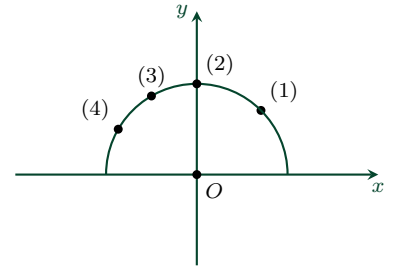


“It’s not how much time you have, it’s how you use it.”

QUICK NOTE

Trên nửa đường tròn đơn vị, vị trí nào trong các vị trí dưới đây xác định điểm  $M$  sao cho  $\tan \widehat{xOM} = 1$ .

- (A) Vị trí (1). (B) Vị trí (2).  
(C) Vị trí (3). (D) Vị trí (4).



**CÂU 16.** Cho hai góc  $\alpha$  và  $\beta$  với  $\alpha + \beta = 180^\circ$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$ .

- (A)  $P = 0$ . (B)  $P = 1$ . (C)  $P = -1$ . (D)  $P = 2$ .

**CÂU 17.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A)  $\cos 75^\circ > \cos 50^\circ$ . (B)  $\sin 80^\circ > \sin 50^\circ$ .  
(C)  $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$ . (D)  $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$ .

**CÂU 18.** Cho tam giác  $MNP$  không vuông có diện tích là  $S$ ,  $p$  là nửa chu vi,  $r$  là bán kính đường tròn nội tiếp và  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- (A)  $S = \frac{1}{2}MN \cdot MP$ . (B)  $S = p \cdot r$ .  
(C)  $S = \frac{MN \cdot MP \cdot NP}{4R}$ . (D)  $S = \frac{1}{2}NM \cdot NP \cdot \sin N$ .

**CÂU 19.** Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và có  $AB = AC = a$ . Tính độ dài đường trung tuyến  $BM$  của tam giác đã cho.

- (A)  $BM = \frac{\sqrt{5}}{2}a$ . (B)  $BM = 1,5a$ . (C)  $BM = \sqrt{2}a$ . (D)  $BM = \sqrt{3}a$ .

**CÂU 20.** Cho tam giác  $ABC$  có 3 cạnh là 4 cm, 8 cm và 6 cm. Tính bán kính  $r$  của đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

- (A)  $r = \frac{\sqrt{5}}{3}$  cm. (B)  $r = \sqrt{5}$  cm. (C)  $r = \sqrt{15}$  cm. (D)  $r = \frac{\sqrt{15}}{3}$  cm.

**CÂU 21.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{A} = 30^\circ$ ,  $\widehat{B} = 45^\circ$  và  $AC = 10\sqrt{2}$ . Độ dài cạnh  $BC$  là

- (A) 10. (B)  $5\sqrt{2}$ . (C)  $\frac{5}{\sqrt{2}}$ . (D) 5.

**CÂU 22.** Cho tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)  $S = \frac{abc}{4r}$ . (B)  $r = \frac{2S}{a+b+c}$ .  
(C)  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$ . (D)  $S = r(a+b+c)$ .

**CÂU 23.** Tính diện tích của tam giác  $ABC$  có  $b = 2$ ,  $\widehat{B} = 30^\circ$ ,  $\widehat{C} = 45^\circ$ .

- (A)  $2 + 2\sqrt{3}$ . (B) 1. (C)  $\sqrt{3}$ . (D)  $1 + \sqrt{3}$ .

**CÂU 24.** Trong tam giác  $ABC$  có góc  $\widehat{A} = 60^\circ$ ,  $AC = 10$ ,  $AB = 6$ . Khi đó, độ dài cạnh  $BC$  là

- (A)  $2\sqrt{19}$ . (B) 76. (C) 14. (D)  $6\sqrt{2}$ .

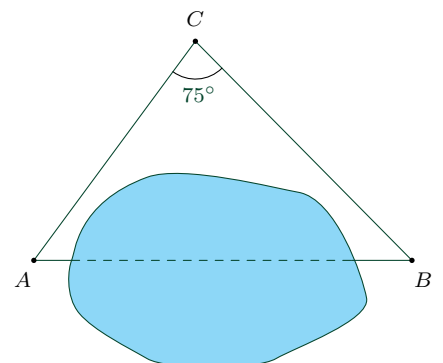
**CÂU 25.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 6$  cm,  $BC = 7$  cm,  $CA = 8$  cm. Giá trị của  $\cos B$  là

- (A)  $\frac{1}{2}$ . (B)  $\frac{1}{4}$ . (C)  $\frac{17}{32}$ . (D)  $\frac{11}{16}$ .

