (SBD). \end{cases}$

Vậy M là giao điểm của AI với mặt phẳng (SBD) .



Chọn đáp án Ⓑ

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt thuộc đoạn AB, SC , I là giao điểm của CM với BD . Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SB .

Ⓑ Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD) .

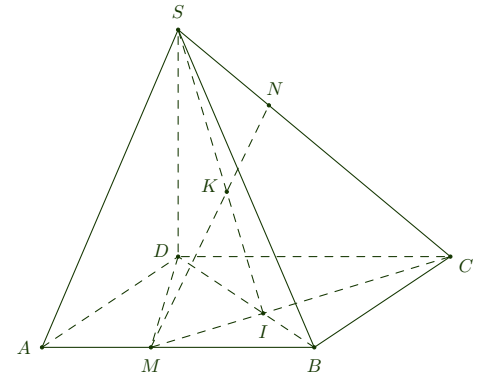
Ⓒ Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SI .

Ⓓ Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và BD .

💬 **Lời giải.**

Gọi $K = SI \cap MN$, suy ra $\begin{cases} K \in MN \\ K \in SI \subset (SBD) \end{cases}$.

Vậy giao điểm của MN với (SBD) là giao điểm của MN với SI .



Chọn đáp án (C)

CÂU 3. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là

- (A) giao điểm của SD và BK . (B) giao điểm của SD và AM .
(C) giao điểm của SD và AB . (D) giao điểm của SD và MK .

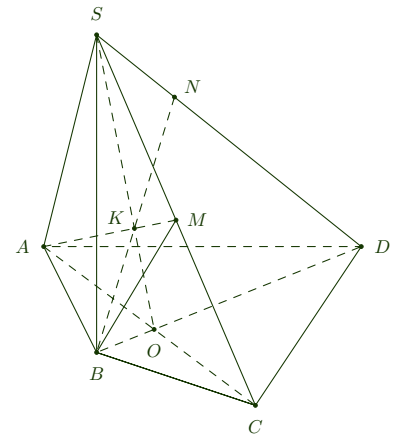
Lời giải.

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $K = SO \cap AM$.

Trong mặt phẳng (SBD) , kéo dài BK cắt SD tại N .

Khi đó $\begin{cases} N \in BK \subset (ABM) \\ N \in SD \end{cases}$

Vậy N là giao điểm của SD với mặt phẳng (ABM) .



Chọn đáp án (A)

CÂU 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC ; G là trọng tâm của tam giác BCD . Khi đó, giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là

- (A) điểm A . (B) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AN .
(C) điểm N . (D) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC .

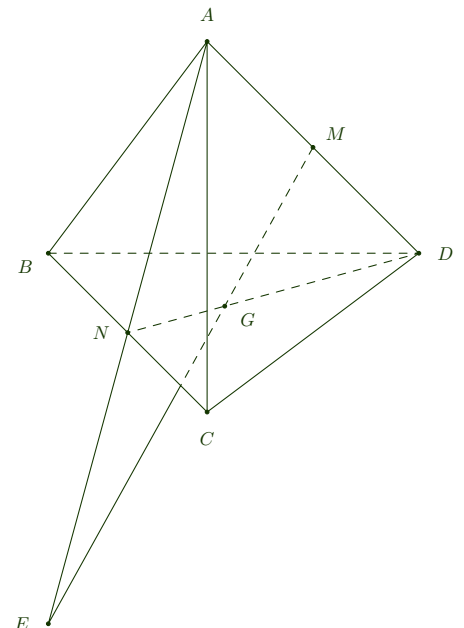
Lời giải.

Trong mặt phẳng (AND) , gọi $E = AN \cap MG$.

$\Rightarrow \begin{cases} E \in AN \subset (ABC) \\ E \in MG \end{cases}$

$\Rightarrow E = MG \cap (ABC)$.

Vậy giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là E (với $E = AN \cap MG$).



Chọn đáp án (B)

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $IA = 3IM$. (B) $IM = 3IA$. (C) $IM = 2IA$. (D) $IA = 2IM$.

Lời giải.

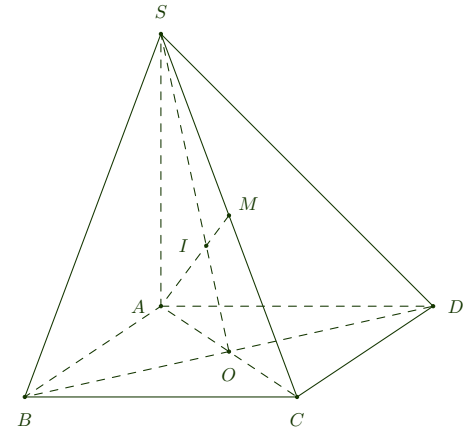
Gọi $O = AC \cap BD$ thì $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $I = AM \cap SO$

$\Rightarrow I = AM \cap (SBD)$.

Trong $\triangle SAC$, AM và SO là hai đường trung tuyến, nên I là trọng tâm $\triangle SAC$.

Vậy $IA = 2IM$.



Chọn đáp án (D)

CÂU 6. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC . Gọi P là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CP = 2PD$ và Q là điểm thuộc cạnh AD sao cho bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Q là trung điểm của đoạn thẳng AC . (B) $DQ = 2AQ$.
 (C) $AQ = 2DQ$. (D) $AQ = 3DQ$.

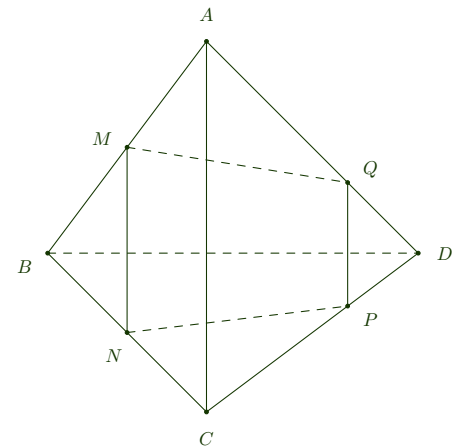
Lời giải.

Do MN là đường trung bình của $\triangle ABC$ nên $MN \parallel AC$.

Hai mặt phẳng (MNP) và (ACD) có $MN \parallel AC$ và P là điểm chung của hai mặt phẳng nên giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng PQ đi qua P và song song với AC ; cắt AD tại Q .

Mặt khác, trong tam giác ACD có

$$\begin{cases} CP = 2PD \\ PQ \parallel AC \end{cases} \text{ nên } AQ = 2DQ.$$



Chọn đáp án (C)

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$, gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

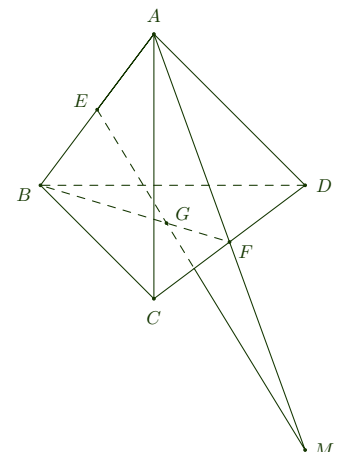
- (A) giao điểm của đường thẳng EG và AF . (B) điểm F .
 (C) giao điểm của đường thẳng EG và CD . (D) giao điểm của đường thẳng EG và AC .

Lời giải.

Xét mặt phẳng (ABF) có E là trung điểm của AB , $BG = \frac{2}{3}BF$ nên EG không song song với AF .

Kéo dài EG và AF cắt nhau tại M .

Vì $AF \subset (ACD)$ nên M là giao điểm của EG và (ACD) .



Chọn đáp án (A)



CÂU 8. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Gọi I là giao điểm của NG với mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $I \in AM$. (B) $I \in BC$. (C) $I \in AC$. (D) $I \in AB$.

Lời giải.

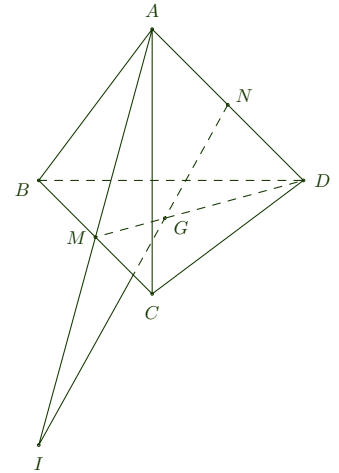
Để thấy NG và AM cùng nằm trong mặt phẳng (AMD) .

Mặt khác ta lại có $\frac{DN}{DA} = \frac{1}{2}, \frac{DG}{DM} = \frac{2}{3}$.

Do đó NG và AM cắt nhau.

Gọi $I = NG \cap AM, AM \subset (ABC) \Rightarrow I = NG \cap (ABC)$.

Vậy khẳng định đúng là $I \in AM$.



Chọn đáp án (A)



CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của SA, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI} = \frac{3}{5}$. Giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng $(ABCD)$ là

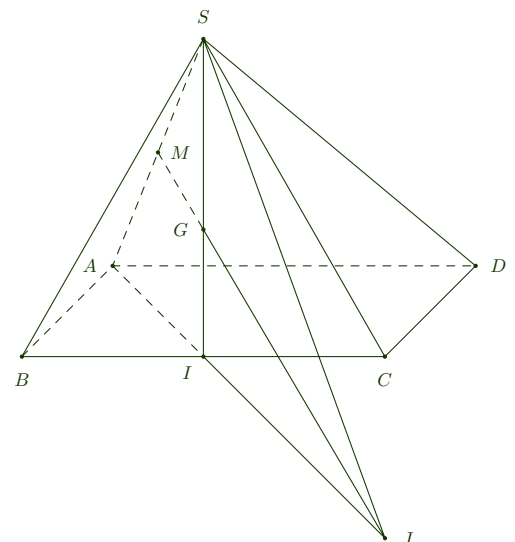
- (A) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AI . (B) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC .
(C) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng CD . (D) giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AB .

Lời giải.

Xét trong mặt phẳng (SAI) , gọi $MG \cap AI = \{J\}$.

Do đó $\begin{cases} J \in AI \subset (ABCD) \\ J \in MG. \end{cases}$

Suy ra giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm J .



Chọn đáp án (A)



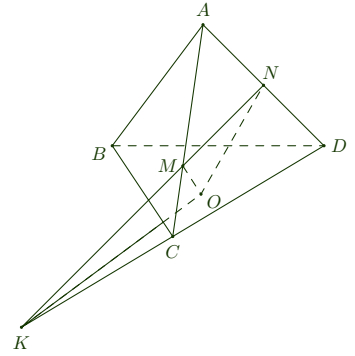
CÂU 10. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M sao cho $AM = 2CM$ và N là trung điểm AD . Gọi O là một điểm thuộc miền trong của $\triangle BCD$; Gọi K là giao điểm của MN và CD . Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với

- (A) OM . (B) MN . (C) DO . (D) KO .

Lời giải.

Ta có O và K thuộc (BCD) .

Dễ thấy OK cắt BC tại một điểm, suy ra giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với OK .



Chọn đáp án (D)

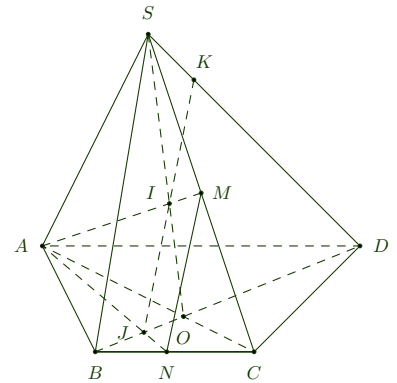
CÂU 11. Cho hình chóp $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC , N là một điểm trên cạnh BC , $O = AC \cap BD$, $I = SO \cap AM$, $J = AN \cap BD$. Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) là

- (A) giao điểm của SD và IO . (B) giao điểm của SD và JM .
(C) giao điểm của SD và IJ . (D) giao điểm của SD và JO .

🗨️ Lời giải.

$$\begin{aligned} I &= SO \cap AM \Rightarrow I \in AM \Rightarrow I \in (AMN) \\ J &= AN \cap BD \Rightarrow J \in AN \Rightarrow J \in (AMN) \\ &\Rightarrow IJ \subset (AMN). \end{aligned}$$

Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) là giao điểm của SD và IJ .



Chọn đáp án (C)

CÂU 12.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác, như hình vẽ bên. Với M, N, H lần lượt là các điểm thuộc vào các cạnh AC, BC, SA sao cho MN không song song với AB . Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AN với BM . Gọi T là giao điểm của đường NH với (SBM) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- (A) T là giao điểm của hai đường thẳng SO với HM .
(B) T là giao điểm của hai đường thẳng NH và BM .
(C) T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SB .
(D) T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SO .

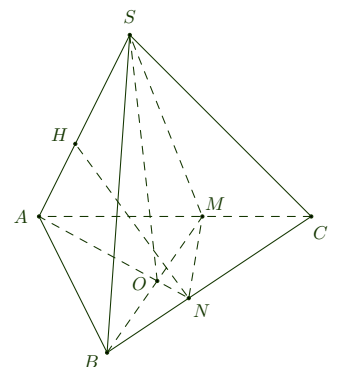
🗨️ Lời giải.

Giao tuyến của (SAN) và (SBM) là SO .

$$\text{Ta có } T = NH \cap (SBM) \Rightarrow \begin{cases} T \in NH \\ T \in (SBM) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T \in (SAN) \\ T \in (SBM) \end{cases} \Rightarrow T \in SO.$$

Vậy $T = NH \cap SO$.

Chọn đáp án (D)



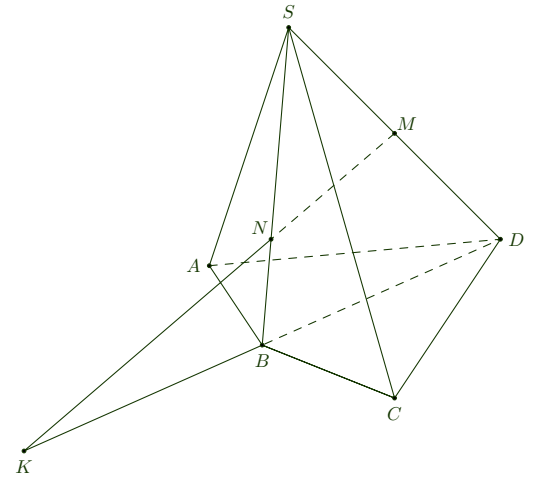
CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác. Gọi M là trung điểm của SD , N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$. Giao điểm của MN với $(ABCD)$ là điểm K . Hãy chọn cách xác định điểm K đúng nhất trong các phương án sau.

- (A) K là giao điểm của MN với AC . (B) K là giao điểm của MN với AB .
(C) K là giao điểm của MN với BC . (D) K là giao điểm của MN với BD .

🗨️ Lời giải.

Xét $\triangle SBD$ có M là trung điểm của SD và N thuộc SB sao cho $SN = 2NB \Rightarrow SN = \frac{2}{3}SB$.

Suy ra MN kéo dài cắt BD tại K .



Chọn đáp án (D)

CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . H là giao điểm của AC và MN . Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E . Hãy chọn cách xác định điểm E đúng nhất trong bốn phương án sau.

(A) E là giao điểm của MN với SO .

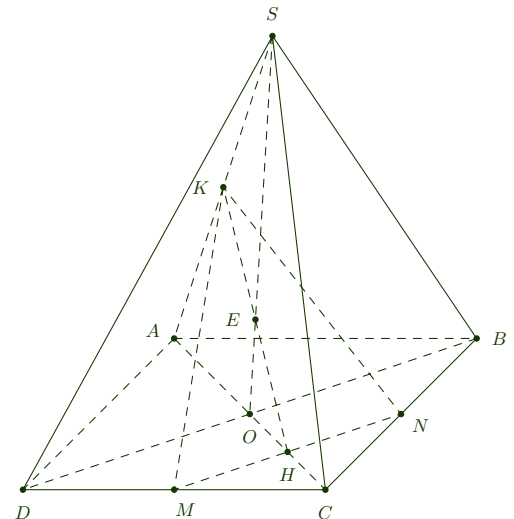
(B) E là giao điểm của KN với SO .

(C) E là giao điểm của KH với SO .

(D) E là giao điểm của KM với SO .

Lời giải.

Vì $(KMN) \cap (SAC) = KH$. Do đó E là giao điểm của KH với SO .



Chọn đáp án (C)

Dạng 4. Tìm thiết diện

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp **không** thể là

(A) tam giác.

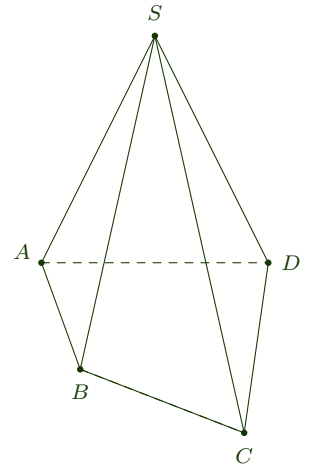
(B) tứ giác.

(C) ngũ giác.

(D) lục giác.

Lời giải.

Vì hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là tứ giác lồi thì có 4 mặt bên và một mặt đáy nên thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp chỉ có thể có tối đa là 5 cạnh. Do đó thiết diện không thể là lục giác.



Chọn đáp án **(D)**

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là

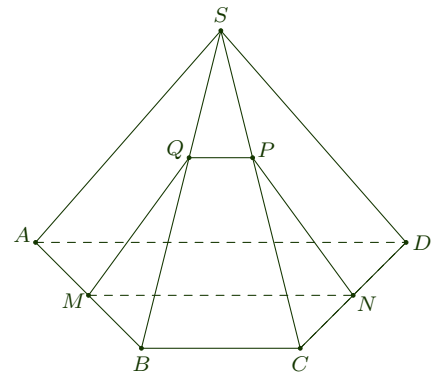
(A) hình bình hành. **(B)** hình chữ nhật. **(C)** hình thang. **(D)** hình vuông.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng cắt theo giao tuyến PQ .

Khi đó do $MN \parallel BC$ nên theo định lý ba giao tuyến song song hoặc đồng quy áp dụng cho ba mặt phẳng $(P); (SBC); (ABCD)$ thì ta được ba giao tuyến $MN; BC; PQ$ đôi một song song.

Do đó thiết diện là một hình thang.



Chọn đáp án **(C)**

CÂU 3. Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , mặt phẳng (CGD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

- (A)** $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. **(B)** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **(C)** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **(D)** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi giao điểm của CG với AB là I .

Thiết diện của mặt phẳng (CGD) với tứ diện $ABCD$ là tam giác DCI .

Tam giác đều ABC nên ta có $CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác đều ABD nên ta có $DI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

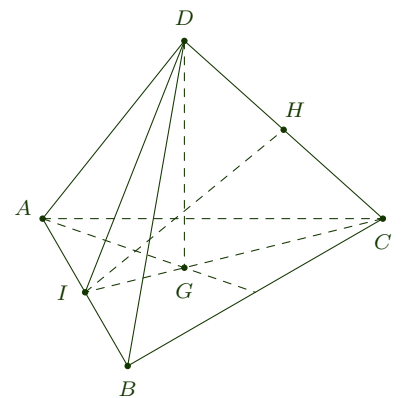
Gọi H là trung điểm của CD .

Do $\triangle CDI$ có $CI = DI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $IH \perp CD$ tại H .

Áp dụng định lý Py-ta-go trong tam giác vuông CIH , ta có $IH = \sqrt{CI^2 - CH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S_{DCI} = \frac{1}{2} \cdot IH \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Chọn đáp án **(C)**



CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, SC . Thiết diện hình chóp với mặt phẳng (MNP) là một

- (A)** tam giác. **(B)** tứ giác. **(C)** ngũ giác. **(D)** lục giác.

Lời giải.

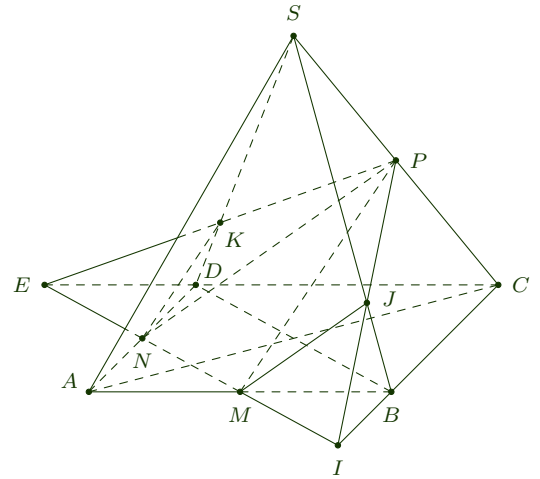
Trong $(ABCD)$: CD và BC cắt MN lần lượt tại I và E .

Trong (SBC) : PI cắt SB tại J .

Trong (SDC) : PE cắt SD tại K .

Khi đó (MNP) giao với $(ABCD)$, (SDA) , (SBC) , (SAB) , (SDC) lần lượt theo các giao tuyến MN , NK , PJ , JM , KP .

Nên thiết diện tạo thành là ngũ giác $MNKPJ$.



Chọn đáp án (C)

CÂU 5. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB , BC , CD lần lượt lấy các điểm P , Q , R sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$, $BQ = 2QC$, R không trùng với C , D . Gọi $PQRS$ là thiết diện của mặt phẳng (PQR) với hình tứ diện $ABCD$. Khi đó $PQRS$ là

(A) hình thang cân.

(B) hình thang.

(C) một tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song.

(D) hình bình hành.

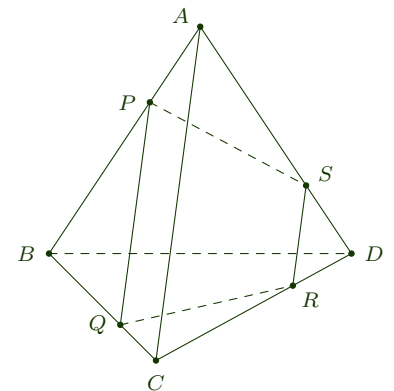
Lời giải.

Từ giả thiết, ta có $\frac{AP}{AB} = \frac{CQ}{CB} = \frac{1}{3} \Rightarrow PQ \parallel AC$.

Giao tuyến của mặt phẳng (PQR) và (ACD) là đường thẳng đi qua R và song song với AC , cắt AD tại S .

Do đó $PQRS$ là thiết diện của mặt phẳng (PQR) với hình tứ diện $ABCD$.

Theo cách dựng thì $PQ \parallel RS$ mà R bất kỳ trên cạnh CD nên thiết diện là hình thang.



Chọn đáp án (B)

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$. Có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M , N , Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , AD , SC . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNQ) là đa giác có bao nhiêu cạnh?

(A) 3.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 6.

Lời giải.

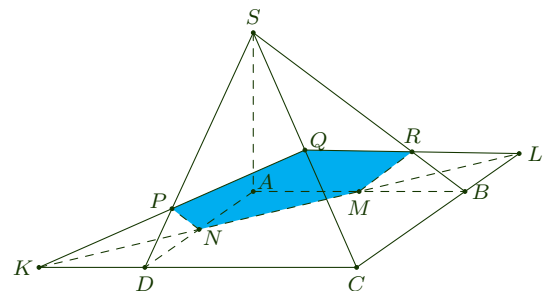
Trong $(ABCD)$, gọi $K = MN \cap CD$, $L = MN \cap BC$ suy ra $K \in (SCD)$, $L \in (SBC)$.

Trong (SCD) , gọi $P = KQ \cap SD$.

Trong (SBC) , gọi $R = LQ \cap SB$.

Khi đó ta có: $(MNQ) \cap (ABCD) = MN$; $(MNQ) \cap (SAD) = NP$; $(MNQ) \cap (SCD) = PQ$; $(MNQ) \cap (SBC) = QR$; $(MNQ) \cap (SAB) = RM$.

Vậy thiết diện cần tìm là ngũ giác.

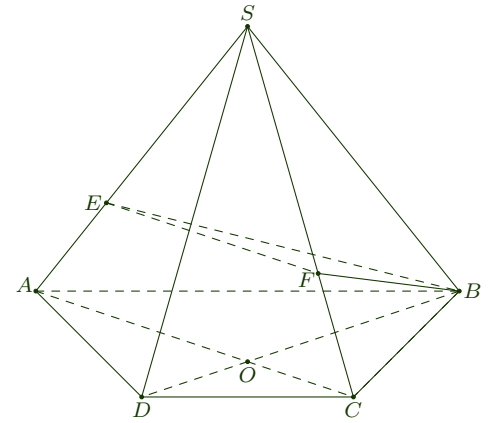


Chọn đáp án (C)

CÂU 7.

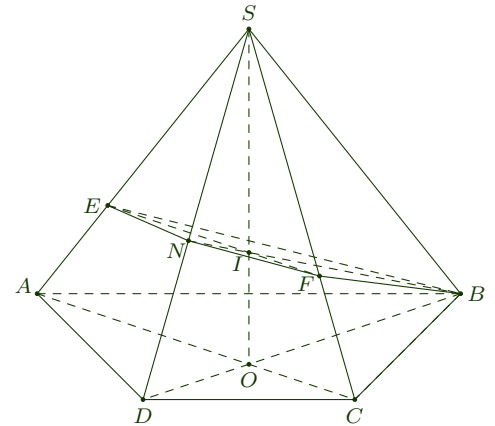
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy E thuộc cạnh SA , F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (BEF) là

- Ⓐ một tam giác. Ⓑ một tứ giác.
Ⓒ một hình thang. Ⓓ một hình bình hành.



🗨️ Lời giải.

Trong (SAC) , gọi $I = SO \cap EF$, trong (SBD) , gọi $N = BI \cap SD$. Suy ra N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (BEF) . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (BEF) là tứ giác $BFNE$.



