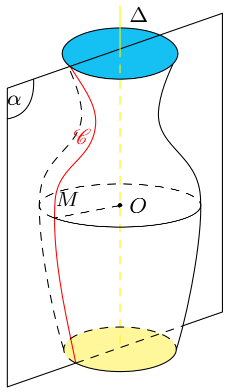
QUICK NOTE

Bài 1. KHÁI NIỆM VỀ MẶT TRÒN XOAY

A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN NẮM

1. SỰ TẠO THÀNH MẶT TRÒN XOAY

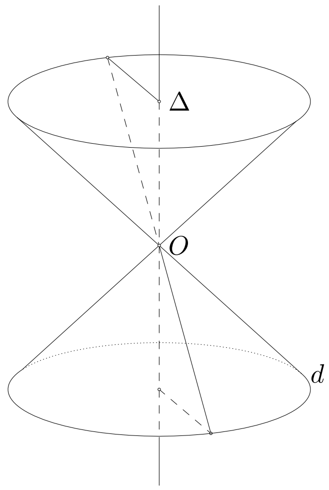
– Trong không gian cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và một đường $\mathscr{C}$. Khi quay mặt phẳng (P) quanh Δ một góc 360° thì mỗi điểm M trên $\mathscr{C}$ vạch ra một đường tròn có tâm O thuộc Δ và nằm trên mặt phẳng vuông góc với Δ. Như vậy khi quay mặt phẳng (P) quanh đường thẳng Δ thì $\mathscr{C}$ sẽ tạo nên được một hình gọi là mặt tròn xoay.
– Trong đó: đường $\mathscr{C}$ được gọi là đường sinh của mặt nón; đường thẳng Δ được gọi là trục của mặt tròn xoay.



2. MẶT NÓN TRÒN XOAY

1. Định nghĩa mặt nón tròn xoay.

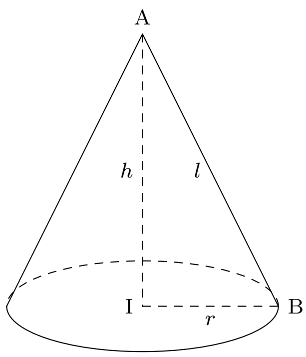
– Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng d và Δ cắt nhau tại điểm O và tạo thành góc α (với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng d sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt nón tròn xoay đỉnh O.
– Gọi tắt là mặt nón tròn xoay.
– Trong đó: Đường thẳng Δ được gọi là trục; đường thẳng d được gọi là đường sinh; góc 2α được gọi là góc ở đỉnh.



2. Hình nón tròn xoay và khối nón tròn xoay.

a) Hình nón tròn xoay.
– Cho $\triangle IAB$ vuông tại I. Khi quay tam giác đó xung quanh cạnh góc vuông AI thì đường gấp khúc IBA tạo thành một hình được gọi là hình nón tròn xoay, gọi tắt là hình nón.
– Trong đó:

- Hình tròn tâm I sinh bởi các điểm thuộc cạnh IB khi IB quay quanh trục AI được gọi là mặt đáy của mình nón.
- Điểm O được gọi là đỉnh của hình nón.
- Độ dài đoạn AI được gọi là chiều cao của hình nón.
- Độ dài đoạn AB được gọi là độ dài đường sinh của hình nón.
- Phần mặt tròn xoay sinh bởi các điểm trên cạnh AB khi quay quanh AI được gọi là mặt xung quanh của hình nón.



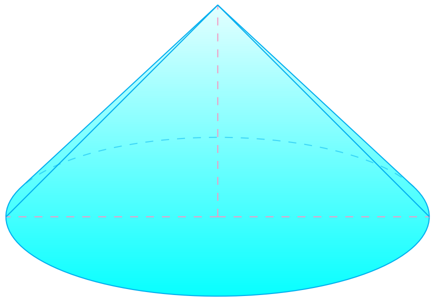
QUICK NOTE

b) Khối nón tròn xoay.

– Phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay kể cả hình đó được gọi là khối nón tròn xoay hay còn gọi tắt là khối nón.

– Trong đó

- Điểm thuộc khối nón nhưng không thuộc hình nón gọi là điểm trong của khối nón.
- Ta gọi đỉnh, mặt đáy, đường sinh của hình nón theo thứ tự là đỉnh, mặt đáy, đường sinh của khối nón tương ứng.



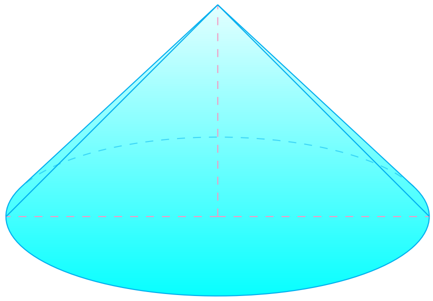
3. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của khối nón tròn xoay.

a) Diện tích xung quanh của hình nón.

– Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay là giới hạn của diện tích xung quanh của hình chóp đều nội tiếp hình nón đó khi số cạnh tăng lên vô hạn.

– Công thức $S_{\text{xq}} = \pi r l$.

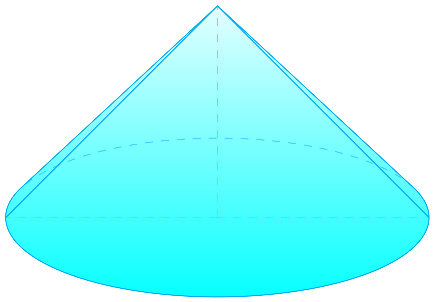
Trong đó r là bán kính đáy; l là độ dài đường sinh.



b) Diện tích toàn phần của hình nón.

– Diện tích toàn phần của hình nón tròn xoay là tổng diện tích mặt đáy với diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay.

– Công thức $S_{\text{tp}} = \pi r l + \pi r^2$.



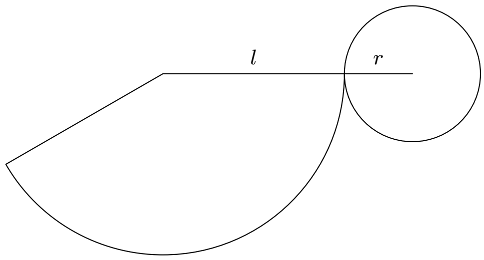
c) Diện tích hình quạt.

– Nếu cắt mặt xung quanh của hình nón theo một đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng thì ta sẽ được:

+ Một hình quạt có bán hính bằng độ dài đường sinh của hình nón.

+ Một cung tròn có độ dài bằng chu vi đường tròn đáy của hình nón.

– Công thức: $S_{\text{xq}} = S_{\text{quạt}} = \pi r l$

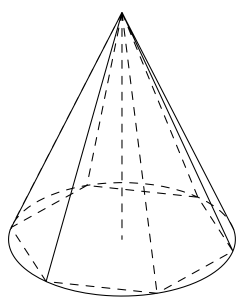


4. Thể tích của khối nón tròn xoay.

– Thể tích của khối nón tròn xoay là giới hạn của thể tích khối chóp đều nội tiếp khối nón khi đó số cạnh tăng lên vô hạn.

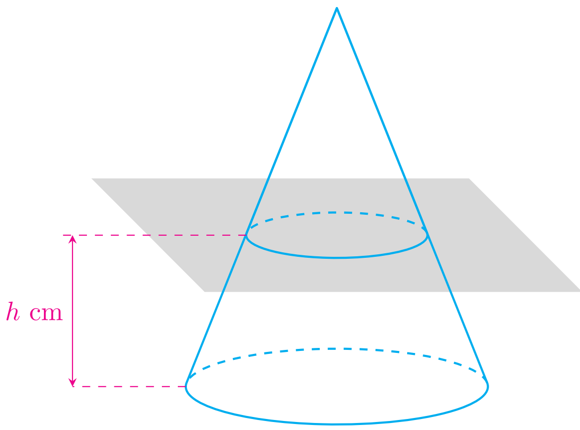
– Công thức:$V = \dfrac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h$. Trong đó: h là chiều cao của khối nón.

