



## QUICK NOTE

### 1. Ví dụ mẫu

**VÍ DỤ 1 (NB).** Xác định số hạng đầu là số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$  các số tự nhiên lẻ 1, 3, 5, 7, ...

**VÍ DỤ 2 (NB).** Xác định số hạng đầu là số hạng tổng quát của dãy số  $(v_n)$  các số nguyên dương chia hết cho 5: 5, 10, 15, 20, ...

**VÍ DỤ 3 (NB).** Viết năm số hạng đầu và số hạng thứ 100 của dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = 3n - 2$ .

**VÍ DỤ 4 (NB).** Cho dãy số xác định bằng hệ thức truy hồi:  $u_1 = 1, u_n = 3u_{n-1} + 2$  với  $n \geq 2$ . Viết ba số hạng đầu của dãy số này.

**VÍ DỤ 5 (NB).** Dãy số  $(u_n)$  cho bởi hệ thức truy hồi:  $u_1 = 1, u_n = n \cdot u_{n-1}$  với  $n \geq 2$ . Viết năm số hạng đầu của dãy số và dự đoán công thức tổng quát  $u_n$ .

### 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1 (NB).** Xét dãy số hữu hạn gồm các số tự nhiên lẻ nhỏ hơn 20, sắp xếp theo thứ tự từ bé đến lớn. Liệt kê tất cả các số hạng của dãy số này, tìm số hạng đầu và số hạng cuối của dãy.

**BÀI 2 (TH).** Xét dãy số gồm tất cả các số tự nhiên chia cho 5 dư 1. Xác định số hạng tổng quát của dãy số.

**BÀI 3 (NB).** Tìm năm số hạng đầu và số hạng thứ 100 của dãy  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$ .

**BÀI 4 (NB).** Viết năm số hạng đầu của dãy số gồm các số nguyên tố theo thứ tự tăng dần.

**BÀI 5 (NB).** Viết năm số hạng đầu của dãy  $(u_n)$  với số hạng tổng quát là  $u_n = n!$ .

### 3. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1.** Cho dãy số có các số hạng đầu là 5, 10, 15, 20, 25, ... Số hạng tổng quát của dãy số này là

- ☐ A  $u_n = 5(n - 1)$ . ☐ B  $u_n = 5n$ . ☐ C  $u_n = 5 + n$ . ☐ D  $u_n = 5n + 1$ .

**CÂU 2.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{an^2}{n+1}$ ,  $a$  là hằng số.  $u_{n+1}$  là số hạng nào trong các số hạng sau

- ☐ A  $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+2}$ . ☐ B  $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+1}$ .  
☐ C  $u_{n+1} = \frac{an^2+1}{n+1}$ . ☐ D  $u_{n+1} = \frac{an^2}{n+2}$ .

**CÂU 3.** Cho dãy số có các số hạng đầu là 8, 15, 22, 29, 36, ... Số hạng tổng quát của dãy số này là

- ☐ A  $u_n = 7n + 7$ .  
☐ B  $u_n = 7n$ .  
☐ C  $u_n = 7n + 1$ .  
☐ D  $u_n$  không viết được dưới dạng công thức.

**CÂU 4.** Cho dãy số có các số hạng đầu là  $0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$  Số hạng tổng quát của dãy số này là

- ☐ A  $u_n = \frac{n+1}{n}$ . ☐ B  $u_n = \frac{n}{n+1}$ . ☐ C  $u_n = \frac{n-1}{n}$ . ☐ D  $u_n = \frac{n^2-n}{n+1}$ .

**CÂU 5.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_1 = 1, u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- ☐ A  $u_n = 2 - n$ . ☐ B  $u_n$  không xác định.  
☐ C  $u_n = 1 - n$ . ☐ D  $u_n = -n$ , với mọi  $n$ .

**CÂU 6.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2n^2-1}{n^2+3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Số hạng đầu tiên của dãy số là

- ☐ A  $u_1 = -\frac{1}{3}$ . ☐ B  $u_1 = \frac{2}{3}$ . ☐ C  $u_1 = \frac{1}{3}$ . ☐ D  $u_1 = \frac{1}{4}$ .

**CÂU 7.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_1 = -1, u_{n+1} = u_n + 3$  với  $n \geq 1$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là

- (A)  $-1, 2, 5$ . (B)  $1, 4, 7$ . (C)  $4, 7, 10$ . (D)  $-1, 3, 7$ .

## 📁 Dạng 2. Tìm số hạng cụ thể của dãy số

Để tìm số hạng cụ thể của dãy số ta làm như sau

- ☑ Với trường hợp dãy số đã cho biết công thức tổng quát của dãy số thì ta chỉ cần thay giá trị tương ứng của số hạng đó vào công thức tổng quát.
- ☑ Với trường hợp dãy số cho bởi công thức truy hồi hoặc dưới dạng thì ta phải tìm lần lượt từ những số hạng đầu tiên cho đến số đứng trước số cần tìm trong dãy.

## 1. Ví dụ mẫu

**VÍ DỤ 1 (NB).** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n}$ . Tìm số hạng  $u_3$ .

- (A)  $u_3 = -\frac{8}{3}$ . (B)  $u_3 = 2$ . (C)  $u_3 = -2$ . (D)  $u_3 = \frac{8}{3}$ .

**VÍ DỤ 2 (NB).** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$ . Tìm số hạng  $u_5$ .

- (A)  $u_5 = \frac{1}{4}$ . (B)  $u_5 = \frac{7}{4}$ . (C)  $u_5 = \frac{17}{12}$ . (D)  $u_5 = \frac{71}{39}$ .

**VÍ DỤ 3 (NB).** Cho dãy số  $u_n$  bao gồm các số nguyên tố. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

**VÍ DỤ 4 (NB).** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$ . Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

- (A) 11. (B) 15. (C) 16. (D) 12.

**VÍ DỤ 5 (TH).** Cho dãy số xác định bằng hệ thức truy hồi

$$u_1 = 1, u_n = 3u_{n-1} + 2 \text{ với } n \geq 2$$

Viết ba số hạng đầu của dãy số này.

**VÍ DỤ 6 (VD).** Cho dãy số  $(u_n)$ :  $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$ . Số 20 là số hạng thứ mấy trong dãy?

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1 (NB).** Cho dãy số  $u_n = \frac{1}{\sqrt{n} + 1}$ . Tìm số hạng  $u_4$ .

**BÀI 2 (NB).** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát:  $u_n = 2n + \sqrt{n^2 + 4}$ . Tìm số hạng thứ 6 của dãy số.

**BÀI 3 (NB).** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi:  $\begin{cases} u_1 = -1; u_2 = 3 \\ u_{n+1} = 5u_n - 6u_{n-1} \forall n \geq 2 \end{cases}$ . Tìm số hạng thứ 7 của dãy.

**BÀI 4 (NB).** Viết năm số hạng đầu của dãy số Fibonacci  $(F_n)$  cho bởi hệ thức truy hồi

$$\begin{cases} F_1 = 1, F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \ (n \geq 3). \end{cases}$$

**BÀI 5 (NB).** Người ta nuôi cấy 5 con vi khuẩn E-coli trong môi trường nhân tạo. Cứ 30 phút thì vi khuẩn E-coli sẽ nhân đôi 1 lần. Tính số lượng vi khuẩn thu được sau 1, 2, 3 lần nhân đôi.

**BÀI 6 (TH).** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$ .

- Viết năm số hạng đầu của dãy.
- Dãy số có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

## QUICK NOTE

**QUICK NOTE**

**BÀI 7 (VD).** Cho dãy số  $(x_n)$  thỏa mãn điều kiện  $x_1 = 1, x_{n+1} - x_n = \frac{1}{n(n+1)}, n = 1, 2, 3, \dots$  Số hạng  $x_{2023}$  bằng

**BÀI 8 (VDC).** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 99 \\ u_{n+1} = u_n - 2n - 1, n \geq 1 \end{cases}$ . Hỏi số  $-861$  là số hạng thứ mấy?

**3. Câu hỏi trắc nghiệm**

**CÂU 1.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- (A)  $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$ . (B)  $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$ . (C)  $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$ . (D)  $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$ .

**CÂU 2.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = (-1)^n \cdot 2n$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A)  $u_3 = -6$ . (B)  $u_2 = 4$ . (C)  $u_4 = -8$ . (D)  $u_1 = -2$ .

**CÂU 3.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$ . Tìm số hạng  $u_4$ .

- (A)  $u_4 = \frac{2}{3}$ . (B)  $u_4 = 1$ . (C)  $u_4 = \frac{14}{27}$ . (D)  $u_4 = \frac{5}{9}$ .

**CÂU 4.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$  với  $n \geq 0$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là lần lượt là những số nào dưới đây?

- (A)  $-1; 2; 5$ . (B)  $-1; 3; 7$ . (C)  $1; 4; 7$ . (D)  $4; 7; 10$ .

**CÂU 5.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$ . Số  $\frac{7}{12}$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

- (A) 9. (B) 6. (C) 10. (D) 8.

**CÂU 6.** Cho dãy  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A)  $u_2 = \frac{5}{2}$ . (B)  $u_4 = \frac{31}{8}$ . (C)  $u_3 = \frac{15}{4}$ . (D)  $u_5 = \frac{63}{16}$ .

**CÂU 7.** Cho dãy số  $(u_n)$ , với  $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$ . Tìm số hạng  $u_{n+1}$ .

- (A)  $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$ . (B)  $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$ .  
(C)  $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$ . (D)  $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$ .

**CÂU 8.** Cho dãy số  $(a_n)$ , được xác định  $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n, n \geq 1 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A)  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{93}{16}$ . (B)  $a_{10} = \frac{3}{512}$ .  
(C)  $a_n = \frac{3}{2^n}$ . (D)  $a_{n+1} + a_n = \frac{9}{2^n}$ .

**CÂU 9.** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 4 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n \end{cases}$  với mọi  $n \geq 1$ . Giá trị  $u_{101} - u_{100}$  là

- (A)  $3 \cdot 2^{102}$ . (B)  $3 \cdot 2^{101}$ . (C)  $3 \cdot 2^{100}$ . (D)  $3 \cdot 2^{99}$ .

**CÂU 10.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_1 = \sqrt{2}$  và  $u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}$  với mọi  $n \geq 1$ . Tìm  $u_{2023}$ .

- (A)  $u_{2023} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2022}}$ . (B)  $u_{2023} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2024}}$ .  
(C)  $u_{2023} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2023}}$ . (D)  $u_{2023} = 2$ .

### 📁 Dạng 3. Xét tính tăng giảm của dãy số

### QUICK NOTE

- a) Phương pháp 1. Xét dấu của hiệu số  $u_{n+1} - u_n$ .
- (a) Nếu  $u_{n+1} - u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  thì  $(u_n)$  là dãy số tăng.
  - (b) Nếu  $u_{n+1} - u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  thì  $(u_n)$  là dãy số giảm.
- b) Phương pháp 2. Nếu  $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  thì ta có thể so sánh thương  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  với 1.
- (a) Nếu  $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$  thì  $(u_n)$  là dãy số tăng.
  - (b) Nếu  $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$  thì  $(u_n)$  là dãy số giảm.
- Nếu  $u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  thì ta có thể so sánh thương  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  với 1.
- (a) Nếu  $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$  thì  $(u_n)$  là dãy số tăng.
  - (b) Nếu  $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$  thì  $(u_n)$  là dãy số giảm.
- c) Phương pháp 3. Nếu dãy số  $(u_n)$  cho bởi hệ thức truy hồi thì thường dùng phương pháp quy nạp để chứng minh  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$  (hoặc  $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ ).

## 1. Ví dụ mẫu

**VÍ DỤ 1 (NB).** Xét sự tăng giảm của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-1)^n$ .

**VÍ DỤ 2 (NB).** Xét tính tăng giảm của dãy số sau  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ .

**VÍ DỤ 3 (TH).** Xét tính tăng giảm của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n+2}$ .

**VÍ DỤ 4 (TH).** Xét tính tăng giảm của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n}{3^n}$ .

**VÍ DỤ 5 (VD).** Xét tính tăng giảm của dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 1}{u_n + 1}, n \in \mathbb{N}^*. \end{cases}$

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1 (NB).** Xét tính tăng giảm của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{\sqrt{2}}{3^n}$ .

**BÀI 2 (NB).** Xét tính tăng giảm của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ .

**BÀI 3 (TH).** Xét tính tăng giảm của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = n + \cos^2 n$ .

**BÀI 4.** THXét tính tăng giảm của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ .

**BÀI 5 (TH).** Xét tính tăng giảm của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ .

**BÀI 6 (VD).** Xét tính tăng giảm của dãy số  $(u_n)$  cho bởi

$$(u_n) : \begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} + \sqrt{u_{n-1}} \forall n \geq 2 \end{cases}$$

**BÀI 7 (VD).** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{b \cdot 2n^2 + 1}{n^2 + 3}$  và  $b \in \mathbb{R}$ . Hãy xác định  $b$  để

- a)  $(u_n)$  là dãy số giảm.
- b)  $(u_n)$  là dãy số tăng.

**BÀI 8 (VDC).** Xét tính tăng giảm của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \sin n + \cos n$ .

### CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

**QUICK NOTE**

**CÂU 1.** Cho các dãy số sau. Dãy số nào là dãy số tăng?

- (A)  $1; 1; 1; 1; 1; 1; \dots$  (B)  $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$   
 (C)  $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$  (D)  $1; 3; 5; 7; 9; \dots$

**CÂU 2.** Với giá trị nào của  $a$  thì dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{an-1}{n+2}, \forall n \geq 1$  là dãy số tăng?

- (A)  $a > 2$ . (B)  $a < -2$ . (C)  $a > -\frac{1}{2}$ . (D)  $a < -\frac{1}{2}$ .

**CÂU 3.** Trong các dãy  $(u_n)$  sau đây dãy nào là dãy số giảm?

- (A)  $u_n = (-1)^n$ . (B)  $u_n = 2^n$ . (C)  $u_n = 3n + 1$ . (D)  $u_n = \frac{1}{3^n}$ .

**CÂU 4.** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- (A)  $u_n = \frac{1}{n}$ . (B)  $u_n = \frac{1}{2^n}$ . (C)  $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$ . (D)  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ .

**CÂU 5.** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- (A)  $u_n = n^2$ . (B)  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ . (C)  $u_n = \sqrt{n+2}$ . (D)  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .

**CÂU 6.** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau, hãy chọn dãy số tăng.

- (A)  $u_n = (-1)^{2n}(5^n + 1), n \in \mathbb{N}^*$ . (B)  $u_n = \frac{n}{n^2+1}, n \in \mathbb{N}^*$ .  
 (C)  $u_n = (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{n}, n \in \mathbb{N}^*$ . (D)  $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}+n}, n \in \mathbb{N}^*$ .

**CÂU 7.** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- (A)  $u_n = \frac{n^2+1}{n}$ . (B)  $u_n = (-1)^n \cdot (2^n + 1)$ .  
 (C)  $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$ . (D)  $u_n = \sin n$ .

**CÂU 8.** Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Dãy số  $u_n = \frac{1}{n} - 2$  là dãy tăng.  
 (B) Dãy số  $u_n = 2n + \cos \frac{1}{n}$  là dãy tăng.  
 (C) Dãy số  $u_n = \frac{n-1}{n+1}$  là dãy giảm.  
 (D) Dãy số  $u_n = (-1)^n(2^n + 1)$  là dãy giảm.

**CÂU 9.** Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) Dãy số  $u_n = \frac{1-n}{\sqrt{n}}$  là dãy giảm. (B) Dãy số  $u_n = n + \sin^2 n$  là dãy tăng.  
 (C) Dãy số  $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  là dãy giảm. (D) Dãy số  $u_n = 2n^2 - 5$  là dãy tăng.