**CÂU 26.**

Để đo khoảng cách từ  $A$  đến  $B$  ngang qua một cái hồ nước, người ta chọn điểm  $C$ , sau đó đo độ dài các cạnh  $AC$ ,  $BC$  và góc  $C$ . Biết  $AC = 112$  m,  $BC = 145$  m,  $\widehat{C} = 75^\circ$ , khoảng cách từ  $A$  đến  $B$  gần nhất với giá trị nào dưới đây?

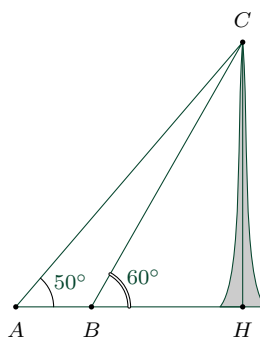
- (A) 155 m. (B) 160 m. (C) 165 m. (D) 170 m.



**CÂU 27.**

Để đo chiều cao  $CH$  của một tháp truyền thông, người ta chọn hai điểm quan sát  $A, B$  trên mặt đất (hình vẽ). Biết  $\widehat{CAH} = 50^\circ$ ,  $\widehat{CBH} = 60^\circ$  và  $AB = 80$  m, tính chiều cao của tháp.

- (A) 300,3 m. (B) 305,6 m. (C) 301,8 m. (D) 306,9 m.



**CÂU 28.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{B} = 135^\circ$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)  $S = \frac{1}{2}ca$ . (B)  $S = -\frac{\sqrt{2}}{4}ac$ . (C)  $S = \frac{\sqrt{2}}{4}bc$ . (D)  $S = \frac{\sqrt{2}}{4}ca$ .

**CÂU 29.** Cho  $\triangle ABC$  có  $S = 84$ ,  $a = 13$ ,  $b = 14$ ,  $c = 15$ . Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp  $R$  của tam giác trên là

- (A) 8,125. (B) 130. (C) 8,5. (D) 8.

**CÂU 30.** Cho  $\triangle ABC$  với các cạnh  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ . Gọi  $R, r, S$  lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và diện tích của tam giác  $ABC$ . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

- (A)  $S = \frac{abc}{4R}$ . (B)  $R = \frac{a}{\sin A}$ .  
(C)  $S = \frac{1}{2}ab \sin C$ . (D)  $a^2 + b^2 - c^2 = 2ac \cos C$ .

**CÂU 31.** Cho tam giác  $ABC$  thỏa mãn hệ thức  $b + c = 2a$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A)  $\cos B + \cos C = 2 \cos A$ . (B)  $\sin B + \sin C = 2 \sin A$ .  
(C)  $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$ . (D)  $\sin B + \cos C = 2 \sin A$ .

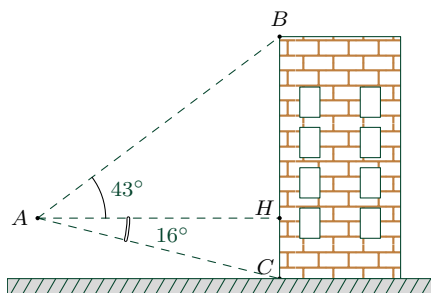
**CÂU 32.** Tam giác có độ dài ba cạnh là 3, 8, 9. Góc lớn nhất của tam giác có số đo bằng bao nhiêu?

- (A)  $93,5^\circ$ . (B)  $88,6^\circ$ . (C)  $99,6^\circ$ . (D)  $101,3^\circ$ .

**CÂU 33.**

Từ một vị trí quan sát  $A$ , một người nhìn đỉnh  $B$  và chân  $C$  của nhà cao tầng với các góc tương ứng là  $43^\circ$  và  $16^\circ$  so với phương nằm ngang. Biết chiều cao của tòa nhà là 18 m, tính khoảng cách từ  $A$  đến  $C$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

- (A) 27 m. (B) 28 m. (C) 29 m. (D) 31 m.



**CÂU 34.** Cho tam giác  $ABC$  có ba cạnh  $a, b, c$  và  $m_a; m_b; m_c$  là ba đường trung tuyến lần lượt xuất phát từ  $A, B, C$ . Tính tổng  $S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$ .

- (A)  $S = \frac{3}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$ . (B)  $S = \frac{4}{9}(a^2 + b^2 + c^2)$ .  
(C)  $S = \frac{9}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$ . (D)  $S = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$ .

