

ÔN TẬP CHƯƠNG 2

CÂU 1. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 2n$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) $u_1 = -2$. (B) $u_2 = 4$. (C) $u_3 = -6$. (D) $u_4 = -8$.

Lời giải.

Thay trực tiếp vào kiểm tra, ta có

$$\begin{aligned} u_1 &= -2 \cdot 1 = -2 \\ u_2 &= (-1)^2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \\ u_3 &= (-1)^3 \cdot 2 \cdot 3 = -6 \\ u_4 &= (-1)^4 \cdot 2 \cdot 4 = 8. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 2. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n}$. Tìm số hạng u_3 .

- (A) $u_3 = \frac{8}{3}$. (B) $u_3 = 2$. (C) $u_3 = -2$. (D) $u_3 = -\frac{8}{3}$.

Lời giải.

Thay trực tiếp vào kiểm tra, ta có

$$u_3 = (-1)^3 \cdot \frac{2^3}{3} = -\frac{8}{3}.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 3. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- (A) 8. (B) 6. (C) 9. (D) 10.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{2n+5}{5n-4} \\ \Leftrightarrow \frac{7}{12} &= \frac{2n+5}{5n-4} \\ \Leftrightarrow 24n+60 &= 35n-28 \\ \Leftrightarrow 11n &= 88 \\ \Leftrightarrow n &= 8. \end{aligned}$$

Vậy số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ 8.

CÂU 4. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- (A) $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$. (B) $u_{n+1} = 2^n + 1$. (C) $u_{n+1} = 2(n+1)$. (D) $u_{n+1} = 2^n + 2$.

Lời giải.

Ta có

Chọn đáp án (A) □

Lời giải.

Thay n bằng $n+1$ trong công thức u_n ta được

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 2^{n+1} \\ &= 2 \cdot 2^n. \end{aligned}$$

CÂU 5. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- (A) $u_{n-1} = 5^{n-1}$. (B) $u_{n-1} = 5^n$. (C) $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. (D) $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Lời giải.

Thay n bằng $n - 1$ trong công thức u_n ta được

$$\begin{aligned} u_{n-1} &= 5^{n-1+1} \\ &= 5^n. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 6. Cho dãy số có các số hạng đầu là $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là công thức nào dưới đây?

- (A)** $u_n = -2n$. **(B)** $u_n = n - 2$. **(C)** $u_n = -2(n + 1)$. **(D)** $u_n = 2n - 4$.

Lời giải.

Kiểm tra $u_1 = -2$ ta loại các đáp án B và C. Tương tự kiểm tra $u_2 = 0$ ta loại đáp án A.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 7. Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- (A)** $u_n = \frac{1}{2} + 2(n - 1)$. **(B)** $u_n = \frac{1}{2} - 2(n - 1)$. **(C)** $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. **(D)** $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = -\frac{3}{2} \\ u_3 = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

Ta thấy chỉ có đáp án B đều thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 8. Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- (A)** $u_n = \frac{-n+1}{n}$. **(B)** $u_n = \frac{n+1}{n}$. **(C)** $u_n = -\frac{n+1}{n}$. **(D)** $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = -2 \\ u_2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Ta thấy chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 9. Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -\frac{1}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số này là.

- (A)** $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1$. **(B)** $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}$. **(C)** $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}$. **(D)** $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta dùng công thức tổng quát $u_n = u_1 + (n - 1)d = -\frac{1}{2} + (n - 1)\frac{1}{2} = -1 + \frac{n}{2}$ để tính các số hạng của một cấp số cộng. Ta có

$$u_1 = -\frac{1}{2}, u_2 = 0, u_3 = \frac{1}{2}, u_4 = 1, u_5 = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 10. Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

- (A)** 7; 12; 17. **(B)** 6; 10; 14. **(C)** 8; 13; 18. **(D)** 6; 12; 18.

Lời giải.

Giữa 2 và 22 có thêm ba số hạng nữa lập thành cấp số cộng, xem như ta có một cấp số cộng có năm số hạng với $u_1 = 22; u_5 = 22$, ta cần tìm u_2, u_3, u_4 . Ta có

$$\begin{aligned} u_5 &= u_1 + 4d \\ \Leftrightarrow d &= \frac{u_5 - u_1}{4} \\ \Leftrightarrow d &= 5 \\ \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 7 \\ u_3 = 12 \\ u_4 = 17 \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**.....

CÂU 11. Biết các số $C_n^1; C_n^2; C_n^3$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với $n > 3$. Tìm n .

- A** $n = 5$. **B** $n = 7$. **C** $n = 9$. **D** $n = 11$.

Lời giải.

Ba số $C_n^1; C_n^2; C_n^3$ theo thứ tự $u_1; u_2; u_3$ lập thành một cấp số cộng nên

$$\begin{aligned} u_1 + u_3 &= 2u_2 \\ \Leftrightarrow C_n^1 + C_n^3 &= 2C_n^2 \\ \Leftrightarrow n + \frac{(n-2)(n-1)n}{6} &= 2 \cdot \frac{(n-1)n}{2} \\ \Leftrightarrow 1 + \frac{n^2 - 3n + 2}{6} &= n - 1 \\ \Leftrightarrow n^2 - 9n + 14 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = 7 \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện $n > 3$, do đó $n = 7$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **B**.....

CÂU 12. Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng.

- A** $u_n = 5n + 1$. **B** $u_n = 5n - 1$. **C** $u_n = 4n + 1$. **D** $u_n = 4n - 1$.

Lời giải.

Các số 5; 9; 13; 17; ... theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng (u_n) nên

$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ d = u_2 - u_1 = 4 \end{cases} \Rightarrow u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 4(n-1) = 4n + 1.$$

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và $d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A** $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$. **B** $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$. **C** $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$. **D** $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_1 = -3 \\ d = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow u_n = u_1 + (n-1)d = -3 + \frac{1}{2}(n-1).$$

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 14. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A** $u_7 = 7 - 3n$. **B** $u_7 = 7 - 3^n$. **C** $u_7 = \frac{7}{3n}$. **D** $u_7 = 7 \cdot 3^n$.

Lời giải.

Dãy (u_n) là cấp số cộng khi và chỉ khi $u_n = an + b$ với a, b là hằng số.

Chọn đáp án **A** □

CÂU 15. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A** $u_{15} = 34$. **B** $u_{15} = 45$. **C** $u_{13} = 31$. **D** $u_{10} = 35$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_1 = -5 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow u_n = 3n - 8 \Rightarrow \begin{cases} u_{15} = 37 \\ u_{13} = 31 \\ u_{10} = 22 \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

CÂU 16. Cho cấp số cộng (u_n) có $d = -2$ và $S_8 = 72$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 .

- A** $u_1 = 16$. **B** $u_1 = -16$. **C** $u_1 = \frac{1}{16}$. **D** $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} d = -2 \\ S_8 = 72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2 \\ 8u_1 + \frac{8 \cdot 7}{2}d = 72 \end{cases} \Rightarrow 8u_1 + 28 \cdot (-2) = 72 \Leftrightarrow u_1 = 16$.

Chọn đáp án **A** □

CÂU 17. Một cấp số cộng có số hạng đầu là 1, công sai là 4, tổng của n số hạng đầu là 561. Khi đó số hạng thứ n của cấp số cộng đó là u_n có giá trị là bao nhiêu?

