

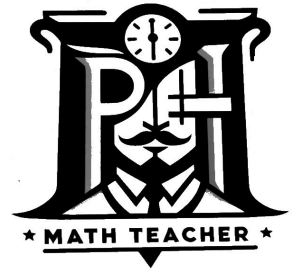
Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

# NGUYỄN HÀM - TÍCH PHẦN

## KT NGUYỄN HÀM — ĐỀ 1

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút



Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3$  là

- ☐ A  $4x^4 + C$ . ☐ B  $3x^2 + C$ . ☐ C  $x^4 + C$ . ☐ D  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .

**CÂU 2.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \sin x$ .

- ☐ A  $\int 2 \sin x \, dx = -2 \cos x + C$ . ☐ B  $\int 2 \sin x \, dx = 2 \cos x + C$ .  
☐ C  $\int 2 \sin x \, dx = \sin^2 x + C$ . ☐ D  $\int 2 \sin x \, dx = \sin 2x + C$ .

**CÂU 3.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + x$  là

- ☐ A  $e^x + 1 + C$ . ☐ B  $e^x + x^2 + C$ .  
☐ C  $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ . ☐ D  $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ .

**CÂU 4.** Họ nguyên hàm của hàm số  $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$  là

- ☐ A  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$ . ☐ B  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$ .  
☐ C  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ . ☐ D  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$ .

**CÂU 5.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$ .

- ☐ A  $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$ . ☐ B  $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$ .  
☐ C  $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$ . ☐ D  $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$ .

**CÂU 6.** Cho hàm số  $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- ☐ A  $\int f(x) \, dx = x + \tan x + C$ . ☐ B  $\int f(x) \, dx = x + \cot x + C$ .  
☐ C  $\int f(x) \, dx = x - \tan x + C$ . ☐ D  $\int f(x) \, dx = x - \cot x + C$ .

**CÂU 7.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos x + 6x$  là

- ☐ A  $\sin x + 3x^2 + C$ . ☐ B  $-\sin x + 3x^2 + C$ .  
☐ C  $\sin x + 6x^2 + C$ . ☐ D  $-\sin x + C$ .

**CÂU 8.**  $\int f(x) \, dx = 4x^3 + x^2 + C$  thì hàm số  $f(x)$  bằng

- ☐ A  $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx$ . ☐ B  $f(x) = 12x^2 + 2x + C$ .  
☐ C  $f(x) = 12x^2 + 2x$ . ☐ D  $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3}$ .

**CÂU 9.** Hàm số  $F(x) = 2x + 3^x - 1$  là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau

- ☐ A  $f(x) = 2 + 3^x \ln 3$ . ☐ B  $f(x) = x^2 + \frac{3^x}{\ln 3} - x + C$ .  
☐ C  $f(x) = x^2 + \frac{3^x}{\ln 3} - x$ . ☐ D  $f(x) = 2 + 3^x \ln 3 + C$ .

**CÂU 10.** Cho  $\int \ln x \, dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- ☐ A  $F'(x) = \frac{1}{x}$ . ☐ B  $F'(x) = \frac{1}{x} + C$ . ☐ C  $F'(x) = \ln x$ . ☐ D  $F'(x) = \ln x + 1$ .

ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

QUICK NOTE

**CÂU 11.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{3}{2}$ .

Tìm  $F(x)$ .

**A**  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$ .

**B**  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$ .

**C**  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ .

**D**  $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$ .

**CÂU 12.** Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm  $t$  giây (coi  $t = 0$  là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi  $v(t) = 160 - 9,8t$  (m/s). Độ cao của viên đạn (tính từ mặt đất) sau  $t = 10$  giây là

**A** 620 m.

**B** 1 240 m.

**C** 555 m.

**D** 1 110 m.

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 13.** Cho hàm số  $y = h(x)$  có đạo hàm  $h'(x) = 3x^2$  và hàm số  $y = g(x)$  có đạo hàm  $g'(x) = e^x$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = h(x) = 6x + C_1$ , với $C_1 \in \mathbb{R}$ .		
b) Hàm số $y = g(x) = e^x + C_2$ , với $C_2 \in \mathbb{R}$ .		
c) $I = \int [xh'(x) + 2025] dx = \frac{3}{4}x^4 + 2025x + C$ với $C \in \mathbb{R}$ .		
d) Cho $f'(x) = 3x^2 + e^x + m - 1$ . Cho $f(0) = 2$ ; $f(1) = 2e$ thì giá trị của $m \in (1; 2)$ .		

**CÂU 14.** Cho các hàm số  $g(x) = \sin x$ ,  $h(x) = \cos x$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int [2g(x) - 3h(x)] dx = 3 \int g(x) dx - 2 \int h(x) dx$ .		
b) Một nguyên của hàm số $g(x)$ là $-\cos x$ .		
c) Họ nguyên của hàm số $h(x) + 2\sqrt{x}$ là $\sin x + \frac{3}{2}\sqrt{x^3} + C$ .		
d) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = g(x) \cdot h^2(x)$ là $F(x) = -\frac{1}{3}\cos^3 x + C$ .		

**CÂU 15.** Cho các hàm số  $g(x) = \frac{1}{x^2}$ ,  $h(x) = \ln(x + 3)$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) Biết $G(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$ và $G(1) = 1$ . Khi đó $G(2) = -\frac{1}{2}$ .		
b) $J = \int \left[ h(x) + \ln \frac{1}{x+3} + 2025 \right] dx = 2025x + C$ .		
c) $I = \int x \cdot h'(x) dx = x - \ln(x + 3) + C$ với $C \in \mathbb{R}$ .		
d) Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x+3}{g(x)}$ và $F(1) = \frac{1}{4}$ . Khi đó $F(-1) = -\frac{7}{4}$ .		

**CÂU 16.** Cho các hàm số  $g(x) = e^{\frac{x}{2}}$ ,  $h(x) = 2x^3 + 5x^2 - 2x + 4$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int [2g(x) + 3h(x)] dx = 2 \int g(x) dx + 3 \int h(x) dx$ .		
b) Một nguyên của hàm số $3 \cdot g^2(x)$ là $3e^x$ .		
c) Họ nguyên của hàm số $h(x)$ là $\frac{1}{4}x^3 + \frac{5}{3}x^2 - x^2 + C$ .		

## QUICK NOTE

KQ:				
-----	--	--	--	--

KQ: 

--	--	--	--

KQ: 

--	--	--	--

KQ: 

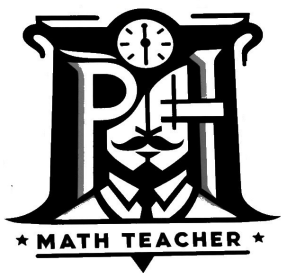
--	--	--	--

KQ: 

--	--	--	--

KQ: 

--	--	--	--



ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

## NGUYỄN HÀM - TÍCH PHÂN

### KT NGUYỄN HÀM — ĐỀ 2

#### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$  là

- ☐ A  $x^3 + C$ . ☐ B  $\frac{x^3}{3} + x + C$ . ☐ C  $6x + C$ . ☐ D  $x^3 + x + C$ .

**CÂU 2.** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số  $y = 12x^5$ ?

- ☐ A  $y = 12x^4$ . ☐ B  $y = 60x^4$ . ☐ C  $y = 12x^6 + 5$ . ☐ D  $y = 2x^6 + 3$ .

**CÂU 3.** Tìm họ nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$ .

- ☐ A  $F(x) = \ln |x| + C$ . ☐ B  $F(x) = \ln x + C$ .  
☐ C  $F(x) = \ln |x|$ . ☐ D  $F(x) = -\frac{1}{x^2} + C$ .

**CÂU 4.** Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau?

- ☐ A  $\int \cos x \, dx = \sin x + C$ . ☐ B  $\int \sin x \, dx = \cos x + C$ .  
☐ C  $\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \tan x + C$ . ☐ D  $\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\cot x + C$ .

**CÂU 5.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 7^x$ .

- ☐ A  $\int 7^x \, dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$ . ☐ B  $\int 7^x \, dx = 7^x \ln 7 + C$ .  
☐ C  $\int 7^x \, dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$ . ☐ D  $\int 7^x \, dx = 7^{x+1} + C$ .

**CÂU 6.** Nguyên hàm của hàm số  $F(x) = 2^x + x$  là

- ☐ A  $2^x + \frac{x^2}{2} + C$ . ☐ B  $2^x + x^2 + C$ . ☐ C  $\frac{2^x}{\ln 2} + x^2 + C$ . ☐ D  $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + C$ .

**CÂU 7.**  $\int (3^x + 4^x) \, dx$  bằng

- ☐ A  $\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{4^x}{\ln 4} + C$ . ☐ B  $\frac{3^x}{\ln 4} + \frac{4^x}{\ln 3} + C$ . ☐ C  $\frac{4^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{\ln 4} + C$ . ☐ D  $\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{4^x}{\ln 4} + C$ .

**CÂU 8.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  là

- ☐ A  $\frac{1}{x+1} e^x + x^2 + C$ . ☐ B  $e^x + 2x^2 + C$ .  
☐ C  $e^x + x^2 + C$ . ☐ D  $e^x + \frac{1}{2} x^2 + C$ .

**CÂU 9.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- ☐ A  $\int \sin x \, dx = \cos x + C$ . ☐ B  $\int 2x \, dx = x^2 + C$ .  
☐ C  $\int e^x \, dx = e^x + C$ . ☐ D  $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln |x| + C$ .

**CÂU 10.** Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- ☐ A Mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  đều có nguyên hàm trên đoạn  $[a; b]$ .  
☐ B  $\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$  ( $C$  là hằng số,  $\alpha$  là hằng số).  
☐ C  $\int e^x \, dx = e^x + C$  ( $C$  là hằng số).  
☐ D  $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln |x| + C$  ( $C$  là hằng số) với  $x \neq 0$ .

**CÂU 11.** Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x} - 1$  trên  $(0; +\infty)$ ?

- ☐ A  $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ . ☐ B  $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - x$ .

QUICK NOTE

**C**  $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x^2} - x + 1.$

**D**  $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - x + 2.$

**CÂU 12.** Một vật chuyển động với gia tốc  $a(t) = \frac{3}{t+1}$  (m/s<sup>2</sup>), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính từ thời điểm ban đầu. Vận tốc ban đầu của vật là 6(m/s). Hỏi vận tốc của vật tại giây thứ 8 là bao nhiêu?

**A** 12,6 (m/s).

**B** 12,2 (m/s).

**C** 6,6 (m/s).

**D** 12,4 (m/s).

**Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**CÂU 1.** Cho hàm số  $f(x) = \sin \frac{x}{2}$  và hàm số  $g(x) = \cos \frac{x}{2}$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $F(x) = 2 \cos \frac{x}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ .		
b) $G(x) = 2 \sin \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ .		
c) $\int [f(x) - g(x)]^2 dx = x + \cos x + C$ ( $C$ là một hằng số).		
d) $\int \frac{1}{[2f(x) \cdot g(x)]^2} dx = -\cot x + C$ ( $C$ là một hằng số).		

**CÂU 2.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$  và  $F(x) = \ln x + C_1$ ,  $G(x) = \ln(-x) + C_2$  ( $C_1, C_2$  là các hằng số).

Mệnh đề	Đ	S
a) Trên $(0; +\infty)$ , một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $H(x) = \ln(x) + e$ .		
b) Trên $(-\infty; 0)$ , nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $G(x)$ .		
c) Trên $(0; +\infty)$ , nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x)$ .		
d) $\int [f(x) + f^2(x)] dx = \ln(3 x ) - \frac{1}{x} + C$ ( $C$ là một hằng số).		

**CÂU 3.** Cho hàm số  $f(x) = \cos x$  và hàm số  $g(x) = \sin x$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $F(x) = \sin x + e$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ .		
b) $G(x) = e^{-\cos x} + \ln 3$ là một nguyên hàm của hàm số $e^{g(x)}$ trên $\mathbb{R}$ .		
c) $\int [5f(x) + 6g(x)] dx = 5 \sin x - 6 \cos x + C$ , ( $C$ là một hằng số).		
d) $\int \left[ 2 + \left( \frac{g(x)}{f(x)} \right)^2 \right] dx = x + \tan x + C$ , ( $C$ là một hằng số).		

**CÂU 4.** Cho hàm số  $f(x) = 3^{2x}$  và hàm số  $g(x) = \tan x$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $F(x) = \frac{3^{2x} \ln 3}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ .		
b) $G(x) = -\ln(3 \cos x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .		
c) $\int 3f(x) dx = \frac{9^x}{\ln 9} + C$ , ( $C$ là một hằng số).		
d) $\int [f(x) + g(x)^2] dx = \frac{9^x}{2 \ln 3} - x + \tan x + C$ , ( $C$ là một hằng số).		

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 1.** Giả sử hàm số  $y = f(x)$  liên tục và thỏa mãn:  $f(1) = 1$  và  $f'(x)\sqrt[3]{x-1} = 1$ , với mọi  $x > 0$ . Tính  $4f(8)$ .

KQ: 

--	--	--	--

QUICK NOTE

**CÂU 2.** Một ô tô đang chạy với vận tốc  $10(\text{m/s})$  thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 10 - 2t$  ( $\text{m/s}$ ), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

KQ:

**CÂU 3.** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^{2x+1}2^{1+3x}$ , biết  $F(0) = \frac{8}{\ln 72}$ . Tính  $F(-2)$ . (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

KQ:

**CÂU 4.** Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Giả sử tại thời điểm  $t$  giây (coi  $t = 0$  là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi  $v(t) = 170 - 9,8t$  ( $\text{m/s}$ ). Tìm độ cao lớn nhất của viên đạn (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ:

**CÂU 5.** Một chiếc cốc chứa nước ở  $95^\circ \text{C}$  được đặt trong phòng có nhiệt độ  $20^\circ \text{C}$ . Theo định luật làm mát của Newton, nhiệt độ của nước trong cốc sau  $t$  phút (xem  $t = 0$  là thời điểm nước ở  $95^\circ \text{C}$  là một hàm số  $(t)$ ). Tốc độ giảm nhiệt độ của nước trong cốc tại thời điểm  $t$  phút được xác định bởi  $T'(t) = \left(-\frac{3}{2}e^{-\frac{t}{50}}\right)^\circ \text{C/phút}$ . Tính nhiệt độ của nước tại thời điểm  $t = 40$  phút (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

KQ:

**CÂU 6.** Doanh thu bán hàng của một công ty khi bán một loại sản phẩm là số tiền  $R(x)$  (triệu đồng) thu được khi  $x$  đơn vị sản phẩm được bán ra. Tốc độ biến động (thay đổi) của doanh thu khi  $x$  đơn vị sản phẩm đã được bán là hàm số  $M_R(x) = R'(x)$ . Một công ty công nghệ cho biết, tốc độ biến đổi của doanh thu khi bán một loại con chip của hãng được cho bởi  $M_R(x) = 40 - 0,1x$ , ở đó  $x$  là số lượng chip đã bán. Hỏi doanh thu của công ty khi đã bán 500 con chip bằng bao nhiêu tỉ đồng?

KQ:

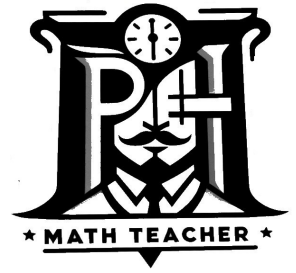
Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

# NGUYỄN HÀM - TÍCH PHẦN

## KT TÍCH PHẦN — ĐỀ 3

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút



Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Biết  $\int f(x) dx = F(x) + C$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A)  $\int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a)$ . (B)  $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$ .  
(C)  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ . (D)  $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$ .

**CÂU 2.** Tính tích phân  $\int_1^2 (2ax + b) dx$ .

- (A)  $3a + b$ . (B)  $3a + 2b$ . (C)  $a + 2b$ . (D)  $a + b$ .

**CÂU 3.** Biết  $\int_1^8 f(x) dx = -2$ ,  $\int_1^4 f(x) dx = 3$  và  $\int_1^4 g(x) dx = 7$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A)  $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)] dx = -2$ . (B)  $\int_4^8 f(x) dx = 1$ .  
(C)  $\int_1^4 [f(x) + g(x)] dx = 10$ . (D)  $\int_4^8 f(x) dx = -5$ .

**CÂU 4.** Tích phân  $I = \int_0^{2018} 2^x dx$  bằng

- (A)  $\frac{2^{2018}}{\ln 2}$ . (B)  $2^{2018}$ . (C)  $2^{2018} - 1$ . (D)  $\frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}$ .

**CÂU 5.** Tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$  bằng

- (A)  $\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}$ . (B)  $\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}$ . (C)  $-\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}$ . (D)  $-\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}$ .

**CÂU 6.** Tính tích phân  $I = \int_1^2 \left( \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$ .

- (A)  $I = 2 \ln 2$ . (B)  $I = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}$ . (C)  $I = 2e + \frac{1}{2}$ . (D)  $I = 0$ .

**CÂU 7.** Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$ .

- (A)  $I = 2$ . (B)  $I = \ln 2$ . (C)  $I = \frac{\pi}{12}$ . (D)  $I = 1 - \frac{\pi}{4}$ .

**CÂU 8.** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $\sqrt{a} - \sqrt{b} + 1 = 0$ . Tính tích phân  $I =$

$$\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

- (A)  $I = -2$ . (B)  $I = 1$ . (C)  $I = \frac{1}{2}$ . (D)  $I = 2$ .

ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

QUICK NOTE

**CÂU 9.** Cho  $\int_2^5 \frac{dx}{x} = \ln a$ . Tìm  $a$ .

- (A) 2. (B)  $\frac{2}{5}$ . (C)  $\frac{5}{2}$ . (D) 5.

**CÂU 10.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^2 (f(x) + 2x) dx = 5$ . Tính  $\int_0^2 f(x) dx$ .

- (A) -9. (B) -1. (C) 9. (D) 1.

**CÂU 11.** Cho hai tích phân  $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$  và  $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$ . Tính  $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$ .

- (A)  $I = -11$ . (B)  $I = 13$ . (C)  $I = 27$ . (D)  $I = 3$ .

**CÂU 12.** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ . Tính tích phân  $\int_0^2 f(x) dx$ .

- (A)  $\frac{7}{2}$ . (B) 1. (C)  $\frac{5}{2}$ . (D)  $\frac{3}{2}$ .

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 13.** Cho  $f(x)$  và  $g(x)$  là các hàm số liên tục bất kì trên đoạn  $[a; b]$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$ .		
b) $\int_a^a [f(x) + g(x)] dx = 1$ .		
c) Nếu $\int_a^b f(x) dx = 3$ và $\int_a^b [3f(x) - g(x)] dx = 10$ thì $\int_a^b g(x) dx = 1$ .		
d) Nếu $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ với $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$ . Tính $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{3}{2}$ .		

**CÂU 14.** Cho các số thực  $a, b$  ( $a < b$ ). Nếu hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$ .		
b) $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$ .		
c) Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^2 [3f(x) - 2] dx = 4$ .		
d) Nếu $f(x) + f(2-x) = x^2 - 2x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 3$ thì $\int_0^2 f'(x) dx = -4$ .		

**CÂU 15.** Giả sử  $f(x)$  và  $g(x)$  là hai hàm số bất kỳ có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $a, b, c$  là các số thực.



QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$		
b) Nếu $f(x) = \frac{1}{x}$ thì $\int_{-3}^{-2} f(x) dx = \ln x \Big _{-3}^{-2}.$		
c) $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx + \int_c^a f(x) dx = 0.$		
d) Nếu $3f(x) + xf'(x) = x^{2018}$ với mọi $x \in [0; 1]$ thì $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2020 \cdot 2019}.$		

**CÂU 16.** Cho  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ .

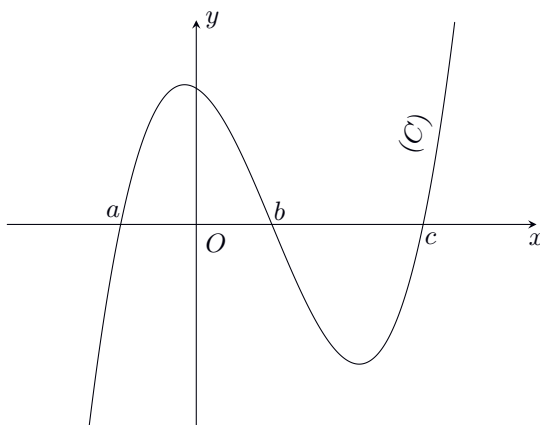
Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1).$		
b) Nếu $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$ ( $x \neq 0$ ), $F(1) = 1$ thì $F(3) = 2 \ln 3 + 3.$		
c) Nếu $F(-1) = 1$ và $F(2) = 4$ thì $\int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx = 9.$		
d) Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ thỏa $2f(x) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2}$ thì $\int_0^1 f'(x) dx = 1.$		

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 17.** Một xe ô tô đang di chuyển với tốc độ 22 m/s thì gặp chướng ngại vật. Người lái xe phản ứng 3 giây sau đó và đạp phanh khẩn cấp, kể từ thời điểm đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = 36 - 6t$  m/s, trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi quãng đường ô tô đi được từ lúc phát hiện chướng ngại vật đến khi ô tô dừng hẳn là bao nhiêu mét?

KQ:

**CÂU 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ,  $(C)$  cắt trục  $Ox$  tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $a < b < c$ .



Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C): y = f'(x)$  và  $Ox$  bằng 15,  $f(a) = 5$ ,  $f(c) = 6$ . Tính  $f(b)$ .

KQ:

QUICK NOTE

**CÂU 19.** Biết rằng  $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx = a + \ln b$  với  $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$ . Tính  $2a + b$ .

KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 20.** Cho  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} = a\sqrt{b} - \frac{8}{3}\sqrt{a} + \frac{2}{3}, (a, b \in \mathbb{N}^*)$ . Tính  $a + 2b$ .

KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 21.** Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 mét so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật  $v(t) = 10t - t^2$ , trong đó  $t$  phút là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động,  $v(t)$  được tính theo đơn vị mét/phút. Tìm vận tốc  $v$  của khí cầu khi bắt đầu tiếp đất.

KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 22.** Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc  $v(t) = 7t$  m/s. Đi được 5 s người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a = -35$  m/s<sup>2</sup>. Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn? (quãng đường tính theo đơn vị m).

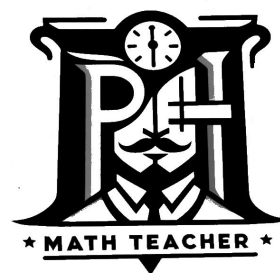
KQ: 

--	--	--	--

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

**NGUYỄN HÀM - TÍCH PHẦN****KT TÍCH PHẦN — ĐỀ 4****LỚP TOÁN THẦY PHÁT**

Thời gian làm bài: 90 phút



Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên khoảng  $K$  và  $a, b, c \in K$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

**(A)**  $\int_a^a f(x) dx = 0$ .

**(B)**  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$ .

**(C)**  $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$ .

**(D)**  $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$ .

**CÂU 2.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$ , biết  $\int_0^9 f(x) dx = 9$  và  $F(0) = 3$ . Tính  $F(9)$ .

**(A)**  $F(9) = -6$ .

**(B)**  $F(9) = 6$ .

**(C)**  $F(9) = 12$ .

**(D)**  $F(9) = -12$ .

**CÂU 3.** Tính tích phân  $I = \int_0^1 x^{2018}(1+x) dx$ ?

**(A)**  $I = \frac{1}{2017} + \frac{1}{2018}$ .

**(B)**  $I = \frac{1}{2018} + \frac{1}{2019}$ .

**(C)**  $I = \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021}$ .

**(D)**  $I = \frac{1}{2019} + \frac{1}{2020}$ .

**CÂU 4.** Tính  $\int_0^1 2e^x dx$ ?

**(A)**  $I = e^2 - 2e$ .

**(B)**  $I = 2e$ .

**(C)**  $I = 2e + 2$ .

**(D)**  $I = 2e - 2$ .

**CÂU 5.** Cho  $a \in (0; \frac{\pi}{2})$ . Tính  $J = \int_0^a \frac{29}{\cos^2 x} dx$  theo  $a$ .

**(A)**  $J = -29 \tan a$ .

**(B)**  $J = \frac{1}{29} \tan a$ .

**(C)**  $J = 29 \cot a$ .

**(D)**  $J = 29 \tan a$ .

**CÂU 6.** Tích phân  $I = \int_{-1}^2 |x^2 - 2x| dx$  có giá trị là

**(A)**  $I = \frac{8}{3}$ .

**(B)**  $I = \frac{4}{3}$ .

**(C)**  $I = 0$ .

**(D)**  $I = -\frac{4}{3}$ .

**CÂU 7.** Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$ ?

**(A)**  $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ .

**(B)**  $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$ .

**(C)**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**(D)**  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**CÂU 8.** Tính tích phân  $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 4x}{x} dx$ ?