– Nếu đáy là hình tròn có bán kính r thì $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.



5. Hình nón cụt.

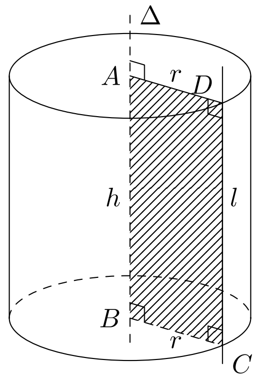
– Hình nón cụt là phần nón giới hạn bởi mặt đáy và một thiết diện song song với đáy.
– Công thức.
+ Diện tích xung quanh $S_{\text{xq}} = \pi(R + r)l$.
+ Diện tích toàn phần $S_{\text{tp}} = \pi(R + r)l + \pi(R^2 + r^2)$.
+ Thể tích khối nón cụt $V = \dfrac{1}{3}\pi h\left(R^2 + r^2 + Rr\right)$.
Trong đó: R, r là bán kính hai đáy; h là độ cao hình chóp cụt.



3. MẶT TRỤ TRÒN XOAY.

1. Định nghĩa mặt trụ tròn xoay.

Trong mp(P) cho hai đường thẳng Δ và l song song nhau, cách nhau một khoảng bằng r. Khi quay (P) xung quanh Δ thì l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt trụ tròn xoay. Δ gọi là trục, l gọi là đường sinh, r là bán kính của mặt trụ đó.



2. Hình trụ tròn xoay.
Xét hình chữ nhật $ABCD$. Khi quay hình đó xung quanh đường thẳng chứa 1 cạnh, chẳng hạn AB, thì đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành 1 hình được gọi là hình trụ tròn xoay.
– Hai đáy: là hai hình tròn: tâm A bán kính $r = AD$ và tâm B bán kính $r = BC$.
– Đường sinh: là đoạn CD.
– Mặt xung quanh: là mặt do đoạn CD tạo thành khi quay, nếu cắt theo một đường sinh và trãi ra ta được mặt xung quanh là một hình chữ nhật.
– Chiều cao: $h = AB = CD$.
* Khối trụ tròn xoay: Phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ kể cả hình trụ đó được gọi là khối trụ tròn xoay.

3. Công thức tính diện tích hình trụ, thể tích khối trụ:
* Diện tích xung quanh của hình trụ bằng tích độ dài đường tròn đáy và độ dài đường sinh. $S_{\text{xq}} = 2\pi rl$ mà $h = l$ nên $S_{\text{xq}} = 2\pi rh$.
* Diện tích toàn phần của hình trụ bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích của hai đáy. Do đó $S_{\text{tp}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$.
* Thể tích khối trụ: $V = Bh \Leftrightarrow V = \pi r^2 h$.

4. Một số tính chất.
Nếu cắt mặt trụ tròn xoay (có bán kính là r) bởi một mp(α) vuông góc với trục Δ thì ta được đường tròn có tâm trên Δ và có bán kính bằng r với r cũng chính là bán kính của mặt trụ đó.
Nếu cắt mặt trụ tròn xoay (có bán kính là r) bởi một mp(α) không vuông góc với trục Δ nhưng cắt tất cả các đường sinh, ta được giao tuyến là một đường elíp có trụ nhỏ bằng $2r$ và trục lớn bằng $\dfrac{2r}{\sin\varphi}$, trong đó φ là góc giữa trục Δ và mp(α) với $0^\circ < \varphi < 90^\circ$.
Cho mp(α) song song với trục Δ của mặt trụ tròn xoay và cách Δ một khoảng k:
+ Nếu $k < r$ thì mp(α) cắt mặt trụ theo hai đường sinh $\Rightarrow$ thiết diện là hình chữ nhật.
+ Nếu $k = r$ thì mp(α) tiếp xúc với mặt trụ theo một đường sinh.
+ Nếu $k > r$ thì mp(α) không cắt mặt trụ.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Xác định các yếu tố cơ bản (r,l,h) của hình nón. Tính diện tích xung qunh, diện tích toàn phần của hình nón. Tính thể tích khối nón

Phương pháp giải:
+ Áp dụng các công thức liên quan đến hình nón tròn xoay ở trên vào làm bài.

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3$ cm và đường sinh $l = 5$ cm.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.

b) Tính thể tích của khối nón tương ứng.

VÍ DỤ 2. Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA = 3$ cm, $SA = 5$ cm, quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được hình nón.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.

b) Tính thể tích của khối nón tương ứng.

VÍ DỤ 3. Cho tam giác SAB đều cạnh a, O là trung điểm của AB, quay tam giác SAB xung quanh cạnh SO được hình nón.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.

b) Tính thể tích của khối nón tương ứng.

VÍ DỤ 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60°. Một hình nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

a) Tính diện tích xung quanh của hình nón.

b) Khi đó thể tích khối nón tương ứng.

VÍ DỤ 5. Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ và điểm C thay đổi trên nửa đường tròn đó, đặt $\alpha = \widehat{CAB}$ và gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB. Tìm α sao cho thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ACH quanh trục AB đạt giá trị lớn nhất.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, bán kính R. Biết $SO = h$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $\sqrt{h^2 - R^2}$. **B.** $\sqrt{h^2 + R^2}$. **C.** $2\sqrt{h^2 - R^2}$. **D.** $2\sqrt{h^2 + R^2}$.

CÂU 2. Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{5}$ và chiều cao $h = 3$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = 9\pi\sqrt{5}$. **B.** $V = 3\pi\sqrt{5}$. **C.** $V = \pi\sqrt{5}$. **D.** $V = 5\pi$.

CÂU 3. Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

A. $S = 10\pi a^2$. **B.** $S = 14\pi a^2$. **C.** $S = 36\pi a^2$. **D.** $S = 20\pi a^2$.

CÂU 4. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $l = a$. **B.** $l = 2a$. **C.** $l = \sqrt{3}a$. **D.** $l = \sqrt{2}a$.

CÂU 5. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AC = a$ và $BC = 2a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2\sqrt{3}$.

CÂU 6. Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng a. Diện tích toàn phần của hình nón là

A. πa^2. **B.** $\dfrac{3\pi a^2}{4}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2}{2}$. **D.** $\dfrac{3\pi a^2}{2}$.

QUICK NOTE

CÂU 7. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng π. Chiều cao của hình nón bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.

CÂU 8. Cho hình nón (N) có độ dài đường sinh bằng 5 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính diện tích toàn phần của hình nón (N).

A. 33π. **B.** 24π. **C.** 12π. **D.** 30π.

CÂU 9. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích toàn phần hình nón bằng

A. $36\pi a^2$. **B.** $72\pi a^2$. **C.** $56\pi a^2$. **D.** $32\pi a^2$.

CÂU 10. Trong không gian cho tam giác ABC vuông cân tại A, $AB = AC = 2a$. Gọi H là trung điểm của cạnh BC. Quay tam giác ABC xung quanh trục AH, ta được một hình nón. Tính bán kính đáy của hình nón đó?

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

CÂU 11. Một hình nón bán kính đáy bằng 5 (cm), góc ở đỉnh là 120°. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\dfrac{25\pi\sqrt{3}}{2}$ (cm^2). **B.** $\dfrac{100\pi\sqrt{3}}{3}$ (cm^2). **C.** $\dfrac{50\pi\sqrt{3}}{3}$ (cm^2). **D.** $\dfrac{50\pi\sqrt{3}}{2}$ (cm^2).

CÂU 12. Cho khối nón có bán kính đường tròn đáy bằng 10 và diện tích xung quanh bằng 120π. Chiều cao h của khối nón là

A. $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{11}}{3}$. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** $\sqrt{11}$.

