

Bài 1. THỂ TÍCH

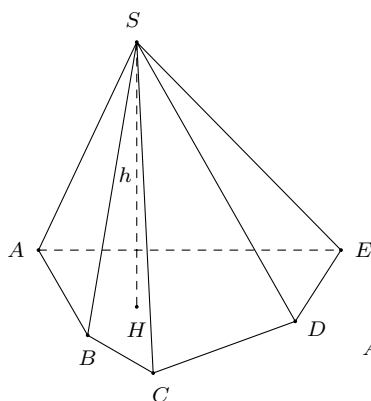
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

ĐỊNH NGHĨA 1.1. Phần không gian được giới hạn bởi hình chóp, hình chóp cắt đều, hình lăng trụ, hình hộp tương ứng được gọi là khối chóp, khối chóp cắt đều, khối lăng trụ, khối hộp. Đỉnh, mặt, cạnh, đường cao của các khối đó lần lượt là đỉnh, cạnh, đường cao của hình chóp, hình chóp cắt đều, hình lăng trụ, hình hộp tương ứng.

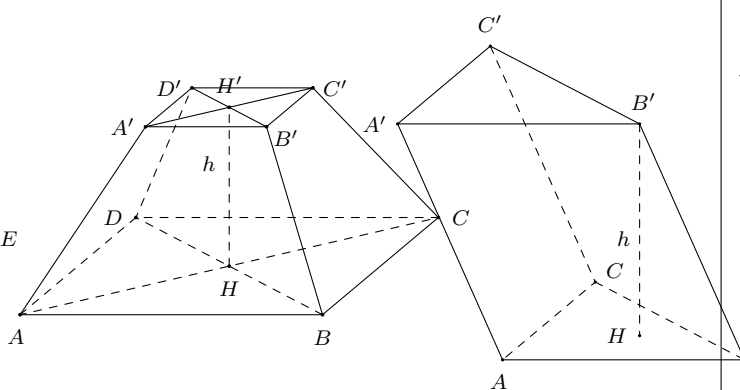
☑ Thể tích của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S$.

☑ Thể tích của khối chóp cắt đều có diện tích đáy lớn S , diện tích đáy bé S' và chiều cao h là $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (S + S' + \sqrt{S \cdot S'})$.

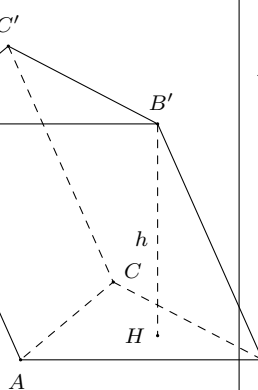
☑ Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = h \cdot S$.



$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S$$



$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (S + S' + \sqrt{S \cdot S'})$$



$$V = h \cdot S$$

Nhân xét

- ✔ Thể tích khối tứ diện bằng một phần ba tích của chiều cao từ một đỉnh và diện tích mặt đối diện với đỉnh đó.
- ✔ Thể tích của khối hộp bằng tích của một mặt và chiều cao của khối hộp ứng với mặt đó.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Thể tích khối chóp, lăng trụ

- ☑ Thể tích của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S$.
- ☑ Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = h \cdot S$.

1. Ví dụ mẫu

VÍ DỤ 1. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc nhau. Biết độ dài ba cạnh $SA; AB; AC$ lần lượt là 3; 4; 5. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

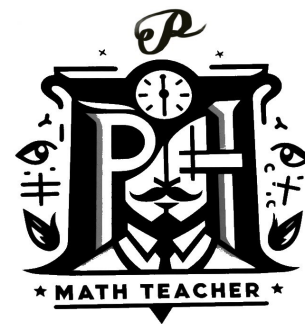
- Ⓐ $V = 30$. Ⓑ $V = 20$. Ⓒ $V = 60$. Ⓓ $V = 10$.

VÍ DỤ 2. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

VÍ DỤ 3. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- Ⓐ $\frac{1}{3}a^3$. Ⓑ $3a^3$. Ⓒ a^3 . Ⓓ $9a^3$.



ĐIỂM: _____

“It’s not how much time you have, it’s how you use it.”

QUICK NOTE

QUICK NOTE

VÍ DỤ 4. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Tính thể tích của khối chóp biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45° .

- (A) $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. (C) $a^3\sqrt{2}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

VÍ DỤ 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

VÍ DỤ 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB cân tại S nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$, góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. (B) $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{6}$. (C) $V = \frac{a^3}{3}$. (D) $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{9}$.

VÍ DỤ 7. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy $AB = 2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- (A) $\sqrt{2}a^3$. (B) $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. (C) $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

VÍ DỤ 8. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

- (A) $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

VÍ DỤ 9. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh bên $SA = 4$ và tạo với đáy một góc bằng 45° . Thể tích của khối chóp đó bằng

- (A) $\frac{16\sqrt{2}}{3}$. (B) $32\sqrt{3}$. (C) $16\sqrt{3}$. (D) $\frac{32\sqrt{2}}{3}$.

