

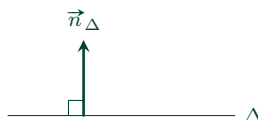
Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng

Véc-tơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là véc-tơ pháp tuyến (VTPT) của đường thẳng Δ nếu giá của nó vuông góc với Δ .



Nhận xét

- ✔ Nếu véc-tơ \vec{n} là một VTPT của Δ thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTPT của Δ .
- ✔ Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một VTPT.

Phương trình tổng quát của đường thẳng Cho đường thẳng Δ đi qua $M(x_0; y_0)$ và có VTPT $\vec{n}_\Delta(a; b)$. Phương trình tổng quát của Δ là

$$\Delta: a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0 \text{ hay } ax + by + c = 0 \text{ (với } c = -ax_0 - by_0\text{)}.$$

Một số trường hợp đặc biệt

Các hệ số	Phương trình đường thẳng Δ	Tính chất đường thẳng Δ
$c = 0$	$ax + by = 0$	Δ đi qua gốc tọa độ O
$a = 0$	$by + c = 0$	$\Delta \parallel Ox$ hoặc $\Delta \equiv Ox$
$b = 0$	$ax + c = 0$	$\Delta \parallel Oy$ hoặc $\Delta \equiv Oy$

⚠ Đồ thị hàm số bậc nhất $y = ax + b$ chính là đường thẳng $ax - y + b = 0$ (không vuông góc với trục Ox).

2. Phương trình tham số của đường thẳng

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng

Véc-tơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là véc-tơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ .



Nhận xét

- ✔ Nếu véc-tơ \vec{u} là một VTCP của Δ thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTCP của Δ .
- ✔ Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một VTCP.
- ✔ Nếu \vec{u} là một VTCP và \vec{n} là một VTPT của Δ thì $\vec{u} \perp \vec{n}$.

Phương trình tham số của đường thẳng Cho đường thẳng Δ đi qua $M(x_0; y_0)$ và có VTCP $\vec{u}(u_1; u_2)$. Phương trình tham số của Δ là

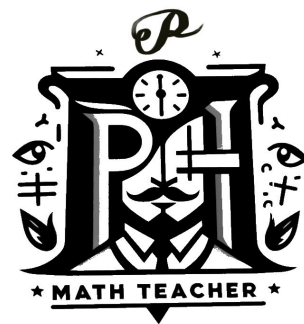
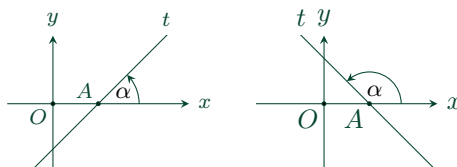
$$\Delta: \begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases} \text{ (với } t \text{ là tham số và } t \in \mathbb{R}\text{)}.$$

Nhận xét

$$+ M(x_M; y_M) \in \Delta \Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R}: \begin{cases} x_M = x_0 + tu_1 \\ y_M = y_0 + tu_2 \end{cases} \text{ hay } M(x_0 + tu_1; y_0 + tu_2) \in \Delta.$$

+ Gọi k là hệ số góc của Δ có VTCP $\vec{u}(u_1; u_2)$ thì

- $k = \tan \alpha$ với $\begin{cases} \alpha = \widehat{xAt} \\ \alpha \neq 90^\circ. \end{cases}$
- $k = \frac{u_2}{u_1}$ với $u_1 \neq 0$.



ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

QUICK NOTE



- ✔ Nếu Δ có phương trình $ax + by + c = 0$ thì Δ có
$$\begin{cases} VTPT \vec{n}_{\Delta} = (a; b) \\ VTCP \vec{u}_{\Delta} = (-b; a) \\ VTCP \vec{v}_{\Delta} = (b; -a). \end{cases}$$

- ✔ Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTCP $\vec{u}(u_1; u_2)$. Phương trình chính tắc của Δ là

$$\Delta: \frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} \quad (u_1 \neq 0; u_2 \neq 0).$$

Trong trường hợp $u_1 = 0$ hoặc $u_2 = 0$ thì đường thẳng không có phương trình chính tắc.

Đặc biệt: Phương trình đường thẳng AB với $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ có dạng

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}.$$

- ✔ Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(a; 0)$, $B(0; b)$ ($a, b \neq 0$) thì có phương trình

$$\Delta: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1,$$

được gọi là phương trình đường thẳng theo đoạn chắn.

- ✔ Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có hệ số góc k thì có phương trình của

$$\Delta: y = k(x - x_0) + y_0,$$

được gọi là phương trình theo hệ số góc k .

Dạng 1. Véc-tơ chỉ phương, véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng

CÂU 1. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- (A) $\vec{u} = (3; -1)$. (B) $\vec{u} = (5; 1)$. (C) $\vec{u} = (5; 3)$. (D) $\vec{u} = (1; 3)$.

CÂU 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 0)$, $B(-1; 1)$, $C(5; -1)$. Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là

- (A) $H(-1; -9)$. (B) $H(-8; -27)$. (C) $H(3; 14)$. (D) $H(-2; 5)$.

CÂU 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$. Một véc-tơ pháp tuyến của d có tọa độ là

- (A) $(2; 3)$. (B) $(3; 2)$. (C) $(-3; 2)$. (D) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$.

CÂU 4. Cho phương trình đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 5 = 0$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ .

- (A) $\vec{n} = (4; 3)$. (B) $\vec{n} = (4; -3)$. (C) $\vec{n} = (3; 4)$. (D) $\vec{n} = (-4; 3)$.

CÂU 5. Điểm nào trong các điểm sau thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$?

- (A) $N(3; 0)$. (B) $P(-2; 1)$. (C) $Q = (5; 0)$. (D) $M = (2; 1)$.

CÂU 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , véc-tơ chỉ phương \vec{u} của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2)$, $B(5; 6)$ là

- (A) $\vec{u} = (1; 1)$. (B) $\vec{u} = (-4; 2)$. (C) $\vec{u} = (1; -1)$. (D) $\vec{u} = (-1; 1)$.

CÂU 7. Một đường thẳng có bao nhiêu véc-tơ chỉ phương?

- (A) Vô số véc-tơ. (B) Hai véc-tơ. (C) Ba véc-tơ. (D) Một véc-tơ.

CÂU 8. Véc-tơ nào là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3; 2)$ và $B(1; 4)$?

QUICK NOTE

- (A) $\vec{u} = (-2; 6)$. (B) $\vec{u} = (2; 1)$. (C) $\vec{u} = (1; 1)$. (D) $\vec{u} = (-1; 2)$.

CÂU 9. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4. \end{cases}$

- (A) $\vec{u}_3 = (2; 4)$. (B) $\vec{u}_1 = (1; 0)$. (C) $\vec{u}_4 = (0; 1)$. (D) $\vec{u}_2 = (3; 4)$.

CÂU 10. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; -1)$, $B(3; 5)$ có một véc-tơ chỉ phương là

- (A) $\vec{u} = (4; 6)$. (B) $\vec{u} = (1; 3)$. (C) $\vec{u} = (-1; 3)$. (D) $\vec{u} = (2; -6)$.

CÂU 11. Cho đường thẳng $d: x - y + 15 = 0$. Véc-tơ chỉ phương của d là

- (A) $\vec{u} = (-1; 1)$. (B) $\vec{u} = (1; 1)$. (C) $\vec{u} = (1; 0)$. (D) $\vec{u} = (1; -1)$.

CÂU 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , véc-tơ chỉ phương và véc-tơ pháp tuyến của một đường thẳng thì

- (A) vuông góc với nhau. (B) bằng nhau.
(C) cùng phương. (D) đối nhau.

CÂU 13. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$?

- (A) $\vec{u}_2 = (-6; 0)$. (B) $\vec{u}_1 = (6; 0)$. (C) $\vec{u}_4 = (0; 6)$. (D) $\vec{u}_3 = (2; 6)$.

CÂU 14. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(-2; 1)$, $N(1; -3)$. Đường trung trực của đoạn MN có một véc-tơ pháp tuyến là

- (A) $\vec{n} = (-3; 4)$. (B) $\vec{n} = (4; -3)$. (C) $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$. (D) $\vec{n} = (3; 4)$.

CÂU 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x + 2y - 3 = 0$. Trong các véc-tơ sau véc-tơ nào là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- (A) $\vec{u} = (1; -3)$. (B) $\vec{u} = (1; 2)$. (C) $\vec{u} = (2; -1)$. (D) $\vec{u} = (2; 1)$.

CÂU 16. Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $5x - 3y + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây **không** là véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d ?

- (A) $\vec{n}_2 = (-5; 3)$. (B) $\vec{n}_1 = (5; -3)$. (C) $\vec{n}_3 = (3; 5)$. (D) $\vec{n}_4 = (-15; 9)$.

CÂU 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{u} = (3; -4)$. (B) $\vec{u} = (3; 4)$. (C) $\vec{u} = (2; 5)$. (D) $\vec{u} = (4; 3)$.

CÂU 18. Một đường thẳng có bao nhiêu véc-tơ pháp tuyến?

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) Vô số.

CÂU 19. Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát $x + 3y - 11 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

- (A) $(-3; -1)$. (B) $(1; -3)$. (C) $(3; -1)$. (D) $(1; 3)$.

CÂU 20. Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng $x - 3y + 4 = 0$ là

- (A) $\vec{n}_1 = (1; -3)$. (B) $\vec{n}_3 = (1; 4)$. (C) $\vec{n}_4 = (3; 1)$. (D) $\vec{n}_2 = (1; 3)$.

CÂU 21. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d .

- (A) $(-2; 2)$. (B) $(1; 1)$. (C) $(0; 1)$. (D) $(2; 0)$.

CÂU 22. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 5x - y + 2022 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của d ?

- (A) $\vec{v} = (-1; 5)$. (B) $\vec{p} = (-1; -5)$. (C) $\vec{n} = (1; 5)$. (D) $\vec{u} = (5; -1)$.

CÂU 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: -2x + 3y + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của d ?

- (A) $\vec{n}_1 = (3; -2)$. (B) $\vec{n}_4 = (2; 3)$. (C) $\vec{n}_2 = (3; 2)$. (D) $\vec{n}_3 = (-2; 3)$.

CÂU 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{u} = (3; 1)$. (B) $\vec{u} = (3; -1)$. (C) $\vec{u} = (1; 3)$. (D) $\vec{u} = (-1; 3)$.

QUICK NOTE

CÂU 25. Cho đường thẳng $(d): 3x + 2y - 10 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của (d) ?

- (A) $\vec{u} = (3; -2)$. (B) $\vec{u} = (3; 2)$. (C) $\vec{u} = (-2; -3)$. (D) $\vec{u} = (2; -3)$.

Dạng 2. Viết phương trình tham số của đường thẳng

Để lập phương trình tham số của đường thẳng Δ ta cần xác định một điểm $M(x_0; y_0) \in \Delta$ và một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1; u_2)$.

Vậy phương trình tham số đường thẳng Δ :
$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2. \end{cases}$$

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tham số đường thẳng Δ biết Δ đi qua $M(1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 3)$.

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng d đi qua $A(1; 2), B(3; 1)$. Viết phương trình tham số đường thẳng d .

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng d đi qua $M(-2; 3)$ và song song với đường thẳng EF . Biết $E(0; -1), F(-3; 0)$. Viết phương trình đường thẳng d .

2. Bài tập tự luận

CÂU 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(3; -4), B(0, 6)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng AB .

- (A) $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -4 + 10t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -4 + 10t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 10t \\ y = 6 - 3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3t \\ y = 6 + 10t \end{cases}$.

CÂU 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -4 + t \end{cases}$.

Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng Δ ?

- (A) $M(19; 1)$. (B) $N(19; 0)$. (C) $P(19; 2)$. (D) $Q(7; 1)$.

CÂU 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

- (A) $\vec{u} = (2; 3)$. (B) $\vec{u} = (3; 2)$. (C) $\vec{u} = (-2; -3)$. (D) $\vec{u} = (2; -3)$.

CÂU 4. Trong mặt phẳng Oxy , nếu một đường thẳng Δ có hệ số góc là k thì Δ có một véc-tơ chỉ phương là

- (A) $\vec{u} = (k; 1)$. (B) $\vec{u} = (k; -1)$. (C) $\vec{u} = (1; k)$. (D) $\vec{u} = (-1; k)$.

CÂU 5. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -4)$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-4; 9)$.

- (A) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 4 + 9t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 - 9t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 + 9t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 + 9t \\ y = -4 - 4t \end{cases}$.

CÂU 6. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(3; -5)$ có hệ số góc $k = -3$.

- (A) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -5 + 3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -5 - 3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -5 + t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -5 + t \end{cases}$.

CÂU 7. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tham số đường thẳng d đi qua điểm $A(0; -4)$ và song song với đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2018 + 2t \\ y = 10 - t \end{cases}$.

- (A) $\begin{cases} x = -2t \\ y = -4 + t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = -t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -2t \\ y = 4 + t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -4 - t \\ y = 2t \end{cases}$.

CÂU 8. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(5; -2)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -3)$.

- (A) $\begin{cases} x = 8 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$.

QUICK NOTE

CÂU 9. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc d ?

- (A) $A(5; 3)$. (B) $B(2; 5)$. (C) $C(-1; 9)$. (D) $D(8; -3)$.

CÂU 10. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$ và điểm $A\left(\frac{7}{2}; -2\right)$. Điểm $A \in d$ ứng với giá trị nào của t ?

- (A) $t = \frac{3}{2}$. (B) $t = \frac{1}{2}$. (C) $t = -\frac{1}{2}$. (D) $t = -\frac{3}{2}$.

CÂU 11. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 1)$.

- (A) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

CÂU 12. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: \frac{x}{5} - \frac{y}{7} = 1$. Phương trình tham số của d là

- (A) $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = -7t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 7t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 5 - 7t \\ y = 5t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = 5t \end{cases}$.

CÂU 13. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + u_1t \\ y = y_0 + u_2t \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hệ số góc của d là $k = \frac{u_2}{u_1}, u_1 \neq 0$. (B) Hệ số góc của d là $k = \frac{u_1}{u_2}, u_2 \neq 0$.
(C) Hệ số góc của d là $k = -\frac{u_1}{u_2}, u_2 \neq 0$. (D) Hệ số góc của d là $k = -\frac{u_2}{u_1}, u_1 \neq 0$.

CÂU 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$. Tìm điểm M có tọa độ nguyên nằm trên đường thẳng Δ và cách điểm $A(0; 1)$ một khoảng bằng 5.

- (A) $M(-4; 4)$. (B) $M(4; 4)$. (C) $M(0; 2)$. (D) $M(8; 5)$.

CÂU 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

Có bao nhiêu điểm thuộc đường thẳng Δ và cách điểm $A(0; 1)$ một khoảng bằng 5.

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

CÂU 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

Gọi $M(a; b)$ là giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$. Tính $a^2 + b^2$.

- (A) $a^2 + b^2 = 4$. (B) $a^2 + b^2 = 3$. (C) $a^2 + b^2 = 5$. (D) $a^2 + b^2 = 1$.

CÂU 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$

và $A(0; 1)$. Gọi $M(a; b)$ là điểm trên Δ sao cho AM ngắn nhất. Tính $a + b$.

- (A) $\frac{9}{5}$. (B) $-\frac{2}{5}$. (C) $\frac{11}{5}$. (D) $\frac{7}{5}$.

CÂU 18. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 1)$, $B(-2; 5)$ trọng tâm G thuộc đường thẳng Δ_1 có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = \frac{1 - 2t}{3} \end{cases}$, đỉnh C thuộc đường thẳng Δ_2 có

phương trình $\begin{cases} x = k \\ y = 1 - k \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm C .

- (A) $C(13; -12)$. (B) $C(14; -13)$. (C) $C(15; -14)$. (D) $C(16; -15)$.

CÂU 19. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$ biết $A(-1; 2)$ và phương trình của một đường chéo là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$. Biết tọa độ điểm $C(a; b)$. Tính $a \cdot b$.

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

CÂU 20. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-1; 2)$, $B(-2; 3)$. Gọi $I(a; b)$ là điểm thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 3t + 10 \end{cases}$ sao cho $IA = IB$. Tính $a^2 + b^{2018}$.

QUICK NOTE

- (A) 100. (B) 2018. (C) 10. (D) 1000.

CÂU 21. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3; -7)$ và $B(1; -7)$.

- (A) $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = t \\ y = 7 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = t \\ y = -7 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3 - 7t \\ y = 1 - 7t \end{cases}$.

CÂU 22. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$.

- (A) $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -3t \\ y = 4t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t \end{cases}$.

CÂU 23. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 4 = 0$.

- (A) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$.

CÂU 24. Cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(-1; 1)$, $B(4; 7)$, $C(3; -2)$, M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Phương trình tham số của đường thẳng CM là

- (A) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$.

CÂU 25. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ và $\Delta': \begin{cases} x = -2 - t' \\ y = t' \end{cases}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đối xứng với Δ' qua Δ .

- (A) $d: \begin{cases} x = l \\ y = 22 - 7l \end{cases}$. (B) $d: \begin{cases} x = 22 - 7l \\ y = l \end{cases}$.
(C) $d: \begin{cases} x = -6 + 3l \\ y = 4 \end{cases}$. (D) $d: \begin{cases} x = -6 + 7l \\ y = 4 + l \end{cases}$.

CÂU 26. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1; 2)$, $B(3; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$. Biết tọa độ điểm $C(a; b)$, $a > 0$ thuộc Δ sao cho tam giác ABC cân tại B . Tính $2a - b$.

- (A) -1. (B) 2. (C) -3. (D) 3.

CÂU 27. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1; 2)$, $B(3; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$. Có bao nhiêu điểm C thuộc đường thẳng thuộc Δ sao cho tam giác ABC đều?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

CÂU 28. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$ biết $A(-1; 2)$ và phương trình của một đường chéo là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$. Biết tọa độ điểm $B(a; b)$, $b > 0$. Tính $a.b$.

- (A) 6. (B) -6. (C) 1. (D) 0.

CÂU 29. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $M(-1; 1)$ là trung điểm của BC , và $AB: \begin{cases} x = k \\ y = \frac{-2k - 3}{6} \end{cases}$, $AC: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \end{cases}$. Viết phương trình tham số của BC .

- (A) $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}$. (B) $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 4t' \end{cases}$.
(C) $BC: \begin{cases} x = -1 - 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}$. (D) $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 - 4t' \end{cases}$.

CÂU 30. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 - t \end{cases}$, và điểm $M(2; 4)$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng d .

- (A) $M' \left(\frac{12}{5}; \frac{26}{5} \right)$. (B) $M' \left(-\frac{12}{5}; \frac{26}{5} \right)$. (C) $M' \left(\frac{11}{5}; \frac{23}{5} \right)$. (D) $M' \left(\frac{11}{5}; -\frac{23}{5} \right)$.

Dạng 3. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng

Để lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ ta cần xác định một điểm $M(x_0; y_0) \in \Delta$ và một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$.
 Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng Δ : $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$ hay Δ : $ax + by = c$ với $c = -(ax_0 + by_0)$.

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1; 5)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (-2; 3)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ .

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ đi qua điểm $N(2; 3)$ và vuông góc với đường thẳng AB với $A(1; 3)$, $B(2; 1)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ .

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng Δ : $2x - y + 4 = 0$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \end{cases}$.

- Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ .
- Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $N(4; 2)$ và vuông góc với Δ .

BÀI 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -3)$ và song song với đường thẳng l : $3x + y - 10 = 0$. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng d .

BÀI 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 1)$, $B(2; 5)$ và $C(-4; 3)$.

- Lập phương trình tổng quát của đường thẳng chứa cạnh AB .
- Lập phương trình tổng quát của đường cao xuất phát từ đỉnh C .
- Lập phương trình tổng quát của trung tuyến xuất phát từ đỉnh A .

BÀI 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x - y + 1 = 0$ và điểm $A(0; 3)$.

- Lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d .
- Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d .

CÂU 1. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1; 3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1)$.

- ☐ A $2x + y + 1 = 0$. ☐ B $-x + 3y - 1 = 0$.
☐ C $2x + y - 5 = 0$. ☐ D $2x + y - 1 = 0$.

CÂU 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 2 điểm $A(1; -4)$, $B(3; 2)$. Phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB là

- ☐ A $3x + y + 1 = 0$. ☐ B $x + y - 1 = 0$. ☐ C $3x - y + 4 = 0$. ☐ D $x + 3y + 1 = 0$.

CÂU 3. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của d là

- ☐ A $x + 2y + 1 = 0$. ☐ B $2x + y - 1 = 0$.
☐ C $-2x + y - 1 = 0$. ☐ D $2x + 3y - 1 = 0$.

CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(2; -1)$, $B(3; 2)$ là

- ☐ A $x + 3y - 9 = 0$. ☐ B $x + 3y + 1 = 0$. ☐ C $3x - y - 7 = 0$. ☐ D $3x - y - 5 = 0$.

CÂU 5. Đường thẳng d : $4x - 3y + 5 = 0$. Một đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và vuông góc với d có phương trình là

- ☐ A $3x + 4y = 0$. ☐ B $3x - 4y = 0$. ☐ C $4x - 3y = 0$. ☐ D $4x + 3y = 0$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; -1)$, $B(4; 5)$ và $C(-3; 2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .

(A) $-3x + 7y + 13 = 0$.

(B) $7x + 3y + 13 = 0$.

(C) $3x + 7y + 1 = 0$.

(D) $7x + 3y - 11 = 0$.

Bài 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Trên mặt phẳng tọa độ, xét hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Khi đó, tọa độ giao điểm (nếu có) của Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (*)$$

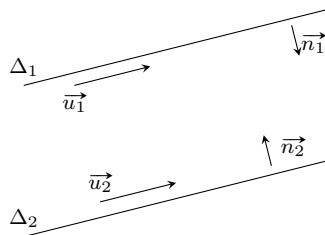
☑ Δ_1 cắt Δ_2 tại $M(x_0; y_0)$ khi và chỉ khi hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$.

☑ Δ_1 song song với Δ_2 khi và chỉ khi $(*)$ vô nghiệm.

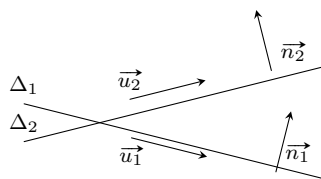
☑ Δ_1 trùng Δ_2 khi và chỉ khi hệ $(*)$ có vô số nghiệm.

⚠ Dựa vào các véc-tơ chỉ phương \vec{u}_1, \vec{u}_2 hoặc các véc-tơ pháp tuyến \vec{n}_1, \vec{n}_2 của Δ_1, Δ_2 ta có

☑ Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ và \vec{u}_2 cùng phương $\Leftrightarrow \vec{n}_1$ và \vec{n}_2 cùng phương.



☑ Δ_1 và Δ_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ và \vec{u}_2 không cùng phương $\Leftrightarrow \vec{n}_1$ và \vec{n}_2 không cùng phương.



2. Góc giữa hai đường thẳng

Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành bốn góc, số đo của góc không tù được gọi là số đo góc (hay đơn giản là góc) giữa hai đường thẳng.

Góc giữa hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau được quy ước bằng 0° .

Cho hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$, với các véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (a_1; b_1)$ và $\vec{n}_2 = (a_2; b_2)$ tương ứng. Khi đó, góc φ giữa hai đường thẳng đó được xác định thông qua công thức

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

3. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho điểm $M(x_0; y_0)$ và đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ , ký hiệu là $d(M, \Delta)$, được tính bởi công thức

$$d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 4. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Phương pháp chung

- Xét hệ phương trình tạo bởi hai đường thẳng.
- Tìm số nghiệm của hệ phương trình, từ đó kết luận vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

A Ta có thể xét theo trình tự:

- ✓ Kiểm tra hai véc-tơ chỉ phương (hoặc hai véc-tơ pháp tuyến) của hai đường thẳng có cùng phương hay không.
- ✓ Nếu chúng không cùng phương \Rightarrow hai đường thẳng cắt nhau. Nếu chúng cùng phương, kiểm tra một điểm bất kỳ thuộc đường thẳng này có thuộc đường thẳng kia hay không.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xét vị trí tương đối giữa đường thẳng $\Delta: x-3y+1=0$ và mỗi đường thẳng $d_1: x+y-2=0$ và $d_2: -2x+6y+5=0$.

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d: 3x-4y+1=0$ và $\Delta: \begin{cases} x=4t \\ y=1+3t \end{cases}$.

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng lần lượt có phương trình $\Delta_1: 3x-2y+4=0$, $\Delta_2: 2x+y+5=0$. Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

VÍ DỤ 4. Đường thẳng $\Delta: 5x-y=10$ tạo với các trục tọa độ tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hai đường thẳng $d_1: mx+y-m-1=0$ và $d_2: x+my-2=0$ song song với nhau khi và chỉ khi

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: 5x-6y-4=0$, $d_2: x+2y-4=0$, $d_3: mx-(2m-1)y+9m-19=0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm?

VÍ DỤ 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho $P(1;3)$, $Q(2;-1)$ và đường thẳng $d: x+y+2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng PQ và d .

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng $d_1: 2x-y+2=0$ và $d_2: -4x+2y+1=0$. Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

BÀI 2. Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng $d_1: x=2$ và $d_2: x+2y-4=0$. Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

BÀI 3. Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=5+t \\ y=-3+2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=4+t' \\ y=-3+3t' \end{cases}$.

Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

BÀI 4. Cho hai đường thẳng $d: mx-2y+1=0$ và $\Delta: 2x+y-3=0$. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và Δ

- Cắt nhau.
- Song song.
- Trùng nhau.

BÀI 5. Cho hai đường thẳng $d: 2mx+(m-1)y-2=0$ và $\Delta: (m+2)x+(2m+1)y-(m+2)=0$. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và Δ

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- a) Cắt nhau.
- b) Song song.
- c) Trùng nhau.

BÀI 6. Cho hai đường thẳng $d: (m-2)x + (m-6)y + (m-1) = 0$ và $\Delta: (m-4)x + (2m-3)y + m-5 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và Δ

- a) Cắt nhau.
- b) Song song.
- c) Trùng nhau.

BÀI 7. Cho điểm $A(2; 1)$ và hai đường thẳng $d_1: 3x - 2y + 10 = 0$, $d_2: 4x + 3y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d qua A và giao điểm của hai đường thẳng d_1 , d_2 .

BÀI 8. Tìm tất cả các giá trị của m để ba đường thẳng $d_1: x + y + 1 = 0$, $d_2: 3x + 5y = -1$, $d_3: (m+1)x - my = 3m + 4$ đồng quy.

BÀI 9. Viết phương trình đường thẳng d_2 đi qua $A(1; 1)$ và song song với đường thẳng $d_1: 2x - y + 1 = 0$.

BÀI 10. Cho ba đường thẳng $d_1: 3x - 5y + 2 = 0$, $d_2: 5x - 2y + 4 = 0$ và $d_3: 2x - y + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d qua giao điểm của hai đường thẳng d_1 , d_2 và song song với đường thẳng d_3 .

BÀI 11. Cho ba đường thẳng $d_1: x - 2y + 5 = 0$, $d_2: 2x + 3y - 4 = 0$ và $d_3: 4x - 3y + 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d qua giao điểm của hai đường thẳng d_1 , d_2 và vuông góc với đường thẳng d_3 .

BÀI 12. Cho tam giác ABC có $A(0; -1)$, $B(2; -3)$, $C(2; 0)$.

- a) Viết phương trình các đường trung tuyến của tam giác.
- b) Viết phương trình các đường cao của tam giác.
- c) Viết phương trình các đường trung trực của tam giác ABC .

BÀI 13. Viết phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 2 = 0$ và cách $A(2; 3)$ một khoảng $h = 1$.

BÀI 14. Viết phương trình đường thẳng Δ song song và cách đường thẳng $d: 2x + 3y - 8 = 0$ một khoảng bằng $\sqrt{13}$.

BÀI 15. Viết phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 3 = 0$ và cách Δ một khoảng $h = \sqrt{5}$.

BÀI 16. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-1; 2)$ và cách $B(3; 5)$ một khoảng bằng 3.

BÀI 17. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; 5)$ và cách đều hai điểm $P(-1; 2)$, $Q(5; 4)$.

Dạng 5. Góc giữa hai đường thẳng

Nắm vững định nghĩa, công thức tính góc giữa hai đường thẳng.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Tìm số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 trong các trường hợp.

☑ $d_1: 2x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 3x + y + 2022 = 0$.

☑ $d_1: x + 2y + 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 99 + 2t \end{cases}$.

☑ $d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 7t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2022 + 4t \\ y = 2023 - 14t \end{cases}$.

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , tính góc giữa đường thẳng $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ và trục hoành.

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng Oxy , tìm tất cả các giá trị m để hai đường thẳng $d: (2m - 1)x + my - 10 = 0$ và $\Delta: 3x + 2y + 6 = 0$ vuông góc với nhau.

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng Oxy , tìm m để hai đường thẳng $d_1: 2x - 3y - 10 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ vuông góc với nhau.

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng Oxy , tìm giá trị của m để hai đường thẳng $d_1: mx + y - m - 1 = 0$ và $d_2: x + my - 2 = 0$ song song với nhau.

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $x + my - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $x + y = 0$ một góc 60° .

VÍ DỤ 7. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(0; 1)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: x + 2y - 7 = 0$ một góc 45° .

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - 4y - 3 = 0$ và $d_2: 3x - y + 17 = 0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 là

BÀI 2. Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: x + 2y + 4 = 0$ và $d_2: x - 3y + 6 = 0$.

BÀI 3. Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1: 6x - 5y + 15 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

BÀI 4. Tính cô-sin của góc giữa hai đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$.

BÀI 5. Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ bằng 45° .

(A) $a = 1, a = -14$.

(B) $a = \frac{2}{7}, a = -14$.

(C) $a = -2, a = -14$.

(D) $a = \frac{2}{7}, a = 14$.

Dạng 6. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Nắm được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau

☑ $M(-2; 1)$ và $d: 2x - 3y + 5 = 0$;

☑ $M(1; -3)$ và $d: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$;

☑ $M(0; 0)$ và $d: \frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1$.

VÍ DỤ 2. Cho $\triangle ABC$ có $A(3; 4)$, $B(1; 1)$ và $C(2; 1)$. Tính độ dài đường cao kẻ từ A của $\triangle ABC$.

VÍ DỤ 3. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$ và cách trục tung một khoảng bằng 3.

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta_2: 7x + y + 12 = 0$.

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm điểm M trên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ để nó cách điểm $A(0; 4)$ một khoảng là 1.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng Oxy , tìm tọa độ điểm A có hoành độ dương, thuộc đường thẳng $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$, cách đường thẳng $d: 2x - y - 3 = 0$ một khoảng là $2\sqrt{5}$.

VÍ DỤ 7. Cho đường thẳng $\Delta: (m-1)x - my + 2 = 0$ (m là tham số). Tìm m sao cho khoảng cách từ $K(0; 3)$ đến Δ bằng $\sqrt{5}$.

VÍ DỤ 8. Cho đường thẳng $d: 3x - y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với d sao cho khoảng cách giữa hai đường thẳng bằng $\frac{3\sqrt{10}}{5}$.