**CÂU 10.** Cho dãy  $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)}u_n + \frac{3(n+2)}{2(n+1)} \end{cases}, n \in \mathbb{N}^*$ . Nhận xét nào sau đây đúng

- (A) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng.  
 (B) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm.  
 (C) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số không tăng, không giảm.  
 (D) Tất cả các đáp án còn lại đều sai.

**Dạng 4. Xét tính bị chặn của dãy số**

- ☑ Để chứng minh dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi  $M$ , ta chứng minh  $u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .  
 ☑ Để chứng minh dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới bởi  $m$ , ta chứng minh  $u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .  
 ☑ Để chứng minh dãy số bị chặn ta chứng minh nó bị chặn trên và bị chặn dưới.  
 — Nếu dãy số  $(u_n)$  tăng thì bị chặn dưới bởi  $u_1$ .

— Nếu dãy số  $(u_n)$  giảm thì bị chặn trên bởi  $u_1$ .

## QUICK NOTE

## 1. Ví dụ mẫu

**VÍ DỤ 1 (NB).** Chứng minh rằng dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{3n}{n^2 + 9}$  bị chặn trên bởi  $\frac{1}{2}$ .

**VÍ DỤ 2 (NB).** Chứng minh rằng dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \frac{8n+3}{3n+5}$  là một dãy số bị chặn.

**VÍ DỤ 3 (TH).** Xét tính bị chặn của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{3n+1}{n+3}$ .

**VÍ DỤ 4 (VD).** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_1 = 1$  và  $u_{n+1} = \frac{u_n+2}{u_n+1}, \forall n \geq 1$ . Chứng minh rằng dãy  $(u_n)$  bị chặn trên bởi số  $\frac{3}{2}$  và bị chặn dưới bởi số 1.

**VÍ DỤ 5 (VD).** Xét tính bị chặn của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \sin n + \cos n$ .

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1 (TH).** Xét tính bị chặn của các dãy số sau

- a)  $u_n = \frac{1}{2n^2 - 1}$ .      b)  $u_n = 3 \cdot \cos \frac{n\pi}{3}$ .      c)  $u_n = 2n^3 + 1$ .
- d)  $u_n = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + n + 1}$ .      e)  $u_n = n + \frac{1}{n}$ .

**BÀI 2 (VD).** Xét tính bị chặn của dãy số  $(u_n)$  với:

- a)  $u_n = \frac{4}{n} - 5$ .      b)  $u_n = \frac{n+4}{n+2}$ .      c)  $u_n = \frac{5}{n^2+1} + \frac{n+2}{n+1} + \cos n$ .

**BÀI 3 (VDC).** Xét tính bị chặn của dãy số  $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n, n \in \mathbb{N}^*$ .

**BÀI 4 (VD).** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_1 = 0$  và  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 4, \forall n \geq 1$ .

- a) Chứng minh dãy  $(u_n)$  bị chặn trên bởi số 8.
- b) Chứng minh dãy  $(u_n)$  tăng, từ đó suy ra dãy  $(u_n)$  bị chặn.

**BÀI 5 (VD).** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau, dãy số nào bị chặn trên, bị chặn dưới và bị chặn?

- a)  $u_n = n^2 + 5$ .      b)  $u_n = \frac{3n+1}{2n+5}$ .      c)  $u_n = (-1)^n \cos \frac{\pi}{2n}$ .
- d)  $u_n = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + n + 1}$ .      e)  $u_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 2n} + n}$ .

## 3. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_1 = 3$  và  $u_{n+1} = \frac{u_n+1}{2}, \forall n \geq 1$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- ☐ A Dãy số bị chặn.      ☐ B Dãy số bị chặn trên.
- ☐ C Dãy số bị chặn dưới.      ☐ D Dãy số không bị chặn.

**CÂU 2.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_1 = \sqrt{2}$  và  $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}, \forall n \geq 1$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- ☐ A Dãy số bị chặn trên.      ☐ B Dãy số bị chặn dưới.
- ☐ C Dãy số bị chặn.      ☐ D Dãy số không bị chặn.

**CÂU 3.** Xét tính bị chặn của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$ .

- ☐ A Không bị chặn.      ☐ B Bị chặn trên.      ☐ C Bị chặn dưới.      ☐ D Bị chặn.

**QUICK NOTE**

**CÂU 4.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+3)}$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số  $m$  và  $M$  nào dưới đây?

- (A)  $m = 0, M = 1.$  (B)  $m = 1, M = \frac{1}{2}.$   
(C)  $m = 1, M = \frac{10}{19}.$  (D)  $m = 0, M = \frac{11}{18}.$

**CÂU 5.** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n}$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số  $m$  và  $M$ . Tính giá trị biểu thức  $m + M$ ?

- (A)  $\frac{1}{\sqrt{2}}.$  (B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}.$  (C)  $\frac{1}{\sqrt{5}}.$  (D)  $\frac{1}{\sqrt{7}}.$

**CÂU 6.** Cho dãy số  $(u_n)$ , với  $u_n = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}, \forall n = 2; 3; 4; \dots$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Dãy số bị chặn. (B) Dãy số bị chặn trên.  
(C) Dãy số bị chặn dưới. (D) Dãy số không bị chặn.

**CÂU 7.** Cho dãy số  $(u_n)$  và đặt  $u_n = \sum_{k=1}^n a_k$  với  $a_k = \frac{1}{4k^2 - 1}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $0 < u_n < 1.$  (B)  $0 \leq u_n \leq \frac{1}{2}.$  (C)  $0 < u_n < \frac{1}{2}.$  (D)  $0 \leq u_n \leq 1.$

**CÂU 8.** Cho dãy số  $(u_n)$  và đặt  $u_n = \sum_{k=1}^n a_k$  với  $a_k = \frac{1}{k(k+4)}$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số  $m$  và  $M$  nào sau đây?

- (A)  $m = 0, M = \frac{25}{48}.$  (B)  $m = 0, M = \frac{25}{12}.$   
(C)  $m = 1, M = \frac{1}{4}.$  (D)  $m = 1, M = \frac{1}{2}.$

**CÂU 9.** Xét tính bị chặn của dãy số  $(u_n)$  và đặt  $u_n = \sum_{k=1}^n a_k$  với  $a_k = \frac{1}{k(k+1)}$ .

- (A) Bị chặn. (B) Bị chặn dưới. (C) Bị chặn trên. (D) Không bị chặn..

**CÂU 10.** Cho dãy số  $(u_n)$ , xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = \sqrt{6 + u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $\sqrt{6} < u_n < 2\sqrt{3}.$  (B)  $\sqrt{6} \leq u_n \leq 2\sqrt{3}.$   
(C)  $\sqrt{6} < u_n \leq 2\sqrt{3}.$  (D)  $\sqrt{6} \geq u_n < 2\sqrt{3}.$

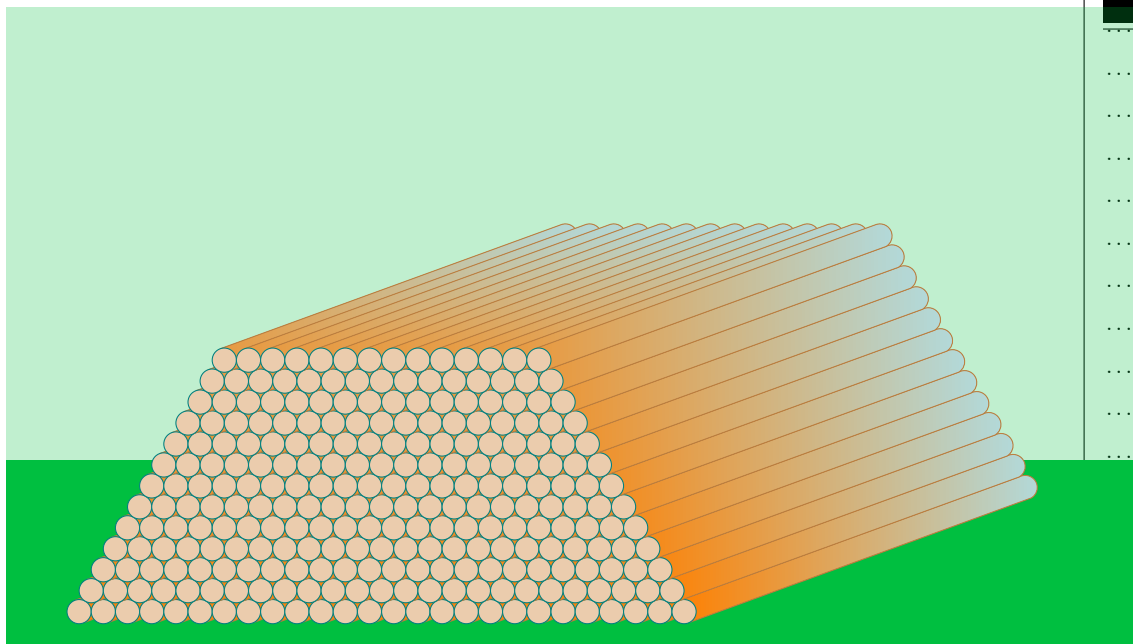
**Dạng 5. Toán thực tế về dãy số**

**1. Ví dụ mẫu**

**VÍ DỤ 1.** Một chồng cột gỗ được xếp thành các lớp, hai lớp liên tiếp hơn kém nhau một cột gỗ.

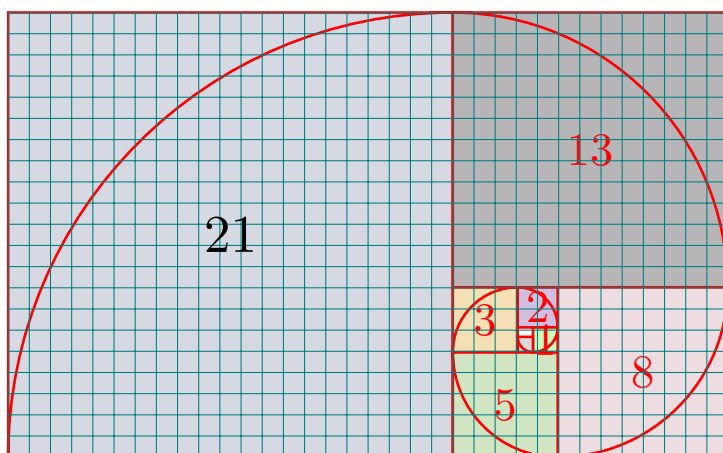


QUICK NOTE



- a) Gọi  $u_1 = 25$  là số cột gỗ có ở hàng dưới cùng của chồng cột gỗ,  $u_n$  là số cột gỗ có ở hàng thứ  $n$  tính từ dưới lên trên. Xét tính tăng, giảm của dãy số này.
- b) Gọi  $v_1 = 14$  là số cột gỗ có ở hàng trên cùng của chồng cột gỗ,  $v_n$  là số cột gỗ có ở hàng thứ  $n$  tính từ trên xuống dưới. Xét tính tăng, giảm của dãy số này.

**VÍ DỤ 2.** Trên lưới ô vuông, mỗi ô cạnh 1 đơn vị, người ta vẽ 8 hình vuông và tô màu khác nhau như hình vẽ. Tìm dãy số biểu diễn độ dài cạnh của 8 hình vuông đó từ nhỏ đến lớn. Có nhận xét gì về dãy số trên?



**VÍ DỤ 3.** Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép như sau. Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Gọi  $P_n$  (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau  $n$  tháng.

- a) Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 1 tháng.
- b) Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 3 tháng.
- c) Dự đoán công thức của  $P_n$  tính theo  $n$ .

**VÍ DỤ 4.** Anh Thanh vừa được tuyển dụng vào một công ty công nghệ, được cam kết lương năm đầu sẽ là 200 triệu đồng và lương mỗi năm tiếp theo sẽ được tăng thêm 25 triệu đồng. Gọi  $s_n$  (triệu đồng) là lương vào năm thứ  $n$  mà anh Thanh làm việc cho công ty đó. Khi đó ta có

$$s_1 = 200, s_n = s_{n-1} + 25 \text{ với } n \geq 2.$$

- a) Tính lương của anh Thanh vào năm thứ 5 làm việc cho công ty.





**QUICK NOTE**

**BÀI 2 (NB).** Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng đó.

a) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 19n - 5$ ;

b) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = n^2 + n + 1$ .

**BÀI 3 (TH).** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$ ,  $u_2 = 9$ . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng bao nhiêu?

**BÀI 4 (TH).** Tìm số hạng đầu tiên, công sai của cấp số cộng sau  $\begin{cases} u_5 = 19 \\ u_9 = 35. \end{cases}$

Vậy số hạng đầu tiên  $u_1 = 3$ , công sai  $d = 4$ .

**BÀI 5 (VD).** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_2 + u_4 - u_6 = -7 \\ u_8 + u_7 = 2u_4 \end{cases}$ . Xác định số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  cấp số cộng.

**BÀI 6 (VD).** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ . Xác định số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  cấp số cộng.

**BÀI 7 (VDC).** Tính số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của một cấp số cộng biết  $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 27 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 275 \end{cases}$

Thay  $u_2 = 9$  vào  $3u_2^2 + 2d^2 = 275$  ta được  $d = 4$  hay  $d = -4$ .

Vậy  $u_1 = 5$ ,  $d = 4$  hoặc  $u_1 = 13$ ,  $d = -4$ .

### 3. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

**(A)** 1; -3; -7; -11; -15; ...

**(B)** 1; -3; -6; -9; -12; ...

**(C)** 1; -2; -4; -6; -8; ...

**(D)** 1; -3; -5; -7; -9; ...

**CÂU 2.** Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số cộng?

**(A)**  $-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$ .

**(B)**  $15\sqrt{2}; 12\sqrt{2}; 9\sqrt{2}; 6\sqrt{2}$ .

**(C)**  $\frac{4}{5}; 1; \frac{7}{5}; \frac{9}{5}; \frac{11}{5}$ .

**(D)**  $\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{2\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3}; \frac{4\sqrt{3}}{3}; \frac{5}{\sqrt{3}}$ .

**CÂU 3.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 6$ . Công sai của cấp số cộng đã cho là

**(A)** 4.

**(B)** -4.

**(C)** 8.

**(D)** 3.

**CÂU 4.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = -3$  và  $u_6 = 27$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho là

**(A)**  $d = 7$ .

**(B)**  $d = 5$ .

**(C)**  $d = 8$ .

**(D)**  $d = 6$ .

**CÂU 5.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_{17} = 33$  và  $u_{33} = 65$ . Công sai của cấp số cộng đã cho là

**(A)** 1.

**(B)** 3.

**(C)** -2.

**(D)** 2.

**CÂU 6.** Cho cấp số cộng có  $u_1 = -3$  và  $d = 4$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

**(A)**  $u_5 = 15$ .

**(B)**  $u_4 = 8$ .

**(C)**  $u_3 = 5$ .

**(D)**  $u_2 = 2$ .

**CÂU 7.** Cho cấp số cộng có  $u_1 = 11$  và công sai  $d = 4$ . Hãy tính  $u_{99}$ .

**(A)** 401.

**(B)** 403.

**(C)** 402.

**(D)** 404.

**CÂU 8.** Một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_{13} = 8$  và  $d = -3$ . Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng  $(u_n)$ .

**(A)** 50.

**(B)** 28.

**(C)** 38.

**(D)** 44.

**CÂU 9.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 4$ . Hãy tính giá trị  $u_{2019}$  bằng

**(A)** 8074.

**(B)** 4074.

**(C)** 8078.

**(D)** 4078.

**CÂU 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng tổng quát là  $u_n = 3n - 2$ . Tìm công sai  $d$  của cấp số cộng.

**(A)**  $d = 3$ .

**(B)**  $d = 2$ .

**(C)**  $d = -2$ .

**(D)**  $d = -3$ .

## **Dạng 2. Số hạng tổng quát của cấp số cộng**

Để xác định số hạng tổng quát của một cấp số cộng, ta sử dụng công thức

$$u_n = u_1 + (n - 1)d \text{ hoặc } u_n = u_{n-1} + d \text{ với } n \geq 2.$$

Tức là ta cần xác định số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$ .