VÍ DỤ 10. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- (A) $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. (D) $\sqrt{3}a^3$.

VÍ DỤ 11. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AB' = 5$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

- (A) $V = 45$. (B) $V = 18$. (C) $V = 48$. (D) $V = 36$.

VÍ DỤ 12. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là 45° . Khi đó thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- (A) $\frac{2a^3}{3}$. (B) $\frac{a^3}{3}$. (C) $\frac{3a^3}{8}$. (D) a^3 .

VÍ DỤ 13. Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3 cm, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ cm tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó thể tích V của khối lăng trụ là

- (A) $V = \frac{9}{4}\text{cm}^3$. (B) $V = \frac{27\sqrt{3}}{4}\text{cm}^3$. (C) $V = \frac{9\sqrt{3}}{4}\text{cm}^3$. (D) $V = \frac{27}{4}\text{cm}^3$.

VÍ DỤ 14. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh là a . Tam giác $A'AB$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- (A) $V = \frac{3a^3}{4}$. (B) $V = \frac{3a^3}{32}$. (C) $V = \frac{3a^3}{16}$. (D) $V = \frac{3a^3}{8}$.

2. Bài tập rèn luyện

CÂU 1. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SA = 2a$ và tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3a$, $AC = 4a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a .

- (A) $6a^3$. (B) $8a^3$. (C) $4a^3$. (D) $12a^3$.

CÂU 2. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 3.

QUICK NOTE

CÂU 13. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- (A) $\frac{16}{3}a^3$. (B) $\frac{16\sqrt{2}}{3}a^3$. (C) $16a^3$. (D) $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$.

CÂU 14. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, $AA' = 3a$. Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

- (A) $V = 3a^3$. (B) $V = 3a^2$. (C) $V = a^3$. (D) $V = 6a^3$.

CÂU 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- (A) $V_{A.ABCD} = \frac{a^3}{3}$. (B) $V_{A.ABCD} = \frac{a^3}{6}$. (C) $V_{A.ABCD} = \frac{a^3}{2}$. (D) $V_{A.ABCD} = \frac{a^3}{9}$.

CÂU 16. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác vuông tại S . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt đáy là điểm H của đoạn AB sao cho $AB = 4HA$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- (A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (C) $\frac{2\sqrt{3} \cdot a^3}{3}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

CÂU 17. Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a . Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- (A) $a^3\sqrt{2}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

CÂU 18. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- (A) $a^3\sqrt{3}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. (D) $a^3\sqrt{6}$.

CÂU 19. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, cạnh $BC = a$, đường chéo AB' của mặt bên $(ABB'A')$ tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- (A) $a^3\sqrt{6}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (C) $a^3\sqrt{3}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

CÂU 20. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC = 2HA$. Mặt bên $(ABB'A')$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- (A) $\frac{3a^3}{5}$. (B) $\frac{3}{2}a^3$. (C) $\frac{a^3}{3}$. (D) $\frac{a^3}{6}$.

CÂU 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết SA vuông góc với đáy, $AB = BC = 2a$; $AD = 4a$; góc giữa (SCD) và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $\frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$. (B) $\frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$. (C) $\frac{8\sqrt{6}a^3}{15}$. (D) $4\sqrt{6}a^3$.

CÂU 22. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- (A) $\frac{a^3}{4}$. (B) $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. (C) $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. (D) $\frac{3a^3}{4}$.

Dạng 2. Thể tích khối chóp cắt đều

1. Ví dụ

VÍ DỤ 1. Tính thể tích của khối chóp cắt tứ giác đều có cạnh đáy nhỏ 12 cm, cạnh đáy lớn 18 cm và chiều cao bằng 15 cm.

VÍ DỤ 2. Cho khối chóp cắt tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng $3a$, $AB = 4a$, $A'B' = a$. Tính thể tích của khối chóp cắt đều $ABC.A'B'C'$.

VÍ DỤ 3. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng $2a$, M là trung điểm của SA . Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (ABC) . Mặt phẳng (α) cắt SB , SC tại N, K . Tính thể tích khối chóp cắt đều $ABC.MNK$.

VÍ DỤ 4. Tính thể tích khối chóp cắt đều $ABC.A'B'C'$ biết $AB = 3a$, $A'B' = a$, $AA' = 2a$.

VÍ DỤ 5. Cho khối chóp cắt tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy nhỏ bằng a , cạnh đáy lớn bằng $2a$. Biết diện tích một mặt bên của khối chóp bằng $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích khối chóp cắt đã cho.