VÍ DỤ 9. Cho hai điểm $A(-2; 0)$ và $B(0; 1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua B sao cho khoảng cách từ A đến Δ bằng 1.

VÍ DỤ 10. Một trạm viễn thông S có tọa độ $(5; 2)$. Một người đang ngồi trên chiếc xe khách chạy trên đoạn cao tốc có dạng một đường thẳng Δ có phương trình $6x + 8y - 21 = 0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông S . Biết rằng mỗi đơn vị độ dài tương ứng với 1 km.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Tính khoảng cách từ điểm $M(1; 4)$ đến đường thẳng $\ell: 3x - 5y + 2 = 0$.

BÀI 2. Tính khoảng cách từ điểm $M(-1; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 4 = 0$.

BÀI 3. Viết phương trình của đường thẳng (D) song song với (D') : $3x + 4y - 1 = 0$ và cách (D') một đoạn bằng 2.

BÀI 4. Tính khoảng cách d từ điểm $M(2; 0)$ đến đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$.

BÀI 5. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d_1: x - y - 3 = 0$ và $d_2: x - y - 1 = 0$.

BÀI 6. Cho đường thẳng $\Delta: -(m+1)x + (m+2)y + 6 = 0$ (m là tham số). Tìm m sao cho khoảng cách từ $M(-1; 4)$ đến Δ bằng 5.

BÀI 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 0)$, $B(0; -2)$. Độ dài đường cao hạ từ đỉnh O của tam giác OAB là

BÀI 8. Cho hai điểm $M(-1; 2)$, $N(1; 0)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M sao cho khoảng cách từ N đến Δ lớn nhất.

➤ Dạng 7. Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện góc, khoảng cách

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng hệ trục Oxy , đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu của $M(0; 8)$ lên đường thẳng d .

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-1; 2)$, $B(-3; 2)$ và đường thẳng $\Delta: 2x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm $C \in \Delta$ sao cho tam giác ABC cân ở C .

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(3; 1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. Tìm tọa độ của điểm đối xứng với điểm M qua d .

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(0; 5)$ và $B(-4; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$ sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 1)$ và $B(-2; 4)$ và đường thẳng $\Delta: mx - y + 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều A và B .

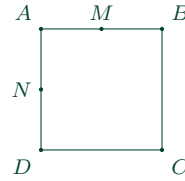
VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1; -2)$, $B(1; -1)$. Biết tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn $MA^2 - MB^2 = 2$ là một đường thẳng. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó.

VÍ DỤ 7. Tìm tất cả các giá trị của m để khoảng cách từ $M(-1; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

VÍ DỤ 8. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2)$ và cách $B(-2; 3)$ một khoảng bằng $\frac{4\sqrt{10}}{5}$.

VÍ DỤ 9.

Trong mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có $C(7; 2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD . Biết đường thẳng MN có phương trình $3x - 4y + 2 = 0$. Tính diện tích S của hình vuông $ABCD$.



VÍ DỤ 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x + y - 3 = 0$ và hai điểm $M(1; 2)$, $N(2; -1)$. Tìm tọa độ điểm $A(a; b)$ (với a là số nguyên âm) thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác AMN bằng 4.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$ và điểm $A(0; 1)$.

- Tìm điểm M nằm trên Δ và cách điểm A một khoảng bằng 5.
- Tìm điểm N trên Δ sao cho AN ngắn nhất.

BÀI 2. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x + 2y + 5 = 0$ và $\Delta_2: -3x + 4y = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2 bằng 1.

BÀI 3. Tìm những điểm nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x + y - 1 = 0$ và có khoảng cách đến $d: 4x + 3y - 10 = 0$ bằng 2.

BÀI 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(1; 1)$ và đường thẳng $\Delta: 2x + 3y + 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm B trên đường thẳng Δ sao cho đường thẳng AB và Δ hợp với nhau góc 45° .

BÀI 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0; 2), B(2; -2)$ và đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$, đường thẳng $d_2: x + y + 1 = 0$.

- Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d_1 thỏa mãn $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm tọa độ điểm N trên d_2 sao cho $NA + NB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Cho phương trình đường thẳng $\Delta: Ax + By + C = 0$ ($A^2 + B^2 \neq 0$). Điều kiện nào sau đây để Δ song song hoặc trùng với trục hoành?

- (A) $B = 0$. (B) $A \cdot B \neq 0$. (C) $A = 0$. (D) $C = 0$.

CÂU 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với đỉnh $A(1; 2)$ và $H(3; -1)$ là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC . Khi đó đường thẳng BC có phương trình là

- (A) $2x - 3y + 4 = 0$. (B) $3x + 2y + 7 = 0$. (C) $3x + 2y - 7 = 0$. (D) $2x - 3y - 9 = 0$.

CÂU 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(-2; 3)$ và song song với đường thẳng $\frac{x-7}{-1} = \frac{y+5}{5}$ là

- (A) $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -t \\ y = 5t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = -2 - t \end{cases}$.

CÂU 4. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$ và $\Delta_2: 2x + 3y - 19 = 0$.

- (A) $(5; 3)$. (B) $(10; 25)$. (C) $(-1; 7)$. (D) $(2; 5)$.

CÂU 5. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2}t \\ y = 1 - \sqrt{3}t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t \\ y = 1 + \sqrt{2}t \end{cases}$.

- (A) Trùng nhau. (B) Cắt nhau nhưng không vuông góc.
(C) Song song với nhau. (D) Vuông góc với nhau.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 6. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - 3y = 0$, $\Delta_2: -2x + 6y - 1 = 0$. Tìm mệnh đề đúng.

- (A) $\Delta_1 \equiv \Delta_2$. (B) $\Delta_1 \perp \Delta_2$.
(C) $\Delta_1 \parallel \Delta_2$. (D) Δ_1 cắt Δ_2 tại $A\left(\frac{1}{12}; \frac{1}{4}\right)$.

CÂU 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = -1 + mt \end{cases}$, $\Delta_2: x - 3y = 0$. Giá trị của tham số m để Δ_1 vuông góc với Δ_2 là

- (A) $m = -\frac{5}{3}$. (B) $m = \frac{5}{3}$. (C) $m = -15$. (D) $m = 15$.

CÂU 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1; 2)$ và đường thẳng $\Delta: x + y + 1 = 0$. Khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ bằng

- (A) $\frac{3}{\sqrt{2}}$. (B) $\frac{4}{\sqrt{3}}$. (C) $4\sqrt{2}$. (D) $2\sqrt{2}$.

CÂU 9. Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$) bằng

- (A) $\frac{6}{\sqrt{10}}$. (B) 0. (C) $\frac{8}{\sqrt{10}}$. (D) $\frac{6}{\sqrt{26}}$.

CÂU 10. Tính khoảng cách từ $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$.

- (A) 2. (B) $-\frac{18}{5}$. (C) $\frac{2}{5}$. (D) $\frac{10}{\sqrt{5}}$.

CÂU 11. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d: 3x + 4y = 0$ và $d': 3x + 4y - 10 = 0$ bằng

- (A) 7. (B) 2. (C) 10. (D) 5.

CÂU 12. Tìm tất cả các giá trị của m để khoảng cách từ $M(-1; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

- (A) $m = \pm 2$. (B) $m = -\frac{1}{2}$.
(C) $m = -2$. (D) $m = -2, m = \frac{1}{2}$.

CÂU 13. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $d: ax + by + c = 0$ đi qua điểm $A(1; 2)$ và cách $B(-2; 3)$ một khoảng bằng $\frac{4\sqrt{10}}{5}$. Biết a, b là các số nguyên dương và $\frac{b}{a}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $T = 3a + 2b + 1$.

- (A) 3. (B) 0. (C) 9. (D) 12.

CÂU 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + m + 4 = 0$ và điểm $M(1; 2)$. Giá trị dương của m để khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ bằng 2 là

- (A) $m = 11$. (B) $m = 2$. (C) $m = 9$. (D) $m = -9$.

CÂU 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng (Δ) song song với (d): $2x - y + 3 = 0$ và cách (d) một khoảng bằng $2\sqrt{5}$.

- (A) $\Delta: 2x - y + 13 = 0$. (B) $\begin{cases} \Delta_1: 2x - y + 13 = 0 \\ \Delta_2: 2x - y - 7 = 0 \end{cases}$.
(C) $\Delta: 2x - y - 7 = 0$. (D) $\begin{cases} \Delta_1: 2x - y + 10 = 0 \\ \Delta_2: 2x - y - 4 = 0 \end{cases}$.

CÂU 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ và $\Delta': 2x + y - m + 1 = 0$. Tính tổng các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $M(1; -2)$ đến hai đường thẳng đó bằng nhau.

- (A) 12. (B) 0. (C) 2. (D) 10.

CÂU 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(1; 1)$, $B(3; 2)$, $C(7; 10)$. Gọi Δ là đường thẳng có phương trình $ax + by - c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{N}$ và $a, b, c \leq 10$). Biết rằng $A \in \Delta$ và tổng khoảng cách từ B và C đến Δ là lớn nhất. Tính $S = a + b + c$.

- (A) $S = 18$. (B) $S = 22$. (C) $S = 15$. (D) $S = 10$.

QUICK NOTE

CÂU 18. Cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3t \end{cases}$ và đường thẳng $d_2: 2x + y - 5 = 0$. Biết M là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 . Tìm tọa độ điểm M .

(A) $M(-1; -3)$. (B) $M(3; 1)$. (C) $M(3; -3)$. (D) $M(1; 3)$.

CÂU 19. Cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$, $d_2: x - 2y + 2 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 .

(A) $I(2; -1)$. (B) $I(-2; 8)$. (C) $I(-4; 11)$. (D) $I(2; 2)$.

CÂU 20. Cho đường thẳng $d: 2x - 3y + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

(A) d song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.

(B) $\vec{u}(2; 3)$ là véc-tơ chỉ phương của d .

(C) d vuông góc với đường thẳng $\Delta': 3x + 2y - 1 = 0$.

(D) d có hệ số góc $k = \frac{2}{3}$.

CÂU 21. Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A) Đường thẳng $\Delta: y - 1 = 0$ song song với trục tung.

(B) Đường thẳng $\Delta: 2x - 7y + 2 = 0$ cắt hệ trục tọa độ tại hai điểm phân biệt.

(C) Đường thẳng $\Delta: x - 2 = 0$ song song với trục hoành.

(D) Đường thẳng $\Delta: 2x - 7y = 0$ đi qua gốc tọa độ.

CÂU 22. Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng AB với $A(-2; 1)$ và $B(4; 3)$. Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\vec{c} = (1; -3)$. (B) $\vec{a} = (3; 1)$. (C) $\vec{d} = (1; 3)$. (D) $\vec{b} = (3; -1)$.

CÂU 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng Δ đi qua $A(1; 1)$ và vuông góc với $d: 4x + 2y + 1 = 0$ có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - 4t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.

CÂU 24. Đường thẳng nào sau đây đi qua $A(1; 1)$ và song song với đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$?

(A) $4x + 6y - 10 = 0$. (B) $2x + 3y - 7 = 0$.

(C) $3x - 2y - 1 = 0$. (D) $x - y + 3 = 0$.

CÂU 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng qua $A(2; 1)$ và song song với đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$ có phương trình tổng quát là

(A) $x - y + 3 = 0$. (B) $2x + 3y - 7 = 0$.

(C) $3x - 2y - 4 = 0$. (D) $4x + 6y - 11 = 0$.

CÂU 26. Đường thẳng đi qua $M(2; 0)$, song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 1 - t \end{cases}$ có phương trình tổng quát

(A) $x + 5y - 2 = 0$. (B) $5x - y - 10 = 0$.

(C) $x + 5y + 1 = 0$. (D) $2x + 10y - 13 = 0$.

CÂU 27. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $I(4; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: x + y - 2017 = 0$.

(A) $x - y + 5 = 0$. (B) $x - y - 5 = 0$. (C) $4x - y + 5 = 0$. (D) $4x - y - 5 = 0$.

CÂU 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tổng quát của đường thẳng d qua điểm $M(2; -3)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 5 = 0$.

(A) $d: 2x - y - 7 = 0$. (B) $d: x - 2y - 8 = 0$.

(C) $d: 2x - y + 7 = 0$. (D) $d: x + y + 4 = 0$.

CÂU 29. Tìm phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $2x - y + 4 = 0$.

(A) $\begin{cases} x = t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$.

QUICK NOTE

- CÂU 30.** Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và điểm $M(-1; 6)$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ là
 (A) $3x - y + 9 = 0$. (B) $x + 3y - 17 = 0$. (C) $3x + y - 3 = 0$. (D) $x - 3y + 19 = 0$.
- CÂU 31.** Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có điểm $A(3; -4)$, $B(-1; 2)$, $C(1; 5)$. Phương trình đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC và song song với đường thẳng AC là
 (A) $2x + 9y - 11 = 0$. (B) $9x + 2y + 5 = 0$.
 (C) $2x + 9y + 7 = 0$. (D) $9x + 2y - 11 = 0$.
- CÂU 32.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hai đường thẳng $d_1: mx + y - m - 1 = 0$ và $d_2: x + my - 2 = 0$ song song với nhau khi và chỉ khi
 (A) $m = 2$. (B) $m = \pm 1$. (C) $m = 1$. (D) $m = -1$.
- CÂU 33.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: 5x - 6y - 4 = 0$; $d_2: x + 2y - 4 = 0$; $d_3: mx - (2m - 1)y + 9m - 19 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm?
 (A) $m = 1$. (B) $m = -1$. (C) $m = -2$. (D) $m = 2$.
- CÂU 34.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x + 2y - 3 = 0$. Đường thẳng nào sau đây song song với d ?
 (A) $4x + 8y - 12 = 0$. (B) $2x - y + 3 = 0$.
 (C) $-x - 2y + 1 = 0$. (D) $x - 2y + 3 = 0$.
- CÂU 35.** Gọi d là đường thẳng qua $M(4; -3)$ và song song với đường thẳng $y = 2x - 4$
 (A) d không có điểm nào có tọa độ là số nguyên chẵn.
 (B) d đi qua điểm $(10; 10)$.
 (C) Cả A và B đều sai.
 (D) Cả A và B đều đúng.
- CÂU 36.** Cho các đường thẳng $d_1: x + 2y - 3 = 0$, $d_2: 3x - 4y + 1 = 0$, $\Delta: x + 3y - 10 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của d_1 , d_2 và song song với đường thẳng Δ .
 (A) $x + y - 4 = 0$. (B) $x + 3y + 4 = 0$. (C) $x + y + 4 = 0$. (D) $x + 3y - 4 = 0$.
- CÂU 37.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hai đường thẳng $d: m^2x - 6y + m + 6 = 0$ và $d': 3x - 2y + 1 = 0$ song song với nhau.
 (A) $m \in \emptyset$. (B) $m = -3$. (C) $\begin{cases} m = -3 \\ m = 3 \end{cases}$. (D) $m = 3$.
- CÂU 38.** Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB và CD . Mệnh đề nào sau đây đúng?
 (A) $\cos \alpha = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \right|$. (B) $\cos \alpha = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.
 (C) $\cos \alpha = \left| \sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \right|$. (D) $\cos \alpha = -\left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \right|$.
- CÂU 39.** Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $mx + y - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $x + y = 0$ một góc 60° . Tổng $m_1 + m_2$ bằng
 (A) -3 . (B) 3 . (C) 4 . (D) -4 .
- CÂU 40.** Tính cosin góc giữa hai đường thẳng $d_1: x + 2y - 7 = 0$, $d_2: 2x - 4y + 9 = 0$.
 (A) $\frac{3}{\sqrt{5}}$. (B) $\frac{2}{\sqrt{5}}$. (C) $\frac{1}{5}$. (D) $\frac{3}{5}$.
- CÂU 41.** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - \sqrt{3}y + 2019 = 0$ và $d_2: y + 2020 = 0$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng
 (A) 60° . (B) 120° . (C) 30° . (D) 45° .
- CÂU 42.** Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - 4y - 1 = 0$; $d_2: x - \frac{1}{3}y + 4 = 0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 là
 (A) $\frac{\pi}{4}$. (B) $\frac{\pi}{2}$. (C) $-\frac{3\pi}{4}$. (D) $-\frac{\pi}{4}$.
- CÂU 43.** Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 10x + 5y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$.

QUICK NOTE

- (A) $\frac{3}{10}$. (B) $\frac{\sqrt{10}}{10}$. (C) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. (D) $\frac{3}{5}$.

CÂU 44. Tính góc giữa hai đường thẳng $3x + y - 1 = 0$ và $4x - 2y - 3 = 0$.

- (A) 30° . (B) 60° . (C) 90° . (D) 45° .

CÂU 45. Cho Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - 2y + 5 = 0$ và $d_2: x + 3y - 7 = 0$. Số đo góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng

- (A) 135° . (B) 45° . (C) 60° . (D) 90° .

CÂU 46. Trong mặt phẳng Oxy , cho $(d_1): 2x - y + 5 = 0$; $(d_2): x + y - 3 = 0$ cắt nhau tại I . Phương trình đường thẳng qua $M(-2; 0)$ cắt $(d_1), (d_2)$ lần lượt tại A và B sao cho $\triangle IAB$ cân tại A có dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính $T = a - 5b$.

- (A) $T = -1$. (B) $T = 9$. (C) $T = -9$. (D) $T = 11$.

CÂU 47. Cho đường thẳng $d: 3x - 2y + 1 = 0$ và $M(1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và tạo với d một góc 45° .

- (A) $\Delta_1: 2x - y = 0$ và $\Delta_2: 5x + y - 7 = 0$.
 (B) $\Delta_1: x - 5y + 9 = 0$ và $\Delta_2: 3x + y - 5 = 0$.
 (C) $\Delta_1: 3x - 2y + 1 = 0$ và $\Delta_2: 5x + y - 7 = 0$.
 (D) $\Delta_1: x - 5y + 9 = 0$ và $\Delta_2: 5x + y - 7 = 0$.

CÂU 48. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox và cách đều hai đường thẳng: $d_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $d_2: 3x - 2y + 3 = 0$

- (A) $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. (B) $(0; \sqrt{2})$. (C) $(\sqrt{2}; 0)$. (D) $(1; 0)$.

CÂU 49. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2t \end{cases}$ và điểm $M(3; 3)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng Δ là:

- (A) $(4; 2)$. (B) $(1; 0)$. (C) $(-2; 2)$. (D) $(7; 4)$.

CÂU 50. Cho đường thẳng $d: 2x + 3y + 3 = 0$ và $M(8; 2)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua d là

- (A) $(4; 8)$. (B) $(4; 8)$. (C) $(4; 8)$. (D) $(4; 8)$.

CÂU 51. Tìm điểm M nằm trên $\Delta: x + y - 1 = 0$ và cách $N(-1; 3)$ một khoảng bằng 5.

- (A) $(2; -1)$. (B) $(-2; -1)$. (C) $(-2; 1)$. (D) $(2; 1)$.

CÂU 52. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3; 0), B(0; -4)$, tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích $\triangle MAB$ bằng 6

- (A) $(0; 1)$. (B) $(0; 0)$ và $(0; -8)$. (C) $(1; 0)$. (D) $(0; 8)$.

CÂU 53. Cho $A(2; 2), B(5; 1)$ và đường thẳng $\Delta: x + 2y + 8 = 0$. Điểm $C \in \Delta$. C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17. Tọa độ của C là

- (A) $(10; 12)$. (B) $(12; 10)$. (C) $(8; 8)$. (D) $(10; 8)$.

CÂU 54. Cho 3 đường thẳng có phương trình $\Delta_1: x + y + 3 = 0$; $\Delta_2: x - y - 4 = 0$; $\Delta_3: x - 2y = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên Δ_3 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_1 bằng 2 lần khoảng cách từ M đến Δ_2 .

- (A) $M(0; 0)$. (B) $M(-22; -11)$.
 (C) $M_1(-22; -11), M_2(2; 1)$. (D) $M(2; 1)$.

CÂU 55. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2; 1), B(9; 6)$. Điểm $M(a; b)$ nằm trên Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.

- (A) $a + b = -9$. (B) $a + b = 9$. (C) $a + b = -7$. (D) $a + b = 7$.

CÂU 56. Cho đường thẳng $d: x - 2y - 2 = 0$ và hai điểm $A(0; 1), B(3; 4)$. $M(a; b)$ thuộc đường thẳng d sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $a + b$ bằng

- (A) $a + b = 3$. (B) $a + b = \frac{3}{5}$. (C) $a + b = \frac{19}{5}$. (D) $a + b = \frac{13}{5}$.

CÂU 57. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1; 2), B(4; 3)$. Điểm $M(a; b), (a^2 + b^2 \neq 0)$ sao cho $\widehat{MAB} = 135^\circ$ và khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng $\frac{\sqrt{10}}{2}$. Khi đó $a + 2b$ bằng

- (A) 2. (B) 5. (C) 1. (D) 6.

QUICK NOTE

Bài 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- 🟢 Phương trình của đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$, bán kính R là

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2.$$

- ✔ Với các hằng số a, b, c thoả mãn $a^2 + b^2 - c > 0$, phương trình

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

là phương trình của một đường tròn có tâm $I(a; b)$ và có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

- ✔ Cho đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$, bán kính R . Phương trình tiếp tuyến Δ của (C) tại $M_0(x_0; y_0)$ là $(a - x_0) \cdot (x - x_0) + (b - y_0) \cdot (y - y_0) = 0$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dang 8. Xác định tâm và bán kính đường tròn

- ✔ Nếu phương trình đường tròn có dạng $(C): (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ thì (C) có tâm là $I(a; b)$ và bán kính bằng R .

- ✔ Nếu phương trình đường tròn có dạng $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ thì tâm I được xác định $\begin{cases} -2a = \dots \\ -2b = \dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dots \\ b = \dots \end{cases} \Rightarrow I(a; b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.



- ✔ Phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$.

- ✔ Điều kiện đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (I, R) là $d(I, \Delta) = R$.

1. Ví dụ

VÍ DỤ 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn đó.

a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

b) $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$.

c) $16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y = 11$.

d) $7x^2 + 7y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$.

VÍ DỤ 2. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$.

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 7 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính của đường tròn (C) .

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$. Trong các điểm $M(-1; 3)$, $N(4; -1)$, $P(2; 1)$, $Q(3; -2)$, điểm nào thuộc (C) ?

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Tìm tâm và bán kính của đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) $(x - 2)^2 + (y - 8)^2 = 49$;

b) $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 23$.

BÀI 2. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn? Khi đó hãy tìm tâm và bán kính của nó.

a) $x^2 + 2y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$;

b) $x^2 + y^2 - 4x + 3y + 2xy = 0$;

c) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 26 = 0$;

d) $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 13 = 0$;

e) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$.

BÀI 3. Tìm m để các phương trình sau là phương trình đường tròn.

a) $x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$.

b) $x^2 + y^2 - 2(m - 3)x + 4my - m^2 + 5m + 4 = 0.$

Dạng 9. Viết phương trình đường tròn

QUICK NOTE

Phương pháp: Để viết phương trình đường tròn ta thường đi theo một trong hai hướng

- ✓ Tìm tâm $I(a; b)$ và bán kính R . Khi đó phương trình đường tròn là $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.
- ✓ Gọi phương trình của đường tròn là $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$. Từ điều kiện của đề bài đưa đến hệ phương trình với ẩn số a, b, c . Giải hệ phương trình tìm a, b, c , từ đó ta có phương trình đường tròn.

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn (C) tâm $I(-2; 5)$ bán kính $R = 7$. Viết phương trình đường tròn (C) .

VÍ DỤ 2. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và đi qua $A(-2; 2)$.

VÍ DỤ 3. Viết phương trình đường tròn (C) có đường kính AB , với $A(-1; -3)$, $B(-3; 5)$.

VÍ DỤ 4. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x + 2y + 3 = 0$.

VÍ DỤ 5. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và tiếp xúc với trục Ox .

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng $y = x$ và đi qua hai điểm $A(3; 0)$, $B(4; 3)$.

VÍ DỤ 7. Lập phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(-1; 1)$, $B(0; -2)$, $C(0; 2)$.

1. Bài tập tự luyện

BÀI 1. Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- a) (C) có tâm $I(1; 3)$ và bán kính $R = 2$.
- b) (C) có tâm $I(3; 5)$ và qua điểm $A(7; 2)$.
- c) (C) có đường kính AB với $A(1; 1)$, $B(7; 5)$.

BÀI 2. Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- a) (C) có tâm $I(2; -1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 20 = 0$.
- b) (C) qua hai điểm $A(2; 3)$, $B(-2; 1)$ và có tâm nằm trên trục hoành.

BÀI 3. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: x + y - 1 = 0$ và đi qua hai điểm $A(6; 2)$, $B(-1; 3)$.

BÀI 4. Lập phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm

- a) $A(2; 6)$, $B(-6; 2)$, $C(-1; -3)$.
- b) $A(1; 2)$, $B(5; 2)$, $C(1; -3)$.

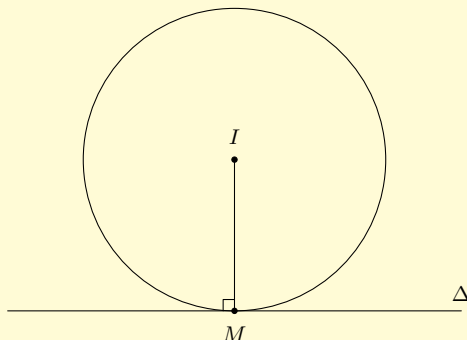
BÀI 5. Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- a) (C) có tâm $I(2; -5)$ và tiếp xúc với Ox .
- b) (C) có tâm $I(1; 3)$ và tiếp xúc với Oy .
- c) (C) tiếp xúc cả hai trục tọa độ và có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta: 4x - 2y - 8 = 0$.
- d) (C) tiếp xúc cả hai trục tọa độ và qua $M(2; 1)$.
- e) (C) qua $A(9; 9)$ và tiếp xúc với trục Ox tại $M(6; 0)$.
- f) (C) tiếp xúc với trục Ox tại $A(2; 0)$ và khoảng cách từ tâm của (C) đến $B(6; 4)$ bằng 5.

QUICK NOTE

Dạng 10. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

- a) Cho điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đường tròn $(C): (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ (tâm $I(a; b)$, bán kính R). Khi đó, tiếp tuyến Δ của (C) tại $M(x_0; y_0)$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{MI} = (a - x_0; b - y_0)$ và phương trình $\Delta: (a - x_0)(x - x_0) + (b - y_0)(y - y_0) = 0$.



- b) Lập phương trình tiếp tuyến Δ với đường tròn (C) , khi biết Δ đi qua một điểm không thuộc đường tròn (C) . Khi đó ta sử dụng điều kiện đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi $d(I, \Delta) = R$.

VÍ DỤ 1. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 11 = 0$. Tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(4; -1)$ thuộc (C) có phương trình là

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(\mathcal{C}): x^2 + y^2 - 3x - y = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của (\mathcal{C}) tại $M(1; -1)$ thuộc (C) .

VÍ DỤ 3. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$. Từ $O(0; 0)$ kẻ được bao nhiêu đường thẳng tiếp xúc với (C) ?

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - y - 5 = 0$ và hai điểm $A(1; 2)$ và $B(4; 1)$.

- Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng d và đi qua hai điểm A, B .
- Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d': x + y + 2019 = 0$.

VÍ DỤ 5. Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0$.

VÍ DỤ 6. Viết phương trình tiếp tuyến (Δ) của đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 8$ biết tiếp tuyến đi qua điểm $M(3; -2)$.

1. Bài tập tự luyện

BÀI 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn

$$(C): (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

tại điểm $M(-4; 7)$.

BÀI 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn

$$(C): (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

tại điểm $N(4; -1)$.

BÀI 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) biết Δ vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$.

BÀI 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tiếp tuyến với $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 10$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: x + 3y - 5 = 0$.

BÀI 5. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x - 3)^2 + y^2 = 9$ biết tiếp tuyến đi qua điểm $M(3; 5)$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 13. Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $(\Delta): 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$?

(A) $m = 3$ và $m = -3$.

(B) $m = -3$.

(C) $m = -3$.

(D) $m = 15$ và $m = -15$.

CÂU 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1; 2)$ và $d: 2x - y + 5 = 0$. Phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng d có dạng

(A) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$.

(B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = \sqrt{5}$.

(C) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$.

(D) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = \sqrt{5}$.

CÂU 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $I(2; -3)$. Phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với trục hoành có dạng

(A) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$.

(B) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$.

(C) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$.

(D) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

CÂU 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 13$. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(1; 2)$ là

(A) $2x - 3y + 4 = 0$.

(B) $2x + 3y + 4 = 0$.

(C) $2x - 3y - 4 = 0$.

(D) $2x + 3y - 4 = 0$.

CÂU 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 3x - y = 0$. Phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) tại điểm $N(1; -1)$ là

(A) $d: x + 3y - 2 = 0$.

(B) $d: x - 3y + 4 = 0$.

(C) $d: x - 3y - 4 = 0$.

(D) $d: x + 3y + 2 = 0$.

CÂU 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$. Đường thẳng d đi qua điểm $I(1; 2)$ cắt (C) tại hai điểm M, N . Tính độ dài của MN .

(A) $MN = 1$.

(B) $MN = 2$.

(C) $MN = 3$.

(D) $MN = 6$.

CÂU 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + y^2 = 25$ và điểm $M(2, \sqrt{3})$. Số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) Vô số.

CÂU 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và điểm $M(-2, 2)$. Số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) Vô số.

2. Bài tập trắc nghiệm nâng cao

CÂU 21. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m - 2)y + 6 - m = 0$. Tìm điều kiện của m để phương trình đã cho là phương trình đường tròn?

(A) $m \in \mathbb{R}$.

(B) $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

(C) $m \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

(D) $m \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.

CÂU 22. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 5$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 2x + y + 7 = 0$?

(A) $2x + y + 1 = 0$ hoặc $2x + y - 1 = 0$.

(B) $2x + y = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$.

(C) $2x + y + 10 = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$.

(D) $2x + y = 0$ hoặc $2x + y + 10 = 0$.

CÂU 23. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 8y + 1 = 0$ và đường thẳng $d: 5x + 12y - 6 = 0$. Phương trình các đường thẳng song song với d và tiếp xúc với (C) là

(A) $5x + 12y - 95 = 0$ và $5x + 12y - 9 = 0$.

(B) $5x + 12y + 95 = 0$ và $5x + 12y + 9 = 0$.

(C) $5x + 12y - 95 = 0$ và $5x + 12y + 9 = 0$.

(D) $5x + 12y + 95 = 0$ và $5x + 12y - 9 = 0$.

CÂU 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) biết Δ vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$.

(A) $4x + 3y + 39 = 0$ và $4x + 3y - 10 = 0$.

(B) $4x - 3y + 39 = 0$ và $4x - 3y - 11 = 0$.

(C) $4x + 3y + 39 = 0$ và $4x + 3y - 11 = 0$.