**CÂU 35.** Cho tam giác  $ABC$  có  $a = 49,4$ ;  $b = 26,4$ ;  $\widehat{C} = 47^\circ 20'$ . Cạnh  $c$  gần bằng với số nào sau đây?

- (A) 38. (B) 37. (C) 39. (D) 36.

**CÂU 36.** Chứng minh biểu thức sau độc lập với đối với  $x$ .

$$P = \frac{\tan^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}.$$

**CÂU 37.** Cho tam giác  $ABC$ , chứng minh rằng  $\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$ .

**QUICK NOTE**

QUICK NOTE

**CÂU 38.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$  và độ dài ba cạnh  $AB, BC, CA$  lần lượt là 15, 18, 27.

- a) Tính diện tích và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .
- b) Tính diện tích tam giác  $GBC$ .

# LỜI GIẢI CHI TIẾT

## BT ÔN TẬP HỆ THỨC LƯỢNG SỐ 1

**CÂU 1.** Giá trị lượng giác nào sau đây là số dương?

- (A)  $\sin 120^\circ$ . (B)  $\cos 137^\circ$ . (C)  $\tan 160^\circ$ . (D)  $\cot 160^\circ$ .

**Lời giải.**

Ta có  $90^\circ < 120^\circ < 180^\circ$  nên  $\sin 120^\circ > 0$ .

Do  $90^\circ < 137^\circ < 180^\circ$  nên  $\cos 137^\circ < 0$ .

Ngoài ra,  $90^\circ < 160^\circ < 180^\circ$  nên  $\tan 160^\circ < 0$  và  $\cot 160^\circ < 0$ .

Chọn đáp án (A)..... □

**CÂU 2.** Cho  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ , ( $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ). Tính  $\cos \alpha$ .

- (A)  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ . (B)  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ . (C)  $\cos \alpha = \frac{5}{3}$ . (D)  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$ .

Mặt khác  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  nên  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ .

Chọn đáp án (B)..... □

**CÂU 3.** Cho  $x \in (0^\circ; 90^\circ)$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- (A)  $\sin x > 0$ . (B)  $\cos x > 0$ . (C)  $\tan x > 0$ . (D)  $\cot x > 0$ .

**Lời giải.**

Khi  $x \in \left(\frac{5\pi}{2}; 3\pi\right)$  thì  $\begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \\ \tan x < 0 \\ \cot x < 0 \end{cases}$

Chọn đáp án (A)..... □

**CÂU 4.** Giá trị  $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$  bằng bao nhiêu?

- (A) 1. (B)  $\sqrt{2}$ . (C)  $\sqrt{3}$ . (D) 0.

**Lời giải.**

Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được  $\begin{cases} \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow \cos 45^\circ + \sin 45^\circ = \sqrt{2}$ .

Chọn đáp án (B)..... □

**CÂU 5.** Giá trị của  $\cot 18^\circ$  là

- (A) 1. (B) -1. (C) 0. (D)  $\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\cot 18^\circ = \sqrt{5 + 2\sqrt{5}}$ .

Chọn đáp án (D)..... □

**CÂU 6.** Trên nửa đường tròn đơn vị cho góc  $\alpha$  sao cho  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$  và  $\cos \alpha < 0$ . Tính  $\tan \alpha$ .

- (A)  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ . (B)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ . (C)  $-\frac{2}{5}$ . (D) 1.

**Lời giải.**

Ta có  $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$  suy ra  $\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

Chọn đáp án (A)..... □

**CÂU 7.** Cho  $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$  và  $0 < x < 90^\circ$ . Tính giá trị của  $\sin x$

- (A)  $\sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{-6}$ . (B)  $\sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{6}$ . (C)  $\sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4}$ . (D)  $\sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{4}$ .

**Lời giải.**

Vì  $0 < x < 90^\circ$  nên  $\sin x > 0$ . Ta có

$$\begin{aligned}\sin^2 x + \cos^2 x = 1 &\Leftrightarrow \sin^2 x + \left(\frac{1}{2} - \sin x\right)^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x - \frac{3}{4} = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{4} \text{ (loại).} \end{cases}\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**..... □

**CÂU 8.** Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau?

- A**  $\sin 156^\circ \cdot \cos 70^\circ < 0$ .      **B**  $\tan 137^\circ \cdot \tan 156^\circ < 0$ .      **C**  $\tan 150^\circ \cdot \cot 85^\circ < 0$ .      **D**  $\sin 110^\circ \cdot \cos 110^\circ > 0$ .