2. Bài tập rèn luyện

BÀI 1. Tính thể tích của khối chóp cắt tứ giác đều có cạnh đáy nhỏ 4 cm, cạnh đáy lớn 25 cm và chiều cao bằng 12 cm.

BÀI 2. Một khối chóp cắt đều có diện tích các đáy lần lượt là 3 cm^2 và 12 cm^2 . Biết thể tích khối chóp cắt đều đã cho bằng 42 cm^3 . Tính chiều cao h của khối chóp cắt.

BÀI 3. Cho khối chóp cắt đều có diện tích đáy lớn gấp 9 lần đáy nhỏ. Nếu tăng 4 lần diện tích đáy nhỏ nhưng giữ nguyên diện tích đáy lớn và chiều cao của khối chóp cắt đều thì thể tích của khối chóp cắt đều tăng bao nhiêu lần?

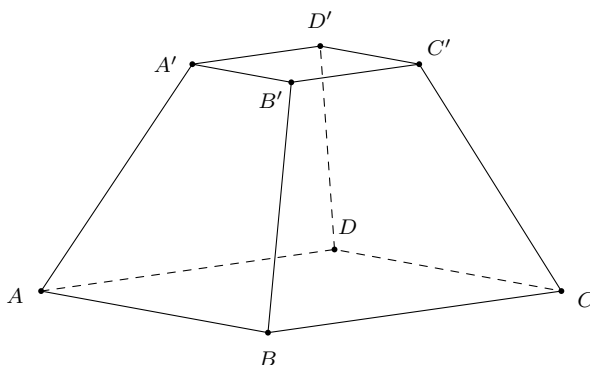
BÀI 4. Một chóp đèn hình chóp cắt đều có chiều cao bằng 24 cm, đáy là lục giác đều, độ dài cạnh đáy lớn bằng 17,5 cm và độ dài cạnh đáy nhỏ bằng 10,5 cm. Tính thể tích phần không gian bên trong của chóp đèn này.

BÀI 5. Tính thể tích khối chóp cắt đều $ABC.A'B'C'$ biết $AB = 2a$, $A'B' = AA' = a$.

BÀI 6. Cho khối chóp cắt đều có diện tích đáy lớn gấp 4 lần đáy nhỏ. Nếu tăng $\frac{3}{2}$ lần diện tích đáy lớn nhưng giữ nguyên chiều cao của khối chóp cắt đều thì để thể tích của khối chóp cắt không đổi ta cần giảm diện tích đáy nhỏ bao nhiêu lần?

BÀI 7.

Cho hình chóp cắt tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bên bằng $8a$, cạnh đáy lớn bằng $6a$, cạnh đáy nhỏ bằng a . Tính thể tích hình chóp cắt đều này.



BÀI 8. Tính thể tích của khối chóp cắt tam giác đều có cạnh đáy nhỏ a , cạnh đáy lớn $3a$ và góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° .

3. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Tính thể tích của khối chóp cắt đều có chiều cao $h = 10 \text{ cm}$, diện tích các đáy lần lượt là 16 cm^2 và 25 cm^2 .

- (A) 180 cm^3 . (B) 610 cm^3 . (C) 200 cm^3 . (D) $\frac{610}{3} \text{ cm}^3$.

CÂU 2. Cho khối chóp cắt đều có diện tích đáy lớn gấp 4 lần đáy nhỏ. Nếu giảm 9 lần diện tích đáy lớn nhưng giữ nguyên diện tích đáy nhỏ và chiều cao của một khối chóp cắt đều thì thể tích của khối chóp cắt đều giảm bao nhiêu lần?

- (A) $\frac{9}{4}$. (B) $\frac{54}{19}$. (C) $\frac{63}{19}$. (D) $\frac{81}{16}$.

CÂU 3. Thể tích của khối chóp cắt tam giác đều có cạnh đáy lớn bằng $3a$, cạnh đáy nhỏ bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ là

- (A) $\frac{13a^3}{2}$. (B) $\frac{13a^3}{3}$. (C) $4a^3$. (D) $\frac{14a^3}{3}$.

CÂU 4. Thể tích của khối chóp cắt tứ giác đều có cạnh đáy lớn bằng 12 cm, cạnh đáy nhỏ bằng 9 cm và chiều cao bằng 6 cm là

- (A) 546 cm^3 . (B) 688 cm^3 . (C) 666 cm^3 . (D) 576 cm^3 .

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 5. Thể tích của khối chóp cắt tam giác đều có cạnh đáy lớn bằng $2a$, cạnh đáy nhỏ bằng a và chiều cao bằng $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$ là

- (A) $\frac{7\sqrt{2}}{8}a^3$. (B) $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. (C) $\frac{7\sqrt{2}}{6}a^3$. (D) $\frac{7\sqrt{3}}{4}a^3$.

