

## QUICK NOTE

QUICK NOTE

160	161	161	162	162	162	163	163	163	164	164	164	164
165	165	165	165	165	166	166	166	166	167	167	168	168
168	168	169	169	170	171	171	172	172	174			

Biết rằng học sinh có chiều cao thuộc  $[160; 167]$  sẽ mua cỡ áo M. Có bao nhiêu học sinh mua cỡ áo M?

- ☐ A 22.
- ☐ B 6.
- ☐ C 15.
- ☐ D 20.

**CÂU 9.** Thời gian xem ti vi trong tuần (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	$[0; 4)$	$[4; 8)$	$[8; 12)$	$[12; 16)$	$[16; 20)$
Số học sinh	6	12	4	4	2

Giá trị đại diện của nhóm  $[12; 16)$  là

- ☐ A 12.
- ☐ B 14.
- ☐ C 10.
- ☐ D 16.

**CÂU 10.** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_n = 2 \cdot 3^n$ . Công thức truy hồi của dãy số  $(u_n)$  là

- ☐ A  $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 6u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$
- ☐ B  $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$
- ☐ C  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 3u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$
- ☐ D  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 6u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$

**CÂU 11.** Cho dãy số  $(u_n)$ , với  $u_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)}, \forall n = 1; 2; 3 \dots$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- ☐ A Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên và không bị chặn dưới.
- ☐ B Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và không bị chặn trên.
- ☐ C Dãy số  $(u_n)$  bị chặn.
- ☐ D Dãy số  $(u_n)$  không bị chặn.

**Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**CÂU 12.** Một công ty khảo sát mức chi tiêu (triệu đồng/tháng) của 150 khách hàng, kết quả được cho trong bảng:

Khoảng chi tiêu	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$
Số khách hàng	25	40	45	30	10

Mệnh đề	Đ	S
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 150.		
b) Giá trị trung bình của mẫu số liệu khoảng 8,8.		
c) $Q_1 \approx 6,9$ .		
d) $Q_3 \approx 10,7$ .		

**CÂU 13.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{\sin^2 x + 1}{\cos 2x}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .		
b) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.		
c) $\sin^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ .		
d) Đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại vô số điểm có hoành độ dạng $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .		

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 14.** Khai triển  $\cos 4\alpha$  theo  $\cos \alpha$  ta được biểu thức  $a \cos^4 \alpha + b \cos^2 \alpha + c$ . Giá trị biểu thức  $a - b + c$  bằng

KQ:

**CÂU 15.** Cho hai phương trình  $\cos 3x - 1 = 0$ ;  $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ . Biết nghiệm chung của hai phương trình có dạng  $x = \pm \frac{a\pi}{b} + kc\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính  $a + b + c$ .

KQ:

**CÂU 16.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_{27} + u_2 = 83$ . Khi đó tổng 28 số hạng đầu tiên của cấp số cộng  $(u_n)$  là

KQ:

**CÂU 17.** Cho  $a < b < c$  là ba số nguyên. Biết  $a, b, c$  theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng và  $a, c, b$  theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $c$ .

KQ:

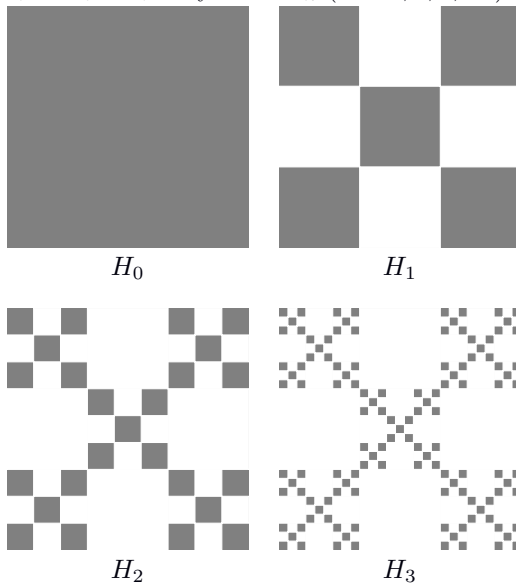
#### Phần IV. Câu hỏi tự luận.

**CÂU 18.** Cho  $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}; 0)$  và  $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$ . Tìm  $\cos \alpha$ ,  $\tan \alpha$ ,  $\cot \alpha$ .

**CÂU 19.** Tìm tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17. \end{cases}$

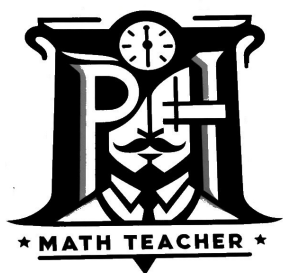
**CÂU 20.** Hàng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h$  (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian  $t$  (giờ) ( $0 \leq t \leq 24$ ) được mô tả bởi công thức  $h = A \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + B$ , với  $A, B$  là các số thực dương cho trước. Biết độ sâu của mực nước lớn nhất là 15 mét khi thủy triều lên cao và khi thủy triều xuống thấp thì độ sâu của mực nước thấp nhất là 9 mét. Tính thời điểm độ sâu của mực nước là 13,5 mét (tính chính xác đến  $\frac{1}{100}$  giờ).

**CÂU 21.** Cho hình vuông  $H_0$  cạnh bằng 1 đơn vị độ dài. Chia hình vuông  $H_0$  thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình  $H_1$ . Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của  $H_1$  thành chín hình vuông, rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình  $H_2$ . Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình  $H_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).



Tính tổng diện tích và tổng chu vi tất cả hình vuông được tô màu trong hình  $H_5$ .

#### QUICK NOTE



ĐIỂM: \_\_\_\_\_

"It's not how much time you have, it's how you use it."

### QUICK NOTE

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

## ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ I

### TOÁN 11 — ĐỀ 2

#### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.**  $\sin \alpha > 0$  khi điểm cuối của cung  $\alpha$  trên đường tròn lượng giác thuộc các góc phần tư thứ

- ☐ A I và III. ☐ B I và II. ☐ C II và IV. ☐ D I và IV.

**CÂU 2.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- ☐ A  $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$ . ☐ B  $\tan(\pi + \alpha) = -\tan \alpha$ .  
☐ C  $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ . ☐ D  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$ .

**CÂU 3.** Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- ☐ A  $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$ . ☐ B  $\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$ .  
☐ C  $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$ . ☐ D  $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$ .

**CÂU 4.** Rút gọn biểu thức  $\sin(a - 17^\circ) \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cos(a - 17^\circ)$ , ta được

- ☐ A  $\sin 2a$ . ☐ B  $\cos 2a$ . ☐ C  $-\frac{1}{2}$ . ☐ D  $\frac{1}{2}$ .

**CÂU 5.** Hàm số  $y = \sin x$  tuần hoàn với chu kỳ là

- ☐ A  $\frac{\pi}{2}$ . ☐ B  $\frac{\pi}{3}$ . ☐ C  $2\pi$ . ☐ D  $\pi$ .

**CÂU 6.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \frac{3 \tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$ .

- ☐ A  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . ☐ B  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
☐ C  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . ☐ D  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

**CÂU 7.** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau đây, dãy số nào là dãy số bị chặn?

- ☐ A  $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$ . ☐ B  $u_n = n + \frac{1}{n}$ . ☐ C  $u_n = 2^n + 1$ . ☐ D  $u_n = \frac{n}{n+1}$ .

**CÂU 8.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = -2$  và công sai  $d = 3$  thì số hạng  $u_5$  bằng

- ☐ A 7. ☐ B 10. ☐ C 5. ☐ D 6.

**CÂU 9.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội dương và  $u_2 = \frac{1}{5}$ ,  $u_4 = 5$ . Tính công bội  $q$ .

- ☐ A 5. ☐ B 25. ☐ C  $\frac{1}{5}$ . ☐ D 125.

**CÂU 10.** Mẫu số liệu sau cho biết phân bố theo độ tuổi của dân số Việt Nam năm 2019

Độ tuổi	Dưới 15	Từ 15 đến 65	Từ 65 trở lên
Số người	23371882	65420451	7416651

Số dân Việt Nam năm 2019 là

- ☐ A 73837102. ☐ B 72837102. ☐ C 95208984. ☐ D 96208984.

**CÂU 11.** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là

- ☐ A [20; 40). ☐ B [60; 80). ☐ C [40; 60). ☐ D [80; 100).

**CÂU 12.** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

- A** [20; 40).      **B** [60; 80).      **C** [40; 60).      **D** [80; 100).

**Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**CÂU 13.** Một cửa hàng đồng hồ khảo sát số tiền (triệu đồng) mà khách hàng sẵn sàng chi cho một chiếc đồng hồ cao cấp. Kết quả được cho như sau:

Mức giá	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số khách hàng	22	58	40	20

Mệnh đề	Đ	S
a) Cỡ mẫu là 140.		
b) Trung bình cộng khoảng 20,1.		
c) $Q_1 \approx 16,7$ .		
d) $Q_3 \approx 23,1$ .		

**CÂU 14.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 4u_n - 1 \end{cases}$  (với  $(n \in \mathbb{N}^*)$ ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

Mệnh đề	Đ	S
a) Số hạng thứ năm của dãy số là 685.		
b) Đặt $v_n = u_n - \frac{1}{3}$ thì $(v_n)$ là cấp số nhân.		
c) Số hạng tổng quát $u_n = \frac{8}{3} \cdot 4^{n-1} + \frac{1}{3}$ .		
d) $S_8 = 58\,256$ .		

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 15.** Biết hàm số  $y = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x - 1$  có tập giá trị là  $[m; M]$ . Giá trị của  $M + m$  bằng

KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 16.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = 0$  thuộc  $(0; 5\pi)$  bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần chục)

KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 17.** Vào năm 2023, nhiệt độ trung bình của thành phố A là khoảng  $29,5^\circ C$ . Giả sử do biến đổi khí hậu nên mỗi năm nhiệt độ trung bình của thành phố A đều tăng thêm khoảng  $0,1^\circ C$ . Hãy ước tính kể từ năm nào thì nhiệt độ trung bình của thành phố A đạt từ  $35^\circ C$  trở lên.

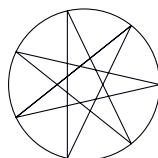
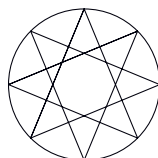
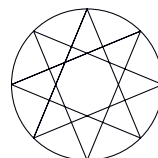
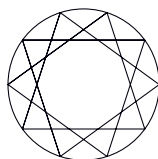
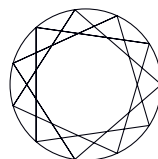
KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 18.** Với mỗi số nguyên dương  $n$ , lấy  $n + 6$  điểm cách đều nhau trên đường tròn. Nối mỗi điểm với điểm cách nó hai điểm trên đường tròn đó để tạo thành các ngôi sao như dưới.

QUICK NOTE

## QUICK NOTE

 $n = 1$  $n = 2$  $n = 3$  $n = 4$  $n = 5$ 

Gọi  $u_n$  là số đo góc ở đỉnh tính theo đơn vị độ của mỗi ngôi sao thì ta được dãy số  $(u_n)$ .  
 Tính  $u_6$ .

KQ: 

--	--	--	--

**Phần IV. Câu hỏi tự luận.**

**CÂU 19.** Cho góc  $\alpha \in (-\pi; -\frac{\pi}{2})$  và  $\tan \alpha = 3$ . Tìm các GTLG của  $\alpha$ .

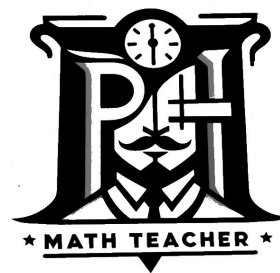
**CÂU 20.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_5 = -15$ ,  $u_{20} = 60$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

**CÂU 21.** Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ  $40^\circ$  bắc trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận được cho bởi hàm số  $d(t) = 3 \sin \left[ \frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 12$  với  $t \in \mathbb{Z}$  và  $0 < t \leq 365$ . Hãy cho biết ngày tháng nào có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất và ngày tháng nào có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất trong năm (không nhuận)?

**CÂU 22.** Tìm 4 số hạng đầu của một cấp số nhân biết tổng 3 số hạng đầu bằng  $\frac{148}{9}$ , đồng thời theo thứ tự chúng là số hạng thứ 1, thứ 4, thứ 8 của một cấp số cộng có công sai khác 0.

**CÂU 23.** Ông Trung vay ngân hàng 800 triệu đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 60 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định 0,7%/tháng. Mỗi tháng ông Trung phải trả số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 60 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay). Tổng số tiền lãi mà ông Trung phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn đến hàng đơn vị).

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề.



$$\textcircled{\textbf{A}} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \qquad \textcircled{\textbf{B}} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

## QUICK NOTE

QUICK NOTE

C

$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

D

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**CÂU 12.** Người ta xác định được số giờ có ánh sáng mặt trời của tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận, được cho bởi một hàm số  $d(t) = 4 \sin \left[ \frac{\pi}{182}(t - 80) \right] + 11$  với  $t \in \mathbb{Z}$  và  $0 < t \leq 365$ . Ngày nào trong năm thì tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu có số giờ có ánh sáng mặt trời là lớn nhất?