- A** $u_n = 57$. **B** $u_n = 61$. **C** $u_n = 65$. **D** $u_n = 69$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_1 = 1, d = 4 \\ S_n = 561 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1, d = 4 \\ nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 561 \end{cases} \Rightarrow n + \frac{n^2 - n}{2} \cdot 4 = 561 \Leftrightarrow 2n^2 - n - 561 = 0 \Leftrightarrow n = 17$.

Từ đây suy ra $u_{17} = u_1 + 16d = 1 + 16 \cdot 4 = 65$.

Chọn đáp án **C** □

CÂU 18. Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = \frac{3n^2 - 19n}{4}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng đã cho.

- A** $u_1 = 2, d = -\frac{1}{2}$. **B** $u_1 = -4, d = \frac{3}{2}$. **C** $u_1 = -\frac{3}{2}, d = -2$. **D** $u_1 = \frac{5}{2}, d = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{3n^2 - 19n}{4} = \frac{3}{4}n^2 - \frac{19n}{4} = S_n = nu_1 + \frac{n^2 - n}{2}d = \frac{d}{2}n^2 + \left(u_1 - \frac{d}{2}\right)n$.

Đồng nhất hai vế của phương trình, ta có $\begin{cases} \frac{d}{2} = \frac{3}{4} \\ u_1 - \frac{d}{2} = -\frac{19}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -4 \\ d = \frac{3}{2} \end{cases}$.

Chọn đáp án **B** □

CÂU 19. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 2001$ và $u_5 = 1995$. Khi đó u_{1001} bằng.

- A** $u_{1001} = 4005$. **B** $u_{1001} = 4003$. **C** $u_{1001} = 3$. **D** $u_{1001} = 1$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_2 = 2001 \\ u_5 = 1995 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 2001 \\ u_1 + 4d = 1995 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2003 \\ d = -2 \end{cases} \Rightarrow u_{1001} = u_1 + 1000d = 3$.

Chọn đáp án **C** □

CÂU 20. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_n = -1, u_{n+1} = 8$. Tính công sai d của cấp số cộng đó.

- A** $d = -9$. **B** $d = 7$. **C** $d = -7$. **D** $d = 9$.

Lời giải.

Ta có $d = u_{n+1} - u_n = 8 - (-1) = 9$.

Chọn đáp án **(D)** .

CÂU 21. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_2 + u_{23} = 60$. Tính tổng S_{24} của 24 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

- (A)** $S_{24} = 60$. **(B)** $S_{24} = 120$. **(C)** $S_{24} = 720$. **(D)** $S_{24} = 1440$.

Lời giải.

Ta có $u_2 + u_{23} = 60 \Leftrightarrow u_1 + d + u_1 + 22d = 60 \Leftrightarrow 2u_1 + 23d = 60$.

Khi đó $S_{24} = \frac{24}{2}(u_1 + u_{24}) = 12(u_1 + u_1 + 23d) = 12.60 = 720$.

Chọn đáp án **(C)** .

CÂU 22. Một cấp số cộng có 6 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 17, tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 14. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

- (A)** $d = 2$. **(B)** $d = -3$. **(C)** $d = 4$. **(D)** $d = 5$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_1 + u_6 = 17 \\ u_2 + u_4 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 5d = 17 \\ 2u_1 + 6d = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 16 \\ d = -3 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(B)** .

CÂU 23. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 u_7 = 75 \end{cases}$. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

- (A)** $d = \frac{1}{2}$. **(B)** $d = \frac{1}{3}$. **(C)** $d = 2$. **(D)** $d = 3$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 u_7 = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 6d - u_1 - 2d = 8 \\ (u_1 + d)(u_1 + 6d) = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ (u_1 + 2)(u_1 + 12) = 75 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(C)** .

CÂU 24. Ba góc của một tam giác vuông tạo thành cấp số cộng. Hai góc nhọn của tam giác có số đo (độ) là

- (A)** 20° và 70° . **(B)** 45° và 45° . **(C)** 20° và 45° . **(D)** 30° và 60° .

Lời giải.

Ba góc A, B, C của một tam giác vuông theo thứ tự đó ($A < B < C$) lập thành cấp số cộng nên $C = 90, C + A = 2B$.

Ta có $\begin{cases} A + B + C = 180 \\ A + C = 2B \\ C = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 30 \\ B = 60 \\ C = 90 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(D)** .

CÂU 25. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là

- (A)** $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$. **(B)** $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. **(C)** $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. **(D)** $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$.

Lời giải.

Ba cạnh a, b, c , ($a < b < c$) của một tam giác theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

Ta có $\begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 \\ a + b + c = 3 \\ a + c = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 \\ 3b = 3 \\ a + c = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 \\ b = 1 \\ a = 2 - c \end{cases}$.

Từ đây suy ra $a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow (2 - c)^2 + 1 = c^2 \Leftrightarrow c = \frac{5}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = 1 \\ c = \frac{5}{4} \end{cases}$.

Chọn đáp án **(C)** .

CÂU 26. Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

- (A) 1635. (B) 1792. (C) 2055. (D) 3125.

Lời giải.

Số ghế của mỗi dãy (bắt đầu từ dãy đầu tiên) theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng có 30 số hạng có công sai $d = 3$ và $u_1 = 25$.

$$\text{Tổng số ghế là } S_{30} = 30u_1 + \frac{30 \cdot 29}{2}d = 2055.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 27. Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,... Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

- (A) 73. (B) 75. (C) 77. (D) 79.

Lời giải.

Số cây mỗi hàng (bắt đầu từ hàng thứ nhất) lập thành một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1, d = 1$. Giả sử có n hàng cây thì $u_1 + u_2 + \dots + u_n = S_n$.

$$\text{Ta có } S_n = 1 \cdot n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 1 = 3003 \Leftrightarrow n = 77.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 28. Một chiếc đồng hồ đánh chuông, kể từ thời điểm 0 (giờ) thì sau mỗi giờ thì số tiếng chuông được đánh đúng bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông?

- (A) 78. (B) 156. (C) 300. (D) 48.

Lời giải.

Kể từ lúc 1 (giờ) đến 24 (giờ) số tiếng chuông được đánh lập thành cấp số cộng có 24 số hạng với $u_1 = 1$, công sai $d = 1$.

$$\text{Vậy số tiếng chuông được đánh trong 1 ngày là } S_{24} = 1 \cdot 24 + \frac{24 \cdot 23}{2} \cdot 1 = 300.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 29. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5,... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

- (A) 98. (B) 100. (C) 102. (D) 104.

Lời giải.

Số hạt dẻ trên mỗi ô (bắt đầu từ ô thứ nhất) theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 7, d = 5$. Gọi n là số ô trên bàn cờ thì $u_1 + u_2 + \dots + u_n = S_n$.

$$\text{Ta có } S_n = 25450 \Leftrightarrow 7n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 5 = 25450 \Leftrightarrow n = 100.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 30. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ 2 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50 mét mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

- (A) 5.250.000 đồng. (B) 10.125.000 đồng. (C) 4.000.000 đồng. (D) 4.245.000 đồng.

Lời giải.

Giá tiền khoan mỗi mét (bắt đầu từ mét đầu tiên) lập thành cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 80000, d = 5000$. Do cần khoan 50 mét nên tổng số tiền cần trả là $S_{50} = 80000 \cdot 50 + \frac{50 \cdot 49}{2} \cdot 5000 = 10125000$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 31. Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 16 và 36. Số hạng tiếp theo là

- (A) 720. (B) 81. (C) 64. (D) 56.

