LỜI GIẢI CHI TIẾT

ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 - ĐỀ 01

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM:

CÂU 1. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu với mọi số tự nhiên $n \geq 1$ ta luôn có

(A) $u_{n+1} = u_n$. (B) $u_{n+1} \geq u_n$. (C) $u_{n+1} < u_n$. (D) $u_{n+1} > u_n$.

Lời giải.

Theo định nghĩa, dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu với mọi số tự nhiên $n \geq 1$ ta luôn có $u_{n+1} > u_n$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 2. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) a và b không có điểm chung.
(B) a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
(C) a và b chéo nhau.
(D) a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Lời giải.

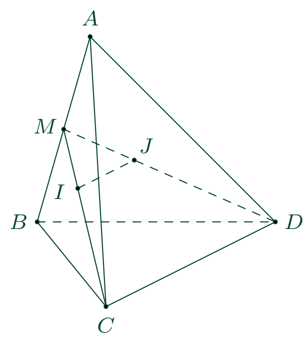
Hai đường thẳng a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

(A) IJ song song với CD. (B) IJ song song với AB. (C) IJ chéo CD. (D) IJ cắt AB.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm cạnh AB.
Do I, J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$ nên

$$\frac{MI}{MC} = \frac{MJ}{MD} = \frac{1}{3}.$$

Từ đó suy ra $IJ \parallel CD$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 4. Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x-5}{x-2}$ là

(A) 0. (B) 1. (C) -1. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{x-5}{x-2} = \dfrac{5-5}{5-2} = 0$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 5. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \cot x$.

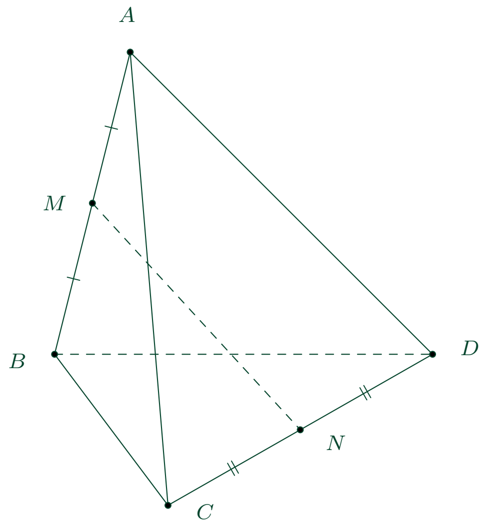
(A) $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
(B) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
(C) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
(D) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

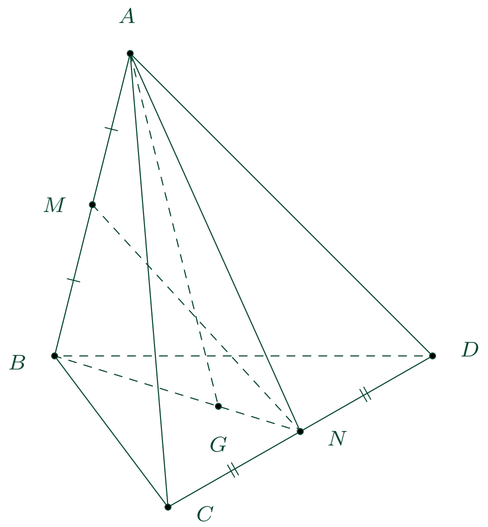
Chọn đáp án (C) □

CÂU 6. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?



(A) MN. (B) CM. (C) DN. (D) CD.

Lời giải.



Do AG và MN cùng nằm trong mặt phẳng (ABN) nên hai đường thẳng cắt nhau.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 7. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 5$ và $\lim\limits_{x\to 2} g(x) = 1$. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 2} [f(x)\cdot g(x)]$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) 1. (D) -1.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2} [f(x)\cdot g(x)] = \lim\limits_{x\to 2} f(x)\cdot \lim\limits_{x\to 2} g(x) = 5\cdot 1 = 5$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 8. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = x^3 - 3x + 1$. (B) $y = \sqrt{x-4}$. (C) $y = \tan x$. (D) $y = \sqrt{x}$.

Lời giải.

Ta có hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$ vì có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 9. Hãy chọn câu **đúng**:

(A) Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.

(B) Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì chúng song song với nhau.

(C) Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

(D) Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

Lời giải.

Trong không gian, hai mặt phẳng có ba vị trí tương đối là song song, trùng nhau, cắt nhau. Do đó hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

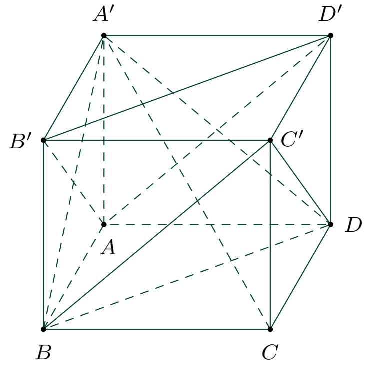
Chọn đáp án (D)

CÂU 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

(A) (BCA'). (B) $(BC'D)$. (C) $(A'C'C)$. (D) (BDA').

Lời giải.

Do $ADC'B'$ là hình bình hành nên $AB' \parallel DC'$, và $ABC'D'$ là hình bình hành nên $AD' \parallel BC'$ nên $(AB'D') \parallel (BC'D)$.



Chọn đáp án (B)

CÂU 11. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \dfrac{2n+5}{5n-4}$. Số $\dfrac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

(A) 6. (B) 8. (C) 9. (D) 10.

Lời giải.

Ta có $u_n = \dfrac{7}{12} \Leftrightarrow \dfrac{2n+5}{5n-4} = \dfrac{7}{12}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$

$\Leftrightarrow 24n + 60 = 35n - 28$

$\Leftrightarrow 11n = 88$

$\Leftrightarrow n = 8.$

Chọn đáp án (B)

CÂU 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm CD, I là điểm ở trên đoạn thẳng AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A) $AM = (ACD) \cap (ABG)$. (B) A, J, M thẳng hàng.

(C) J là trung điểm của AM. (D) $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Lời giải.

Ta có A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

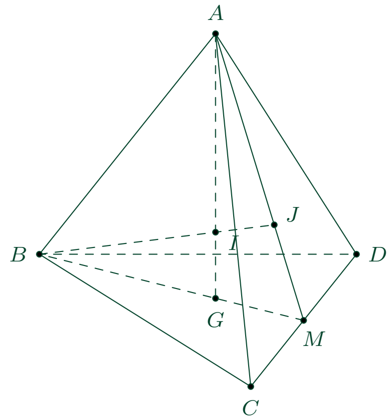
Do $BG \cap CD = M \Rightarrow \begin{cases} M \in BG \subset (ABG) \\ M \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M \in (ABG) \\ M \in (ACD) \end{cases}$

$\Rightarrow M$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

$\Rightarrow (ABG) \cap (ACD) = AM$.

Ta có $\begin{cases} BI \subset (ABG) \\ AM \subset (ABM) \\ (ABG) \equiv (ABM) \end{cases} \Rightarrow AM,\ BI$ đồng phẳng.

$\Rightarrow J = BI \cap AM \Rightarrow A,\ J,\ M$ thẳng hàng.



Ta có $\begin{cases} DJ \subset (ACD) \\ DJ \subset (BDJ) \end{cases} \Rightarrow DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Điểm I di động trên AG nên J có thể không phải là trung điểm của AM.

Chọn đáp án (C)

CÂU 13. Công thức nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \alpha$ là?

(A) $\left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right.; k \in \mathbb{Z}$.

(B) $\left[\begin{array}{l} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{array}\right.; k \in \mathbb{Z}$.

(C) $\left[\begin{array}{l} x = \alpha + k\pi \\ x = -\alpha + k\pi \end{array}\right.; k \in \mathbb{Z}$.

(D) $\left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right.; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right.; k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 14. Cho $\sin a = -\dfrac{4}{5}$, $3\pi < a < \dfrac{7\pi}{2}$. Tính $\tan a$.

(A) $\dfrac{4}{3}$. (B) $\dfrac{3}{4}$. (C) $-\dfrac{3}{5}$. (D) $-\dfrac{5}{3}$.

Lời giải.

Vì $3\pi < a < \dfrac{7\pi}{2}$ nên $\cos a < 0$, $\tan a > 0$, $\cot a > 0$.

Ta có $\sin^2 a + \cos^2 a = 1 \Rightarrow \cos^2 a = 1 - \sin^2 a = 1 - \dfrac{16}{25} = \dfrac{9}{25} \Rightarrow \cos a = \pm\dfrac{3}{5}$.

Vì $\cos a < 0$ nên $\cos a = -\dfrac{3}{5}$.

Do đó $\tan a = \dfrac{\sin a}{\cos a} = \dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 15. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

(A) $[7;9)$. (B) $[9;11)$. (C) $[11;13)$. (D) $[13;15)$.

Lời giải.

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình $\overline{x} = \dfrac{2\cdot 6 + 7\cdot 8 + 7\cdot 10 + 3\cdot 12 + 1\cdot 14}{20} = 9{,}4$

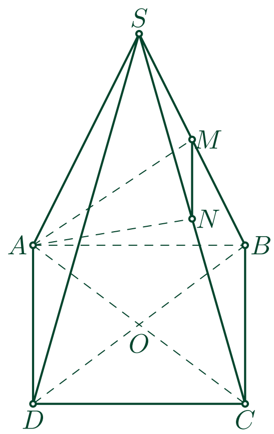
Chọn đáp án (B) □

CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang có 2 đáy là AD và BC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC, O là giao điểm của AC và BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SBD) là

(A) DN. (B) DM. (C) OM. (D) SO.

Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SBC, suy ra $MN \parallel BC$.
Ta lại có $BC \parallel AD$, suy ra $MN \parallel AD$.
Khi đó $(AMN) \equiv (AMND) \Rightarrow (AMN) \cap (SBD) = MD$.

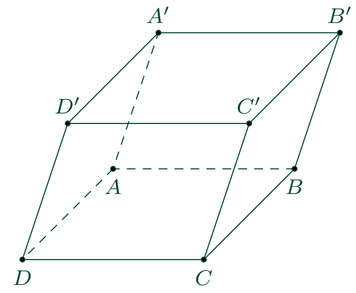


Chọn đáp án (B) □

CÂU 17.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AB song song với đường thẳng nào?

A $C'D'$. **B** BD. **C** CC'. **D** $D'A'$.



Lời giải.

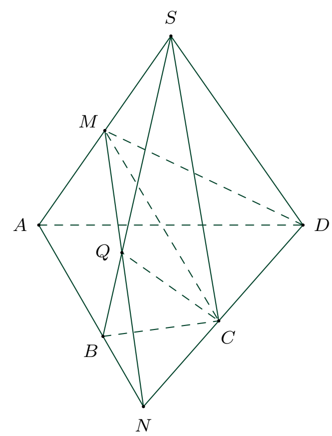
Ta có $AB \parallel C'D'$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 18.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy không là hình thang. Gọi M là trung điểm của SA, N là giao điểm của AB và CD, Q là giao điểm của MN và SB (xem hình vẽ). Giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (SBC) là

A CD. **B** QC. **C** MQ. **D** SB.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} C \in (SBC) \\ C \in (MCD) \end{cases} \Rightarrow C \in (SBC) \cap (MCD)$ (1)

Lại có: $Q = SB \cap MN$

$\Rightarrow \begin{cases} Q \in SB \subset (SBC) \\ Q \in MN \subset (MND) \equiv (MCD) \end{cases} \Rightarrow Q \in (SBC) \cap (MCD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $QC = (SBC) \cap (MCD)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 19. Cho hai dãy (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 2$ và $\lim v_n = 3$. Giá trị của $\lim (u_n \cdot v_n)$ bằng

A 5. **B** 6. **C** -1. **D** 1.

Lời giải.

Ta có $\lim (u_n \cdot v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n = 2 \cdot 3 = 6$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 20. Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng lần lượt là $3; 9; 27; 81; \ldots$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân (u_n).

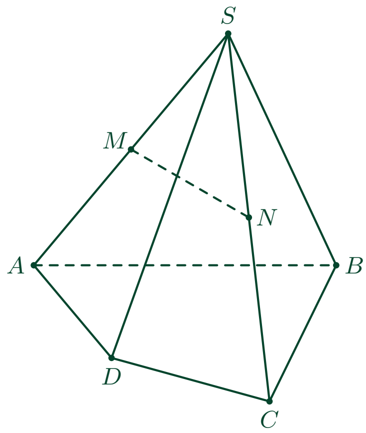
A $u_n = 3^{n-1}$. **B** $u_n = 3^n$. **C** $u_n = 3^{n+1}$. **D** $u_n = 3 + 3^n$.

Lời giải.

Cấp số nhân (u_n) có các số hạng lần lượt là $3; 9; 27; 81; \ldots$.
Do đó cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = 3$, do đó số hạng tổng quát là $u_n = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 21. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC.



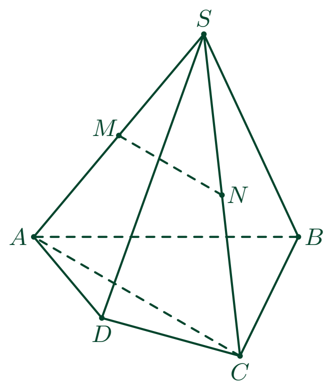
Mệnh đề nào sau đây đúng.

