

# NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN

## Bài 1. NGUYÊN HÀM

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

### B. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### 1. Định nghĩa nguyên hàm

Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$ . Hàm số  $F(x)$  được gọi là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nếu  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x \in K$ .

**Nhận xét:** Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thì  $F(x) + C$ , ( $C \in \mathbb{R}$ ) cũng là nguyên hàm của  $f(x)$ .

Ký hiệu  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .

#### 2. Một số tính chất của nguyên hàm

$$\left( \int f(x) dx \right)' = f(x).$$

$$\int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx \quad (a \in \mathbb{R}, a \neq 0).$$

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx.$$

#### 3. Một số nguyên hàm cơ bản

Nguyên hàm của hàm số cơ bản	Nguyên hàm mở rộng
$\int a \cdot dx = ax + C, a \in \mathbb{R}$	
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$	$\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C, x \neq 0$	$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b  + C$
$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C, x > 0$	$\int \frac{dx}{\sqrt{ax+b}} = \frac{2}{a} \sqrt{ax+b} + C, x > 0$
$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C, x \neq 0$	$\int \frac{dx}{(ax+b)^2} = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$
$\int \frac{dx}{x^\alpha} = -\frac{1}{(\alpha-1)x^{\alpha-1}} + C$	$\int \frac{dx}{(ax+b)^\alpha} = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{(\alpha-1)} \cdot (ax+b)^{\alpha-1} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^{\alpha x+\beta} dx = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{a^{\alpha x+\beta}}{\ln a} + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax+b) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cdot \cos(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \cdot \tan(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cdot \cot(ax+b) + C$

**Nhận xét:**  $[F(ax+b)]' = af(ax+b) \Rightarrow \int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$ .

### C. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

1

Sử dụng định nghĩa nguyên hàm và bảng nguyên hàm

## 1. Các ví dụ

**VÍ DỤ 1.** Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a)  $f(x) = 4x^3 + x + 5.$

b)  $f(x) = 3x^2 - 2x.$

c)  $f(x) = \frac{1}{x^5} + x^2.$

d)  $f(x) = \frac{1}{x^3} + x^2 - 1.$

**Lời giải.**

**VÍ DỤ 2.** Tính

a)  $I = \int (x^2 - 3x)(x + 1)dx.$

b)  $I = \int (x - 1)(x^2 + 2)dx.$

c)  $I = \int (2x + 1)^5 dx$

d)  $I = \int (2x - 10)^{2020} dx.$

e)  $I = \int \left(3x^2 + \frac{1}{x} - 2\right) dx.$

f)  $I = \int \left(3x^2 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx.$

g)  $I = \int \frac{x^2 - 3x + 1}{x} dx.$

h)  $I = \int \frac{2x^2 - 6x + 3}{x} dx.$

i)  $I = \int \frac{1}{2x - 1} dx.$

j)  $I = \int \frac{2}{3 - 4x} dx.$

k)  $I = \int \frac{1}{(2x - 1)^2} dx.$

l)  $I = \int \left[ \frac{12}{(x - 1)^2} + \frac{2}{2x - 3} \right] dx.$

m)  $I = \int \frac{3}{4x^2 + 4x + 1} dx.$

n)  $I = \int \frac{4}{x^2 + 6x + 9} dx.$

o) (\*)  $I = \int \frac{2x - 1}{(x + 1)^2} dx.$

**Lời giải.**

**VÍ DỤ 3.** Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a)  $I = \int (\sin x - \cos x) dx.$

b)  $I = \int (3 \cos x - 2 \sin x) dx.$

c)  $I = \int (2 \sin 2x - 3 \cos 6x) dx.$

d)  $I = \int \sin x \cos x dx.$

e)  $I = \int \cos \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} \right) dx.$

f)  $I = \int \sin \left( \frac{\pi}{3} - \frac{x}{3} \right) dx.$

g)  $I = \int (\sin x - \cos x)^2 dx.$

h)  $I = \int (\cos x + \sin x)^2 dx.$

**Lời giải.**

**VÍ DỤ 4.** Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

$$\text{a) } I = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx.$$

$$\text{b) } I = \int \frac{6}{\cos^2 3x} dx.$$

$$\text{c) } I = \int (\tan x + \cot x)^2 dx.$$

$$\text{d) } I = \int \sin^2 x dx.$$

$$\text{e) } I = \int \cos^2 2x dx.$$

$$\text{f) } I = \int \sin 4x \cos x dx.$$

**Lời giải.**

**VÍ DỤ 5.** Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

$$\text{a) } I = \int e^{2x} dx.$$

$$\text{b) } I = \int e^{1-2x} dx.$$

$$\text{c) } I = \int (2x - e^{-x}) dx.$$

$$\text{d) } I = \int e^x (1 - 3e^{-2x}) dx.$$

$$\text{e) } I = \int (3 - e^x)^2 dx.$$

$$\text{f) } I = \int (2 + e^{3x})^2 dx.$$

$$\text{g) } I = \int 2^{2x+1} dx.$$

$$\text{h) } I = \int 4^{1-2x} dx.$$

$$\text{i) } I = \int 3^x \cdot 5^x dx.$$

$$\text{j) } I = \int 4^x \cdot 3^{x-1} dx.$$

$$\text{k) } I = \int \frac{dx}{e^{2-5x}}.$$

$$\text{l) } I = \int \frac{dx}{2^{3-2x}}.$$

$$\text{m) } I = \int \frac{4^{x+1} \cdot 3^{x-1}}{2^x} dx.$$

$$\text{n) } I = \int \frac{4^{2x-1} \cdot 6^{x-1}}{3^x} dx.$$

**Lời giải.**

## 2. Câu hỏi trắc nghiệm

**CÂU 1.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**.

- ☐ A  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .    
 ☐ B  $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$ .    
 ☐ C  $\left(\int f(x) dx\right)' = f'(x)$ .    
 ☐ D  $\left(\int f(x) dx\right)' = F'(x)$ .