**(A)**  $I = \frac{29}{2}$ .

**(B)**  $I = -\frac{11}{2}$ .

**(C)**  $I = \frac{11}{2}$ .

**(D)**  $I = -\frac{29}{2}$ .

**CÂU 9.** Cho tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x - 1 + \cos x) dx = \pi \left( \frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) + c$ , ( $a, b, c \in \mathbb{Q}$ ). Tính  $a - b + c$ .**ĐIỂM:**

"It's not how much time you have, it's how you use it."

**QUICK NOTE**

QUICK NOTE

- ☐ 1.                      ☐ -2.                      ☐  $\frac{1}{3}$ .                      ☐  $\frac{1}{2}$ .

**CÂU 10.** Cho  $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để  $I + 6 > 0$ ?

- ☐ 1.                      ☐ 5.                      ☐ 2.                      ☐ 3.

**CÂU 11.** Cho  $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$ ,  $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$ . Khi đó  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng

- ☐  $\frac{11}{7}$ .                      ☐  $-\frac{5}{7}$ .                      ☐  $\frac{6}{7}$ .                      ☐  $\frac{16}{7}$ .

**CÂU 12.** Một vật chuyển động chậm với vận tốc  $v(t) = 160 - 10t$  (m/s). Quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm  $t = 0$  (s) đến thời điểm mà vật dừng lại là

- ☐ 160 (m).                      ☐ 1280 (m).                      ☐ 0 (m).                      ☐ 144 (m).

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\int_{-1}^{10} f(x) dx = 15$ ,

$$\int_3^5 f(x) dx = -2, \int_{-1}^{12} f(x) dx = 5.$$

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_{-1}^{10} 2f(x) dx = 30$ .		
b) $\int_{10}^{12} [f(x) - 2] dx = -12$ .		
c) $\int_{-1}^3 f(x) dx + \int_5^{10} f(x) dx = 17$ .		
d) Biết rằng $f(x) > 0, \forall x > 3; f(x) < 0, \forall x < 3$ và $\int_{-1}^{12}  f(x)  dx = 5$ . Khi đó $\int_{-1}^3 f(x) dx - \int_5^{12} f(x) dx = 3$ .		

**CÂU 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2 - 3}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ ax + b & \text{khi } -2 < x < 1 \\ x^2 + 4x - 4 & \text{khi } x \leq -2. \end{cases}$

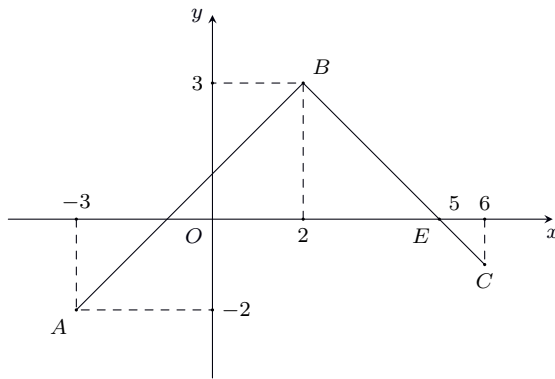
Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_{-5}^{-2} f(x) dx = -15$ .		
b) $\int_3^4 f(x) dx = 14 + 3 \ln 3 - 6 \ln 2$ .		
c) $\int_0^1 f(x) dx = a + b$ .		
d) $\int_{-3}^0 f(x) dx = \frac{-53}{3}$ .		

**CÂU 15.** Cho hàm số  $f(x); g(x)$  thỏa mãn  $\int_2^6 f(x) dx = 3; \int_2^6 g(x) dx = -2$ .

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_2^6 [f(x) + g(x)] dx = 1$ .		
b) $\int_2^6 [3f(x) - g(x) - 3] dx = 10$ .		
c) $\int_2^6 [3e^x - 2f(x)] dx = 3e^6 - 3e^2 - 6$ .		
d) Biết $\int_2^6 \left[ 3g(x) - \frac{2x-3}{x^2} \right] dx = a + b \ln 3$ , với $a; b \in \mathbb{Q}$ . Khi đó $a^2 + 12b = -8$ .		

**CÂU 16.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị hàm số  $(C): y = f'(x)$  trên đoạn  $[-3; 6]$  là đường gấp khúc như hình vẽ. Khi đó



Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_{-3}^{-1} f'(x) dx = -2$ .		
b) $\int_0^1 f'(x) dx = \frac{3}{2}$ .		
c) $f(2) - f(6) = 4$ .		
d) $f(5) + f(-3) - 2f(2) = -10$ .		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

**CÂU 17.** Cho  $\int_1^4 \sqrt{\frac{1}{4x} + \frac{\sqrt{x} + e^x}{\sqrt{x} \cdot e^{2x}}} dx = a + e^b - e^c$  với  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức  $S = a + b + c$ .

KQ:

**CÂU 18.** Tốc độ chuyển động của thang máy từ tầng 1 lên tầng cao nhất theo thời gian  $t$  (giây) được cho bởi công thức

$$v(t) = \begin{cases} t & \text{khi } 0 \leq t \leq 2 \\ 2 & \text{khi } 2 < t \leq 20 \\ 12 - 0,5t & \text{khi } 20 < t \leq 24. \end{cases}$$

Tính vận tốc trung bình của thang máy.

KQ:

QUICK NOTE

**CÂU 19.** Biết  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - 1 + \sin 2x) dx = \pi \left( \frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) + 1$ , ( $a, b \in \mathbb{Q}$ ). Tính  $a + 2b$ .

KQ: 

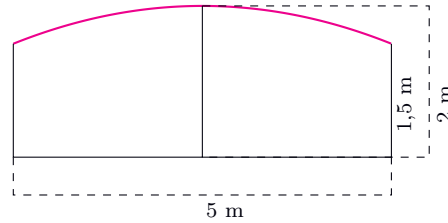
--	--	--	--

**CÂU 20.** Cho  $M, N$  là các số thực, xét hàm số  $f(x) = M \cdot \sin \pi x + N \cdot \cos \pi x$  thỏa mãn  $f(1) = 3$  và  $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = -\frac{1}{\pi}$ . Tính  $f'\left(\frac{1}{4}\right)$ . (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 21.** Ba Tí muốn làm cửa sắt được thiết kế như hình bên dưới. Vòm cổng có hình dạng là một Parabol. Giá 1 m<sup>2</sup> cửa sắt là 660 000 đồng. Cửa sắt có giá (nghìn đồng) là bao nhiêu?



KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 22.** Một ô tô đang chạy đều với vận tốc 15 (m/s) thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái đạp phanh gấp. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $-a$  (m/s<sup>2</sup>). Tìm giá trị của  $a$  biết ô tô chuyển động thêm được 20 (m) thì dừng hẳn. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: 

--	--	--	--

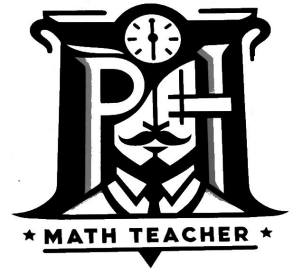
Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

# NGUYỄN HÀM - TÍCH PHẦN

## KT ỨNG DỤNG NGUYỄN HÀM - TÍCH PHẦN — ĐỀ 5

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút



**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính bởi công thức.

- A**  $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$ 
**B**  $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$
- C**  $S = \int_a^b f(x) dx.$ 
**D**  $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

**CÂU 2.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 3$  là

- A**  $S = \pi \int_0^3 (x^2 - 4x + 3) dx.$ 
**B**  $S = \pi \int_0^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$
- C**  $S = \int_0^3 (x^2 - 4x + 3) dx.$ 
**D**  $S = \int_0^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$

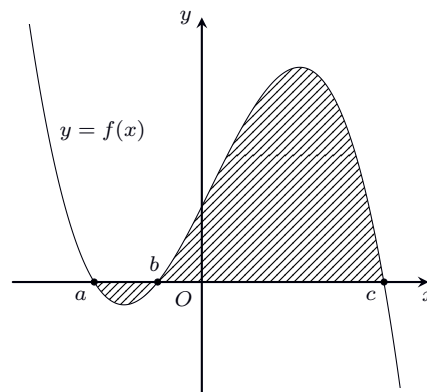
**CÂU 3.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính bởi công thức

- A**  $S = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$ 
**B**  $S = \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$
- C**  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$ 
**D**  $S = \pi^2 \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

**CÂU 4.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Diện tích  $S$  của hình phẳng trong phần gạch sọc được tính theo công thức

- A**  $S = - \int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx.$
- B**  $S = \int_a^c f(x) dx.$
- C**  $S = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx.$
- D**  $S = - \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx.$



**CÂU 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ). Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  được tính theo công thức

- A**  $V = \int_a^b f^2(x) dx.$ 
**B**  $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

**ĐIỂM:**

"It's not how much time you have, it's how you use it."

**QUICK NOTE**

QUICK NOTE

Ⓒ  $V = \int_a^b |f(x)| dx.$

Ⓓ  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

**CÂU 6.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = x^3 - 3x$ ,  $y = x$  và hai đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 3$  được xác định bởi công thức

Ⓐ  $S = \int_{-1}^3 (x^3 - 3x + x) dx.$

Ⓑ  $S = \int_{-1}^3 (x^3 - 3x - x) dx.$

Ⓒ  $S = \int_{-1}^3 |x^3 - 3x + x| dx.$

Ⓓ  $S = \int_{-1}^3 |x^3 - 4x| dx.$

**CÂU 7.**

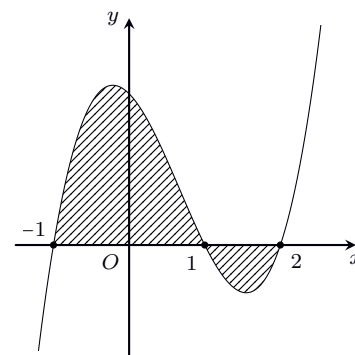
Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$  (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ  $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

Ⓑ  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

Ⓒ  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

Ⓓ  $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$



**CÂU 8.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = x^3 + 2x + 1$ ,  $y = x^3 + x + 3$  và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 3$  được xác định bởi công thức

Ⓐ  $S = \int_1^3 (2x^3 + 3x + 4) dx.$

Ⓑ  $S = \int_1^3 (x - 2) dx.$

Ⓒ  $S = \int_1^3 |x - 2| dx.$

Ⓓ  $S = \int_1^3 |2x^3 + 3x + 4| dx.$

**CÂU 9.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2 + 2x$  và  $y = -x + 4$  bằng

Ⓐ  $\frac{13}{2}.$

Ⓑ  $\frac{63}{2}.$

Ⓒ  $\frac{205}{6}.$

Ⓓ  $\frac{125}{6}.$

**CÂU 10.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + x - 1$  và  $y = x^4 + x - 1$  là

Ⓐ  $\frac{8}{15}.$

Ⓑ  $\frac{7}{15}.$

Ⓒ  $\frac{2}{5}.$

Ⓓ  $\frac{4}{15}.$

**CÂU 11.** Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x - x^2$  và trục hoành khi quay quanh trục hoành.

Ⓐ  $\frac{85\pi}{7}.$

Ⓑ  $\frac{8\pi}{7}.$

Ⓒ  $\frac{81\pi}{10}.$

Ⓓ  $\frac{41\pi}{7}.$

**CÂU 12.** Giá trị dương của tham số  $m$  sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = 2x + 3$  và các đường thẳng  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = m$  bằng 10 là

Ⓐ  $m = \frac{7}{2}.$

Ⓑ  $m = 5.$

Ⓒ  $m = 2.$

Ⓓ  $m = 1.$

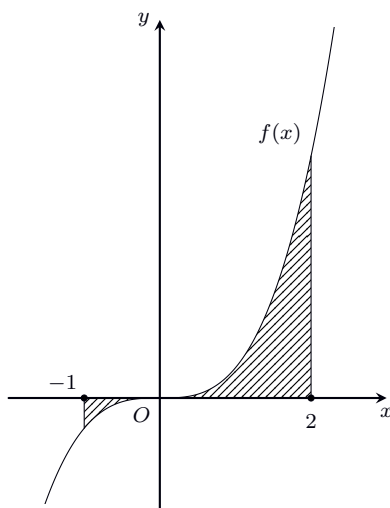
**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.



**CÂU 13.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , và hình phẳng

(H) được gạch chéo như hình vẽ. Đặt  $a = \int_{-1}^0 f(x)dx$ ,

$$b = \int_0^2 f(x)dx.$$

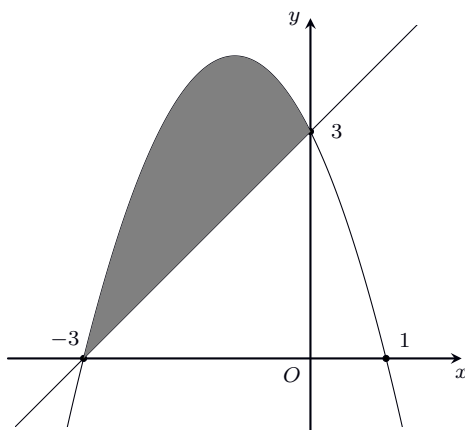


Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $x = -1$ , $x = 2$ , $y = f(x)$ .		
b) Hình phẳng (H) có diện tích $S = \left  \int_{-1}^2 f(x)dx \right $ .		
c) Hình phẳng (H) có diện tích $S = b - a$ .		
d) $\int_{-1}^2 f(x)dx > 0$ .		

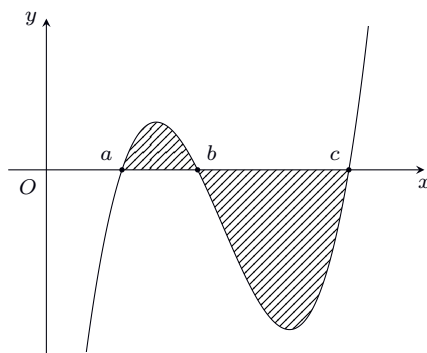
**CÂU 14.**

Cho đồ thị của hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và phần tô màu như hình vẽ.

Mệnh đề	Đ	S
a) Phần hình phẳng tô màu được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ , $y = g(x)$ , $x = -3$ , $x = 3$ .		
b) Hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$ , trục $Ox$ có diện tích $S_1 = \frac{32}{3}$ .		
c) Phần hình phẳng tô màu có diện tích $S_2 = \frac{9}{2}$ .		
d) Quay hình phẳng tô màu quanh trục $Ox$ ta được khối tròn xoay có thể tích $V = \frac{9}{2}\pi$ .		



**CÂU 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(x)$  cắt trục  $Ox$  tại ba điểm có hoành độ  $a < b < c$  như hình vẽ bên dưới.



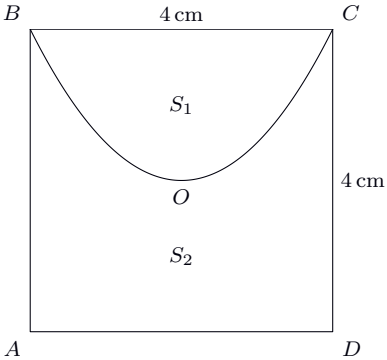
## QUICK NOTE

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng gạch sọc được giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và trục $Ox$ .		
b) Diện tích hình phẳng gạch sọc $S = \int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$ .		
c) $\int_a^b f'(x)dx < \int_b^c f'(x)dx$ .		
d) $f(b) > f(a) > f(c)$ .		

**CÂU 16.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$ , độ dài cạnh là 4 cm. Đường cong  $BOC$  là một phần của parabol đỉnh  $O$  chia hình vuông thành hai hình phẳng có diện tích lần lượt là  $S_1$  và  $S_2$  (tham khảo hình vẽ).

Mệnh đề	Đ	S
a) Diện tích hình phẳng $S_1 = 4$ .		
b) Diện tích hình phẳng $S_2 = 12$ .		
c) $S_2 = 2S_1$ .		
d) $S_2 = 3S_1$ .		



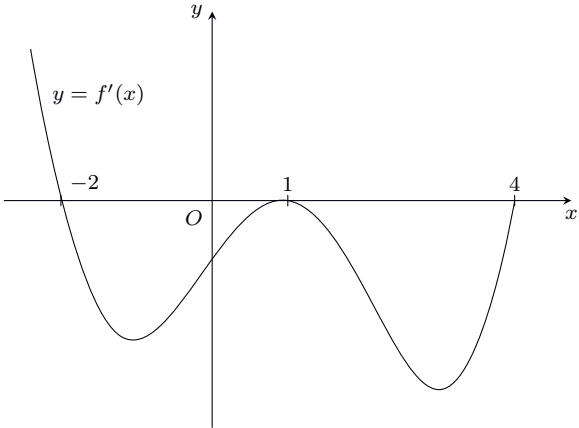
Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

**CÂU 17.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2$ ,  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$  và trục hoành (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới đây.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục  $Ox$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  trên đoạn  $[-2; 1]$  và  $[1; 4]$  lần lượt bằng 9 và 12. Cho biết  $f(1) = 3$ . Tính giá trị biểu thức  $P = f(-2) + f(4)$ .

KQ: 

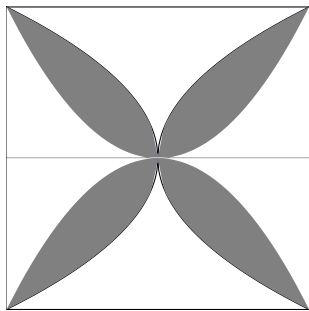
--	--	--	--

**CÂU 19.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  với  $a, b, c$  là các số thực. Biết hàm số  $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$  có hai giá trị cực trị là 5 và 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = \frac{f(x)}{g(x) + 6}$  và  $y = 1$ , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

KQ: 

--	--	--	--

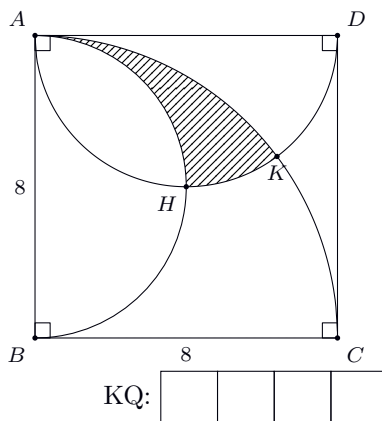
**CÂU 20.** Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng bằng  $\frac{a}{b}$  (cm<sup>2</sup>), với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản thì  $a$  bằng bao nhiêu?

KQ:				
-----	--	--	--	--

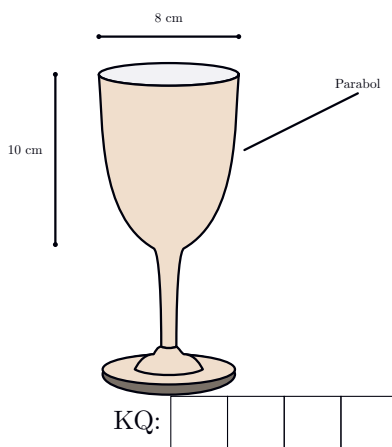
**CÂU 21.** Một bức tường lớn kích thước  $8\text{ m} \times 8\text{ m}$  trước đại sảnh của một tòa biệt thự được sơn các loại sơn đặc biệt. Người ta vẽ hai nửa đường tròn đường kính  $AD$ ,  $AB$  cắt nhau tại  $H$ ; đường tròn tâm  $D$ , bán kính  $AD$ , cắt nửa đường tròn đường kính  $AB$  tại  $K$ . Biết tam giác cong  $AHK$  được sơn màu xanh và các phần còn lại được sơn màu trắng (như hình vẽ) và một mét vuông sơn trắng, sơn xanh lần lượt có giá là 1 triệu đồng và 1,5 triệu đồng. Số tiền phải trả là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn đến hàng triệu).



KQ:				
-----	--	--	--	--

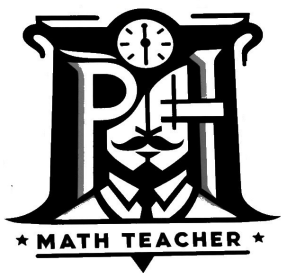
**CÂU 22.**

Một cốc có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của mặt bên trong cốc (bỏ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).



KQ:				
-----	--	--	--	--

## QUICK NOTE



ĐIỂM: \_\_\_\_\_

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

# NGUYỄN HÀM - TÍCH PHÂN

## KT ỨNG DỤNG NGUYỄN HÀM - TÍCH PHÂN — ĐỀ 6

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sin x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2\pi$  được xác định bởi công thức

- (A)  $S = \int_0^{2\pi} \sin x \, dx.$  (B)  $S = \pi \int_0^{2\pi} \sin x \, dx.$   
 (C)  $S = \pi \int_0^{2\pi} \sin^2 x \, dx.$  (D)  $S = \int_0^{2\pi} |\sin x| \, dx.$

**CÂU 2.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = x^2 - 4$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 3$  bằng

- (A)  $\frac{23}{3}.$  (B)  $S = 3.$  (C)  $\frac{7}{3}.$  (D)  $\frac{16}{3}.$

**CÂU 3.** Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng  $y = \sqrt{x}$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 1$  và  $x = 2$ . Khi quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào?

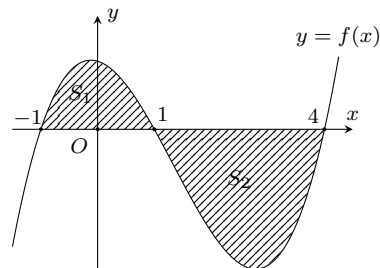
- (A)  $V = \pi \int_1^2 x \, dx.$  (B)  $V = \pi \int_1^2 \sqrt{x} \, dx.$  (C)  $V = \pi^2 \int_1^2 x \, dx.$  (D)  $V = \int_1^2 |\sqrt{x}| \, dx.$

**CÂU 4.**

Hình phẳng ( $H$ ) được giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba và trục hoành được chia thành hai phần có diện tích lần lượt là  $S_1$  và  $S_2$  (như hình vẽ).

Biết  $\int_{-1}^1 f(x) \, dx = \frac{8}{3}$  và  $\int_1^4 f(x) \, dx = -\frac{63}{8}$ . Khi đó diện tích  $S$  của hình phẳng ( $H$ ) bằng

- (A)  $\frac{125}{24}.$  (B)  $\frac{8}{3}.$  (C)  $\frac{253}{24}.$  (D)  $\frac{63}{8}.$



**CÂU 5.** Hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = -x^2 + 9, y = 0, x = -3, x = 3$  quay quanh trục  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay có thể tích  $V$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)  $V = \int_{-3}^3 |-x^2 + 9| \, dx.$  (B)  $V = \pi \int_{-3}^3 |-x^2 + 9| \, dx.$   
 (C)  $V = \int_{-3}^3 (-x^2 + 9)^2 \, dx.$  (D)  $V = \pi \int_{-3}^3 (-x^2 + 9)^2 \, dx.$

**CÂU 6.** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -2, x = 2$  bằng

- (A)  $S = \pi \int_{-2}^2 (x^2 - 4) \, dx.$  (B)  $S = \int_{-2}^2 |x^2 - 4| \, dx.$   
 (C)  $S = \int_{-2}^2 (x^2 - 4) \, dx.$  (D)  $S = \pi \int_{-2}^2 (x^2 - 4)^2 \, dx.$

**CÂU 7.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = x^2 - 4x + 5$  và đường thẳng  $y = x + 1$  được tính theo công thức nào sau đây?

