

# BPT VÀ HỆ BPT BẬC NHẤT HAI ẨN

## Bài 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  có dạng tổng quát là

$$ax + by \leq c \text{ (hoặc } ax + by < c; ax + by \geq c; ax + by > c),$$

trong đó  $a, b, c$  là những số thực,  $a$  và  $b$  không đồng thời bằng 0,  $x$  và  $y$  là các ẩn số.

#### 2. Biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Cũng như bất phương trình bậc nhất một ẩn, các bất phương trình bậc nhất hai ẩn có vô số nghiệm và để mô tả tập nghiệm của chúng, ta sử dụng phương pháp biểu diễn hình học. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình được gọi là **miền nghiệm** của nó.

Quy tắc thực hành biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by \leq c$  như sau (tương tự cho bất phương trình  $ax + by \geq c$ )

✔ **Bước 1:** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , vẽ đường thẳng  $\Delta: ax + by = c$ .

✔ **Bước 2:** Lấy một điểm  $M_0(x_0; y_0)$  không thuộc  $\Delta$  (ta thường lấy gốc tọa độ  $O$ ).

✔ **Bước 3:** Tính  $ax_0 + by_0$  và so sánh  $ax_0 + by_0$  với  $c$ .

✔ **Bước 4:** Kết luận,

— Nếu  $ax_0 + by_0 < c$  thì nửa mặt phẳng bờ  $\Delta$  chứa  $M_0$  là miền nghiệm của  $ax_0 + by_0 \leq c$ .

— Nếu  $ax_0 + by_0 > c$  thì nửa mặt phẳng bờ  $\Delta$  không chứa  $M_0$  là miền nghiệm của  $ax_0 + by_0 \leq c$ .

⚠ **Miền nghiệm của bất phương trình  $ax_0 + by_0 \leq c$  bỏ đi đường thẳng  $ax + by = c$  là miền nghiệm của bất phương trình  $ax_0 + by_0 < c$ .**

### B. CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn và bài toán liên quan

#### 1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Cho bất phương trình:  $2x - y < 0$ . Trong các cặp số  $(-1; 2)$ ,  $(2; 0)$ ,  $(0; 1)$ ,  $(3; -2)$ ,  $(-1; -2)$ , cặp nào là nghiệm của bất phương trình, cặp nào không phải là nghiệm của bất phương trình?

**VÍ DỤ 2.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình  $2x + y \leq 3$ .

**VÍ DỤ 3.** a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình  $-2x + 3y > 0$ .

b) Cho hai điểm  $A(2; 1)$  và  $B(3; 3)$ , hỏi hai điểm này cùng phía hay khác phía đối với bờ  $(d)$ .

**VÍ DỤ 4.** a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình  $x + y - 3 < 0$ .

b) Tìm điều kiện của  $m$  và  $n$  để mọi điểm thuộc đường thẳng  $(d')$ :  $(m^2 - 2)x - y + m + n = 0$  đều là nghiệm của bất phương trình trên.



ĐIỂM:

Be yourself; everyone else is already taken.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

2. Bài tập tự luận

- BÀI 1.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình  $2x + y \leq 3$ .
- BÀI 2.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $2x - 4y < 8$ .
- BÀI 3.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $3x - y \leq 0$ .
- BÀI 4.** a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} < 1$ .  
b) Tìm điểm  $A$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình trên. Biết rằng điểm  $A$  là giao điểm của parabol  $(P)$  có dạng  $y = x^2 - 5x + 4$  và trục hoành.
- BÀI 5.** Cho bất phương trình  $2x + y - 1 \leq 0$ .  
a) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đã cho trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .  
b) Tìm tất cả giá trị tham số  $m$  để điểm  $M(m, 1)$  nằm trong miền nghiệm của bất phương trình đã và biểu diễn tập hợp  $M$  tìm được trong cùng hệ trục tọa độ  $Oxy$  ở câu a).
- BÀI 6.** Cho bất phương trình  $x - 2y + 4m > 0$ .  
a) Tùy theo giá trị tham số  $m$ , hãy biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình đã cho trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ .  
b) Gọi  $A, B$  lần lượt là giao của đường thẳng  $x - 2y + 4m = 0$  với trục hoành và trục tung. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để tập nghiệm của bất phương trình đã cho chứa điểm  $C(2; 1)$  sao cho diện tích tam giác  $ABC$  bằng 4.

📁 Dạng 2. Bài toán thực tế liên quan

1. Ví dụ minh họa

- VÍ DỤ 1.** Hà mang 95000 đồng ra chợ mua hoa cúc và hoa hồng. Một bông hoa cúc có giá 4000 đồng, một bông hoa hồng có giá 7000 đồng. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho số tiền mà Hà phải chi để mua  $x$  bông hoa cúc và  $y$  bông hoa hồng.
- VÍ DỤ 2.** Mỗi ngày Nga đều dành không quá 30 phút để đọc cả 2 cuốn sách A, B. Nga đọc được 3 trang sách A trong 2 phút, đọc được 2 trang sách B trong 1 phút. Gọi  $x, y$  lần lượt là số phút đọc sách A và số phút đọc sách B. Tìm điều kiện của  $x$  và  $y$  để Nga đọc được ít nhất 35 trang sách trong một ngày.
- VÍ DỤ 3.** Một cửa hàng bán hai loại trà sữa, trong đó 4 cốc loại 1 có giá 100000 đồng, 1 cốc loại 2 có giá 30000 đồng. Muốn có lãi theo dự tính thì mỗi ngày cửa hàng phải bán được ít nhất 5 triệu đồng tiền hàng. Hỏi số cốc trà sữa bán được trong một ngày trong những trường hợp nào thì cửa hàng có lãi như dự tính?

2. Bài tập tự luận

- BÀI 1.** Giá sách của Hoa có thể chứa được khối lượng sách tối đa là 4 kg. Hoa xếp cả hai loại sách (loại 1 và loại 2) vào giá. Sách loại 1 có khối lượng 100 gam mỗi cuốn và sách loại 2 có khối lượng 200 gam mỗi cuốn. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho khối lượng của  $x$  cuốn loại 1 và  $y$  cuốn loại 2 có thể được xếp lên giá sách.
- BÀI 2.** Công ty viễn thông Mobifone tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng, 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Mỗi tháng Minh gọi điện thoại hết từ 200 đến 300 nghìn đồng. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn mô tả cho số tiền điện thoại trả cho  $(x)$  phút gọi nội mạng và  $(y)$  phút gọi ngoại mạng trong một tháng.
- BÀI 3.** Bạn An giải 10 bài Toán trong 20 phút thì đúng được 80% số bài Toán, giải 12 bài Lý trong 15 phút thì đúng được  $\frac{3}{4}$  số bài Lý. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho thời gian giải  $x$  bài Toán đúng và  $y$  bài Lý đúng, biết thời gian giải ít hơn 150 phút.
- BÀI 4.** Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng 100 m<sup>2</sup>. Diện tích để kê một chiếc ghế là 1 m<sup>2</sup>, một chiếc bàn là 2 m<sup>2</sup> và diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là 24 m<sup>2</sup>. Gọi  $x$  là số chiếc ghế,  $y$  là số chiếc bàn được kê, hãy viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế và chỉ ra hai nghiệm của bất phương trình.
- BÀI 5.** Một rạp chiếu phim 2D phục vụ khán giả một bộ phim mới với 2 loại vé khác nhau. Vé loại 1 (từ thứ 2 đến thứ 5) giá 80000 đồng/vé, vé loại 2 (từ thứ 6 đến chủ nhật và ngày lễ) giá 100000 đồng/vé. Để không phải bù lỗ thì số tiền vé thu được ở rạp chiếu phim này phải đạt tối thiểu 150 triệu đồng. Hỏi số lượng vé bán được trong những trường hợp nào thì rạp chiếu phim phải bù lỗ?

**BÀI 6.** Một bác nông dân cần trồng lúa và khoai trên diện tích đất 6 ha, với lượng phân bón dự trữ là 100 kg và sử dụng tối đa 120 ngày công. Để trồng 1 ha lúa cần sử dụng 20 kg phân bón, 10 ngày công với lợi nhuận là 30 triệu đồng; để trồng 1 ha khoai cần sử dụng 10 kg phân bón, 30 ngày công với lợi nhuận là 60 triệu đồng. Biết bác nông dân đã trồng  $x$  (ha) lúa và  $y$  (ha) khoai. Tìm giá trị của  $x$  để bác nông dân đạt được lợi nhuận cao nhất.

## C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

**CÂU 1.** Trong các bất phương trình sau đây, đâu là bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- ☐ A  $2x^2 - 3x \geq 1$ . ☐ B  $2x + y \leq 1$ . ☐ C  $3x + 1 \leq 0$ . ☐ D  $3x + y = 1$ .

**CÂU 2.** Cho bất phương trình  $2x + 3y - 6 \leq 0$  (1). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- ☐ A Bất phương trình (1) chỉ có một nghiệm duy nhất.  
☐ B Bất phương trình (1) vô nghiệm.  
☐ C Bất phương trình (1) luôn có vô số nghiệm.  
☐ D Bất phương trình (1) có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ .

**CÂU 3.** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình  $x - 4y + 1 \geq 0$ ?

- ☐ A  $(-1; 0)$ . ☐ B  $(-2; -1)$ . ☐ C  $(-1; 3)$ . ☐ D  $(0; 0)$ .

**CÂU 4.** Miền nghiệm của bất phương trình  $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9$  là nửa mặt phẳng chứa điểm nào?

- ☐ A  $(0; 0)$ . ☐ B  $(1; 1)$ . ☐ C  $(-1; 1)$ . ☐ D  $(2; 5)$ .

**CÂU 5.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $x + y - 2 > 0$ ?

- ☐ A  $(2; 1)$ . ☐ B  $(0; 0)$ . ☐ C  $(1; 0)$ . ☐ D  $(0; 1)$ .

**CÂU 6.** Điểm  $A(-1; 3)$  thuộc miền của bất phương trình

- ☐ A  $x + 3y < 0$ . ☐ B  $3x - y > 0$ .  
☐ C  $-3x + 2y - 4 > 0$ . ☐ D  $2x - y + 4 > 0$ .

**CÂU 7.** Tìm tất cả các số thực  $a$  sao cho miền nghiệm của bất phương trình  $x \leq a$  chứa điểm  $M(-1; 0)$ .

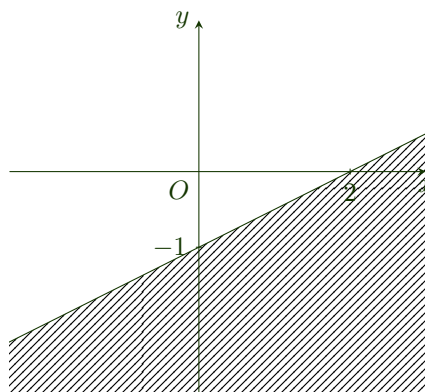
- ☐ A  $a > -1$ . ☐ B  $a \geq -1$ . ☐ C  $a > 0$ . ☐ D  $a \geq 0$ .

**CÂU 8.** Cho đường thẳng  $d: 7x - 9y + 2 = 0$  chia mặt phẳng toạ độ làm hai nửa mặt phẳng, trong đó miền nghiệm của bất phương trình  $7x - 9y + 2 > 0$  là nửa mặt phẳng

- ☐ A có bờ là đường thẳng  $d$  và không chứa điểm  $O(0; 0)$ .  
☐ B không có bờ  $d$  và chứa điểm  $O(0; 0)$ .  
☐ C có bờ là đường thẳng  $d$  và chứa điểm  $O(0; 0)$ .  
☐ D không chứa bờ  $d$  và không chứa điểm  $O(0; 0)$ .

**CÂU 9.** Phần gạch chéo trong hình vẽ dưới đây (không bao gồm đường thẳng  $d$ ) là miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn nào sau đây?

- ☐ A  $2x - y < 0$ . ☐ B  $x - 2y < 2$ .  
☐ C  $2y - x < -2$ . ☐ D  $2x - y > 1$ .

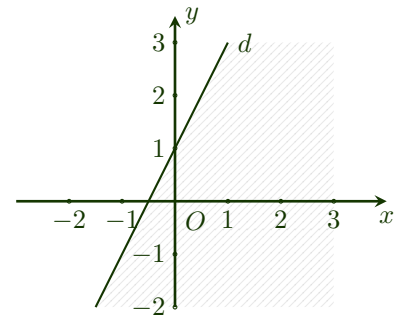


### QUICK NOTE

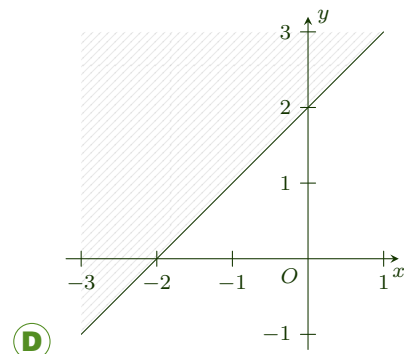
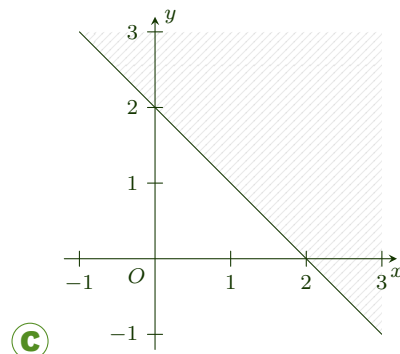
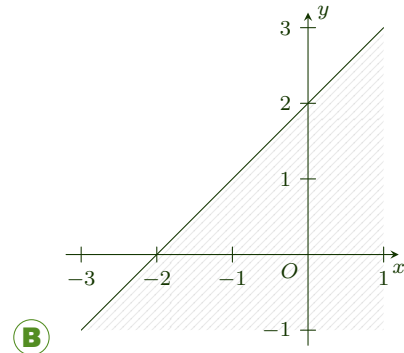
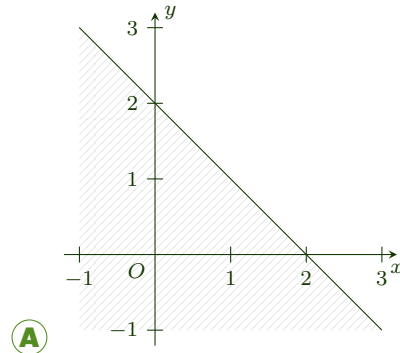
QUICK NOTE

**CÂU 10.** Bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm (phần không gạch sọc) như hình vẽ bên?

- (A)  $2x - y + 1 < 0$ . (B)  $x - y + 1 < 0$ .  
(C)  $2x - 3y + 1 < 0$ . (D)  $2x - y - 1 < 0$ .



**CÂU 11.** Miền nghiệm của bất phương trình  $x + y \leq 2$  là phần không bị gạch sọc của hình vẽ nào trong các hình sau?



**CÂU 12.** Cho bất phương trình  $2x + 3y - 2 < 0$ . Miền nghiệm của bất phương trình là

- (A) nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (không kể bờ).  
(B) nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (kể cả bờ).  
(C) nửa mặt phẳng không chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (không kể bờ).  
(D) nửa mặt phẳng không chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (kể cả bờ).

**CÂU 13.** Miền nghiệm của bất phương trình  $x - 2y + 5 < 0$  là

- (A) Nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (không bao gồm đường thẳng).  
(B) Nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (không bao gồm đường thẳng).  
(C) Nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (bao gồm đường thẳng).  
(D) Nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (không bao gồm đường thẳng).

**CÂU 14.** Cặp điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $3(x + \sqrt{2}y - \sqrt{3}) > 8(\sqrt{3}x + 2y - \sqrt{2})$ ?

- (A)  $A(2; -2)$  và  $B(2; 2)$ . (B)  $C(-\sqrt{3}; -\sqrt{2})$  và  $D(\sqrt{2}; -1 - \sqrt{5})$ .  
(C)  $E(\sqrt{2}; \sqrt{2})$  và  $F(\sqrt{5}; 1)$ . (D)  $G(-\sqrt{2}; 2 + \sqrt{3})$  và  $H(1; 4)$ .

**QUICK NOTE**

**CÂU 15.** Giao miền nghiệm của ba bất phương trình  $y \geq 0; 3x - 2y \geq -6; 3x + 4y \leq 12$  tạo thành một tam giác có diện tích bằng

- (A) 18. (B) 9. (C) 6. (D) 12.

**CÂU 16.** Giao miền nghiệm của ba bất phương trình  $x + 4y \geq 8; -x + 2y \leq 4; x + y \leq 5$  tạo thành một tam giác có chu vi bằng

- (A)  $\sqrt{17} + \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ . (B)  $\sqrt{17} + \sqrt{5} + \sqrt{2}$ .  
(C)  $\sqrt{17} + 2\sqrt{5} + \sqrt{2}$ . (D)  $\sqrt{17} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ .

**CÂU 17.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình  $3x + my - 7 \geq 0$  có miền nghiệm chứa điểm  $A(\sqrt{2}; 1)$ .

- (A)  $m \in [3\sqrt{2} - 7; +\infty)$ . (B)  $m \in (-\infty; 3\sqrt{2} - 7)$ .  
(C)  $m \in (-\infty; 7 - 3\sqrt{3})$ . (D)  $m \in [7 - 3\sqrt{2}; +\infty)$ .

**CÂU 18.** Cho bất phương trình  $mx + \sqrt{2}y - 1 < 0$  với  $m$  là tham số thực. Điểm nào dưới đây luôn luôn **không** thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho?

- (A)  $E(m; m^2)$ . (B)  $F(2m^2; m)$ . (C)  $G(0; 1 + m^2)$ . (D)  $H(0; -1 - m^2)$ .

**CÂU 19.** Với giá trị nào của  $m$  thì điểm  $A(1 - m; m)$  **không** thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $2x - 3(y - x) > 4$ .

- (A)  $0 \leq m \leq 1$ . (B)  $m < \frac{1}{8}$ . (C)  $\frac{1}{8} \leq m \leq 1$ . (D)  $m \geq \frac{1}{8}$ .

**CÂU 20.** Một bác nông dân cần trồng lúa và khoai trên diện tích đất 6 ha, với lượng phân bón dự trữ là 100 kg và sử dụng tối đa 120 ngày công. Để trồng 1 ha lúa cần sử dụng 20 kg phân bón, 10 ngày công với lợi nhuận là 30 triệu đồng; để trồng 1 ha khoai cần sử dụng 10 kg phân bón, 30 ngày công với lợi nhuận là 60 triệu đồng. Để đạt lợi nhuận cao nhất, bác nông dân đã trồng  $x$  (ha) lúa và  $y$  (ha) khoai. Giá trị của  $x$  là

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

**CÂU 21.** Một người thợ mộc tốn 6 giờ để làm một cái bàn và 4 giờ để làm một cái ghế. Gọi  $x, y$  lần lượt là số bàn và số ghế mà người thợ mộc sản xuất trong một tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa  $x$  và  $y$  biết trong một tuần người thợ mộc có thể làm tối đa 50 giờ.

- (A)  $3x + 2y \leq 25$ . (B)  $3x + 2y > 25$ . (C)  $3x + 2y \geq 25$ . (D)  $3x + 2y < 25$ .

**CÂU 22.** Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng 60 m<sup>2</sup>. Diện tích để kê một chiếc ghế là 0,6 m<sup>2</sup>, một chiếc bàn là 1,3 m<sup>2</sup>. Gọi  $x$  là số chiếc ghế,  $y$  là số chiếc bàn được kê. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế, biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là 10 m<sup>2</sup>.

- (A)  $0,6x + 1,3y \geq 50$ . (B)  $0,6x + 1,3y \leq 50$ .  
(C)  $1,3x + 0,6y \leq 50$ . (D)  $1,3x + 0,6y \geq 50$ .

**CÂU 23.** Bạn Nam đang sưu tầm các đồng tiền vàng và bạc để vào một các túi, trọng lượng tối đa mà túi chứa được là 20 gam. Mỗi đồng xu vàng nặng khoảng 14 gam, mỗi đồng xu bạc nặng khoảng 7 gam. Bất phương trình nào sau đây mô tả số đồng tiền vàng ( $x$ ) và số đồng tiền bạc ( $y$ ) có thể được chứa trong túi?

- (A)  $7x + 14y \leq 20$ . (B)  $7x + 14y > 20$ . (C)  $14x + 7y \leq 20$ . (D)  $14x + 7y > 20$ .

**CÂU 24.** Trong 1 lạng (100 g) thịt bò chứa khoảng 26 g protein và 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần tối thiểu 52 g protein. Gọi  $x, y$  lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người đàn ông nên ăn trong một ngày. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người đàn ông trong một ngày.

- (A)  $26x + 20y \leq 52$ . (B)  $26x + 20y < 52$ . (C)  $13x + 10y \geq 26$ . (D)  $13x + 10y > 26$ .

**CÂU 25.** Công ty viễn thông Viettel có gói cước Hi School tính phí là 1190 đồng mỗi phút gọi nội mạng và 1390 đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Một bạn học sinh đăng kí gói cước trên và sử dụng  $x$  phút gọi nội mạng,  $y$  phút gọi ngoại mạng trong một tháng. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  để mô tả số tiền bạn đó phải trả trong một tháng ít hơn 100 nghìn đồng.

- (A)  $119x + 139y \geq 10000$ . (B)  $139x + 119y < 10000$ .  
(C)  $119x + 139y \leq 10000$ . (D)  $119x + 139y < 10000$ .

**CÂU 26.** Nhân ngày Quốc tế Thiếu nhi 1 - 6, một rạp chiếu phim phục vụ các khán giả một bộ phim hoạt hình. Vé được bán ra có hai loại: loại 1 dành cho trẻ từ 6 - 13 tuổi, giá

QUICK NOTE

vé là 50000 đồng/vé và loại 2 dành cho người trên 13 tuổi, giá vé là 80000 đồng/vé. Gọi  $x$  là số vé loại 1 và  $y$  là số vé loại 2 bán được. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  để biểu diễn điều kiện sao cho số tiền bán vé thu được tối thiểu 10 triệu đồng.

- (A)  $5x + 8y \geq 100$ . (B)  $5x + 8y > 1000$ . (C)  $8x + 5y \geq 1000$ . (D)  $5x + 8y \geq 1000$ .

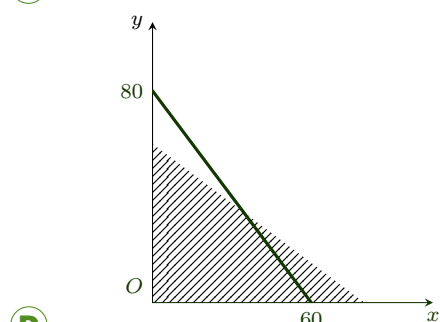
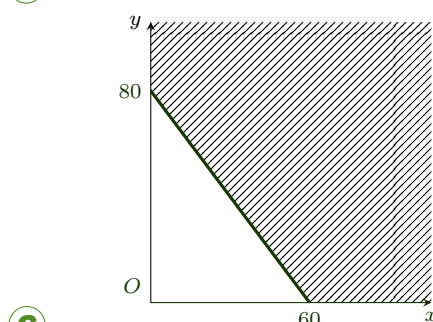
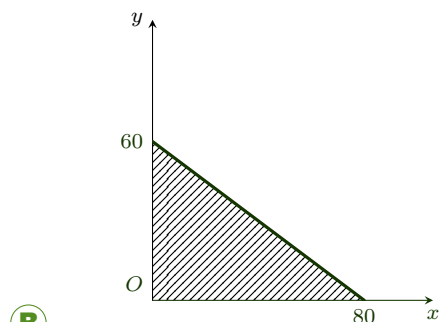
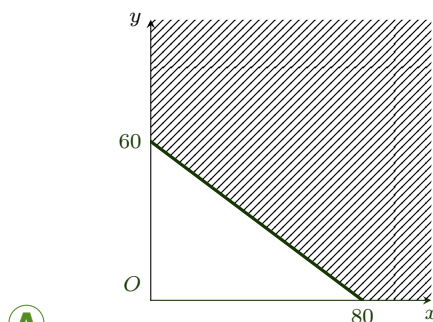
**CÂU 27.** Ngoài giờ học, bạn Nam làm thêm việc phụ bán cơm được 15 nghìn đồng/một giờ và phụ bán tạp hóa được 10 nghìn đồng/một giờ. Gọi  $x, y$  lần lượt là số giờ phụ bán cơm và phụ bán tạp hóa trong mỗi tuần. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x$  và  $y$  sao cho Nam kiếm thêm tiền mỗi tuần được ít nhất là 900 nghìn đồng.

- (A)  $3x + 2y \leq 180$ . (B)  $3x + 2y > 180$ . (C)  $3x + 2y \geq 180$ . (D)  $3x + 2y < 180$ .

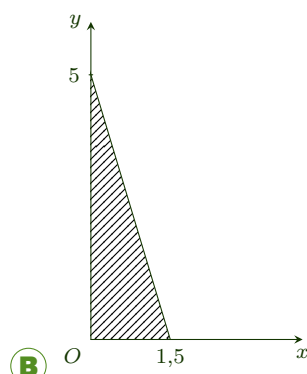
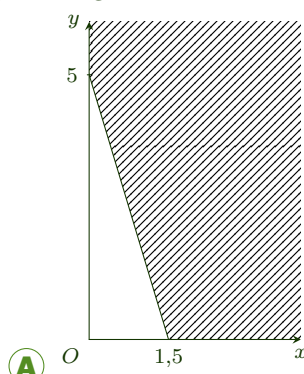
**CÂU 28.** Anh A muốn thuê một chiếc ô tô (có người lái) trong một tuần. Giá thuê xe như sau: từ thứ hai đến thứ sáu phí cố định là 900 nghìn đồng/ngày và phí tính theo quãng đường di chuyển là 10 nghìn đồng/km còn thứ bảy và chủ nhật thì phí cố định là 1200 nghìn đồng/ngày và phí tính theo quãng đường di chuyển là 15 nghìn đồng/km. Gọi  $x, y$  lần lượt là số km mà anh A đi trong các ngày từ thứ hai đến thứ sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa  $x$  và  $y$  sao cho tổng số tiền anh A phải trả không quá 20 triệu đồng.

- (A)  $10x + 15y \leq 20000$ . (B)  $2x + 3y \geq 2720$ .  
(C)  $10x + 15y \geq 20000$ . (D)  $2x + 3y \leq 2720$ .

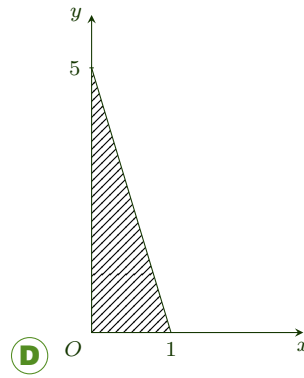
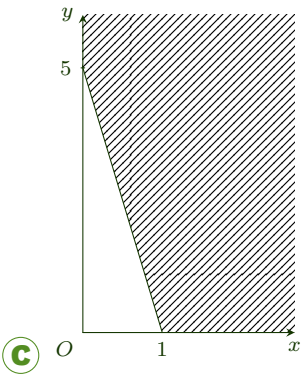
**CÂU 29.** Một cửa hàng làm kệ sách và bàn làm việc. Mỗi kệ sách cần 4 giờ hoàn thiện. Mỗi bàn làm việc cần 3 giờ hoàn thiện. Mỗi tháng cửa hàng có tối đa 240 giờ làm việc. Hãy biểu diễn đồ thị mô tả số giờ làm việc trong mỗi tháng của cửa hàng theo số kệ sách hoàn thiện ( $x$ ) và số bàn hoàn thiện ( $y$ ).



**CÂU 30.** Một gia đình cần  $x$  kg thịt bò và  $y$  kg thịt lợn trong một ngày, giá tiền 1 kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 60 nghìn đồng. Biểu diễn đồ thị mô tả chi phí gia đình đó mua thịt bò và thịt lợn mỗi ngày để số tiền bỏ ra trong một ngày không quá 300 nghìn đồng.







## QUICK NOTE

## Bài 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- ☑ Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là một hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- ☑ Cặp số  $(x_0; y_0)$  là nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn khi  $(x_0; y_0)$  đồng thời là nghiệm của tất cả các bất phương trình trong hệ đó.

#### 2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng tọa độ

⚠ *Ôn tập: Phương trình của trục  $Ox$  là  $y = 0$  và phương trình của trục  $Oy$  là  $x = 0$ .*

- ☑ Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.
- ☑ Miền nghiệm của hệ là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

\* Cách xác định miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

- ☑ **Bước 1:** Trên cùng một mặt phẳng tọa độ, xác định miền nghiệm của mỗi bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong hệ và gạch bỏ miền còn lại.
- ☑ **Bước 2:** Miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

#### 3. Ứng dụng của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

**Nhận xét:** Tổng quát, người ta chứng minh được rằng giá trị lớn nhất (hay nhỏ nhất) của biểu thức  $F(x; y) = ax + by$ , với  $(x; y)$  là tọa độ các điểm thuộc miền đa giác  $A_1A_2 \dots A_n$ , tức là các điểm nằm bên trong hay nằm trên các cạnh của đa giác, đạt được tại một trong các đỉnh của đa giác đó.

### B. CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1. Biểu diễn hình học của tập nghiệm

a) Cách xác định miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by < c$  ( $a^2 + b^2 > 0$ ).

- ☑ Vẽ đường thẳng  $d: ax + by = c$ ;
- ☑ Lấy điểm  $M(x_0; y_0) \notin d$ .
  - Nếu  $ax_0 + by_0 < c$  thì nửa mặt phẳng không kể bờ  $d$  chứa  $M_0$  là miền nghiệm của  $ax + by < c$ .
  - Nếu  $ax_0 + by_0 > c$  thì nửa mặt phẳng không kể bờ  $d$  không chứa  $M_0$  là miền nghiệm của  $ax + by < c$ .

## QUICK NOTE

**!** Miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by \leq c$  ( $a^2 + b^2 > 0$ ) bao gồm miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by < c$  và đường thẳng  $d$  (nửa mặt phẳng kể cả bờ  $d$ ).

b) Cách xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- ✓ Với mỗi bất phương trình trong hệ, ta xác định miền nghiệm của nó và gạch bỏ miền còn lại.
- ✓ Sau khi làm như trên lần lượt đối với các bất phương trình trong hệ và trên cùng mặt phẳng tọa độ, miền còn lại không bị gạch chính là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

## 1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $2x - 4y < 8$ .

**VÍ DỤ 2.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $3x + y \geq 3$ .

**VÍ DỤ 3.** a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $-2x + 3y > 0$ .

b) Cho hai điểm  $A(2; 1)$  và  $B(3; 3)$ , hỏi hai điểm này cùng phía hay khác phía đối với bờ ( $d$ ).

**VÍ DỤ 4.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} x + y > 1 \\ x - y < 2 \end{cases}$$

**VÍ DỤ 5.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} x + y < 2 \\ x - y > 1 \\ y > -1 \end{cases}$$

**VÍ DỤ 6.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} 2x + 5y > 2 \\ x - 3y \geq 1 \\ x + y < 3 \end{cases}$$

**VÍ DỤ 7.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ x - 2y \leq 1 \\ y \leq 2 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

$$x + \frac{3}{2}y \geq 1 - x + \frac{1}{2}.$$

**BÀI 2.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

$$-2022x - 2023y \leq 2021y.$$

**BÀI 3.** a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} < 1$ .

b) Tìm điểm  $A$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình trên. Biết rằng điểm  $A$  là giao điểm của parabol  $(P): y = x^2 - 5x + 4$  và trục hoành.



**BÀI 4.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} x + 2y \geq 1 \\ 3x - y \leq 2 \end{cases}$$

**BÀI 5.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} x - 2y < 1 \\ x + 3y < -2 \\ -x + y < 2 \end{cases}$$

**BÀI 6.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} 3x + y \leq 5 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

### 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + 7y - 3 > 0 \\ x - 2y \geq 0 \end{cases}$ ?

- ☐ A  $P(-1; -5)$ . ☐ B  $O(0; 0)$ . ☐ C  $M(3; -1)$ . ☐ D  $N(2; 0)$ .

**CÂU 2.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$  chứa điểm nào trong các điểm sau?

- ☐ A  $(0; 0)$ . ☐ B  $(1; 0)$ . ☐ C  $(0; -2)$ . ☐ D  $(0; 2)$ .

**CÂU 3.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x - y \geq 3 \\ 2x + y < 4 \end{cases}$  chứa điểm nào trong các điểm sau?

- ☐ A  $(1; -3)$ . ☐ B  $(-2; 1)$ . ☐ C  $(3; -2)$ . ☐ D  $(4; 1)$ .

**CÂU 4.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x - y > 0 \\ x + y \geq -1 \\ x - y < -2 \end{cases}$  không chứa điểm nào trong các điểm sau?