🗨️ **Lời giải.**

**CÂU 2.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 6$  là

- ☐ A  $x^2 + C$ .    
 ☐ B  $x^2 + 6x + C$ .    
 ☐ C  $2x^2 + C$ .    
 ☐ D  $2x^2 + 6x + C$ .

🗨️ **Lời giải.**

**CÂU 3.**  $\int x^2 dx$  bằng

- ☐ A  $2x + C$ .    
 ☐ B  $\frac{1}{3}x^3 + C$ .    
 ☐ C  $x^3 + C$ .    
 ☐ D  $3x^3 + C$ .

🗨️ **Lời giải.**

**CÂU 4.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$  là

- ☐ A  $x^3 + C$ .    
 ☐ B  $\frac{x^3}{3} + x + C$ .    
 ☐ C  $6x + C$ .    
 ☐ D  $x^3 + x + C$ .

🗨️ **Lời giải.**

**CÂU 5.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + x$  là

- ☐ A  $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$ .    
 ☐ B  $3x^2 + 1 + C$ .    
 ☐ C  $x^3 + x + C$ .    
 ☐ D  $x^4 + x^2 + C$ .

🗨️ **Lời giải.**

**CÂU 6.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^4 + x^2$  là

- ☐ A  $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$ .    
 ☐ B  $x^4 + x^2 + C$ .    
 ☐ C  $x^5 + x^3 + C$ .    
 ☐ D  $4x^3 + 2x + C$ .

🗨️ **Lời giải.**

**CÂU 7.** Hàm số nào trong các hàm số sau đây không là nguyên hàm của hàm số  $y = x^{2022}$ ?

**A**  $\frac{x^{2023}}{2023} + 1.$

**B**  $\frac{x^{2023}}{2023}.$

**C**  $y = 2022x^{2021}.$

**D**  $\frac{x^{2023}}{2023} - 1.$

**Lời giải.**

**CÂU 8.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024$  là

**A**  $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + C.$

**B**  $\frac{1}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2024x + C.$

**C**  $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2024x + C.$

**D**  $\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} - 2024x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 9.** Tìm nguyên  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$ ?

**A**  $F(x) = \frac{x^4}{4} - 6x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 6x + C.$

**B**  $F(x) = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + C.$

**C**  $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 6x + C.$

**D**  $F(x) = x^3 + 6x^2 + 11x^2 + 6x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 10.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (5x+3)^5$ .

**A**  $(5x+3)^6 + C.$

**B**  $(5x+3)^4 + C.$

**C**  $\frac{(5x+3)^6}{30} + C.$

**D**  $\frac{(5x+3)^4}{30} + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 11.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$ .

**A**  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

**B**  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

**C**  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

**D**  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 12.** Tính  $\int \sqrt{x} \sqrt{x} dx$ .

**A**  $\frac{4}{15}x^{15}\sqrt{x}^7 + C.$

**B**  $\frac{8}{15}x^{15}\sqrt{x}^7 + C.$

**C**  $\frac{8}{15}x^{15}\sqrt{x} + C.$

**D**  $\frac{4}{15}x^{15}\sqrt{x} + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 13.** Tính  $\int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx$ .

**A**  $x\sqrt[5]{x} - 2x\sqrt[17]{x^5} + \sqrt[4]{x^3} + C.$

**C**  $x\sqrt[5]{x} - \frac{24}{17}x\sqrt[17]{x^5} + \sqrt[4]{x^3} + C.$

**B**  $\frac{4}{5}x\sqrt[5]{x} - \frac{24}{17}x\sqrt[17]{x^5} + \frac{4}{3}\sqrt[4]{x^3} + C.$

**D**  $\frac{4}{5}x\sqrt[5]{x} - 2x\sqrt[17]{x^5} + \frac{4}{3}\sqrt[4]{x^3} + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 14.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 + 4$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A**  $\int f(x) dx = 2x + C.$

**B**  $\int f(x) dx = x^2 + 4x + C.$

**C**  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C.$

**D**  $\int f(x) dx = x^3 + 4x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 15.** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , cho hàm số  $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A**  $\int f(x) dx = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C.$

**B**  $\int f(x) dx = \int \sqrt{x^3} dx.$

**C**  $\int f(x) dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C.$

**D**  $\int f(x) dx = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 16.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A**  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

**B**  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

**C**  $\int f(x) dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x^2}\right) dx.$

**D**  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 17.** Các mệnh đề sau đây đúng hay sai

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int (\sqrt[3]{x^2} + x - 2) dx = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + \frac{1}{2}x^2 - 2x + C.$		
b) $\int \frac{1}{2023x^{2024}} dx = \frac{1}{2023^2x^{2023}} + C.$		
c) $\int (2x - 2024)^2 dx = x - 1012 + C.$		
d) $\int \left(\frac{1}{4}x^4 + 4x^3\right) dx = \frac{1}{20}x^5 + \frac{4}{3}x^4 + C.$		

**Lời giải.**

**CÂU 18.** Cho các mệnh đề sau đây

Mệnh đề	Đ	S
a) $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x  + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + \frac{1}{x}$ .		
b) $F(x) = \frac{(5x+3)^6}{6} + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (5x+3)^5$ .		
c) $F(x) = \frac{3}{2}x\sqrt{x} + \frac{4}{3}x\sqrt[3]{x} + \frac{5}{4}x\sqrt[4]{x} + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$ .		
d) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2024x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - 2024x}{x}$ .		