QUICK NOTE

**A**  $S = \int_1^4 (x^2 - 5x + 4) dx.$

**B**  $S = \int_1^4 (x^2 - 5x + 4)^2 dx.$

**C**  $S = \int_1^4 |x^2 - 5x + 4| dx.$

**D**  $S = \int_1^4 (x^2 + 5x + 4) dx.$

**CÂU 8.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2$  và đường thẳng  $y = 2x$  là

**A**  $\frac{4}{3}.$

**B**  $\frac{5}{3}.$

**C**  $\frac{3}{2}.$

**D**  $\frac{23}{15}.$

**CÂU 9.**

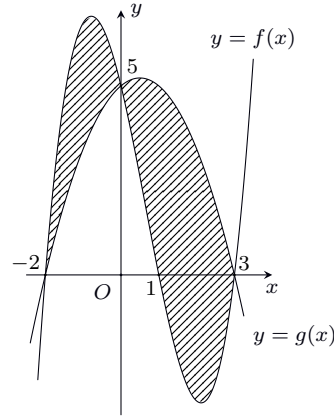
Diện tích phần hình phẳng phần gạch sọc trong hình vẽ được tính theo công thức nào dưới đây?

**A**  $\int_{-2}^3 [f(x) - g(x)] dx.$

**B**  $\int_{-2}^5 [f(x) - g(x)] dx + \int_5^3 [g(x) - f(x)] dx.$

**C**  $\int_{-2}^0 [f(x) - g(x)] dx + \int_0^3 [g(x) - f(x)] dx.$

**D**  $\int_{-2}^0 [g(x) - f(x)] dx + \int_0^3 [f(x) - g(x)] dx.$



**CÂU 10.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = -x^3$  và  $y = x^2 - 2x$  là

**A**  $S = \frac{9}{4}.$

**B**  $S = \frac{7}{3}.$

**C**  $S = \frac{37}{12}.$

**D**  $S = \frac{4}{3}.$

**CÂU 11.** Thể tích vật tròn xoay khi quay hình phẳng  $(H)$  xác định bởi các đường  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 3$  quanh trục  $Ox$  là

**A**  $\frac{81\pi}{35}.$

**B**  $\frac{81}{35}.$

**C**  $\frac{71\pi}{35}.$

**D**  $\frac{71}{35}.$

**CÂU 12.** Cho  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x - 2$  và trục hoành. Biết diện tích của  $(H)$  bằng  $\frac{a}{b}$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + b$ .

**A**  $T = 11.$

**B**  $T = 13.$

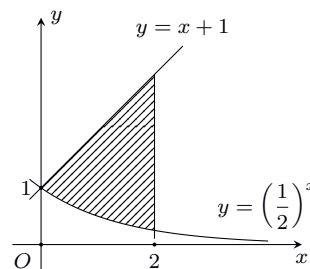
**C**  $T = 10.$

**D**  $T = 19.$

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 1.**

Cho đồ thị hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $y = x + 1$  và hình phẳng được gạch sọc như hình vẽ.

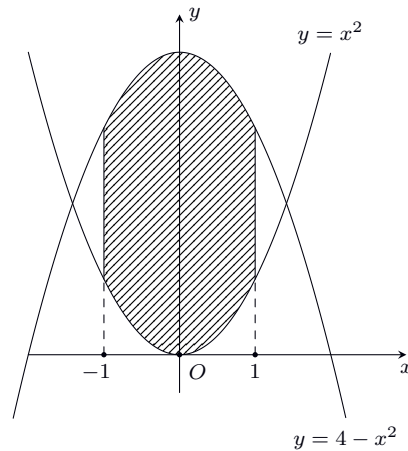


Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng được gạch sọc giới hạn bởi các đường $x = 0$ ; $x = 2$ ; $y = x + 1$ ; $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .		
b) Gọi $S_1$ là diện hình phẳng giới hạn bởi trục $Ox$ , hai đường thẳng $x = 0$ , $x = 2$ và đồ thị hàm số $y = x + 1$ . Khi đó $S_1 = 4$ .		
c) Gọi $S_2$ là diện hình phẳng giới hạn bởi trục $Ox$ , hai đường thẳng $x = 0$ , $x = 2$ và đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ . Khi đó $S_2 = \frac{3}{\ln 2}$ .		

# QUICK NOTE

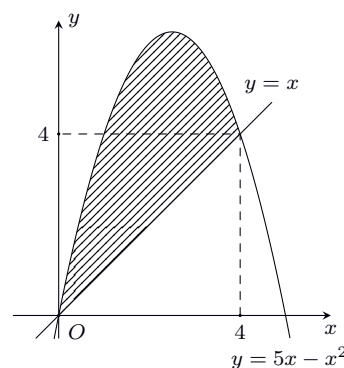
Mệnh đề	Đ	S
d) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $x = 0$ ; $x = 2$ ; $y = x + 1$ ; $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ bằng $4 - \frac{3}{\ln 2}$ .		

**CÂU 2.** Cho đồ thị các hàm số  $y = 4 - x^2$ ,  $y = x^2$ .



Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng được gạch sọc, giới hạn bởi các đường $x = -1$ ; $x = 2$ ; $y = x^2$ ; $y = 4 - x^2$ .		
b) Gọi $S_1$ là diện hình phẳng giới hạn bởi trục $Ox$ , hai đường thẳng $x = -1$ , $x = 1$ và đồ thị hàm số $y = 4 - x^2$ . Khi đó $S_1 = \frac{22}{3}$ .		
c) Gọi $S_2$ là diện hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ ; $y = 4 - x^2$ . Khi đó $S_2 = 16\sqrt{2}$ .		
d) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $x = -1$ ; $x = 1$ ; $y = x^2$ ; $y = 4 - x^2$ là $S = \frac{20}{3}$ .		

**CÂU 3.** Cho đồ thị hàm số  $y = 5x - x^2$ , đường thẳng  $y = x$  và phần hình phẳng được gạch sọc như hình vẽ

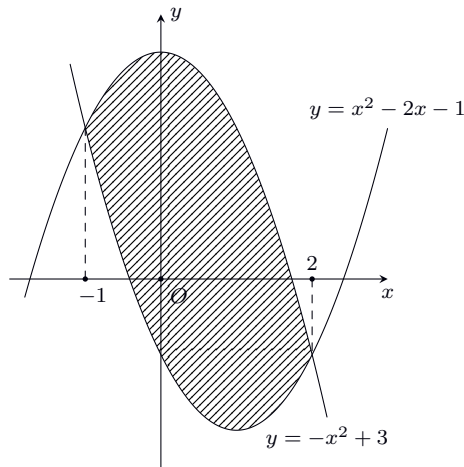


Mệnh đề	Đ	S
a) Diện tích phần hình phẳng được gạch sọc trong hình vẽ là $\frac{32}{3}$ .		
b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 5x - x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$ , $x = 5$ là $\frac{125}{3}$ .		
c) Thể tích khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 5x - x^2$ và đường thẳng $y = x$ quanh trục $Ox$ là $\frac{384\pi}{5}$ .		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
d) Thể tích khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = x$ , trục $Ox$ , hai đường thẳng $x = 2, x = 5$ quanh trục $Ox$ là $39\pi$ .		

**CÂU 4.** Cho hai đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2x - 1$  và  $y = -x^2 + 3$  và phần hình phẳng được gạch chéo như hình vẽ.



Mệnh đề	Đ	S
a) Biểu thức diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$ .		
b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - 2x - 1$ , trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ là $\frac{5}{3}$ .		
c) Thể tích khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3$ , trục $Ox$ , hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ quanh trục $Ox$ là $\frac{\pi}{5}$ .		
d) Thể tích khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1$ , trục $Ox$ , hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ quanh trục $Ox$ là $\frac{33}{5}$ .		

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 1.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x; y = x$ , hai đường thẳng  $x = -1; x = 2$ .

KQ:

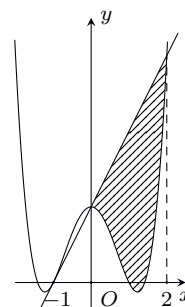
**CÂU 2.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x} - 2, y = 0$  và  $x = 9$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành (làm tròn kết quả thể tích đến hàng phần trăm).

KQ:

**CÂU 3.**

Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị  $(C)$ , biết rằng  $(C)$  đi qua điểm  $A(-1; 0)$ , tiếp tuyến  $d$  tại  $A$  của  $(C)$ , cắt  $(C)$  tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$ , đồ thị  $(C)$  và hai đường thẳng  $x = 0; x = 2$  có diện tích bằng  $\frac{28}{5}$  (phần gạch sọc trong hình vẽ).

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1; x = 0$ .

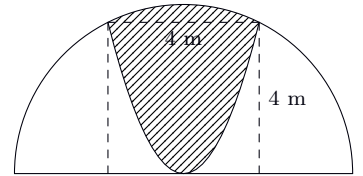


KQ:

QUICK NOTE

**CÂU 4.**

Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng  $4\sqrt{5}$  (m). Trên đó người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm nửa hình tròn và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường

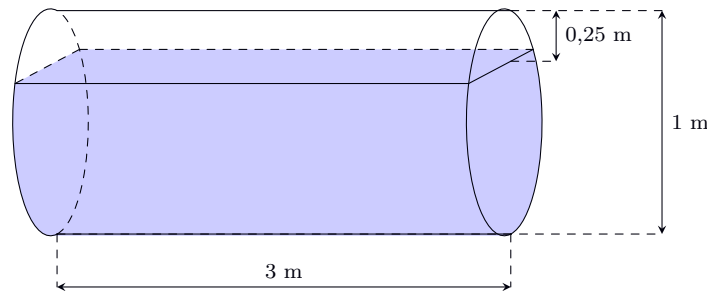


tròn (phần gạch sọc), cách nhau một khoảng bằng 4 m, phần còn lại của khuôn viên (phần không gạch sọc) dành để trang trí cỏ nhân tạo. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí cỏ nhân tạo là 100 000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trang trí cỏ trên phần đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

KQ: 

--	--	--	--	--

**CÂU 5.** Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 3 m và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc 0,25 m (xem hình vẽ).



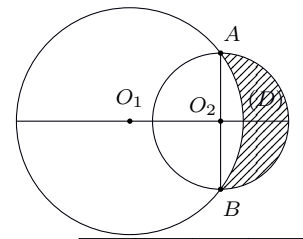
Tính thể tích của nước trong téc (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: 

--	--	--	--	--

**CÂU 6.**

Cho hai đường tròn  $(O_1; 5)$  và  $(O_2; 3)$  cắt nhau tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB$  là một đường kính của đường tròn  $(O_2)$ . Gọi  $(D)$  là hình thặng được giới hạn bởi hai đường tròn (phần ở ngoài đường tròn lớn, được gạch chéo như hình vẽ). Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền  $(D)$  quanh trục  $O_1O_2$ . Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành có  $V = \frac{a\pi}{b}$  ( $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản) thì  $a^2 + b^3$  bằng bao nhiêu?



KQ: 

--	--	--	--	--



# LỜI GIẢI CHI TIẾT

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

## NGUYỄN HÀM - TÍCH PHÂN

### KT NGUYỄN HÀM — ĐỀ 1

#### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3$  là

- (A)  $4x^4 + C$ . (B)  $3x^2 + C$ . (C)  $x^4 + C$ . (D)  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$ .

Chọn đáp án (D) ..... □

**CÂU 2.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \sin x$ .

- (A)  $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$ . (B)  $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$ .  
(C)  $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$ . (D)  $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int 2 \sin x dx = 2 \int \sin x dx = -2 \cos x + C$ .

Chọn đáp án (A) ..... □

**CÂU 3.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + x$  là

- (A)  $e^x + 1 + C$ . (B)  $e^x + x^2 + C$ . (C)  $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ . (D)  $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int (e^x + x) dx = \int e^x dx + \int x dx = e^x + \frac{x^2}{2} + C$ .

Chọn đáp án (C) ..... □

**CÂU 4.** Họ nguyên hàm của hàm số  $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$  là

- (A)  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$ . (B)  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$ . (C)  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ . (D)  $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ .

Chọn đáp án (C) ..... □

**CÂU 5.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$ .

- (A)  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$ . (B)  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$ .  
(C)  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$ . (D)  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int \frac{x^4 + 2}{x^2} dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x^2}\right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$ .

Chọn đáp án (D) ..... □

**CÂU 6.** Cho hàm số  $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- (A)  $\int f(x) dx = x + \tan x + C$ . (B)  $\int f(x) dx = x + \cot x + C$ .  
(C)  $\int f(x) dx = x - \tan x + C$ . (D)  $\int f(x) dx = x - \cot x + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int f(x) dx = \int \left(1 - \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx = \int dx - \int \frac{dx}{\cos^2 x} = x - \tan x + C$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**CÂU 7.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos x + 6x$  là

- (A)**  $\sin x + 3x^2 + C$ .      **(B)**  $-\sin x + 3x^2 + C$ .      **(C)**  $\sin x + 6x^2 + C$ .      **(D)**  $-\sin x + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int f(x) dx = \int (\cos x + 6x) dx = \sin x + 3x^2 + C$ .

Chọn đáp án **(A)** □

**CÂU 8.**  $\int f(x) dx = 4x^3 + x^2 + C$  thì hàm số  $f(x)$  bằng

- (A)**  $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx$ .      **(B)**  $f(x) = 12x^2 + 2x + C$ .      **(C)**  $f(x) = 12x^2 + 2x$ .      **(D)**  $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $f(x) = F'(x) = (4x^3 + x^2 + C)' = 12x^2 + 2x$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**CÂU 9.** Hàm số  $F(x) = 2x + 3^x - 1$  là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau

- (A)**  $f(x) = 2 + 3^x \ln 3$ .      **(B)**  $f(x) = x^2 + \frac{3^x}{\ln 3} - x + C$ .  
**(C)**  $f(x) = x^2 + \frac{3^x}{\ln 3} - x$ .      **(D)**  $f(x) = 2 + 3^x \ln 3 + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $f(x) = F'(x) \Rightarrow f(x) = (2x + 3^x - 1)' = 2 + 3^x \ln 3$ .

Chọn đáp án **(A)** □

**CÂU 10.** Cho  $\int \ln x dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- (A)**  $F'(x) = \frac{1}{x}$ .      **(B)**  $F'(x) = \frac{1}{x} + C$ .      **(C)**  $F'(x) = \ln x$ .      **(D)**  $F'(x) = \ln x + 1$ .

**Lời giải.**

Ta có  $F'(x) = f(x) = \ln x$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**CÂU 11.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Tìm  $F(x)$ .

- (A)**  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$ .      **(B)**  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$ .      **(C)**  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ .      **(D)**  $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $F(x) = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C$ .

Theo bài ra ta có  $F(0) = 1 + C = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{1}{2}$ .

Chọn đáp án **(A)** □

**CÂU 12.** Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm  $t$  giây (coi  $t = 0$  là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi  $v(t) = 160 - 9,8t$  (m/s). Độ cao của viên đạn (tính từ mặt đất) sau  $t = 10$  giây là

- (A)** 620 m.      **(B)** 1 240 m.      **(C)** 555 m.      **(D)** 1 110 m.

**Lời giải.**

Gọi  $S(t)$  là độ cao của viên đạn sau  $t$  giây kể từ lúc bắt đầu bắn.

Ta có  $v(t) = S'(t)$ . Do đó,  $S(t)$  là một nguyên hàm của vận tốc  $v(t)$ .

$S(t) = \int v(t) dt = \int (160 - 9,8t) dt = 160t - 4,9t^2 + C$ .

Theo giả thiết,  $S(0) = 0$  nên  $C = 0$  và ta được  $S(t) = 160t - 4,9t^2$  (m).

Độ cao của viên đạn sau  $t = 10$  giây là  $S(10) = 160 \cdot 10 - 4,9 \cdot 10^2 = 1 110$  (m).

Vậy độ cao của viên đạn (tính từ mặt đất) sau  $t = 10$  giây là 1 110 (m).

Chọn đáp án **(D)** □

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 13.** Cho hàm số  $y = h(x)$  có đạo hàm  $h'(x) = 3x^2$  và hàm số  $y = g(x)$  có đạo hàm  $g'(x) = e^x$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = h(x) = 6x + C_1$ , với $C_1 \in \mathbb{R}$ .		X
b) Hàm số $y = g(x) = e^x + C_2$ , với $C_2 \in \mathbb{R}$ .	X	
c) $I = \int [xh'(x) + 2025] dx = \frac{3}{4}x^4 + 2025x + C$ với $C \in \mathbb{R}$ .	X	
d) Cho $f'(x) = 3x^2 + e^x + m - 1$ . Cho $f(0) = 2$ ; $f(1) = 2e$ thì giá trị của $m \in (1; 2)$ .	X	

**Lời giải.**

a) Sai. Ta có  $h(x) = \int h'(x) dx = 3 \int x^2 dx = x^3 + C_1$ .

b) Đúng. Ta có  $g(x) = \int g'(x) dx = \int e^x dx = e^x + C_2$ .

c) Đúng. Ta có  $I = \int [xh'(x) + 2025] dx = \int [3x^3 + 2025] dx = \frac{3}{4}x^4 + 2025x + C$ .

d) Đúng. Ta có  $f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 + e^x + m - 1) dx = x^3 + e^x + (m - 1)x + C$ .

$$\forall \begin{cases} f(0) = 2 \\ f(1) = 2e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + C = 2 \\ 1 + e + m - 1 + C = 2e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 1 \\ m = e - 1. \end{cases}$$

Vậy  $m = e - 1 \Rightarrow 1 < m < 2$ .

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☒ c đúng ☐ d đúng

**CÂU 14.** Cho các hàm số  $g(x) = \sin x$ ,  $h(x) = \cos x$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int [2g(x) - 3h(x)] dx = 3 \int g(x) dx - 2 \int h(x) dx$ .		X
b) Một nguyên của hàm số $g(x)$ là $-\cos x$ .	X	
c) Họ nguyên của hàm số $h(x) + 2\sqrt{x}$ là $\sin x + \frac{3}{2}\sqrt{x^3} + C$ .		X
d) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = g(x) \cdot h^2(x)$ là $F(x) = -\frac{1}{3}\cos^3 x + C$ .	X	

**Lời giải.**

a) Sai. Ta có  $\int [2g(x) - 3h(x)] dx = 2 \int g(x) dx - 3 \int h(x) dx$ .

b) Đúng. Ta có  $\int g(x) dx = \int \sin x dx = -\cos x + C$  nên một nguyên của hàm số  $g(x)$  là  $-\cos x$ .

c) Sai. Ta có  $\int [h(x) + 2\sqrt{x}] dx = \int \cos x dx + 2 \int x^{\frac{1}{2}} dx = \sin x + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$ .

d) Đúng. Ta có  $F'(x) = -\cos^2 x \cdot (\cos x)' = -\cos^2 x \cdot (-\sin x) = \sin x \cdot \cos^2 x = g(x) \cdot h^2(x)$ .

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c sai ☒ d đúng

**CÂU 15.** Cho các hàm số  $g(x) = \frac{1}{x^2}$ ,  $h(x) = \ln(x + 3)$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) Biết $G(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$ và $G(1) = 1$ . Khi đó $G(2) = -\frac{1}{2}$ .		X
b) $J = \int \left[ h(x) + \ln \frac{1}{x+3} + 2025 \right] dx = 2025x + C$ .	X	
c) $I = \int x \cdot h'(x) dx = x - \ln(x + 3) + C$ với $C \in \mathbb{R}$ .		X
d) Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x+3}{g(x)}$ và $F(1) = \frac{1}{4}$ . Khi đó $F(-1) = -\frac{7}{4}$ .	X	

**Lời giải.**

a) **Sai.** Ta có  $G(x) = \int g(x)dx = \int \frac{1}{x^2}dx = \int x^{-2}dx = -\frac{1}{x} + C$ .  
Mà  $G(1) = 1 \Rightarrow C = 2 \Rightarrow G(x) = -\frac{1}{x} + 2 \Rightarrow G(2) = \frac{3}{2}$ .

b) **Đúng.** Ta có

$$\begin{aligned} J &= \int \left[ h(x) + \ln \frac{1}{x+3} + 2025 \right] dx = 2025x + C \\ &= \int \left[ \ln(x+3) + \ln \frac{1}{x+3} + 2025 \right] dx \\ &= \int (\ln 1 + 2025) dx = 2025x + C. \end{aligned}$$

c) **Sai.** Ta có  $[x - \ln(x+3) + C]' = 1 - \frac{1}{x+3} = \frac{x+2}{x+3}$ . (1)

$$\text{Và } x \cdot h'(x) = x \cdot (\ln(x+3))' = \frac{x}{x+3}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $\int xh'(x) dx \neq x - \ln(x+3) + C$ .

d) **Đúng.** Ta có

$$\begin{aligned} \int \frac{x+3}{g(x)} dx &= \int \frac{x+3}{\frac{1}{x^2}} dx \\ &= \int x^2(x+3) dx = \int x^3 dx + 3 \int x^2 dx \\ &= \frac{1}{4}x^4 + x^3 + C. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } F(1) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow C = -1.$$

$$F(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3 - 1 \Rightarrow F(-1) = -\frac{7}{4}.$$

Chọn đáp án a sai b đúng c sai d đúng ..... □

**CÂU 16.** Cho các hàm số  $g(x) = e^{\frac{x}{2}}$ ,  $h(x) = 2x^3 + 5x^2 - 2x + 4$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int [2g(x) + 3h(x)] dx = 2 \int g(x) dx + 3 \int h(x) dx$ .	X	
b) Một nguyên của hàm số $3 \cdot g^2(x)$ là $3e^x$ .	X	
c) Họ nguyên của hàm số $h(x)$ là $\frac{1}{4}x^3 + \frac{5}{3}x^2 - x^2 + C$ .		X
d) Biết $\int g^4(x) \cdot h(x) dx = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C$ . Khi đó $a + b + c + d = 3$ .	X	

**Lời giải.**

a) **Đúng.** Ta có  $\int [2g(x) + 3h(x)] dx = 2 \int g(x) dx + 3 \int h(x) dx$ .

b) **Đúng.** Ta có  $\int 3g^2(x) = 3 \int e^x dx = 3e^x + C$ .

c) **Sai.** Ta có  $\int h(x) dx = \int (2x^3 + 5x^2 - 2x + 4) dx = \frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{3}x^3 - x^2 + 4x + C$ .

d) **Đúng.** Ta có

$$\begin{aligned} \int g^4(x) \cdot h(x) dx &= (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C \\ \Leftrightarrow \int e^{2x}(2x^3 + 5x^2 - 2x + 4) dx &= (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C. \end{aligned}$$

Nên

$$\begin{aligned} ((ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C)' &= (3ax^2 + 2bx + c)e^{2x} + 2e^{2x}(ax^3 + bx^2 + cx + d) \\ &= (2ax^3 + (3a + 2b)x^2 + (2b + 2c)x + c + 2d)e^{2x} \\ &= (2x^3 + 5x^2 - 2x + 4)e^{2x}. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} 2a = 2 \\ 3a + 2b = 5 \\ 2b + 2c = -2 \\ c + 2d = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -2 \\ d = 3. \end{cases}$$

Vậy  $a + b + c + d = 3$ .

Chọn đáp án ☒ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng □

### Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

**CÂU 17.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm  $f(x) = \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x}$  thỏa mãn  $F(0) = 1$ . Tính  $F(\pi)$ .

Đáp án:

#### Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} F(x) &= \int \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x} dx = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx \\ &= \int \frac{(\sin x + \cos x)(\cos x - \sin x)}{\sin x + \cos x} dx \\ &= \int (\cos x - \sin x) dx = \sin x + \cos x + C. \end{aligned}$$

Do  $F(0) = 1$  nên  $C = 0 \Rightarrow F(x) = \sin x + \cos x \Rightarrow F(\pi) = -1$ .

**CÂU 18.**  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x$ , thỏa mãn  $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$ . Biểu thức  $F(0) + F(1) + F(2) + \dots + F(2024) = \frac{a^b - c}{\ln a}$  ( $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ ). Tính  $T = a + b - 2c$ .