A 68. B 235. C 171. D 168.

**Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**CÂU 13.** Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao học sinh lớp 11A

Khoảng chiều cao ( cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Mệnh đề	Đ	S
a) Lớp 11A có 50 học sinh.		
b) Giá trị đại diện của nhóm [155; 160) là 155.		
c) Bạn Tú tính giá trị trung bình của bảng số liệu ghép nhóm là 157,5.		
d) Tứ phân vị của bảng số liệu ghép nhóm: $Q_1 = 152; Q_2 = 157; Q_3 = 163$ .		

**CÂU 14.** Do nhu cầu đi lại của gia đình, anh Bình quyết định thực hiện tích góp tiền để mua một chiếc ô tô **HONDA CRV** trị giá 1,259 tỉ đồng.

- Đợt thứ nhất: anh Bình đã tích góp theo nguyên tắc tháng sau tích góp nhiều hơn tháng ngay trước đó số tiền là 2 triệu đồng và cứ như thế đến tháng thứ 10 anh phải góp 21 triệu đồng. Đến hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng.
- Đợt thứ hai kế tiếp: do muốn rút ngắn thời gian mua xe thì số tiền còn lại anh tiếp tục tích góp với tháng đầu là 5 triệu đồng và mỗi tháng tiếp theo số tiền gấp đôi tháng kế trước nó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Mệnh đề	Đ	S
a) Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số cộng có công sai là $d = 2$ triệu và $u_1 = 3$ triệu.		
b) Đợt thứ hai anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số nhân có công bội là $q = 2$ triệu và $u_1 = 5$ triệu.		
c) Anh Bình tích lũy tiền hết đợt thứ nhất trong 25 tháng.		
d) Để đủ tiền mua ô tô thì anh Bình thì anh Bình tích góp ít nhất 31 tháng.		

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 15.** Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau

Nhóm	[1; 5)	[5; 9)	[9; 13)	[13; 17)	[17; 21)
Tần số	4	8	13	6	4

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

KQ:

**CÂU 16.** Cho bốn số  $a, b, c, d$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng có công sai dương. Biết rằng tổng của bốn số hạng bằng 13 và tổng của ba số đầu bằng  $\frac{15}{2}$ . Tính tổng ba số cuối.

KQ:



KQ:				
-----	--	--	--	--

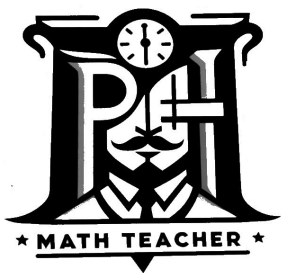
KQ:				
-----	--	--	--	--

KQ: 

--	--	--	--

a) Nếu chọn cách gửi tiết kiệm số tiền được nhận hàng tháng với lãi suất 0,6%/tháng thì bạn An gửi bao nhiêu tháng mới đủ mua máy vi tính?

b) Nếu bạn An muốn có ngay máy vi tính để học bằng phương thức mua trả góp hàng tháng bằng số tiền bố cho với lãi suất ngân hàng là 0,7%/tháng thì bạn An mất bao nhiêu tháng để trả đủ số tiền và tháng cuối cùng trả bao nhiêu?



ĐIỂM: \_\_\_\_\_

"It's not how much time you have, it's how you use it."

### QUICK NOTE

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

## ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ I

### TOÁN 11 — ĐỀ 4

#### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Góc có số đo  $270^\circ$  đổi sang radian là

- ☐ A  $\frac{5\pi}{6}$      
 ☐ B  $\frac{2\pi}{3}$      
 ☐ C  $\frac{3\pi}{2}$      
 ☐ D  $\frac{3\pi}{2}$

**CÂU 2.** Trên đường tròn đường kính 6 cm, độ dài cung tròn có số đo bằng  $135^\circ$  là

- ☐ A 14,14 cm.     
 ☐ B 6,28 cm.     
 ☐ C 12,57 cm.     
 ☐ D 7,07 cm.

**CÂU 3.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

- ☐ A  $\sin(x - 3\pi) = -\sin x$ .     
 ☐ B  $\tan(x - 3\pi) = \tan x$ .  
☐ C  $\cos(x - 3\pi) = -\cos x$ .     
 ☐ D  $\cot(x - 3\pi) = \cot x$ .

**CÂU 4.** Cho góc lượng giác  $\alpha = -\frac{5\pi}{4}$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- ☐ A  $\sin \alpha > 0$ .     
 ☐ B  $\cot \alpha < 0$ .     
 ☐ C  $\cos \alpha > 0$ .     
 ☐ D  $\tan \alpha < 0$ .

**CÂU 5.** Cho góc lượng giác  $x$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- ☐ A  $\sin(\pi + x) = -\sin x$ .     
 ☐ B  $\cos(\pi + x) = \cos x$ .  
☐ C  $\tan(\pi + x) = -\tan x$ .     
 ☐ D  $\cot(\pi + x) = -\cot x$ .

**CÂU 6.** Cho  $P = \frac{2\sin x + 3\cos x}{\sin x + 2\cos x}$  với  $\cot x = 2$ . Tính giá trị của  $P$ .

- ☐ A  $\frac{5}{3}$ .     
 ☐ B  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .     
 ☐ C  $\frac{8}{5}$ .     
 ☐ D  $\frac{7}{4}$ .

**CÂU 7.** Cho  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Tính  $\sin 2\alpha$ .

- ☐ A  $-\frac{2\sqrt{2}}{9}$ .     
 ☐ B  $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ .     
 ☐ C  $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ .     
 ☐ D  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ .

**CÂU 8.** Hàm số  $y = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{10}\right) - 1$  có tập giá trị là

- ☐ A  $[2; 4]$ .     
 ☐ B  $[-4; 2]$ .     
 ☐ C  $[-4; 4]$ .     
 ☐ D  $[-3; 3]$ .

**CÂU 9.** Điều kiện xác định của hàm số  $y = \frac{2\sin x - 1}{\cot x}$  là

- ☐ A  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .     
 ☐ B  $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .     
 ☐ C  $x \neq \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ .     
 ☐ D  $x \neq \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$ .

**CÂU 10.** Một cấp số cộng có số hạng tổng quát là  $u_n = 3n + 5$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Gọi  $S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- ☐ A  $S_n = \frac{3^n - 1}{2}$ .     
 ☐ B  $S_n = \frac{3n^2 + 13n}{2}$ .     
 ☐ C  $S_n = \frac{3n^2 + 5n}{2}$ .     
 ☐ D  $S_n = \frac{3n(n + 1)}{2}$ .

**CÂU 11.** Phương trình  $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$  có nghiệm là

- ☐ A  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .     
 ☐ B  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
☐ C  $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .     
 ☐ D  $x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**CÂU 12.** Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Giả sử huyết áp của người đó thay đổi theo thời gian được cho bởi công thức  $p(t) = 115 + 25\sin(160\pi t)$ , trong đó  $p(t)$  là huyết áp tính theo mmHg và  $t$  tính theo phút. Tính chỉ số huyết áp của người đó.

- ☐ A 100/90.     
 ☐ B 150/60.     
 ☐ C 120/80.     
 ☐ D 140/90.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Tốc độ của 42 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ được ghi nhận ở bảng sau

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40; 45)	5	5
[45; 50)	10	15
[50; 55)	7	22
[55; 60)	9	31
[60; 65)	7	38
[65; 70)	4	42
	$n = 42$	

Xác định tính đúng, sai của các phát biểu sau

Mệnh đề	Đ	S
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 42$ .		
b) Nhóm [40; 45) có giá trị đại diện là 40,5.		
c) Số trung bình của mẫu số liệu là 52.		
d) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $Q_2 = 54,3$ .		

CÂU 14. Anh Hùng là kỹ sư vừa tốt nghiệp ra trường, anh nộp hồ sơ xin việc vào công ty A. Công ty đề nghị mức lương là 12 triệu đồng một tháng và cứ sau 9 tháng thì lương tháng sẽ tăng thêm 10%. Hợp đồng ký kết trong 5 năm. Xác định tính đúng, sai của các phát biểu sau

Mệnh đề	Đ	S
a) Tổng lương anh Hùng nhận được trong 3 tháng đầu tiên là 36 triệu đồng.		
b) Số tiền lương anh Hùng nhận được ở tháng thứ 10 của hợp đồng là 13,2 triệu đồng.		
c) Tổng lương anh Hùng nhận được trong 6 tháng cuối cùng của hợp đồng lớn hơn 130 triệu đồng.		
d) Tổng lương anh Hùng nhận được trong 5 năm lớn hơn 960 triệu đồng.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 15. Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$ . Tính tổng  $S_{10}$  của 10 số hạng đầu tiên.

KQ:

CÂU 16. Tổng các nghiệm của phương trình  $\tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$  trên đoạn  $[0; 2\pi]$  có dạng  $\frac{m\pi}{3}$ . Tìm  $m$ .

KQ:

CÂU 17. Cho hai cấp số cộng hữu hạn, mỗi cấp số có 2024 số hạng là 4; 7; 10; 13; 16; ... và 1; 6; 11; 16; 21; ... Có bao nhiêu số có mặt trong cả hai cấp số cộng?

KQ:

CÂU 18. Ngày 29/2/2024, lúc 15h30, người đàn ông thấy kim giờ không đi qua số 3 nữa. Tính đến 12h00 ngày 1/1/2034, kim giờ đi qua số 3 bao nhiêu lần?

KQ:

Phần IV. Câu hỏi tự luận.

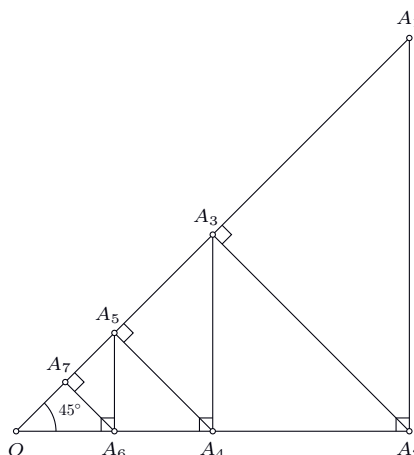
CÂU 19. Giải phương trình  $2\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} = 0$ .

CÂU 20. Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $t$  tính bằng giây và  $x$  tính bằng cm. Thời điểm đầu tiên vật có li độ lớn nhất bằng bao nhiêu giây?

QUICK NOTE

## QUICK NOTE

**CÂU 21.** Cho tam giác  $OA_1A_2$  vuông tại  $A_2$ ,  $A_1A_2 = 2$  và  $\widehat{A_1OA_2} = 45^\circ$ . Lần lượt hạ các đường vuông góc  $A_2A_3 \perp OA_1$ ;  $A_3A_4 \perp OA_2$ ;  $A_4A_5 \perp OA_1$ ;  $A_5A_6 \perp OA_2$ ; ... Tiếp tục quá trình này tổng cộng 7 lần, ta nhận được đường gấp khúc  $A_1A_2A_3A_4 \dots A_7$ . Tính độ dài đường gấp khúc này (Làm tròn đến hàng phần trăm).



**CÂU 22.** Công ty A muốn thuê một mảnh đất trong vòng 15 năm để làm nhà kho. Có hai công ty môi giới bất động sản B và bất động sản C đều muốn cho thuê. Mỗi công ty, đưa ra phương án cho thuê như sau:

Phương án công ty B trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 10 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500 000 đồng.

Phương án công ty C trả tiền theo năm, năm đầu tiên thuê đất là 70 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.

Công ty A nên lựa chọn thuê đất của công ty môi giới bất động sản nào để chi phí là thấp nhất và số tiền đó bằng bao nhiêu?

# LỜI GIẢI CHI TIẾT

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

## ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ I

### TOÁN 11 — ĐỀ 1

#### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề.

**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Với góc  $\alpha$  bất kì, đẳng thức nào sau đây là đúng?

- ☐ A  $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha$ . ☐ B  $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ . ☐ C  $\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$ . ☐ D  $\tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ ,  $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ ,  $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$ .

Do đó ta chọn phương án  $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ .

Chọn đáp án ☒ B ..... □

**CÂU 2.** Biết góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ . Hỏi  $\alpha$  có thể nhận giá trị trong khoảng nào dưới đây?

- ☐ A  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right)$ . ☐ B  $\left(\frac{8\pi}{3}; \frac{17\pi}{6}\right)$ . ☐ C  $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right)$ . ☐ D  $\left(-\pi; -\frac{2\pi}{3}\right)$ .

**Lời giải.**

Vì  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$  nên  $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi, \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$  với  $k \in \mathbb{Z}$ .

Với  $k = 0$  thì  $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Vì  $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right) \subset \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Do đó, ta chọn phương án  $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right)$ .