Lời giải.

$$\text{Ta có cấp số nhân } (u_n) \text{ có } \begin{cases} u_n = 36 \\ u_{n+1} = 36 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{9}{4}. \text{ Từ đây suy ra } u_{n+2} = u_{n+1} \cdot q = 36 \cdot \frac{9}{4} = 81.$$

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 32. Tìm x để các số $2; 8; x; 128$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- (A)** $x = 14$. **(B)** $x = 32$. **(C)** $x = 64$. **(D)** $x = 68$.

Lời giải.

Cấp số nhân $2; 8; x; 128$ theo thứ tự đó sẽ là u_1, u_2, u_3, u_4 .

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} \\ \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8}{2} = \frac{x}{8} \\ \frac{x}{8} = \frac{128}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ x^2 = 1024 \end{cases} \Rightarrow x = 32.$$

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 33. Tìm tất cả giá trị của x để ba số $2x - 11; x; 2x + 1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- (A)** $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$. **(B)** $x = \pm \frac{1}{3}$. **(C)** $x = \pm \sqrt{3}$. **(D)** $x = \pm 3$.

Lời giải.

Cấp số nhân $2x - 11; x; 2x + 1$, suy ra $(2x - 11)(2x + 1) = x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 34. Với giá trị x, y nào dưới đây thì các số hạng lần lượt là $-2; x; -18; y$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân?

- (A)** $\begin{cases} x = 6 \\ y = -54 \end{cases}$. **(B)** $\begin{cases} x = -10 \\ y = -26 \end{cases}$. **(C)** $\begin{cases} x = -6 \\ y = -54 \end{cases}$. **(D)** $\begin{cases} x = -6 \\ y = 54 \end{cases}$.

Lời giải.

$$\text{Cấp số nhân } -2; x; -18; y, \text{ suy ra } \begin{cases} \frac{x}{-2} = \frac{-18}{x} \\ \frac{-18}{x} = \frac{y}{-18} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 6 \\ y = \pm 54 \end{cases}. \text{ Vậy } (x, y) = (6; 54) \text{ hoặc } (x, y) = (-6; -54).$$

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 35. Hai số hạng đầu của của một cấp số nhân là $2x + 1$ và $4x^2 - 1$. Số hạng thứ ba của cấp số nhân là.

- (A)** $2x - 1$. **(B)** $2x + 1$. **(C)** $8x^3 - 4x^2 - 2x + 1$. **(D)** $8x^3 + 4x^2 - 2x - 1$.

Lời giải.

Công bội của cấp số nhân là $q = \frac{4x^2 - 1}{2x + 1} = 2x - 1$. Vậy số hạng thứ ba của cấp số nhân là $(4x^2 - 1)(2x - 1) = 8x^3 - 4x^2 - 2x + 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 36. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát nu sau, dãy số nào là một cấp số nhân

- (A)** $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. **(B)** $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$. **(C)** $u_n = n + \frac{1}{3}$. **(D)** $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Dãy $u_n = \frac{1}{3^{n-2}} = 3 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ là cấp số nhân có $u_1 = 3, q = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 37. Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

- (A)** $q = 3$. **(B)** $q = -3$. **(C)** $q = 2$. **(D)** $q = -2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_6 = 486 \end{cases} \Rightarrow u_6 = u_1 q^5 \Leftrightarrow 486 = 2 \cdot q^5 \Leftrightarrow q = 3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 38. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng.

- (A)** $u_5 = -\frac{27}{16}$. **(B)** $u_5 = -\frac{16}{27}$. **(C)** $u_5 = \frac{16}{27}$. **(D)** $u_5 = \frac{27}{16}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = -3 \\ q = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow u_5 = u_1 \cdot q^4 = -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{27}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 39. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = -2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho.

- (A)** 5. **(B)** 6.
(C) 7. **(D)** Không là số hạng của cấp số đã cho.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow 192 = 3 \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow n = 7.$$

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 40. Một cấp số nhân có công bội bằng 3 và số hạng đầu bằng 5. Biết số hạng chính giữa là 32805. Hỏi cấp số nhân đã cho có bao nhiêu số hạng?

- (A)** 18. **(B)** 17. **(C)** 16. **(D)** 9.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow 32805 = 5 \cdot 3^{n-1} \Leftrightarrow n = 9$. Vậy u_9 là số hạng chính giữa của cấp số nhân, nên cấp số nhân đã cho có 17 số hạng.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 41. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

- (A)** $S_{10} = -511$. **(B)** $S_{10} = -1025$. **(C)** $S_{10} = 1025$. **(D)** $S_{10} = 1023$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = -3 \\ q = -2 \end{cases} \Rightarrow S_{10} = u_1 \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = (-3) \cdot \frac{(-2)^{10} - 1}{-2 - 1} = 1023.$$

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 42. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** $S_n = 4^{n-1}$. **(B)** $S_n = \frac{n(1 + 4^{n-1})}{2}$. **(C)** $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$. **(D)** $S_n = \frac{4(4^n - 1)}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = -3 \\ q = 4 \end{cases} \Rightarrow S_n = u_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{4^n - 1}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 43. Số hạng thứ hai, số hạng đầu và số hạng thứ ba của một cấp số cộng với công sai khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội q . Tìm q .

- (A)** $q = 2$. **(B)** $q = -2$. **(C)** $q = -\frac{3}{2}$. **(D)** $q = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Giả sử ba số hạng $a; b; c$ lập thành cấp số cộng thỏa yêu cầu, khi đó $b; a; c$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân công bội q .

$$\text{Ta có } \begin{cases} a + c = 2b \\ a = bq \\ c = bq^2 \end{cases} \Rightarrow bq + bq^2 = 2b \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ q^2 + q - 2 = 0 \end{cases}$$

Nếu $b = 0 \Rightarrow a = b = c = 0$ nên $a; b; c$ là cấp số cộng công sai $d = 0$ (vô lí).

$$\text{Nếu } q^2 + q - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 1 \\ q = -2 \end{cases}. \text{ Nếu } q = 1 \Rightarrow a = b = c \text{ (vô lí), do đó } q = -2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 44. Cho bốn số a, b, c, d biết rằng a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân công bội $q \in \mathbb{N}$, còn b, c, d theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng.

- a) Chứng minh rằng $b + d = 2c$.

b) Tìm q biết rằng $a + d = 14$ và $b + c = 12$.

Lời giải.

a) Vì b, c, d lập thành cấp số cộng nên $c - b = d - c \Rightarrow b + d = 2c$.

$$b) \begin{cases} b = aq \\ c = aq^2 \\ b + d = 2c \\ a + d = 14 \\ c + d = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} aq + d = 2aq^2, & (1) \\ a + d = 14, & (2) \\ a(q + q^2) = 12, & (3) \end{cases}$$

Nếu $q = 0 \Rightarrow b = c = d = 0$ (vô lý).

Nếu $q = -1 \Rightarrow b = -a = -c \Rightarrow b + c = 0$ (vô lý).

Vậy $q \neq 0, q \neq -1$, từ (2) và (3), ta có $d = 14 - a$ và $a = \frac{12}{q + q^2}$, thay vào (1), ta được

$$\frac{12q}{q + q^2} + 14 - \frac{12}{q + q^2} = 2 \cdot \frac{12q^2}{q + q^2} \Leftrightarrow 12q + 14q + 14q^2 - 12 = 24q^2 \Leftrightarrow 10q^2 - 26q + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = \frac{6}{5} \end{cases}$$

Vì $q \in \mathbb{N}$ nên $q = 2$.

CÂU 45. Gọi $S = 1 + 11 + 111 + \dots + 111 \dots 1$ (n số 1) thì S nhận giá trị nào sau đây?