**Lời giải.**

**CÂU 19.** Hệ số của  $x^2$  trong nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + 3^x + 3x - 2$  là

Đáp án: 1,5

**Lời giải.**

**CÂU 20.** Hệ số của  $x^3$  trong nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = mx^3 - 3x^2 + \frac{4m}{x^3} + \frac{5}{2x} - 7m$  ( $m$  là tham số) là

Đáp án:  $-1$

**Lời giải.**

**CÂU 21.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}$ . Tổng hệ số của biến  $x$  là

Đáp án:  $-1$

**Lời giải.**



**CÂU 22.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{(x^2 - 1)^2}{x^2}$ . Tổng hệ số của bậc 3 và bậc 1 là (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: -1,6

**Lời giải.**

**CÂU 23.** Tính  $\int \left( \frac{(1-x)^3}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$ . Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,55

**Lời giải.**

**CÂU 24.** Tính  $\int (\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[5]{x^4}) dx$ . Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,58

**Lời giải.**

**CÂU 25.** Tính  $\int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) dx$ . Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: 1,4

**Lời giải.**

**CÂU 26.** Tính  $\int \left( 2\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$ . Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: -3,1

**Lời giải.**

**CÂU 27.** Tính  $\int \frac{1}{\sqrt{2x} + \sqrt{3x}} dx = a(\sqrt{b} - \sqrt{c})\sqrt{x}$ . Giá trị của tổng  $a + b + c$  là

Đáp án: 7

**Lời giải.**

**CÂU 28.** Tính  $\int \frac{1}{\sqrt{5x} - \sqrt{3x}} dx = (\sqrt{a} + \sqrt{b})\sqrt{x} + C$ . Giá trị  $a + b$  bằng

Đáp án: 8

**Lời giải.**

**CÂU 29.** Tính  $\int (x^2 - 1)^3 dx$ . Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: -0,5

**Lời giải.**

**CÂU 30.** Tính  $\int (2 - x^2)^4 dx$ . Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: 9,1

**Lời giải.**

**CÂU 31.** Tính  $\int (x - \sqrt[3]{x})^2 dx$ . Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: -1,1

**Lời giải.**

**CÂU 32.** Tính  $\int \left( \frac{x^2 + 2\sqrt[3]{x}}{x} \right)^2 dx$ . Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: -8,7

**Lời giải.**

**CÂU 33.** Tìm  $m$  để  $F(x) = mx^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$ .

Đáp án: 1

**Lời giải.**

**CÂU 34.** Tìm  $a, b, c$  để  $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{x^2 - 4x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x - 2)\sqrt{x^2 - 4x}$ . Giá trị biểu thức  $a + b + c$  bằng.

Đáp án: -1

**Lời giải.**

**CÂU 35.** Tìm  $a, b, c$  để  $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$ . Giá trị biểu thức  $a + b + c$  bằng

Đáp án: 3

**Lời giải.**

**CÂU 36.** Hàm số  $F(x) = \cot x$  là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng  $(0; \frac{\pi}{2})$

☐ A  $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$      
 ☐ B  $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$      
 ☐ C  $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$      
 ☐ D  $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$

**Lời giải.**

**CÂU 37.** Cho hàm số  $f(x) = 1 + \sin x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- ☐ A  $\int f(x)dx = x - \cos x + C$      
 ☐ B  $\int f(x)dx = x + \sin x + C$
- ☐ C  $\int f(x)dx = x + \cos x + C$      
 ☐ D  $\int f(x)dx = \cos x + C$

**Lời giải.**

**CÂU 38.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2}$

- ☐ A  $F(x) = 2 \cos \frac{x}{2} + C$      
 ☐ B  $F(x) = \frac{1}{2} (1 + \sin x) + C$      
 ☐ C  $F(x) = 2 \sin \frac{x}{2} + C$      
 ☐ D  $F(x) = \frac{1}{2} (1 - \sin x) + C$

**Lời giải.**

**CÂU 39.** Cho hàm số  $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

☐ A  $\int f(x)dx = x + \tan x + C.$

☐ B  $\int f(x)dx = x + \cot x + C.$

☐ C  $\int f(x)dx = x - \tan x + C.$

☐ D  $\int f(x)dx = x - \cot x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 40.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos x + 6x$  là

☐ A  $\sin x + 3x^2 + C.$

☐ B  $-\sin x + 3x^2 + C.$

☐ C  $\sin x + 6x^2 + C.$

☐ D  $-\sin x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 41.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \sin x + 3x$ .

☐ A  $\int (2 \sin x + 3x) dx = -2 \cos x + \frac{3}{2}x^2 + C.$

☐ B  $\int (2 \sin x + 3x) dx = 2 \cos x + 3x^2 + C.$

☐ C  $\int (2 \sin x + 3x) dx = \sin^2 x + \frac{3}{2}x + C.$

☐ D  $\int (2 \sin x + 3x) dx = \sin 2x + \frac{3}{2}x^2 + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 42.** Tính  $\int (x - \sin x)dx$ .