Chọn đáp án Ⓑ

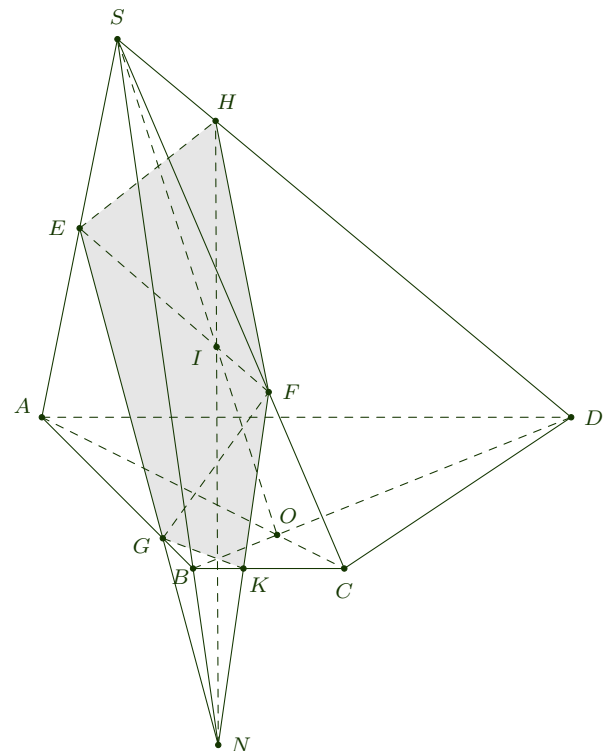
CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , E là trung điểm của cạnh SA , F, G là các điểm thuộc cạnh SC, AB (F không là trung điểm của SC). Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EFG) là một hình

- Ⓐ lục giác. Ⓑ ngũ giác. Ⓒ tam giác. Ⓓ tứ giác.

🗨️ Lời giải.

Gọi $N = EG \cap SB$; $K = NF \cap BC$; $O = AC \cap BD$; $I = FE \cap SO$; $H = NI \cap SD$.

Khi đó, ta có $(SAB) \cap (EGF) = EG$; $(ABCD) \cap (EGF) = GK$; $(EGF) \cap (SBC) = KF$; $(EGF) \cap (SCD) = FH$; $(EGF) \cap (SAD) = EH$. Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EGF) là ngũ giác $EGKFH$.



Chọn đáp án Ⓑ

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm của SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (IBC) là

- (A) tứ giác $IBCD$.
 (B) hình thang $IGBC$ (G là trung điểm của SB).
 (C) hình thang $IJCB$ (J là trung điểm của SD).
 (D) tam giác IBC .

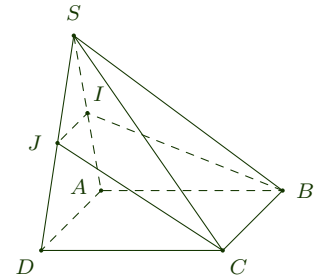
Lời giải.

Gọi J là trung điểm của SD . Khi đó IJ là đường trung bình của tam giác SAD , suy ra $IJ \parallel AD$. Mà $AD \parallel BC$ nên $IJ \parallel BC$, thêm nữa $I \in (IBC)$. Do đó, $J \in (IBC)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (IBC) \cap (ABCD) = BC \\ (IBC) \cap (SBC) = BC \\ (IBC) \cap (SAB) = IB \\ (IBC) \cap (SAD) = IJ \\ (IBC) \cap (SCD) = JC. \end{cases}$$

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (IBC) là hình thang $IJCB$ (do $IJ \parallel BC$).

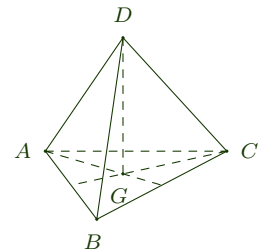
Chọn đáp án (C)



CÂU 10.

Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) ta được thiết diện có diện tích bằng

- (A) $\sqrt{3}$.
 (B) $2\sqrt{3}$.
 (C) $\sqrt{2}$.
 (D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.



Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó $M \in CG$, suy ra $M \in (GCD)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (GCD) \cap (ABC) = CM \\ (GCD) \cap (ABD) = DM \\ (GCD) \cap (ACD) = CD \\ (GCD) \cap (BCD) = CD. \end{cases}$$

Vậy thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi (GCD) là tam giác CDM .

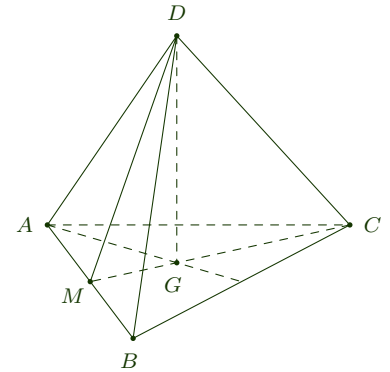
Tam giác ABC đều cạnh bằng 2 nên $CM = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Tam giác ABD đều cạnh bằng 2 nên $DM = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Nửa chu vi của tam giác CDM là $p = \frac{CD + CM + DM}{2} = \frac{2 + \sqrt{3} + \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} + 1$.

Diện tích của tam giác CDM là $S = \sqrt{p(p - CD)(p - CM)(p - DM)} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C)



CÂU 11. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Các điểm E, F lần lượt là trung điểm của $C'B'$ và $C'D'$. Diện tích thiết diện của khối lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF) bằng

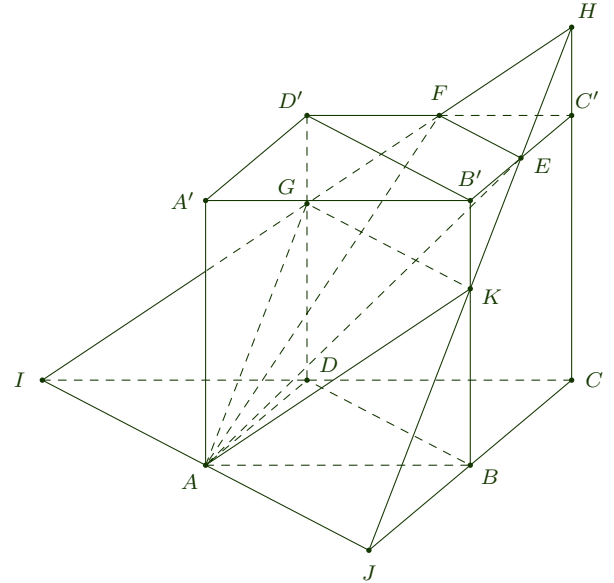
- (A) $\frac{7a^2\sqrt{17}}{24}$.
 (B) $\frac{a^2\sqrt{17}}{4}$.
 (C) $\frac{a^2\sqrt{17}}{8}$.
 (D) $\frac{7a^2\sqrt{17}}{12}$.

Lời giải.

Vì EF là đường trung bình của tam giác $B'C'D'$ nên $EF \parallel B'D'$.
Mà $B'D' \parallel BD$ nên $EF \parallel BD$.
Trong mặt phẳng $(ABCD)$, qua A dựng đường thẳng song song với BD , cắt CD, CB lần lượt tại I và J . Khi đó, $I \in (CDD'C')$ và $J \in (BCC'B')$.
Trong mặt phẳng $(CDD'C')$, gọi G là giao điểm của IF và DD' .
Trong mặt phẳng $(BCC'B')$, gọi K là giao điểm của JE và BB' .

$$\text{Khi đó, ta có } \begin{cases} (AEF) \cap (A'B'C'D') = EF \\ (AEF) \cap (CDD'C') = FG \\ (AEF) \cap (ADD'A') = AG \\ (AEF) \cap (ABB'A') = AK \\ (AEF) \cap (BCC'B') = KE. \end{cases}$$

Vậy thiết diện của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cắt bởi mặt phẳng (AEF) là ngũ giác $AKEFG$.



Gọi H là giao điểm của IF và JE .

$$\text{Vì } \begin{cases} (IJE) \cap (BCC'B') = JE \\ (IJE) \cap (CDD'C') = IF \\ (BCC'B') \cap (CDD'C') = CC' \end{cases} \text{ nên các đường thẳng } IF, JE, CC' \text{ đồng quy tại } H, \text{ tức là } H \in CC'.$$

Tứ giác $ADBJ$ có $AD \parallel BJ$ và $BD \parallel AJ$ nên $ADBJ$ là hình bình hành. Suy ra $BJ = AD = BC = a$.

$$\text{Ta có } \frac{B'K}{BK} = \frac{B'E}{BJ} = \frac{B'E}{BC} = \frac{1}{2}. \text{ Suy ra } B'K = \frac{1}{3}BB' = \frac{a}{3} \text{ và } BK = \frac{2a}{3}.$$

Xét hai tam giác vuông EKB' và $EH C'$ có $\widehat{EB'K} = \widehat{EC'H} = 90^\circ$, $B'E = C'E$, $\widehat{B'EK} = \widehat{C'EH}$ (hai góc đối đỉnh).
Do đó, $\triangle EKB' \cong \triangle EHC'$. Suy ra $C'H = B'K = \frac{a}{3}$ và $EH = EK$.

Tương tự, ta cũng có $FH = FG$.

$$\text{Ta có } KH = 2EK = 2\sqrt{B'E^2 + B'K^2} = 2\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Lại có } AK = \sqrt{AB^2 + BK^2} = \sqrt{a^2 + \frac{4a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{13}}{3}.$$

Suy ra $AK = KH$.

Chứng minh tương tự, ta cũng có $AG = GH$.

Do đó, $AGHK$ là hình thoi.

Vì EF là đường trung bình của tam giác GHK nên $GK = 2EF = B'D' = a\sqrt{2}$.

$$\text{Trong tam giác } ACH \text{ vuông tại } C \text{ ta có } AH = \sqrt{AC^2 + CH^2} = \sqrt{2a^2 + \left(a + \frac{a}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{34}}{3}.$$

$$\text{Diện tích hình thoi } AGHK \text{ là } S_{AGHK} = \frac{1}{2}GK \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{34}}{3} = \frac{a^2\sqrt{17}}{3}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } EFH \text{ là } S_{EFH} = \frac{1}{4}S_{GHK} = \frac{1}{8}S_{AGHK} = \frac{a^2\sqrt{17}}{24}.$$

$$\text{Diện tích ngũ giác } AKEFG \text{ là } S_{AKEFG} = S_{AGHK} - S_{GHK} = \frac{a^2\sqrt{17}}{3} - \frac{a^2\sqrt{17}}{24} = \frac{7a^2\sqrt{17}}{24}.$$

Chọn đáp án **A**

□

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mặt phẳng (AMN) là hình gì?

A Tam giác vuông.

B Ngũ giác.

C Tam giác cân.

D Tứ giác.

💡 **Lời giải.**

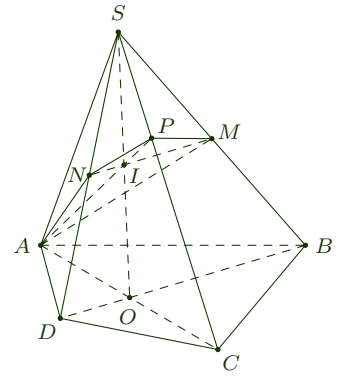
Gọi O là giao điểm của AC và BD . Suy ra SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Trong mặt phẳng (SBD) , gọi I là giao điểm của SO và MN .

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi P là giao điểm của AI và SC . Suy ra $P \in (AMN)$.

$$\text{Khi đó, ta có } \begin{cases} (AMN) \cap (SAB) = AM \\ (AMN) \cap (SBC) = MP \\ (AMN) \cap (SCD) = PN \\ (AMN) \cap (SAD) = AN. \end{cases}$$

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mặt phẳng (AMN) là tứ giác $AMPN$.



Chọn đáp án (D)

CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNK) là một đa giác (H) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- (A) (H) là một hình thang có hai đáy không bằng nhau. (B) (H) là hình bình hành.
(C) (H) là một ngũ giác. (D) (H) là một tam giác.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi E, F lần lượt là giao điểm của MN với AB, AD . Suy ra $E \in (SAB), F \in (SAD)$.

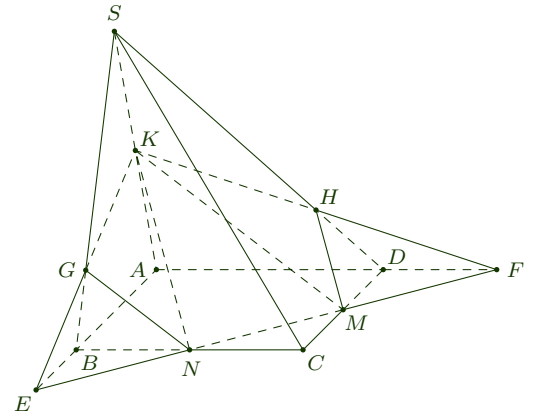
Trong mặt phẳng (SAB) , gọi G là giao điểm của EK và SB . Suy ra $G \in (MNK)$.

Trong mặt phẳng (SAD) , gọi H là giao điểm của FK và SD . Suy ra $H \in (MNK)$.

$$\text{Khi đó, ta có } \begin{cases} (MNK) \cap (ABCD) = MN \\ (MNK) \cap (SBC) = NG \\ (MNK) \cap (SAB) = GK \\ (MNK) \cap (SAD) = KH \\ (MNK) \cap (SCD) = HM. \end{cases}$$

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MNK) là ngũ giác $MNGKH$.

Chọn đáp án (C)



CÂU 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi C' là điểm trên cạnh SC sao cho $SC' = \frac{2}{3}SC$. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (ABC') là một đa giác m cạnh. Giá trị của m là

- (A) $m = 6$. (B) $m = 4$. (C) $m = 5$. (D) $m = 3$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Suy ra SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi I là giao điểm của SO và AC' .

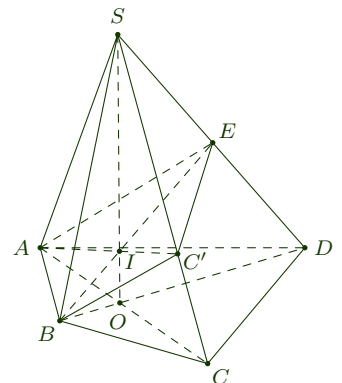
Trong mặt phẳng (SBD) , gọi E là giao điểm của BI và SD . Suy ra $E \in (ABC')$.

$$\text{Khi đó, ta có } \begin{cases} (ABC') \cap (ABCD) = AB \\ (ABC') \cap (SAB) = AB \\ (ABC') \cap (SBC) = BC' \\ (ABC') \cap (SCD) = C'E \\ (ABC') \cap (SAD) = EA. \end{cases}$$

Do đó, thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (ABC') là tứ giác $ABC'E$.

Vậy $m = 4$.

Chọn đáp án (B)



CÂU 15. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

- (A) tứ giác. (B) ngũ giác. (C) lục giác. (D) tam giác.

Lời giải.

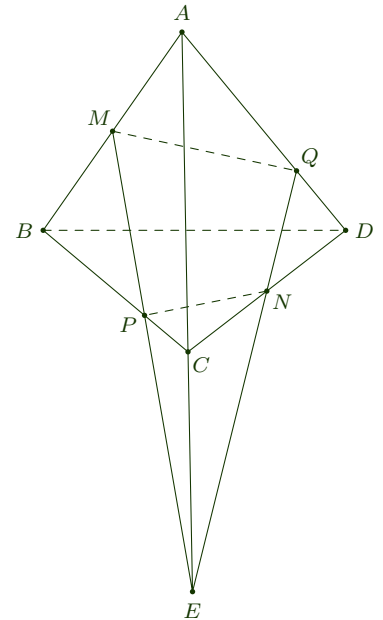
Vì P không là trung điểm của BC nên MP không song song với AC .

Trong mặt phẳng (ABC) , gọi E là giao điểm của MP và AC . Suy ra E thuộc cả hai mặt phẳng (MNP) và (ACD) .

Trong mặt phẳng (ACD) , gọi Q là giao điểm của EN và AD . Suy ra $Q \in (MNP)$.

$$\text{Khi đó, ta có } \begin{cases} (MNP) \cap (ABC) = MP \\ (MNP) \cap (BCD) = PN \\ (MNP) \cap (ACD) = NQ \\ (MNP) \cap (ABD) = QM. \end{cases}$$

Vậy thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MPNQ$.



Chọn đáp án (A)



CÂU 16. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a ($a > 0$). Thiết diện của hình lập phương đã cho cắt bởi mặt phẳng trung trực của đoạn AC' có diện tích bằng

(A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^2$.

(B) a^2 .

(C) $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.

(D) $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$.

🗨️ Lời giải.

Gọi E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm của $BC, CD, DD', A'D', A'B', BB'$.

$$\text{Ta có } C'E = \sqrt{C'C^2 + EC^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

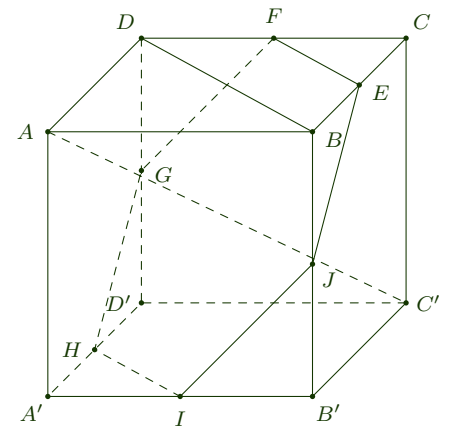
$$\text{Lại có } AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Suy ra $AE = C'E$ hay E thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AC' .

Chứng minh tương tự, ta cũng có F, G, H, I, J thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AC' .

$$\text{Vì } EF \text{ là đường trung bình của tam giác } BCD \text{ nên } EF = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Tương tự, } FG = GH = HI = IJ = JE = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Vậy thiết diện của hình lập phương đã cho cắt bởi mặt phẳng trung trực của đoạn AC' là lục giác đều $EFGHIJ$ có cạnh bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Diện tích lục giác đều } EFGHIJ \text{ là } S = 6 \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án (C)



CÂU 17. Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD . E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD . Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là

(A) tam giác.

(B) tứ giác.

(C) ngũ giác.

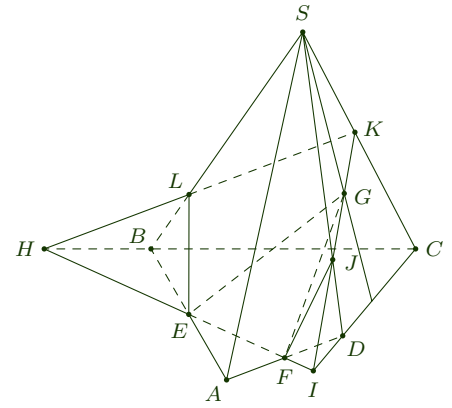
(D) lục giác.

🗨️ Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi H, I lần lượt là giao điểm của EF với BC, CD . Suy ra $H \in (SBC), I \in (SCD)$.
 Trong mặt phẳng (SCD) , gọi J, K lần lượt là giao điểm của IG với SD, SC . Suy ra $J \in (EFG)$ và $K \in (EFG)$.
 Trong mặt phẳng (SBC) , gọi L là giao điểm của KH và BD . Suy ra K thuộc mặt phẳng (EFG) .

Khi đó, ta có

$$\begin{cases} (EFG) \cap (ABCD) = EF \\ (EFG) \cap (SAD) = FJ \\ (EFG) \cap (SCD) = JK \\ (EFG) \cap (SBC) = KL \\ (EFG) \cap (SAB) = LE. \end{cases}$$



Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (EFG) là ngũ giác $EFGKL$.

Chọn đáp án **C**

CÂU 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, CD . Hỏi thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

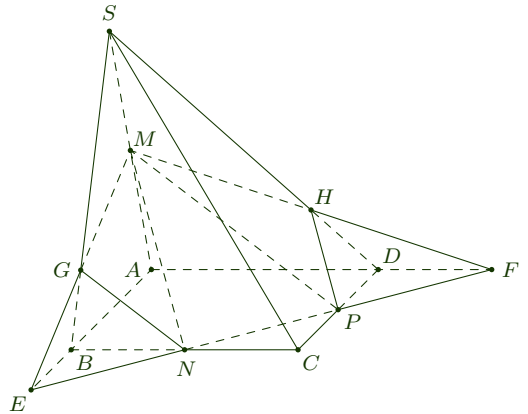
- A** Hình ngũ giác. **B** Hình tam giác. **C** Hình tứ giác. **D** Hình lục giác.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi E, F lần lượt là giao điểm của NP với AB, AD . Suy ra $E \in (SAB), F \in (SAD)$.
 Trong mặt phẳng (SAB) , gọi G là giao điểm của EM và SB . Suy ra $G \in (MNP)$.
 Trong mặt phẳng (SAD) , gọi H là giao điểm của FM và SD . Suy ra $H \in (MNP)$.

Khi đó, ta có

$$\begin{cases} (MNP) \cap (ABCD) = NP \\ (MNP) \cap (SBC) = NG \\ (MNP) \cap (SAB) = GM \\ (MNP) \cap (SAD) = MH \\ (MNP) \cap (SCD) = HP. \end{cases}$$



Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngũ giác $MGNPH$.

Chọn đáp án **A**

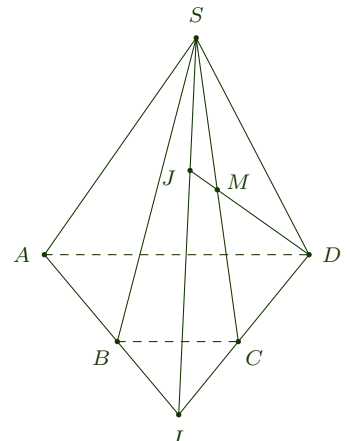
Dạng 5. Đồng quy, thẳng hàng

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AD \parallel BC, AD > BC$). Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm của SC và DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A** Ba điểm S, I, J thẳng hàng.
B Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB) .
C Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
D Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI) .

Lời giải.

Ta có $S \in (SAB) \cap (SCD)$.
 Lại có $I = AB \cap CD$ nên $I \in (SAB) \cap (SCD)$.
 Do đó, $SI = (SAB) \cap (SCD)$.
 Khi đó, (SCI) trùng với (SCD) . Mà $DM \subset (SCD)$ nên $DM \subset (SCI)$.
 Trong mặt phẳng (SCD) , gọi J là giao điểm của DM và SI . Khi đó, $J \in DM, J \in SI$,
 $SI \subset (SAB)$ nên J chính là giao điểm của DM và (SAB) .
 Từ đó suy ra ba điểm S, I, J thẳng hàng.
 Vì $J \in SI, SI \subset (SCD), M \in (SCD)$ nên $JM \subset (SCD)$.



Chọn đáp án (B)

CÂU 2. Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD . Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

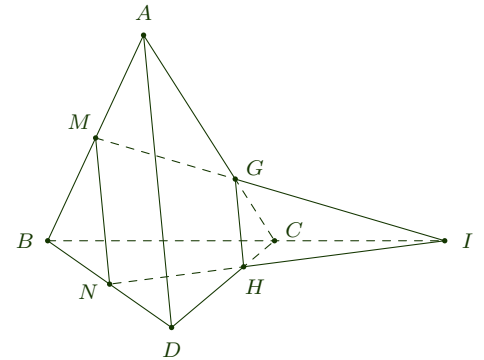
- (A) A, C, I thẳng hàng. (B) B, C, I thẳng hàng. (C) N, G, H thẳng hàng. (D) B, G, H thẳng hàng.

🗨️ **Lời giải.**

Vì NH và MG cắt nhau nên chúng cùng thuộc mặt phẳng, ta kí hiệu là $(MNHG)$.

$$\text{Vì } \begin{cases} (MNHG) \cap (ABC) = MG \\ (MNHG) \cap (BCD) = NH \\ (ABC) \cap (BCD) = BC \\ NH \cap MG = I \end{cases} \text{ nên } NH, MG, BC \text{ đồng quy tại } I.$$

Vậy ba điểm B, C, I thẳng hàng.



Chọn đáp án (B)

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy. (B) Các đường thẳng MP, NQ, SO chéo nhau.
(C) Các đường thẳng MP, NQ, SO đôi một song song. (D) Các đường thẳng MP, NQ, SO trùng nhau.

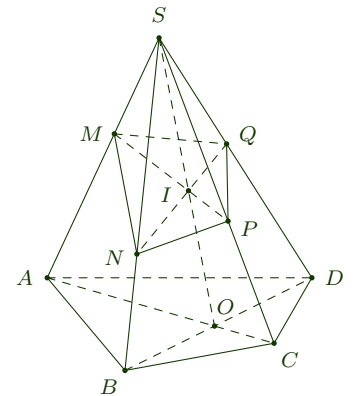
🗨️ **Lời giải.**

Ta có $S \in (SAC) \cap (SBD)$, $O = AC \cap BD$ hay $O \in (SAC) \cap (SBD)$. Do đó, $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

Mặt phẳng (α) chính là mặt phẳng $(MNPQ)$.

Trong mặt phẳng $(MNPQ)$, gọi I là giao điểm của MP và NQ .

$$\text{Vì } \begin{cases} (MNPQ) \cap (SAC) = MP \\ (MNPQ) \cap (SBD) = NQ \\ (SAC) \cap (SBD) = SO \\ MP \cap NQ = I \end{cases} \text{ nên các đường thẳng } MP, NQ, SO \text{ đồng quy tại } I.$$

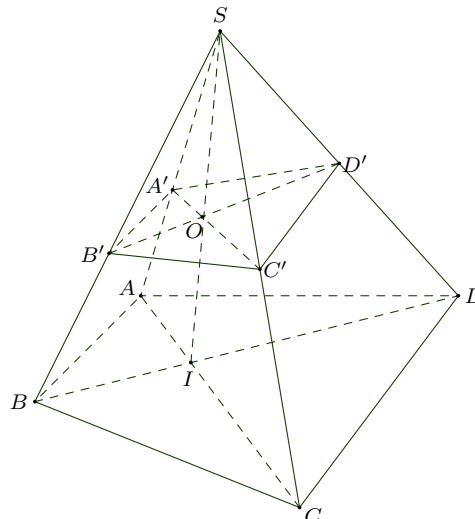


Chọn đáp án (A)

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$. Một mặt phẳng (P) bất kì cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D' . Gọi I là giao điểm của AC và BD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây.

