

# LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**CÂU 1.** Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A** Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song với nhau.  
**B** Nếu hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.  
**C** Hai vectơ được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng độ dài và cùng hướng.  
**D** Nếu vectơ  $\vec{a}$  và vectơ  $\vec{b}$  cùng bằng vectơ  $\vec{c}$  thì hai vectơ  $\vec{a}$  và vectơ  $\vec{b}$  bằng nhau.

**Lời giải.**

Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.

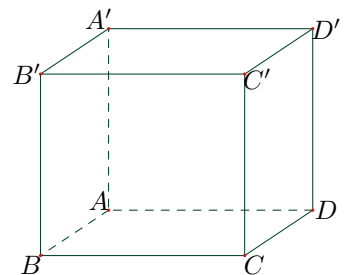
Chọn đáp án **A** ..... ☐

**CÂU 2.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khi đó, vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là

- A**  $\overrightarrow{D'C'}$ . **B**  $\overrightarrow{BA}$ . **C**  $\overrightarrow{CD}$ . **D**  $\overrightarrow{B'A'}$ .

**Lời giải.**

Dễ thấy vectơ bằng với vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là vectơ nào  $\overrightarrow{D'C'}$  vì chúng cùng hướng và có cùng độ dài.



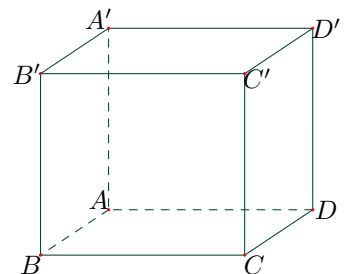
Chọn đáp án **A** ..... ☐

**CÂU 3.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{AB}$ ?

- A**  $\overrightarrow{CD}$ . **B**  $\overrightarrow{B'C'}$ . **C**  $\overrightarrow{AD}$ . **D**  $\overrightarrow{AC'}$ .

**Lời giải.**

Vectơ cùng phương với  $\overrightarrow{AB}$  là  $\overrightarrow{CD}$ , vì hai vectơ này có giá song song với nhau.



Chọn đáp án **A** ..... ☐

**CÂU 4.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ . **B**  $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$ .  
**C**  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$ . **D**  $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$ .

**Lời giải.**

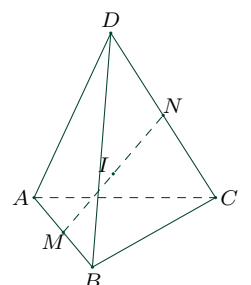
Theo quy tắc hình hộp, ta có mệnh đề sai là  $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**CÂU 5.**

Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB, CD$ ,  $I$  là trung điểm của đoạn  $MN$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A**  $\overrightarrow{AN} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC})$ . **B**  $\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IM} = \vec{0}$ .  
**C**  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ . **D**  $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$ .



**Lời giải.**

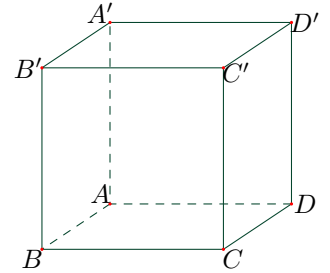
Đáp án B đúng: Vì  $I$  là trung điểm  $MN$  nên ta có:  $\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IM} = \vec{0}$ .  
 Đáp án C đúng: Vì  $M$  là trung điểm  $AB$  nên ta có:  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .  
 Đáp án D đúng: Vì  $N$  là trung điểm  $CD$  nên ta có  $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**CÂU 6.**

Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Hãy tìm mệnh đề đúng trong những mệnh đề sau đây

- A**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ . **B**  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{B'A}$ .  
**C**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ . **D**  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{CB'}$ .



**Lời giải.**

Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**CÂU 7.** Cho tứ diện  $ABCD$ , có bao nhiêu vectơ có điểm đầu là  $A$  và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện?

- A** 1. **B** 3. **C** 2. **D** 4.

**Lời giải.**

Có ba vectơ là:  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ .

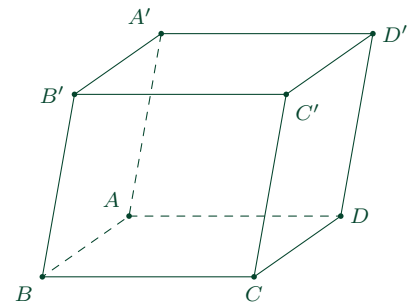
Chọn đáp án **B** ..... ☐

**CÂU 8.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

- A**  $\overrightarrow{A'B}$  và  $\overrightarrow{A'B'}$ . **B**  $\overrightarrow{B'C'}$  và  $\overrightarrow{CD}$ . **C**  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{B'C'}$ . **D**  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{D'C'}$ .