Đáp án:

#### Lời giải.

Ta có  $F(x) = \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$ .

Theo giả thiết  $F(0) = \frac{1}{\ln 2} \Leftrightarrow \frac{2^0}{\ln 2} + C = \frac{1}{\ln 2} \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$ .

Khi đó

$$\begin{aligned} F(0) + F(1) + F(2) + \dots + F(2024) &= \frac{2^0}{\ln 2} + \frac{2^1}{\ln 2} + \frac{2^2}{\ln 2} + \dots + \frac{2^{2024}}{\ln 2} \\ &= \frac{1}{\ln 2} (2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2024}) \\ &= \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{1(1 - 2^{2025})}{1 - 2} = \frac{2^{2025} - 1}{\ln 2}. \end{aligned}$$

$\Rightarrow a = 2, b = 2025, c = 1$ .

Vậy  $T = a + b - 2c = 2025$ .

**CÂU 19.** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{(3x-1)^2}{x^2}$ , biết đồ thị hàm số  $y = F(x)$  đi qua điểm  $M(1; -2)$ . Tính  $F(e^2)$  (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Đáp án: 44,4

#### Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} F(x) &= \int \frac{(3x-1)^2}{x^2} dx = \int \left( \frac{9x^2 - 6x + 1}{x^2} \right) dx \\ &= \int \left( 9 - \frac{6}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx \\ &= 9 \int dx - 6 \int \frac{1}{x} dx + \int x^{-2} dx \end{aligned}$$

$$= 9x - 6 \ln |x| - \frac{1}{x} + C.$$

Theo giả thiết, đồ thị hàm số  $y = F(x)$  đi qua điểm  $M(1; -2)$  nên suy ra

$$\begin{aligned} F(1) = -2 &\Rightarrow 9 - 6 \ln 1 - 1 + C = -2 \\ &\Rightarrow C = -10 \Rightarrow F(x) = 9x - 6 \ln |x| - \frac{1}{x} - 10 \\ &\Rightarrow F(e^2) = 9e^2 - 6 \ln |e^2| - \frac{1}{e^2} - 10 \approx 44,4. \end{aligned}$$

**CÂU 20.** Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 90 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 150 m. Người lái xe phản ứng 2 giây sau đó bằng cách đạp phanh cho xe chạy chậm hơn. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -\frac{25}{4}t + 25$  (m/s), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là bao nhiêu mét?

Đáp án: 

1	0	0	
---	---	---	--

**Lời giải.**

Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong  $t$  (giây) kể từ lúc đạp phanh.

$$\text{Khi đó } s(t) = \int v(t) dt = \int \left(-\frac{25}{4}t + 25\right) dt = -\frac{25}{8}t^2 + 25t + C.$$

$$\text{Do } s(0) = 0 \text{ nên } C = 0. \text{ Suy ra } s(t) = -\frac{25}{8}t^2 + 25t.$$

$$\text{Xe ô tô dừng hẳn khi } v(t) = 0 \Leftrightarrow -\frac{25}{4}t + 25 = 0 \Leftrightarrow t = 4.$$

$$\text{Suy ra quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là } s(4) = -\frac{25}{8}4^2 + 25 \cdot 4 = 50 \text{ (m).}$$

Ta có tốc độ 90 km/h cũng là tốc độ 25 m/s.

Do đó, quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là:  $25 \cdot 2 + 50 = 100$  (m).

**CÂU 21.** Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi  $P(t)$  là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm  $t$ , trong đó  $t$  tính theo ngày ( $0 \leq t \leq 10$ ). Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số  $P'(t) = k\sqrt{t}$ , trong đó  $k$  là hằng số. Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn (Nguồn: R. Larson and Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Tính số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 9 ngày.

Đáp án: 

3	2	0	0
---	---	---	---

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } P(t) = \int P'(t) dt = \int k\sqrt{t} dt = \int k \cdot t^{\frac{1}{2}} dt = k \cdot \frac{2}{3}t\sqrt{t} + C.$$

$$\text{Từ giả thiết suy ra } \begin{cases} P(0) = 500 \\ P(1) = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \cdot \frac{2}{3} \cdot 0\sqrt{0} + C = 500 \\ k \cdot \frac{2}{3} \cdot 1\sqrt{1} + C = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 500 \\ \frac{2}{3}k = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 500 \\ k = 150. \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(t) = 100t\sqrt{t} + 500.$$

$$\text{Do đó, số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 9 ngày là } P(9) = 100 \cdot 9\sqrt{9} + 500 = 3200.$$

**CÂU 22.** Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số  $v(t) = -0,1t^3 + t^2$ , trong đó  $t$  tính theo tuần,  $v(t)$  tính bằng cm/tuần. Gọi  $h(t)$  (tính bằng centimet) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ  $t$  (Nguồn: A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016). Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì cây cà chua sẽ cao bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Đáp án: 54,4

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } h(t) = \int v(t) dt = \int (-0,1t^3 + t^2) dt = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{t^3}{3} + C.$$

$$\text{Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm nên } h(0) = 5 \Rightarrow C = 5.$$

Vậy độ cao của cây cà chua ở tuần thứ  $t$  được cho bởi hàm số

$$h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{t^3}{3} + 5 \quad (t \geq 0).$$

Ta tìm  $t$  ( $t \geq 0$ ) sao cho  $v(t)$  đạt giá trị lớn nhất.

$$v'(t) = -0,3t^2 + 2t; v'(t) = 0 \Leftrightarrow -0,3t^2 + 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{20}{3}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$		$0$		$\frac{20}{3}$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			$0$		$\frac{400}{27}$		$-\infty$

Từ đó ta thấy  $v(t)$  đạt giá trị lớn nhất tại  $t = \frac{20}{3}$ .

Khi đó, cây cà chua sẽ đạt chiều cao là  $h\left(\frac{20}{3}\right) = \frac{4\,405}{81} \approx 54,4$  (cm).

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

## NGUYỄN HÀM - TÍCH PHÂN

### KT NGUYỄN HÀM — ĐỀ 2

#### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$  là

- (A)  $x^3 + C$ . (B)  $\frac{x^3}{3} + x + C$ . (C)  $6x + C$ . (D)  $x^3 + x + C$ .

**Lời giải.**

$$\int (3x^2 + 1)dx = x^3 + x + C.$$

Chọn đáp án (D) ..... □

**CÂU 2.** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số  $y = 12x^5$ ?

- (A)  $y = 12x^4$ . (B)  $y = 60x^4$ . (C)  $y = 12x^6 + 5$ . (D)  $y = 2x^6 + 3$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \int 12x^5 dx = 12 \cdot \frac{x^6}{6} + C = 2x^6 + C.$$

Chọn đáp án (D) ..... □

**CÂU 3.** Tìm họ nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$ .

- (A)  $F(x) = \ln|x| + C$ . (B)  $F(x) = \ln x + C$ . (C)  $F(x) = \ln|x|$ . (D)  $F(x) = -\frac{1}{x^2} + C$ .

**Lời giải.**

$$\text{Áp dụng công thức nguyên hàm của hàm số ta có } \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$$

Chọn đáp án (A) ..... □

**CÂU 4.** Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau?

- (A)  $\int \cos x dx = \sin x + C$ . (B)  $\int \sin x dx = \cos x + C$ .  
(C)  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$ . (D)  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ .

**Lời giải.**

$$\text{Từ bảng nguyên hàm của các hàm cơ bản suy ra } \int \sin x dx = \cos x + C \text{ sai}$$

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 5.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 7^x$ .

- (A)  $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$ . (B)  $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$ . (C)  $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$ . (D)  $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$ .

**Lời giải.**

$$\text{Áp dụng công thức nguyên } \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \Rightarrow \int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$$

Chọn đáp án (C) ..... □

**CÂU 6.** Nguyên hàm của hàm số  $F(x) = 2^x + x$  là

- (A)  $2^x + \frac{x^2}{2} + C$ . (B)  $2^x + x^2 + C$ . (C)  $\frac{2^x}{\ln 2} + x^2 + C$ . (D)  $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + C$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \int (2^x + x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Chọn đáp án (D) ..... □

**CÂU 7.**  $\int (3^x + 4^x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{4^x}{\ln 4} + C$ . (B)  $\frac{3^x}{\ln 4} + \frac{4^x}{\ln 3} + C$ . (C)  $\frac{4^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{\ln 4} + C$ . (D)  $\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{4^x}{\ln 4} + C$ .

**Lời giải.**



Áp dụng công thức  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ .

Ta có  $\int (3^x + 4^x) dx = \int 3^x dx + \int 4^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{4^x}{\ln 4} + C$ .

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 8.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  là

- (A)  $\frac{1}{x+1}e^x + x^2 + C$ . (B)  $e^x + 2x^2 + C$ . (C)  $e^x + x^2 + C$ . (D)  $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int (e^x + 2x) dx = \int e^x dx + \int 2x dx = e^x + x^2 + C$ .

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 9.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- (A)  $\int \sin x dx = \cos x + C$ . (B)  $\int 2x dx = x^2 + C$ . (C)  $\int e^x dx = e^x + C$ . (D)  $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$ .

**Lời giải.**

$\int \sin x dx = -\cos x + C$ .

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 10.** Khẳng định nào sau đây là sai?

- (A) Mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  đều có nguyên hàm trên đoạn  $[a; b]$ .  
 (B)  $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$  ( $C$  là hằng số,  $\alpha$  là hằng số).  
 (C)  $\int e^x dx = e^x + C$  ( $C$  là hằng số).  
 (D)  $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$  ( $C$  là hằng số) với  $x \neq 0$ .

**Lời giải.**

$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$  ( $C$  là hằng số,  $\alpha$  là hằng số và  $\alpha \neq -1$ ).

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 11.** Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x} - 1$  trên  $(0; +\infty)$ ?

- (A)  $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ . (B)  $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - x$ . (C)  $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x^2} - x + 1$ . (D)  $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - x + 2$ .

**Lời giải.**

Ta có :  $\int (\sqrt{x} - 1) dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - x + C$ .

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 12.** Một vật chuyển động với gia tốc  $a(t) = \frac{3}{t+1}$  (m/s<sup>2</sup>), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính từ thời điểm ban đầu.

Vận tốc ban đầu của vật là 6(m/s). Hỏi vận tốc của vật tại giây thứ 8 là bao nhiêu?

- (A) 12,6 (m/s). (B) 12,2 (m/s). (C) 6,6 (m/s). (D) 12,4 (m/s).

**Lời giải.**

Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  được tính theo công thức

$$v(t) = \int a(t) dt = \int \frac{3}{t+1} dt = 3 \ln(t+1) + C.$$

Do vận tốc ban đầu của vật bằng 6 (m/s) nên ta có:

$$v(0) = 3 \ln(0+1) + C = 6 \Rightarrow C = 6 \Rightarrow v(t) = 3 \ln(t+1) + 6.$$

Vận tốc chuyển động của vật tại giây thứ 8 là:

$$v(8) = 3 \ln(8+1) + 6 = 3 \ln 9 + 6 \approx 12,6 \text{ (m/s)}.$$

Chọn đáp án (A) □

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 1.** Cho hàm số  $f(x) = \sin \frac{x}{2}$  và hàm số  $g(x) = \cos \frac{x}{2}$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $F(x) = 2 \cos \frac{x}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ .		X
b) $G(x) = 2 \sin \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ .	X	
c) $\int [f(x) - g(x)]^2 dx = x + \cos x + C$ ( $C$ là một hằng số).		X
d) $\int \frac{1}{[2f(x) \cdot g(x)]^2} dx = -\cot x + C$ ( $C$ là một hằng số).	X	

**Lời giải.**

- a) Vì  $F'(x) = -\sin \frac{x}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$  nên  $F(x) = 2 \cos \frac{x}{2}$  không là một nguyên hàm của hàm số  $F(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Sai
- b) Vì  $G'(x) = \cos \frac{x}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$  nên  $G(x) = 2 \sin \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Đúng
- c)  $\int [f(x) - g(x)]^2 dx = \int \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = \int \left( \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} \right) dx = \int (1 + \sin x) dx = x - \cos x + C$ . Sai
- d)  $\int \frac{1}{[2f(x) \cdot g(x)]^2} dx = \int \frac{1}{(2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2})^2} dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ . Đúng

Chọn đáp án **a sai** **b đúng** **c sai** **d đúng** ..... ☐

**CÂU 2.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$  và  $F(x) = \ln x + C_1, G(x) = \ln(-x) + C_2$  ( $C_1, C_2$  là các hằng số).

Mệnh đề	Đ	S
a) Trên $(0; +\infty)$ , một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $H(x) = \ln(x) + e$ .	X	
b) Trên $(-\infty; 0)$ , nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $G(x)$ .	X	
c) Trên $(0; +\infty)$ , nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x)$ .	X	
d) $\int [f(x) + f^2(x)] dx = \ln(3 x ) - \frac{1}{x} + C$ ( $C$ là một hằng số).	X	

**Lời giải.**

- a) Vì  $H'(x) = \frac{1}{x} = F(x), \forall x \in (0; +\infty)$  nên  $H(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $F(x)$  trên  $(0; +\infty)$ . Đúng
- b)  $\int f(x) dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln(|x|) + C_2 = \ln(-x) + C_2, \forall x \in (-\infty; 0)$ . Đúng
- c)  $\int f(x) dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln(|x|) + C_1 = \ln x + C_1, \forall x \in (0; +\infty)$ . Đúng
- d)  $\int [f(x) + f^2(x)] dx = \int \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \ln(|x|) - \frac{1}{x} + C_3 = \ln(|x|) - \frac{1}{x} + \ln 3 + C = \ln(3|x|) - \frac{1}{x} + C$ . Đúng

Chọn đáp án **a đúng** **b đúng** **c đúng** **d đúng** ..... ☐

**CÂU 3.** Cho hàm số  $f(x) = \cos x$  và hàm số  $g(x) = \sin x$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $F(x) = \sin x + e$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ .	X	
b) $G(x) = e^{-\cos x} + \ln 3$ là một nguyên hàm của hàm số $e^{g(x)}$ trên $\mathbb{R}$ .		X
c) $\int [5f(x) + 6g(x)] dx = 5 \sin x - 6 \cos x + C$ , ( $C$ là một hằng số).	X	
d) $\int \left[ 2 + \left( \frac{g(x)}{f(x)} \right)^2 \right] dx = x + \tan x + C$ , ( $C$ là một hằng số).	X	

**Lời giải.**

- a) Vì  $F'(x) = \cos x = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$  nên  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Đúng
- b) Vì  $G'(x) = \sin x e^{-\cos x} \neq e^{\sin x}, \forall x \in \mathbb{R}$  nên  $G(x)$  không là một nguyên hàm của hàm số  $e^{g(x)}$  trên  $\mathbb{R}$ . Sai

c)  $\int [5f(x) + 6g(x)] dx = \int (5 \cos x + 6 \sin x) dx = 5 \sin x - 6 \cos x + C$ . Đúng

d)  $\int \left[ 2 + \left( \frac{g(x)}{f(x)} \right)^2 \right] dx = \int \left( 2 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \right) dx = \int \left( 1 + \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} \right) dx$   
 $= \int \left( 1 + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = x + \tan x + C$ . Đúng

Chọn đáp án ☒ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d đúng

**CÂU 4.** Cho hàm số  $f(x) = 3^{2x}$  và hàm số  $g(x) = \tan x$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $F(x) = \frac{3^{2x} \ln 3}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ .		X
b) $G(x) = -\ln(3 \cos x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .	X	
c) $\int 3f(x)dx = \frac{3^{2x+1}}{\ln 9} + C$ , ( $C$ là một hằng số).	X	
d) $\int [f(x) + g(x)^2]dx = \frac{9^x}{2 \ln 3} - x + \tan x + C$ , ( $C$ là một hằng số).	X	

**Lời giải.**

a) Vì  $F'(x) = \frac{2 \cdot 3^{2x} \cdot \ln^2 3}{2} = 3^{2x} \cdot \ln^2 3 \neq f(x), \forall x \in \mathbb{R}$  nên  $f(x)$  không là một nguyên hàm của hàm số  $F(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Sai

b) Vì  $G'(x) = -\frac{3 \sin x}{3 \cos x} = -\tan x \neq g(x), \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  nên  $G(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x)$  trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .  
 Đúng

c)  $\int 3f(x)dx = \int 3 \cdot 3^{2x} dx = 3 \cdot 9^x dx = 3 \cdot \frac{9^x}{\ln 9} + C = \frac{3 \cdot 3^{2x}}{\ln 9} + C = \frac{3^{2x+1}}{\ln 9} + C$ . Đúng

d)  $\int [f(x) + g(x)^2] dx = \int (3^{2x} + \tan^2 x) dx = \int (9^x - 1 + 1 + \tan^2 x) dx$   
 $= \int \left( 9^x - 1 + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = \frac{9^x}{\ln 9} - x + \tan x + C = \frac{9^x}{2 \ln 3} - x + \tan x + C$ . Đúng

Chọn đáp án ☐ a sai ☒ b đúng ☐ c đúng ☐ d đúng

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 1.** Giả sử hàm số  $y = f(x)$  liên tục và thỏa mãn:  $f(1) = 1$  và  $f'(x)\sqrt[3]{x-1} = 1$ , với mọi  $x > 0$ . Tính  $4f(8)$ .

**Đáp án: 47**

**Lời giải.**

Ta có  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} = \frac{1}{x^{-\frac{1}{3}}} = x^{\frac{1}{3}}$   
 $\Rightarrow F(x) = \int f'(x)dx = \int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + C$ .  
 $f(1) = 1 \Rightarrow \frac{3}{4} + C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{4}$ .  
 $\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} - \frac{1}{4}$   
 $\Rightarrow 4f(8) = 47$ .

**CÂU 2.** Một ô tô đang chạy với vận tốc 10(m/s) thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 10 - 2t$  (m/s), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Tính quãng đường ô tô đi chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

**Đáp án: 55**

**Lời giải.**

Chọn mốc thời gian và gốc tọa độ lúc ô tô bắt đầu đạp phanh. Suy ra  $t = 0; s = 0$ .

$s(t) = \int v(t)dt = \int (10 - 2t)dt = 10t - t^2 + C$ .

$s(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow s(t) = 10t - t^2$ .

Ô tô dừng hẳn khi  $v(t) = 0 \Leftrightarrow 10 - 2t = 0 \Leftrightarrow t = 5$ .

Trong 8 giây cuối:

☑ ô tô chuyển động đều với vận tốc 10(m/s) trong 3 giây đầu.

☑ ô tô chuyển động chậm dần đều trong 5 giây cuối.

Quãng đường ô tô di chuyển là:  $s = 3 \cdot 10 + 10 \cdot 5 - 5^2 = 55 \text{ m}$ .

**CÂU 3.** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^{2x+1}2^{1+3x}$ , biết  $F(0) = \frac{8}{\ln 72}$ . Tính  $F(-2)$ . (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,47

💬 **Lời giải.**

Ta có:

$$F(x) = \int (3^{2x+1} \cdot 2^{1+3x}) dx = \int (3 \cdot 3^{2x} \cdot 2 \cdot 2^{3x}) dx = \int (6 \cdot 9^x \cdot 8^x) dx$$

$$= 6 \int 72^x dx = 6 \cdot \frac{72^x}{\ln 72} + C.$$

$$\text{Theo giả thiết, } F(0) = \frac{8}{\ln 72} \Rightarrow 6 \cdot \frac{72^0}{\ln 72} + C = \frac{8}{\ln 72} \Rightarrow C = \frac{2}{\ln 72}$$

$$\Rightarrow F(x) = 6 \cdot \frac{72^x}{\ln 72} + \frac{2}{\ln 72} \Rightarrow F(-2) = 6 \cdot \frac{72^{-2}}{\ln 72} + \frac{2}{\ln 72} \approx 0,47.$$

**CÂU 4.** Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Giả sử tại thời điểm  $t$  giây (coi  $t = 0$  là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi  $v(t) = 170 - 9,8t$  (m/s). Tìm độ cao lớn nhất của viên đạn (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Đáp án: 1476

💬 **Lời giải.**

Gọi  $h(t)$  là độ cao của viên đạn tại thời điểm  $t$  giây sau khi bắn. Ta có:

$$h(t) = \int v(t) dt = \int (170 - 9,8t) dt = 170t - 4,9t^2 + C.$$

Từ giả thiết suy ra:  $h(0) = 1,5 \Rightarrow C = 1,5 \Rightarrow h(t) = 170t - 4,9t^2 + 1,5$ .

Viên đạn đạt độ cao lớn nhất khi  $v(t) = 0 \Leftrightarrow 170 - 9,8t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{850}{49}$ .

Khi đó, độ cao lớn nhất của viên đạn là:

$$h\left(\frac{850}{49}\right) = 170 \cdot \frac{850}{49} - 4,9 \left(\frac{850}{49}\right)^2 + 1,5 = \frac{144647}{98} \approx 1476 \text{ (m)}.$$

**CÂU 5.** Một chiếc cốc chứa nước ở  $95^\circ \text{C}$  được đặt trong phòng có nhiệt độ  $20^\circ \text{C}$ . Theo định luật làm mát của Newton, nhiệt độ của nước trong cốc sau  $t$  phút (xem  $t = 0$  là thời điểm nước ở  $95^\circ \text{C}$  là một hàm số  $(t)$ ). Tốc độ giảm nhiệt độ của nước trong cốc tại thời điểm  $t$  phút được xác định bởi  $T'(t) = \left(-\frac{3}{2}e^{-\frac{t}{50}}\right)^\circ \text{C/phút}$ . Tính nhiệt độ của nước tại thời điểm  $t = 40$  phút (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Đáp án: 53,7

💬 **Lời giải.**

Ta có:

$$T(t) = \int T'(t) dt = \int \left(-\frac{3}{2}e^{-\frac{t}{50}}\right) dt = -\frac{3}{2} \int \left(e^{-\frac{1}{50}}\right)^t dt$$

$$= -\frac{3}{2} \cdot \frac{\left(e^{-\frac{1}{50}}\right)^t}{\ln\left(e^{-\frac{1}{50}}\right)} + C = 75 \left(e^{-\frac{1}{50}}\right)^t + C.$$

Vì  $t = 0$  là thời điểm nước ở  $95^\circ \text{C}$  nên  $T(0) = 95 \Rightarrow 75 \left(e^{-\frac{1}{50}}\right)^0 + C = 95 \Rightarrow C = 20$ .

Suy ra  $T(t) = 75 \left(e^{-\frac{1}{50}}\right)^t + 20$ .

Do đó, nhiệt độ của nước tại thời điểm  $t = 40$  phút là:

$$T(40) = 75 \left(e^{-\frac{1}{50}}\right)^{40} + 20 \approx 53,7^\circ \text{C}.$$

**CÂU 6.** Doanh thu bán hàng của một công ty khi bán một loại sản phẩm là số tiền  $R(x)$  (triệu đồng) thu được khi  $x$  đơn vị sản phẩm được bán ra. Tốc độ biến động (thay đổi) của doanh thu khi  $x$  đơn vị sản phẩm đã được bán là hàm số  $M_R(x) = R'(x)$ . Một công ty công nghệ cho biết, tốc độ biến đổi của doanh thu khi bán một loại con chip của hãng được cho bởi  $M_R(x) = 40 - 0,1x$ , ở đó  $x$  là số lượng chip đã bán. Hỏi doanh thu của công ty khi đã bán 500 con chip bằng bao nhiêu tỉ đồng?

Đáp án: 7,5

💬 **Lời giải.**

Vì  $R'(x) = M_R(x)$  nên doanh thu  $R(x)$  là một nguyên hàm của  $M_R(x)$ .

$$\text{Ta có: } R(x) = \int M_R(x) dx = \int (40 - 0,1x) dx = 40x - 0,05x^2 + C.$$

Khi  $x = 0$ , tức là chưa bán chip nào thì doanh thu sẽ bằng 0 (triệu đồng), nên  $R(0) = 0 \Rightarrow C = 0$ .

Suy ra  $R(x) = 40x - 0,05x^2$ .