**Lời giải.**

- a) Do  $\begin{cases} \sin 156^\circ > 0 \\ \cos 70^\circ > 0 \end{cases}$  nên  $\sin 156^\circ \cdot \cos(-70^\circ) > 0$ .
- b) Do  $\begin{cases} \tan 137^\circ < 0 \\ \tan 156^\circ < 0 \end{cases}$  nên  $\tan 137^\circ \cdot \tan 156^\circ > 0$ .
- c) Do  $\begin{cases} \tan 150^\circ > 0 \\ \cot 85^\circ > 0 \end{cases}$  nên  $\tan 150^\circ \cdot \cot 85^\circ < 0$ .
- d) Do  $\begin{cases} \sin 110^\circ > 0 \\ \cos 110^\circ < 0 \end{cases}$  nên  $\sin 110^\circ \cdot \cos 110^\circ < 0$ .

Chọn đáp án **C**..... □

**CÂU 9.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A**  $\sqrt{1 - \sin^2 140^\circ} = \cos 140^\circ$ .      **B**  $\sqrt{1 - \cos^2 140^\circ} = \sin 140^\circ$ .
- C**  $\sqrt{\frac{1}{\cos^2 140^\circ} - 1} = \tan 140^\circ$ .      **D**  $\frac{1}{\sqrt{\tan^2 140^\circ + 1}} = \cos 140^\circ$ .

**Lời giải.**

Do  $140^\circ \in (90^\circ; 180^\circ)$  nên  $\begin{cases} \sin 140^\circ > 0 \\ \cos 140^\circ < 0 \\ \tan 140^\circ < 0 \\ \cot 140^\circ < 0 \end{cases}$  nên  $\begin{cases} \sqrt{1 - \sin^2 140^\circ} = -\cos 140^\circ \\ \sqrt{1 - \cos^2 140^\circ} = \sin 140^\circ \\ \sqrt{\frac{1}{\cos^2 140^\circ} - 1} = -\tan 140^\circ \\ \frac{1}{\sqrt{\tan^2 140^\circ + 1}} = -\cos 140^\circ. \end{cases}$

Chọn đáp án **B**..... □

**CÂU 10.** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A**  $\cos 0^\circ = 1$ .      **B**  $\sin 0^\circ = 0$ .      **C**  $\cos 120^\circ = \frac{2}{\sqrt{2}}$ .      **D**  $\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải.**

Mệnh đề sai là  $\cos 120^\circ = \frac{2}{\sqrt{2}}$  vì  $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$ .

Chọn đáp án **C**..... □

**CÂU 11.** Cho  $\alpha$  là góc tù. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?

- A**  $\sin \alpha < 0$ .      **B**  $\cos \alpha > 0$ .      **C**  $\tan \alpha < 0$ .      **D**  $\cot \alpha > 0$ .

**Lời giải.**

Vì  $\alpha$  là góc tù nên  $\tan \alpha < 0$ .

Chọn đáp án **C**..... □

**CÂU 12.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A**  $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$ .      **B**  $\cos 45^\circ = \sin 135^\circ$ .      **C**  $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$ .      **D**  $\sin 60^\circ = \cos 120^\circ$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  và  $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$ .

Do đó mệnh đề sai là  $\sin 60^\circ = \cos 120^\circ$ .

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 13.** Cho hai góc nhọn  $\alpha$  và  $\beta$  với  $\alpha < \beta$ . Tìm mệnh đề sai.

(A)  $\sin \alpha < \sin \beta$ .

(B)  $\cos \alpha < \cos \beta$ .

(C)  $\cos \alpha = \sin \beta \Leftrightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$ .

(D)  $\tan \alpha + \tan \beta > 0$ .

☞ **Lời giải.**

Ta có mệnh đề sai là  $\cos \alpha < \cos \beta$ .

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 14.** Cho  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A)  $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ .

(B)  $\cos \alpha = \cos(180^\circ - \alpha)$ .

(C)  $\tan \alpha = \tan(180^\circ - \alpha)$ .

(D)  $\cot \alpha = \cot(180^\circ - \alpha)$ .

☞ **Lời giải.**

Khẳng định đúng là  $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ .

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 15.**

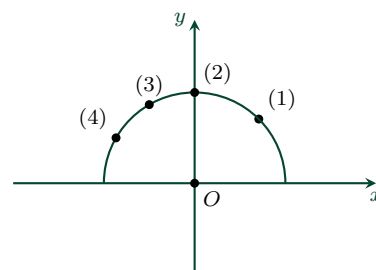
Trên nửa đường tròn đơn vị, vị trí nào trong các vị trí dưới đây xác định điểm  $M$  sao cho  $\tan \widehat{xOM} = 1$ .