**Lời giải.**

Hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{D'C'}$  có giá song song nên cùng phương.

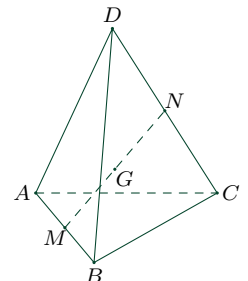


Chọn đáp án **D** ..... ☐

**CÂU 9.**

Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ ,  $G$  là trung điểm của  $MN$ . Vectơ  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}$  bằng Vectơ nào sau đây

- A**  $4\overrightarrow{MG}$ . **B**  $\overrightarrow{GD}$ . **C**  $\vec{0}$ . **D**  $\overrightarrow{MN}$ .



**Lời giải.**

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) + (\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 2\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = \vec{0}.$$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**CÂU 10.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn mệnh đề đúng?

- A**  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C'A'}$ . **B**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'}$ . **C**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ . **D**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \vec{0}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ .

Chọn đáp án **D** ..... ☐

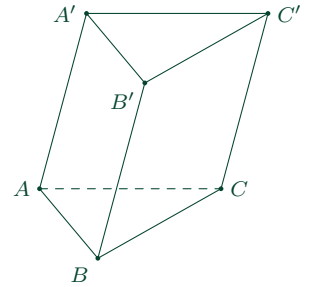
**CÂU 11.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- Ⓐ  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .    Ⓑ  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .    Ⓒ  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .    Ⓓ  $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} \\ &= \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}.\end{aligned}$$

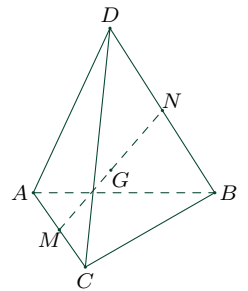


Chọn đáp án Ⓓ.

**CÂU 12.**

Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AC$  và  $BD$ . Gọi  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ . Hãy chọn khẳng định sai

- Ⓐ  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$ .    Ⓑ  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$ .  
Ⓒ  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .    Ⓓ  $2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ .

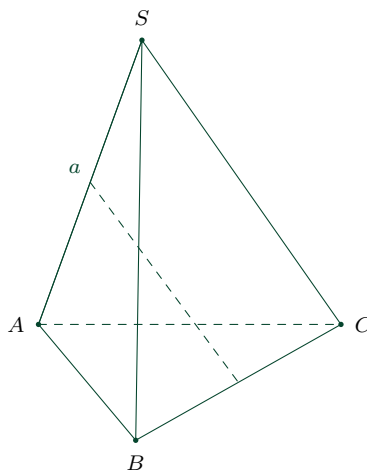


**Lời giải.**

- ☑  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$  đúng vì  $M$  là trung điểm  $AC$ .
- ☑  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$  đúng vì  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{MN}$
- ☑  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$  đúng vì  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = \vec{0}$ .
- ☑  $2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$  sai vì  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB}) + (\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}) = 2\overrightarrow{MN} + \vec{0} + \vec{0} = 2\overrightarrow{MN}$ .

Chọn đáp án Ⓓ.

**CÂU 13.** Cho tứ diện đều  $SABC$  có cạnh  $a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SA, BC$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?



Mệnh đề	Đ	S
a) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{SA}$ bằng $a$ .	X	

b) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .	X	
c) $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{MN}$ .		X
d) Gọi $I$ là trọng tâm của tứ diện. Khoảng cách từ $I$ đến $(ABC)$ bằng $\frac{3a\sqrt{6}}{4}$ .		X

**Lời giải.**

a)  $|\overrightarrow{SA}| = SA = a$ .

b)  $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = |\overrightarrow{SA}| \cdot |\overrightarrow{SB}| \cdot \sin \widehat{ASB} = a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .

c) Do  $N$  là trung điểm của  $BC$  nên  $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SN}$  và  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MB}$ .  
 Suy ra  $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2(\overrightarrow{SN} + \overrightarrow{AN})$   
 Do  $M$  là trung điểm của  $SA$  nên  $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NS} = 2\overrightarrow{NM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{SN} = 2\overrightarrow{MN}$ .  
 Do đó  $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2 \cdot 2 \cdot \overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{MN}$ .

d) Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .  
 Do tứ diện  $SABC$  là tứ diện đều và  $I$  là trọng tâm tứ diện nên  $d(I, (ABC)) = IG$   
 Tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ ,  $N$  là trung điểm của  $BC$ , suy ra  $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .  
 Do  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên  $AG = \frac{2}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .  
 Do tứ diện  $SABC$  là tứ diện đều nên  $SG \perp (ABC) \Rightarrow SG \perp AG$ .  
 Tam giác  $SAG$  vuông tại  $G$  nên  $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ .  
 Do  $I$  là trọng tâm tứ diện  $SABC$  nên  $IG = \frac{1}{4}SG = \frac{1}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{12}$ .  
 Vậy  $d(I, (ABC)) = \frac{a\sqrt{6}}{12}$ .