Chọn đáp án ☒ C ..... □

**CÂU 3.** Khẳng định nào sau đây là sai?

- ☐ A  $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$ . ☐ B  $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$ .  
☐ C  $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$ . ☐ D  $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$ .

**Lời giải.**

Theo công thức biến tổng thành tích ta có  $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$ .

Chọn đáp án ☒ B ..... □

**CÂU 4.** Cho hàm số  $y = \tan x$ . Khẳng định sau đây là sai?

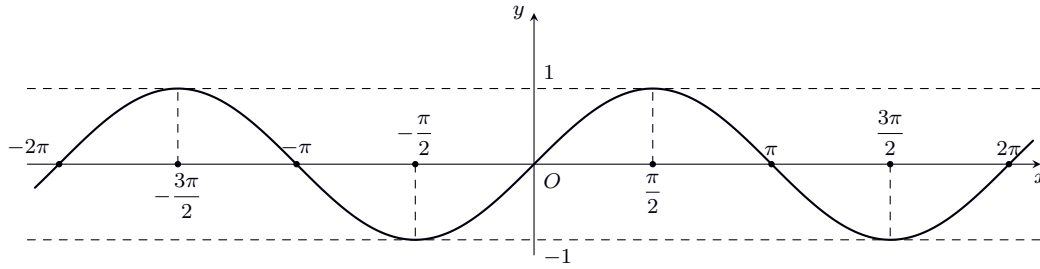
- ☐ A Hàm số đã cho là hàm số chẵn.  
☐ B Tập xác định của hàm số đã cho là  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
☐ C Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$  với  $k \in \mathbb{Z}$ .  
☐ D Hàm số đã cho tuần hoàn theo chu kì  $\pi$ .

**Lời giải.**

Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ.

Chọn đáp án ☒ A ..... □

**CÂU 5.** Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



**A**  $y = \sin x$ .

**B**  $y = \cos x$ .

**C**  $y = \tan x$ .

**D**  $y = \cot x$ .

**Lời giải.**

Từ hình vẽ ta thấy hàm số có miền giá trị từ  $-1$  đến  $1$ , tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$  và nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng nên đây là đồ thị của hàm số  $y = \sin x$ .

Chọn đáp án **A** □

**CÂU 6.** Giải phương trình  $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ .

**A**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$  **B**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$  **C**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$  **D**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

**Lời giải.**

Ta có  $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Chọn đáp án **D** □

**CÂU 7.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = -3; u_6 = 96$ . Công bội của cấp số nhân đó là

**A**  $q = -2$ .

**B**  $q = -3$ .

**C**  $q = 2$ .

**D**  $q = 3$ .

**Lời giải.**

Ta có  $u_6 = u_1 q^5 \Rightarrow q^5 = \frac{u_6}{u_1} = \frac{96}{-3} = -32$ , suy ra  $q = -2$ .

Chọn đáp án **A** □

**CÂU 8.** Công ty muốn ước lượng tỉ lệ các cỡ áo khi may cho học sinh lớp 11 đã đo chiều cao của 36 học sinh nam khối 11 của một trường và thu được mẫu số liệu sau (đơn vị là centimet):

160	161	161	162	162	162	163	163	163	164	164	164	164
165	165	165	165	165	166	166	166	166	167	167	168	168
168	168	169	169	170	171	171	172	172	174			

Biết rằng học sinh có chiều cao thuộc  $[160; 167]$  sẽ mua cỡ áo M. Có bao nhiêu học sinh mua cỡ áo M?

**A** 22.

**B** 6.

**C** 15.

**D** 20.

**Lời giải.**

Bảng tần số ghép nhóm

Chiều cao (cm)	[150; 160)	[160; 167)	[167; 170)	[170; 175)	[175; 180)
Số học sinh	0	22	8	6	0

Chọn đáp án **A** □

**CÂU 9.** Thời gian xem ti vi trong tuần (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	6	12	4	4	2

Giá trị đại diện của nhóm  $[12; 16)$  là

**A** 12.

**B** 14.

**C** 10.

**D** 16.

**Lời giải.**

Giá trị đại diện của nhóm  $[12; 16)$  là  $\frac{12 + 16}{2} = 14$ .

Chọn đáp án **B** □

**CÂU 10.** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_n = 2 \cdot 3^n$ . Công thức truy hồi của dãy số  $(u_n)$  là

- ☐ A  $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 6u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$ 
☐ B  $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$ 
☐ C  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 3u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$ 
☐ D  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 6u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$

**Lời giải.**

Ta có  $u_n = 2 \cdot 3^n \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \cdot 3^1 = 6 \\ u_{n+1} = 2 \cdot 3^{n+1} \end{cases}$   
 $\Rightarrow u_{n+1} = 2 \cdot 3 \cdot 3^n = 3u_n \Rightarrow u_n = 3 \cdot u_{n-1}$ .

Vậy  $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$ .

Chọn đáp án ☒ B

**CÂU 11.** Cho dãy số  $(u_n)$ , với  $u_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)}, \forall n = 1; 2; 3 \dots$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- ☐ A Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên và không bị chặn dưới.
 ☐ B Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và không bị chặn trên.
 ☐ C Dãy số  $(u_n)$  bị chặn.
 ☐ D Dãy số  $(u_n)$  không bị chặn.

**Lời giải.**

Ta có  $u_n > 0$  suy ra  $(u_n)$  bị chặn dưới bởi 0.

Mặt khác  $\frac{1}{k(k+3)} < \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} (k \in \mathbb{N}^*)$  nên

$$u_n < \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1.$$

Suy ra dãy  $(u_n)$  bị chặn trên.

Vậy dãy  $(u_n)$  bị chặn.

Chọn đáp án ☒ C

**Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**CÂU 12.** Một công ty khảo sát mức chi tiêu (triệu đồng/tháng) của 150 khách hàng, kết quả được cho trong bảng:

Khoảng chi tiêu	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số khách hàng	25	40	45	30	10

Mệnh đề	Đ	S
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 150.	X	
b) Giá trị trung bình của mẫu số liệu khoảng 8,8.	X	
c) $Q_1 \approx 6,9$ .		X
d) $Q_3 \approx 10,7$ .		X

**Lời giải.**

a) ☒ D Cỡ mẫu:  $n = 25 + 40 + 45 + 30 + 10 = 150$ .

b) ☒ D Giá trị đại diện các nhóm: 5; 7; 9; 11; 13.

$$\text{Giá trị trung bình: } \bar{x} = \frac{5 \cdot 25 + 7 \cdot 40 + 9 \cdot 45 + 11 \cdot 30 + 13 \cdot 10}{150} \approx 8,8.$$

c) ☒ S Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1: \frac{n}{4} = 37,5$ . Nhóm [6; 8) chứa  $Q_1$ .

$$Q_1 = 6 + \frac{37,5 - 25}{40} \cdot 2 \approx 6,6.$$

d) ☒ S Tứ phân vị thứ ba  $Q_3: \frac{3n}{4} = 112,5$ . Nhóm [10; 12) chứa  $Q_3$ .

$$Q_3 = 10 + \frac{112,5 - 110}{30} \cdot 2 \approx 10,7.$$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai

**CÂU 13.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{\sin^2 x + 1}{\cos 2x}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .		X
b) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.	X	
c) $\sin^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ .		X
d) Đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại vô số điểm có hoành độ dạng $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .		X

**Lời giải.**

a) **S** Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi  $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .  
Do vậy hàm số có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

b) **Đ**  $\forall x \in \mathcal{D}, -x \in \mathcal{D}$ , ta có

$$f(-x) = \frac{\sin^2(-x) + 1}{\cos(-2x)} = \frac{\sin^2 x + 1}{\cos 2x} = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

c) **S** Ta có  $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ .

d) **S** Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = \frac{5}{2}$  là

$$\frac{\sin^2 x + 1}{\cos 2x} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 1 - \cos 2x - 5 \cos 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 14.** Khai triển  $\cos 4\alpha$  theo  $\cos \alpha$  ta được biểu thức  $a \cos^4 \alpha + b \cos^2 \alpha + c$ . Giá trị biểu thức  $a - b + c$  bằng

Đáp án:

**Lời giải.**

Ta có  $\cos 4\alpha = 2 \cos^2 2\alpha - 1 = 2(2 \cos^2 \alpha - 1)^2 - 1 = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1$ .

Đáp án:

**CÂU 15.** Cho hai phương trình  $\cos 3x - 1 = 0$ ;  $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ . Biết nghiệm chung của hai phương trình có dạng  $x = \pm \frac{a\pi}{b} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính  $a + b + c$ .

Đáp án:

**Lời giải.**

Ta có

$$\cos 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 3x = 1 \Leftrightarrow x = k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Biểu diễn các nghiệm trên đường tròn lượng giác ta có tập các nghiệm của hai phương trình là  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Đáp án:

**CÂU 16.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_{27} + u_2 = 83$ . Khi đó tổng 28 số hạng đầu tiên của cấp số cộng  $(u_n)$  là

Đáp án:

**Lời giải.**

Gọi  $d$  và  $u_1$  lần lượt là công sai và số hạng đầu của cấp số cộng  $(u_n)$

$$Ta \text{ có } S_{28} = \frac{28(u_1 + u_{28})}{2} = \frac{28(u_2 - d + u_{27} + d)}{2} = \frac{28(u_2 + u_{27})}{2} = \frac{28 \cdot 83}{2} = 1162.$$

Đáp án:



**CÂU 17.** Cho  $a < b < c$  là ba số nguyên. Biết  $a, b, c$  theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng và  $a, c, b$  theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $c$ .

Đáp án: 

2			
---	--	--	--

**Lời giải.**

Ta có  $\begin{cases} 2b = a + c \\ c^2 = ab > 0 \end{cases}$ . Suy ra

$$2c^2 = a(a + c) \Rightarrow 2c^2 - ac - a^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = a \text{ (loại)} \\ c = -\frac{a}{2} \Rightarrow b = \frac{a}{4} = -\frac{c}{2}. \end{cases}$$

Suy ra  $a, b$  trái dấu với  $c \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ c > 0. \end{cases}$

Do  $a, b, c$  nguyên nên  $c$  chia hết cho 2.

Do đó  $c$  nhỏ nhất bằng 2 khi đó  $a = -4, b = -1$ .

Đáp án: 

2
---

 ..... □

**Phần IV. Câu hỏi tự luận.**

**CÂU 18.** Cho  $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}; 0)$  và  $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$ . Tìm  $\cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}; 0)$  nên  $\cos \alpha > 0$ . Suy ra

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -2\sqrt{2}.$$

**CÂU 19.** Tìm tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17. \end{cases}$

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 4d - (u_1 + 2d) = 10 \\ u_1 + u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 16 \\ d = -3. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } S_{15} = \frac{15}{2} (2u_1 + 14d) = \frac{15}{2} [2 \cdot 16 + 14 \cdot (-3)] = -150.$$

**CÂU 20.** Hàng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h$  (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian  $t$  (giờ) ( $0 \leq t \leq 24$ ) được mô tả bởi công thức  $h = A \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + B$ , với  $A, B$  là các số thực dương cho trước. Biết độ sâu của mực nước lớn nhất là 15 mét khi thủy triều lên cao và khi thủy triều xuống thấp thì độ sâu của mực nước thấp nhất là 9 mét. Tính thời điểm độ sâu của mực nước là 13,5 mét (tính chính xác đến  $\frac{1}{100}$  giờ).

**Lời giải.**

Với mọi  $0 \leq t \leq 24$ , ta có

$$\begin{aligned} -1 &\leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) \leq 1 \\ \Leftrightarrow -A + B &\leq A \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + B \leq A + B. \end{aligned}$$

Độ sâu của mực nước lớn nhất bằng  $A + B$  khi  $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) = 1$  và thấp nhất bằng  $-A + B$  khi  $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) = -1$ .

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} A + B = 15 \\ -A + B = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 12 \\ A = 3. \end{cases}$$

$$\text{Ta được } h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12.$$

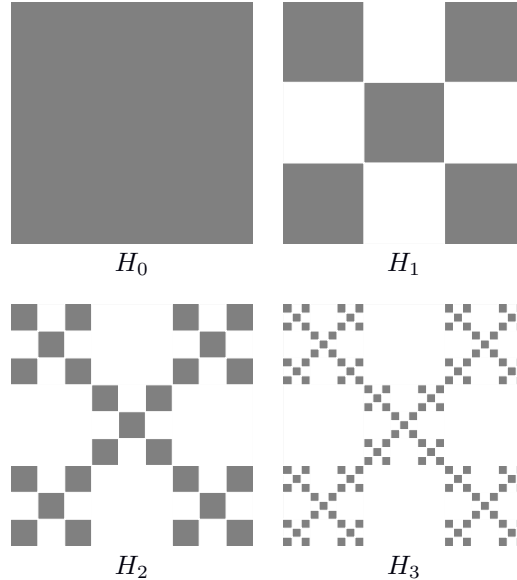
Theo đề, ta tìm thời điểm mà độ sâu

$$h = 13,5 \Leftrightarrow 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12 = 13,5 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi t}{6} + 1 = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \frac{\pi t}{6} + 1 = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} t = \left(-1 + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \frac{6}{\pi} + 12k \\ t = \left(-1 - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \frac{6}{\pi} + 12k \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Do  $0 \leq t \leq 24; k \in \mathbb{Z}$  nên  $t = 0,09$  (giờ);  $t = 12,09$  (giờ);  $t = 8,09$  (giờ);  $t = 20,09$  (giờ).