(A) Vị trí (1).

(B) Vị trí (2).

(C) Vị trí (3).

(D) Vị trí (4).



☞ **Lời giải.**

Ở vị trí 1 ta có  $\sin \widehat{xOM} = \cos \widehat{xOM}$  nên  $\tan \widehat{xOM} = 1$ .

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 16.** Cho hai góc  $\alpha$  và  $\beta$  với  $\alpha + \beta = 180^\circ$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$ .

(A)  $P = 0$ .

(B)  $P = 1$ .

(C)  $P = -1$ .

(D)  $P = 2$ .

☞ **Lời giải.**

Hai góc  $\alpha$  và  $\beta$  bù nhau nên  $\sin \alpha = \sin \beta$ ;  $\cos \alpha = -\cos \beta$ .

Do đó  $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha = -\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = -(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = -1$ .

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 17.** Khẳng định nào sau đây sai?

(A)  $\cos 75^\circ > \cos 50^\circ$ .

(B)  $\sin 80^\circ > \sin 50^\circ$ .

(C)  $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$ .

(D)  $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$ .

☞ **Lời giải.**

Trong khoảng từ  $0^\circ$  đến  $90^\circ$ , khi giá trị của góc tăng thì giá trị cos tương ứng của góc đó giảm.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 18.** Cho tam giác  $MNP$  không vuông có diện tích là  $S$ ,  $p$  là nửa chu vi,  $r$  là bán kính đường tròn nội tiếp và  $R$  là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

(A)  $S = \frac{1}{2} MN \cdot MP$ .

(B)  $S = p \cdot r$ .

(C)  $S = \frac{MN \cdot MP \cdot NP}{4R}$ .

(D)  $S = \frac{1}{2} NM \cdot NP \cdot \sin N$ .

☞ **Lời giải.**

Khẳng định sai là  $S = \frac{1}{2} MN \cdot MP$ .

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 19.** Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và có  $AB = AC = a$ . Tính độ dài đường trung tuyến  $BM$  của tam giác đã cho.

(A)  $BM = \frac{\sqrt{5}}{2} a$ .

(B)  $BM = 1,5a$ .

(C)  $BM = \sqrt{2}a$ .

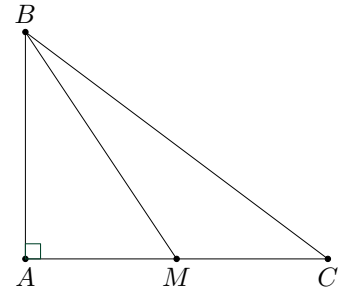
(D)  $BM = \sqrt{3}a$ .

☞ **Lời giải.**

$M$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow AM = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$ .

Xét tam giác  $BAM$  vuông tại  $A$ , ta có

$$BM = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$



Chọn đáp án (A).....

**CÂU 20.** Cho tam giác  $ABC$  có 3 cạnh là 4 cm, 8 cm và 6 cm. Tính bán kính  $r$  của đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

(A)  $r = \frac{\sqrt{5}}{3}$  cm.

(B)  $r = \sqrt{5}$  cm.

(C)  $r = \sqrt{15}$  cm.

(D)  $r = \frac{\sqrt{15}}{3}$  cm.

**Lời giải.**

Ta có nửa chu vi  $\triangle ABC$  là  $p = \frac{4 + 8 + 6}{2} = 9$  cm.

Diện tích  $\triangle ABC$  là  $S_{\triangle ABC} = \sqrt{9(9-4)(9-6)(9-8)} = 3\sqrt{15}$  cm<sup>2</sup>.

Suy ra bán kính  $r$  của đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  là  $r = \frac{S_{\triangle ABC}}{p} = \frac{3\sqrt{15}}{9} = \frac{\sqrt{15}}{3}$  cm.

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 21.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\hat{A} = 30^\circ$ ,  $\hat{B} = 45^\circ$  và  $AC = 10\sqrt{2}$ . Độ dài cạnh  $BC$  là

(A) 10.

(B)  $5\sqrt{2}$ .

(C)  $\frac{5}{\sqrt{2}}$ .

(D) 5.

**Lời giải.**

Ta có  $\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow BC = \frac{AC \cdot \sin A}{\sin B} = \frac{10\sqrt{2} \cdot \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = 10$ .