(D) $4x + 3y - 39 = 0$ và $4x + 3y - 10 = 0$.

CÂU 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 2)$, $B(-3; 1)$, $C(4; -2)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn hệ thức $MA^2 + MB^2 = MC^2$ là

(A) Đường tròn tâm $I(-5; 6)$ bán kính $R = \sqrt{66}$.

(B) Đường tròn tâm $I(-6; 5)$ bán kính $R = \sqrt{34}$.

QUICK NOTE

(C) Đường tròn tâm $I(-6; 5)$ bán kính $R = \sqrt{66}$.

(D) Đường tròn tâm $I(-5; 6)$ bán kính $R = \sqrt{34}$.

CÂU 26. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(-1; 2)$, $B(-2; 3)$ và có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: 3x - y + 10 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là

(A) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = \sqrt{5}$.

(B) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = \sqrt{5}$.

(C) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 5$.

(D) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 5$.

CÂU 27. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 3y + 8 = 0$, đi qua điểm $A(-2; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 10 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là:

(A) $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 25$.

(B) $(x + 5)^2 + (y + 1)^2 = 16$.

(C) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$.

(D) $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$.

CÂU 28. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(-1; 1)$, $B(3; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 8 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) , biết tâm của (C) có hoành độ nhỏ hơn 5.

(A) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$.

(B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$.

(C) $(x + 1)^2 + (y - 6)^2 = 25$.

(D) $x^2 + (y - 4)^2 = 10$.

CÂU 29. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + (y - 4)^2 = 10$. Tìm tất cả các tiếp tuyến của (C) , biết rằng tiếp tuyến đi qua điểm $M(-4; 2)$?

(A) $x + 3y - 2 = 0$ và $3x - y - 14 = 0$.

(B) $x + 3y - 2 = 0$ và $3x - y + 14 = 0$.

(C) $x + 3y + 2 = 0$ và $3x - y + 14 = 0$.

(D) $x + 3y + 2 = 0$ và $3x - y - 14 = 0$.

CÂU 30. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $B(4; 6)$.

(A) $\Delta: x - 4 = 0$ hoặc $\Delta: 3x + 4y - 36 = 0$.

(B) $\Delta: x - 4 = 0$ hoặc $\Delta: y - 6 = 0$.

(C) $\Delta: y - 6 = 0$ hoặc $\Delta: 3x + 4y - 36 = 0$.

(D) $\Delta: x - 4 = 0$ hoặc $\Delta: 3x - 4y + 12 = 0$.

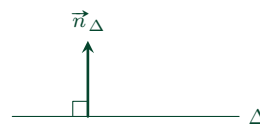
Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng

Véc-tơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là véc-tơ pháp tuyến (VTPT) của đường thẳng Δ nếu giá của nó vuông góc với Δ .



Nhận xét

- ✔ Nếu véc-tơ \vec{n} là một VTPT của Δ thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTPT của Δ .
- ✔ Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một VTPT.

Phương trình tổng quát của đường thẳng Cho đường thẳng Δ đi qua $M(x_0; y_0)$ và có VTPT $\vec{n}_\Delta(a; b)$. Phương trình tổng quát của Δ là

$$\Delta: a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0 \text{ hay } ax + by + c = 0 \text{ (với } c = -ax_0 - by_0\text{)}.$$

Một số trường hợp đặc biệt

Các hệ số	Phương trình đường thẳng Δ	Tính chất đường thẳng Δ
$c = 0$	$ax + by = 0$	Δ đi qua gốc tọa độ O
$a = 0$	$by + c = 0$	$\Delta \parallel Ox$ hoặc $\Delta \equiv Ox$
$b = 0$	$ax + c = 0$	$\Delta \parallel Oy$ hoặc $\Delta \equiv Oy$

⚠ Đồ thị hàm số bậc nhất $y = ax + b$ chính là đường thẳng $ax - y + b = 0$ (không vuông góc với trục Ox).

2. Phương trình tham số của đường thẳng

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng

Véc-tơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là véc-tơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ .



Nhận xét

- ✔ Nếu véc-tơ \vec{u} là một VTCP của Δ thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là một VTCP của Δ .
- ✔ Một đường thẳng hoàn toàn được xác định nếu biết một điểm và một VTCP.
- ✔ Nếu \vec{u} là một VTCP và \vec{n} là một VTPT của Δ thì $\vec{u} \perp \vec{n}$.

Phương trình tham số của đường thẳng Cho đường thẳng Δ đi qua $M(x_0; y_0)$ và có VTCP $\vec{u}(u_1; u_2)$. Phương trình tham số của Δ là

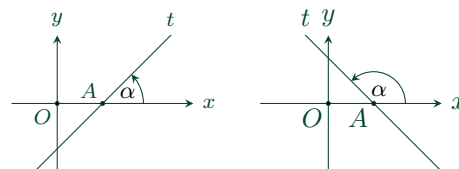
$$\Delta: \begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases} \text{ (với } t \text{ là tham số và } t \in \mathbb{R}\text{)}.$$

Nhận xét

$$+ M(x_M; y_M) \in \Delta \Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R}: \begin{cases} x_M = x_0 + tu_1 \\ y_M = y_0 + tu_2 \end{cases} \text{ hay } M(x_0 + tu_1; y_0 + tu_2) \in \Delta.$$

+ Gọi k là hệ số góc của Δ có VTCP $\vec{u}(u_1; u_2)$ thì

- $k = \tan \alpha$ với $\begin{cases} \alpha = \widehat{xAt} \\ \alpha \neq 90^\circ. \end{cases}$
- $k = \frac{u_2}{u_1}$ với $u_1 \neq 0$.





☑ Nếu Δ có phương trình $ax + by + c = 0$ thì Δ có
$$\begin{cases} VTPT \vec{n}_{\Delta} = (a; b) \\ VTCP \vec{u}_{\Delta} = (-b; a) \\ VTCP \vec{v}_{\Delta} = (b; -a). \end{cases}$$

☑ Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTCP $\vec{u}(u_1; u_2)$. Phương trình chính tắc của Δ là

$$\Delta: \frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} \quad (u_1 \neq 0; u_2 \neq 0).$$

Trong trường hợp $u_1 = 0$ hoặc $u_2 = 0$ thì đường thẳng không có phương trình chính tắc.

Đặc biệt: Phương trình đường thẳng AB với $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ có dạng

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}.$$

☑ Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(a; 0)$, $B(0; b)$ ($a, b \neq 0$) thì có phương trình

$$\Delta: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1,$$

được gọi là phương trình đường thẳng theo đoạn chắn.

☑ Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có hệ số góc k thì có phương trình của

$$\Delta: y = k(x - x_0) + y_0,$$

được gọi là phương trình theo hệ số góc k .

Dạng 1. Véc-tơ chỉ phương, véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng

CÂU 1. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

(A) $\vec{u} = (3; -1)$.

(B) $\vec{u} = (5; 1)$.

(C) $\vec{u} = (5; 3)$.

(D) $\vec{u} = (1; 3)$.

☞ **Lời giải.**

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (3; -1)$.

Chọn đáp án **(A)**

CÂU 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 0)$, $B(-1; 1)$, $C(5; -1)$. Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là

(A) $H(-1; -9)$.

(B) $H(-8; -27)$.

(C) $H(3; 14)$.

(D) $H(-2; 5)$.

☞ **Lời giải.**

Gọi $H(x; y)$.

Ta có $\overrightarrow{AH} = (x - 1; y)$, $\overrightarrow{BC} = (6; -2)$, $\overrightarrow{BH} = (x + 1; y - 1)$, $\overrightarrow{AC} = (4; -1)$.

Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6(x - 1) - 2y = 0 \\ 4(x + 1) - (y - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 6 \\ 4x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = -27 \end{cases}.$$

Vậy $H(-8; -27)$.

Chọn đáp án **(B)**

CÂU 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$. Một véc-tơ pháp tuyến của d có tọa độ là

(A) $(2; 3)$.

(B) $(3; 2)$.

(C) $(-3; 2)$.

(D) $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$.

☞ **Lời giải.**

Véc-tơ pháp tuyến của d là $\vec{n} = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$. Suy ra chọn véc-tơ pháp tuyến là $(2; 3)$.

Chọn đáp án **(A)**

CÂU 4. Cho phương trình đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 5 = 0$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ .

(A) $\vec{n} = (4; 3)$.

(B) $\vec{n} = (4; -3)$.

(C) $\vec{n} = (3; 4)$.

(D) $\vec{n} = (-4; 3)$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ là $\vec{n} = (3; 4)$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 5. Điểm nào trong các điểm sau thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$?

(A) $N(3; 0)$.

(B) $P(-2; 1)$.

(C) $Q = (5; 0)$.

(D) $M = (2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = t \end{cases} \Rightarrow x = 5 - 2y$.

Thay tọa độ các điểm vào $x = 5 - 2y$, nhận thấy điểm $(5; 0)$ thuộc d .

Chọn đáp án (C)

CÂU 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , véc-tơ chỉ phương \vec{u} của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2)$, $B(5; 6)$ là

(A) $\vec{u} = (1; 1)$.

(B) $\vec{u} = (-4; 2)$.

(C) $\vec{u} = (1; -1)$.

(D) $\vec{u} = (-1; 1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{u} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = (1; 1)$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 7. Một đường thẳng có bao nhiêu véc-tơ chỉ phương?

(A) Vô số véc-tơ.

(B) Hai véc-tơ.

(C) Ba véc-tơ.

(D) Một véc-tơ.

Lời giải.

Một đường thẳng có vô số véc-tơ chỉ phương.

Chọn đáp án (A)

CÂU 8. Véc-tơ nào là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3; 2)$ và $B(1; 4)$?

(A) $\vec{u} = (-2; 6)$.

(B) $\vec{u} = (2; 1)$.

(C) $\vec{u} = (1; 1)$.

(D) $\vec{u} = (-1; 2)$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3; 2)$ và $B(1; 4)$ có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (4; 2)$ nên $\vec{u} = (2; 1) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ cũng là một véc-tơ chỉ phương của nó.

Chọn đáp án (B)

CÂU 9. Tìm một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 \end{cases}$.

(A) $\vec{u}_3 = (2; 4)$.

(B) $\vec{u}_1 = (1; 0)$.

(C) $\vec{u}_4 = (0; 1)$.

(D) $\vec{u}_2 = (3; 4)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; 0)$.

Ta có $\vec{u} = 3\vec{u}_1$ nên \vec{u}_1 cũng là véc-tơ chỉ phương của d .

Chọn đáp án (B)

CÂU 10. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; -1)$, $B(3; 5)$ có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\vec{u} = (4; 6)$.

(B) $\vec{u} = (1; 3)$.

(C) $\vec{u} = (-1; 3)$.

(D) $\vec{u} = (2; -6)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 6)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; -1)$, $B(3; 5)$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 3)$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 11. Cho đường thẳng $d: x - y + 15 = 0$. Véc-tơ chỉ phương của d là

(A) $\vec{u} = (-1; 1)$.

(B) $\vec{u} = (1; 1)$.

(C) $\vec{u} = (1; 0)$.

(D) $\vec{u} = (1; -1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1)$ nên đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1)$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , véc-tơ chỉ phương và véc-tơ pháp tuyến của một đường thẳng thì

(A) vuông góc với nhau.

(B) bằng nhau.

(C) cùng phương.

(D) đối nhau.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương và véc-tơ pháp tuyến của một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

Chọn đáp án (A)

CÂU 13. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$?

- (A) $\vec{u}_2 = (-6; 0)$. (B) $\vec{u}_1 = (6; 0)$. (C) $\vec{u}_4 = (0; 6)$. (D) $\vec{u}_3 = (2; 6)$.

Lời giải.

Véc-tơ của đường thẳng d là $\vec{u} = (0; 6)$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 14. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(-2; 1)$, $N(1; -3)$. Đường trung trực của đoạn MN có một véc-tơ pháp tuyến là

- (A) $\vec{n} = (-3; 4)$. (B) $\vec{n} = (4; -3)$. (C) $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$. (D) $\vec{n} = (3; 4)$.

Lời giải.

Đường trung trực của đoạn MN có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \overrightarrow{NM} = (-3; 4)$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x + 2y - 3 = 0$. Trong các véc-tơ sau véc-tơ nào là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- (A) $\vec{u} = (1; -3)$. (B) $\vec{u} = (1; 2)$. (C) $\vec{u} = (2; -1)$. (D) $\vec{u} = (2; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: x + 2y - 3 = 0$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1)$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 16. Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $5x - 3y + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây **không** là véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d ?

- (A) $\vec{n}_2 = (-5; 3)$. (B) $\vec{n}_1 = (5; -3)$. (C) $\vec{n}_3 = (3; 5)$. (D) $\vec{n}_4 = (-15; 9)$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của d là $(5; -3)$ hay $(-5; 3)$, $(-15; 9)$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{u} = (3; -4)$. (B) $\vec{u} = (3; 4)$. (C) $\vec{u} = (2; 5)$. (D) $\vec{u} = (4; 3)$.

Lời giải.

Trong các véc-tơ đã cho thì $\vec{u} = (3; -4)$ là một véc-tơ chỉ phương của d .

Chọn đáp án (A)

CÂU 18. Một đường thẳng có bao nhiêu véc-tơ pháp tuyến?

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) Vô số.

Lời giải.

Một đường thẳng có vô số véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án (D)

CÂU 19. Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát $x + 3y - 11 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

- (A) $(-3; -1)$. (B) $(1; -3)$. (C) $(3; -1)$. (D) $(1; 3)$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng $ax + by + c = 0$ có véc-tơ chỉ phương là $(b; -a)$ hoặc $(-b; a)$.

Vậy $\Delta: x + 3y - 11 = 0$ có véc-tơ chỉ phương là $(3; -1)$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 20. Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng $x - 3y + 4 = 0$ là

- (A) $\vec{n}_1 = (1; -3)$. (B) $\vec{n}_3 = (1; 4)$. (C) $\vec{n}_4 = (3; 1)$. (D) $\vec{n}_2 = (1; 3)$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng có tọa độ là $(1; -3)$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 21. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d .

- (A) $(-2; 2)$. (B) $(1; 1)$. (C) $(0; 1)$. (D) $(2; 0)$.

Lời giải.

Phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{a} = (1; 1)$.

Với $\vec{n} = (-2; 2)$, ta có $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0$.

Vậy véc-tơ pháp tuyến của d là $\vec{n} = (-2; 2)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 22. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 5x - y + 2022 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của d ?

(A) $\vec{v} = (-1; 5)$.

(B) $\vec{p} = (-1; -5)$.

(C) $\vec{n} = (1; 5)$.

(D) $\vec{u} = (5; -1)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: 5x - y + 2022 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{u} = (5; -1)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: -2x + 3y + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của d ?

(A) $\vec{n}_1 = (3; -2)$.

(B) $\vec{n}_4 = (2; 3)$.

(C) $\vec{n}_2 = (3; 2)$.

(D) $\vec{n}_3 = (-2; 3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của d là $\vec{n}_3 = (-2; 3)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

(A) $\vec{u} = (3; 1)$.

(B) $\vec{u} = (3; -1)$.

(C) $\vec{u} = (1; 3)$.

(D) $\vec{u} = (-1; 3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 25. Cho đường thẳng $(d): 3x + 2y - 10 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của (d) ?

(A) $\vec{u} = (3; -2)$.

(B) $\vec{u} = (3; 2)$.

(C) $\vec{u} = (-2; -3)$.

(D) $\vec{u} = (2; -3)$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của (d) là $\vec{n} = (3; 2) \Rightarrow \vec{u} = (2; -3)$ là véc-tơ chỉ phương của (d) .

Chọn đáp án (D) □

Dạng 2. Viết phương trình tham số của đường thẳng

Để lập phương trình tham số của đường thẳng Δ ta cần xác định một điểm $M(x_0; y_0) \in \Delta$ và một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1; u_2)$.

Vậy phương trình tham số đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2. \end{cases}$

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tham số đường thẳng Δ biết Δ đi qua $M(1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 3)$.

Lời giải.

Phương trình tham số đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t. \end{cases}$ □

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng d đi qua $A(1; 2), B(3; 1)$. Viết phương trình tham số đường thẳng d .

Lời giải.

Đường thẳng d qua $A(1; 2)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (2; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vậy phương trình tham số đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t. \end{cases}$ □

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng d đi qua $M(-2; 3)$ và song song với đường thẳng EF . Biết $E(0; -1), F(-3; 0)$. Viết phương trình tham số đường thẳng d .

Lời giải.

$\overrightarrow{EF} = (-3; 1)$.

Phương trình tham số đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 3 + t. \end{cases}$ □

2. Bài tập tự luận

CÂU 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(3; -4)$, $B(0, 6)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng AB .

(A) $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -4 + 10t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -4 + 10t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 10t \\ y = 6 - 3t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 3t \\ y = 6 + 10t \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 10)$.

Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (-3; 10)$ và đi qua điểm $A(3; -4)$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -4 + 10t \end{cases}$.

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -4 + t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng Δ ?

(A) $M(19; 1)$.

(B) $N(19; 0)$.

(C) $P(19; 2)$.

(D) $Q(7; 1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $M(19; 1)$ vào phương trình đường thẳng Δ ta có

$$\begin{cases} 19 = 3 + 4t \\ 1 = -4 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 5 \end{cases} \Rightarrow M \notin \Delta.$$

Thay tọa độ điểm $N(19; 0)$ vào phương trình đường thẳng Δ ta có

$$\begin{cases} 19 = 3 + 4t \\ 0 = -4 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow t = 4 \Rightarrow N \in \Delta.$$

Thay tọa độ điểm $P(19; 2)$ vào phương trình đường thẳng Δ ta có

$$\begin{cases} 19 = 3 + 4t \\ 2 = -4 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 6 \end{cases} \Rightarrow P \notin \Delta.$$

Thay tọa độ điểm $Q(7; 1)$ vào phương trình đường thẳng Δ ta có

$$\begin{cases} 7 = 3 + 4t \\ 1 = -4 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 5 \end{cases} \Rightarrow Q \notin \Delta.$$

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

(A) $\vec{u} = (2; 3)$.

(B) $\vec{u} = (3; 2)$.

(C) $\vec{u} = (-2; -3)$.

(D) $\vec{u} = (2; -3)$.

Lời giải.

Ta có vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (-1) \cdot (-2; 3) = (2; -3)$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 4. Trong mặt phẳng Oxy , nếu một đường thẳng Δ có hệ số góc là k thì Δ có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\vec{u} = (k; 1)$.

(B) $\vec{u} = (k; -1)$.

(C) $\vec{u} = (1; k)$.

(D) $\vec{u} = (-1; k)$.

Lời giải.

$$\text{Đường thẳng } \Delta: y = kx + b \Rightarrow \begin{cases} x = t \\ y = b + kt \end{cases}$$

Khi đó đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; k)$.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 5. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -4)$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-4; 9)$.

(A) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 4 + 9t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 - 9t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 + 9t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 1 + 9t \\ y = -4 - 4t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -4)$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-4; 9)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -4 + 9t \end{cases}$.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 6. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(3; -5)$ có hệ số góc $k = -3$.

- (A) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -5 + 3t \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -5 - 3t \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -5 + t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -5 + t \end{cases}$

Lời giải.

Do phương trình đường thẳng d có hệ số góc $k = -3$ nên véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; -3)$. Khi đó, phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -5 - 3t \end{cases}$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 7. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tham số đường thẳng d đi qua điểm $A(0; -4)$ và song song với đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2018 + 2t \\ y = 10 - t \end{cases}$.

- (A) $\begin{cases} x = -2t \\ y = -4 + t \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = -t \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = -2t \\ y = 4 + t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = -4 - t \\ y = 2t \end{cases}$

Lời giải.

Do $d \parallel \Delta$ nên $\vec{u}_d = \vec{u}_\Delta = (-2; 1)$. Khi đó, phương trình của đường thẳng d là $\begin{cases} x = -2t \\ y = -4 + t \end{cases}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 8. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(5; -2)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -3)$.

- (A) $\begin{cases} x = 8 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$

Lời giải.

Do $\vec{n}_\Delta = (4; -3)$ nên $\vec{u}_\Delta = (3; 4)$. Khi đó, phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$.

Mặt khác, dễ thấy điểm $N(8; 2) \in \Delta$ nên ta có thể viết lại Δ : $\begin{cases} x = 8 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 9. Cho đường thẳng d : $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc d ?

- (A) $A(5; 3)$.
 (B) $B(2; 5)$.
 (C) $C(-1; 9)$.
 (D) $D(8; -3)$.

Lời giải.

Thay tọa độ của điểm $A(5; 3)$ vào đường thẳng d ta được $\begin{cases} 5 = 2 + 3t \\ 3 = 5 - 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$ (vô lý).

Do đó $A(5; 3) \notin d$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 10. Cho đường thẳng d : $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$ và điểm $A\left(\frac{7}{2}; -2\right)$. Điểm $A \in d$ ứng với giá trị nào của t ?

- (A) $t = \frac{3}{2}$.
 (B) $t = \frac{1}{2}$.
 (C) $t = -\frac{1}{2}$.
 (D) $t = -\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $A\left(\frac{7}{2}; -2\right)$ vào phương trình đường thẳng d ta được

$$\begin{cases} \frac{7}{2} = 2 - 3t \\ -2 = -1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 11. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 1)$.

- (A) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$

Lời giải.

Phương trình tham số đường thẳng d : $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 12. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: \frac{x}{5} - \frac{y}{7} = 1$. Phương trình tham số của d là

- (A) $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = -7t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 7t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = 5 - 7t \\ y = 5t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = 5t \end{cases}$

Lời giải.

Phương trình đường thẳng d là

$$\frac{x}{5} - \frac{y}{7} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7t \\ \frac{x}{5} - \frac{7t}{7} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7t \\ \frac{x}{5} = 1 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 7t \end{cases}$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 13. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + u_1t \\ y = y_0 + u_2t \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hệ số góc của d là $k = \frac{u_2}{u_1}, u_1 \neq 0$. (B) Hệ số góc của d là $k = \frac{u_1}{u_2}, u_2 \neq 0$.
(C) Hệ số góc của d là $k = -\frac{u_1}{u_2}, u_2 \neq 0$. (D) Hệ số góc của d là $k = -\frac{u_2}{u_1}, u_1 \neq 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} d: \begin{cases} x = x_0 + u_1t \\ y = y_0 + u_2t \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_2x = u_2x_0 + u_1u_2t \\ u_1y = u_1y_0 + u_1u_2t \end{cases} \\ &\Leftrightarrow u_2x - u_1y = u_2x_0 - u_1y_0 \\ &\Leftrightarrow u_1y = u_2x - u_2x_0 + u_1y_0 \\ &\Leftrightarrow y = \frac{u_2}{u_1}x - \frac{u_2x_0}{u_1} + y_0 \quad (u_1 \neq 0). \end{aligned}$$

Vậy hệ số góc của d là $k = \frac{u_2}{u_1}, u_1 \neq 0$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$. Tìm điểm M có tọa độ nguyên nằm trên đường thẳng Δ và cách điểm $A(0;1)$ một khoảng bằng 5.

- (A) $M(-4;4)$. (B) $M(4;4)$. (C) $M(0;2)$. (D) $M(8;5)$.

Lời giải.

Do $M \in \Delta$ nên ta gọi $M = (2 + 2t; 3 + t)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (2 + 2t; 2 + t)$, suy ra $AM^2 = (2 + 2t)^2 + (2 + t)^2 = 5t^2 + 12t + 8$.

Khi đó

$$AM = 5 \Leftrightarrow AM^2 = 25 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t + 8 = 25 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{17}{5} \end{cases}$$

Với $t = 1$ thì $M = (4;4)$.

Với $t = -\frac{17}{5}$ thì $M = \left(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

Do M có tọa độ nguyên nên ta nhận $M(4;4)$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$. Có bao nhiêu điểm thuộc đường thẳng Δ và cách điểm $A(0;1)$ một khoảng bằng 5.

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

Lời giải.

Gọi $M \in \Delta$ là điểm cần tìm, suy ra $M(2 + 2t; 3 + t)$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (2 + 2t; 2 + t)$, suy ra $AM^2 = (2 + 2t)^2 + (2 + t)^2 = 5t^2 + 12t + 8$.

Khi đó

$$AM = 5 \Leftrightarrow AM^2 = 25 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t + 8 = 25 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{17}{5} \end{cases}$$

Với $t = 1$ thì $M(4; 4)$.

Với $t = -\frac{17}{5}$ thì $M\left(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

Vậy có 2 điểm M thỏa yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án (C)

CÂU 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$. Gọi $M(a; b)$ là giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$. Tính $a^2 + b^2$.

(A) $a^2 + b^2 = 4$.

(B) $a^2 + b^2 = 3$.

(C) $a^2 + b^2 = 5$.

(D) $a^2 + b^2 = 1$.

Lời giải.

Tọa độ điểm $M(a; b)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2 + 2t + 3 + t + 1 = 0 \Leftrightarrow 3t = -6 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(-2; 1).$$

Do đó $a = -2, b = 1$ suy ra $a^2 + b^2 = 4 + 1 = 5$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$ và $A(0; 1)$. Gọi $M(a; b)$ là điểm trên Δ sao cho AM ngắn nhất. Tính $a + b$.

(A) $\frac{9}{5}$.

(B) $-\frac{2}{5}$.

(C) $\frac{11}{5}$.

(D) $\frac{7}{5}$.

Lời giải.

Vì $M \in \Delta$ nên $M(2 + 2t; 3 + t)$. Ta có

$$\begin{aligned} AM &= \sqrt{(2 + 2t - 0)^2 + (3 + t - 1)^2} = \sqrt{(2 + 2t)^2 + (2 + t)^2} \\ &= \sqrt{5t^2 + 12t + 8} = \sqrt{5\left(t + \frac{6}{5}\right)^2 + \frac{29}{5}} \geq \sqrt{\frac{29}{5}} = \frac{\sqrt{145}}{5}. \end{aligned}$$

Vậy AM ngắn nhất bằng $\frac{\sqrt{145}}{5}$ khi và chỉ khi $t = -\frac{6}{5}$ suy ra $M\left(-\frac{2}{5}; \frac{9}{5}\right)$.

Do đó $a = -\frac{2}{5}$ và $b = \frac{9}{5}$ suy ra $a + b = -\frac{2}{5} + \frac{9}{5} = \frac{7}{5}$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 18. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 1), B(-2; 5)$ trọng tâm G thuộc đường thẳng Δ_1 có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = \frac{1 - 2t}{3} \end{cases}$, đỉnh C thuộc đường thẳng Δ_2 có phương trình $\begin{cases} x = k \\ y = 1 - k \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm C .

(A) $C(13; -12)$.

(B) $C(14; -13)$.

(C) $C(15; -14)$.

(D) $C(16; -15)$.

Lời giải.

Ta có $G \in \Delta_1$ nên $G\left(t; \frac{1 - 2t}{3}\right)$.

Ta cũng có $C \in \Delta_2$ nên $C(k; 1 - k)$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên

$$\begin{cases} t = \frac{1 + (-2) + k}{3} \\ \frac{1 - 2t}{3} = \frac{1 + 5 + 1 - k}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k - 3t = 1 \\ k - 2t = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 16 \\ t = 5. \end{cases}$$

Với $k = 16$ suy ra $C(16; -15)$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 19. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$ biết $A(-1; 2)$ và phương trình của một đường chéo là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$.

Biết tọa độ điểm $C(a; b)$. Tính $a \cdot b$.

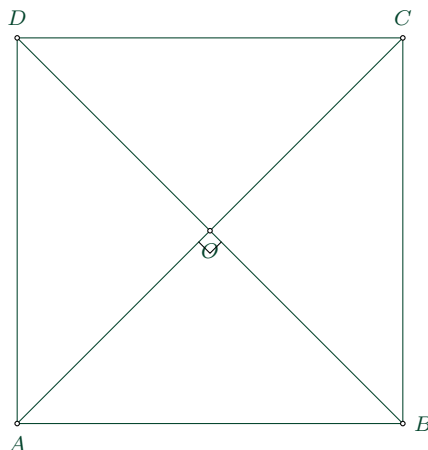
(A) 2.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 0.

Lời giải.



Nhận xét rằng $A(-1; 2)$ không nằm trên đường chéo $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$, do đó $BD: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$.

Ta có AC đi qua A và vuông góc với BD nên

$$AC: 2(x + 1) - 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + 6 = 0 \Leftrightarrow x - y + 3 = 0.$$

Gọi $O = AC \cap BD$. Tọa độ của điểm O là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow -1 + 2t - (-2t) + 3 = 0 \Leftrightarrow 4t = -2 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow O(-2; 1).$$

Theo tính chất của hình vuông ta có O là trung điểm AC . Do đó ta có

$$\begin{cases} x_O = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_O = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2x_O - x_A \\ y_C = 2y_O - y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \cdot (-2) + 1 = -3 \\ y_C = 2 \cdot 1 - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-3; 0).$$

Từ đó ta có $a = -3$, $b = 0$ nên $a \cdot b = (-3) \cdot 0 = 0$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 20. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-1; 2)$, $B(-2; 3)$. Gọi $I(a; b)$ là điểm thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 3t + 10 \end{cases}$ sao cho $IA = IB$. Tính $a^2 + b^{2018}$.

(A) 100.

(B) 2018.

(C) 10.

(D) 1000.

Lời giải.

Vì điểm $I \in \Delta$ nên $I(t; 3t + 10)$. Ta có

$$\begin{aligned} IA = IB &\Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (t - (-1))^2 + (3t + 10 - 2)^2 = (t - (-2))^2 + (3t + 10 - 3)^2 \\ &\Leftrightarrow (t + 1)^2 + (3t + 8)^2 = (t + 2)^2 + (3t + 7)^2 \Leftrightarrow 50t + 65 = 46t + 53 \Leftrightarrow t = -3 \\ &\Rightarrow I(-3; 1) \Rightarrow a = -3, b = 1 \Rightarrow a^2 + b^{2018} = (-3)^2 + 1^{2018} = 10. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 21. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3; -7)$ và $B(1; -7)$.

(A) $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = t \\ y = 7 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = t \\ y = -7 - t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 3 - 7t \\ y = 1 - 7t \end{cases}$

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (-2; 0)$ cùng phương với $\vec{u} = (1; 0)$.

Suy ra đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 0)$.

Do đó loại đáp án có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = -7 - t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 3 - 7t \\ y = 1 - 7t \end{cases}$.

Thay $A(3; -7)$ vào hai phương trình còn lại ta có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (A)

- CÂU 22.** Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$.
- (A) $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = -3t \\ y = 4t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng song song với d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{u}_d = (4; 3)$.

Phương trình đường thẳng qua $O(0; 0)$ và nhận $\vec{u} = (4; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương là $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$.

Chọn đáp án (A) □

- CÂU 23.** Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 4 = 0$.
- (A) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng Δ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (2; -1)$.

Vì d vuông góc với Δ nên d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = \vec{n}_\Delta = (2; -1)$.

Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$.

Chọn đáp án (B) □

- CÂU 24.** Cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(-1; 1)$, $B(4; 7)$, $C(3; -2)$, M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Phương trình tham số của đường thẳng CM là

- (A) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$

Lời giải.