- (A) Các đường thẳng $AB, CD, C'D'$ đồng quy. (B) Các đường thẳng $AB, CD, A'B'$ đồng quy.
(C) Các đường thẳng $A'C', B'D', SI$ đồng quy. (D) Các đường thẳng $SB, AD, B'C'$ đồng quy.

🗨️ **Lời giải.**



Mặt phẳng (P) chính là mặt phẳng $(A'B'C'D')$.
 Hai mặt phẳng $(A'B'C'D')$ và (SAC) cắt nhau theo giao tuyến $A'C'$.
 Hai mặt phẳng $(A'B'C'D')$ và (SBD) cắt nhau theo giao tuyến $B'D'$.
 Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cắt nhau theo giao tuyến SI .
 Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$, gọi O là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$.
 Vậy ba đường thẳng $A'C'$, $B'D'$, SI đồng quy tại O .

Chọn đáp án **(C)**

CÂU 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh AB, BC . Mặt phẳng (P) đi qua EF cắt AD, CD lần lượt tại H và G . Biết EH cắt FG tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

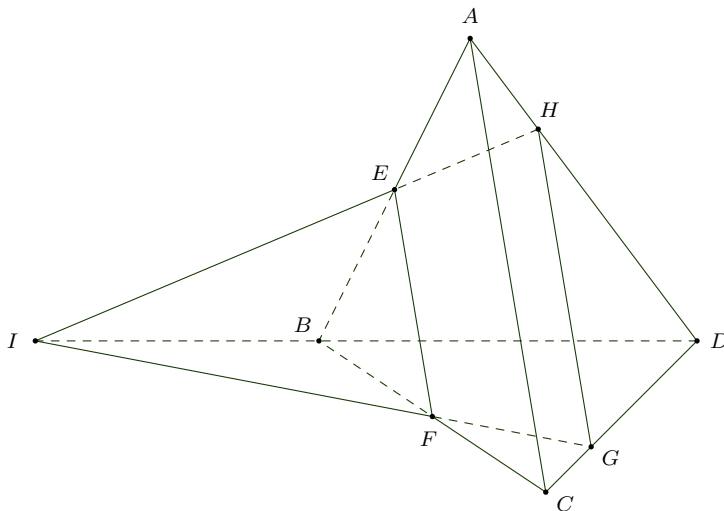
(A) I, A, B .

(B) I, C, B .

(C) I, D, B .

(D) I, C, D .

Lời giải.



Ta có $I = EH \cap FG \Rightarrow \begin{cases} I \in EH \subset (ABD) \\ I \in FG \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABD) \cap (ABC) = BD$.

Vậy I, D, B thẳng hàng.

Chọn đáp án **(C)**

CÂU 6. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q . Khẳng định nào đúng?

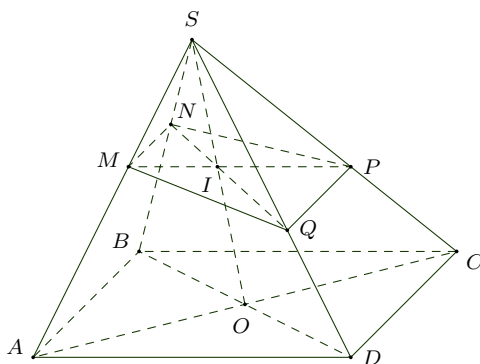
(A) Các đường thẳng MN, PQ, SO đồng quy.

(B) Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy.

(C) Các đường thẳng MQ, PN, SO đồng quy.

(D) Các đường thẳng MQ, PQ, SO đồng quy.

Lời giải.



Ta có $MP \subset (SAC)$; $NQ \subset (SBD)$.

Và $(SAC) \cap (SBD) = SO$. Gọi $I = MP \cap NQ$.

Thì $I \in SO$ nên MP, NQ, SO đồng quy.

Chọn đáp án **(B)**

Dạng 6. Tỷ số

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N . Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

Ⓐ $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

Ⓑ $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$.

Ⓒ $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$.

Ⓓ $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

💬 **Lời giải.**

Gọi F là giao điểm của AB và CD . Nối F với M , FM cắt SC tại điểm N .

Khi đó N là giao điểm của (ABM) và SC .

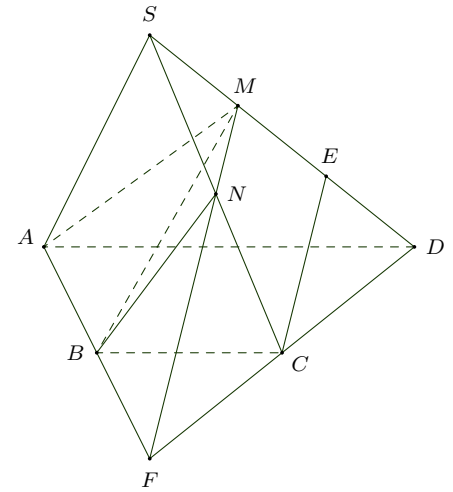
Theo giả thiết, ta chứng minh được C là trung điểm DF .

Trong mặt phẳng (SCD) kẻ CE song song NM (E thuộc SD).

Do C là trung điểm DF nên suy ra E là trung điểm MD . Khi đó, ta có $SM = ME = ED$ và M là trung điểm SE .

Do $MN \parallel CE$ và M là trung điểm SE nên MN là đường trung bình của tam giác SCE .

Từ đó suy ra N là trung điểm SC và $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.



Chọn đáp án Ⓓ

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB, \triangle SCD$. Gọi G là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAC) , O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$. Khi đó tỉ số $\frac{SG}{GO}$ bằng

Ⓐ $\frac{3}{2}$.

Ⓑ 2.

Ⓒ 3.

Ⓓ $\frac{5}{3}$.

💬 **Lời giải.**

Ta có $O \in EF$. Xét hai mặt phẳng (SEF) và (SCD) có

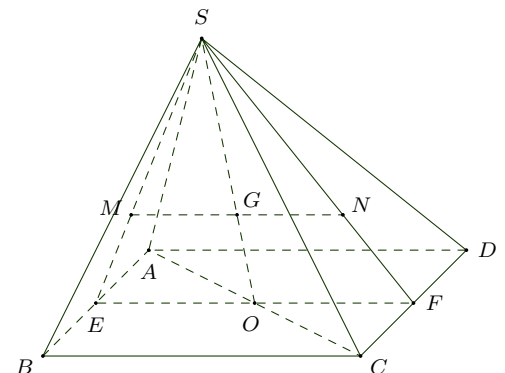
$$\begin{cases} O \in EF \subset (SEF) \\ O \in AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow O \in (SEF) \cap (SAC).$$

Mà $S \in (SEF) \cap (SAC)$ nên $(SEF) \cap (SAC) = SO$.

Trong mặt phẳng (SEF) ta có

$$SO \cap MN = G \Rightarrow \begin{cases} G \in MN \\ G \in SO \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow MN \cap (SAC) = \{G\}.$$

$$\text{Xét tam giác } SFE \text{ có } MG \parallel EF (\text{do } MN \parallel EF) \Rightarrow \frac{SG}{SO} = \frac{SM}{SE} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SG}{GO} = 2.$$



Chọn đáp án Ⓑ

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP) . Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$.

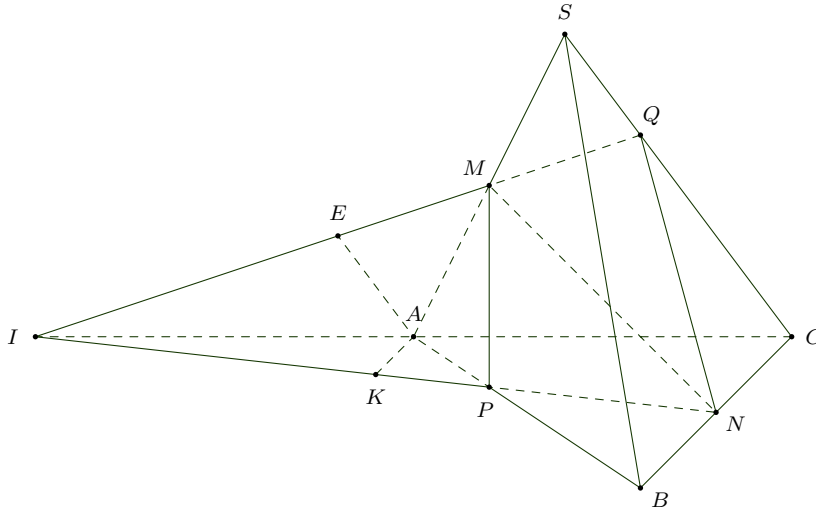
Ⓐ $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{5}$.

Ⓑ $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$.

Ⓒ $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

Ⓓ $\frac{SQ}{SC} = \frac{3}{8}$.

💬 **Lời giải.**



Gọi I là giao điểm của NP và AC . Khi đó Q là giao điểm của MI và SC .

Từ A kẻ đường thẳng song song với BC , cắt IN tại K .

Khi đó $\frac{AK}{BN} = \frac{AP}{BP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IA}{IC} = \frac{AK}{CN} = \frac{1}{2}$.

Từ A kẻ đường thẳng song song với SC , cắt IQ tại E .

Khi đó $\frac{AE}{SQ} = \frac{AM}{SM} = 1 \Rightarrow AE = SQ, \frac{AE}{CQ} = \frac{IA}{IC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AE = \frac{1}{2}CQ.$

Do đó $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **C**

CÂU 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC , điểm G là trọng tâm của tam giác BCD . Gọi I giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) . Khi đó tỉ lệ $\frac{AN}{NI}$ bằng bao nhiêu?

- Ⓐ 1. Ⓑ $\frac{1}{2}$. Ⓒ $\frac{2}{3}$. Ⓓ $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Trong (AND), kéo dài MG cắt AN tại I .

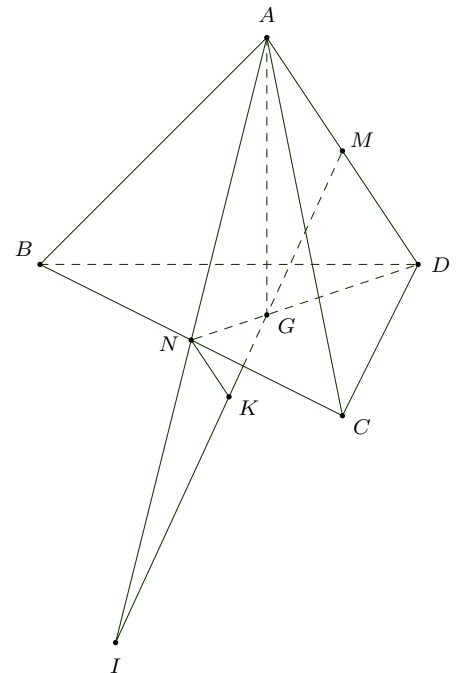
$$\text{Ta có } \begin{cases} I \in AN \subset (ABC) \\ I \in MG \end{cases} \Rightarrow I = MG \cap (ABC).$$

Trong $\triangle AMI$, kẻ $NK \parallel AM \Rightarrow \frac{NK}{MD} = \frac{NG}{GD} = \frac{1}{2}$, mà $MD = AM$ nên

$$\frac{NK}{AM} = \frac{NK}{MD} = \frac{1}{2}.$$

Ta lại có $\frac{NK}{AM} = \frac{IN}{IA} = \frac{1}{2}$ hay N là trung điểm IA .

Vậy $\frac{AN}{NI} = \frac{1}{2}$.

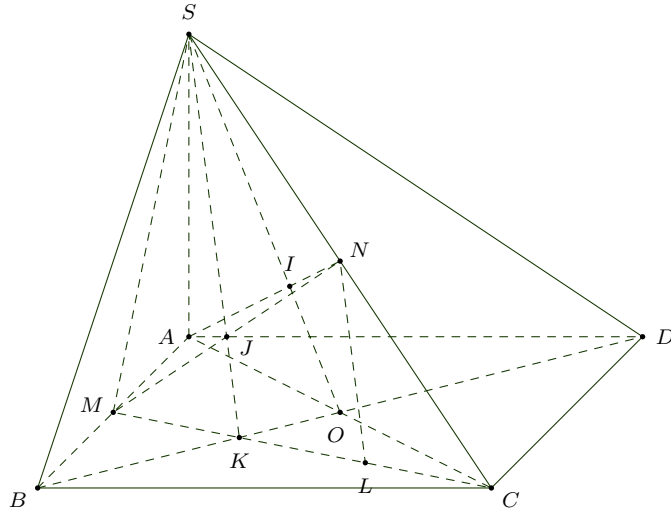


Chọn đáp án (A)

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M, N thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, SC . Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD) . Tính $k = \frac{IN}{IA} + \frac{JN}{JM}$?

- Ⓐ $k = 2$. Ⓑ $k = \frac{3}{2}$. Ⓒ $k = \frac{4}{3}$. Ⓓ $k = \frac{5}{3}$.

 Lời giải.



Gọi $O = AC \cap BD$, $BD \cap MC = K$. Trong (SAC) : $SO \cap AN = I$.

Trong (SMC) : $SK \cap MN = J$.

Ta thấy I là trọng tâm tam giác SAC nên $\frac{IN}{IA} = \frac{1}{2}$.

K là trọng tâm tam giác ABC , lấy L là trung điểm KC . Ta có $MK = KL = LC$.

NL là đường trung bình của tam giác SKC nên $NL \parallel SK$, mà K là trung điểm ML nên KJ là đường trung bình của tam giác MNL . Khi đó $\frac{JN}{JM} = 1 \Rightarrow \frac{IN}{IA} + \frac{JN}{JM} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên cạnh BD lấy điểm K sao cho $BK = 2KD$.

Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (IJK) . Tính tỉ số $\frac{FA}{FD}$.

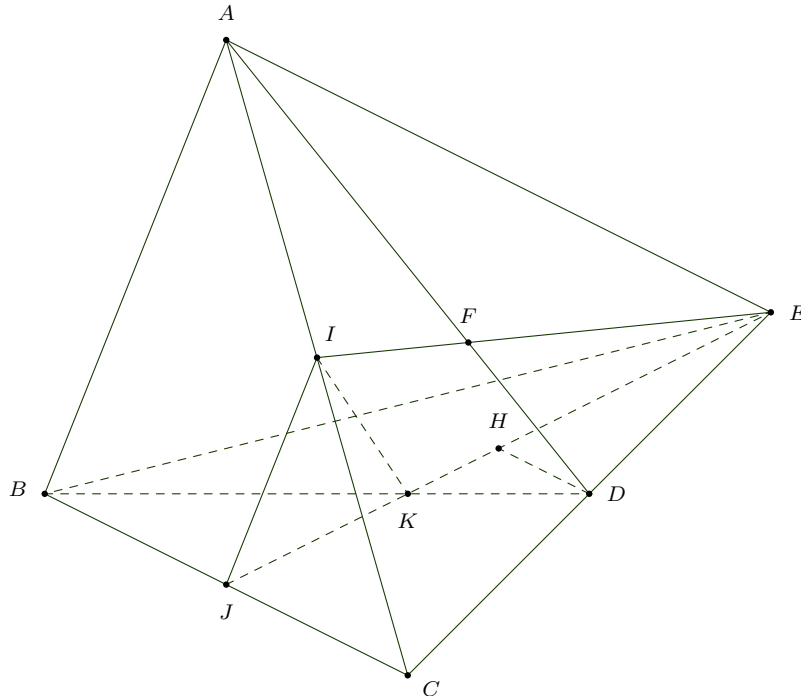
(A) $\frac{7}{3}$.

(B) 2.

(C) $\frac{11}{5}$.

(D) $\frac{5}{3}$.

☞ Lời giải.



Trong mặt phẳng (BCD) hai đường thẳng JK và CD không song song nên gọi $E = JK \cap CD$ khi đó $E \in (ACD)$.

Suy ra $(ACD) \cap (IJK) = EJ$.

Trong (ACD) gọi $F = EI \cap AD$. Khi đó $(IJK) \cap AD = F$.

Vẽ $DH \parallel BC$ và $H \in IE$. Ta có $\frac{BJ}{HD} = \frac{BK}{KD} = 2 \Rightarrow HD = \frac{BJ}{2} \Rightarrow HD = \frac{1}{2}JC$.

Suy ra D là trung điểm của CE .

Xét $\triangle ACE$ có EI và AD là hai đường trung tuyến nên F là trọng tâm của $\triangle ACE$. Vậy $\frac{AF}{FD} = 2$.

Chọn đáp án (B)



CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M là trung điểm của AC . Trên cạnh AD lấy điểm N sao cho $AN = 2ND$, trên cạnh BC lấy điểm Q sao cho $BC = 4BQ$. Gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (BCD) , J là giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng (MNQ) . Khi đó $\frac{JB}{JD} + \frac{JQ}{JI}$ bằng

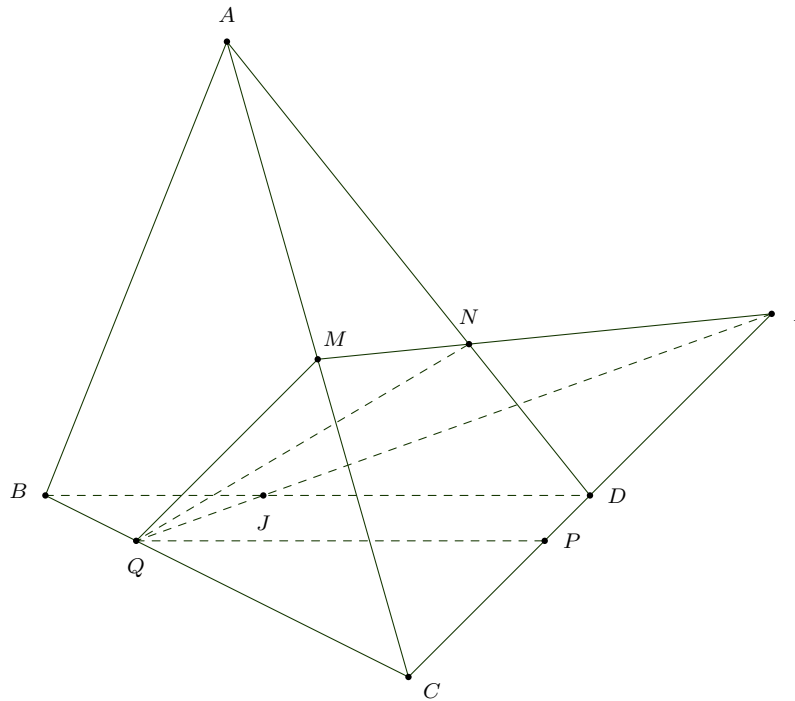
(A) $\frac{13}{20}$.

(B) $\frac{20}{21}$.

(C) $\frac{3}{5}$.

(D) $\frac{11}{12}$.

Lời giải.



Vì M là trung điểm AC nên IM là trung tuyến tam giác IAC .

Mặt khác $AN = 2ND$ nên ta có D là trung điểm của IC .

Trong (BCD) , gọi $QI \cap BD = J \Rightarrow BD \cap (MNQ) = J$.

Từ Q kẻ đường thẳng song song BD cắt CD tại P .

Theo định lý Ta-lét, ta có $\frac{QC}{BC} = \frac{QP}{BD} = \frac{CP}{CD} = \frac{3}{4} \Rightarrow QP = \frac{3}{4}BD, CP = \frac{3}{4}CD$.

Ta lại có $JD \parallel PQ \Rightarrow \frac{JD}{QP} = \frac{ID}{IP} = \frac{IJ}{IQ} = \frac{4}{5} \Rightarrow JD = \frac{4}{5}QP = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot BD = \frac{3}{5}BD$.

Suy ra $\frac{JB}{JD} = \frac{2}{3}$ và $\frac{JQ}{JI} = \frac{DP}{DI} = \frac{1}{4}$.

Vậy $\frac{JB}{JD} + \frac{JQ}{JI} = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$.

Chọn đáp án (D)



CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N . Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

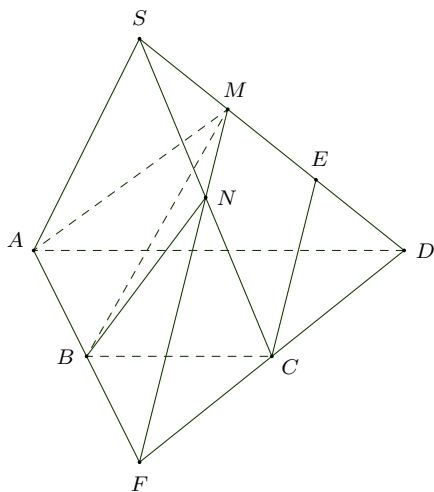
(A) $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

(B) $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$.

(C) $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$.

(D) $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$.

Lời giải.



4

(D) $\frac{11}{3}$.

GV VŨ NGỌC PHÁT — ĐT: 0962.940.819

Do $AK \parallel MN$ nên $\frac{IJ}{IK} = \frac{NI}{IA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IJ}{JK} = \frac{1}{3} = \frac{IJ}{BJ} \Rightarrow \frac{IJ}{BI} = \frac{1}{4}$ hay $\frac{IB}{IJ} = 4$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC . Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K . Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là

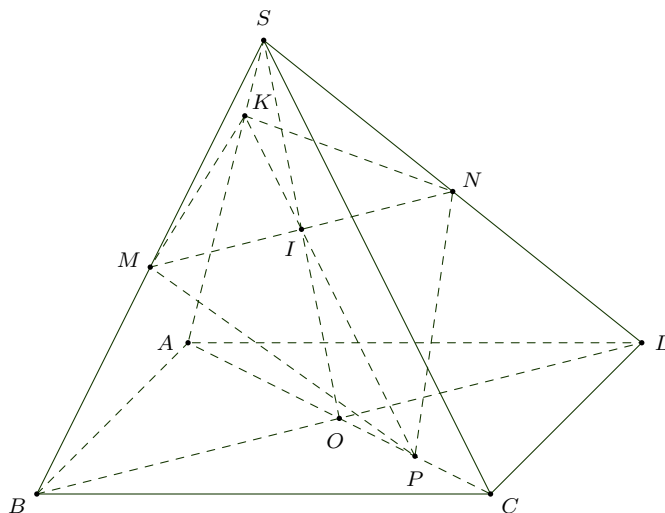
(A) $\frac{2}{5}$.

(B) $\frac{1}{3}$.

(C) $\frac{1}{4}$.

(D) $\frac{1}{2}$.

Lời giải.



Trong (SBD) , gọi I là giao điểm của MN và SO .

Ta có $SA \subset (SAC)$, $(MNP) \cap (SAC) = PI$.

Trong (SAC) , PI cắt SA tại $K \Rightarrow K$ là giao điểm của SA và (MNP) .

Mặt khác, MN là đường trung bình của tam giác SBD nên MN cắt SO tại trung điểm I .

$$\Rightarrow \frac{KS}{KA} = \frac{PI}{PA} = \frac{\frac{1}{4}AC}{\frac{3}{4}AC} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án (B)

Bài 11. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

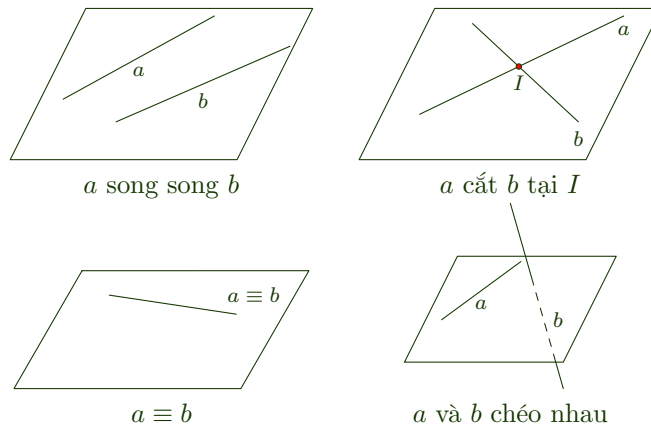
A. LÝ THUYẾT

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

⚡ ĐỊNH NGHĨA 11.1. Cho hai đường thẳng a và b trong không gian.

- ☑ Nếu a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói a và b đồng phẳng. Khi đó, a và b có thể cắt nhau, song song với nhau hoặc trùng nhau.
- ☑ Nếu a và b không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào thì ta nói a và b chéo nhau. Khi đó, ta cũng nói a chéo với b , hoặc b chéo với a .

Do đó: Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Khi đó, giữa hai đường thẳng sẽ có 4 vị trí tương đối



⚡ ĐỊNH NGHĨA 11.2.

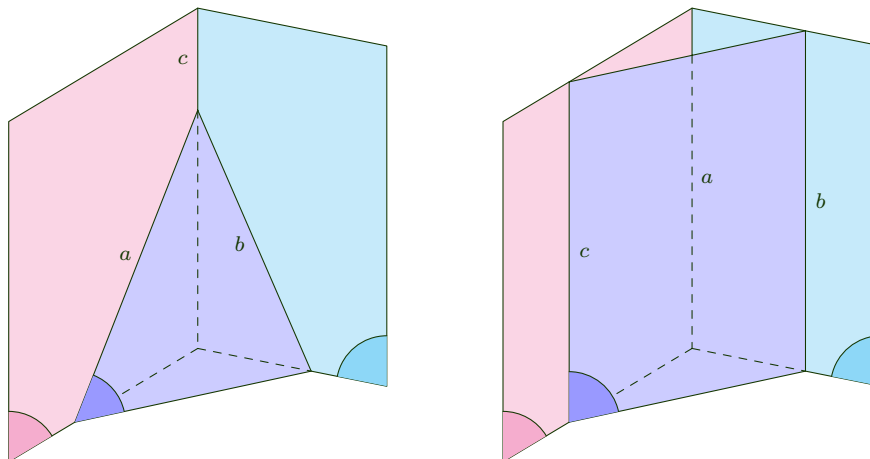
- ☑ Hai đường thẳng gọi là đồng phẳng nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.
- ☑ Hai đường thẳng gọi là chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng.
- ☑ Hai đường thẳng gọi là song song nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.
- ☑ Có đúng một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song.