### **QUICK NOTE**

### **1. Ví dụ mẫu**

**VÍ DỤ 1 (TH).** Xác định số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_7 = 8 \\ d = 2. \end{cases}$

**VÍ DỤ 2 (TH).** Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17. \end{cases}$

**VÍ DỤ 3 (TH).** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = -9 \\ u_{n-1} = u_n - 5 \end{cases}$ . Tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$ .

**VÍ DỤ 4 (TH).** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_{20} = -52$  và  $u_{51} = -145$ . Hãy tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng đó.

**VÍ DỤ 5 (VD).** Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng  $(u_n)$ , biết

$$\text{a) } \begin{cases} u_9 = 5u_2 \\ u_{13} = 2u_6 + 5. \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 7. \end{cases}$$

**VÍ DỤ 6 (VD).** Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng  $(u_n)$ , biết

$$\text{a) } \begin{cases} -u_3 + u_7 = 8 \\ u_2 u_7 = 75. \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} u_5 = 4u_3 \\ u_2 u_6 = -11. \end{cases}$$

### **2. Bài tập tự luận**

**BÀI 1 (TH).** Xác định công thức tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_{11} = 5 \\ d = -6. \end{cases}$

**BÀI 2 (TH).** Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26. \end{cases}$

**BÀI 3 (TH).** Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết

$$\begin{aligned} \text{a) } \begin{cases} u_7 = 27 \\ u_{15} = 59. \end{cases} & \quad \text{b) } \begin{cases} u_9 = 5u_2 \\ u_{13} = 2u_6 + 5. \end{cases} & \quad \text{c) } \begin{cases} u_2 + u_4 - u_6 = -7 \\ u_8 - u_7 = 2u_4. \end{cases} \\ \text{d) } \begin{cases} u_3 - u_7 = -8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75. \end{cases} & \quad \text{e) } \begin{cases} u_6 + u_7 = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170. \end{cases} \end{aligned}$$

### **3. Câu hỏi trắc nghiệm**

**CÂU 1.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$ . Công thức tìm số hạng tổng quát  $u_n$  là

- ☐ A  $u_n = u_1 + (n - 1)d$ . ☐ B  $u_n = u_1 + nd$ .  
☐ C  $u_n = u_1 + (n + 1)d$ . ☐ D  $u_n = nu_1 + d$ .

**CÂU 2.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $d = \frac{1}{2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ A  $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n + 1)$ . ☐ B  $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$ .  
☐ C  $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n - 1)$ . ☐ D  $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n - 1)$ .

**CÂU 3.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = 2n + 1$ . Xác định số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng.

- ☐ A  $u_1 = 3, d = 1$ . ☐ B  $u_1 = 1, d = 1$ . ☐ C  $u_1 = 3, d = 2$ . ☐ D  $u_1 = 1, d = 2$ .

**QUICK NOTE**

**CÂU 4.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_4 = -12$ ,  $u_{14} = 18$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng  $(u_n)$ .

**(A)**  $u_1 = -20$ ,  $d = -3$ .

**(B)**  $u_1 = -22$ ,  $d = 3$ .

**(C)**  $u_1 = -21$ ,  $d = 3$ .

**(D)**  $u_1 = -21$ ,  $d = -3$ .

**CÂU 5.** Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 + u_9 = 12 \\ u_4 - 3u_2 = 1. \end{cases}$

**(A)**  $u_1 = \frac{1}{2}$ ;  $d = \frac{13}{8}$ .

**(B)**  $u_1 = -1$ ;  $d = \frac{13}{8}$ .

**(C)**  $u_1 = -\frac{1}{2}$ ;  $d = \frac{13}{8}$ .

**(D)**  $u_1 = -1$ ;  $d = 2$ .

**CÂU 6.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_4 = -12$  và  $u_{14} = 18$ . Khi đó, số hạng đầu tiên  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng  $(u_n)$  lần lượt là

**(A)**  $u_1 = -20$ ,  $d = -3$ .

**(B)**  $u_1 = -22$ ,  $d = 3$ .

**(C)**  $u_1 = -21$ ,  $d = 3$ .

**(D)**  $u_1 = -21$ ,  $d = -3$ .

**CÂU 7.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; ... . Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số cộng.

**(A)**  $u_n = 5n + 1$ .

**(B)**  $u_n = 5n - 1$ .

**(C)**  $u_n = 4n + 1$ .

**(D)**  $u_n = 4n - 1$ .

**CÂU 8.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_3 = 15$  và  $d = -2$ . Tìm  $u_n$

**(A)**  $u_n = -2n + 21$ .

**(B)**  $u_n = -\frac{3}{2}n + 12$ .

**(C)**  $u_n = -3n - 17$ .

**(D)**  $u_n = \frac{3}{2}n^2 - 4$ .

**CÂU 9.** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào **không** phải là cấp số cộng?

**(A)**  $u_n = -4n + 9$ .

**(B)**  $u_n = -2n + 19$ .

**(C)**  $u_n = -2n - 21$ .

**(D)**  $u_n = -2^n + 15$ .

**CÂU 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_4 = -12$  và  $u_{14} = 18$ . Tìm số hạng đầu tiên  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho.

**(A)**  $u_1 = -21$ ;  $d = 3$ .

**(B)**  $u_1 = -20$ ;  $d = -3$ .

**(C)**  $u_1 = -22$ ;  $d = 3$ .

**(D)**  $u_1 = -21$ ;  $d = -3$ .

**CÂU 11.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_3 + u_4 = 17 \end{cases}$ . Số hạng đầu tiên và công sai của cấp số cộng đó lần lượt là

**(A)** 1 và 3.

**(B)** -3 và 4.

**(C)** 4 và -3.

**(D)** -4 và -3.

**CÂU 12.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai  $d < 0$ ,  $u_{31} + u_{34} = 11$  và  $(u_{31})^2 + (u_{34})^2 = 101$ . Số hạng tổng quát của  $(u_n)$  là

**(A)**  $u_n = 86 - 3n$ .

**(B)**  $u_n = 92 - 3n$ .

**(C)**  $u_n = 95 - 3n$ .

**(D)**  $u_n = 103 - 3n$ .

**Dạng 3. Tìm số hạng cụ thể trong cấp số cộng**

Tìm số hạng thứ  $k$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ ) bằng công thức

$$u_k = u_1 + (k - 1)d.$$

**1. Ví dụ mẫu**

**VÍ DỤ 1 (NB).** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết

$$\begin{cases} u_1 = -15 \\ d = 18. \end{cases}$$

a) Tìm  $u_5$ ,  $u_{10}$ ,  $u_{15}$ ,  $u_{20}$ ,  $u_{25}$ .

b) Số 1209 là số hạng thứ bao nhiêu ?

**VÍ DỤ 2 (TH).** Tìm sáu số trong khoảng  $(7; 35)$  để được một cấp số cộng gồm tám số hạng với  $u_1 = 7$ ,  $u_8 = 35$ .

**VÍ DỤ 3 (TH).** Một cấp số cộng có năm số hạng mà tổng số hạng đầu và số hạng thứ ba bằng 28, tổng của số hạng thứ ba và số hạng cuối bằng 40. Hãy tìm cấp số cộng đó.

**VÍ DỤ 4 (TH).** Xác định 4 góc của một tứ giác lồi, biết rằng 4 góc hợp thành cấp số cộng và góc lớn nhất bằng 5 lần góc nhỏ nhất.

**VÍ DỤ 5 (TH).** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_5 = -43 \\ u_{21} = -171. \end{cases}$

- Tìm  $d$  và  $u_1$ .
- Tìm  $u_{29}$ .
- $-16187$  là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng trên?
- $-35$  có thuộc cấp số cộng trên hay không?

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1 (TH).** Giữa các số 10 và 64 hãy đặt thêm 17 số nữa để được một cấp số cộng.

**BÀI 2 (TH).** Tổng ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng bằng 2 và tổng các bình phương của ba số đó bằng  $\frac{14}{9}$ . Xác định ba số đó và tính công sai của cấp số cộng.

**BÀI 3 (TH).** Một cấp số cộng có 7 số hạng với công sai  $d$  dương và số hạng thứ tư bằng 11. Hãy tìm các số hạng còn lại của cấp số cộng đó, biết hiệu của số hạng thứ ba và số hạng thứ năm bằng 6.

**BÀI 4 (VD).** Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết rằng:

- Tổng của chúng bằng 10 và tổng bình phương bằng 70.
- Tổng của chúng bằng 22 và tổng bình phương bằng 66.
- Tổng của chúng bằng 36 và tổng bình phương bằng 504.
- Chúng có tổng bằng 20 và tích của chúng bằng 384.
- Tổng của chúng bằng 20, tổng nghịch đảo của chúng bằng  $\frac{25}{24}$  và các số này là những số nguyên.
- Nó là số đo của một tứ giác lồi và góc lớn nhất gấp 5 lần góc nhỏ nhất.

## 3. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1.** Cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -5$  và công sai  $d = 3$ . Tính  $u_{15}$ .

- ☐ A  $u_{15} = 27$ . ☐ B  $u_{15} = 37$ . ☐ C  $u_{15} = 47$ . ☐ D  $u_{15} = 57$ .

**CÂU 2.** Cho cấp số cộng có các số hạng ban đầu là 1; 5; 9; 13;  $\dots$ . Số hạng thứ 6 của cấp số cộng này là bao nhiêu?

- ☐ A 21. ☐ B 19. ☐ C 22. ☐ D 20.

**CÂU 3.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có các số hạng lần lượt là  $-4$ ; 1; 6;  $x$ . Tìm giá trị của  $x$ .

- ☐ A  $x = 7$ . ☐ B  $x = 10$ . ☐ C  $x = 11$ . ☐ D  $x = 12$ .

**CÂU 4.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5$  và  $d = 3$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- ☐ A  $u_{15} = 34$ . ☐ B  $u_{15} = 45$ . ☐ C  $u_{13} = 31$ . ☐ D  $u_{10} = 35$ .

**CÂU 5.** Cho cấp số cộng có số hạng đầu là  $u_1 = -\frac{1}{2}$ , công sai  $d = \frac{1}{2}$ . Trong mỗi bộ gồm năm số hạng dưới đây, bộ năm số nào là các số hạng liên tiếp của dãy này?

- ☐ A  $-\frac{1}{2}$ ; 0; 1;  $\frac{1}{2}$ ; 1. ☐ B  $-\frac{1}{2}$ ; 0;  $\frac{1}{2}$ ; 0;  $\frac{1}{2}$ . ☐ C  $\frac{1}{2}$ ; 1; 2;  $\frac{5}{2}$ ;  $\frac{7}{2}$ . ☐ D 1;  $\frac{3}{2}$ ; 2;  $\frac{5}{2}$ ; 3.

**CÂU 6.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_7 = \frac{19}{5}$  và công sai  $d = \frac{2}{5}$ . Tính  $u_{10}$ .

- ☐ A  $\frac{2}{5}$ . ☐ B  $\frac{19}{5}$ . ☐ C 5. ☐ D  $\frac{27}{5}$ .

**CÂU 7.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -1$  và công sai  $d = -3$ . Số hạng thứ 20 của cấp số cộng này là

- ☐ A  $u_{20} = -58$ . ☐ B  $u_{20} = 60$ . ☐ C  $u_{20} = -72$ . ☐ D  $u_{20} = -61$ .

**CÂU 8.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5$  và  $d = 3$ . Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

- ☐ A Thứ 15. ☐ B Thứ 20. ☐ C Thứ 35. ☐ D Thứ 36.

### QUICK NOTE

QUICK NOTE

- CÂU 9.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 2001$  và  $u_5 = 1995$ . Khi đó  $u_{1001}$  bằng  
**(A)**  $u_{1001} = 4005$ .      **(B)**  $u_{1001} = 4003$ .      **(C)**  $u_{1001} = 3$ .      **(D)**  $u_{1001} = 1$ .
- CÂU 10.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 + u_3 = 7 \\ u_2 + u_4 = 12 \end{cases}$ . Tính  $u_{21}$ .  
**(A)**  $u_{21} = 1$ .      **(B)**  $u_{21} = 51$ .      **(C)**  $u_{21} = 31$ .      **(D)**  $u_{21} = 21$ .
- CÂU 11.** Một cấp số cộng có 7 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 30, tổng của số hạng thứ ba và số hạng thứ sáu bằng 35. Tìm số hạng thứ bảy của cấp số cộng đã cho.  
**(A)**  $u_7 = 25$ .      **(B)**  $u_7 = 30$ .      **(C)**  $u_7 = 35$ .      **(D)**  $u_7 = 40$ .
- CÂU 12.** Cho dãy số  $(u_n)$  có xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = -2, \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1 - u_n} \end{cases}$  (với  $n \in \mathbb{N}^*$ ) và dãy số  $(v_n)$  được xác định bởi  $v_n = \frac{u_n + 1}{u_n}$ . Số hạng thứ 2023 của dãy  $(v_n)$  là  
**(A)**  $-\frac{2023}{3}$ .      **(B)**  $-\frac{4046}{3}$ .      **(C)**  $-\frac{4043}{2}$ .      **(D)**  $-2023$ .

📖 Dạng 4. Các bài toán thực tế

Các bài toán thực tế về cấp số cộng có thể được giải bằng cách sử dụng công thức của cấp số cộng. Công thức của cấp số cộng là:  $u_n = u_1 + (n - 1)d$ . Trong đó:

- ☑  $u_n$  là số hạng thứ  $n$  của cấp số cộng.
- ☑  $u_1$  là số hạng đầu tiên của cấp số cộng.
- ☑  $d$  là công sai của cấp số cộng.
- ☑ Một số công thức thường gặp:

$$\text{☑ } u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2} = u_1 + (n-1)d. \quad \text{☑ } S_n = \frac{(u_1 + u_n) \cdot n}{2} = \frac{2u_1 + (n-1)d}{2} \cdot n.$$

1. Ví dụ mẫu

- VÍ DỤ 1 (NB).** Một người có một khoản tiền gửi ngân hàng với lãi suất 10% năm. Nếu sau 5 năm người đó nhận được tổng số tiền là 550 triệu đồng thì số tiền gửi ban đầu của người đó là bao nhiêu?
- VÍ DỤ 2.** Bạn An muốn mua một món quà tặng mẹ nhân ngày mừng 8/3. Bạn quyết định tiết kiệm từ ngày 1/2/2017 đến hết ngày 6/3/2017. Ngày đầu An có 5 000 đồng, kể từ ngày thứ hai số tiền An tiết kiệm được ngày sau cao hơn ngày trước mỗi ngày 1 000 đồng. Tính số tiền An tiết kiệm được để mua quà tặng mẹ.
- VÍ DỤ 3 (TH).** Một hội đồng quản trị quyết định tăng lương cho nhân viên hàng năm theo tỷ lệ cố định. Ví dụ, lương của một nhân viên được tăng thêm 5% so với năm trước. Hỏi nếu lương của một nhân viên là 10 triệu đồng/năm vào năm nay, thì lương của nhân viên đó sẽ là bao nhiêu vào năm thứ 5?
- VÍ DỤ 4 (TH).** Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?
- VÍ DỤ 5.** Hàng tháng ông An gửi vào ngân hàng một số tiền như nhau là 5 000 000 đồng (vào ngày đầu mỗi tháng) với lãi suất 0,5% một tháng, biết tiền lãi của tháng trước được nhập vào tiền gốc của tháng sau. Hỏi sau 36 tháng ông An nhận được số tiền vốn và lãi là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị).
- VÍ DỤ 6 (VDT).** Một xưởng có đăng tuyển công nhân với đãi ngộ về lương như sau: Trong quý đầu tiên thì xưởng trả là 6 triệu đồng/quý và kể từ quý thứ 2 sẽ tăng lên 0,5 triệu cho 1 quý. Hỏi với đãi ngộ trên thì sau 5 năm làm việc tại xưởng, tổng số lương của công nhân đó là bao nhiêu?



## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1 (NB).** Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 04 năm 2016).

**BÀI 2 (TH).** Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây... cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là bao nhiêu?

**BÀI 3 (TH).** Một công ty định mức sản phẩm hàng tháng theo cấp số cộng. Ví dụ, sản lượng hàng tháng của một công ty được tăng thêm 10 sản phẩm so với tháng trước. Nếu công ty sản xuất được 100 sản phẩm trong tháng này, hỏi công ty sẽ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm trong tháng thứ 12?

### 3. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1 (TH).** Một công ty đang cần tuyển dụng thêm nhân viên. Công ty quyết định tăng số lượng nhân viên hàng tháng theo cấp số cộng. Nếu công ty đã có 20 nhân viên và quyết định tăng thêm 2 nhân viên hàng tháng, hỏi sau bao nhiêu tháng công ty sẽ có 50 nhân viên?

- (A)** 19 tháng.      **(B)** 16 tháng.      **(C)** 36 tháng.      **(D)** 26 tháng.

**CÂU 2 (VD).** Một người đang tăng cường luyện tập thể thao hàng ngày. Anh ta quyết định tăng mức độ luyện tập theo cấp số cộng hàng tuần. Nếu anh ta bắt đầu với mức luyện tập 30 phút mỗi ngày và tăng thêm 5 phút mỗi ngày, hỏi anh ta sẽ luyện tập được bao lâu để đạt được mức luyện tập 60 phút mỗi ngày?

- (A)** 16 ngày.      **(B)** 6 ngày.      **(C)** 9 ngày.      **(D)** 7 ngày.

**CÂU 3 (VD).** Nếu một công ty công nghệ mới thành lập có số lượng người dùng ban đầu là 10 000 và mỗi tháng tăng thêm cố định 5 000 lượng người dùng, thì sau bao lâu có số lượng người dùng là 1 triệu.

- (A)** 198 tháng.      **(B)** 197 tháng.      **(C)** 18 tháng.      **(D)** 98 tháng.

**CÂU 4 (VDC).** Một nhà đầu tư đang đầu tư vào một quỹ đầu tư với mức lợi nhuận cố định hàng năm. Nếu nhà đầu tư đầu tư vào quỹ đầu tư với số tiền ban đầu là 20 triệu đồng và mức lợi nhuận hàng năm là 10%, hỏi số tiền nhà đầu tư sẽ nhận được sau 7 năm?

- (A)** 34 triệu đồng.      **(B)** 14 triệu đồng.      **(C)** 30 triệu đồng.      **(D)** 39 triệu đồng.

**CÂU 5 (VDC).** Một công ty sản xuất bánh kẹo tăng sản lượng sản phẩm của mình lên mỗi tháng. Nếu sản lượng ban đầu là 1 000 sản phẩm, một sản phẩm lợi nhuận 1 USD và tăng thêm 200 sản phẩm mỗi tháng, thì sau bao nhiêu tháng lợi nhuận công ty 1 triệu đô.

- (A)** 8 000 tháng.      **(B)** 7 000 tháng.      **(C)** 9 000 tháng.      **(D)** 5 000 tháng.

**CÂU 6 (VDC).** Một công ty tăng lương cho nhân viên hàng năm bằng cách thêm một số tiền cố định vào lương của họ. Ví dụ: Nếu lương ban đầu của một nhân viên là 10 triệu đồng và công ty tăng lương 2 triệu đồng mỗi năm, thì lương của nhân viên sẽ là bao nhiêu nếu làm cho công ty 19 năm?

- (A)** 16 triệu đồng.      **(B)** 26 triệu đồng.      **(C)** 28 triệu đồng.      **(D)** 46 triệu đồng.

**CÂU 7 (VDC).** Tài sản thường bị khấu hao khiến chúng có tuổi thọ hữu ích giới hạn. Ví dụ, nếu một công ty mua một chiếc xe tải với giá 35 000 đô la và nó bị khấu hao với tốc độ không đổi là 700 đô la mỗi tháng, thì sau bao lâu giá trị của nó còn 5 000 đô la.

- (A)**  $x = 23$  tháng.      **(B)**  $x = 43$  tháng.      **(C)**  $x = 41$  tháng.      **(D)**  $x = 40$  tháng.

**CÂU 8 (VDC).** Các thiết bị điện tử như máy tính, điện thoại, hoặc máy ảnh thường bị khấu hao nhanh chóng do sự phát triển của công nghệ mới. Ví dụ, nếu một người mua một máy tính Macbook với giá 2000 đô la và nó bị khấu hao với tốc độ không đổi là 100 đô la mỗi tháng, thì giá trị của Macbook còn lại 1000 đô la sau bao nhiêu tháng?

- (A)**  $x = 12$  tháng.      **(B)**  $x = 43$  tháng.      **(C)**  $x = 11$  tháng.      **(D)**  $x = 10$  tháng.

**CÂU 9 (VDC).** Ban đầu có  $1\text{m}^2$  bèo sinh sôi trên mặt hồ biết tốc độ sinh sôi ngày sau hơn ngày trước  $0,5\text{m}^2$ . Biết diện tích mặt hồ nước là  $120\text{m}^2$  hỏi sau bao lâu bèo phủ đầy mặt hồ?

- (A)**  $x = 120$  tháng.      **(B)**  $x = 143$  tháng.      **(C)**  $x = 238$  tháng.      **(D)**  $x = 130$  tháng.

## QUICK NOTE

## QUICK NOTE

**CÂU 10 (VDC).** Nhà hát lớn Dạ Cổ Vĩ Lan ở An Cư có hàng ghế đầu kí hiệu dãy A là 50 chỗ hàng ghế, sau dãy B là 48 chỗ và như thế hàng sau ít hơn hàng trước 2 ghế, biết hàng cuối cùng có 10 ghế. Tính tổng số dãy ghế và tổng số chỗ ngồi?

- A** 21 dây và 630 chũ.  
**B** 20 dây và 630 chũ.  
**C** 11 dây và 630 chũ.  
**D** 21 dây và 930 chũ.

**CÂU 11 (VDC).** Người ta trồng cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 3 cây, hàng thứ ba trồng 5 cây,... cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây là 6561. Số hàng cây được trồng là bao nhiêu?

- Ⓐ 81 hàng.      Ⓑ 16 hàng.      Ⓒ 100 hàng.      Ⓓ 89 hàng.

**CÂU 12 (VDC).** Người ta thả một  $1 \text{ m}^2$  lá bèo vào một hồ nước. Kinh nghiệm cho thấy sau  $x$  giờ, bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ  $500 \text{ m}^2$ . Biết rằng sau mỗi giờ, lượng lá bèo tăng thêm  $0,5 \text{ m}^2$  và tốc độ tăng không đổi tìm  $x$ ?

- ☐ **A** 888 giò.
 ☐ **B** 777 giò.
 ☐ **C** 999 giò.
 ☐ **D** 700 giò.

## Bài 7. CẤP SỐ NHÂN

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Định nghĩa

Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tích một số đứng ngay trước nó với một số  $q$  không đổi, nghĩa là:

$$u_n = u_{n-1} \cdot q \text{ với } \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

Số  $q$  được gọi là công bội của cấp số nhân

#### 2. Số hạng tổng quát của cấp số nhân

Nếu cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu là  $u_1$  và công bội  $q$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  của nó được xác định bởi công thức:

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1}, n \geq 2$$

#### 3. Tổng của $n$ số hạng đầu tiên của cấp số nhân

Giả sử  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q \neq 1$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ , khi đó

$$S_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

⚠ Khi  $q = 1$  thì  $S_n = n \cdot u_1$ .

✔ Công bội của cấp số nhân:  $q = \sqrt[n-1]{\frac{u_n}{u_1}}$ .

✔ Số hạng đầu tiên của cấp số nhân:  $u_1 = \frac{u_n}{q^{n-1}}$ .

✔  $a, b, c$  là ba số hạng liên tiếp cấp số nhân thì  $a \cdot c = b^2$ .

### B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

#### 📁 Dạng 1. Nhận diện cấp số nhân, công bội $q$

Để nhận diện (chứng minh) mỗi dãy số là cấp số nhân, ta làm như sau:

Chứng minh  $u_{n+1} = u_n q, \forall n \in \mathbb{N}^*$  và  $q$  là một số không đổi.

Nếu  $u_n \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  thì ta lập tỉ số  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = k$ .

✔ Nếu  $k$  là hằng số thì  $(u_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = k$ .

✔ Nếu  $k$  phụ thuộc vào  $n$  thì  $(u_n)$  không phải là cấp số nhân.

Để chứng minh dãy  $(u_n)$  không phải là một cấp số nhân. Khi đó, ta chỉ cần chỉ ra ba số hạng liên tiếp không tạo thành một cấp số nhân, chẳng hạn  $\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$ .

Để chứng minh ba số  $a, b, c$  theo thứ tự đó lập được một cấp số nhân, thì ta chứng minh  $ac = b^2$  hoặc  $|b| = \sqrt{ac}$ .

#### 1. Ví dụ mẫu

**VÍ DỤ 1 (NB).** Dãy số  $1; 1; 1; 1; \dots$  có phải là một cấp số nhân hay không?

**VÍ DỤ 2 (TH).** Dãy số  $u_n = 3^n$  có phải là một cấp số nhân không? Nếu có, hãy tìm công bội của cấp số nhân đó.

**VÍ DỤ 3 (TH).** Dãy số  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{9}{u_n} \end{cases}$  có phải là một cấp số nhân không? Nếu có, hãy tìm công bội của cấp số nhân đó.

**VÍ DỤ 4 (TH).** Cho  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q \neq 0, u_1 \neq 0$ . Chứng minh rằng dãy số  $(v_n)$  với  $v_n = u_n u_{2n}$  cũng là một cấp số nhân.

**VÍ DỤ 5 (VDT).** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 4u_n + 9 \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Chứng minh rằng dãy số  $(v_n)$  xác định bởi  $v_n = u_n + 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$  là một cấp số nhân. Hãy xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân đó.

#### QUICK NOTE

**QUICK NOTE**

**2. Bài tập tự luận**

**BÀI 1 (NB).** Dãy số  $25; 5; 1; \frac{1}{5}; \dots$  có phải là một cấp số nhân không? Nếu có hãy tìm công bội của cấp số nhân đó.

**BÀI 2 (NB).** Dãy số  $1; n; n^2; n^3; n^4; \dots$  (với  $n > 1$ ) có phải là một cấp số nhân không? Nếu có hãy tìm công bội của cấp số nhân đó.

**BÀI 3 (TH).** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$ . Hỏi dãy số  $(u_n)$  có là một cấp số nhân hay không?

**BÀI 4 (TH).** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_1 = 2$  và  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n$ . Chứng minh  $(u_n)$  là một cấp số nhân và tìm số hạng  $u_3$ .

**BÀI 5 (TH).** Cho  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q \neq 0, u_1 \neq 0$ . Chứng minh rằng dãy số  $(v_n)$  với  $v_n = \frac{u_n u_{2n+1}}{4}$  cũng là một cấp số nhân.

**BÀI 6 (VD).** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 2 \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Chứng minh rằng dãy số  $(v_n)$  xác định bởi  $v_n = 2u_n - 4, \forall n \in \mathbb{N}^*$  là một cấp số nhân. Hãy xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân đó.

**3. Câu hỏi trắc nghiệm**

**CÂU 1.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- (A)  $128; -64; 32; -16; 8; \dots$  (B)  $\sqrt{2}; 2; 4; 4\sqrt{2}; \dots$   
(C)  $5; 6; 7; 8; \dots$  (D)  $15; 5; 1; \frac{1}{5}; \dots$

**CÂU 2.** Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

- (A)  $1; -1; 1; -1; \dots$  (B)  $3; 3^2; 3^3; 3^4; \dots$   
(C)  $a; a^3; a^5; a^7; \dots (a \neq 0)$  (D)  $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \dots$

**CÂU 3.** Dãy số  $1; 2; 4; 8; 16; 32; \dots$  là một cấp số nhân với

- (A) Công bội là 1 và số hạng đầu tiên là 2. (B) Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 1.  
(C) Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 2. (D) Công bội là 1 và số hạng đầu tiên là 1.

**CÂU 4.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = -2$  và công bội  $q = -5$ . Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- (A)  $-2; 10; 50; -250$ . (B)  $-2; 10; -50; 250$ .  
(C)  $-2; -10; -50; -250$ . (D)  $-2; 10; 50; 250$ .

**CÂU 5.** Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 3 và 12. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân là

- (A) 15. (B) 21. (C) 36. (D) 48.

**CÂU 6.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng tổng quát là  $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$ . Khi đó số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  là

- (A)  $u_1 = \frac{3}{2}, q = \frac{1}{5}$ . (B)  $u_1 = \frac{3}{2}, q = 5$ . (C)  $u_1 = \frac{15}{2}, q = \frac{1}{5}$ . (D)  $u_1 = \frac{15}{2}, q = 5$ .

**CÂU 7.** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- (A)  $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$ . (B)  $u_n = \frac{n}{3^n}$ .  
(C)  $u_n = (n+2) \cdot 3^n$ . (D)  $u_n = n^2$ .

**CÂU 8.** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- (A)  $u_n = 7 - 3n$ . (B)  $u_n = 7 - 3^n$ . (C)  $u_n = \frac{7}{3n}$ . (D)  $u_n = 7 \cdot 3^n$ .

**CÂU 9.** Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A) Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.  
(B) Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.

**QUICK NOTE**

**(C)** Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.

**(D)** Một cấp số nhân có công bội  $q > 1$  là một dãy số tăng.

**CÂU 10.** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_1 = 2, u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số đã cho là biểu thức có dạng  $a2^n + bn + c$ , với  $a, b, c \in \mathbb{Z}, n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ . Khi đó tổng  $a + b + c$  có giá trị bằng

**(A)** -4.

**(B)** 4.

**(C)** -3.

**(D)** 3.

**Dạng 2. Số hạng tổng quát của cấp số nhân**

Dựa vào giả thuyết, ta lập một hệ phương trình chứa công bội  $q$  và số hạng đầu  $u_1$ . Giải hệ phương trình này tìm được  $u_1$  và  $q$ . Nếu cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \text{ với } n \geq 2.$$

## 1. Ví dụ mẫu

**VÍ DỤ 1 (NB).** Tìm số hạng tổng quát của dãy số 2; 4; 8; 16; 32; ..., biết dãy  $(u_n)$  là một cấp số nhân.

**VÍ DỤ 2 (TH).** Tìm số hạng đầu, công bội và số hạng tổng quát của cấp số nhân, biết  $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102. \end{cases}$

**VÍ DỤ 3 (TH).** Tìm số hạng đầu, công bội và số hạng tổng quát của cấp số nhân, biết  $\begin{cases} u_1 + u_6 = 30 \\ u_2 + u_7 = 120. \end{cases}$

**VÍ DỤ 4 (TH).** Tìm số hạng đầu, công bội và số hạng tổng quát của cấp số nhân, biết  $\begin{cases} u_3 = 40 \\ u_6 = 160. \end{cases}$

**VÍ DỤ 5 (VDT).** Tìm số hạng đầu, công bội và số hạng tổng quát của cấp số nhân có công bội  $q \in \mathbb{Z}, q \neq 0$ , biết  $\begin{cases} u_2 + u_4 = 10 \\ u_1 + u_3 + u_5 = -21. \end{cases}$

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1 (NB).** Tìm số hạng thứ 100 của cấp số nhân 8; -4; 2; -1; ...