Vì M là trung điểm của AB nên

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1 + 4}{2} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + 7}{2} = 4. \end{cases}$$

Suy ra $M\left(\frac{3}{2}; 4\right)$.

$\overrightarrow{CM} = \left(-\frac{3}{2}; 6\right)$ cùng phương với $\vec{u} = (1; -4)$.

Đường thẳng CM đi qua $C(3; -2)$ và nhận $\vec{u} = (-1; 4)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t. \end{cases}$$

Chọn đáp án (A) □

- CÂU 25.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ và $\Delta': \begin{cases} x = -2 - t' \\ y = t' \end{cases}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đối xứng với Δ' qua Δ .

- (A) $d: \begin{cases} x = l \\ y = 22 - 7l \end{cases}$ (B) $d: \begin{cases} x = 22 - 7l \\ y = l \end{cases}$ (C) $d: \begin{cases} x = -6 + 3l \\ y = 4 \end{cases}$ (D) $d: \begin{cases} x = -6 + 7l \\ y = 4 + l \end{cases}$

Lời giải.

Gọi $M = \Delta \cap \Delta' \Rightarrow M(-6; 4)$.

Có $A(-2; 0) \in \Delta'$ khác M .

Tìm tọa độ hình chiếu của A lên Δ là $H\left(\frac{-6}{5}; \frac{8}{5}\right)$.

Tọa độ điểm đối xứng của A qua Δ là $A'\left(-\frac{2}{5}; \frac{16}{5}\right)$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x = 22 - 7l \\ y = l \end{cases}$.

Chọn đáp án (B) □

- CÂU 26.** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1; 2)$, $B(3; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$. Biết tọa độ điểm $C(a; b)$, $a > 0$

thuộc Δ sao cho tam giác ABC cân tại B . Tính $2a - b$.

- (A) -1 . (B) 2 . (C) -3 . (D) 3 .

Lời giải.

$$\begin{aligned} C(x, x+1) &\in \Delta \\ BC = BA &\Leftrightarrow (x-3)^2 + x^2 = 7 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases} \\ \text{Vậy } C(4; 5) \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 27. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1; 2)$, $B(3; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$. Có bao nhiêu điểm C thuộc đường thẳng thuộc Δ sao cho tam giác ABC đều?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Gọi $C(x, x+1) \in \Delta$.
Tam giác ABC đều khi và chỉ khi
$$\begin{cases} CA = CB \\ CA = AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{6} \\ x = \pm \frac{\sqrt{30}}{2} \end{cases} \text{ (vô nghiệm).}$$

Vậy không tồn tại điểm C thỏa mãn.

Chọn đáp án (A)

CÂU 28. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$ biết $A(-1; 2)$ và phương trình của một đường chéo là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$.
Biết tọa độ điểm $B(a; b)$, $b > 0$. Tính $a.b$.

- (A) 6. (B) -6. (C) 1. (D) 0.

Lời giải.

Ta có $A \notin \Delta \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$
Gọi I là hình chiếu của A lên Δ , ta tìm được $I(-2; 1)$.
Có $B \in \Delta$ và $ABCD$ là hình vuông nên $IA = IB \Rightarrow B(-1; 0)$, $B(-3; 2)$.
Do đó $a = -3$, $b = 2$ vậy $ab = -6$
Chọn đáp án (B)

CÂU 29. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $M(-1; 1)$ là trung điểm của BC , và $AB: \begin{cases} x = k \\ y = \frac{-2k-3}{6} \end{cases}$, $AC: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \end{cases}$

Viết phương trình tham số của BC .

- (A) $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}$. (B) $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 4t' \end{cases}$. (C) $BC: \begin{cases} x = -1 - 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}$. (D) $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 - 4t' \end{cases}$.

Lời giải.

Điểm $C \in AC: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \end{cases} \Rightarrow C(2 - c; c)$
Mà M là trung điểm của BC nên $B(c - 4; 2 - c)$.
 $B \in AB: \begin{cases} x = k \\ y = \frac{-2k-3}{6} \end{cases} \Rightarrow c = \frac{7}{4}$ nên $C\left(\frac{1}{4}; \frac{7}{4}\right)$.
Có $\overrightarrow{CM} = \frac{-1}{4}(5; 3)$.
Vậy $BC: \begin{cases} x = -1 + 5t' \\ y = 1 + 3t' \end{cases}$.
Chọn đáp án (A)

CÂU 30. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 - t \end{cases}$, và điểm $M(2; 4)$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng d .

- (A) $M'\left(\frac{12}{5}; \frac{26}{5}\right)$. (B) $M'\left(-\frac{12}{5}; \frac{26}{5}\right)$. (C) $M'\left(\frac{11}{5}; \frac{23}{5}\right)$. (D) $M'\left(\frac{11}{5}; -\frac{23}{5}\right)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -1)$. Gọi $A(1 + 3t; 5 - t) \in d$ là hình chiếu của điểm M trên d . Khi đó, $AM \perp d \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3(3t - 1) - (1 - t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}$.

Vậy tọa độ điểm $A\left(\frac{11}{5}; \frac{23}{5}\right)$. Vì M' đối xứng với M qua đường thẳng d nên A là trung điểm của MM' .

Vậy $M'\left(\frac{12}{5}; \frac{26}{5}\right)$.

Chọn đáp án (A) □

Dạng 3. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng

Để lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ ta cần xác định một điểm $M(x_0; y_0) \in \Delta$ và một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$.

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $\Delta: a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$ hay $\Delta: ax + by = c$ với $c = -(ax_0 + by_0)$.

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1; 5)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (-2; 3)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ .

 **Lời giải.**

Đường thẳng Δ có phương trình $-2(x + 1) + 3(y - 5) = 0 \Leftrightarrow -2x + 3y - 17 = 0$. □

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ đi qua điểm $N(2; 3)$ và vuông góc với đường thẳng AB với $A(1; 3)$, $B(2; 1)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ .

 **Lời giải.**

Vì đường thẳng Δ qua $N(2; 3)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (1; -2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên đường thẳng Δ có phương trình $(x - 2) - 2(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 4 = 0$.

Vậy phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $x - 2y + 4 = 0$. □

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 4 = 0$.

 **Lời giải.**

Cách 1:

Vì $d \perp \Delta$ nên đường thẳng d có phương trình dạng $x + 2y + C = 0$.

Mà d đi qua $A(-1; 2)$ nên $-1 + 2 \cdot 2 + C = 0 \Leftrightarrow C = -3$.

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng d là $x + 2y - 3 = 0$.

Cách 2:

Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2)$.

Vì d vuông góc với Δ nên d nhận $\vec{u} = (1; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình đường thẳng $d: (x + 1) + 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3 = 0$. □

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \end{cases}$.

a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ .

b) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $N(4; 2)$ và vuông góc với Δ .

 **Lời giải.**

a) Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1)$ nên Δ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2)$.

Nhận thấy $A(1; -3)$ thuộc đường thẳng Δ .

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là

$$1 \cdot (x - 1) + 2 \cdot [y - (-3)] = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0.$$

b) Đường thẳng d vuông góc với Δ nên đường thẳng d có phương trình dạng $-2x + y + c = 0$.

Vì $N(4; 2) \in d$ nên ta có $-2 \cdot 4 + 2 + c = 0$ hay $c = 6$.

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng d là $-2x + y + 6 = 0$. □

BÀI 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -3)$ và song song với đường thẳng $l: 3x + y - 10 = 0$. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng d .

 **Lời giải.**

Vì đường thẳng d song song với đường thẳng $l: 3x + y - 10 = 0$ nên đường thẳng d có dạng $3x + y + c = 0$, với $c \neq -10$.
Mà $A(1; -3) \in d$ nên ta có $3 \cdot 1 - 3 + c = 0$ hay $c = 0$.
Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng d là $3x + y = 0$. □

BÀI 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 1)$, $B(2; 5)$ và $C(-4; 3)$.

- Lập phương trình tổng quát của đường thẳng chứa cạnh AB .
- Lập phương trình tổng quát của đường cao xuất phát từ đỉnh C .
- Lập phương trình tổng quát của trung tuyến xuất phát từ đỉnh A .

Lời giải.

- Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 4)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .
Đường thẳng AB đi qua điểm A và nhận $\vec{n} = (4; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên đường thẳng AB có phương trình

$$4(x - 1) - 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 4x - y - 3 = 0.$$

- Gọi Δ là đường cao xuất phát từ C .
Vì $\Delta \perp AB$ nên phương trình tổng quát của Δ có dạng $x + 4y + c = 0$.
Mà $C(-4; 3) \in \Delta$ nên ta có $-4 + 4 \cdot 3 + c = 0$ hay $c = -8$.
Vậy phương trình tổng quát của Δ là $x + 4y - 8 = 0$.

- Gọi M là trung điểm BC . Khi đó $M(-1; 4)$ và $\overrightarrow{AM} = (-2; 3)$.
Đường thẳng AM nhận \overrightarrow{AM} làm véc-tơ chỉ phương. Do đó AM nhận $\vec{m} = (3; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng AM là

$$3(x - 1) + 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 5 = 0.$$

BÀI 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x - y + 1 = 0$ và điểm $A(0; 3)$.

- Lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d .
- Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d .

Lời giải.

- Vì Δ vuông góc d nên phương trình của Δ có dạng $x + y + c = 0$.
Mà $A(0; 3) \in \Delta$ nên ta có $0 + 3 + c = 0 \Leftrightarrow c = -3$.
Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là $x + y - 3 = 0$.

- Gọi I là giao điểm của Δ và d .

Khi đó, tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y - 3 = 0. \end{cases}$$

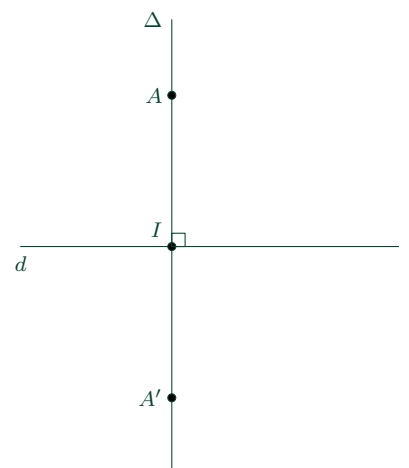
Giải hệ phương trình này ta được điểm $I(1; 2)$.

Gọi $A'(x_{A'}; y_{A'})$ là điểm đối xứng của A qua đường thẳng d .

Khi đó I là trung điểm của AA' . Do đó

$$\begin{cases} x_A + x_{A'} = 2x_I \\ y_A + y_{A'} = 2y_I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \\ y_{A'} = 1. \end{cases}$$

Vậy $A'(2; 1)$ là điểm đối xứng với A qua d . □



CÂU 1. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1; 3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1)$.

- A $2x + y + 1 = 0.$
B $-x + 3y - 1 = 0.$
C $2x + y - 5 = 0.$
D $2x + y - 1 = 0.$

Lời giải.

Phương trình đường thẳng $d: 2(x + 1) + 1(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0$.

Chọn đáp án D □

CÂU 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 2 điểm $A(1; -4)$, $B(3; 2)$. Phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB là

- (A) $3x + y + 1 = 0$. (B) $x + y - 1 = 0$. (C) $3x - y + 4 = 0$. (D) $x + 3y + 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB , suy ra $I(2; -1)$.

Đường thẳng trung trực của đoạn AB đi qua điểm $I(2; -1)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (2; 6)$ làm véc-tơ pháp tuyến, do đó có phương trình

$$2(x - 2) + 6(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 6y + 2 = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 1 = 0.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 3. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của d là

- (A) $x + 2y + 1 = 0$. (B) $2x + y - 1 = 0$. (C) $-2x + y - 1 = 0$. (D) $2x + 3y - 1 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $A(5; -9)$ và có véc-tơ chỉ phương là $(1; -2)$ nên d có véc-tơ pháp tuyến là $(2; 1)$. Khi đó, phương trình tổng quát của d là

$$2(x - 5) + y + 9 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(2; -1)$, $B(3; 2)$ là

- (A) $x + 3y - 9 = 0$. (B) $x + 3y + 1 = 0$. (C) $3x - y - 7 = 0$. (D) $3x - y - 5 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 3)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Suy ra đường thẳng AB có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -1)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là $3(x - 2) - (y + 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 7 = 0$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 5. Đường thẳng $d: 4x - 3y + 5 = 0$. Một đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và vuông góc với d có phương trình là

- (A) $3x + 4y = 0$. (B) $3x - 4y = 0$. (C) $4x - 3y = 0$. (D) $4x + 3y = 0$.

Lời giải.

Vì $\Delta \perp d$ nên đường thẳng Δ nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_d(4; -3)$ làm véc-tơ chỉ phương, suy ra véc-tơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n}_\Delta(3; 4)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $O(0; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n}_\Delta(3; 4)$.

Phương trình tổng quát là $3(x - 0) + 4(y - 0) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y = 0$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; -1)$, $B(4; 5)$ và $C(-3; 2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .

- (A) $-3x + 7y + 13 = 0$. (B) $7x + 3y + 13 = 0$. (C) $3x + 7y + 1 = 0$. (D) $7x + 3y - 11 = 0$.

Lời giải.

Đường cao hạ từ đỉnh A đi qua điểm $A(2; -1)$ và nhận $\overrightarrow{CB} = (7; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Do đó đường cao này có phương trình là $7(x - 2) + 3(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 7x + 3y - 11 = 0$.

Chọn đáp án (D) □

Bài 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Trên mặt phẳng tọa độ, xét hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Khi đó, tọa độ giao điểm (nếu có) của Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (*)$$

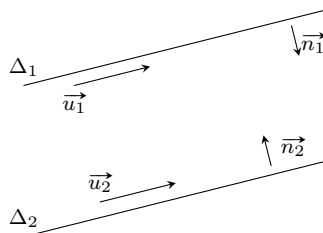
✓ Δ_1 cắt Δ_2 tại $M(x_0; y_0)$ khi và chỉ khi hệ (*) có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$.

✓ Δ_1 song song với Δ_2 khi và chỉ khi (*) vô nghiệm.

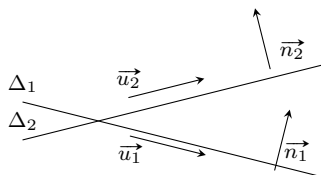
✓ Δ_1 trùng Δ_2 khi và chỉ khi hệ (*) có vô số nghiệm.

A Dựa vào các véc-tơ chỉ phương \vec{u}_1, \vec{u}_2 hoặc các véc-tơ pháp tuyến \vec{n}_1, \vec{n}_2 của Δ_1, Δ_2 ta có

☑ Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ và \vec{u}_2 cùng phương $\Leftrightarrow \vec{n}_1$ và \vec{n}_2 cùng phương.



☑ Δ_1 và Δ_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ và \vec{u}_2 không cùng phương $\Leftrightarrow \vec{n}_1$ và \vec{n}_2 không cùng phương.



2. Góc giữa hai đường thẳng

Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành bốn góc, số đo của góc không tù được gọi là số đo góc (hay đơn giản là góc) giữa hai đường thẳng.

Góc giữa hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau được quy ước bằng 0° .

Cho hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$, với các véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (a_1; b_1)$ và $\vec{n}_2 = (a_2; b_2)$ tương ứng. Khi đó, góc φ giữa hai đường thẳng đó được xác định thông qua công thức

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

3. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho điểm $M(x_0; y_0)$ và đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ , ký hiệu là $d(M, \Delta)$, được tính bởi công thức

$$d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 4. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Phương pháp chung

- Xét hệ phương trình tạo bởi hai đường thẳng.
- Tìm số nghiệm của hệ phương trình, từ đó kết luận vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

A Ta có thể xét theo trình tự:

- ☑ Kiểm tra hai véc-tơ chỉ phương (hoặc hai véc-tơ pháp tuyến) của hai đường thẳng có cùng phương hay không.
- ☑ Nếu chúng không cùng phương \Rightarrow hai đường thẳng cắt nhau. Nếu chúng cùng phương, kiểm tra một điểm bất kỳ thuộc đường thẳng này có thuộc đường thẳng kia hay không.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xét vị trí tương đối giữa đường thẳng $\Delta: x - 3y + 1 = 0$ và mỗi đường thẳng $d_1: x + y - 2 = 0$ và $d_2: -2x + 6y + 5 = 0$.

Lời giải.

☑ Xét hệ phương trình $\begin{cases} x - 3y + 1 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{3}{4} \end{cases}$ nên Δ và d_1 cắt nhau.

☑ Xét hệ phương trình $\begin{cases} x - 3y + 1 = 0 \\ -2x + 6y + 5 = 0 \end{cases}$, hệ phương trình vô nghiệm nên Δ và d_2 song song với nhau.

□

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$ và $\Delta: \begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$.

☞ **Lời giải.**

Đường thẳng d đi qua $A(1; 1)$ và có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -4)$.

Đường thẳng Δ đi qua $M(0; 1)$ và nhận $\vec{u} = (4; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương, nên $\vec{n'} = (3; -4)$ là một véc-tơ pháp tuyến của Δ . Vì $\vec{n}, \vec{n'}$ cùng phương nên d và Δ song song hoặc trùng nhau. Mặt khác $M(0; 1) \notin d$ nên $d \parallel \Delta$.

□

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng lần lượt có phương trình $\Delta_1: 3x - 2y + 4 = 0$, $\Delta_2: 2x + y + 5 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

☞ **Lời giải.**

Tọa độ giao điểm I của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4 = 0 \\ 2x + y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow I(-2; -1).$$

□

VÍ DỤ 4. Đường thẳng $\Delta: 5x - y = 10$ tạo với các trục tọa độ tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

☞ **Lời giải.**

Tọa độ giao điểm A của đường thẳng Δ và trục $Ox: y = 0$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5x - y = 10 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow A(2; 0).$

Tọa độ giao điểm B của đường thẳng Δ và trục $Oy: x = 0$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5x - y = 10 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -10 \end{cases} \Rightarrow B(0; -10).$

Diện tích tam giác $\triangle OAB$ là $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10 = 10$.

□

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hai đường thẳng $d_1: mx + y - m - 1 = 0$ và $d_2: x + my - 2 = 0$ song song với nhau khi và chỉ khi

☞ **Lời giải.**

Hai đường thẳng d_1 và d_2 song song khi và chỉ khi

$$\frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{-1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

□

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: 5x - 6y - 4 = 0$, $d_2: x + 2y - 4 = 0$, $d_3: mx - (2m - 1)y + 9m - 19 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm?

☞ **Lời giải.**

Tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 thỏa hệ $\begin{cases} 5x - 6y - 4 = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$. Vậy $d_1; d_2$ cắt nhau tại $M(2; 1)$.

Để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm thì d_3 qua $M(2; 1)$

Hay $2m - (2m - 1) + 9m - 19 = 0 \Leftrightarrow 9m - 18 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

□

VÍ DỤ 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho $P(1; 3)$, $Q(2; -1)$ và đường thẳng $d: x + y + 2 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng PQ và d .

☞ **Lời giải.**

Ta có $\vec{PQ} = (1; -4) \Rightarrow \vec{n}_{PQ} = (4; 1)$.

Phương trình tổng quát đường thẳng $PQ: 4(x - 1) + 1(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 4x + y - 7 = 0$.

Giao điểm của PQ và d có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 4x + y - 7 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -5 \end{cases}$.

□

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng $d_1: 2x - y + 2 = 0$ và $d_2: -4x + 2y + 1 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

☞ **Lời giải.**

Ta có $\frac{2}{-4} = \frac{-1}{2} \neq \frac{2}{1}$ nên $d_1 \parallel d_2$.

□

BÀI 2. Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng $d_1: x = 2$ và $d_2: x + 2y - 4 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{1} \neq \frac{0}{2}$ nên d_1 và d_2 cắt nhau.

Khi đó tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 2 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$

Vậy tọa độ giao điểm là $(2; 1)$. □

BÀI 3. Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 4 + t' \\ y = -3 + 3t' \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm nếu chúng cắt nhau.

Lời giải.

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} 5 + t = 4 + t' \\ -3 + 2t = -3 + 3t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - t' = -1 \\ 2t - 3t' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t' = -2. \end{cases}$$

Do hệ có nghiệm duy nhất nên d_1 cắt d_2 và tọa độ giao điểm là $(2; -9)$. □

BÀI 4. Cho hai đường thẳng $d: mx - 2y + 1 = 0$ và $\Delta: 2x + y - 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và Δ

- Cắt nhau.
- Song song.
- Trùng nhau.

Lời giải.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y + 1 = 0 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases} \quad (I).$

- Hai đường thẳng d và Δ cắt nhau khi và chỉ khi hệ (I) có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow \frac{m}{2} \neq \frac{-2}{1} \Leftrightarrow m \neq -4.$$

- Hai đường thẳng d và Δ song song khi và chỉ khi hệ (I) vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \frac{m}{2} = \frac{-2}{1} \neq \frac{-1}{3} \Leftrightarrow m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = -4.$$

- Do $\frac{-2}{1} \neq \frac{-1}{3}$ nên hệ (I) không thể có vô số nghiệm. Do đó d và Δ không thể trùng nhau. □

BÀI 5. Cho hai đường thẳng $d: 2mx + (m - 1)y - 2 = 0$ và $\Delta: (m + 2)x + (2m + 1)y - (m + 2) = 0$. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và Δ

- Cắt nhau.
- Song song.
- Trùng nhau.

Lời giải.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} 2mx + (m - 1)y - 2 = 0 \\ (m + 2)x + (2m + 1)y - (m + 2) = 0 \end{cases}$, có

$$D = \begin{vmatrix} 2m & m - 1 \\ m + 2 & 2m + 1 \end{vmatrix} = 2m(2m + 1) - (m - 1)(m + 2) = 3m^2 + m + 2 = 2m^2 + \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0, \forall m.$$

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất, do đó hai đường thẳng d, Δ luôn cắt nhau với mọi m . □

BÀI 6. Cho hai đường thẳng $d: (m - 2)x + (m - 6)y + (m - 1) = 0$ và $\Delta: (m - 4)x + (2m - 3)y + m - 5 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng d và Δ

- Cắt nhau.
- Song song.

c) Trùng nhau.

☞ Lời giải.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} (m-2)x + (m-6)y + (m-1) = 0 \\ (m-4)x + (2m-3)y + m-5 = 0 \end{cases} \quad (I),$ có

$$D = \begin{vmatrix} m-2 & m-6 \\ m-4 & 2m-3 \end{vmatrix} = (m-2)(2m-3) - (m-6)(m-4) = (m-3)(m+6).$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 1-m & m-6 \\ 5-m & 2m-3 \end{vmatrix} = (1-m)(2m-3) - (m-6)(5-m) = -(m-3)(m+9).$$

$$D_y = \begin{vmatrix} m-2 & 1-m \\ m-4 & 5-m \end{vmatrix} = (m-2)(5-m) - (1-m)(m-4) = 2(m-3).$$

a) Hai đường thẳng d và Δ cắt nhau khi và chỉ khi hệ (I) có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow D = (m-3)(m+6) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m \neq -6. \end{cases}$$

Với $m = 3$ ta có $D = D_x = D_y = 0$ nên hệ (I) có vô số nghiệm.

Với $m = -6$ ta có $D = 0, D_x = 27, D_y = -18$ nên hệ (I) vô nghiệm.

b) Hai đường thẳng d và Δ song song khi và chỉ khi hệ (I) vô nghiệm $\Leftrightarrow m = -6$.

c) Hai đường thẳng d và Δ trùng nhau khi và chỉ khi hệ (I) có vô số nghiệm $\Leftrightarrow m = 3$.

□

BÀI 7. Cho điểm $A(2; 1)$ và hai đường thẳng $d_1: 3x - 2y + 10 = 0, d_2: 4x + 3y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d qua A và giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 .

☞ Lời giải.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 2y + 10 = 0 \\ 4x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{16}{17} \\ y = \frac{61}{17}. \end{cases}$$

Suy ra giao điểm của d_1 và d_2 là điểm $M\left(-\frac{16}{17}; \frac{61}{17}\right)$.

Đường thẳng d đi qua hai điểm A, M nên có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM} = \left(-\frac{50}{17}; \frac{44}{17}\right)$, ta chọn véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n} = (22; 25)$. Vậy phương trình đường thẳng d là

$$22(x-2) + 25(y-1) = 0 \Leftrightarrow 22x + 25y - 69 = 0.$$

□

BÀI 8. Tìm tất cả các giá trị của m để ba đường thẳng $d_1: x + y + 1 = 0, d_2: 3x + 5y = -1, d_3: (m+1)x - my = 3m + 4$ đồng quy.

☞ Lời giải.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 3x + 5y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1. \end{cases}$

Do đó hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau tại điểm $M(-2; 1)$.

Ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy khi và chỉ khi đường thẳng d_3 đi qua M

$$\Leftrightarrow -2(m+1) - m = 3m + 4 \Leftrightarrow 6m = -6 \Leftrightarrow m = -1.$$

Khi đó đường thẳng $d_3: y = 1$.

□

BÀI 9. Viết phương trình đường thẳng d_2 đi qua $A(1; 1)$ và song song với đường thẳng $d_1: 2x - y + 1 = 0$.

☞ Lời giải.

Do $d_2 \parallel d_1$ nên một véc-tơ pháp tuyến của d_2 là $\vec{n} = (2; 1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d_2 là $2(x-1) + 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0$.

□

BÀI 10. Cho ba đường thẳng $d_1: 3x - 5y + 2 = 0, d_2: 5x - 2y + 4 = 0$ và $d_3: 2x - y + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d qua giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 và song song với đường thẳng d_3 .

☞ Lời giải.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 5y + 2 = 0 \\ 5x - 2y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{16}{19} \\ y = -\frac{2}{19} \end{cases}.$$

Suy ra giao điểm của d_1 và d_2 là điểm $M\left(-\frac{16}{19}; -\frac{2}{19}\right)$.

Đường thẳng d qua M và song song với đường thẳng d_3 nên có phương trình

$$2\left(x + \frac{16}{19}\right) - \left(y + \frac{2}{19}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + \frac{30}{19} = 0 \text{ (thỏa mãn).}$$

□

BÀI 11. Cho ba đường thẳng $d_1: x - 2y + 5 = 0$, $d_2: 2x + 3y - 4 = 0$ và $d_3: 4x - 3y + 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d qua giao điểm của hai đường thẳng d_1 , d_2 và vuông góc với đường thẳng d_3 .

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y + 5 = 0 \\ 2x + 3y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Suy ra giao điểm của d_1 và d_2 là điểm $M(-1; 2)$.

Đường thẳng d_3 có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_3 = (4; -3)$.

Đường thẳng d qua M và vuông góc với đường thẳng d_3 nên có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; 4)$, phương trình đường thẳng d là

$$3(x + 1) + 4(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 5 = 0.$$

□

BÀI 12. Cho tam giác ABC có $A(0; -1)$, $B(2; -3)$, $C(2; 0)$.

- Viết phương trình các đường trung tuyến của tam giác.
- Viết phương trình các đường cao của tam giác.
- Viết phương trình các đường trung trực của tam giác ABC .

Lời giải.

Tam giác ABC có $A(0; -1)$, $B(2; -3)$, $C(2; 0)$. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB . Khi đó $M\left(2; -\frac{3}{2}\right)$, $N\left(1; -\frac{1}{2}\right)$, $P(1; -2)$.

- Đường trung tuyến AM có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM} = \left(2; -\frac{1}{2}\right)$ nên có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{AM} = (1; 4)$. Vậy phương trình AM là

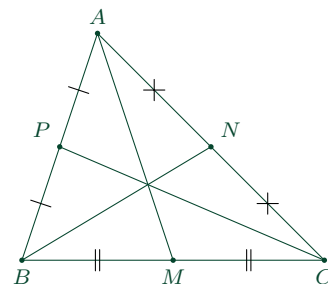
$$x + 4(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 4 = 0.$$

Đường trung tuyến BN có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{BN} = \left(-1; \frac{5}{2}\right)$ nên có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{BN} = (5; 2)$. Vậy phương trình BN là

$$5(x - 2) + 2(y + 3) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - 4 = 0.$$

Đường trung tuyến CP có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{CP} = (-1; -2)$ nên có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{CP} = (2; -1)$. Vậy phương trình CP là

$$2(x - 2) - y = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 4 = 0.$$



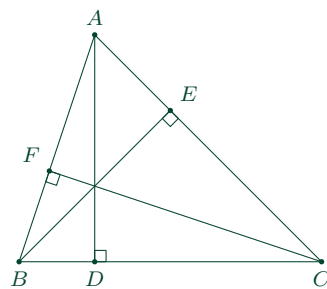
- Đường cao AD qua A và nhận véc-tơ $\overrightarrow{BC} = (0; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $3(y + 1) = 0 \Leftrightarrow y + 1 = 0$.

Đường cao BE qua B và nhận véc-tơ $\overrightarrow{CA} = (-2; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$-2(x - 2) - 1(y + 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0.$$

Đường cao CF qua C và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (2; -2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$2(x - 2) - 2y = 0 \Leftrightarrow x - y - 2 = 0.$$



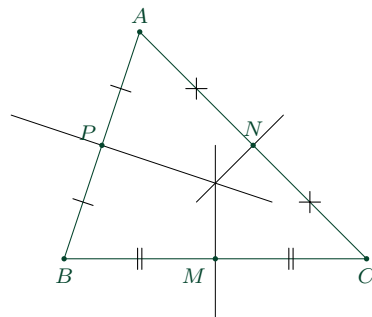
- c) Đường trung trực d_M của BC qua M và nhận véc-tơ $\overrightarrow{BC} = (0; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $3\left(y + \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow y + \frac{3}{2} = 0$.

Đường trung trực d_N của CA qua N và nhận véc-tơ $\overrightarrow{CA} = (-2; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$-2\left(x - 1\right) - 1\left(y + \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - \frac{3}{2} = 0.$$

Đường trung trực d_P của AB qua P và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (2; -2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$2(x - 1) - 2(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0.$$



BÀI 13. Viết phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 2 = 0$ và cách $A(2; 3)$ một khoảng $h = 1$.

Lời giải.

Do đường thẳng d song song với Δ nên phương trình có dạng $3x - 4y + m = 0$.

$$\text{Khi đó } d(A; d) = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|m - 6|}{5} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 11 \\ m = -1. \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng d là $3x - 4y + 11 = 0$ hoặc $3x - 4y - 1 = 0$.

BÀI 14. Viết phương trình đường thẳng Δ song song và cách đường thẳng $d: 2x + 3y - 8 = 0$ một khoảng bằng $\sqrt{13}$.

Lời giải.

Do đường thẳng Δ song song với d nên có phương trình là $2x + 3y + m = 0$.

$$\text{Khi đó } d(\Delta, d) = \frac{|m + 8|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \sqrt{13} \Rightarrow |m + 8| = 13 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -21. \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $2x + 3y + 5 = 0$ hoặc $2x + 3y - 21 = 0$.