2. Tính chất hai đường thẳng song song

⚡ TÍNH CHẤT 11.1. Trong không gian, qua một điểm không nằm trên một đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

⚡ TÍNH CHẤT 11.2. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

⚡ ĐỊNH LÝ 11.1. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng quy hoặc đôi một song song.



⚠ Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó.

B. HỆ THỐNG BÀI TẬP

Dạng 1. Chứng minh hai đường thẳng song song

Cách 1: Sử dụng tính chất đường trung bình, định lý Ta-let để chứng minh hai đường thẳng song song.

Cách 2: Chứng minh hai đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.

Cách 3: Áp dụng định lý giao tuyến của 3 mặt phẳng và hệ quả của nó.

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho tứ diện $ABCD$ có I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Chứng minh rằng: $IJ \parallel CD$.

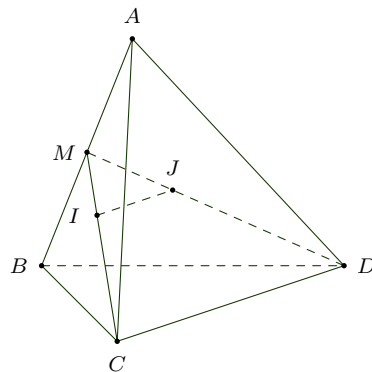
Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB .

Xét tam giác ABC có: $\frac{MI}{MC} = \frac{1}{3}$.

Xét tam giác ABD có: $\frac{MJ}{MD} = \frac{1}{3}$.

Do $\frac{MI}{MC} = \frac{MJ}{MD} = \frac{1}{3} \Rightarrow IJ \parallel CD$.



BÀI 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD . Chứng minh $MPNQ$ là hình bình hành. Từ đó suy ra ba đoạn MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đoạn.

Lời giải.

Ta có MQ là đường trung bình của tam giác $ABD \Rightarrow \begin{cases} MQ \parallel DB \\ MQ = \frac{1}{2}BD. \end{cases} \quad (1)$

NP là đường trung bình của tam giác $BCD \Rightarrow \begin{cases} PN \parallel BD \\ PN = \frac{1}{2}BD. \end{cases} \quad (2)$

Từ (1); (2) $\Rightarrow PN \parallel QM$ và $PN = QM$.

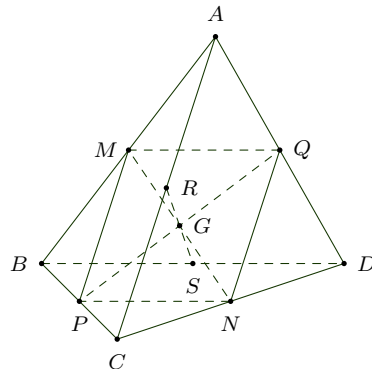
Vậy $MPNQ$ là hình bình hành.

$\Rightarrow MN$ và PQ cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đường.

Chứng minh tương tự, ta có: $QRPS$ là hình bình hành.

$\Rightarrow QP$ và RS cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đường.

Vậy MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đoạn.



2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

- (A) song song. (B) chéo nhau. (C) cắt nhau. (D) trùng nhau.

Lời giải.

Chọn đáp án (A)

CÂU 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
(B) Hai đường thẳng chéo nhau khi chúng không có điểm chung.
(C) Hai đường thẳng song song khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
(D) Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Lời giải.

Chọn đáp án (A)

CÂU 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

- ☒ **B** Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
- ☒ **C** Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- ☒ **D** Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

 **Lời giải.**

Chọn đáp án ☒ **D**

CÂU 4. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- ☒ **A** Hai đường thẳng phân biệt có không quá một điểm chung.
- ☒ **B** Hai đường thẳng cắt nhau thì không song song với nhau.
- ☒ **C** Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
- ☒ **D** Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

 **Lời giải.**

Chọn đáp án ☒ **C**

CÂU 5. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- ☒ **A** Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- ☒ **B** Hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng phân biệt thì chúng chéo nhau.
- ☒ **C** Hai đường thẳng nằm trong một mặt phẳng thì chúng không chéo nhau.
- ☒ **D** Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.

 **Lời giải.**

Chọn đáp án ☒ **C**

CÂU 6. Mệnh đề nào đúng?

- ☒ **A** Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
- ☒ **B** Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.
- ☒ **C** Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- ☒ **D** Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

 **Lời giải.**

Chọn đáp án ☒ **A**

CÂU 7. Chọn mệnh đề đúng.

- ☒ **A** Không có mặt phẳng nào chứa hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.
- ☒ **B** Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.
- ☒ **C** Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- ☒ **D** Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

 **Lời giải.**

Chọn đáp án ☒ **A**

CÂU 8. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- ☒ **A** Vô số.
- ☒ **B** 1.
- ☒ **C** 2.
- ☒ **D** 0.

 **Lời giải.**

Chọn đáp án ☒ **B**

CÂU 9. Cho $a; b$ là hai đường thẳng song song với nhau. Chọn khẳng định sai:

- ☒ **A** Hai đường thẳng a và b cùng nằm trong một mặt phẳng.
- ☒ **B** Nếu c là đường thẳng song song với a thì c song song hoặc trùng với b .
- ☒ **C** Mọi mặt phẳng cắt a đều cắt b .
- ☒ **D** Mọi đường thẳng cắt a đều cắt b .

 **Lời giải.**

Chọn đáp án ☒ **D**

CÂU 10. Cho hai đường thẳng a và b . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau ?

- ☒ **A** a và b không có điểm chung.
- ☒ **B** a và b là hai cạnh của một hình tứ diện.
- ☒ **C** a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.
- ☒ **D** a và b không cùng nằm trên bất kỳ mặt phẳng nào.

 **Lời giải.**

Chọn đáp án ☒ **D**

CÂU 11. Trong không gian, hai đường thẳng không đồng phẳng chỉ có thể:

- (A) Song song với nhau. (B) Cắt nhau. (C) Trùng nhau. (D) Chéo nhau.

Lời giải.

Chọn đáp án (D)

CÂU 12. Trong không gian, nếu hai đường thẳng không có điểm chung thì ta có thể kết luận gì về hai đường thẳng đó ?

- (A) Song song với nhau. (B) Chéo nhau.
(C) Cùng thuộc một mặt phẳng. (D) Hoặc song song hoặc chéo nhau.

Lời giải.

Chọn đáp án (D)

CÂU 13. Mệnh đề nào sau đây là **sai**? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng chéo nhau có thể là:

- (A) Hai đường thẳng chéo nhau. (B) Hai đường thẳng cắt nhau.
(C) Hai đường thẳng song song với nhau. (D) Hai đường thẳng phân biệt.

Lời giải.

Chọn đáp án (A)

CÂU 14. Mệnh đề nào sau đây **sai**? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau có thể là:

- (A) Hai đường thẳng cắt nhau. (B) Hai đường thẳng song song với nhau.
(C) Hai đường thẳng trùng nhau. (D) Hai đường thẳng phân biệt.

Lời giải.

Chọn đáp án (B)

CÂU 15. Trong không gian, cho ba đường thẳng $a; b; c$. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- (A) Nếu hai đường thẳng cùng chéo với một đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.
(B) Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
(C) Nếu $a \parallel b$ và $b; c$ chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc cắt nhau.
(D) Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau hoặc song song.

Lời giải.

Chọn đáp án (C)

CÂU 16. Cho các mệnh đề sau:

- (I) Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.
(II) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
(III) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
(IV) Hai đường thẳng chéo nhau thì không đồng phẳng.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- (A) 1. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Lời giải.

Chọn đáp án (B)

CÂU 17. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b . Kết luận nào sau đây đúng?

- (A) Nếu c cắt a thì c cắt b .
(B) Nếu c chéo a thì c chéo b .
(C) Nếu c cắt a thì c chéo b .
(D) Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b .

Lời giải.

Chọn đáp án (D)

CÂU 18. Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c , biết $a \parallel b$, a và c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c

- (A) Trùng nhau hoặc chéo nhau. (B) Cắt nhau hoặc chéo nhau.
(C) Chéo nhau hoặc song song. (D) Song song hoặc trùng nhau.

Lời giải.

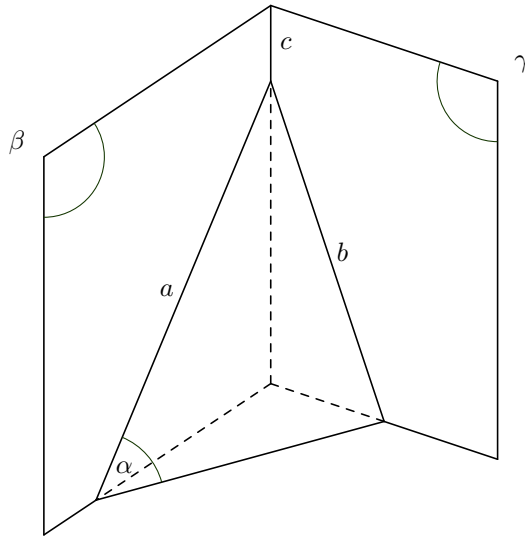
Giả sử $b \parallel c \Rightarrow c \parallel a$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 19. Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó

- (A) đồng quy. (B) tạo thành tam giác.
(C) trùng nhau. (D) cùng song song với một mặt phẳng.

 **Lời giải.**



Đặt $(\alpha) \equiv (a; b); (\beta) \equiv (a; c); (\gamma) \equiv (b; c)$ Ta thấy, ba mặt phẳng $(\alpha); (\beta); (\gamma)$ cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt và ba giao tuyến $(a); (b); (c)$ đôi một cắt nhau nên chúng đồng quy tại M .

Chọn đáp án (A) 

CÂU 20. Cho một tứ diện. Số cặp đường thẳng chứa cạnh của tứ diện đó mà chéo nhau là?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

 **Lời giải.**

Chọn đáp án (C) 

CÂU 21. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua đỉnh A , kẻ đường thẳng a song song với BD và qua đỉnh C kẻ đường thẳng b không song song với BD . Khi đó

- (A) Đường thẳng a và đường thẳng b chéo nhau.
(B) Đường thẳng a và đường thẳng b cắt nhau.
(C) Đường thẳng a và đường thẳng b không có điểm chung.
(D) Nếu a và b không chéo nhau thì chúng cắt nhau.

 **Lời giải.**

Chọn đáp án (D) 

CÂU 22. Cho hai đường thẳng $a; b$ chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa b và c ?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

 **Lời giải.**

Nếu $c \parallel b$ thì $a \parallel b \Rightarrow c$ cắt b hoặc c và b chéo nhau.

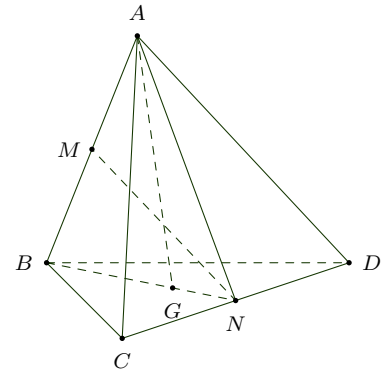
Chọn đáp án (B) 

CÂU 23. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

- (A) Đường thẳng MN . (B) Đường thẳng CM . (C) Đường thẳng DN . (D) Đường thẳng CD .

 **Lời giải.**

Do AG và MN cùng nằm trong mặt phẳng (ABN) nên hai đường thẳng cắt nhau.

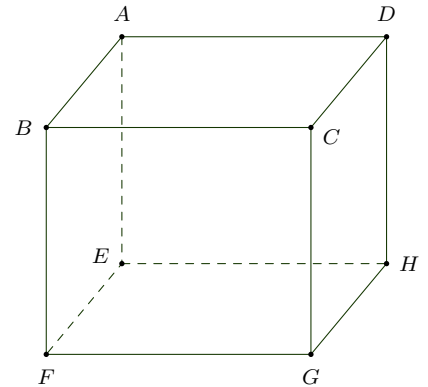


Chọn đáp án (A)

CÂU 24.

Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A) BG và HD chéo nhau. (B) BF và AD chéo nhau.
(C) AB song song với HG . (D) CG cắt HE .



Lời giải.

Do CG và HE không cùng nằm trong một mặt phẳng nên hai đường thẳng này chéo nhau

Chọn đáp án (D)

CÂU 25. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Đường thẳng IJ song song với đường nào?

- (A) AB . (B) CD . (C) BC . (D) AD .

Lời giải.

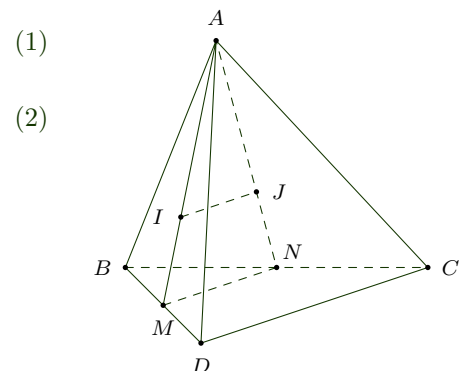
Gọi N, M lần lượt là trung điểm của BC, BD .

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác $BCD \Rightarrow MN \parallel CD$.

J, I lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD

$$\Rightarrow \frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MN.$$

Từ (1) và (2) suy ra $IJ \parallel CD$.



Chọn đáp án (B)

CÂU 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB ; P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD . Xác định vị trí tương đối của MQ và NP .

- (A) MQ cắt NP . (B) $MQ \parallel NP$. (C) $MQ \equiv NP$. (D) MQ, NP chéo nhau.

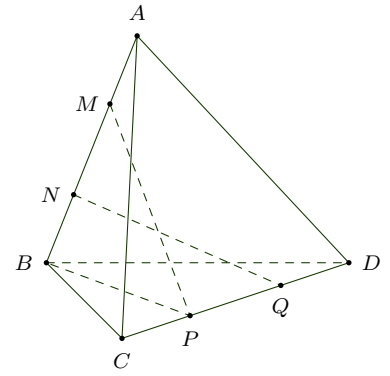
Lời giải.

Xét mặt phẳng (ABP) .

Ta có $M, N \in AB \Rightarrow M, N \in \text{mặt phẳng } (ABP)$.

Mặt khác: $CD \cap (ABP) = P$.

Mà: $Q \in CD \Rightarrow Q \notin (ABP) \Rightarrow M, N, P, Q$ không đồng phẳng
 $\Rightarrow MQ$ và NP chéo nhau.



Chọn đáp án (D)

CÂU 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào?

(A) BC .

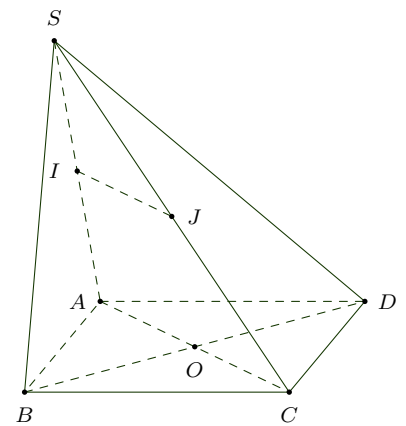
(B) AC .

(C) SO .

(D) BD .

🗨️ **Lời giải.**

Dễ dàng thấy được: IJ là đường trung bình của tam giác $SAC \Rightarrow IJ \parallel AC$.



Chọn đáp án (B)

CÂU 28. Trong mặt phẳng (P) , cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Bx, Cy, Dz song song với nhau, nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A , cắt Bx, Cy, Dz tương ứng tại B', C', D' sao cho $BB' = 2, DD' = 4$. Tính CC' .

(A) 6.

(B) 8.

(C) 2.

(D) 3.

🗨️ **Lời giải.**

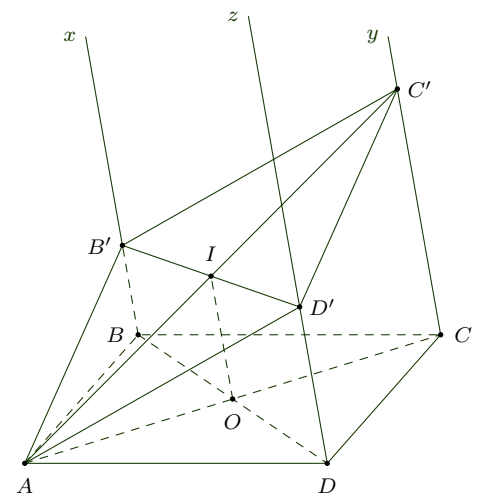
Ta có $AB'C'D'$ là hình bình hành.

$AC' \cap BD' = I$ và $AC \cap BD = O \Rightarrow OI$ là đường trung bình của tam giác ACC' $\Rightarrow CC' = 2OI$.

$BB'D'D$ là hình thang có OI là đường trung bình

$$\Rightarrow OI = \frac{BB' + DD'}{2} = 3.$$

Vậy $CC' = 6$.



Chọn đáp án (D)

CÂU 29. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $GE \parallel CD$.

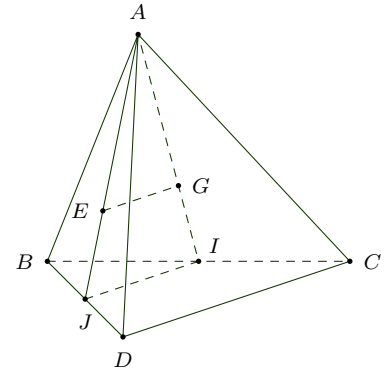
(B) GE cắt AD .

(C) GE cắt CD .

(D) GE và CD chéo nhau.

🗨️ **Lời giải.**

Ta có $\frac{AG}{AI} = \frac{AE}{AJ} = \frac{2}{3} \Rightarrow EG \parallel IJ$ Mà $IJ \parallel CD \Rightarrow EG \parallel CD$.



Chọn đáp án (A)

CÂU 30. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB . Mệnh đề nào sau đây đúng

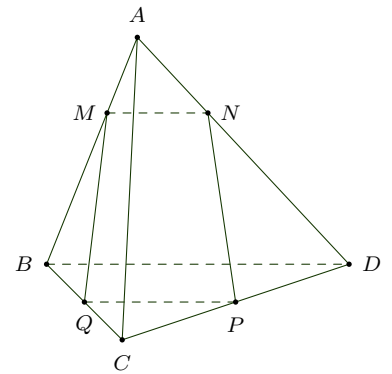
- (A) Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang.
- (B) Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
- (C) Bốn điểm M, N, P, Q không đồng phẳng.
- (D) Tứ giác $MNPQ$ không có các cặp cạnh đối nào song song.

Lời giải.

Xét tam giác ABD có: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN \parallel BD$.

Xét tam giác BCD có: PQ là đường trung bình của tam giác $\Rightarrow PQ \parallel BD$.

Vậy $PQ \parallel MN \Rightarrow MNPQ$ là hình thang.



Chọn đáp án (A)

CÂU 31. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- (A) Có thể song song hoặc cắt nhau.
- (B) Cắt nhau.
- (C) Song song nhau.
- (D) Chéo nhau.

Lời giải.

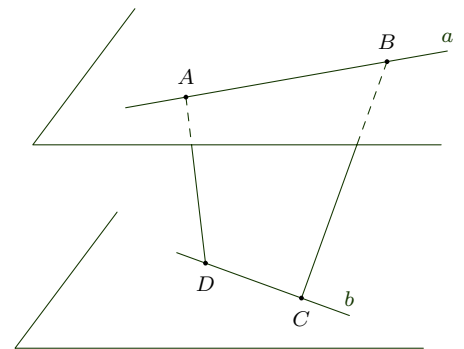
Theo giả thiết, a và b chéo nhau $\Rightarrow a$ và b không đồng phẳng.

Giả sử AD và BC đồng phẳng.

Nếu $AD \cap BC = I \Rightarrow I \in (ABCD) \Rightarrow I \in (a; b)$. Mà a và b không đồng phẳng, do đó, không tồn tại điểm I .

Nếu $AD \parallel BC \Rightarrow a$ và b đồng phẳng.

Vậy điều giả sử là sai. Do đó AD và BC chéo nhau.



Chọn đáp án (D)

CÂU 32. Cho tứ diện $ABCD$ với M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

- (A) $AB = BC$.
- (B) $BC = AD$.
- (C) $AC = BD$.
- (D) $AB = CD$.

Lời giải.

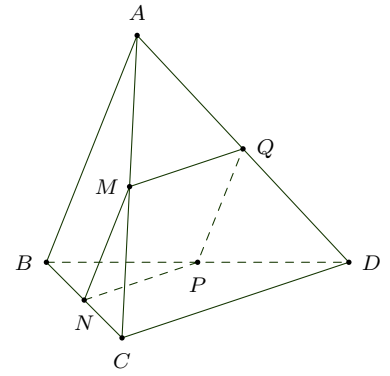
Xét tam giác ABC có: $MN = \frac{1}{2}AB$.

Xét tam giác ABD có: $PQ = \frac{1}{2}AB \Rightarrow MN = PQ$.

Chứng minh tương tự, ta có: $MQ = NP$.

Vậy $MNPQ$ là hình bình hành.

Để $MNPQ$ là hình thoi $\Leftrightarrow MN = NP \Leftrightarrow AB = CD$.



Chọn đáp án (D)

CÂU 33. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

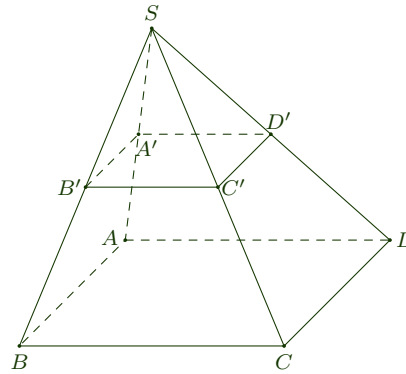
(A) AB .

(B) CD .

(C) $C'D'$.

(D) SC .

☞ Lời giải.



Do $A'B'$ và SC không đồng phẳng nên $A'B'$ và SC không song song nhau.

Chọn đáp án (D)

CÂU 34. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm BD, AD . Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, ACD . Đường thẳng HG chéo với đường thẳng nào sau đây?

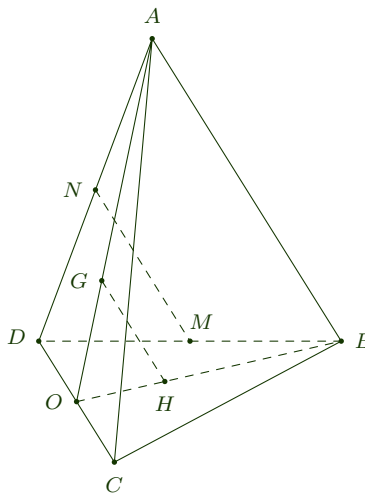
(A) MN .

(B) CD .

(C) CN .

(D) AB .

☞ Lời giải.



Do $\frac{OG}{OA} = \frac{OH}{OB} = \frac{1}{3} \Rightarrow HG \parallel AB$.

Xét tam giác ABD có: $MN \parallel AB \Rightarrow HG \parallel MN$.

Lại có $HG \cap CN = G$.

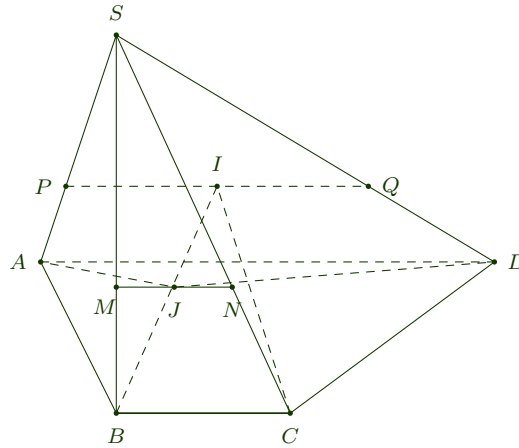
Vậy HG và CD chéo nhau.

Chọn đáp án (B)

CÂU 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC . Biết $AD = a$, $BC = b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC . Mặt phẳng (ADJ) cắt SB , SC lần lượt tại M , N . Mặt phẳng (BCI) cắt SA , SD tại P , Q . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- ☐ A MN song song với PQ .
 ☐ B MN chéo với PQ .
 ☐ C MN cắt với PQ .
 ☐ D MN trùng với PQ .

Lời giải.



Ta có $\begin{cases} MN = (ADJ) \cap (SBC) \\ AD \subset (ADJ); BC \subset (SBC) \Rightarrow MN \parallel AD \parallel BC. \\ AD \parallel BC \end{cases}$

Tương tự: $\begin{cases} PQ = (IBC) \cap (SAD) \\ AD \subset (SAD); BC \subset (IBC) \Rightarrow PQ \parallel AD \parallel BC. \\ AD \parallel BC \end{cases}$

Vậy $MN \parallel PQ$.

Chọn đáp án ☐ A

□

Dạng 2. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

- ✔ Cách 1: Tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng.
- ✔ Cách 2: Nếu hai mặt phẳng (P) ; (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song a , b và có 1 điểm chung M thì $(P) \cap (Q) = Mx$ với $Mx \parallel (a) \parallel (b)$.

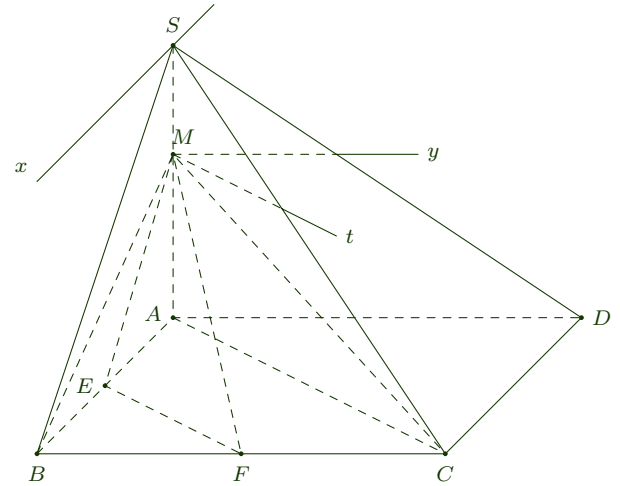
1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA , điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC .

- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) .
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) .

Lời giải.

- a) Ta có $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases}$
 $\Rightarrow Sx = (SAB) \cap (SCD)$ với $Sx \parallel AB \parallel CD$.
- b) Ta có $\begin{cases} M \in SA \subset (SAD) \\ M \in (MBC) \end{cases} \Rightarrow M \in (MBC) \cap (SAD)$.
 Khi đó $\begin{cases} M \in (MBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (SBC); AD \subset (SAD) \\ BC \parallel AD \end{cases}$
 $\Rightarrow My = (MBC) \cap (SAD)$ với $My \parallel BC \parallel AD$.



- c) Ta có $\begin{cases} M \in SA \subset (SAC) \\ M \in (MEF) \end{cases} \Rightarrow M \in (MEF) \cap (SAC)$.
 Vì EF là đường trung bình của tam giác ABC nên $EF \parallel AC$.
 Do $\begin{cases} M \in (MEF) \cap (SAC) \\ EF \subset (MEF); AC \subset (SAC) \Rightarrow Mt = (MEF) \cap (SAC) \text{ với } EF \parallel AC \parallel Mt. \\ EF \parallel AC \end{cases}$

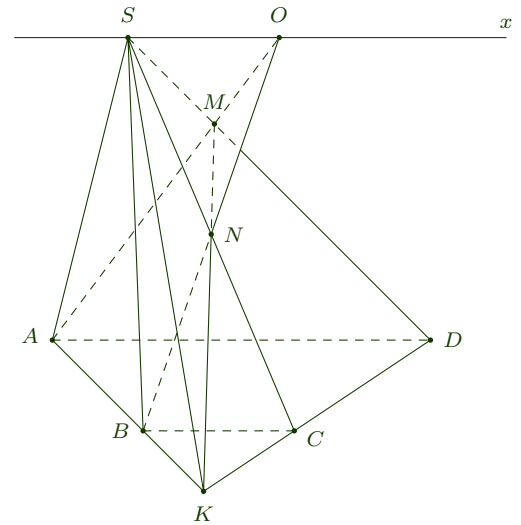
□

BÀI 2. Cho hình chóp $S.ABCD$. Mặt đáy là hình thang có cạnh đáy lớn AD , AB cắt CD tại K , điểm M thuộc cạnh SD .

- a) Xác định giao tuyến (d) của (SAD) và (SBC) . Tìm giao điểm N của KM và (SBC) .
 b) Chứng minh rằng $AM, BN, (d)$ đồng quy.

Lời giải.

- a) Ta có $\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD); BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$
 $\Rightarrow Sx = (SAD) \cap (SBC)$ với $Sx \parallel AD \parallel BC \Rightarrow (d) \equiv Sx$.
 Trong (SCD) gọi $N = KM \cap SC \Rightarrow \begin{cases} N \in KM \\ N \in SC \subset (SBC) \end{cases}$
 $\Rightarrow N = KM \cap (SBC)$.
- b) Ta có $(d) = (SAD) \cap (SBC)$.
 Trong (AMK) gọi O là giao điểm của AM và BN .
 Suy ra $\begin{cases} O \in AM \subset (SAD) \\ O \in BN \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow O \in (d)$.
 Vậy ba đường thẳng $(d); BN; AM$ đồng quy tại O .



□

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) sẽ

- A** Song song với hai đường thẳng đó.
B Song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
C Trùng với một trong hai đường thẳng đó.
D Cắt một trong hai đường thẳng đó.

Lời giải.

Chọn đáp án **B**

□

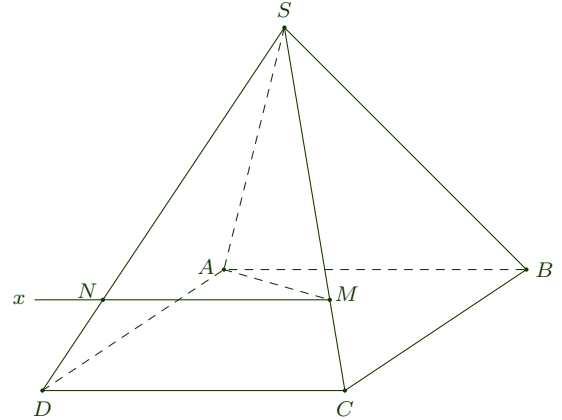
CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng

- A** Cắt nhau. **B** Chéo nhau. **C** Song song. **D** Có hai điểm chung.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} M \in (MAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (MAB); CD \subset (SCD) \Rightarrow Mx = (MAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

 với $Mx \parallel CD \parallel AB$.
 Gọi $N = Mx \cap SD$ trong $(SCD) \Rightarrow N = SD \cap (MAB)$.
 Vậy MN song song với CD .



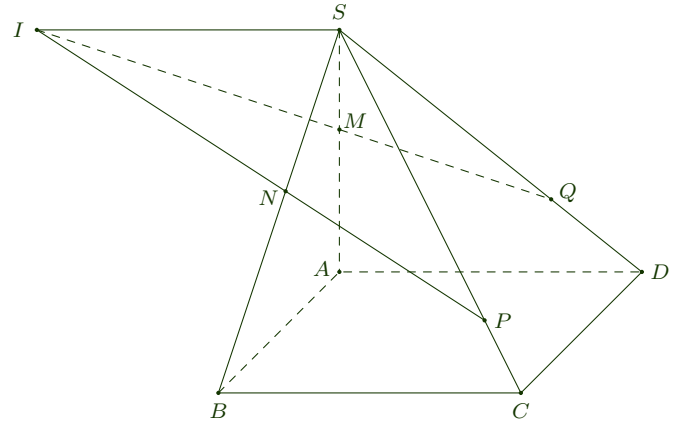
Chọn đáp án **C**

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Gọi I là giao điểm của MQ và NP . Câu nào sau đây đúng?

- A** $SI \parallel AB$. **B** $SI \parallel AC$. **C** $SI \parallel AD$. **D** $SI \parallel BD$.

Lời giải.

Ta có $SI = (SBC) \cap (SAD)$.
 Khi đó
$$\begin{cases} SI = (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD); BC \subset (SBC) \Rightarrow SI \parallel BC \parallel AD. \\ AD \parallel BC \end{cases}$$



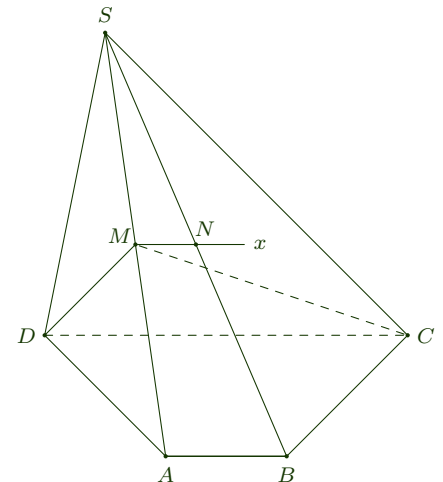
Chọn đáp án **C**

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A** MN và SD cắt nhau. **B** $MN \parallel CD$. **C** MN và SC cắt nhau. **D** MN và CD chéo nhau.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} MN = (MCD) \cap (SAB) \\ CD \subset (MCD); AB \subset (SAB) \Rightarrow MN \parallel CD \parallel AB. \\ CD \parallel AB \end{cases}$$



Chọn đáp án **B**

CÂU 5. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A** Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại..

- (B) Hai mặt phẳng lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt nhau theo một giao tuyến song song với một trong hai đường thẳng đó.
- (C) Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì đường thẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.
- (D) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì cắt nhau theo một giao tuyến đi qua điểm chung đó.

Lời giải.

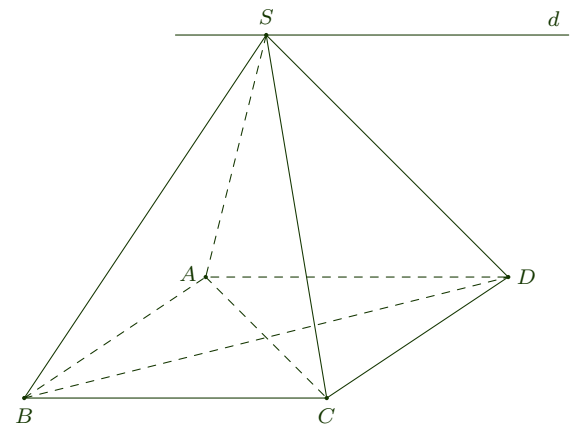
Chọn đáp án (A)

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) d qua S và song song với BC . (B) d qua S và song song với DC .
- (C) d qua S và song song với AB . (D) d qua S và song song với BD .

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC. \end{cases}$$



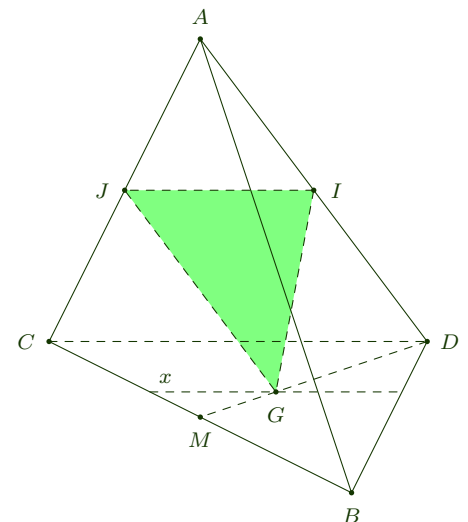
Chọn đáp án (A)

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

- (A) qua I và song song với AB . (B) qua J và song song với BD .
- (C) qua G và song song với CD . (D) qua G và song song với BC .

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} G \in (GIJ) \cap (BCD) \\ IJ \subset (GIJ), CD \subset (BCD) \Rightarrow (GIJ) \cap (BCD) = Gx \parallel IJ \parallel CD. \end{cases}$$



Chọn đáp án (C)

CÂU 8. Cho ba mặt phẳng phân biệt (α) , (β) , (γ) có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1$; $(\beta) \cap (\gamma) = d_2$; $(\alpha) \cap (\gamma) = d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1 , d_2 , d_3 .

- (A) Đôi một cắt nhau. (B) Đôi một song song.
- (C) Đồng quy. (D) Đôi một song song hoặc đồng quy.

Lời giải.

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song

song.

Chọn đáp án (D)

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

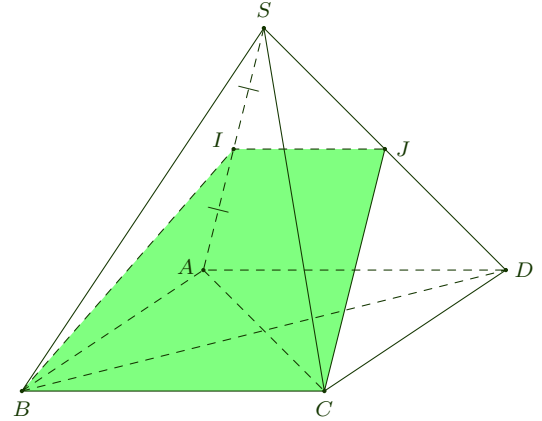
- (A) Tam giác IBC . (B) Hình thang $IBCI$ (J là trung điểm SD).
(C) Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB). (D) Tứ giác $IBCD$.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} I \in (IBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (IBC), AD \subset (SAD) \Rightarrow (IBC) \cap (SAD) = Ix \parallel BC \parallel AD. \\ BC \parallel AD \end{cases}$$

Trong mặt phẳng (SAD) gọi $Ix \cap SD = J \Rightarrow IJ \parallel BC$.

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là hình thang $IBCI$.

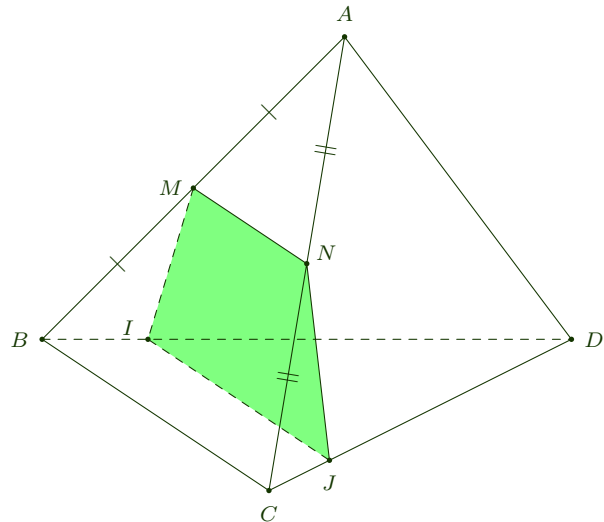
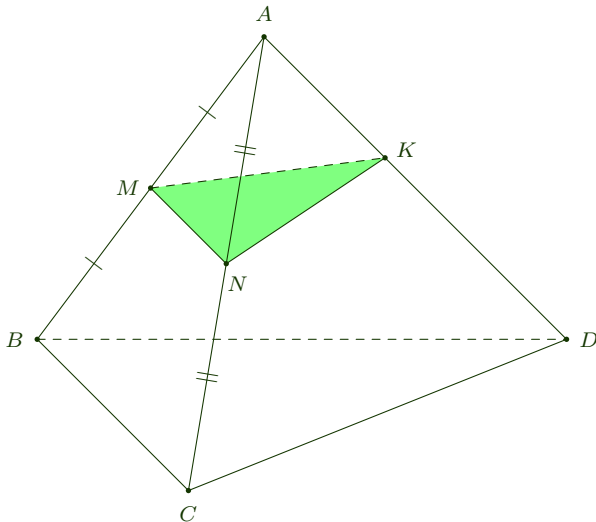


Chọn đáp án (B)

CÂU 10. Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC . Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác (T) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) (T) là hình chữ nhật. (B) (T) là tam giác.
(C) (T) là hình thoi. (D) (T) là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

Lời giải.



Trường hợp $(\alpha) \cap AD = K$ thì (T) là tam giác MNK .

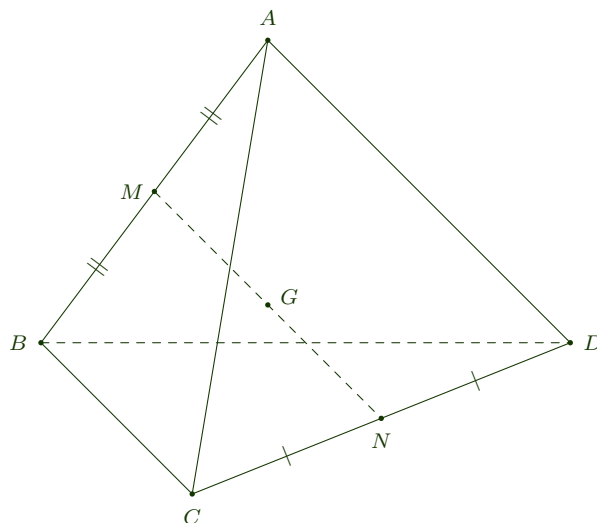
Trường hợp $(\alpha) \cap (BCD) = IJ$, với $I \in BD$, $J \in CD$; I, J không trùng D . Suy ra (T) là tứ giác.

Chọn đáp án (D)

CÂU 11. Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (ABG) và mặt phẳng (CDG) là

- (A) Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh BC và AD . (B) Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AB và CD .
(C) Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AC và BD . (D) Đường thẳng CG .

Lời giải.



Chọn đáp án (B)

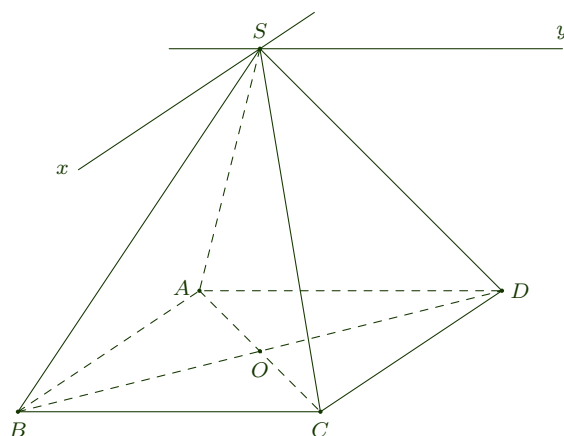
CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Qua S kẻ $Sx; Sy$ lần lượt song song với AB, AD . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó, khẳng định nào dưới đây đúng?

- (A)** Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là đường thẳng Sx . **(B)** Giao tuyến của (SBD) và (SAC) là đường thẳng Sy .
(C) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx . **(D)** Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng Sx .

 **Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases}$

$$\Rightarrow Sx = (SAB) \cap (SCD) \text{ với } Sx \parallel AB \parallel CD.$$



Chọn đáp án (C)

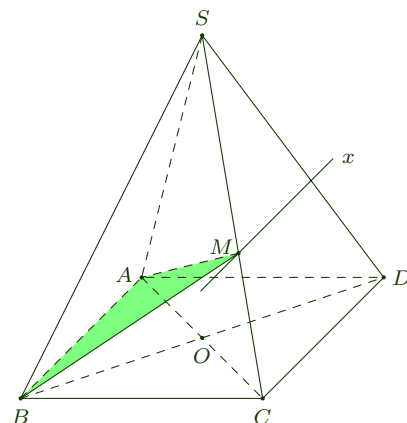
CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua AB và cắt cạnh SC tại M ở giữa S và C . Xác định giao tuyến d giữa mặt phẳng (α) và (SCD) .

- (A)** Đường thẳng d qua M song song với AC .
 (B) Đường thẳng d qua M song song với CD .
- (C)** Đường thẳng d trùng với MA .
 (D) Đường thẳng d trùng với MD .

 **Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SCD) \\ AB \subset (\alpha); CD \subset (SCD) \Rightarrow Mx = (SCD) \cap (\alpha) \text{ với } Mx \parallel AB \parallel CD. \\ AB \parallel CD \end{cases}$

$$\text{Vây } Mx \equiv (d).$$



Chọn đáp án (B)

CÂU 14. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB , AC . Gọi E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- (A) Tam giác MNE .
 (B) Tứ giác $MNEF$ với điểm F bất kỳ trên cạnh BD .
 (C) Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \parallel BC$.
 (D) Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \parallel BC$.

Lời giải.

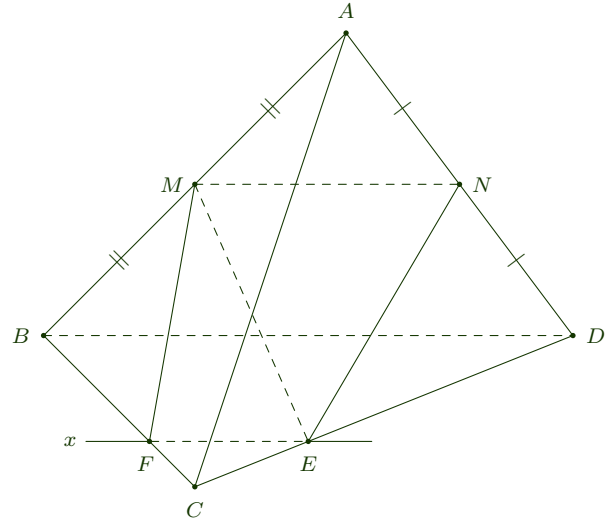
Ta có $\begin{cases} E \in (MNE) \cap (BCD) \\ MN \subset (MNE); BD \subset (BCD) \Rightarrow Ex = (MNE) \cap \\ MN \parallel BD \end{cases}$

(BCD) với $Ex \parallel BD \parallel MN$.

Trong (BCD) gọi $F = Ex \cap BC \Rightarrow EF = (BCD) \cap (MNE)$.

Mặt khác $\begin{cases} MN = (MNE) \cap (ABD) \\ NE = (MNE) \cap (ACD) \\ MF = (MNE) \cap (ABC). \end{cases}$

Vậy thiết diện của mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là hình thang $MNEF$.



Chọn đáp án (D)



C. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

📁 Dạng 1. Câu hỏi lý thuyết

CÂU 1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

- ☐ (A) Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
- ☐ (B) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ (C) Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.
- ☐ (D) Hai đường thẳng không nằm trên cùng một mặt phẳng thì chéo nhau.

💬 **Lời giải.**

Phương án “Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau” sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.
 Phương án “Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau” sai vì hai đường thẳng có thể song song.

Phương án “Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song” sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.

Chọn đáp án ☒ (D)

CÂU 2. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- ☐ (A) 3.
- ☐ (B) 1.
- ☐ (C) 2.
- ☐ (D) 4.

💬 **Lời giải.**

Hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian có những vị trí tương đối sau:

- ✔ Hai đường thẳng phân biệt a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng có thể song song hoặc cắt nhau.
- ✔ Hai đường thẳng phân biệt a và b không cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng chéo nhau.

Vậy chúng có 3 vị trí tương đối là song song hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Chọn đáp án ☒ (A)

CÂU 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- ☐ (A) Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
- ☐ (B) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- ☐ (C) Hai đường thẳng không song song thì cắt nhau.
- ☐ (D) Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

💬 **Lời giải.**

Phương án A sai do hai đường thẳng không có điểm chung có thể chéo nhau.

Phương án C sai do hai đường thẳng không song song thì có thể trùng nhau hoặc chéo nhau.

Phương án D sai do hai đường thẳng không cắt nhau và không song song với nhau thì có thể trùng nhau.

Chọn đáp án ☒ (B)

CÂU 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

Trong không gian:

- ☐ (A) Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
- ☐ (B) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- ☐ (C) Hai đường thẳng không song song, không cắt nhau thì chéo nhau.
- ☐ (D) Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

💬 **Lời giải.**

Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

Chọn đáp án ☒ (D)

CÂU 5. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định sai?

- (I) Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.
- (II) Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
- (III) Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
- (IV) Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

- ☐ (A) 1.
- ☐ (B) 2.
- ☐ (C) 3.
- ☐ (D) 4.

💬 **Lời giải.**

- ✔ (I) sai do hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.

- ☑ (II) đúng.
- ☑ (III) sai do có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó hoặc cắt nhau hoặc trùng nhau.
- ☑ (IV) sai do có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó song song.

Vậy có 3 khẳng định sai.

Chọn đáp án **(C)**

CÂU 6. Trong không gian, cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)** b và c chéo nhau. **(B)** b và c cắt nhau.
- (C)** b và c chéo nhau hoặc cắt nhau. **(D)** b và c song song với nhau.

Lời giải.

Phương án A sai vì b, c có thể cắt nhau.

Phương án B sai vì b, c có thể chéo nhau.

Phương án D sai vì nếu b và c song song thì a và b song song hoặc trùng nhau.

Chọn đáp án **(C)**

CÂU 7. Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 trong đó d_1 song song với d_2 . Khi đó vị trí tương đối của d_2 và d_3 là?

- (A)** Chéo nhau. **(B)** Cắt nhau. **(C)** Song song. **(D)** trùng nhau.

Lời giải.

Ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó hoặc đôi một song song hoặc đồng quy.

Chọn đáp án **(C)**

CÂU 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A)** Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- (B)** Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- (C)** Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
- (D)** Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Lời giải.

Đáp án A sai do hai đường thẳng không có điểm chung có thể song song với nhau.

Đáp án C sai do hai đường thẳng không song song thì có thể trùng nhau hoặc cắt nhau.

Đáp án D sai do hai đường thẳng không cắt nhau và không song song với nhau thì có thể trùng nhau.

Đáp án B đúng.

Chọn đáp án **(B)**

CÂU 9. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến là b thì a và b là hai đường thẳng

- (A)** cắt nhau. **(B)** trùng nhau. **(C)** chéo nhau. **(D)** song song với nhau.

Lời giải.

Chọn đáp án **(D)**

CÂU 10. Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)** AB và CD cắt nhau. **(B)** AB và CD chéo nhau.
- (C)** AB và CD song song. **(D)** Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD .

Lời giải.

Do $ABCD$ là hình tứ diện nên bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.

Chọn đáp án **(B)**

CÂU 11. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A)** Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- (B)** Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.
- (C)** Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau.
- (D)** Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

Lời giải.

Chọn đáp án **(C)**

CÂU 12. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

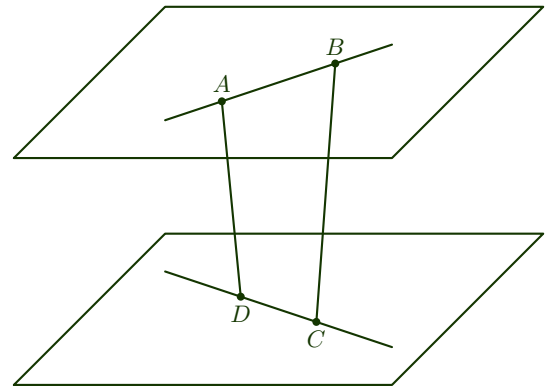
- (A)** Cắt nhau. **(B)** Song song nhau.
- (C)** Có thể song song hoặc cắt nhau. **(D)** Chéo nhau.

💬 **Lời giải.**

Ta có a và b là hai đường thẳng chéo nhau nên a và b không đồng phẳng.
Giả sử AD và BC đồng phẳng.

- ✔ Nếu $AD \cap BC = M$ thì $M \in (ABCD) \Rightarrow M \in (a; b)$.
Mà a và b không đồng phẳng, do đó không tồn tại điểm M .
- ✔ Nếu $AD \parallel BC$ thì a và b đồng phẳng.

Vậy điều giả sử là sai. Do đó AD và BC chéo nhau.



Chọn đáp án (D)

CÂU 13. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó a song song với b . Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) Tồn tại duy nhất một mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng a và b .
- (B) Nếu b song song với c thì a song song với c .
- (C) Nếu điểm A thuộc a và điểm B thuộc b thì ba đường thẳng a, b và AB cùng ở trên một mặt phẳng.
- (D) Nếu c cắt a thì c cắt b .

💬 **Lời giải.**

Mệnh đề “Nếu c cắt a thì c cắt b ” là mệnh đề sai, vì c và b có thể chéo nhau.