☐ A  $\frac{x^2}{2} + \sin x + C.$

☐ B  $\frac{x^2}{2} - \cos x + C.$

☐ C  $\frac{x^2}{2} - \sin x + C.$

☐ D  $\frac{x^2}{2} + \cos x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 43.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \sin x$  là

☐ A  $x^3 + \cos x + C.$

☐ B  $6x + \cos x + C.$

☐ C  $x^3 - \cos x + C.$

☐ D  $6x - \cos x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 44.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$  là

☐ A  $\ln x - \cos x + C.$

☐ B  $-\frac{1}{x^2} - \cos x + C.$

☐ C  $\ln |x| + \cos x + C.$

☐ D  $\ln |x| - \cos x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 45.** Cho  $\int f(x) dx = -\cos x + C$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

☐ A  $f(x) = -\sin x.$

☐ B  $f(x) = -\cos x.$

☐ C  $f(x) = \sin x.$

☐ D  $f(x) = \cos x.$

**Lời giải.**

**CÂU 46.** Cho hàm số  $f(x) = \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

☐ A  $\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \sin x + C.$

☐ B  $\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \cos x + C.$

☐ C  $\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = -\frac{1}{2} \sin x + C.$

☐ D  $\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = -\frac{1}{2} \cos x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 47.** Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int (2 + \cot^2 x) dx = x - \cot x + C.$		
b) $\int \left(1 - \cos^2 \frac{x}{2}\right) dx = \frac{1}{2}(x + \sin x) + C.$		

Mệnh đề	Đ	S
c) $\int \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 dx = x + \cos x + C.$		
d) $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2 dx = x - \cos x + C.$		

**Lời giải.**

**CÂU 48.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 2024 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}$ . Hệ số của biến  $x$  là

Đáp án: 2023

**Lời giải.**

**CÂU 49.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} = a \cot x + C$ . Giá trị  $a$  là

Đáp án: -4

**Lời giải.**

**CÂU 50.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{1}{2}\tan^2 x = \frac{x^3}{a} + bx^2 + \frac{1}{c}x + d \tan x + C$ . Giá trị của  $a + b + c + d$  là

Đáp án: 6,5

**Lời giải.**

**CÂU 51.** Tính  $\int x^2 \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{\tan^2 x}{x^2}\right) dx = \frac{x^m}{n} + \frac{x^p}{q} + x + r \tan x + C$ . Giá trị biểu thức  $P = \frac{m}{n} + \frac{p}{q} + 2r$  là

Đáp án: 0

**Lời giải.**

**CÂU 52.** Tính  $T = \int x \left( 2024 - \frac{1}{x^3} + \frac{\sin x}{x} \right) dx$ . Hệ số của hạng tử  $\cos x$  của  $T$  là

Đáp án:  $-1$

**Lời giải.**

**CÂU 53.** Tính  $R = \int x^3 \left[ \frac{\left( \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2}{x^3} - 2x + \frac{1}{x^{2024}} \right] dx = ax + b \cos x + cx^5 - \frac{1}{d \cdot x^{2020}} + C$ . Giá trị  $a + b + c + d + 7$  là (làm tròn đến hàng đơn vị)

Đáp án:  $2025$

**Lời giải.**

**CÂU 54.** Tính  $\int x^2 \left[ \frac{1}{x^2 \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{3}{x^3} - \frac{4}{x^4} \right] dx = a \cot x + b \ln |x| + \frac{c}{x} + C$ . Giá trị  $a + b + c$  là

Đáp án:  $3$

**Lời giải.**

**CÂU 55.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{3x}$  là hàm số nào sau đây?

**A**  $3e^x + C$ .

**B**  $\frac{1}{3}e^{3x} + C$ .

**C**  $\frac{1}{3}e^x + C$ .

**D**  $3e^{3x} + C$ .

**Lời giải.**

**CÂU 56.** Nguyên hàm của hàm số  $y = e^{2x-1}$  là

- ☐ A  $2e^{2x-1} + C.$ 
☐ B  $e^{2x-1} + C.$ 
☐ C  $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C.$ 
☐ D  $\frac{1}{2}e^x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 57.** Cho hàm số  $f(x) = e^x + 2$ . Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- ☐ A  $\int f(x) dx = e^{x-2} + C.$ 
☐ B  $\int f(x) dx = e^x + 2x + C.$ 
☐ C  $\int f(x) dx = e^x + C.$ 
☐ D  $\int f(x) dx = e^x - 2x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 58.** Cho hàm số  $f(x) = e^x + 2x$ . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- ☐ A  $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C.$ 
☐ B  $\int f(x) dx = e^x + C.$ 
☐ C  $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C.$ 
☐ D  $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 59.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 7^x$ .

- ☐ A  $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$ 
☐ B  $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C.$ 
☐ C  $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$ 
☐ D  $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 60.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x$  là

- ☐ A  $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C.$ 
☐ B  $\int 2^x dx = 2^x + C.$ 
☐ C  $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$ 
☐ D  $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} \ln 7 + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 61.** Tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^{-x}$  là

- ☐ A  $-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C.$ 
☐ B  $-3^{-x} + C.$ 
☐ C  $-3^{-x} \ln 3 + C.$ 
☐ D  $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 62.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^x + 2x$ .

- ☐ A  $\int (3^x + 2x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x^2 + C.$ 
☐ B  $\int (3^x + 2x) dx = 3^x \ln 3 + x^2 + C.$ 
☐ C  $\int (3^x + 2x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x + C.$ 
☐ D  $\int (3^x + 2x) dx = 3^x \ln 3 + x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 63.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x - 2x$  là

- ☐ A  $e^x + x^2 + C.$ 
☐ B  $e^x - x^2 + C.$ 
☐ C  $\frac{1}{x+1}e^x - x^2 + C.$ 
☐ D  $e^x - 2 + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 64.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x \left( 2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right)$ .