BÀI 15. Viết phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 3 = 0$ và cách Δ một khoảng $h = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Lấy điểm $A(0; 3) \in \Delta$. Đường thẳng d song song với Δ nên phương trình có dạng

$$2x - y + c = 0 \quad (c \neq 3).$$

Theo bài ra d cách Δ một khoảng bằng $\sqrt{5}$ nên

$$d(d, \Delta) = d(A, d) = \frac{|0 - 3 + c|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{|c - 3|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} c = 8 \\ c = -2. \end{cases}$$

Vậy có hai đường thẳng d thỏa mãn là $2x - y + 8 = 0$, $2x - y - 2 = 0$.

BÀI 16. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-1; 2)$ và cách $B(3; 5)$ một khoảng bằng 3.

Lời giải.

Giả sử đường thẳng d cần tìm có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$ với $a^2 + b^2 > 0$. Khi đó:

Đường thẳng d đi qua điểm $A(-1; 2)$ nên có phương trình dạng $a(x + 1) + b(y - 2) = 0$.

Mặt khác ta có

$$d(B, d) = \frac{|4a + 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow |4a + 3b| = 3\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow 7a^2 + 24ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 7a = -24b. \end{cases}$$

Với $a = 0$ ta có $b \neq 0$ nên phương trình đường thẳng d là $y - 2 = 0$.

Với $7a = -24b$, do $a^2 + b^2 \neq 0$ nên $b \neq 0$. Ta chọn $b = -7 \Rightarrow a = 24$, khi đó phương trình đường thẳng d là $24x - 7y + 38 = 0$.

□

BÀI 17. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; 5)$ và cách đều hai điểm $P(-1; 2)$, $Q(5; 4)$.

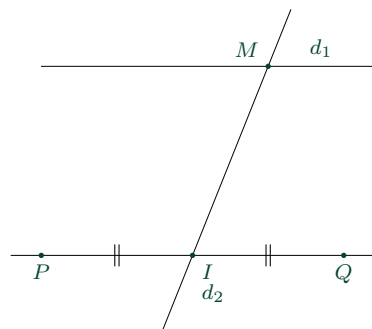
Lời giải.

☑ **Trường hợp 1:** Đường thẳng qua M và song song với PQ nên nhận véc-tơ $\overrightarrow{PQ} = (6; 2)$ làm véc-tơ chỉ phương và $\vec{n}_1 = (1; -3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$d_1: x - 2 - 3(y - 5) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 13 = 0.$$

☑ **Trường hợp 2:** Đường thẳng qua M và trung điểm $I(2; 3)$ của PQ nhận véc-tơ $\overrightarrow{MI} = (0; -2)$ làm véc-tơ chỉ phương và nhận véc-tơ $\vec{n}_2 = (1; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$d_2: x - 2 = 0.$$



□

Dạng 5. Góc giữa hai đường thẳng

Nắm vững định nghĩa, công thức tính góc giữa hai đường thẳng.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Tìm số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 trong các trường hợp.

☑ $d_1: 2x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 3x + y + 2022 = 0$.

☑ $d_1: x + 2y + 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 99 + 2t \end{cases}$.

☑ $d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 7t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2022 + 4t \\ y = 2023 - 14t \end{cases}$.

Lời giải.

☑ Ta có $\cos(d_1, d_2) = \frac{|2 \cdot 3 + 4 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 4^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $(d_1, d_2) = 45^\circ$.

☑ d_2 có phương trình tổng quát là $2x - y + 99 = 0$. Ta có $1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = 0$ nên $(d_1, d_2) = 90^\circ$.

☑ Hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; -7)$, $\vec{u}_2 = (4; -14)$. Ta có $\vec{u}_2 = 2\vec{u}_1$, do đó \vec{u}_1 và \vec{u}_2 cùng phương. Do đó $(d_1, d_2) = 0^\circ$.

□

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , tính góc giữa đường thẳng $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ và trục hoành.

Lời giải.

Đường thẳng $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (\sqrt{3}; -1)$.

Trục Ox có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{j} = (0; 1)$.

Gọi α là góc giữa đường thẳng $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ và trục hoành.

Khi đó ta có $\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{j}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{j}|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

□

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng Oxy , tìm tất cả các giá trị m để hai đường thẳng $d: (2m-1)x + my - 10 = 0$ và $\Delta: 3x + 2y + 6 = 0$ vuông góc với nhau.

Lời giải.

$d: (2m-1)x + my - 10 = 0 \Rightarrow d$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_d = (2m-1; m)$.

$\Delta: 3x + 2y + 6 = 0 \Rightarrow \Delta$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\Delta = (3; 2)$.

Để $d \perp \Delta$ thì $\vec{n}_d \cdot \vec{n}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 6m - 3 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{8}$.

□

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng Oxy , tìm m để hai đường thẳng $d_1: 2x - 3y - 10 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ vuông góc với nhau.

Lời giải.

d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{d_1} = (3; 2)$; d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{d_2} = (-3; -4m)$.

$$d_1 \perp d_2 \Rightarrow \vec{u}_{d_1} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \Rightarrow 9 + 8m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{8}.$$

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng Oxy , tìm giá trị của m để hai đường thẳng $d_1: mx + y - m - 1 = 0$ và $d_2: x + my - 2 = 0$ song song với nhau.

Lời giải.

Ta có $d_1: mx + y - m - 1 = 0$, $d_2: x + my - 2 = 0$.

☑ Nếu $m = 0$ ta có $d_1: y - 1 = 0$, $d_2: x - 2 = 0$ thì d_1 không song song d_2 nên $m = 0$ không thỏa mãn.

☑ Nếu $m \neq 0$ ta có

$$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{-m-1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq \frac{-m-1}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Vậy $m = -1$.

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $x + my - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $x + y = 0$ một góc 60° .

Lời giải.

Đường thẳng $x + my - 3 = 0$, $x + y = 0$ lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; m)$ và $\vec{n}_2 = (1; 1)$.

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 1 + m$, $|\vec{n}_1| = \sqrt{1 + m^2}$ và $|\vec{n}_2| = \sqrt{2}$.

Do góc giữa hai đường thẳng $x + my - 3 = 0$ và $x + y = 0$ là 60° nên ta có

$$\cos 60^\circ = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \Leftrightarrow \frac{|1 + m|}{\sqrt{2}\sqrt{1 + m^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m^2 + 4m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 + \sqrt{3} \\ m = -2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

□

VÍ DỤ 7. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(0; 1)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: x + 2y - 7 = 0$ một góc 45° .

Lời giải.

Giả sử đường thẳng d có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (a; b) \neq \vec{0}$, đường thẳng Δ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; 2)$.

Khi đó ta có

$$\begin{aligned} \cos(d, \Delta) &= \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|a + 2b|}{\sqrt{5(a^2 + b^2)}} \\ &\Leftrightarrow 5(a^2 + b^2) = 2(a + 2b)^2 \\ &\Leftrightarrow (3a + b)(a - 3b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3a \\ 3b = a \end{cases} \end{aligned}$$

Với $b = -3a$, chọn $a = 1$, $b = -3$, khi đó ta có phương trình $d: x - 3y + 3 = 0$.

Với $3b = a$, chọn $a = 3$, $b = 1$, khi đó ta có phương trình $d: 3x + y - 1 = 0$.

□

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - 4y - 3 = 0$ và $d_2: 3x - y + 17 = 0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 là

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos(d_1, d_2) = \frac{|2 \cdot 3 + (-4) \cdot (-1)|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Suy ra số đo góc giữa d_1 và d_2 là $\frac{\pi}{4}$.

□

BÀI 2. Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: x + 2y + 4 = 0$ và $d_2: x - 3y + 6 = 0$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt là $\vec{n}_1 = (1; 2)$ và $\vec{n}_2 = (1; -3)$.

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -5$, $|\vec{n}_1| = \sqrt{5}$ và $|\vec{n}_2| = \sqrt{10}$.

$$\text{Do đó } \cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Hay } (d_1, d_2) = 45^\circ.$$

□

BÀI 3. Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1: 6x - 5y + 15 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng $d_1: 6x - 5y + 15 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (6; -5)$.

Đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (5; 6)$.

Gọi φ là góc giữa d_1 và d_2 .

$$\text{Vậy } \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = 0 \Rightarrow \varphi = 90^\circ.$$

BÀI 4. Tính cô-sin của góc giữa hai đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; -3)$.

Đường thẳng $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; 1)$.

$$\text{Vậy } \cos(d_1, d_2) = |\cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2)| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{1}{5\sqrt{2}}.$$

BÀI 5. Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$) và đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ bằng 45° .

(A) $a = 1, a = -14$.

(B) $a = \frac{2}{7}, a = -14$.

(C) $a = -2, a = -14$.

(D) $a = \frac{2}{7}, a = 14$.

Lời giải.

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng đã cho.

Đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$) có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; -2)$.

Đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{v} = (4; -3)$.

Ta có

$$\begin{aligned} \cos \varphi = |\cos(\vec{u}, \vec{v})| &\Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|4a + 6|}{5\sqrt{a^2 + 4}} \\ &\Leftrightarrow 5\sqrt{a^2 + 4} = \sqrt{2}|4a + 6| \\ &\Leftrightarrow 25a^2 + 100 = 32a^2 + 96a + 72 \\ &\Leftrightarrow 7a^2 + 96a - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{7} \\ a = -14 \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

Dạng 6. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Nắm được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau

☑ $M(-2; 1)$ và $d: 2x - 3y + 5 = 0$;

☑ $M(1; -3)$ và $d: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$;

☑ $M(0; 0)$ và $d: \frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1$.

Lời giải.

☑ Khoảng cách $d(M, d) = \frac{|2 \cdot (-2) - 3 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$.

☑ Đường thẳng d đi qua $A(-2; 2)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; -4)$, suy ra $\vec{n} = (4; 3)$ là một véc-tơ pháp tuyến của d .

Phương trình tổng quát của d là $4(x + 2) + 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y + 2 = 0$.

Khoảng cách $d(M, d) = \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot (-3) + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{3}{5}$.

☑ Khoảng cách $d(M, d) = \frac{\left| \frac{0}{-4} + \frac{0}{2} - 1 \right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{-4} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$.

□

VÍ DỤ 2. Cho $\triangle ABC$ có $A(3; 4)$, $B(1; 1)$ và $C(2; 1)$. Tính độ dài đường cao kẻ từ A của $\triangle ABC$.

☞ **Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{BC} = (1; 0)$. Suy ra véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng BC là $\vec{n} = (0; 1)$.

Đường thẳng BC đi qua $B(1; 1)$ và có VTPT $\vec{n} = (0; 1)$ nên có phương trình là $y - 1 = 0$.

Độ dài đường cao kẻ từ A của $\triangle ABC$ đúng bằng khoảng cách từ A đến đường thẳng BC .

Ta có $d(A, BC) = |4 - 1| = 3$.

Vậy độ dài của đường cao kẻ từ A bằng 3.

□

VÍ DỤ 3. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$ và cách trục tung một khoảng bằng 3.

☞ **Lời giải.**

Gọi $M \in \Delta \Rightarrow M(1 - 2t; 2 + t)$. Khi đó $d(M; Oy) = 3 \Leftrightarrow |1 - 2t| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(3; 1) \\ M(-3; 4) \end{cases}$.

□

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta_2: 7x + y + 12 = 0$.

☞ **Lời giải.**

Ta có $\frac{7}{7} = \frac{1}{1} \neq \frac{-3}{12}$ nên Δ_1 song song Δ_2 .

Lấy $A(0; 3) \in \Delta_1$, khoảng cách $d = d(\Delta_1; \Delta_2) = d(A; \Delta_2) \Leftrightarrow d = \frac{|0 + 3 + 12|}{\sqrt{50}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

□

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm điểm M trên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ để nó cách điểm $A(0; 4)$ một khoảng là 1.

☞ **Lời giải.**

Gọi điểm $M(3 - 2t; 1 + 3t)$, từ giả thiết ta có $AM = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(3 - 2t)^2 + (-3 + 3t)^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{17}{13} \end{cases}$.

Suy ra điểm tìm được là $(1; 4)$ hoặc $\left(\frac{5}{13}; \frac{64}{13} \right)$.

□

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng Oxy , tìm tọa độ điểm A có hoành độ dương, thuộc đường thẳng $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$, cách đường thẳng $d: 2x - y - 3 = 0$ một khoảng là $2\sqrt{5}$.

☞ **Lời giải.**

Gọi A là điểm thuộc đường thẳng $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \end{cases} \Rightarrow A(3 + t; 2 + t)$. Khi đó

$d(A, d) = \frac{|2(3 + t) - (2 + t) - 3|}{\sqrt{5}} = \frac{|t + 1|}{\sqrt{5}}$. Theo đề bài, ta có $d(A, d) = \frac{|t + 1|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 9 \\ t = -11 \end{cases}$.

Với $t = -11 \Rightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = -9 \end{cases}$ không thỏa.

Với $t = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 11 \end{cases}$ thỏa điều kiện $\Rightarrow A(12; 11)$. Do đó $a = 12$, $b = 11$.

Vậy $a + b = 23$.

□

VÍ DỤ 7. Cho đường thẳng $\Delta: (m - 1)x - my + 2 = 0$ (m là tham số). Tìm m sao cho khoảng cách từ $K(0; 3)$ đến Δ bằng $\sqrt{5}$.

☞ **Lời giải.**

Ta có $d(K, \Delta) = \frac{|-3m + 2|}{\sqrt{(m - 1)^2 + (-m)^2}}$.

Theo giả thiết

$$\begin{aligned} \frac{|-3m+2|}{\sqrt{(m-1)^2+(-m)^2}} &= \sqrt{5} \\ \Leftrightarrow (-3m+2)^2 &= 5((m-1)^2+(-m)^2) \\ \Leftrightarrow m^2+2m+1 &= 0 \\ \Leftrightarrow m &= -1. \end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 8. Cho đường thẳng $d: 3x - y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với d sao cho khoảng cách giữa hai đường thẳng bằng $\frac{3\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y)$ là điểm bất kì thuộc Δ ta có $d(\Delta, d) = d(M, d) = \frac{|3x - y - 1|}{\sqrt{10}}$.

Suy ra

$$\begin{aligned} \frac{|3x - y - 1|}{\sqrt{10}} &= \frac{3\sqrt{10}}{5} \\ \Leftrightarrow |3x - y - 1| &= 6 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 1 = 6 \\ 3x - y - 1 = -6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y - 7 = 0 \\ 3x - y + 5 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy có hai đường thẳng Δ thỏa mãn là $\Delta_1: 3x - y - 7 = 0$ và $\Delta_2: 3x - y + 5 = 0$.

□

VÍ DỤ 9. Cho hai điểm $A(-2; 0)$ và $B(0; 1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua B sao cho khoảng cách từ A đến Δ bằng 1.

Lời giải.

Ta thấy B thuộc trục tung và khoảng cách từ A đến trục tung bằng 2, suy ra Δ không thể là trục tung. Mà đường thẳng Δ đi qua $B(0; 1)$ nên có phương trình dạng

$$y = kx + 1 \Leftrightarrow kx - y + 1 = 0.$$

Theo giả thiết

$$\begin{aligned} d(A, \Delta) = 1 &\Leftrightarrow \frac{|-2k+1|}{\sqrt{k^2+1}} = 1 \\ \Leftrightarrow 4k^2 - 4k + 1 &= k^2 + 1 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = \frac{4}{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

✔ Với $k = 0$, ta có $\Delta: y - 1 = 0$.

✔ Với $k = \frac{4}{3}$, ta có $\Delta: 4x - 3y + 3 = 0$.

□

VÍ DỤ 10. Một trạm viễn thông S có tọa độ $(5; 2)$. Một người đang ngồi trên chiếc xe khách chạy trên đoạn cao tốc có dạng một đường thẳng Δ có phương trình $6x + 8y - 21 = 0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông S . Biết rằng mỗi đơn vị độ dài tương ứng với 1 km.

Lời giải.

Ta thấy khoảng cách ngắn nhất giữa người đó đến trạm viễn thông bằng khoảng cách từ $S(5; 2)$ đến Δ .

Ta có

$$d(S, \Delta) = \frac{|6 \cdot 5 + 8 \cdot 2 - 21|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ (km)}.$$

□

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Tính khoảng cách từ điểm $M(1; 4)$ đến đường thẳng $\ell: 3x - 5y + 2 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d(M, \ell) = \frac{|3 - 20 + 2|}{\sqrt{9 + 25}} = \frac{15}{\sqrt{34}}.$$

□

BÀI 2. Tính khoảng cách từ điểm $M(-1; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 4 = 0$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm $M(-1; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 4 = 0$ là

$$d(M, \Delta) = \frac{|-3 - 8 - 4|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{15}{5} = 3.$$

□

BÀI 3. Viết phương trình của đường thẳng (D) song song với (D') : $3x + 4y - 1 = 0$ và cách (D') một đoạn bằng 2.

Lời giải.

Đường thẳng $(D) \parallel (D')$ nên phương trình đường thẳng (D) : $3x + 4y + c = 0$.

Lấy điểm $M(-1; 1) \in (D')$, theo đề ta có:

$$d(D, D') = d(M, D) = 2 \Leftrightarrow \frac{|-3 + 4 + c|}{5} = 2 \Leftrightarrow |c + 1| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 9 \\ c = -11 \end{cases}.$$

Với $c = 9$ ta có $D: 3x + 4y + 9 = 0$.

Với $c = -11$ ta có $D: 3x + 4y - 11 = 0$.

□

BÀI 4. Tính khoảng cách d từ điểm $M(2; 0)$ đến đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi $H(1 + 3t; 2 - 4t)$ là hình chiếu của M trên đường thẳng đó. Suy ra $\overrightarrow{MH} = (3t - 1; -4t + 2)$.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng trên là $\vec{u} = (3; -4)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3(3t - 1) - 4(-4t + 2) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{25} \Rightarrow \overrightarrow{MH} = \left(\frac{8}{25}; \frac{6}{25} \right).$$

$$\text{Do đó } d = |\overrightarrow{MH}| = \frac{2}{5}.$$

□

BÀI 5. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d_1: x - y - 3 = 0$ và $d_2: x - y - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta chọn $M(3; 0) \in d_1$. Khi đó

$$d(d_1, d_2) = d(M, d_2) = \frac{|3 - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}.$$

□

BÀI 6. Cho đường thẳng $\Delta: -(m + 1)x + (m + 2)y + 6 = 0$ (m là tham số). Tìm m sao cho khoảng cách từ $M(-1; 4)$ đến Δ bằng 5.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d(M, \Delta) = \frac{|m + 1 + 4(m + 2) + 6|}{\sqrt{(m + 1)^2 + (m + 2)^2}}.$$

Theo giả thiết

$$\begin{aligned} \frac{|m + 1 + 4(m + 2) + 6|}{\sqrt{(m + 1)^2 + (m + 2)^2}} &= 5 \\ \Leftrightarrow (5m + 15)^2 &= 25((m + 1)^2 + (m + 2)^2) \\ \Leftrightarrow m^2 - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow m &= \pm 2. \end{aligned}$$

□

BÀI 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 0)$, $B(0; -2)$. Độ dài đường cao hạ từ đỉnh O của tam giác OAB là

Lời giải.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Diện tích tam giác vuông } OAB \text{ là } S = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot |-2| = 2.$$

$$\text{Độ dài đường cao hạ từ đỉnh } O \text{ của tam giác } OAB \text{ là } h = \frac{2S}{AB} = \frac{2 \cdot 2}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

□

BÀI 8. Cho hai điểm $M(-1; 2)$, $N(1; 0)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M sao cho khoảng cách từ N đến Δ lớn nhất.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của N trên Δ .

Dễ thấy $NH \leq MN$. Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv H$.

Do đó khi khoảng cách từ N đến Δ lớn nhất thì véc-tơ của Δ là $\overrightarrow{MN} = (2; -2)$.

Phương trình của đường thẳng Δ là

$$2(x + 1) - 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 3 = 0.$$

□

Dạng 7. Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện góc, khoảng cách

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng hệ trục Oxy , đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu của $M(0; 8)$ lên đường thẳng d .

Lời giải.

Gọi d' là đường thẳng qua $M(0; 8)$ và vuông góc với đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$.

Vì d' là vuông góc với đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$ nên có dạng $2x + y + c = 0$.

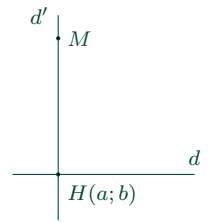
Vì d' qua $M(0; 8)$ nên $8 + c = 0 \Leftrightarrow c = -8$.

Lúc đó, đường thẳng d' có phương trình $d': 2x + y - 8 = 0$.

Hình chiếu của $M(0; 8)$ trên đường thẳng d chính là giao điểm của d và d' . Do đó tọa độ điểm H thỏa

$$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ 2x + y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow H(3; 2).$$

Vậy $a + b = 5$.



□

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-1; 2)$, $B(-3; 2)$ và đường thẳng $\Delta: 2x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm $C \in \Delta$ sao cho tam giác ABC cân ở C .

Lời giải.

Gọi tọa độ điểm $C(a; 2a + 3) \Rightarrow \overrightarrow{CA} = (a + 1; 2a + 1)$, $\overrightarrow{CB} = (a + 3; 2a + 1)$.

Vì tam giác ABC cân ở $C \Rightarrow CA^2 = CB^2 \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (2a + 1)^2 = (a + 3)^2 + (2a + 1)^2$.

$\Leftrightarrow 2a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = -2 \Rightarrow C(-2; -1)$.

□

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(3; 1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. Tìm tọa độ của điểm đối xứng với điểm M qua d .

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 2)$.

Giả sử tọa độ điểm đối xứng với điểm M qua d là $N(a; b)$, khi đó $\overrightarrow{MN} = (a - 3; b - 1)$ và tọa độ trung điểm của MN là $I\left(\frac{a + 3}{2}; \frac{b + 1}{2}\right)$.

Khi đó ta có

$$\begin{cases} \vec{u} \perp \overrightarrow{MN} \\ I \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2(a - 3) + 2(b - 1) = 0 \\ \frac{a + 3}{2} = -2 - 2t \\ \frac{b + 1}{2} = 1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \\ t = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm cần tìm là $N(-2; -4)$.

□

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(0; 5)$ và $B(-4; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$ sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

Điểm M thuộc đường thẳng $d \Rightarrow M(1 + t; 3 - t) \Rightarrow \overrightarrow{MA}(-1 - t; 2 + t)$; $\overrightarrow{MB}(-5 - t; t)$

$$\Rightarrow MA^2 + MB^2 = (t + 1)^2 + (t + 2)^2 + (t + 5)^2 + t^2 = 4t^2 + 16t + 30$$

$$= 4(t^2 + 4t + 4) + 14 = 4(t + 2)^2 + 14 \geq 14$$

$\Rightarrow MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 14 khi $t = -2 \Rightarrow M(-1; 5)$.

□

VÍ DỤ 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 1)$ và $B(-2; 4)$ và đường thẳng $\Delta: mx - y + 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều A và B .

Lời giải.

Δ cách đều A và B khi $\frac{|m-1+3|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{|-2m-4+3|}{\sqrt{m^2+1}} \Leftrightarrow |m+2| = |2m+1| \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 1. \end{cases}$ □

VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1; -2)$, $B(1; -1)$. Biết tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn $MA^2 - MB^2 = 2$ là một đường thẳng. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó.

Lời giải.

Từ giả thiết $MA^2 - MB^2 = 2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 - (x-1)^2 - (y+1)^2 = 2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 1 = 0$.

Tập hợp các điểm M thỏa mãn giả thiết là đường thẳng $\Delta: 4x + 2y + 1 = 0$.

Khoảng cách từ gốc tọa độ đến Δ là $d(O; \Delta) = \frac{1}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$. □

VÍ DỤ 7. Tìm tất cả các giá trị của m để khoảng cách từ $M(-1; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Khoảng cách $d(M, \Delta) = \frac{|-m+2-m+4|}{\sqrt{m^2+1}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |6-2m| = 2\sqrt{5m^2+5}$

$\Leftrightarrow 36 - 24m + 4m^2 = 20m^2 + 20 \Leftrightarrow 16m^2 + 24m - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2}. \end{cases}$ □

VÍ DỤ 8. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2)$ và cách $B(-2; 3)$ một khoảng bằng $\frac{4\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải.

Giả sử đường thẳng $d: ax + by + c = 0$.

Đường thẳng d đi qua $A(1; 2)$ nên $a + 2b + c = 0 \Leftrightarrow c = -a - 2b$.

Ta có

$$\begin{aligned} d(B, d) = \frac{4\sqrt{10}}{5} &\Leftrightarrow \frac{|-2a+3b-a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{4\sqrt{10}}{5} \\ &\Leftrightarrow \frac{|-3a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{4\sqrt{10}}{5} \\ &\Leftrightarrow \frac{(-3a+b)^2}{a^2+b^2} = \frac{32}{5} \\ &\Leftrightarrow 13a^2 - 30ab - 27b^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow -27\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 30 \cdot \frac{b}{a} + 13 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{1}{3} \\ \frac{b}{a} = -\frac{13}{9}. \end{cases} \end{aligned}$$

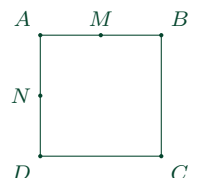
a) Với $\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$, chọn $b = 1$, $a = 3$, ta được $d: 3x + y - 5 = 0$.

b) Với $\frac{b}{a} = -\frac{13}{9}$, chọn $b = -13$, $a = 9$, ta được $d: 9x - 13y + 17 = 0$.

□

VÍ DỤ 9.

Trong mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có $C(7; 2)$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và AD . Biết đường thẳng MN có phương trình $3x - 4y + 2 = 0$. Tính diện tích S của hình vuông $ABCD$.



Lời giải.

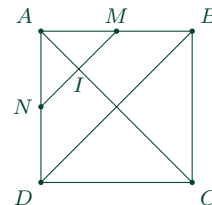
Khoảng cách từ $C(7; 2)$ đến đường thẳng MN

$$d(C, MN) = \frac{|3 \cdot 7 - 4 \cdot 2 + 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3.$$

Gọi I là trung điểm của MN . Suy ra $AC = \frac{4}{3}CI = \frac{4}{3} \cdot 3 = 4$.

Do đó cạnh của hình vuông $ABCD$ là $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $(2\sqrt{2})^2 = 8$.



VÍ DỤ 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x + y - 3 = 0$ và hai điểm $M(1; 2)$, $N(2; -1)$. Tìm tọa độ điểm $A(a; b)$ (với a là số nguyên âm) thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác AMN bằng 4.

Lời giải.

Đường thẳng MN có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (1; -3)$, suy ra MN có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 1)$.

Phương trình tổng quát của MN là $3(x - 1) + (y - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 5 = 0$.

Do $A \in d$ nên $a + b - 3 = 0 \Leftrightarrow b = 3 - a$. Vậy $A(a; 3 - a)$.

Vì $MN = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$, suy ra

$$\begin{aligned} d(A, MN) &= \frac{2S_{AMN}}{MN} \Leftrightarrow \frac{|3a + 3 - a - 5|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{8}{\sqrt{10}} \\ \Leftrightarrow |2a - 2| &= 8 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \text{ (loại)} \\ a = -3 \text{ (nhận)} \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $a = -3$, $b = 6$. Vậy $2a - b = -12$.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$ và điểm $A(0; 1)$.

a) Tìm điểm M nằm trên Δ và cách điểm A một khoảng bằng 5.

b) Tìm điểm N trên Δ sao cho AN ngắn nhất.

Lời giải.

a) Vì $M \in \Delta \Rightarrow M(x + 2t; 3 + t)$.

M cách $A(0; 1)$ một khoảng bằng 5 $\Leftrightarrow AM = 5$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2 + 2t)^2 + (2 + t)^2} = 5$$

$$\Leftrightarrow (2 + 2t)^2 + (2 + t)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{17}{5} \end{cases}$$

Suy ra $M(4; 4)$ hoặc $M(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5})$.

b) $N \in \Delta \Rightarrow N(2 + 2t; 3 + t)$

AN ngắn nhất khi N là hình chiếu vuông góc của A lên $\Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0$.

$$\Leftrightarrow 2(2 + 2t) + 2 + t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{6}{5}.$$

Suy ra $N(-\frac{2}{5}; \frac{9}{5})$.

BÀI 2. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x + 2y + 5 = 0$ và $\Delta_2: -3x + 4y = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2 bằng 1.

Lời giải.

M thuộc Δ_1 nên có tọa độ dạng $M(-2a - 5; a)$.
Theo giả thiết

$$\begin{aligned}d(M, \Delta_2) &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{|-3(-2a - 5) + 4a|}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2}} &= 1 \\ \Leftrightarrow (10a + 15)^2 &= 25 \\ \Leftrightarrow a &= -1 \text{ hoặc } a = -2.\end{aligned}$$

✔ Với $a = -1 \Rightarrow M(-3; -1)$.

✔ Với $a = -2 \Rightarrow M(-1; -2)$.

□

BÀI 3. Tìm những điểm nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x + y - 1 = 0$ và có khoảng cách đến $d: 4x + 3y - 10 = 0$ bằng 2.

💬 **Lời giải.**

Giả sử có điểm $M \in \Delta$, khi đó $M(m; 1 - 2m)$.

$$\text{Theo đề } d(M, d) = 2 \Leftrightarrow \frac{|4m + 3(1 - 2m) - 10|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2 \Leftrightarrow |-2m - 7| = 10$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 7 = 10 \\ 2m + 7 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ m = -\frac{17}{2} \end{cases}.$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $M_1\left(\frac{3}{2}; -2\right)$ và $M_2\left(-\frac{17}{2}; 18\right)$.

□

BÀI 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(1; 1)$ và đường thẳng $\Delta: 2x + 3y + 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm B trên đường thẳng Δ sao cho đường thẳng AB và Δ hợp với nhau góc 45° .

💬 **Lời giải.**

Δ có VTPT $\vec{n} = (2, 3) \Rightarrow$ VTCP của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (-3; 2)$.

Giả sử $B(1 - 3t; -2 + 2t) \in \Delta$.

Góc hợp bởi đường thẳng AB và Δ bằng 45°

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow (AB, \Delta) &= 45^\circ \\ \Leftrightarrow |\cos(\vec{AB}, \vec{u})| &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow 169t^2 - 156t - 45 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{15}{13} \\ t = -\frac{3}{13} \end{cases}\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B\left(-\frac{32}{13}; \frac{4}{13}\right) \text{ hoặc } B\left(\frac{22}{13}; -\frac{32}{13}\right)$$

□

BÀI 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0; 2), B(2; -2)$ và đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$, đường thẳng $d_2: x + y + 1 = 0$.

a) Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d_1 thỏa mãn $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b) Tìm tọa độ điểm N trên d_2 sao cho $NA + NB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

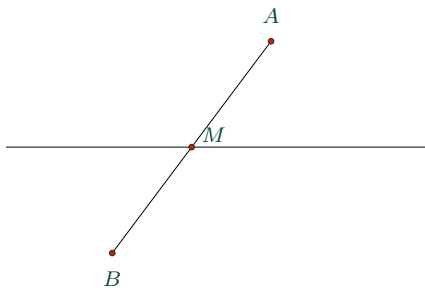
💬 **Lời giải.**

a) Để làm dạng toán này trước hết ta cần xác định vị trí của hai điểm A, B so với đường thẳng d_1 xem chúng nằm cùng phía hay khác phía với d_1 .