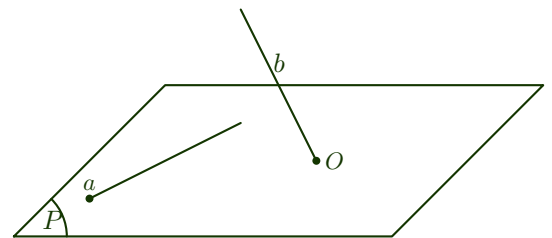
Chọn đáp án (D)

CÂU 14. Cho đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a . Vị trí tương đối của a và b là

- (A) chéo nhau.
- (B) cắt nhau.
- (C) song song với nhau.
- (D) trùng nhau.

💬 **Lời giải.**

Do đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a nên đường thẳng a và đường thẳng b không đồng phẳng nên vị trí tương đối của a và b là chéo nhau.



Chọn đáp án (A)

CÂU 15. Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M không thuộc a cũng không thuộc b . Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b ?

- (A) 4.
- (B) 3.
- (C) 2.
- (D) 1.

💬 **Lời giải.**

Gọi (P) là mặt phẳng qua M và chứa a ; (Q) là mặt phẳng qua M và chứa b .

Giả sử tồn tại đường thẳng c đi qua M và đồng thời cắt cả a và b suy ra $\begin{cases} c \in (P) \\ c \in (Q) \end{cases} \Rightarrow c = (P) \cap (Q)$.

Mặt khác nếu có một đường thẳng c' đi qua M và đồng thời cắt cả a và b thì a và b đồng phẳng.

Do đó có duy nhất một đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b .

Chọn đáp án (D)

CÂU 16. Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

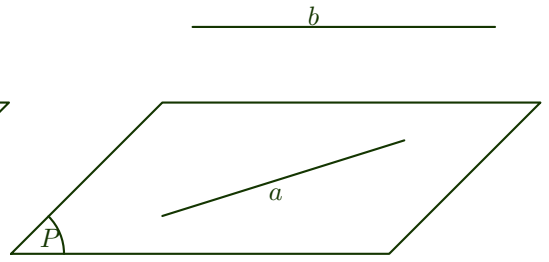
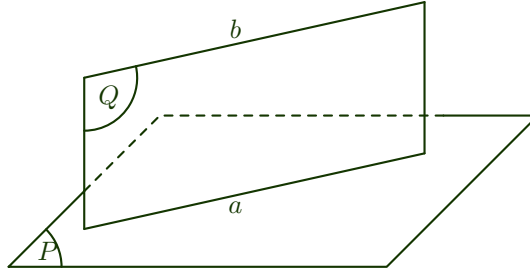
- (A) $a \parallel b$.
- (B) a, b không có điểm chung.
- (C) a, b cắt nhau.
- (D) a, b chéo nhau.

💬 **Lời giải.**

- ☑ $b // (P)$ thì b có thể song song với a mà b cũng có thể chéo a .
- ☑ $b // (P) \Rightarrow b \cap (P) = \emptyset \Rightarrow b \cap a = \emptyset$.

Vậy a, b không có điểm chung.

Chọn đáp án (B)



CÂU 17. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- (B) Trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
- (C) Trong không gian hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- (D) Trong không gian hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.

Lời giải.

Áp dụng định nghĩa hai đường thẳng được gọi là chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng.

Chọn đáp án (B)

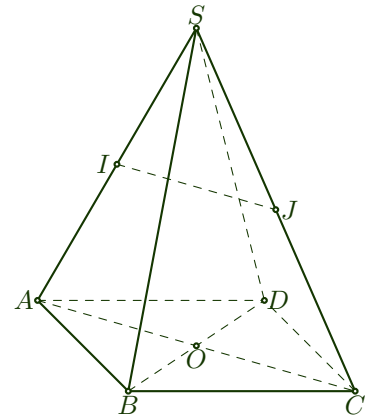
Dạng 2. Một số bài toán liên quan đến hai đường thẳng song song

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- (A) AC . (B) BC . (C) SO . (D) BD .

Lời giải.

Do IJ là đường trung bình của tam giác $SAC \Rightarrow IJ // AC$.



Chọn đáp án (A)

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABC$ và G, K lần lượt là trọng tâm tam giác SAB, SBC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $GK // AB$. (B) $GK // BC$. (C) $GK // AC$. (D) $GK // SB$.

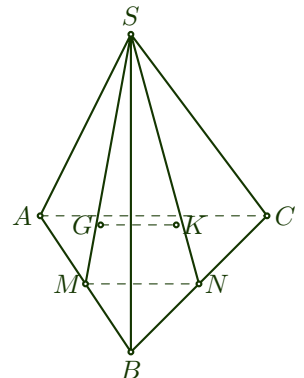
Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC .

Khi đó $\frac{SG}{SM} = \frac{2}{3}$ và $\frac{SK}{SN} = \frac{2}{3}$ suy ra $\frac{SG}{SM} = \frac{SK}{SN}$.

Suy ra $GK // MN$ mà $MN // AC$.

Nên $GK // AC$.



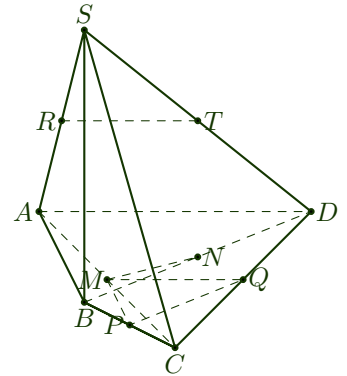
Chọn đáp án (C)

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi $M; N; P; Q; R; T$ lần lượt là trung điểm $AC; BD; BC; CD; SA$ và SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

- (A) MP và RT . (B) MQ và RT . (C) MN và RT . (D) PQ và RT .

 **Lời giải.**

Ta có: M, Q lần lượt là trung điểm của AC, CD
 $\Rightarrow MQ$ là đường trung bình của tam giác $CAD \Rightarrow MQ \parallel AD$ (1)
 Ta có: R, T lần lượt là trung điểm của SA, SD
 $\Rightarrow RT$ là đường trung bình của tam giác $SAD \Rightarrow RT \parallel AD$ (2)
 Từ (1), (2) suy ra: $MQ \parallel RT$.



Chọn đáp án (B)

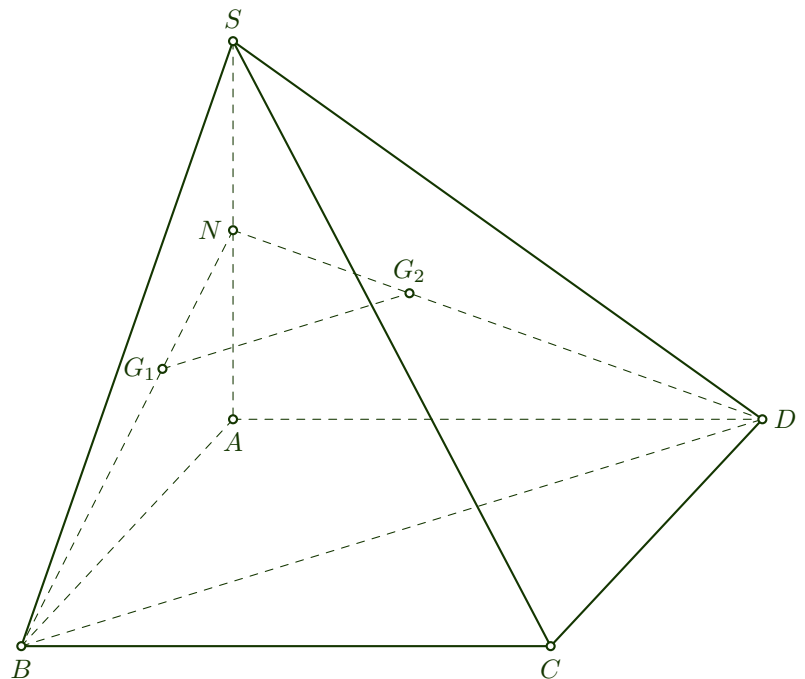


CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB; \triangle SAD$. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?

- (A) CD . (B) BD . (C) AD . (D) AB .

 **Lời giải.**

Gọi N là trung điểm của SA .
 Vì $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB; \triangle SAD$
 nên ta có: $\frac{NG_1}{NB} = \frac{NG_2}{ND} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel BD$.



Chọn đáp án (B)

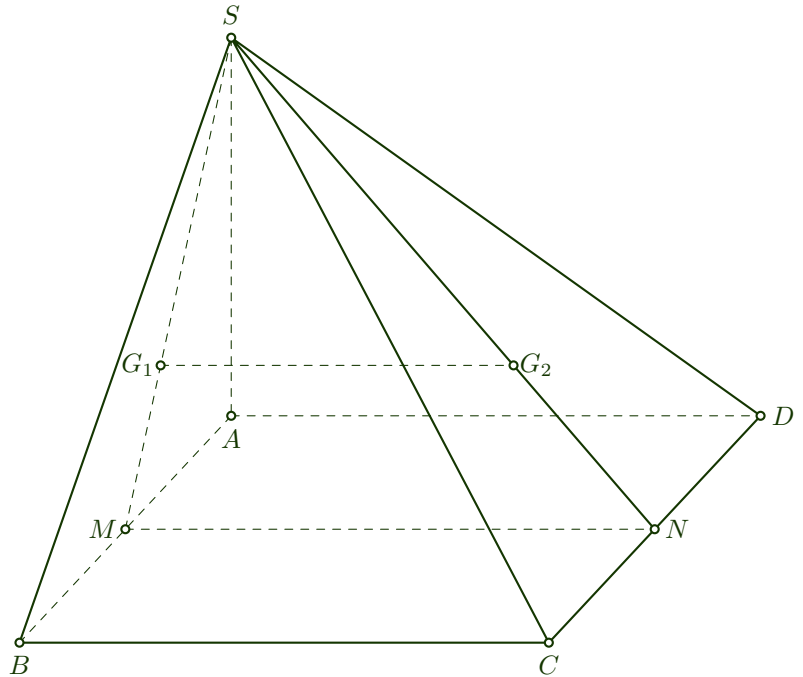


CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các cạnh tam giác SAB, SCD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với G_1G_2 ?

- (A) AD . (B) BC . (C) SA . (D) MN .

 **Lời giải.**

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SCD nên $G_1 \in SM, G_2 \in SN$
 Và $\frac{SG_1}{SM} = \frac{SG_2}{SN} = \frac{1}{3}$. Suy ra $G_1G_2 \parallel MN \parallel (AD \parallel BC)$.



Chọn đáp án (C)



CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Đường thẳng không song song với $A'B'$ là

(A) $C'D'$.

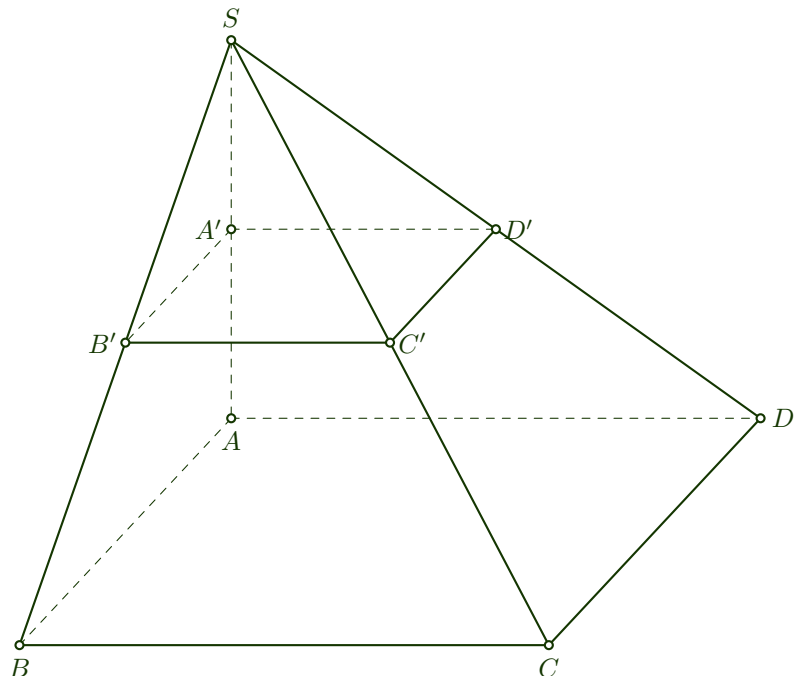
(B) AB .

(C) CD .

(D) SC .

Lời giải.

Ta có $C'D' \parallel CD$; $A'B' \parallel AB$, mà $AB \parallel CD$.
 Do đó $A'B' \parallel C'D'$ và $A'B' \parallel CD$.



Chọn đáp án (D)



CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$ và M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $MN \parallel CD$.

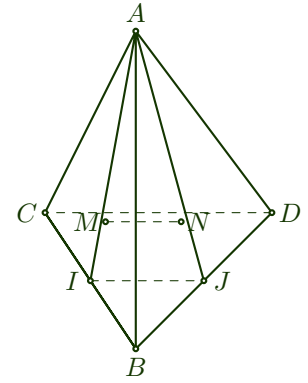
(B) $MN \parallel AD$.

(C) $MN \parallel BD$.

(D) $MN \parallel CA$.

Lời giải.

- ✔ Dễ thấy MN, AD là hai đường thẳng chéo nhau nên loại.
- ✔ Dễ thấy MN, BD là hai đường thẳng chéo nhau nên loại.
- ✔ Dễ thấy MN, CA là hai đường thẳng chéo nhau nên loại.



Chọn đáp án **(A)**

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O , I là trung điểm của SC , xét các mệnh đề:

- (I) Đường thẳng IO song song với SA .
- (II) Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.
- (III) Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác (SBD) .
- (IV) Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

- (A)** 2. **(B)** 4. **(C)** 3. **(D)** 1.

Lời giải.

- (I) Mệnh đề đúng vì IO là đường trung bình của tam giác SAC .
- (II) Mệnh đề sai vì tam giác IBD chính là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBD) .
- (III) Mệnh đề đúng vì giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là giao điểm của AI với SO .
- (IV) Mệnh đề đúng vì I, O là hai điểm chung của 2 mặt phẳng (IBD) và (SAC) .

Vậy số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là 3.

Chọn đáp án **(C)**

CÂU 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

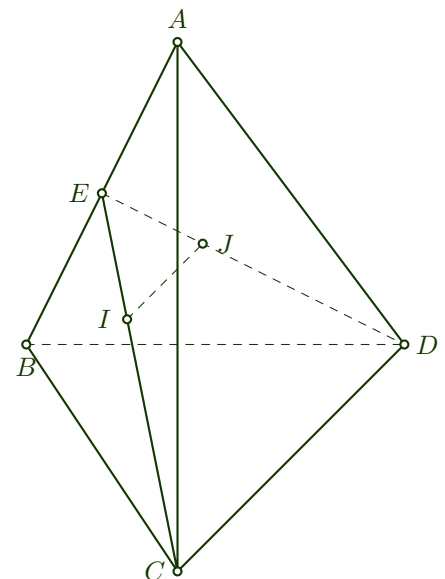
- (A)** IJ song song với CD . **(B)** IJ song song với AB . **(C)** IJ chéo nhau với CD . **(D)** IJ cắt AB .

Lời giải.

Gọi E là trung điểm AB .

Vì I và J lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và ABD nên: $\frac{EI}{EC} = \frac{EJ}{ED} = \frac{1}{3}$

Suy ra: $IJ \parallel CD$.



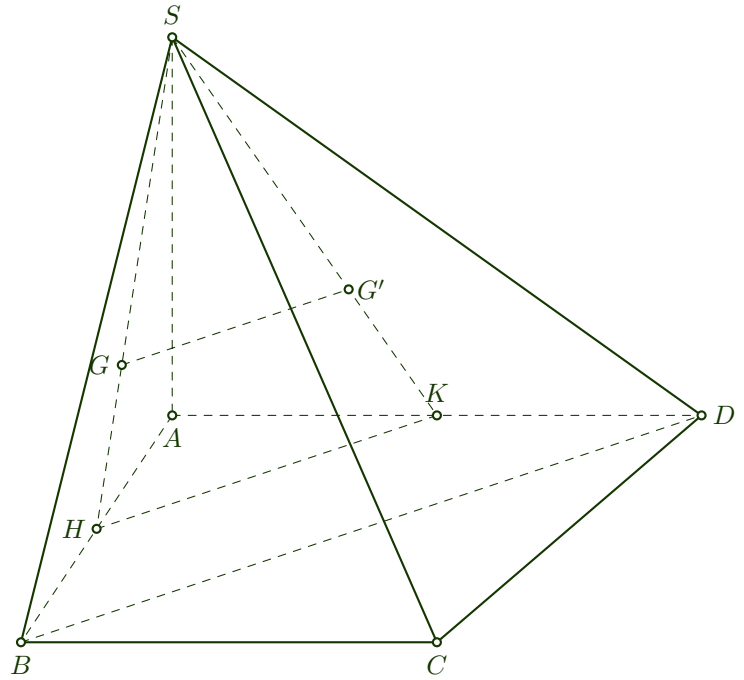
Chọn đáp án **(A)**

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , $AD = 2BC$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAD . Đường thẳng GG' song song với đường thẳng

- (A)** AB . **(B)** AC . **(C)** BD . **(D)** SC .

Lời giải.

Gọi H và K lần lượt là trung điểm cạnh AB ; AD . Với G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAD ta có:
 $\frac{SG}{SH} = \frac{SG'}{SK} = \frac{2}{3} \Rightarrow GG' \parallel HK$.
 Mà $HK \parallel BD$ (HK là đường trung bình tam giác ABD).
 Từ và suy ra GG' song song với BD .



Chọn đáp án (C)

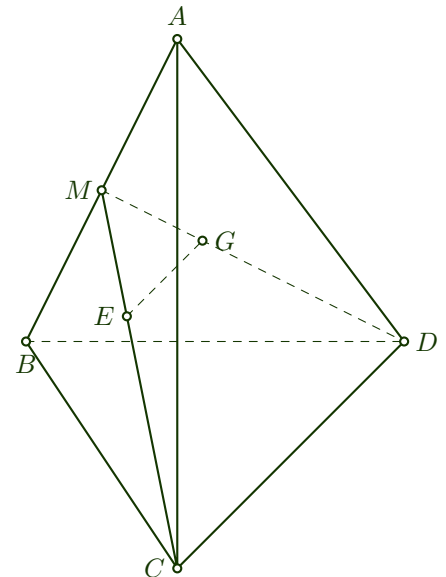


CÂU 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây đúng

- (A) GE và CD chéo nhau. (B) $GE \parallel CD$. (C) GE cắt AD . (D) GE cắt CD .

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AB .
 Trong tam giác MCD có $\frac{MG}{MD} = \frac{ME}{MC} = \frac{1}{3}$ suy ra $GE \parallel CD$



Chọn đáp án (B)



CÂU 12. Cho hình tứ diện $ABCD$, lấy điểm M tùy ý trên cạnh AD ($M \neq A, D$). Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt BD, DC tại N, P . Khẳng định nào sau đây sai?

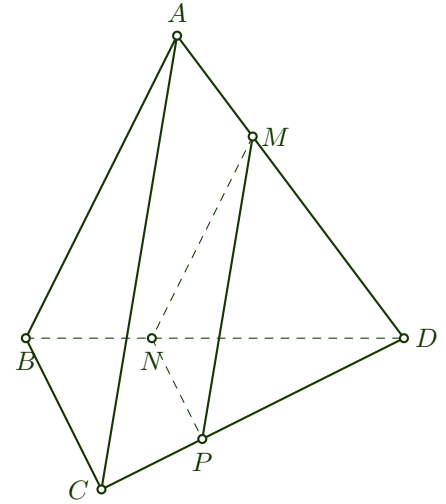
- (A) $MN \parallel AC$. (B) $MP \parallel AC$. (C) $MP \parallel (ABC)$. (D) $NP \parallel BC$.

Lời giải.

Do $(P) \parallel (ABC)$ nên $AB \parallel (P)$.

Lại có $\begin{cases} MN = (P) \cap (ABD) \\ AB \subset (ABD), AB \parallel (P). \end{cases}$

Suy ra, $MN \parallel AB$, mà AB cắt AC nên $MN \parallel AC$ là sai.



Chọn đáp án (A)



CÂU 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng:

(A) CM trong đó M là trung điểm BD .

(B) AC .

(C) DB .

(D) CD .

Lời giải.

✔ **Cách 1:**

Gọi E là trung điểm của AB . Ta có $\begin{cases} I \in CE \\ J \in DE \end{cases}$ nên suy ra IJ và CD đồng phẳng.

Do I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD nên ta có: $\frac{EI}{EC} = \frac{EJ}{ED} = \frac{1}{3}$. Suy ra $IJ \parallel CD$.

✔ **Cách 2:**

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD và BC . Suy ra $MN \parallel CD$.

Do I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD nên ta có: $\frac{AI}{AN} = \frac{AJ}{AM} = \frac{2}{3}$. Suy ra $IJ \parallel MN$.

Từ và suy ra $IJ \parallel CD$.

✔ **Cách 3:**

Có lẽ trong ví dụ này cách này hơi dài, song chúng tôi vẫn sẽ trình bày ở đây, để các bạn có thể hiểu và vận dụng cách 3 hợp lý trong các ví dụ khác.

Dễ thấy, bốn điểm D, C, I, J đồng phẳng.

Ta có: $\begin{cases} (DCIJ) \cap (AMN) = IJ \\ (DCIJ) \cap (BCD) = CD \\ (AMN) \cap (BCD) = MN \\ MN \parallel CD. \end{cases}$

Suy ra $IJ \parallel CD \parallel MN$.

Chọn đáp án (D)



CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB; \triangle SCD$.

Gọi I là giao điểm của các đường thẳng $BM; CN$. Khi đó tỉ số $\frac{SI}{CD}$ bằng

(A) 1.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) $\frac{2}{3}$.

(D) $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Gọi E và F lần lượt là trung điểm AB và CD .

Ta có $I = BM \cap CN$ nên $\begin{cases} I \in BM \subset (SAB) \\ I \in CN \subset (SCD) \end{cases}$

hay $I \in (SAB) \cap (SCD)$.

Mà $S \in (SAB) \cap (SCD)$. Do đó $(SAB) \cap (SCD) = SI$.

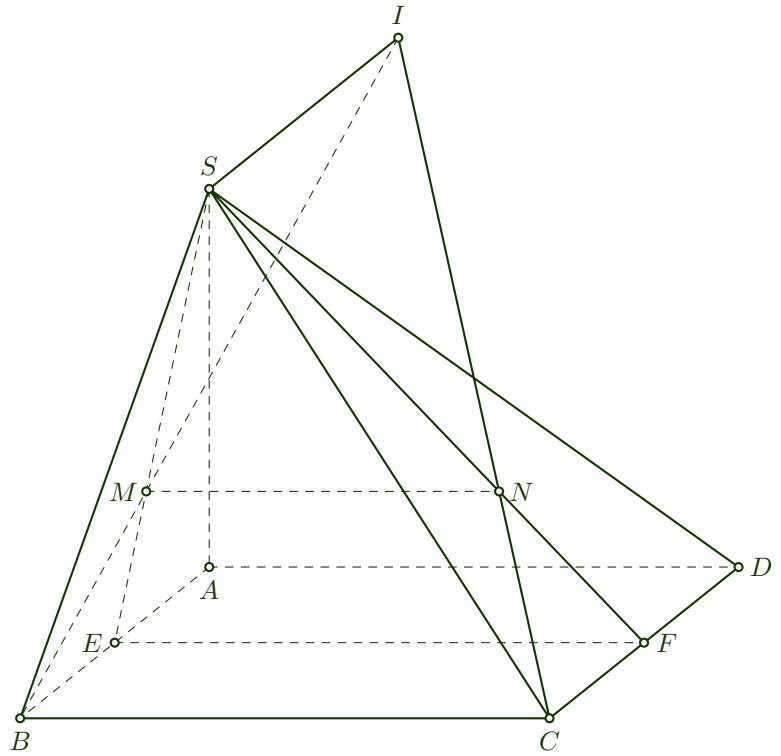
Lại có: $\begin{cases} AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{cases} \Rightarrow SI // AB // CD.$

Vì $SI // CD$ nên $SI // CF$.

Theo định lý Ta - let ta có: $\frac{SI}{CF} = \frac{SN}{NF} = 2$

Do đó, $SI = 2CF = CD$.

Vậy $\frac{SI}{CD} = 1$.



Chọn đáp án (A)

CÂU 15. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD . Điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và AD . Khi đó

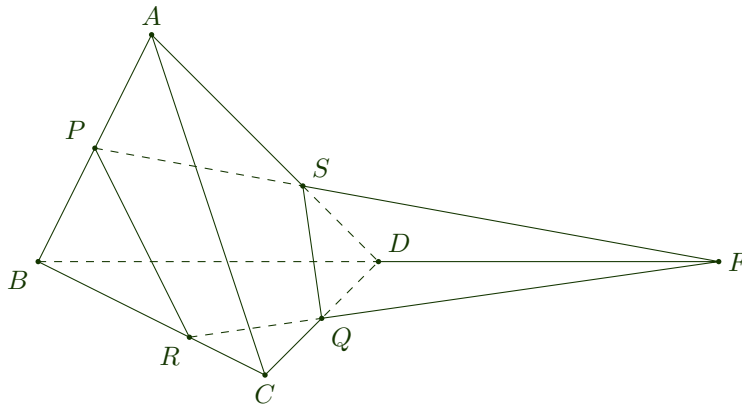
(A) $SA = 2SD$.

(B) $SA = 2SD$.

(C) $SA = SD$.

(D) $2SA = 3SD$.

Lời giải.



Gọi $F = BD \cap RQ$. Nối P với F cắt AD ở S .

Ta có $\frac{DF}{FB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QD} = 1 \Rightarrow \frac{DF}{FB} = \frac{RC}{BR} = \frac{1}{2}$.