**CÂU 21.** Cho hình vuông  $H_0$  cạnh bằng 1 đơn vị độ dài. Chia hình vuông  $H_0$  thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình  $H_1$ . Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của  $H_1$  thành chín hình vuông, rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình  $H_2$ . Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình  $H_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).



Tính tổng diện tích và tổng chu vi tất cả hình vuông được tô màu trong hình  $H_5$ .

**Lời giải.**

a) Hình vuông  $H_1$  có diện tích  $S_1 = 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$ .

Hình vuông  $H_2$  có diện tích  $S_2 = 5^2 \cdot \left(\frac{1}{3^2}\right)^2 = \left(\frac{5}{9}\right)^2$ .

Hình vuông  $H_n$  có diện tích  $S_n = 5^n \cdot \left(\frac{1}{3^n}\right)^2 = \left(\frac{5}{9}\right)^n$ .

b) Hình vuông  $H_1$  có chu vi  $C_1 = 5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} = 4 \cdot \frac{5}{3}$ .

Hình vuông  $H_2$  có chu vi  $C_2 = 5^2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3^2} = 4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2$ .

Hình vuông  $H_n$  có diện tích  $C_n = 5^n \cdot 4 \cdot \frac{1}{3^n} = 4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^n$ .

Vậy  $S_5 = \left(\frac{5}{9}\right)^5$  và  $C_5 = 4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^5$ .

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

# ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ I

## TOÁN 11 — ĐỀ 2

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề.

**Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.**

**CÂU 1.**  $\sin \alpha > 0$  khi điểm cuối của cung  $\alpha$  trên đường tròn lượng giác thuộc các góc phần tư thứ

- ☐ A I và III. ☐ B I và II. ☐ C II và IV. ☐ D I và IV.

**Lời giải.**

$\sin \alpha > 0$  khi điểm cuối của cung  $\alpha$  trên đường tròn lượng giác các góc phần tư thứ I và II.

Chọn đáp án ☒ B ..... ☐

**CÂU 2.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- ☐ A  $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$ . ☐ B  $\tan(\pi + \alpha) = -\tan \alpha$ . ☐ C  $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ . ☐ D  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$ .

**Lời giải.**

Vì  $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$  nên khẳng định sai là  $\tan(\pi + \alpha) = -\tan \alpha$ .

Chọn đáp án ☒ B ..... ☐

**CÂU 3.** Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- ☐ A  $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$ . ☐ B  $\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$ .  
☐ C  $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$ . ☐ D  $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$ .

**Lời giải.**

Công thức cộng  $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$ .

Chọn đáp án ☒ A ..... ☐

**CÂU 4.** Rút gọn biểu thức  $\sin(a - 17^\circ) \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cos(a - 17^\circ)$ , ta được

- ☐ A  $\sin 2a$ . ☐ B  $\cos 2a$ . ☐ C  $-\frac{1}{2}$ . ☐ D  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\sin(a - 17^\circ) \cdot \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cdot \cos(a - 17^\circ) = \sin[(a - 17^\circ) - (a + 13^\circ)]$   
 $= \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2}$ .

Chọn đáp án ☒ C ..... ☐

**CÂU 5.** Hàm số  $y = \sin x$  tuần hoàn với chu kỳ là

- ☐ A  $\frac{\pi}{2}$ . ☐ B  $\frac{\pi}{3}$ . ☐ C  $2\pi$ . ☐ D  $\pi$ .

**Lời giải.**

Hàm số  $y = \sin x$  tuần hoàn với chu kỳ là  $2\pi$ .

Chọn đáp án ☒ C ..... ☐

**CÂU 6.** Tìm tập xác định  $\mathcal{D}$  của hàm số  $y = \frac{3 \tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$ .

- ☐ A  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . ☐ B  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
☐ C  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$ . ☐ D  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

**Lời giải.**

Hàm số xác định khi và chỉ khi  $\begin{cases} 1 - \sin^2 x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 x \neq 1 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**CÂU 7.** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau đây, dãy số nào là dãy số bị chặn?

- (A)**  $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$ . **(B)**  $u_n = n + \frac{1}{n}$ . **(C)**  $u_n = 2^n + 1$ . **(D)**  $u_n = \frac{n}{n+1}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $0 < u_n = \frac{n}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Suy ra dãy số  $u_n = \frac{n}{n+1}$  bị chặn.

Chọn đáp án **(D)** ..... ☐

**CÂU 8.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = -2$  và công sai  $d = 3$  thì số hạng  $u_5$  bằng

- (A)** 7. **(B)** 10. **(C)** 5. **(D)** 6.

**Lời giải.**

Áp dụng công thức số hạng thứ  $n$  của cấp số cộng  $(u_n)$  là  $u_n = u_1 + (n-1) \cdot d$ .

Khi đó số hạng  $u_5 = u_1 + (5-1) \cdot d = -2 + 4 \cdot 3 = 10$ . Vậy  $u_5 = 10$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**CÂU 9.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội dương và  $u_2 = \frac{1}{5}, u_4 = 5$ . Tính công bội  $q$ .

- (A)** 5. **(B)** 25. **(C)**  $\frac{1}{5}$ . **(D)** 125.

**Lời giải.**

Ta có  $\begin{cases} u_2 = u_1 \cdot q = \frac{1}{5} \\ u_4 = u_1 \cdot q^3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{u_4}{u_2} = q^2 = 25 \Leftrightarrow q = \pm 5$ .

Mà cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội dương nên  $q = 5$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... ☐

**CÂU 10.** Mẫu số liệu sau cho biết phân bố theo độ tuổi của dân số Việt Nam năm 2019

Độ tuổi	Dưới 15	Từ 15 đến 65	Từ 65 trở lên
Số người	23371882	65420451	7416651

Số dân Việt Nam năm 2019 là

- (A)** 73837102. **(B)** 72837102. **(C)** 95208984. **(D)** 96208984.

**Lời giải.**

Số dân Việt Nam năm 2019 là  $23371882 + 65420451 + 7416651 = 96208984$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... ☐

**CÂU 11.** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một nửa của mẫu số liệu trên là

- (A)** [20; 40). **(B)** [60; 80). **(C)** [40; 60). **(D)** [80; 100).

**Lời giải.**

Một  $M_0$  chứa trong nhóm [40; 60).

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**CÂU 12.** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

- (A)** [20; 40). **(B)** [60; 80). **(C)** [40; 60). **(D)** [80; 100).

**Lời giải.**

Ta có  $n = 42$  nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là  $Q_3 = x_{33}$ .

Mà  $x_{33} \in [60; 80)$ .

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là nhóm  $[60; 80)$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**CÂU 13.** Một cửa hàng đồng hồ khảo sát số tiền (triệu đồng) mà khách hàng sẵn sàng chi cho một chiếc đồng hồ cao cấp. Kết quả được cho như sau:

Mức giá	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số khách hàng	22	58	40	20

Mệnh đề	Đ	S
a) Cỡ mẫu là 140.	X	
b) Trung bình cộng khoảng 20,1.	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) $Q_1 \approx 16,7$ .		X
d) $Q_3 \approx 23,1$ .	X	

**Lời giải.**

a) **(Đ)** Cỡ mẫu:  $n = 22 + 58 + 40 + 20 = 140$ .

b) **(Đ)** Giá trị đại diện:  $12,5; 17,5; 22,5; 27,5$ .  

$$\bar{x} = \frac{12,5 \cdot 22 + 17,5 \cdot 58 + 22,5 \cdot 40 + 27,5 \cdot 20}{140} \approx 20,1.$$

c) **(S)**  $Q_1: \frac{n}{4} = 35$ . Nhóm  $[15; 20)$  chứa  $Q_1$ .  

$$Q_1 = 15 + \frac{35 - 22}{58} \cdot 5 \approx 16,7.$$

d) **(Đ)**  $Q_3: \frac{3n}{4} = 105$ . Nhóm  $[20; 25)$  chứa  $Q_3$ .  

$$Q_3 = 20 + \frac{105 - 80}{40} \cdot 5 \approx 23,1.$$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng ..... ☐

**CÂU 14.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 4u_n - 1 \end{cases}$  (với  $(n \in \mathbb{N}^*)$ ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

Mệnh đề	Đ	S
a) Số hạng thứ năm của dãy số là 685.		X
b) Đặt $v_n = u_n - \frac{1}{3}$ thì $(v_n)$ là cấp số nhân.	X	
c) Số hạng tổng quát $u_n = \frac{8}{3} \cdot 4^{n-1} + \frac{1}{3}$ .	X	
d) $S_8 = 58\,256$ .	X	

**Lời giải.**

a) **(S)** Sai.

Ta có  $u_2 = 4u_1 - 1 = 4 \cdot 3 - 1 = 12 - 1 = 11$ ;  $u_3 = 4u_2 - 1 = 4 \cdot 11 - 1 = 44 - 1 = 43$   
 $u_4 = 4u_3 - 1 = 4 \cdot 43 - 1 = 172 - 1 = 171$ ;  $u_5 = 4u_4 - 1 = 4 \cdot 171 - 1 = 684 - 1 = 683$ .  
 Vậy số hạng thứ năm của dãy số là  $u_5 = 683$ .

b) **(Đ)** Đúng.

Ta có  $u_{n+1} = 4u_n - 1 \Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{3} = 4\left(u_n - \frac{1}{3}\right)$ .

Đặt  $v_n = u_n - \frac{1}{3}$ . Ta có  $v_{n+1} = 4v_n$ . Suy ra  $(v_n)$  là cấp số nhân.

c) **(Đ)** Đúng.

Ta có  $v_{n+1} = 4v_n$ . Suy ra  $(v_n)$  là cấp số nhân với  $\begin{cases} q = 4 \\ v_1 = u_1 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3} \end{cases}$ .  
 Suy ra  $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \frac{8}{3} \cdot 4^{n-1} \Rightarrow u_n = \frac{8}{3} \cdot 4^{n-1} + \frac{1}{3}$ .

d) **D** Đúng.

$$\text{Ta có } S_8 = u_1 + u_2 + \dots + u_8 = \frac{8}{3} \cdot (1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^7) + \frac{1}{3} \cdot 8 = 58\,256.$$

Chọn đáp án 

a sai	b đúng	c đúng	d đúng
-------	--------	--------	--------

 ..... ☐

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 15.** Biết hàm số  $y = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x - 1$  có tập giá trị là  $[m; M]$ . Giá trị của  $M + m$  bằng

Đáp án: 

-	2		
---	---	--	--

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } y = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x - 1 = 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x \right) - 1 = 2 \sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) - 1$$

$$\text{Vì } \forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) \leq 1 \text{ nên suy ra } -2 - 1 \leq 2 \sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) - 1 \leq 2 - 1.$$

Do đó,  $-3 \leq y \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Do đó giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x - 1$  lần lượt là  $M = 1, m = -3$ .

$$\text{Khi } \sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) = -1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy } M + m = 1 - 3 = -2.$$

Đáp án: 

-2
----

 ..... ☐

**CÂU 16.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left( x - \frac{3\pi}{4} \right) = 0$  thuộc  $(0; 5\pi)$  bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần chục)

Đáp án: 

3	1	,	4
---	---	---	---

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left( x - \frac{3\pi}{4} \right) = 0 \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{4} + \cos x \cdot \cos \frac{3\pi}{4} + \sin x \cdot \sin \frac{3\pi}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2} \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } x \in (0; 5\pi) \Rightarrow 0 < k\pi < 5\pi \Leftrightarrow 0 < k < 5.$$

$$\text{Vì } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{1; 2; 3; 4\} \Rightarrow x \in \{\pi; 2\pi; 3\pi; 4\pi\}.$$

$$\text{Khi đó, tổng các nghiệm của phương trình là } S = \pi + 2\pi + 3\pi + 4\pi = 10\pi.$$

Đáp án: 

31,4
------

 ..... ☐

**CÂU 17.** Vào năm 2023, nhiệt độ trung bình của thành phố A là khoảng  $29,5^\circ\text{C}$ . Giả sử do biến đổi khí hậu nên mỗi năm nhiệt độ trung bình của thành phố A đều tăng thêm khoảng  $0,1^\circ\text{C}$ . Hãy ước tính kể từ năm nào thì nhiệt độ trung bình của thành phố A đạt từ  $35^\circ\text{C}$  trở lên.