Thay tọa độ điểm A vào d_1 ta có $t_A = -3$.

Thay tọa độ điểm B vào d_1 ta có $t_B = 3$.

Xét tích $t_A \cdot t_B = -3 \cdot 3 = -9 < 0$. Do đó A và B khác phía so với d_1 .



Ta thấy $MA + MB \geq AB$. Do đó $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng AB khi M là giao điểm của AB và đường thẳng d_1 .

$$\overrightarrow{AB} = (2; -4) = 2(1; -2).$$

Đường thẳng AB có phương trình
$$\begin{cases} x = t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$$

Thay x, y vừa tìm được ở phương trình đường thẳng AB vào phương trình đường thẳng d_1 ta có: $t - (2 - 2t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

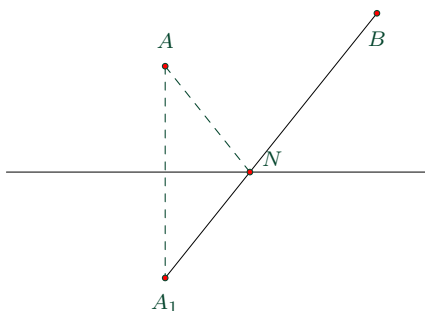
Do đó $M(1; 0)$.

b) Tương tự, trước hết ta cần xác định vị trí của hai điểm A, B so với đường thẳng d_2 .

Thay tọa độ điểm A vào d_2 ta có $t_A = 2 + 1 = 3$.

Thay tọa độ điểm B vào d_2 ta có $t_B = 1$.

Xét tích $t_A \cdot t_B = 3 > 0$. Do đó A và B nằm cùng phía so với d_2 .



Gọi A_1 là điểm đối xứng với A qua d_2 .

Ta có $NA + NB = NA_1 + NB \geq A_1B$.

Do đó $NA + NB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi N là giao điểm của A_1B với d_2 .

Gọi tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên d_2 là $H \Rightarrow H(t; -t - 1); \overrightarrow{AH} = (t; -t - 3)$.

Ta có $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \Leftrightarrow -t - t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2}$.

Suy ra $H\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

H là trung điểm của AA_1 nên suy ra $A_1(-3; -1)$.

Đường thẳng A_1B có phương trình
$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = -2 - t \end{cases}$$

Thay x, y vừa tìm được ở phương trình A_1B vào phương trình đường thẳng d_2 ta có $2 + 5t - 2 - t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{4}$.

Vậy $N\left(\frac{3}{4}; -\frac{7}{4}\right)$.

□

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Cho phương trình đường thẳng $\Delta: Ax + By + C = 0$ ($A^2 + B^2 \neq 0$). Điều kiện nào sau đây để Δ song song hoặc trùng với trục hoành?

(A) $B = 0$.

(B) $A \cdot B \neq 0$.

(C) $A = 0$.

(D) $C = 0$.

☞ **Lời giải.**

Trục hoành: $y = 0$.

Để Δ song song hoặc trùng với trục hoành thì $A = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

□

CÂU 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với đỉnh $A(1; 2)$ và $H(3; -1)$ là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC . Khi đó đường thẳng BC có phương trình là

- (A) $2x - 3y + 4 = 0$. (B) $3x + 2y + 7 = 0$. (C) $3x + 2y - 7 = 0$. (D) $2x - 3y - 9 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng BC đi qua $H(3; -1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AH} = (2; -3)$ có phương trình tổng quát:

$$2(x - 3) - 3(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 9 = 0$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(-2; 3)$ và song song với đường thẳng $\frac{x-7}{-1} = \frac{y+5}{5}$ là

- (A) $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -t \\ y = 5t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = -2 - t \end{cases}$.

Lời giải.

Do hai đường thẳng song song nên đường thẳng cần tìm nhận $\vec{u} = (-1; 5)$ làm véc-tơ chỉ phương. Do đó phương trình tham số là $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 4. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$ và $\Delta_2: 2x + 3y - 19 = 0$.

- (A) $(5; 3)$. (B) $(10; 25)$. (C) $(-1; 7)$. (D) $(2; 5)$.

Lời giải.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \\ 2x + 3y - 19 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2(22 + 2t) + 3(55 + 5t) - 19 = 0 \Leftrightarrow t = -10 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm $M(2; 5)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 5. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2}t \\ y = 1 - \sqrt{3}t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t \\ y = 1 + \sqrt{2}t \end{cases}$.

- (A) Trùng nhau. (B) Cắt nhau nhưng không vuông góc.
(C) Song song với nhau. (D) Vuông góc với nhau.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của Δ_1 và Δ_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (\sqrt{2}; -\sqrt{3})$, $\vec{u}_2 = (\sqrt{3}; \sqrt{2})$.

Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$ nên $\Delta_1 \perp \Delta_2$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 6. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - 3y = 0$, $\Delta_2: -2x + 6y - 1 = 0$. Tìm mệnh đề đúng.

- (A) $\Delta_1 \equiv \Delta_2$. (B) $\Delta_1 \perp \Delta_2$.
(C) $\Delta_1 \parallel \Delta_2$. (D) Δ_1 cắt Δ_2 tại $A\left(\frac{1}{12}; \frac{1}{4}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{1}{-2} = \frac{-3}{6} \neq \frac{0}{-1} \Rightarrow \Delta_1 \parallel \Delta_2.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = -1 + mt \end{cases}$, $\Delta_2: x - 3y = 0$. Giá trị của tham số m để Δ_1 vuông góc với Δ_2 là

- (A) $m = -\frac{5}{3}$. (B) $m = \frac{5}{3}$. (C) $m = -15$. (D) $m = 15$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_1 = (-5; m) \Rightarrow \vec{n}_1 = (m; 5)$ và $\vec{n}_2 = (1; -3)$.

Để $\Delta_1 \perp \Delta_2$ thì

$$\begin{aligned}\vec{n}_1 &\perp \vec{n}_2 \\ \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 &= 0 \\ \Leftrightarrow m - 15 &= 0 \\ \Leftrightarrow m &= 15.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

CÂU 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1; 2)$ và đường thẳng $\Delta: x + y + 1 = 0$. Khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ bằng

- (A)** $\frac{3}{\sqrt{2}}$. **(B)** $\frac{4}{\sqrt{3}}$. **(C)** $4\sqrt{2}$. **(D)** $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ bằng

$$d(M, \Delta) = \frac{|1 + 2 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

CÂU 9. Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ bằng

- (A)** $\frac{6}{\sqrt{10}}$. **(B)** 0. **(C)** $\frac{8}{\sqrt{10}}$. **(D)** $\frac{6}{\sqrt{26}}$.

Lời giải.

Phương trình tổng quát của đường thẳng $\Delta: 3x + 2y - 13 = 0$.

$$\text{Ta có } d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) - 13|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = 0.$$

Chọn đáp án **(B)**

CÂU 10. Tính khoảng cách từ $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$.

- (A)** 2. **(B)** $-\frac{18}{5}$. **(C)** $\frac{2}{5}$. **(D)** $\frac{10}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } d(M; \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) - 17|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2.$$

Chọn đáp án **(A)**

CÂU 11. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d: 3x + 4y = 0$ và $d': 3x + 4y - 10 = 0$ bằng

- (A)** 7. **(B)** 2. **(C)** 10. **(D)** 5.

Lời giải.

Ta thấy $O(0; 0) \in d$. Vì $d \parallel d'$ nên

$$d(d, d') = d(O, d') = \frac{|3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2.$$

Chọn đáp án **(B)**

CÂU 12. Tìm tất cả các giá trị của m để khoảng cách từ $M(-1; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

- (A)** $m = \pm 2$. **(B)** $m = -\frac{1}{2}$. **(C)** $m = -2$. **(D)** $m = -2, m = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$d(M; \Delta) = \frac{|-m + 2 - m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |6 - 2m| = 2\sqrt{5m^2 + 5}$$

$$\Leftrightarrow 36 - 24m + 4m^2 = 20m^2 + 20 \Leftrightarrow 16m^2 + 24m - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)**

CÂU 13. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $d: ax + by + c = 0$ đi qua điểm $A(1; 2)$ và cách $B(-2; 3)$ một khoảng bằng $\frac{4\sqrt{10}}{5}$. Biết a, b là các số nguyên dương và $\frac{b}{a}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $T = 3a + 2b + 1$.

- (A)** 3. **(B)** 0. **(C)** 9. **(D)** 12.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $A(1; 2)$ nên $a + 2b + c = 0 \Leftrightarrow c = -a - 2b$.

Ta có

$$\begin{aligned} d(B, d) &= \frac{4\sqrt{10}}{5} \Leftrightarrow \frac{|-2a + 3b - a - 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4\sqrt{10}}{5} \\ &\Leftrightarrow \frac{|-3a + b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4\sqrt{10}}{5} \\ &\Leftrightarrow \frac{(-3a + b)^2}{a^2 + b^2} = \frac{32}{5} \\ &\Leftrightarrow 13a^2 - 30ab - 27b^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow -27\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 30 \cdot \frac{b}{a} + 13 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{1}{3} \\ \frac{b}{a} = -\frac{13}{9} \end{cases} \end{aligned}$$

Do $a, b > 0$ và $\frac{b}{a}$ tối giản nên $\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$, hay $b = 1$ và $a = 3$.

Vậy $T = 3a + 2b + 1 = 9 + 2 + 1 = 12$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + m + 4 = 0$ và điểm $M(1; 2)$. Giá trị dương của m để khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ bằng 2 là

(A) $m = 11$.

(B) $m = 2$.

(C) $m = 9$.

(D) $m = -9$.

Lời giải.

Khoảng cách từ M đến Δ là

$$d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 2 + m + 4|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2 \Leftrightarrow |m - 1| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 11 \\ m = -9 \end{cases}$$

Vậy giá trị dương của m thỏa mãn là $m = 11$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng (Δ) song song với $(d): 2x - y + 3 = 0$ và cách (d) một khoảng bằng $2\sqrt{5}$.

(A) $\Delta: 2x - y + 13 = 0$.

(B) $\begin{cases} \Delta_1: 2x - y + 13 = 0 \\ \Delta_2: 2x - y - 7 = 0 \end{cases}$

(C) $\Delta: 2x - y - 7 = 0$.

(D) $\begin{cases} \Delta_1: 2x - y + 10 = 0 \\ \Delta_2: 2x - y - 4 = 0 \end{cases}$

Lời giải.

Lấy $M(x; y)$ thuộc đường thẳng (Δ) song song với (d) và cách (d) một khoảng bằng $2\sqrt{5}$, ta có

$$d(M, d) = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|2x - y + 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |2x - y + 3| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + 3 = 10 \\ 2x - y + 3 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - 7 = 0 \\ 2x - y + 13 = 0 \end{cases}$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$ và $\Delta': 2x + y - m + 1 = 0$. Tính tổng các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $M(1; -2)$ đến hai đường thẳng đó bằng nhau.

(A) 12.

(B) 0.

(C) 2.

(D) 10.

Lời giải.

Ta có phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là

$$\Delta: (x - 1) + 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3 = 0.$$

Khoảng cách từ $M(1; -2)$ đến Δ là

$$d(M, \Delta) = \frac{|1 + 2 \cdot (-2) - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}}.$$

Khoảng cách từ $M(1; -2)$ đến Δ' là:

$$d(M, \Delta') = \frac{|2 \cdot 1 + (-2) - m + 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|1 - m|}{\sqrt{5}}.$$

Để khoảng cách từ M đến Δ và Δ' bằng nhau thì

$$\frac{|1-m|}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -5. \end{cases}$$

Vậy tổng các giá trị của m thỏa mãn bằng 2.

Chọn đáp án (C)

CÂU 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(1; 1)$, $B(3; 2)$, $C(7; 10)$. Gọi Δ là đường thẳng có phương trình $ax + by - c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{N}$ và $a, b, c \leq 10$). Biết rằng $A \in \Delta$ và tổng khoảng cách từ B và C đến Δ là lớn nhất. Tính $S = a + b + c$.

(A) $S = 18$.

(B) $S = 22$.

(C) $S = 15$.

(D) $S = 10$.

Lời giải.

Do $A \in \Delta$ nên $a + b = c$. Do $a, b \in \mathbb{N}$ nên

$$\begin{aligned} d(B, \Delta) &= \frac{|3a + 2b - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{2a + b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \\ d(C, \Delta) &= \frac{|7a + 10b - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{6a + 9b}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \end{aligned}$$

Do đó, sử dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz, ta có

$$\begin{aligned} d(B, \Delta) + d(C, \Delta) &= \frac{8a + 10b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{\frac{(8a + 10b)^2}{a^2 + b^2}} \\ &\leq \sqrt{\frac{(8^2 + 10^2)(a^2 + b^2)}{a^2 + b^2}} = 2\sqrt{41}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{a}{8} = \frac{b}{10}$. Chú ý $a, b \in \mathbb{N}$, $a + b = c \leq 10$ và $a^2 + b^2 > 0$ nên $a = 4$ và $b = 5$. Vậy $S = a + b + c = 18$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 18. Cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3t \end{cases}$ và đường thẳng $d_2: 2x + y - 5 = 0$. Biết M là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 . Tìm tọa độ điểm M .

(A) $M(-1; -3)$.

(B) $M(3; 1)$.

(C) $M(3; -3)$.

(D) $M(1; 3)$.

Lời giải.

Vì $M \in d_1$ nên $M(2 + t; -3t)$.

Mặt khác, ta có $M \in d_2$ nên $2(2 + t) + (-3t) - 5 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Vậy $M(1; 3)$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 19. Cho đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$, $d_2: x - 2y + 2 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 .

(A) $I(2; -1)$.

(B) $I(-2; 8)$.

(C) $I(-4; 11)$.

(D) $I(2; 2)$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x = 2t \\ y = 5 - 3t \\ x - 2y + 2 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 2 \\ y = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 20. Cho đường thẳng $d: 2x - 3y + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

(A) d song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.

(B) $\vec{u}(2; 3)$ là véc-tơ chỉ phương của d .

(C) d vuông góc với đường thẳng $\Delta': 3x + 2y - 1 = 0$.

(D) d có hệ số góc $k = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}(3; 2)$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 21. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) Đường thẳng $\Delta: y - 1 = 0$ song song với trục tung.
 (B) Đường thẳng $\Delta: 2x - 7y + 2 = 0$ cắt hệ trục tọa độ tại hai điểm phân biệt.
 (C) Đường thẳng $\Delta: x - 2 = 0$ song song với trục hoành.
 (D) Đường thẳng $\Delta: 2x - 7y = 0$ đi qua gốc tọa độ.

Lời giải.

Đường thẳng $\Delta: y - 1 = 0$ song song với trục hoành nên A **sai**.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 22. Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng AB với $A(-2; 1)$ và $B(4; 3)$. Đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là

- (A) $\vec{c} = (1; -3)$. (B) $\vec{a} = (3; 1)$. (C) $\vec{d} = (1; 3)$. (D) $\vec{b} = (3; -1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (6; 2)$, đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng AB nên véc-tơ chỉ phương Δ là $\vec{u} = (1; -3)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng Δ đi qua $A(1; 1)$ và vuông góc với $d: 4x + 2y + 1 = 0$ có phương trình là

- (A) $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - 4t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của d là $\vec{n}(4; 2)$. Do $\Delta \perp d$ nên $\vec{u}(-4; -2)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ . Phương trình tham số đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 24. Đường thẳng nào sau đây đi qua $A(1; 1)$ và song song với đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$?

- (A) $4x + 6y - 10 = 0$. (B) $2x + 3y - 7 = 0$. (C) $3x - 2y - 1 = 0$. (D) $x - y + 3 = 0$.

Lời giải.

Gọi d đi qua $A(1; 1)$ và song song với đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$

$$\Rightarrow d: 2(x - 1) + 3(y - 1) = 0 \Leftrightarrow d: 2x + 3y - 5 = 0 \Leftrightarrow d: 4x + 6y - 10 = 0.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng qua $A(2; 1)$ và song song với đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$ có phương trình tổng quát là

- (A) $x - y + 3 = 0$. (B) $2x + 3y - 7 = 0$. (C) $3x - 2y - 4 = 0$. (D) $4x + 6y - 11 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d song song với đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$ có phương trình tổng quát dạng $d: 2x + 3y + m = 0 (m \neq -2)$.

Mà đường thẳng d qua $A(2; 1)$ nên ta có: $2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -7$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $2x + 3y - 7 = 0$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 26. Đường thẳng đi qua $M(2; 0)$, song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 1 - t \end{cases}$ có phương trình tổng quát

- (A) $x + 5y - 2 = 0$. (B) $5x - y - 10 = 0$. (C) $x + 5y + 1 = 0$. (D) $2x + 10y - 13 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\Delta: \begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = 1 - t \end{cases}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (5; -1)$, suy ra véc-tơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n} = (1; 5)$.

Đường thẳng đi qua $M(2; 0)$, song song với đường thẳng Δ nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 5)$.

Phương trình tổng quát cần tìm là $1(x - 2) + 5(y - 0) = 0 \Leftrightarrow x + 5y - 2 = 0$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 27. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $I(4; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: x + y - 2017 = 0$.

- (A) $x - y + 5 = 0$. (B) $x - y - 5 = 0$. (C) $4x - y + 5 = 0$. (D) $4x - y - 5 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng $d \perp \Delta$, do đó đường thẳng d có dạng $d: -x + y + m = 0$.

Vì đường thẳng d đi qua điểm $I(4; -1)$ nên $m = 5$. Vậy $d: -x + y + 5 = 0$ hay $d: x - y - 5 = 0$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tổng quát của đường thẳng d qua điểm $M(2; -3)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 5 = 0$.

(A) $d: 2x - y - 7 = 0$.

(B) $d: x - 2y - 8 = 0$.

(C) $d: 2x - y + 7 = 0$.

(D) $d: x + y + 4 = 0$.

Lời giải.

Vì đường thẳng d song song với Δ nên phương trình của đường thẳng d là $2x - y + c = 0$ (với $c \neq 5$).

Vì đường thẳng d đi qua điểm $M(2; -3)$ nên

$$2 \cdot 2 - (-3) + c = 0 \Leftrightarrow c = -7 \text{ (nhận)}.$$

Vậy phương trình của đường thẳng d là $2x - y - 7 = 0$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 29. Tìm phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $2x - y + 4 = 0$.

(A) $\begin{cases} x = t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$

Lời giải.

(d): $2x - y + 4 = 0$ có VTPT $n - \vec{n}_d = (2; -1)$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $2x - y + 4 = 0$ có VTCP $\vec{u} = \vec{n}_d = (2; -1)$. Phương trình

tham số $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 30. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$) và điểm $M(-1; 6)$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ là

(A) $3x - y + 9 = 0$.

(B) $x + 3y - 17 = 0$.

(C) $3x + y - 3 = 0$.

(D) $x - 3y + 19 = 0$.

Lời giải.

Gọi (d) là đường thẳng đi qua M và vuông góc Δ .

Đường thẳng (d) vuông góc (Δ) nên (d) có một véc-tơ pháp tuyến là véc-tơ chỉ phương của (Δ).

Do đó đường thẳng (d) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(3; 1)$.

Phương trình đường thẳng (d): $3(x + 1) + 1(y - 6) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 3 = 0$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 31. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có điểm $A(3; -4)$, $B(-1; 2)$, $C(1; 5)$. Phương trình đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC và song song với đường thẳng AC là

(A) $2x + 9y - 11 = 0$.

(B) $9x + 2y + 5 = 0$.

(C) $2x + 9y + 7 = 0$.

(D) $9x + 2y - 11 = 0$.

Lời giải.

Ta có trọng tâm G của tam giác ABC là $G(1; 1)$ và $\vec{AC} = (-2; 9)$.

Do $\vec{n}_d = \vec{n}_{AC} = (9; 2)$. Vậy phương trình đường thẳng $d: 9x + 2y - 11 = 0$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hai đường thẳng $d_1: mx + y - m - 1 = 0$ và $d_2: x + my - 2 = 0$ song song với nhau khi và chỉ khi

(A) $m = 2$.

(B) $m = \pm 1$.

(C) $m = 1$.

(D) $m = -1$.

Lời giải.

Hai đường thẳng d_1 và d_2 song song khi và chỉ khi

$$\frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{-1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 33. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: 5x - 6y - 4 = 0$; $d_2: x + 2y - 4 = 0$; $d_3: mx - (2m - 1)y + 9m - 19 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm?

(A) $m = 1$.

(B) $m = -1$.

(C) $m = -2$.

(D) $m = 2$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 thỏa hệ $\begin{cases} 5x - 6y - 4 = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$. Vậy $d_1; d_2$ cắt nhau tại $M(2; 1)$.

Để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm thì d_3 qua $M(2; 1)$

Hay $2m - (2m - 1) + 9m - 19 = 0 \Leftrightarrow 9m - 18 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x + 2y - 3 = 0$. Đường thẳng nào sau đây song song với d ?

- (A) $4x + 8y - 12 = 0$. (B) $2x - y + 3 = 0$. (C) $-x - 2y + 1 = 0$. (D) $x - 2y + 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $4x + 8y - 12 = 0$ tương đương với $x + 2y - 3 = 0$ trùng với đường thẳng d nên loại đáp án $4x + 8y - 12 = 0$. Các đáp án $2x - y + 3 = 0$, $x - 2y + 3 = 0$ loại vì các véc-tơ pháp tuyến không cùng phương với véc-tơ pháp tuyến của d . Mặt khác, $-x - 2y + 1 = 0$ tương đương với $x + 2y - 1 = 0$, song song với d .

Chọn đáp án (C) □

CÂU 35. Gọi d là đường thẳng qua $M(4; -3)$ và song song với đường thẳng $y = 2x - 4$

- (A) d không có điểm nào có tọa độ là số nguyên chẵn. (B) d đi qua điểm $(10; 10)$.
(C) Cả A và B đều sai. (D) Cả A và B đều đúng.

Lời giải.

d song song với đường thẳng $y = 2x - 4$ nên $d: y = 2x + b$, với $b \neq -4$.

$M(4; -3)$ thuộc d suy ra $-3 = 2 \cdot 4 + b \Leftrightarrow b = -11$. Do đó $d: y = 2x - 11$.

Gọi $A(a; b) \in d (a, b \in \mathbb{Z})$, suy ra $b = 2a - 11$ là số nguyên lẻ với mọi $a \in \mathbb{Z}$ nên d không có điểm nào có tọa độ là số nguyên chẵn.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 36. Cho các đường thẳng $d_1: x + 2y - 3 = 0$, $d_2: 3x - 4y + 1 = 0$, $\Delta: x + 3y - 10 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của d_1 , d_2 và song song với đường thẳng Δ .

- (A) $x + y - 4 = 0$. (B) $x + 3y + 4 = 0$. (C) $x + y + 4 = 0$. (D) $x + 3y - 4 = 0$.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của d_1 , d_2 . Tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y - 3 = 0 \\ 3x - 4y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow I(1; 1)$.

Phương trình của d có dạng: $x + 3y + c = 0$ (do d song song Δ).

Vì $I(1; 1) \in d$ nên $1 + 3 + c = 0 \Leftrightarrow c = -4$. Vậy phương trình đường thẳng (d): $x + 3y - 4 = 0$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hai đường thẳng $d: m^2x - 6y + m + 6 = 0$ và $d': 3x - 2y + 1 = 0$ song song với nhau.

- (A) $m \in \emptyset$. (B) $m = -3$. (C) $\begin{cases} m = -3 \\ m = 3 \end{cases}$. (D) $m = 3$.

Lời giải.

Để hai đường thẳng song song với nhau khi

$$\frac{m^2}{3} = \frac{-6}{-2} \neq \frac{m+6}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 9 \\ m^2 - 3m - 18 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -3 \\ m \neq 6 \\ m \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 38. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB và CD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $\cos \alpha = |\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})|$. (B) $\cos \alpha = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.
(C) $\cos \alpha = |\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})|$. (D) $\cos \alpha = -|\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})|$.

Lời giải.

Quy ước góc 2 đường thẳng: $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \Rightarrow 0 \leq \cos \alpha \leq 1$.

Do đó: $\cos \alpha = |\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})|$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 39. Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $mx + y - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $x + y = 0$ một góc 60° . Tổng $m_1 + m_2$ bằng

- (A) -3 . (B) 3 . (C) 4 . (D) -4 .

Lời giải.

Đường thẳng $mx + y - 3 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (m; 1)$.

Đường thẳng $x + y = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; 1)$.

Hai đường thẳng hợp với nhau một góc 60° nên có

$$\cos 60^\circ = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|m+1|}{\sqrt{m^2+1} \cdot \sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2+1} = \sqrt{2} \cdot |m+1|$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 1 = 0.$$

Phương trình có hai nghiệm, theo hệ thức Vi-ét $m_1 + m_2 = -4$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 40. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng $d_1: x + 2y - 7 = 0$, $d_2: 2x - 4y + 9 = 0$.

(A) $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

(B) $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

(C) $\frac{1}{5}$.

(D) $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 là $\vec{n}_1 = (1; 2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d_2 là $\vec{n}_2 = (2; -4)$.

$$\cos(d_1, d_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot (-4)|}{\sqrt{1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-4)^2}} = \frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 41. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - \sqrt{3}y + 2019 = 0$ và $d_2: y + 2020 = 0$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng

(A) 60° .

(B) 120° .

(C) 30° .

(D) 45° .

Lời giải.

Ta có: d_1 có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; -\sqrt{3})$; d_2 có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (0; 1)$.

$$\text{Khi đó, } \cos(d_1, d_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 \cdot 0 + (-\sqrt{3}) \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{0^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $(d_1, d_2) = 30^\circ$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 42. Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - 4y - 1 = 0$; $d_2: x - \frac{1}{3}y + 4 = 0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 là

(A) $\frac{\pi}{4}$.

(B) $\frac{\pi}{2}$.

(C) $-\frac{3\pi}{4}$.

(D) $-\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Đường thẳng $d_1: 2x - 4y - 3 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; -4)$.

Đường thẳng $d_2: 3x - y + 17 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (3; -1)$.

Gọi φ là góc giữa d_1 và d_2 .

$$\text{Vậy } \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 43. Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 10x + 5y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t. \end{cases}$

(A) $\frac{3}{10}$.

(B) $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

(C) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

(D) $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

véc-tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1 = (2; 1)$, $\vec{n}_2 = (1; 1)$.

$$\text{Vậy } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 44. Tính góc giữa hai đường thẳng $3x + y - 1 = 0$ và $4x - 2y - 3 = 0$.

(A) 30° .

(B) 60° .

(C) 90° .

(D) 45° .

Lời giải.

Đường thẳng $3x + y - 1 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (3; 1)$.

Đường thẳng $4x - 2y - 4 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (4; -2)$.

$$\text{Vậy } \cos(d_1, d_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d_1, d_2) = 45^\circ.$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 45. Cho Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - 2y + 5 = 0$ và $d_2: x + 3y - 7 = 0$. Số đo góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng

A 135° .B 45° .C 60° .D 90° .☞ **Lời giải.**

$d_1: x - 2y + 5 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{d_1} = (1; -2)$ và $d_2: x + 3y - 7 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{d_2} = (1; 3)$.
Gọi α là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 .

Khi đó $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_{d_1} \cdot \vec{n}_{d_2}|}{|\vec{n}_{d_1}| \cdot |\vec{n}_{d_2}|} = \frac{|1 \cdot 1 - 2 \cdot 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ nên $\alpha = 45^\circ$.

Chọn đáp án B

CÂU 46. Trong mặt phẳng Oxy , cho $(d_1): 2x - y + 5 = 0$; $(d_2): x + y - 3 = 0$ cắt nhau tại I . Phương trình đường thẳng qua $M(-2; 0)$ cắt $(d_1), (d_2)$ lần lượt tại A và B sao cho $\triangle IAB$ cân tại A có dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính $T = a - 5b$.

A $T = -1$.B $T = 9$.C $T = -9$.D $T = 11$.☞ **Lời giải.**

Do đường thẳng d đi qua $M(-2; 0)$ có dạng $ax + by + 2 = 0$ nên $-2a + 2 = 0 \Rightarrow a = 1$.

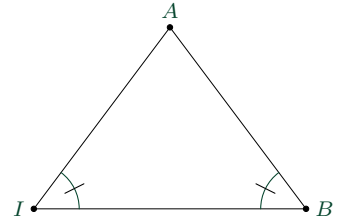
Khi đó $d: x + by + 2 = 0$. Do d cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A, B tại thành tam giác IAB cân tại A nên

$$\cos \widehat{AIB} = \cos \widehat{ABI} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{|1 + b|}{\sqrt{1 + b^2}} \Leftrightarrow 4b^2 + 10b + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{1}{2} \\ b = -2 \end{cases}$$

Với $b = -\frac{1}{2}$ thì $d: x - \frac{1}{2}y + 2 = 0$ khi đó $d \parallel d_1$.

Với $b = -2$ thì $d: x - 2y + 2 = 0$, ta có $T = a - 5b = 11$.

Chọn đáp án D



CÂU 47. Cho đường thẳng $d: 3x - 2y + 1 = 0$ và $M(1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và tạo với d một góc 45° .

A $\Delta_1: 2x - y = 0$ và $\Delta_2: 5x + y - 7 = 0$.B $\Delta_1: x - 5y + 9 = 0$ và $\Delta_2: 3x + y - 5 = 0$.C $\Delta_1: 3x - 2y + 1 = 0$ và $\Delta_2: 5x + y - 7 = 0$.D $\Delta_1: x - 5y + 9 = 0$ và $\Delta_2: 5x + y - 7 = 0$.☞ **Lời giải.**

Đường thẳng Δ đi qua M có dạng $\Delta: a(x - 1) + b(y - 2) = 0$, $a^2 + b^2 \neq 0$ hay $ax + by - a - 2b = 0$.

Theo bài ra Δ tạo với d một góc 45° nên

$$\begin{aligned} \cos 45^\circ &= \frac{|3a + (-2b)|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \\ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} &= \frac{|3a - 2b|}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \\ \Leftrightarrow \sqrt{26(a^2 + b^2)} &= 2|3a - 2b| \\ \Leftrightarrow 5a^2 - 24ab - 5b^2 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5b \\ 5a = -b \end{cases} \end{aligned}$$

• Nếu $a = 5b$, chọn $a = 5, b = 1$ suy ra $\Delta: 5x + y - 7 = 0$.

• Nếu $5a = -b$, chọn $a = 1, b = -5$ suy ra $\Delta: x - 5y + 9 = 0$.