Tương tự ta có $\frac{DF}{FB} \cdot \frac{BP}{PA} \cdot \frac{AS}{SD} = 1 \Rightarrow \frac{SA}{SD} = \frac{FB}{DF} = 2 \Rightarrow SA = 2SD$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC . Lấy điểm M đối xứng với B qua A . Gọi giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAD) là G . Tính tỷ số $\frac{GM}{GN}$.

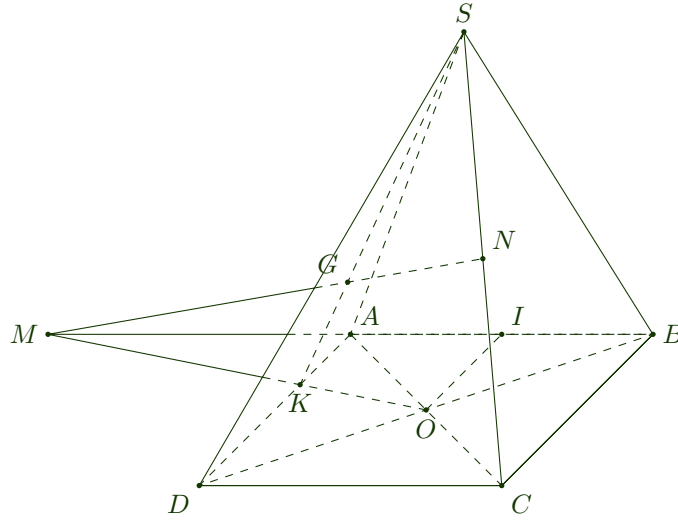
(A) $\frac{1}{2}$.

(B) $\frac{1}{3}$.

(C) 2.

(D) 3.

Lời giải.



Gọi giao điểm của AC và BD là O và kẻ OM cắt AD tại K .

Do O là trung điểm AC , N là trung điểm SC nên $ON \parallel SA$. Vậy hai mặt phẳng (MON) và (SAD) cắt nhau tại giao tuyến GK song song với NO .

Áp dụng định lý Ta-lét cho $GK \parallel ON$, ta có $\frac{GM}{GN} = \frac{KM}{KO}$. (1)

Gọi I là trung điểm AB , vì O là trung điểm BD nên theo tính chất đường trung bình thì $OI \parallel AD$.

Vậy theo định lý Ta-lét ta có $\frac{KM}{KO} = \frac{AM}{AI} = \frac{AB}{AI} = 2$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $\frac{GM}{GN} = 2$.

Chọn đáp án (C)

□

CÂU 17. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD ; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và cạnh AD . Tính tỷ số $\frac{SA}{SD}$.

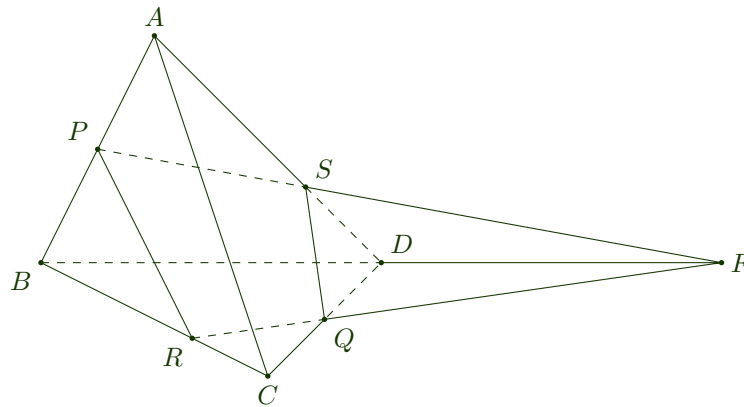
(A) $\frac{7}{3}$.

(B) 2.

(C) $\frac{5}{3}$.

(D) $\frac{3}{2}$.

☞ Lời giải.



Gọi $F = BD \cap RQ$. Nối P với F cắt AD ở S .

Ta có $\frac{DF}{FB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QD} = 1 \Rightarrow \frac{DF}{FB} = \frac{RC}{BR} = \frac{1}{2}$.

Tương tự ta có $\frac{DF}{FB} \cdot \frac{BP}{PA} \cdot \frac{AS}{SD} = 1 \Rightarrow \frac{SA}{SD} = \frac{FB}{DF} = 2$.

Chọn đáp án (B)

□

CÂU 18. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy ba điểm P, Q, R lần lượt trên ba cạnh AB, CD, BC sao cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (PQR) là S . Khẳng định nào dưới đây đúng?

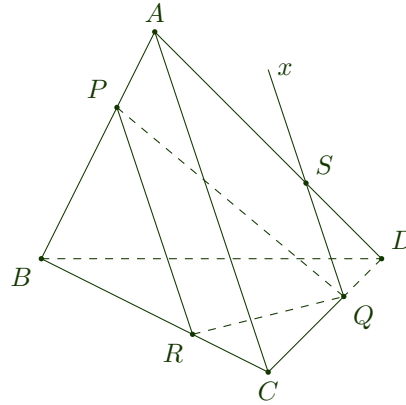
(A) $AS = 3DS$.

(B) $AD = 3DS$.

(C) $AD = 2DS$.

(D) $AS = DS$.

☞ Lời giải.



Ta có
$$\begin{cases} Q \in (PQR) \cap (ACD) \\ PR \subset (PQR) \\ AC \subset (ACD) \\ PQ \parallel AC \end{cases} \Rightarrow (PQR) \cap (ACD) = Qx \text{ với } Qx \parallel PR \parallel AC.$$

Gọi $S = Qx \cap AD \Rightarrow S = (PQR) \cap AD$.

Xét tam giác ACD có $QS \parallel AC$.

Ta có $\frac{SD}{AD} = \frac{QD}{CD} = \frac{1}{3} \Rightarrow AD = 3SD$.

Chọn đáp án (B)

□

CÂU 19. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm AB và BC . Lấy N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với (KLN) . Tính tỷ số $\frac{PA}{PD}$.

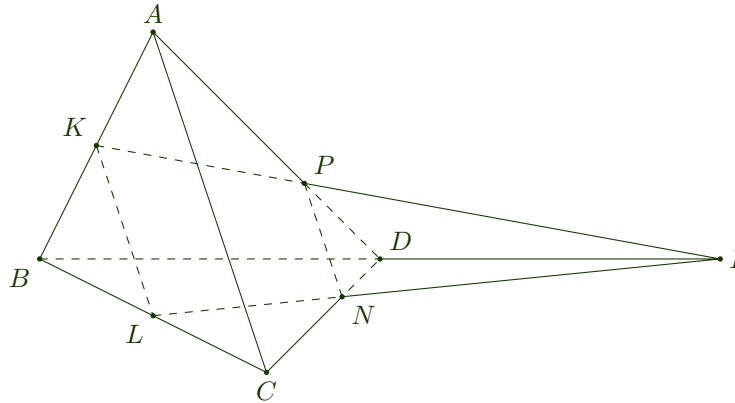
(A) $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$.

(B) $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$.

(C) $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$.

(D) $\frac{PA}{PD} = 2$.

🗨️ **Lời giải.**



Giả sử $LN \cap BD = I$. Nối KI cắt AD tại P , suy ra $AD \cap (KLN) = P$.

Ta có $KL \parallel AC \Rightarrow PN \parallel AC \Rightarrow \frac{PA}{PD} = \frac{NC}{ND} = 2$.

Chọn đáp án (D)

□

CÂU 20. Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm BD và AD . Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP) . Tính $\frac{QC}{QA}$.

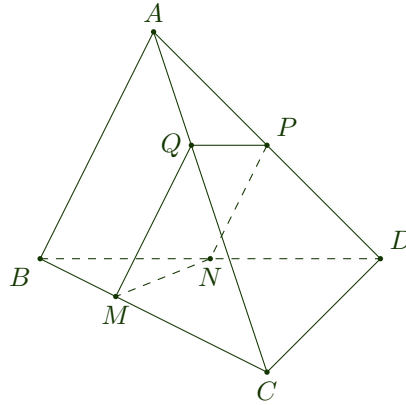
(A) $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$.

(B) $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$.

(C) $\frac{QC}{QA} = 2$.

(D) $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.

🗨️ **Lời giải.**



Ta có $NP \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (MNP)$.

Mặt khác $AB \subset (ABC)$, (ABC) và (MNP) có điểm M chung nên giao tuyến của (ABC) và (MNP) là đường thẳng $MQ \parallel AB$, $Q \in AC$.

Vậy $\frac{QC}{QA} = \frac{MC}{MB} = 2$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD . Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H . Tính $\frac{SH}{SC}$.

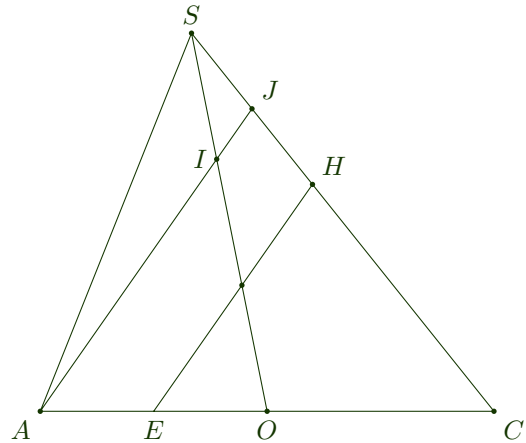
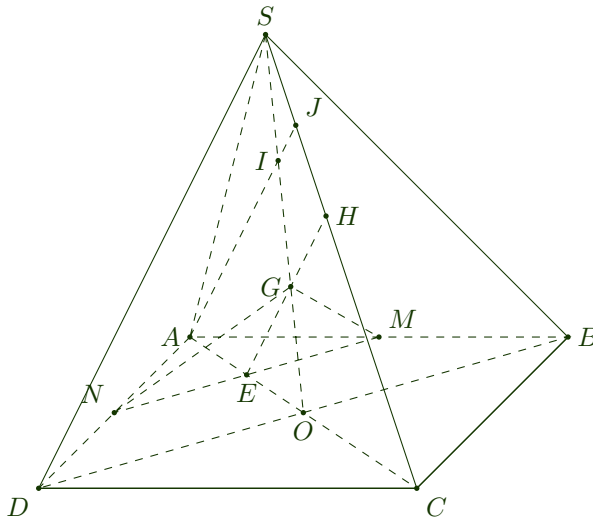
(A) $\frac{2}{5}$.

(B) $\frac{1}{4}$.

(C) $\frac{1}{3}$.

(D) $\frac{2}{3}$.

🗨️ Lời giải.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = MN \cap AC$.

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $H = EG \cap SC$.

Ta có $\begin{cases} H \in EG, EG \subset (MNG) \\ H \in SC \end{cases} \Rightarrow H = SC \cap (MNG)$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm SG và SH .

Ta có $\begin{cases} IJ \parallel HG \\ IA \parallel GE \end{cases} \Rightarrow A, I, J$ thẳng hàng.

Xét $\triangle ACJ$ có $EH \parallel AJ \Rightarrow \frac{CH}{HJ} = \frac{CE}{EA} = 3 \Rightarrow CH = 3HJ$.

Lại có $SH = 2HJ$ nên $SC = 5HJ$.

Vậy $\frac{SH}{SC} = \frac{2}{5}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 22. Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kì. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt $(SBC), (SCA), (SAB)$ theo thứ tự tại A', B', C' . Khi đó tổng tỷ số

$T = \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?

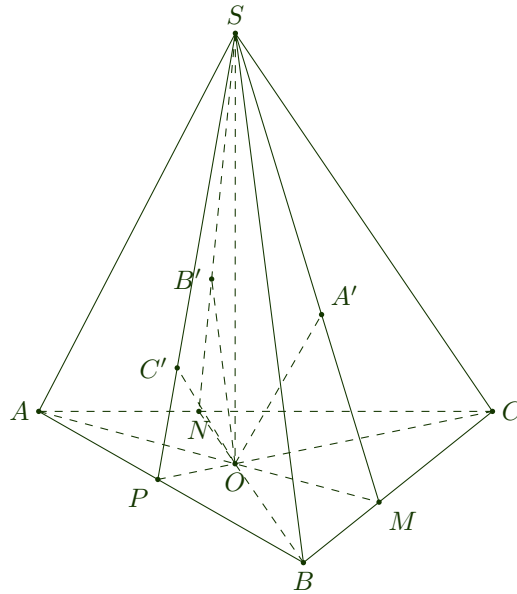
(A) $T = 3$.

(B) $T = \frac{3}{4}$.

(C) $T = 1$.

(D) $T = \frac{1}{3}$.

Lời giải.



Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của AO và BC , BO và AC , CO và AB .

$$\text{Ta có } \frac{OA'}{SA} = \frac{MO}{MA} = \frac{SCMO}{SCMA} = \frac{SBMO}{SBMA} = \frac{SCMO + SBMO}{SCMA + SBMA} = \frac{SOBC}{S_{ABC}}.$$

$$\frac{OB'}{SB} = \frac{NO}{NB} = \frac{S_{ANO}}{S_{ANB}} = \frac{S_{CNO}}{S_{CNB}} = \frac{S_{ANO} + S_{CNO}}{S_{ANB} + S_{CNB}} = \frac{SOAC}{S_{ABC}}.$$

$$\frac{OC'}{SC} = \frac{PO}{PC} = \frac{S_{APO}}{S_{APC}} = \frac{S_{BPO}}{S_{BPC}} = \frac{S_{APO} + S_{BPO}}{S_{APC} + S_{BPC}} = \frac{SOAB}{S_{ABC}}.$$

$$\text{Từ đó } T = \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC} = \frac{SOBC}{S_{ABC}} + \frac{SOAC}{S_{ABC}} + \frac{SOAB}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1.$$

Chọn đáp án **C**

□

Dạng 3. Sử dụng yếu tố song song để tìm giao tuyến

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và $(ABCD)$ là

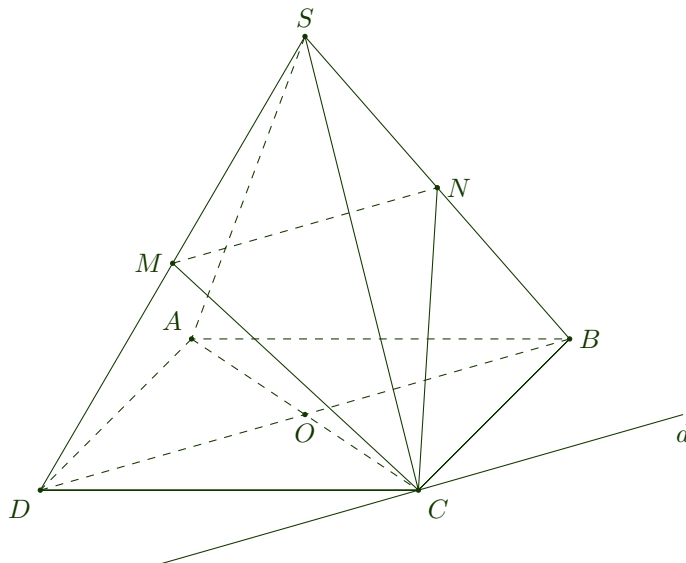
A Đường thẳng CI , với $I = MN \cap BD$.

B Đường thẳng MN .

C Đường thẳng BD .

D Đường thẳng d đi qua C và $d \parallel BD$.

Lời giải.



Ta có M, N là trung điểm của SB, SD nên MN là đường trung bình của tam giác SBD .
Suy ra $MN \parallel BD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} C \in (CMN) \cap (ABCD) \\ MN \subset (CMN) \\ BD \subset (ABCD) \\ MN \parallel BD \end{cases} \Rightarrow (CMN) \cap (ABCD) = d \parallel MN \parallel BD \text{ (} d \text{ đi qua } C\text{)}.$$

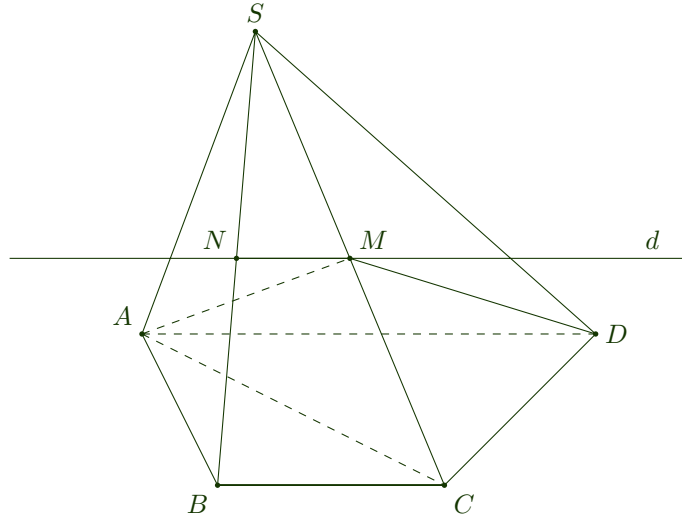
Chọn đáp án (D)

□

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MAD) . Kết luận nào sau đây là sai?

- (A) d cắt SB . (B) $d \parallel AD$. (C) d cắt SA . (D) d và AC chéo nhau.

🗨️ Lời giải.



$$\text{Ta có } \begin{cases} M \in (SBC) \cap (MAD) \\ BC \parallel AD \\ d = (SBC) \cap (MAD) \end{cases} \Rightarrow d \text{ đi qua } M, d \parallel BC.$$

Do đó d cắt SB , d và SA chéo nhau

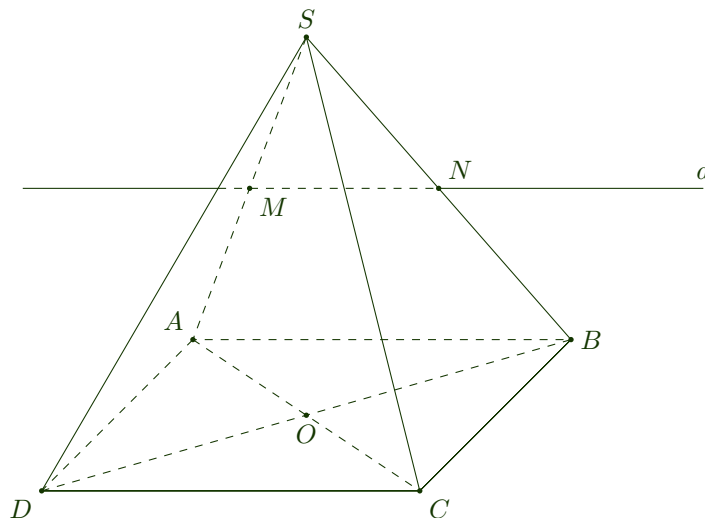
Chọn đáp án (C)

□

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SA , (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(ABCD)$, $d = (\alpha) \cap (SAB)$. Khi đó

- (A) d là đường thẳng đi qua M và song song AD . (B) d là đường thẳng đi qua M và song song BC .
(C) d là đường thẳng đi qua M và song song AC . (D) d là đường thẳng đi qua M và song song AB .

🗨️ Lời giải.



$$\text{Vì } \begin{cases} (\alpha) \parallel (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ M \in (SAB) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \cap (SAB) = d \end{cases} \Rightarrow d \text{ đi qua } M \text{ và song song } AB.$$

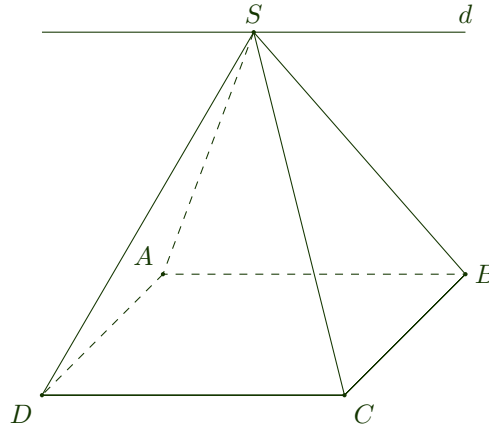
Chọn đáp án (D)

□

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

- (A) Đường thẳng qua S và song song với AD .
 (B) Đường thẳng qua S và song song với CD .
 (C) Đường SO với O là tâm hình bình hành.
 (D) Đường thẳng qua S và cắt AB .

Lời giải.



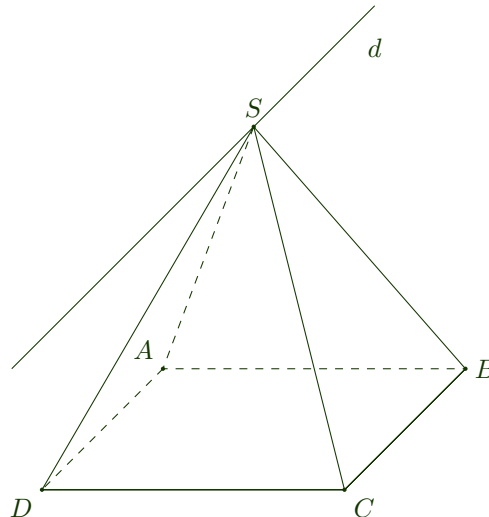
$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d, \text{ với } d \text{ qua } S \text{ và song song } AB, CD.$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- (A) $(SAD) \cap (SBC)$ là đường thẳng qua S và song song AC .
 (B) $(SAB) \cap (SAD) = SA$.
 (C) $AD \parallel (SBC)$.
 (D) SA và CD chéo nhau.

Lời giải.



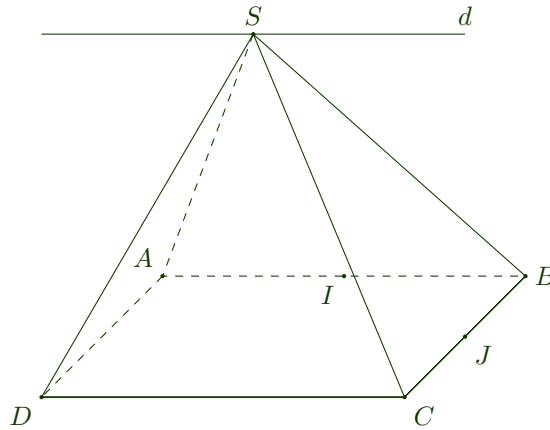
$$\text{Ta có } \begin{cases} AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \\ (SAD) \cap (SBC) = d \end{cases} \Rightarrow d \text{ qua } S \text{ và song song } AD, BC.$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J là trung điểm AB và CB . Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với

- (A) AD .
 (B) IJ .
 (C) BJ .
 (D) BI .

Lời giải.



$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d, \text{ với } d \text{ qua } S \text{ và song song } AB, CD.$$

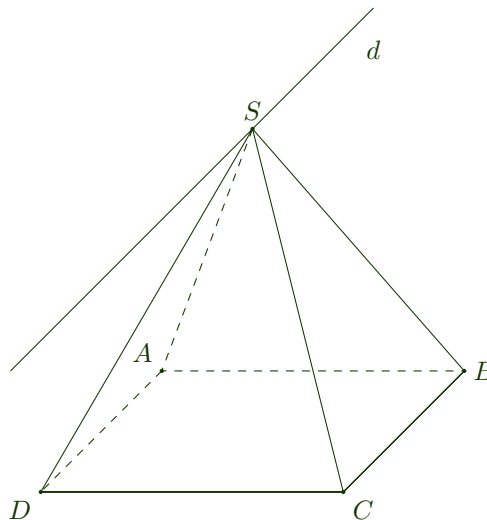
Vậy giao tuyến cần tìm song song BI .

Chọn đáp án (D)

CÂU 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $(ABCD)$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Đường thẳng d đi qua S và song song với AB .
 (B) Đường thẳng d đi qua S và song song với DC .
 (C) Đường thẳng d đi qua S và song song với BC .
 (D) Đường thẳng d đi qua S và song song với BD .

 **Lời giải.**



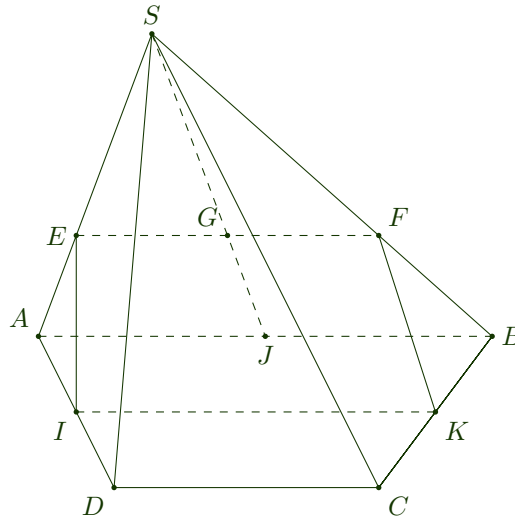
$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \subset (SBC) \\ AD \subset (SAD) \\ BC \parallel AD \\ S \in (SBC) \cap (SAD) \end{cases} \Rightarrow (SBC) \cap (SAD) = d, \text{ với } d \text{ qua } S \text{ và song song } BC, AD.$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AB \parallel CD)$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm AD và BC ; G là trọng tâm tam giác SAB . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (IKG) và (SAB) là

- (A) Đường thẳng qua S và song song AB, IK .
 (B) Đường thẳng qua S và song song AD .
 (C) Đường thẳng qua G và song song BC .
 (D) Đường thẳng qua G và song song AB, IK .