Đáp án: 

2	0	7	8
---	---	---	---

**Lời giải.**

Theo bài toán, nhiệt độ trung bình ở mỗi năm của thành phố A lập thành cấp số cộng với công sai là  $d = 0,1 (^\circ\text{C})$  và  $u_1 = 29,5^\circ\text{C}$  là nhiệt độ trung bình của thành phố A vào năm 2023.

Giả sử số hạng thứ  $n$  của cấp số cộng có giá trị lớn hơn hoặc bằng 35.

$$\text{Tức là, } u_n \geq 35^\circ\text{C} \text{ hay } u_1 + (n-1) \cdot d \geq 35 \Leftrightarrow 29,5 + (n-1) \cdot 0,1 \geq 35 \Leftrightarrow n \geq 56.$$

Do đó, kể từ số hạng thứ 56 trở đi thì chúng đều có giá trị lớn hơn hoặc bằng 35.

Ta có  $u_1$  là nhiệt độ trung bình của thành phố A vào năm 2023.

Nên  $u_{56}$  là nhiệt độ trung bình của thành phố A vào năm  $(2023 + 56 - 1) = 2078$ .

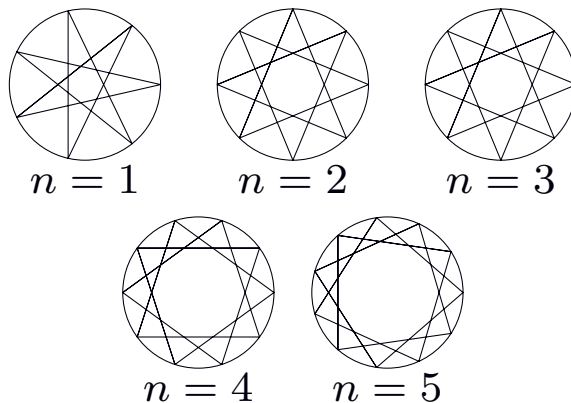
Vậy kể từ năm 2078 thì nhiệt độ trung bình của thành phố A đạt từ  $35^\circ\text{C}$  trở lên.

Đáp án: 

2078
------

 ..... ☐

**CÂU 18.** Với mỗi số nguyên dương  $n$ , lấy  $n + 6$  điểm cách đều nhau trên đường tròn. Nối mỗi điểm với điểm cách nó hai điểm trên đường tròn đó để tạo thành các ngôi sao như dưới.



Gọi  $u_n$  là số đo góc ở đỉnh tính theo đơn vị độ của mỗi ngôi sao thì ta được dãy số  $(u_n)$ . Tính  $u_6$ .

Đáp án: 

9	0		
---	---	--	--

**Lời giải.**

Ta thấy đường tròn được chia thành  $n + 6$  cung bằng nhau và mỗi cung có số đo bằng  $\left(\frac{360}{n+6}\right)^\circ$ .

Do mỗi điểm được nối với điểm cách nó hai điểm trên đường tròn nên góc ở đỉnh của mỗi ngôi sao là góc nội tiếp chắn  $n + 6 - 2 \cdot 3 = n$  cung bằng nhau đó.

Suy ra số đo góc ở đỉnh tính theo đơn vị độ của mỗi ngôi sao là

$$u_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{360}{n+6} \cdot n = \frac{180n}{n+6} \xrightarrow{n=6} u_6 = 90.$$

Đáp án: 

90
----

 ..... □

**Phần IV. Câu hỏi tự luận.**

**CÂU 19.** Cho góc  $\alpha \in (-\pi; -\frac{\pi}{2})$  và  $\tan \alpha = 3$ . Tìm các GTLG của  $\alpha$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{3}$$

Vì  $\alpha \in (-\pi; -\frac{\pi}{2})$  nên  $\cos \alpha < 0$ .

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{10} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-\sqrt{10}}{10}.$$

$$\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{-3\sqrt{10}}{10}.$$

**CÂU 20.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_5 = -15$ ,  $u_{20} = 60$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

**Lời giải.**

Gọi  $u_1$ ,  $d$  lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 35 \\ d = 5 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S_{10} = \frac{10}{2} \cdot (2u_1 + 9d) = 5 \cdot [2 \cdot (-35) + 9 \cdot 5] = -125.$$

**CÂU 21.** Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ  $40^\circ$  bắc trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận được cho bởi hàm số  $d(t) = 3 \sin \left[ \frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 12$  với  $t \in \mathbb{Z}$  và  $0 < t \leq 365$ . Hãy cho biết ngày tháng nào có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất và ngày tháng nào có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất trong năm (không nhuận)?

**Lời giải.**

$\forall t(0; 365]$ , ta có

$$\begin{aligned} -1 &\leq \sin \left[ \frac{\pi}{182} (t - 80) \right] \leq 1 \\ \Leftrightarrow 9 &\leq 3 \sin \left[ \frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 12 \leq 15 \end{aligned}$$

$d(t)$  đạt GTLN bằng 15 khi

$$\sin \left[ \frac{\pi}{182} (t - 80) \right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182} (t - 80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 171 + 364k (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow t = 171$$

$d(t)$  đạt GTNN bằng 9 khi

$$\sin \left[ \frac{\pi}{182} (t - 80) \right] = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182} (t - 80) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = -11 + 364k (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow t = 353$$

Vậy ngày thứ 171 (ngày 20 tháng 6) và ngày thứ 353 (ngày 20 tháng 12) lần lượt là ngày có nhiều nắng nhất và ngày có ít nắng nhất.

**CÂU 22.** Tìm 4 số hạng đầu của một cấp số nhân biết tổng 3 số hạng đầu bằng  $\frac{148}{9}$ , đồng thời theo thứ tự chúng là số hạng thứ 1, thứ 4, thứ 8 của một cấp số cộng có công sai khác 0.

**Lời giải.**

Gọi 4 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho là  $u_1, u_2, u_3, u_4$ ; công bội của cấp số nhân là  $q$ , công sai của cấp số cộng là  $d$  ( $d \neq 0$ ).

Tổng 3 số hạng đầu của cấp số nhân bằng  $\frac{148}{9}$  nên  $u_1 + u_2 + u_3 = \frac{148}{9} \Leftrightarrow u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = \frac{148}{9}$  (1).

Do  $u_1, u_2, u_3$  theo thứ tự chúng là số hạng thứ 1, thứ 4, thứ 8 của một cấp số cộng có công sai  $d \neq 0$  nên

$$\begin{cases} u_1 \cdot q = u_1 + 3d & (2) \\ u_1 \cdot q^2 = u_1 + 7d & (3) \end{cases}$$

Nhân phương trình (2) với 7 và nhân phương trình (3) với 3, sau đó trừ hai phương trình theo vế ta được  $u_1(3q^2 - 7q + 4) = 0$  (4).

Từ phương trình (1) ta có  $u_1 \neq 0$ . Khi đó (3)  $\Leftrightarrow 3q^2 - 7q + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{4}{3} \end{cases}$ .

+) Với  $q = 1$ , thay vào (1) suy ra  $u_1 = u_2 = u_3 = \frac{148}{27}$  (loại do  $u_1, u_2, u_3$  theo thứ tự chúng là số hạng thứ 1, thứ 4, thứ 8 của một cấp số cộng có công sai  $d \neq 0$ ).

+) Với  $q = \frac{4}{3}$ , thay vào (1) suy ra  $u_1 = 4, u_2 = \frac{16}{3}, u_3 = \frac{64}{9}, u_4 = \frac{256}{27}$ .

Vậy 4 số hạng đầu của cấp số nhân là  $u_1 = 4, u_2 = \frac{16}{3}, u_3 = \frac{64}{9}, u_4 = \frac{256}{27}$ .

**CÂU 23.** Ông Trung vay ngân hàng 800 triệu đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 60 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định 0,7%/tháng. Mỗi tháng ông Trung phải trả số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 60 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay). Tổng số tiền lãi mà ông Trung phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn đến hàng đơn vị).

**Lời giải.**

Đặt  $A = 800$  triệu,  $r = 0,7\%$ ,  $a = \frac{A}{60}$ .

Sau tháng thứ nhất số tiền ông Trung phải trả là  $T_1 = a + Ar$ . Số tiền còn nợ là  $R_1 = A - a = 59a$ .

Sau tháng thứ hai số tiền ông Trung phải trả là  $T_2 = a + R_1 \cdot r = a + 59a \cdot r$ . Số tiền còn nợ là  $R_2 = 58a$ .

Sau tháng thứ ba số tiền ông Trung phải trả là  $T_3 = a + R_2 \cdot r = a + 58ar$ . Số tiền còn nợ là  $R_3 = 57a$ .

Sau tháng thứ 60 số tiền ông Trung phải trả là  $T_{60} = a + R_{59}r = a + ar$ .

Tổng số tiền lãi mà ông Trung phải trả là  $T = 60ar + 59ar + \dots + ar = ar \cdot 61 \cdot 30 = 170,8 \approx 171$  triệu đồng.



Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

## ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ I

### TOÁN 11 — ĐỀ 3

#### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề.

**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Góc có số đo  $132^\circ$  đổi sang radian là

☐ A  $\frac{11\pi}{15}$ .

☐ B  $\frac{11}{15}$ .

☐ C  $\frac{15\pi}{11}$ .

☐ D  $\frac{15}{11}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức  $\alpha^\circ = \frac{\alpha\pi}{180}$  rad ta được  $132^\circ = \frac{11\pi}{15}$ .

Chọn đáp án ☒ A ..... ☐

**CÂU 2.** Một đường tròn có đường kính 40 cm. Cung tròn trên đường tròn đó có số đo 1,5. Tính độ dài của cung tròn đó.

☐ A 30 cm.

☐ B 30.

☐ C 60 cm.

☐ D 60.

**Lời giải.**

Áp dụng công thức  $l = R \cdot \alpha = 20 \cdot 1,5 = 30$  cm.

Chọn đáp án ☒ A ..... ☐

**CÂU 3.** Biết  $\sin\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{3}{7}$ . Khi đó giá trị của  $\cos \alpha$  bằng

☐ A  $\frac{3}{7}$ .

☐ B  $-\frac{3}{7}$ .

☐ C  $\frac{4}{7}$ .

☐ D  $\frac{2\sqrt{10}}{7}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\sin\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$ .

Suy ra  $\cos \alpha = -\frac{3}{7}$ .

Chọn đáp án ☒ B ..... ☐

**CÂU 4.** Cho  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Khẳng định nào sau đây sai?

☐ A  $\sin \alpha < 0$ .

☐ B  $\cos \alpha < 0$ .

☐ C  $\tan \alpha > 0$ .

☐ D  $\cot \alpha < 0$ .

**Lời giải.**

Vì  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  nên  $\cot \alpha > 0$ .

Chọn đáp án ☒ D ..... ☐

**CÂU 5.** Khẳng định nào sau đây sai?

☐ A  $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

☐ B  $\cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

☐ C  $\tan 135^\circ = -1$ .

☐ D  $\cot 120^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\cot 120^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Chọn đáp án ☒ D ..... ☐

**CÂU 6.** Cho  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  và  $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

☐ A  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ .

☐ B  $\cos \alpha = \frac{4}{3}$ .

☐ C  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

☐ D  $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Lời giải.**

Vì  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  nên  $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**CÂU 7.** Biến đổi biểu thức  $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$  bằng

- (A)**  $\frac{1 - \sin x}{2}$ . **(B)**  $1 - \sin x$ . **(C)**  $1 - \cos x$ . **(D)**  $\frac{1 - \cos x}{2}$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos\left(2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)\right)}{2} = \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{2} = \frac{1 - \sin x}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 8.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 2 \sin x + 3$  là

- (A)**  $-1$ . **(B)**  $3$ . **(C)**  $4$ . **(D)**  $5$ .

**Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

Ta có  $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin x \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2 \sin x + 3 \leq 5$  nên  $1 \leq y \leq 5, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5 khi  $\sin x = 1$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**CÂU 9.** Số giá trị nguyên dương của  $m \leq 10$  để hàm số  $y = \sqrt{\sin x - \cos x + m}$  có tập xác định  $\mathbb{R}$  là

- (A)**  $1$ . **(B)**  $10$ . **(C)**  $9$ . **(D)**  $8$ .

**Lời giải.**

Hàm số đã cho có tập xác định  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} \sin x - \cos x + m &\geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq -m, \forall x \in \mathbb{R} \\ &\Leftrightarrow -m \leq \min\left\{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right\} = -\sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow m \geq \sqrt{2} \\ &\Rightarrow \sqrt{2} \leq m \leq 10. \end{aligned}$$

Mà  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5; \dots; 10\}$ .

Vậy có 9 số nguyên  $m$  để hàm số đã cho có tập xác định  $\mathbb{R}$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**CÂU 10.** Trong bốn dãy số sau, có bao nhiêu dãy số lập thành một cấp số cộng?