(A) $S = \frac{10^n - 1}{81}$. (B) $S = 10 \cdot \frac{10^n - 1}{81}$. (C) $S = 10 \cdot \frac{10^n - 1}{81} - 1$. (D) $S = \frac{1}{9} \left[10 \cdot \frac{10^n - 1}{9} - 1 \right]$.

Lời giải.

Ta có $S = \frac{1}{9} (9 + 99 + 999 + \dots + 999 \dots 9) = \frac{1}{9} (10 + 100 + 1000 + \dots + 100 \dots 0 - n) = \frac{1}{9} \left[10 \cdot \frac{10^n - 1}{9} - 1 \right]$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 46. Biết rằng $S = 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + \dots + 11 \cdot 3^{10} = a + \frac{21 \cdot 3^b}{4}$. Tính $P = a + \frac{b}{4}$.

(A) $P = 1$. (B) $P = 2$. (C) $P = 3$. (D) $P = 4$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $3S = 3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \dots + 11 \cdot 3^{11}$.

Do đó $-2S = S - 3S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{10} - 10 \cdot 3^{11} = \frac{1 - 3^{11}}{1 - 3} - 11 \cdot 3^{11} \Rightarrow S = \frac{1}{4} + \frac{21}{4} \cdot 3^{11}$.

Vậy $a = \frac{1}{4}, b = 11$, suy ra $P = 3$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 47. Một cấp số nhân có ba số hạng là a, b, c (theo thứ tự đó) trong đó các số hạng đều khác 0 và công bội $q \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng.

(A) $\frac{1}{a^2} = \frac{1}{bc}$. (B) $\frac{1}{b^2} = \frac{1}{ac}$. (C) $\frac{1}{c^2} = \frac{1}{ba}$. (D) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{c}$.

Lời giải.

Ta có $ac = b^2 \Rightarrow \frac{1}{b^2} = \frac{1}{ac}$

Chọn đáp án (B) □

KTTX-2

CÂU 1. Xét xem dãy $u_n = \frac{2n+3}{5}$ có phải là cấp số cộng hay không? Nếu phải hãy xác định công sai.

(A) $d = \emptyset$. (B) $d = \frac{2}{5}$. (C) $d = -3$. (D) $d = 1$.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{5}$.

Dãy (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = \frac{2}{5}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 2. Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Là một dãy số tăng. (B) Là một dãy số bị chặn. (C) $u_{n-1} - u_n = 1$. (D) Là một dãy số giảm.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= [-(n+1)^2 + n + 1 + 1] - [-n^2 + n + 1] \\ &= -n^2 - 2n - 1 + n + 2 + n^2 - n - 1 = -2n < 0, \forall n \geq 1. \end{aligned}$$

Do đó (u_n) là một dãy giảm.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 3. Cho các cấp số nhân với $u_1 = \frac{-1}{2}; u_7 = -32$. Công bội của cấp số nhân là

- (A) $\pm \frac{1}{2}$. (B) ± 4 . (C) ± 2 . (D) ± 1 .

Lời giải.

Ta có $u_7 = u_1 q^6 \Rightarrow -32 = -\frac{1}{2} q^6 \Rightarrow q = \pm 2$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 4. Cho cấp số nhân có $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$. Giá trị u_1 và q của cấp số nhân là

- (A) $u_1 = 9$ và $q = 2$. (B) $u_1 = 9$ và $q = -2$. (C) $u_1 = -9$ và $q = 2$. (D) $u_1 = -9$ và $q = -2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 q = 54 \\ u_1 q^4 - u_1 q^2 = 108 \end{cases}$$

Ta thấy $u_1 q^3 - u_1 q \neq 0$ nên chia phương trình (2) cho phương trình (1) ta được $q = 2$.

Thay $q = 2$ vào phương trình (1) ta tìm được $u_1 = 9$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 5. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^{\frac{n}{2}+1}$. Tìm công bội của dãy số (u_n) .

- (A) $q = \frac{3}{2}$. (B) $q = \sqrt{3}$. (C) $q = \frac{1}{2}$. (D) $q = 3$.

Lời giải.

Ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3^{\frac{n+1}{2}+1}}{3^{\frac{n}{2}+1}} = \sqrt{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra dãy số là cấp số nhân với $u_1 = 3\sqrt{3}, q = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 6. Cho cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{4}, d = -\frac{1}{4}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây?

- (A) $S_5 = \frac{5}{4}$. (B) $S_5 = \frac{4}{5}$. (C) $S_5 = -\frac{5}{4}$. (D) $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Lời giải.

Theo giả thiết $S_5 = 5u_1 + 10d = 5 \cdot \frac{1}{4} + 10 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{5}{4}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 7. Tìm x, y biết các số $x + 5y, 5x + 2y, 8x + y$ lập thành cấp số cộng và các số $(y - 1)^2, xy - 1, (x + 1)^2$ lập thành cấp số nhân.

- (A) $(x; y) \in \left\{ \left(-\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right\}$. (B) $(x; y) \in \left\{ \left(\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right\}$.
(C) $(x; y) \in \left\{ \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right\}$. (D) $(x; y) \in \left\{ \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right\}$.

Lời giải.

Ta có hệ
$$\begin{cases} x + 5y + 8x + y = 2(5x + 2y) \\ (x + 1)^2(y - 1)^2 = (xy - 1)^2. \end{cases}$$

Giải hệ này ta tìm được

$$(x; y) \in \left\{ \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right\}.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 8. Chu vi của một đa giác là 213 cm, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 7$ cm. Cạnh lớn nhất bằng 53 cm. Số cạnh của đa giác đó là

- (A) 4. (B) 5. (C) 6. (D) 7.

☞ **Lời giải.**

Gọi số đo các cạnh của đa giác lần lượt là u_1, u_2, \dots, u_n với $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$. Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} S_n = 213 \\ u_n = 53 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \frac{n}{2}(u_1 + 53) = 213 \\ u_1 + 7(n - 1) = 53 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} nu_1 + 53n = 426 \\ u_1 + 7n = 60 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} n(60 - 7n) + 53n = 426 \\ u_1 = 60 - 7n \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -7n^2 + 113n - 426 = 0 \\ u_1 = 60 - 7n \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} n = 6 \text{ (nhận)} \\ n = \frac{71}{7} \text{ (loại)} \\ u_1 = 60 - 7n \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} n = 6 \\ u_1 = 18. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy số cạnh của đa giác là 6.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 9. Phát biểu nào dưới đây về dãy số (a_n) được cho bởi $a_n = 2^n + n$ là đúng?

- (A) Dãy số (a_n) là dãy số giảm. (B) Dãy số (a_n) là dãy số tăng.
(C) Dãy số (a_n) là dãy không tăng. (D) Dãy số (a_n) là dãy không tăng và không giảm.

☞ **Lời giải.**

Ta có $a_{n+1} - a_n = 2^{n+1} + n + 1 - 2^n - n = 2^n + 1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Suy ra dãy số (a_n) là dãy số tăng.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 10. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^{\frac{n}{2}+1}$. Số 19683 là số hạng thứ mấy của dãy số.

- (A) 15. (B) 16. (C) 19. (D) 17.

☞ **Lời giải.**

Ta có $u_n = 19683 \Leftrightarrow 3^{\frac{n}{2}+1} = 3^9 \Leftrightarrow \frac{n}{2} + 1 = 9 \Leftrightarrow n = 16$.