**A**  $\int f(x) dx = 2017e^x - \frac{2018}{x^4} + C.$

**B**  $\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C.$

**C**  $\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C.$

**D**  $\int f(x) dx = 2017e^x - \frac{504,5}{x^4} + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 65.** Họ nguyên hàm của hàm số  $y = e^x \left( 2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$  là

**A**  $2e^x + \tan x + C.$

**B**  $2e^x - \tan x + C.$

**C**  $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C.$

**D**  $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 66.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}.$

**A**  $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$

**B**  $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$

**C**  $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln |x| + C, C \in \mathbb{R}.$

**D**  $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln |x| + C, C \in \mathbb{R}.$

**Lời giải.**

**CÂU 67.** Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

**A**  $\int e^x dx = xe^x + C.$

**B**  $\int e^x dx = e^{x+1} + C.$

**C**  $\int e^x dx = -e^{x+1} + C.$

**D**  $\int e^x dx = e^x + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 68.** Cho hàm số  $f(x) = 1 + e^{2x}$ . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

**A**  $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2}e^x + C.$

**B**  $\int f(x) dx = x + 2e^{2x} + C.$

**C**  $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C.$

**D**  $\int f(x) dx = x + e^{2x} + C.$

**Lời giải.**

**CÂU 69.** Các mệnh đề sau đây **đúng** hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$		
b) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$		

Mệnh đề	Đ	S
c) $\int \sin x dx = -\cos x + C.$		
d) $\int e^x dx = e^x + C.$		

**Lời giải.**



**CÂU 70.** Các mệnh đề sau đây **đúng** hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int \cos x \, dx = \sin x + C.$		
b) $\int x^e \, dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C.$		

Mệnh đề	Đ	S
c) $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln  x  + C.$		
d) $\int e^x \, dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$		

**Lời giải.**

**CÂU 71.** Các mệnh đề sau đây **đúng** hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int 2^x \, dx = 2^x \ln 2 + C.$		
b) $\int e^{2x} \, dx = \frac{e^{2x}}{2} + C.$		

Mệnh đề	Đ	S
c) $\int e^x(e^x - 1) \, dx = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x + C.$		
d) $\int e^{3x} \cdot 3^x \, dx = \frac{(3e^3)^x}{3 + \ln 3} + C.$		

**Lời giải.**

**CÂU 72.** Biết rằng  $\int (2^x + 3^x) \, dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C, a, b \in \mathbb{Z}.$  Tính  $P = a + b.$

Đáp án: 5

**Lời giải.**

**CÂU 73.** Cho  $\int e^{3x+2024} \, dx = \frac{a}{b}e^{cx+d} + C$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức  $P = a+b-c+d.$

Đáp án: 2025

**Lời giải.**

**CÂU 74.** Biết rằng  $\int 3^{x+2} \cdot 2^{2x+1} dx = \frac{a \cdot 12^x}{b \ln 2 + c \ln 3} + C$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{a}{b+c}$ .

Đáp án: 6

🗨️ Lời giải.

**CÂU 75.** Biết rằng  $\int (3^x + 5^x)^2 dx = \frac{9^x}{a \ln 3} + \frac{30^x}{b \ln 5 + c \ln 2 + d \ln 3} + \frac{25^x}{e \ln 5} + C$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = a + b + c + d + e$ .

Đáp án: 7

🗨️ Lời giải.

**CÂU 76.** Cho  $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx = \frac{a}{b} e^{2x} + ce^x + dx + C$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức  $P = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ .

Đáp án: 7

🗨️ Lời giải.

**CÂU 77.** Biết rằng  $\int (e^x + e^{-x})^2 dx = \frac{1}{m} e^{2x} + \frac{1}{n} e^{-2x} + px + C$  với  $m, n, p \in \mathbb{Z}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = m + n + p$ .

Đáp án: 2

🗨️ Lời giải.

**CÂU 78.** Biết rằng  $\int \frac{e^{2x} - 1}{1 - e^{-x}} dx = \frac{1}{m} e^{nx} + pe^x + C$  với  $m, n, p \in \mathbb{Z}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = m + n - p$ .

Đáp án: 5

🗨️ Lời giải.

**CÂU 79.** Biết rằng  $F(x) = (ax + b) \cdot e^x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (4x - 1) \cdot e^x$ . Tính giá trị biểu thức  $P = a + b$ .

Đáp án: -1

🗨️ Lời giải.

**CÂU 80.** Biết rằng  $F(x) = 8e^x + \frac{na^x}{\ln a} + p \cos x$  (với  $m, n, p \in \mathbb{Z}$ ) là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = me^x + 2a^x - 2 \sin x$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = m + n + p$ .

Đáp án: 12

**Lời giải.**

**CÂU 81.** Biết rằng  $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-2x}$  (với  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (-2x^2 + 8x - 7)e^{-2x}$ . Tính giá trị biểu thức  $P = a + b + c$ .

Đáp án:  $-7$

**Lời giải.**

2

### Tìm nguyên hàm khi biết giá trị nguyên hàm

Phương pháp: Tìm  $F(x) = \int f(x) dx$ . Sau đó dựa vào  $F(x_0) = a$  để suy ra  $C$ .

**CÂU 1.** Hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$  trên  $(-\infty; 0)$  thỏa mãn  $F(-2) = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ A  $F(x) = \ln\left(-\frac{x}{2}\right), \forall x \in (-\infty; 0)$ .  
☐ B  $F(x) = \ln|x| + C, \forall x \in (-\infty; 0)$  với  $C$  là một số thực bất kì.  
☐ C  $F(x) = \ln|x| + \ln 2, \forall x \in (-\infty; 0)$ .  
☐ D  $F(x) = \ln(-x) + C, \forall x \in (-\infty; 0)$  với  $C$  là một số thực bất kì.