CÂU 6. Một khối chóp cắt đều có diện tích các đáy lần lượt là 4 m^2 và 9 m^2 . Biết thể tích khối chóp cắt đều đã cho bằng 76 m^3 . Tính chiều cao h của khối chóp cắt.

- (A) $h = 8\text{ m}$. (B) $h = 10\text{ m}$. (C) $h = 12\text{ m}$. (D) $h = 15\text{ m}$.

CÂU 7. Tính thể tích khối chóp cắt đều $ABC.A'B'C'$ biết $AB = 18\text{ cm}$, $A'B' = 12\text{ cm}$ và $AA' = 6\text{ cm}$.

- (A) $342\sqrt{2}\text{ cm}^3$. (B) $420\sqrt{2}\text{ cm}^3$. (C) $545\sqrt{2}\text{ cm}^3$. (D) $288\sqrt{2}\text{ cm}^3$.

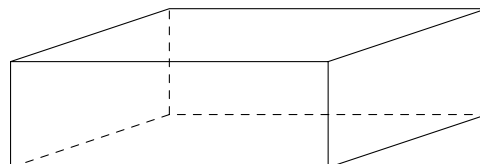
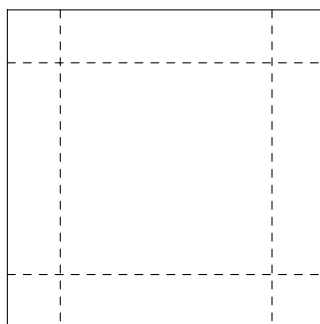
CÂU 8. Tính thể tích của khối chóp cắt tam giác đều có cạnh đáy nhỏ 4 cm , cạnh đáy lớn 8 cm và góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° .

- (A) $\frac{28\sqrt{3}}{3}\text{ cm}^2$. (B) $\frac{56\sqrt{3}}{3}\text{ cm}^2$. (C) $\frac{32\sqrt{3}}{3}\text{ cm}^2$. (D) $\frac{64\sqrt{3}}{3}\text{ cm}^2$.

Dạng 3. Các bài toán thể tích thực tế

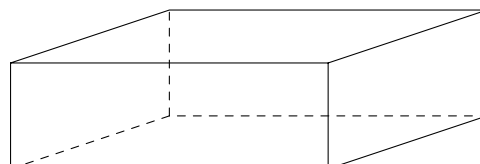
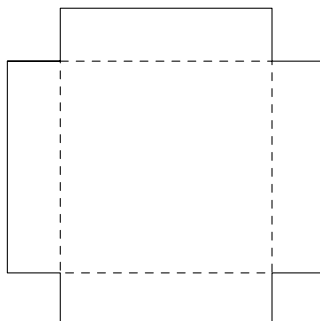
1. Ví dụ mẫu

VÍ DỤ 1 (TH). Từ một tấm bìa hình vuông, người ta cắt ở bốn góc của tấm bìa đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng 6 cm , rồi gấp tấm bìa lại để được một chiếc hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật.



Tính cạnh của tấm bìa ban đầu, biết rằng thể tích của chiếc hộp bằng 600 cm^3 .

VÍ DỤ 2 (TH). Từ một tấm tôn hình vuông có cạnh 8 dm , bác Hùng cắt bỏ bốn phần như nhau ở bốn góc, sau đó bác hàn các mép lại để được một chiếc thùng (không có nắp)

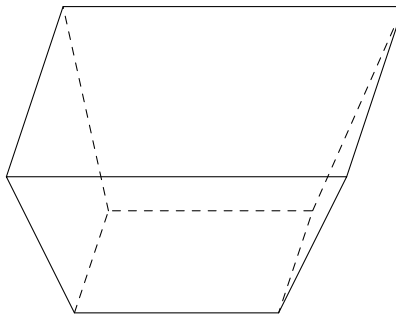


- Giải thích vì sao chiếc thùng có dạng hình chóp cắt.
- Tính cạnh bên của thùng.
- Hỏi thùng có thể chứa được nhiều nhất bao nhiêu lít nước?

2. Bài tập vận dụng

BÀI 1 (TH).

Một sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều. Dáy và miệng sọt là các hình vuông tương ứng có cạnh bằng 60 cm, 30 cm, cạnh bên của sọt dài 50 cm. Tính thể tích của sọt.



BÀI 2 (TH). Một thùng bánh có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 30 cm, chiều rộng 20 cm và chiều cao 15 cm. Người ta đựng những hộp bánh có dạng hình lập phương có cạnh 10 cm vào trong thùng đó. Hỏi thùng đó đựng được bao nhiêu hộp bánh?

BÀI 3 (TH). Một chiếc bánh kem có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 30 cm, chiều rộng 20 cm, chiều cao 15 cm. Người ta cắt đi một miếng bánh có dạng hình lập phương cạnh 5 cm. Tính thể tích phần còn lại của chiếc bánh kem.

QUICK NOTE