(A) $MN \parallel (SAB)$. (B) $MN \parallel (SBC)$. (C) $MN \parallel (ABCD)$. (D) $MN \parallel (SBD)$.

Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác (SAC) nên $MN \parallel AC$.

Mà $\begin{cases} AC \subset (ABCD) \\ MN \not\subset (ABCD) \end{cases}$ suy ra $MN \parallel (ABCD)$.



Chọn đáp án (C) □

CÂU 22. $\lim \dfrac{1}{2n+5}$ bằng

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) 0. (C) $+\infty$. (D) $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\lim \dfrac{1}{2n+5} = 0$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 23. Khảo sát chiều cao của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Khoảng chiều cao (cm)	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

(A) 160. (B) 152,25. (C) 152,18. (D) 170.

Lời giải.

Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa mốt là nhóm $[150;155)$.

Ta có nhóm có tần số lớn nhất là nhóm $i=2$; giá trị bên trái của nhóm 2 là $a_2 = 150$ với tần số $n_2 = 14$; tần số nhóm trước nó là $n_1 = 7$ và tần số nhóm sau là $n_3 = 10$; độ dài nhóm 2 là $h = 5$.

Do đó $M_0 = a_2 + \left(\dfrac{n_i - n_{i-1}}{2n_i - n_{i-1} - n_{i+1}} \cdot h\right) = 150 + \dfrac{14-7}{(14-7)+(14-10)} \cdot 5 \approx 153{,}18$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 24. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 - 4\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{6}\right)$.

(A) -1 và 7. (B) 3 và 7. (C) -1 và 1. (D) 1 và 7.

Lời giải.

Đặt $y = f(x) = 3 - 4\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{6}\right)$.

Với $\forall x \in \mathbb{R}$ ta có

$$\begin{aligned} & -1 \le \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \le 1 \\ \Leftrightarrow\quad & 4 \ge -4\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \ge -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow \quad 7 \geq 3-4\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) \geq -1\\&\Leftrightarrow \quad 7 \geq y \geq -1.\end{aligned}$$

Vậy $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x) = -1$.

$f(x) = -1 \Leftrightarrow \cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x+\dfrac{\pi}{6} = k2\pi \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{12} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Và $\max\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x) = 7$.

$f(x) = 7 \Leftrightarrow \cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right) = -1 \Leftrightarrow 2x+\dfrac{\pi}{6} = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{5\pi}{12} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 25. Giá trị của $A = \lim \dfrac{2n+1}{n-2}$ bằng

(A) $+\infty$. (B) $-\infty$. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $A = \lim \dfrac{2n+1}{n-2} = \lim \dfrac{\frac{2n}{n}+\frac{1}{n}}{\frac{n}{n}-\frac{2}{n}} = \lim \dfrac{2+\frac{1}{n}}{1-\frac{2}{n}} = \dfrac{2+0}{1-0} = 2$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 26. Khảo sát khối lượng 30 củ khoai tây ngẫu nhiên thu hoạch được ở một nông trường

Khối lượng (gam)	Số củ khoai tây
[70;80)	4
[80;90)	5
[90;100)	12
[100;110)	6
[110;120)	3
Cộng	30

Số củ khoai tây đạt chuẩn loại I (từ 90 gam đến dưới 100 gam) là

(A) 5. (B) 12. (C) 6. (D) 4.

Lời giải.

Số củ khoai tây đạt chuẩn loại I là 12 .

Chọn đáp án (B) □

CÂU 27. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(0;\pi)$?

(A) $y = \sin x$. (B) $y = \cos x$. (C) $y = \tan x$. (D) $y = \cot x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$ và $y = \cot x$ nghịch biến trên khoảng $(0;\pi)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 28. Tìm tổng S của 100 số nguyên dương đầu tiên và đều chia 5 dư 1.

(A) 24850 . (B) 25100 . (C) 50200 . (D) 5001 .

Lời giải.

Các số chia 5 dư 1 tạo thành cấp số cộng có $u_1 = 1$ và $d = 5$, do đó

$$S_{100} = \frac{100\cdot(2u_1+99d)}{2} = \frac{100\cdot(2\cdot 1+99\cdot 5)}{2} = 24850.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 29. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây liên tục tại $x = 2$?

(A) $y = \dfrac{x+2}{x-2}$. (B) $y = \sqrt{x-5}$. (C) $y = x^5 - x^3 + 1$. (D) $y = \dfrac{1}{x^2-4}$.

Lời giải.

Hàm số liên tục tại $x = 2 \Rightarrow x \in \mathscr{D}$ của hàm số.

Mà $x = 2 \notin \mathscr{D}$ của các hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-2}$, $y = \sqrt{x-5}$, $y = \dfrac{1}{x^2-4}$.

Vậy hàm số $y = x^5 - x^3 + 1$ liên tục tại $x = 2$, vì có $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 30. Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = n^2 + 4n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát u_n cấp sô cộng đã cho.

(A) $u_n = 2n + 3$. (B) $u_n = 3n + 2$. (C) $u_n = 5 \cdot 3^{n-1}$. (D) $u_n = 5 \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^{n-1}$.

Lời giải.

Ta có $S_1 = u_1 = 5$, $S_2 = u_1 + u_2 = 12$. Suy ra $u_2 = 7$ và $d = 2$. Khi đó $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1)2 = 2n + 3$.
Vậy $u_n = 2n + 3$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 31. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết khi $x \neq 1$ thì $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$. Giá trị $f(1)$ là

(A) -2. (B) -1. (C) 1. (D) 2.

Lời giải.

Do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục tại $x = 1$, suy ra

$$f(1) = \lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \lim_{x\to 1}(x - 3) = -2.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 32. Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

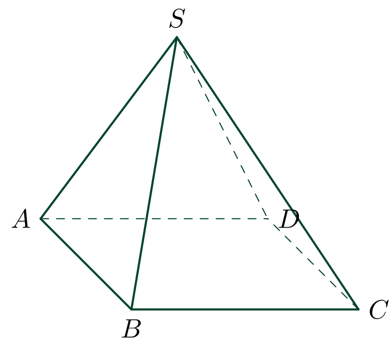
(A) Chéo nhau. (B) Đồng quy. (C) Song song. (D) Thẳng hàng.

Lời giải.

Phép chiếu song song không bảo toàn tính chất chéo nhau.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 33.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và(SCD).



(A) Là đường thẳng đi qua đỉnh S và tâm O đáy.
(B) Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AC.
(C) Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AD.
(D) Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AB.

Lời giải.

Xét hai mặt phẳng SAB và SAC có S chung và $AB \parallel CD$. Nên giao tuyến của hai mặt phẳng SAB và SAC là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AB .
Chọn đáp án (D) □

CÂU 34. Công thức nào sau đây đúng?

(A) $\cos(a + b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b$. (B) $\cos(a + b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.
(C) $\sin(a - b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$. (D) $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

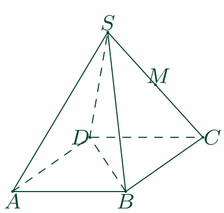
Lời giải.

Công thức cộng $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ đúng.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 35.

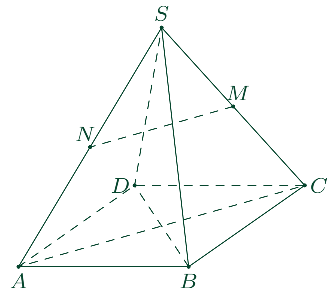
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, gọi M là trung điểm của SC (như hình vẽ). Hình chiếu song song của điểm M theo phương AC lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

(A) Trung điểm của SB. (B) Trung điểm của SD.
(C) Điểm D. (D) Trung điểm của SA.



Lời giải.

Gọi N là trung điểm SA.
Khi đó $MN \parallel AC$ nên hình chiếu song song của điểm M lên mặt phẳng (SAD) là trung điểm SA.



Chọn đáp án (D)

II. PHẦN TỰ LUẬN:

CÂU 36. Giải phương trình $\sin\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
& \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x + \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \dfrac{\pi}{6} = \pi - \dfrac{\pi}{6} + 2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}) \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).
\end{aligned}$$

Vậy phương trình có các nghiệm là $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$.

CÂU 37. Tính giới hạn $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$.

Lời giải.

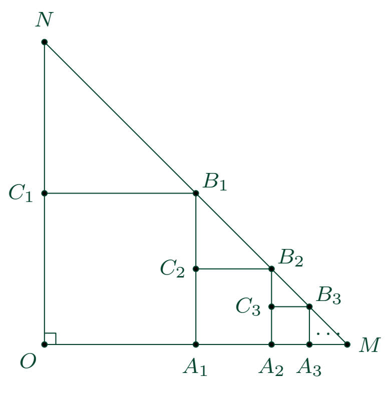
Ta có $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\left(2\sqrt{1+x} - 2\right) + \left(2 - \sqrt[3]{8-x}\right)}{x}$.

Mà $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\sqrt{1+x} - 2}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x}{x\left(\sqrt{1+x}+1\right)} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2}{\sqrt{1+x}+1} = 1 \\ \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2 - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{4 + 2\sqrt[3]{8-x} + \left(\sqrt[3]{8-x}\right)^2} = \dfrac{1}{12}. \end{cases}$

Nên $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\sqrt{1+x} - 2}{x} + \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2 - \sqrt[3]{8-x}}{x} = 1 + \dfrac{1}{12} = \dfrac{13}{12}$.

CÂU 38.

Cho tam giác OMN vuông cân tại O, $OM = ON = 2$. Trong tam giác OMN, vẽ hình vuông $OA_1B_1C_1$ sao cho các đỉnh A_1, B_1, C_1 lần lượt nằm trên các cạnh OM, MN, ON (Hình bên). Trong tam giác A_1MB_1, vẽ hình vuông $A_1A_2B_2C_2$ sao cho các đỉnh A_2, B_2, C_2 lần lượt nằm trên các cạnh A_1M, MB_1, A_1B_1. Tiếp tục quá trình đó, ta được một dãy các hình vuông. Tính tổng diện tích các hình vuông này.



Lời giải.

Độ dài cạnh của các hình vuông lần lượt là

$$OA_1 = 1;\ A_1A_2 = \frac{1}{2}OA_1;\ A_2A_3 = \frac{1}{2}A_1A_2; \ldots$$

Đặt S_1 là diện tích hình vuông $OA_1B_1C_1$, S_n là diện tích hình vuông $A_{n-1}A_nB_nC_n$ với $n \geq 2$. Diện tích của các hình vuông lần lượt là

$$S_1 = OA_1^2 = 1^2 = 1,$$
$$S_2 = A_1A_2^2 = \frac{1}{4}S_1$$
$$S_3 = a_3^2 = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^3, \ldots$$

Các diện tích S_1, S_2, S_3, ... tạo thành cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu là $S_1 = \frac{1}{4}$ và công bội bằng $\frac{1}{4}$. Do đó, tổng diện tích các hình vuông là $S = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$. □

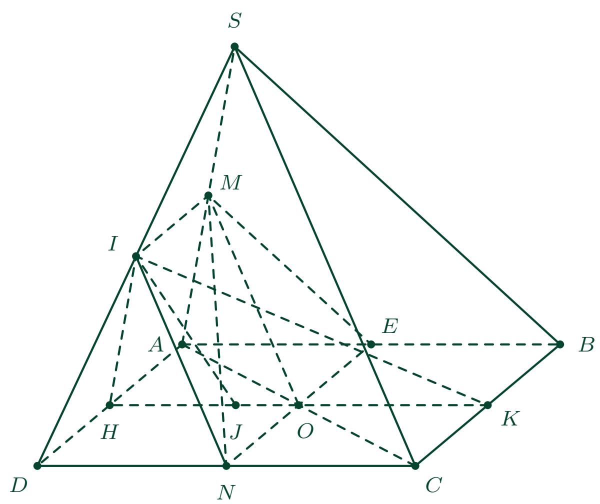
CÂU 39. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD.

a. Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.

b. Gọi I là trung điểm của SD, J là một điểm trên $(ABCD)$ cách đều AB và CD. Chứng minh $IJ \parallel (SAB)$.

c. Xác định giao tuyến của mặt phẳng (OMN) với các mặt của hình chóp.

Lời giải.



a. Do O, M lần lượt là trung điểm của AC, SA nên OM là đường trung bình của tam giác SAC ứng với cạnh $SC \Rightarrow OM \parallel SC$.
Mà $SC \subset (SBC) \Rightarrow OM \parallel (SBC)$ (1).
Tương tự $ON \parallel BC \subset (SBC) \Rightarrow ON \parallel (SBC)$.
Từ (1) và (2) suy ra $(OMN) \parallel (SBC)$.

b. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD và BC.
Do $J \subset (ABCD)$ và $\mathrm{d}(J, AB) = \mathrm{d}(J, CD)$ nên $J \in HK \Rightarrow IJ \subset (IHK)$.
Ta có $\begin{cases} IH \parallel SA \\ HK \parallel AB \\ IH \cap HK = H \end{cases}$ do đó $(IHK) \parallel (SAB)$.
Vậy $\begin{cases} IJ \subset (IHK) \\ (IHK) \parallel (SAB) \end{cases} \Rightarrow IJ \parallel (SAB)$.

c. $(OMN) \cap (ABCD) = ON$. Cho $ON \cap AB = E$.
$(OMN) \cap (SAB) = ME$.
$(OMN) \cap (SAD) = MI$. Do $MI \parallel AD \parallel ON$.
$(OMN) \cap (SCD) = NI$.
Các giao tuyến trên tạo ra tứ giác $MINE$. Vì $MI \parallel NE$ nên tứ giác $MINE$ là hình thang.