**BÀI 2 (NB).** Tìm số hạng tổng quát của dãy số 3; 12; 48; 192; ..., biết dãy  $(u_n)$  là một cấp số nhân.

**BÀI 3 (TH).** Tìm số hạng tổng quát của cấp số nhân, biết  $\begin{cases} u_1 + u_3 = 51 \\ u_2 + u_4 = 153. \end{cases}$

**BÀI 4 (TH).** Tìm số hạng đầu, công bội và số hạng tổng quát của cấp số nhân, biết  $\begin{cases} u_3 = 15 \\ u_6 = 120. \end{cases}$

**BÀI 5 (TH).** Tìm số hạng tổng quát của cấp số nhân, biết  $\begin{cases} u_4 = 35 \\ u_8 = 560. \end{cases}$

**BÀI 6 (VD).** Trong một lọ nuôi cấy vi khuẩn, ban đầu có 5 000 con vi khuẩn và số lượng vi khuẩn tăng lên thêm 8% mỗi giờ. Hỏi sau 5 giờ thì số lượng vi khuẩn là bao nhiêu?

## 3. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu là  $u_1 \neq 0$  và công bội  $q \neq 0$ . Số hạng tổng quát của cấp số nhân bằng

**(A)**  $u_n = u_1 + (n - 1)q$ .

**(B)**  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ .

**(C)**  $u_n = u_1 \cdot q^n$ .

**(D)**  $u_n = u_1 \cdot q^{n+1}$ .

**CÂU 2.** Cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_n = \frac{3}{5} \cdot 2^n$ . Số hạng đầu tiên và công bội  $q$  là

**(A)**  $u_1 = \frac{6}{5}, q = 3$ .

**(B)**  $u_1 = \frac{6}{5}, q = -2$ .

**(C)**  $u_1 = \frac{6}{5}, q = 2$ .

**(D)**  $u_1 = \frac{6}{5}, q = 5$ .

QUICK NOTE

- CÂU 3.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và công bội  $q = \frac{2}{3}$ . Chọn mệnh đề đúng?
- (A)**  $u_5 = -\frac{27}{16}$ .      **(B)**  $u_5 = -\frac{16}{27}$ .      **(C)**  $u_5 = \frac{16}{27}$ .      **(D)**  $u_5 = \frac{27}{16}$ .
- CÂU 4.** Dãy số có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 2^n$  là một cấp số nhân có công bội  $q$  bằng
- (A)**  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .      **(B)**  $\sqrt{3}$ .      **(C)**  $\frac{1}{9}$ .      **(D)**  $\frac{1}{3}$ .
- CÂU 5.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 1, u_2 = -2$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- (A)**  $u_{2024} = -2^{2023}$ .      **(B)**  $u_{2024} = 2^{2023}$ .      **(C)**  $u_{2024} = -2^{2024}$ .      **(D)**  $u_{2024} = 2^{2024}$ .
- CÂU 6.** Cho cấp số nhân có  $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$ . Số hạng đầu tiên  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp số nhân là
- (A)**  $u_1 = 9$  và  $q = 2$ .      **(B)**  $u_1 = 9$  và  $q = -2$ .  
**(C)**  $u_1 = -9$  và  $q = 2$ .      **(D)**  $u_1 = -9$  và  $q = -2$ .
- CÂU 7.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 31 \\ u_1 + u_3 = 26 \end{cases}$ . Giá trị  $u_1$  và  $q$  là
- (A)**  $u_1 = 2; q = 5$  hoặc  $u_1 = 25; q = \frac{1}{5}$ .      **(B)**  $u_1 = 5; q = 1$  hoặc  $u_1 = 25; q = \frac{1}{5}$ .  
**(C)**  $u_1 = 25; q = 5$  hoặc  $u_1 = 1; q = \frac{1}{5}$ .      **(D)**  $u_1 = 1; q = 5$  hoặc  $u_1 = 25; q = \frac{1}{5}$ .
- CÂU 8.** Số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân thỏa mãn  $\begin{cases} u_5 + u_2 = 36 \\ u_6 - u_4 = 48 \end{cases}$  (với  $q > 0$ ) là
- (A)**  $u_1 = 4, q = 4$ .      **(B)**  $u_1 = 2, q = 4$ .      **(C)**  $u_1 = 2, q = 2$ .      **(D)**  $u_1 = 4, q = 2$ .
- CÂU 9.** Cho cấp số nhân  $u_2 = \frac{1}{4}, u_5 = 16$ . Công bội và số hạng đầu tiên của cấp số nhân là
- (A)**  $q = \frac{1}{2}; u_1 = \frac{1}{2}$ .      **(B)**  $q = \frac{-1}{2}; u_1 = \frac{-1}{2}$ .  
**(C)**  $q = 4; u_1 = \frac{1}{16}$ .      **(D)**  $q = -4; u_1 = \frac{-1}{16}$ .
- CÂU 10.** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là  $12\,288\text{ m}^2$ ). Diện tích mặt trên cùng (của tầng thứ 11) có giá trị nào sau đây?
- (A)**  $6\text{ m}^2$ .      **(B)**  $8\text{ m}^2$ .      **(C)**  $10\text{ m}^2$ .      **(D)**  $12\text{ m}^2$ .

📁 Dạng 3. Tìm số hạng cụ thể của CSN

Ta chuyển các số hạng của CSN về số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$ . Sử dụng công thức  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ .  
Chia hai phương trình vế theo vế ta thu được phương trình theo  $q$ .  
Giải tìm  $q$  và  $u_1$ . Từ đó tìm được số hạng cần tìm thỏa ycbt.

1. Ví dụ mẫu

- VÍ DỤ 1 (NB).** Cho  $u_n$  là CSN thỏa  $u_1 = 2; u_4 = 16$ . Tìm số hạng thứ 5 của CSN.
- VÍ DỤ 2 (TH).** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$ . Tính số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp Số nhân.
- VÍ DỤ 3 (TH).** Cho cấp số nhân có  $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$ . Số  $\frac{-96}{243}$  là số hạng thứ mấy của cấp số nhân?
- VÍ DỤ 4 (TH).** Cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng tổng quát là  $u_n = \frac{3}{5} \cdot 2^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$ . Số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân đó là
- VÍ DỤ 5 (VD).** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích bề mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề

mặt của tầng 1 bằng nửa diện tích bề mặt đế tháp. Biết diện tích bề mặt đế tháp là  $12\,288\text{ m}^2$ , tính diện tích bề mặt trên cùng của tháp.

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1 (TH).** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_4 - u_2 = 25 \\ u_3 - u_1 = 50. \end{cases}$

a) Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân  $(u_n)$ .

b) Tìm số hạng thứ 8 của cấp số nhân  $(u_n)$ .

**BÀI 2 (TH).** Tìm số hạng thứ 10 của cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144. \end{cases}$

**BÀI 3 (TH).** Cho một cấp số nhân có 5 số hạng biết 2 số hạng đầu là số dương, tích số hạng đầu và số hạng thứ 3 là 1, tích số hạng thứ 3 và số hạng cuối là  $\frac{1}{16}$ . Tìm cấp số nhân này.

**BÀI 4 (TH).** Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_4 = 10 \\ u_3 + u_6 - u_5 = 20. \end{cases}$

**BÀI 5 (TH).** Tìm 5 số lập thành một cấp số nhân có công bội bằng  $\frac{1}{4}$  số thứ nhất và tổng 2 số đầu là  $\frac{5}{4}$ .

**BÀI 6 (TH).** Tìm 3 số lập thành một cấp số nhân có tổng là 63 và tích là 1728.

## 3. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_{20} = 8u_{17}$ . Công bội của cấp số nhân là

- ☐ A  $q = 2$ . ☐ B  $q = -2$ . ☐ C  $q = 4$ . ☐ D  $q = -4$ .

**CÂU 2.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có 10 số hạng với công bội  $q \neq 0$  và  $u_1 \neq 0$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- ☐ A  $u_7 = u_4 \cdot q^6$ . ☐ B  $u_7 = u_4 \cdot q^3$ . ☐ C  $u_7 = u_4 \cdot q^4$ . ☐ D  $u_7 = u_4 \cdot q^5$ .

**CÂU 3.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Giá trị  $u_{2019}$  bằng

- ☐ A  $3 \cdot 2^{2019}$ . ☐ B  $2 \cdot 3^{2019}$ . ☐ C  $3 \cdot 2^{2018}$ . ☐ D  $2 \cdot 3^{2018}$ .

**CÂU 4.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q < 0$  và  $u_2 = 4$ ,  $u_4 = 9$ . Tìm  $u_1$ .

- ☐ A  $u_1 = 6$ . ☐ B  $u_1 = -\frac{8}{3}$ . ☐ C  $u_1 = -6$ . ☐ D  $u_1 = \frac{8}{3}$ .

**CÂU 5.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_2 = -6$ ,  $u_3 = 3$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho bằng

- ☐ A 2. ☐ B  $\frac{1}{2}$ . ☐ C  $-\frac{1}{2}$ . ☐ D -2.

**CÂU 6.** Cho cấp số nhân có  $u_1 = -3$ ,  $q = \frac{2}{3}$ . Tính  $u_5$ ?

- ☐ A  $u_5 = \frac{27}{16}$ . ☐ B  $u_5 = -\frac{16}{27}$ . ☐ C  $u_5 = -\frac{27}{16}$ . ☐ D  $u_5 = \frac{16}{27}$ .

**CÂU 7.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_2 = \frac{1}{4}$ ;  $u_5 = -16$ . Tìm  $q$  và số hạng đầu tiên của cấp số nhân?

- ☐ A  $q = \frac{1}{2}; u_1 = \frac{1}{2}$ . ☐ B  $q = -\frac{1}{2}, u_1 = -\frac{1}{2}$ .  
☐ C  $q = -4, u_1 = \frac{1}{16}$ . ☐ D  $q = -4, u_1 = -\frac{1}{16}$ .

**CÂU 8.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ , biết:  $u_n = 81$ ,  $u_{n+1} = 9$ . Lựa chọn đáp án đúng.

- ☐ A  $q = -\frac{1}{9}$ . ☐ B  $q = \frac{1}{9}$ . ☐ C  $q = 9$ . ☐ D  $q = -9$ .

**CÂU 9.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Số hạng  $u_2$  bằng

- ☐ A 8. ☐ B 6. ☐ C 12. ☐ D 18.

**CÂU 10.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và  $u_3 = 8$ . Số hạng thứ hai của cấp số nhân đã cho bằng

- ☐ A  $u_2 = 4$ . ☐ B  $u_2 = 6$ . ☐ C  $u_2 = \pm 4$ . ☐ D  $u_2 = -4$ .

### QUICK NOTE

QUICK NOTE

- CÂU 11.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -1; q = \frac{-1}{10}$ . Số  $\frac{1}{10^{103}}$  là số hạng thứ bao nhiêu?
- (A)** số hạng thứ 103.

**(B)** số hạng thứ 105.

**(C)** số hạng thứ 104.

**(D)** Đáp án khác.
- CÂU 12.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có các số hạng lần lượt là 3, 9, 27, 81, ... Khi đó  $u_n$  bằng
- (A)**  $3 + 3^n$ .

**(B)**  $3^{n-1}$ .

**(C)**  $3^{n+1}$ .

**(D)**  $3^n$ .
- CÂU 13.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và  $15u_1 - 4u_2 + u_3$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm số hạng thứ 13 của cấp số nhân đã cho.
- (A)**  $u_{13} = 12288$ .

**(B)**  $u_{13} = 3072$ .

**(C)**  $u_{13} = 24567$ .

**(D)**  $u_{13} = 49152$ .
- CÂU 14.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $u_1 + u_5 = 51$  và  $u_2 + u_6 = 102$ . Hỏi số 12288 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân  $(u_n)$ ?
- (A)** Số hạng thứ 13.

**(B)** Số hạng thứ 10.

**(C)** Số hạng thứ 11.

**(D)** Số hạng thứ 12.
- CÂU 15.** Một tứ giác lồi có số đo các góc lập thành một cấp số nhân. Biết rằng số đo của góc nhỏ nhất bằng  $\frac{1}{9}$  số đo của góc nhỏ thứ ba. Hãy tính số đo của các góc trong tứ giác đó.
- (A)**  $5^\circ, 15^\circ, 45^\circ, 225^\circ$ .

**(B)**  $9^\circ, 27^\circ, 81^\circ, 243^\circ$ .

**(C)**  $7^\circ, 21^\circ, 63^\circ, 269^\circ$ .

**(D)**  $8^\circ, 32^\circ, 72^\circ, 248^\circ$ .

📁 Dạng 4. Tìm điều kiện để một dãy số lập thành CSN

Dãy số  $a, b, c$  lập thành CSN khi  $b^2 = a \cdot c$ .

Dãy số  $a, b, c, d$  lập thành CSN khi  $\begin{cases} b^2 = a \cdot c \\ c^2 = b \cdot d. \end{cases}$

1. Ví dụ mẫu

- VÍ DỤ 1 (NB).** Cho dãy 3,  $x$ , 12,  $y$ . Tìm  $x, y$  để dãy là CSN.
- VÍ DỤ 2 (TH).** Cho dãy  $x - 1, 2x, 4x + 3$ . Tìm  $x$  để dãy là CSN.
- VÍ DỤ 3 (VD).** Các số  $x + 6y, 5x + 2y, 8x + y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng, đồng thời, các số  $x + \frac{5}{3}, y - 1, 2x - 3y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm  $x$  và  $y$ .
- VÍ DỤ 4 (VD).** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân  $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$ .
- VÍ DỤ 5 (VD).** Các số  $x + 6y, 5x + 2y, 8x + y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số  $x - 1, y + 2, x - 3y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính  $x^2 + y^2$ .

2. Bài tập tự luận

- BÀI 1 (TH).** Xác định  $x$  dương để  $2x - 3; x; 2x + 3$  lập thành cấp số nhân.
- BÀI 2 (TH).** Cho cấp số nhân  $x, 12, y, 192$ . Tìm  $x$  và  $y$ .
- BÀI 3 (TH).** Tìm  $x$  để dãy số 1,  $x^2, 6 - x^2$  lập thành cấp số nhân.
- BÀI 4 (TH).** Viết 6 số xen giữa hai số  $-2$  và  $256$  để được một cấp số nhân có 8 số hạng. Tìm cấp số nhân này.
- BÀI 5 (VD).** Bốn góc của một tứ giác lồi lập thành một cấp số nhân, góc lớn nhất gấp 8 lần góc nhỏ nhất. Tìm 4 góc đó.
- BÀI 6 (VD).** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân  $x^3 - 7mx^2 + 2(m^2 + 6m)x - 64 = 0$ .

3. Câu hỏi trắc nghiệm

- CÂU 1.** Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng
- (A)**  $56^\circ$ .

**(B)**  $102^\circ$ .

**(C)**  $168^\circ$ .

**(D)**  $252^\circ$ .



**CÂU 2.** Xác định  $x$  để 3 số  $2x - 1$ ;  $x$ ;  $2x + 1$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

- (A)  $x = \pm\sqrt{3}$ . (B)  $x = \pm\frac{1}{3}$ .  
(C)  $x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ . (D) Không có giá trị nào của  $x$ .

**CÂU 3.** Cho 4 số nguyên dương, trong đó 3 số đầu lập thành cấp số cộng, 3 số cuối lập thành cấp số nhân. Biết tổng số đầu và cuối là 37, tổng 2 số hạng giữa là 36. Hỏi số lớn nhất thuộc khoảng nào sau đây?

- (A) (26; 29). (B) (24; 26). (C) (30; 33). (D) (22; 25).

**CÂU 4.** Ba số  $x, y, z$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội  $q$  khác 1 đồng thời các số  $x, 2y, 3z$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai khác 0. Tìm giá trị của  $q$ .

- (A)  $q = -\frac{1}{3}$ . (B)  $q = \frac{1}{9}$ . (C)  $q = -3$ . (D)  $q = \frac{1}{3}$ .

**CÂU 5.** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- (A)  $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$ . (B)  $u_n = n + \frac{1}{3}$ . (C)  $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$ . (D)  $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$ .