CÂU 13. Trong không gian, cho tam giác vuông OIM vuông tại I, góc $\widehat{IOM} = 30^\circ$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành một hình nón tròn xoay. Thể tích của khối nón tròn xoay được tạo nên bởi hình nón là

A. $\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$.

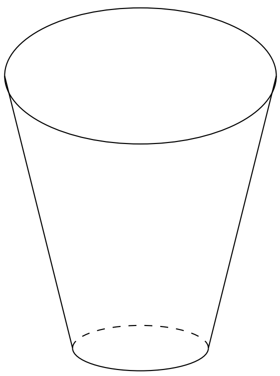
CÂU 14. Trong không gian, cho tam giác vuông ABC tại B có $AB = 1$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Quay tam giác đó xung quanh trục AB ta được một hình nón. Tính thể tích khối nón đó.

A. π. **B.** 2π. **C.** 3π. **D.** 4π.

CÂU 15.

Có một chiếc cốc có dạng như hình vẽ, biết chiều cao của chiếc cốc là 8 cm, bán kính đáy cốc là 3 cm, bán kính miệng cốc là 6 cm. Tính thể tích V của chiếc cốc.

A. 72π cm^3. **B.** 48π cm^3.
C. 168π cm^3. **D.** 36π cm^3.



CÂU 16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên bằng $2a$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ là

A. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{17}}{4}$. **B.** $S_{xq} = \pi a^2$. **C.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{17}}{2}$. **D.** $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{17}$.

CÂU 17. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$ cm, bán kính đáy $r = 25$ cm. Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh của hình nón cách tâm của đáy 12 cm. Tính diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mp (α).

A. $S = 400$ (cm^2). **B.** $S = 406$ (cm^2). **C.** $S = 300$ (cm^2). **D.** $S = 500$ (cm^2).

CÂU 18. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60°, diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V = 3\pi a^3$. **D.** $V = \pi a^3$.

QUICK NOTE

CÂU 19. Cho hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Biết rằng $AB = BC = 10a$, $AC = 12a$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $45°$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 3\pi a^3$. **B.** $V = 9\pi a^3$. **C.** $V = 27\pi a^3$. **D.** $V = 12\pi a^3$.

CÂU 20. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi (C) và (C') lần lượt là hai đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Hình trụ có hai đáy là (C) và (C') có thể tích là

A. $\dfrac{1}{3}\pi a^3$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** πa^3. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{2}$.

CÂU 21. Một khối cầu bán kính R và một khối trụ có bán kính R, chiều cao $2R$. Tỉ số thể tích giữa khối cầu và khối trụ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

CÂU 22. Cho lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Một hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai đáy của lăng trụ. Thể tích của khối trụ tròn xoay bằng

A. πa^3. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{9}$. **C.** $3\pi a^3$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

CÂU 23. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Thể tích khối trụ tương ứng bằng

A. 2π. **B.** π. **C.** 3π. **D.** 4π.

CÂU 24. Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó ba quả banh tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả banh và chiều cao của hình trụ bằng 3 lần đường kính của quả banh. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả banh và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

CÂU 25. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 2 cm được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16 cm^2. Thể tích của (T) là

A. $32\pi\ (\text{cm}^3)$. **B.** $16\pi\ (\text{cm}^3)$. **C.** $64\pi\ (\text{cm}^3)$. **D.** $8\pi\ (\text{cm}^3)$.

CÂU 26. Một hình trụ tròn xoay có bán kính $R = 1$. Trên 2 đường tròn (O) và (O') lấy lần lượt 2 điểm A và B sao cho $AB = 2$, góc giữa AB và trục OO' bằng $30°$. Xét hai mệnh đề sau:

(I) Khoảng cách giữa OO' và AB bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(II) Thể tích của hình trụ là $V = \sqrt{3}$.

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng. **C.** Cả hai đúng. **D.** Cả hai sai.

CÂU 27. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, có $AB = a$; đường chéo BC' của mặt bên $BB'C'C$ tạo với mặt bên $AA'C'C$ một góc $30°$. Khối trụ ngoại tiếp lăng trụ có thể tích là

A. $\dfrac{\pi a^3 \cdot \sqrt{2}}{2}$. **B.** $\pi a^3 \cdot \sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3 \cdot \sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3 \cdot \sqrt{2}}{6}$.

CÂU 28. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7$ cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Diện tích của thiết diện được tạo thành là

A. $S = 56\ (\text{cm}^2)$. **B.** $S = 55\ (\text{cm}^2)$. **C.** $S = 53\ (\text{cm}^2)$. **D.** $S = 46\ (\text{cm}^2)$.

CÂU 29. Cho hình trụ và hình vuông $ABCD$ có cạnh a. Hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất và hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai, mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy một góc $45°$. Khi đó thể tích khối trụ là

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{16}$.

CÂU 30. Một hình trụ tròn xoay có bán kính đáy $R = 1$. Trên hai đường tròn đáy (O) và (O') lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho $AB = 2$ và góc giữa AB và trục OO' bằng $30°$. Xét hai khẳng định:

(I): Khoảng cách giữa OO' và AB bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(II): Thể tích khối trụ là $V = \pi\sqrt{3}$.

A. Cả (I) và (II) đều đúng.
B. Chỉ (I) đúng.
C. Chỉ (II) đúng.
D. Cả (I) và (II) đều sai.

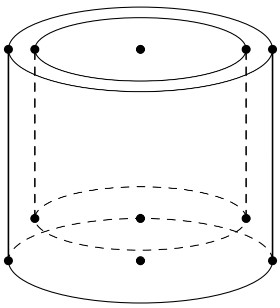
CÂU 31. Cho hình trụ có hai đáy là các hình tròn (O), (O') bán kính bằng a, chiều cao hình trụ gấp hai lần bán kính đáy. Các điểm A, B tương ứng nằm trên hai đường tròn (O), (O') sao cho $AB = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối tứ diện $ABOO'$ theo a.

A. $\dfrac{a^3}{3}$.
B. $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{3}$.
C. $\dfrac{2a^3}{3}$.
D. $\dfrac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

CÂU 32.

Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày 1,5 cm, thành xung quanh cốc dày 0,2 cm và có thể tích thật (thể tích nó đựng được) là 480π cm^3 thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh?

A. $75{,}66\pi$ cm^3.
B. $80{,}16\pi$ cm^3.
C. $85{,}66\pi$ cm^3.
D. $70{,}16\pi$ cm^3.



CÂU 33. Người ta làm chiếc thùng phi dạng hình trụ, kín hai đáy, với thể tích theo yêu cầu là 2π m^3. Hỏi bán kính đáy R và chiều cao h của thùng phi bằng bao nhiêu để khi làm thì tiết kiệm vật liệu nhất?

A. $R = 2$ m, $h = \dfrac{1}{2}$ m.
B. $R = 4$ m, $h = \dfrac{1}{5}$ m.
C. $R = \dfrac{1}{2}$ m, $h = 8$ m.
D. $R = 1$ m, $h = 2$ m.

CÂU 34. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B. Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan\alpha = \sqrt{2}$.
B. $\tan\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.
C. $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$.
D. $\tan\alpha = 1$.

CÂU 35. Cho lăng trụ đứng có chiều cao bằng h không đổi, một đáy là tứ giác $ABCD$ với A, B, C, D di động. Gọi I là giao của hai đường chéo AC và BD của tứ giác đó. Cho biết $IA \cdot IC = IB \cdot ID = h^2$. Tính giá trị nhỏ nhất bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

A. $2h$.
B. $\dfrac{h\sqrt{5}}{2}$.
C. h.
D. $\dfrac{h\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 36. Một hộp đựng phấn hình hộp chữ nhật có chiều dài 30 cm, chiều rộng 5 cm và chiều cao 6 cm. Người ta xếp thẳng đứng vào đó các viên phấn giống nhau, mỗi viên phấn là một một khối trụ có chiều cao $h = 6$ cm và bán kính đáy $r = \dfrac{1}{2}$ cm. Hỏi có thể xếp được tối đa bao nhiêu viên phấn?