Chọn đáp án D

CÂU 48. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox và cách đều hai đường thẳng: $d_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $d_2: 3x - 2y + 3 = 0$

A $(\frac{1}{2}; 0)$.B $(0; \sqrt{2})$.C $(\sqrt{2}; 0)$.D $(1; 0)$.☞ **Lời giải.**

Gọi $M(m; 0)$. Theo bài ra ta có $d(M, d_1) = d(M, d_2) \Leftrightarrow |3m - 6| = |3m + 3| \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow M(\frac{1}{2}; 0)$

Chọn đáp án A

CÂU 49. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2t \end{cases}$ và điểm $M(3; 3)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng Δ là:

A $(4; 2)$.B $(1; 0)$.C $(-2; 2)$.D $(7; 4)$.☞ **Lời giải.**

Gọi H là hình chiếu của M trên Δ .

Ta có: $H \in \Delta \Rightarrow H(1 + 3t; -2t), \overrightarrow{MH} = (-2 + 3t; -3 - 2t)$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; -2)$. $\overrightarrow{MH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3(-2 + 3t) - 2(-3 - 2t) = 0 \Leftrightarrow 13t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(1; 0)$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 50. Cho đường thẳng $d: 2x + 3y + 3 = 0$ và $M(8; 2)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua d là
 (A) $(4; 8)$. (B) $(4; 8)$. (C) $(4; 8)$. (D) $(4; 8)$.

☞ **Lời giải.**

Gọi d' qua M và vuông góc với d nên $d': 3x + 2y - 28 = 0$.

Gọi $H = d \cap d' \Rightarrow H(6; 5)$.

Vì M' đối xứng với M qua d nên H là trung điểm của MM' suy ra $M'(4; 8)$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 51. Tìm điểm M nằm trên $\Delta: x + y - 1 = 0$ và cách $N(-1; 3)$ một khoảng bằng 5.

(A) $(2; -1)$. (B) $(-2; -1)$. (C) $(-2; 1)$. (D) $(2; 1)$.

☞ **Lời giải.**

$$M \in \Delta \Rightarrow M(t; 1-t): MN = 5: (-1-t)^2 + (2+t)^2 = 25 \Leftrightarrow 2t^2 + 6t - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow M(2; -1) \\ t = -5 \Rightarrow M(-5; 6) \end{cases}$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 52. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3; 0), B(0; -4)$, tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích ΔMAB bằng 6

(A) $(0; 1)$. (B) $(0; 0)$ và $(0; -8)$. (C) $(1; 0)$. (D) $(0; 8)$.

☞ **Lời giải.**

Ta có $\overrightarrow{AB}(-3; -4) \Rightarrow AB = 5$.

Đường thẳng AB đi qua $A(3; 0), B(0; -4)$ nên có phương trình $4x - 3y - 12 = 0$.

$$M \text{ thuộc } Oy \text{ nên } M(0; m); d(M, AB) = \frac{|3m + 12|}{5} S_{\Delta MAB} = 6 \Leftrightarrow |3m + 12| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -8 \end{cases}$$

Vậy tọa độ của M là $(0; 0)$ và $(0; -8)$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 53. Cho $A(2; 2), B(5; 1)$ và đường thẳng $\Delta: x + 2y + 8 = 0$. Điểm $C \in \Delta$. C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17. Tọa độ của C là

(A) $(10; 12)$. (B) $(12; 10)$. (C) $(8; 8)$. (D) $(10; 8)$.

☞ **Lời giải.**

Phương trình đường thẳng $AB: x + 3y - 8 = 0$. Điểm $C \in \Delta \Rightarrow C(2t - 8; t)$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC: \frac{1}{2} AB \cdot d(C; AB) = 17 \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{10} \cdot \frac{|5t - 16|}{\sqrt{10}} = 17 \Rightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = -\frac{18}{5} \end{cases} \Rightarrow C(12; 10)$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 54. Cho 3 đường thẳng có phương trình $\Delta_1: x + y + 3 = 0; \Delta_2: x - y - 4 = 0; \Delta_3: x - 2y = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên Δ_3 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_1 bằng 2 lần khoảng cách từ M đến Δ_2 .

(A) $M(0; 0)$. (B) $M(-22; -11)$. (C) $M_1(-22; -11), M_2(2; 1)$. (D) $M(2; 1)$.

☞ **Lời giải.**

Ta có $\Delta_3: x - 2y = 0 \Leftrightarrow x = 2y$. Cho $y = t \in \mathbb{R}$ thì $x = 2t$ ta được tọa độ điểm $M \in \Delta_3$ là $M(2t; t)$.

$$\text{Ta có } d(M, \Delta_1) = \frac{|2t + t + 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|3t + 3|}{\sqrt{2}} \text{ và } d(M, \Delta_2) = \frac{|2t - t - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|t - 4|}{\sqrt{2}}.$$

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} d(M, \Delta_1) &= 2d(M, \Delta_2) \\ \Leftrightarrow \frac{|3t + 3|}{\sqrt{2}} &= 2 \cdot \frac{|t - 4|}{\sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow |3t + 3| &= 2|t - 4| \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3t + 3 = 2(t - 4) \\ 3t + 3 = -2(t - 4) \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3t + 3 = 2t - 8 \\ 3t + 3 = -2t + 8 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t = -11 \\ t = 1 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} M(-22; -11) \\ M(2; 1) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy có hai điểm M thỏa mãn là $M_1(-22; -11)$, $M_2(2; 1)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 55. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2; 1)$, $B(9; 6)$. Điểm $M(a; b)$ nằm trên Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.

(A) $a + b = -9$.

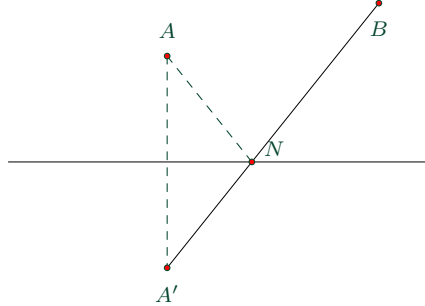
(B) $a + b = 9$.

(C) $a + b = -7$.

(D) $a + b = 7$.

Lời giải.

Vì $(2 - 1 + 1) \cdot (9 - 6 + 1) > 0$ nên hai điểm A, B nằm cùng phía so với đường thẳng Δ .



Gọi A' là điểm đối xứng với A qua Δ , H, I lần lượt là giao điểm của AA', BA' với Δ .

Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M trùng I .

Phương trình đường thẳng AA' đi qua A và vuông góc với Δ là $x + y - 3 = 0$.

Toạ độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ hay $H(1; 2)$.

Vì H là trung điểm AA' nên toạ độ điểm A' là $A'(0; 3)$.

Phương trình đường thẳng $A'B$ đi qua $A'(0; 3)$ và $B(9; 6)$ là $x - 3y + 9 = 0$.

Toạ độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - 3y + 9 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ hay $I(3; 4)$.

Vậy $a = 3, b = 4$ nên $a + b = 7$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 56. Cho đường thẳng $d: x - 2y - 2 = 0$ và hai điểm $A(0; 1)$, $B(3; 4)$. $M(a; b)$ thuộc đường thẳng d sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $a + b$ bằng

(A) $a + b = 3$.

(B) $a + b = \frac{3}{5}$.

(C) $a + b = \frac{19}{5}$.

(D) $a + b = \frac{13}{5}$.

Lời giải.

$M \in d \Rightarrow M(2t + 2; t)$, $\overrightarrow{MA} = (-2t - 2; 1 - t)$, $\overrightarrow{MB} = (1 - 2t; 4 - t)$.

Do đó $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = (-6t; -3t + 9)$.

Suy ra $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = \sqrt{(-6t)^2 + (-3t + 9)^2} = \sqrt{45\left(t - \frac{3}{5}\right)^2 + \frac{314}{5}} \geq \sqrt{\frac{314}{5}}$.

$|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất khi $t = \frac{3}{5}$, do đó $M\left(\frac{16}{5}; \frac{3}{5}\right)$. Vậy $a + b = \frac{19}{5}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 57. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1; 2)$, $B(4; 3)$. Điểm $M(a; b)$, $(a^2 + b^2 \neq 0)$ sao cho $\widehat{MAB} = 135^\circ$ và khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng $\frac{\sqrt{10}}{2}$. Khi đó $a + 2b$ bằng

(A) 2.

(B) 5.

(C) 1.

(D) 6.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-1}{4-1} = \frac{y-2}{3-2} \Leftrightarrow x-1 = 3(y-2) \Leftrightarrow x-3y+5=0$.

Gọi $M(x; y)$.

Khi đó, $d(M, AB) = \frac{\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow \frac{|x-3y+5|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow |x-3y+5| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y=0 & (1) \\ x-3y=-10 & (2) \end{cases}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 1)$, $\overrightarrow{AM} = (x-1; y-2)$

và $\cos \widehat{MAB} = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AM}|} \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3(x-1) + y-2}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2}} \Leftrightarrow \sqrt{5} \cdot \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} =$

$-3x - y + 5. (3)$

Từ (1) ta có $x = 3y$ và thay vào (3) ta được phương trình

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{10y^2 - 10y + 5} = -10y + 5 \Leftrightarrow \begin{cases} -10y + 5 \geq 0 \\ 5(10y^2 - 10y + 5) = 100y^2 - 100y + 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq \frac{1}{2} \\ 10y^2 - 10y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq \frac{1}{2} \\ y = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow y = 0.$$

Như thế ta tìm được điểm $M(0; 0)$.

Từ (2) ta có $x = 3y - 10$ và thay vào (3) ta được phương trình

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{10y^2 - 70y + 125} = -10y + 35 \Leftrightarrow \begin{cases} -10y + 35 \geq 0 \\ 5(10y^2 - 70y + 125) = 25(4y^2 - 28y + 49) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq \frac{7}{2} \\ 2y^2 - 14y + 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq \frac{7}{2} \\ y = 4 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow y = 3.$$

Như thế ta tìm được $M(-1; 3)$.

Vậy $M(0; 0)$ hoặc $M(-1; 3)$.

Chọn đáp án (B)

□

Bài 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ☑ Phương trình của đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$, bán kính R là

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2.$$

- ☑ Với các hằng số a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 - c > 0$, phương trình

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

là phương trình của một đường tròn có tâm $I(a; b)$ và có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

- ☑ Cho đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$, bán kính R . Phương trình tiếp tuyến Δ của (C) tại $M_0(x_0; y_0)$ là $(a - x_0) \cdot (x - x_0) + (b - y_0) \cdot (y - y_0) = 0$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 8. Xác định tâm và bán kính đường tròn

- ☑ Nếu phương trình đường tròn có dạng $(C): (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ thì (C) có tâm là $I(a; b)$ và bán kính bằng R .

- ☑ Nếu phương trình đường tròn có dạng $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ thì tâm I được xác định $\begin{cases} -2a = \dots \\ -2b = \dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dots \\ b = \dots \end{cases} \Rightarrow I(a; b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

- ⚠ ☑ Phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$.
☑ Điều kiện đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (I, R) là $d(I, \Delta) = R$.

1. Ví dụ

VÍ DỤ 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn đó.

- a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.
b) $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$.
c) $16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y = 11$.
d) $7x^2 + 7y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$.

💬 **Lời giải.**

- a) Ta có $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = (-1)^2 + (-1)^2 + 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$.
Suy ra tâm $I(1; 1)$ và bán kính $R = 2$.

b) Ta có

$$x^2 + y^2 + 2x - 8y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 1^2 + 4^2 - 1 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 16.$$

Suy ra tâm $I(-1; 4)$ và bán kính $R = 4$.

c) Ta có

$$16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y = 11 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + x - \frac{1}{2}y = \frac{11}{16} \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{4}\right)^2 = 1.$$

Suy ra tâm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và bán kính $R = 1$.

d) Ta có

$$7x^2 + 7y^2 - 4x + 6y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - \frac{4}{7}x + \frac{6}{7}y - \frac{1}{7} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{2}{7}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{7}\right)^2 = \frac{20}{49}.$$

Suy ra tâm $I\left(\frac{2}{7}; -\frac{3}{7}\right)$ và bán kính $R = \frac{2\sqrt{5}}{7}$.

□

VÍ DỤ 2. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$.**Lời giải.**Đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$ có tâm $I(2; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

□

VÍ DỤ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 7 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính của đường tròn (C) .**Lời giải.**Đường tròn (C) có tâm $I(-2; 1)$ và có bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 7} = 2\sqrt{3}$.

□

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$. Trong các điểm $M(-1; 3), N(4; -1), P(2; 1), Q(3; -2)$, điểm nào thuộc (C) ?**Lời giải.**Thay tọa độ các điểm vào phương trình của (C) thì chỉ có điểm N thỏa mãn phương trình đường tròn. Vậy điểm $N \in (C)$.

□

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Tìm tâm và bán kính của đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) $(x - 2)^2 + (y - 8)^2 = 49$;

b) $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 23$.

Lời giải.a) Từ phương trình đường tròn ta có tâm $I(2; 8)$, bán kính $R = 7$.b) Từ phương trình đường tròn ta có tâm $I(-3; 4)$, bán kính $R = \sqrt{23}$.

□

BÀI 2. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn? Khi đó hãy tìm tâm và bán kính của nó.

a) $x^2 + 2y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$;

b) $x^2 + y^2 - 4x + 3y + 2xy = 0$;

c) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 26 = 0$;

d) $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 13 = 0$;

e) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải.a) Phương trình đã cho không là phương trình của đường tròn (hệ số của x^2 và y^2 không bằng nhau).b) Phương trình đã cho không là phương trình của đường tròn (trong phương trình của đường tròn không có thành phần tích $x \cdot y$).c) Phương trình đã cho có các hệ số $a = 4, b = 3, c = 26$, suy ra $a^2 + b^2 - c = 3^2 + 4^2 - 26 = -1 < 0$, do đó nó không là phương trình của đường tròn.d) Phương trình đã cho có các hệ số $a = -3, b = 2, c = 13$, suy ra $a^2 + b^2 - c = (-3)^2 + 2^2 - 13 = 0$, do đó nó không là phương trình của đường tròn.e) Phương trình đã cho có các hệ số $a = 2, b = -1, c = 1$ thỏa mãn $a^2 + b^2 - c = 2^2 + (-1)^2 - 1 = 4 > 0$, nên là phương trình của đường tròn có tâm $I(2; -1)$ và có bán kính $R = \sqrt{4} = 2$.

BÀI 3. Tìm m để các phương trình sau là phương trình đường tròn.

a) $x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$.

b) $x^2 + y^2 - 2(m-3)x + 4my - m^2 + 5m + 4 = 0$.

Lời giải.

a) Phương trình $x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$ là phương trình đường tròn khi và chỉ khi

$$4m^2 + m^2 - (2m + 3) > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{3}{5} \\ m > 1. \end{cases}$$

Vậy tập hợp các giá trị m cần tìm là $\left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty)$.

b) Phương trình $x^2 + y^2 - 2(m-3)x + 4my - m^2 + 5m + 4 = 0$ là phương trình đường tròn khi và chỉ khi

$$(m-3)^2 + 4m^2 + m^2 - 5m - 4 > 0 \Leftrightarrow 6m^2 - 11m + 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{5}{6} \\ m > 1. \end{cases}$$

Vậy tập hợp các giá trị m cần tìm là $m \in \left(-\infty; \frac{5}{6}\right) \cup (1; +\infty)$.

Dạng 9. Viết phương trình đường tròn

Phương pháp: Để viết phương trình đường tròn ta thường đi theo một trong hai hướng

- ✔ Tìm tâm $I(a; b)$ và bán kính R . Khi đó phương trình đường tròn là $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.
- ✔ Gọi phương trình của đường tròn là $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$.
Từ điều kiện của đề bài đưa đến hệ phương trình với ẩn số a, b, c .
Giải hệ phương trình tìm a, b, c , từ đó ta có phương trình đường tròn.

VÍ DỤ 1. Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn (C) tâm $I(-2; 5)$ bán kính $R = 7$. Viết phương trình đường tròn (C) .

Lời giải.

Phương trình đường tròn (C) tâm $I(-2; 5)$ bán kính $R = 7$ là $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 49$.

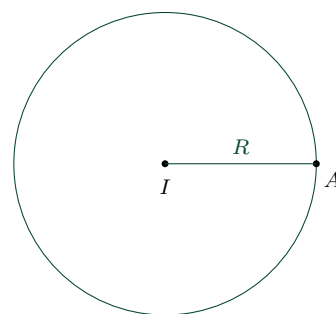
VÍ DỤ 2. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và đi qua $A(-2; 2)$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có

- ✔ Tâm là điểm $I(1; -2)$.
- ✔ Bán kính $R = IA = \sqrt{(-2-1)^2 + (2+2)^2} = 5$.

Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.



VÍ DỤ 3. Viết phương trình đường tròn (C) có đường kính AB , với $A(-1; -3)$, $B(-3; 5)$.

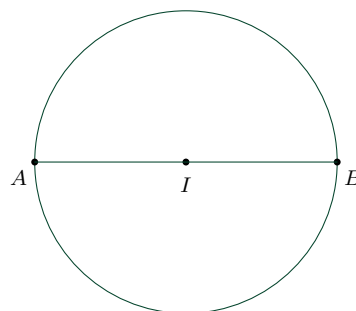
Lời giải.

Trung điểm của AB là $I(-2; 1)$ và đường kính $AB = \sqrt{(-3+1)^2 + (5+3)^2} = 2\sqrt{27}$.

Đường tròn (C) có

- ✔ Tâm là điểm $I(-2; 1)$.
- ✔ Bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{27}}{2} = \sqrt{27}$.

Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 27$.





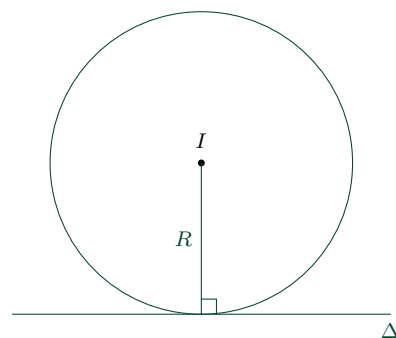
VÍ DỤ 4. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x + 2y + 3 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) tâm $I(1; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x + 2y + 3 = 0$ nên có bán kính

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|1 + 2 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}.$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 20$.



VÍ DỤ 5. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và tiếp xúc với trục Ox .

Lời giải.

Nhắc lại: Trục $Ox: y = 0$.

Đường tròn (C) tâm $I(1; -2)$ và tiếp xúc với trục $Ox: y = 0$ nên có bán kính

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|-2|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = 2.$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$.



VÍ DỤ 6. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng $y = x$ và đi qua hai điểm $A(3; 0)$, $B(4; 3)$.

Lời giải.

Gọi I là tâm đường tròn. Vì I thuộc đường thẳng $y = x$ nên $I(a; a)$. Ta có

$$\begin{aligned} AI = BI &\Leftrightarrow AI^2 = BI^2 \\ &\Leftrightarrow (a - 3)^2 + a^2 = (a - 4)^2 + (a - 3)^2 \\ &\Leftrightarrow a^2 - 6a + 9 + a^2 = a^2 - 8a + 16 + a^2 - 6a + 9 \\ &\Leftrightarrow a = 2. \end{aligned}$$

Vậy $I(2; 2)$ và bán kính $R = AI = \sqrt{(3 - 2)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Phương trình đường tròn cần lập là $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 5$.



VÍ DỤ 7. Lập phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(-1; 1)$, $B(0; -2)$, $C(0; 2)$.

Lời giải.

Cách 1:

Gọi tâm đường tròn (C) là điểm $I(a; b)$.

Ta có $IA = IB = IC \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 = IC^2$.

Vì $IA^2 = IB^2$, $IB^2 = IC^2$ nên

$$\begin{aligned} &\begin{cases} (-1 - a)^2 + (1 - b)^2 = (0 - a)^2 + (-2 - b)^2 \\ (0 - a)^2 + (-2 - b)^2 = (0 - a)^2 + (2 - b)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + 2a - 2b + 2 = a^2 + b^2 + 4b + 4 \\ a^2 + b^2 + 4b + 4 = a^2 + b^2 - 4b + 4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b = 1 \\ b = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Đường tròn tâm $I(1; 0)$ bán kính $R = IC = \sqrt{(0 - 1)^2 + (2 - 0)^2} = \sqrt{5}$.

Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x - 1)^2 + y^2 = 5$.

Cách 2:

Phương trình của đường tròn (C) có dạng là $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Ta có

$$\begin{cases} A(-1; 1) \in (C) \\ B(0; -2) \in (C) \\ C(0; 2) \in (C) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^2 + 1^2 - 2a \cdot (-1) - 2b \cdot 1 + c = 0 \\ 0^2 + (-2)^2 - 2a \cdot 0 - 2b \cdot (-2) + c = 0 \\ 0^2 + 2^2 - 2a \cdot 0 - 2b \cdot 2 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b + c = -2 \\ 4b + c = -4 \\ -4b + c = -4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -4. \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là $x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0$. □

1. Bài tập tự luyện

BÀI 1. Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- (C) có tâm $I(1; 3)$ và bán kính $R = 2$.
- (C) có tâm $I(3; 5)$ và qua điểm $A(7; 2)$.
- (C) có đường kính AB với $A(1; 1)$, $B(7; 5)$.

Lời giải.

a) Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; 3)$ và bán kính $R = 2$ là $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

b) Đường tròn (C) có

☑ Tâm là điểm $I(3; 5)$.

☑ Bán kính $R = IA = \sqrt{(7 - 3)^2 + (2 - 5)^2} = 5$.

Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$.

c) Trung điểm của AB là $I(4; 3)$ và đường kính $AB = \sqrt{(7 - 1)^2 + (5 - 3)^2} = 2\sqrt{10}$.
Đường tròn (C) có

☑ Tâm là điểm $I(4; 3)$.

☑ Bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$.

Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 10$. □

BÀI 2. Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

- (C) có tâm $I(2; -1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 20 = 0$.
- (C) qua hai điểm $A(2; 3)$, $B(-2; 1)$ và có tâm nằm trên trục hoành.

Lời giải.

a) Đường tròn (C) tâm $I(2; -1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 20 = 0$ nên có bán kính

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot (-1) - 20|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2.$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$.

b) Gọi $I(a; b)$ là tâm đường tròn (C) . Vì I nằm trên trục hoành nên $I(a, 0)$. Ta có

$$\begin{aligned} AI = BI &\Leftrightarrow AI^2 = BI^2 \\ &\Leftrightarrow (a - 2)^2 + (0 - 3)^2 = (a + 2)^2 + (0 - 1)^2 \\ &\Leftrightarrow a^2 - 4a + 4 + 9 = a^2 + 4a + 4 + 1 \\ &\Leftrightarrow a = 1. \end{aligned}$$

Vậy (C) có tâm $I(1; 0)$ và bán kính $R = AI = \sqrt{(1 - 2)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{10}$ nên có phương trình $(x - 1)^2 + y^2 = 10$. □

BÀI 3. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: x + y - 1 = 0$ và đi qua hai điểm $A(6; 2)$, $B(-1; 3)$.

Lời giải.

Gọi $I(a; b)$ là tâm đường tròn (C). Vì I đường thẳng $\Delta: x + y - 1 = 0$ nên $a + b - 1 = 0$ hay $b = -a + 1$, do đó $I(a; -a + 1)$. Ta có

$$\begin{aligned} AI = BI &\Leftrightarrow AI^2 = BI^2 \\ &\Leftrightarrow (a - 6)^2 + (-a + 1 - 2)^2 = (a + 1)^2 + (-a + 1 - 3)^2 \\ &\Leftrightarrow a^2 - 12a + 36 + a^2 + 2a + 1 = a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 \\ &\Leftrightarrow a = 2. \end{aligned}$$

Vậy (C) có tâm $I(2; -1)$ và bán kính $R = AI = \sqrt{(2 - 6)^2 + (-1 - 2)^2} = 5$ nên có phương trình $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$.

□

BÀI 4. Lập phương trình đường tròn (C) đi qua ba điểm

a) $A(2; 6)$, $B(-6; 2)$, $C(-1; -3)$.

b) $A(1; 2)$, $B(5; 2)$, $C(1; -3)$.

Lời giải.

a) Gọi tâm đường tròn (C) là điểm $I(a; b)$.

Ta có $AI = IB = CI \Leftrightarrow AI^2 = BI^2 = CI^2$.

Vì $AI^2 = BI^2$, $BI^2 = CI^2$ nên

$$\begin{aligned} &\begin{cases} (a - 2)^2 + (b - 6)^2 = (a + 6)^2 + (b - 2)^2 \\ (a + 6)^2 + (b - 2)^2 = (a + 1)^2 + (b + 3)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 4a - 12b + 40 = a^2 + b^2 + 12a - 4b + 40 \\ a^2 + b^2 + 12a - 4b + 40 = a^2 + b^2 + 2a + 6b + 10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a - b = -3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Đường tròn tâm $I(-1; 2)$ bán kính $R = AI = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (2 - 6)^2} = 5$.

Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$.

b) Gọi tâm đường tròn (C) là điểm $I(a; b)$.

Ta có $AI = IB = CI \Leftrightarrow AI^2 = BI^2 = CI^2$.

Vì $AI^2 = BI^2$, $BI^2 = CI^2$ nên

$$\begin{aligned} &\begin{cases} (a - 1)^2 + (b - 2)^2 = (a - 5)^2 + (b - 2)^2 \\ (a - 5)^2 + (b - 2)^2 = (a - 1)^2 + (b + 3)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 2a - 4b + 5 = a^2 + b^2 - 10a - 4b + 29 \\ a^2 + b^2 - 10a - 4b + 29 = a^2 + b^2 - 2a + 6b + 10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ 8a + 10b = 19 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -\frac{1}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Đường tròn tâm $I\left(3; -\frac{1}{2}\right)$ bán kính $R = AI = \sqrt{(3 - 1)^2 + \left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2} = \frac{\sqrt{41}}{2}$.

Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x - 3)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{41}{4}$.

□

BÀI 5. Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau

a) (C) có tâm $I(2; -5)$ và tiếp xúc với Ox .

b) (C) có tâm $I(1; 3)$ và tiếp xúc với Oy .

- c) (C) tiếp xúc cả hai trục tọa độ và có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta: 4x - 2y - 8 = 0$.
- d) (C) tiếp xúc cả hai trục tọa độ và qua $M(2; 1)$.
- e) (C) qua $A(9; 9)$ và tiếp xúc với trục Ox tại $M(6; 0)$.
- f) (C) tiếp xúc với trục Ox tại $A(2; 0)$ và khoảng cách từ tâm của (C) đến $B(6; 4)$ bằng 5.

Lời giải.

- a) Vì (C) có tâm $I(2; -5)$ và tiếp xúc với Ox nên bán kính $R = |-5| = 5$.
Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 25$.

- b) Vì (C) có tâm $I(1; 3)$ và tiếp xúc với Oy nên bán kính $R = |1| = 1$.
Vậy phương trình đường tròn (C) là $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 1$.

- c) Gọi tâm đường tròn (C) là điểm $I(a; b)$.

Vì (C) tiếp xúc cả hai trục tọa độ nên $R = |a| = |b|$.

TH 1: Nếu $a = b$ thì $I(a; a)$.

Vì $I(a; a) \in \Delta: 4x - 2y - 8 = 0$ nên $4a - 2a - 8 = 0 \Rightarrow a = 4$.

Do đó $I(4; 4)$ và $R = |a| = 4$.

Suy ra phương trình đường tròn (C) là $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$.

TH 2: Nếu $a = -b$ thì $I(a; -a)$.

Vì $I(a; -a) \in \Delta: 4x - 2y - 8 = 0$ nên $4a - 2 \cdot (-a) - 8 = 0 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$.

Do đó $I\left(\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ và $R = \left|\frac{4}{3}\right| = \frac{4}{3}$.

Suy ra phương trình đường tròn (C) là $\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$.

- d) Gọi tâm đường tròn (C) là điểm $I(a; b)$.

Vì (C) tiếp xúc cả hai trục tọa độ nên $R = |a| = |b|$.

TH 1: Nếu $a = b$ thì $I(a; a)$.

Vì (C) qua $M(2; 1)$ nên bán kính $R = MI$ hay $R^2 = MI^2$ do đó

$$a^2 = (a - 2)^2 + (a - 1)^2 \Leftrightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 5. \end{cases}$$

- ✓ Với $a = 1$, khi đó $I(1; 1)$ và bán kính $R = 1$.

Suy ra phương trình đường tròn (C_1) là $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$.

- ✓ Với $a = 5$, khi đó $I(5; 5)$ và bán kính $R = 5$.

Suy ra phương trình đường tròn (C_2) là $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25$.

TH 2: Nếu $a = -b$ thì $I(a; -a)$.

Vì (C) qua $M(2; 1)$ nên bán kính $R = MI$ hay $R^2 = MI^2$ do đó

$$a^2 = (a - 2)^2 + (-a - 1)^2 \Leftrightarrow a^2 - 2a + 5 = 0 \Leftrightarrow (a - 1)^2 + 4 = 0 \text{ (vô lý)}.$$

- e) Gọi tâm đường tròn (C) là điểm $I(a; b)$.

Vì (C) tiếp xúc với Ox tại $M(6; 0)$ nên $a = 6$ hay $I(6; b)$.

Mặt khác, A, M cùng thuộc đường tròn nên

$$AI^2 = BI^2 \Leftrightarrow (6 - 6)^2 + (b - 0)^2 = (6 - 9)^2 + (b - 9)^2 \Leftrightarrow b = 5.$$

Vậy đường tròn (C) tâm $I(6; 5)$ và bán kính $R = |b| = 5$ có phương trình là $(x - 6)^2 + (y - 5)^2 = 25$.

- f) Gọi tâm đường tròn (C) là điểm $I(a; b)$.

Vì (C) tiếp xúc với Ox tại $A(2; 0)$ nên $a = 2$ hay $I(2; b)$.

Mặt khác, khoảng cách từ tâm của (C) đến $B(6; 4)$ bằng 5 nên $BI = 5$ hay

$$BI^2 = 25 \Leftrightarrow (6 - 2)^2 + (b - 4)^2 = 25 \Leftrightarrow b^2 - 8b - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \\ b = 9. \end{cases}$$

- ✓ Với $b = -1$, khi đó $I(2; -1)$ và bán kính $R = |b| = 1$.

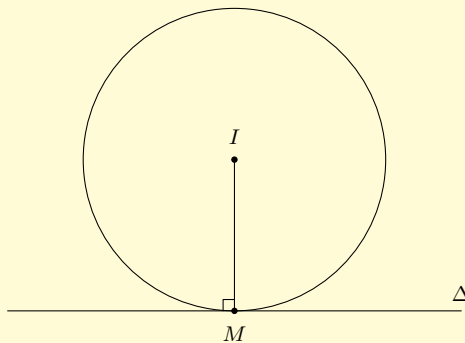
Suy ra phương trình đường tròn (C_1) là $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$.

- ✓ Với $b = 9$, khi đó $I(2; 9)$ và bán kính $R = |b| = 9$.

Suy ra phương trình đường tròn (C_1) là $(x - 2)^2 + (y - 9)^2 = 81$.