Vậy số 19683 là số hạng thứ 16 của cấp số.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 11. Cho dãy số (u_n) có $u_n = (-1)^{n+1} \cdot \cos \frac{2\pi}{n}$. Khi đó u_{12} bằng.

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_{12} = (-1)^{12+1} \cos \frac{2\pi}{12} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 12. Tổng 10 số hạng đầu của một cấp số nhân có $u_1 = 4, u_{10} = 2048$ là

- (A)** $S_{10} = 8184$. **(B)** $S_{10} = 4092$. **(C)** $S_{10} = 12276$. **(D)** $S_{10} = 6138$.

Lời giải.

Ta có $u_{10} = u_1 \cdot q^9 \Rightarrow q = 2$. Do đó $S_{10} = u_1 \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = 4092$.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 13. Dãy số (u_n) là cấp số cộng thỏa mãn $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 18 \end{cases}$. Số hạng đầu và công sai của cấp số cộng là

- (A)** $u_1 = 3, d = 2$. **(B)** $u_1 = 4, d = 2$. **(C)** $u_1 = 2, d = 4$. **(D)** $u_1 = 1, d = 2$.

Lời giải.

Áp dụng $u_n = u_1 + (n - 1)d$, ta có

$$\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ d = 2 \end{cases}$$

Vậy $u_1 = 4, d = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 14. Cho $S = 3 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + \dots + 3 \cdot 2^n$. Khẳng định nào sau đây đúng với mọi n nguyên dương?

- (A)** $S = 3(2^n - 1)$. **(B)** $S = 3(2^{n+1} + 1)$. **(C)** $S = 3(2^{n+1} - 1)$. **(D)** $S = 3(2^{n-1} - 1)$.

Lời giải.

Ta có $1, 2, 2^2, \dots, 2^n$ là cấp số nhân với $u_1 = 1, q = 2$ nên

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = \frac{1 - 2^{n+1}}{1 - 2} = 2^{n+1} - 1.$$

Vậy $S = 3(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n) = 3(2^{n+1} - 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 15. Cho CSC (u_n) có $S_n = 3n^2 - 2n$. Công thức tổng quát của CSC trên là

- (A)** $u_n = 20n - 19$. **(B)** $u_n = 6n - 5$. **(C)** $u_n = 4n - 3$. **(D)** $u_n = 7n - 5$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của CSC. Ta có

$$S_n = 3n^2 - 2n \Leftrightarrow \frac{n}{2}[2u_1 + (n - 1)d] = 3n^2 - 2n \Leftrightarrow 2u_1 - d + nd = 6n - 4$$

Do đó

$$\begin{cases} 2u_1 - d = -4 \\ d = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 6 \end{cases}$$

Vậy số hạng tổng quát của CSC là $u_n = u_1 + (n - 1)d = 1 + 6(n - 1) = 6n - 5, \forall n \geq 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 16. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 + u_5 = 42 \\ u_3 + u_{10} = 66 \end{cases}$. Tổng của 346 số hạng đầu là

- (A)** 242546. **(B)** 242000. **(C)** 241000. **(D)** 240000.

Lời giải.

Theo đề ta có

$$\begin{cases} u_2 + u_5 = 42 \\ u_3 + u_{10} = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 5d = 42 \\ 2u_1 + 11d = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 11 \\ d = 4 \end{cases} \Rightarrow S_{346} = \frac{346}{2}(2 \cdot 11 + 345 \cdot 4) = 242546.$$

Chọn đáp án **A**.....

CÂU 17. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Xác định công sai.

A $d = 3$.

B $d = 5$.

C $d = 6$.

D $d = 4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + d - (u_1 + 2d) + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ u_1 + 4d = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**.....

CÂU 18. Cho CSC có số hạng tổng quát $u_n = 5 + \frac{n+1}{2}$. Công sai của CSC là

A $d = 1$.

B $d = \frac{3}{2}$.

C $d = \frac{1}{2}$.

D $d = 2$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của CSC. Ta có

$$d = u_n - u_{n-1} = \frac{n+1}{2} - \frac{n}{2} = \frac{1}{2}.$$

Vậy công sai của CSC là $d = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 19. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2^n}{n!}$, ta thu được kết quả

A Dãy số tăng, bị chặn trên.

B Dãy số tăng, bị chặn dưới.

C Dãy số giảm, bị chặn.

D Dãy số không tăng, không giảm, không bị chặn.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{2^n}{n!}} = \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{2^n} = \frac{2}{n+1} < 1, \forall n \geq 1.$$

Mà $u_n > 0, \forall n$ nên $u_{n+1} < u_n, \forall n \geq 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy số giảm.

Vì $0 < u_n \leq u_1 = 2, \forall n \geq 1$ nên dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 20. Cho dãy số (u_n) có $u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(7-3n)}{2}$. Số hạng tổng quát của (u_n) là

A $u_n = 5 - 3n, n \geq 1$.

B $u_n = 5 + 3n, n \geq 1$.

C $u_n = 2 + 5n, n \geq 1$.

D $u_n = 2 - n, n \geq 1$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của CSC. Ta có

$$\begin{aligned} u_1 + u_2 + \dots + u_n &= \frac{n(7-3n)}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] &= \frac{n(7-3n)}{2} \\ \Leftrightarrow 2u_1 - d + nd &= 7 - 3n \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 - d = 7 \\ d = -3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $u_n = u_1 + (n-1)d = 2 - 3(n-1) = 5 - 3n, \forall n \geq 1$.

Chọn đáp án **A**.....

CÂU 21. Độ dài ba cạnh của một tam giác vuông lập thành một cấp số cộng. Nếu cạnh trung bình bằng 6 thì công sai của cấp số cộng này là

(A) 7,5.

(B) 4,5.

(C) 0,5.

(D) 1,5.

Lời giải.

Theo giả thiết $(6-d)^2 + 6^2 = (6+d)^2 \Leftrightarrow 36 - 12d = 12d \Rightarrow d = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 22. Xét tính bị chặn của dãy số $u_n = 4 - 3n - n^2$.

(A) Bị chặn.

(B) Không bị chặn.

(C) Bị chặn trên.

(D) Bị chặn dưới.

Lời giải.

Ta có $u_n = \frac{25}{4} - \left(n + \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4}$ nên (u_n) bị chặn trên; dãy (u_n) không bị chặn dưới.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 23. Cho cấp số cộng (u_n) có tổng 5 số hạng đầu tiên bằng 10. Giá trị u_3 là

(A) 4.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 5.

Lời giải.

Ta có $u_1 + u_2 + \dots + u_5 = 10 \Leftrightarrow 5u_1 + 10d = 10 \Leftrightarrow u_3 = u_1 + 2d = 2$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 24. Trong một cấp số nhân gồm các số hạng dương, hiệu số giữa số hạng thứ 5 và thứ 4 là 576 và hiệu số giữa số hạng thứ 2 và số hạng đầu tiên là 9. Tìm tổng 5 số hạng đầu tiên của các cấp số nhân này

(A) 1061.

(B) 1023.

(C) 1024.

(D) 768.

Lời giải.

Giả sử cấp số nhân trên có số hạng đầu tiên là u_1 .

Ta có $u_5 = q^4 \cdot u_1$; $u_4 = q^3 \cdot u_1 \Rightarrow u_5 - u_4 = (q^4 - q^3)u_1 = 576 = q^3(q-1)u_1 = 576$.

Lại có $u_2 = q \cdot u_1 \Rightarrow u_2 - u_1 = u_1(q-1) = 9$. Do đó $q^3 \cdot 9 = 576 \Rightarrow q^3 = 64 \Rightarrow q = 4 \Rightarrow u_1 = 3$.