Do đó, doanh thu của công ty khi đã bán 500 con chip là:

$$R(500) = 40 \cdot 500 - 0,05 \cdot 500^2 = 7500 \text{ (triệu đồng)} = 7,5 \text{ (tỷ đồng)}.$$

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

## NGUYỄN HÀM - TÍCH PHÂN

### KT TÍCH PHÂN — ĐỀ 3

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Biết  $\int f(x) dx = F(x) + C$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

**A**  $\int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a).$

**B**  $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

**C**  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

**D**  $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a).$

**Lời giải.**

Ta có  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**CÂU 2.** Tính tích phân  $\int_1^2 (2ax + b) dx$ .

**A**  $3a + b.$

**B**  $3a + 2b.$

**C**  $a + 2b.$

**D**  $a + b.$

**Lời giải.**

Ta có  $\int_1^2 (2ax + b) dx = (ax^2 + bx) \Big|_1^2 = 4a + 2b - (a + b) = 3a + b.$

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**CÂU 3.** Biết  $\int_1^8 f(x) dx = -2$ ,  $\int_1^4 f(x) dx = 3$  và  $\int_1^4 g(x) dx = 7$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A**  $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)] dx = -2.$

**B**  $\int_4^8 f(x) dx = 1.$

**C**  $\int_1^4 [f(x) + g(x)] dx = 10.$

**D**  $\int_4^8 f(x) dx = -5.$

**Lời giải.**

Ta có  $\int_4^8 f(x) dx = \int_1^8 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx = -2 - 3 = -5.$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**CÂU 4.** Tích phân  $I = \int_0^{2018} 2^x dx$  bằng

**A**  $\frac{2^{2018}}{\ln 2}.$

**B**  $2^{2018}.$

**C**  $2^{2018} - 1.$

**D**  $\frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}.$

**Lời giải.**

Ta có  $I = \int_0^{2018} 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} \Big|_0^{2018} = \frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}.$

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**CÂU 5.** Tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$  bằng

(A)  $\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}$ .

(B)  $\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}$ .

(C)  $-\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}$ .

(D)  $-\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = -\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}$ .

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 6.** Tính tích phân  $I = \int_1^2 \left( \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$ .

(A)  $I = 2 \ln 2$ .

(B)  $I = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}$ .

(C)  $I = 2e + \frac{1}{2}$ .

(D)  $I = 0$ .

**Lời giải.**

Ta có  $I = \int_1^2 \left( \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left( 2 \ln |x| + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = \left( 2 \ln 2 + \frac{1}{2} \right) - (2 \ln 1 + 1) = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}$ .

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 7.** Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$ .

(A)  $I = 2$ .

(B)  $I = \ln 2$ .

(C)  $I = \frac{\pi}{12}$ .

(D)  $I = 1 - \frac{\pi}{4}$ .

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = (\tan x - x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \\ &= \left( \tan \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right) - (\tan 0 - 0) = 1 - \frac{\pi}{4}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 8.** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $\sqrt{a} - \sqrt{b} + 1 = 0$ . Tính tích phân  $I = \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{x}}$ .

(A)  $I = -2$ .

(B)  $I = 1$ .

(C)  $I = \frac{1}{2}$ .

(D)  $I = 2$ .

**Lời giải.**

Ta có

$I = \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int_a^b x^{-\frac{1}{2}} dx = 2\sqrt{x} \Big|_a^b = 2(\sqrt{b} - \sqrt{a}) = 2(1 - (\sqrt{a} - \sqrt{b} + 1)) = 2 \cdot 1 = 2$ .

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 9.** Cho  $\int_2^5 \frac{dx}{x} = \ln a$ . Tìm  $a$ .

(A) 2.

(B)  $\frac{2}{5}$ .

(C)  $\frac{5}{2}$ .

(D) 5.

**Lời giải.**

Ta có  $\int_2^5 \frac{dx}{x} = \ln a \Leftrightarrow \ln |x| \Big|_2^5 = \ln a \Leftrightarrow \ln 5 - \ln 2 = \ln a \Leftrightarrow \ln \frac{5}{2} = \ln a \Leftrightarrow a = \frac{5}{2}$ .

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 10.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^2 (f(x) + 2x) dx = 5$ . Tính  $\int_0^2 f(x) dx$ .

(A) -9.

(B) -1.

(C) 9.

(D) 1.

**Lời giải.**

Ta có  $\int_0^2 (f(x) + 2x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 2x dx = \int_0^2 f(x) dx + 4 = 5$ . Do đó  $\int_0^2 f(x) dx = 1$ .

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 11.** Cho hai tích phân  $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$  và  $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$ . Tính  $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$ .

(A)  $I = -11$ .

(B)  $I = 13$ .

(C)  $I = 27$ .

(D)  $I = 3$ .

**Lời giải.**

Ta có  $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx = \int_{-2}^5 f(x) dx + 4 \int_5^{-2} g(x) dx - x \Big|_{-2}^5 = 8 + 4 \cdot 3 - (5 + 2) = 13$ .

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 12.** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ . Tính tích phân  $\int_0^2 f(x) dx$ .

(A)  $\frac{7}{2}$ .

(B) 1.

(C)  $\frac{5}{2}$ .

(D)  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có 
$$\begin{aligned} \int_0^2 f(x) dx &= \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_0^1 (3x^2) dx + \int_1^2 (4 - x) dx \\ &= x^3 \Big|_0^1 + \left( 4x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^2 = (1^3 - 0^3) + \left[ \left( 4 \cdot 2 - \frac{2^2}{2} \right) - \left( 4 \cdot 1 - \frac{1^2}{2} \right) \right] = \frac{7}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

**Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**CÂU 13.** Cho  $f(x)$  và  $g(x)$  là các hàm số liên tục bất kì trên đoạn  $[a; b]$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$ .	X	
b) $\int_a^a [f(x) + g(x)] dx = 1$ .		X
c) Nếu $\int_a^b f(x) dx = 3$ và $\int_a^b [3f(x) - g(x)] dx = 10$ thì $\int_a^b g(x) dx = 1$ .		X
d) Nếu $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ với $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$ . Tính $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{3}{2}$ .	X	

**Lời giải.**

a) Đúng. Do tính chất tích phân.

b) Sai. Ta có  $\int_a^a [f(x) + g(x)] dx = 0$ .



c) Sai. Ta có

$$\begin{aligned}\int_a^b [3f(x) - g(x)] dx = 10 &\Leftrightarrow 3 \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx = 10 \\ &\Leftrightarrow 3 \cdot 3 - \int_a^b g(x) dx = 10 \Leftrightarrow \int_a^b g(x) dx = -1.\end{aligned}$$

d) Đúng. Ta có  $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x \Rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) + 2f(x) = \frac{3}{x}$ .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x \\ 4f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{6}{x} \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{x} - x \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = \frac{2}{x^2} - 1.$$

$$\text{Do đó } \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 \left( \frac{2}{x^2} - 1 \right) dx = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c sai ☐ d đúng

**CÂU 14.** Cho các số thực  $a, b$  ( $a < b$ ). Nếu hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$ .		X
b) $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$ .	X	
c) Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^2 [3f(x) - 2] dx = 4$ .		X
d) Nếu $f(x) + f(2-x) = x^2 - 2x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 3$ thì $\int_0^2 f'(x) dx = -4$ .	X	

**Lời giải.**

a) Sai. Ta có  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .

b) Đúng. Ta có  $\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$ .

c) Sai. Ta có  $J = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx = 3 \int_0^2 f(x) dx - 2 \int_0^2 dx = 3 \cdot 2 - 2x \Big|_0^2 = 6 - 4 = 2$ .

d) Đúng. Ta có  $f(x) + f(2-x) = x^2 - 2x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$  (1).  
Thay  $x = 0$  vào (1) ta được  $f(0) + f(2) = 2 \Rightarrow f(2) = 2 - f(0) = 2 - 3 = -1$ .  
Từ đó có  $\int_0^2 f'(x) dx = f(2) - f(0) = -1 - 3 = -4$ .

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng

**CÂU 15.** Giả sử  $f(x)$  và  $g(x)$  là hai hàm số bất kỳ có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $a, b, c$  là các số thực.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$	X	
b) Nếu $f(x) = \frac{1}{x}$ thì $\int_{-3}^{-2} f(x) dx = \ln x \Big _{-3}^{-2}.$		X
c) $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx + \int_c^a f(x) dx = 0.$	X	
d) Nếu $3f(x) + xf'(x) = x^{2018}$ với mọi $x \in [0; 1]$ thì $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2020 \cdot 2019}.$		X

**Lời giải.**

a) Đúng. Theo tính chất của tích phân.

b) Sai. Ta có  $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x} dx = (\ln |x|) \Big|_{-3}^{-2}.$

c) Đúng. Ta có

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx + \int_c^a f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^a f(x) dx = \int_a^a f(x) dx = 0.$$

d) Sai. Nhân hai vế của đẳng thức  $3f(x) + xf'(x) = x^{2018}$  với  $x^2$  ta được

$$3x^2 f(x) + x^3 f'(x) = x^{2020} \Rightarrow [x^3 f(x)]' = x^{2020} \Rightarrow x^3 f(x) = \int x^{2020} dx = \frac{x^{2021}}{2021} + C (*).$$

Thay  $x = 0$  vào hai vế (\*) ta được  $C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x^{2018}}{2021}.$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{2021} x^{2018} dx = \frac{1}{2021} \cdot \frac{1}{2019} x^{2019} \Big|_0^1 = \frac{1}{2021 \cdot 2019}.$$

Chọn đáp án ☒ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai

**CÂU 16.** Cho  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1).$	X	
b) Nếu $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$ ( $x \neq 0$ ), $F(1) = 1$ thì $F(3) = 2 \ln 3 + 3.$	X	
c) Nếu $F(-1) = 1$ và $F(2) = 4$ thì $\int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx = 9.$		X
d) Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ thỏa $2f(x) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2}$ thì $\int_0^1 f'(x) dx = 1.$	X	

**Lời giải.**

a) Đúng. Theo định nghĩa tích phân.

b) Đúng. Ta có  $\int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1).$  Suy ra

$$F(3) = F(1) + \int_1^3 \left( \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right) dx = 1 + \left( 2 \ln x - \frac{3}{x} \right) \Big|_1^3 = 2 \ln 3 + 3.$$

c) Sai. Ta có  $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx = [F(x) + x^2] \Big|_{-1}^2 = F(2) + 4 - F(-1) - 1 = 6$ .

d) Đúng. Ta có  $\int_0^1 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^1 = f(1) - f(0)$ .

$$\text{Từ } 2f(x) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow \begin{cases} 2f(0) + 3f(1) = 1 \\ 2f(1) + 3f(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(0) = -\frac{2}{5} \\ f(1) = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I = \int_0^1 f'(x) dx = f(1) - f(0) = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1.$$

Chọn đáp án a đúng b đúng c sai d đúng ..... □

### Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

**CÂU 17.** Một xe ô tô đang di chuyển với tốc độ 22 m/s thì gặp chướng ngại vật. Người lái xe phản ứng 3 giây sau đó và đạp phanh khẩn cấp, kể từ thời điểm đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = 36 - 6t$  m/s, trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi quãng đường ô tô đi được từ lúc phát hiện chướng ngại vật đến khi ô tô dừng hẳn là bao nhiêu mét?

Đáp án: 174

#### Lời giải.

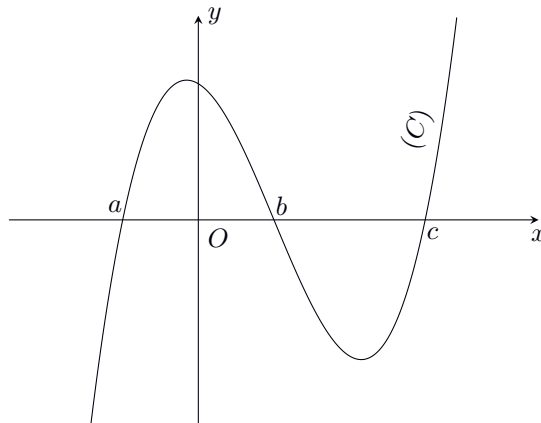
Quãng đường ô tô đi được từ lúc phát hiện chướng ngại vật đến khi đạp phanh là 66 m.

Xe ô tô dừng hẳn khi  $v(t) = 0 \Leftrightarrow 36 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 6$ .

Quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến lúc dừng lại là  $\int_0^6 (36 - 6t) dt = 108$  m.

Vậy quãng đường ô tô đi được từ lúc phát hiện chướng ngại vật đến khi ô tô dừng hẳn là  $66 + 108 = 174$  m.

**CÂU 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ,  $(C)$  cắt trục  $Ox$  tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $a < b < c$ .



Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C): y = f'(x)$  và  $Ox$  bằng 15,  $f(a) = 5$ ,  $f(c) = 6$ . Tính  $f(b)$ .

Đáp án: 13

#### Lời giải.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C): y = f'(x)$  và  $Ox$  bằng 15, do đó

$$15 = \int_a^c |f'(x)| dx = \int_a^b |f'(x)| dx + \int_b^c |f'(x)| dx = 2f(b) - f(a) - f(c).$$

Suy ra  $2f(b) = 15 + f(a) + f(c) \Rightarrow f(b) = 13$ .

**CÂU 19.** Biết rằng  $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx = a + \ln b$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $b > 0$ . Tính  $2a + b$ .

Đáp án: 3

#### Lời giải.

Ta có  $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx = \int_0^2 \left( x - 1 + \frac{1}{x+1} \right) dx = \left( \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| \right) \Big|_0^2 = \ln 3$ .

Suy ra  $a = 0, b = 3$ . Vậy  $2a + b = 3$ .

**CÂU 20.** Cho  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} = a\sqrt{b} - \frac{8}{3}\sqrt{a} + \frac{2}{3}, (a, b \in \mathbb{N}^*)$ . Tính  $a + 2b$ .

Đáp án: 8

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} &= \int_0^1 (\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}) dx \\ &= \frac{2}{3} \left( \sqrt{(x+2)^3} - \sqrt{(x+1)^3} \right) \Big|_0^1 = 2\sqrt{3} - \frac{8}{3}\sqrt{2} + \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Vậy  $a = 2, b = 3, a + 2b = 8$ .

**CÂU 21.** Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 mét so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật  $v(t) = 10t - t^2$ , trong đó  $t$  phút là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động,  $v(t)$  được tính theo đơn vị mét/phút. Tìm vận tốc  $v$  của khí cầu khi bắt đầu tiếp đất.

Đáp án: 9

**Lời giải.**

Gọi thời điểm khí cầu bắt đầu chuyển động là  $t = 0$ , thời điểm khinh khí cầu bắt đầu tiếp đất là  $t_1$ . Quãng đường khí cầu đi được từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm khinh khí cầu bắt đầu tiếp đất  $t_1$  là

$$\int_0^{t_1} (10t - t^2) dt = 5t_1^2 - \frac{t_1^3}{3} = 162 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 \approx -4,93 \\ t_1 \approx 10,93 \\ t_1 = 9. \end{cases}$$

Do  $v(t) \geq 0$  nên  $0 \leq t_1 \leq 10$ , suy ra chọn  $t_1 = 9$ .

Vậy khi bắt đầu tiếp đất vận tốc  $v$  của khí cầu là  $v(9) = 10 \cdot 9 - 9^2 = 9$  mét/phút.

**CÂU 22.** Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc  $v(t) = 7t$  m/s. Đi được 5 s người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a = -35$  m/s<sup>2</sup>. Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn? (quãng đường tính theo đơn vị m).

Đáp án: 105

**Lời giải.**

Quãng đường ô tô đi được trong 5 s đầu là  $s_1 = \int_0^5 7t dt = 7 \frac{t^2}{2} \Big|_0^5 = 87,5$ .

Phương trình vận tốc của ô tô khi người lái xe phát hiện chướng ngại vật là  $v_2(t) = 35 - 35t$ .

Khi xe dừng lại hẳn thì  $v_2(t) = 0 \Leftrightarrow 35 - 35t = 0 \Leftrightarrow t = 1$ .

Quãng đường ô tô đi được từ khi phanh gấp đến khi dừng lại hẳn là

$$s_2 = \int_0^1 (35 - 35t) dt = \left( 35t - 35 \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 17,5.$$

Do đó quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là

$$s = s_1 + s_2 = 87,5 + 17,5 = 105.$$

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

## NGUYỄN HÀM - TÍCH PHÂN

### KT TÍCH PHÂN — ĐỀ 4

#### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên khoảng  $K$  và  $a, b, c \in K$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

☐ A  $\int_a^a f(x) dx = 0$ .

☐ B  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$ .

☐ C  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ .

☐ D  $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$ .

**Lời giải.**

Mệnh đề sai là  $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$ .

Chọn đáp án ☒ D ..... □

**CÂU 2.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$ , biết  $\int_0^9 f(x) dx = 9$  và  $F(0) = 3$ . Tính  $F(9)$ .

☐ A  $F(9) = -6$ .

☐ B  $F(9) = 6$ .

☐ C  $F(9) = 12$ .

☐ D  $F(9) = -12$ .

**Lời giải.**

Ta có  $I = \int_0^9 f(x) dx = F(x) \Big|_0^9 = F(9) - F(0) = 9 \Leftrightarrow F(9) = 9 + F(0) = 9 + 3 = 12$ .

Chọn đáp án ☒ C ..... □

**CÂU 3.** Tính tích phân  $I = \int_0^1 x^{2018}(1+x) dx$ ?

☐ A  $I = \frac{1}{2017} + \frac{1}{2018}$ .

☐ B  $I = \frac{1}{2018} + \frac{1}{2019}$ .

☐ C  $I = \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021}$ .

☐ D  $I = \frac{1}{2019} + \frac{1}{2020}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $I = \int_0^1 x^{2018}(1+x) dx = \int_0^1 (x^{2018} + x^{2019}) dx = \left( \frac{x^{2019}}{2019} + \frac{x^{2020}}{2020} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2019} + \frac{1}{2020}$ .

Chọn đáp án ☒ D ..... □

**CÂU 4.** Tính  $\int_0^1 2e^x dx$ ?

☐ A  $I = e^2 - 2e$ .

☐ B  $I = 2e$ .

☐ C  $I = 2e + 2$ .

☐ D  $I = 2e - 2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\int_0^1 2e^x dx = 2e^x \Big|_0^1 = 2e - 2$ .

Chọn đáp án ☒ D ..... □

**CÂU 5.** Cho  $a \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ . Tính  $J = \int_0^a \frac{29}{\cos^2 x} dx$  theo  $a$ .

☐ A  $J = -29 \tan a$ .

☐ B  $J = \frac{1}{29} \tan a$ .

☐ C  $J = 29 \cot a$ .

☐ D  $J = 29 \tan a$ .

**Lời giải.**

Ta có  $J = \int_0^a \frac{29}{\cos^2 x} dx = 29 \tan x \Big|_0^a = 29 \tan a - 29 \tan 0 = 29 \tan a$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... ☐

**CÂU 6.** Tích phân  $I = \int_{-1}^2 |x^2 - 2x| dx$  có giá trị là

**(A)**  $I = \frac{8}{3}$ .

**(B)**  $I = \frac{4}{3}$ .

**(C)**  $I = 0$ .

**(D)**  $I = -\frac{4}{3}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $x = 2$ .

Bảng xét dấu

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
$x^2 - 2x$		$+$	$-$	$+$

$$\begin{aligned} I &= \int_{-1}^2 |x^2 - 2x| dx = \int_{-1}^0 (x^2 - 2x) dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx \\ &= \left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-1}^0 - \left( \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 \\ &= \left[ 0 - \left( -\frac{1}{3} - 1 \right) \right] - \left[ \left( \frac{8}{3} - 4 \right) - 0 \right] \\ &= \frac{8}{3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** ..... ☐

**CÂU 7.** Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$ ?

**(A)**  $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ .

**(B)**  $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$ .

**(C)**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**(D)**  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos 0 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**CÂU 8.** Tính tích phân  $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 4x}{x} dx$ ?

**(A)**  $I = \frac{29}{2}$ .

**(B)**  $I = -\frac{11}{2}$ .

**(C)**  $I = \frac{11}{2}$ .

**(D)**  $I = -\frac{29}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 4x}{x} dx = \int_1^2 (x + 4) dx = \frac{11}{2}$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**CÂU 9.** Cho tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x - 1 + \cos x) dx = \pi \left( \frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) + c$ , ( $a, b, c \in \mathbb{Q}$ ). Tính  $a - b + c$ .

**(A)** 1.

**(B)** -2.

**(C)**  $\frac{1}{3}$ .

**(D)**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x - 1 + \cos x) dx \\ &= (2x^2 - x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \frac{\pi}{2} + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ &= \frac{\pi^2}{2} - \frac{\pi}{2} + 1 \\ &= \pi \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\right) + 1. \end{aligned}$$

Suy ra  $a = 2, b = 2, c = 1$ .

Vậy  $a - b + c = 2 - 2 + 1 = 1$ .

Chọn đáp án (A) ..... □

**CÂU 10.** Cho  $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để  $I + 6 > 0$ ?

(A) 1.

(B) 5.

(C) 2.

(D) 3.

☞ **Lời giải.**

Ta có  $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx = (2x^2 - 2m^2x) \Big|_0^1 = -2m^2 + 2$ .

Khi đó  $I + 6 > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2 + 6 > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$ .

Mà  $m$  là số nguyên nên  $m \in \{-1; 0; 1\}$ .

Vậy có 3 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án (D) ..... □

**CÂU 11.** Cho  $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1, \int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$ . Khi đó  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng

(A)  $\frac{11}{7}$ .

(B)  $-\frac{5}{7}$ .

(C)  $\frac{6}{7}$ .

(D)  $\frac{16}{7}$ .

☞ **Lời giải.**

Ta có  $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1 \Leftrightarrow 3 \int_1^2 f(x) dx + 2 \int_1^2 g(x) dx = 1$ .

Và  $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3 \Leftrightarrow 2 \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 g(x) dx = -3$ .

Đặt  $a = \int_1^2 f(x) dx, b = \int_1^2 g(x) dx$  ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 3a + 2b = 1 \\ 2a - b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{7} \\ b = \frac{11}{7} \end{cases}$$

Vậy  $\int_1^2 f(x) dx = -\frac{5}{7}$ .

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 12.** Một vật chuyển động chậm với vận tốc  $v(t) = 160 - 10t$  (m/s). Quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm  $t = 0$  (s) đến thời điểm mà vật dừng lại là

(A) 160 (m).

(B) 1280 (m).

(C) 0 (m).

(D) 144 (m).

☞ **Lời giải.**

Vật dừng lại đồng nghĩa với  $v(t) = 0 \Leftrightarrow 160 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 16$  (s).

Quãng đường vật đi được là  $s(t) = \int_0^{16} (160 - 10t) dt = (160t - 5t^2) \Big|_0^{16} = 1280$  (m).

Chọn đáp án (B).....

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\int_{-1}^{10} f(x) \, dx = 15,$

$\int_3^5 f(x) \, dx = -2, \int_{-1}^{12} f(x) \, dx = 5.$

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_{10}^{-1} 2f(x) \, dx = 30.$		X
b) $\int_{10}^{12} [f(x) - 2] \, dx = -12.$		X
c) $\int_{-1}^3 f(x) \, dx + \int_5^{10} f(x) \, dx = 17.$	X	
d) Biết rằng $f(x) > 0, \forall x > 3; f(x) < 0, \forall x < 3$ và $\int_{-1}^{12}  f(x)  \, dx = 5.$ Khi đó $\int_{-1}^3 f(x) \, dx - \int_5^{12} f(x) \, dx = 3.$		X

Lời giải.

a) Sai. Vì  $\int_{10}^{-1} 2f(x) \, dx = -2 \int_{-1}^{10} f(x) \, dx = -2 \cdot 15 = -30.$

b) Sai. Vì

$$\begin{aligned} \int_{10}^{12} [f(x) - 2] \, dx &= \int_{10}^{12} f(x) \, dx - \int_{10}^{12} 2 \, dx \\ &= \int_{-1}^{12} f(x) \, dx - \int_{-1}^{10} f(x) \, dx - 4 \\ &= 5 - 15 - 4 \\ &= -14. \end{aligned}$$

c) Đúng. Vì  $\int_{-1}^3 f(x) \, dx + \int_5^{10} f(x) \, dx = \int_{-1}^{10} f(x) \, dx - \int_3^5 f(x) \, dx = 15 - (-2) = 17.$

d) Sai.