□

ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 - ĐỀ 02

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM:

CÂU 1. Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel b$.
(B) $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel (\beta)$ và $b \parallel (\alpha)$.
(C) $a \parallel b \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$.
(D) a và b chéo nhau.

Lời giải.

Do $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ nên $a \parallel (\beta)$. Tương tự, do $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $b \subset (\beta)$ nên $b \parallel (\alpha)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 2. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu với mọi số tự nhiên $n \geq 1$ ta luôn có

(A) $u_{n+1} = u_n$.
(B) $u_{n+1} \geq u_n$.
(C) $u_{n+1} < u_n$.
(D) $u_{n+1} > u_n$.

Lời giải.

Theo định nghĩa, dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu với mọi số tự nhiên $n \geq 1$ ta luôn có $u_{n+1} > u_n$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 3. Cho $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L\ (L > 0)$, $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = 0\ (g(x) < 0,\ \forall x \neq x_0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.
(B) $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = -\infty$.
(C) $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 0$.
(D) $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = L$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L\ (L > 0)$, $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = 0\ (g(x) < 0,\ \forall x \neq x_0)$ thì $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = -\infty$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

(A) $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x \to b^+} f(x) = f(b)$.
(B) $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x \to b^-} f(x) = f(b)$.
(C) $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x \to b^+} f(x) = f(b)$.
(D) $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x \to b^-} f(x) = f(b)$.

Lời giải.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x \to b^-} f(x) = f(b)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 5. Mẫu số liệu sau cho biết cân nặng của học sinh lớp 12 trong một lớp

Cân nặng (kg)	Dưới 55	Từ 55 đến 65	Trên 65
Số học sinh	23	15	2

Số học sinh của lớp đó là bao nhiêu?

(A) 40.
(B) 35.
(C) 23.
(D) 38.

Lời giải.

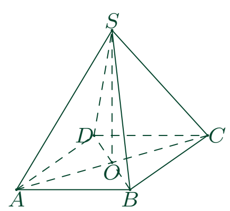
Số học sinh của lớp là $n = 23 + 15 + 2 = 40$ học sinh.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 6.

Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

(A) SO.
(B) SD.
(C) SA.
(D) SB.



Lời giải.

Ta có $(SAC) \cap (SAD) = SA$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 7. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \cot x$.

(A) $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
(B) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
(C) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
(D) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 8. Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A) Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó..

(B) Phép chiếu song song luôn biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

(C) Hình biểu diễn của một hình tròn qua phép chiếu song song có thể là một hình elip.

(D) Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng.

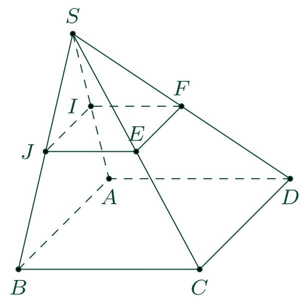
Lời giải.

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 9.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào **không** song song với IJ?

(A) AD. (B) AB. (C) EF. (D) DC.



Lời giải.

Ta có $IJ \parallel AB \parallel EF$, nhưng $AB \cap AD = A$ nên IJ không song song với AD.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 10. Cho hai dãy (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 2$ và $\lim v_n = 3$. Giá trị của $\lim (u_n + v_n)$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) -1. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $\lim (u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n = 2 + 3 = 5$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 11. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} (n \geq 2)$. (B) $u_n = u_1 \cdot q^{n+1} (n \geq 2)$. (C) $u_n = u_1 \cdot q^n (n \geq 2)$. (D) $u_n = q^n (n \geq 2)$.

Lời giải.

Mệnh đề đúng là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} (n \geq 2)$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 12. Công thức nào sau đây đúng?

(A) $\cos (a + b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b$.
(B) $\cos (a + b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.
(C) $\sin (a - b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.
(D) $\sin (a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Lời giải.

Công thức cộng $\sin (a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ đúng.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 13. Giá trị của $\lim \dfrac{2}{n^2 + 1}$ bằng

(A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim \dfrac{2}{n^2 + 1} = \lim \dfrac{1}{n^2} \cdot \dfrac{2}{1 + \frac{1}{n^2}} = 0 \cdot 2 = 0$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 14. Cho ba mặt phẳng phân biệt (α); (β); (γ) có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1$; $(\beta) \cap (\gamma) = d_2$; $(\alpha) \cap (\gamma) = d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3

(A) đôi một cắt nhau.
(B) đôi một song song hoặc đồng quy.
(C) đôi một song song.
(D) đồng quy.

Lời giải.

Đáp án là đôi một song song hoặc đồng quy.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 15. Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có các nghiệm là

Ⓐ $x = \alpha + k2\pi, x = \pi - \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
Ⓑ $x = \alpha + k2\pi, x = -\alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
Ⓒ $x = \alpha + k\pi, x = \pi - \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
Ⓓ $x = \alpha + k\pi, x = -\alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi, \end{array}\right. k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 16. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 5$ và $u_5 = 13$. Tìm u_n.

Ⓐ $u_n = 5n - 3$. Ⓑ $u_n = 3n + 2$. Ⓒ $u_n = 2n + 3$. Ⓓ $u_n = 5n$.

Lời giải.

Ta có $u_5 = u_1 + 4d \Leftrightarrow 13 = 5 + 4d \Leftrightarrow d = 2$.
Do đó $u_n = u_1 + (n-1)\,d = 5 + 2\,(n-1) = 2n + 3$.
Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 17. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau

Thời gian(giờ)	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là

Ⓐ $M_o = 12$. Ⓑ $M_o = 11$. Ⓒ $M_o = 10$. Ⓓ $M_o = 9$.

Lời giải.

Nhóm chứa Mốt của bảng số liệu này là $[8;12)$, suy ra Mốt của bảng số liệu là

$$M_o = 8 + \frac{7-4}{(7-4)+(7-4)} \cdot (12-8) = 10.$$

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 18. Cân nặng của 28 học sinh của một lớp 11 được cho như sau

55,4	62,6	54,2	56,8	58,8	59,4	60,7	58	59,5	63,6	61,8	52,3	63,4	57,9
49,7	45,1	56,2	63,2	46,1	49,6	59,1	55,3	55,8	45,5	46,8	54	49,2	52,6

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng

Ⓐ 55,6. Ⓑ 65,5. Ⓒ 48,8. Ⓓ 57,7.

Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 63{,}6 - 45{,}1 = 18{,}5$.
Độ dài mỗi nhóm là $L > \dfrac{R}{k} = 3{,}7$.
Ta chọn $L = 4{,}0$ và chia dữ liệu thành các nhóm và có bảng giá trị đại diện như sau

Nhóm	$[45;49)$	$[49;53)$	$[53;57)$	$[57;61)$	$[61;65)$
Giá Trị Đại Diện	47	51	55	59	63
Tần Số	4	5	7	7	5

Giá trị trung bình của bảng số liệu là

$$\overline{x} = \frac{4 \cdot 47 + 5 \cdot 51 + 7 \cdot 55 + 7 \cdot 59 + 5 \cdot 63{,}0}{28} \approx 55{,}57.$$

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 19. $A = \lim\limits_{x \to 2} (x^3 - 18x^2 + 2)$ có giới hạn hữu hạn là

Ⓐ -62. Ⓑ -15. Ⓒ 62. Ⓓ 15.

Lời giải.

$A = \lim\limits_{x\to 2} (x^3 - 18x^2 + 2) = \lim\limits_{x\to 2} x^3 - \lim\limits_{x\to 2} 18x^2 + \lim\limits_{x\to 2} 2 = 2^3 - 18 \cdot 2^2 + 2 = -62$.
Chọn đáp án Ⓐ □

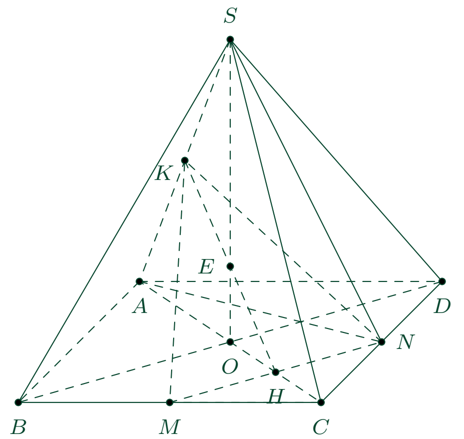
CÂU 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA. Gọi H là giao điểm của AC và MN. Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E. Khi đó

Ⓐ E là giao của MN với SO.
Ⓑ E là giao của KN với SO..
Ⓒ E là giao của KH với SO.
Ⓓ E là giao của KM với SO.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (SAC), gọi $E = KH \cap SO$.

Khi đó $\begin{cases} E \in KH \subset (KMN) \\ E \in SO \end{cases} \Rightarrow E = SO \cap (KMN)$.



Chọn đáp án (C) □

CÂU 21. Một đồng hồ đánh giờ, khi kim giờ chỉ số n (từ 1 đến 12) thì đồng hồ đánh đúng n tiếng. Hỏi trong một ngày (24 giờ) đồng hồ đánh được bao nhiêu tiếng?

(A) 156. (B) 152. (C) 148. (D) 160.

Lời giải.

Số tiếng đồng hồ đánh trong một ngày là

$S = 2(1 + 2 + \ldots + 12) = 2 \cdot \dfrac{12 \cdot 13}{2} = 156$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 22. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$?

(A) $y = \sin x$. (B) $y = \cos x$. (C) $y = \tan x$. (D) $y = \cot x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$, $y = \cot x$ là hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB$, $\triangle SAD$. Khi đó, G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?

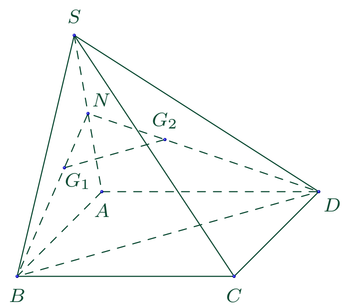
(A) AC. (B) BC. (C) SO. (D) BD.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của SA.

Vì G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB$, $\triangle SAD$ nên ta có

$\dfrac{NG_1}{NB} = \dfrac{NG_2}{ND} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel BD$.



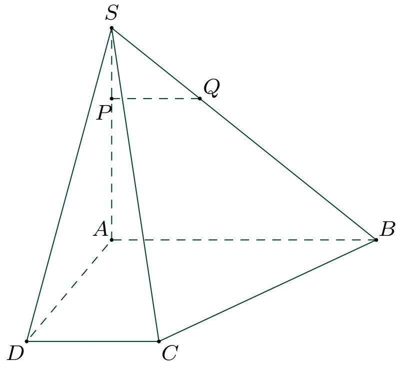
Chọn đáp án (D) □

CÂU 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB. Gọi P, Q lần lượt là hai điểm nằm trên cạnh SA và SB sao cho $\dfrac{SP}{SA} = \dfrac{SQ}{SB} = \dfrac{1}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) PQ cắt $(ABCD)$. (B) $PQ \subset (ABCD)$. (C) $PQ \parallel (ABCD)$. (D) PQ và CD chéo nhau.

Lời giải.

$\begin{cases} PQ \parallel AB \\ AB \subset (ABCD) \Rightarrow PQ \parallel (ABCD). \\ PQ \not\subset (ABCD) \end{cases}$



Chọn đáp án (C)

CÂU 25. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của AB, $A'B'$. Qua phép chiếu song song với đường thẳng AI' mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành điểm nào?

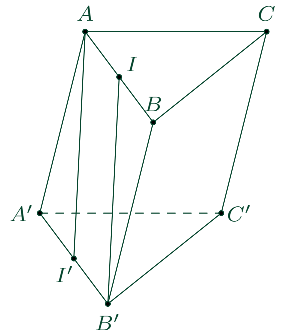
(A) A'. (B) B'. (C) C'. (D) I'.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AI \parallel B'I' \\ AI = B'I' \end{cases}$.

Suy ra $AIB'I'$ là hình bình hành.

Vậy nên qua phép chiếu song song đường thẳng AI' mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến điểm I thành điểm B'.



Chọn đáp án (B)

CÂU 26. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = 2$ và $u_5 = 16$.

(A) $u_1 = 2$, $q = 2$. (B) $u_1 = 2$, $q = 1$. (C) $u_1 = -2$, $q = -1$. (D) $u_1 = 1$, $q = 2$.

Lời giải.

Ta có $u_2 = 2$ và $u_5 = 16$, nên $u_1 \neq 0$, $q \neq 0$.