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 22.** Cho tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A)  $S = \frac{abc}{4r}$ .

(B)  $r = \frac{2S}{a+b+c}$ .

(C)  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$ .

(D)  $S = r(a+b+c)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $a, b, c$  lần lượt là độ dài ba cạnh của tam giác  $ABC$ .

Tam giác  $ABC$  có nửa chu vi là  $p = \frac{a+b+c}{2}$ .

Ta có  $S = pr$ . Suy ra  $r = \frac{S}{p} = \frac{S}{\frac{a+b+c}{2}} = \frac{2S}{a+b+c}$ .

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 23.** Tính diện tích của tam giác  $ABC$  có  $b = 2$ ,  $\hat{B} = 30^\circ$ ,  $\hat{C} = 45^\circ$ .

(A)  $2 + 2\sqrt{3}$ .

(B) 1.

(C)  $\sqrt{3}$ .

(D)  $1 + \sqrt{3}$ .

**Lời giải.**

Ta có:  $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ .

Suy ra  $c = \frac{b \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{2 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 2\sqrt{2}$ .

Ta có  $\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$ .

Ta có  $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sin 105^\circ = 1 + \sqrt{3}$ .

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 24.** Trong tam giác  $ABC$  có góc  $\hat{A} = 60^\circ$ ,  $AC = 10$ ,  $AB = 6$ . Khi đó, độ dài cạnh  $BC$  là

(A)  $2\sqrt{19}$ .

(B) 76.

(C) 14.

(D)  $6\sqrt{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A = 6^2 + 10^2 - 2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 76$ .

Suy ra  $BC = 2\sqrt{19}$ .

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 25.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = 6$  cm,  $BC = 7$  cm,  $CA = 8$  cm. Giá trị của  $\cos B$  là

(A)  $\frac{1}{2}$ .

(B)  $\frac{1}{4}$ .

(C)  $\frac{17}{32}$ .

(D)  $\frac{11}{16}$ .



**Lời giải.**

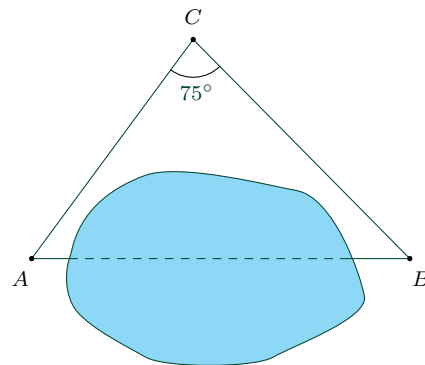
$$\text{Ta có } \cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{6^2 + 7^2 - 8^2}{2 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án (B) .....

**CÂU 26.**

Để đo khoảng cách từ  $A$  đến  $B$  ngang qua một cái hồ nước, người ta chọn điểm  $C$ , sau đó đo độ dài các cạnh  $AC$ ,  $BC$  và góc  $C$ . Biết  $AC = 112$  m,  $BC = 145$  m,  $\widehat{C} = 75^\circ$ , khoảng cách từ  $A$  đến  $B$  gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- (A) 155 m. (B) 160 m. (C) 165 m. (D) 170 m.



**Lời giải.**

Áp dụng định lí cosin ta có

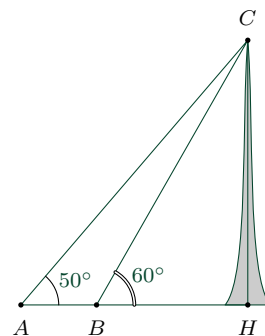
$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos C \\ &= 112^2 + 145^2 - 2 \cdot 112 \cdot 145 \cos 75^\circ \\ &\Rightarrow AB \approx 158,6. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) .....

**CÂU 27.**

Để đo chiều cao  $CH$  của một tháp truyền thông, người ta chọn hai điểm quan sát  $A$ ,  $B$  trên mặt đất (hình vẽ). Biết  $\widehat{CAH} = 50^\circ$ ,  $\widehat{CBH} = 60^\circ$  và  $AB = 80$  m, tính chiều cao của tháp.

- (A) 300,3 m. (B) 305,6 m. (C) 301,8 m. (D) 306,9 m.



**Lời giải.**

Ta có  $\widehat{ACB} = \widehat{CBH} - \widehat{CAH} = 60^\circ - 50^\circ = 10^\circ$ .