**CÂU 6.** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào là sai?

- (A) Dãy số  $(a_n)$ , với  $a_1 = 3$  và  $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}$ ,  $\forall n \geq 1$ , vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.  
(B) Dãy số  $(d_n)$ , với  $d_1 = -3$  và  $d_{n+1} = 2d_n^2 - 15$ ,  $\forall n \geq 1$ , vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.  
(C) Dãy số  $(b_n)$ , với  $b_1 = 1$  và  $b_{n+1}(2b_n^2 + 1) = 3$ ,  $\forall n \geq 1$ , vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.  
(D) Dãy số  $(c_n)$ , với  $c_1 = 2$  và  $c_{n+1} = 3c_n^2 - 10$ ,  $\forall n \geq 1$ , vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

**CÂU 7.** Biết rằng tồn tại hai giá trị  $m_1$  và  $m_2$  để phương trình

$$2x^3 + 2(m^2 + 2m - 1)x^2 - 7(m^2 + 2m - 2)x - 54 = 0$$

có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân. Tính giá trị của biểu thức  $P = m_1^3 + m_2^3$ .

- (A)  $P = 56$ . (B)  $P = 8$ . (C)  $P = -8$ . (D)  $P = -56$ .

**CÂU 8.** Cho bốn số  $a, b, c, d$  biết rằng  $a, b, c$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội  $q > 1$ ; còn  $b, c, d$  theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tìm  $q$ , biết rằng  $a + d = 14$  và  $b + c = 12$ .

- (A)  $q = \frac{20 + \sqrt{73}}{24}$ . (B)  $q = \frac{19 + \sqrt{73}}{24}$ . (C)  $q = \frac{21 + \sqrt{73}}{24}$ . (D)  $q = \frac{18 + \sqrt{73}}{24}$ .

**CÂU 9.** Cho dãy số tăng  $a, b, c$  ( $c \in \mathbb{Z}$ ) theo thứ tự lập thành cấp số nhân; đồng thời  $a, b + 8, c$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và  $a, b + 8, c + 64$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức  $P = a - b + 2c$ .

- (A)  $P = 32$ . (B)  $P = \frac{92}{9}$ . (C)  $P = 64$ . (D)  $P = \frac{184}{9}$ .

**CÂU 10.** Cho 3 số  $a, b, c$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng công sai là  $d$ , ( $d \neq 0$ ). Tính  $\frac{a}{d}$ .

- (A)  $\frac{4}{3}$ . (B) 9. (C)  $\frac{4}{9}$ . (D) 3.

**CÂU 11.** Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân với  $u_n \neq 0$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- (A)  $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$  (B)  $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$   
(C)  $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$  (D)  $u_1; u_3; u_5; \dots$

**CÂU 12.** Xác định  $x$  để 3 số  $x - 2; x + 1; 3 - x$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân

- (A)  $x = \pm 1$ . (B) Không có giá trị nào của  $x$ .  
(C)  $x = -3$ . (D)  $x = 2$ .

**QUICK NOTE**

QUICK NOTE

- CÂU 13.** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là một cấp số nhân?
- Ⓐ  $u_n = 7 \cdot 3^n$ .

Ⓑ  $u_n = \frac{7}{3n}$ .

Ⓒ  $u_n = 7 - 3^n$ .

Ⓓ  $u_n = 7 - 3n$ .
- CÂU 14.** Số hạng thứ hai, số hạng đầu và số hạng thứ ba của một cấp số cộng với công sai khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội  $q$ . Tìm  $q$ .
- Ⓐ  $q = -2$ .

Ⓑ  $q = -\frac{3}{2}$ .

Ⓒ  $q = \frac{3}{2}$ .

Ⓓ  $q = 2$ .
- CÂU 15.** Ba số  $x, y, z$  lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21. Nếu lần lượt thêm các số 2, 3, 9 vào ba số đó (theo thứ tự của cấp số cộng) thì được ba số lập thành một cấp số nhân. Tính  $F = x^2 + y^2 + z^2$ .
- Ⓐ  $F = 389$  hoặc  $F = 395$ .

Ⓑ  $F = 395$  hoặc  $F = 179$ .

Ⓒ  $F = 441$  hoặc  $F = 357$ .

Ⓓ  $F = 389$  hoặc  $F = 179$ .

📁 Dạng 5. Tính tổng của cấp số nhân

- Phương pháp
- ☑ Xác định số hạng đầu  $u_1$ , công bội  $q$ .
  - ☑ Áp dụng công thức tính tổng các số hạng của cấp số nhân.

1. Ví dụ mẫu

- VÍ DỤ 1 (NB).** Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân  $(u_n)$ , biết  $u_1 = -3$  và công bội  $q = -2$ .
- VÍ DỤ 2 (TH).** Tính tổng 8 số hạng đầu tiên của cấp số nhân  $(u_n)$ , biết  $u_1 = 3$  và  $u_2 = 6$ .
- VÍ DỤ 3 (TH).** Tính tổng vô hạn  $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$
- VÍ DỤ 4 (VD).** Tính tổng 200 số hạng đầu tiên của dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$ .
- VÍ DỤ 5 (VD).** Một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 3$ , công bội  $q = 2$ . Biết  $S_n = 765$ , tìm  $n$ .

2. Bài tập tự luận

- BÀI 1.** Một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Tính tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân.
- BÀI 2.** Một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và công bội  $q = 3$ . Tính  $S_{10}$ .
- BÀI 3.** Một cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 4$  và công bội  $q = 2$ . Tính  $S_{20}$ .
- BÀI 4.** Tính tổng  $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ .
- BÀI 5.** Cho cấp số nhân có  $q = -3, S_6 = 730$ . Tính  $u_1$ .
- BÀI 6.** Một cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -5, u_2 = 10$ . Tính tổng của 15 số hạng đầu của cấp số nhân đó.
- BÀI 7.** Một cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2, u_2 = -2$ . Tính tổng của 9 số hạng đầu của cấp số nhân đó.
- BÀI 8.** Một cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_3 = 8, u_5 = 32$  và công bội  $q > 0$ . Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.
- BÀI 9.** Tính tổng  $S = 2 + 6 + 18 + \dots + 13122$ .
- BÀI 10.** Tính tổng  $S = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 1024$ .
- BÀI 11.** Một cấp số nhân có  $u_1 = 1, q = 3$ , biết  $S_n = 3280$ . Tìm  $n$ .
- BÀI 12.** Một cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_4 + u_6 = -540, u_3 + u_5 = 180$ . Tính  $S_5$ .
- BÀI 13.** Bốn số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, trong đó số hạng thứ hai nhỏ hơn số hạng thứ nhất 35, còn số hạng thứ ba lớn hơn số hạng thứ tư 560. Tìm tổng của bốn số hạng trên, biết công bội mang giá trị dương.

**BÀI 14.** Tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn bằng  $\frac{1}{4}$ , tổng ba số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng  $\frac{7}{27}$ . Tổng của số hạng đầu và công bội của cấp số nhân đó bằng

**BÀI 15.** Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20.000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi số tiền lần đặt trước. Người đó thua 10 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 11. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu tiền?

### 3. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1.** Cho cấp số nhân  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$  với công bội  $q$  ( $q \neq 0, q \neq 1$ ). Đặt

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n.$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)  $S_n = \frac{u_1(q^n - 1)}{q - 1}$ . (B)  $S_n = \frac{u_1(q^n + 1)}{q + 1}$ .  
(C)  $S_n = \frac{u_1(q^{n-1} - 1)}{q + 1}$ . (D)  $S_n = \frac{u_1(q^{n-1} - 1)}{q - 1}$ .

**CÂU 2.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 12$  và công sai  $q = \frac{3}{2}$ . Tổng 5 số hạng đầu của cấp số nhân bằng

- (A)  $\frac{93}{4}$ . (B)  $\frac{633}{2}$ . (C)  $\frac{633}{4}$ . (D)  $\frac{93}{2}$ .

**CÂU 3.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$ , công bội  $q = -2$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân  $(u_n)$ .

- (A) -1023. (B) 1023. (C) 513. (D) -513.

**CÂU 4.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_2 = -2$  và  $u_5 = 54$ . Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

- (A)  $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$ . (B)  $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$ .  
(C)  $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$ . (D)  $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$ .

**CÂU 5.** Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân, biết số hạng đầu bằng 18, số hạng thứ hai bằng 54 và số hạng cuối bằng 39366.

- (A) 19674. (B) 59040. (C) 177138. (D) 6552.

**CÂU 6.** Dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Tính tổng  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$ .

- (A)  $S = \frac{1023}{2048}$ . (B)  $S = \frac{5}{2}$ . (C)  $\frac{1023}{512}$ . (D)  $S = 2$ .

**CÂU 7.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -6$  và  $q = -2$ . Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng 2046. Tìm  $n$ .

- (A)  $n = 9$ . (B)  $n = 12$ . (C)  $n = 11$ . (D)  $n = 10$ .

**CÂU 8.** Tổng 100 số hạng đầu của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2n - 1$  là

- (A) 199. (B)  $2^{100} - 1$ . (C) 10000. (D) 9999.

**CÂU 9.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tính  $S_{2019} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2019}$ .

- (A)  $S_{2019} = 2019 + \frac{1}{2^{2019}}$ . (B)  $S_{2019} = \frac{4039}{2}$ .  
(C)  $S_{2019} = \frac{6057}{2}$ . (D)  $S_{2019} = 2020 - \frac{1}{2^{2019}}$ .

**CÂU 10.** Cho  $S = 11 + 101 + 1001 + \dots + \underbrace{1000 \dots 01}_{(n-1) \text{ chữ số } 0}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)  $S = 10 \left( \frac{10^n - 1}{9} \right)$ . (B)  $S = 10 \left( \frac{10^n - 1}{9} \right) - n$ .  
(C)  $S = 10 \left( \frac{10^n - 1}{9} \right) + n$ . (D)  $S = \left( \frac{10^n - 1}{9} \right) + n$ .

#### QUICK NOTE

**QUICK NOTE**

**CÂU 11.** Gọi  $S = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111\dots1}_{(n \text{ số } 1)}$  thì  $S$  nhận giá trị nào sau đây?

- (A)**  $S = \frac{1}{9} \left[ 10 \left( \frac{10^n - 1}{9} \right) - n \right]$ .
 **(B)**  $S = \frac{10^n - 1}{81}$ .  
**(C)**  $S = 10 \left( \frac{10^n - 1}{81} \right) - n$ .
 **(D)**  $S = 10 \left( \frac{10^n - 1}{81} \right)$ .

**CÂU 12.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1, n \geq 2 \end{cases}$ . Tổng  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$  là

- (A)**  $2^{21} - 20$ .
 **(B)**  $2^{21} - 22$ .
 **(C)**  $2^{20}$ .
 **(D)**  $2^{20} - 20$ .

**CÂU 13.** Biết rằng  $S = 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + \dots + 11 \cdot 3^{10} = a + \frac{21 \cdot 3^b}{4}$ . Tính  $P = a + \frac{b}{4}$ .

- (A)**  $P = 3$ .
 **(B)**  $P = 4$ .
 **(C)**  $P = 1$ .
 **(D)**  $P = 2$ .

**Dạng 6. Kết hợp cấp số cộng và cấp số nhân**

Nhắc lại tính chất CSC, CSN

- ☑ 3 số  $a, b, c$  theo thứ tự lập thành CSC thì  $a + c = 2b$ .
- ☑ 3 số  $a, b, c$  theo thứ tự lập thành CSN thì  $a \cdot c = b^2$ .

**1. Ví dụ mẫu**

**VÍ DỤ 1 (TH).** Ba số  $x, y, z$  theo thứ tự đó lập thành một CSN với công bội  $q (q \neq 1)$ , đồng thời các số  $x, 2y, 3z$  theo thứ tự đó lập thành một CSC với công sai  $d$ . Hãy tìm  $q$ ?

**VÍ DỤ 2 (TH).** Biết rằng  $a, b, c$  là ba số hạng liên tiếp của một CSC và  $a, c, b$  là ba số hạng liên tiếp của một CSN, đồng thời  $a + b + c = 30$ . Tìm  $a, b, c$ .

**VÍ DỤ 3 (VD).** Ba số  $x, y, z$  theo thứ tự đó lập thành một CSN. Ba số  $x, y - 4, z$  theo thứ tự đó lập thành CSN. Đồng thời các số  $x, y - 4, z - 9$  theo thứ tự đó lập thành CSC. Tìm  $x, y, z$ .

**VÍ DỤ 4 (VD).** Cho  $a, b, c$  là ba số hạng liên tiếp của một CSN và  $a, b, c - 4$  là ba số hạng liên tiếp của một CSC, đồng thời  $a, b - 1, c - 5$  là ba số hạng liên tiếp của một CSN. Tìm  $a, b, c$  biết  $a, b, c$  là các số nguyên.

**VÍ DỤ 5 (VDC).** Cho 4 số nguyên dương, trong đó 3 số đầu lập thành một CSC, 3 số hạng sau thành lập CSN. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối là 37, tổng của hai số hạng giữa là 36. Tìm tổng 4 số đó

**2. Bài tập tự luận**

**BÀI 1.** Biết  $x, y, x + 4$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và  $x + 1, y + 1, 2y + 2$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân với  $x, y$  là số thực dương. Tính  $x + y$ .

**BÀI 2.** Cho 3 số  $a, b, c$  theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng với công sai  $d \neq 0$ . Tính  $\frac{a}{d}$ .

**BÀI 3.** Tìm tích các số dương  $a$  và  $b$  sao cho  $a, a + 2b, 2a + b$  lập thành một cấp số cộng và  $(b + 1)^2, ab + 5, (a + 1)^2$  lập thành một cấp số nhân.

**BÀI 4.**  $a, b, c (a \neq b \neq c)$  là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng và  $b, c, a$  là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, đồng thời  $a \cdot b \cdot c = 125$ . Tìm  $a, b, c$ .

**BÀI 5.** Một cấp số cộng và một cấp số nhân đều là các dãy tăng các số hạng thứ nhất của hai dãy số đều bằng 3, các số hạng thứ hai bằng nhau. Tỉ số giữa các số hạng thứ ba của CSN và CSC là  $\frac{9}{5}$ . Tìm tích ba số hạng của cấp số cộng thỏa mãn tính chất trên.

**BÀI 6.** Một CSC và CSN đều có số hạng đầu tiên là bằng 5, số hạng thứ hai của CSC lớn hơn số hạng thứ hai của CSN là 10, còn các số hạng thứ 3 của hai cấp số thì bằng nhau. Tìm tổng các số hạng của cấp số cộng biết công bội của cấp số nhân không âm.

**BÀI 7.** Ba số khác nhau có tổng bằng 114 có thể coi là ba số hạng liên tiếp của một CSN, hoặc coi là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ hai mươi lăm của một CSC. Tìm ba số đó.

**BÀI 8.** Ba số khác nhau có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một CSN hoặc là các số hạng thứ 2 thứ 9 và thứ 44 của một CSC. Tìm 3 số đó.

**BÀI 9.**  $a, b, c$  là ba số hạng liên tiếp của một CSN và  $a, b + 2, c + 9$  là ba số hạng liên tiếp của một CSC, đồng thời  $a, b + 2, c$  là ba số hạng liên tiếp của một CSN khác. Tìm  $a$ .

**BÀI 10.** Một CSC và CSN có cùng các số hạng thứ  $m + 1$ , thứ  $n + 1$ , thứ  $p + 1$  và 3 số hạng này là 3 số dương  $a, b, c$ . Tính  $T = a^{b-c} \cdot b^{c-a} \cdot c^{a-b}$ .

**BÀI 11.** Tìm  $m$  dương để phương trình  $x^3 + (5 - m)x^2 + (6 - 5m)x - 6m = 0$  (\*) có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân.

**BÀI 12.** Tìm tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - (2m + 1)x^2 + 2mx = 0$  (\*) có 3 nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng, biết  $m < 0$ .