A. 150 viên.
B. 153 viên.
C. 151 viên.
D. 154 viên.

CÂU 37. Cho khối trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$ và $(O';R)$, $OO' = 4R$. Trên đường tròn $(O;R)$ lấy hai điểm A, B sao cho $AB = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B cắt đoạn OO' và tạo với đáy một góc $60°$, (P) cắt khối trụ theo thiết diện là một phần của elip. Diện tích thiết diện đó bằng

A. $\left(\dfrac{4\pi}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$.
B. $\left(\dfrac{2\pi}{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$.
C. $\left(\dfrac{2\pi}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$.
D. $\left(\dfrac{4\pi}{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$.

CÂU 38.

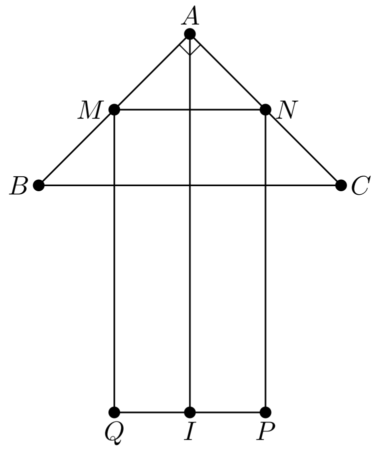
QUICK NOTE

QUICK NOTE

Tam giác vuông cân ABC có $AB = AC = a\sqrt{2}$ và hình chữ nhật $MNPQ$ với $MQ = 2MN$ được xếp chồng lên nhau sao cho M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục AI, với I là trung điểm PQ.

A. $V = \dfrac{11\pi a^3}{6}$. **B.** $V = \dfrac{5\pi a^3}{6}$.

C. $V = \dfrac{11\pi a^3}{8}$. **D.** $V = \dfrac{17\pi a^3}{24}$.



CÂU 39. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V = \dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{27}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{27}$. **C.** $V = \dfrac{\pi\sqrt{6}a^3}{9}$. **D.** $V = \dfrac{\pi\sqrt{6}a^3}{27}$.

CÂU 40. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S, có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{10}}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$.

CÂU 41. Giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nội tiếp trong khối cầu có bán kính R là

A. $\dfrac{1}{3}\pi R^3$. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{9}\pi R^3$. **D.** $\dfrac{32}{81}\pi R^3$.

CÂU 42. Gọi r và h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của một hình nón. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình nón và thể tích của khối cầu nội tiếp hình nón. Giá trị bé nhất của tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ là

A. $\dfrac{5}{4}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 3. **D.** 2.

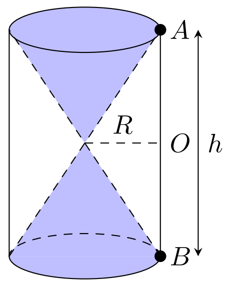
CÂU 43. Trong tất cả các hình nón nội tiếp trong hình cầu có thể tích bằng 36π, tìm bán kính r của hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất.

A. $r = \dfrac{3}{2}$. **B.** $r = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $r = 2\sqrt{2}$. **D.** $r = 3$.

CÂU 44.

Hình bên cho ta hình ảnh của một đồng hồ cát với các kích thước kèm theo $OA = OB$. Khi đó tỉ số tổng thể tích của hai hình nón (V_n) và thể tích hình trụ (V_t) bằng

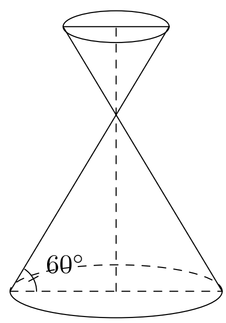
A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.



CÂU 45.

Cho một đồng hồ cát như hình bên (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° như hình bên. Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30 cm và tổng thể tích của đồng hồ là 1000π cm^3. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, khi đó tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?

A. $\dfrac{1}{3\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{64}$. **D.** $\dfrac{1}{27}$.



CÂU 46. Một đống cát hình nón cụt có chiều cao $h = 60$ cm, bán kính đáy lớn $R_1 = 1$ m, bán kính đáy nhỏ $R_2 = 50$ cm. Thể tích đống cát xấp xỉ

QUICK NOTE

A. 0,11 m^3. **B.** 0,1 m^3. **C.** 1,1 m^3. **D.** 11 m^3.

CÂU 47. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác OAB vuông ở A thuộc trục hoành, điểm B nằm trong góc phần tư thứ nhất và $OB = 2017$, $\widehat{AOB} = \alpha$, $\left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$. Khi quay tam giác OAB quanh trục Ox ta được một khối nón tròn xoay. Thể tích của khối nón đó lớn nhất khi

A. $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$. **D.** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

CÂU 48. Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc cốc hình nón không nắp bằng nhôm có thể tích là $V = 9a^3\pi$. Để tiết kiệm sản suất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản suất những chiếc cốc hình nón có bán kính miệng cốc là R sao cho diện tích nhôm cần sử dụng là ít nhất. Tính R?

A. $R = \dfrac{3a}{\sqrt[3]{2}}$. **B.** $R = \dfrac{3a}{\sqrt[6]{2}}$. **C.** $R = 3a$. **D.** $R = \sqrt[3]{9}a$.

Dạng 2. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích khối trụ

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 6. Cho hình trụ có hình tròn đáy bán kính $r = a$, có hiều cao $h = a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a.

VÍ DỤ 7. Cho hình trụ có hình tròn đáy bán kính là $r = a$, có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a.

VÍ DỤ 8. Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ góc 45°. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a.

VÍ DỤ 9. Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn (O, R) và (O', R). Biết rằng tồn tại dây cung AB của đường tròn (O) sao cho $\Delta O'AB$ đều và mp$(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60°. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo R.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 49. Cho hình trụ (T) có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r. Ký hiệu S_{xq} là diện tích xung quanh của (T). Công thức nào sau đây là đúng?

A. $S_{\text{xq}} = \pi rh$. **B.** $S_{\text{xq}} = 2\pi rl$. **C.** $S_{\text{xq}} = 2\pi r^2 h$. **D.** $S_{\text{xq}} = \pi rl$.

CÂU 50. Cho hình trụ (T) có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r. Ký hiệu S_{tp} là diện tích toàn phần của (T). Công thức nào sau đây là đúng?

A. $S_{\text{tp}} = \pi rl$. **B.** $S_{\text{tp}} = \pi rl + 2\pi r$.
C. $S_{\text{tp}} = \pi rl + \pi r^2$. **D.** $S_{\text{tp}} = 2\pi rl + 2\pi r^2$.

CÂU 51. Cho hình trụ (T) có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r. Ký hiệu $V_{(T)}$ là thể tích khối trụ (T). Công thức nào sau đây là đúng?

A. $V_{(T)} = \dfrac{1}{3}\pi rh$. **B.** $V_{(T)} = \pi r^2 h$. **C.** $V_{(N)} = \pi rl^2$. **D.** $V_{(N)} = 2\pi r^2 h$.

CÂU 52. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm, chiều cao $h = 7$ cm. Diện tích xung quanh của hình trụ này là

A. 35π (cm^2). **B.** 70π (cm^2). **C.** $\dfrac{70}{3}\pi$ (cm^2). **D.** $\dfrac{35}{3}\pi$ (cm^2).

CÂU 53. Một hình trụ có bán kính đáy $r = a$, độ dài đường sinh $l = 2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ này là

A. $6\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $5\pi a^2$.

CÂU 54. Quay hình vuông $ABCD$ cạnh a xung quanh một cạnh. Thể tích của khối trụ được tạo thành là

A. $\dfrac{1}{3}\pi a^3$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** πa^3. **D.** $3\pi a^3$.

CÂU 55. Khối trụ có chiều cao $h = 3$ cm và bán kính đáy $r = 2$ cm thì có thể tích bằng

A. 12π (cm^3). **B.** 4π (cm^3). **C.** 6π (cm^3). **D.** 12π (cm^2).

QUICK NOTE

CÂU 56. Bên trong một lon sữa hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và bằng 1 dm. Thể tích thực của lon sữa đó bằng

A. 2π (dm^3). **B.** $\frac{\pi}{2}$ (dm^3). **C.** $\frac{\pi}{4}$ (dm^3). **D.** π (dm^3).

CÂU 57. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 8 cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Quay hình vuông $ABCD$ xung quanh MN. Diện tích xung quanh của hình trụ tạo thành là