Suy ra $S = \frac{1-q^5}{1-q}u_1 = 1023$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 25. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1$; $q = \frac{-1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ số hạng thứ mấy của (u_n) ?

(A) Số hạng thứ 105.

(B) Không là số hạng của cấp số đã cho.

(C) Số hạng thứ 103.

(D) Số hạng thứ 104.

Ta

có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ nên $\frac{1}{10^{103}} = -1 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{10}\right)^n = \frac{1}{10^{104}} \Rightarrow n = 104$.

Lời giải.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 26. Cho cấp số nhân $\frac{-1}{5}; a; \frac{-1}{125}$. Giá trị của a là

(A) $a = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$.

(B) $a = \pm \frac{1}{25}$.

(C) $a = \pm \frac{1}{5}$.

(D) $a = \pm 5$.

Lời giải.

Dãy số $\frac{-1}{5}; a; \frac{-1}{125}$ là cấp số nhân khi và chỉ khi $a^2 = \left(\frac{-1}{5}\right) \cdot \left(\frac{-1}{125}\right) \Rightarrow a = \pm \frac{1}{25}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 27. Xét tính tăng, giảm của dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n^3 + 1}, n \geq 1 \end{cases}$. Ta thu được kết quả

(A) Dãy số tăng.

(B) Dãy số giảm.

(C) Dãy số không tăng, không giảm.

(D) Dãy số khi tăng, khi giảm.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n^3 + 1} \Rightarrow u_{n+1} > \sqrt[3]{u_n^3} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow (u_n)$ là dãy số tăng.

Chọn đáp án **A** □

CÂU 28. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_n = 2n + 3$. Biết $S_n = 320$, giá trị của n là

- A** $n = 16$ hoặc $n = -20$. **B** $n = 15$. **C** $n = 20$. **D** $n = 16$.

Lời giải.

Ta có $u_1 = 5$ suy ra $S_n = \frac{n(5 + 2n + 3)}{2} = n^2 + 4n \Leftrightarrow n^2 + 4n - 320 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \text{ (nhận)} \\ n = -20 \text{ (loại)} \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

CÂU 29. Cho một cấp số nhân biết $u_1 = 3, q = 2$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là

- A** $3 \cdot (1 - 2^9)$. **B** $3 \cdot (1 - 2^{10})$. **C** $-3 \cdot (2^9 - 1)$. **D** $3 \cdot (2^{10} - 1)$.

Lời giải.

Ta có $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 3 \cdot \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = 3 \cdot (2^{10} - 1)$.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 30. Tổng $S = 4 \cdot 5^{100} \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{100}} \right) + 1$ có kết quả bằng

- A** $5^{100} - 1$. **B** 5^{100} . **C** $5^{101} - 1$. **D** 5^{101} .

Lời giải.

Đặt $M = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{100}}$.

Ta có $5M = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{99}}$.

$\Rightarrow 5M - M = 1 - \frac{1}{5^{100}} \Rightarrow 4M = 1 - \frac{1}{5^{100}} \Rightarrow M = \frac{5^{100} - 1}{4 \cdot 5^{100}} \Rightarrow S = 4 \cdot 5^{100} \cdot \frac{5^{100} - 1}{4 \cdot 5^{100}} + 1 = 5^{100}$.

Chọn đáp án **B** □

CÂU 31. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 24$ và $\frac{u_4}{u_{11}} = 16384$. Số hạng u_{17} là

- A** $\frac{3}{67108864}$. **B** $\frac{3}{368435456}$. **C** $\frac{3}{536870912}$. **D** $\frac{3}{2147483648}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{u_4}{u_{11}} = 16384 \Leftrightarrow \frac{u_1 \cdot q^3}{u_1 \cdot q^{10}} = \frac{1}{q^7} \Rightarrow q = \sqrt[7]{16384} = 4$.

Do vậy $u_{17} = u_1 \cdot q^{16} = 24 \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^{16} = \frac{3}{536870912}$.

Chọn đáp án **C** □

CÂU 32. Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A** Dãy số (a_n) với $a_n = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **B** Dãy số (b_n) với $b_1 = 1, b_{n+1} = 2b_n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C Dãy số (c_n) với $c_n = (2n + 1)^2 - 4n^2, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D** Dãy số (d_n) với $d_1 = 1, d_{n+1} = \frac{2020}{d_n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

☑ Ta có $a_{n+1} = 3^{n+1}$. Suy ra $a_{n+1} - a_n = 3^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n$.
 Vì $a_{n+1} - a_n$ còn phụ thuộc vào n nên dãy (a_n) không là cấp số cộng.

☑ Ta có $b_2 = 3, b_3 = 7, b_4 = 15$. Suy ra $b_2 - b_1 = 2$ và $b_4 - b_3 = 8$ nên $b_2 - b_1 \neq b_4 - b_3$.
 Do đó dãy (b_n) không là cấp số cộng.

☑ Ta có $c_{n+1} = (2n + 3)^2 - 4(n + 1)^2$. Suy ra

$$c_{n+1} - c_n = (2n + 3)^2 - 4(n + 1)^2 - (2n + 1)^2 + 4n^2 = 2(4n + 4) - 4(2n + 1) = 4.$$

Vậy dãy (c_n) là cấp số cộng.

☑ Ta có $d_2 = 1010$, $d_3 = \frac{2020}{1011}$, $d_4 = \frac{2020}{d_3 + 1}$ nên $d_2 - d_1 \neq d_4 - d_3$.
Do đó dãy (d_n) không là cấp số cộng.

Chọn đáp án **C** □

CÂU 33. Trong các dãy số sau dãy nào bị chặn trên

- A** $u_n = 3n^2 + 1$. **B** $u_n = \frac{n+2}{n+1}$. **C** $u_n = (-1)^n n^2$. **D** $u_n = 3n + 2$.

☞ **Lời giải.**

Ta có $u_n = 3n + 2$ là dãy số tăng. Thật vậy,
 $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 3n = 3 > 0 \Rightarrow u_{n+1} > u_n$.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 34. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Giá trị của biểu thức $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$ là

- A** -1242. **B** -1222. **C** -1276. **D** -1286.

☞ **Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} u_1 + 4d + 3(u_1 + 2d) - (u_1 + d) = -21 \\ 3(u_1 + 6d) - 2(u_1 + 3d) = -34 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 3u_1 + 9d = -21 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3. \end{cases} \end{aligned}$$

$$S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30} = S_{30} - S_3 = \frac{30}{2} (2 \cdot 2 + 29 \cdot (-3)) - \frac{3}{2} (2 \cdot 2 - 2 \cdot 3) = -1242.$$

Chọn đáp án **A** □

CÂU 35. Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng khác không, tổng các giá trị u_1 thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85. \end{cases}$

- A** 4. **B** 9. **C** 6. **D** 10.

☞ **Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} u_1(1 + q + q^2 + q^3) = 15 \\ u_1^2(1 + q^2 + q^4 + q^6) = 85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \frac{q^4 - 1}{q - 1} = 15 \\ u_1^2 \frac{q^8 - 1}{q^2 - 1} = 85 \end{cases} \\ \Rightarrow & \left(\frac{q^4 - 1}{q - 1} \right)^2 \left(\frac{q^2 - 1}{q^8 - 1} \right) = \frac{45}{17} \Leftrightarrow \frac{(q^4 - 1)(q + 1)}{(q - 1)(q^4 + 1)} = \frac{45}{17} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = \frac{1}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đó ta tìm được $u_1 = 1$, $u_1 = 8$.