- ☐ A  $(5; 8)$ . ☐ B  $(6; 9)$ . ☐ C  $(4; 7)$ . ☐ D  $(3; 4)$ .

**CÂU 5.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$ .

- ☐ A  $(0; 0)$ . ☐ B  $(-2; 0)$ . ☐ C  $(-1; -4)$ . ☐ D  $(-3; 4)$ .

**CÂU 6.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 3x + 2y - 6 < 0 \end{cases}$  có miền nghiệm  $S$  và bốn điểm  $O(0; 0)$ ,  $A(2; 3)$ ,  $B(-1; 1)$ ,  $C(-1; 3)$ . Trong các điểm đã cho, có bao nhiêu điểm thuộc  $S$ ?

- ☐ A 1. ☐ B 2. ☐ C 3. ☐ D 4.

**CÂU 7.** Xét hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x - 2y \geq -1 \\ y \geq 1 \end{cases}$  và bốn điểm  $A(1; 1)$ ,  $B(2; 1)$ ,  $C(0; 1)$ ,  $D(-2; 0)$ . Trong các điểm trên, có bao nhiêu điểm thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho?

- ☐ A 1. ☐ B 2. ☐ C 3. ☐ D 4.

**CÂU 8.** Cặp số  $(x; y)$  nào sau đây là một nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 \leq 0 \end{cases}$ ?

- ☐ A  $(0; 4)$ . ☐ B  $(0; 0)$ . ☐ C  $(-2; -4)$ . ☐ D  $(-3; -4)$ .

#### QUICK NOTE

QUICK NOTE

**CÂU 9.** Trong các cặp số  $(x; y)$  sau, cặp số nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x - y - 2 \leq 0 \\ 3x - 2y + 2 > 0 \end{cases} ?$$

**(A)**  $(x; y) = (0; 0).$

**(B)**  $(x; y) = (1; 1).$

**(C)**  $(x; y) = (-1; 1).$

**(D)**  $(x; y) = (-1; -1).$

**CÂU 10.** Cặp số  $(x; y) = (0; 0)$  **không** là nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?

**(A)**  $\begin{cases} 2x - y < 1 \\ x \geq 0 \\ y \leq 1 \end{cases}$

**(B)**  $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x \geq 0 \\ y < 0 \end{cases}$

**(C)**  $\begin{cases} 2x - y < 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

**(D)**  $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x \leq 0 \\ y < 1 \end{cases}$

**CÂU 11.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 5x + 3y - 19 \leq 0 \\ 12x - 5y - 13 \geq 0 \end{cases} ?$

**(A)**  $N(1 + \sqrt{2}; \sqrt{2}).$

**(B)**  $N(1 + \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2}).$

**(C)**  $N(1; 3 + \sqrt{2}).$

**(D)**  $N(5 + \sqrt{2}; \sqrt{2}).$

**CÂU 12.** Cặp số  $(x; y) = (-1; 3)$  là nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?

**(A)**  $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 2y \geq 2 \\ y \leq 0 \\ x < 0 \end{cases}$

**(B)**  $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + y \geq 2 \\ y \leq 0 \\ x < 0 \end{cases}$

**(C)**  $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + y \geq 2 \\ y \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$

**(D)**  $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 2y \geq 2 \\ y \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$

**CÂU 13.** Hệ bất phương trình  $\begin{cases} y \leq x + 1 \\ y + x > 3 \end{cases}$  nhận cặp số  $(x; y)$  nào sau đây làm nghiệm của nó?

**(A)**  $(x; y) = (2; 1).$

**(B)**  $(x; y) = (2; 3).$

**(C)**  $(x; y) = (3; 0).$

**(D)**  $(x; y) = (1; 3).$

**CÂU 14.** Cho hệ  $\begin{cases} 2x + 3y < 5 \\ x + \frac{3}{2}y < 5 \end{cases}$ . Gọi  $S_1$  là tập nghiệm của bất phương trình  $2x + 3y < 5$ ,

$S_2$  là tập nghiệm của bất phương trình  $x + \frac{3}{2}y < 5$  và  $S$  là tập nghiệm của hệ thì

**(A)**  $S \subset S_2.$

**(B)**  $S_2 \subset S_1.$

**(C)**  $S_2 \subset S.$

**(D)**  $S = S_1 \cup S_2.$

**CÂU 15.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + y > 4 & (1) \\ x + \frac{1}{3}y > 4 & (2) \end{cases}$ . Gọi  $S_1$  là tập nghiệm của bất phương trình (1),  $S_2$  là nghiệm của bất phương trình (2) và  $S$  là tập nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**(A)**  $S_1 \subset S_2.$

**(B)**  $S_2 \subset S_1.$

**(C)**  $S_2 \cup S = S_1.$

**(D)**  $S_1 \subset S.$

**CÂU 16.** Tìm số thực  $a$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ ax - 3y \geq -12 \end{cases}$  là một tam giác có diện tích bằng 6.

**(A)**  $a = -4.$

**(B)**  $a = 4.$

**(C)**  $a = 6.$

**(D)**  $a = 12.$

**CÂU 17.** Tính diện tích  $S$  của miền nghiệm hệ bất phương trình  $\begin{cases} y + x \leq 3 \\ y - x \leq 3 \\ y \geq -1 \end{cases}$ .

**(A)**  $S = 8.$

**(B)**  $S = 25.$

**(C)**  $S = 16.$

**(D)**  $S = 12.$

**CÂU 18.** Tính diện tích  $S$  của miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq -3 \\ y + x \leq 8 \\ y - x \geq -2 \end{cases}$ .

**(A)**  $S = 48.$

**(B)**  $S = 64.$

**(C)**  $S = 81.$

**(D)**  $S = 49.$

**CÂU 19.** Tính chu vi  $P$  của miền nghiệm hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 6 \\ y \leq 5 \\ y \geq -6 \end{cases}$$

- (A)  $P = 38$ . (B)  $P = 36$ . (C)  $P = 42$ . (D)  $P = 40$ .

**CÂU 20.** Tìm giá trị của số thực  $a$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \leq a \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$$

có diện tích bằng 6.

- (A)  $a = -3$ . (B)  $a = 8$ . (C)  $a = 3$ . (D)  $a = -8$ .

**CÂU 21.** Tìm giá trị của số thực  $a$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x - y \geq a \\ x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

là một tam giác có diện tích bằng 2.

- (A)  $a = 2$ . (B)  $a = -2$ . (C)  $a = \sqrt{2}$ . (D)  $a = -\sqrt{2}$ .

**CÂU 22.** Tìm giá trị của số thực  $m$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + my \leq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

là một tam giác có diện tích bằng 4.

- (A)  $m = 2$ . (B)  $m = 4$ . (C)  $m = \frac{1}{4}$ . (D)  $m = \frac{1}{2}$ .

**CÂU 23.** Tìm giá trị của số thực  $m$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 2 \\ y \leq -1 \\ y \geq m \end{cases}$$

có chu vi bằng 8.

- (A)  $m = -3$ . (B)  $m = 2$ . (C)  $m = 3$ . (D)  $m = -2$ .

**CÂU 24.** Tìm giá trị của số thực dương  $m$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 3y \leq 12 \\ mx + y \geq 2 \end{cases} \text{ có diện tích bằng 8.}$$

- (A)  $m = 2$ . (B)  $m = 3$ . (C)  $m = \frac{1}{3}$ . (D)  $m = \frac{1}{2}$ .

**CÂU 25.** Ngoài giờ học, bạn Nam làm thêm việc phụ bán cơm được 15 nghìn đồng/một giờ và phụ bán tạp hóa được 10 nghìn đồng/một giờ. Nam không thể làm thêm việc nhiều hơn 15 giờ mỗi tuần. Gọi  $x, y$  lần lượt là số giờ phụ bán cơm và phụ bán tạp hóa. Hệ bất phương trình nào sau đây xác định số giờ để làm mỗi việc nếu Nam muốn kiếm được ít nhất 100 nghìn đồng mỗi tuần?

- (A)  $\begin{cases} x + y \geq 15 \\ 15x + 10y \geq 100. \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x + y \leq 15 \\ 15x + 10y > 100. \end{cases}$   
(C)  $\begin{cases} x + y \leq 15 \\ 15x + 10y \geq 100. \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x + y > 15 \\ 15x + 10y < 100. \end{cases}$

**CÂU 26.** Để trở thành một thành viên của ban nhạc thì một sinh viên phải đạt điểm trung bình các môn học ít nhất là 7,0 và phải có tối thiểu 5 lần thực hành sau giờ học. Gọi  $x$  là điểm trung bình các môn học và  $y$  là số lần thực hành sau giờ học, hãy chọn hệ bất phương trình thể hiện tốt nhất tình huống này.

- (A)  $\begin{cases} x \geq 7 \\ y \geq 5. \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x \leq 7 \\ y \leq 5. \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} x < 7 \\ y < 5. \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x > 7 \\ y > 5. \end{cases}$

**CÂU 27.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} x - y > 0 \\ 2x + 7y < 0 \end{cases}$  có tập nghiệm  $S$ . Chọn khẳng định đúng

trong các khẳng định sau.

- (A)  $(1; -1) \in S$ . (B)  $(1; -\frac{1}{2}) \notin S$ . (C)  $(4; -1) \in S$ . (D)  $(-\frac{1}{2}; -\frac{2}{7}) \in S$ .

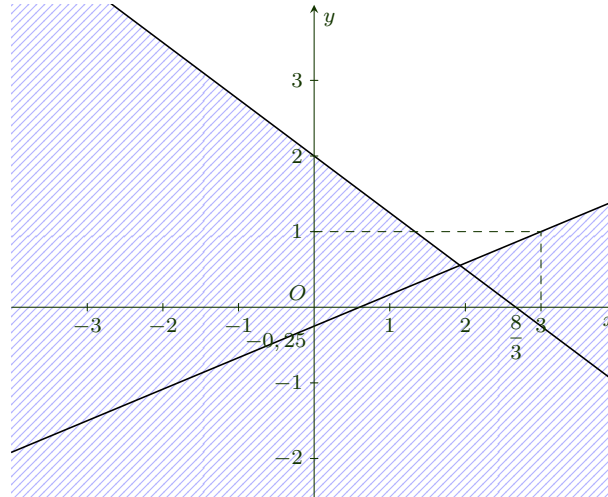
## QUICK NOTE

QUICK NOTE

**CÂU 28.** Điểm  $A\left(0; \frac{5}{3}\right)$  luôn thuộc miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình dưới đây (với  $m$  là tham số thực)?

- (A)  $(m^2 - 4)x + 3y - 5 \leq 0.$ 
 (B)  $(m^2 - 4)x + 3y - 5 > 0.$   
 (C)  $(m^2 - 4)x + 3y - 5 < 0.$ 
 (D)  $(m^2 - 4)x + 3y + 7 \leq 0.$

**CÂU 29.** Hình vẽ dưới đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình nào? (với miền nghiệm là miền **không** gạch sọc và chứa bờ)

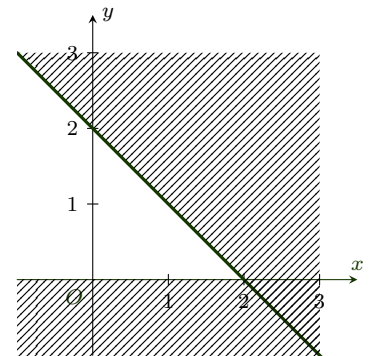


- (A)  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \geq 0 \\ 5x - 12y - 3 \leq 0. \end{cases}$ 
 (B)  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \leq 0 \\ 5x - 12y - 3 \leq 0. \end{cases}$   
 (C)  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \geq 0 \\ 5x - 12y - 3 \geq 0. \end{cases}$ 
 (D)  $\begin{cases} 3x + 4y - 3 \geq 0 \\ 5x - 12y - 8 \leq 0. \end{cases}$

**CÂU 30.**

Phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó trên đường thẳng  $y = 0$  trong hình vẽ bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?

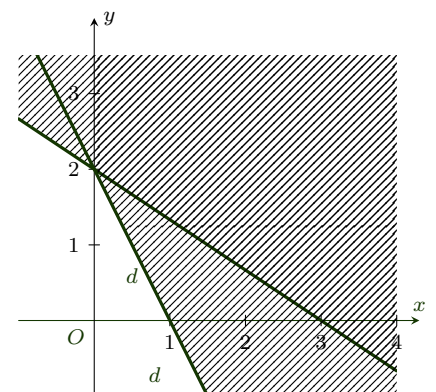
- (A)  $\begin{cases} y \leq 0 \\ 2x + y > 1. \end{cases}$ 
 (B)  $\begin{cases} x + y < 2 \\ y \geq 0. \end{cases}$   
 (C)  $\begin{cases} 2x - 2y > 6 \\ 2x + y \geq 1. \end{cases}$ 
 (D)  $\begin{cases} y \leq 0 \\ x + y < 1. \end{cases}$



**CÂU 31.**

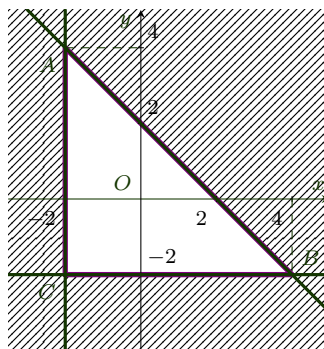
Phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó trên đường thẳng  $d$  trong hình vẽ bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?

- (A)  $\begin{cases} 2x + 3y \leq 6 \\ 2x + y > 2. \end{cases}$ 
 (B)  $\begin{cases} x - 2y < 1 \\ 3x + 2y \leq 3. \end{cases}$   
 (C)  $\begin{cases} 2x + 3y < 6 \\ 2x + y \leq 2. \end{cases}$ 
 (D)  $\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x + y < 1. \end{cases}$



**CÂU 32.**

Cho hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x \geq -2 \\ y \geq -2 \\ x + y < 2. \end{cases}$$
 Biết rằng  $A, B, C$  là giao điểm của hai trong ba đường thẳng  $x = -2, y = -2, x + y = 2$  (được cho như hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây là đúng?



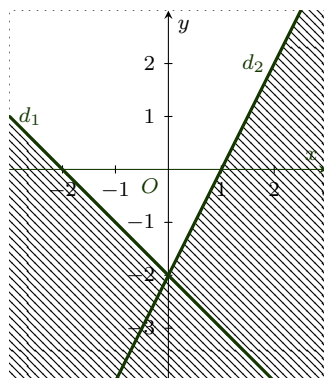
**QUICK NOTE**

- A** Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác  $ABC$  bao gồm cả các cạnh  $AB, AC, BC$ .
- B** Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác  $ABC$  bao gồm các cạnh  $AC, BC$  ngoại trừ điểm  $A$ , điểm  $B$ .
- C** Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác  $ABC$  bao gồm các cạnh  $AB, AC, BC$  ngoại trừ điểm  $A$ , điểm  $B$ , điểm  $C$ .
- D** Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác  $ABC$  bao gồm các cạnh  $AB, BC$  ngoại trừ điểm  $A$ , điểm  $C$ .

**CÂU 33.**

Miền không bị gạch chéo (kể cả đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ ) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

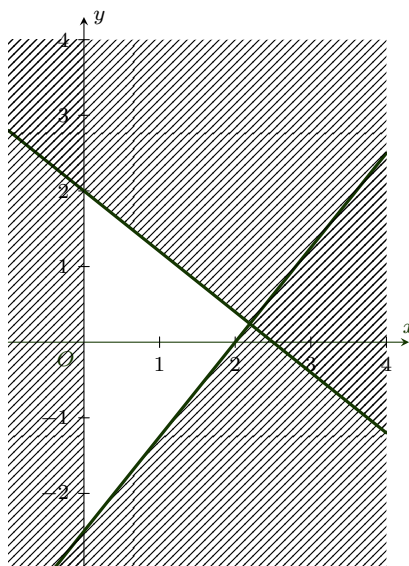
- A**  $\begin{cases} x - y \leq -2 \\ -2x - y \geq -2. \end{cases}$
- B**  $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ -2x - y \geq -2. \end{cases}$
- C**  $\begin{cases} x + y \geq -2 \\ -2x + y \geq -2. \end{cases}$
- D**  $\begin{cases} -x - y \leq -2 \\ 2x - y \geq -2. \end{cases}$



**CÂU 34.**

Miền tam giác không bị gạch kể cả 3 cạnh của nó trong hình bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?

- A**  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10. \end{cases}$
- B**  $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10. \end{cases}$
- C**  $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10. \end{cases}$
- D**  $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10. \end{cases}$

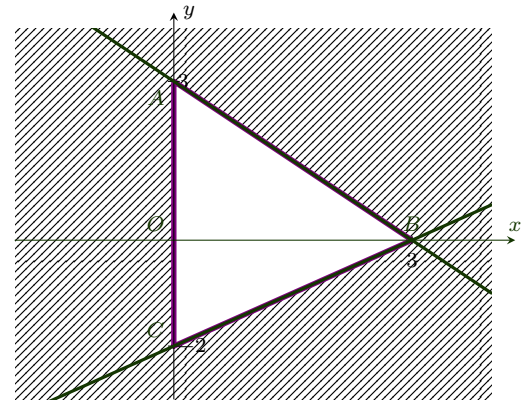


**CÂU 35.**

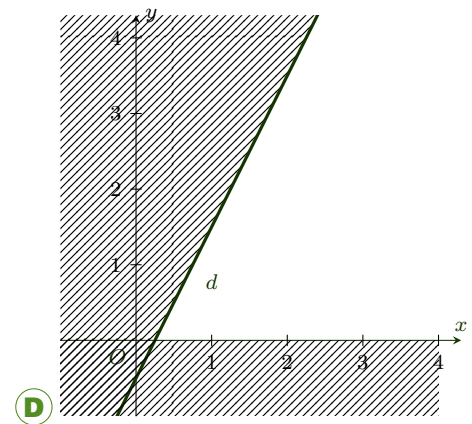
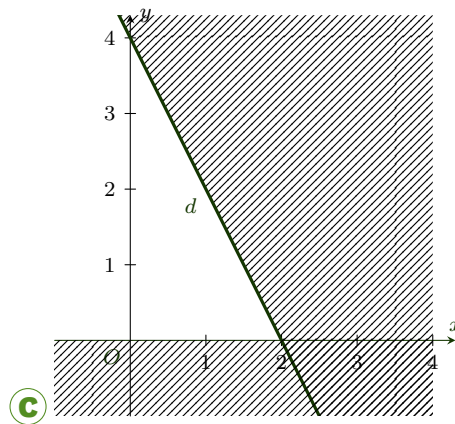
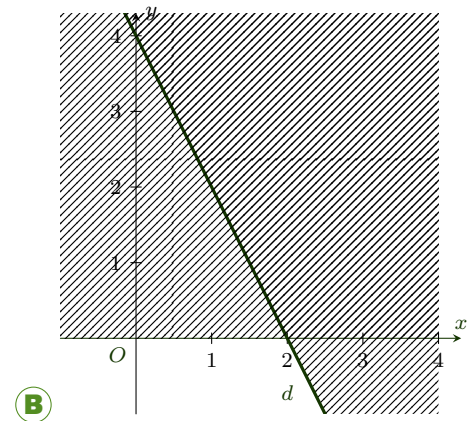
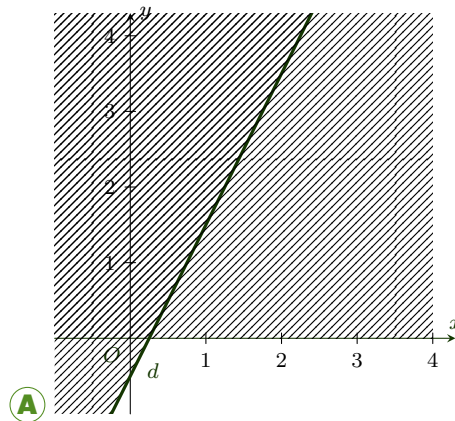
QUICK NOTE

Miền tam giác  $ABC$  kể cả ba cạnh là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ sau?

- (A)  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 2x - 3y \geq 6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$
- (B)  $\begin{cases} x \geq 0 \\ -2x + 3y \geq -6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$
- (C)  $\begin{cases} x \geq 0 \\ -2x + 3y \leq -6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$
- (D)  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 2x - 3y \leq -6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$



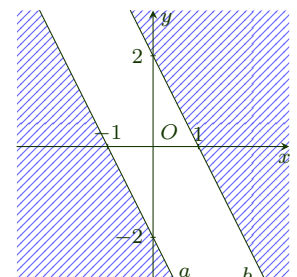
**CÂU 36.** Phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó nằm trên đường thẳng  $d$  trong hình vẽ nào sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} y < 0 \\ 2x + y \leq 4. \end{cases}$



**CÂU 37.**

Hệ bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm là phần mặt phẳng không bị gạch có hai bờ là hai đường thẳng  $a$  và  $b$  như hình bên?

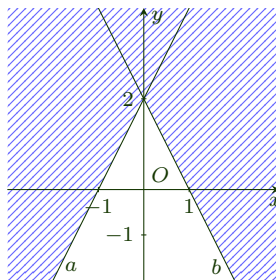
- (A)  $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ 2x + y \geq -2. \end{cases}$
- (B)  $\begin{cases} 2x + y \leq -2 \\ 2x + y \geq 2. \end{cases}$
- (C)  $\begin{cases} 2x - y \leq 2 \\ 2x - y \geq -2. \end{cases}$
- (D)  $\begin{cases} 2x - y \leq -2 \\ 2x - y \geq 2. \end{cases}$



**CÂU 38.**

Hệ bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm là phần mặt phẳng không bị gạch như hình bên (kể cả các điểm nằm trên hai đường thẳng  $a$ ,  $b$  và không thuộc miền bị gạch)?

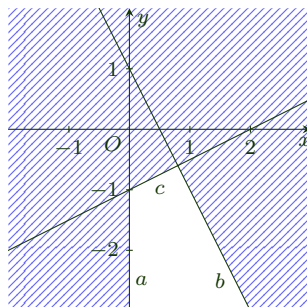
- (A)  $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ -2x + y \geq 2. \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ -2x + y \geq 2. \end{cases}$   
(C)  $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ -2x + y \geq -2. \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ -2x + y \leq 2. \end{cases}$



**CÂU 39.**

Hệ bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm là phần mặt phẳng không bị gạch như hình bên (kể cả các điểm nằm trên các đường thẳng  $a$ ,  $b$ ,  $c$  và không thuộc miền bị gạch)?

- (A)  $\begin{cases} 2x + y \geq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ x \leq 0. \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} 2x - y \leq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ y \leq 0. \end{cases}$   
(C)  $\begin{cases} 2x + y \leq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ x \geq 0. \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} 2x - y \leq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ x \geq 0. \end{cases}$



**CÂU 40.** Tìm tất cả các số thực  $a, b$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq a \\ y < b \end{cases}$  chứa điểm  $M(-1; 1)$ .

- (A)  $a \geq -1; b \leq 1.$  (B)  $a < -1; b \geq 1.$  (C)  $a \leq -1; b > 1.$  (D)  $a \leq -1; b < 1.$

**CÂU 41.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $y = m$  có điểm chung với miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq -2 \\ y \geq -2 \\ x + y \leq 2. \end{cases}$

- (A)  $m \geq -2.$  (B)  $m \leq 4.$  (C)  $-2 \leq m \leq 4.$  (D)  $-2 < m < 4.$

**CÂU 42.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} (a-2)x + (a-4)y \geq 2 \\ (a+1)x + (3a+2)y \leq -1 \end{cases}$  với  $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$  và  $a \neq \frac{1}{2}$ .

Điểm nào sau đây luôn thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho?

- (A)  $M\left(\frac{-3}{2a-1}; \frac{7}{2a-1}\right).$  (B)  $N\left(\frac{-7}{2a-1}; \frac{-3}{2a-1}\right).$   
(C)  $P\left(\frac{7}{2a-1}; \frac{-3}{2a-1}\right).$  (D)  $P\left(\frac{7}{2a-1}; \frac{3}{2a-1}\right).$

**CÂU 43.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y - 1 \leq 0 \\ \sqrt{3}x - \sqrt{2}y + 1 \geq 0 \\ y \geq -4 \end{cases}$  là

- (A) tam giác vuông kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.  
(B) tam giác đều kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.  
(C) tam giác tù kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.  
(D) tam giác cân (không vuông) kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.

**CÂU 44.** Miền nghiệm của bất phương trình  $|x + y| + |x - y| \leq 4$  là

- (A) một hình vuông (không kể biên).  
(B) một hình chữ nhật (không phải là hình vuông và không kể biên).  
(C) một hình chữ nhật (không phải là hình vuông và kể cả biên).  
(D) một hình vuông (kể cả biên).

**QUICK NOTE**

**Dạng 2. Tìm cực trị của biểu thức  $F = ax + by$  trên một miền đa giác**

a) Bài toán:

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $F = ax + by$  ( $a, b$  là hai số đã cho không đồng thời bằng 0) với  $x, y$  thỏa mãn hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn (có miền nghiệm là miền đa giác  $A_1A_2 \dots A_iA_{i+1} \dots A_n$ ).



QUICK NOTE

- b) Người ta chứng minh được: Biểu thức  $F = ax + by$  có giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của đa giác  $A_1A_2 \dots A_iA_{i+1} \dots A_n$ .
- c) Phương pháp:
- ✔ Bước 1. Tìm miền đa giác  $A_1A_2 \dots A_iA_{i+1} \dots A_n$  là miền nghiệm của hệ bất phương trình.

✔ Bước 2. Tìm tọa độ các đỉnh  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .

✔ Bước 3. Tính  $F(x_i; y_i)$  trong đó  $A_i(x_i; y_i)$  với  $i = 1, 2, \dots, n$ .

✔ Bước 4. Kết luận

Giá trị lớn nhất  $M = \max_{i=1,2,\dots,n} F(x_i; y_i)$ .

Giá trị nhỏ nhất  $m = \min_{i=1,2,\dots,n} F(x_i; y_i)$ .

1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Cho cặp  $(x; y)$  là nghiệm của hệ  $\begin{cases} 3x - y \geq -1 \\ 2x + y \leq 6 \\ x + 3y > 3 \end{cases}$ . Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức  $f(x; y) = 2x - 3y + 1$ .

**VÍ DỤ 2.** Quảng cáo sản phẩm trên truyền hình là một hoạt động quan trọng trong kinh doanh của các doanh nghiệp.  
Theo Thông báo số 10/2019, giá quảng cáo trên VTV1 là 30 triệu đồng cho 15 giây/1 lần quảng cáo vào khoảng 20h30; là 6 triệu đồng cho 15 giây/1 lần quảng cáo vào khung giờ 16h00 – 17h00.  
Một công ty dự định chi không quá 900 triệu đồng để quảng cáo trên VTV1 với yêu cầu quảng cáo về số lần phát như sau: ít nhất 10 lần quảng cáo vào khoảng 20h30 và không quá 50 lần quảng cáo vào khung giờ 16h00 – 17h00.

**VÍ DỤ 3.** Một hộ nông dân dự định trồng đậu và cà trên diện tích 8 ha. Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng trên diện tích mỗi ha, nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng trên diện tích mỗi ha. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu để thu về được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

2. Bài tập tự luận

- BÀI 1.** Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng mỗi ngày gia đình này chỉ mua tối đa 1,5 kg thịt bò và 1 kg thịt lợn, giá tiền 1 kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 100 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kg thịt mỗi loại để số tiền bỏ ra là ít nhất.
- BÀI 2.** Người ta định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 120 kg hóa chất A và 9 kg hóa chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng có thể chiết xuất được 20 kg chất A và 0,6 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng có thể chiết xuất được 10 kg chất A và 1,5 kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất. Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II.
- BÀI 3.** Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm I lãi ba nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi năm nghìn đồng. Hãy lập phương án để việc sản xuất hai loại sản phẩm trên có lãi cao nhất.

**BÀI 4.** Một nhà khoa học nghiên cứu về tác động phối hợp của vitamin  $A$  và vitamin  $B$  đối với cơ thể con người. Kết quả như sau:

- Một người có thể tiếp nhận được mỗi ngày không quá 600 đơn vị vitamin  $A$  và không quá 500 đơn vị vitamin  $B$ .
- Một người mỗi ngày cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả  $A$  lẫn  $B$ .
- Do tác động phối hợp của hai loại vitamin, mỗi ngày số đơn vị vitamin  $B$  phải nhiều hơn  $\frac{1}{2}$  số đơn vị vitamin  $A$  nhưng không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin  $A$ . Biết giá một đơn vị vitamin  $A$  là 9 đồng và giá một đơn vị vitamin  $B$  là 7,5 đồng.

Tìm phương án dùng vitamin  $A$  và vitamin  $B$  thỏa mãn các điều kiện trên sao cho số tiền phải trả ít nhất.

### 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của biểu thức  $z = 3x + 2y$  biết rằng  $x, y$  thỏa mãn hệ bất

$$\text{phương trình } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 4 \\ x - y \leq 1. \end{cases}$$

- (A)  $M = 8$ . (B)  $M = 10$ . (C)  $M = 6$ . (D)  $M = 9$ .

**CÂU 2.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $F(x; y) = x - y - 1$  với  $x, y$  thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x - 2y + 2 \geq 0 \\ 3x + 8y - 24 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

**CÂU 3.** Tìm giá trị lớn nhất  $a$  và giá trị nhỏ nhất  $b$  của  $F(x; y) = 3x + 9y$  với  $(x; y)$  là

$$\text{ng nghiệm của hệ bất phương trình } \begin{cases} x - y + 1 \leq 0 \\ 2x - y + 4 \geq 0 \\ x + y + 1 \geq 0 \\ 2x + y - 4 \leq 0. \end{cases}$$

- (A)  $a = 21, b = 1$ . (B)  $a = 21, b = -3$ . (C)  $a = 36, b = 1$ . (D)  $a = 36, b = -3$ .

**CÂU 4.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 5 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ 5x + 3y \geq 15 \\ -x + y \geq 2 \end{cases}$  và biểu thức  $P(x; y) = 2x - 2y + 3$  với

$(x; y)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

- (A) -17. (B) -34. (C) -7. (D) -14.

**CÂU 5.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $F = y - x$  trên miền xác định bởi hệ  $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5. \end{cases}$

- (A)  $\min F = 1$  khi  $x = 2, y = 3$ . (B)  $\min F = 2$  khi  $x = 0, y = 2$ .  
(C)  $\min F = 3$  khi  $x = 1, y = 4$ . (D)  $\min F = -1$  khi  $x = 2, y = 1$ .

**CÂU 6.** Tìm giá trị nhỏ nhất  $T$  của biểu thức  $z = 5x + 7y$  biết rằng  $x, y$  là các số không

$$\text{âm thỏa mãn hệ bất phương trình } \begin{cases} 2x + 3y \geq 6 \\ 3x - y \leq 15 \\ -x + y \leq 4 \\ 2x + 5y \leq 27. \end{cases}$$

- (A)  $T = 12$ . (B)  $T = 14$ . (C)  $T = 28$ . (D)  $T = 18$ .

#### QUICK NOTE

QUICK NOTE

**CÂU 7.** Tìm các cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn hệ bất phương trình dưới đây sao cho nó làm cho biểu thức  $S = 2x + y$  đạt giá trị lớn nhất.

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 2 \\ y \leq x \\ x + y \leq 5 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

- Ⓐ  $(x; y) = (4; 0)$ . Ⓑ  $(x; y) = (4; 1)$ . Ⓒ  $(x; y) = (3; 2)$ . Ⓓ  $(x; y) = (2; 2)$ .

**CÂU 8.** Khẩu phần dinh dưỡng hàng ngày cho người ăn kiêng cần cung cấp ít nhất 300 calo, 36 đơn vị vitamin A và 90 đơn vị vitamin C. Một tách thức uống X có giá 5 nghìn đồng và cung cấp 60 calo, 12 đơn vị vitamin A và 10 đơn vị vitamin C. Một tách thức uống Y có giá 6 nghìn đồng và cung cấp 60 calo, 6 đơn vị vitamin A và 30 đơn vị vitamin C. Mỗi ngày nên uống bao nhiêu tách mỗi loại để có được chi phí tối ưu và vẫn đáp ứng được yêu cầu dinh dưỡng hàng ngày?

- Ⓐ 1 tách loại X, 4 tách loại Y. Ⓑ 3 tách loại X, 2 tách loại Y.  
Ⓒ 2 tách loại X, 3 tách loại Y. Ⓓ 4 tách loại X, 1 tách loại Y.

**CÂU 9.** Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị prô-tê-in và 400 đơn vị li-pít trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kí-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị prô-tê-in và 200 đơn vị li-pít. Mỗi kí-lô-gam thịt lợn chứa 600 đơn vị prô-tê-in và 400 đơn vị li-pít. Biết rằng gia đình này chỉ mua tối đa 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn; giá tiền 1 kg thịt bò là 45000 đồng, 1 kg thịt lợn là 35000 đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kí-lô-gam thịt mỗi loại để số tiền bỏ ra là ít nhất?