A. 64π (cm^2). **B.** 32π (cm^2). **C.** 96π (cm^2). **D.** 126π (cm^2).

CÂU 58. Một hình trụ (T) có diện tích toàn phần là 120π (cm^2) và có bán kính đáy bằng 6 cm. Chiều cao của (T) là

A. 6 cm. **B.** 5 cm. **C.** 4 cm. **D.** 3 cm.

CÂU 59. Một khối trụ (T) có thể tích bằng 81π (cm^3) và có đường sinh gấp ba lần bán kính đáy. Độ dài đường sinh của (T) là

A. 12 cm. **B.** 3 cm. **C.** 6 cm. **D.** 9 cm.

CÂU 60. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và góc $BDC = 30^\circ$. Quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh AD. Diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành là

A. $\sqrt{3}\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{3}}\pi a^2$. **D.** πa^2.

Bài 2. MẶT CẦU

A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN CẦN NẮM

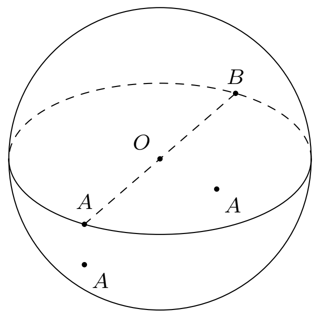
1. Định nghĩa.

ĐỊNH NGHĨA 2.1. Tập hợp các điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng R gọi là mặt cầu tâm O, bán kính R, kí hiệu là: $S(O;R)$. Khi đó $S(O;R) = \{M | OM = R\}$.

2. Vị trí tương đối của một điểm đối với mặt cầu.

Cho mặt cầu $S(O;R)$ và một điểm A bất kì, khi đó:

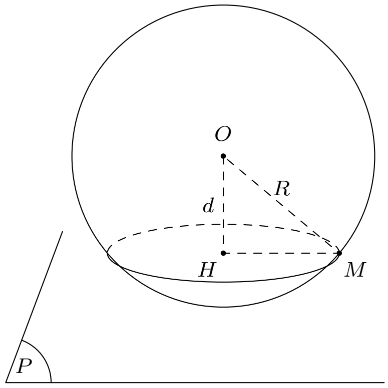
- Nếu $OA = R \Leftrightarrow A \in S(O;R)$. Khi đó OA gọi là bán kính mặt cầu. Nếu OA và OB là hai bán kính sao cho $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}$ thì đoạn thẳng AB gọi là một đường kính của mặt cầu.
- Nếu $OA < R \Leftrightarrow A$ nằm trong mặt cầu.
- Nếu $OA > R \Leftrightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu.
  $\Rightarrow$ Khối cầu $S(O;R)$ là tập hợp tất cả các điểm M sao cho $OM \leq R$.



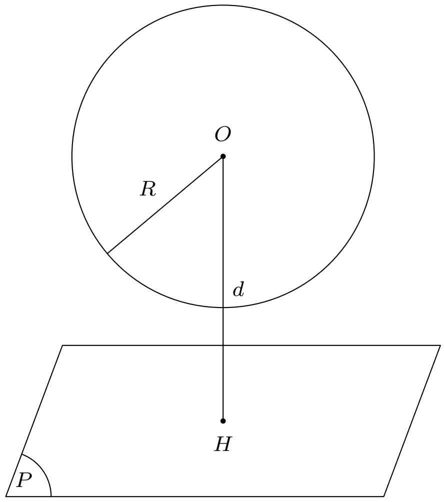
3. Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu.

Cho mặt cầu $S(O;R)$ và một mp (P). Gọi d là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến mp (P) và H là hình chiếu của O trên mp $(P) \Rightarrow \mathrm{d} = OH$.

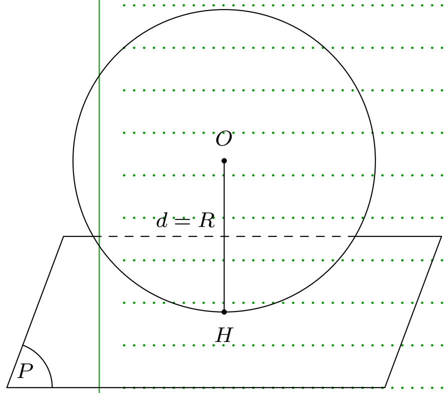
- Nếu $d < R \Leftrightarrow$ mp (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là đường tròn nằm trên mp (P) có tâm là H và bán kính $r = HM = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{R^2 - OH^2}$ (hình a).
- Nếu $d > R \Leftrightarrow$ mp (P) không cắt mặt cầu $S(O;R)$ (hình b).
- Nếu $d = R \Leftrightarrow$ mp (P) có một điểm chung duy nhất. Ta nói mặt cầu $S(O;R)$ tiếp xúc mp (P). Do đó, điều kiện cần và đủ để mp (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$ là $\mathrm{d}(O,(P)) = R$ (hình c).



Hình a



Hình b



Hình c

4. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu.

Định lí 2.1. *Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một đường thẳng Δ. Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng Δ và $d = OH$ là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến đường thẳng Δ. Khi đó*

- *Nếu $d > R \Leftrightarrow \Delta$ không cắt mặt cầu $S(O; R)$.*
- *Nếu $d < R \Leftrightarrow \Delta$ cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm phân biệt.*
- *Nếu $d = R \Leftrightarrow \Delta$ và mặt cầu tiếp xúc nhau (tại một điểm duy nhất). Do đó: điều kiện cần và đủ để đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu là $d = \mathrm{d}(O, \Delta) = R$.*

Định lí 2.2. *Nếu điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$ thì:*

- *Qua A có vô số tiếp tuyến với mặt cầu $S(O; R)$.*
- *Độ dài đoạn thẳng nối A với các tiếp điểm đều bằng nhau.*
- *Tập hợp các điểm này là một đường tròn nằm trên mặt cầu $S(O; R)$.*

5. Diện tích và thể tích mặt cầu.

- Diện tích mặt cầu: $S_C = 4\pi R^2$.
- Thể tích mặt cầu: $V_C = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.

6. Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện

a) Các khái niệm cơ bản

- **Trục của đa giác đáy:** là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của đa giác đáy và vuông góc với mặt phẳng chứa đa giác đáy.
  $\Rightarrow$ Bất kì một điểm nào nằm trên trục của đa giác thì cách đều các đỉnh của đa giác đó.
- **Đường trung trực của đoạn thẳng:** là đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.
  $\Rightarrow$ Bất kì một điểm nào nằm trên đường trung trực thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng.
- **Mặt trung trực của đoạn thẳng:** là mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.
  $\Rightarrow$ Bất kì một điểm nào nằm trên mặt trung trực thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng.

b) Tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

- **Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp:** là điểm cách đều các đỉnh của hình chóp. Hay nói cách khác, nó chính là giao điểm I của trục *đường tròn ngoại tiếp mặt phẳng đáy* và *mặt phẳng trung trực của một cạnh bên* hình chóp.

QUICK NOTE

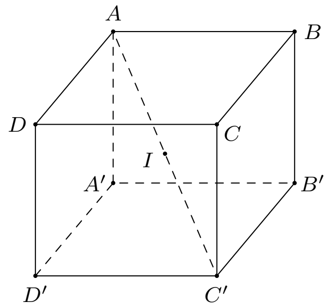
QUICK NOTE

- **Bán kính:** là khoảng cách từ I đến các đỉnh của hình chóp.

c) Cách xác định tâm và bán kính mặt cầu của một số hình đa diện cơ bản

1) **Hình hộp chữ nhật, hình lập phương.**

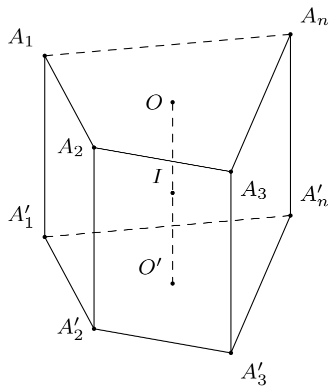
- **Tâm:** trùng với tâm đối xứng của hình hộp chữ nhật (hình lập phương) $\Rightarrow$ Tâm là I, là trung điểm của AC'.
- **Bán kính:** bằng nửa độ dài đường chéo hình hộp chữ nhật (hình lập phương) $\Rightarrow$ Bán kính: $R = \dfrac{AC'}{2}$.