Ta có  $f(x) > 0, \forall x > 3; f(x) < 0, \forall x < 3.$

Suy ra  $\int_{-1}^{12} |f(x)| \, dx = - \int_{-1}^3 f(x) \, dx + \int_3^5 f(x) \, dx + \int_5^{12} f(x) \, dx = 5.$

Khi đó

$$\begin{aligned} \int_{-1}^3 f(x) \, dx - \int_5^{12} f(x) \, dx &= \int_3^5 f(x) \, dx - 5 \\ &= -2 - 5 \\ &= -7. \end{aligned}$$

Chọn đáp án a sai b sai c đúng d sai.....



**CÂU 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2 - 3}{x} & \text{khí } x \geq 1 \\ ax + b & \text{khí } -2 < x < 1 \\ x^2 + 4x - 4 & \text{khí } x \leq -2. \end{cases}$

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_{-5}^{-2} f(x) dx = -15.$	X	
b) $\int_3^4 f(x) dx = 14 + 3 \ln 3 - 6 \ln 2.$	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) $\int_0^1 f(x) dx = a + b.$		X
d) $\int_{-3}^0 f(x) dx = \frac{-53}{3}.$	X	

**Lời giải.**

a) Đúng. Vì  $\int_{-5}^{-2} f(x) dx = \int_{-5}^{-2} (x^2 + 4x - 4) dx = -15.$

b) Đúng. Vì  $\int_3^4 f(x) dx = \int_3^4 \frac{4x^2 - 3}{x} dx = \int_3^4 \left(4x - \frac{3}{x}\right) dx = 14 + 3 \ln 3 - 6 \ln 2.$

c) Sai. Vì  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (ax + b) dx = \left(\frac{ax^2}{2} + bx\right) \Big|_0^1 = \frac{a}{2} + b \neq a + b.$   
(Chỉ đúng với  $a = 0$ ).

d) Đúng. Vì  $\int_{-3}^0 f(x) dx = \int_{-3}^{-2} (x^2 + 4x - 4) dx + \int_{-2}^0 (ax + b) dx.$

Do hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ -2a + b = -8 \end{cases} \Rightarrow a = 3; b = -2.$$

Suy ra  $\int_{-3}^0 f(x) dx = \int_{-3}^{-2} (x^2 + 4x - 4) dx + \int_{-2}^0 (3x - 2) dx = \frac{-53}{3}.$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☒ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng

**CÂU 15.** Cho hàm số  $f(x); g(x)$  thỏa mãn  $\int_2^6 f(x) dx = 3; \int_2^6 g(x) dx = -2.$

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_2^6 [f(x) + g(x)] dx = 1.$	X	
b) $\int_2^6 [3f(x) - g(x) - 3] dx = 10.$		X
c) $\int_2^6 [3e^x - 2f(x)] dx = 3e^6 - 3e^2 - 6.$	X	
d) Biết $\int_2^6 \left[3g(x) - \frac{2x-3}{x^2}\right] dx = a + b \ln 3$ , với $a; b \in \mathbb{Q}$ . Khi đó $a^2 + 12b = -8.$		X

**Lời giải.**

a) Đúng. Vì  $\int_2^6 [f(x) + g(x)] dx = \int_2^6 f(x) dx + \int_2^6 g(x) dx = 3 - 2 = 1.$

b) Sai. Vì

$$\begin{aligned} & \int_2^6 [3f(x) - g(x) - 3] dx \\ &= 3 \int_2^6 f(x) dx - \int_2^6 g(x) dx - \int_2^6 3 dx \\ &= 3 \cdot 3 - (-2) - 12 = -1 \neq 10. \end{aligned}$$

c) Đúng. Vì  $\int_2^6 [3e^x - 2f(x)] dx = 3 \int_2^6 e^x dx - 2 \int_2^6 f(x) dx = 3e^6 - 3e^2 - 6$ .

d) Sai. Ta có

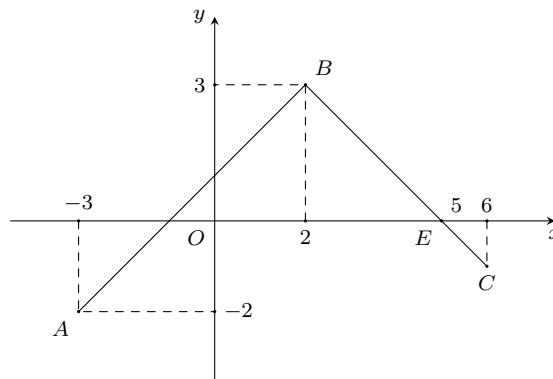
$$\begin{aligned} & \int_2^6 \left[ 3g(x) - \frac{2x-3}{x^2} \right] dx \\ &= 3 \int_2^6 g(x) dx - \int_2^6 \frac{2x-3}{x^2} dx = -6 - \left( 2 \ln |x| + \frac{3}{x} \right) \Big|_2^6 \\ &= -5 + 2 \ln 3. \end{aligned}$$

Suy ra  $a = -5$ ;  $b = 2$ .

Vậy  $a^2 + 12b = 25 + 24 = 49 \neq 25$ .

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d sai ..... □

**CÂU 16.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị hàm số  $(C): y = f'(x)$  trên đoạn  $[-3; 6]$  là đường gấp khúc như hình vẽ. Khi đó



Mệnh đề	Đ	S
a) $\int_{-3}^{-1} f'(x) dx = -2$ .	X	
b) $\int_0^1 f'(x) dx = \frac{3}{2}$ .	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) $f(2) - f(6) = 4$ .		X
d) $f(5) + f(-3) - 2f(2) = -10$ .		X

**Lời giải.**

a) Đúng.

Ta có  $A(-3; -2), B(2; 3) \Rightarrow AB: y = x + 1$ .

Khi đó  $\int_{-3}^{-1} f'(x) dx = \int_{-3}^{-1} (x + 1) dx = -2$ .

b) Đúng. Vì  $\int_0^1 f'(x) dx = \int_0^1 (x+1) dx = \frac{3}{2}$ .

c) Sai.

Ta có  $B(2;3), E(5;0) \Rightarrow BC: y = -x + 5$ .

Khi đó  $\int_2^6 f'(x) dx = \int_2^6 (-x+5) dx = 4$ .

Vì vậy  $f(2) - f(6) = -\int_2^6 f'(x) dx = -4$ .

d) Sai.

Ta có  $\int_{-3}^2 f'(x) dx = \int_{-3}^2 (x+1) dx = \frac{5}{2} = f(2) - f(-3)$ .

Mặt khác  $\int_2^5 f'(x) dx = \int_2^5 (-x+5) dx = \frac{9}{2} = f(5) - f(2)$ .

Vì vậy  $f(5) + f(-3) - 2f(2) = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = 2$ .

Chọn đáp án a đúng b đúng c sai d sai ..... □

### Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

**CÂU 17.** Cho  $\int_1^4 \sqrt{\frac{1}{4x} + \frac{\sqrt{x} + e^x}{\sqrt{x} \cdot e^{2x}}} dx = a + e^b - e^c$  với  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức  $S = a + b + c$ .

Đáp án: -4

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} \int_1^4 \sqrt{\frac{1}{4x} + \frac{\sqrt{x} + e^x}{\sqrt{x} \cdot e^{2x}}} dx &= \int_1^4 \sqrt{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2 + 2\frac{1}{2\sqrt{x} \cdot e^x} + \left(\frac{1}{e^x}\right)^2} dx \\ &= \int_1^4 \sqrt{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{e^x}\right)^2} dx \\ &= \int_1^4 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{e^x}\right) dx \\ &= (\sqrt{x} - e^{-x}) \Big|_1^4 \\ &= 1 - e^{-4} + e^{-1} \\ &= a + e^b - e^c. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -4. \end{cases}$$

Vậy  $a + b + c = 1 + (-1) + (-4) = -4$ .

**CÂU 18.** Tốc độ chuyển động của thang máy từ tầng 1 lên tầng cao nhất theo thời gian  $t$  (giây) được cho bởi công thức

$$v(t) = \begin{cases} t & \text{khi } 0 \leq t \leq 2 \\ 2 & \text{khi } 2 < t \leq 20 \\ 12 - 0,5t & \text{khi } 20 < t \leq 24. \end{cases}$$

Tính vận tốc trung bình của thang máy.

Đáp án: 1,75

**Lời giải.**

Quãng đường chuyển động của thang máy là

$$s = \int_0^{24} v(t) dt = \int_0^2 v(t) dt + \int_2^{20} v(t) dt + \int_{20}^{24} v(t) dt = \int_0^2 t dt + \int_2^{20} 2 dt + \int_{20}^{24} (12 - 0,5t) dt = 42.$$

Tốc độ trung bình của thang máy là  $v_{tb} = \frac{s}{t} = \frac{42}{24} = 1,75$  (m/s).

**CÂU 19.** Biết  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - 1 + \sin 2x) dx = \pi \left( \frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) + 1$ , ( $a, b \in \mathbb{Q}$ ). Tính  $a + 2b$ .

Đáp án: 12

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - 1 + \sin 2x) dx &= \left( \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2} \cos 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \cos \left( 2 \cdot \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{2} \\ &= \frac{\pi^2}{8} - \frac{\pi}{2} + 1 \\ &= \pi \left( \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2} \right) + 1. \end{aligned}$$

Suy ra  $a = 8$ ;  $b = 2$ .

Vậy  $a + 2b = 8 + 2 \cdot 2 = 12$ .

**CÂU 20.** Cho  $M, N$  là các số thực, xét hàm số  $f(x) = M \cdot \sin \pi x + N \cdot \cos \pi x$  thỏa mãn  $f(1) = 3$  và  $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = -\frac{1}{\pi}$ . Tính  $f' \left( \frac{1}{4} \right)$ . (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Đáp án: 11,1

**Lời giải.**

Ta có  $f(1) = 3 \Leftrightarrow M \cdot \sin \pi + N \cdot \cos \pi = 3 \Leftrightarrow N = -3$ .

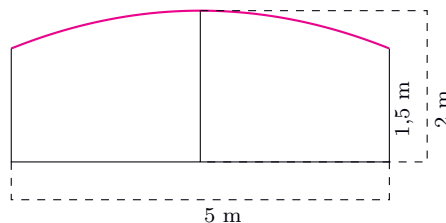
Mặt khác

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx &= -\frac{1}{\pi} \Leftrightarrow \int_0^{\frac{1}{2}} (M \cdot \sin \pi x + N \cdot \cos \pi x) dx = -\frac{1}{\pi} \\ &\Leftrightarrow \left( -\frac{M}{\pi} \cos \pi x - \frac{3}{\pi} \sin \pi x \right) \Big|_0^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{\pi} \\ &\Leftrightarrow -\frac{3}{\pi} + \frac{M}{\pi} = -\frac{1}{\pi} \\ &\Leftrightarrow M = 2. \end{aligned}$$

Ta được  $f(x) = 2 \cdot \sin \pi x - 3 \cdot \cos \pi x$  nên  $f'(x) = 2\pi \cos \pi x + 3\pi \sin \pi x$ .

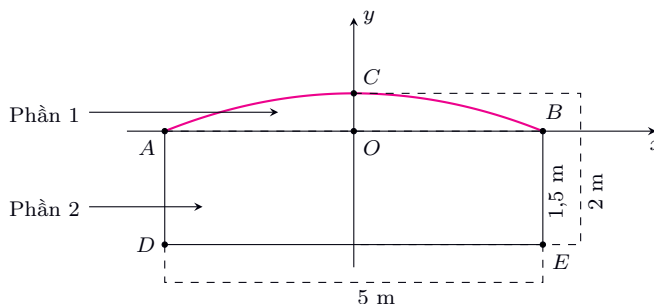
Vậy  $f' \left( \frac{1}{4} \right) = \frac{5\pi\sqrt{2}}{2} \approx 11,1$ .

**CÂU 21.** Ba Tí muốn làm cửa sắt được thiết kế như hình bên dưới. Vòm cổng có hình dạng là một Parabol. Giá 1 m<sup>2</sup> cửa sắt là 660 000 đồng. Cửa sắt có giá (nghìn đồng) là bao nhiêu?



Đáp án: 6050

**Lời giải.**



Từ hình vẽ ta chia cửa rào sắt ra thành 2 phần như trên.

Khi đó  $S = S_1 + S_2 = S_1 + 5 \cdot 1,5 = S_1 + 7,5$ .

Để tính  $S_1$  ta vận dụng kiến thức tính diện tích hình phẳng của tích phân.

Gắn hệ trục  $Oxy$  trong đó  $O$  trùng với trung điểm của  $AB$ ,  $OB \subset Ox$ ,  $OC \subset Oy$ .

Theo đề bài ta có đường cong có dạng hình Parabol. Giả sử  $(P): y = ax^2 + bx + c$ .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} A\left(-\frac{5}{2}; 0\right) \in (P) \\ B\left(\frac{5}{2}; 0\right) \in (P) \\ C\left(0; \frac{1}{2}\right) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{25}{4}a - \frac{5}{2}b + c = 0 \\ \frac{25}{4}a + \frac{5}{2}b + c = 0 \\ c = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{25} \\ b = 0 \\ c = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P): y = -\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}.$$

$$\text{Diện tích } S_2 = 2 \int_0^{2,5} \left(-\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}\right) dx = \frac{10}{6} \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$\Rightarrow S = \frac{55}{6} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy giá tiền cửa sắt là  $\frac{55}{6} \cdot 660\,000 = 6050$  (nghìn đồng).

**CÂU 22.** Một ô tô đang chạy đều với vận tốc 15 (m/s) thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái đạp phanh gấp. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $-a$  (m/s<sup>2</sup>). Tìm giá trị của  $a$  biết ô tô chuyển động thêm được 20 (m) thì dừng hẳn. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 5,63

**Lời giải.**

Gọi  $x(t)$  là hàm biểu diễn quãng đường,  $v(t)$  là hàm vận tốc.

$$\text{Ta có } \int_0^t (-a) dx = -at \Rightarrow v(t) = -at + 15.$$

$$\text{Mặt khác } x(t) - x(0) = \int_0^t v(t) dx = \int_0^t (-at + 15) dx = -\frac{1}{2}at^2 + 15t.$$

$$\Rightarrow x(t) = -\frac{1}{2}at^2 + 15t.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} v(t) = 0 \\ x(t) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -at + 15 = 0 \\ -\frac{1}{2}at^2 + 15t = 20 \end{cases} \Rightarrow -\frac{15}{2}t + 15t = 20 \Rightarrow t = \frac{8}{3}.$$

$$\Rightarrow a = \frac{45}{8} \approx 5,63.$$

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

# NGUYỄN HÀM - TÍCH PHÂN

## KT ỨNG DỤNG NGUYỄN HÀM - TÍCH PHÂN — ĐỀ 5

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính bởi công thức.

- ☐ A  $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$ 
☐ B  $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$ 
☐ C  $S = \int_a^b f(x) dx.$ 
☐ D  $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

**Lời giải.**

Công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  là

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Chọn đáp án ☒ D ..... ☐

**CÂU 2.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 3$  là

- ☐ A  $S = \pi \int_0^3 (x^2 - 4x + 3) dx.$ 
☐ B  $S = \pi \int_0^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$
- ☐ C  $S = \int_0^3 (x^2 - 4x + 3) dx.$ 
☐ D  $S = \int_0^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$

**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 3$  là

$$S = \int_0^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$$

Chọn đáp án ☒ D ..... ☐

**CÂU 3.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính bởi công thức

- ☐ A  $S = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$ 
☐ B  $S = \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$
- ☐ C  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$ 
☐ D  $S = \pi^2 \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Chọn đáp án ☒ C ..... ☐

**CÂU 4.**

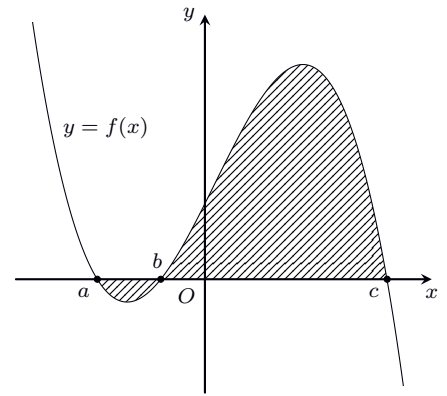
Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Diện tích  $S$  của hình phẳng trong phần gạch sọc được tính theo công thức

**A**  $S = -\int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx.$

**B**  $S = \int_a^c f(x)dx.$

**C**  $S = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx.$

**D**  $S = -\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx.$



**Lời giải.**

Diện tích  $S$  của hình phẳng trong phần gạch sọc được tính theo công thức là

$$S = -\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx.$$

Chọn đáp án **D**.....

**CÂU 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ). Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  được tính theo công thức

**A**  $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

**B**  $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

**C**  $V = \int_a^b |f(x)| dx.$

**D**  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

**Lời giải.**

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  được tính theo công thức là

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Chọn đáp án **D**.....

**CÂU 6.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = x^3 - 3x, y = x$  và hai đường thẳng  $x = -1, x = 3$  được xác định bởi công thức

**A**  $S = \int_{-1}^3 (x^3 - 3x + x) dx.$  **B**  $S = \int_{-1}^3 (x^3 - 3x - x) dx.$  **C**  $S = \int_{-1}^3 |x^3 - 3x + x| dx.$  **D**  $S = \int_{-1}^3 |x^3 - 4x| dx.$

**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = x^3 - 3x, y = x$  và  $x = -1, x = 3$  là

$$S = \int_{-1}^3 |x^3 - 3x - x| dx = \int_{-1}^3 |x^3 - 4x| dx.$$

Chọn đáp án **D**.....

**CÂU 7.**

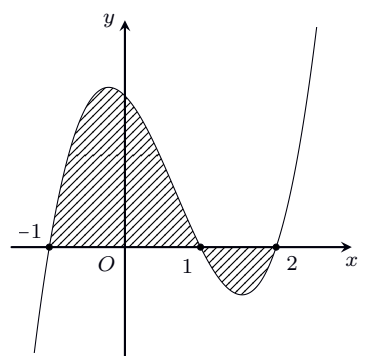
Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2$  (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A**  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

**B**  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

**C**  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

**D**  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$



**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$  là

$$S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$$

Chọn đáp án **(C)**..... ☐

**CÂU 8.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = x^3 + 2x + 1$ ,  $y = x^3 + x + 3$  và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 3$  được xác định bởi công thức

**(A)**  $S = \int_1^3 (2x^3 + 3x + 4) dx.$    **(B)**  $S = \int_1^3 (x - 2) dx.$    **(C)**  $S = \int_1^3 |x - 2| dx.$    **(D)**  $S = \int_1^3 |2x^3 + 3x + 4| dx.$

**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = x^3 + 2x + 1$ ,  $y = x^3 + x + 3$ ,  $x = 1$ ,  $x = 3$  là

$$S = \int_1^3 |x^3 + 2x + 1 - (x^3 + x + 3)| dx = \int_1^3 |x - 2| dx.$$

Chọn đáp án **(C)**..... ☐

**CÂU 9.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2 + 2x$  và  $y = -x + 4$  bằng

**(A)**  $\frac{13}{2}.$    **(B)**  $\frac{63}{2}.$    **(C)**  $\frac{205}{6}.$    **(D)**  $\frac{125}{6}.$

**Lời giải.**

☑ Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số  $y = x^2 + 2x$  và  $y = -x + 4$  là

$$x^2 + 2x = -x + 4 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4. \end{cases}$$

☑ Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-4}^1 |x^2 + 2x - (-x + 4)| dx \\ &= \int_{-4}^1 |x^2 + 3x - 4| dx \\ &= \int_{-4}^1 |x^2 + 3x - 4| dx \\ &= \int_{-4}^1 (4 - 3x - x^2) dx \\ &= \left( 4x - \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_{-4}^1 = \frac{125}{6}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**..... ☐

**CÂU 10.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + x - 1$  và  $y = x^4 + x - 1$  là

**(A)**  $\frac{8}{15}.$    **(B)**  $\frac{7}{15}.$    **(C)**  $\frac{2}{5}.$    **(D)**  $\frac{4}{15}.$

**Lời giải.**

☑ Phương trình hoành độ giao điểm của  $y = x^2 + x - 1$  và  $y = x^4 + x - 1$  là

$$x^2 + x - 1 = x^4 + x - 1 \Leftrightarrow x^2 - x^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$



☑ Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^1 |x^2 - x^4| dx \\ &= \int_{-1}^0 |x^2 - x^4| dx + \int_0^1 |x^2 - x^4| dx \\ &= \left| \int_{-1}^0 (x^2 - x^4) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^2 - x^4) dx \right| \\ &= \left| \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^0 \right| + \left| \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1 \right| \\ &= \frac{2}{15} + \frac{2}{15} = \frac{4}{15}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**CÂU 11.** Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x - x^2$  và trục hoành khi quay quanh trục hoành.

**(A)**  $\frac{85\pi}{7}$ .

**(B)**  $\frac{8\pi}{7}$ .

**(C)**  $\frac{81\pi}{10}$ .

**(D)**  $\frac{41\pi}{7}$ .

💬 **Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = 3x - x^2$  và trục hoành là

$$3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$$

Thể tích của khối tròn xoay là  $V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \frac{81\pi}{10}$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**CÂU 12.** Giá trị dương của tham số  $m$  sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = 2x + 3$  và các đường thẳng  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = m$  bằng 10 là

**(A)**  $m = \frac{7}{2}$ .

**(B)**  $m = 5$ .

**(C)**  $m = 2$ .

**(D)**  $m = 1$ .

💬 **Lời giải.**

Vì  $m > 0$  nên  $2x + 3 > 0$ ,  $\forall x \in [0; m]$ .

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2x + 3$  và các đường thẳng  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = m$  là

$$S = \int_0^m (2x + 3) dx = (x^2 + 3x) \Big|_0^m = m^2 + 3m.$$

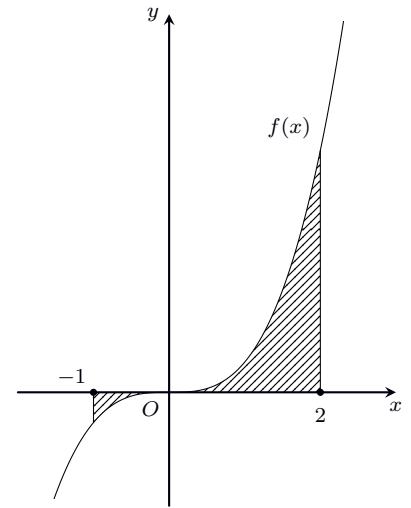
Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} S = 10 &\Leftrightarrow m^2 + 3m = 10 \\ &\Leftrightarrow m^2 + 3m - 10 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow m = 2 \text{ (do } m > 0). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 13.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , và hình phẳng  $(H)$  được gạch chéo như hình vẽ. Đặt  $a = \int_{-1}^0 f(x)dx$ ,  $b = \int_0^2 f(x)dx$ .



Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng $(H)$ được giới hạn bởi các đường $x = -1$ , $x = 2$ , $y = f(x)$ .		X
b) Hình phẳng $(H)$ có diện tích $S = \left  \int_{-1}^2 f(x)dx \right $ .		X
c) Hình phẳng $(H)$ có diện tích $S = b - a$ .	X	
d) $\int_{-1}^2 f(x)dx > 0$ .	X	

**Lời giải.**

a) Sai.

Ta có hình phẳng  $(H)$  được giới hạn bởi các đường  $x = -1$ ,  $x = 2$ ,  $y = f(x)$  và trục  $Ox$ .

b) Sai.

Hình phẳng  $(H)$  có diện tích  $S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx$ .

c) Đúng.

Hình phẳng  $(H)$  có diện tích  $S = b - a$ .

d) Đúng.