- Ⓐ 0,3 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Ⓑ 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn.  
Ⓒ 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Ⓓ 0,6 kg thịt lợn và 0,7 kg thịt bò.

**CÂU 10.** Một cửa hàng làm kệ sách và bàn làm việc. Mỗi kệ sách cần 5 giờ chế biến gỗ và 4 giờ hoàn thiện. Mỗi bàn làm việc cần 10 giờ chế biến gỗ và 3 giờ hoàn thiện. Mỗi tháng cửa hàng có 600 giờ lao động để chế biến gỗ và 240 giờ để hoàn thiện. Lợi nhuận của mỗi kệ sách là 400 nghìn đồng và mỗi bàn là 750 nghìn đồng. Có bao nhiêu sản phẩm mỗi loại cần được làm mỗi tháng để thu được lợi nhuận tối đa?

- Ⓐ 24000. Ⓑ 45000. Ⓒ 45600. Ⓓ 46000.

**CÂU 11.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} |x - 1| \leq 2 \\ |y + 1| \leq 3 \end{cases}$  và biểu thức  $P(x; y) = 3x + 2y - 5$  với  $(x; y)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Tìm giá trị lớn nhất của  $P$ .

- Ⓐ 16. Ⓑ -16. Ⓒ 8. Ⓓ -8.

**CÂU 12.** Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140 kg chất A và 9 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20 kg chất A và 0,6 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng có thể chiết xuất được 10 kg chất A và 1,5 kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

- Ⓐ 2,5 tấn loại I và 9 tấn loại II. Ⓑ 10 tấn loại I và 9 tấn loại II.  
Ⓒ 10 tấn loại I và 2 tấn loại II. Ⓓ 5 tấn loại I và 4 tấn loại II.

**CÂU 13.** Giá trị nhỏ nhất  $F_{\min}$  của biểu thức  $F(x; y) = y - x$  trên miền xác định bởi hệ  $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$

- Ⓐ  $F_{\min} = 1$ . Ⓑ  $F_{\min} = 2$ . Ⓒ  $F_{\min} = 3$ . Ⓓ  $F_{\min} = 4$ .

**CÂU 14.** Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A cần 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B cần được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy II hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

- Ⓐ Sản xuất 9 tấn sản phẩm A và không sản xuất sản phẩm B.

- ☐ B Sản xuất 7 tấn sản phẩm  $A$  và 3 tấn sản phẩm  $B$ .  
☐ C Sản xuất  $\frac{45}{8}$  tấn sản phẩm  $A$  và  $\frac{81}{16}$  tấn sản phẩm  $B$ .  
☐ D Sản xuất 6 tấn sản phẩm  $B$  và không sản xuất sản phẩm  $A$ .

**CÂU 15.** Biểu thức  $F = y - x$  đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện  $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$  tại điểm

$S(x; y)$  có tọa độ là

- ☐ A (4; 1).      ☐ B (3; 1).      ☐ C (2; 1).      ☐ D (1; 1).

**CÂU 16.** Giá trị lớn nhất của biểu thức  $F(x; y) = x + 2y$ , với điều kiện  $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$

là

- ☐ A 6.      ☐ B 8.      ☐ C 10.      ☐ D 12.

### QUICK NOTE

# LỜI GIẢI CHI TIẾT

## Bài 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  có dạng tổng quát là

$$ax + by \leq c \text{ (hoặc } ax + by < c; ax + by \geq c; ax + by > c),$$

trong đó  $a, b, c$  là những số thực,  $a$  và  $b$  không đồng thời bằng 0,  $x$  và  $y$  là các ẩn số.

#### 2. Biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Cũng như bất phương trình bậc nhất một ẩn, các bất phương trình bậc nhất hai ẩn có vô số nghiệm và để mô tả tập nghiệm của chúng, ta sử dụng phương pháp biểu diễn hình học.

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình được gọi là **miền nghiệm** của nó.

Quy tắc thực hành biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by \leq c$  như sau (tương tự cho bất phương trình  $ax + by \geq c$ )

- ✔ **Bước 1:** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , vẽ đường thẳng  $\Delta: ax + by = c$ .
- ✔ **Bước 2:** Lấy một điểm  $M_0(x_0; y_0)$  không thuộc  $\Delta$  (ta thường lấy gốc tọa độ  $O$ ).
- ✔ **Bước 3:** Tính  $ax_0 + by_0$  và so sánh  $ax_0 + by_0$  với  $c$ .
- ✔ **Bước 4:** Kết luận,
  - Nếu  $ax_0 + by_0 < c$  thì nửa mặt phẳng bờ  $\Delta$  chứa  $M_0$  là miền nghiệm của  $ax + by \leq c$ .
  - Nếu  $ax_0 + by_0 > c$  thì nửa mặt phẳng bờ  $\Delta$  không chứa  $M_0$  là miền nghiệm của  $ax + by \leq c$ .

⚠ Miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by \leq c$  bỏ đi đường thẳng  $ax + by = c$  là miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by < c$ .

### B. CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn và bài toán liên quan

#### 1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Cho bất phương trình:  $2x - y < 0$ . Trong các cặp số  $(-1; 2)$ ,  $(2; 0)$ ,  $(0; 1)$ ,  $(3; -2)$ ,  $(-1; -2)$ , cặp nào là nghiệm của bất phương trình, cặp nào không phải là nghiệm của bất phương trình?

☞ **Lời giải.**

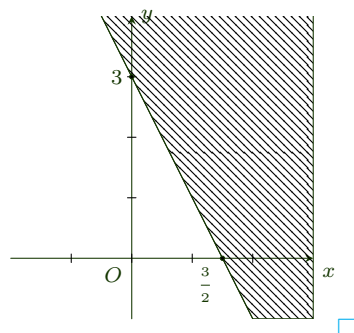
Bằng cách thử trực tiếp, các cặp  $(-1; 2)$ ,  $(0; 1)$  là nghiệm, các cặp còn lại không phải là nghiệm của bất phương trình. □

**VÍ DỤ 2.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình  $2x + y \leq 3$ .

☞ **Lời giải.**

Vẽ đường thẳng  $\Delta: 2x + y = 3$ .

Lấy gốc tọa độ  $O(0; 0)$ , ta thấy  $O \notin \Delta$  và có  $2 \cdot 0 + 0 < 3$  nên nửa mặt phẳng bờ  $\Delta$  chứa gốc tọa độ  $O$  là miền nghiệm của bất phương trình đã cho (miền không bị tô đậm trong hình vẽ).



**VÍ DỤ 3.** a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình  $-2x + 3y > 0$ .

b) Cho hai điểm  $A(2; 1)$  và  $B(3; 3)$ , hỏi hai điểm này cùng phía hay khác phía đối với bờ  $(d)$ .

**Lời giải.**

a) Vẽ đường thẳng  $d: -2x + 3y = 0$ .

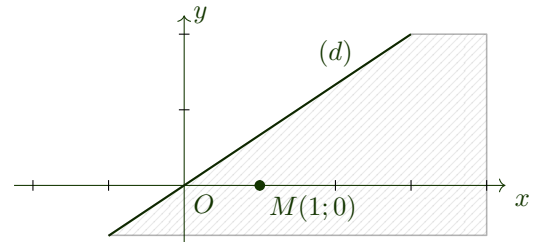
Thay tọa độ điểm  $M(1; 0)$  vào vế trái phương trình đường thẳng  $(d)$ , ta được:  $-2 < 0$ .

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không chứa điểm  $M$ . (Trên hình là nửa mặt phẳng không bị gạch bỏ).

b) Thế tọa độ điểm  $A$  vào vế trái của phương trình đường thẳng  $(d)$  ta được  $-2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = -1 < 0$ . (1)

Thế tọa độ điểm  $B$  vào vế trái của phương trình đường thẳng  $(d)$  ta được  $-2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 3 > 0$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra hai điểm nằm ở hai phía đối với bờ  $(d)$ .



**VÍ DỤ 4.** a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình  $x + y - 3 < 0$ .

b) Tìm điều kiện của  $m$  và  $n$  để mọi điểm thuộc đường thẳng  $(d')$ :  $(m^2 - 2)x - y + m + n = 0$  đều là nghiệm của bất phương trình trên.

**Lời giải.**

a) Vẽ đường thẳng  $d: x + y = 3$ .

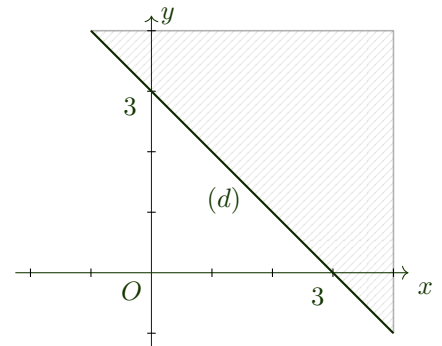
Thay tọa độ điểm  $O(0; 0)$  vào vế trái phương trình đường thẳng  $(d)$ , ta được:  $0 < 3$ .

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$ . (Trên hình là nửa mặt phẳng không bị gạch bỏ).

b) Để mọi điểm thuộc đường thẳng  $(d')$  đều là nghiệm của bất phương trình thì điều kiện cần là  $(d')$  phải song song với  $(d)$ . Ta có  $d: y = -x + 3$  và  $d': y =$

$$(m^2 - 2)x + m + n. \text{ Để } (d) \text{ song song } (d') \text{ thì } \begin{cases} m^2 - 2 = -1 \\ m + n \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n \neq 2 \\ m = -1 \\ n \neq 4 \end{cases}$$

Với  $\begin{cases} m = 1 \\ n \neq 2 \end{cases}$  thì ta được  $d': y = -x + n + 1$ . Để thỏa yêu cầu bài toán thì điều kiện đủ là đường thẳng  $(d')$  là đồ thị của đường thẳng  $(d)$  khi  $(d)$  tịnh tiến xuống dưới theo trục  $Oy$ . Tức  $n + 1 < 3 \Leftrightarrow n < 2$ .



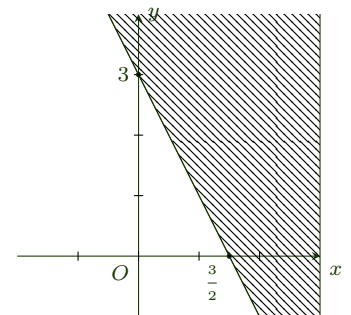
## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình  $2x + y \leq 3$ .

**Lời giải.**

Vẽ đường thẳng  $\Delta: 2x + y = 3$ .

Lấy gốc tọa độ  $O(0; 0)$ , ta thấy  $O \notin \Delta$  và có  $2 \cdot 0 + 0 < 3$  nên nửa mặt phẳng bờ  $\Delta$  chứa gốc tọa độ  $O$  là miền nghiệm của bất phương trình đã cho (miền không bị tô đậm trong hình vẽ).



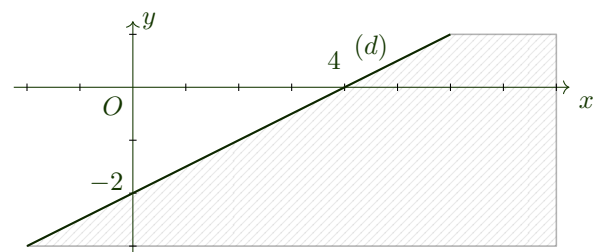
**BÀI 2.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $2x - 4y < 8$ .

**Lời giải.**

Vẽ đường thẳng  $d: 2x - 4y = 8$ .

Thay tọa độ điểm  $O(0; 0)$  vào vế trái phương trình đường thẳng  $(d)$ , ta được:  $0 < 8$ .

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$ . (Trên hình là nửa mặt phẳng không bị gạch bỏ).



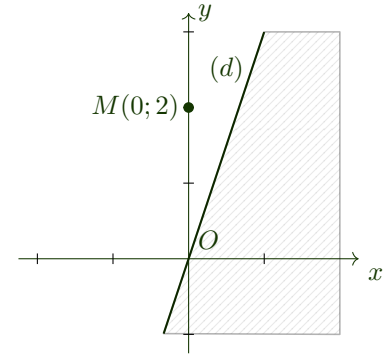
**BÀI 3.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $3x - y \leq 0$ .

**Lời giải.**

Vẽ đường thẳng  $d: 3x - y = 0$ .

Thay tọa độ điểm  $M(0; 2)$  vào vế trái phương trình đường thẳng  $(d)$ , ta được:  $-2 < 0$ .

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không chứa điểm  $M$ , kể cả bờ  $(d)$ . (Trên hình là nửa mặt phẳng không bị gạch bỏ).



**BÀI 4.** a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} < 1$ .

b) Tìm điểm  $A$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình trên. Biết rằng điểm  $A$  là giao điểm của parabol  $(P)$  có dạng  $y = x^2 - 5x + 4$  và trục hoành.

**Lời giải.**

a)  $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} < 1 \Leftrightarrow 2x + y < 6$

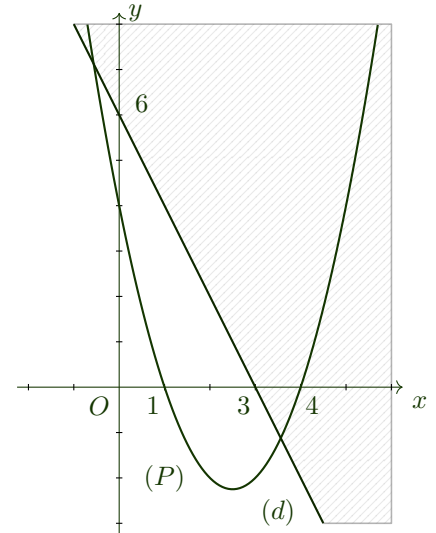
Vẽ đường thẳng  $d: 2x + y = 6$ .

Thay tọa độ điểm  $O(0; 0)$  vào vế trái phương trình đường thẳng  $(d)$ , ta được:  $0 < 6$ .

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$ . (Trên hình là nửa mặt phẳng không bị gạch bỏ).

b) Điểm  $A$  nằm trên parabol  $(P)$  có dạng  $y = x^2 - 5x + 4$  và trục hoành nên hoành độ của  $A$  là nghiệm của phương trình  $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$ .

Suy ra ta được hai điểm  $(1; 0)$  và  $(4; 0)$ . Lần lượt thế tọa độ từng điểm vào vế trái của phương trình đường thẳng  $(d)$ , do  $A$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho nên ta được  $A$  có tọa độ là  $(1; 0)$ .



**BÀI 5.** Cho bất phương trình  $2x + y - 1 \leq 0$ .

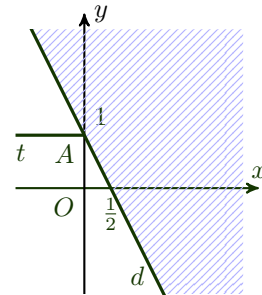
a) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đã cho trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .

b) Tìm tất cả giá trị tham số  $m$  để điểm  $M(m, 1)$  nằm trong miền nghiệm của bất phương trình đã và biểu diễn tập hợp  $M$  tìm được trong cùng hệ trục tọa độ  $Oxy$  ở câu a).

**Lời giải.**

a) Đường thẳng  $(d): 2x + y - 1 = 0$  có đồ thị như hình vẽ bên. Ta có  $2 \cdot 0 + 0 - 1 < 0$ . Do đó, miền nghiệm là đường thẳng  $(d)$  và miền không gạch chéo như hình vẽ bên (Miền chứa gốc tọa độ).

b) Để  $M$  là một nghiệm thì  $2m + 1 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$ . Vì  $M$  nằm trên đường thẳng  $(\Delta): y = 1$ . Do đó, tập hợp tất cả điểm  $M$  là nghiệm của bất phương trình đã cho là tia  $At$  như hình vẽ.



**BÀI 6.** Cho bất phương trình  $x - 2y + 4m > 0$ .

a) Tùy theo giá trị tham số  $m$ , hãy biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình đã cho trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ .

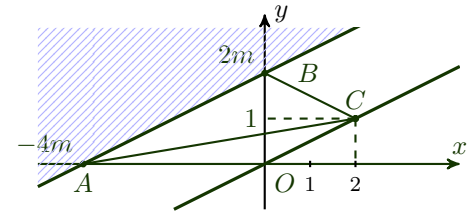
b) Gọi  $A, B$  lần lượt là giao của đường thẳng  $x - 2y + 4m = 0$  với trục hoành và trục tung. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để tập nghiệm của bất phương trình đã cho chứa điểm  $C(2; 1)$  sao cho diện tích tam giác  $ABC$  bằng 4.

**Lời giải.**



a) Xét đường thẳng  $(d_m): x - 2y + 4m = 0$  có đồ thị như hình vẽ bên. Ta có  $0 - 2 \cdot 0 + 4m = 4m$ . Do đó, với mọi  $m \neq 0$  miền nghiệm luôn chứa gốc tọa độ. Nếu  $m = 0$  thì miền nghiệm chứa điểm  $(1; 0)$ . Vậy với mọi  $m$  miền nghiệm là miền không gạch chéo như hình vẽ bên.

b) Để  $C$  là một nghiệm của bất phương trình đã cho thì  $2 - 2 + 4m > 0 \Leftrightarrow m > 0$ . Khi đó,  $OC \parallel (d_m)$ , suy ra  $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} = 4m^2$ . Theo giả thiết, ta có  $4m^2 = 4 \Leftrightarrow m = 1$ .



## Dạng 2. Bài toán thực tế liên quan

### 1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Hà mang 95000 đồng ra chợ mua hoa cúc và hoa hồng. Một bông hoa cúc có giá 4000 đồng, một bông hoa hồng có giá 7000 đồng. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho số tiền mà Hà phải chi để mua  $x$  bông hoa cúc và  $y$  bông hoa hồng.

**Lời giải.**

Ta có  $x, y \in \mathbb{N}^*$ .

Giá của  $x$  bông hoa cúc là  $4000x$  đồng, giá của  $y$  bông hoa hồng là  $7000y$  đồng.

Vì số tiền Hà mang đi là 95000 đồng nên ta có bất phương trình

$$4000x + 7000y \leq 95000 \Leftrightarrow 4x + 7y \leq 95.$$

**VÍ DỤ 2.** Mỗi ngày Nga đều dành không quá 30 phút để đọc cả 2 cuốn sách A, B. Nga đọc được 3 trang sách A trong 2 phút, đọc được 2 trang sách B trong 1 phút. Gọi  $x, y$  lần lượt là số phút đọc sách A và số phút đọc sách B. Tìm điều kiện của  $x$  và  $y$  để Nga đọc được ít nhất 35 trang sách trong một ngày.

**Lời giải.**

Gọi  $x, y$  lần lượt là số phút đọc sách A và số phút đọc sách B trong một ngày,  $x, y > 0$ . Tổng số phút đọc sách không quá 30 phút nên  $x + y \leq 30$ .

Số trang sách A đọc được sau  $x$  phút là  $\frac{3x}{2}$ . Số trang sách B đọc được sau  $y$  phút là  $2y$ .

Nga đọc được ít nhất 35 trang sách trong một ngày khi và chỉ khi  $\frac{3x}{2} + 2y \geq 35$ .

$$\text{Vậy } x, y \text{ cần thỏa mãn các điều kiện } \begin{cases} x, y > 0 \\ x + y \leq 30 \\ \frac{3x}{2} + 2y \geq 35. \end{cases}$$

**VÍ DỤ 3.** Một cửa hàng bán hai loại trà sữa, trong đó 4 cốc loại 1 có giá 100000 đồng, 1 cốc loại 2 có giá 30000 đồng. Muốn có lãi theo dự tính thì mỗi ngày cửa hàng phải bán được ít nhất 5 triệu đồng tiền hàng. Hỏi số cốc trà sữa bán được trong một ngày trong những trường hợp nào thì cửa hàng có lãi như dự tính?

**Lời giải.**

Gọi  $x, y$  lần lượt là số cốc trà sữa loại 1, loại 2 bán được  $(x, y \in \mathbb{N})$ .

Tổng số tiền bán trà sữa là  $25x + 30y$  nghìn đồng.

Cửa hàng có lãi như dự tính trong trường hợp số tiền bán trà sữa thu được trong một ngày không nhỏ hơn 5 triệu đồng, tức là

$$25x + 30y \geq 5000. \quad (1)$$

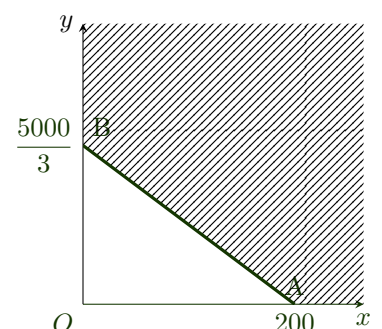
Miền nghiệm của bất phương trình (1) được xác định như sau

+/ Vẽ đường thẳng  $d: 25x + 30y = 5000$ .

+/ Chọn gốc tọa độ  $O(0; 0)$  và tính  $25 \cdot 0 + 30 \cdot 0 < 500$ .

Do đó miền nghiệm của bất phương trình (1) là nửa mặt phẳng bờ  $d$ , không chứa gốc tọa độ  $O$ , lấy cả đường thẳng  $d$ .

Gọi  $A, B$  lần lượt là giao điểm của  $d$  và  $Ox, Oy$ . Khi đó, nếu bán được  $x$  cốc trà sữa loại 1 và  $y$  cốc trà sữa loại 2 mà điểm  $(x; y)$  nằm ở góc phần tư thứ nhất đồng thời nằm ngoài miền tam giác  $OAB$  (có thể nằm trên cạnh  $AB$ ) (phần gạch chéo) thì cửa hàng sẽ có lãi như dự tính.



## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Giá sách của Hoa có thể chứa được khối lượng sách tối đa là 4 kg. Hoa xếp cả hai loại sách (loại 1 và loại 2) vào giá. Sách loại 1 có khối lượng 100 gam mỗi cuốn và sách loại 2 có khối lượng 200 gam mỗi cuốn. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho khối lượng của  $x$  cuốn loại 1 và  $y$  cuốn loại 2 có thể được xếp lên giá sách.

**Lời giải.**

Ta có  $4 \text{ kg} = 4000 \text{ gam}$ .

Khối lượng của  $x$  cuốn sách loại 1 là  $100x$  gam. Khối lượng của  $y$  cuốn sách loại 2 là  $200y$  gam.

Hoa xếp cả hai loại sách nên  $x, y \in \mathbb{N}^*$ . Vì giá sách của Hoa có thể chứa được khối lượng sách tối đa là 4 kg nên số cuốn sách ( $x$  cuốn loại 1 và  $y$  cuốn loại 2) có thể được xếp lên giá sách thỏa mãn bất phương trình  $100x + 200y \leq 4000 \Leftrightarrow x + 2y \leq 40$ .

□

**BÀI 2.** Công ty viễn thông Mobifone tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng, 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Mỗi tháng Minh gọi điện thoại hết từ 200 đến 300 nghìn đồng. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn mô tả cho số tiền điện thoại trả cho ( $x$ ) phút gọi nội mạng và ( $y$ ) phút gọi ngoại mạng trong một tháng.

**Lời giải.**

Số tiền điện thoại trả cho  $x$  phút gọi nội mạng là  $x$  nghìn đồng.

Số tiền điện thoại trả cho  $y$  phút gọi nội mạng là  $2y$  nghìn đồng.

Mỗi tháng Minh gọi điện thoại hết từ 200 đến 300 nghìn đồng nên ta có

$$200 \leq x + 2y \leq 300.$$

□

**BÀI 3.** Bạn An giải 10 bài Toán trong 20 phút thì đúng được 80% số bài Toán, giải 12 bài Lý trong 15 phút thì đúng được  $\frac{3}{4}$  số bài Lý. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho thời gian giải  $x$  bài Toán đúng và  $y$  bài Lý đúng, biết thời gian giải ít hơn 150 phút.

**Lời giải.**

Sau 20 phút An làm đúng được  $10 \cdot 80\% = 8$  bài Toán.

Suy ra thời gian An giải đúng  $x$  bài Toán là  $\frac{20x}{8} = \frac{5x}{2}$  phút.

Sau 15 phút An làm đúng được  $12 \cdot \frac{3}{4} = 9$  bài Lý.

Suy ra thời gian An giải đúng  $y$  bài Lý là  $\frac{15y}{9} = \frac{5y}{3}$  phút.

Vì thời gian giải ít hơn 150 phút nên ta có

$$\frac{5x}{2} + \frac{5y}{3} < 150 \Leftrightarrow 3x + 2y < 180.$$

□

**BÀI 4.** Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng  $100 \text{ m}^2$ . Diện tích để kê một chiếc ghế là  $1 \text{ m}^2$ , một chiếc bàn là  $2 \text{ m}^2$  và diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là  $24 \text{ m}^2$ . Gọi  $x$  là số chiếc ghế,  $y$  là số chiếc bàn được kê, hãy viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế và chỉ ra hai nghiệm của bất phương trình.

**Lời giải.**

Diện tích kê  $x$  chiếc ghế là  $x \text{ m}^2$ , ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Diện tích kê  $y$  chiếc ghế là  $2y \text{ m}^2$ , ( $y \in \mathbb{N}^*$ ).

Diện tích mặt sàn tối đa có thể kê bàn, ghế là  $100 - 24 = 76 \text{ m}^2$ .

Do đó ta có bất phương trình  $x + 2y \leq 76$ .

Cho  $x = 26$ , ta có  $26 + 2y \leq 76 \Leftrightarrow y \leq 25$ .

Lần lượt chọn  $y = 23, y = 24$  ta được hai nghiệm của bất phương trình là  $(26; 23)$  và  $(26; 24)$ .

□

**BÀI 5.** Một rạp chiếu phim 2D phục vụ khán giả một bộ phim mới với 2 loại vé khác nhau. Vé loại 1 (từ thứ 2 đến thứ 5) giá 80000 đồng/vé, vé loại 2 (từ thứ 6 đến chủ nhật và ngày lễ) giá 100000 đồng/vé. Để không phải bù lỗ thì số tiền vé thu được ở rạp chiếu phim này phải đạt tối thiểu 150 triệu đồng. Hỏi số lượng vé bán được trong những trường hợp nào thì rạp chiếu phim phải bù lỗ?

**Lời giải.**

Gọi  $x, y$  lần lượt là số vé loại 1, loại 2 bán được ( $x, y \in \mathbb{N}$ ).

Tổng số tiền bán vé là  $80x + 100y$  nghìn đồng.

Rạp chiếu phim phải bù lỗ trong trường hợp số tiền bán vé nhỏ hơn 150 triệu đồng, tức là

$$80x + 100y < 150000 \Leftrightarrow 4x + 5y < 7500. \quad (1)$$

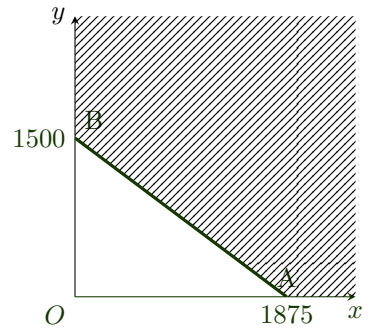
Miền nghiệm của bất phương trình (1) được xác định như sau

+/ Vẽ đường thẳng  $d: 4x + 5y = 7500$ .

+/ Chọn gốc tọa độ  $O(0;0)$  và tính  $4 \cdot 0 + 5 \cdot 0 < 7500$ .

Do đó miền nghiệm của bất phương trình (1) là nửa mặt phẳng bờ  $d$ , chứa gốc tọa độ  $O$ , không kể đường thẳng  $d$ .

Gọi  $A, B$  lần lượt là giao điểm của  $d$  và  $Ox, Oy$ . Khi đó, nếu bán được  $x$  vé loại 1 và  $y$  vé loại 2 mà điểm  $(x; y)$  nằm trong miền tam giác  $OAB$  không kể cạnh  $AB$  thì rạp chiếu phim sẽ phải bù lỗ.



**BÀI 6.** Một bác nông dân cần trồng lúa và khoai trên diện tích đất 6 ha, với lượng phân bón dự trữ là 100 kg và sử dụng tối đa 120 ngày công. Để trồng 1 ha lúa cần sử dụng 20 kg phân bón, 10 ngày công với lợi nhuận là 30 triệu đồng; để trồng 1 ha khoai cần sử dụng 10 kg phân bón, 30 ngày công với lợi nhuận là 60 triệu đồng. Biết bác nông dân đã trồng  $x$  (ha) lúa và  $y$  (ha) khoai. Tìm giá trị của  $x$  để bác nông dân đạt được lợi nhuận cao nhất.

**Lời giải.**

Theo bài toán, ta có:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 20x + 10y \leq 100 \\ 10x + 30y \leq 120 \\ T = 30x + 60y \rightarrow \text{Max} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ x \leq 4 \\ x \geq 3 \\ T = 24x + 360 \rightarrow \text{Max} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ 3 \leq x \leq 4 \\ T = 24x + 360 \rightarrow \text{Max} \end{cases}$$

Vì  $T = 24x + 360$  là hàm số bậc nhất và có hệ số  $a = 24 > 0$  nên  $T$  đạt GTLN tại  $x = 4$ .

Vậy  $x = 4$  là giá trị cần tìm.

## C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

**CÂU 1.** Trong các bất phương trình sau đây, đâu là bất phương trình bậc nhất hai ẩn

**(A)**  $2x^2 - 3x \geq 1$ .

**(B)**  $2x + y \leq 1$ .

**(C)**  $3x + 1 \leq 0$ .

**(D)**  $3x + y = 1$ .

**Lời giải.**

Theo định nghĩa  $2x + y \leq 1$  là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Chọn đáp án **(B)**

**CÂU 2.** Cho bất phương trình  $2x + 3y - 6 \leq 0$  (1). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

**(A)** Bất phương trình (1) chỉ có một nghiệm duy nhất.

**(B)** Bất phương trình (1) vô nghiệm.

**(C)** Bất phương trình (1) luôn có vô số nghiệm.

**(D)** Bất phương trình (1) có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải.**

Trên mặt phẳng tọa độ, đường thẳng  $(d): 2x + 3y - 6 = 0$  chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng.

Chọn điểm  $O(0;0)$  không thuộc đường thẳng đó. Ta thấy  $(x; y) = (0;0)$  là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ  $(d)$  chứa điểm  $O(0;0)$  kể cả  $(d)$ .

Vậy bất phương trình (1) luôn có vô số nghiệm.

Chọn đáp án **(C)**

**CÂU 3.** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình  $x - 4y + 1 \geq 0$ ?

**(A)**  $(-1; 0)$ .

**(B)**  $(-2; -1)$ .

**(C)**  $(-1; 3)$ .

**(D)**  $(0; 0)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $(-1) - 4 \cdot 3 + 1 \geq 0$  là mệnh đề sai nên cặp số  $(-1; 3)$  không là nghiệm của bất phương trình trên.

Chọn đáp án **(C)**

**CÂU 4.** Miền nghiệm của bất phương trình  $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9$  là nửa mặt phẳng chứa điểm nào?

**(A)**  $(0; 0)$ .

**(B)**  $(1; 1)$ .

**(C)**  $(-1; 1)$ .

**(D)**  $(2; 5)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9 \Leftrightarrow 4x - 4 + 5y - 15 > 2x - 9 \Leftrightarrow 2x + 5y - 10 > 0$ .

Dễ thấy tại điểm  $(2; 5)$  ta có  $2 \cdot 2 + 5 \cdot 5 - 10 > 0$  (đúng).

Chọn đáp án **(D)**

**CÂU 5.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $x + y - 2 > 0$ ?

**(A)**  $(2; 1)$ .

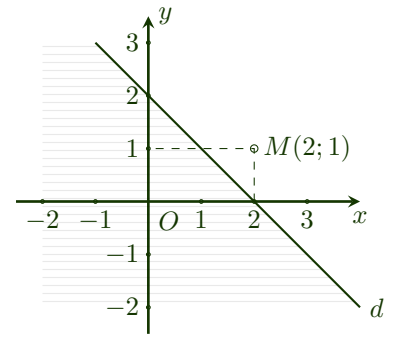
**(B)**  $(0; 0)$ .

**(C)**  $(1; 0)$ .

**(D)**  $(0; 1)$ .

**Lời giải.**

Tập hợp các điểm biểu diễn nghiệm của bất phương trình  $x + y - 2 > 0$  là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng  $y = x + 2$  và không chứa gốc tọa độ. Từ đó ta có điểm  $(2; 1)$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình.



Chọn đáp án (A)

**CÂU 6.** Điểm  $A(-1; 3)$  thuộc miền của bất phương trình

(A)  $x + 3y < 0$ .

(B)  $3x - y > 0$ .

(C)  $-3x + 2y - 4 > 0$ .

(D)  $2x - y + 4 > 0$ .