Áp dụng định lí sin ta có

$$\frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{BC}{\sin \widehat{CAH}} \Rightarrow BC = \frac{AB \sin \widehat{CAH}}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{80 \sin 50^\circ}{\sin 10^\circ}.$$

$$\text{Suy ra } CH = BC \sin \widehat{CBH} = \frac{80 \sin 50^\circ \sin 60^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 305,6 \text{ m.}$$

Chọn đáp án (B) .....

**CÂU 28.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{B} = 135^\circ$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)  $S = \frac{1}{2}ac$ . (B)  $S = -\frac{\sqrt{2}}{4}ac$ . (C)  $S = \frac{\sqrt{2}}{4}bc$ . (D)  $S = \frac{\sqrt{2}}{4}ca$ .

**Lời giải.**

Gọi  $a$ ,  $b$ ,  $c$  lần lượt là độ dài ba cạnh của tam giác  $ABC$ .

$$\text{Ta có } S = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ac \cdot \sin 135^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot ac = \frac{\sqrt{2}}{4}ac.$$

Chọn đáp án (D) .....

**CÂU 29.** Cho  $\triangle ABC$  có  $S = 84$ ,  $a = 13$ ,  $b = 14$ ,  $c = 15$ . Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp  $R$  của tam giác trên là

- (A) 8,125. (B) 130. (C) 8,5. (D) 8.

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{4 \cdot 84} = 8,125.$$

Chọn đáp án (A) .....

**CÂU 30.** Cho  $\triangle ABC$  với các cạnh  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ . Gọi  $R$ ,  $r$ ,  $S$  lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và diện tích của tam giác  $ABC$ . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

- (A)  $S = \frac{abc}{4R}$ . (B)  $R = \frac{a}{\sin A}$ . (C)  $S = \frac{1}{2}ab \sin C$ . (D)  $a^2 + b^2 - c^2 = 2ac \cos C$ .

**Lời giải.**

Theo định lý sin trong tam giác, ta có  $\frac{a}{\sin A} = 2R$ .

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 31.** Cho tam giác  $ABC$  thỏa mãn hệ thức  $b + c = 2a$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A)  $\cos B + \cos C = 2 \cos A$ . (B)  $\sin B + \sin C = 2 \sin A$ . (C)  $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$ . (D)  $\sin B + \cos C = 2 \sin A$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2R \sin A \\ b = 2R \sin B \\ c = 2R \sin C. \end{cases}$$

$$\text{Mà } b + c = 2a \Leftrightarrow 2R \sin B + 2R \sin C = 4R \sin A \Leftrightarrow \sin B + \sin C = 2 \sin A.$$

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 32.** Tam giác có độ dài ba cạnh là 3, 8, 9. Góc lớn nhất của tam giác có số đo bằng bao nhiêu?

- (A)  $93,5^\circ$ . (B)  $88,6^\circ$ . (C)  $99,6^\circ$ . (D)  $101,3^\circ$ .

**Lời giải.**

Góc lớn nhất  $\alpha$  của tam giác là góc đối diện với cạnh lớn nhất của tam giác.

Áp dụng định lý cosin ta có

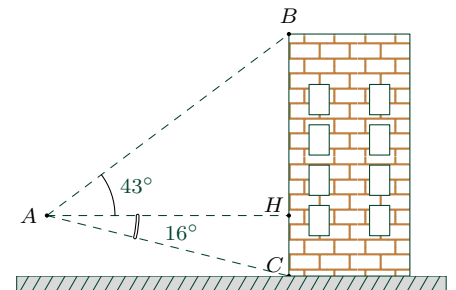
$$\cos \alpha = \frac{3^2 + 8^2 - 9^2}{2 \cdot 3 \cdot 8} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \alpha \approx 99,6^\circ.$$

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 33.**

Từ một vị trí quan sát  $A$ , một người nhìn đỉnh  $B$  và chân  $C$  của nhà cao tầng với các góc tương ứng là  $43^\circ$  và  $16^\circ$  so với phương nằm ngang. Biết chiều cao của tòa nhà là 18 m, tính khoảng cách từ  $A$  đến  $C$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

- (A) 27 m. (B) 28 m. (C) 29 m. (D) 31 m.