 **Lời giải.**



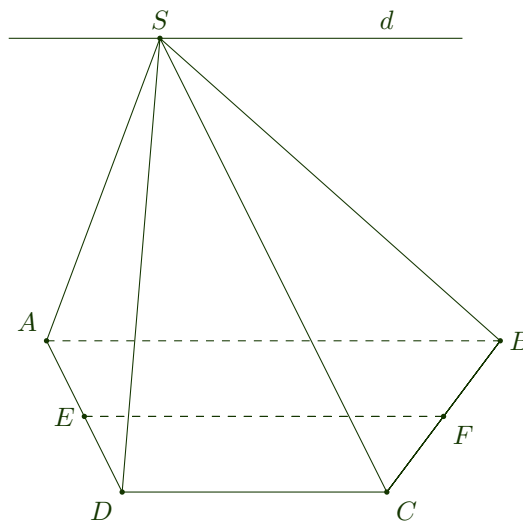
$$\text{Ta có } \begin{cases} IK \subset (IKG) \\ AB \subset (SAB) \\ IK \parallel AB \\ G \in (IKG) \cap (SAB) \end{cases} \Rightarrow (IKG) \cap (SAB) = d, \text{ với } d \text{ qua } G \text{ và song song } AB, IG.$$

Chọn đáp án **(D)**

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- ☐ A Đường thẳng đi qua S và giao điểm của hai đường thẳng AB và SC .
☐ B Đường thẳng đi qua S và song song AD .
☐ C Đường thẳng đi qua S và song song AF .
☐ D Đường thẳng đi qua S và song song EF .

Lời giải.



$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d, \text{ với } d \text{ qua } S \text{ và song song } AB, CD.$$

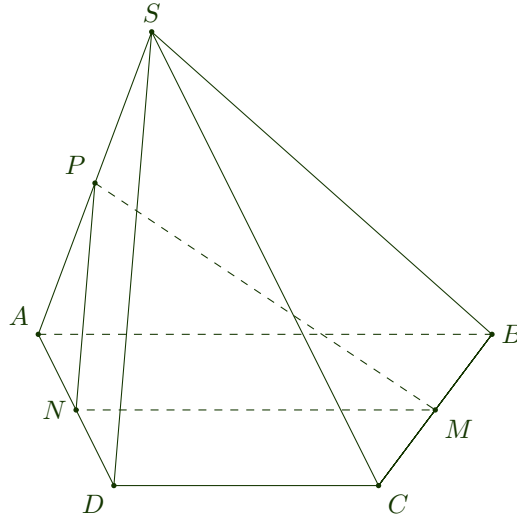
Lại có $AB \parallel EF$ nên giao tuyến song song EF .

Chọn đáp án (D)

CÂU 10. Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, AD và SA . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là

- A** Đường thẳng qua M và song song BC .
B Đường thẳng qua P và song song AB .
C Đường thẳng PM .
D Đường thẳng qua S và song song AB .

Lời giải.



$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel AB \\ MN \subset (PMN), AB \subset (SAB) \\ P \in (PMN) \cap (SAB) \\ (PMN) \cap (SAB) = d \end{cases} \Rightarrow d \text{ đi qua } P \text{ và song song } MN, AB.$$

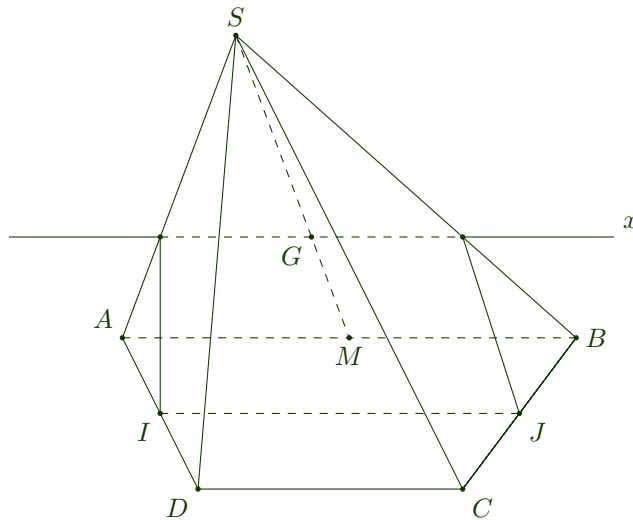
Chọn đáp án (B)



CÂU 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC ; G là trọng tâm tam giác SAB . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

- (A) Đường thẳng qua S và song song AB . (B) Đường thẳng qua G và song song DC .
(C) SC . (D) Đường thẳng qua G và cắt BC .

 **Lời giải.**



$$\text{Ta có } \begin{cases} IJ \parallel AB \\ IJ \subset (GIJ), AB \subset (SAB) \Rightarrow Gx = (GIJ) \cap (SAB), Gx \parallel AB \parallel CD. \\ G \in (GIJ) \cap (SAB) \end{cases}$$

Chọn đáp án (B)

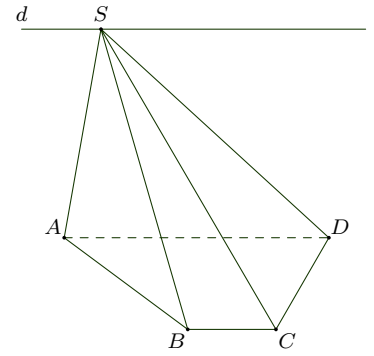


CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

- (A) Đường thẳng đi qua S và song song với AB . (B) Đường thẳng đi qua S và song song với CD .
(C) Đường thẳng đi qua S và song song với AC . (D) Đường thẳng đi qua S và song song với AD .

 **Lời giải.**

Ta có hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có 1 điểm chung là S và lần lượt chứa hai đường thẳng AD và BC song song nhau nên giao tuyến d của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) đi qua S và song song AD, BC .



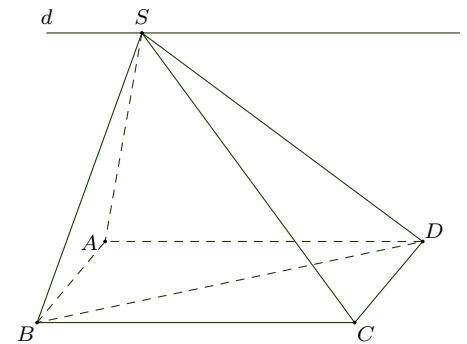
Chọn đáp án (D)

CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

- (A) AD . (B) AC . (C) DC . (D) BD .

Lời giải.

Ta có $AD \parallel BC \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d$, với d là đường thẳng đi qua S và song song với AD .



Chọn đáp án (A)

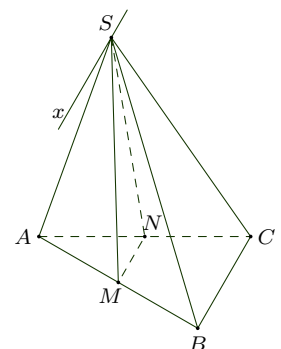
CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SBC) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

- (A) AC . (B) BC . (C) AB . (D) SA .

Lời giải.

Xét $\triangle ABC$ có M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC nên MN là đường trung bình suy ra $MN \parallel BC$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SMN) \cap (SBC) \\ MN \subset (SMN); BC \subset (SBC) \Rightarrow (SMN) \cap (SBC) = Sx \parallel MN \parallel BC. \\ MN \parallel BC \end{cases}$$



Chọn đáp án (B)

CÂU 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . M là một điểm bất kì thuộc cạnh SC , H là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

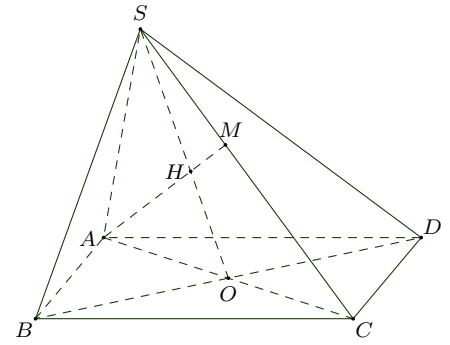
- (A) H là giao điểm của AM và SD . (B) H là giao điểm của AM và SB .
(C) H là giao điểm của AM và BD . (D) H là giao điểm của AM và SO .

Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ $AM \cap SO = \{H\}$.

Ta có: $\begin{cases} H \in AM \\ H \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow H = AM \cap (SBD)$.



Chọn đáp án (D)

□

📁 Dạng 4. Sử dụng yếu tố song song tìm thiết diện

CÂU 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC . Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

(A) $AB = BC$.

(B) $BC = AD$.

(C) $AC = BD$.

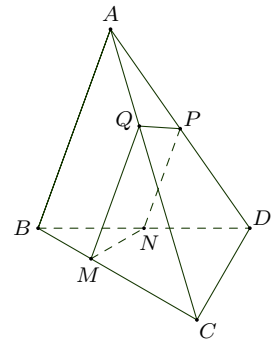
(D) $AB = CD$.

💬 **Lời giải.**

Xét tam giác ABD có MN là đường trung bình nên $MN \parallel BD, MN = \frac{1}{2}BD$.

Tương tự tam giác BCD có PQ là đường trung bình nên $PQ \parallel BD, PQ = \frac{1}{2}BD$.

Tứ giác $MNPQ$ có $MN \parallel PQ, MN = PQ$ suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Để $MNPQ$ là hình thoi thì $MN = PQ$ hay $BD = AC$.



Chọn đáp án (C)

□

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA . Thiết diện của mặt phẳng (MCD) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

(A) Tam giác.

(B) Hình bình hành.

(C) Hình thang.

(D) Hình thoi.

💬 **Lời giải.**

Gọi N là trung điểm của SB . Do $MN \parallel AB, AB \parallel CD \Rightarrow MN \parallel CD$.

Như vậy suy ra N thuộc mặt phẳng (MCD) . Ta có: $\begin{cases} (MCD) \cap (SAD) = MD \\ (MCD) \cap (SAB) = MN \\ (MCD) \cap (SBC) = NC \\ (MCD) \cap (ABCD) = CD \end{cases}$

Vậy tứ giác $MNCD$ là thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (MCD) .

Kết hợp với $MN \parallel CD$, suy ra $MNCD$ là hình thang.

Chọn đáp án (C)

□

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC, AD = 2BC$. M là trung điểm của SA . Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp theo thiết diện là

(A) Hình bình hành.

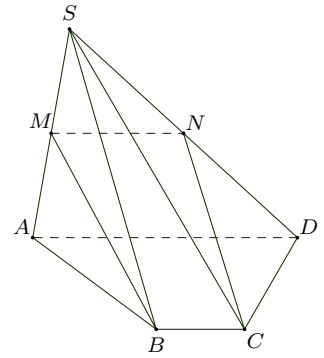
(B) Tam giác.

(C) Hình chữ nhật.

(D) Hình thang.

💬 **Lời giải.**

Ta có $(BMC) \cap (ABCD) = BC$, $(BMC) \cap (SAB) = BM$.
 $(BMC) \cap (SAD) = Mx$, $Mx \parallel AD \parallel BC$, $Mx \cap SD = N$, $(BMC) \cap (SCD) = NC$.
 Suy ra thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MBC) là tứ giác $BMNC$. Ta có

$$\begin{cases} MN = \frac{1}{2}AD \\ MN \parallel AD \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} MN = BC \\ MN \parallel BC \end{cases} \text{ nên thiết diện } BMNC \text{ là hình bình hành.}$$


Chọn đáp án (A)

CÂU 4. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB , AD lần lượt lấy các điểm M , N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P , Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD , CB . Khẳng định nào sau đây là đúng

- (A) Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
- (B) Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang nhưng không phải hình bình hành.
- (C) Bốn điểm M , N , P , Q đồng phẳng.
- (D) Tứ giác $MNPQ$ không có cặp cạnh đối nào song song.

Lời giải.

Ta có $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN \parallel BD$ và $\frac{MN}{BD} = \frac{1}{3}$.

Mặt khác vì PQ là đường trung bình của tam giác $BCD \Rightarrow PQ = \frac{1}{2}BD$, $PQ \parallel BD$.

Từ suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình thang, nhưng không là hình bình hành.

Chọn đáp án (B)

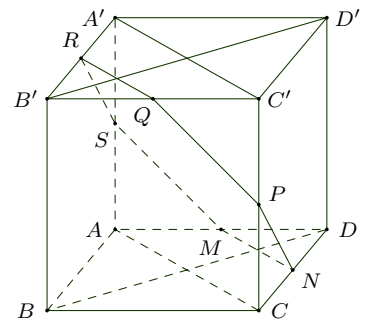
CÂU 5. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm các cạnh AB , BC , CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình

- (A) Tam giác.
- (B) Tứ giác.
- (C) Ngũ giác.
- (D) Lục giác.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} MN \parallel AC \\ NP \parallel AB' \end{cases} \Rightarrow (MNP) \parallel (AB'C)$.

$\Rightarrow (MNP)$ cắt hình lập phương theo thiết diện là lục giác.



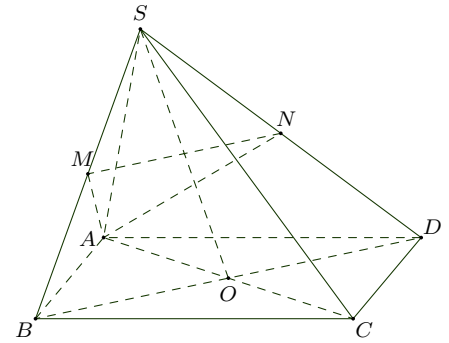
Chọn đáp án (D)

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD , điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$ và O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.
- (B) Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.
- (C) Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.
- (D) Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

Lời giải.

MN không song song với BD . Suy ra trong (SBD) ta có MN cắt BD . Do đó đáp án “Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$ ” đúng.
Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau. Hiển nhiên đúng do $S.ABCD$ là hình chóp. Do đó đáp án “Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau” đúng.
Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau vì chúng cùng nằm trong mặt phẳng (SBD) . Do đó đáp án “Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau” đúng.



Chọn đáp án (A)

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB . Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD , thiết diện thu được là hình gì?

- (A) Tam giác đều. (B) Tam giác vuông. (C) Hình bình hành. (D) Ngũ giác.

🗨️ **Lời giải.**

Gọi α là mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD .

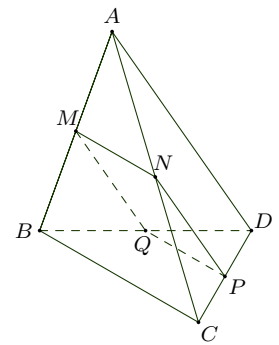
Xét (α) và (ABD) có $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (ABD) = MQ$ với Q là trung điểm BD .

Xét (α) và $(MNPQ)$ có $\begin{cases} Q \in (\alpha) \cap (BCD) \\ (\alpha) \parallel BC \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (BCD) = QP$ với P là trung điểm CD .

Xét (α) và (ACD) có $\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (ACD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (ACD) = NP$ với N là trung điểm AC .

Mà MN, PQ là hai đường trung bình của tam giác ABC và DBC . Nên ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ. \end{cases}$

M Vậy thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.



Chọn đáp án (C)

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD , N là điểm trên cạnh SB sao cho $SN = 2SB$, O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây **sai** ?

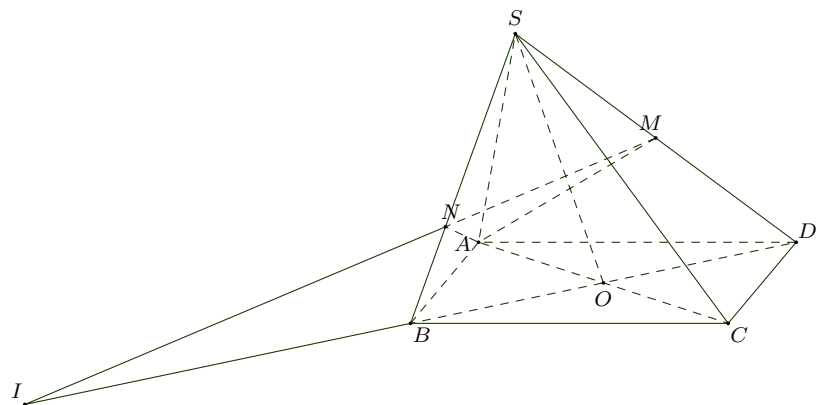
- (A) Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.
(B) Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.
(C) Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.
(D) Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.

🗨️ **Lời giải.**

$MN \cap BD = I \Rightarrow MN \cap (ABCD) = I$. nên “Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$ ” đúng.

Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau do cùng nằm trong mặt phẳng (SBD) và không song song nên “Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau” đúng.

Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau vì không cùng nằm trong một mặt phẳng nên “Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau” đúng.



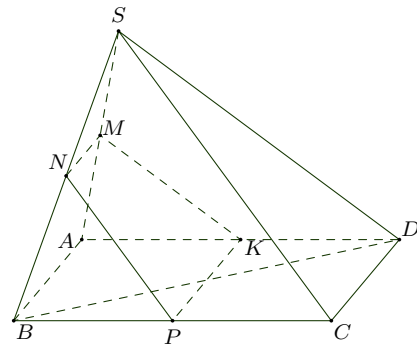
Chọn đáp án (B)

CÂU 9. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và BC . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là

- (A) Tứ giác $MNPK$ với K là điểm tùy ý trên cạnh AD .
(B) Tam giác MNP .
(C) Hình bình hành $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.
(D) Hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.

🗨️ **Lời giải.**

Vì $MN \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (MNP)$ mà $AB \subset (ABCD)$ nên $mp(MNP)$ cắt $mp(ABCD)$ theo giao tuyến là đường thẳng qua P và song song với AB .
 Trong $mp(ABCD)$, qua P kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD tại $K \Rightarrow MN \parallel PK$.
 Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK \parallel AB$.



Chọn đáp án (D)

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của OB , (α) là mặt phẳng đi qua M , song song với AC và song song với SB . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

- (A) Lục giác. (B) Ngũ giác. (C) Tam giác. (D) Tứ giác.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (ABCD) \supset AC \parallel (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = d_1 \text{ đi qua } M \text{ và song song với } AC.$$

Trong $(ABCD)$, gọi I, H lần lượt là giao điểm của d_1 với AB và BC . Khi đó, I và H lần lượt là trung điểm của AB và BC .

Ta lại có:

$$\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (SAB) \\ (SAB) \supset SB \parallel (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SAB) = d_2 \text{ đi qua } I \text{ và song song với } SB.$$

Trong (SAB) , gọi J là giao điểm của d_2 với SA . Khi đó, J là trung điểm của SA .

$$\begin{cases} H \in (\alpha) \cap (SBC) \\ (SBC) \supset SB \parallel (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = d_3 \text{ đi qua } H \text{ và song song với } SB.$$

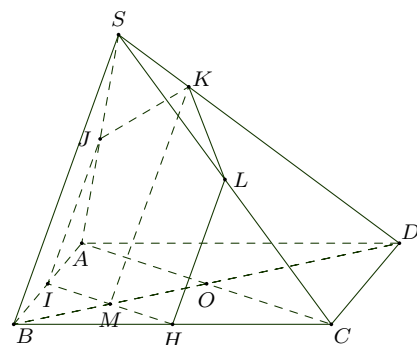
Trong (SBC) , gọi L là giao điểm của d_3 với SC . Khi đó, L là trung điểm của SC .

$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SBD) \\ (SBD) \supset SB \parallel (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBD) = d_4 \text{ đi qua } M \text{ và song song với } SB.$$

Trong (SBD) , gọi K là giao điểm của d_4 với SD .

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là ngũ giác $HIJKL$.

Chọn đáp án (B)



CÂU 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- (A) Tam giác MNE .
 (B) Tứ giác $MNEF$ với E là điểm bất kì trên cạnh BD .
 (C) Hình bình hành $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.
 (D) Hình thang $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF \parallel BC$.

Lời giải.

Do M, N lần lượt là trung điểm của $AB, AC \Rightarrow MN \parallel BC$.

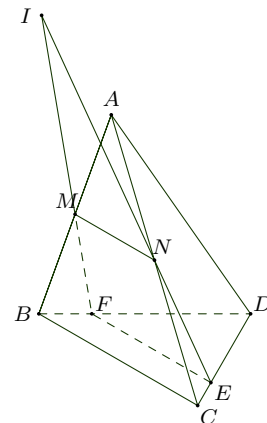
Ta có

$$\begin{cases} E \in (MNE) \cap (BCD) \\ MN \subset (MNE), BC \subset (BCD) \Rightarrow (MNE) \cap (BCD) = EF \parallel MN \parallel BC \quad (F \in BD). \\ MN \parallel BC \end{cases}$$

Ta có: $(MNE) \cap (ABC) = MN$, $(MNE) \cap (ACD) = NE$, $(MNE) \cap (BCD) = EF$, $(MNE) \cap (ABD) = FM$.

Vậy thiết diện là hình thang $MNEF$.

Xét $\triangle CAD$ có $\frac{CN}{CA} = \frac{1}{2} \neq \frac{CE}{CD} = \frac{1}{4} \Rightarrow EN \cap AD = I$.



Ta có
$$\left. \begin{aligned} (MNE) \cap (ABD) &= FM \\ (ABD) \cap (ACD) &= AD \\ (MNE) \cap (ACD) &= EN \\ EN \cap AD &= I \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN, AD, FM \text{ đồng qui tại } I. \text{ Do đó } MNEF \text{ không thể là hình bình hành.}$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ với các cạnh đáy là AB, CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Tìm k với $AB = kCD$ để thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình bình hành.

(A) $K = 4$.

(B) $K = 2$.

(C) $K = 1$.

(D) $k = 3$.

Lời giải.

Dễ thấy giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (SAB) là đường thẳng Gx đi qua G và song song với các đường thẳng AB, IJ . Giao tuyến Gx cắt SA tại M và cắt SB tại N . Thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình thang $IJNM$ vì $IJ \parallel MN$.

IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$ nên ta có

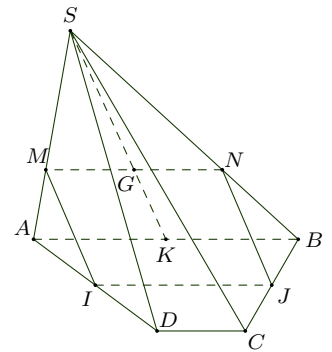
$$IJ = \frac{AB + CD}{2} = \frac{kCD + CD}{2} = \frac{k+1}{2}CD.$$

G là trọng tâm tam giác SAB nên $MN = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3}kCD$.

Để $IJNM$ là hình bình hành ta cần phải có $IJ = MN$

$$\Leftrightarrow \frac{k+1}{2}CD = \frac{2}{3}kCD \Leftrightarrow \frac{k+1}{2} = \frac{2k}{3} \Leftrightarrow k = 3.$$

Chọn đáp án (D)



CÂU 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

(A) Tam giác MNE .

(B) Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD .

(C) Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD mà EF song song với BC .

(D) Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC .

Lời giải.

Chọn đáp án (D)

CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của SA, SB, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI} = \frac{3}{4}$. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là

(A) hình thang.

(B) hình tam giác.

(C) hình bình hành.

(D) hình ngũ giác.

Lời giải.

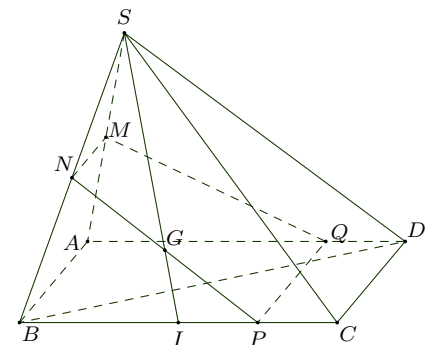
Xét trong mặt phẳng (SBC) ta có $NG \cap BC = \{P\}$.

Vì $MN \parallel AB$ nên $(MNG) \cap (ABCD)$ theo giao tuyến đi qua P song song với AB, CD và cắt AD tại Q .

$$\text{Do đó: } \begin{cases} (MNG) \cap (SAB) = MN \\ (MNG) \cap (SBC) = NP \\ (MNG) \cap (ABCD) = PQ \\ (MNG) \cap (SAD) = QM \end{cases}$$







Suy ra: Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là tứ giác $MNPQ$.

Chọn đáp án (A)



MỤC LỤC

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN	1
Bài 10. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian	1
(A) Tóm tắt lý thuyết	1
(B) Hệ thống bài tập	2
Dạng 1. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng	2
Dạng 2. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng	3
Dạng 3. Bài toán thiết diện	5
Dạng 4. Chứng minh ba điểm thẳng hàng – ba đường thẳng đồng quy	6
(C) Hệ thống bài tập trắc nghiệm	8
Dạng 1. Lý thuyết	8
Dạng 2. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng	9
Dạng 3. Tìm giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng	10
Dạng 4. Tìm thiết diện	11
Dạng 5. Đồng quy, thẳng hàng	13
Dạng 6. Tỷ số	14
Bài 11. Hai đường thẳng song song	16
(A) Lý thuyết	16
(B) Hệ thống bài tập	16
Dạng 1. Chứng minh hai đường thẳng song song	17
Dạng 2. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng	20
(C) Hệ thống bài tập trắc nghiệm	23
Dạng 1. Câu hỏi lý thuyết	23
Dạng 2. Một số bài toán liên quan đến hai đường thẳng song song	24
Dạng 3. Sử dụng yếu tố song song để tìm giao tuyến	26
Dạng 4. Sử dụng yếu tố song song tìm thiết diện	28
LỜI GIẢI CHI TIẾT	30
Bài 10. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian	30
(A) Tóm tắt lý thuyết	30
(B) Hệ thống bài tập	31
Dạng 1. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng	31
Dạng 2. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng	35
Dạng 3. Bài toán thiết diện	41
Dạng 4. Chứng minh ba điểm thẳng hàng – ba đường thẳng đồng quy	45
(C) Hệ thống bài tập trắc nghiệm	49
Dạng 1. Lý thuyết	49
Dạng 2. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng	51
Dạng 3. Tìm giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng	55
Dạng 4. Tìm thiết diện	60
Dạng 5. Đồng quy, thẳng hàng	68
Dạng 6. Tỷ số	70
Bài 11. Hai đường thẳng song song	77
(A) Lý thuyết	77
(B) Hệ thống bài tập	77
Dạng 1. Chứng minh hai đường thẳng song song	78

	Dạng 2. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.....	86
	Hệ thống bài tập trắc nghiệm.....	93
	Dạng 1. Câu hỏi lý thuyết.....	93
	Dạng 2. Một số bài toán liên quan đến hai đường thẳng song song.....	96
	Dạng 3. Sử dụng yếu tố song song để tìm giao tuyến.....	106
	Dạng 4. Sử dụng yếu tố song song tìm thiết diện.....	113