### 3. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1.** Các số  $x + 6y, 5x + 2y, 8x + y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng, đồng thời các số  $x - 1, y + 2, x - 3y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính  $x^2 + y^2$ .

- (A)  $x^2 + y^2 = 25$ . (B)  $x^2 + y^2 = 40$ . (C)  $x^2 + y^2 = 100$ . (D)  $x^2 + y^2 = 10$ .

**CÂU 2.** Cho hai số dương  $a$  và  $b$  không vượt quá 10 sao cho  $a - b; 2; b$  theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng và  $a + b; 3a - 2b; 5a$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính giá trị của  $S = a + b$ .

- (A)  $S = 8$ . (B)  $S = 20$ . (C)  $S = 7$ . (D)  $S = 5$ .

**CÂU 3.** Số hạng thứ hai, số hạng đầu và số hạng thứ ba của một cấp số cộng với công sai khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội  $q$ . Tìm  $q$ .

- (A)  $q = 2$ . (B)  $q = -2$ . (C)  $q = \frac{3}{2}$ . (D)  $q = -\frac{3}{2}$ .

**CÂU 4.** Cho ba số  $a, b, c$  theo thứ tự tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng công sai là  $s \neq 0$ . Tính  $\frac{a}{s}$ .

- (A) 3. (B)  $\frac{4}{9}$ . (C) 9. (D)  $\frac{4}{3}$ .

**CÂU 5.** Xét các số thực dương  $a, b$  sao cho  $-25, 2a, 3b$  là cấp số cộng và  $2, a + 2, b - 3$  là cấp số nhân. Khi đó  $a^2 + b^2 - 3ab$  bằng

- (A) 76. (B) 89. (C) 31. (D) 59.

**CÂU 6.** Cho ba số  $x; 5; 2y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số  $x; 4; 2y$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì  $|x - 2y|$  bằng

- (A) 10. (B) 8. (C) 9. (D) 6.

**CÂU 7.** Cho dãy số tăng  $a, b, c$  ( $c \in \mathbb{Z}$ ) theo thứ tự lập thành cấp số nhân; đồng thời  $a, b + 8, c$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và  $a, b + 8, c + 64$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức  $P = a - b + 2c$ .

- (A)  $P = \frac{184}{9}$ . (B)  $P = 64$ . (C)  $P = \frac{92}{9}$ . (D)  $P = 32$ .

**CÂU 8.** Cho bốn số  $a, b, c, d$  theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng  $\frac{148}{9}$ , đồng thời theo thứ tự đó  $a, b, c$  lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức  $T = a - b + c - d$ .

- (A)  $T = -\frac{101}{27}$ . (B)  $T = \frac{100}{27}$ . (C)  $T = -\frac{100}{27}$ . (D)  $T = \frac{101}{27}$ .

**CÂU 9.** Cho  $x$  và  $y$  là các số nguyên thỏa mãn các số  $x + 6y, 5x + 2y, 8x + y$  theo thứ tự lập thành cấp cộng và các số  $x - \frac{5}{3}y, y - 1, 2x - 3y$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính tổng  $S = 2x + 3y$ .

- (A) 9. (B) 6. (C) -6. (D) -9.

#### QUICK NOTE

## QUICK NOTE

## 1. Ví dụ mẫu

**VÍ DỤ 1 (TH).** Dân số trung bình của Việt Nam năm 2020 là 97,6 triệu người, tỉ lệ tăng dân số là 1,14%/năm.

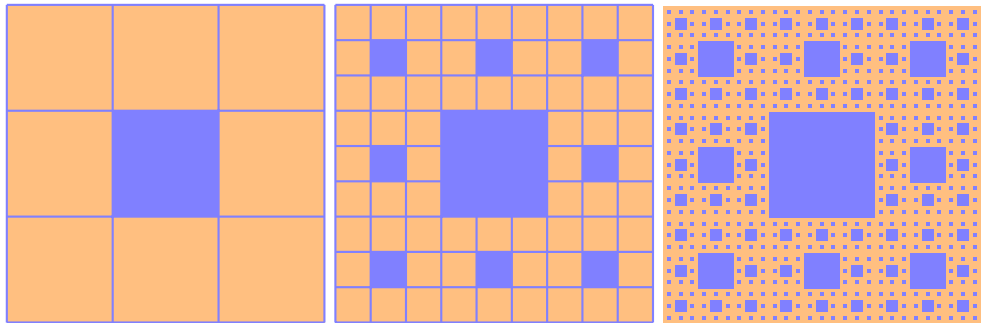
(Nguồn: Niên giám thống kê của Việt Nam năm 2020, NXB Thống kê, 2021)

Giả sử tỉ lệ tăng dân số không đổi qua các năm.

- Sau 1 năm, dân số của Việt Nam sẽ là bao nhiêu triệu người (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?
- Viết công thức tính dân số Việt Nam sau  $n$  năm kể từ năm 2020.

**VÍ DỤ 2 (TH).** Bác Linh gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng tiền tiết kiệm với hình thức lãi kép, kì hạn 1 năm với lãi suất 6%/năm. Viết công thức tính số tiền (cả gốc và lãi) mà bác Linh có được sau  $n$  năm (giả sử lãi suất không thay đổi qua các năm).

**VÍ DỤ 3 (VD).** Một hình vuông màu vàng có cạnh 1 đơn vị dài được chia thành chín hình vuông nhỏ hơn và hình vuông ở chính giữa được tô màu xanh như Hình 2.1 Mỗi hình vuông màu vàng nhỏ hơn lại được chia thành chín hình vuông con, và mỗi hình vuông con ở chính giữa lại được tô màu xanh. Nếu quá trình này được tiếp tục lặp lại năm lần, thì tổng diện tích các hình vuông được tô màu xanh là bao nhiêu?



**VÍ DỤ 4 (TH).** Một khay nước có nhiệt độ  $23^\circ$  được đặt vào ngăn đá của tủ lạnh. Biết sau mỗi giờ, nhiệt độ của nước giảm 20%. Tính nhiệt độ của khay nước đó sau 6 giờ theo đơn vị độ  $C$ .

**VÍ DỤ 5 (TH).** Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ poloni 210 là 138 ngày, nghĩa là sau 138 ngày, khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa (theo: <https://vi.wikipedia.org/wiki/Poloni-210>). Tính khối lượng còn lại của 20 gam poloni 210 sau:

- a) 690 ngày;                      b) 7314 ngày (khoảng 20 năm).

**VÍ DỤ 6 (TH).** Tế bào E.Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Hỏi sau 24 giờ, tế bào ban đầu sẽ phân chia thành bao nhiêu tế bào?

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1 (TH).** Một quốc gia có dân số năm 2011 là  $P$  triệu người. Trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm dân số tăng  $a\%$ . Chứng minh rằng dân số các năm từ năm 2011 đến năm 2021 của quốc gia đó tạo thành cấp số nhân. Tìm công bội của cấp số nhân này.

**BÀI 2 (TH).** Vào năm 2020, dân số của một quốc gia là khoảng 97 triệu người và tốc độ tăng trưởng dân số là 0,91%. Nếu tốc độ tăng trưởng dân số này được giữ nguyên hằng năm, hãy ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2030.

**BÀI 3 (TH).** Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2020 với tỉ lệ tăng dân số là 1 %/năm. Gọi  $u_n$  là số dân của tỉnh đó sau  $n$  năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số là không đổi.

- Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau  $n$  năm kể từ năm 2020.
- Tính số dân của tỉnh đó sau 10 năm kể từ năm 2020.

**BÀI 4 (TH).** Giả sử một thành phố có dân số năm 2022 là khoảng 2,1 triệu người và tốc độ gia tăng dân số trung bình mỗi năm là 0,75%.

- Dự đoán dân số của thành phố đó vào năm 2032;
- Nếu tốc độ gia tăng dân số vẫn giữ nguyên như trên thì ước tính vào năm nào dân số của thành phố đó sẽ tăng gấp đôi so với năm 2022?

**BÀI 5 (TH).** Giả sử anh Tuấn kí hợp đồng lao động trong 10 năm với điều khoản về tiền lương như sau: Năm thứ nhất, tiền lương của anh Tuấn là 60 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của anh Tuấn được tăng lên 8%. Tính tổng số tiền lương anh Tuấn lĩnh được trong 10 năm đi làm (đơn vị: triệu đồng, làm tròn đến hàng phần nghìn).

**BÀI 6 (TH).** Một công ty xây dựng mua một chiếc máy ủi với giá 3 tỉ đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá trị của chiếc máy ủi này lại giảm 20% so với giá trị của nó trong năm liền trước đó. Tìm giá trị còn lại của chiếc máy ủi đó sau 5 năm sử dụng.

**BÀI 7 (TH).** Một gia đình mua một chiếc ô tô giá 800 triệu đồng. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô giảm đi 4% (so với năm trước đó).

a) Viết công thức tính giá trị của ô tô sau 1 năm, 2 năm sử dụng.

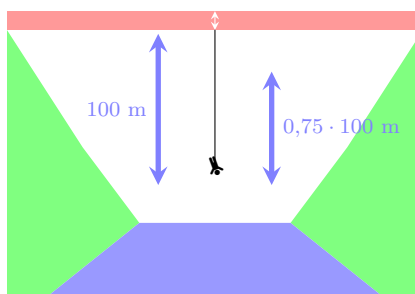
b) Viết công thức tính giá trị của ô tô sau  $n$  năm sử dụng.

c) Sau 10 năm, giá trị của ô tô ước tính còn bao nhiêu triệu đồng?

**BÀI 8 (VD).** Ông An vay ngân hàng 1 tỉ đồng với lãi suất 12%/năm. Ông đã trả nợ theo cách: Bắt đầu từ tháng thứ nhất sau khi vay, cuối tháng ông trả ngân hàng số tiền là  $a$  (đồng) và đã trả hết nợ sau đúng 2 năm kể từ ngày vay. Hỏi số tiền mỗi tháng mà ông An phải trả là bao nhiêu đồng (làm tròn kết quả đến hàng nghìn)?

### BÀI 9 (VD).

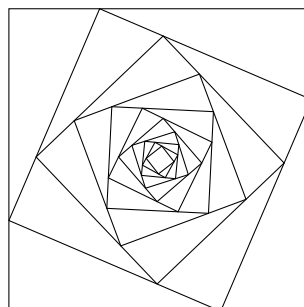
Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Sau mỗi lần rơi xuống, nhờ sự đàn hồi của dây, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ dài bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên. Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần kéo lên và lại rơi xuống.



**BÀI 10 (TH).** Một cái tháp có 11 tầng. Diện tích của mặt sàn tầng 2 bằng nửa diện tích của mặt đáy tháp và diện tích của mặt sàn mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt sàn mỗi tầng ngay bên dưới. Biết mặt đáy tháp có diện tích là  $12288m^2$ . Tính diện tích của mặt sàn tầng trên cùng của tháp theo đơn vị mét vuông.

### BÀI 11 (TH).

Cho hình vuông  $C_1$  có cạnh bằng 4. Người ta chia mỗi cạnh hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông  $C_2$  (Hình 4). Từ hình vuông  $C_2$  lại làm tiếp tục như trên để có hình vuông  $C_3$ . Cứ tiếp tục quá trình như trên, ta nhận được dãy các hình vuông  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$ . Gọi  $a_n$  là độ dài cạnh hình vuông  $C_n$ . Chứng minh rằng dãy số  $(a_n)$  là cấp số nhân.



Hình 4

**BÀI 12 (TH).** Một cây đàn organ có tần số âm thanh các phím liên tiếp tạo thành một cấp số nhân. Cho biết tần số phím La trung là 400 Hz và tần số của phím La cao cao hơn 12 phím là 800 Hz (nguồn: <https://vi.wikipedia.org/wiki/Organ>). Tìm công bội của cấp số nhân nói trên (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

**BÀI 13 (VD).** Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là 50 mg, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kế trước đó. Tính tổng lượng thuốc (tính bằng mg) trong máu của bệnh nhân sau khi dùng thuốc 10 ngày liên tiếp.

### QUICK NOTE

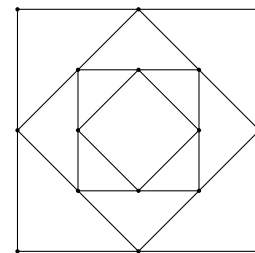
**QUICK NOTE**

### 3. Câu hỏi trắc nghiệm

#### CÂU 1.

Cho hình vuông có cạnh là 1. Nối các trung điểm của hình vuông trên ta được một hình vuông có diện tích  $S_1$ , tiếp tục quá trình trên với các hình vuông với diện tích là  $S_2; S_3; \dots; S_n; \dots$ . Tính tổng vô hạn  $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$ .

- (A) 2. (B)  $\frac{1}{2}$ . (C) 1. (D)  $\frac{3}{2}$ .



**CÂU 2.** Cho  $n$  là số nguyên dương và  $n$  tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots, A_nB_nC_n$ , trong đó các điểm lần  $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}$  lượt nằm trên các cạnh  $B_iC_i, A_iC_i, A_iB_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$  sao cho  $A_{i+1}C_i = 3A_{i+1}B_i, B_{i+1}A_i = 3B_{i+1}C_i, C_{i+1}B_i = 3C_{i+1}A_i$ . Gọi  $S$  là tổng tất cả các diện tích của tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots, A_nB_nC_n$  biết rằng tam giác  $A_1B_1C_1$  có diện tích bằng  $\frac{9}{16}$ . Tìm số nguyên dương sao cho  $S = \frac{16^{29} - 7^{29}}{16^{29}}$ .

- (A)  $n = 28$ . (B)  $n = 2018$ . (C)  $n = 30$ . (D)  $n = 29$ .

**CÂU 3.** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện của mặt trên tầng ngay bên dưới và diện tích tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Biết đế tháp có diện tích là  $12288 \text{ m}^2$ . Tính diện tích mặt trên cùng.

- (A)  $12 \text{ m}^2$ . (B)  $6 \text{ m}^2$ . (C)  $10 \text{ m}^2$ . (D)  $8 \text{ m}^2$ .

**CÂU 4.** Cho tứ giác  $ABCD$  có bốn góc tạo thành cấp số nhân có công bội  $q = 2$ . Góc có số đo nhỏ nhất trong bốn góc đó là

- (A)  $24^\circ$ . (B)  $1^\circ$ . (C)  $12^\circ$ . (D)  $30^\circ$ .

**CÂU 5.** Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu tiên đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cược trước. Người đó thua lần 9 liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách đó thắng hay thua bao nhiêu tiền?

- (A) Thắng 20000 đồng. (B) Thua 40000 đồng.  
(C) Hòa vốn. (D) Thua 20000 đồng.

**CÂU 6.** Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất  $7,5 \%$ /năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- (A) 12 năm. (B) 11 năm. (C) 10 năm. (D) 9 năm.

**CÂU 7.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có cạnh đáy  $BC$ , đường cao  $AH$  và cạnh bên  $AB$  theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân công bội  $q$ . Giá trị của  $q$  là

- (A)  $q = \frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}$ . (B)  $q = \sqrt{2}+1$ .  
(C)  $q = \sqrt{2(\sqrt{2}+1)}$ . (D)  $q = \frac{1}{2}\sqrt{2(\sqrt{2}+1)}$ .

**CÂU 8.** Giả sử một người đi làm được lĩnh lương khởi điểm là 2.000.000 đồng/tháng. Cứ 3 năm người ấy lại được tăng lương một lần với mức tăng bằng  $7\%$  của tháng trước đó. Hỏi sau 36 năm làm việc người ấy lĩnh được tất cả bao nhiêu tiền?

- (A) 1.287.968.492 đồng. (B) 10.721.769.110 đồng.  
(C)  $7,068289036 \cdot 10^8$  đồng. (D) 429.322.830,5 đồng.