**Lời giải.**

**CÂU 2.** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x}$  và  $F(0) = 0$ . Giá trị của  $F(\ln 3)$  bằng

- ☐ A 2. ☐ B 6. ☐ C 8. ☐ D 4.

**Lời giải.**

**CÂU 3.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = 2^x + x + 1$ . Biết  $F(0) = 1$ . Giá trị của  $F(-1)$  bằng

- ☐ A  $F(-1) = \frac{1}{2 \ln 2}$ . ☐ B  $F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \ln 2}$ . ☐ C  $F(-1) = 1 + \frac{1}{2 \ln 2}$ . ☐ D  $F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\ln 2}$ .

**Lời giải.**

**CÂU 4.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ .

- ☐ A  $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$ . ☐ B  $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$ .  
☐ C  $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$ . ☐ D  $F(x) = \cos x - \sin x + 3$ .

**Lời giải.**

**CÂU 5.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Tìm  $F(x)$ .

- ☐ A  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$ .
 ☐ B  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$ .
 ☐ C  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ .
 ☐ D  $F(x) = e^x + x^2 - \frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

**CÂU 6.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 - 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ , giả sử  $F$  là nguyên hàm của  $f$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ . Giá trị của  $F(-1) + 2F(2)$  bằng

- ☐ A 9.
 ☐ B 15.
 ☐ C 11.
 ☐ D 6.

**Lời giải.**

**CÂU 7.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ . Giả sử  $F$  là nguyên hàm của hàm số  $f$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ . Giá trị của  $F(-1) + 2F(2)$  bằng

- ☐ A 23.
 ☐ B 11.
 ☐ C 10.
 ☐ D 21.

**Lời giải.**

**CÂU 8.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ . Giả sử  $F$  là nguyên hàm của hàm số  $f$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ . Giá trị của  $F(-1) + 2F(2)$  bằng

- ☐ A 18.
 ☐ B 20.
 ☐ C 9.
 ☐ D 24.

**Lời giải.**

**CÂU 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = 3$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ , khi đó  $F(1)$  bằng

☐ A  $-3$ .

☐ B  $1$ .

☐ C  $2$ .

☐ D  $7$ .

**Lời giải.**

**CÂU 10.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 3 - 5 \sin x$  và  $f(0) = 10$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

☐ A  $f(x) = 3x - 5 \cos x + 15$ .

☐ B  $f(x) = 3x - 5 \cos x + 2$ .

☐ C  $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5$ .

☐ D  $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2$ .

**Lời giải.**

**CÂU 11.** Hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x) = 2e^{2x} + 1, \forall x; f(0) = 2$ . Hàm  $f(x)$  là

☐ A  $y = 2e^x + 2x$ .

☐ B  $y = 2e^x + 2$ .

☐ C  $y = e^{2x} + x + 2$ .

☐ D  $y = e^{2x} + x + 1$ .

**Lời giải.**

**CÂU 12.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 2 - 5 \sin x$  và  $f(0) = 10$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

☐ A  $f(x) = 2x + 5 \cos x + 3$ .

☐ B  $f(x) = 2x - 5 \cos x + 15$ .

☐ C  $f(x) = 2x + 5 \cos x + 5$ .

☐ D  $f(x) = 2x - 5 \cos x + 10$ .

**Lời giải.**

**CÂU 13.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}, f'(1) = 3, f(1) = 2, f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$ . Khi đó  $2a + b$  bằng

☐ A  $-\frac{3}{2}$ .

☐ B  $0$ .

☐ C  $5$ .

☐ D  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải.**

**CÂU 14.** Tìm một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$  ( $x \neq 0$ ), biết rằng  $F(-1) = 1$ ,  $F(1) = 4$ ,  $f(1) = 0$ .

- (A)  $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4x} - \frac{7}{4}$ . (B)  $F(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{7}{4}$ . (C)  $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2x} + \frac{7}{4}$ . (D)  $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

**CÂU 15.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$ ,  $f(-2) = \frac{3}{2}$  và  $f(2) = 2 \ln 2 - \frac{3}{2}$ . Giá trị của biểu thức  $f(-1) + f(4)$  bằng

- (A)  $\frac{6 \ln 2 - 3}{4}$ . (B)  $\frac{6 \ln 2 + 3}{4}$ . (C)  $\frac{8 \ln 2 + 3}{4}$ . (D)  $\frac{8 \ln 2 - 3}{4}$ .

**Lời giải.**

**CÂU 16.** Cho hàm số  $f(x) = 2x + e^x$ . Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2024$ . Biết  $F(x) = ax^2 + be^x + c$ , giá trị của  $a + b + c$  là

**Đáp án: 2025**

**Lời giải.**

**CÂU 17.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x + 1$  biết  $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$ . Tính giá trị của  $F(\pi)$ . (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

**Đáp án: 4,48**

**Lời giải.**

**CÂU 18.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = (5x + 3)^5$ . Biết  $F(1) = 0$ . Tính giá trị của  $\sqrt{|F(0)|}$ . (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Đáp án: 93,3

**Lời giải.**

**CÂU 19.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = x^3 - 4x + 5$ . Biết  $F(1) = 3$ . Tính  $|F(0)|$ .

Đáp án: 0,25

**Lời giải.**

**CÂU 20.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = 3 - 5 \cos x$ . Biết  $F(\pi) = 2$ . Tính  $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ . (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Đáp án: -7,7

**Lời giải.**

**CÂU 21.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{3 - 5x^2}{x}$ . Biết  $F(e) = 1$ . Tính  $F(2)$ . (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Đáp án: 8,55