Dạng 10. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

- a) Cho điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đường tròn $(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ (tâm $I(a; b)$, bán kính R). Khi đó, tiếp tuyến Δ của (C) tại $M(x_0; y_0)$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{MI} = (a - x_0; b - y_0)$ và phương trình $\Delta: (a - x_0)(x - x_0) + (b - y_0)(y - y_0) = 0$.



- b) Lập phương trình tiếp tuyến Δ với đường tròn (C) , khi biết Δ đi qua một điểm không thuộc đường tròn (C) . Khi đó ta sử dụng điều kiện đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi $d(I, \Delta) = R$.

VÍ DỤ 1. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 11 = 0$. Tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(4; -1)$ thuộc (C) có phương trình là

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 1)$. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại $M(4; -1)$ là

$$(4 - 1)(x - 4) + (-1 - 1)(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - 14 = 0.$$

□

VÍ DỤ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(\mathcal{C}): x^2 + y^2 - 3x - y = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của (\mathcal{C}) tại $M(1; -1)$ thuộc (\mathcal{C}) .

Lời giải.

Đường tròn (\mathcal{C}) có tâm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và bán kính $R = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

Tiếp tuyến của đường tròn (\mathcal{C}) tại $M(1; -1)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM} = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ hay $\vec{n} = (1; 3)$.

Phương trình tiếp tuyến của (\mathcal{C}) tại $M(1; -1)$ là

$$1(x - 1) + 3(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 2 = 0.$$

□

VÍ DỤ 3. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$. Từ $O(0; 0)$ kẻ được bao nhiêu đường thẳng tiếp xúc với (C) ?

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(-2; 1)$ và bán kính $R = 1$.

Ta có $IO = \sqrt{(0+2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5} > R \Rightarrow$ Điểm O nằm ngoài đường tròn (C) .

Vậy từ O kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với (C) .

□

VÍ DỤ 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - y - 5 = 0$ và hai điểm $A(1; 2)$ và $B(4; 1)$.

- a) Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng d và đi qua hai điểm A, B .

- b) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d': x + y + 2019 = 0$.

Lời giải.

- a) Gọi K là tâm của đường tròn (C) , vì $K \in d \Rightarrow K(a; 2a - 5)$.

$$\text{Ta có } KA = KB \Rightarrow (a - 1)^2 + (2a - 7)^2 = (a - 4)^2 + (2a - 6)^2$$

$$\Leftrightarrow a = 1. \text{ Vậy } K(1; -3) \text{ và } R = KA = 5.$$

$$\text{Phương trình đường tròn } (C): (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25.$$

- b) Do tiếp tuyến của (C) vuông góc với d' nên phương trình tiếp tuyến có dạng: $\Delta: x - y + m = 0$.

$$\text{Khi đó } d(K; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|1 + 3 + m|}{\sqrt{2}} = 5 \Leftrightarrow |m + 4| = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow m = -4 \pm 5\sqrt{2}.$$

$$\text{Các phương trình tiếp tuyến cần tìm là } x - y - 4 \pm 5\sqrt{2} = 0$$

VÍ DỤ 5. Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $O(0;0)$ và bán kính $R = 3$.

Đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d(O, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3 \Leftrightarrow |m| = 15 \Leftrightarrow m = \pm 15.$$

VÍ DỤ 6. Viết phương trình tiếp tuyến (Δ) của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 8$ biết tiếp tuyến đi qua điểm $M(3; -2)$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{8}$.

Ta có $IM = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-2)^2} = 2\sqrt{5}$.

Gọi phương trình tiếp tuyến (Δ) của (C) và đi qua $M(3; -2)$ là $a(x-3) + b(y+2) = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$).

Ta có $d(I, \Delta) = \frac{|a(1-3) + b(2+2)|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{8} \Leftrightarrow \frac{|-2a + 4b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{8}$.

Phương trình trên tương đương với

$$\begin{aligned} &|-2a + 4b| = \sqrt{8a^2 + 8b^2} \\ &\Leftrightarrow (2a - 4b)^2 = 8a^2 + 8b^2 \\ &\Leftrightarrow 8b^2 - 16ab - 4a^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2b^2 - 4ab - a^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{2 + \sqrt{6}}{2}a \\ b = \frac{2 - \sqrt{6}}{2}a. \end{cases} \end{aligned}$$

☑ Nếu $b = \frac{2 + \sqrt{6}}{2}a$ thì ta chọn $a = 2 \Rightarrow b = 2 + \sqrt{6}$.

Khi đó phương trình của tiếp tuyến (Δ) là:

$$2(x-3) + (2 + \sqrt{6})(y+2) = 0 \text{ hay } 2x + (2 + \sqrt{6})y + 2\sqrt{6} - 2 = 0.$$

☑ Nếu $b = \frac{2 - \sqrt{6}}{2}a$ thì ta chọn $a = 2 \Rightarrow b = 2 - \sqrt{6}$.

Khi đó phương trình của tiếp tuyến (Δ) là:

$$2(x-3) + (2 - \sqrt{6})(y+2) = 0 \text{ hay } 2x + (2 - \sqrt{6})y - 2\sqrt{6} - 2 = 0.$$

1. Bài tập tự luyện

BÀI 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn

$$(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$$

tại điểm $M(-4; 7)$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(-1;3)$.

Tiếp tuyến tại $M(-4; 7)$ nhận véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{IM} = (-3; 4)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là $-3x + 4y - 40 = 0$.

BÀI 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn

$$(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$$

tại điểm $N(4; -1)$.

Lời giải.

Ta có đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$, tiếp tuyến Δ có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IN} = (3; -4)$.

Phương trình $\Delta: 3(x-4)^2 - 4(y+1)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y - 16 = 0$.

BÀI 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) biết Δ vuông góc với đường thẳng $d : 3x - 4y + 1 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(-2; -2)$, bán kính $R = 5$.

$\Delta \perp d$ suy ra $\Delta : 4x + 3y + c = 0$.

Ta có Δ là tiếp tuyến của đường tròn suy ra

$$d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|4(-2) + 3(-2) + c|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 5 \Leftrightarrow |-14 + c| = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 39 \\ c = -11. \end{cases}$$

Suy ra $\Delta : 4x + 3y + 39 = 0$ và $\Delta : 4x + 3y - 11 = 0$. □

BÀI 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình tiếp tuyến với $(C) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 10$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d : x + 3y - 5 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = \sqrt{10}$.

Vì tiếp tuyến Δ của (C) song song với d nên Δ có dạng $x + 3y + m = 0$ với $m \neq -5$.

Vì Δ tiếp xúc (C) nên $d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|1 + 3 \cdot (-2) + m|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow m = 15$ hoặc $m = -5$ (loại).

Vậy tiếp tuyến cần tìm có phương trình $x + 3y + 15 = 0$. □

BÀI 5. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C) : (x - 3)^2 + y^2 = 9$ biết tiếp tuyến đi qua điểm $M(3; 5)$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(3; 0)$ và bán kính $R = 3$.

Ta có $IM = \sqrt{0^2 + 5^2} = 5 > R = 3$.

Gọi tiếp tuyến (Δ) của đường tròn (C) và đi qua M là $a(x - 3) + b(y - 5) = 0$ với $a^2 + b^2 > 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} d(I, \Delta) = R &\Rightarrow \frac{|-5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \\ &\Rightarrow |5b| = 3\sqrt{a^2 + b^2} \\ &\Rightarrow b = \pm \frac{3}{4}a. \end{aligned}$$

Nếu $b = -\frac{3}{4}a$ thì ta chọn $a = 4, b = -3$. Khi đó phương trình tiếp tuyến (Δ) là $4x - 3y + 3 = 0$.

Nếu $b = \frac{3}{4}a$ thì ta chọn $a = 4, b = 3$. Khi đó phương trình tiếp tuyến (Δ) là $4x + 3y - 27 = 0$. □

BÀI 6. Cho hai đường tròn $(C_1) : x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$ và $(C_2) : x^2 + y^2 - 4x - 14y + 33 = 0$.

a) Chứng minh rằng (C_1) và (C_2) tiếp xúc với nhau.

b) Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn tại tiếp điểm.

Lời giải.

a) Đường tròn (C_1) có tâm $I(-1; 1)$ và bán kính $R_1 = \sqrt{5}$.

Đường tròn (C_2) có tâm $J(2; 7)$ và bán kính $R_2 = 2\sqrt{5}$.

Ta có $IJ = \sqrt{(2+1)^2 + (7-1)^2} = 3\sqrt{5} = R_1 + R_2$. Do đó (C_1) tiếp xúc ngoài với (C_2) .

b) Gọi M là tiếp điểm của (C_1) và (C_2) .

Khi đó ta có $\vec{IJ} = 3\vec{IM} \Rightarrow \vec{OM} = \frac{1}{3}\vec{OJ} + \frac{2}{3}\vec{OI}$.

Suy ra $M(0; 3) \Rightarrow \vec{IM} = (1; 2)$.

Phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn tại M là $x + 2(y - 3) = 0$ hay $x + 2y - 6 = 0$. □

BÀI 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 6x + 4y - 7 = 0$ và điểm $A(5; 4)$ nằm ngoài đường tròn. Gọi tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ A đến đường tròn là T_1, T_2 , với hoành độ T_1 nhỏ hơn hoành độ T_2 . Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{T_1T_2}$.

Lời giải.

Đường tròn có tâm $I(3; -2)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Gọi véc-tơ pháp tuyến của tiếp tuyến qua A là $\vec{n}(a; b), ab \neq 0$. Ta có phương trình tiếp tuyến $\Delta : ax + by - 5a - 4b = 0$.

Do d là tiếp tuyến nên

$$d(I, \Delta) = \frac{|3a - 2b - 5a - 4b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2\sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow (a + 3b)^2 = 5(a^2 + b^2) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ a = -\frac{b}{2} \end{cases}$$

Với $a = 2b$, chọn $b = 1$, ta có $a = 2$, phương trình tiếp tuyến $2x + y - 14 = 0$, suy ra toạ độ tiếp điểm $(7; 0)$.

Với $a = -\frac{b}{2}$, chọn $b = -2$, ta có $a = 1$, phương trình tiếp tuyến $x - 2y + 3 = 0$, suy ra toạ độ tiếp điểm $(1; 2)$.

Vậy các tiếp điểm là $T_1(1; 2), T_2(7; 0)$ nên $\overrightarrow{T_1T_2} = (6; -2)$. □

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Bài tập trắc nghiệm cơ bản

CÂU 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn có phương trình $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 5$. Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn trên?

- (A) $I(-3; 2), R = \sqrt{5}$. (B) $I(3; -2), R = \sqrt{5}$. (C) $I(-3; 2), R = 5$. (D) $I(3; -2), R = 5$.

☞ **Lời giải.**

Tâm $I(3; -2)$ và $R = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường tròn (C) có tọa độ tâm $I(-2; 4)$ và bán kính $R = 4$ có phương trình là

- (A) $(C): (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$. (B) $(C): (x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 16$.
(C) $(C): (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$. (D) $(C): (x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 4$.

☞ **Lời giải.**

Phương trình đường tròn cần tìm là $(C): (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 3. Phương trình nào là phương trình của đường tròn có tâm $I(3; -4)$ và đường kính bằng 4?

- (A) $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$. (B) $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$.
(C) $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$. (D) $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 16$.

☞ **Lời giải.**

Phương trình đường tròn có tâm $I(3; -4)$ và bán kính $R = 2$ là $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 4. Đường tròn tâm $I(2; 0)$ và đi qua điểm $A(-1; 7)$ có phương trình là

- (A) $(x + 2)^2 + y^2 = \sqrt{58}$. (B) $(x - 2)^2 + y^2 = \sqrt{58}$. (C) $(x + 2)^2 + y^2 = 58$. (D) $(x - 2)^2 + y^2 = 58$.

☞ **Lời giải.**

Ta có $R^2 = IA^2 = (-1 - 2)^2 + (7 - 0)^2 = 58$.

Vậy phương trình đường tròn là $(x - 2)^2 + y^2 = 58$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 5. Đường tròn đường kính AB với $A(3; -1), B(1; -5)$ có phương trình là

- (A) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$. (B) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 17$.
(C) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = \sqrt{5}$. (D) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$.

☞ **Lời giải.**

Gọi I là tâm của đường tròn. Suy ra, I là trung điểm AB nên $I(2; -3)$.

Bán kính $R = IA = \sqrt{(3 - 2)^2 + (-1 + 3)^2} = \sqrt{5}$.

Phương trình đường tròn cần tìm có dạng $(C): (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , bán kính R của đường tròn $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ là

- (A) $R = 2$. (B) $R = 4$. (C) $R = 1$. (D) $R = 3$.

☞ **Lời giải.**

Ta có $a = 1, b = -2$ và $c = 1$ nên $R = \sqrt{1^2 + 2^2 - 1} = 2$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 7. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

- (A) $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0$. (B) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$.
(C) $2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 6 = 0$. (D) $5x^2 + 4y^2 + x - 4y + 1 = 0$.

Lời giải.

- Loại đáp án $5x^2 + 4y^2 + x - 4y + 1 = 0$ vì không có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.
 - Xét đáp án $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0 \Rightarrow a = -1, b = 2, c = -9 \Rightarrow a^2 + b^2 - c < 0 \Rightarrow$ loại.
 - Xét đáp án $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0 \Rightarrow a = 3, b = -2, c = 13 \Rightarrow a^2 + b^2 - c < 0 \Rightarrow$ loại.
 - Xét đáp án $2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0 \Rightarrow a = 2, b = 1, c = -3 \Rightarrow a^2 + b^2 - c > 0$.
- Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 8. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 2y + m = 0$ là phương trình đường tròn?

- (A)** $m = 6$. **(B)** $m = 25$. **(C)** $m < 5$. **(D)** $m > 5$.

Lời giải.

Ta có $a = 2, b = -1$ và $c = m$.

Để phương trình đã cho là phương trình đường tròn thì

$$a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow 2^2 + (-1)^2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 5.$$

Vậy $m < 5$ thì phương trình đã cho là phương trình đường tròn.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 9. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A)** (C) có tâm $I(2; 0)$. **(B)** (C) có bán kính $R = 1$.
(C) (C) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt. **(D)** (C) cắt trục Oy tại hai điểm phân biệt.

Lời giải.

Ta có $a = 2, b = 0, c = 3$.

Đường tròn (C) có tâm $I(2; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{2^2 + 0^2 - 3} = 1$.

Mặt khác, $d(I, Ox) = 0 < R$ nên đường tròn (C) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 10. Cho đường cong $(C_m): x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7?

- (A)** $m = 4$. **(B)** $m = 8$. **(C)** $m = -8$. **(D)** $m = -4$.

Lời giải.

Ta có $a = 4, b = -5, c = m$. Do đó, (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7 thì

$$a^2 + b^2 - c = 7^2 \Leftrightarrow 4^2 + (-5)^2 - m = 49 \Leftrightarrow m = -8.$$

Vậy $m = -8$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 11. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0; 4), B(2; 4), C(4; 0)$?

- (A)** $I(0; 0)$. **(B)** $I(1; 0)$. **(C)** $I(3; 2)$. **(D)** $I(1; 1)$.

Lời giải.

Gọi đường tròn qua ba điểm là $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

$$\text{Vì } A, B, C \in (C) \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 8b + c = 0 \\ 20 - 4a - 8b + c = 0 \\ 16 - 8a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -8 \end{cases} \Rightarrow I(1; 1).$$

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 12. Phương trình đường tròn qua ba điểm $A(0; 4), B(2; 4), C(4; 0)$ là

- (A)** $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8 = 0$. **(B)** $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 8 = 0$.
(C) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 8 = 0$. **(D)** $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$.

Lời giải.

Gọi đường tròn qua ba điểm là $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

$$\text{Vì } A, B, C \in (C) \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 8b + c = 0 \\ 20 - 4a - 8b + c = 0 \\ 16 - 8a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -8 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 8 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 13. Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $(\Delta): 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$?

- (A)** $m = 3$ và $m = -3$. **(B)** $m = -3$. **(C)** $m = -3$. **(D)** $m = 15$ và $m = -15$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(0, 0)$ và $R = 3$.

Vì đường thẳng $(\Delta) : 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C) : x^2 + y^2 = 9$ nên

$$d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3 \Leftrightarrow |m| = 15 \Leftrightarrow m = \pm 15.$$

Vậy $m = \pm 15$.

Chọn đáp án **(D)**

CÂU 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1; 2)$ và $d : 2x - y + 5 = 0$. Phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng d có dạng

(A) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$.

(B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = \sqrt{5}$.

(C) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$.

(D) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Bán kính đường tròn là $R = d(I; d) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}$.

Vậy phương trình của đường tròn cần tìm có dạng $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$.

Chọn đáp án **(A)**

CÂU 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $I(2; -3)$. Phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với trục hoành có dạng

(A) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$.

(B) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$.

(C) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$.

(D) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

Lời giải.

Bán kính đường tròn là $R = d(I, Ox) = |-3| = 3$.

Vậy phương trình của đường tròn cần tìm có dạng $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$.

Chọn đáp án **(A)**

CÂU 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 13$. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(1; 2)$ là

(A) $2x - 3y + 4 = 0$.

(B) $2x + 3y + 4 = 0$.

(C) $2x - 3y - 4 = 0$.

(D) $2x + 3y - 4 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(3; -1)$ nên tiếp tuyến tại A có VTPT là $\vec{n} = \vec{IA} = (-2; 3)$.

Phương trình tiếp tuyến dạng: $-2(x - 1) + 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow -2x + 3y - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + 4 = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

CÂU 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 3x - y = 0$. Phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) tại điểm $N(1; -1)$ là

(A) $d : x + 3y - 2 = 0$.

(B) $d : x - 3y + 4 = 0$.

(C) $d : x - 3y - 4 = 0$.

(D) $d : x + 3y + 2 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ nên tiếp tuyến tại N có VTPT là $\vec{n} = \vec{IN} = \left(\frac{-1}{2}; \frac{-3}{2}\right)$.

Phương trình tiếp tuyến dạng: $\frac{-1}{2}(x - 1) + \frac{-3}{2}(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

CÂU 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$. Đường thẳng d đi qua điểm $I(1; 2)$ cắt (C) tại hai điểm M, N . Tính độ dài của MN .

(A) $MN = 1$.

(B) $MN = 2$.

(C) $MN = 3$.

(D) $MN = 6$.

Lời giải.

Đường tròn $(C) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ có tâm $I(1; 2)$, bán kính $R = 3$.

Do đó đường thẳng d đi qua điểm $I(1; 2)$ (qua tâm) cắt (C) tại hai điểm M, N thì MN là đường kính của (C) .

Vậy độ dài của $MN = 2R = 6$.

Chọn đáp án **(D)**

CÂU 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : (x - 1)^2 + y^2 = 25$ và điểm $M(2, \sqrt{3})$. Số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) Vô số.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 0)$ và bán kính $R = 5$.

Vì $IM = \sqrt{(2 - 1)^2 + (\sqrt{3} - 0)^2} = 2 < R$ nên M nằm trong đường tròn.

Vậy số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là 0.

Chọn đáp án **(A)**

CÂU 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và điểm $M(-2, 2)$. Số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) Vô số.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 2$.

Vì $IM = \sqrt{(-2-1)^2 + (2+2)^2} = 5 > R$ nên M nằm ngoài đường tròn.

Vậy số tiếp tuyến của đường tròn (C) kẻ từ M là 2.

Chọn đáp án (C) □

2. Bài tập trắc nghiệm nâng cao

CÂU 21. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$. Tìm điều kiện của m để phương trình đã cho là phương trình đường tròn?

- (A) $m \in \mathbb{R}$. (B) $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
(C) $m \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. (D) $m \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $a = m$, $b = 2(m-2)$, $c = 6 - m$. Phương trình đã cho là phương trình đường tròn khi

$$a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4(m-2)^2 - 6 + m > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 2. \end{cases}$$

Vậy $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ thì phương trình đã cho là phương trình đường tròn.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 22. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 2x + y + 7 = 0$?

- (A) $2x + y + 1 = 0$ hoặc $2x + y - 1 = 0$. (B) $2x + y = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$.
(C) $2x + y + 10 = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$. (D) $2x + y = 0$ hoặc $2x + y + 10 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(3; -1)$ bán kính $R = \sqrt{5}$.

Tiếp tuyến song song với $d: 2x + y + 7 = 0$ nên có dạng $\Delta: 2x + y + c = 0$, ($c \neq 7$).

Vì Δ là tiếp tuyến của đường tròn nên

$$d(I; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|c+5|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |c+5| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \text{ (thỏa điều kiện)} \\ c = -10 \text{ (thỏa điều kiện)}. \end{cases}$$

Vậy các tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán là $2x + y = 0$; $2x + y - 10 = 0$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 23. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 8y + 1 = 0$ và đường thẳng $d: 5x + 12y - 6 = 0$. Phương trình các đường thẳng song song với d và tiếp xúc với (C) là

- (A) $5x + 12y - 95 = 0$ và $5x + 12y - 9 = 0$. (B) $5x + 12y + 95 = 0$ và $5x + 12y + 9 = 0$.
(C) $5x + 12y - 95 = 0$ và $5x + 12y + 9 = 0$. (D) $5x + 12y + 95 = 0$ và $5x + 12y - 9 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -4)$ và bán kính $R = 4$.

Tiếp tuyến của (C) song song với d nên có dạng $\Delta: 5x + 12y + c = 0$, ($c \neq -6$).

Vì Δ là tiếp tuyến của đường tròn nên

$$d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|-43+m|}{13} = 4 \Leftrightarrow |m-43| = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -9 \text{ (thỏa điều kiện)} \\ m = 95 \text{ (thỏa điều kiện)}. \end{cases}$$

Vậy các tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán là $5x + 12y + 95 = 0$; $5x + 12y - 9 = 0$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) biết Δ vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$.

- (A) $4x + 3y + 39 = 0$ và $4x + 3y - 10 = 0$. (B) $4x - 3y + 39 = 0$ và $4x - 3y - 11 = 0$.
(C) $4x + 3y + 39 = 0$ và $4x + 3y - 11 = 0$. (D) $4x + 3y - 39 = 0$ và $4x + 3y - 10 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(-2; -2)$, bán kính $R = 5$.

Tiếp tuyến vuông góc với d nên có dạng $\Delta: 4x + 3y + c = 0$.

Vì Δ là tiếp tuyến của đường tròn nên

$$d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|-14 + c|}{5} = 5 \Leftrightarrow |-14 + c| = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 39 \\ c = -11. \end{cases}$$

Vậy các tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán là $\Delta: 4x + 3y + 39 = 0$; $\Delta: 4x + 3y - 11 = 0$.

Chọn đáp án **C**

CÂU 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 2)$, $B(-3; 1)$, $C(4; -2)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn hệ thức $MA^2 + MB^2 = MC^2$ là

A Đường tròn tâm $I(-5; 6)$ bán kính $R = \sqrt{66}$.

B Đường tròn tâm $I(-6; 5)$ bán kính $R = \sqrt{34}$.

C Đường tròn tâm $I(-6; 5)$ bán kính $R = \sqrt{66}$.

D Đường tròn tâm $I(-5; 6)$ bán kính $R = \sqrt{34}$.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y)$. Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 &= MC^2 \\ \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (x+3)^2 + (y-1)^2 &= (x-4)^2 + (y+2)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 12x - 10y - 5 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+6)^2 + (y-5)^2 &= 66. \end{aligned}$$

Vậy tập các điểm M là đường tròn tâm $I(-6; 5)$, bán kính $R = \sqrt{66}$.

Chọn đáp án **C**

CÂU 26. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(-1; 2)$, $B(-2; 3)$ và có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: 3x - y + 10 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là

A $(x+3)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$.

B $(x-3)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$.

C $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$.

D $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 5$.

Lời giải.

Ta có $I \in \Delta \Rightarrow I(m; 3m+10)$.

$$\begin{aligned} AI^2 &= BI^2 \text{ (cùng bằng } R^2) \\ \Leftrightarrow (m+1)^2 + (3m+8)^2 &= (m+2)^2 + (3m+7)^2 \\ \Leftrightarrow 4m + 12 &= 0 \\ \Leftrightarrow m &= -3. \end{aligned}$$

Do đó, đường tròn (C) có $\begin{cases} \text{tâm } I(-3; 1) \\ \text{bán kính } R = AI = \sqrt{(-3+1)^2 + (-9+8)^2} = \sqrt{5}. \end{cases}$

Vậy đường tròn $(C): (x+3)^2 + (y-1)^2 = 5$.

Chọn đáp án **D**

CÂU 27. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 3y + 8 = 0$, đi qua điểm $A(-2; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 10 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là:

A $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$.

B $(x+5)^2 + (y+1)^2 = 16$.

C $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 9$.

D $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Lời giải.

Ta có $I \in d \Rightarrow I(-3m-8; m)$.

$$\begin{aligned} AI^2 &= [d(I, \Delta)]^2 \text{ (cùng bằng } R^2) \\ \Leftrightarrow (-3m-6)^2 + (m-1)^2 &= \frac{[3(-3m-8) - 4m + 10]^2}{3^2 + (-4)^2} \\ \Leftrightarrow 10m^2 + 34m + 37 &= \frac{169m^2 + 364m + 196}{25} \\ \Leftrightarrow 81m^2 + 486m + 729 &= 0 \\ \Leftrightarrow m &= -3. \end{aligned}$$

Do đó, đường tròn (C) có $\begin{cases} \text{tâm } I(1; -3) \\ \text{bán kính } R = AI = \sqrt{(9-6)^2 + (-3-1)^2} = 5. \end{cases}$

Vậy phương trình đường tròn là $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Chọn đáp án **D**

CÂU 28. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(-1; 1)$, $B(3; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 8 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) , biết tâm của (C) có hoành độ nhỏ hơn 5.

(A) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$.

(B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$.

(C) $(x + 1)^2 + (y - 6)^2 = 25$.

(D) $x^2 + (y - 4)^2 = 10$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB . Suy ra $M(1; 2)$.

Trung trực của đoạn thẳng AB qua M và nhận $\overrightarrow{AB} = (4; 2)$ làm VTPT nên có dạng

$$d: 4(x - 1) + 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0.$$

Gọi I là tâm của đường tròn (C) . Vì (C) qua A và B nên $I \in d \Rightarrow I(m; -2m + 4)$ với $m < 5$.

Mặt khác (C) tiếp xúc với đường thẳng Δ nên

$$\begin{aligned} AI^2 &= [d(I, \Delta)]^2 \text{ (cùng bằng } R^2) \\ \Leftrightarrow (m + 1)^2 + (-2m + 3)^2 &= \frac{[3m - 4(-2m + 4) + 8]^2}{3^2 + (-4)^2} \\ \Leftrightarrow 5m^2 - 10m + 10 &= \frac{121m^2 - 176m + 64}{25} \\ \Leftrightarrow 4m^2 - 74m + 186 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \text{ (thỏa điều kiện)} \\ m = \frac{31}{2} \text{ (không thỏa điều kiện).} \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó, đường tròn (C) có $\begin{cases} \text{tâm } I(3; -2) \\ \text{bán kính } R = AI = \sqrt{(3 + 1)^2 + (-6 + 3)^2} = 5. \end{cases}$

Vậy phương trình đường tròn là $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$.

Chọn đáp án **(A)**

CÂU 29. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + (y - 4)^2 = 10$. Tìm tất cả các tiếp tuyến của (C) , biết rằng tiếp tuyến đi qua điểm $M(-4; 2)$?

(A) $x + 3y - 2 = 0$ và $3x - y - 14 = 0$.

(B) $x + 3y - 2 = 0$ và $3x - y + 14 = 0$.

(C) $x + 3y + 2 = 0$ và $3x - y + 14 = 0$.

(D) $x + 3y + 2 = 0$ và $3x - y - 14 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(0; 4)$, bán kính $R = \sqrt{10}$.

Tiếp tuyến của (C) qua M có dạng $\Delta: ax + by + 4a - 2b = 0$ với $(a^2 + b^2 \neq 0)$.

Vì Δ là tiếp tuyến của đường tròn nên

$$d[I; \Delta] = R \Leftrightarrow \frac{|4a + 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow 6a^2 + 16ab - 6b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3}b \Rightarrow b = 3, a = 1 \\ a = -3b \Rightarrow b = -1, a = 3. \end{cases}$$

Vậy các tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán là $\Delta: x + 3y - 2 = 0$; $\Delta: 3x - y + 14 = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

CÂU 30. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $B(4; 6)$.

(A) $\Delta: x - 4 = 0$ hoặc $\Delta: 3x + 4y - 36 = 0$.

(B) $\Delta: x - 4 = 0$ hoặc $\Delta: y - 6 = 0$.

(C) $\Delta: y - 6 = 0$ hoặc $\Delta: 3x + 4y - 36 = 0$.

(D) $\Delta: x - 4 = 0$ hoặc $\Delta: 3x - 4y + 12 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(2; 2)$, bán kính $R = 2$.

Tiếp tuyến của (C) qua B có dạng $\Delta: ax + by - 4a - 6b = 0$ với $(a^2 + b^2 \neq 0)$.

Vì Δ là tiếp tuyến của đường tròn nên

$$d[I; \Delta] = R \Leftrightarrow \frac{|2a + 4b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow b(3b + 4a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \Rightarrow a = 1, b = 0 \\ 3b = -4a \Rightarrow a = 3, b = -4. \end{cases}$$

Vậy các tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán là $\Delta: x - 4 = 0$; $\Delta: 3x - 4y + 12 = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

MỤC LỤC

Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG	1
(A) Tóm tắt lý thuyết	1
Dạng 1. Véc-tơ chỉ phương, véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng	2
Dạng 2. Viết phương trình tham số của đường thẳng	4
Dạng 3. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng	7
Bài 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH	8
(A) Tóm tắt lý thuyết	8
(B) Các dạng toán	9
Dạng 4. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng	9
Dạng 5. Góc giữa hai đường thẳng	10
Dạng 6. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng	11
Dạng 7. Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện góc, khoảng cách	12
(C) Câu hỏi trắc nghiệm	13
Bài 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN	18
(A) Tóm tắt lý thuyết	18
(B) Các dạng toán	18
Dạng 8. Xác định tâm và bán kính đường tròn	18
Dạng 9. Viết phương trình đường tròn	19
Dạng 10. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn	20
(C) Bài tập trắc nghiệm	21
Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG	24
(A) Tóm tắt lý thuyết	24
Dạng 1. Véc-tơ chỉ phương, véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng	25
Dạng 2. Viết phương trình tham số của đường thẳng	28
Dạng 3. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng	36
Bài 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH	38
(A) Tóm tắt lý thuyết	38
(B) Các dạng toán	39
Dạng 4. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng	39
Dạng 5. Góc giữa hai đường thẳng	45
Dạng 6. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng	47
Dạng 7. Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện góc, khoảng cách	51
(C) Câu hỏi trắc nghiệm	55
Bài 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN	67
(A) Tóm tắt lý thuyết	67
(B) Các dạng toán	67
Dạng 8. Xác định tâm và bán kính đường tròn	67
Dạng 9. Viết phương trình đường tròn	69
Dạng 10. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn	74
(C) Bài tập trắc nghiệm	77