**Lời giải.**

Thay tọa độ  $A(-1; 3)$  vào các bất phương trình:

- Với bất phương trình  $x + 3y < 0$ , ta có  $(-1) + 3 \cdot 3 < 0$  sai.
- Với bất phương trình  $3x - y > 0$ , ta có  $3 \cdot (-1) - 3 > 0$  sai.
- Với bất phương trình  $-3x + 2y - 4 > 0$ , ta có  $-3 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 - 4 > 0$  đúng.
- Với bất phương trình  $2x - y + 4 > 0$ , ta có  $2 \cdot (-1) - 3 + 4 > 0$  sai.

Vậy  $A(-1; 3)$  thuộc miền nghiệm bất phương trình  $-3x + 2y - 4 > 0$ .

Chọn đáp án (C)

**CÂU 7.** Tìm tất cả các số thực  $a$  sao cho miền nghiệm của bất phương trình  $x \leq a$  chứa điểm  $M(-1; 0)$ .

(A)  $a > -1$ .

(B)  $a \geq -1$ .

(C)  $a > 0$ .

(D)  $a \geq 0$ .

**Lời giải.**

Để  $M(-1; 0)$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $x \leq a$  thì  $a \geq -1$ .

Chọn đáp án (B)

**CÂU 8.** Cho đường thẳng  $d: 7x - 9y + 2 = 0$  chia mặt phẳng tọa độ làm hai nửa mặt phẳng, trong đó miền nghiệm của bất phương trình  $7x - 9y + 2 > 0$  là nửa mặt phẳng

(A) có bờ là đường thẳng  $d$  và không chứa điểm  $O(0; 0)$ .

(B) không có bờ  $d$  và chứa điểm  $O(0; 0)$ .

(C) có bờ là đường thẳng  $d$  và chứa điểm  $O(0; 0)$ .

(D) không chứa bờ  $d$  và không chứa điểm  $O(0; 0)$ .

**Lời giải.**

Ta có tọa độ điểm  $O(0; 0)$  thỏa mãn bất phương trình  $7x - 9y + 2 > 0$  nên miền nghiệm của bất phương trình  $7x - 9y + 2 > 0$  là nửa mặt phẳng không có bờ  $d$  và chứa điểm  $O(0; 0)$ .

Chọn đáp án (B)

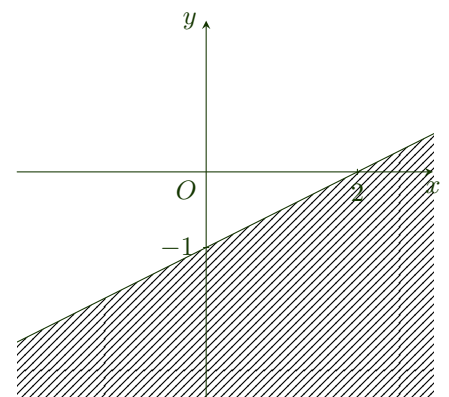
**CÂU 9.** Phần gạch chéo trong hình vẽ dưới đây (không bao gồm đường thẳng  $d$ ) là miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn nào sau đây?

(A)  $2x - y < 0$ .

(B)  $x - 2y < 2$ .

(C)  $2y - x < -2$ .

(D)  $2x - y > 1$ .



**Lời giải.**

Đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $A(0; -1)$  và  $B(2; 0)$  nên có phương trình là  $y = \frac{1}{2}x - 1$ .

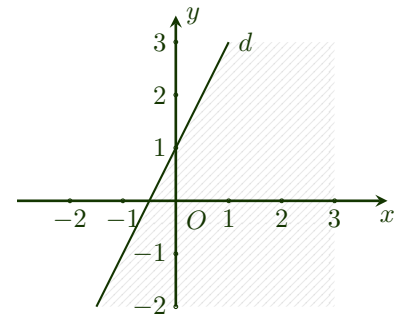
Lại có điểm  $O(0; 0)$  không thuộc vào miền nghiệm nên  $y < \frac{1}{2}x - 1$  (vì  $0 < \frac{1}{2} \cdot 0 - 1$  không đúng).

Hay  $2y < x - 2 \Leftrightarrow 2y - x < -2$ .

Chọn đáp án (C)

**CÂU 10.** Bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm (phần không gạch sọc) như hình vẽ bên?

- (A)  $2x - y + 1 < 0$ . (B)  $x - y + 1 < 0$ .  
(C)  $2x - 3y + 1 < 0$ . (D)  $2x - y - 1 < 0$ .

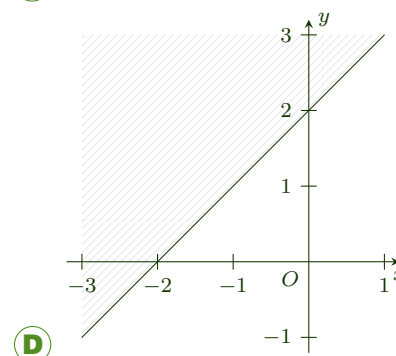
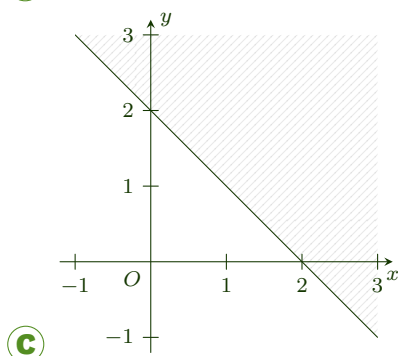
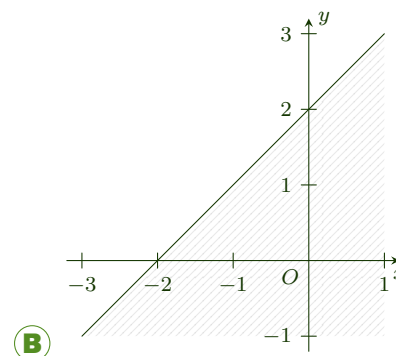
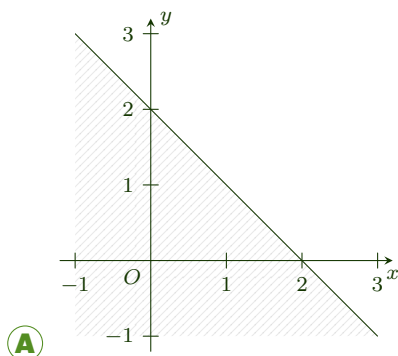


**Lời giải.**

Tập hợp các điểm biểu diễn nghiệm của bất phương trình  $2x - y + 1 < 0$  là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng  $y = 2x + 1$  và không chứa gốc tọa độ. Từ đó ta có điểm  $(2; 1)$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Chọn đáp án (A)

**CÂU 11.** Miền nghiệm của bất phương trình  $x + y \leq 2$  là phần không bị gạch sọc của hình vẽ nào trong các hình sau?



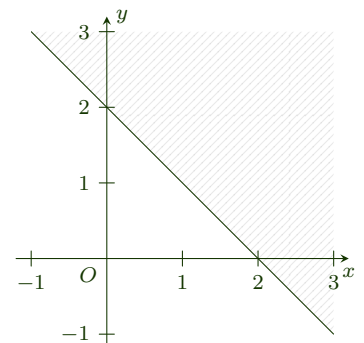
**Lời giải.**

Biểu diễn miền nghiệm trên mặt phẳng  $Oxy$ :

- Vẽ đường thẳng  $d : x + y = 2$ .

- Lấy điểm  $O(0; 0)$  thay tọa độ vào ta có  $0 + 0 \leq 2$  đúng.

Vậy miền nghiệm bất phương trình là nửa mặt phẳng chứa điểm  $O(0; 0)$  và có bờ là đường thẳng  $d$ , kể cả đường thẳng  $d$ .



Chọn đáp án (C)

**CÂU 12.** Cho bất phương trình  $2x + 3y - 2 < 0$ . Miền nghiệm của bất phương trình là

- (A) nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (không kể bờ).  
(B) nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (kể cả bờ).  
(C) nửa mặt phẳng không chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (không kể bờ).  
(D) nửa mặt phẳng không chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (kể cả bờ).

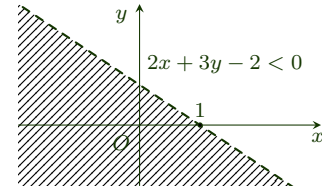
**Lời giải.**

Vẽ đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$ .

Xét điểm  $O(0; 0)$  không thuộc đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$ .

Ta có  $P = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 2 < 0$ .

Vậy nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$  có bờ là đường thẳng  $2x + 3y - 2 = 0$  (không kể bờ) là miền nghiệm của bất phương trình.



Chọn đáp án (A)

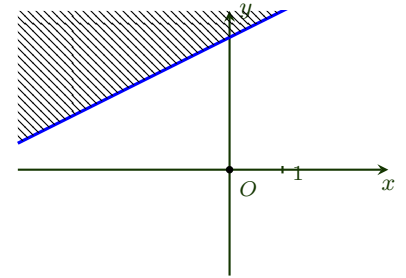
**CÂU 13.** Miền nghiệm của bất phương trình  $x - 2y + 5 < 0$  là

- (A) Nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (không bao gồm đường thẳng).  
 (B) Nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (không bao gồm đường thẳng).  
 (C) Nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (bao gồm đường thẳng).  
 (D) Nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ, bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (không bao gồm đường thẳng).

**Lời giải.**

Thay tọa độ điểm  $O(0; 0)$  vào phương trình đường thẳng ta thấy không thỏa mãn.

Do đó miền nghiệm là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ bờ là đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  (không bao gồm đường thẳng, như hình vẽ).



Chọn đáp án (A)

**CÂU 14.** Cặp điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $3(x + \sqrt{2}y - \sqrt{3}) > 8(\sqrt{3}x + 2y - \sqrt{2})$ ?

- (A)  $A(2; -2)$  và  $B(2; 2)$ .  
 (B)  $C(-\sqrt{3}; -\sqrt{2})$  và  $D(\sqrt{2}; -1 - \sqrt{5})$ .  
 (C)  $E(\sqrt{2}; \sqrt{2})$  và  $F(\sqrt{5}; 1)$ .  
 (D)  $G(-\sqrt{2}; 2 + \sqrt{3})$  và  $H(1; 4)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $3(x + \sqrt{2}y - \sqrt{3}) > 8(\sqrt{3}x + 2y - \sqrt{2}) \Leftrightarrow (3 - 8\sqrt{3})x + (3\sqrt{2} - 16)y - 3\sqrt{3} + 8\sqrt{2} > 0$ .

Thay điểm  $C(-\sqrt{3}; -\sqrt{2})$  vào bất phương trình trên, ta có

$$(3 - 8\sqrt{3}) \cdot (-\sqrt{3}) + (3\sqrt{2} - 16) \cdot (-\sqrt{2}) - 3\sqrt{3} + 8\sqrt{2} = 18 - 6\sqrt{3} + 24\sqrt{2} > 0 \text{ (đúng)}.$$

Thay điểm  $D(\sqrt{2}; -1 - \sqrt{5})$  vào bất phương trình trên, ta có

$$(3 - 8\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2}) + (3\sqrt{2} - 16) \cdot (-1 - \sqrt{5}) - 3\sqrt{3} + 8\sqrt{2} > 0 \text{ (đúng)}.$$

Nên cặp điểm  $C, D$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình trên.

Chọn đáp án (B)

**CÂU 15.** Giao miền nghiệm của ba bất phương trình  $y \geq 0; 3x - 2y \geq -6; 3x + 4y \leq 12$  tạo thành một tam giác có diện tích bằng

- (A) 18.  
 (B) 9.  
 (C) 6.  
 (D) 12.

**Lời giải.**

Vẽ các đường thẳng  $d_1 : y = 0; d_2 : 3x - 2y = -6; d_3 : 3x + 4y = 12$ .

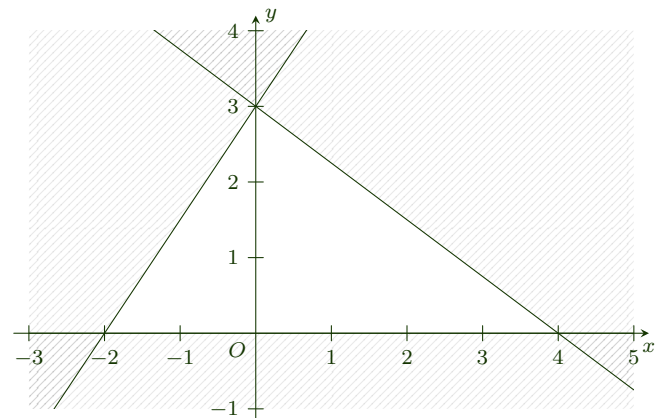
- Lấy điểm  $O(0; 0)$  thế vào vế trái  $d_2$  ta được  $3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 \geq -6$  đúng. Vậy miền nghiệm bất phương trình  $3x - 2y \geq -6$  chứa  $O$  có bờ là  $d_2$ .

- Lấy điểm  $O(0; 0)$  thế vào vế trái  $d_3$  ta được  $3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \leq 12$  đúng. Vậy miền nghiệm bất phương trình  $3x + 4y \leq 12$  chứa  $O$  có bờ là  $d_3$ .

Gọi  $A, B, C$  là ba đỉnh của tam giác. Ta có  $A(-2; 0); B(0; 3); C(4; 0)$ .

Ta có  $BO = 3; AC = 6$ . Diện tích tam giác  $ABC$  là

$$S = \frac{1}{2}BO \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9.$$



Chọn đáp án (B)

**CÂU 16.** Giao miền nghiệm của ba bất phương trình  $x + 4y \geq 8$ ;  $-x + 2y \leq 4$ ;  $x + y \leq 5$  tạo thành một tam giác có chu vi bằng

**(A)**  $\sqrt{17} + \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ .

**(B)**  $\sqrt{17} + \sqrt{5} + \sqrt{2}$ .

**(C)**  $\sqrt{17} + 2\sqrt{5} + \sqrt{2}$ .

**(D)**  $\sqrt{17} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ .

**Lời giải.**

Vẽ các đường thẳng  $d_1 : x + 4y = 8$ ;  $d_2 : -x + 2y = 4$ ;  $d_3 : x + y = 5$ .  
 - Lấy điểm  $O(0; 0)$  thế vào vế trái  $d_1$  ta được  $3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \geq 8$  sai. Vậy miền nghiệm bất phương trình  $x + 4y \geq 8$  không chứa  $O$  có bờ là  $d_1$ .  
 - Lấy điểm  $O(0; 0)$  thế vào vế trái  $d_2$  ta được  $-0 + 2 \cdot 0 \leq 4$  đúng. Vậy miền nghiệm bất phương trình  $-x + 2y \leq 4$  chứa  $O$  có bờ là  $d_2$ .  
 - Lấy điểm  $O(0; 0)$  thế vào vế trái  $d_3$  ta được  $0 + 0 \leq 5$  đúng. Vậy miền nghiệm bất phương trình  $x + y \leq 5$  chứa  $O$  có bờ là  $d_3$ .  
 Gọi  $A, B, C$  là ba đỉnh của tam giác. Ta có  $A(0; 2)$ ;  $B(4; 1)$ ;  $C(2; 3)$ .

Ta có:

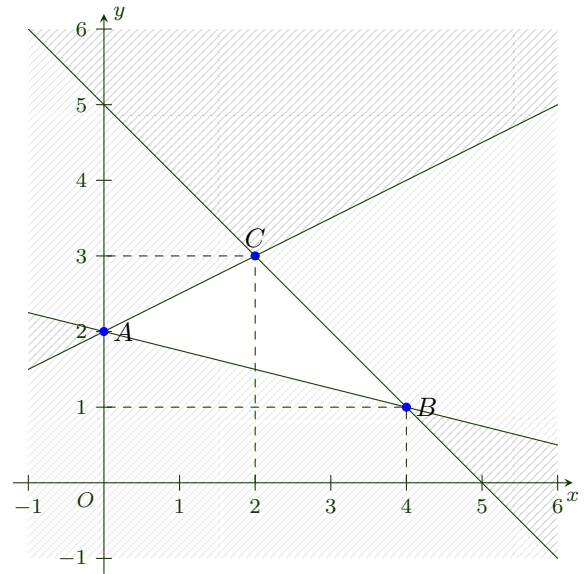
$$AB = \sqrt{(4-0)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{17}.$$

$$AC = \sqrt{(2-0)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{5}.$$

$$BC = \sqrt{(2-4)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{2}.$$

Chu vi tam giác  $ABC$  là

$$2P = \sqrt{17} + \sqrt{5} + 2\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án **(A)**

**CÂU 17.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình  $3x + my - 7 \geq 0$  có miền nghiệm chứa điểm  $A(\sqrt{2}; 1)$ .

**(A)**  $m \in [3\sqrt{2} - 7; +\infty)$ .

**(B)**  $m \in (-\infty; 3\sqrt{2} - 7)$ .

**(C)**  $m \in (-\infty; 7 - 3\sqrt{3})$ .

**(D)**  $m \in [7 - 3\sqrt{2}; +\infty)$ .

**Lời giải.**

Vì điểm  $A(\sqrt{2}; 1)$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho, nên

$$3 \cdot \sqrt{2} + m \cdot 1 - 7 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 7 - 3 \cdot \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

**CÂU 18.** Cho bất phương trình  $mx + \sqrt{2}y - 1 < 0$  với  $m$  là tham số thực. Điểm nào dưới đây luôn luôn **không** thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho?

**(A)**  $E(m; m^2)$ .

**(B)**  $F(2m^2; m)$ .

**(C)**  $G(0; 1 + m^2)$ .

**(D)**  $H(0; -1 - m^2)$ .

**Lời giải.**

Điểm  $E(m; m^2)$  không thỏa mãn vì  $m^2 + \sqrt{2}m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} < m < \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}}$ .

Điểm  $F(2m^2; m)$  không thỏa mãn vì  $2m^3 + \sqrt{2}m - 1 < 0$  (bất phương trình này luôn có nghiệm).

Điểm  $H(0; -1 - m^2)$  không thỏa mãn vì  $m \cdot 0 + \sqrt{2}(-1 - m^2) - 1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{2}m^2 > -1 - \sqrt{2}$  (thỏa mãn với mọi  $m$ ).

Với điểm  $G(0; 1 + m^2)$ , ta có  $mx + \sqrt{2}y - 1 = m \cdot 0 + \sqrt{2}(1 + m^2) - 1 = \sqrt{2}m^2 + (\sqrt{2} - 1) > 0$  với mọi  $m \in \mathbb{R}$ . Vậy điểm  $G$  không thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Chọn đáp án **(C)**

**CÂU 19.** Với giá trị nào của  $m$  thì điểm  $A(1 - m; m)$  **không** thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $2x - 3(y - x) > 4$ .

**(A)**  $0 \leq m \leq 1$ .

**(B)**  $m < \frac{1}{8}$ .

**(C)**  $\frac{1}{8} \leq m \leq 1$ .

**(D)**  $m \geq \frac{1}{8}$ .

**Lời giải.**

$A(1 - m; m)$  không thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $2x - 3(y - x) > 4$  khi tọa độ của nó không thỏa mãn bất phương trình, tức là  $2(1 - m) - 3(m + m - 1) \leq 4$  hay  $m \geq \frac{1}{8}$ .

Chọn đáp án **(D)**

**CÂU 20.** Một bác nông dân cần trồng lúa và khoai trên diện tích đất 6 ha, với lượng phân bón dự trữ là 100 kg và sử dụng tối đa 120 ngày công. Để trồng 1 ha lúa cần sử dụng 20 kg phân bón, 10 ngày công với lợi nhuận là 30 triệu đồng; để trồng 1 ha khoai cần sử dụng 10 kg phân bón, 30 ngày công với lợi nhuận là 60 triệu đồng. Để đạt lợi nhuận cao nhất, bác nông dân đã trồng  $x$  (ha) lúa và  $y$  (ha) khoai. Giá trị của  $x$  là

**(A)** 2.

**(B)** 3.

**(C)** 4.

**(D)** 5.

**Lời giải.**



Theo bài toán, ta có:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 20x + 10y \leq 100 \\ 10x + 30y \leq 120 \\ T = 30x + 60y \rightarrow \text{Max} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ x \leq 4 \\ x \geq 3 \\ T = 24x + 360 \rightarrow \text{Max} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ 3 \leq x \leq 4 \\ T = 24x + 360 \rightarrow \text{Max} \end{cases}$$

Vì  $T = 24x + 360$  là hàm số bậc nhất và có hệ số  $a = 24 > 0$  nên nó đạt GTLN tại  $x = 4$ .

Vậy  $x = 4$  là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án (C)

**CÂU 21.** Một người thợ mộc tốn 6 giờ để làm một cái bàn và 4 giờ để làm một cái ghế. Gọi  $x, y$  lần lượt là số bàn và số ghế mà người thợ mộc sản xuất trong một tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa  $x$  và  $y$  biết trong một tuần người thợ mộc có thể làm tối đa 50 giờ.

- (A)  $3x + 2y \leq 25$ . (B)  $3x + 2y > 25$ . (C)  $3x + 2y \geq 25$ . (D)  $3x + 2y < 25$ .

**Lời giải.**

Trong một tuần, số giờ làm ra  $x$  cái bàn là  $6x$  và số giờ làm ra  $y$  cái ghế là  $4y$ .

Vì trong một tuần người thợ mộc làm tối đa 50 giờ nên

$$6x + 4y \leq 50 \Leftrightarrow 3x + 2y \leq 25.$$

Chọn đáp án (A)

**CÂU 22.** Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng  $60 \text{ m}^2$ . Diện tích để kê một chiếc ghế là  $0,6 \text{ m}^2$ , một chiếc bàn là  $1,3 \text{ m}^2$ . Gọi  $x$  là số chiếc ghế,  $y$  là số chiếc bàn được kê. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế, biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là  $10 \text{ m}^2$ .

- (A)  $0,6x + 1,3y \geq 50$ . (B)  $0,6x + 1,3y \leq 50$ . (C)  $1,3x + 0,6y \leq 50$ . (D)  $1,3x + 0,6y \geq 50$ .

**Lời giải.**

Diện tích để kê  $x$  chiếc ghế và  $y$  chiếc bàn là  $0,6x + 1,3y$ .

Vì diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là  $10 \text{ m}^2$  nên diện tích để kê  $x$  chiếc ghế và  $y$  chiếc bàn tối đa là  $50 \text{ m}^2$ .

Do đó  $0,6x + 1,3y \leq 50$ .

Chọn đáp án (B)

**CÂU 23.** Bạn Nam đang sưu tầm các đồng tiền vàng và bạc để vào một các túi, trọng lượng tối đa mà túi chứa được là 20 gam. Mỗi đồng xu vàng nặng khoảng 14 gam, mỗi đồng xu bạc nặng khoảng 7 gam. Bất phương trình nào sau đây mô tả số đồng tiền vàng ( $x$ ) và số đồng tiền bạc ( $y$ ) có thể được chứa trong túi?

- (A)  $7x + 14y \leq 20$ . (B)  $7x + 14y > 20$ . (C)  $14x + 7y \leq 20$ . (D)  $14x + 7y > 20$ .

**Lời giải.**

Khối lượng của  $x$  đồng tiền vàng là  $14x$  gam.

Khối lượng của  $y$  đồng tiền bạc là  $7y$  gam.

Số đồng tiền vàng và bạc có thể chứa trong túi khi  $14x + 7y \leq 20$ .

Chọn đáp án (C)

**CÂU 24.** Trong 1 lạng (100 g) thịt bò chứa khoảng 26 g protein và 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần tối thiểu 52 g protein. Gọi  $x, y$  lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người đàn ông nên ăn trong một ngày. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người đàn ông trong một ngày.

- (A)  $26x + 20y \leq 52$ . (B)  $26x + 20y < 52$ . (C)  $13x + 10y \geq 26$ . (D)  $13x + 10y > 26$ .

**Lời giải.**

Trong  $x$  lạng thịt bò chứa  $26x$  g protein.

Trong  $y$  lạng cá rô phi chứa  $20y$  g protein.

Do đó lượng protein cần thiết trong một ngày của một người đàn ông là

$$26x + 20y \geq 52 \Leftrightarrow 13x + 10y \geq 26.$$

Chọn đáp án (C)

**CÂU 25.** Công ty viễn thông Viettel có gói cước Hi School tính phí là 1190 đồng mỗi phút gọi nội mạng và 1390 đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Một bạn học sinh đăng kí gói cước trên và sử dụng  $x$  phút gọi nội mạng,  $y$  phút gọi ngoại mạng trong một tháng. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  để mô tả số tiền bạn đó phải trả trong một tháng ít hơn 100 nghìn đồng.

- (A)  $119x + 139y \geq 10000$ . (B)  $139x + 119y < 10000$ . (C)  $119x + 139y \leq 10000$ . (D)  $119x + 139y < 10000$ .

**Lời giải.**

Trong một tháng, số tiền gọi nội mạng là  $1190x$  đồng và số tiền gọi ngoại mạng là  $1390y$  đồng.

Tổng số tiền trong một tháng bạn học sinh phải trả là  $1190x + 1390y$ .

Để số tiền trong một tháng phải trả ít hơn 100 nghìn đồng thì

$$1190x + 1390y < 100000 \Leftrightarrow 119y + 139y < 10000.$$

Chọn đáp án (D)

**CÂU 26.** Nhân ngày Quốc tế Thiếu nhi 1 – 6, một rạp chiếu phim phục vụ các khán giả một bộ phim hoạt hình. Vé được bán ra có hai loại: loại 1 dành cho trẻ từ 6 – 13 tuổi, giá vé là 50000 đồng/vé và loại 2 dành cho người trên 13 tuổi, giá vé là 80000 đồng/vé. Gọi  $x$  là số vé loại 1 và  $y$  là số vé loại 2 bán được. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  để biểu diễn điều kiện sao cho số tiền bán vé thu được tối thiểu 10 triệu đồng.

- (A)  $5x + 8y \geq 100$ . (B)  $5x + 8y > 1000$ . (C)  $8x + 5y \geq 1000$ . (D)  $5x + 8y \geq 1000$ .

**Lời giải.**

Số tiền thu được từ  $x$  vé loại 1 là  $50000x$  và số tiền thu được từ  $y$  vé loại 2 là  $80000y$ .

Tổng số tiền bán vé thu được là  $50000x + 80000y$ .

Để số tiền bán vé thu được tối thiểu 10 triệu đồng thì

$$50000x + 80000y \geq 10000000 \Leftrightarrow 5x + 8y \geq 1000.$$

Chọn đáp án (D)

**CÂU 27.** Ngoài giờ học, bạn Nam làm thêm việc phụ bán cơm được 15 nghìn đồng/một giờ và phụ bán tạp hóa được 10 nghìn đồng/một giờ. Gọi  $x, y$  lần lượt là số giờ phụ bán cơm và phụ bán tạp hóa trong mỗi tuần. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x$  và  $y$  sao cho Nam kiếm thêm tiền mỗi tuần được ít nhất là 900 nghìn đồng.

- (A)  $3x + 2y \leq 180$ . (B)  $3x + 2y > 180$ . (C)  $3x + 2y \geq 180$ . (D)  $3x + 2y < 180$ .

**Lời giải.**

Số tiền từ việc phụ bán cơm là  $15x$  nghìn đồng và số tiền từ việc phụ bán tạp hóa là  $10y$  nghìn đồng.

Số tiền Nam kiếm được mỗi tuần là  $15x + 10y$ .

Để số tiền Nam kiếm được mỗi tuần ít nhất là 900 nghìn đồng thì

$$15x + 10y \geq 900 \Leftrightarrow 3x + 2y \geq 180.$$

Chọn đáp án (C)

**CÂU 28.** Anh A muốn thuê một chiếc ô tô (có người lái) trong một tuần. Giá thuê xe như sau: từ thứ hai đến thứ sáu phí cố định là 900 nghìn đồng/ngày và phí tính theo quãng đường di chuyển là 10 nghìn đồng/km còn thứ bảy và chủ nhật thì phí cố định là 1200 nghìn đồng/ngày và phí tính theo quãng đường di chuyển là 15 nghìn đồng/km. Gọi  $x, y$  lần lượt là số km mà anh A đi trong các ngày từ thứ hai đến thứ sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa  $x$  và  $y$  sao cho tổng số tiền anh A phải trả không quá 20 triệu đồng.

- (A)  $10x + 15y \leq 20000$ . (B)  $2x + 3y \geq 2720$ . (C)  $10x + 15y \geq 20000$ . (D)  $2x + 3y \leq 2720$ .

**Lời giải.**

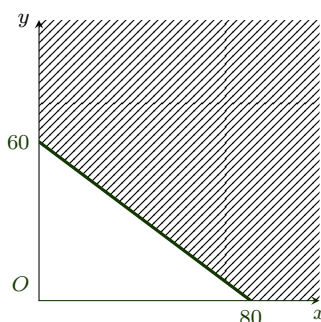
Số tiền thuê xe của anh A từ thứ hai đến thứ sáu là  $900 \cdot 5 + 10x$  nghìn đồng và hai ngày thứ bảy, chủ nhật là  $1200 \cdot 2 + 15y$  nghìn đồng.

Để số tiền anh A phải trả không quá 20 triệu đồng thì

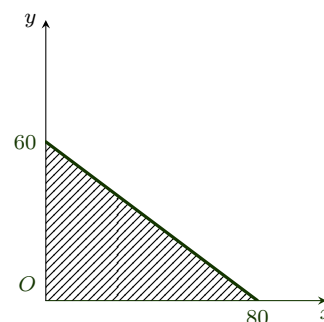
$$(900 \cdot 5 + 10x) + (1200 \cdot 2 + 15y) \leq 20000 \Leftrightarrow 2x + 3y \leq 2720.$$

Chọn đáp án (D)

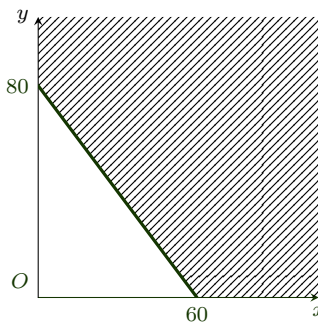
**CÂU 29.** Một cửa hàng làm kệ sách và bàn làm việc. Mỗi kệ sách cần 4 giờ hoàn thiện. Mỗi bàn làm việc cần 3 giờ hoàn thiện. Mỗi tháng cửa hàng có tối đa 240 giờ làm việc. Hãy biểu diễn đồ thị mô tả số giờ làm việc trong mỗi tháng của cửa hàng theo số kệ sách hoàn thiện ( $x$ ) và số bàn hoàn thiện ( $y$ ).



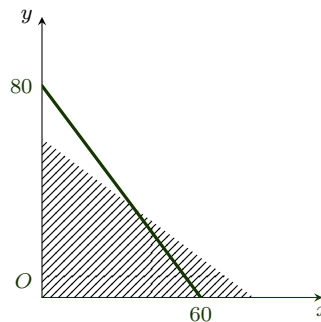
(A)



(B)

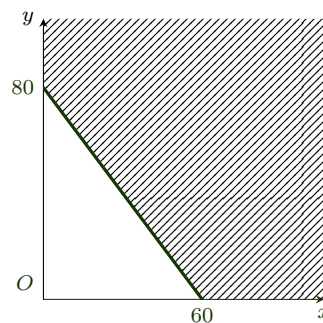


(D)



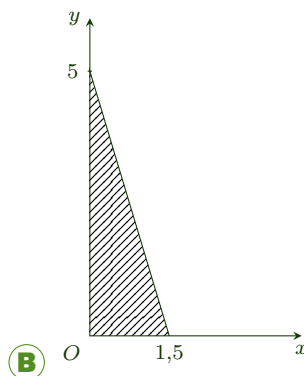
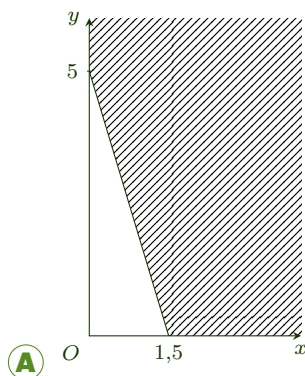
(C)  
Lời giải.

Ta có bất phương trình  $4x + 3y \leq 240$  mô tả số giờ làm việc trong mỗi tháng của cửa hàng. Biểu diễn nghiệm của bất phương trình như sau

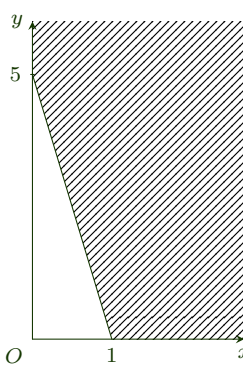


Chọn đáp án (C)

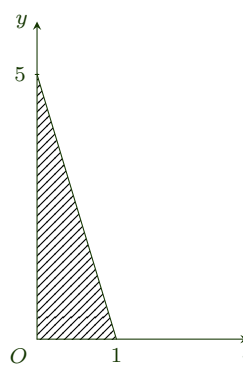
**CÂU 30.** Một gia đình cần  $x$  kg thịt bò và  $y$  kg thịt lợn trong một ngày, giá tiền 1 kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 60 nghìn đồng. Biểu diễn đồ thị mô tả chi phí gia đình đó mua thịt bò và thịt lợn mỗi ngày để số tiền bỏ ra trong một ngày không quá 300 nghìn đồng.