Chọn đáp án **B** □

CÂU 36. Cho cấp số cộng $u_n = 5n - 2$. Biết $S_n = 16040$, số số hạng của cấp số cộng là

- A** 79. **B** 3024. **C** 80. **D** 100.

☞ **Lời giải.**

Ta có cấp số cộng: $u_n = 5n - 2$ nên $u_1 = 3, u_2 = 8, \dots \Rightarrow d = 5$.

$$\begin{aligned} S_n &= 16040 \\ \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] &= 16040 \\ \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2 \cdot 3 + (n-1) \cdot 5] &= 16040 \\ \Leftrightarrow 5n^2 + n - 32080 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 80 \\ n = -\frac{401}{5} \text{ (loại)} \end{cases} \\ \Leftrightarrow n &= 80. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

CÂU 37. Tứ giác $ABCD$ có số đo các góc lập thành một cấp số nhân theo thứ tự A, B, C, D . Biết rằng số đo góc C gấp bốn lần số đo góc A . Số đo góc A của tứ giác đó bằng

- A** 24° . **B** 48° . **C** 144° . **D** 72° .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} A + B + C + D = 360 \\ B = Aq \\ C = Aq^2 = 4A \\ D = Aq^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(1 + q + q^2 + q^3) = 360 \\ B = Aq \\ C = Aq^2 \\ D = Aq^3 \end{cases}$$

Từ $Aq^2 = 4A$ ta được $q = 2$ thế vào phương trình đầu ta được $A = 24^\circ$.

Chọn đáp án **A** □

CÂU 38. Cho một cấp số cộng (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$.

- A** $S = \frac{9}{246}$. **B** $S = \frac{4}{23}$. **C** $S = 123$. **D** $S = \frac{49}{246}$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số đã cho.

$$\text{Ta có } S_{100} = 50(2u_1 + 99d) = 24850 \Rightarrow d = \frac{497 - 2u_1}{99} = 5.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 5S &= \frac{5}{u_1 u_2} + \frac{5}{u_2 u_3} + \dots + \frac{5}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{50} - u_{49}}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{48}} - \frac{1}{u_{49}} + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 49d} = \frac{245}{246} \\ \Rightarrow S &= \frac{49}{246}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

CÂU 39. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tính tổng

$$S = u_5 + u_7 + \dots + u_{2011}.$$

- A** $S = 3028123$. **B** $S = 3021233$. **C** $S = 3028057$. **D** $S = 3028332$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + d - (u_1 + 2d) + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ u_1 + 4d = 13 \end{cases} \Leftrightarrow u_1 = 1, d = 3.$$

Ta có $u_5, u_7, \dots, u_{2011}$ lập thành cấp số cộng với công sai $d = 6$ và có 1003 số hạng nên

$$S = \frac{1003}{2} (2u_5 + 1002 \cdot 6) = 3028057.$$

Chọn đáp án **C** ☐

CÂU 40. Ba cạnh của một tam giác vuông có độ dài là các số nguyên dương lập thành một CSC. Một cạnh có thể có độ dài bằng

- A** 22. **B** 58. **C** 81. **D** 91.

Lời giải.

Gọi độ dài ba cạnh của tam giác lần lượt là $0 < a < b < c$.

Vì a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên

$$\begin{aligned} a + c &= 2b \\ \Leftrightarrow a^2 + 2ac + c^2 &= 2(c^2 - a^2) \\ \Leftrightarrow -c^2 + 2ac + 3a^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} c = -a \\ c = 3a. \end{cases} \end{aligned}$$

• $c = -a$ vô lí vì $a, c > 0$.

• $c = 3a$ nên c chia hết cho 3.

Chỉ có đáp án 81 thỏa điều kiện trên.

Vậy một cạnh của tam giác là 81.

Chọn đáp án **C** ☐

BT ÔN TẬP CHƯƠNG 2

CÂU 1. Với giá trị nào của a thì dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an-1}{n+2}, \forall n \geq 1$ là dãy số tăng?

- A** $a > 2$. **B** $a < -2$. **C** $a > -\frac{1}{2}$. **D** $a < -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = \frac{an+a-1}{n+3} - \frac{an-1}{n+2} = \frac{2a+1}{(n+2)(n+3)}.$$

$$\text{Để dãy số } (u_n) \text{ tăng} \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow 2a+1 > 0 \Leftrightarrow a > -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **C** ☐

CÂU 2. Cho dãy số (u_n) biết: $\begin{cases} u_1 = 10 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases} \forall n \geq 1$.

a) Tính u_2, u_3, u_4, u_5 .

b) Dùng quy nạp để chứng minh $u_n = 10 \cdot 2^{n-1}, \forall n \geq 1$.

Lời giải.

a) Ta có $u_2 = 20, u_3 = 40, u_4 = 80, u_5 = 160$.

b) Chứng minh $u_n = 10 \cdot 2^{n-1}$ (*).

Với $n = 1$ ta có $u_1 = 10$ (đúng). Vậy (*) đúng với $n = 1$.

Giả sử (*) đúng với $n = k, k \geq 1$, nghĩa là $u_k = 10 \cdot 2^{k-1}$.

Ta sẽ chứng minh (*) đúng với $n = k+1$, nghĩa là ta sẽ chứng minh $u_{k+1} = 10 \cdot 2^k$.

Ta có $u_{k+1} = 2u_k = 2 \cdot 10 \cdot 2^{k-1} = 10 \cdot 2^k$.

Vậy (*) đúng với $n = k+1$.

Kết luận: $u_n = 10 \cdot 2^{n-1}, \forall n \geq 1$.

CÂU 3. Trong các dãy số sau, dãy số nào bị chặn?

- A** $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$. **B** $u_n = 2n + \sin n$. **C** $u_n = n^2$. **D** $u_n = n^3 - 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta xét } u_n = \frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1} < 2 \forall n. \text{ Mặt khác } u_n = 2 - \frac{1}{n+1} > 2 - 1 = 1.$$

Do đó $1 < u_n < 2$ nên dãy $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ bị chặn.

Chọn đáp án **A** ☐

CÂU 4. Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép như sau: Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Gọi P_n (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau n tháng.

- Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 1 tháng.
- Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 3 tháng.
- Dự đoán công thức của P_n tính theo n .

Lời giải.

- Số tiền lãi chị thu được sau tháng thứ 1 là $100.000.000 \cdot 0,5\% = 500.000$ đồng.
Do đó $P_1 = 100.000.000 + 500.000 + 6.000.000 = 106.500.000$ đồng.