**I)**  $10, -2, -14, -26, -38$ .

**II)**  $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, 2, \frac{11}{4}, \frac{7}{2}$ .

**III)**  $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$ .

**IV)**  $1, 4, 7, 10, 13$ .

- (A)**  $1$ . **(B)**  $2$ . **(C)**  $3$ . **(D)**  $4$ .

**Lời giải.**

Dãy số cho ở các ý I); II); IV) là một cấp số cộng vì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi lần lượt là  $-12; \frac{3}{4}; 3$ .

Dãy số thứ III không phải là một cấp số cộng vì  $\sqrt{3} - \sqrt{2} \neq \sqrt{2} - 1$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**CÂU 11.** Phương trình  $\sin x = \sin \frac{\pi}{8}$  có các họ nghiệm là

- (A)**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ . **(B)**  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ . **(C)**  $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ . **(D)**  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải.**

Áp dụng công thức nghiệm của phương trình  $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Ta có  $\sin x = \sin \frac{\pi}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 12.** Người ta xác định được số giờ có ánh sáng mặt trời của tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận, được cho bởi một hàm số  $d(t) = 4 \sin \left[ \frac{\pi}{182}(t - 80) \right] + 11$  với  $t \in \mathbb{Z}$  và  $0 < t \leq 365$ . Ngày nào trong năm thì tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu có số giờ có ánh sáng mặt trời là lớn nhất?

(A) 68.

(B) 235.

(C) 171.

(D) 168.

**Lời giải.**

Ta có  $\sin \left[ \frac{\pi}{182}(t - 80) \right] \leq 1$  suy ra  $d(t) = 4 \sin \left[ \frac{\pi}{182}(t - 80) \right] + 11 \leq 4.1 + 11 = 15$ .

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$\sin \left[ \frac{\pi}{182}(t - 80) \right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t - 80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 171 + 364k, k \in \mathbb{Z}.$$

Mà  $0 < t \leq 365 \Leftrightarrow 0 < 171 + 364k \leq 365 \Leftrightarrow \frac{-171}{364} < k \leq \frac{194}{364}, k \in \mathbb{Z}$ , suy ra  $k = 0 \Rightarrow t = 171$ .

Vậy ngày thứ 171 thì thành phố có số giờ có ánh sáng mặt trời là nhiều nhất.

Chọn đáp án (C) ..... □

**Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**CÂU 13.** Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao học sinh lớp 11A

Khoảng chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Mệnh đề	Đ	S
a) Lớp 11A có 50 học sinh.	X	
b) Giá trị đại diện của nhóm [155; 160) là 155.		X
c) Bạn Tú tính giá trị trung bình của bảng số liệu ghép nhóm là 157,5.	X	
d) Tứ phân vị của bảng số liệu ghép nhóm: $Q_1 = 152; Q_2 = 157; Q_3 = 163$ .		X

**Lời giải.**

a) (Đ) Đúng.

Số học sinh lớp 11A là 50 học sinh.

b) (S) Sai.

Giá trị đại diện của nhóm [155; 160) là  $\frac{155 + 160}{2} = 157,5$ .

c) (Đ) Đúng.

Giá trị đại diện của các nhóm [145; 150); [150; 155); [155; 160); [160; 165); [165; 170) lần lượt là 147,5; 152,5; 157,5; 162,5; 167,5. Nên giá trị trung bình.

$$\bar{x} = \frac{7.147,5 + 14.152,5 + 10.157,5 + 10.162,5 + 9.167,5}{7 + 14 + 10 + 10 + 9} = 157,5.$$

d) (S) Sai.

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{50}$  là chiều cao của 50 học sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là  $\frac{x_{25} + x_{26}}{2}$ . Do hai giá trị  $x_{25}; x_{26}$  thuộc nhóm [155; 160) nên nhóm này chứa trung vị.

Do đó,  $p = 3; a_3 = 155; m_3 = 10; m_1 + m_2 = 7 + 14 = 21; a_4 - a_3 = 5$  và ta có

$$Q_2 = M_e = 155 + \frac{\frac{50}{2} - 21}{10} \cdot 5 = 157.$$

Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  là  $x_{13}$ . Do  $x_{13}$  thuộc nhóm  $[150; 155)$  nên nhóm này chứa  $Q_1$ .  
Do đó,  $p = 2$ ;  $a_2 = 150$ ;  $m_2 = 14$ ;  $m_1 = 7$ ;  $a_3 - a_2 = 5$  và ta có

$$Q_1 = 150 + \frac{\frac{50}{4} - 7}{14} \cdot 5 \approx 151,96.$$

Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  là  $x_{38}$ . Do  $x_{38}$  thuộc nhóm  $[160; 165)$  nên nhóm này chứa  $Q_3$ .  
Do đó,  $p = 4$ ;  $a_4 = 160$ ;  $m_4 = 10$ ;  $m_1 + m_2 + m_3 = 7 + 14 + 10 = 31$ ;  $a_3 - a_2 = 5$  và ta có

$$Q_3 = 160 + \frac{\frac{50 \cdot 3}{4} - 31}{10} \cdot 5 = 163,25.$$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai

**CÂU 14.** Do nhu cầu đi lại của gia đình, anh Bình quyết định thực hiện tích góp tiền để mua một chiếc ô tô **HONDA CRV** trị giá 1,259 tỉ đồng.

- ☑ Đợt thứ nhất: anh Bình đã tích góp theo nguyên tắc tháng sau tích góp nhiều hơn tháng ngay trước đó số tiền là 2 triệu đồng và cứ như thế đến tháng thứ 10 anh phải góp 21 triệu đồng. Đến hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng.
- ☑ Đợt thứ hai kế tiếp: do muốn rút ngắn thời gian mua xe thì số tiền còn lại anh tiếp tục tích góp với tháng đầu là 5 triệu đồng và mỗi tháng tiếp theo số tiền gấp đôi tháng kế trước nó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Mệnh đề	D	S
a) Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số cộng có công sai là $d = 2$ triệu và $u_1 = 3$ triệu.	X	
b) Đợt thứ hai anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số nhân có công bội là $q = 2$ triệu và $u_1 = 5$ triệu.	X	
c) Anh Bình tích lũy tiền hết đợt thứ nhất trong 25 tháng.		X
d) Để đủ tiền mua ô tô thì anh Bình thì anh Bình tích góp ít nhất 31 tháng.	X	

💬 **Lời giải.**

a) ☒ Đúng.

Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy theo cấp số cộng với công sai  $d = 2$  triệu.  
Theo đề bài ta có

$$u_{10} = 21 \Leftrightarrow u_1 + 9d = 21 \Leftrightarrow u_1 = 3 \text{ triệu}$$

b) ☒ Đúng.

Đợt thứ hai anh Bình tích lũy theo cấp số nhân với  $u_1 = 5$  và mỗi tháng tiếp theo số tiền gấp đôi tháng kế trước nó nên công bội  $q = 2$  triệu.

c) ☒ Sai.

Vì hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng nên  $S_n = 624$  nên ta có

$$\frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 624 \Leftrightarrow n[2 \cdot 3 + (n-1) \cdot 2] = 1248 \Leftrightarrow 2n^2 + 4n - 1248 = 0$$

Suy ra  $n = 24$ . Vậy Anh Bình tích lũy tiền hết đợt thứ nhất trong 24 tháng.

d) ☒ Đúng.

Số tiền tích lũy đợt 1 là 624 nên đợt anh Bình cần tích lũy  $1259 - 624 = 635$  triệu đồng.

$$\text{Ta có } S_n = 635 \Leftrightarrow \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = 635 \Leftrightarrow n = 7 \text{ tháng.}$$

Vậy tổng cộng hai đợt cần có ít nhất 31 tháng.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 15.** Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau

Nhóm	[1; 5)	[5; 9)	[9; 13)	[13; 17)	[17; 21)
Tần số	4	8	13	6	4

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Đáp án: 

1	0	,	7
---	---	---	---

**Lời giải.**

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là  $n = 4 + 8 + 13 + 6 + 5 = 35$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{35}$  là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là  $x_{18} \in [9; 13)$ .

Ta có  $n_m = 13$ ;  $C = 4 + 8 = 12$ ;  $u_m = 9$ ;  $u_{m+1} = 13$ .

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = 9 + \frac{\frac{35}{2} - 12}{13} (13 - 9) = \frac{139}{13} \approx 10,7.$$

Đáp án: 

10,7
------

 □

**CÂU 16.** Cho bốn số  $a, b, c, d$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng có công sai dương. Biết rằng tổng của bốn số hạng bằng 13 và tổng của ba số đầu bằng  $\frac{15}{2}$ . Tính tổng ba số cuối.

Đáp án: 

1	2		
---	---	--	--

**Lời giải.**

Gọi cấp số cộng có công sai là  $x > 0$ . Ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} a + b + c + d = 13 \\ a + b + c = \frac{15}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a + (a + x) + (a + 2x) + (a + 3x) = 13 \\ a + (a + x) + (a + 2x) = \frac{15}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 6x = 13 \\ a + x = \frac{5}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó  $b + c + d = 13 - a = 13 - 1 = 12$ .

Đáp án: 

12
----

 □

**CÂU 17.** Cho phương trình lượng giác  $\sin x - 1 = 0$ . Tổng tất cả các nghiệm của phương trình lượng giác trên  $[0; 10\pi]$  có dạng  $\frac{a\pi}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{N}$ ,  $b > 0$  và  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tích  $ab$  bằng

Đáp án: 

9	0		
---	---	--	--

**Lời giải.**

Phương trình lượng giác  $\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

Với  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x \in [0; 10\pi] \end{cases} \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 10\pi \Rightarrow k = 0; 1; 2; 3; 4$ .

Vậy  $x = \frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi; x = \frac{\pi}{2} + 4\pi; x = \frac{\pi}{2} + 6\pi; x = \frac{\pi}{2} + 8\pi$ .

Tổng  $S = \frac{5\pi}{2} + 20\pi = \frac{45\pi}{2} \Rightarrow a = 45, b = 2$ .

Vậy  $ab = 90$ .

Đáp án: 

90
----

 □

**CÂU 18.** Một chiếc đồng hồ treo tường có kim giờ dài 5 cm, vào lúc 12 giờ trưa cho tới 14 giờ 15 cùng ngày thì đầu của kim giờ di chuyển được quãng đường có độ dài là bao nhiêu centimet? (làm tròn để chữ số thập phân thứ hai)

Đáp án: 

5	,	8	9
---	---	---	---

**Lời giải.**

Khoảng thời gian từ 12 giờ đến 14 giờ 15 cùng ngày là 2,25 tiếng Số đo cung của đầu kim giờ quét được từ lúc 12 giờ đến 14 giờ 15 cùng ngày là  $2,25 \cdot \frac{\pi}{6} = 0,375\pi$ .

Quãng đường di chuyển của kim giờ trong khoảng thời gian đó là  $0,375\pi \cdot 5 \approx 5,89$  cm.

Đáp án: 

5,89
------

 □

**Phần IV. Câu hỏi tự luận.**

**CÂU 19.** Cho  $\sin a - \cos a = \frac{1}{5}$  ( $90^\circ < a < 270^\circ$ ). Tính giá trị của biểu thức  $\tan 2a$  (làm tròn đến một chữ số thập phân).

**Lời giải.**

Ta có:  $\sin a - \cos a = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \sin a = \cos a + \frac{1}{5}$ .

Mặt khác:  $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ .

Thay vào ta có:  $\left(\cos a + \frac{1}{5}\right)^2 + \cos^2 a = 1 \Leftrightarrow 2\cos^2 a + \frac{2}{5}\cos a - \frac{24}{25} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos a = \frac{-4}{5} \\ \cos a = \frac{3}{5} \end{cases}$

Vì  $90^\circ < a < 270^\circ \Rightarrow \cos a < 0$ . Do đó  $\cos a = -\frac{4}{5}$ .

Nên  $\sin a = \cos a + \frac{1}{5} = -\frac{3}{5} \Rightarrow \tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} = \frac{24}{7}$ .

Suy ra  $\tan 2a \approx 3,4$ .

**CÂU 20.** Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình  $x = 2 \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$ . Ở đây, thời gian  $t$  tính bằng giây và quãng đường  $x$  tính bằng centimét. Hãy cho biết trong thời gian từ 0 đến 20 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Đáp án: 

1	3		
---	---	--	--

**Lời giải.**

Vị trí cân bằng của vật dao động điều hoà là vị trí vật đứng yên, khi đó  $x = 0$ .

Xét phương trình  $2 \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) = 0$  ta có

$$2 \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow 2t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Trong thời gian từ 0 đến 20 giây, tức là  $0 \leq t \leq 20$  hay  $0 \leq \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \leq 20 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{160 - \pi}{4\pi}$ .

Mà  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 12\}$ .

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 20 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 13 lần.

Đáp án: **13** □

**CÂU 21.** Tìm tổng 50 số hạng đầu tiên của cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 7 \end{cases}$

**Lời giải.**

Ta có  $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 36 \\ d = -13 \end{cases}$  Tổng 50 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là  $S_{50} = \frac{50}{2} [2 \cdot u_1 + (50 - 1)d] = 25 [72 - 637] = -14125$ .