Do đó $\dfrac{u_5}{u_2} = \dfrac{u_1 \cdot q^4}{u_1 \cdot q} = q^3 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$.

Lại có $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow u_1 = \dfrac{u_2}{q} = 1$.

Vậy $u_1 = 1$, $q = 2$.

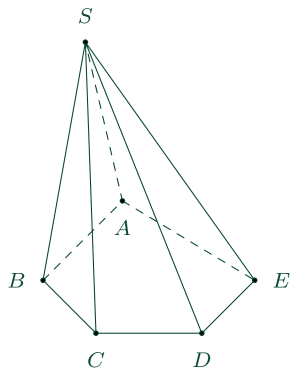
Chọn đáp án (D)

CÂU 27. Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

(A) 5. (B) 4. (C) 6. (D) 1.

Lời giải.

Xét hình chóp ngũ giác $S.ABCDE$ có đáy là ngũ giác $ABCDE$. Dựa vào hình vẽ ta có hình chóp ngũ giác này có 6 mặt là (SAB), (SBC), (SCD), (SDE), (SAE), $(ABCDE)$.



Chọn đáp án (C)

CÂU 28. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = 2^n + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $u_1 = 1$. (B) $u_2 = 4$. (C) $u_3 = 7$. (D) $u_4 = 17$.

Lời giải.

Ta có Ta có $u_1 = 2 + 1 = 3$; $u_2 = 2^2 + 1 = 5$; $u_3 = 2^3 + 1 = 9$; $u_4 = 2^4 + 1 = 17$.
Vậy $u_4 = 17$ là mệnh đề đúng.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 29. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 - 4\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{6}\right)$.

A -1 và 7. **B** 3 và 7. **C** -1 và 1. **D** 1 và 7.

Lời giải.

Đặt $y = f(x) = 3 - 4\cos\left(2x + \dfrac{\pi}{6}\right)$.
Với $\forall x \in \mathbb{R}$ ta có

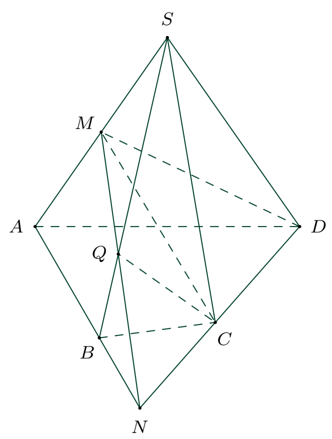
$$\begin{aligned} & -1 \le \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \le 1 \\ \Leftrightarrow\ & 4 \ge -4\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \ge -4 \\ \Leftrightarrow\ & 7 \ge 3 - 4\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \ge -1 \\ \Leftrightarrow\ & 7 \ge y \ge -1. \end{aligned}$$

Vậy $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x) = -1$.
$f(x) = -1 \Leftrightarrow \cos\left(2x + \dfrac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x + \dfrac{\pi}{6} = k2\pi \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{12} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
Và $\max\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x) = 7$.
$f(x) = 7 \Leftrightarrow \cos\left(2x + \dfrac{\pi}{6}\right) = -1 \Leftrightarrow 2x + \dfrac{\pi}{6} = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{5\pi}{12} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 30.
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy không là hình thang. Gọi M là trung điểm của SA, N là giao điểm của AB và CD, Q là giao điểm của MN và SB (xem hình vẽ). Giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (SBC) là

A CD. **B** QC. **C** MQ. **D** SB.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} C \in (SBC) \\ C \in (MCD) \end{cases} \Rightarrow C \in (SBC) \cap (MCD)$ (1)

Lại có: $Q = SB \cap MN$
$\Rightarrow \begin{cases} Q \in SB \subset (SBC) \\ Q \in MN \subset (MND) \equiv (MCD) \end{cases} \Rightarrow Q \in (SBC) \cap (MCD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $QC = (SBC) \cap (MCD)$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 31. Giá trị của $A = \lim \dfrac{2n+1}{n-2}$ bằng

A $+\infty$. **B** $-\infty$. **C** 2. **D** 1.

Lời giải.

Ta có $A = \lim \dfrac{2n+1}{n-2} = \lim \dfrac{\dfrac{2n}{n} + \dfrac{1}{n}}{\dfrac{n}{n} - \dfrac{2}{n}} = \lim \dfrac{2 + \dfrac{1}{n}}{1 - \dfrac{2}{n}} = \dfrac{2+0}{1-0} = 2$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 32. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có AC cắt BD tại O còn $A'C'$ cắt $B'D'$ tại O'. Khi đó $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

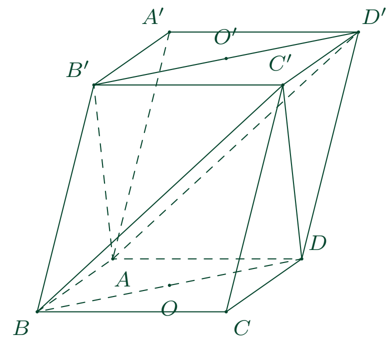
A $(A'OC')$. **B** (BDA'). **C** (BDC'). **D** (BCD).

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC' \parallel AD' \\ BC' \subset (BC'D) \end{cases} \Rightarrow AD' \parallel (BC'D)$.

Ta có $\begin{cases} DC' \parallel AB' \\ DC' \subset (BC'D) \end{cases} \Rightarrow AB' \parallel (BC'D)$.

Mà AB' cắt AD' trong $(AB'D')$ nên $(AB'D') \parallel (BC'D)$.



Chọn đáp án C

CÂU 33. Cho $\sin\alpha = -\dfrac{3}{4}$; $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, giá trị của biểu thức $P = 2\sin^2\dfrac{\alpha}{2} + 3\cos^2\dfrac{\alpha}{2}$ bằng

A $\dfrac{12-\sqrt{7}}{4}$. **B** $\dfrac{20-\sqrt{7}}{8}$. **C** $\dfrac{20+\sqrt{7}}{8}$. **D** $\dfrac{12+\sqrt{7}}{4}$.

Lời giải.

$\sin\alpha = -\dfrac{3}{4} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha} = \pm\dfrac{\sqrt{7}}{4}$.

Do $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \cos\alpha > 0 \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$.

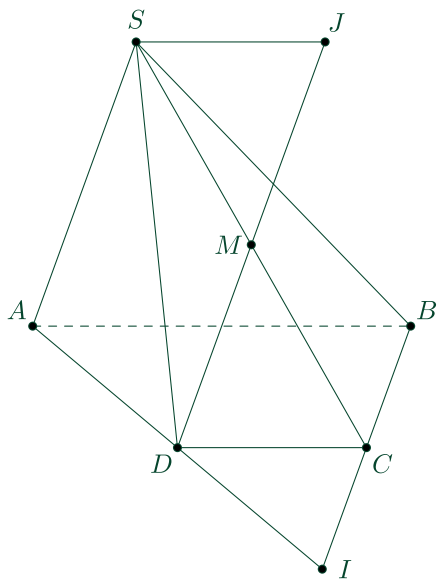
$P = 2\sin^2\dfrac{\alpha}{2} + 3\cos^2\dfrac{\alpha}{2} = 2\left(\sin^2\dfrac{\alpha}{2} + \cos^2\dfrac{\alpha}{2}\right) + \cos^2\dfrac{\alpha}{2} = 2 + \dfrac{1+\cos\alpha}{2} = \dfrac{20+\sqrt{7}}{8}$.

Chọn đáp án C

CÂU 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang, $AB \parallel CD$. Gọi I là giao điểm của AD và BC. Gọi M là trung điểm của SC và DM cắt (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A S, I, J thẳng hàng. **B** $DM \subset (SCI)$. **C** $DM \subset (SAB)$. **D** $SJ = (SCD) \cap (SAB)$.

Lời giải.



Ta có

$$J = DM \cap (SAB) \Rightarrow \begin{cases} J \in DM, DM \subset (SCD) \\ J \in (SAB). \end{cases}$$

Do đó, $J \in (SCD) \cap (SAB)$ mà $S \in (SCD) \cap (SAB)$ nên $SJ = (SCD) \cap (SAB)$.

Chọn đáp án D

CÂU 35. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x + m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

A $m = 0$. **B** $m = 6$. **C** $m = 4$. **D** $m = 2$.

Lời giải.

Ta có $f(1) = m + 3$.

$\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(x-1)\left(x^2+2\right)}{x-1} = \lim\limits_{x \to 1} \left(x^2 + 2\right) = 3.$

Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ thì $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 3 = m + 3 \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án (A) □

II. PHẦN TỰ LUẬN:

CÂU 36. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x = \cos\left(\dfrac{\pi}{3} - x\right)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
\cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = \dfrac{\pi}{3} - x + k2\pi \\ 3x = x - \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}) \\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}) \\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{2} \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).
\end{aligned}$$

Vậy phương trình có các nghiệm $x = \dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{2}; x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. □

CÂU 37. Tính giới hạn sau $A = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{2x-1} - \sqrt[3]{3x-2}}{x-1}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
A &= \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt[3]{3x-2}}{x-1} \\
&= \lim_{x \to 1} \frac{\left(\sqrt{2x-1} - 1\right) - \left(\sqrt[3]{3x-2} - 1\right)}{x-1} \\
&= \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{2x-1} - 1}{x-1} - \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt[3]{3x-2} - 1}{x-1}.
\end{aligned}$$

Trong đó:

- Ta có
$$\begin{aligned}
\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{2x-1} - 1}{x-1} &= \lim_{x \to 1} \frac{\left(\sqrt{2x-1} - 1\right)\left(\sqrt{2x-1} + 1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{2x-1} + 1\right)} \\
&= \lim_{x \to 1} \frac{2(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{2x-1} + 1\right)} \\
&= \lim_{x \to 1} \frac{2}{\sqrt{2x-1} + 1} \\
&= 1.
\end{aligned}$$

- Ta có
$$\begin{aligned}
\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt[3]{3x-2} - 1}{x-1} &= \lim_{x \to 1} \frac{\left(\sqrt[3]{3x-2} - 1\right)\left[\left(\sqrt[3]{3x-2}\right)^2 + \sqrt[3]{3x-2} + 1\right]}{(x-1)\left[\left(\sqrt[3]{3x-2}\right)^2 + \sqrt[3]{3x-2} + 1\right]} \\
&= \lim_{x \to 1} \frac{\left(\sqrt[3]{3x-2}\right)^3 - 1^3}{(x-1)\left[\left(\sqrt[3]{3x-2}\right)^2 + \sqrt[3]{3x-2} + 1\right]} \\
&= \lim_{x \to 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)\left[\left(\sqrt[3]{3x-2}\right)^2 + \sqrt[3]{3x-2} + 1\right]} \\
&= \lim_{x \to 1} \frac{3}{\left(\sqrt[3]{3x-2}\right)^2 + \sqrt[3]{3x-2} + 1} \\
&= 1.
\end{aligned}$$

Vậy $A = 1 - 1 = 0$. □

CÂU 38. Cho tam giác T_1 có diện tích bằng 1. Giả sử có tam giác T_2 đồng dạng với tam giác T_1, tam giác T_3 đồng dạng với tam giác T_2,…, tam giác T_n đồng dạng với tam giác T_{n-1} với tỉ số đồng dạng $\dfrac{1}{k}$ $(k > 1)$. Khi đó n tiến tới vô cùng, tính tổng diện tích của tất cả các tam giác theo k.

Lời giải.

Kí hiệu diện tích tam giác T_n là S_n.

Vì tam giác T_n đồng dạng với tam giác T_{n-1} với tỉ số đồng dạng $\frac{1}{k}$ nên diện tích tam giác T_n bằng $\frac{1}{k^2}$ diện tích tam giác T_{n-1} hay $S_n = \frac{1}{k^2}S_{n-1}$.

Vì $k > 1$ nên $\frac{1}{k^2} < 1$.

Vậy $S_1; S_2; \ldots; S_{n-1}; \ldots$ lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn có $S_1 = 1$ và công bội $q = \frac{1}{k^2}$.

Khi đó tổng diện tích của tất cả các tam giác nếu n tiếp tới vô cùng là

$$S = S_1 + S_2 + \cdots + S_{n-1} + \cdots = \frac{1}{1 - \frac{1}{k^2}} = \frac{k^2}{k^2 - 1}.$$

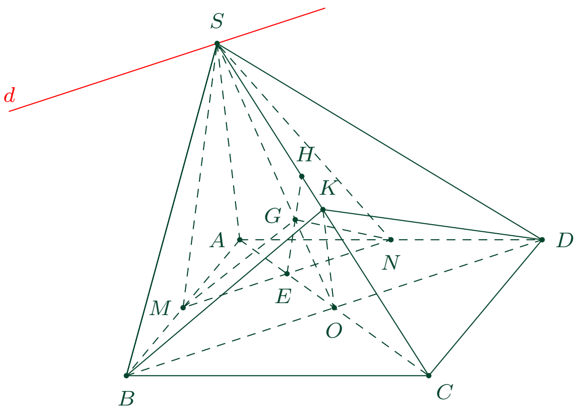
□

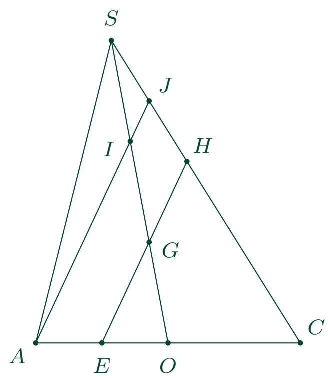
CÂU 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AB, AD, SC.

a) Chứng minh SA song song với (KBD).

b) Gọi G là trọng tâm của tam giác SBD. Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H. Tính tỉ số $\frac{SH}{SC}$.