**Lời giải.**

$$\text{Ta có } AH = BH \cot \widehat{BAH} = CH \cot \widehat{CAH}.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} (BC - CH) \cot \widehat{BAH} &= CH \cot \widehat{CAH} \\ \Leftrightarrow CH &= \frac{BC \cot \widehat{BAH}}{\cot \widehat{CAH} + \cot \widehat{BAH}} \\ \Leftrightarrow CH &= \frac{18 \cot 43^\circ}{\cot 16^\circ + \cot 43^\circ}. \end{aligned}$$

Khoảng cách từ  $A$  đến  $C$  là

$$AC = \frac{CH}{\sin 16^\circ} = \frac{18 \cot 43^\circ}{(\cot 16^\circ + \cot 43^\circ) \sin 16^\circ} \approx 15,4 \text{ m.}$$

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 34.** Cho tam giác  $ABC$  có ba cạnh  $a$ ,  $b$ ,  $c$  và  $m_a$ ;  $m_b$ ;  $m_c$  là ba đường trung tuyến lần lượt xuất phát từ  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Tính tổng  $S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$ .

- (A)  $S = \frac{3}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$ . (B)  $S = \frac{4}{9}(a^2 + b^2 + c^2)$ . (C)  $S = \frac{9}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$ . (D)  $S = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$ .

**Lời giải.**

$$\begin{aligned}m_a^2 &= \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \\m_b^2 &= \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4} \\m_c^2 &= \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = a^2 + b^2 + c^2 - \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} = \frac{3}{4} \cdot (a^2 + b^2 + c^2).$$

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 35.** Cho tam giác  $ABC$  có  $a = 49,4$ ;  $b = 26,4$ ;  $\widehat{C} = 47^\circ 20'$ . Cạnh  $c$  gần bằng với số nào sau đây?

(A) 38.

(B) 37.

(C) 39.

(D) 36.

**Lời giải.**

Ta có:  $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos 47^\circ 20'} \approx 37$ .

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 36.** Chứng minh biểu thức sau độc lập với đối với  $x$ .

$$P = \frac{\tan^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}.$$

**Lời giải.**

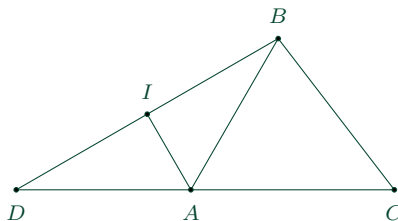
Ta có

$$\begin{aligned}P &= \frac{\tan^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x} \\&= \frac{\tan^2 x}{\sin^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \\&= \tan^2 x (1 + \cot^2 x) + \cot^2 x (1 + \tan^2 x) - \tan^2 x - \cot^2 x \\&= \tan^2 x + 1 + \cot^2 x + 1 - \tan^2 x - \cot^2 x \\&= 2.\end{aligned}$$

Vậy  $P$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**CÂU 37.** Cho tam giác  $ABC$ , chứng minh rằng  $\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$ .

**Lời giải.**



Trên tia đối của tia  $AC$  lấy  $D$  thỏa  $AD = AB = c$  suy ra tam giác  $BDA$  cân tại  $A$  và  $\widehat{BDA} = \frac{1}{2}\widehat{BAC}$  (góc ngoài tam giác).

Áp dụng định lý hàm số cô-sin cho  $\triangle ABD$  ta có

$$\begin{aligned}BD^2 &= AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} \\&= 2c^2 - 2c^2 \cdot \cos (180^\circ - A) \\&= 2c^2(1 + \cos A) = 2c^2 \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \\&= \frac{c}{b}(a + b + c)(b + c - a) = 4c^2 \cdot \frac{p(p-a)}{bc} \\ \text{suy ra } BD &= 2c \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}.\end{aligned}$$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $BD$  suy ra  $AI \perp BD$ . Trong tam giác  $ADI$  vuông tại  $I$ , ta có

$$\cos \frac{A}{2} = \cos \widehat{ADI} = \frac{DI}{AD} = \frac{BD}{2c} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}.$$

$$\text{Vậy } \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}.$$

**CÂU 38.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$  và độ dài ba cạnh  $AB, BC, CA$  lần lượt là 15, 18, 27.

- Tính diện tích và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .
- Tính diện tích tam giác  $GBC$ .

**Lời giải.**

- Nửa chu vi của tam giác  $ABC$  là  $p = \frac{15 + 18 + 27}{2} = 30$ .

$$\text{Vậy } S = \sqrt{30 \cdot (30 - 15) \cdot (30 - 18) \cdot (30 - 27)} = 90\sqrt{2}.$$

Ta có

$$S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{15 \cdot 18 \cdot 27}{4 \cdot 90\sqrt{2}} = \frac{81\sqrt{81}}{8}.$$

- Vì  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  nên  $S_{\triangle GBC} = \frac{1}{3}S = 30\sqrt{2}$ .