**CÂU 22.** Bố bạn An tặng bạn ấy một máy vi tính trị giá 15 triệu đồng bằng cách cho bạn ấy tiền hàng tháng theo phương thức: tháng đầu tiên cho 300 000 đồng, các tháng từ tháng thứ 2 trở đi mỗi tháng nhận được số tiền nhiều hơn tháng trước 50 000 đồng.

- Nếu chọn cách gửi tiết kiệm số tiền được nhận hàng tháng với lãi suất 0,6%/tháng thì bạn An gửi bao nhiêu tháng mới đủ mua máy vi tính?
- Nếu bạn An muốn có ngay máy vi tính để học bằng phương thức mua trả góp hàng tháng bằng số tiền bố cho với lãi suất ngân hàng là 0,7%/tháng thì bạn An mất bao nhiêu tháng để trả đủ số tiền và tháng cuối cùng trả bao nhiêu?

**Lời giải.**

- Nếu chọn cách gửi tiết kiệm số tiền được nhận hàng tháng với lãi suất  $0,6\% = 0,006$ /tháng. Khi đó

- ☑ Đầu tháng thứ 1 số tiền có là  $T_1 = 300\,000$  đồng.
- ☑ Đầu tháng thứ 2 số tiền có là  $T_2 = T_1 \cdot 1,006 + 300\,000 + 50\,000 = 300\,000 \cdot 1,006 + 300\,000 + 50\,000$ .
- ☑ Đầu tháng thứ 3 số tiền có là

$$\begin{aligned} T_3 &= T_2 \cdot 1,006 + 300\,000 + 2 \cdot 50\,000 \\ &= 300\,000 \cdot (1,006)^2 + 300\,000 \cdot 1,006 + 50\,000 \cdot 1,006 + 300\,000 + 2 \cdot 50\,000 \\ &= 300\,000(1,006^2 + 1,006 + 1) + 50\,000(1,006 + 2). \end{aligned}$$

- ☑ Đầu tháng thứ 4 số tiền có là

$$\begin{aligned} T_4 &= T_3 \cdot 1,006 + 300\,000 + 3 \cdot 50\,000 \\ &= 300\,000(1,006^3 + 1,006^2 + 1,006 + 1) + 50\,000(1,006^2 + 2 \cdot 1,006 + 3). \end{aligned}$$

- ☑ Đầu tháng thứ 5 số tiền có là

$$\begin{aligned} T_5 &= T_4 \cdot 1,006 + 300\,000 + 4 \cdot 50\,000 \\ &= 300\,000(1,006^4 + 1,006^6 + 1,006^2 + 1,006 + 1) \\ &\quad + 50\,000(1,006^3 + 2 \cdot 1,006^2 + 3 \cdot 1,006 + 4). \end{aligned}$$

- ☑ Đầu tháng thứ  $n$  số tiền có là

$$\begin{aligned} T_n &= T_{n-1} \cdot 1,006 + 300\,000 + (n-1) \cdot 50\,000 \\ &= 300\,000(1,006^{n-1} + 1,006^{n-2} + \dots + 1,006^2 + 1,006 + 1) \\ &\quad + 50\,000 [1,006^{n-2} + 2 \cdot 1,006^{n-3} + \dots + (n-2) \cdot 1,006 + (n-1)]. \end{aligned}$$

Thử các giá trị  $n$  trong công thức trên, ta thấy  $n = 20$  thì  $T_n = 16\,205\,523$ . Vậy sau 20 tháng thì bạn An mới đủ tiền mua máy vi tính.

**Sử dụng quy trình bấm máy tính trên máy tính cầm tay như sau:**

Vì tháng thứ  $n$  số tiền có là  $T_n = T_{n-1} \cdot 1,006 + 300\,000 + (n-1) \cdot 50\,000$ .

- ☑ Nhập vào màn hình  $X = X + 1$ :  $A = 1,006 \cdot A + 300\,000 + 50\,000(X-1)$ .  
 ☑ Ấn CALC, gán  $X = 1$ ,  $A = 300\,000$ ,  $=, =, \dots, =$  đến khi  $A$  vượt quá mười lăm triệu.

Ta thấy khi  $X = 20$  thì  $A > 15\,000\,000$ .

- b) Nếu bạn An muốn có ngay máy vi tính để học bằng phương thức mua trả góp hàng tháng bằng số tiền bỏ cho với lãi suất ngân hàng là  $0,7\% = 0,007/\text{tháng}$ . Khi đó  
 Vừa mua xong thì An trả luôn bằng tiền nhận được ở tháng đó nên đầu tháng 1, số tiền còn nợ là  $15\,000\,000 - 300\,000 = 14\,700\,000$  đồng.

- ☑ Đầu tháng 2 số tiền còn nợ là  
 $N_2 = 14\,700\,000 \cdot 1,007 - 300\,000 - 50\,000$  đồng.

- ☑ Đầu tháng 3 số tiền còn nợ là

$$\begin{aligned} N_3 &= N_2 \cdot 1,007 - 300\,000 - 2 \cdot 50\,000 \\ &= 14\,700\,000 \cdot 1,007^2 - 300\,000(1,007 + 1) - 50\,000(1,007 + 2). \end{aligned}$$

- ☑ Đầu tháng 4 số tiền còn nợ là

$$\begin{aligned} N_4 &= N_3 \cdot 1,007 - 300\,000 - 3 \cdot 50\,000 \\ &= 14\,700\,000 \cdot 1,007^3 - 300\,000(1,007^2 + 1,007 + 1) \\ &\quad - 50\,000(1,007^2 + 2 \cdot 1,007 + 3). \end{aligned}$$

- ☑ Đầu tháng 5 số tiền còn nợ là

$$\begin{aligned} N_5 &= N_4 \cdot 1,007 - 300\,000 - 4 \cdot 50\,000 \\ &= 14\,700\,000 \cdot 1,007^4 - 300\,000(1,007^3 + 1,007^2 + 1,007 + 1) \\ &\quad - 50\,000(1,007^3 + 2 \cdot 1,007^2 + 3 \cdot 1,007 + 4). \end{aligned}$$

- ☑ Đầu tháng 5 số tiền còn nợ là

$$\begin{aligned} N_n &= N_{n-1} \cdot 1,007 - 300\,000 - (n-1)50\,000 \\ &= 14\,700\,000 \cdot 1,007^{n-1} - 300\,000(1,007^{n-2} + 1,007^{n-3} + \dots + 1,007 + 1) \\ &\quad - 50\,000 [1,007^{n-2} + 2 \cdot 1,007^{n-3} + \dots + (n-2)1,007 + (n-1)]. \end{aligned}$$

Thử các giá trị  $n$  trong công thức trên, ta thấy  $n = 21$  thì  $N_n < 0$ . Vậy sau 21 tháng thì bạn An mới đủ tiền mua máy vi tính.

**Sử dụng quy trình bấm máy tính trên máy tính cầm tay như sau:**

Vì tháng thứ  $n$  số tiền có là  $N_n = N_{n-1} \cdot 1,007 - 300\,000 - (n-1)50\,000$ .

- ☑ Nhập vào màn hình  $X = X + 1$ :  $A = 1,007 \cdot A - 300\,000 - 50\,000(X-1)$ .  
 ☑ Ấn CALC, gán  $X = 1$ ,  $A = 14\,700\,000$ ,  $=, =, \dots, =$  đến khi  $A < 0$ .

Ta thấy khi  $X = 21$  thì  $A = -496\,006$ .

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

# ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ I

## TOÁN 11 — ĐỀ 4

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề.

**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Góc có số đo  $270^\circ$  đổi sang radian là

- (A)  $\frac{5\pi}{6}$ . (B)  $\frac{2\pi}{3}$ . (C)  $\frac{3\pi}{2}$ . (D)  $\frac{3\pi}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $270^\circ = \frac{270\pi}{180} = \frac{3\pi}{2}$ .

Chọn đáp án (D) ☐

**CÂU 2.** Trên đường tròn đường kính 6 cm, độ dài cung tròn có số đo bằng  $135^\circ$  là

- (A) 14,14 cm. (B) 6,28 cm. (C) 12,57 cm. (D) 7,07 cm.

**Lời giải.**

Ta có  $135^\circ = \frac{135\pi}{180} = \frac{3\pi}{4}$ . Độ dài cung tròn là  $l = R\alpha = \frac{3\pi \cdot 3}{4} \approx 7,07$  cm.

Chọn đáp án (D) ☐

**CÂU 3.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A)  $\sin(x - 3\pi) = -\sin x$ . (B)  $\tan(x - 3\pi) = \tan x$ . (C)  $\cos(x - 3\pi) = -\cos x$ . (D)  $\cot(x - 3\pi) = \cot x$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\tan(x - 3\pi) = -\tan x$ , do đó khẳng định sai là  $\tan(x - 3\pi) = \tan x$ .

Chọn đáp án (B) ☐

**CÂU 4.** Cho góc lượng giác  $\alpha = -\frac{5\pi}{4}$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A)  $\sin \alpha > 0$ . (B)  $\cot \alpha < 0$ . (C)  $\cos \alpha > 0$ . (D)  $\tan \alpha < 0$ .

**Lời giải.**

Với  $\alpha = -\frac{5\pi}{4}$  ta có  $\sin \alpha > 0$ ,  $\cos \alpha < 0$ ,  $\tan \alpha < 0$ ,  $\cot \alpha < 0$ .

Vậy mệnh đề sai là  $\cos \alpha > 0$ .

Chọn đáp án (C) ☐

**CÂU 5.** Cho góc lượng giác  $x$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- (A)  $\sin(\pi + x) = -\sin x$ . (B)  $\cos(\pi + x) = \cos x$ . (C)  $\tan(\pi + x) = -\tan x$ . (D)  $\cot(\pi + x) = -\cot x$ .

**Lời giải.**

Vì  $x + \pi$  và  $x$  là hai góc hơn kém nhau  $\pi$  nên ta có  $\sin(\pi + x) = -\sin x$ .

Chọn đáp án (A) ☐

**CÂU 6.** Cho  $P = \frac{2\sin x + 3\cos x}{\sin x + 2\cos x}$  với  $\cot x = 2$ . Tính giá trị của  $P$ .

- (A)  $\frac{5}{3}$ . (B)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ . (C)  $\frac{8}{5}$ . (D)  $\frac{7}{4}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\frac{2\sin x + 3\cos x}{\sin x + 2\cos x} = \frac{2 + 3\cot x}{1 + 2\cot x} = \frac{2 + 3 \cdot 2}{1 + 2 \cdot 2} = \frac{8}{5}$ .

Chọn đáp án (C) ☐

**CÂU 7.** Cho  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Tính  $\sin 2\alpha$ .

- (A)  $-\frac{2\sqrt{2}}{9}$ . (B)  $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ . (C)  $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ . (D)  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ .



**Lời giải.**

Vì  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  nên  $\cos \alpha < 0$ .

Ta có  $\cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

Vậy  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**CÂU 8.** Hàm số  $y = 3 \sin \left( x - \frac{\pi}{10} \right) - 1$  có tập giá trị là

- (A)**  $[2; 4]$ . **(B)**  $[-4; 2]$ . **(C)**  $[-4; 4]$ . **(D)**  $[-3; 3]$ .

**Lời giải.**

Ta có  $-1 \leq \sin \left( x - \frac{\pi}{10} \right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3 \sin \left( x - \frac{\pi}{10} \right) \leq 3 \Leftrightarrow -4 \leq \sin \left( x - \frac{\pi}{10} \right) - 1 \leq 2$ .

Vậy tập giá trị của hàm số  $y = 3 \sin \left( x - \frac{\pi}{10} \right) - 1$  là  $[-4; 2]$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**CÂU 9.** Điều kiện xác định của hàm số  $y = \frac{2 \sin x - 1}{\cot x}$  là

- (A)**  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . **(B)**  $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ . **(C)**  $x \neq \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ . **(D)**  $x \neq \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải.**

Điều kiện xác định là  $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**CÂU 10.** Một cấp số cộng có số hạng tổng quát là  $u_n = 3n + 5$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Gọi  $S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- (A)**  $S_n = \frac{3n - 1}{2}$ . **(B)**  $S_n = \frac{3n^2 + 13n}{2}$ . **(C)**  $S_n = \frac{3n^2 + 5n}{2}$ . **(D)**  $S_n = \frac{3n(n + 1)}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $u_1 = 3 \cdot 1 + 5 = 8$ .

Tổng  $n$  số hạng đầu tiên là  $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n}{2}(8 + 3n + 5) = \frac{3n^2 + 13n}{2}$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**CÂU 11.** Phương trình  $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$  có nghiệm là

- (A)**  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ . **(B)**  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . **(C)**  $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ . **(D)**  $x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... ☐

**CÂU 12.** Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Giả sử huyết áp của người đó thay đổi theo thời gian được cho bởi công thức  $p(t) = 115 + 25 \sin(160\pi t)$ , trong đó  $p(t)$  là huyết áp tính theo mmHg và  $t$  tính theo phút. Tính chỉ số huyết áp của người đó.