2) **Hình lăng trụ đứng có đáy nội tiếp đường tròn.**

Xét hình lăng trụ đứng $A_1A_2A_3\cdots A_n \cdot A'_1A'_2A'_3\cdots A'_n$, trong đó có 2 đáy $A_1A_2A_3\cdots A_n$ và $A'_1A'_2A'_3\cdots A'_n$ nội tiếp đường tròn (O) và (O'). Lúc đó, mặt cầu nội tiếp hình lăng trụ đứng có:

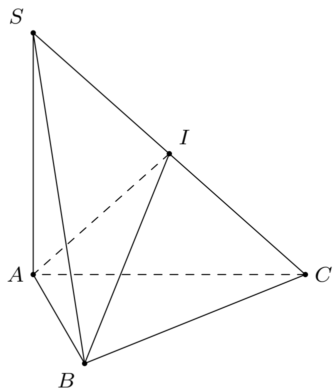
- **Tâm:** I với I là trung điểm của OO'.
- **Bán kính:** $R = IA_1 = IA_2 = \cdots = IA'_n$.



3) **Hình chóp có các đỉnh nhìn đoạn thẳng nối 2 đỉnh còn lại dưới 1 góc vuông.**

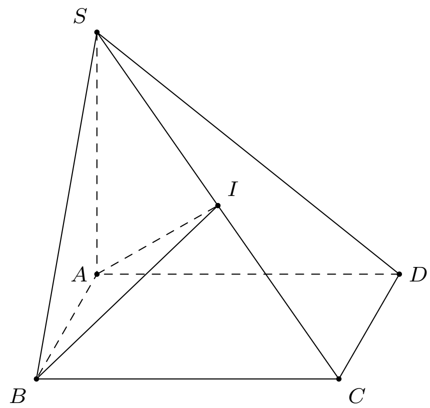
Hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = 90°$.

- **Tâm:** I là trung điểm của SC.
- **Bán kính:** $R = \dfrac{SC}{2} = IA = IB = IC$.



-Hình chóp $S.ABCD$ có $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90°$.

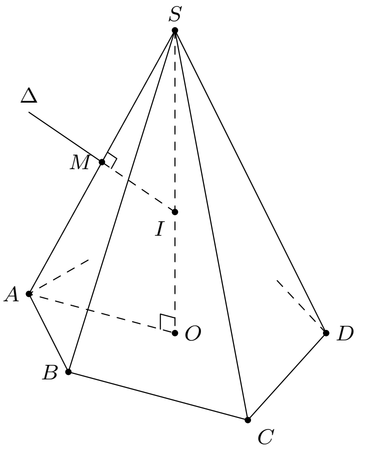
- **Tâm:** I là trung điểm của SC.
- **Bán kính:** $R = \dfrac{SC}{2} = IA = IB = IC = ID$.



4) **Hình chóp đều.**
Cho hình chóp đều $S.ABC$.

QUICK NOTE

- Gọi O là tâm của đáy $\Rightarrow SO$ là trục của đáy.
- Trong mặt phẳng xác định bởi SO và một cạnh bên,
chẳng hạn như $mp(SAO)$, ta vẽ đường trung trực của cạnh SA. là $\triangle$ cắt SA tại M và cắt SO tại $I \Rightarrow I$ là tâm của mặt cầu.
- **Bán kính:**
Ta có: $\triangle SMI \sim \triangle SOA \Rightarrow \dfrac{SM}{SO} = \dfrac{SI}{SA} \Rightarrow$ Bán kính là:
$R = IS = \dfrac{SM \cdot SA}{SO} = \dfrac{SA^2}{2SO} = IA = IB = IC = \cdots$.



d) Kỹ thuật xác định mặt cầu ngoại tiếp hình chóp Cho hình chóp $S.A_1A_2\ldots A_n$ (thoả mãn điều kiện tồn tại mặt cầu ngoại tiếp). Thông thường, để xác định mặt cầu ngoại tiếp hình chóp ta thực hiện theo ba bước

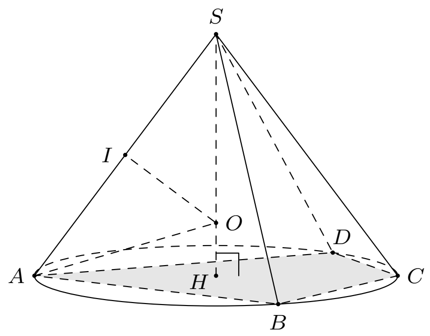
Bước 1. Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Bước 2. Dựng $\triangle$: trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Bước 3. Lập mặt phẳng trung trực (α) của một cạnh bên.

Lúc đó

- Tâm O của mặt cầu: $\triangle \cap mp(\alpha) = \{O\}$.
- Bán kính: $R = SA (= SO)$. Tuỳ vào từng trường hợp.

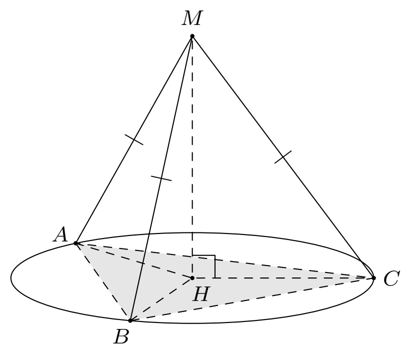


Lưu ý: Kỹ năng xác định trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

1) ***Trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy:*** *là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đáy và vuông góc với mặt phẳng đáy.*
Tính chất $\forall M \in \triangle: MA = MB = MC$.
Suy ra $MA = MB = MC \Leftrightarrow M \in \triangle$.
2) ***Các bước xác định trục***

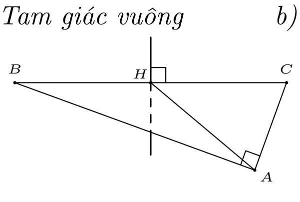
Bước 1. *Xác định tâm H của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.*

Bước 2. *Qua H dựng $\triangle$ vuông góc với mặt phẳng đáy.*

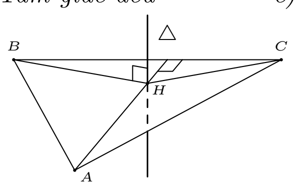


Ví dụ 1. *Một số trường hợp đặc biệt.*

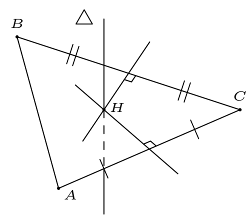
a) *Tam giác vuông*



b) *Tam giác đều*

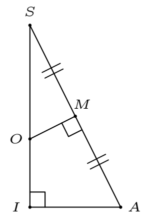


c) *Tam giác bất kì*



QUICK NOTE

3) ***Lưu ý:*** *Kỹ năng tam giác đồng dạng*
$\triangle SMO$ *đồng dạng với* $\triangle SIA \Rightarrow \dfrac{SO}{SA} = \dfrac{SM}{SI}$.



4) ***Nhận xét quan trọng*** $\exists M,\ S$: $\begin{cases} MA = MB = MC \\ SA = SB = SC \end{cases} \Rightarrow SM$ *là trục đường tròn ngoại tiếp* $\triangle ABC$.

5) ***Ví dụ:*** *Tìm tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.*

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 3. Chóp có các điểm cùng nhìn một đoạn dưới một góc vuông

VÍ DỤ 10. Cho $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $\triangle ABC$ vuông tại B. Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

VÍ DỤ 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $SA = a, AD = 5a, AB = 2a$. Điểm E thuộc cạnh BC sao cho $CE = a$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SAED$.