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai

**CÂU 14.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  có cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AD$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{CD}$ .		X
b) $\overrightarrow{DC_1} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD_1}$ .	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) $\overrightarrow{AB_1} \cdot \overrightarrow{CD_1} = 0$ .	X	
d) $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{A_1B_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{B_1C_1}$ .		X

**Lời giải.**

HÌNH O DẠY

a)  $\overrightarrow{A_1B_1} = -\overrightarrow{CD}$ .

b)  $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{DC_1}$ .

c)  $\overrightarrow{AB_1} \cdot \overrightarrow{CD_1} = \overrightarrow{AB_1} \cdot \overrightarrow{BA_1} = 0$

d)  $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1D_1})$   
 $= \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}) = \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{B_1C_1}$

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c đúng ☐ d sai

**CÂU 15.** Cho tứ diện  $ABCD$  có cạnh  $a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.		X

b) $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$ với $E$ là trung điểm $MN$ .	X	
c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ .	X	
d) Điểm $I$ xác định bởi $P = 3\overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + \overrightarrow{IC}^2 + \overrightarrow{ID}^2$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị nhỏ nhất của $P$ là $2a^2$ .	X	

**Lời giải.**

1. Mệnh đề sai

2. Mệnh đề đúng: Vì  $M$  là trung điểm  $AB$  nên  $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{EM}$ ,  $N$  là trung điểm  $CD$  nên  $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{EN}$   
Ta có  $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = 2(\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN}) = \vec{0}$

3. Mệnh đề đúng: Vì  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$   
 $= \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD}$   
 $= \overrightarrow{CB}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

**HÌNH O DAY**

4. Mệnh đề đúng:

Gọi  $M$  là điểm thỏa mãn hệ thức  $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$  suy ra  $M$  cố định vì  $A, B, C, D$  cố định. Ta có  
 $P = 3\overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + \overrightarrow{IC}^2 + \overrightarrow{ID}^2 = 3(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MA})^2 + (\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MB})^2 + (\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MC})^2 + (\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MD})^2$   
 $= 6IM^2 + 3MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 + 2\overrightarrow{IM} \cdot (3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD})$   
 $= 6IM^2 + 3MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ .

Do đó để  $P$  nhỏ nhất thì  $I$  trùng với  $M$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ .

$$3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{MA} + (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MG} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MG} = \vec{0}$$

Suy ra  $M$  là trung điểm của  $AG$ .

$$\text{Ta có } BG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow MA = \frac{1}{2}AG = \frac{a}{\sqrt{6}} \Rightarrow MA^2 = \frac{a^2}{6}.$$

$$\text{Lại có } MD^2 = MC^2 = MB^2 = MG^2 + BG^2 = \frac{a^2}{6} + \frac{a^2}{3} = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất là } P = 3 \cdot \frac{a^2}{6} + 3 \cdot \frac{a^2}{2} = 2a^2 \text{ khi } I \text{ trùng với } M$$

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c đúng ☐ d đúng

**CÂU 16.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$  có  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  và  $I$  là điểm thuộc đoạn thẳng  $AG$  sao cho  $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai? 1.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ . 2.  $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 3\overrightarrow{IG}$ . 3.  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}$ . 4.  $\overrightarrow{IB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

**Lời giải.**

**HÌNH O DAY**

1. Mệnh đề sai vì  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  nên  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

2. Mệnh đề đúng: Vì  
 $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{IG} + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 3\overrightarrow{IG}$ .

3. Mệnh đề đúng: Vì  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$  và  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AI} = \vec{0}$ .

4. Mệnh đề đúng vì:

$$\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AG}.$$

$$\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AB} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 3

**CÂU 17.** Cho tứ diện  $ABCD$  Gọi  $E$  là trung điểm  $AD$ ,  $F$  là trung điểm  $BC$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \dots\dots\dots \overrightarrow{EF}$

**Lời giải.**

Trả lời: 2

Do  $E$  là trung điểm  $AD$ ,  $F$  là trung điểm  $BC$  nên:  $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$ ;  $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} = -(\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CF}) = \vec{0}$ .

$$\text{Có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB} \\ \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FC} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{EF}$$

**CÂU 18.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có  $AB = 2a, AD = 3a$ . Độ dài vectơ  $\overrightarrow{B'D'}$  bằng.....