(C)



(D)



Lời giải.

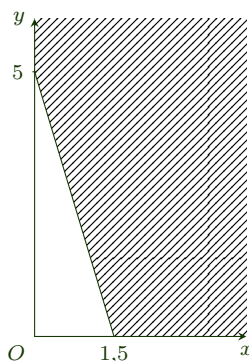
Số tiền mua thịt bò là  $200x$  và số tiền mua thịt lợn là  $60y$ .

Tổng số tiền trong một ngày mua thịt lợn và thịt bò là  $200x + 60y$ .

Để chi phí mua thịt bò và thịt lợn mỗi ngày không quá 300 nghìn đồng thì

$$200x + 60y \leq 300 \Leftrightarrow 10x + 3y \leq 15.$$

Khi đó biểu diễn đồ thị mô tả chi phí là



Chọn đáp án (A)

## Bài 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- ☑ Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là một hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- ☑ Cặp số  $(x_0; y_0)$  là nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn khi  $(x_0; y_0)$  đồng thời là nghiệm của tất cả các bất phương trình trong hệ đó.

#### 2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng tọa độ

⚠ *Ôn tập: Phương trình của trục  $Ox$  là  $y = 0$  và phương trình của trục  $Oy$  là  $x = 0$ .*

- ☑ Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.
- ☑ Miền nghiệm của hệ là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

\* **Cách xác định miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:**

- ☑ **Bước 1:** Trên cùng một mặt phẳng tọa độ, xác định miền nghiệm của mỗi bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong hệ và gạch bỏ miền còn lại.
- ☑ **Bước 2:** Miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

#### 3. Ứng dụng của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

**Nhận xét:** Tổng quát, người ta chứng minh được rằng giá trị lớn nhất (hay nhỏ nhất) của biểu thức  $F(x; y) = ax + by$ , với  $(x; y)$  là tọa độ các điểm thuộc miền đa giác  $A_1A_2 \dots A_n$ , tức là các điểm nằm bên trong hay nằm trên các cạnh của đa giác, đạt được tại một trong các đỉnh của đa giác đó.

### B. CÁC DẠNG TOÁN

#### Dạng 1. Biểu diễn hình học của tập nghiệm

a) Cách xác định miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by < c$  ( $a^2 + b^2 > 0$ ).

- ☑ Vẽ đường thẳng  $d: ax + by = c$ ;
- ☑ Lấy điểm  $M(x_0; y_0) \notin d$ .
  - Nếu  $ax_0 + by_0 < c$  thì nửa mặt phẳng không kể bờ  $d$  chứa  $M_0$  là miền nghiệm của  $ax + by < c$ .
  - Nếu  $ax_0 + by_0 > c$  thì nửa mặt phẳng không kể bờ  $d$  **không** chứa  $M_0$  là miền nghiệm của  $ax + by < c$ .
- ⚠ *Miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by \leq c$  ( $a^2 + b^2 > 0$ ) bao gồm miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by < c$  và đường thẳng  $d$  (nửa mặt phẳng kể cả bờ  $d$ ).*

b) Cách xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- ☑ Với mỗi bất phương trình trong hệ, ta xác định miền nghiệm của nó và gạch bỏ miền còn lại.
- ☑ Sau khi làm như trên lần lượt đối với các bất phương trình trong hệ và trên cùng mặt phẳng tọa độ, miền còn lại không bị gạch chính là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

#### 1. Ví dụ minh họa

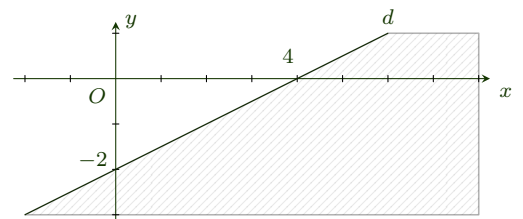
**VÍ DỤ 1.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $2x - 4y < 8$ .

☞ **Lời giải.**

Vẽ đường thẳng  $d: 2x - 4y = 8$ .

Thay tọa độ điểm  $O(0; 0)$  vào vế trái phương trình đường thẳng ( $d$ ), ta được:  $0 < 8$ .

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không kể bờ  $d$  chứa điểm  $O$  (trên hình là nửa mặt phẳng không bị gạch bỏ).



**VÍ DỤ 2.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $3x + y \geq 3$ .

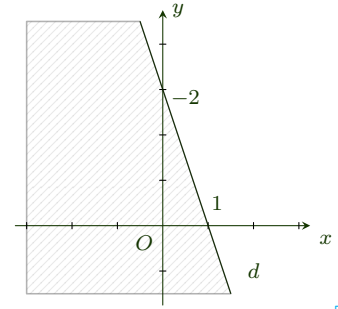
**Lời giải.**

Vẽ đường thẳng  $d: 3x + y = 3$ .

Thay tọa độ điểm  $O(0; 0)$  vào vế trái phương trình đường thẳng  $(d)$ , ta được:  $0 < 3$ .

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không chứa điểm  $O$ , kể cả bờ  $(d)$ .

(Trên hình là nửa mặt phẳng không bị gạch bỏ).



**VÍ DỤ 3.** a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $-2x + 3y > 0$ .

b) Cho hai điểm  $A(2; 1)$  và  $B(3; 3)$ , hỏi hai điểm này cùng phía hay khác phía đối với bờ  $(d)$ .

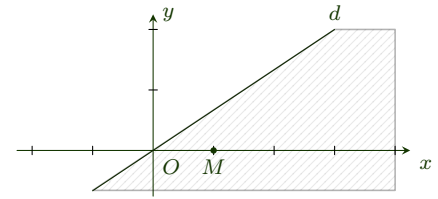
**Lời giải.**

a) Vẽ đường thẳng  $d: -2x + 3y = 0$ .

Thay tọa độ điểm  $M(1; 0)$  vào vế trái phương trình đường thẳng  $(d)$ , ta được:

$$-2 < 0.$$

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không chứa điểm  $M$ . (Trên hình là nửa mặt phẳng không bị gạch bỏ).



b) Thế tọa độ điểm  $A$  vào vế trái của phương trình đường thẳng  $d$  ta được

$$-2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = -1 < 0$$

Thế tọa độ điểm  $B$  vào vế trái của phương trình đường thẳng  $d$  ta được

$$-2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 3 > 0.$$

Từ các kết quả trên, ta suy ra hai điểm nằm ở hai phía đối với bờ  $d$ .

**VÍ DỤ 4.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} x + y > 1 \\ x - y < 2 \end{cases}$$

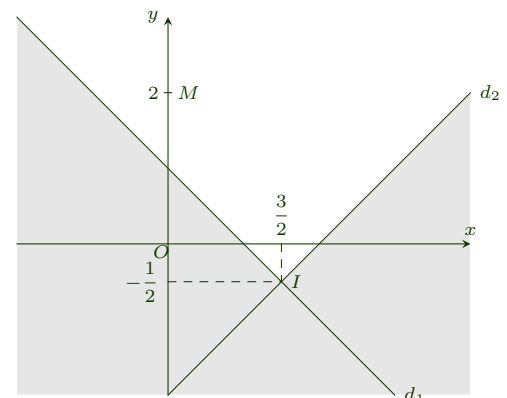
**Lời giải.**

Vẽ các đường thẳng

$$d_1: x + y = 1, d_2: x - y = 2.$$

Vì điểm  $M(0, 2)$  có tọa độ thỏa mãn các bất phương trình trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ  $d_1, d_2$  không chứa  $M$ .

Miền không bị tô đậm trong hình vẽ và không chứa các tia giới hạn miền là miền nghiệm của hệ đã cho.



**VÍ DỤ 5.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

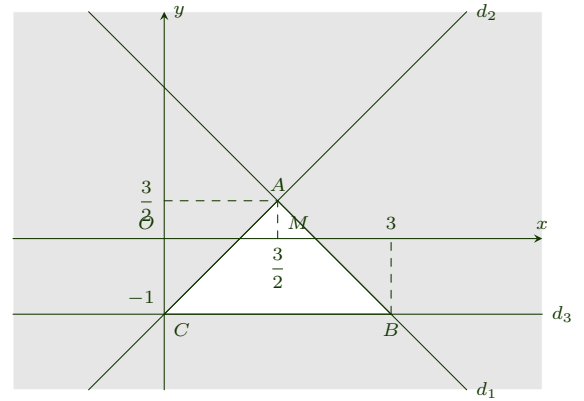
$$\begin{cases} x + y < 2 \\ x - y > 1 \\ y > -1 \end{cases}$$

**Lời giải.**

Vẽ các đường thẳng

$$\begin{aligned}d_1 : x + y &= 2, \\d_2 : x - y &= 1, \\d_3 : y &= -1.\end{aligned}$$

Vì điểm  $M\left(\frac{3}{2}, 0\right)$  có tọa độ thỏa mãn các bất phương trình trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ  $d_1, d_2, d_3$  không chứa  $M$ . Miền không bị tô đậm trong hình vẽ, không bao gồm các đoạn giới hạn miền là miền nghiệm của hệ đã cho.



**VÍ DỤ 6.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

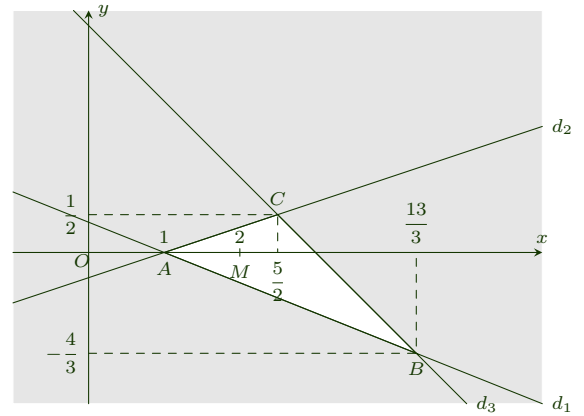
$$\begin{cases} 2x + 5y > 2 \\ x - 3y \geq 1 \\ x + y < 3 \end{cases}$$

**Lời giải.**

Vẽ các đường thẳng

$$\begin{aligned}d_1 : 2x + 5y &= 2, \\d_2 : x - 3y &= 1, \\d_3 : x + y &= 3.\end{aligned}$$

Vì điểm  $M(2, 0)$  có tọa độ thỏa mãn các bất phương trình trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ  $d_1, d_2, d_3$  không chứa  $M$ . Miền không bị tô đậm trong hình vẽ có chứa đoạn  $AC$  và không chứa các điểm  $A, C$ , không chứa các đoạn  $AB, BC$  là miền nghiệm của hệ đã cho.



**VÍ DỤ 7.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

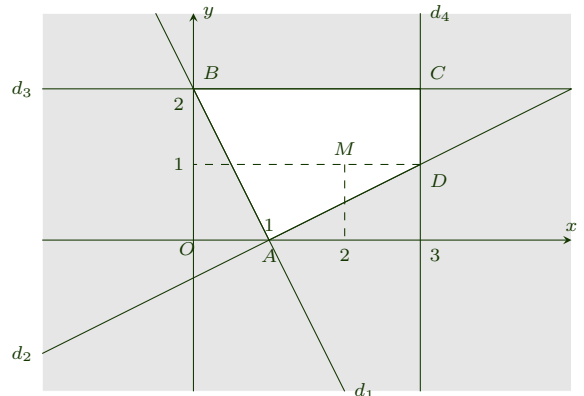
$$\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ x - 2y \leq 1 \\ y \leq 2 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

**Lời giải.**

Vẽ các đường thẳng

$$\begin{aligned}d_1 : 2x + y &= 2, \\d_2 : x - 2y &= 1, \\d_3 : y &= 2, d_4 : x &= 3.\end{aligned}$$

Vì điểm  $M(2, 1)$  có tọa độ thỏa mãn các bất phương trình trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ  $d_1, d_2, d_3, d_4$  không chứa  $M$ . Miền không bị tô đậm trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ đã cho bao gồm các đoạn thẳng xác định miền.



## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

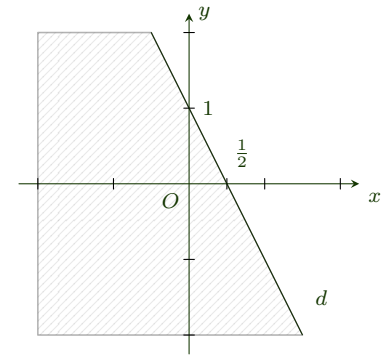
$$x + \frac{3}{2}y \geq 1 - x + \frac{1}{2}.$$

### Lời giải.

Bất phương trình tương đương đã cho tương đương  $2x + y \geq 1$ . Vẽ đường thẳng  $d : 2x + y = 1$

Thay tọa độ điểm  $O(0;0)$  vào vế trái phương trình đường thẳng  $d$ , ta được:  $0 < 1$ .

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không chứa điểm  $O$ , kể cả bờ  $d$  (trên hình là nửa mặt phẳng không bị gạch bỏ).



### BÀI 2. Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

$$-2022x - 2023y \leq 2021y.$$

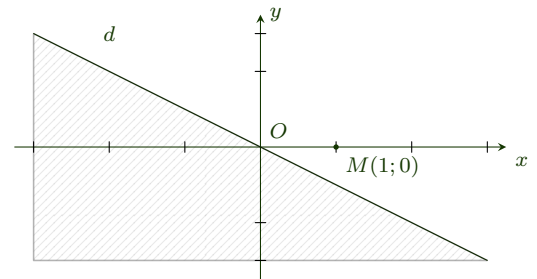
### Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương  $-x - 2y \leq 0$

Vẽ đường thẳng  $d : -x - 2y = 0$ .

Thay tọa độ điểm  $M(1;0)$  vào vế trái phương trình đường thẳng  $(d)$ , ta được:  $-1 < 0$ .

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng chứa điểm  $M$ , kể cả bờ  $d$  (trên hình là nửa mặt phẳng không bị gạch bỏ).



### BÀI 3. a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} < 1$ .

b) Tìm điểm  $A$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình trên. Biết rằng điểm  $A$  là giao điểm của parabol  $(P) : y = x^2 - 5x + 4$  và trục hoành.

### Lời giải.

a) Bất phương trình tương đương  $2x + y < 6$ .

Vẽ đường thẳng  $d : 2x + y = 6$ .

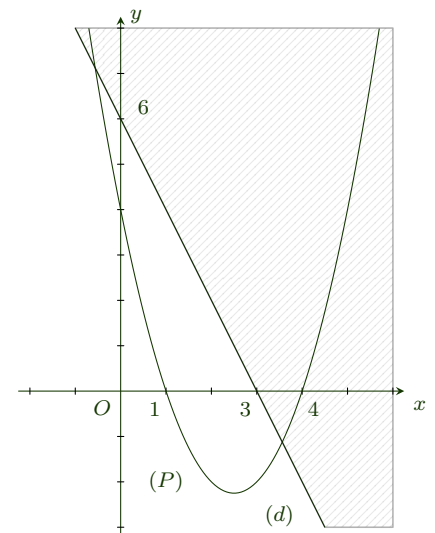
Thay tọa độ điểm  $O(0;0)$  vào vế trái phương trình đường thẳng  $d$ , ta được  $0 < 6$ .

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng chứa điểm  $O$  (trên hình là nửa mặt phẳng không bị gạch bỏ).

b) Điểm  $A$  nằm trên parabol  $(P)$  có dạng  $y = x^2 - 5x + 4$  và trục hoành nên

hoành độ của  $A$  là nghiệm của phương trình  $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4. \end{cases}$  Suy

ra ta được hai điểm  $(1;0)$  và  $(4;0)$ . Lần lượt thế tọa độ từng điểm vào vế trái của phương trình đường thẳng  $(d)$ , do  $A$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho nên ta được  $A$  có tọa độ là  $(1;0)$ .



### BÀI 4. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} x + 2y \geq 1 \\ 3x - y \leq 2 \end{cases}$$

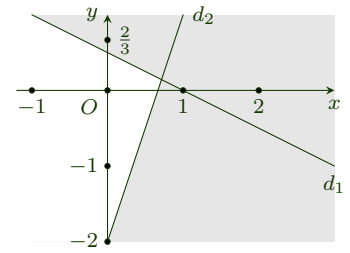
### Lời giải.



Vẽ hai đường thẳng

$$\begin{aligned}d_1 : x + 2y &= 1, \\d_2 : 3x - y &= 2\end{aligned}$$

trên cùng một hệ trục tọa độ  $Oxy$ . Dễ dàng kiểm tra được điểm  $O$  thuộc miền nghiệm của cả hai bất phương trình nên ta có miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền không bị tô đậm bao gồm cả bờ.



**BÀI 5.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

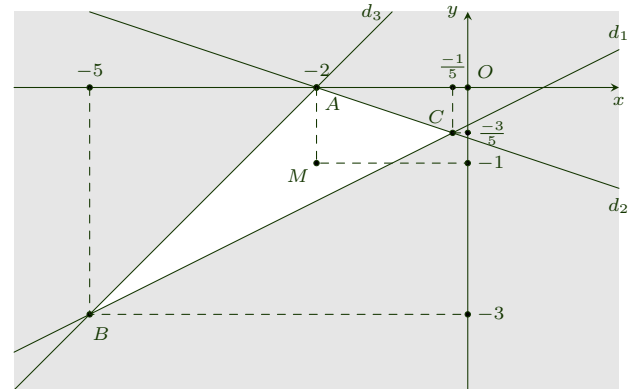
$$\begin{cases} x - 2y < 1 \\ x + 3y < -2 \\ -x + y < 2 \end{cases}$$

**Lời giải.**

Vẽ các đường thẳng

$$\begin{aligned}d_1 : x - 2y &= 1 \\d_2 : x + 2y &= -2 \\d_3 : -x + y &= 2\end{aligned}$$

trên cùng mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ . Ta kiểm tra được điểm  $M(-2; -1)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nên ta có miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền trong tam giác  $ABC$  không kể các cạnh.

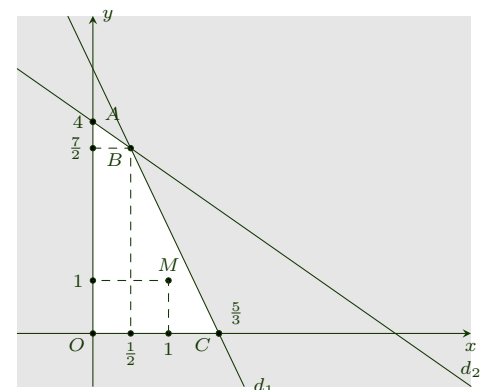


**BÀI 6.** Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} 3x + y \leq 5 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

**Lời giải.**

Vẽ các đường thẳng  $d_1 : 3x + y = 5$  và  $d_2 : x + y = 4$  lên cùng hệ trục tọa độ. Ta thấy điểm  $M(1; 1)$  thỏa mãn tất cả các bất phương trình của hệ, do đó tập nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền trong tứ giác  $ABCO$  kể cả các cạnh.



### 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + 7y - 3 > 0 \\ x - 2y \geq 0 \end{cases}$ ?

- (A)  $P(-1; -5)$ . (B)  $O(0; 0)$ . (C)  $M(3; -1)$ . (D)  $N(2; 0)$ .

**Lời giải.**

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình, ta thấy tọa độ điểm  $N$  thỏa mãn. Vậy điểm  $N(2; 0)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Chọn đáp án (D)

**CÂU 2.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$  chứa điểm nào trong các điểm sau?

(A) (0; 0).

(B) (1; 0).

(C) (0; -2).

(D) (0; 2).

**Lời giải.**

Thay điểm (0; -2) vào hệ bất phương trình, ta có  $\begin{cases} 2 \cdot 0 - 5 \cdot (-2) - 1 = 9 > 0 \\ 2 \cdot 0 + (-2) + 5 = 3 > 0 \\ 0 + (-2) + 1 = -1 < 0 \end{cases}$  (đúng).

Chọn đáp án (C)

**CÂU 3.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x - y \geq 3 \\ 2x + y < 4 \end{cases}$  chứa điểm nào trong các điểm sau?

(A) (1; -3).

(B) (-2; 1).

(C) (3; -2).

(D) (4; 1).

**Lời giải.**

Thay điểm (1; -3) vào hệ bất phương trình, ta có  $\begin{cases} 1 - (-3) = 4 \geq 3 \\ 2 \cdot 1 + (-3) = -1 < 4 \end{cases}$  (đúng).

Chọn đáp án (A)

**CÂU 4.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x - y > 0 \\ x + y \geq -1 \\ x - y < -2 \end{cases}$  không chứa điểm nào trong các điểm sau?

(A) (5; 8).

(B) (6; 9).

(C) (4; 7).

(D) (3; 4).

**Lời giải.**

Thay điểm (3; 4) vào hệ bất phương trình, ta có  $\begin{cases} 2 \cdot 3 - 4 = 2 > 0 \\ 3 + 4 = 7 \geq -1 \\ 3 - 4 = -1 < -2 \end{cases}$  (sai).

Chọn đáp án (D)

**CÂU 5.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$

(A) (0; 0).

(B) (-2; 0).

(C) (-1; -4).

(D) (-3; 4).

**Lời giải.**

Thay tọa độ từng điểm vào mỗi hệ bất phương trình.

- ✓ Với điểm (0; 0) ta được  $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 1 = -1 < 0$  (sai) nên không thỏa mãn bất phương trình đầu.
- ✓ Với điểm (-2; 0) ta được  $2 \cdot (-2) + 3 \cdot 0 - 1 = -5 < 0$  (sai) nên không thỏa mãn bất phương trình đầu.
- ✓ Với điểm (-1; -4) ta được  $2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-4) - 1 = -15 < 0$  (sai) nên không thỏa mãn bất phương trình đầu.
- ✓ Với điểm (-3; 4) ta được  $\begin{cases} 2 \cdot (-3) + 3 \cdot 4 - 1 = 5 > 0 \\ 5 \cdot (-3) - 4 + 4 = -15 < 0 \end{cases}$  (đúng) thỏa mãn cả hai bất phương trình của hệ.

Chọn đáp án (D)

**CÂU 6.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 3x + 2y - 6 < 0 \end{cases}$  có miền nghiệm  $S$  và bốn điểm  $O(0; 0)$ ,  $A(2; 3)$ ,  $B(-1; 1)$ ,  $C(-1; 3)$ .

Trong các điểm đã cho, có bao nhiêu điểm thuộc  $S$ ?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

**Lời giải.**

Thay điểm  $O(0; 0)$  vào hệ bất phương trình, ta có  $\begin{cases} 0 \geq 0 \\ 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 6 = -6 < 0 \end{cases}$  (đúng).

Thay điểm  $A(2; 3)$  vào hệ bất phương trình, ta có  $\begin{cases} 3 \geq 0 \\ 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 6 = 6 < 0 \end{cases}$  (sai).

Thay điểm  $B(-1; 1)$  vào hệ bất phương trình, ta có  $\begin{cases} 1 \geq 0 \\ 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 - 6 = -7 < 0 \end{cases}$  (đúng).

Thay điểm  $C(-1; 3)$  vào hệ bất phương trình, ta có  $\begin{cases} 3 \geq 0 \\ 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 - 6 = -3 < 0 \end{cases}$  (đúng).

Chọn đáp án (C)

**CÂU 7.** Xét hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x - 2y \geq -1 \\ y \geq 1 \end{cases}$  và bốn điểm  $A(1; 1)$ ,  $B(2; 1)$ ,  $C(0; 1)$ ,  $D(-2; 0)$ . Trong các điểm trên, có bao nhiêu điểm thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho?

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

**Lời giải.**

Thay điểm  $A(1; 1)$  vào hệ bất phương trình, ta có  $\begin{cases} 1 + 1 = 2 \leq 2 \\ 1 - 2 \cdot 1 = -1 \geq -1 \text{ (đúng)} \\ 1 \geq 1 \end{cases}$

Thay điểm  $B(2; 1)$  vào hệ bất phương trình, ta có  $\begin{cases} 2 + 1 = 3 \leq 2 \\ 2 - 2 \cdot 1 = 0 \geq -1 \text{ (sai)} \\ 1 \geq 1 \end{cases}$

Thay điểm  $C(0; 1)$  vào hệ bất phương trình, ta có  $\begin{cases} 0 + 1 = 1 \leq 2 \\ 0 - 2 \cdot 1 = -2 \geq -1 \text{ (sai)} \\ 1 \geq 1 \end{cases}$

Thay điểm  $D(-2; 0)$  vào hệ bất phương trình, ta có  $\begin{cases} -2 + 0 = -2 \leq 2 \\ -2 - 2 \cdot 0 = -2 \geq -1 \text{ (sai)} \\ 0 \geq 1 \end{cases}$

Chọn đáp án (A)

**CÂU 8.** Cặp số  $(x; y)$  nào sau đây là một nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 \leq 0 \end{cases}$ ?

(A)  $(0; 4)$ . (B)  $(0; 0)$ . (C)  $(-2; -4)$ . (D)  $(-3; -4)$ .

**Lời giải.**

Thay cặp số  $(0; 4)$  vào hệ bất phương trình đã cho, ta có  $\begin{cases} 2 \cdot 0 + 3 \cdot 4 - 1 = 11 > 0 \\ 5 \cdot 0 - 4 + 4 = 0 \leq 0 \end{cases}$  (đúng).

Chọn đáp án (A)

**CÂU 9.** Trong các cặp số  $(x; y)$  sau, cặp số nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x - y - 2 \leq 0 \\ 3x - 2y + 2 > 0 \end{cases} ?$$

(A)  $(x; y) = (0; 0)$ . (B)  $(x; y) = (1; 1)$ . (C)  $(x; y) = (-1; 1)$ . (D)  $(x; y) = (-1; -1)$ .

**Lời giải.**

Thay cặp số  $(-1; 1)$  vào hệ bất phương trình đã cho, ta có  $\begin{cases} -1 - 1 - 2 = -4 \leq 0 \\ 3 \cdot (-1) - 2 \cdot 1 + 2 = -3 > 0 \text{ (sai)} \end{cases}$

Chọn đáp án (C)

**CÂU 10.** Cặp số  $(x; y) = (0; 0)$  **không** là nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?

(A)  $\begin{cases} 2x - y < 1 \\ x \geq 0 \\ y \leq 1 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x \geq 0 \\ y < 0 \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} 2x - y < 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x \leq 0 \\ y < 1 \end{cases}$

**Lời giải.**

Thay cặp số  $(0; 0)$  vào hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + y < 1 \\ x \geq 0 \\ y < 0 \end{cases}$ , ta có  $\begin{cases} 2 \cdot 0 + 0 = 0 < 1 \\ 0 \geq 0 \\ 0 < 0 \end{cases}$  (sai).

Chọn đáp án (B)

**CÂU 11.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 5x + 3y - 19 \leq 0 \\ 12x - 5y - 13 \geq 0 \end{cases}$ ?

(A)  $N(1 + \sqrt{2}; \sqrt{2})$ . (B)  $N(1 + \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2})$ . (C)  $N(1; 3 + \sqrt{2})$ . (D)  $N(5 + \sqrt{2}; \sqrt{2})$ .

**Lời giải.**

Thay điểm  $N(1 + \sqrt{2}; \sqrt{2})$  vào hệ bất phương trình đã cho, ta có

$$\begin{cases} 5 \cdot (1 + \sqrt{2}) + 3 \cdot \sqrt{2} - 19 = -14 + 8\sqrt{2} \leq 0 \\ 12 \cdot (1 + \sqrt{2}) - 5\sqrt{2} - 13 = -1 + 7\sqrt{2} \geq 0 \end{cases} \text{ (đúng)}.$$

Chọn đáp án (A)

**CÂU 12.** Cặp số  $(x; y) = (-1; 3)$  là nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?

- (A)  $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 2y \geq 2 \\ y \leq 0 \\ x < 0 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + y \geq 2 \\ y \leq 0 \\ x < 0 \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + y \geq 2 \\ y \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 2y \geq 2 \\ y \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$

**Lời giải.**

Thay cặp số  $(-1; 3)$  vào hệ bất phương trình  $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 2y \geq 2 \\ y \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$ , ta có  $\begin{cases} -1 - 3 = -4 \leq 2 \\ 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 = 3 \geq 2 \\ 3 \geq 0 \\ -1 < 0 \end{cases}$  (đúng).

Chọn đáp án (D)

**CÂU 13.** Hệ bất phương trình  $\begin{cases} y \leq x + 1 \\ y + x > 3 \end{cases}$  nhận cặp số  $(x; y)$  nào sau đây làm nghiệm của nó?

- (A)  $(x; y) = (2; 1)$ . (B)  $(x; y) = (2; 3)$ . (C)  $(x; y) = (3; 0)$ . (D)  $(x; y) = (1; 3)$ .

**Lời giải.**

Thay cặp số  $(2; 3)$  vào hệ bất phương trình đã cho, ta có  $\begin{cases} 3 \leq 2 + 1 = 3 \\ 3 + 2 = 5 > 3 \end{cases}$  (đúng).

Chọn đáp án (B)

**CÂU 14.** Cho hệ  $\begin{cases} 2x + 3y < 5 \\ x + \frac{3}{2}y < 5 \end{cases}$ . Gọi  $S_1$  là tập nghiệm của bất phương trình  $2x + 3y < 5$ ,  $S_2$  là tập nghiệm của bất phương trình  $x + \frac{3}{2}y < 5$  và  $S$  là tập nghiệm của hệ thì

- (A)  $S \subset S_2$ . (B)  $S_2 \subset S_1$ . (C)  $S_2 \subset S$ . (D)  $S = S_1 \cup S_2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $x + \frac{3}{2}y < 5 \Leftrightarrow 2x + 3y < 10$ . Do vậy với mọi cặp  $(x_0, y_0)$  thỏa mãn bất phương trình  $2x + 3y < 5$  đều thỏa mãn bất phương trình  $2x + 3y < 10$ .

Vậy tập nghiệm của hệ ban đầu sẽ là tập con của bất phương trình  $x + \frac{3}{2}y < 5$ .

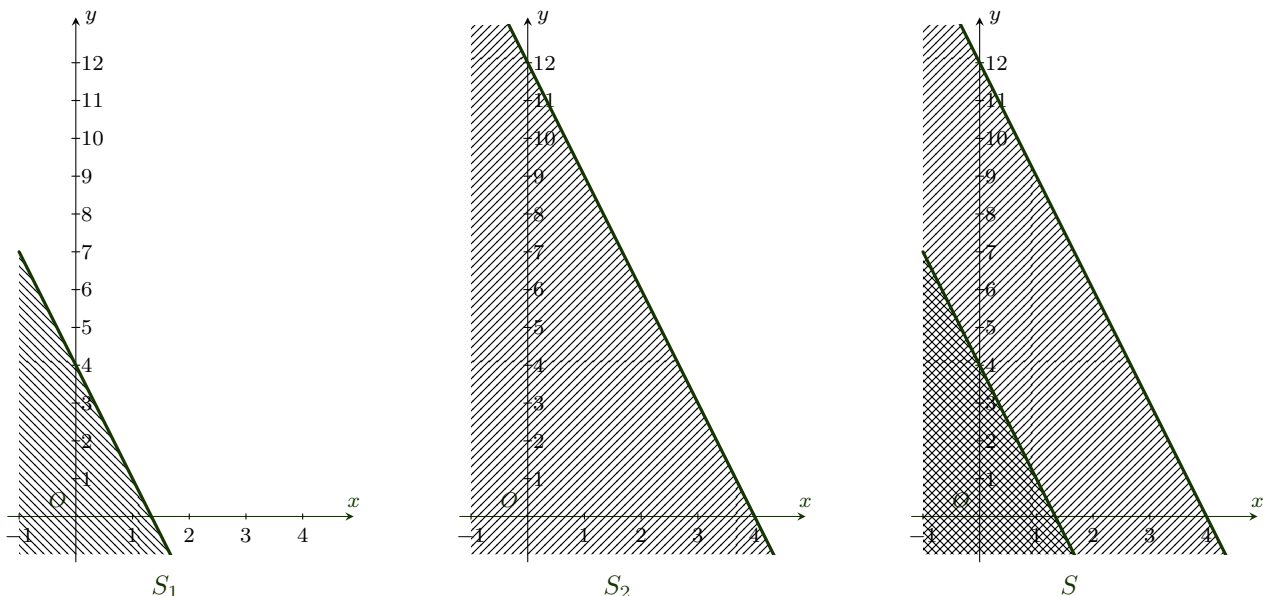
Chọn đáp án (A)

**CÂU 15.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + y > 4 & (1) \\ x + \frac{1}{3}y > 4 & (2) \end{cases}$ . Gọi  $S_1$  là tập nghiệm của bất phương trình (1),  $S_2$  là nghiệm của bất phương trình (2) và  $S$  là tập nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)  $S_1 \subset S_2$ . (B)  $S_2 \subset S_1$ . (C)  $S_2 \cup S = S_1$ . (D)  $S_1 \subset S$ .