**CÂU 9.** Từ độ cao 55,8 (mét) của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất bóng lại nảy lên độ cao bằng  $\frac{1}{10}$  độ cao mà bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình (mét) của bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- (A) (69; 72). (B) (60; 63). (C) (67; 69). (D) (64; 66).

**CÂU 10.** Một gia đình lập kế hoạch tiết kiệm như sau: Họ lập một sổ tiết kiệm tại một ngân hàng và cứ đầu mỗi tháng họ gửi vào sổ tiết kiệm đó 15 triệu đồng. Giả sử lãi suất tiền gửi không đổi là  $0,6 \%$ /tháng và tiền gửi được tính lãi theo hình thức lãi kép. Hỏi sau 3 năm gia đình đó tiết kiệm được số tiền gần nhất với con số nào dưới đây?

- (A) 543240000 đồng. (B) 589269000 đồng. (C) 669763000 đồng. (D) 604359000 đồng.



## ÔN TẬP CHƯƠNG 2

### QUICK NOTE

**CÂU 1.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = (-1)^n \cdot 2n$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A)  $u_1 = -2$ . (B)  $u_2 = 4$ . (C)  $u_3 = -6$ . (D)  $u_4 = -8$ .

**CÂU 2.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n}$ . Tìm số hạng  $u_3$ .

- (A)  $u_3 = \frac{8}{3}$ . (B)  $u_3 = 2$ . (C)  $u_3 = -2$ . (D)  $u_3 = -\frac{8}{3}$ .

**CÂU 3.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$ . Số  $\frac{7}{12}$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

- (A) 8. (B) 6. (C) 9. (D) 10.

**CÂU 4.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = 2^n$ . Tìm số hạng  $u_{n+1}$ .

- (A)  $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$ . (B)  $u_{n+1} = 2^n + 1$ .  
(C)  $u_{n+1} = 2(n+1)$ . (D)  $u_{n+1} = 2^n + 2$ .

**CÂU 5.** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = 5^{n+1}$ . Tìm số hạng  $u_{n-1}$ .

- (A)  $u_{n-1} = 5^{n-1}$ . (B)  $u_{n-1} = 5^n$ . (C)  $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$ . (D)  $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$ .

**CÂU 6.** Cho dãy số có các số hạng đầu là  $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$ . Số hạng tổng quát của dãy số này là công thức nào dưới đây?

- (A)  $u_n = -2n$ . (B)  $u_n = n - 2$ .  
(C)  $u_n = -2(n+1)$ . (D)  $u_n = 2n - 4$ .

**CÂU 7.** Cho dãy số  $(u_n)$ , được xác định  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy

số là số hạng nào dưới đây?

- (A)  $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$ . (B)  $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$ .  
(C)  $u_n = \frac{1}{2} - 2n$ . (D)  $u_n = \frac{1}{2} + 2n$ .

**CÂU 8.** Cho dãy số  $(u_n)$ , được xác định  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy

số là số hạng nào dưới đây?

- (A)  $u_n = \frac{-n+1}{n}$ . (B)  $u_n = \frac{n+1}{n}$ . (C)  $u_n = -\frac{n+1}{n}$ . (D)  $u_n = -\frac{n}{n+1}$ .

**CÂU 9.** Cho cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = -\frac{1}{2}$ , công sai  $d = \frac{1}{2}$ . Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số này là.

- (A)  $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1$ . (B)  $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}$ . (C)  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}$ . (D)  $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$ .

**CÂU 10.** Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

- (A) 7; 12; 17. (B) 6; 10; 14. (C) 8; 13; 18. (D) 6; 12; 18.

**CÂU 11.** Biết các số  $C_n^1; C_n^2; C_n^3$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với  $n > 3$ . Tìm  $n$ .

- (A)  $n = 5$ . (B)  $n = 7$ . (C)  $n = 9$ . (D)  $n = 11$ .

**CÂU 12.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; .... Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số cộng.

- (A)  $u_n = 5n + 1$ . (B)  $u_n = 5n - 1$ . (C)  $u_n = 4n + 1$ . (D)  $u_n = 4n - 1$ .

**CÂU 13.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và  $d = \frac{1}{2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)  $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$ . (B)  $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$ .  
(C)  $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$ . (D)  $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$ .

**CÂU 14.** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- (A)  $u_7 = 7 - 3n$ . (B)  $u_7 = 7 - 3^n$ . (C)  $u_7 = \frac{7}{3n}$ . (D)  $u_7 = 7 \cdot 3^n$ .

**QUICK NOTE**

**CÂU 15.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5$  và  $d = 3$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $u_{15} = 34$ . (B)  $u_{15} = 45$ . (C)  $u_{13} = 31$ . (D)  $u_{10} = 35$ .

**CÂU 16.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $d = -2$  và  $S_8 = 72$ . Tìm số hạng đầu tiên  $u_1$ .

- (A)  $u_1 = 16$ . (B)  $u_1 = -16$ . (C)  $u_1 = \frac{1}{16}$ . (D)  $u_1 = -\frac{1}{16}$ .

**CÂU 17.** Một cấp số cộng có số hạng đầu là 1, công sai là 4, tổng của  $n$  số hạng đầu là 561. Khi đó số hạng thứ  $n$  của cấp số cộng đó là  $u_n$  có giá trị là bao nhiêu?

- (A)  $u_n = 57$ . (B)  $u_n = 61$ . (C)  $u_n = 65$ . (D)  $u_n = 69$ .

**CÂU 18.** Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là  $S_n = \frac{3n^2 - 19n}{4}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Tìm số hạng đầu tiên  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho.

- (A)  $u_1 = 2, d = -\frac{1}{2}$ . (B)  $u_1 = -4, d = \frac{3}{2}$ .  
(C)  $u_1 = -\frac{3}{2}, d = -2$ . (D)  $u_1 = \frac{5}{2}, d = \frac{1}{2}$ .

**CÂU 19.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 2001$  và  $u_5 = 1995$ . Khi đó  $u_{1001}$  bằng.

- (A)  $u_{1001} = 4005$ . (B)  $u_{1001} = 4003$ . (C)  $u_{1001} = 3$ . (D)  $u_{1001} = 1$ .

**CÂU 20.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_n = -1, u_{n+1} = 8$ . Tính công sai  $d$  của cấp số cộng đó.

- (A)  $d = -9$ . (B)  $d = 7$ . (C)  $d = -7$ . (D)  $d = 9$ .

**CÂU 21.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_2 + u_{23} = 60$ . Tính tổng  $S_{24}$  của 24 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

- (A)  $S_{24} = 60$ . (B)  $S_{24} = 120$ . (C)  $S_{24} = 720$ . (D)  $S_{24} = 1440$ .

**CÂU 22.** Một cấp số cộng có 6 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 17, tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 14. Tìm công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho.

- (A)  $d = 2$ . (B)  $d = -3$ . (C)  $d = 4$ . (D)  $d = 5$ .

**CÂU 23.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 u_7 = 75 \end{cases}$ . Tìm công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho.

- (A)  $d = \frac{1}{2}$ . (B)  $d = \frac{1}{3}$ . (C)  $d = 2$ . (D)  $d = 3$ .

**CÂU 24.** Ba góc của một tam giác vuông tạo thành cấp số cộng. Hai góc nhọn của tam giác có số đo (độ) là

- (A)  $20^\circ$  và  $70^\circ$ . (B)  $45^\circ$  và  $45^\circ$ . (C)  $20^\circ$  và  $45^\circ$ . (D)  $30^\circ$  và  $60^\circ$ .

**CÂU 25.** Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là

- (A)  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$ . (B)  $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$ . (C)  $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$ . (D)  $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$ .

**CÂU 26.** Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

- (A) 1635. (B) 1792. (C) 2055. (D) 3125.

**CÂU 27.** Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,... Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

- (A) 73. (B) 75. (C) 77. (D) 79.

**CÂU 28.** Một chiếc đồng hồ đánh chuông, kể từ thời điểm 0 (giờ) thì sau mỗi giờ thì số tiếng chuông được đánh đúng bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông?

- (A) 78. (B) 156. (C) 300. (D) 48.

**CÂU 29.** Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5,... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ  $n$ . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

- (A) 98. (B) 100. (C) 102. (D) 104.

QUICK NOTE

**CÂU 30.** Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ 2 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50 mét mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

- (A) 5.250.000 đồng. (B) 10.125.000 đồng.  
(C) 4.00.000 đồng. (D) 4.245.000 đồng.

**CÂU 31.** Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 16 và 36. Số hạng tiếp theo là

- (A) 720. (B) 81. (C) 64. (D) 56.

**CÂU 32.** Tìm  $x$  để các số 2; 8;  $x$ ; 128 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- (A)  $x = 14$ . (B)  $x = 32$ . (C)  $x = 64$ . (D)  $x = 68$ .

**CÂU 33.** Tìm tất cả giá trị của  $x$  để ba số  $2x - 11$ ;  $x$ ;  $2x + 1$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- (A)  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ . (B)  $x = \pm \frac{1}{3}$ . (C)  $x = \pm \sqrt{3}$ . (D)  $x = \pm 3$ .

**CÂU 34.** Với giá trị  $x, y$  nào dưới đây thì các số hạng lần lượt là  $-2$ ;  $x$ ;  $-18$ ;  $y$  theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân?

- (A)  $\begin{cases} x = 6 \\ y = -54 \end{cases}$ . (B)  $\begin{cases} x = -10 \\ y = -26 \end{cases}$ . (C)  $\begin{cases} x = -6 \\ y = -54 \end{cases}$ . (D)  $\begin{cases} x = -6 \\ y = 54 \end{cases}$ .

**CÂU 35.** Hai số hạng đầu của của một cấp số nhân là  $2x + 1$  và  $4x^2 - 1$ . Số hạng thứ ba của cấp số nhân là.

- (A)  $2x - 1$ . (B)  $2x + 1$ .  
(C)  $8x^3 - 4x^2 - 2x + 1$ . (D)  $8x^3 + 4x^2 - 2x - 1$ .

**CÂU 36.** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát nu sau, dãy số nào là một cấp số nhân

- (A)  $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$ . (B)  $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$ . (C)  $u_n = n + \frac{1}{3}$ . (D)  $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$ .

**CÂU 37.** Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho.

- (A)  $q = 3$ . (B)  $q = -3$ . (C)  $q = 2$ . (D)  $q = -2$ .

**CÂU 38.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $q = \frac{2}{3}$  Mệnh đề nào sau đây đúng.

- (A)  $u_5 = -\frac{27}{16}$ . (B)  $u_5 = -\frac{16}{27}$ . (C)  $u_5 = \frac{16}{27}$ . (D)  $u_5 = \frac{27}{16}$ .

**CÂU 39.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và  $q = -2$ . Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho.

- (A) 5. (B) 6.  
(C) 7. (D) Không là số hạng của cấp số đã cho.

**CÂU 40.** Một cấp số nhân có công bội bằng 3 và số hạng đầu bằng 5. Biết số hạng chính giữa là 32805. Hỏi cấp số nhân đã cho có bao nhiêu số hạng?

- (A) 18. (B) 17. (C) 16. (D) 9.

**CÂU 41.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $q = -2$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

- (A)  $S_{10} = -511$ . (B)  $S_{10} = -1025$ . (C)  $S_{10} = 1025$ . (D)  $S_{10} = 1023$ .

**CÂU 42.** Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; .... Gọi  $S_n$  là tổng của  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $S_n = 4^{n-1}$ . (B)  $S_n = \frac{n(1+4^{n-1})}{2}$ .  
(C)  $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$ . (D)  $S_n = \frac{4(4^n - 1)}{3}$ .

**CÂU 43.** Số hạng thứ hai, số hạng đầu và số hạng thứ ba của một cấp số cộng với công sai khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội  $q$ . Tìm  $q$ .

- (A)  $q = 2$ . (B)  $q = -2$ . (C)  $q = -\frac{3}{2}$ . (D)  $q = \frac{3}{2}$ .

**QUICK NOTE**

**CÂU 44.** Cho bốn số  $a, b, c, d$  biết rằng  $a, b, c$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân công bội  $q > 1$ , còn  $b, c, d$  theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tìm  $q$  biết rằng  $a + d = 14$  và  $b + c = 12$ .

- (A)  $q = \frac{18 + \sqrt{73}}{24}$ . (B)  $q = \frac{19 + \sqrt{73}}{24}$ . (C)  $q = \frac{20 + \sqrt{73}}{24}$ . (D)  $q = \frac{21 + \sqrt{73}}{24}$ .

**CÂU 45.** Gọi  $S = 1 + 11 + 111 + \dots + 111\dots 1$  ( $n$  số 1) thì  $S$  nhận giá trị nào sau đây?

- (A)  $S = \frac{10^n - 1}{81}$ . (B)  $S = 10 \cdot \frac{10^n - 1}{81}$ .  
(C)  $S = 10 \cdot \frac{10^n - 1}{81} - 1$ . (D)  $S = \frac{1}{9} \left[ 10 \cdot \frac{10^n - 1}{9} - 1 \right]$ .

**CÂU 46.** Biết rằng  $S = 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + \dots + 11 \cdot 3^{10} = a + \frac{21 \cdot 3^b}{4}$ . Tính  $P = a + \frac{b}{4}$ .

- (A)  $P = 1$ . (B)  $P = 2$ . (C)  $P = 3$ . (D)  $P = 4$ .

**CÂU 47.** Một cấp số nhân có ba số hạng là  $a, b, c$  (theo thứ tự đó) trong đó các số hạng đều khác 0 và công bội  $q \neq 0$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng.

- (A)  $\frac{1}{a^2} = \frac{1}{bc}$ . (B)  $\frac{1}{b^2} = \frac{1}{ac}$ . (C)  $\frac{1}{c^2} = \frac{1}{ba}$ . (D)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{c}$ .

**CÂU 48.** Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng.

- (A)  $56^\circ$ . (B)  $102^\circ$ . (C)  $252^\circ$ . (D)  $168^\circ$ .

**CÂU 49.** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là  $12288m^2$ ). Tính diện tích mặt trên cùng.

- (A)  $6m^2$ . (B)  $8m^2$ . (C)  $10m^2$ . (D)  $12m^2$ .

**CÂU 50.** Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cược trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

- (A) Hoà vốn. (B) Thua 20000 đồng.  
(C) Thắng 20000 đồng. (D) Thua 40000 đồng.

# MỤC LỤC

<b>DẪY SỐ - CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN</b>	<b>1</b>
<b>Bài 5. Dãy số</b>	<b>1</b>
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết	1
Ⓑ Các dạng toán thường gặp	1
📁 Dạng 1. Số hạng tổng quát, biểu diễn dãy số	1
📁 Dạng 2. Tìm số hạng cụ thể của dãy số	3
📁 Dạng 3. Xét tính tăng giảm của dãy số	5
📁 Dạng 4. Xét tính bị chặn của dãy số	6
📁 Dạng 5. Toán thực tế về dãy số	8
<b>Bài 6. Cấp số cộng</b>	<b>11</b>
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết	11
Ⓑ Các dạng toán thường gặp	11
📁 Dạng 1. Nhận diện cấp số cộng, công sai $d$	11
📁 Dạng 2. Số hạng tổng quát của cấp số cộng	13
📁 Dạng 3. Tìm số hạng cụ thể trong cấp số cộng	14
📁 Dạng 4. Các bài toán thực tế	16
<b>Bài 7. Cấp số nhân</b>	<b>19</b>
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết	19
Ⓑ Các dạng toán thường gặp	19
📁 Dạng 1. Nhận diện cấp số nhân, công bội $q$	19
📁 Dạng 2. Số hạng tổng quát của cấp số nhân	21
📁 Dạng 3. Tìm số hạng cụ thể của CSN	22
📁 Dạng 4. Tìm điều kiện để một dãy số lập thành CSN	24
📁 Dạng 5. Tính tổng của cấp số nhân	26
📁 Dạng 6. Kết hợp cấp số cộng và cấp số nhân	28
📁 Dạng 7. Bài toán thực tế	29