**Lời giải.**

**HÌNH O DAY**

Ta có:  $\left| \overrightarrow{B'D'} \right| = B'D' = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{13}$

Vậy độ dài vectơ  $\overrightarrow{B'D'}$  bằng  $a\sqrt{13}$

**CÂU 19.** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{A'B}$  và  $\overrightarrow{AC'}$  bằng

**Lời giải.**

**HÌNH O DAY**

Ta có  $\overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'}$

$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{AC'} = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) = \overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{AA'}^2 = 0$$

$\Rightarrow$  Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{A'B}$  và  $\overrightarrow{AC'}$  bằng  $90^\circ$

**CÂU 20.** Cho hình chóp  $S \cdot ABC$  có  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc nhau và  $SA = SB = SC = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{SM}$  và  $\overrightarrow{BC}$  bằng

**Lời giải.**

**HÌNH O DAY**

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{SM}| |\overrightarrow{BC}|} = \frac{\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC}}{SM \cdot BC}.$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC} &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB}) \cdot (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}) \\ &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SB}) \\ &= -\frac{1}{2} \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SB} = -\frac{1}{2} SB^2 = -\frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Tam giác } SAB \text{ và } SBC \text{ vuông cân tại } S \text{ nên } AB = BC = a\sqrt{2}. \Rightarrow SM = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do đó } \cos(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{-\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}. \text{ Suy ra } (\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$$

**CÂU 21.** Cho hình chóp  $S \cdot ABC$  có  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc nhau và  $SA = SB = SC = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{SM}$  và  $\overrightarrow{BC}$  bằng

**Lời giải.**

Trả lời:  $120^\circ$

**HÌNH O DAY**

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{SM}| |\overrightarrow{BC}|} = \frac{\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC}}{SM \cdot BC}.$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC} &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB}) \cdot (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}) \\ &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SB}) \\ &= -\frac{1}{2} \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SB} = -\frac{1}{2} SB^2 = -\frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

Tam giác  $SAB$  và  $SBC$  vuông cân tại  $S$  nên  $AB = BC = a\sqrt{2}$ .

$$\text{Suy ra trung tuyến } SM = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do đó } \cos(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{-\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}. \text{ Suy ra } (\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$$

**CÂU 22.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Xét các điểm  $M, N$  lần lượt thuộc các đường thẳng  $A'C, C'D$  sao cho đường thẳng  $MN$  song song với đường thẳng  $BD'$ . Khi đó tỉ số  $\frac{MN}{BD'}$  bằng .....

**Lời giải.**

**HÌNH O DAY**

Đặt  $\overrightarrow{BA} = \vec{x}, \overrightarrow{BB'} = \vec{y}, \overrightarrow{BC} = \vec{z}$ .

Do  $\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CA'}$  là hai vectơ cùng phương  $\Rightarrow \exists k \in \mathbb{R}: \overrightarrow{CM} = k \cdot \overrightarrow{CA'}$ .

Và  $\overrightarrow{C'N}, \overrightarrow{C'D}$  là hai vectơ cùng phương  $\Rightarrow \exists h \in \mathbb{R}: \overrightarrow{C'N} = h \cdot \overrightarrow{C'D}$ .

Ta có:  $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}, (1)$

$$\begin{aligned} \text{Ta lại có: } \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{CN} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'N} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CC'} + h \cdot \overrightarrow{C'D} - k \cdot \overrightarrow{CA'} \\ &= \vec{y} + h \cdot (-\vec{y} + \vec{x}) - k \cdot (\vec{y} - \vec{z} + \vec{x}) = (h - k) \cdot \vec{x} + (1 - h - k) \cdot \vec{y} + k \cdot \vec{z}, (2) \end{aligned}$$

Do  $MN \parallel B'D$  nên tồn tại  $t \in \mathbb{R}$ :  $\overrightarrow{MN} = t \cdot \overrightarrow{BD'}$ . Từ (1) và (2) ta có 
$$\begin{cases} h - k = t \\ 1 - h - k = t \\ k = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = t \\ h = 2t \\ 1 - 3t = t \end{cases} \Rightarrow t = \frac{1}{4} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BD'}.$$
  
 Vậy  $\frac{MN}{BD'} = \frac{1}{4}$ .