VÍ DỤ 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B. Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E.

VÍ DỤ 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

VÍ DỤ 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, góc tạo bởi SC và đáy $ABCD$ bằng 60°, $CD = a$ và tam giác ACD có diện tích bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Tính diện tích mặt cầu S_{mc} ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

1. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 61. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- **A.** Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
- **B.** Hình chóp có đáy là hình thoi thì luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
- **C.** Hình chóp có đáy là hình tứ giác thì luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
- **D.** Hình chóp có đáy là hình tam giác thì luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

CÂU 62. Trong các hình đa diện sau, hình nào **không** nội tiếp được trong một mặt cầu?
- **A.** Hình tứ diện.
- **B.** Hình hộp chữ nhật.
- **C.** Hình chóp ngũ giác đều.
- **D.** Hình chóp có đáy là hình thang vuông.

CÂU 63. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
- **A.** Hình có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.
- **B.** Hình có đáy là hình tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.
- **C.** Hình có đáy là hình thang thì có mặt cầu ngoại tiếp.
- **D.** Hình có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

CÂU 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
- **A.** I là trung điểm SC.
- **B.** I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBD.
- **C.** I là giao điểm của AC và BD.
- **D.** I trung điêm SA.

CÂU 65. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
- **A.** Hình có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.
- **B.** Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.
D. Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.

CÂU 66. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
A. Bất kì một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
B. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
C. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
D. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

CÂU 67. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=5$, $AB=3$, $BC=4$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
A. $R=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **B.** $R=\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$. **C.** $R=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. **D.** $R=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 68. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a.
A. $\dfrac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\dfrac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $8\pi a^3$.

CÂU 69. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mỗi cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là
A. $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\dfrac{3a}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

CÂU 70. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=2a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng
A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

CÂU 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Biết $SA=AB=a$, $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
A. $\dfrac{2a\sqrt{39}}{13}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

CÂU 72. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Kẻ $EK\perp SD$ tại K. Bán kính mặt cầu đi qua sáu điểm S, A, B, C, E, K là
A. $R=\dfrac{1}{2}a$. **B.** $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$. **C.** $R=a$. **D.** $R=\dfrac{\sqrt{6}}{2}a$.

CÂU 73. Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC từng đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=6$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.
A. $R=4\sqrt{2}$. **B.** $R=2$. **C.** $R=3$. **D.** $R=3\sqrt{3}$.

CÂU 74. Cho bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt cầu và DA, DB, DC đôi một vuông góc, G là trọng tâm tam giác ABC, D' là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{DD'}=3\overrightarrow{DG}$. Một đường kính của mặt cầu đó là
A. AB. **B.** AC. **C.** DD'. **D.** BC.

CÂU 75. Tính theo a bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết các cạnh đáy có độ dài bằng a, cạnh bên $SA=a\sqrt{3}$.
A. $\dfrac{3a\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{8}$.

CÂU 76. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA=BC=a$. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là
A. $3a$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

CÂU 77. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB=a\sqrt{2}$, $BC=a$, $SC=2a$ và $\widehat{SCA}=30^\circ$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.
A. $R=a\sqrt{3}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R=a$. **D.** $R=\dfrac{a}{2}$.

CÂU 78. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60°. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Tính thể tích V của khối cầu (S).

QUICK NOTE

QUICK NOTE

A. $V=\dfrac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$. **B.** $V=\dfrac{4\sqrt{6}\pi a^3}{9}$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **D.** $V=\dfrac{8\sqrt{6}\pi a^3}{9}$.

CÂU 79. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $2a$ và cạnh bên $a\sqrt{6}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $8\pi a^2$. **B.** $18a^2$. **C.** $9a^2$. **D.** $9\pi a^2$.

CÂU 80. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R=a$. **B.** $R=3a$. **C.** $R=4a$. **D.** $R=2a$.

CÂU 81. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB=2$ và $SA=3\sqrt{2}$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{33}}{4}$. **B.** $\dfrac{7}{4}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

CÂU 82. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=3, AD=4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{250\sqrt{3}}{3}\pi$. **B.** $V=\dfrac{125\sqrt{3}}{6}\pi$. **C.** $V=\dfrac{500\sqrt{3}}{27}\pi$. **D.** $V=\dfrac{50\sqrt{3}}{27}\pi$.

CÂU 83. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=1$, $BC=\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. 6π. **B.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **C.** 12π. **D.** 2π.

CÂU 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $\triangle ABC$ vuông tại B, $BA=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{5}}{4}$. **C.** $R=2a\sqrt{5}$. **D.** $R=a\sqrt{5}$.

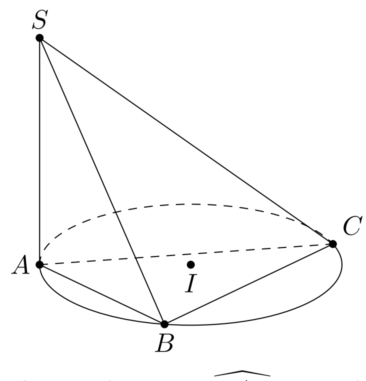
CÂU 85. Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông cân tại A, $AD=2a$, $AB=a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

CÂU 86.

Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) và $SA=a$. Đáy ABC nội tiếp trong đường tròn tâm I có bán kính bằng $2a$ (hình vẽ). Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$. **C.** $a\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.



CÂU 87. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD}=120^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.BCD$.

A. $R=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **B.** $R=\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$. **C.** $R=\dfrac{5a}{3}$. **D.** $R=\dfrac{4a}{3}$.

CÂU 88. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$, $\widehat{BAC}=45^\circ$. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC. Tính thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC_1B_1$.

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\pi a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3}{\sqrt{2}}$.

CÂU 89. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a$. Gọi E là trung điểm của cạnh CD. Mặt cầu đi qua bốn điểm S, A, B, E có bán kính là

A. $\dfrac{a\sqrt{41}}{8}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{41}}{24}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{41}}{16}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{16}$.

QUICK NOTE

CÂU 90. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 4a$, $CD = 6a$, các cạnh còn lại có độ dài $a\sqrt{22}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \dfrac{a\sqrt{79}}{3}$. **B.** $R = \dfrac{5a}{2}$. **C.** $R = \dfrac{a\sqrt{85}}{3}$. **D.** $R = 3a$.

CÂU 91. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos\widehat{ACB} = \dfrac{1}{3}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = \dfrac{65\pi a^2}{4}$. **B.** $S = 13\pi a^2$. **C.** $S = \dfrac{97\pi a^2}{4}$. **D.** $S = 4\pi a^2$.

CÂU 92. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = 2a$. Mặt bên SAB, SAC lần lượt là các tam giác vuông tại B, C. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{2}{3}a^3$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $R = a\sqrt{2}$. **B.** $R = a$. **C.** $R = \dfrac{3a}{2}$. **D.** $R = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

CÂU 93. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại đỉnh B. Biết $AB = BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

CÂU 94. **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 4 - năm 2017-2018)**
Cho hình chóp S.ABC có $AB = 3$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc miền trong tam giác ABC sao cho $\widehat{AHB} = 120^\circ$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.HAB$, biết $SH = 4\sqrt{3}$.

A. $R = \sqrt{5}$. **B.** $R = 3\sqrt{5}$. **C.** $R = \sqrt{15}$. **D.** $R = 2\sqrt{3}$.

CÂU 95. **(THPT Hồng Bàng - Hải Phòng - năm 2017 - 2018)**
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng 60°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{4\pi a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{43\pi}{36}$. **C.** $\dfrac{43\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{43\pi}{12}$.

CÂU 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 60°. Tính thể tích của khối trụ có một đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 4\sqrt{6}\pi$. **B.** $V = \dfrac{2\sqrt{6}\pi}{3}$. **C.** $V = 2\sqrt{6}\pi$. **D.** $V = \dfrac{4\sqrt{3}\pi}{3}$.