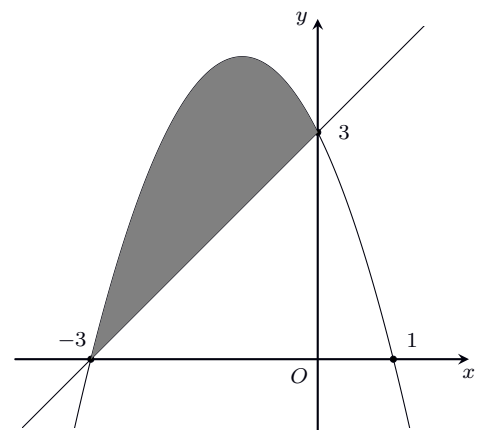
Ta có  $b > a$  nên  $S > 0$  hay  $\int_{-1}^2 f(x)dx > 0$ .

Chọn đáp án a sai b sai c đúng d đúng ..... □

**CÂU 14.**

Cho đồ thị của hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và phần tô màu như hình vẽ.

Mệnh đề	Đ	S
a) Phần hình phẳng tô màu được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ , $y = g(x)$ , $x = -3$ , $x = 3$ .		X
b) Hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$ , trục $Ox$ có diện tích $S_1 = \frac{32}{3}$ .	X	
c) Phần hình phẳng tô màu có diện tích $S_2 = \frac{9}{2}$ .	X	
d) Quay hình phẳng tô màu quanh trục $Ox$ ta được khối tròn xoay có thể tích $V = \frac{9}{2}\pi$ .		X



**Lời giải.**

a) Sai.

Phần hình phẳng tô màu được giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $x = -3$ ,  $x = 0$ .

b) Đúng.

Từ đồ thị suy ra  $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ ,  $g(x) = x + 3$ .

Suy ra diện tích  $S_1 = \int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3) dx = \frac{32}{3}$ .

c) Đúng.

Phần hình phẳng tô màu có diện tích  $S_2 = \int_{-3}^0 (f(x) - g(x)) dx = \frac{9}{2}$ .

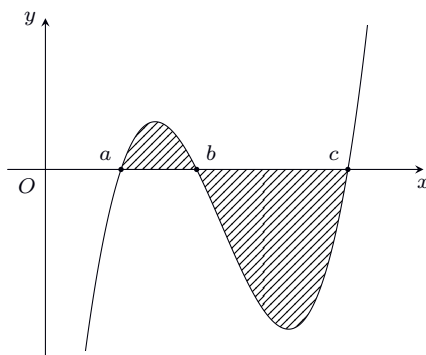
d) Sai.

Quay hình phẳng tô màu quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{-3}^0 [(-x^2 - 2x + 3)^2 - (x + 3)^2] dx \\ &= \pi \int_{-3}^0 (x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 18x) dx \\ &= \pi \left( \frac{x^5}{5} + x^4 - x^3 - 9x^2 \right) \Big|_{-3}^0 = \frac{108\pi}{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☒ c đúng ☐ d sai

**CÂU 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(x)$  cắt trục  $Ox$  tại ba điểm có hoành độ  $a < b < c$  như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng gạch sọc được giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và trục $Ox$ .	X	
b) Diện tích hình phẳng gạch sọc $S = \int_a^b f'(x)dx - \int_b^c f'(x)dx$ .		X
c) $\int_a^b f'(x)dx < \int_b^c f'(x)dx$ .		X
d) $f(b) > f(a) > f(c)$ .	X	

**Lời giải.**

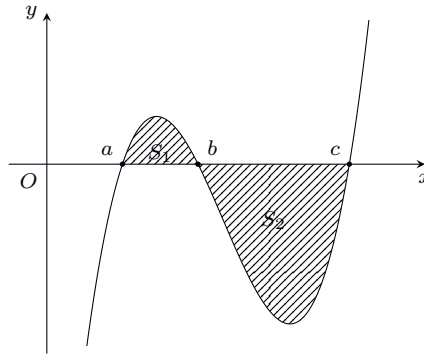
a) Đúng.

Hình phẳng gạch sọc được giới hạn bởi các đường  $y = f'(x)$  và trục  $Ox$ .

b) Sai.

Diện tích hình phẳng gạch sọc phải là  $S = \int_a^b f'(x)dx - \int_b^c f'(x)dx$ .

c) Sai.



Ta có diện tích  $S_1 = \int_a^b f'(x)dx$ , diện tích  $S_2 = -\int_b^c f'(x)dx$ .

Từ hình vẽ ta có  $S_1 < S_2 \Leftrightarrow \int_a^b f'(x)dx < -\int_b^c f'(x)dx$ .

d) Đúng.

Ta có  $\int_a^b f'(x)dx < -\int_b^c f'(x)dx \Leftrightarrow f(b) - f(a) < f(b) - f(c) \Leftrightarrow f(a) > f(c)$ .

Mặt khác, từ đồ thị hàm  $f'(x)$  ta có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$a$		$b$		$c$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(a)$		$f(b)$	$f(c)$		$+\infty$	

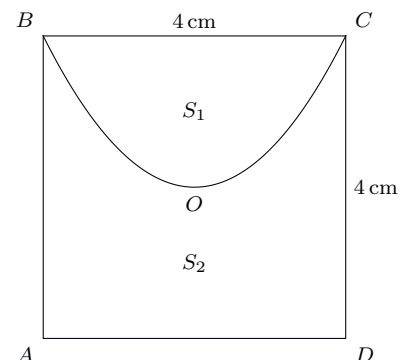
Suy ra  $f(b)$  lớn hơn  $f(a)$  và  $f(c)$ .

Vậy  $f(b) > f(a) > f(c)$ .

Chọn đáp án a đúng b sai c sai d đúng ..... □

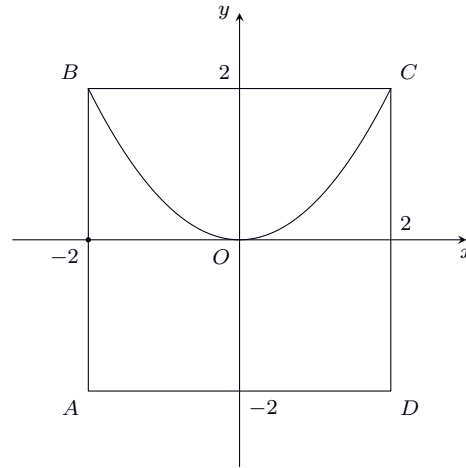
**CÂU 16.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$ , độ dài cạnh là 4 cm. Đường cong  $BOC$  là một phần của parabol đỉnh  $O$  chia hình vuông thành hai hình phẳng có diện tích lần lượt là  $S_1$  và  $S_2$  (tham khảo hình vẽ).

Mệnh đề	Đ	S
a) Diện tích hình phẳng $S_1 = 4$ .		X
b) Diện tích hình phẳng $S_2 = 12$ .		X
c) $S_2 = 2S_1$ .	X	
d) $S_2 = 3S_1$ .		X



**Lời giải.**

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Ta có phương trình parabol (P):  $y = \frac{1}{2}x^2$ .

Suy ra  $S_1 = \int_{-2}^2 \left(2 - \frac{1}{2}x^2\right) dx = \frac{16}{3}$  (đvdt).

Diện tích hình vuông ABCD là  $S_{ABCD} = 4^2 = 16$  (đvdt).

Do đó diện tích  $S_2$  là  $S_2 = S_{ABCD} - S_1 = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$  (đvdt).

Vậy tỉ số  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{16}{3} : \frac{32}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_2 = 2S_1$ .

Khi đó, ta có

- a) Sai.
- b) Sai.
- c) Đúng.
- d) Sai.

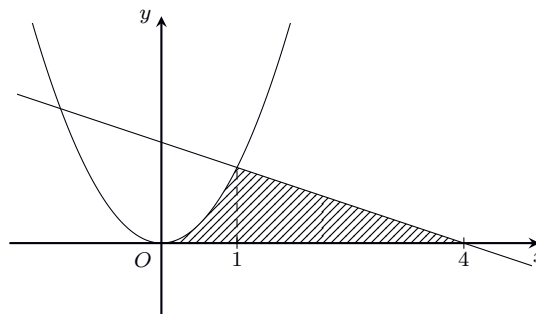
Chọn đáp án a sai b sai c đúng d sai ..... □

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 17.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2$ ,  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$  và trục hoành (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 1,83

**Lời giải.**



Phương trình hoành độ giao điểm của các đường là

☑  $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ .

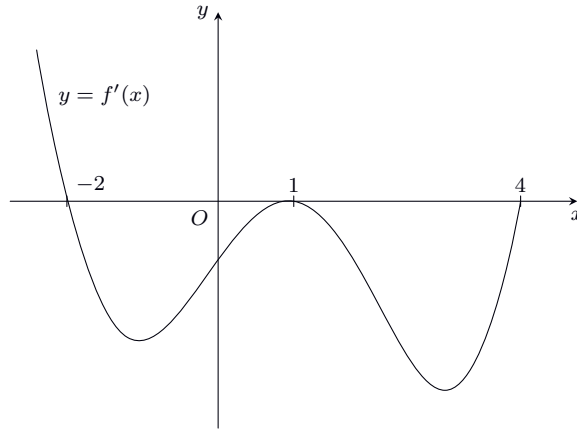
☑  $-\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = 4$ .

☑  $x^2 = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3x^2 + x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}$ .

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^4 \left(-\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}\right) dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + \left(-\frac{1}{6}x^2 + \frac{4}{3}x\right) \Big|_1^4 = \frac{11}{6} \approx 1,83.$$

**CÂU 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới đây.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục  $Ox$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  trên đoạn  $[-2; 1]$  và  $[1; 4]$  lần lượt bằng 9 và 12. Cho biết  $f(1) = 3$ . Tính giá trị biểu thức  $P = f(-2) + f(4)$ .

Đáp án: 3

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \int_{-2}^1 |f'(x)| dx = 9 \Leftrightarrow \int_{-2}^1 f'(x) dx = -9 \Rightarrow f(1) - f(-2) = -9.$$

$$\text{Mà } f(1) = 3 \Rightarrow f(-2) = 12.$$

$$\text{Ta có } \int_1^4 |f'(x)| dx = 12 \Leftrightarrow \int_1^4 f'(x) dx = -12 \Rightarrow f(4) - f(1) = -12.$$

$$\text{Mà } f(1) = 3 \Rightarrow f(4) = -9.$$

$$\text{Vậy } P = f(-2) + f(4) = 3.$$

**CÂU 19.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  với  $a, b, c$  là các số thực. Biết hàm số  $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$  có hai giá trị cực trị là 5 và 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = \frac{f(x)}{g(x) + 6}$  và  $y = 1$ , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Đáp án: 2,08

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } f'''(x) = 6, \text{ khi đó } g'(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) = f'(x) + f''(x) + 6.$$

Giả sử  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) là hai điểm cực trị của hàm số  $g(x)$ .

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \text{ và } -5 \text{ và } 2 \text{ là hai giá trị cực trị của hàm số } g(x) \text{ nên } \begin{cases} g(x_1) = 2 \\ g(x_2) = -5. \end{cases}$$

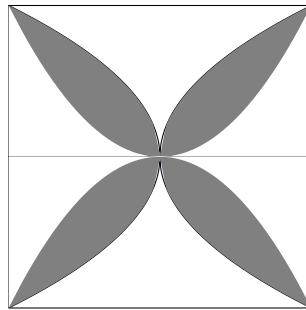
Phương trình hoành độ giao điểm của  $y = \frac{f(x)}{g(x) + 6}$  và  $y = 1$  là

$$\begin{aligned} \frac{f(x)}{g(x) + 6} &= 1 \Leftrightarrow g(x) + 6 = f(x) \\ &\Leftrightarrow f(x) + f'(x) + f''(x) + 6 = f(x) \\ &\Leftrightarrow f'(x) + f''(x) + 6 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_2} \left| \frac{f(x)}{g(x)+6} - 1 \right| dx \\ &= \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x) + f''(x) + 6}{g(x)+6} dx \right| \\ &= \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{g'(x)}{g(x)+6} dx \right| \\ &= \left| \ln |g(x)+6| \right|_{x_1}^{x_2} \\ &= |\ln |g(x_2)+6| - \ln |g(x_1)+6|| \\ &= \ln 8 \approx 2,08. \end{aligned}$$

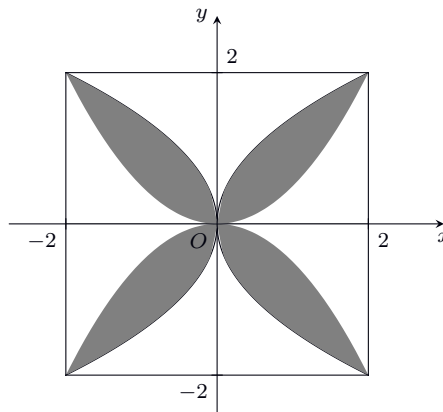
**CÂU 20.** Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng  $\frac{a}{b}$  (cm<sup>2</sup>), với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản thì  $a$  bằng bao nhiêu?

Đáp án: 400

**Lời giải.**



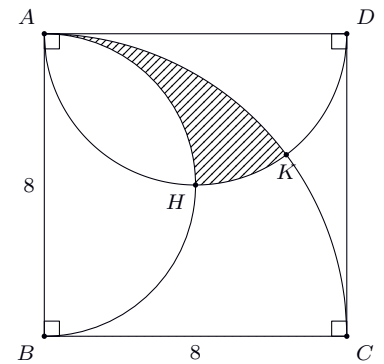
Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng 10 cm=1 dm), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $y = -\frac{x^2}{2}$ ,  $x = \frac{y^2}{2}$ ,  $x = -\frac{y^2}{2}$ .

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $y = \sqrt{2x}$  và hai đường thẳng  $x = 0$ ;  $x = 2$ .  
Do đó diện tích một cánh hoa bằng

$$\begin{aligned} \int_0^2 \left( \sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx &= \left( \frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{(2x)^3} - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^2 \\ &= \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2). \end{aligned}$$

Suy ra  $a = 400$ .

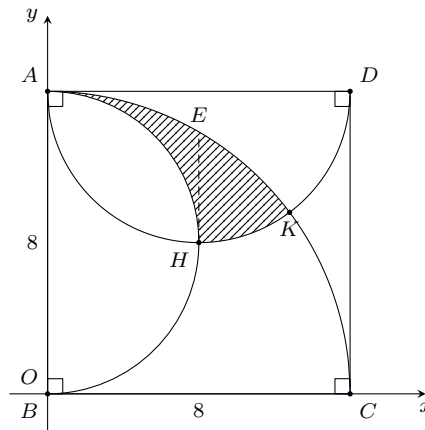
**CÂU 21.** Một bức tường lớn kích thước  $8\text{m} \times 8\text{m}$  trước đại sảnh của một tòa biệt thự được sơn các loại sơn đặc biệt. Người ta vẽ hai nửa đường tròn đường kính  $AD$ ,  $AB$  cắt nhau tại  $H$ ; đường tròn tâm  $D$ , bán kính  $AD$ , cắt nửa đường tròn đường kính  $AB$  tại  $K$ . Biết tam giác cong  $AHK$  được sơn màu xanh và các phần còn lại được sơn màu trắng (như hình vẽ) và một mét vuông sơn trắng, sơn xanh lần lượt có giá là 1 triệu đồng và 1,5 triệu đồng. Số tiền phải trả là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn đến hàng triệu).



Đáp án: 67

**Lời giải.**

Chọn hệ tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ sau



Dễ thấy cung  $AB$  có phương trình  $y = f(x) = 8 - \sqrt{16 - (x-4)^2}$ ; cung  $AH$  có phương trình  $y = g(x) = 4 + \sqrt{16 - x^2}$ ; cung  $AC$  có phương trình  $y = h(x) = \sqrt{64 - x^2}$  và tọa độ các điểm  $H(4; 4)$  và  $K\left(6,4; \frac{24}{5}\right)$ .

Diện tích tam giác  $AHK$  là

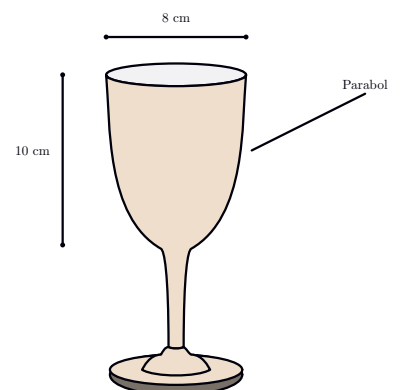
$$\begin{aligned} S &= S_{AHE} + S_{HEX} \\ &= \int_0^4 (\sqrt{64 - x^2} - 4 - \sqrt{16 - x^2}) dx + \int_4^{6.4} (\sqrt{64 - x^2} - 8 + \sqrt{16 - (x-4)^2}) dx \\ &\approx 6,255085231. \end{aligned}$$

Số tiền cần trả là  $S \cdot 1,5 + (8^2 - S) \cdot 1 = 67,12754262$ .

Vậy số tiền cần trả là 67 (triệu đồng).

**CÂU 22.**

Một cốc có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của mặt bên trong cốc (bổ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).



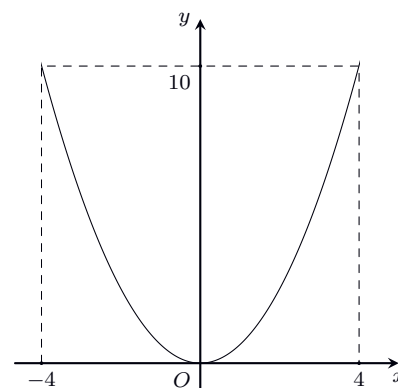
Đáp án: 251

**Lời giải.**



Parabol có phương trình  $y = \frac{5}{8}x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{5}y$ .

Thể tích tối đa cốc  $V = \pi \int_0^{10} \left(\frac{8}{5}y\right) \cdot dy \approx 251$ .



Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

# NGUYỄN HÀM - TÍCH PHÂN

## KT ỨNG DỤNG NGUYỄN HÀM - TÍCH PHÂN — ĐỀ 6

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sin x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 2\pi$  được xác định bởi công thức

- ☐ A  $S = \int_0^{2\pi} \sin x \, dx.$ 
☐ B  $S = \pi \int_0^{2\pi} \sin x \, dx.$ 
☐ C  $S = \pi \int_0^{2\pi} \sin^2 x \, dx.$ 
☒ D  $S = \int_0^{2\pi} |\sin x| \, dx.$

**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng được tính theo công thức

$$S = \int_0^{2\pi} |\sin x| \, dx.$$

Chọn đáp án ☒ D ..... □

**CÂU 2.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = x^2 - 4$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 3$  bằng

- ☐ A  $\frac{23}{3}.$ 
☐ B  $S = 3.$ 
☐ C  $\frac{7}{3}.$ 
☒ D  $\frac{16}{3}.$

**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng là

$$S = \int_0^3 |x^2 - 4| \, dx = \frac{23}{3}.$$

Chọn đáp án ☒ A ..... □

**CÂU 3.** Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng  $y = \sqrt{x}$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 1$  và  $x = 2$ . Khi quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào?

- ☐ A  $V = \pi \int_1^2 x \, dx.$ 
☐ B  $V = \pi \int_1^2 \sqrt{x} \, dx.$ 
☐ C  $V = \pi^2 \int_1^2 x \, dx.$ 
☒ D  $V = \int_1^2 |\sqrt{x}| \, dx.$

**Lời giải.**

Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng được tính theo công thức

$$V = \pi \int_1^2 (\sqrt{x})^2 \, dx = \pi \int_1^2 x \, dx.$$

Chọn đáp án ☒ A ..... □

**CÂU 4.**

Hình phẳng ( $H$ ) được giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba và trục hoành được chia thành hai phần có diện tích lần lượt là  $S_1$  và  $S_2$  (như hình vẽ).

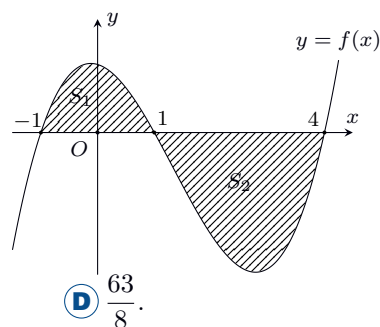
Biết  $\int_{-1}^1 f(x) \, dx = \frac{8}{3}$  và  $\int_1^4 f(x) \, dx = -\frac{63}{8}$ . Khi đó diện tích  $S$  của hình phẳng ( $H$ ) bằng

- ☐ A  $\frac{125}{24}.$ 
☐ B  $\frac{8}{3}.$ 
☐ C  $\frac{253}{24}.$ 
☒ D  $\frac{63}{8}.$

**Lời giải.**

Ta có

$$S_1 = \int_{-1}^1 f(x) \, dx = \frac{8}{3}; S_2 = -\int_1^4 f(x) \, dx = \frac{63}{8}.$$



Suy ra  $S = S_1 + S_2 = \frac{8}{3} + \frac{63}{8} = \frac{253}{24}$ .

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 5.** Hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = -x^2 + 9$ ,  $y = 0$ ,  $x = -3$ ,  $x = 3$  quay quanh trục  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay có thể tích  $V$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A)  $V = \int_{-3}^3 |-x^2 + 9| dx$ . (B)  $V = \pi \int_{-3}^3 |-x^2 + 9| dx$ . (C)  $V = \int_{-3}^3 (-x^2 + 9)^2 dx$ . (D)  $V = \pi \int_{-3}^3 (-x^2 + 9)^2 dx$ .

**Lời giải.**

Thể tích khối tròn xoay là

$$V = \pi \int_{-3}^3 (-x^2 + 9)^2 dx.$$

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 6.** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -2$ ,  $x = 2$  bằng

(A)  $S = \pi \int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx$ . (B)  $S = \int_{-2}^2 |x^2 - 4| dx$ . (C)  $S = \int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx$ . (D)  $S = \pi \int_{-2}^2 (x^2 - 4)^2 dx$ .

**Lời giải.**

Diện tích của hình phẳng là

$$S = \int_{-2}^2 |x^2 - 4| dx.$$

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 7.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = x^2 - 4x + 5$  và đường thẳng  $y = x + 1$  được tính theo công thức nào sau đây?

(A)  $S = \int_1^4 (x^2 - 5x + 4) dx$ . (B)  $S = \int_1^4 (x^2 - 5x + 4)^2 dx$ .  
(C)  $S = \int_1^4 |x^2 - 5x + 4| dx$ . (D)  $S = \int_1^4 (x^2 + 5x + 4) dx$ .

**Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol  $y = x^2 - 4x + 5$  và đường thẳng  $y = x + 1$  là

$$x^2 - 4x + 5 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = x^2 - 4x + 5$  và đường thẳng  $y = x + 1$  là

$$S = \int_1^4 |x^2 - 4x + 5 - (x + 1)| dx = \int_1^4 |x^2 - 5x + 4| dx.$$

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 8.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2$  và đường thẳng  $y = 2x$  là

(A)  $\frac{4}{3}$ . (B)  $\frac{5}{3}$ . (C)  $\frac{3}{2}$ . (D)  $\frac{23}{15}$ .

**Lời giải.**

Xét phương trình  $x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

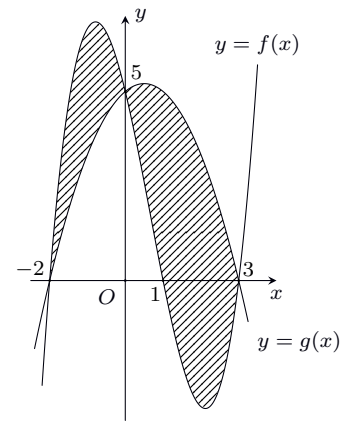
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2$  và đường thẳng  $y = 2x$  là

$$S = \int_0^2 |x^2 - x| dx = \left| \int_0^2 (x^2 - x) dx \right| = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 9.**

Diện tích phần hình phẳng phần gạch sọc trong hình vẽ được tính theo công thức nào dưới đây?