Lời giải.





a) Trong hình bình hành $ABCD$ gọi $O = AC \cap BD$ suy ra O là trung điểm của AC.
$\Rightarrow KO \parallel SA$ (vì KO là đường trung bình của $\triangle SAC$). (4)
Mà $O \in BD \subset (KBD)$ nên $KO \subset (SBD)$ và $SA \not\subset (KBD)$. (5)
Từ (4), (5) suy ra $SA \parallel (KBD)$.

b) Trong $(ABCD)$ gọi $E = MN \cap AC$. Khi đó (MNG) cắt SC tại điểm $H = EG \cap SC$.
Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SG, SH.
Ta có $\begin{cases} IJ \parallel HG \\ IA \parallel GE \end{cases} \Rightarrow A, I, J$ thẳng hàng.
Xét $\triangle ACJ$ có $EH \parallel AJ \Rightarrow \frac{CH}{HJ} = \frac{CE}{EA} = 3 \Rightarrow CH = 3HJ$.
Lại có $SH = 2HJ$ nên $SC = 5HJ$. Vậy $\frac{SH}{SC} = \frac{2}{5}$.

□

ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 - ĐỀ 03

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM:

CÂU 1. Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu tiên $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Số hạng u_3 bằng

(A) 6. (B) 8. (C) 10. (D) 9.

Lời giải.

Ta có $u_3 = u_1 + 2d = 2 + 2 \cdot 3 = 8$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 2. $\lim \dfrac{1}{n^3}$ bằng

(A) 0. (B) 2. (C) 4. (D) 5.

Lời giải.

Ta có $\lim \dfrac{1}{n^3} = 0$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 3. Tìm tổng S của 100 số nguyên dương đầu tiên và đều chia 5 dư 1.

(A) 24850 . (B) 25100 . (C) 50200 . (D) 5001 .

Lời giải.

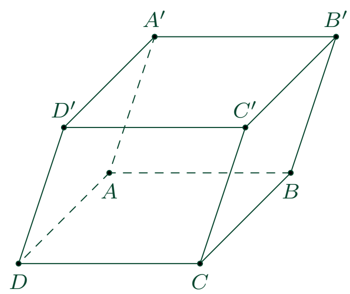
Các số chia 5 dư 1 tạo thành cấp số cộng có $u_1 = 1$ và $d = 5$, do đó $S_{100} = \dfrac{100 \cdot (2u_1 + 99d)}{2} = \dfrac{100 \cdot (2 \cdot 1 + 99 \cdot 5)}{2} = 24850$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 4.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AB song song với đường thẳng nào?

(A) $C'D'$. (B) BD. (C) CC'. (D) $D'A'$.



Lời giải.

Ta có $AB \parallel C'D'$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 5. Tập $D = \mathbb{R} \backslash \left\{ \dfrac{k\pi}{2} \middle| k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập xác định của hàm số nào sau đây?

(A) $y = \cot x$. (B) $y = \cot 2x$. (C) $y = \tan x$. (D) $y = \tan 2x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \cot 2x$ xác định khi $2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \dfrac{k\pi}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 6. Giả sử $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$, $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = L$ $(L, M \in \mathbb{R})$. Chọn đáp án **sai**.

(A) $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$.

(B) $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$.

(C) $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$.

(D) $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{M}$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{M}$ (nếu $M \neq 0$).

Chọn đáp án (D) □

CÂU 7. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

(A) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$. (B) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$. (C) $\sin 2\alpha = \sin \alpha + \cos \alpha$. (D) $\sin 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

Lời giải.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 8. Cho $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$. Giá trị của $\cos 2\alpha$ bằng

(A) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. (B) $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. (C) $\dfrac{7}{9}$. (D) $-\dfrac{7}{9}$.

Lời giải.

Ta có $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 1 - 2\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{7}{9}$.

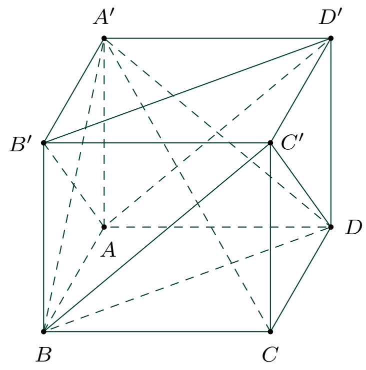
Chọn đáp án (C) □

CÂU 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

(A) (BCA'). (B) $(BC'D)$. (C) $(A'C'C)$. (D) (BDA').

Lời giải.

Do $ADC'B'$ là hình bình hành nên $AB' \parallel DC'$, và $ABC'D'$ là hình bình hành nên $AD' \parallel BC'$ nên $(AB'D') \parallel (BC'D)$.



Chọn đáp án (B) □

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AB \cap CD = O)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A) Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.

(B) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO.

(C) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).

(D) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Lời giải.

Ta có $(SAB) \cap (SAD) = SA$ và SA không thể là đường trung bình của hình thang $ABCD$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 11. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $3;\ 9;\ 27;\ 81;\ldots$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân đã cho.

(A) $u_n = 3^{n-1}$. (B) $u_n = 3^n$. (C) $u_n = 3^{n+1}$. (D) $u_n = 3 + 3^n$.

Lời giải.

Dãy số $3;\ 9;\ 27;\ 81;\ldots$ là một cấp số nhân có $u_1 = 3$ và công bội $q = 3$.

$\Rightarrow u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 12. Trong các dãy số có số hạng tổng quát sau, dãy số nào **không** là dãy số tăng, cũng **không** là dãy số giảm?

(A) $u_n = n$. (B) $v_n = 2n$. (C) $x_n = \dfrac{1}{n}$. (D) $w_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$.

Lời giải.

- Xét $u_n = n \Rightarrow u_{n+1} = n + 1 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 1 > 0\,\forall n \in \mathbb{N}^*$.
  Vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.
- Xét $v_n = 2n \Rightarrow v_{n+1} = 2(n+1) \Rightarrow v_{n+1} - v_n = 21 > 0\,\forall n \in \mathbb{N}^*$.
  Vậy dãy số (v_n) là dãy số tăng.
- Xét $x_n = \dfrac{1}{n} \Rightarrow x_{n+1} = \dfrac{1}{n+1} \Rightarrow x_{n+1} - x_n < 01 > 0\,\forall n \in \mathbb{N}^*$.
  Vậy dãy số (x_n) là dãy số giảm.
- Xét $w_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ có $w_1 = -1$, $w_2 = \dfrac{1}{2}$, $w_3 = -\dfrac{1}{3}$.
  Suy ra $\begin{cases} w_1 < w_2 \\ w_2 > w_3 \end{cases}$ nên dãy (w_n) không phải là dãy tăng, cũng không phải là dãy giảm.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 13. Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải là một cấp số nhân?

(A) $2; 4; 8; 16; \ldots$. (B) $1; -1; 1; -1; \ldots$. (C) $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \ldots$. (D) $a; a^3; a^5; a^7; \ldots\ (a \neq 0)$.

Lời giải.

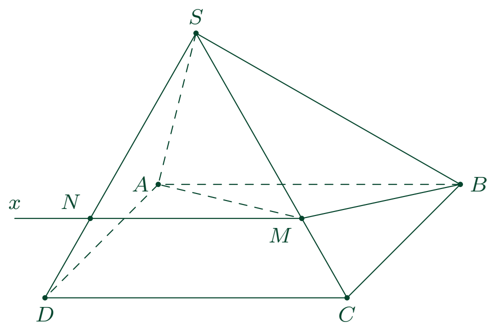
Dãy $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \cdots$ không phải là một cấp số nhân.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC, N là giao điểm của SD và (MAB). Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng

(A) Cắt nhau. (B) Song song. (C) Chéo nhau. (D) Có hai điểm chung.

Lời giải.

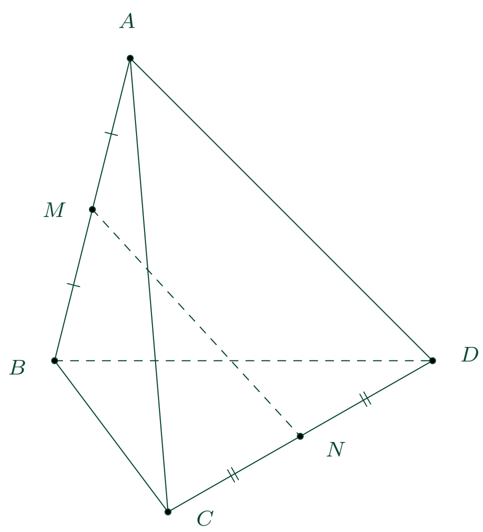


Ta có MN là giao tuyến của hai mặt phẳng (MAB) và (SCD).

Mặt khác $\begin{cases} AB \subset (MAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow MN \parallel CD$. Vậy MN song song với CD.

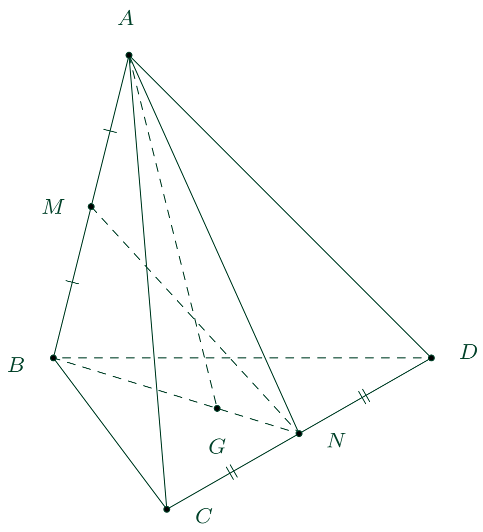
Chọn đáp án (B) □

CÂU 15. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?



(A) MN. (B) CM. (C) DN. (D) CD.

Lời giải.



Do AG và MN cùng nằm trong mặt phẳng (ABN) nên hai đường thẳng cắt nhau.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a;b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a;b]$ là

(A) $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+} f(x) = f(b)$.

(B) $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-} f(x) = f(b)$.

(C) $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-} f(x) = f(b)$.

(D) $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+} f(x) = f(b)$.

Lời giải.

Theo định nghĩa hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$ nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a;b)$ và $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-} f(x) = f(b)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 17. Cho các đường thẳng không song song với phương chiếu. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

(B) Phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng cắt nhau.

(C) Phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng chéo nhau.

(D) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Lời giải.

Theo tính chất của phép chiếu song song, phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 18. Tìm giới hạn $\lim \dfrac{2^{n+1} + 4^n}{3^n + 4^{n+1}}$.

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) $\dfrac{1}{4}$. (C) 0. (D) $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim \dfrac{2^{n+1} + 4^n}{3^n + 4^{n+1}} = \lim \dfrac{2 \cdot 2^n + 4^n}{3^n + 4 \cdot 4^n} = \lim \dfrac{2 \cdot \left(\dfrac{2}{4}\right)^n + 1}{\left(\dfrac{3}{4}\right)^n + 4} = \dfrac{2 \cdot 0 + 1}{0 + 4} = \dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 19. Cho $\lim u_n = -3$, $\lim v_n = 2$. Khi đó $\lim (u_n - v_n)$ bằng

(A) -5. (B) -1. (C) 5. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $\lim (u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n = -3 - 2 = -5$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 20. Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có tập nghiệm là:

(A) $S = \{\alpha + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

(B) $S = \{\alpha + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $S = \{\alpha + k2\pi; -\alpha + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

(D) $S = \{\alpha + k2\pi; \pi - \alpha + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

$$\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 21. Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con muỗi cái trong phòng thí nghiệm cho kết quả như sau

Tuổi thọ (ngày)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Muỗi cái có tuổi thọ khoảng bao nhiêu ngày là nhiều nhất?

A 80 ngày. **B** 66 ngày. **C** 76 ngày. **D** 96 ngày.

Lời giải.

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là nhóm 4: $[60; 80)$.
Do đó $u_4 = 60$, $n_4 = 31$, $n_3 = 23$, $n_5 = 29$ $u_5 - u_4 = 80 - 60 = 20$.
Vậy mốt của mẫu số liệu trên là

$$\begin{aligned} M_e &= u_4 + \frac{n_4 - n_3}{(n_4 - n_3) + (n_4 - n_5)} \cdot (u_5 - u_4) \\ &= 60 + \frac{31 - 23}{(31 - 23) + (31 - 29)} \cdot (20) = 76. \end{aligned}$$

Muỗi cái có tuổi thọ nhiều nhất là 76 ngày.
Chọn đáp án (C)

CÂU 22. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số a (hay u_n dần tới a) khi $n \to +\infty$, nếu $\lim\limits_{x \to +\infty} (u_n + a) = 0$.

B Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

C Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \to +\infty$ nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

D Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \to +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Lời giải.

Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \to +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi
Chọn đáp án (D)

CÂU 23. Cân nặng của 28 học sinh của một lớp 11 được cho như sau

55,4	62,6	54,2	56,8	58,8	59,4	60,7	58	59,5	63,6	61,8	52,3	63,4	57,9
49,7	45,1	56,2	63,2	46,1	49,6	59,1	55,3	55,8	45,5	46,8	54	49,2	52,6

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng

A 55,6. **B** 65,5. **C** 48,8. **D** 57,7.

Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 63{,}6 - 45{,}1 = 18{,}5$.
Độ dài mỗi nhóm là $L > \dfrac{R}{k} = 3{,}7$.
Ta chọn $L = 4{,}0$ và chia dữ liệu thành các nhóm và có bảng giá trị đại diện như sau

Nhóm	$[45; 49)$	$[49; 53)$	$[53; 57)$	$[57; 61)$	$[61; 65)$
Giá Trị Đại Diện	47	51	55	59	63
Tần Số	4	5	7	7	5

Giá trị trung bình của bảng số liệu là $\overline{x} = \dfrac{4 \cdot 47 + 5 \cdot 51 + 7 \cdot 55 + 7 \cdot 59 + 5 \cdot 63{,}0}{28} \approx 55{,}57$.

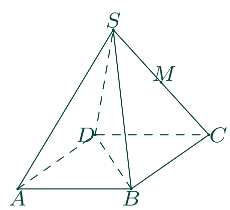
Chọn đáp án (A)

CÂU 24.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, gọi M là trung điểm của SC (như hình vẽ). Hình chiếu song song của điểm M theo phương AC lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

A Trung điểm của SB. **B** Trung điểm của SD.

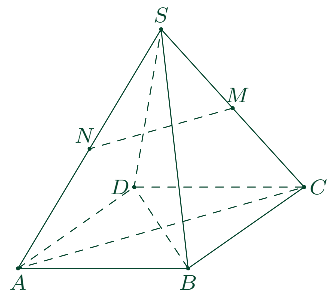
C Điểm D. **D** Trung điểm của SA.



Lời giải.

Gọi N là trung điểm SA.

Khi đó $MN \parallel AC$ nên hình chiếu song song của điểm M lên mặt phẳng (SAD) là trung điểm SA.



Chọn đáp án (D) □

CÂU 25. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

(A) $m = 3$. (B) $m = 0$. (C) $m = 4$. (D) $m = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = \lim\limits_{x\to 1}(x+1) = 2$.

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 2 = m+2 \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 26. Mẫu số liệu sau cho biết cân nặng của học sinh lớp 12 trong một lớp

Cân nặng (kg)	Dưới 55	Từ 55 đến 65	Trên 65
Số học sinh	23	15	2

Số học sinh của lớp đó là bao nhiêu?

(A) 40. (B) 35. (C) 23. (D) 38.

Lời giải.

Số học sinh của lớp là $n = 23 + 15 + 2 = 40$ học sinh.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 27. Tập giá trị của hàm số $y = \sin^2 x + 2\cos^2 x$ là

(A) $T = [0;3]$. (B) $T = [0;2]$. (C) $T = [1;2]$. (D) $T = [1;3]$.

Lời giải.

Ta có $y = \sin^2 x + 2\cos^2 x = 1 + \cos^2 x$.

Ta có $0 \leq \cos^2 x \leq 1$ nên $1 \leq 1 + \cos^2 x \leq 2$.

Vậy tập giá trị của hàm số $y = \sin^2 x + 2\cos^2 x$ là $T = [1;2]$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 28. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = \dfrac{2n+5}{5n-4}$. Số $\dfrac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

(A) 8. (B) 6. (C) 9. (D) 10.

Lời giải.

Giả sử $u_n = \dfrac{7}{12} \Leftrightarrow \dfrac{2n+5}{5n-4} = \dfrac{7}{12} \Leftrightarrow n = 8$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 29. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(-\pi; \dfrac{\pi}{2}\right)$. (B) $\left(-\dfrac{\pi}{2}; 0\right)$. (C) $(0;\pi)$. (D) $\left(\dfrac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = \sin x$ ta thấy đồ thị hướng đi lên từ trái sang phải trên $\left(-\dfrac{\pi}{2}; 0\right)$.

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}; 0\right)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 30. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm CD, I là điểm ở trên đoạn thẳng AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A) $AM = (ACD) \cap (ABG)$. (B) A, J, M thẳng hàng.

(C) J là trung điểm của AM. (D) $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Lời giải.

Ta có A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

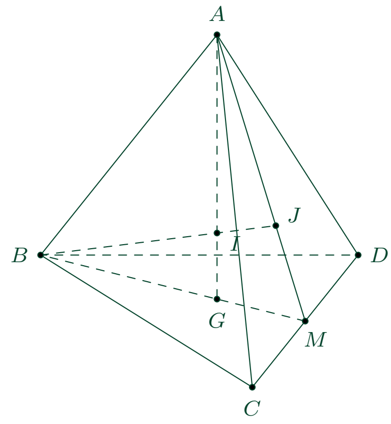
Do $BG \cap CD = M \Rightarrow \begin{cases} M \in BG \subset (ABG) \\ M \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M \in (ABG) \\ M \in (ACD) \end{cases}$

$\Rightarrow M$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

$\Rightarrow (ABG) \cap (ACD) = AM$.

Ta có $\begin{cases} BI \subset (ABG) \\ AM \subset (ABM) \\ (ABG) \equiv (ABM) \end{cases} \Rightarrow AM,\ BI$ đồng phẳng.

$\Rightarrow J = BI \cap AM \Rightarrow A,\ J,\ M$ thẳng hàng.



Ta có $\begin{cases} DJ \subset (ACD) \\ DJ \subset (BDJ) \end{cases} \Rightarrow DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Điểm I di động trên AG nên J có thể không phải là trung điểm của AM.

Chọn đáp án C

CÂU 31. .Cho tứ giác $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C. Gọi N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM). Khi đó AN là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?

A $AN = (ABM) \cap (SBC)$.　　**B** $AN = (ABM) \cap (SCD)$.

C $AN = (ABM) \cap (SAD)$.　　**D** $AN = (ABM) \cap (SAC)$.

Lời giải.

Ta có $B \in (ABM) \cap (SBD)$.　(1)

Gọi $O = AC \cap BD, K = AM \cap SO$. Khi đó

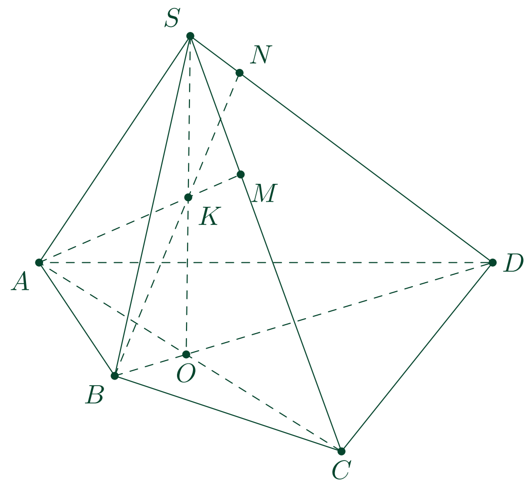
$\begin{cases} K \in AM \subset (ABM) \\ K \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow K \in (ABM) \cap (SBD)$.　(2)

Từ (1) và (2) suy ra $(ABM) \cap (SBD) = BK$.

Trong mặt phẳng (SBD), gọi $N = BK \cap SD$. Khi đó

$\begin{cases} N \in SD \\ N \in BK \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow N = (ABM) \cap SD$.

Dễ thấy $AN = (ABM) \cap (SAD)$.



Chọn đáp án C

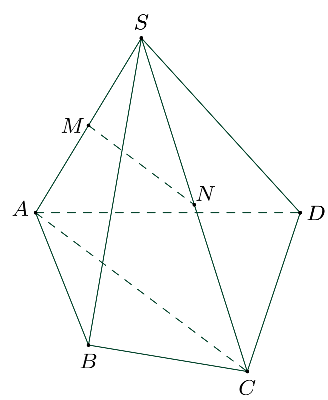
CÂU 32. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A Mặt phẳng (SCD).　**B** Mặt phẳng (SAB).　**C** Mặt phẳng (SBC).　**D** Mặt phẳng $(ABCD)$.

Lời giải.

Ta có M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC nên MN là đường trung bình của $\triangle SAC$, suy ra $MN \parallel AC$.

Khi đó, $\begin{cases} MN \parallel AC \\ AC \subset (ABCD) \\ MN \not\subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (ABCD)$.



Chọn đáp án D

CÂU 33. Cho hai mặt phẳng (P), (Q) cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d. Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng (P), (Q). Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ a, d trùng nhau. Ⓑ a, d chéo nhau. Ⓒ a song song d. Ⓓ a, d cắt nhau.

Lời giải.

Sử dụng hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

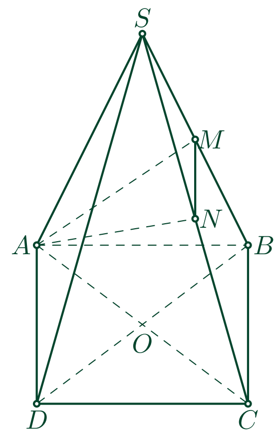
Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 34. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang có 2 đáy là AD và BC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC, O là giao điểm của AC và BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SBD) là

Ⓐ DN. Ⓑ DM. Ⓒ OM. Ⓓ SO.

Lời giải.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SBC, suy ra $MN \parallel BC$.
Ta lại có $BC \parallel AD$, suy ra $MN \parallel AD$.
Khi đó $(AMN) \equiv (AMND) \Rightarrow (AMN) \cap (SBD) = MD$.



Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 35. Hai mặt phẳng được gọi là song song nếu

Ⓐ Có một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và song song với mặt phẳng kia.
Ⓑ Chúng có duy nhất một điểm chung.
Ⓒ Chúng có ít nhất hai điểm chung.
Ⓓ Chúng không có điểm chung.

Lời giải.

Hai mặt phẳng được gọi là song song nếu chúng không có điểm chung.
Chọn đáp án Ⓓ □

II. PHẦN TỰ LUẬN:

CÂU 36. Giải phương trình sau $\sin 2x + 3\cos x = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\sin 2x + 3\cos x = 0$$
$$\Leftrightarrow 2\sin x\cos x + 3\cos x = 0$$
$$\Leftrightarrow \cos x(2\sin x + 3) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\\ 2\sin x + 3 = 0\end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 0\\ \sin x = -\dfrac{3}{2} \text{ (loại)}\end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

□

CÂU 37. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 - \sqrt{3x-2}}{x^2-1}$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 1}\frac{x^3-\sqrt{3x-2}}{x^2-1} &= \lim_{x\to 1}\frac{x^6-3x+2}{\left(x^2-1\right)\left(x^3+\sqrt{3x-2}\right)}\\
&= \lim_{x\to 1}\frac{x^6-1-3x+3}{(x-1)(x+1)\left(x^3+\sqrt{3x-2}\right)}\\
&= \lim_{x\to 1}\frac{\left(x^3+1\right)\left(x^3-1\right)-3(x-1)}{(x-1)(x+1)\left(x^3+\sqrt{3x-2}\right)}\\
&= \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left[\left(x^3+1\right)\cdot\left(x^2+x+1\right)-3\right]}{(x-1)(x+1)\left(x^3+\sqrt{3x-2}\right)}\\
&= \lim_{x\to 1}\frac{\left[\left(x^3+1\right)\cdot\left(x^2+x+1\right)-3\right]}{(x+1)\left(x^3+\sqrt{3x-2}\right)}\\
&= \frac{(1+1)\cdot(1+1+1)-3}{(1+1)\cdot(1+1)}\\
&= \frac{3}{4}.
\end{aligned}$$

□

CÂU 38. Tại một nhà máy, người ta đo được rằng 80% lượng nước sau khi sử dụng được xử lí và tái sử dụng. Với 100 m^3 ban đầu được sử dụng lần đầu tại nhà máy, khi quá trình xử lí và tái sử dụng lặp lại mãi mãi, nhà máy sử dụng được tổng lượng nước là bao nhiêu?

Lời giải.

Tổng lượng nước sử dụng là $100+100\cdot 0{,}8+100\cdot(0{,}8)^2+100\cdot(0{,}8)^3+\ldots=100\cdot\dfrac{1}{1-0{,}8}=500\ \left(\mathrm{m}^3\right).$ □

CÂU 39. Hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M,N sao cho $AM=BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M,N lần lượt cắt AD,AF tại M',N'.

a) Chứng minh $(BCE)\,//\,(ADF)$.

b) Chứng minh $(DEF)\,//\,(MNN'M')$.

c) Gọi I là trung điểm của MN. Tìm tập hợp điểm I khi M,N thay đổi trên AC và BF.

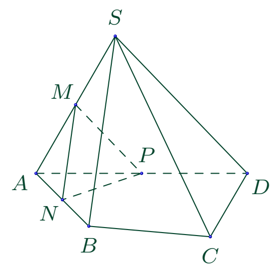
ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 - ĐỀ 04

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM:

CÂU 1.

Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, AB và AD (tham khảo hình bên). Mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng nào dưới đây?

Ⓐ (SBD). Ⓑ (SCD). Ⓒ $(ABCD)$. Ⓓ (SBC).



Lời giải.

Ta có $MP \parallel SD; MP \not\subset (SBD) \Rightarrow MP \parallel (SBD)$.
$MN \parallel SB; MN \not\subset (SBD) \Rightarrow MN \parallel (SBD)$
MN cắt MP trong (MNP)
Từ đó suy ra $(MNP) \parallel (SBD)$.
Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AB \cap CD = O)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

Ⓐ Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
Ⓑ Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO.
Ⓒ Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
Ⓓ Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Lời giải.

Ta có $(SAB) \cap (SAD) = SA$ và SA không thể là đường trung bình của hình thang $ABCD$.
Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 3. $\lim\limits_{x \to -2} \left(2x^2 + 1\right)$ bằng

Ⓐ 9. Ⓑ 5. Ⓒ -7. Ⓓ $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x \to -2} \left(2x^2 + 1\right) = 2\left(-2\right)^2 + 1 = 9$.
Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 4. Cho cấp số nhân $2, 4, 8, \ldots$ Số hạng tổng quát của cấp số nhân đã cho là

Ⓐ $u_n = 2^{n+1}$. Ⓑ $u_n = 4^n$. Ⓒ $u_n = 2^n$. Ⓓ $u_n = 2^{n-1}$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của CSN: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$.
Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 5. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = \sqrt{x^2 + 2023}$. Ⓑ $y = \dfrac{1}{x + 2023}$. Ⓒ $y = \tan x$. Ⓓ $y = \sqrt{x - 1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2023}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên nó liên tục trên $\mathbb{R}$.
Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 6. Cau20Trong không gian có bao nhiêu vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng?

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Lời giải.

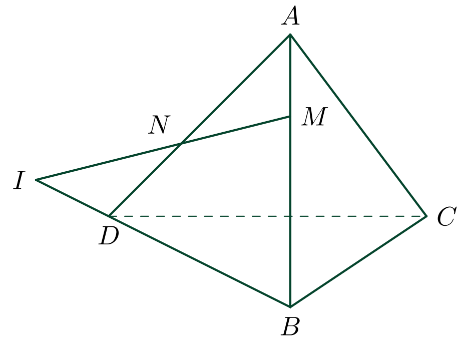
Có ba vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng.
Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 7. Cho 4 điểm A, B, C, D không cùng nằm trên mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy 2 điểm M, N sao cho MN cắt BD tại I. Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây?

Ⓐ (ABD). Ⓑ (BCD). Ⓒ (CMN). Ⓓ (ACD).

Lời giải.

Vì $I = MN \cap BD$ nên $I \in (ABD)$, $I \in (BCD)$, $I \in (CMN)$.



Chọn đáp án (D) □

CÂU 8. Tập giá trị của hàm số $y = 5\sin x - 12\cos x$ là

(A) $[-12; 5]$. **(B)** $[-13; 13]$. **(C)** $[-17; 17]$. **(D)** $(-13; 13)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} y &= 5\sin x - 12\cos x = 13\left(\frac{5\sin x - 12\cos x}{13}\right) \\ &= 13(\sin\alpha \sin x - \cos\alpha\cos x) \\ &= -13\cos(x+\alpha). \quad \left(\text{với } \sin\alpha = \frac{5}{13}, \cos\alpha = \frac{12}{13}\right) \end{aligned}$$

Lại có $-1 \le \cos(x+\alpha) \le 1 \Leftrightarrow -13 \le -13\cos(x+\alpha) \le 13$.
Vậy tập giá trị hàm số $y = 5\sin x - 12\cos x$ là $[-13; 13]$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 9. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right)$. **(B)** $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. **(C)** $(0; \pi)$. **(D)** $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = \sin x$ ta thấy đồ thị hướng đi lên từ trái sang phải trên $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 10. Giới hạn $\lim \dfrac{3n-7}{2n^2+3n-1}$ bằng

(A) $\frac{3}{2}$. **(B)** 3. **(C)** 0. **(D)** $\frac{-3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim \dfrac{3n-7}{2n^2+3n-1} = \lim \left(\dfrac{1}{n} \cdot \dfrac{3 - \frac{7}{n}}{2 + \frac{3}{n} - \frac{1}{n^2}}\right) = 0$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 11. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

(A) $M_o = 10{,}6$. **(B)** $M_o = 11{,}6$. **(C)** $M_o = 9$. **(D)** $M_o = 10$.

Lời giải.

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm $[7; 9)$ hoặc $[9; 11)$.

TH1. Xét nhóm $[7; 9)$ ta có $u_m = 7$, $u_{m+1} = 9$, $n_m = 7$, $n_{m+1} = 7$, $n_{m-1} = 2$.
Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\begin{aligned} M_o &= u_m + \frac{n_m - n_{m-1}}{(n_m - n_{m-1}) + (n_m - n_{m+1})} \cdot (u_{m+1} - u_m) \\ &= 7 + \frac{7-2}{(7-2)+(7-7)} \cdot (9-7) = 9. \end{aligned}$$

TH2. Xét nhóm $[9;11)$ ta có $u_m = 9$, $u_{m+1} = 11$, $n_m = 7$, $n_{m+1} = 3$, $n_{m-1} = 7$.
Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\begin{aligned} M_o &= u_m + \frac{n_m - n_{m-1}}{(n_m - n_{m-1}) + (n_m - n_{m+1})} \cdot (u_{m+1} - u_m) \\ &= 9 + \frac{7-7}{(7-7)+(7-3)} \cdot (11-9) = 9. \end{aligned}$$

Vậy mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $M_o = 9$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 12. Tập xác định của hàm số $y = 2\cos x - 1$ là

(A) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.
(B) $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
(C) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(D) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.
Tập xác định của hàm số $y = 2\cos x - 1$ là $\mathbb{R}$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 13. Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$, vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng AC và BD là

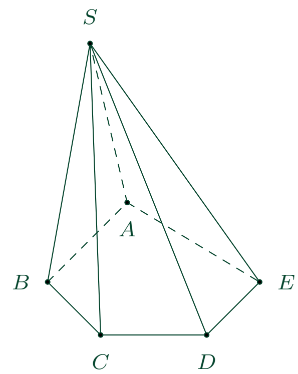
(A) song song. (B) trùng nhau. (C) chéo nhau. (D) cắt nhau.

Lời giải.
Ta có AC và BD là hai đường thẳng chéo nhau.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 14. Hình chóp ngũ giác có bao nhiêu mặt?

(A) 5. (B) 4. (C) 6. (D) 1.

Lời giải.
Xét hình chóp ngũ giác $S.ABCDE$ có đáy là ngũ giác $ABCDE$. Dựa vào hình vẽ ta có hình chóp ngũ giác này có 6 mặt là (SAB), (SBC), (SCD), (SDE), (SAE), $(ABCDE)$.

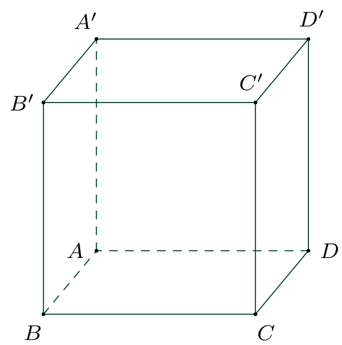


Chọn đáp án (C) □

CÂU 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định đúng.

(A) $(ABCD) \parallel (A'B'D')$. (B) $(A'D'C) \parallel (ABCD)$. (C) $(D'C'A) \parallel (ABCD)$. (D) $(BCC'B') \parallel (ABCD)$.

Lời giải.



Theo định nghĩa hình lập phương ta được kết quả.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 16. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 2 \cdot 3^n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Công thức truy hồi của dãy số đó là

(A) $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 6u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$.
(B) $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$.
(C) $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 3u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$.
(D) $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 3u_{n-1}, n > 1 \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $u_1 = 2 \cdot 3^1 = 6$.

$u_{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1} \Rightarrow 3u_{n-1} = 2 \cdot 3^n = u_n$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 17. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi a, b?

A $\cos(a-b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.

B $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

C $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

D $\cos(a-b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b$.

Lời giải.

Ta có $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 18. Tuổi thọ (năm) của 50 bình ác quy ô tô được cho như sau

Tuổi thọ (năm)	$[2;2{,}5)$	$[2{,}5;3)$	$[3;3{,}5)$	$[3{,}5;4)$	$[4;4{,}5)$	$[4{,}5;5)$
Tần số	4	9	14	11	7	5

Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A 50. **B** 48. **C** 14. **D** 6.

Lời giải.

Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $n = 4 + 9 + 14 + 11 + 7 + 5 = 50$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 19. Phép chiếu song song biến ba đường thẳng song song thành

A ba đường thẳng đôi một song song với nhau.

B một đường thẳng.

C thành hai đường thẳng song song.

D cả ba trường hợp trên.

Lời giải.

Phép chiếu song song biến ba đường thẳng song song thành ba đường thẳng đôi một song song hoặc một đường thẳng hoặc thành hai đường thẳng song song.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 20. Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải là một cấp số nhân?

A $2; 4; 8; 16; \ldots$. **B** $1; -1; 1; -1; \ldots$. **C** $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \ldots$. **D** $a; a^3; a^5; a^7; \ldots$ $(a \neq 0)$.

Lời giải.

Dãy $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \cdots$ không phải là một cấp số nhân.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 21. Cho hai dãy (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim u_n = 2$ và $\lim v_n = 3$. Giá trị của $\lim(u_n + v_n)$ bằng

A 6. **B** 5. **C** -1. **D** 1.

Lời giải.

Ta có $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n = 2 + 3 = 5$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 22. Mệnh đề nào sau đây đúng với mọi k là số nguyên

A $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$.

B $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + k\pi$.

C $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + k2\pi$.

D $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + 2k$.

Lời giải.

Theo phương trình lượng giác cơ bản ta có $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 23. Trong không gian, cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A b và c chéo nhau.

B b và c cắt nhau.

C b và c chéo nhau hoặc cắt nhau.

D b và c song song với nhau.

Lời giải.

Ta xét lần lượt các phương án

- "b và c chéo nhau" là sai vì b, c có thể cắt nhau.
- "b và c cắt nhau" là sai vì b, c có thể chéo nhau.
- "b và c song song với nhau" là sai vì nếu b và c song song thì a và b song song hoặc trùng nhau.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 24. Tìm giới hạn $\lim \dfrac{3n-1}{2n+1}$.

Ⓐ $\dfrac{2}{3}$. Ⓑ 3. Ⓒ 0. Ⓓ $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim \dfrac{3n-1}{2n+1} = \lim \dfrac{3-\dfrac{1}{n}}{2+\dfrac{1}{n}} = \dfrac{\lim\left(3-\dfrac{1}{n}\right)}{\lim\left(2+\dfrac{1}{n}\right)} = \dfrac{\lim 3 - \lim \dfrac{1}{n}}{\lim 2 + \lim \dfrac{1}{n}} = \dfrac{3-0}{2+0} = \dfrac{3}{2}$.

Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 25. .Cho tứ giác $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C. Gọi N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM). Khi đó AN là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?

Ⓐ $AN = (ABM) \cap (SBC)$. Ⓑ $AN = (ABM) \cap (SCD)$.

Ⓒ $AN = (ABM) \cap (SAD)$. Ⓓ $AN = (ABM) \cap (SAC)$.

Lời giải.

Ta có $B \in (ABM) \cap (SBD)$. (1)

Gọi $O = AC \cap BD, K = AM \cap SO$. Khi đó

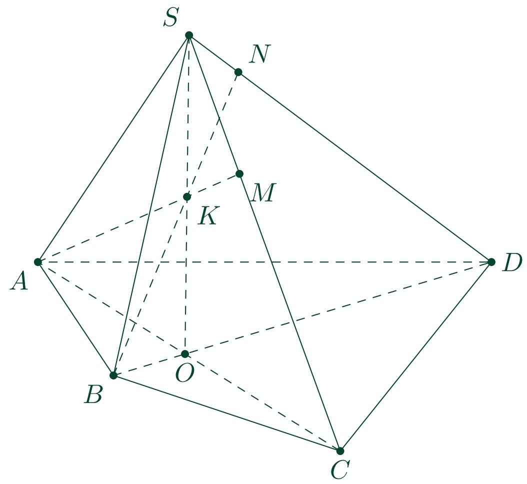
$$\begin{cases} K \in AM \subset (ABM) \\ K \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow K \in (ABM) \cap (SBD). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $(ABM) \cap (SBD) = BK$.

Trong mặt phẳng (SBD), gọi $N = BK \cap SD$. Khi đó

$$\begin{cases} N \in SD \\ N \in BK \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow N = (ABM) \cap SD.$$

Dễ thấy $AN = (ABM) \cap (SAD)$.



Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 26. Bảng giá trị nào dưới đây là bảng giá trị của hàm số $y = \cot x$ trên khoảng $(\pi;2\pi)$

Ⓐ

x	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$
$\cot x$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\|\|$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$

.