CÂU 97. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB vuông cân tại S và tam giác SCD đều. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \dfrac{a}{2}$. **B.** $R = a\sqrt{\dfrac{7}{12}}$. **C.** $R = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **D.** $R = a\sqrt{\dfrac{3}{4}}$.

CÂU 98. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (BCD) và I là trung điểm của AH. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $IBCD$.

A. $R = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **B.** $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $R = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 99. **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)**
Tính thể tích V của khối cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 1.

A. $V = \dfrac{\sqrt{2}\pi}{24}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}\pi}{12}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{2}\pi}{8}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}\pi}{3}$.

CÂU 100. **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)**
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC. Tính theo a bán kính R của mặt cầu đi qua năm điểm A, B, C, B_1, C_1.

A. $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 101. **(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)**
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều, đường cao SH với H nằm trong $\triangle ABC$

QUICK NOTE

và $2SH = BC$, mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$. Biết có một điểm O nằm trên đường cao SH sao cho $\mathrm{d}(O; AB) = \mathrm{d}(O; AC) = \mathrm{d}(O; (SBC)) = 1$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\dfrac{256\pi}{81}$. **B.** $\dfrac{125\pi}{162}$. **C.** $\dfrac{500\pi}{81}$. **D.** $\dfrac{343\pi}{48}$.

CÂU 102. Trong không gian cho hai đường thẳng d và Δ chéo nhau và vuông góc nhau, nhận $AB = a$ làm đoạn vuông góc chung, $A \in d$; $B \in \Delta$. Trên d lấy điểm M, trên Δ lấy điểm N sao cho $AM = 2a$, $BN = 4a$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABMN$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BI là

A. $\dfrac{4a}{\sqrt{17}}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{4a}{5}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Dạng 4. Chóp có các cạnh bên bằng nhau

.

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 15. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

VÍ DỤ 16. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $3a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$?

VÍ DỤ 17. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp?

61.D	62.D	63.D	64.A	65.B	66.A	67.C	68.C	69.A	70.D
71.D	72.C	73.D	74.C	75.A	76.D	77.C	78.A	79.D	80.D
81.D	82.C	83.A	84.A	85.B	86.B	87.C	88.A	89.A	90.C
91.C	92.C	93.B	94.C	95.D	96.A	97.B	98.A	99.A	100D
				101D	102A				

Dạng 5. Chóp có các cạnh bên bằng nhau

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 18. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

VÍ DỤ 19. Tính thể tích khối cầu nội tiếp tứ diện đều có cạnh bằng a.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 103. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$ và $\widehat{ASB} = 90°$, $\widehat{BSC} = 60°$, $\widehat{CSA} = 120°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp $S.ABC$ là

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi a^3$.

CÂU 104. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp đó là

A. $S = 9\pi$. **B.** $= 6\pi$. **C.** $S = 5\pi$. **D.** $S = 27\pi$.

CÂU 105. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và DBC là các tam giác đều cạnh a, $AD = \dfrac{4}{3}a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{\sqrt{55}}{11}a$. **B.** $\dfrac{\sqrt{57}}{11}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{59}}{11}a$. **D.** $\dfrac{\sqrt{61}}{11}a$.

CÂU 106. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có chiều cao là h và bán kính mặt cầu nội tiếp là r $(h > 2r > 0)$.

A. $V = \dfrac{4r^2h^2}{3(h+2r)}$. **B.** $V = \dfrac{4r^2h^2}{h+2r}$. **C.** $V = \dfrac{4r^2h^2}{3(h-2r)}$. **D.** $V = \dfrac{3r^2h^2}{4(h-2r)}$.

CÂU 107. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{BSC} = 120°$, $\widehat{CSA} = 60°$, $\widehat{ASB} = 90°$ và $SA = SB = SC$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC). Khẳng định nào sau đây đúng?

QUICK NOTE

A. I là trung điểm AB.
B. I là trọng tâm tam giác ABC.
C. I là trung điểm AC.
D. I là trung điểm BC.

CÂU 108. Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.

A. $\dfrac{9}{4}a$. **B.** $2a$. **C.** $\dfrac{3}{2}a$. **D.** $\dfrac{12}{5}a$.

CÂU 109. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 2a$, tam giác ABC có góc A bằng $120°$, $BC = 2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tho a.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

103 A	104 A	105 A	106 C	107 D	108 D	109 D

Dạng 6. Chóp có một mặt bên vuông góc với đáy

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Mặt bên $(SAB) \perp (ABC)$ và $\triangle SAB$ đều. Tìm tâm và tính bán kính khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

VÍ DỤ 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và $BD = 2a$. Tam giác SAC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

VÍ DỤ 22. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$, góc tạo bởi (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC.

VÍ DỤ 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

VÍ DỤ 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CMN$.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 110. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $6a$, tam giác SBC vuông tại S và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $V = 96\sqrt{3}\pi a^3$. **B.** $V = 32\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V = \dfrac{4\sqrt{3}}{27}\pi a^3$. **D.** $V = \dfrac{4\sqrt{3}}{9}\pi a^3$.

CÂU 111. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC là tam giác cân với $\widehat{BAC} = 120°$, $AB = AC = a$. Hình chiếu của D trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm BC. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết thể tích của tứ diện $ABCD$ là $V = \dfrac{a^3}{16}$.

A. $R = \dfrac{\sqrt{91}a}{8}$. **B.** $R = \dfrac{a\sqrt{13}}{4}$. **C.** $R = \dfrac{13a}{2}$. **D.** $R = 6a$.

CÂU 112. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 3, AD = 2$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \dfrac{32\pi}{3}$. **B.** $V = \dfrac{20\pi}{3}$. **C.** $V = \dfrac{16\pi}{3}$. **D.** $V = \dfrac{10\pi}{3}$.

CÂU 113. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, mặt bên (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = SB = AB = AC = a$; $SC = a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

CÂU 114. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{21}}{162}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{7\sqrt{21}}{216}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{49\sqrt{21}}{36}\pi a^3$.

QUICK NOTE

CÂU 115. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại $B, AB = 3, BC = 4$. Hai mặt phẳng $(SAB), (SAC)$ cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, đường thẳng SC hợp với mặt phẳng đáy một góc $45°$. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $V = \dfrac{5\pi\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{25\pi\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{125\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{125\pi\sqrt{2}}{3}$.

CÂU 116. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $576\sqrt{2}$. **B.** 576. **C.** $144\sqrt{2}$. **D.** 144.

CÂU 117. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 60°$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = \dfrac{13\pi a^2}{12}$. **B.** $S = \dfrac{5\pi a^2}{3}$. **C.** $S = \dfrac{13\pi a^2}{36}$. **D.** $S = \dfrac{5\pi a^2}{9}$.

CÂU 118. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = \sqrt{3}a, AD = a, \triangle SAB$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = 5\pi a^2$. **B.** $S = 10\pi a^2$. **C.** $S = 4\pi a^2$. **D.** $S = 2\pi a^2$.

CÂU 119. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho biết $\widehat{ASB} = 120°$.

A. $V = \dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **B.** $V = \dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. **C.** $V = \dfrac{5\pi}{3}$. **D.** $V = \dfrac{13\sqrt{78}\pi}{27}$.

CÂU 120. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC = 2a$. Mặt bên (SAB) vuông góc với đáy, $\widehat{ASB} = 60°$, $SB = a$. Gọi (S) là mặt cầu tâm B và tiếp xúc với (SAC). Tính bán kính r của mặt cầu (S).

A. $r = 2a$. **B.** $r = 2a\sqrt{\dfrac{3}{19}}$. **C.** $r = 2a\sqrt{3}$. **D.** $r = a\sqrt{\dfrac{3}{19}}$.

CÂU 121. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{11}}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$.

CÂU 122. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có diện tích 84π (cm^2). Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$ (cm). **B.** $\dfrac{3\sqrt{21}}{7}$ (cm). **C.** $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$ (cm). **D.** $\dfrac{6\sqrt{21}}{7}$ (cm).

110B	111A	112A	113D	114A	115D	116B	117B	118A	119A
120B	121A	122D							