**Lời giải.**

Lần lượt biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình (1), bất phương trình (2) và hệ bất phương trình ta có các hình vẽ sau:



Dựa vào miền nghiệm của mỗi bất phương trình và của hệ ta thấy  $S_2 \subset S_1$  và  $S = S_2$ .

Chọn đáp án (B)

**CÂU 16.** Tìm số thực  $a$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ ax - 3y \geq -12 \end{cases}$  là một tam giác có diện tích bằng

6. (A)  $a = -4$ . (B)  $a = 4$ . (C)  $a = 6$ . (D)  $a = 12$ .

**Lời giải.**

Xét  $ax - 3y = -12$ .

Với  $x = 0 \Rightarrow y = 4$ .

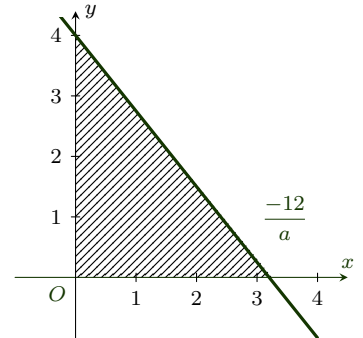
Với  $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{12}{a}$ .

Do  $x \geq 0$  suy ra  $-\frac{12}{a} \geq 0$  hay  $a < 0$ .

Dựa vào hình bên ta có:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{-12}{a} = 6$$

$$\Rightarrow a = -4.$$



Chọn đáp án (A)

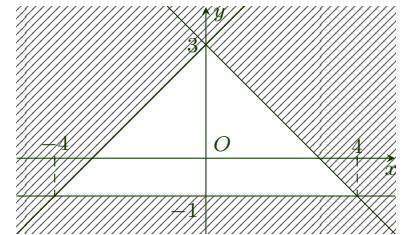
**CÂU 17.** Tính diện tích  $S$  của miền nghiệm hệ bất phương trình  $\begin{cases} y + x \leq 3 \\ y - x \leq 3 \\ y \geq -1 \end{cases}$ .

- (A)  $S = 8$ . (B)  $S = 25$ . (C)  $S = 16$ . (D)  $S = 12$ .

**Lời giải.**

Miền nghiệm là miền tam giác như hình vẽ.

$$\text{Diện tích } S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = 16$$



Chọn đáp án (C)

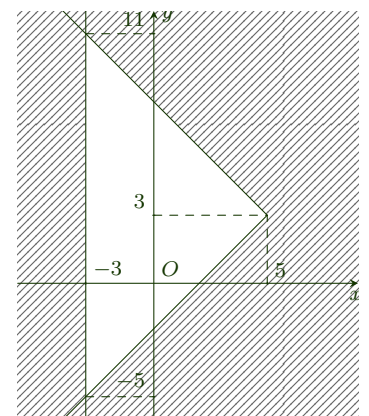
**CÂU 18.** Tính diện tích  $S$  của miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq -3 \\ y + x \leq 8 \\ y - x \geq -2 \end{cases}$ .

- (A)  $S = 48$ . (B)  $S = 64$ . (C)  $S = 81$ . (D)  $S = 49$ .

**Lời giải.**

Miền nghiệm là miền tam giác như hình vẽ.

$$\text{Diện tích } S = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 8 = 64.$$



Chọn đáp án (B)

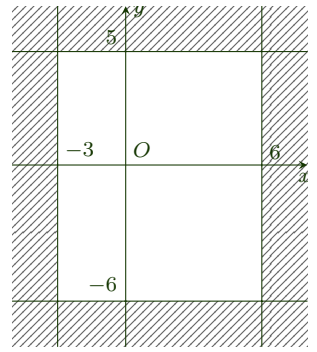
**CÂU 19.** Tính chu vi  $P$  của miền nghiệm hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 6 \\ y \leq 5 \\ y \geq -6 \end{cases}$ .

- (A)  $P = 38$ . (B)  $P = 36$ . (C)  $P = 42$ . (D)  $P = 40$ .

**Lời giải.**

Miền nghiệm là miền hình chữ nhật như hình vẽ.

Chu vi  $P = 2(11 + 9) = 40$ .



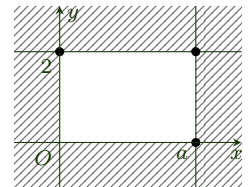
Chọn đáp án (D)

- CÂU 20.** Tìm giá trị của số thực  $a$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \leq a \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$  có diện tích bằng 6.
- (A)  $a = -3$ . (B)  $a = 8$ . (C)  $a = 3$ . (D)  $a = -8$ .

**Lời giải.**

Từ giả thiết suy ra  $a > 0$ .

Diện tích  $S = 2a = 6$ . Do đó  $a = 3$ .



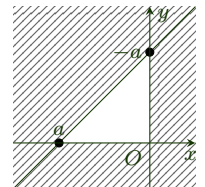
Chọn đáp án (C)

- CÂU 21.** Tìm giá trị của số thực  $a$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x - y \geq a \\ x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  là một tam giác có diện tích bằng 2.
- (A)  $a = 2$ . (B)  $a = -2$ . (C)  $a = \sqrt{2}$ . (D)  $a = -\sqrt{2}$ .

**Lời giải.**

Do  $a \leq 0$ ,  $y \geq 0$  suy ra  $x - y \leq 0$  suy ra  $a < 0$ .

Diện tích  $S = \frac{1}{2}a^2 = 2$ . Do đó  $a = -2$ .



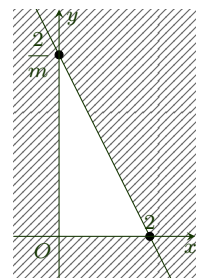
Chọn đáp án (B)

- CÂU 22.** Tìm giá trị của số thực  $m$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + my \leq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  là một tam giác có diện tích bằng 4.
- (A)  $m = 2$ . (B)  $m = 4$ . (C)  $m = \frac{1}{4}$ . (D)  $m = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Diện tích  $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{m} = 4$ .

Do đó  $m = \frac{1}{2}$ .

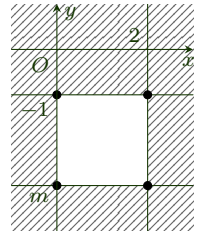


Chọn đáp án (D)

- CÂU 23.** Tìm giá trị của số thực  $m$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 2 \\ y \leq -1 \\ y \geq m \end{cases}$$
 có chu vi bằng 8.
- (A)  $m = -3$ . (B)  $m = 2$ . (C)  $m = 3$ . (D)  $m = -2$ .

**Lời giải.**

Từ giả thiết suy ra  $m < -1$  hay  $-1 - m > 0$ .  
Chu vi  $P = 2(-1 - m + 2) = 8$ .  
Do đó  $m = -3$ .

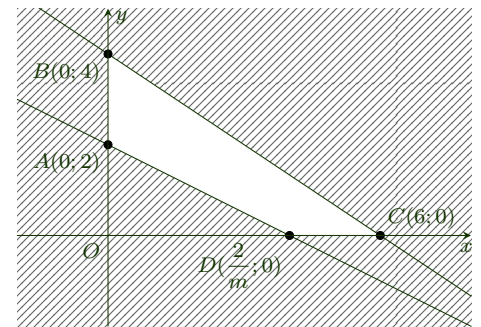


Chọn đáp án (A)

- CÂU 24.** Tìm giá trị của số thực dương  $m$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 3y \leq 12 \\ mx + y \geq 2 \end{cases}$$
 có diện tích bằng 8.
- (A)  $m = 2$ . (B)  $m = 3$ . (C)  $m = \frac{1}{3}$ . (D)  $m = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Diện tích cần tìm  $S_{ABCD} = S_{OBC} - S_{OAD}$ .  
Do đó  $S_{OAD} = S_{OBC} - S_{ABCD} = 12 - 8 = 4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{m}$ .  
Suy ra  $m = \frac{1}{2}$ .



Chọn đáp án (D)

- CÂU 25.** Ngoài giờ học, bạn Nam làm thêm việc phụ bán cơm được 15 nghìn đồng/một giờ và phụ bán tạp hóa được 10 nghìn đồng/một giờ. Nam không thể làm thêm việc nhiều hơn 15 giờ mỗi tuần. Gọi  $x, y$  lần lượt là số giờ phụ bán cơm và phụ bán tạp hóa. Hệ bất phương trình nào sau đây xác định số giờ để làm mỗi việc nếu Nam muốn kiếm được ít nhất 100 nghìn đồng mỗi tuần?

- (A)  $\begin{cases} x + y \geq 15 \\ 15x + 10y \geq 100. \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x + y \leq 15 \\ 15x + 10y > 100. \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} x + y \leq 15 \\ 15x + 10y \geq 100. \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x + y > 15 \\ 15x + 10y < 100. \end{cases}$

**Lời giải.**

Gọi  $x, y$  lần lượt là số giờ phụ bán cơm và phụ bán tạp hóa, tổng số giờ này không được nhiều hơn 15 giờ nên  $x + y \leq 15$ .  
Số tiền kiếm được sau  $x$  giờ phục vụ cơm là  $15x$ .  
Số tiền kiếm được sau  $y$  giờ bán tạp hóa là  $10y$ .  
Để Nam kiếm được ít nhất 100 nghìn đồng mỗi tuần thì  $15x + 10y \geq 100$ .

Vậy ta có hệ 
$$\begin{cases} x + y \leq 15 \\ 15x + 10y \geq 100. \end{cases}$$

Chọn đáp án (C)

- CÂU 26.** Để trở thành một thành viên của ban nhạc thì một sinh viên phải đạt điểm trung bình các môn học ít nhất là 7,0 và phải có tối thiểu 5 lần thực hành sau giờ học. Gọi  $x$  là điểm trung bình các môn học và  $y$  là số lần thực hành sau giờ học, hãy chọn hệ bất phương trình thể hiện tốt nhất tình huống này.

- (A)  $\begin{cases} x \geq 7 \\ y \geq 5. \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x \leq 7 \\ y \leq 5. \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} x < 7 \\ y < 5. \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x > 7 \\ y > 5. \end{cases}$

**Lời giải.**

Theo đề điểm trung bình các môn học ít nhất là 7,0, tức là  $x \geq 7$ .  
Học sinh phải có tối thiểu 5 lần thực hành sau giờ học, tức là  $y \geq 5$ .

Vậy ta có hệ 
$$\begin{cases} x \geq 7 \\ y \geq 5. \end{cases}$$



Chọn đáp án (A)

**CÂU 27.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} x - y > 0 \\ 2x + 7y < 0 \end{cases}$  có tập nghiệm  $S$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

(A)  $(1; -1) \in S$ . (B)  $(1; -\frac{1}{2}) \notin S$ . (C)  $(4; -1) \in S$ . (D)  $(-\frac{1}{2}; -\frac{2}{7}) \in S$ .

**Lời giải.**

Bằng cách thay từng cặp giá trị vào hệ bất phương trình ta thấy chỉ có  $(1; -1)$  và  $(1; -\frac{1}{2})$  thỏa mãn. Vậy  $(1; -1) \in S$  là đúng.

Chọn đáp án (A)

**CÂU 28.** Điểm  $A(0; \frac{5}{3})$  luôn thuộc miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình dưới đây (với  $m$  là tham số thực)?

(A)  $(m^2 - 4)x + 3y - 5 \leq 0$ . (B)  $(m^2 - 4)x + 3y - 5 > 0$ . (C)  $(m^2 - 4)x + 3y - 5 < 0$ . (D)  $(m^2 - 4)x + 3y + 7 \leq 0$ .

**Lời giải.**

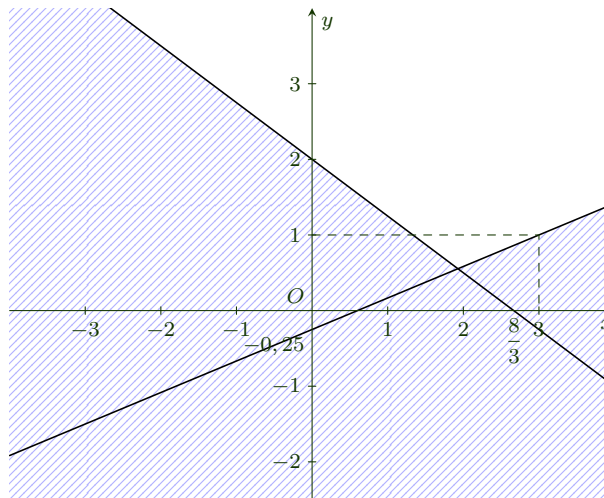
Thay điểm  $A(0; \frac{5}{3})$  vào bất phương trình  $(m^2 - 4)x + 3y - 5 \leq 0$ , ta có

$$(m^2 - 4) \cdot 0 + 3 \cdot \frac{5}{3} - 5 = 0 \leq 0 \text{ (đúng)}.$$

Thay điểm  $A$  vào lần lượt các bất phương trình ở các phương án còn lại, ta thấy không thỏa mãn.

Chọn đáp án (A)

**CÂU 29.** Hình vẽ dưới đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình nào? (với miền nghiệm là miền không gạch sọc và chứa bờ)



(A)  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \geq 0 \\ 5x - 12y - 3 \leq 0 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \leq 0 \\ 5x - 12y - 3 \leq 0 \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \geq 0 \\ 5x - 12y - 3 \geq 0 \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} 3x + 4y - 3 \geq 0 \\ 5x - 12y - 8 \leq 0 \end{cases}$

**Lời giải.**

Xét các điểm  $A(0; 2)$ ,  $B(3; 1)$  và  $C(0; -\frac{1}{4})$  thuộc bờ.

Điểm  $B(3; 1)$  không thỏa mãn bất phương trình  $3x + 4y - 8 \leq 0$  nên loại  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \leq 0 \\ 5x - 12y - 3 \leq 0 \end{cases}$ .

Điểm  $A(0; 2)$  không thỏa mãn bất phương trình  $5x - 12y - 3 \geq 0$  nên loại  $\begin{cases} 3x + 4y - 8 \geq 0 \\ 5x - 12y - 3 \geq 0 \end{cases}$ .

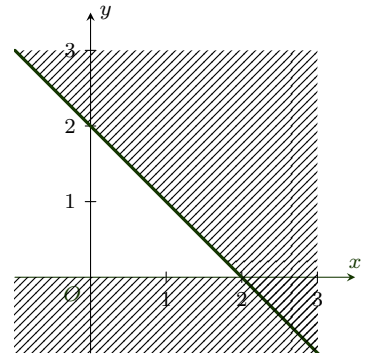
Điểm  $C(0; -\frac{1}{4})$  không thỏa mãn bất phương trình  $3x + 4y - 3 \geq 0$  nên loại  $\begin{cases} 3x + 4y - 3 \geq 0 \\ 5x - 12y - 8 \leq 0 \end{cases}$ .

Chọn đáp án (A)

**CÂU 30.**

Phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó trên đường thẳng  $y = 0$  trong hình vẽ bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?

- A**  $\begin{cases} y \leq 0 \\ 2x + y > 1. \end{cases}$ 
**B**  $\begin{cases} x + y < 2 \\ y \geq 0. \end{cases}$ 
**C**  $\begin{cases} 2x - 2y > 6 \\ 2x + y \geq 1. \end{cases}$ 
**D**  $\begin{cases} y \leq 0 \\ x + y < 1. \end{cases}$



**Lời giải.**

Phần không bị gạch nằm phía trên trục hoành nên nó là miền nghiệm của bất phương trình  $y \geq 0$  (1).

Điểm  $A(0; 1)$  thỏa mãn bất phương trình  $x + y < 2$  nên miền không bị gạch chính là miền nghiệm của bất phương trình  $x + y < 2$  (2).

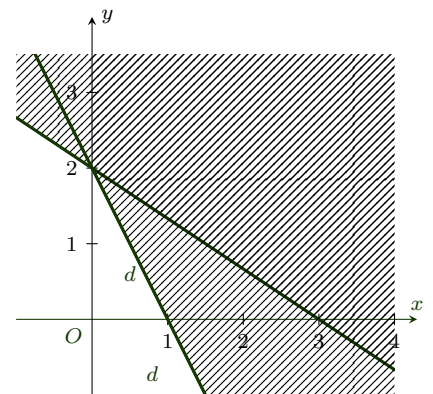
Từ (1) và (2) suy ra phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó trên đường thẳng  $y = 0$  trong hình vẽ bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + y < 2 \\ y \geq 0. \end{cases}$

Chọn đáp án **B**

**CÂU 31.**

Phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó trên đường thẳng  $d$  trong hình vẽ bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?

- A**  $\begin{cases} 2x + 3y \leq 6 \\ 2x + y > 2. \end{cases}$ 
**B**  $\begin{cases} x - 2y < 1 \\ 3x + 2y \leq 3. \end{cases}$ 
**C**  $\begin{cases} 2x + 3y < 6 \\ 2x + y \leq 2. \end{cases}$ 
**D**  $\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x + y < 1. \end{cases}$



**Lời giải.**

Đường thẳng  $d$  có phương trình  $2x + y = 2$ .

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua hai điểm  $(3; 0)$  và  $(0; 2)$  có phương trình là  $2x + 3y = 6$ .

Tại điểm  $A(0; 1)$ , ta có  $2 \cdot 0 + 1 = 1 < 2$ , suy ra điểm  $A$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $2x + y < 2$  (1). Tương tự, ta cũng kiểm tra được rằng điểm  $A$  cũng thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $2x + 3y < 6$  (2).

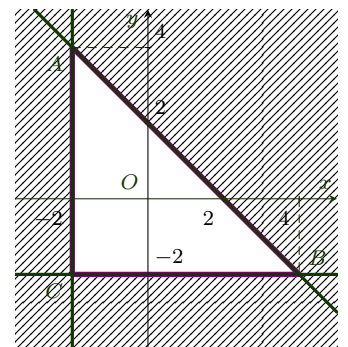
Vậy phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó trên đường thẳng  $d$  trong hình vẽ bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + 3y < 6 \\ 2x + y \leq 2. \end{cases}$

Chọn đáp án **C**

**CÂU 32.**

Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq -2 \\ y \geq -2 \\ x + y < 2. \end{cases}$  Biết rằng  $A, B, C$  là giao điểm của hai trong ba đường

thẳng  $x = -2, y = -2, x + y = 2$  (được cho như hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A** Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác  $ABC$  bao gồm cả các cạnh  $AB, AC, BC$ .  
**B** Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác  $ABC$  bao gồm các cạnh  $AC, BC$  ngoại trừ điểm  $A$ , điểm  $B$ .  
**C** Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác  $ABC$  bao gồm các cạnh  $AB, AC, BC$  ngoại trừ điểm  $A$ , điểm  $B$ , điểm  $C$ .  
**D** Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác  $ABC$  bao gồm các cạnh  $AB, BC$  ngoại trừ điểm  $A$ , điểm  $C$ .

**Lời giải.**

Ta thấy điểm  $O$ , điểm  $C$ , cạnh  $AC$  (ngoại trừ điểm  $A$ ), cạnh  $BC$  (ngoại trừ điểm  $B$ ) thuộc miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Đường thẳng  $x + y = 2$  (chứa cạnh  $AB$ ) không thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $x + y < 2$ . Vậy miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là miền tam giác  $ABC$  bao gồm các cạnh  $AC$ ,  $BC$  ngoại trừ điểm  $A$ , điểm  $B$ .  
Chọn đáp án **(B)**

**CÂU 33.**

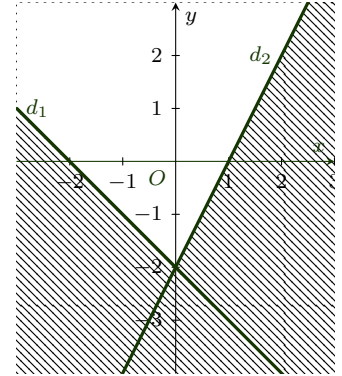
Miền không bị gạch chéo (kể cả đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ ) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

**(A)** 
$$\begin{cases} x - y \leq -2 \\ -2x - y \geq -2. \end{cases}$$

**(C)** 
$$\begin{cases} x + y \geq -2 \\ -2x + y \geq -2. \end{cases}$$

**(B)** 
$$\begin{cases} x + y \leq 2 \\ -2x - y \geq -2. \end{cases}$$

**(D)** 
$$\begin{cases} -x - y \leq -2 \\ 2x - y \geq -2. \end{cases}$$

**Lời giải.**

Đường thẳng  $d_1$  đi qua hai điểm  $(-2; 0)$  và  $(0; -2)$  nên có phương trình là  $x + y = -2$ . Đường thẳng  $d_2$  đi qua hai điểm  $(1; 0)$  và  $(0; -2)$  nên có phương trình là  $-2x + y = -2$ .

Điểm  $O(0; 0)$  thỏa mãn hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x + y \geq -2 \\ -2x + y \geq -2 \end{cases}$$
 nên phần không bị gạch chính là miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.

Chọn đáp án **(C)**

**CÂU 34.**

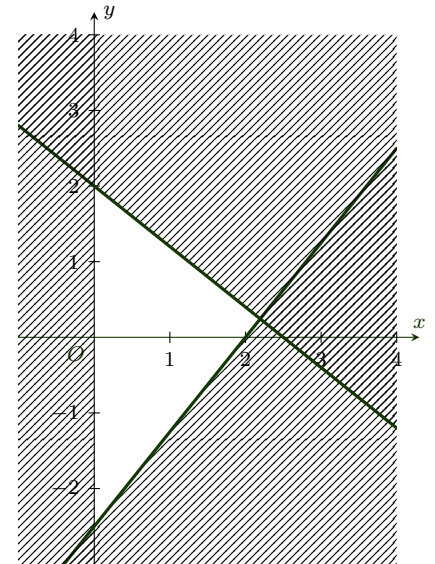
Miền tam giác không bị gạch kể cả 3 cạnh của nó trong hình bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?

**(A)** 
$$\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10. \end{cases}$$

**(C)** 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10. \end{cases}$$

**(B)** 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10. \end{cases}$$

**(D)** 
$$\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10. \end{cases}$$

**Lời giải.**

Miền không bị gạch nằm bên phải trục tung nên là miền nghiệm của bất phương trình  $x \geq 0$ .

Gọi  $A(x_0; y_0)$  là một đỉnh của tam giác (điểm  $A$  không nằm trên trục  $Oy$ ). Dựa vào hình vẽ ta thấy  $x_0 > 2$ ,  $y_0 > 0$ . Từ đó suy ra  $5x_0 + 4y_0 > 10$ . Vậy điểm  $A$  không thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $5x + 4y \leq 10$ .

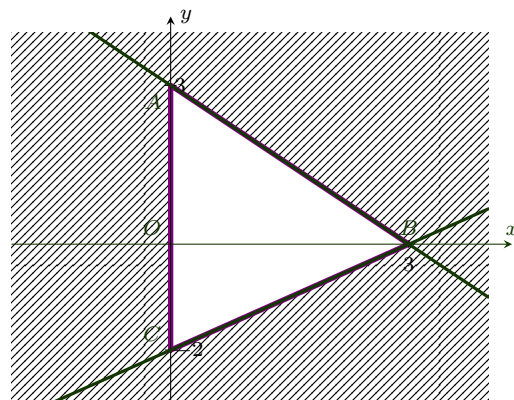
Vậy miền tam giác không bị gạch kể cả ba cạnh của nó trong hình bên là miền nghiệm của hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)**

**CÂU 35.**

Miền tam giác  $ABC$  kể cả ba cạnh là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ sau?

- A**  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 2x - 3y \geq 6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$
- B**  $\begin{cases} x \geq 0 \\ -2x + 3y \geq -6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$
- C**  $\begin{cases} x \geq 0 \\ -2x + 3y \leq -6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$
- D**  $\begin{cases} y \geq 0 \\ 2x - 3y \leq -6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$



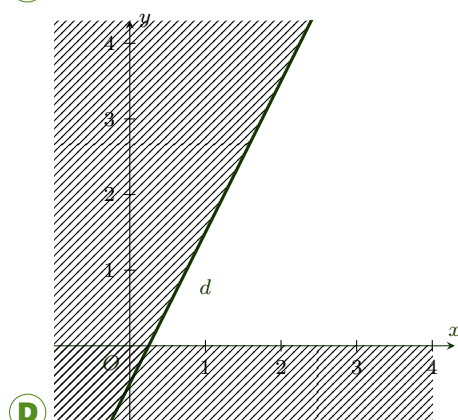
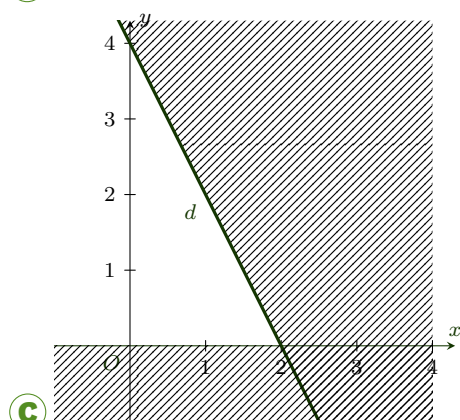
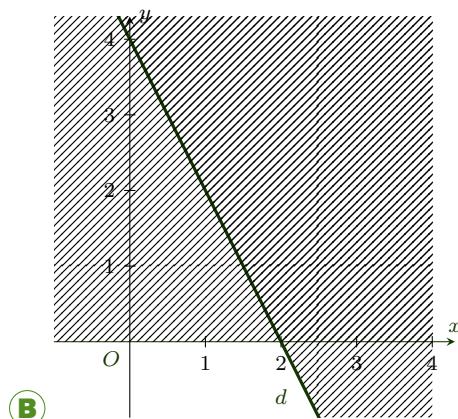
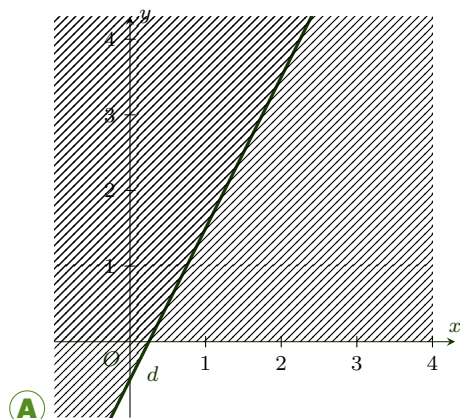
**Lời giải.**

Ta thấy cạnh  $AC$  thuộc đường thẳng  $x = 0$  và miền tam giác  $ABC$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $x \geq 0$ .  
Cạnh  $AB$  thuộc đường thẳng  $x + y = 3$  và miền tam giác  $ABC$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $x + y \leq 3$ .  
Cạnh  $BC$  thuộc đường thẳng  $-2x + 3y = -6$  và miền tam giác  $ABC$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $-2x + 3y \geq -6$ .

Vậy miền tam giác  $ABC$  kể cả ba cạnh là miền nghiệm của hệ bất phương trình:  $\begin{cases} x \geq 0 \\ -2x + 3y \geq -6 \\ x + y \leq 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **B**

**CÂU 36.** Phần mặt phẳng không bị gạch, kể cả phần biên của nó nằm trên đường thẳng  $d$  trong hình vẽ nào sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} y < 0 \\ 2x + y \leq 4. \end{cases}$



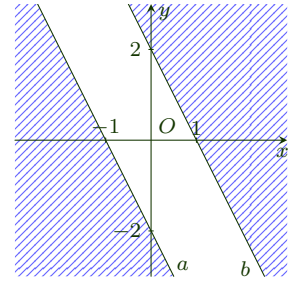
**Lời giải.**

Miền nghiệm của bất phương trình  $y < 0$  nằm bên dưới trục hoành (1).  
Đường thẳng đi qua hai điểm  $(0; 4)$  và  $(2; 0)$  có phương trình là  $2x + y = 4$  (đây chính là đường thẳng  $d$ ) (2).  
Từ (1) và (2) suy ra hình B biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.  
Chọn đáp án **B**

**CÂU 37.**

Hệ bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm là phần mặt phẳng không bị gạch có hai bờ là hai đường thẳng  $a$  và  $b$  như hình bên?

- (A)  $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ 2x + y \geq -2. \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} 2x + y \leq -2 \\ 2x + y \geq 2. \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} 2x - y \leq 2 \\ 2x - y \geq -2. \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} 2x - y \leq -2 \\ 2x - y \geq 2. \end{cases}$



**Lời giải.**

Đường thẳng  $a$  đi qua hai điểm  $(-1; 0)$  và  $(0; -2)$  nên có phương trình là  $2x + y = -2$ .

Đường thẳng  $b$  đi qua hai điểm  $(1; 0)$  và  $(0; 2)$  nên có phương trình là  $2x + y = 2$ .

Điểm  $O(0; 0)$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $2x + y \leq 2$  và  $2x + y \geq -2$ .

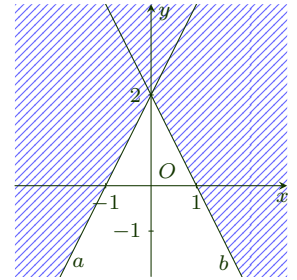
Vậy miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ 2x + y \geq -2. \end{cases}$

Chọn đáp án (A)

**CÂU 38.**

Hệ bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm là phần mặt phẳng không bị gạch như hình bên (kể cả các điểm nằm trên hai đường thẳng  $a, b$  và không thuộc miền bị gạch)?

- (A)  $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ -2x + y \geq 2. \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ -2x + y \geq 2. \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ -2x + y \geq -2. \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ -2x + y \leq 2. \end{cases}$



**Lời giải.**

Đường thẳng  $a$  đi qua hai điểm  $(-1; 0)$  và  $(0; 2)$  nên có phương trình là  $-2x + y = 2$ .

Đường thẳng  $b$  đi qua hai điểm  $(1; 0)$  và  $(0; 2)$  nên có phương trình là  $2x + y = 2$ .

Điểm  $O(0; 0)$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $-2x + y \leq 2$  và  $2x + y \leq 2$ .

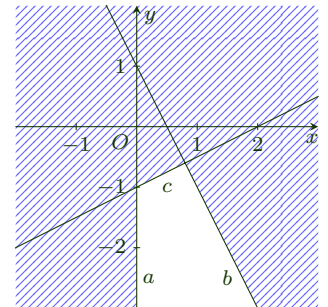
Vậy miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ -2x + y \leq 2. \end{cases}$

Chọn đáp án (D)

**CÂU 39.**

Hệ bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm là phần mặt phẳng không bị gạch như hình bên (kể cả các điểm nằm trên các đường thẳng  $a, b, c$  và không thuộc miền bị gạch)?

- (A)  $\begin{cases} 2x + y \geq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ x \leq 0. \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} 2x - y \leq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ y \leq 0. \end{cases}$  (C)  $\begin{cases} 2x + y \leq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ x \geq 0. \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} 2x - y \leq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ x \geq 0. \end{cases}$



**Lời giải.**

Đường thẳng  $a$  có phương trình  $x = 0$ .

Đường thẳng  $b$  đi qua hai điểm  $(\frac{1}{2}; 0)$  và  $(0; 1)$  nên có phương trình là  $2x + y = 1$ .

Đường thẳng  $c$  đi qua hai điểm  $(2; 0)$  và  $(0; -1)$  nên có phương trình là  $x - 2y = 2$ .

Điểm  $(0; -2)$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $x \geq 0$ ,  $2x + y \leq 1$  và  $x - 2y \geq 2$ .

Vậy miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} 2x + y \leq 1 \\ x - 2y \geq 2 \\ x \geq 0. \end{cases}$

Chọn đáp án (C)

**CÂU 40.** Tìm tất cả các số thực  $a, b$  sao cho miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x \geq a \\ y < b \end{cases}$  chứa điểm  $M(-1; 1)$ .