- ☐ A  $\int_{-2}^3 [f(x) - g(x)] \, dx.$   
☐ B  $\int_{-2}^5 [f(x) - g(x)] \, dx + \int_5^3 [g(x) - f(x)] \, dx.$   
☐ C  $\int_{-2}^0 [f(x) - g(x)] \, dx + \int_0^3 [g(x) - f(x)] \, dx.$   
☐ D  $\int_{-2}^0 [g(x) - f(x)] \, dx + \int_0^3 [f(x) - g(x)] \, dx.$

**Lời giải.**

Diện tích phần hình phẳng là

$$\int_{-2}^0 [f(x) - g(x)] \, dx + \int_0^3 [g(x) - f(x)] \, dx.$$

Chọn đáp án ☒ C ..... ☐

**CÂU 10.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $y = -x^3$  và  $y = x^2 - 2x$  là

- ☐ A  $S = \frac{9}{4}.$       ☐ B  $S = \frac{7}{3}.$       ☐ C  $S = \frac{37}{12}.$       ☐ D  $S = \frac{4}{3}.$

**Lời giải.**

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình

$$-x^3 = x^2 - 2x \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^0 |(x^3 + x^2 - 2x)| \, dx + \int_0^1 |(x^3 + x^2 - 2x)| \, dx \\ &= \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) \, dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) \, dx \\ &= \left( \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left( \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 \\ &= \frac{37}{12}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án ☒ C ..... ☐

**CÂU 11.** Thể tích vật tròn xoay khi quay hình phẳng ( $H$ ) xác định bởi các đường  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 3$  quanh trục  $Ox$  là

- ☐ A  $\frac{81\pi}{35}.$       ☐ B  $\frac{81}{35}.$       ☐ C  $\frac{71\pi}{35}.$       ☐ D  $\frac{71}{35}.$

**Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{3}x^3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$$

$$V = \pi \int_0^3 \left( \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right)^2 \, dx = \pi \int_0^3 \left( \frac{1}{9}x^6 - \frac{2}{3}x^5 + x^4 \right) \, dx = \frac{81\pi}{35}.$$

Chọn đáp án ☒ A ..... ☐

**CÂU 12.** Cho  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x - 2$  và trục hoành. Biết diện tích của  $(H)$  bằng  $\frac{a}{b}$ .

Tính giá trị biểu thức  $T = a + b$ .

(A)  $T = 11$ .

(B)  $T = 13$ .

(C)  $T = 10$ .

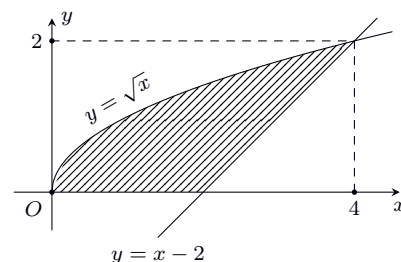
(D)  $T = 19$ .

**Lời giải.**

Diện tích của  $(H)$  bằng

$$S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \frac{10}{3}.$$

Vậy  $a = 10$ ;  $b = 3 \Rightarrow a + b = 13$ .

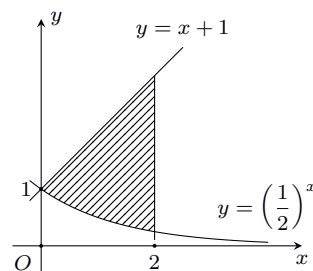


Chọn đáp án (B) ..... □

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 1.**

Cho đồ thị hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $y = x + 1$  và hình phẳng được gạch sọc như hình vẽ.



Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng được gạch sọc giới hạn bởi các đường $x = 0$ ; $x = 2$ ; $y = x + 1$ ; $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .	X	
b) Gọi $S_1$ là diện hình phẳng giới hạn bởi trục $Ox$ , hai đường thẳng $x = 0$ , $x = 2$ và đồ thị hàm số $y = x + 1$ . Khi đó $S_1 = 4$ .	X	
c) Gọi $S_2$ là diện hình phẳng giới hạn bởi trục $Ox$ , hai đường thẳng $x = 0$ , $x = 2$ và đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ . Khi đó $S_2 = \frac{3}{\ln 2}$ .		X
d) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $x = 0$ ; $x = 2$ ; $y = x + 1$ ; $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ bằng $4 - \frac{3}{\ln 2}$ .		X

**Lời giải.**

a) Đúng. Hình phẳng được gạch sọc giới hạn bởi các đường  $x = 0$ ;  $x = 2$ ;  $y = x + 1$ ;  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

b) Đúng. Gọi  $S_1$  là diện hình phẳng giới hạn bởi trục  $Ox$ , hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 2$  và đồ thị hàm số  $y = x + 1$ . Khi đó  $S_1 = \int_0^2 (x + 1) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x\right)\Big|_0^2 = 2 + 2 = 4$ .

c) Sai. Gọi  $S_2$  là diện hình phẳng giới hạn bởi trục  $Ox$ , hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 2$  và đồ thị hàm số  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ . Khi đó  $S_2 = \int_0^2 \left(\frac{1}{2}\right)^x dx = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x}{\ln \frac{1}{2}}\Big|_0^2 = \frac{\frac{1}{4} - 1}{-\ln 2} = \frac{3}{4 \ln 2}$ .

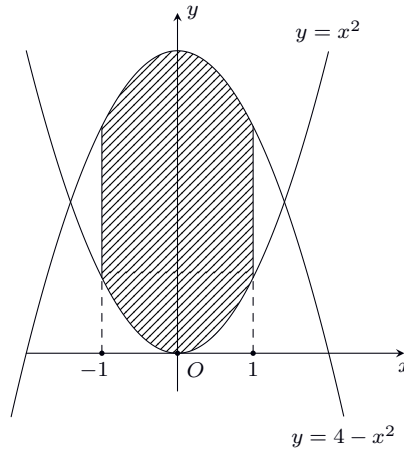
d) Sai. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $x = 0$ ;  $x = 2$ ;  $y = x + 1$ ;  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

Ta có  $x + 1 > \left(\frac{1}{2}\right)^x$  với mọi  $x \in [0; 2]$ .

Do đó  $S = S_1 - S_2 = 4 - \frac{3}{4 \ln 2}$ .

Chọn đáp án ☒ a đúng ☒ b đúng ☐ c sai ☐ d sai ..... □

**CÂU 2.** Cho đồ thị các hàm số  $y = 4 - x^2$ ,  $y = x^2$ .



Mệnh đề	Đ	S
a) Hình phẳng được gạch sọc, giới hạn bởi các đường $x = -1$ ; $x = 2$ ; $y = x^2$ ; $y = 4 - x^2$ .		X
b) Gọi $S_1$ là diện hình phẳng giới hạn bởi trục $Ox$ , hai đường thẳng $x = -1$ , $x = 1$ và đồ thị hàm số $y = 4 - x^2$ . Khi đó $S_1 = \frac{22}{3}$ .		X
c) Gọi $S_2$ là diện hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ ; $y = 4 - x^2$ . Khi đó $S_2 = 16\sqrt{2}$ .		X
d) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $x = -1$ ; $x = 1$ ; $y = x^2$ ; $y = 4 - x^2$ là $S = \frac{20}{3}$ .		X

### Lời giải.

a) Sai. Hình phẳng được gạch sọc, giới hạn bởi các đường  $x = -1$ ;  $x = 1$ ;  $y = x^2$ ;  $y = 4 - x^2$ .

b) Đúng.  $S_1 = \int_{-1}^1 |4 - x^2| dx = \int_{-1}^1 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_{-1}^1 = \frac{22}{3}$ .

c) Sai. Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^2 = 4 - x^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2. \end{cases}$$

Do đó

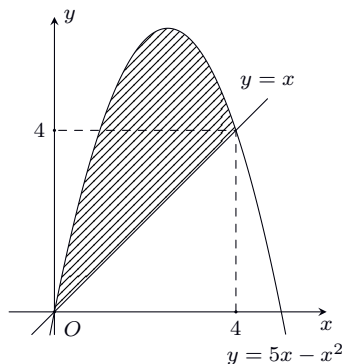
$$\begin{aligned} S_2 &= \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} |(4 - x^2) - x^2| dx = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} |4 - 2x^2| dx = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (4 - 2x^2) dx \\ &= \left(4x - \frac{2x^3}{3}\right) \Big|_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = \frac{16\sqrt{2}}{3}. \end{aligned}$$

d) Đúng. Ta có

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^1 |(4 - x^2) - x^2| dx = \int_{-1}^1 |4 - 2x^2| dx = \int_{-1}^1 (4 - 2x^2) dx \\ &= \left(4x - \frac{2x^3}{3}\right) \Big|_{-1}^1 = \frac{20}{3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án a sai b sai c sai d sai ..... □

**CÂU 3.** Cho đồ thị hàm số  $y = 5x - x^2$ , đường thẳng  $y = x$  và phần hình phẳng được gạch sọc như hình vẽ



Mệnh đề	Đ	S
a) Diện tích phần hình phẳng được gạch sọc trong hình vẽ là $\frac{32}{3}$ .	X	
b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 5x - x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 5$ là $\frac{125}{3}$ .		X
c) Thể tích khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 5x - x^2$ và đường thẳng $y = x$ quanh trục $Ox$ là $\frac{384\pi}{5}$ .	X	
d) Thể tích khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = x$ , trục $Ox$ , hai đường thẳng $x = 2, x = 5$ quanh trục $Ox$ là $39\pi$ .	X	

**Lời giải.**

a) Đúng. Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$5x - x^2 = x \Leftrightarrow 4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng được gạch sọc giới hạn bởi hai đường là

$$\int_0^4 (5x - x^2 - x) dx = \int_0^4 (4x - x^2) dx = \left( 2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3}.$$

b) Sai. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = 5x - x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 5$  là

$$\int_0^5 (5x - x^2) dx = \left( \frac{5x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^5 = \frac{125}{6}.$$

c) Đúng. Phương trình hoành độ giao điểm hai đường là

$$5x - x^2 = x \Leftrightarrow 4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4. \end{cases}$$

Thể tích khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 5x - x^2$  và đường thẳng  $y = x$  quanh trục  $Ox$  là

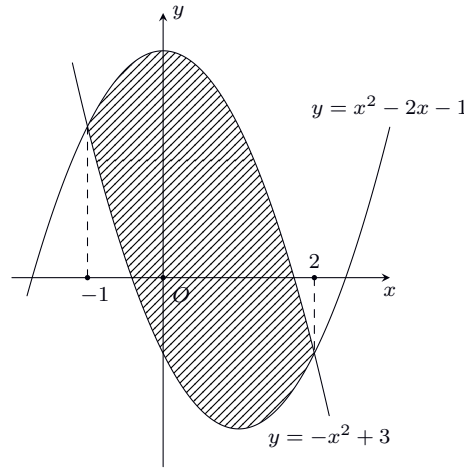
$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^4 (5x - x^2)^2 dx - \pi \int_0^4 x^2 dx = \pi \int_0^4 (x^4 - 10x^3 + 24x^2) dx \\ &= \pi \left( \frac{x^5}{5} - \frac{10x^4}{4} + 8x^3 \right) \Big|_0^4 = \frac{384\pi}{5}. \end{aligned}$$

d) Đúng. Thể tích khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng  $y = x$ , trục  $Ox$ , hai đường thẳng  $x = 2, x = 5$  quanh trục  $Ox$  là

$$V_1 = \pi \int_2^5 x^2 dx = \pi \frac{x^3}{3} \Big|_2^5 = 39\pi.$$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d đúng

**CÂU 4.** Cho hai đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2x - 1$  và  $y = -x^2 + 3$  và phần hình phẳng được gạch chéo như hình vẽ.



Mệnh đề	Đ	S
a) Biểu thức diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$ .	X	
b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - 2x - 1$ , trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$ , $x = 1$ là $\frac{5}{3}$ .	X	
c) Thể tích khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3$ , trục $Ox$ , hai đường thẳng $x = 1$ , $x = 2$ quanh trục $Ox$ là $\frac{\pi}{5}$ .		X
d) Thể tích khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1$ , trục $Ox$ , hai đường thẳng $x = -1$ , $x = 2$ quanh trục $Ox$ là $\frac{33}{5}$ .		X

**Lời giải.**

a) Đúng. Dựa vào hình vẽ ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ được xác định là biểu thức

$$\int_{-1}^2 [(-x^2 + 2) - (x^2 - 2x - 2)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

b) Đúng. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = x^2 - 2x - 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 1$  là

$$\int_0^1 |x^2 - 2x - 1| dx = \frac{5}{3}.$$

c) Sai. Thể tích khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 3$ , trục  $Ox$ , hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 2$  quanh trục  $Ox$  là

$$\pi \int_1^2 (-x^2 + 3)^2 dx = \frac{6\pi}{5}.$$

d) Sai. Thể tích khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2x - 1$ , trục  $Ox$ , hai đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 2$  quanh trục  $Ox$  là

$$\pi \int_{-1}^2 (x^2 - 2x - 1)^2 dx = \frac{33\pi}{5}.$$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai

**Phần III.** Học sinh điền kết quả vào ô trống.



**CÂU 1.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x$ ;  $y = x$ , hai đường thẳng  $x = -1$ ;  $x = 2$ .

Đáp án: 5,75

**Lời giải.**

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tìm là } S = \int_{-1}^2 |x^3 - 3x - x| dx = \int_{-1}^2 |x^3 - 4x| dx.$$

Ta có

$$x^3 - 3x = x \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \notin [-1; 2] \\ x = 2. \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm thuộc đoạn  $[-1; 2]$  là  $x = 0$ ;  $x = 2$ .

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-1}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx \\ &= \left| \int_{-1}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| \\ &= \left| \left( \frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-1}^0 \right| + \left| \left( \frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^2 \right| = \frac{23}{4} \approx 5,75. \end{aligned}$$

**CÂU 2.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x} - 2$ ,  $y = 0$  và  $x = 9$  quay xung quanh trục  $Ox$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành (làm tròn kết quả thể tích đến hàng phần trăm).

Đáp án: 5,76

**Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x} - 2$  và trục hoành

$$\sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4.$$

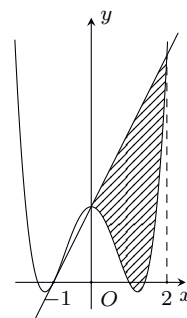
Thể tích của khối tròn xoay tạo thành là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_4^9 (\sqrt{x} - 2)^2 dx \\ &= \pi \int_4^9 (x - 4\sqrt{x} + 4) dx \\ &= \pi \left( \frac{x^2}{2} - \frac{8x\sqrt{x}}{3} + 4x \right) \Big|_4^9 \\ &= \pi \left( \frac{81}{2} - 72 + 36 \right) - \pi \left( \frac{16}{2} - \frac{64}{3} + 16 \right) \\ &= \frac{11\pi}{6} \approx 5,76. \end{aligned}$$

**CÂU 3.**

Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị  $(C)$ , biết rằng  $(C)$  đi qua điểm  $A(-1; 0)$ , tiếp tuyến  $d$  tại  $A$  của  $(C)$ , cắt  $(C)$  tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$ , đồ thị  $(C)$  và hai đường thẳng  $x = 0$ ;  $x = 2$  có diện tích bằng  $\frac{28}{5}$  (phần gạch sọc trong hình vẽ).

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1$ ;  $x = 0$ .



Đáp án: 0,2

**Lời giải.**

Ta có  $y' = 4ax^3 + 2bx \Rightarrow d: y = (-4a - 2b)(x + 1)$ . Phương trình hoành độ giao điểm của  $d$  và  $(C)$  là  $(-4a - 2b)(x + 1) = ax^4 + bx^2 + c$ .

Phương trình (1) phải cho 2 nghiệm là  $x = 0, x = 2$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a - 2b = c \\ -12a - 6b = 16a + 4b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2b - c = 0 & (2) \\ 28a + 10b + c = 0 & (3) \end{cases}$$

Mặt khác, diện tích phần gạch sọc là

$$\begin{aligned} \frac{28}{5} &= \int_0^2 [(-4a - 2b)(x + 1) - ax^4 - bx^2 - c] dx \\ \Leftrightarrow \frac{28}{5} &= 4(-4a - 2b) - \frac{32}{5}a - \frac{8}{3}b - 2c \\ \Leftrightarrow \frac{112}{5}a + \frac{32}{3}b + 2c &= -\frac{28}{5} \quad (4) \end{aligned}$$

Giải hệ 3 phương trình (2), (3) và (4) ta được  $a = 1, b = -3, c = 2$ .

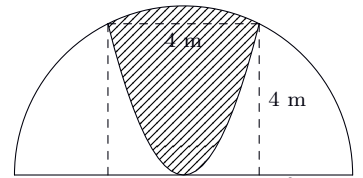
Khi đó,  $(C): y = x^4 - 3x^2 + 2, d: y = 2(x + 1)$ .

Diện tích cần tìm là

$$S = \int_{-1}^0 [x^4 - 3x^2 + 2 - 2(x + 1)] dx = \int_{-1}^0 (x^4 - 3x^2 - 2x) dx = \frac{1}{5} = 0,2.$$

#### CÂU 4.

Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng  $4\sqrt{5}$  (m). Trên đó người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm nửa hình tròn và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường



tròn (phần gạch sọc), cách nhau một khoảng bằng 4 m, phần còn lại của khuôn viên (phần không gạch sọc) dành để trang trí cỏ nhân tạo. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí cỏ nhân tạo là 100 000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trang trí cỏ trên phần đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

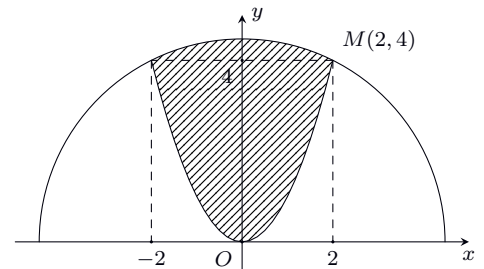
Đáp án: 1948

#### Lời giải.

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó phương trình nửa đường tròn là

$$y = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - x^2} = \sqrt{20 - x^2}.$$

Phương trình parabol  $(P)$  có đỉnh là gốc  $O$  sẽ có dạng  $y = ax^2$ . Mặt khác  $(P)$  qua điểm  $M(2; 4)$ .



Do đó  $4 = a \cdot (-2)^2 \Rightarrow a = 1$ .

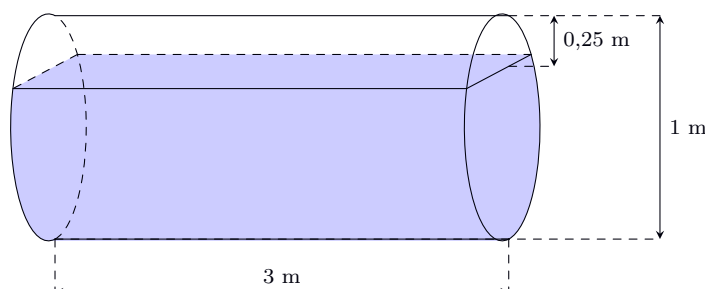
Phần diện tích của hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và nửa đường tròn (phần gạch sọc).

Ta có công thức  $S_1 = \int_{-2}^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx \approx 11,94 \text{ m}^2$ .

Vậy phần diện tích trồng cỏ là  $S_{\text{cỏ}} = \frac{1}{2} S_{\text{htròn}} - S_1 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \pi - 11,94 \approx 19,476 \text{ m}^2$ .

Số tiền cần có là  $S_{\text{cỏ}} \times 100000 \approx 1947592$  (đồng)  $\approx 1948$  (nghìn đồng).

**CÂU 5.** Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 3 m và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc 0,25 m (xem hình vẽ).



Tính thể tích của nước trong cốc (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Đáp án: 1,9

**Lời giải.**

Thể tích phần dầu còn lại sẽ bằng diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình nhân với chiều dài của bồn (chiều cao của trụ).

Đường tròn có tâm  $O(0;0)$ ,  $R = 0,5$  có phương trình là

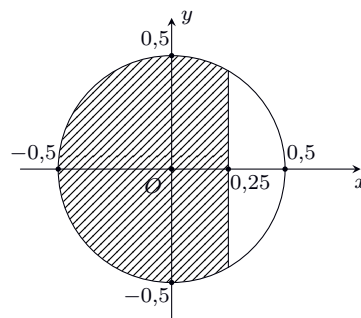
$$x^2 + y^2 = 0,25 \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{0,25 - x^2}.$$

Diện tích hình gạch sọc chính là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường

$$y = \sqrt{0,25 - x^2}; y = -\sqrt{0,25 - x^2}; x = -0,5; x = 0,25.$$

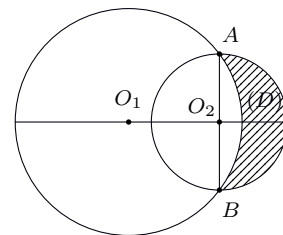
Do đó

$$V = Sh = 3 \int_{-0,5}^{0,25} \left| \sqrt{0,25 - x^2} - (-\sqrt{0,25 - x^2}) \right| dx \approx 1,896 \text{ m}^3 \approx 1,9 \text{ m}^3.$$



**CÂU 6.**

Cho hai đường tròn  $(O_1; 5)$  và  $(O_2; 3)$  cắt nhau tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB$  là một đường kính của đường tròn  $(O_2)$ . Gọi  $(D)$  là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (phần ở ngoài đường tròn lớn, được gạch chéo như hình vẽ). Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền  $(D)$  quanh trục  $O_1O_2$ . Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành có  $V = \frac{a\pi}{b}$  ( $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản) thì  $a^2 + b^3$  bằng bao nhiêu?



Đáp án: 1627

**Lời giải.**

Chọn hệ tọa độ  $Oxy$  với

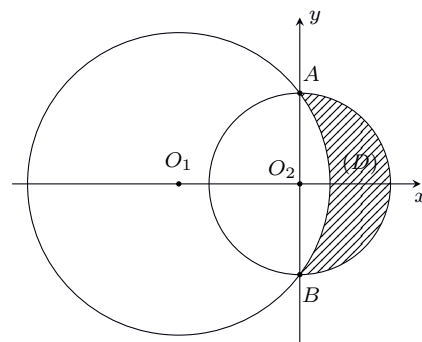
$$O_2 \equiv O, O_2C \equiv Ox, O_2A \equiv Oy.$$

$$\text{Đoạn } O_1O_2 = \sqrt{O_1A^2 - O_2A^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$$

$$\text{Suy ra } (O_1): (x+4)^2 + y^2 = 25.$$

Kí hiệu  $(H_1)$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $(O_1): (x+4)^2 + y^2 = 25$ ,  $Oy: x = 0, x \geq 0$ .

Kí hiệu  $(H_2)$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $(O_2): x^2 + y^2 = 9$ ,  $Oy: x = 0, x \geq 0$ .



Khi đó thể tích  $V$  cần tìm chính bằng thể tích  $V_2$  của khối tròn xoay thu được khi quay hình  $(H_2)$  xung quanh trục  $Ox$  trừ đi thể tích  $V_1$  của khối tròn xoay thu được khi quay hình  $(H_1)$  xung quanh trục  $Ox$ .

$$\text{Ta có } V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot 3^3 = 18\pi.$$

$$\text{Lại có } V_1 = \pi \int_0^1 y^2 dx = \pi \int_0^1 [25 - (x+4)^2] dx = \pi \left[ 25x - \frac{(x+4)^3}{3} \right]_0^1 = \frac{14\pi}{3}.$$

$$\text{Do đó } V = V_2 - V_1 = 18\pi - \frac{14\pi}{3} = \frac{40\pi}{3}.$$

$$\text{Vậy } a^2 + b^3 = 1627.$$

# MỤC LỤC

Đề 1: KT NGUYÊN HÀM — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	1
Đề 2: KT NGUYÊN HÀM — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	4
Đề 3: KT TÍCH PHÂN — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	7
Đề 4: KT TÍCH PHÂN — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	11
Đề 5: KT ỨNG DỤNG NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	15
Đề 6: KT ỨNG DỤNG NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	20

## LỜI GIẢI CHI TIẾT 25

Đề 1: KT NGUYÊN HÀM — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	25
Đề 2: KT NGUYÊN HÀM — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	32
Đề 3: KT TÍCH PHÂN — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	38
Đề 4: KT TÍCH PHÂN — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	45
Đề 5: KT ỨNG DỤNG NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	54
Đề 6: KT ỨNG DỤNG NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	66