**Lời giải.**

**CÂU 22.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ . Biết  $F(1) = \frac{3}{2}$ . Tính  $F(-1)$ .

Đáp án: 1,5

**Lời giải.**

**CÂU 23.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$ . Biết  $F(-2) = 0$ . Tính giá trị của  $F(2)$ .

Đáp án: 1

**Lời giải.**

**CÂU 24.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ . Biết  $F(1) = -2$ . Tính  $F(0)$ .

Đáp án: -4,4

**Lời giải.**

**CÂU 25.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x + 1$ . Biết  $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$ . Tính  $F(-1)$ . (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Đáp án: -1,2

**Lời giải.**

**CÂU 26.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = 2024 - \sin^2 \frac{x}{2}$ . Biết  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2025$ . Tính  $\sqrt{|F(0)|}$ . (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Đáp án: 34

**Lời giải.**



**CÂU 27.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \sin^2 \frac{x}{4} \cdot \cos^2 \frac{x}{4}$ . Biết  $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$ . Tính giá trị của  $F(\pi)$ . (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Đáp án: 0,37

**Lời giải.**

**CÂU 28.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 + 4 & \text{khi } x < 1. \end{cases}$  Giả sử  $F$  là nguyên hàm của  $f$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ . Giá trị của  $F(-1) + 2F(2)$ .

Đáp án: 27

**Lời giải.**

**CÂU 29.** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x$ , thỏa mãn  $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$ . Giá trị biểu thức  $T = F(0) + F(1) + \dots + F(2018) + F(2019)$  có dạng  $\frac{2^{2020} + a}{\ln b}$ . Giá trị của  $\frac{a}{b}$  là

Đáp án: -0,5

**Lời giải.**

**CÂU 30.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ . Biết  $F\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = k$  với mọi  $k \in \mathbb{Z}$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \dots + F(10\pi)$ .

Đáp án: 44

**Lời giải.**

**CÂU 31.** Hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x) = 2024 - 2\sin^2 \frac{x}{2}, \forall x$ ;  
 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2023\pi}{2}$ . Tính giá trị của  $f(0)$ .

Đáp án:  $-1$

**Lời giải.**

**CÂU 32.** Hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x) = 1 + e^{2x}, \forall x; f(0) = 2$ . Tính giá trị của  $f(2)$ . (Làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

Đáp án:  $30,8$

**Lời giải.**

**CÂU 33.** Hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x) = 2^x + 3^x, \forall x; f(0) = \frac{1}{\ln 3}$ . Tính giá trị của  $f(1)$ . (Làm tròn đến số thập phân thứ hai)

Đáp án:  $4,17$

**Lời giải.**

**CÂU 34.** Hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x) = e^{3x+2024}$ ,  $\forall x$  thoả mã  $f(-675) = 1$ . Giá trị của  $f(-674)$  bằng

Đáp án: 3,34

**Lời giải.**

**CÂU 35.** Hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x) = 3^{x+2} \cdot 2^{2x+1}$ ,  $\forall x$  thoả mã  $f(0) = \frac{1}{2 \ln 2}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

Đáp án: 80,4

**Lời giải.**

**CÂU 36.** Hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x) = (3^x + 5^x)^2$ ,  $\forall x$  thoả mã  $f(0) = \frac{1}{\ln 5 + \ln 3 + \ln 2}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

Đáp án: 19,9

**Lời giải.**

3

### Ứng dụng trong bài toán thực tiễn

Giả sử  $v(t)$  là vận tốc của vật  $M$  tại thời điểm  $t$  và  $s(t)$  là quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian  $t$  tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Ta có mối liên hệ giữa  $s(t)$  và  $v(t)$  như sau.

- ☑ Đạo hàm của quãng đường là vận tốc  $s'(t) = v(t)$ .
- ☑ Nguyên hàm của vận tốc là quãng đường  $s(t) = \int v(t) dt$ .

Nếu gọi  $a(t)$  là gia tốc của vật  $M$  thì ta có mối liên hệ giữa  $v(t)$  và  $a(t)$  như sau.

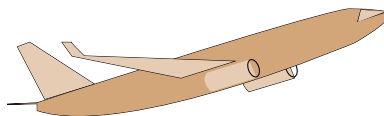
- ☑ Đạo hàm của vận tốc là gia tốc  $v'(t) = a(t)$ .
- ☑ Nguyên hàm của gia tốc là vận tốc  $v(t) = \int a(t) dt$ .

**CÂU 1.** Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -40t + 20$  m/s, trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian  $t$  (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn đi chuyển bao nhiêu mét?

- ☐ A 5 cm.
 ☐ B 7,5 m.
 ☐ C  $\frac{5}{2}$  m.
 ☐ D 5 m.

**Lời giải.**

**CÂU 2.** Bạn Minh Hiền ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới với vận tốc chuyển động của máy bay là  $v(t) = 3t^2 + 5$  (m/s). Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là



- ☐ A 36 m.
 ☐ B 252 m.
 ☐ C 1134 m.
 ☐ D 966 m.

**Lời giải.**

**CÂU 3.** Một ô tô đang chạy với vận tốc 12 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -6t + 12$  (m/s), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn, ô tô còn đi chuyển được bao nhiêu mét?

**A** 24 m.

**B** 12 m.

**C** 6 m.

**D** 0,4 m.

**Lời giải.**

**CÂU 4.** Một ô tô đang chạy với vận tốc 36 km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a(t) = 1 + \frac{t}{3}$  (m/s<sup>2</sup>) tính quãng đường ô tô đi được sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc.