- (A)  $a \geq -1; b \leq 1.$  (B)  $a < -1; b \geq 1.$  (C)  $a \leq -1; b > 1.$  (D)  $a \leq -1; b < 1.$

**Lời giải.**

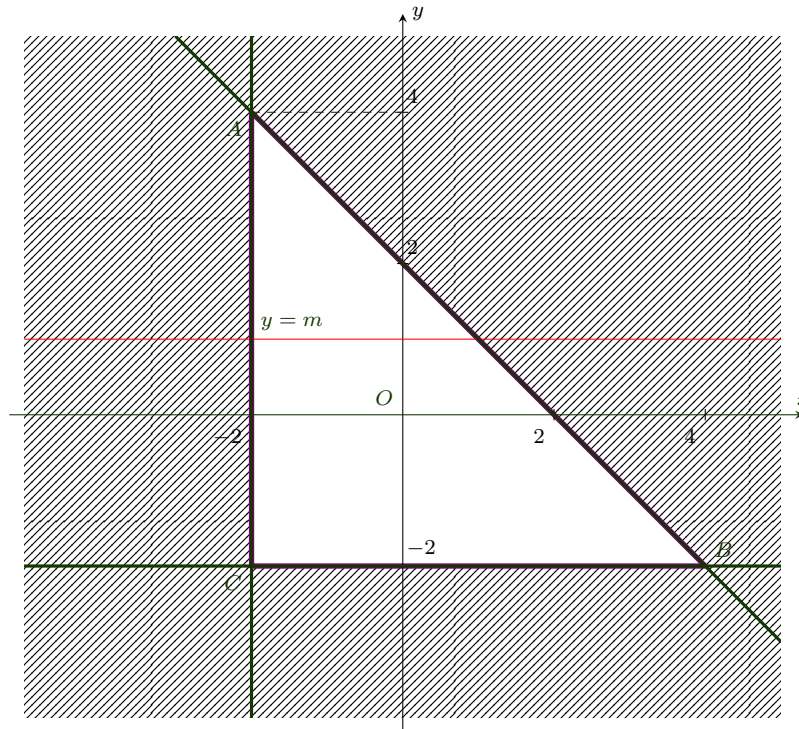
Để  $M(-1; 1)$  thuộc miền nghiệm của bất phương trình  $\begin{cases} x \geq a \\ y < b \end{cases}$  thì  $a \leq -1$  và  $b > 1$ .

Chọn đáp án **C**

- CÂU 41.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $y = m$  có điểm chung với miền nghiệm của hệ bất phương trình
- $$\begin{cases} x \geq -2 \\ y \geq -2 \\ x + y \leq 2. \end{cases}$$
- A**  $m \geq -2$ . **B**  $m \leq 4$ . **C**  $-2 \leq m \leq 4$ . **D**  $-2 < m < 4$ .

**Lời giải.**

Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tam giác  $ABC$  và các cạnh (như hình vẽ).



Ba đỉnh của tam giác là  $A(-2; 4)$ ,  $B(4; -2)$  và  $C(-2; -2)$ .

Ta thấy điểm thấp nhất và cao nhất của miền nghiệm lần lượt có tung độ là  $y = -2$  và  $y = 4$ . Mặt khác  $y = m$  là đường thẳng song song với trục  $Ox$ .

Vậy để đường thẳng  $y = m$  có điểm chung với miền nghiệm thì  $-2 \leq m \leq 4$ .

Chọn đáp án **C**

- CÂU 42.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} (a-2)x + (a-4)y \geq 2 \\ (a+1)x + (3a+2)y \leq -1 \end{cases}$  với  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  và  $a \neq \frac{1}{2}$ . Điểm nào sau đây luôn thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho?

- A**  $M\left(\frac{-3}{2a-1}; \frac{7}{2a-1}\right)$ . **B**  $N\left(\frac{-7}{2a-1}; \frac{-3}{2a-1}\right)$ . **C**  $P\left(\frac{7}{2a-1}; \frac{-3}{2a-1}\right)$ . **D**  $P\left(\frac{7}{2a-1}; \frac{3}{2a-1}\right)$ .

**Lời giải.**

Dễ dàng nhận thấy rằng nếu có một điểm luôn thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho thì điểm đó phải là nghiệm của hệ

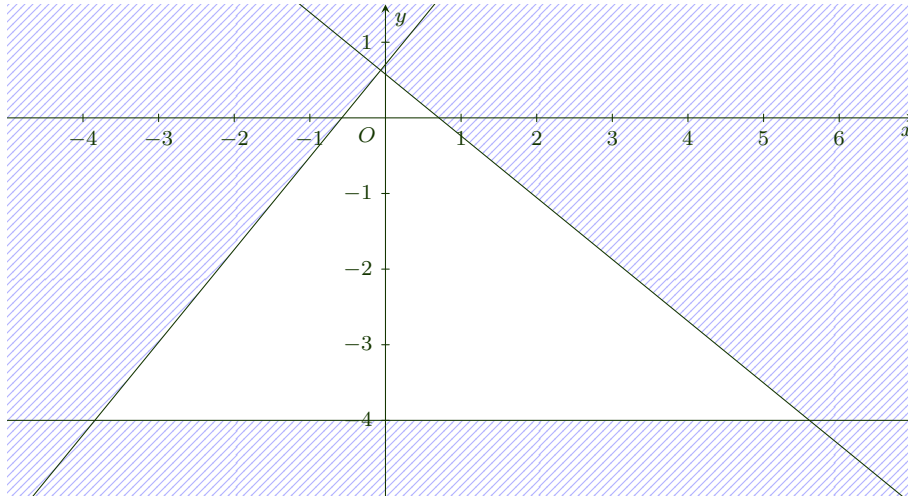
$$\begin{cases} (a-2)x + (a-4)y = 2 \\ (a+1)x + (3a+2)y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2a-1} \\ y = \frac{-3}{2a-1} \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

- CÂU 43.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y - 1 \leq 0 \\ \sqrt{3}x - \sqrt{2}y + 1 \geq 0 \\ y \geq -4 \end{cases}$  là

- A** tam giác vuông kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.  
**B** tam giác đều kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.  
**C** tam giác tù kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.  
**D** tam giác cân (không vuông) kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.

**Lời giải.**



Hai đường thẳng  $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y - 1 = 0$  và  $\sqrt{3}x - \sqrt{2}y + 1 = 0$  vuông góc với nhau nên miền nghiệm là tam giác vuông, kể cả các điểm nằm trên ba cạnh của tam giác.

Chọn đáp án (A)

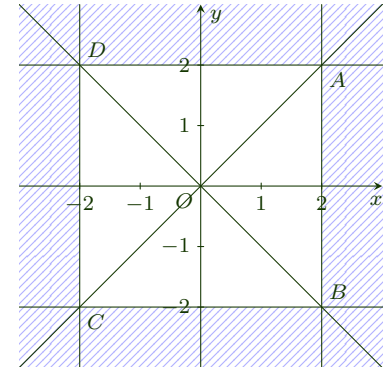
**CÂU 44.** Miền nghiệm của bất phương trình  $|x + y| + |x - y| \leq 4$  là

- (A) một hình vuông (không kể biên).
- (B) một hình chữ nhật (không phải là hình vuông và không kể biên).
- (C) một hình chữ nhật (không phải là hình vuông và kể cả biên).
- (D) một hình vuông (kể cả biên).

**Lời giải.**

Để phá dấu giá trị tuyệt đối, ta xét dấu của  $x + y$  và  $x - y$ , có 4 trường hợp sau đây

$$\begin{aligned} (1) \quad & \begin{cases} x + y \geq 0 \\ x - y \geq 0; \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} x + y > 0 \\ x - y < 0; \end{cases} \\ & \begin{cases} 2x \leq 4 \\ 2y \leq 4 \end{cases} \\ (3) \quad & \begin{cases} x + y < 0 \\ x - y > 0 \end{cases} \quad \text{và} \quad (4) \quad \begin{cases} x + y < 0 \\ x - y < 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} -2y \leq 4 \\ -2x \leq 4. \end{cases} \end{aligned}$$



Giải bốn hệ bất phương trình này rồi kết hợp lại ta được miền nghiệm của bất phương trình đã cho là hình vuông  $ABCD$  với  $A(2; 2)$ ,  $B(2; -2)$ ;  $C(-2; -2)$ ;  $D(-2; 2)$  kể cả biên.

Chọn đáp án (D)

## Dạng 2. Tìm cực trị của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác

a) Bài toán:

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $F = ax + by$  ( $a, b$  là hai số đã cho không đồng thời bằng 0) với  $x, y$  thỏa mãn hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn (có miền nghiệm là miền đa giác  $A_1A_2 \dots A_iA_{i+1} \dots A_n$ ).

b) Người ta chứng minh được: Biểu thức  $F = ax + by$  có giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của đa giác  $A_1A_2 \dots A_iA_{i+1} \dots A_n$ .

c) Phương pháp:

- Bước 1. Tìm miền đa giác  $A_1A_2 \dots A_iA_{i+1} \dots A_n$  là miền nghiệm của hệ bất phương trình.
- Bước 2. Tìm tọa độ các đỉnh  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .
- Bước 3. Tính  $F(x_i; y_i)$  trong đó  $A_i(x_i; y_i)$  với  $i = 1, 2, \dots, n$ .
- Bước 4. Kết luận

Giá trị lớn nhất  $M = \max_{i=1,2,\dots,n} F(x_i; y_i)$ .

Giá trị nhỏ nhất  $m = \min_{i=1,2,\dots,n} F(x_i; y_i)$ .



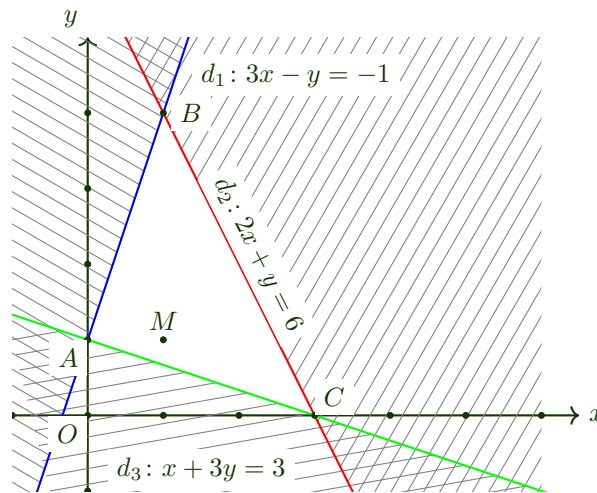
## 1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Cho cặp  $(x; y)$  là nghiệm của hệ  $\begin{cases} 3x - y \geq -1 \\ 2x + y \leq 6 \\ x + 3y > 3 \end{cases}$ . Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức  $f(x; y) = 2x - 3y + 1$ .

### Lời giải.

Trước hết ta biểu diễn miền nghiệm của hệ (\*):

- Vẽ các đường thẳng  $d_1: 3x - y = -1$ ;  $d_2: 2x + y = 6$ ;  $d_3: x + 3y = 3$ .
- Điểm  $M(1; 1)$  có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ  $d_1; d_2; d_3$  không chứa điểm  $M$ . Miền không bị tô đậm là hình tam giác  $ABC$ , tính cả ba cạnh  $AB, BC, CA$  trong hình vẽ dưới là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.



Tìm tọa độ các điểm  $A, B, C$ :

- $A = d_1 \cap d_3$  nên tọa độ thỏa mãn  $\begin{cases} 3x - y = -1 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ . Vậy  $A(0; 1)$ .
- $B = d_1 \cap d_2$  nên tọa độ thỏa mãn  $\begin{cases} 3x - y = -1 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$ . Vậy  $B(1; 4)$ .
- $C = d_2 \cap d_3$  nên tọa độ thỏa mãn  $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$ . Vậy  $C(3; 0)$ .

Tính giá trị của  $f(x; y) = 2x - 3y + 1$  tại tất cả các đỉnh của tam giác  $ABC$ :

$(x; y)$	$A(0; 1)$	$B(1; 4)$	$C(3; 0)$
$f(x; y) = 2x - 3y + 1$	-2	-9	7

Suy ra  $\min f(x; y) = f(1; 4) = -9$  và  $\max f(x; y) = f(3; 0) = 7$ .

□

**VÍ DỤ 2.** Quảng cáo sản phẩm trên truyền hình là một hoạt động quan trọng trong kinh doanh của các doanh nghiệp. Theo Thông báo số 10/2019, giá quảng cáo trên VTV1 là 30 triệu đồng cho 15 giây/1 lần quảng cáo vào khoảng 20h30; là 6 triệu đồng cho 15 giây/1 lần quảng cáo vào khung giờ 16h00 – 17h00. Một công ty dự định chi không quá 900 triệu đồng để quảng cáo trên VTV1 với yêu cầu quảng cáo về số lần phát như sau: ít nhất 10 lần quảng cáo vào khoảng 20h30 và không quá 50 lần quảng cáo vào khung giờ 16h00 – 17h00.

### Lời giải.

Gọi  $x, y$  lần lượt là số lần phát quảng cáo vào khoảng 20h30 và vào khung giờ 16h00 – 17h00. Theo giả thiết, ta có:  $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, x \geq 10, 0 \leq y \leq 50$ .

Tổng số lần phát quảng cáo là  $T = x + y$ .

Số tiền công ty cần chi là  $30x + 6y$  (triệu đồng).

Do công ty dự định chi không quá 900 triệu đồng nên  $30x + 6y \leq 900$  hay  $5x + y \leq 150$ .

Ta có hệ bất phương trình:  $\begin{cases} 5x + y \leq 150 \\ x \geq 10 \\ 0 \leq y \leq 50 \end{cases}$  (I) Bài toán đưa về tìm  $x, y$  là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho

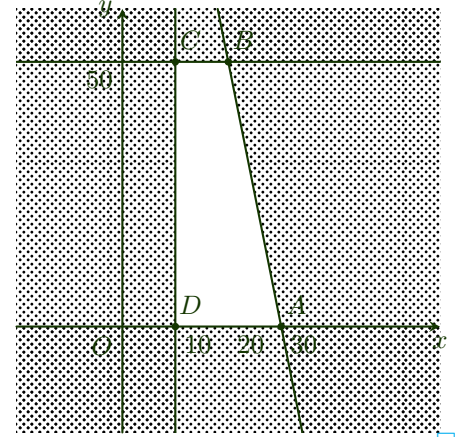
$T = x + y$  có giá trị lớn nhất.

Trước hết, ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình (I).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền tứ giác  $ABCD$  với  $A(30; 0), B(20; 50), C(10; 50), D(10; 0)$  (Hình vẽ).

Người ta chứng minh được: Biểu thức  $T = x + y$  đạt được giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác  $ABCD$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = x + y$  tại cặp số  $(x; y)$  là toạ độ các đỉnh của tứ giác  $ABCD$  rồi so sánh các giá trị đó. Ta được  $T$  đạt giá trị lớn nhất khi  $x = 20, y = 50$  ứng với toạ độ đỉnh  $B$ .

Vậy để phát được số lần quảng cáo nhiều nhất thì số lần phát quảng cáo vào khoảng 20h30 và vào khung giờ 16h00 – 17h00 lần lượt là 20 và 50 lần.



**VÍ DỤ 3.** Một hộ nông dân dự định trồng đậu và cà trên diện tích 8 ha. Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng trên diện tích mỗi ha, nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng trên diện tích mỗi ha. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu để thu về được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

**Lời giải.**

Gọi diện tích để trồng đậu là  $x$  (ha); diện tích để trồng cà là  $y$  (ha). ( điều kiện:  $0 \leq x, y \leq 8$  ).

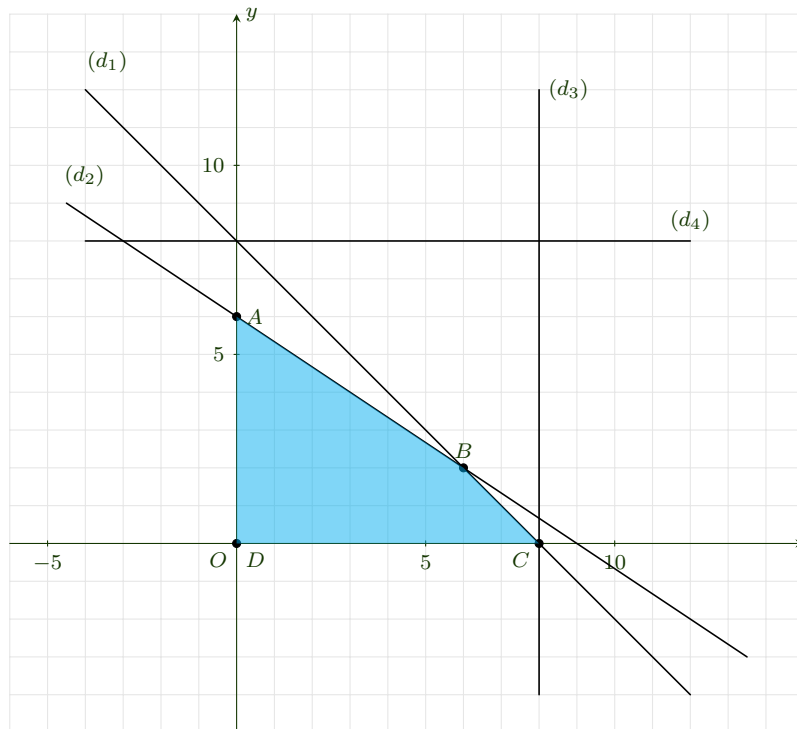
Tổng số diện tích sử dụng là  $x + y$ .

Tổng số công cần sử dụng là  $20x + 30y$ .

Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18. \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng thẳng  $(d_1): x + y = 8, (d_2): 2x + 3y = 18, (d_3): x = 8, (d_4): y = 8$  ta được miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần tô đậm như hình vẽ



Ta có

$$A(0; 6) = (d_2) \cap Oy, B(6; 2) = (d_1) \cap (d_2)$$

$$C(8; 0) = (d_1) \cap Ox, D \equiv O(0; 0).$$

Số tiền thu về là  $f(x; y) = 3x + 4y$  (triệu đồng).

$M(x; y)$	$A$	$B$	$C$	$D$
$f(x, y) = 3x + 4y$	24	26	24	0

Do đó  $f(x, y)$  đạt giá trị lớn nhất tại  $B(6; 2)$ .  
Vậy để thu được nhiều tiền nhất thì cần trồng 6 ha đậu và 2 ha cà.

2. Bài tập tự luận

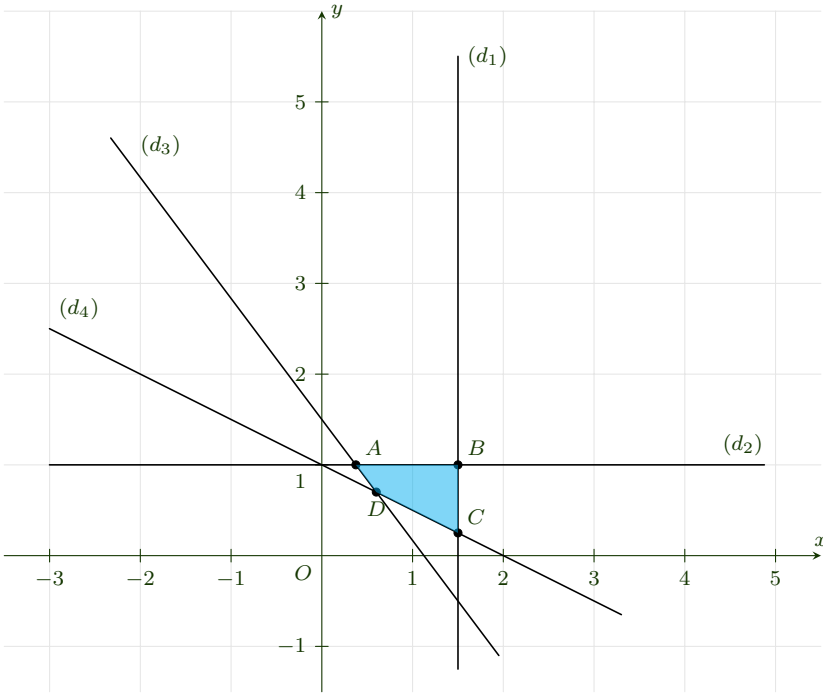
**BÀI 1.** Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng mỗi ngày gia đình này chỉ mua tối đa 1,5 kg thịt bò và 1 kg thịt lợn, giá tiền 1 kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 100 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kg thịt mỗi loại để số tiền bỏ ra là ít nhất.

🗯️ Lời giải.

Gọi số kg thịt bò cần mua là  $x$  (kg); số kg thịt lợn cần mua là  $y$  (kg). Điều kiện:  $0 \leq x \leq 1,5, 0 \leq y \leq 1$ .  
Khi đó số đơn vị protein là  $800x + 600y$ .  
Số đơn vị lipit là  $200x + 400y$ .  
Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,5 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1,5 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2. \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng  $(d_1): x = 1,5, (d_2): y = 1, (d_3): 8x + 6y = 9, (d_4): x + 2y = 2$ . Ta được miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần tô đậm trong hình vẽ.



Ta có

$$\begin{aligned} A\left(\frac{3}{8}; 1\right) &= (d_3) \cap (d_2), B(1,5; 1) = (d_1) \cap (d_2), \\ C(1,5; 0,25) &= (d_1) \cap (d_4), D\left(\frac{3}{5}; \frac{7}{10}\right) = (d_3) \cap (d_4). \end{aligned}$$

Số tiền bỏ ra là  $f(x, y) = 200x + 100y$  (nghìn đồng).

$M(x; y)$	$A$	$B$	$C$	$D$
$f(x, y) = 200x + 100y$	175	400	325	190

Do đó  $f(x, y)$  đạt giá trị nhỏ nhất tại  $A\left(\frac{3}{8}; 1\right)$ .  
Vậy để số tiền bỏ ra nhỏ nhất thì cần mua  $\frac{3}{8}$  kg thịt bò và 1 kg thịt lợn.

**BÀI 2.** Người ta định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 120 kg hóa chất  $A$  và 9 kg hóa chất  $B$ . Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng có thể chiết xuất được 20 kg chất  $A$  và 0,6 kg chất  $B$ . Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng có thể chiết xuất được 10 kg chất  $A$  và 1,5 kg chất  $B$ . Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất. Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II.

**Lời giải.**

Gọi số tấn nguyên liệu loại I cần sử dụng là  $x$  (tấn); số tấn nguyên liệu loại II cần sử dụng là  $y$  (tấn).

Điều kiện:  $0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 9$ .

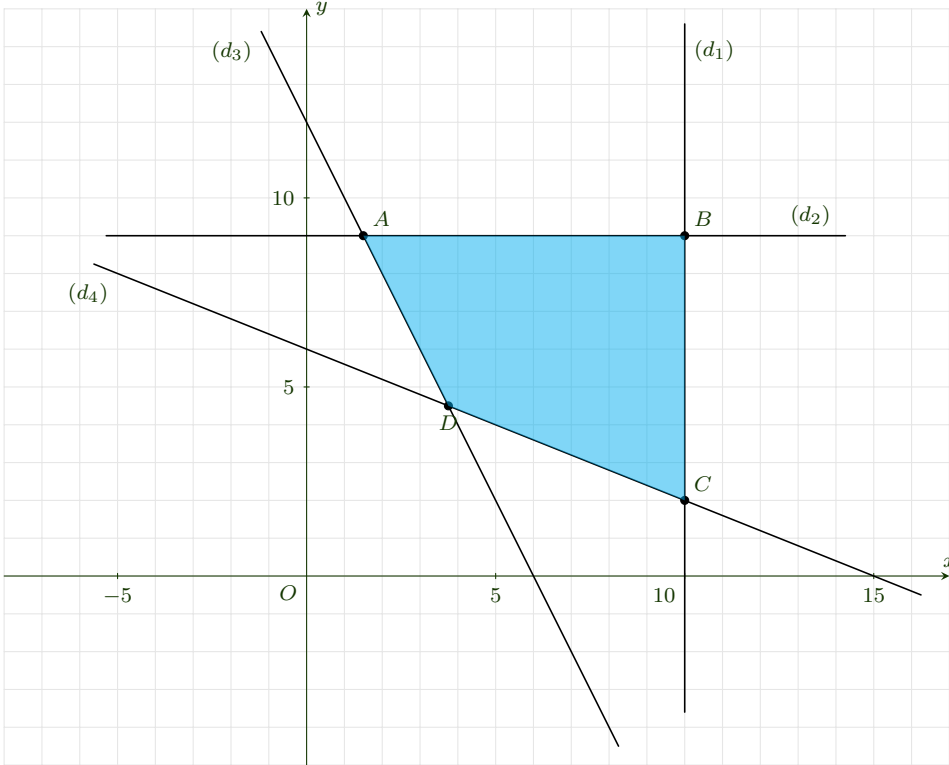
Khi đó số kg chất  $A$  thu được là  $20x + 10y$ , số kg chất  $B$  thu được là  $0,6x + 1,5y$ .

Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 120 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 12 \\ 2x + 5y \geq 30. \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng  $(d_1): x = 10, (d_2): y = 9, (d_3): 2x + y = 12, (d_4): 2x + 5y = 30$ .

Ta có miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần tô màu như hình vẽ:



Ta có

$$\begin{aligned} (d_2) \cap (d_3) &= A\left(\frac{3}{2}; 9\right), \quad (d_2) \cap (d_1) = B(10; 9), \\ (d_1) \cap (d_4) &= C(10; 2), \quad (d_4) \cap (d_3) = D\left(\frac{15}{4}; \frac{9}{2}\right). \end{aligned}$$

Chi phí mua nguyên liệu cần bỏ ra là  $f(x, y) = 4x + 3y$  (triệu đồng).

$M(x; y)$	$A$	$B$	$C$	$D$
$f(x, y) = 4x + 3y$	3	67	46	28,5

Do đó  $f(x, y)$  đạt giá trị nhỏ nhất tại  $D\left(\frac{15}{4}; \frac{9}{2}\right)$ .

Vậy để chi phí nguyên liệu là ít nhất ta cần sử dụng  $\frac{15}{4} = 3,75$  tấn nguyên liệu loại I và  $\frac{9}{2} = 4,5$  tấn nguyên liệu loại II. □

**BÀI 3.** Có ba nhóm máy  $A, B, C$  dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm I lãi ba nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi năm nghìn đồng. Hãy lập phương án để việc sản xuất hai loại sản phẩm trên có lãi cao nhất.

**Lời giải.**

Gọi số sản phẩm loại I cần sản xuất là  $x$ ; số sản phẩm loại II cần sản xuất là  $y$ . Điều kiện:  $x, y \geq 0$ .

Số máy nhóm A cần sử dụng là  $2x + 2y$ .

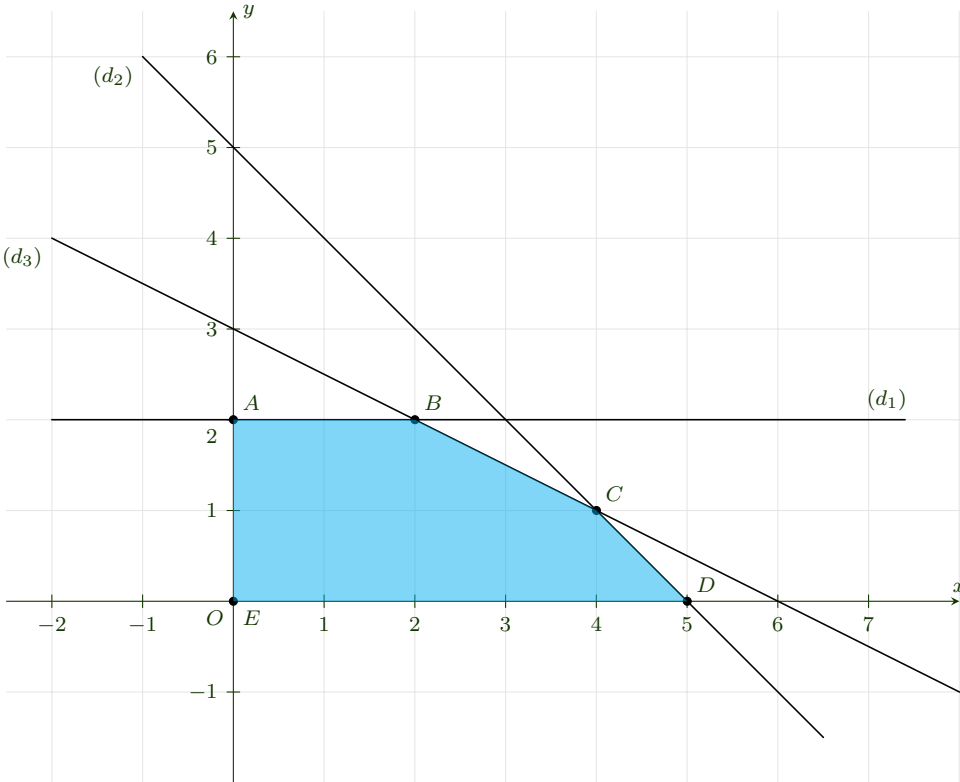
Số máy nhóm B cần sử dụng là  $2y$ .

Số máy nhóm C cần sử dụng là  $2x + 4y$ .

Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x + 2y \leq 6. \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng  $(d_1): y = 2$ ,  $(d_2): x + y = 5$ ,  $(d_3): x + 2y = 6$ . Ta có miền nghiệm của bất phương trình là phần tô màu như hình vẽ:



Ta có

$$\begin{aligned} (d_1) \cap Oy &= A(0; 2), (d_1) \cap (d_3) = B(2; 2), (d_2) \cap (d_3) = C(4; 1) \\ (d_2) \cap Ox &= D(5; 0), E \equiv O = (0; 0). \end{aligned}$$

Lãi suất thu được là  $f(x, y) = 3x + 5y$  (nghìn đồng).

$M(x; y)$	A	B	C	D	E
$f(x, y) = 3x + 5y$	10	16	17	15	0

Do đó  $f(x, y)$  đạt giá trị lớn nhất tại  $C(4; 1)$ .

Vậy phương án sản xuất 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II sẽ cho lãi cao nhất. □

**BÀI 4.** Một nhà khoa học nghiên cứu về tác động phối hợp của vitamin A và vitamin B đối với cơ thể con người. Kết quả như sau:

- a) Một người có thể tiếp nhận được mỗi ngày không quá 600 đơn vị vitamin  $A$  và không quá 500 đơn vị vitamin  $B$ .
- b) Một người mỗi ngày cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả  $A$  lẫn  $B$ .
- c) Do tác động phối hợp của hai loại vitamin, mỗi ngày số đơn vị vitamin  $B$  phải nhiều hơn  $\frac{1}{2}$  số đơn vị vitamin  $A$  nhưng không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin  $A$ . Biết giá một đơn vị vitamin  $A$  là 9 đồng và giá một đơn vị vitamin  $B$  là 7,5 đồng.

Tìm phương án dùng vitamin  $A$  và vitamin  $B$  thỏa mãn các điều kiện trên sao cho số tiền phải trả ít nhất.

**Lời giải.**

Gọi số đơn vị vitamin  $A$  cần dùng là  $x$ ; số đơn vị vitamin  $B$  cần dùng là  $y$ .

Điều kiện:  $0 \leq x \leq 600, 0 \leq y \leq 500$ .

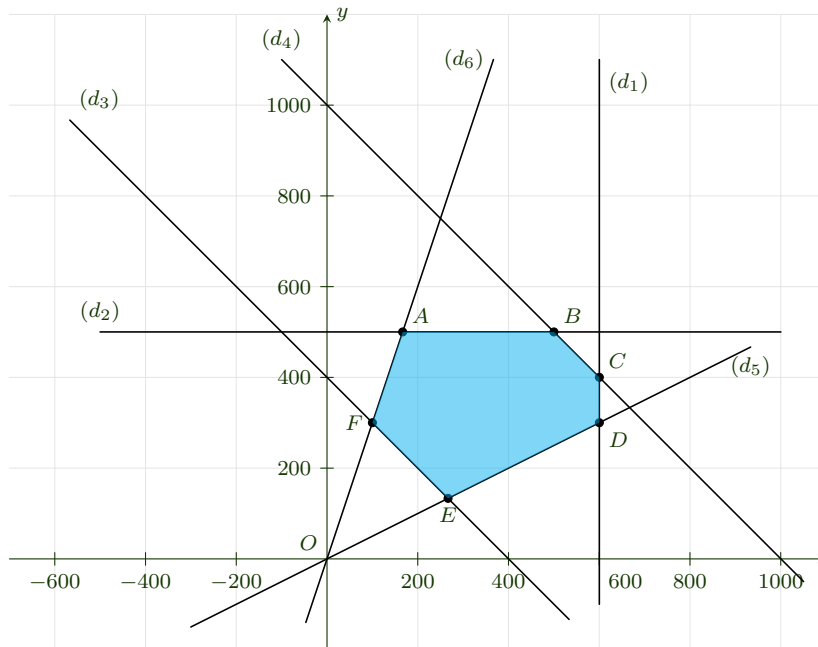
Tổng số đơn vị vitamin  $A$  và vitamin  $B$  cần dùng là  $x + y$ .

Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 600 \\ 0 \leq y \leq 500 \\ 400 \leq x + y \leq 1000 \\ \frac{x}{2} \leq y \leq 3x. \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng  $(d_1): x = 600, (d_2): y = 500, (d_3): x + y = 400, (d_4): x + y = 1000,$   
 $(d_5): \frac{x}{2} - y = 0, (d_6): y = 3x.$

Ta có miền nghiệm của hệ bất phương trình như hình vẽ:



Ta có

$$\begin{aligned} (d_1) \cap (d_6) &= A\left(\frac{500}{3}; 500\right), (d_4) \cap (d_2) = B(500; 500), (d_1) \cap (d_4) = C(600; 400), \\ (d_1) \cap (d_5) &= D(600; 300), (d_3) \cap (d_5) = E\left(\frac{800}{3}; \frac{400}{3}\right), (d_3) \cap (d_6) = F(100; 300). \end{aligned}$$

Số tiền phải trả là  $f(x, y) = 9x + 7,5y$  (nghìn đồng).