- (A)** 100/90. **(B)** 150/60. **(C)** 120/80. **(D)** 140/90.

**Lời giải.**

Ta có

$$-1 \leq \sin 160\pi t \leq 1 \Leftrightarrow -25 \leq 25 \sin 160\pi t \leq 25$$

$$\Leftrightarrow 90 \leq 115 + 25 \sin 160\pi t \leq 140 \Leftrightarrow 90 \leq p(t) \leq 140.$$

Vậy huyết áp tâm thu là 140, huyết áp tâm trương là 90.

Do đó chỉ số huyết áp của người này là 140/90.

Chọn đáp án **(D)** ..... ☐

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 13.** Tốc độ của 42 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ được ghi nhận ở bảng sau

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40; 45)	5	5
[45; 50)	10	15
[50; 55)	7	22
[55; 60)	9	31
[60; 65)	7	38
[65; 70)	4	42
	$n = 42$	

Xác định tính **đúng, sai** của các phát biểu sau

Mệnh đề	Đ	S
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 42$ .	X	
b) Nhóm [40; 45) có giá trị đại diện là 40,5.		X
c) Số trung bình của mẫu số liệu là 52.		X
d) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $Q_2 = 54,3$ .	X	

Lời giải.

- a) **Đ** Đúng.  
Cỡ mẫu là  $n = 42$ .
- b) **S** Sai.  
Nhóm [40; 45) có giá trị đại diện là  $\frac{40 + 45}{2} = 42,5$ .
- c) **S** Sai.  
Số trung bình của mẫu số liệu là  
$$n = \frac{5 \cdot 42,5 + 10 \cdot 47,5 + 7 \cdot 52,5 + 9 \cdot 57,5 + 7 \cdot 62,5 + 4 \cdot 67,5}{42} = 54,3.$$
- d) **Đ** Đúng.  
Ta có  $n_1 = \frac{n}{2} = 21$ , suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21.  
Xét nhóm 3 là nhóm [50; 55) có  $r = 50$ ;  $d = 5$ ;  $n_3 = 7$  và nhóm 2 có  $cf_2 = 15$ .  
Trung vị của mẫu số liệu là  $M_e = 50 + \frac{(21 - 15)}{7} \cdot 5 \approx 54,3$ .  
Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là  $Q_2 = 54,3$ .

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c sai ☐ d đúng .....

**CÂU 14.** Anh Hùng là kỹ sư vừa tốt nghiệp ra trường, anh nộp hồ sơ xin việc vào công ty A. Công ty đề nghị mức lương là 12 triệu đồng một tháng và cứ sau 9 tháng thì lương tháng sẽ tăng thêm 10%. Hợp đồng ký kết trong 5 năm. Xác định tính **đúng, sai** của các phát biểu sau

Mệnh đề	Đ	S
a) Tổng lương anh Hùng nhận được trong 3 tháng đầu tiên là 36 triệu đồng.	X	
b) Số tiền lương anh Hùng nhận được ở tháng thứ 10 của hợp đồng là 13,2 triệu đồng.	X	
c) Tổng lương anh Hùng nhận được trong 6 tháng cuối cùng của hợp đồng lớn hơn 130 triệu đồng.		X
d) Tổng lương anh Hùng nhận được trong 5 năm lớn hơn 960 triệu đồng.	X	

Lời giải.

- a) **Đ** Đúng.  
Tổng lương 3 tháng đầu là  $12 \cdot 3 = 36$  triệu đồng.
- b) **Đ** Đúng.  
Lương tháng thứ 10 là  $12 \cdot 110\% = 13,2$  triệu đồng.
- c) **S** Sai.  
Có cấp số nhân với  $u_1 = 108$  triệu, công bội  $q = 1,1$ .  
Khi đó 5 năm làm việc tức là 6 lần 9 tháng và 6 tháng còn lại. Tương ứng số tiền nhận được trong 6 tháng cuối cùng là  $\frac{6}{9}u_7 = \frac{6}{9}u_1q^6 \approx 128$  triệu đồng.

d) **D** Đúng.

Tổng lương trong 5 năm là

$$S_6 + \frac{6}{9}u_7 = \frac{u_1(1-q^7)}{1-q} + \frac{6}{9}u_1q^6 \approx 960,838 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng ☐

### Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

**CÂU 15.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$ . Tính tổng  $S_{10}$  của 10 số hạng đầu tiên.

Đáp án:

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 15 \\ 2u_1 + 5d = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -3. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } S_{10} = \frac{10}{2} \cdot [2 \cdot 21 + 9 \cdot (-3)] = 75.$$

Đáp án:

**CÂU 16.** Tổng các nghiệm của phương trình  $\tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$  trên đoạn  $[0; 2\pi]$  có dạng  $\frac{m\pi}{3}$ . Tìm  $m$ .

Đáp án:

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Do } x \in [0; 2\pi] \text{ suy ra } 0 \leq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{11\pi}{6}.$$

$$\text{Mà } k \in \mathbb{Z} \text{ suy ra } k \in \{0; 1; 2; 3\} \text{ suy ra } x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}; \frac{7\pi}{6}; \frac{5\pi}{3}\right\}.$$

$$\text{Tổng các nghiệm trên đoạn } [0; 2\pi] \text{ là } \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} + \frac{7\pi}{6} + \frac{5\pi}{3} = \frac{11\pi}{3}, \text{ suy ra } m = 11.$$

Đáp án:

**CÂU 17.** Cho hai cấp số cộng hữu hạn, mỗi cấp số có 2024 số hạng là 4; 7; 10; 13; 16; ... và 1; 6; 11; 16; 21; .... Có bao nhiêu số có mặt trong cả hai cấp số cộng?

Đáp án:

**Lời giải.**

Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(x_n)$  là  $x_n = 3n + 1$ .

Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(y_m)$  là  $y_m = 5m - 4$ .

$$\text{Xét } 3n + 1 = 5m - 4 \Leftrightarrow 3n = 5(m - 1) \Rightarrow n \mid 5 \Rightarrow n \in \{5; 10; 15; \dots; 2020\}.$$

Vậy có 404 số chung.

Đáp án:

**CÂU 18.** Ngày 29/2/2024, lúc 15h30, người đàn ông thấy kim giờ không đi qua số 3 nữa. Tính đến 12h00 ngày 1/1/2034, kim giờ đi qua số 3 bao nhiêu lần?

Đáp án:

**Lời giải.**

Mỗi ngày, kim giờ đi qua số 3 hai lần.

Từ 1/3/2024 đến 31/12/2024 có 306 ngày, kim giờ đi qua số 3 là  $306 \cdot 2 = 702$  lần.

Từ năm 2025 đến 2033 có 9 năm (bao gồm 2 năm nhuận), nên có  $365 \cdot 9 + 2 = 3287$  ngày, kim giờ đi qua số 3 là  $3287 \cdot 2 = 6574$  lần.

Từ 0h00 đến 12h00 ngày 1/1/2034, kim giờ đi qua số 3 thêm 1 lần.

Tổng cộng là  $702 + 6574 + 1 = 7277$  lần.

Đáp án:

### Phần IV. Câu hỏi tự luận.

**CÂU 19.** Giải phương trình  $2\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} = 0$ .

**Lời giải.**

$$2\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**CÂU 20.** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 2 \cos \left( 2\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$ ,  $t$  tính bằng giây và  $x$  tính bằng cm. Thời điểm đầu tiên vật có li độ lớn nhất bằng bao nhiêu giây?

**Lời giải.**

Với mọi  $t \geq 0$  ta có  $-1 \leq \cos \left( 2\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \cos \left( 2\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \leq 2$ .

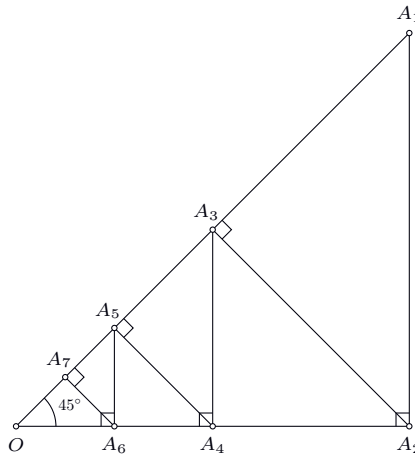
Do đó, li độ lớn nhất là  $x = 2$  cm xảy ra khi

$$\cos \left( 2\pi t + \frac{\pi}{2} \right) = 1 \Leftrightarrow 2\pi t + \frac{\pi}{2} = k2\pi \Leftrightarrow t = k - \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}.$$

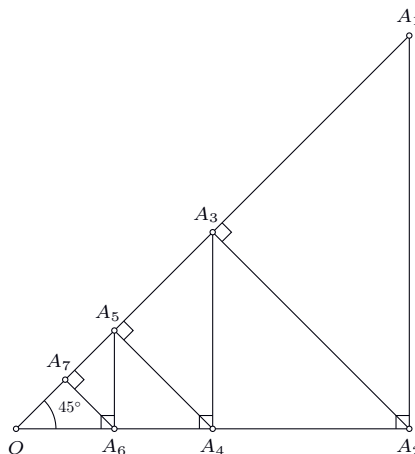
Vì  $t \geq 0$  nên  $k - \frac{1}{4} \geq 0 \Leftrightarrow k \geq \frac{1}{4}$ .

Vì  $k \in \mathbb{Z}$  nên thời điểm đầu tiên thỏa mãn ứng với  $k = 1 \Rightarrow t_0 = \frac{3}{4} = 0,75$  giây.

**CÂU 21.** Cho tam giác  $OA_1A_2$  vuông tại  $A_2$ ,  $A_1A_2 = 2$  và  $\widehat{A_1OA_2} = 45^\circ$ . Lần lượt hạ các đường vuông góc  $A_2A_3 \perp OA_1$ ;  $A_3A_4 \perp OA_2$ ;  $A_4A_5 \perp OA_1$ ;  $A_5A_6 \perp OA_2$ ; ... Tiếp tục quá trình này tổng cộng 7 lần, ta nhận được đường gấp khúc  $A_1A_2A_3A_4 \dots A_7$ . Tính độ dài đường gấp khúc này (Làm tròn đến hàng phần trăm).



**Lời giải.**



Các góc  $\widehat{A_1A_2A_3}$ ,  $\widehat{A_2A_3A_4}$ ,  $\widehat{A_3A_4A_5}$ , ... đều bằng góc  $\widehat{A_1OA_2}$  nên đều có đo là  $45^\circ$ .

$$A_2A_3 = A_1A_2 \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$A_3A_4 = A_2A_3 \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2$$

$$A_4A_5 = A_3A_4 \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3; \dots$$

**CÂU 22.** Công ty  $A$  muốn thuê một mảnh đất trong vòng 15 năm để làm nhà kho. Có hai công ty môi giới bất động sản  $B$  và bất động sản  $C$  đều muốn cho thuê. Mỗi công ty, đưa ra phương án cho thuê như sau:  
 Phương án công ty  $B$  trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 10 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500 000 đồng.  
 Phương án công ty  $C$  trả tiền theo năm, năm đầu tiên thuê đất là 70 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.  
 Công ty  $A$  nên lựa chọn thuê đất của công ty môi giới bất động sản nào để chi phí là thấp nhất và số tiền đó bằng bao nhiêu?

**Lời giải.**

Gọi  $B_n, C_n$  lần lượt là số tiền công ty  $A$  cần trả theo cách tính của hai công ty  $B$  và  $C$  Theo bài ra, ta có

☑  $B_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với  $u_1 = 10$  triệu đồng và công sai  $d = 0,5$  triệu đồng.

☑  $C_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với  $u_1 = 70$  triệu đồng, công sai  $d = 3$  triệu đồng.

Khi đó:

Nếu thuê đất của công ty  $B$  trong vòng 15 năm thì số tiền công ty  $A$  phải trả là

$$B_{60} = \frac{n}{2} \cdot [2u_1 + (n-1)d] = 30 \cdot (2 \cdot 10 + 59 \cdot 0,5) = 1\,485 \text{ (triệu đồng)}.$$

Nếu thuê đất của công ty  $C$  trong vòng 15 năm thì số tiền công ty  $A$  phải trả là

$$C_{15} = \frac{n}{2} \cdot [2u_1 + (n-1)d] = 7,5(2 \cdot 70 + 14 \cdot 3) = 1\,365 \text{ (triệu đồng)}.$$

Do đó công ty  $A$  nên thuê đất của công ty  $C$  và số tiền phải trả là 1 365 (triệu đồng).

## MỤC LỤC

Đề 1: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	1
Đề 2: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	4
Đề 3: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	7
Đề 4: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	10

## LỜI GIẢI CHI TIẾT 13

Đề 1: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	13
Đề 2: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	19
Đề 3: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	25
Đề 4: TOÁN 11 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	32