**A**  $S = 90$  m.

**B**  $S = 246$  m.

**C**  $S = 58$  m.

**D**  $S = 100$  m.

**Lời giải.**

**CÂU 5.** Một ca nô đang chạy trên hồ Tây với vận tốc 20 m/s thì hết xăng; từ thời điểm đó, ca nô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -5t + 20$  (m/s), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc hết xăng. Hỏi từ lúc hết xăng đến lúc ca nô dừng hẳn thì ca nô đi được bao nhiêu mét?

**A** 10 m.

**B** 20 m.

**C** 30 m.

**D** 40 m.

**Lời giải.**

**CÂU 6.** Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian  $t$  là  $a(t) = 3t + t^2$  (m<sup>2</sup>/s). Tính quãng đường vật đi được trong 10s kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

☐ A  $\frac{130}{3}$  m.

☐ B  $\frac{310}{3}$  m.

☐ C  $\frac{3400}{3}$  m.

☐ D  $\frac{4300}{3}$  m.

**Lời giải.**

**CÂU 7.** Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 m so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật  $v(t) = 10t - t^2$ , trong đó  $t$  (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động,  $v(t)$  được tính theo đơn vị mét/phút (m/p). Nếu như vậy thì khi bắt đầu tiếp đất vận tốc  $v$  của khí cầu là

☐ A 5 m/p.

☐ B 7 m/p.

☐ C 9 m/p.

☐ D 3 m/p.

**Lời giải.**

**CÂU 8.** Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là 25 m/s, gia tốc trọng trường là 9,8 m/s<sup>2</sup>. Quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn cho đến khi chạm đất gần bằng kết quả nào nhất trong các kết quả sau?

☐ A 30,78 m.

☐ B 31,89 m.

☐ C 32,43 m.

☐ D 33,88 m.

**Lời giải.**

**CÂU 9.** Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện đã xả lũ trong 40 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm  $t$  giây là  $h'(t) = 10t + 500$  (m<sup>3</sup>/s). Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ thoát nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là bao nhiêu?

☐ A  $5 \cdot 10^4$  m<sup>3</sup>.

☐ B  $4 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup>.

☐ C  $3 \cdot 10^7$  m<sup>3</sup>.

☐ D  $6 \cdot 10^6$  m<sup>3</sup>.

**Lời giải.**

**CÂU 10.** Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi  $h(t)$  là thể tích nước bơm được sau  $t$  giây. Cho  $h'(t) = 3at^2 + bt$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là  $150 \text{ m}^3$ . Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là  $1100 \text{ m}^3$ . Hỏi thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là bao nhiêu.

☐ A 8400  $\text{m}^3$ .

☐ B 7400  $\text{m}^3$ .

☐ C 6000  $\text{m}^3$ .

☐ D 4200  $\text{m}^3$ .

 **Lời giải.**

**CÂU 11.** Gọi  $h(t)$  (m) là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được  $t$  giây. Biết rằng  $h'(t) = \frac{1}{5}\sqrt[3]{t}$  (m/s) và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mực nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

☐ A 2,64 m.

☐ B 1,22 m.

☐ C 2,22 m.

☐ D 1,64 m.

 **Lời giải.**

**CÂU 12.** Sự sản sinh vi rút Zika ngày thứ  $t$  có số lượng là  $N(t)$  con, biết  $N'(t) = \frac{1000}{t}$  và lúc đầu đám vi rút có số lượng 250,000 con. Tính số lượng vi rút sau 10 ngày.

☐ A 272304 con.

☐ B 212302 con.

☐ C 242102 con.

☐ D 252302 con.

 **Lời giải.**





$h'(t) = \frac{1}{90}(t^2 - 17t + 60)$ , trong đó  $t$  tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 24$ ),  $h'(t)$  tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm  $t = 0$ , mực nước trong hồ chứa cao 8 m. Mực nước trong hồ cao nhất là bao nhiêu?

Đáp án: 20,8

**Lời giải.**

**CÂU 17.** Gọi  $h(t)$  là chiều cao của cây keo (tính theo mét) sau khi trồng  $t$  năm. Biết rằng năm đầu tiên cây cao 1,5 m, trong những năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ  $h'(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{t}}$  (mét/năm). Sau bao nhiêu năm cây cao được 3 m (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

Đáp án: 2,73

**Lời giải.**

**CÂU 18.** Người ta bơm nước vào một bồn chứa, lúc đầu bồn không chứa nước, mức nước ở bồn chứa sau khi bơm phụ thuộc vào thời gian bơm nước theo một hàm số  $h = h(t)$  trong đó  $h$  tính bằng cm,  $t$  tính bằng giây. Biết rằng  $h'(t) = \sqrt[3]{2t}$  (cm/s). Mức nước ở bồn sau khi bơm được 13 giây là bao nhiêu? (kết quả làm tròn tới hàng đơn vị).

Đáp án: 23

**Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

**CÂU 19.** Khi quan sát một đám vi khuẩn trong phòng thí nghiệm người ta thấy tại ngày thứ  $t$  có số lượng là  $N(t)$ . Biết rằng  $N'(t) = \frac{1500}{t}$  và tại ngày thứ nhất số lượng vi khuẩn là 5000 con. Tính số lượng vi khuẩn tại ngày thứ 12 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án: 8727

**Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

**CÂU 20.** Vi khuẩn HP (*Helicobacter pylori*) gây đau dạ dày, tại ngày thứ  $t$  với số lượng là  $F(t)$ . Biết  $F'(t) = \frac{600}{t}$  và ban đầu bệnh nhân có 2000 con vi khuẩn. Sau 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày (lấy xấp xỉ tới hàng đơn vị)? Biết rằng nếu phát hiện sớm khi số lượng không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa.

Đáp án: 3625

**Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....