$M(x, y)$	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	$F$
$f(x, y) = 9x + 7,5y$	5250	8250	8400	7650	3400	3150

Do đó  $f(x, y) = 9x + 7,5y$  đạt giá trị nhỏ nhất tại  $F(100; 300)$ .

Vậy phương án dùng mỗi ngày 100 đơn vị vitamin  $A$  và 300 vitamin  $B$  thì số tiền phải trả là ít nhất. □

### 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của biểu thức  $z = 3x + 2y$  biết rằng  $x, y$  thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 4 \\ x - y \leq 1. \end{cases}$$

**A**  $M = 8$ .

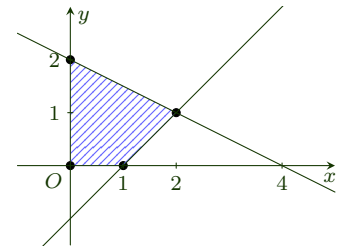
**B**  $M = 10$ .

**C**  $M = 6$ .

**D**  $M = 9$ .

**Lời giải.**

Miền nghiệm là tứ giác như hình vẽ.  
 $z$  lớn nhất là 8 tại đỉnh  $(2; 1)$ .



Chọn đáp án **A**

**CÂU 2.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $F(x; y) = x - y - 1$  với  $x, y$  thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x - 2y + 2 \geq 0 \\ 3x + 8y - 24 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

**A** 5.

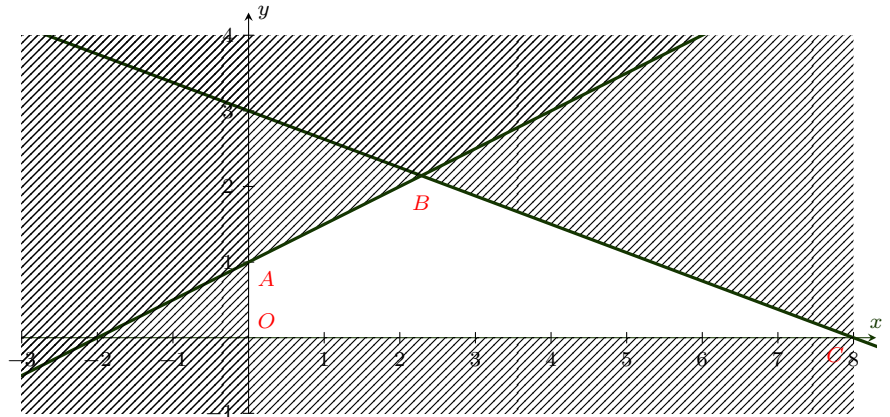
**B** 6.

**C** 7.

**D** 8.

**Lời giải.**

Dễ thấy rằng: miền nghiệm của hệ đã cho là hình tứ giác OABC trên hình vẽ (Kể cả biên), trong đó các đỉnh của tứ giác có tọa độ:  $O(0; 0)$ ,  $A(0; 1)$ ,  $B\left(\frac{16}{7}; \frac{15}{7}\right)$ ,  $C(8; 0)$ .



Ta biết rằng giá trị lớn nhất của biểu thức  $F(x; y)$  sẽ đạt được tại các đỉnh của tứ giác, do đó ta tính giá trị của  $F(x; y)$  tại các đỉnh này.  $F(0; 0) = -1$ ,  $F(0; 1) = -2$ ,  $F\left(\frac{16}{7}; \frac{15}{7}\right) = -\frac{6}{7}$ ,  $F(8; 0) = 7$ .

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức thỏa mãn hệ là  $F(8; 0) = 7$ .

Chọn đáp án **C**

**CÂU 3.** Tìm giá trị lớn nhất  $a$  và giá trị nhỏ nhất  $b$  của  $F(x; y) = 3x + 9y$  với  $(x; y)$  là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x - y + 1 \leq 0 \\ 2x - y + 4 \geq 0 \\ x + y + 1 \geq 0 \\ 2x + y - 4 \leq 0. \end{cases}$$

**A**  $a = 21, b = 1$ .

**B**  $a = 21, b = -3$ .

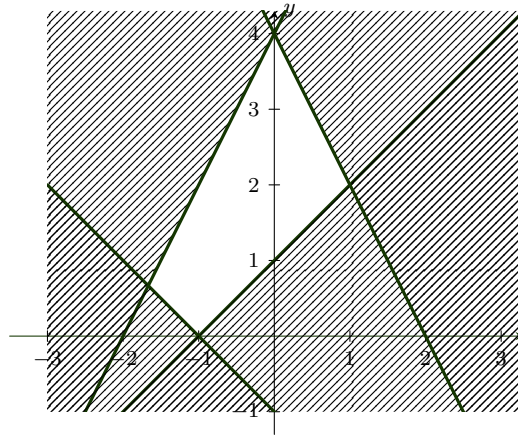
**C**  $a = 36, b = 1$ .

**D**  $a = 36, b = -3$ .

**Lời giải.**

Ta đã biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $F(x; y)$  đạt được tại các điểm  $(1; 2)$ ,  $(0; 4)$ ,  $(-1; 0)$ ,  $\left(-\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$  theo trên hình vẽ minh họa. Thử lại ta thấy giá trị lớn nhất  $a = 36$  tại  $(x; y) = (0; 4)$ , giá trị nhỏ nhất  $b = -3$  tại  $(x; y) = (-1; 0)$ .





Hình vẽ minh họa

Chọn đáp án (D)

**CÂU 4.** Cho hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 5 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ 5x + 3y \geq 15 \\ -x + y \geq 2 \end{cases}$$
 và biểu thức  $P(x; y) = 2x - 2y + 3$  với  $(x; y)$  thuộc miền nghiệm của hệ

bất phương trình đã cho. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

(A) -17.

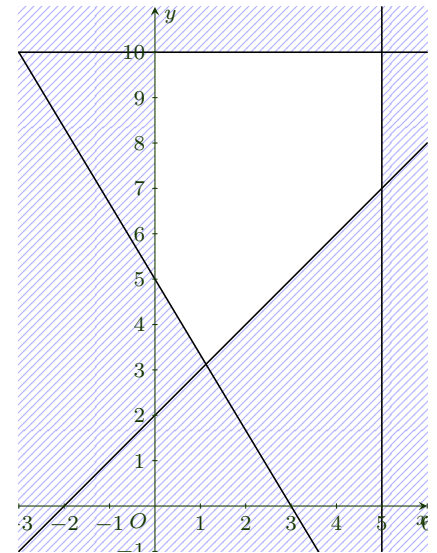
(B) -34.

(C) -7.

(D) -14.

**Lời giải.**

Miền nghiệm của hệ bất phương trình cho ở giả thiết bài toán được biểu diễn như hình trên, với miền nghiệm là hình ngũ giác màu trắng, kể cả biên.  $P$  chỉ có thể đạt giá trị nhỏ nhất tại các đỉnh của ngũ giác, các đỉnh đó có tọa độ lần lượt là  $A(0; 10)$ ,  $B(5; 10)$ ,  $C(5; 7)$ ,  $D\left(\frac{9}{8}; \frac{25}{8}\right)$ ,  $E(0; 5)$ . Thay tọa độ các đỉnh vào  $P$  ta tìm được giá trị nhỏ nhất của  $P$  bằng -17 tại  $x = 0, y = 10$ .



Chọn đáp án (A)

**CÂU 5.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $F = y - x$  trên miền xác định bởi hệ 
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5. \end{cases}$$

(A)  $\min F = 1$  khi  $x = 2, y = 3$ .

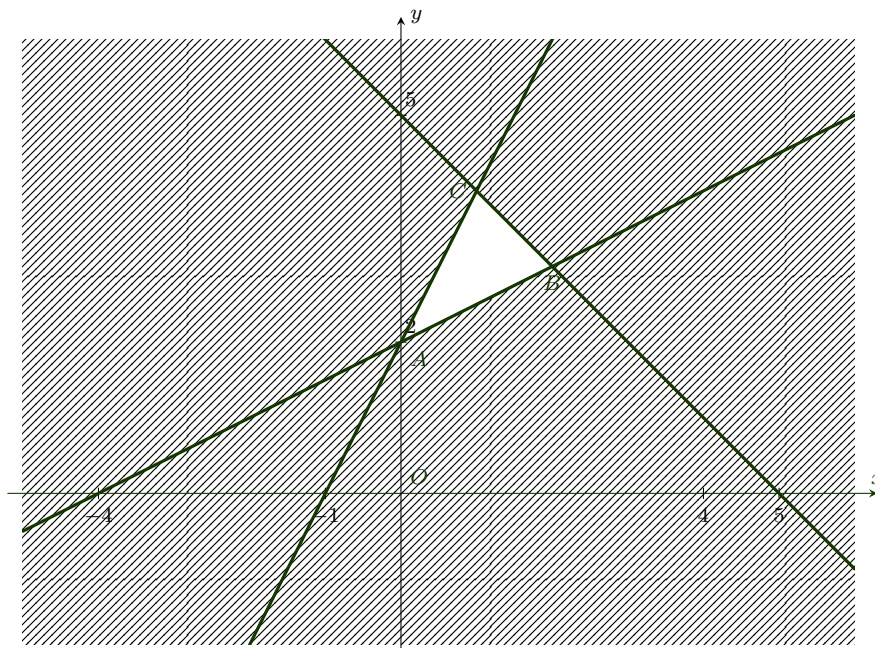
(B)  $\min F = 2$  khi  $x = 0, y = 2$ .

(C)  $\min F = 3$  khi  $x = 1, y = 4$ .

(D)  $\min F = -1$  khi  $x = 2, y = 1$ .

**Lời giải.**

Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đã cho ta được miền nghiệm là tam giác  $ABC$  với tọa độ các đỉnh là:  $A(0; 2)$ ,  $B(2; 3)$ ,  $C(1; 4)$ .



Tính giá trị của biểu thức  $F = y - x$  tại tọa độ các đỉnh ta có:

Tại  $A(0; 2)$ :  $F = y - x = 2$ .

Tại  $B(2; 3)$ :  $F = y - x = 1$ .

Tại  $C(1; 4)$ :  $F = y - x = 3$ .

Vậy min  $F = 1$  khi  $x = 2, y = 3$ .

Chọn đáp án **(A)**

**CÂU 6.** Tìm giá trị nhỏ nhất  $T$  của biểu thức  $z = 5x + 7y$  biết rằng  $x, y$  là các số không âm thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x + 3y \geq 6 \\ 3x - y \leq 15 \\ -x + y \leq 4 \\ 2x + 5y \leq 27. \end{cases}$$

**(A)**  $T = 12$ .

**(B)**  $T = 14$ .

**(C)**  $T = 28$ .

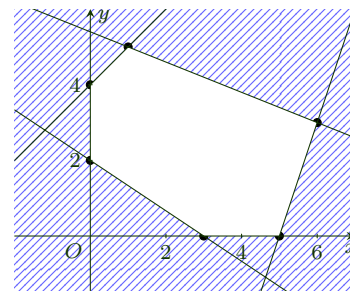
**(D)**  $T = 18$ .

**Lời giải.**

Miền nghiệm là miền lục giác có tọa độ các đỉnh lần lượt là:

$(0; 2), (0; 4), (1; 5), (6; 3), (5; 0), (3; 0)$ .

Giá trị nhỏ nhất  $T = 14$  đạt tại đỉnh  $(0; 2)$ .



Chọn đáp án **(B)**

**CÂU 7.** Tìm các cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn hệ bất phương trình dưới đây sao cho nó làm cho biểu thức  $S = 2x + y$  đạt giá trị lớn nhất.

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 2 \\ y \leq x \\ x + y \leq 5 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

**(A)**  $(x; y) = (4; 0)$ .

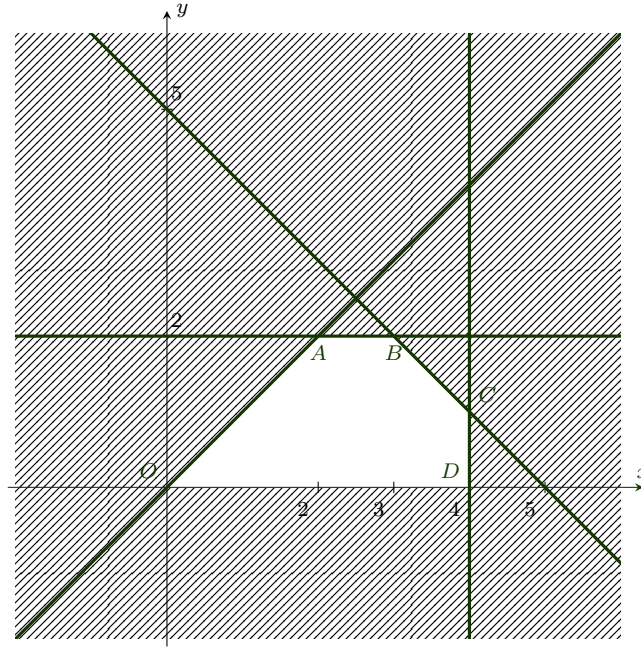
**(B)**  $(x; y) = (4; 1)$ .

**(C)**  $(x; y) = (3; 2)$ .

**(D)**  $(x; y) = (2; 2)$ .

**Lời giải.**

Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là ngũ giác  $OABCD$  (bao gồm các điểm trên các cạnh)



Tọa độ các đỉnh là:  $O(0;0)$ ,  $A(2;2)$ ,  $B(3;2)$ ,  $C(4;1)$ ,  $D(4;0)$ .

Lần lượt tính giá trị của biểu thức tại các cặp số là tọa độ các đỉnh, suy ra biểu thức  $S = 2x + y$  đạt giá trị lớn nhất với cặp số  $(4;1)$  ứng với tọa độ đỉnh  $C$ .

Chọn đáp án (B)

**CÂU 8.** Khẩu phần dinh dưỡng hàng ngày cho người ăn kiêng cần cung cấp ít nhất 300 calo, 36 đơn vị vitamin A và 90 đơn vị vitamin C. Một tách thức uống X có giá 5 nghìn đồng và cung cấp 60 calo, 12 đơn vị vitamin A và 10 đơn vị vitamin C. Một tách thức uống Y có giá 6 nghìn đồng và cung cấp 60 calo, 6 đơn vị vitamin A và 30 đơn vị vitamin C. Mỗi ngày nên uống bao nhiêu tách mỗi loại để có được chi phí tối ưu và vẫn đáp ứng được yêu cầu dinh dưỡng hàng ngày?

- (A) 1 tách loại X, 4 tách loại Y. (B) 3 tách loại X, 2 tách loại Y.  
(C) 2 tách loại X, 3 tách loại Y. (D) 4 tách loại X, 1 tách loại Y.

**Lời giải.**

Ta có hệ: 
$$\begin{cases} 60x + 60y \geq 300 \\ 12x + 6y \geq 36 \\ 10x + 30y \geq 90 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

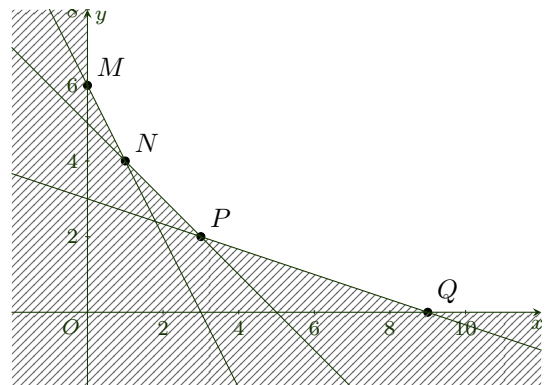
Giá  $C = 5x + 6y$ .

Miền nghiệm như hình vẽ. Các đỉnh là:

$M(0;6)$ ,  $N(1;4)$ ,  $P(3;2)$ ,  $Q(9;0)$ .

$C$  nhỏ nhất tại đỉnh  $P(3;2)$ .

Vậy nên uống 3 tách loại X và 2 tách loại Y.



Chọn đáp án (B)

**CÂU 9.** Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị prô-tê-in và 400 đơn vị li-pít trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kí-lô-gam thịt bò chứa 800 đơn vị prô-tê-in và 200 đơn vị li-pít. Mỗi kí-lô-gam thịt lợn chứa 600 đơn vị prô-tê-in và 400 đơn vị li-pít. Biết rằng gia đình này chỉ mua tối đa 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn; giá tiền 1 kg thịt bò là 45000 đồng, 1 kg thịt lợn là 35000 đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kí-lô-gam thịt mỗi loại để số tiền bỏ ra là ít nhất?

- (A) 0,3 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. (B) 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn.  
(C) 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. (D) 0,6 kg thịt lợn và 0,7 kg thịt bò.

**Lời giải.**

Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số kí-lô-gam thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó mua mỗi ngày ( $0 \leq x \leq 1,6$ ;  $0 \leq y \leq 1,1$ ).

Khi đó chi phí để mua số thịt trên là:  $F = 45000x + 35000y$  đồng.

Trong  $x$  kg thịt bò chứa  $800x$  đơn vị prô-tê-in và  $200x$  đơn vị li-pít.

Trong  $y$  kg thịt lợn chứa  $600y$  đơn vị prô-tê-in và  $400y$  đơn vị li-pít.

Suy ra, số đơn vị prô-tê-in và số đơn vị li-pít lần lượt là  $800x + 600y$  đơn vị và  $200x + 400y$  đơn vị. Do gia đình này cần ít nhất

900 đơn vị prô-tê-in và 400 đơn vị li-pít trong thức ăn mỗi ngày nên ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 400 \\ 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \\ 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases}$$

Bài toán trở thành: Tìm GTNN của  $F = 45000x + 35000y$  với  $x, y$  thỏa hệ trên.

Giải hệ bất phương trình trên, ta có miền nghiệm là tứ giác  $ABCD$  (hình bên) với tọa độ các đỉnh là:  $A(1,6; 1,1)$ ,  $B(1,6; 0,2)$ ,  $C(0,6; 0,7)$ ,  $D(0,3; 1,1)$ .

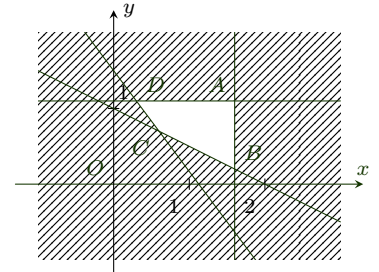
Khi đó:

Tại  $A(1,6; 1,1)$ :  $F = 110500$

Tại  $B(1,6; 0,2)$ :  $F = 79000$

Tại  $C(0,6; 0,7)$ :  $F = 51500$

Tại  $D(0,3; 1,1)$ :  $F = 52000$ .



Suy ra,  $F$  nhỏ nhất khi  $(x; y) = (0,6; 0,7)$ . Do đó gia đình này cần mua 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn.

Chọn đáp án (B)

**CÂU 10.** Một cửa hàng làm kệ sách và bàn làm việc. Mỗi kệ sách cần 5 giờ chế biến gỗ và 4 giờ hoàn thiện. Mỗi bàn làm việc cần 10 giờ chế biến gỗ và 3 giờ hoàn thiện. Mỗi tháng cửa hàng có 600 giờ lao động để chế biến gỗ và 240 giờ để hoàn thiện. Lợi nhuận của mỗi kệ sách là 400 nghìn đồng và mỗi bàn là 750 nghìn đồng. Có bao nhiêu sản phẩm mỗi loại cần được làm mỗi tháng để thu được lợi nhuận tối đa?

(A) 24000.

(B) 45000.

(C) 45600.

(D) 46000.

**Lời giải.**

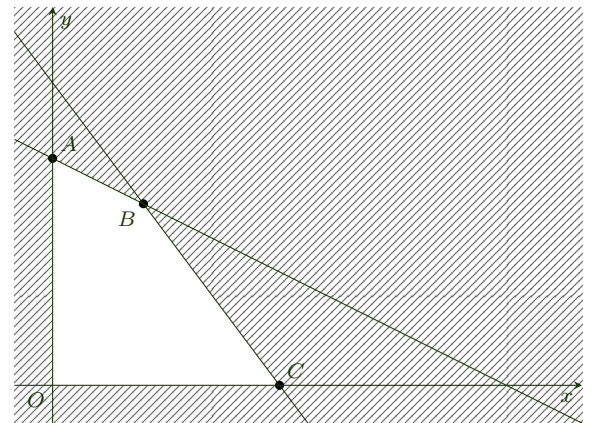
Ta có hệ: 
$$\begin{cases} 5x + 10y \leq 600 \\ 4x + 3y \leq 240 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Lợi nhuận:  $P = 400x + 750y$ .

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác  $OABC$  với:

$A(0; 60)$ ,  $B(24; 48)$ ,  $C(60; 0)$ .

Lợi nhuận tối đa  $P_{max} = P(B) = 45600$ .



Chọn đáp án (C)

**CÂU 11.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} |x-1| \leq 2 \\ |y+1| \leq 3 \end{cases}$  và biểu thức  $P(x; y) = 3x + 2y - 5$  với  $(x; y)$  thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Tìm giá trị lớn nhất của  $P$ .

(A) 16.

(B) -16.

(C) 8.

(D) -8.

**Lời giải.**

$$\begin{cases} |x-1| \leq 2 \\ |y+1| \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ -4 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

Miền nghiệm là hình chữ nhật  $ABCD$  với  $A(3; 2)$ ,  $B(3; -4)$ ,  $C(-1; -4)$  và  $D(-1; 2)$ . Giá trị lớn nhất của  $P$  đạt được tại đỉnh  $A(3; 2)$  và  $P(3; 2) = 8$ .

Chọn đáp án (C)

**CÂU 12.** Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140 kg chất A và 9 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20 kg chất A và 0,6 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng có thể chiết xuất được 10 kg chất A và 1,5 kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

(A) 2,5 tấn loại I và 9 tấn loại II.

(B) 10 tấn loại I và 9 tấn loại II.

(C) 10 tấn loại I và 2 tấn loại II.

(D) 5 tấn loại I và 4 tấn loại II.

**Lời giải.**

Gọi  $x, y$  lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I và loại II phải dùng.

Từ bài toán ta đưa được hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases} \quad (*)$$

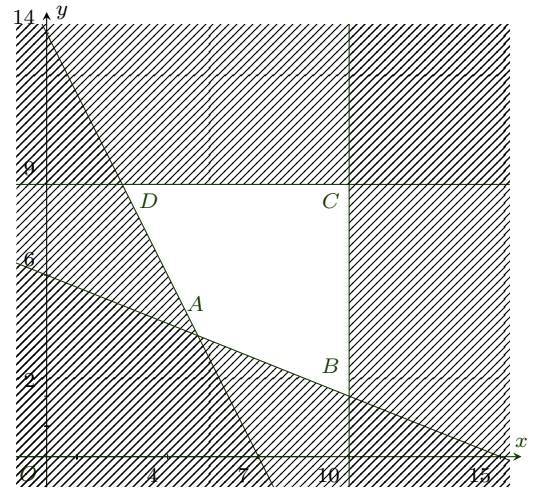
Tổng chi phí là  $F(x; y) = 4x + 3y$

Ta tìm  $x, y$  thỏa mãn hệ  $(*)$  sao cho  $F(x; y)$  nhỏ nhất.

Ta biết giá trị nhỏ nhất đạt tại các điểm  $A(5; 4), B(10; 2), C(10; 9), D(3; 9)$ .

Thử lại thấy  $F(5; 4) = 32$  là giá trị nhỏ nhất.

Vậy cần 5 tấn nguyên liệu loại I và 4 tấn nguyên liệu loại II.



Chọn đáp án **D**

**CÂU 13.** Giá trị nhỏ nhất  $F_{\min}$  của biểu thức  $F(x; y) = y - x$  trên miền xác định bởi hệ

$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

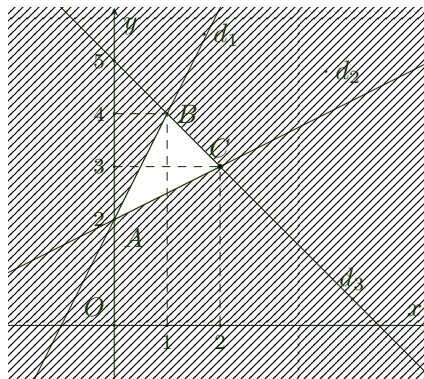
**A**  $F_{\min} = 1.$       **B**  $F_{\min} = 2.$       **C**  $F_{\min} = 3.$       **D**  $F_{\min} = 4.$

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - 2x - 2 \leq 0 \\ 2y - x - 4 \geq 0 \\ x + y - 5 \leq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , vẽ các đường thẳng  $d_1: y - 2x - 2 = 0$ ,  $d_2: 2y - x - 4 = 0$ ,  $d_3: x + y - 5 = 0$ . Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình  $(*)$  là phần mặt phẳng (tam giác  $ABC$  kể cả biên) như hình vẽ. Xét các đỉnh của miền khép kín tạo bởi hệ  $(*)$  là  $A(0; 2), B(2; 3), C(1; 4)$ .



Ta có

$$\begin{cases} F(0; 2) = 2 \\ F(2; 3) = 1 \\ F(1; 4) = 3 \end{cases} \rightarrow F_{\min} = 1.$$

Chọn đáp án **A**

**CÂU 14.** Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A cần 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B cần được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

- A** Sản xuất 9 tấn sản phẩm A và không sản xuất sản phẩm B.  
**B** Sản xuất 7 tấn sản phẩm A và 3 tấn sản phẩm B.  
**C** Sản xuất  $\frac{45}{8}$  tấn sản phẩm A và  $\frac{81}{16}$  tấn sản phẩm B.

**D** Sản xuất 6 tấn sản phẩm  $B$  và không sản xuất sản phẩm  $A$ .

**Lời giải.**

Gọi  $x \geq 0, y \geq 0$  (tấn) là sản lượng cần sản xuất của sản phẩm  $A$  và sản phẩm  $B$ . Ta có:

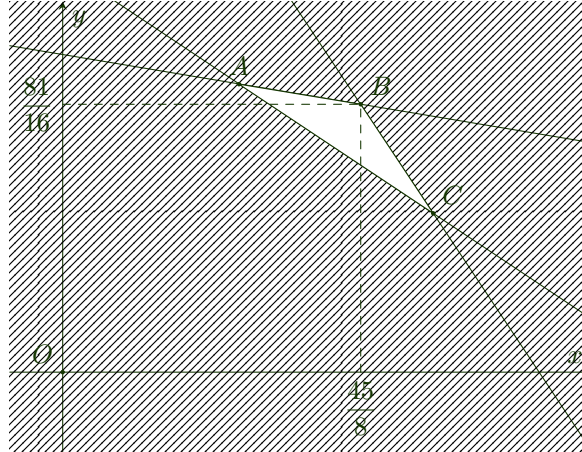
$x + 6y$  là thời gian hoạt động của máy I,

$2x + 3y$  là thời gian hoạt động của máy II,

$3x + 2y$  là thời gian hoạt động của máy III. Số tiền lãi của nhà máy:  $T = 4x + 3y$  (triệu đồng). Bài toán trở thành: Tìm

$$x \geq 0, y \geq 0 \text{ thỏa mãn } \begin{cases} x + 6y \leq 36 \\ 2x + 3y \leq 23 \\ 3x + 2y \leq 27 \end{cases} \text{ để } T = 4x + 3y \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

Miền nghiệm của hệ trên là tam giác  $ABC$  (kể cả bờ).



Xét tại các vị trí  $A\left(\frac{10}{3}; \frac{49}{9}\right)$ ,  $B\left(\frac{45}{8}; \frac{81}{16}\right)$ ,  $C(7; 3)$  ta có  $f\left(\frac{10}{3}; \frac{49}{9}\right) = \frac{89}{3}$ ,  $f\left(\frac{45}{8}; \frac{81}{16}\right) = \frac{603}{16}$ ,  $f(7; 3) = 37$ .

Suy ra  $f(x; y)$  lớn nhất khi  $(x; y) = \left(\frac{45}{8}; \frac{81}{16}\right)$ .

Như vậy để tiền lãi được nhiều nhất thì sản xuất  $\frac{45}{8}$  tấn sản phẩm  $A$  và  $\frac{81}{16}$  tấn sản phẩm  $B$ .

Chọn đáp án **C**

**CÂU 15.** Biểu thức  $F = y - x$  đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện  $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$  tại điểm  $S(x; y)$  có tọa độ là

**A** (4; 1).

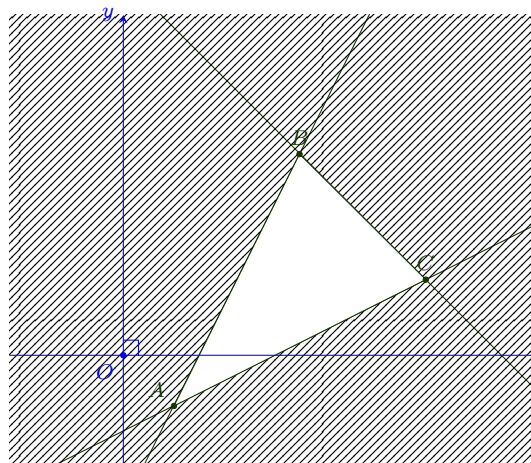
**B** (3; 1).

**C** (2; 1).

**D** (1; 1).

**Lời giải.**

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$  trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Nhận thấy biểu thức  $F = y - x$  chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm  $A, B$  hoặc  $C$ .

Chỉ  $C(4; 1)$  có tọa độ nguyên nên thỏa mãn. Vậy min  $F = -3$  khi  $x = 4, y = 1$ .

Chọn đáp án (A)



**CÂU 16.** Giá trị lớn nhất của biểu thức  $F(x; y) = x + 2y$ , với điều kiện  $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$  là

(A) 6.

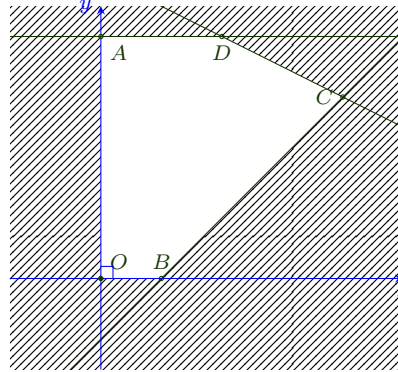
(B) 8.

(C) 10.

(D) 12.

**Lời giải.**

Vẽ các đường thẳng  $d_1: y = 4$ ;  $d_2: x - y - 1 = 0$ ;  $d_3: x + 2y - 10 = 0$ ;  $Ox: y = 0$ ;  $Oy: x = 0$ .



Các đường thẳng trên đôi một cắt nhau tại  $A(0; 4)$ ,  $O(0; 0)$ ,  $B(1; 0)$ ,  $C(4; 3)$ ,  $D(2; 4)$ .

Vì điểm  $M_0(1; 1)$  có toạ độ thoả mãn tất cả các bất phương trình trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $Ox$ ,  $Oy$  không chứa điểm  $M_0$ .

Miền không bị tô đậm là đa giác  $OADCB$  kể cả các cạnh (hình bên) là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Kí hiệu  $F(A) = F(x_A; y_A) = x_A + 2y_A$ , ta có  $F(A) = 8$ ,  $F(O) = 0$ ,  $F(B) = 1$ ,  $F(C) = 10$ ;  $F(D) = 10$ ;  $0 < 1 < 8 < 10$ .

Giá trị lớn nhất cần tìm là 10.

Chọn đáp án (C)





# MỤC LỤC

## BPT VÀ HỆ BPT BẬC NHẤT HAI ẨN 1

<b>Bài 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn</b>	<b>1</b>
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	1
(B) Các dạng toán.....	1
Dạng 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn và bài toán liên quan.....	1
Dạng 2. Bài toán thực tế liên quan.....	2
(C) Câu hỏi trắc nghiệm.....	3
<b>Bài 2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn</b>	<b>7</b>
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	7
(B) Các dạng toán.....	7
Dạng 1. Biểu diễn hình học của tập nghiệm.....	7
Dạng 2. Tìm cực trị của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác.....	15

## LỜI GIẢI CHI TIẾT 20

<b>Bài 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn</b>	<b>20</b>
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	20
(B) Các dạng toán.....	20
Dạng 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn và bài toán liên quan.....	20
Dạng 2. Bài toán thực tế liên quan.....	23
(C) Câu hỏi trắc nghiệm.....	25
<b>Bài 2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn</b>	<b>33</b>
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	33
(B) Các dạng toán.....	33
Dạng 1. Biểu diễn hình học của tập nghiệm.....	33
Dạng 2. Tìm cực trị của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác.....	50