Ⓑ

x	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$
$\cot x$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$

.

Ⓒ

x	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$
$\cot x$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	∞	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$

.

(D)

x	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$
$\cot x$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	không xác định	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$

Lời giải.

Vì giá trị $\cot\left(\frac{3\pi}{2}\right)=0$ chứ không phải không xác định thể hiện ở các phương án khác.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 27. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của 1 số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Hãy ước lượng thời gian tập thể dục trung bình của một học sinh trong một ngày.

(A) 53,41. (B) 51,43. (C) 38,02. (D) 42,83.

Lời giải.

Bảng dữ liệu ghép nhóm có $\overline{x}=\dfrac{10\cdot 5+30\cdot 9+50\cdot 12+70\cdot 10+90\cdot 6}{5+9+12+10+6}=\dfrac{360}{7}\approx 51{,}43$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 28. Cho dãy số (u_n) có $u_1=-3$ và $u_{n+1}=u_n+n$ với $n\geq 1$, $n\in\mathbb{N}$. Số hạng thứ 3 của dãy số đã cho là

(A) $u_3=-1$. (B) $u_3=3$. (C) $u_3=-2$. (D) $u_3=0$.

Lời giải.

Ta có $u_1=-3$ và $u_{n+1}=u_n+n$ với $n\geq 1$, $n\in\mathbb{N}$.
Suy ra $u_2=u_1+1=-3+1=-2$; $u_3=u_2+2=-2+2=0$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 29. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=5$ và $\lim\limits_{x\to 2} g(x)=1$. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 2}[f(x)\cdot g(x)]$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) 1. (D) -1.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2}[f(x)\cdot g(x)]=\lim\limits_{x\to 2} f(x)\cdot\lim\limits_{x\to 2} g(x)=5\cdot 1=5$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 30. Tìm tổng S của 100 số nguyên dương đầu tiên và đều chia 5 dư 1.

(A) 24850 . (B) 25100 . (C) 50200 . (D) 5001 .

Lời giải.

Các số chia 5 dư 1 tạo thành cấp số cộng có $u_1=1$ và $d=5$, do đó

$$S_{100}=\frac{100\cdot(2u_1+99d)}{2}=\frac{100\cdot(2\cdot 1+99\cdot 5)}{2}=24850.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 31. Cho tam giác ABC ở trong mặt phẳng (α) và phương l. Biết hình chiếu theo phương l của tam giác ABC lên mặt phẳng (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $(\alpha)\parallel(P)$. (B) $(\alpha)\equiv(P)$. (C) $l\parallel(\alpha)$ hoặc $l\subset(\alpha)$. (D) $l\subset(\alpha)$.

Lời giải.

Vì hình chiếu theo phương l của tam giác ABC lên mặt phẳng (P) là một đoạn thẳng nên $l\parallel(\alpha)$ hoặc $l\subset(\alpha)$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 32. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2x^2-3x+5}-2}{1-x} & \text{khi } x\neq 1\\ m+2 \text{ khi } x=1\end{cases}$. Hàm số liên tục tại điểm $x=1$ khi $m=-\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ tối giản, $a,b\in\mathbb{N}$. Khi đó, tổng $a+b$ bằng:

(A) 13. (B) 5. (C) 3. (D) 6.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
Ta có: $f(1) = m + 2$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 1} f(x) &= \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2x^2-3x+5}-2}{1-x} = \lim_{x\to 1} \frac{2x^2-3x+5-4}{(1-x)\left(\sqrt{2x^2-3x+5}+2\right)} \\ &= \lim_{x\to 1} \frac{2x^2-3x+1}{(1-x)\left(\sqrt{2x^2-3x+5}+2\right)} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(2x-1)}{(1-x)\left(\sqrt{2x^2-3x+5}+2\right)} \\ &= \lim_{x\to 1} \frac{2x-1}{-\left(\sqrt{2x^2-3x+5}+2\right)} = -\frac{1}{4}.\end{aligned}$$

Hàm số liên tục tại điểm $x = 1 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m + 2 = -\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow m = -\dfrac{9}{4}$.

Vì $m = -\dfrac{a}{b}$ nên $\begin{cases} a = 9 \\ b = 4 \end{cases}$. Vậy $a + b = 13$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G_1, G_2, lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SCD. Xét các khẳng định sau:

(I) $G_1G_2 \parallel (SBC)$.

(II) $G_1G_2 \parallel (SAD)$.

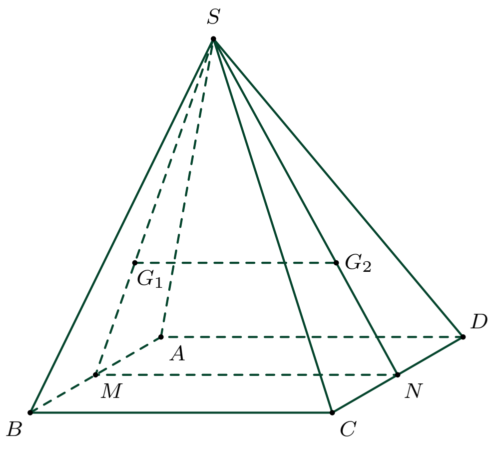
(III) $G_1G_2 \parallel (SAC)$.

(IV) $G_1G_2 \parallel (ABD)$.

Các khẳng định đúng là

(A) (I), (II), (IV). (B) (I), (II), (III). (C) (I), (IV). (D) (III), (IV).

Lời giải.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD.
Do G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm $\triangle SAB$ và $\triangle SCD$ nên $\dfrac{SG_1}{SM} = \dfrac{SG_2}{SN} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel MN$.
Mà $MN \subset (ABCD)$ suy ra $G_1G_2 \parallel (ABCD)$.
Ta có $MN \parallel AD \parallel BC \Rightarrow G_1G_2 \parallel AD \parallel BC$.
Mà $BC \subset (SBC)$ và $AD \subset (SAD)$, suy ra $G_1G_2 \parallel (SAD)$, $G_1G_2 \parallel (SBC)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA. Gọi H là giao điểm của AC và MN. Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E. Khi đó

(A) E là giao của MN với SO.

(B) E là giao của KN với SO..

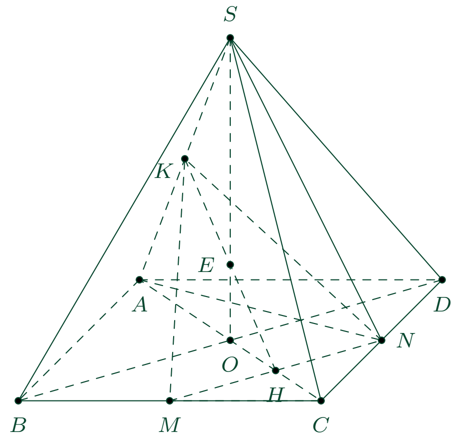
(C) E là giao của KH với SO.

(D) E là giao của KM với SO.

Lời giải.

Trong mặt phẳng (SAC), gọi $E = KH \cap SO$.

Khi đó $\begin{cases} E \in KH \subset (KMN) \\ E \in SO \end{cases} \Rightarrow E = SO \cap (KMN)$.



Chọn đáp án (C) □

CÂU 35. Dãy số nào sau đây là dãy số tăng?

(A) $-1, 1, 3, 5, 7$. (B) $1, 4, 16, 9, 25$. (C) $0, 3, 8, 24, 15$. (D) $0, 3, 12, 9, 6$.

Lời giải.

Ta thấy $-1 < 1 < 3 < 5 < 7$ nên dãy số $-1, 1, 3, 5, 7$ là dãy số tăng.

Chọn đáp án (A) □

II. PHẦN TỰ LUẬN:

CÂU 36. Giải phương trình sau $\sin 2x - 5\cos x = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
& \sin 2x - 5\cos x = 0 \\
\Leftrightarrow\ & 2\sin x \cdot \cos x - 5\cos x = 0 \\
\Leftrightarrow\ & \cos x\,(2\sin x - 5) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \sin x = \dfrac{5}{2} \notin [-1;1] \end{array}\right. \\
\Leftrightarrow\ & x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ (k \in \mathbb{Z}).
\end{aligned}$$

□

CÂU 37. Tính giới hạn $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x}\right)$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
& \lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x}\right) \\
=\ & \lim_{x \to -\infty} \frac{(x^2 - 4x) - (x^2 - x)}{\sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{x^2 - x}} \\
=\ & \lim_{x \to -\infty} \frac{-3x}{-x\left(\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}\right)} \\
=\ & \frac{3}{2}.
\end{aligned}$$

□

CÂU 38. Cho tam giác đều $A_1B_1C_1$ cạnh a. Người ta dựng tam giác đều $A_2B_2C_2$ cạnh bằng đường cao của tam giác $A_1B_1C_1$. Dựng tam giác đều $A_3B_3C_3$ cạnh bằng đường cao của tam giác $A_2B_2C_2$ và cứ tiếp tục như vậy. Tính tổng diện tích S của tất cả các tam giác đều $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3$, ...

Lời giải.

Tam giác $A_1B_1C_1$ có diện tích $S_1 = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác $A_2B_2C_2$ có cạnh là $a_2 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $A_2B_2C_2$ có diện tích $S_2 = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3}{4}S_1$.

Tam giác $A_3B_3C_3$ có cạnh là $a_3 = \dfrac{a_2\sqrt{3}}{2}$ nên $A_3B_3C_3$ có diện tích $S_3 = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{a_2^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3}{4}S_2 = \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 S_1$.

...

Vậy diện tích các tam giác tạo thành là một cấp số nhân với công bội $q = \dfrac{3}{4}$.

Suy ra tổng diện tích tất cả các tam giác là $S = \dfrac{S_1}{1-q} = \dfrac{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}{1-\dfrac{3}{4}} = a^2\sqrt{3}$. □

CÂU 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, tam giác SAB đều cạnh $2a$, M là điểm thuộc cạnh AD sao cho $MD = 2MA$, (α) là mặt phẳng qua M song song với mặt phẳng (SAB) cắt các cạnh BC, SC, SD lần lượt tại N, P, Q. Tính diện tích tứ giác $MNPQ$.

Lời giải.

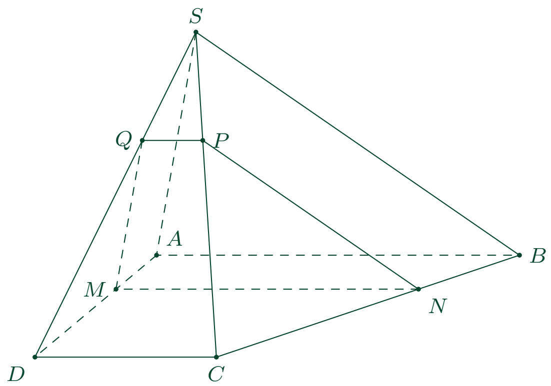
Ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (ABCD) \cap (SAB) = AB \\ M \in (\alpha) \cap (ABCD) \end{cases}$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = d_1$, d_1 đi qua M và song song với AB, cắt BC tại N.

Tương tự $(\alpha) \cap (SBC) = d_2$, d_2 đi qua N và song song với SB, cắt SC tại P,

$(\alpha) \cap (SCD) = d_3$, d_3 đi qua P và song song với CD và AB, cắt SD tại Q.

Ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \\ (\alpha) \cap (SAD) = QM \end{cases} \Rightarrow QM \parallel SA.$



Trong hình thang $ABCD$, ta có $MN = \dfrac{1}{3}CD + \dfrac{2}{3}AB = \dfrac{5a}{3}$.

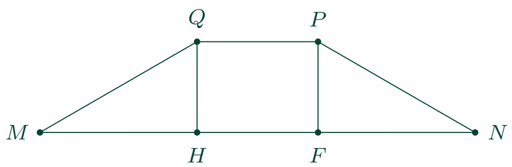
Xét ΔSAD có $QM \parallel SA \Rightarrow \dfrac{QM}{SA} = \dfrac{DM}{DA} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow QM = \dfrac{4a}{3}$.

Xét ΔSCD có $PQ \parallel CD \Rightarrow \dfrac{PQ}{CD} = \dfrac{SQ}{SD} = \dfrac{AM}{AD} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow PQ = \dfrac{a}{3}$.

Xét ΔSBC có $PN \parallel SB \Rightarrow \dfrac{PN}{SB} = \dfrac{CP}{CS} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow PN = \dfrac{4a}{3}$.

Trong hình thang cân $MNPQ$, kẻ $QH \perp MN, PF \perp MN$.

Ta có $HF = PQ = \dfrac{a}{3}, MH = FN = \dfrac{\dfrac{5a}{3} - \dfrac{a}{3}}{2} = \dfrac{2a}{3}$, $QH = \sqrt{MQ^2 - MH^2} = \sqrt{\dfrac{16a^2}{9} - \dfrac{4a^2}{9}} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.



Diện tích hình thang $MNPQ$ là $\dfrac{\left(\dfrac{a}{3} + \dfrac{5a}{3}\right) \cdot \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}}{2} = \dfrac{2a^2\sqrt{3}}{3}$. □

MỤC LỤC