- Số tiền chị có trong ngân hàng sau tháng thứ 2 là

$$P_2 = P_1 + P_1 \cdot 0,5\% + 6.000.000 = 113.032.500 \text{ (đồng)}.$$

Số tiền chị có trong ngân hàng sau tháng thứ 3 là

$$P_3 = P_2 + P_2 \cdot 0,5\% + 6.000.000 = 119.597.662 \text{ (đồng)}.$$

- Ta chọn đơn vị là triệu đồng và xét bài toán tổng quát: Số tiền ban đầu là T triệu đồng với lãi suất hàng tháng là r và mỗi tháng gửi thêm a triệu đồng thì số tiền trong tài khoản sau tháng thứ n là P_n triệu đồng.
Số tiền lãi sau tháng thứ n được tính là $P_n \cdot r$ nên ta có

$$\textcircled{C} P_1 = T + T \cdot r + a = T(1 + r) + a = T(1 + r) + \frac{a(1 + r)^1 - a}{r};$$

$$\textcircled{C} P_2 = P_1 + P_1 \cdot r + a = T(1 + r)^2 + (r + 1) \cdot \frac{a(1 + r)^1 - a}{r} + a = T(1 + r)^2 + \frac{a(1 + r)^2 - a}{r};$$

$$\textcircled{C} P_3 = P_2 + P_2 \cdot r + a = T(1 + r)^3 + (r + 1) \cdot \frac{a(1 + r)^2 - a}{r} + a = T(1 + r)^3 + \frac{a(1 + r)^3 - a}{r}.$$

Cứ tiếp tục như vậy thì ta dự đoán công thức tổng quát của P_n là

$$P_n = T(1 + r)^n + \frac{a(1 + r)^n - a}{r}.$$

Thay số $T = 100$, $r = 0,5\% = 0,005$ và $a = 6$ ta thu được

$$P_n = 100 \cdot 1,005^n + \frac{6 \cdot 1,005^n - 6}{0,005}.$$

CÂU 5. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào là dãy số tăng?

☐ A $u_n = -n$.

☐ B $u_n = \frac{1}{n}$.

☐ C $u_n = (-1)^n n$.

☒ D $u_n = n$.

Lời giải.

- ☒ Dãy số (u_n) với $u_n = -n$ có $u_1 = -1$, $u_2 = -2 < u_1$ nên là dãy số không tăng.

- ☒ Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n}$ có $u_1 = 1$, $u_2 = \frac{1}{2} < u_1$ nên là dãy số không tăng.

- ☒ Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n n$ có $u_1 = -1$, $u_2 = 2$, $u_3 = -3 < u_2$ nên là dãy số không tăng.

- ☒ Dãy số (u_n) với $u_n = n$ có $u_{n+1} - u_n = (n + 1) - n = 1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ là dãy số tăng.

Chọn đáp án ☒ D..... □

CÂU 6. Cấp số cộng 8, 12, 16, ... có tổng n số hạng đầu tiên là S . Cấp số cộng 17, 19, 21, ... có tổng n số hạng đầu tiên là T . Biết rằng $S = T$, tích các số hạng thứ n của hai cấp số trên là

☒ A 1540.

☐ B 1776.

☐ C 1258.

☐ D 1350.

Lời giải.

Cấp số cộng 8, 12, 16, ... có $u_1 = 8$ và công sai $d = 4$. Do đó $S = 8n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 4 = 2n^2 + 6n$.

Cấp số cộng 17, 19, 21, ... có $u'_1 = 17$ và $d' = 2$. Do đó $T = 17n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 = n^2 + 16n$.

Vì $S = T$ nên $2n^2 + 6n = n^2 + 16n \Leftrightarrow n^2 - 10n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ (loại)} \\ n = 10. \end{cases}$

Khi đó $u_{10} = 8 + 9 \cdot 4 = 44$ và $u'_{10} = 17 + 9 \cdot 2 = 35$. Suy ra $u_{10} \cdot u'_{10} = 1540$.

Chọn đáp án **A**..... □

CÂU 7. Khi kí kết hợp đồng với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau
Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.
Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.
 Nếu là người được tuyển dụng vào doanh nghiệp, em sẽ chọn phương án nào khi

- a) Kí hợp đồng lao động 3 năm?
 b) Kí hợp đồng lao động 10 năm?

Lời giải.

- a) Kí hợp đồng lao động 3 năm.

Phương án 1: Ta có $u_1 = 120$ và $d = 18$.

Khi đó trong 3 năm sẽ nhận được $\frac{3 \cdot (2 \cdot 120 + 2 \cdot 18)}{2} = 414$ (triệu đồng).

Phương án 2: Ta có $u_1 = 24$ triệu và $d = 1,8$.

Khi đó trong 3 năm (tương ứng 12 quý) sẽ nhận được $\frac{12 \cdot (2 \cdot 24 + 11 \cdot 1,8)}{2} = 406,8$ (triệu đồng).

Vậy lựa chọn phương án 1.

- b) Kí hợp đồng lao động 10 năm.

Phương án 1: Ta có $u_1 = 120$ và $d = 18$.

Khi đó trong 10 năm sẽ nhận được $\frac{10 \cdot (2 \cdot 120 + 9 \cdot 18)}{2} = 2\,010$ (triệu đồng).

Phương án 2: Ta có $u_1 = 24$ triệu và $d = 1,8$.

Khi đó trong 10 năm (tương ứng 40 quý) sẽ nhận được $\frac{40 \cdot (2 \cdot 24 + 39 \cdot 1,8)}{2} = 2\,364$ (triệu đồng).

Vậy lựa chọn phương án 2.

CÂU 8. Biết dãy số $2, 7, 12, \dots, x$ là một cấp số cộng và tổng tất cả các phần tử của cấp số cộng này bằng 245. Tìm x .

- A** $x = 47$. **B** 90. **C** 52. **D** 42.

Lời giải.

Đặt $u_1 = 2, u_2 = 7, u_3 = 12, \dots$ và $u_n = x$. Khi đó, (u_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Ta có

$$\begin{cases} x = 2 + 5(n-1) \\ S_n = 245 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5n - 3 \\ (2+x)n = 490 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5n - 3 \\ \begin{cases} n = 10 \\ n = -\frac{49}{5} \end{cases} \end{cases}$$

Suy ra $n = 10$ và $x = 47$.

Chọn đáp án **A**..... □

CÂU 9. Trong các dãy số (u_n) cho bởi công thức truy hồi sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A** $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = 2u_n + n \end{cases} (n \in \mathbb{N}^*).$ **B** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 17 \end{cases} (n \in \mathbb{N}^*).$
C $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = n^2 + 2u_n \end{cases} (n \in \mathbb{N}^*).$ **D** $\begin{cases} u_1 = -7 \\ u_{n+1} = u_n^2 + 2u_n \end{cases} (n \in \mathbb{N}^*).$

Lời giải.

- a) $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = 2u_n + n \end{cases} (n \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow u_2 = -1, u_3 = 0 \Rightarrow u_3 - u_2 = 1 \neq u_2 - u_1 = 0$ nên dãy số này không phải là cấp số cộng.
 b) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 17 \end{cases} (n \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 17$ nên đây là cấp số cộng.
 c) $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = n^2 + 2u_n \end{cases} (n \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow u_2 = 3, u_3 = 10 \Rightarrow u_3 - u_2 = 7 \neq u_2 - u_1 = 2$ nên dãy số này không phải là cấp số cộng.

- d) $\begin{cases} u_1 = -7 \\ u_{n+1} = u_n^2 + 2u_n \end{cases} (n \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow u_2 = 35, u_3 = 1295 \Rightarrow u_3 - u_2 = 1260 \neq u_2 - u_1 = 42$ nên dãy số này không phải là cấp số cộng.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 10. Cho ba số $\frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}; \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}; \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Khi đó, a, b, c thỏa tính chất nào sau đây?

- (A) $a + b = 2c$. (B) $a - c = 2b$. (C) $2a - b - c = 0$. (D) $a + c = 2b$.

☞ **Lời giải.**

Ta có $\frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}; \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}; \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}$ lập thành cấp số cộng nên

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} &= \frac{2}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} + 2\sqrt{c}}{(\sqrt{b} + \sqrt{c})(\sqrt{a} + \sqrt{c})} = \frac{2}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \\ \Leftrightarrow (\sqrt{a} + \sqrt{b} + 2\sqrt{c})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) &= 2(\sqrt{b} + \sqrt{c})(\sqrt{a} + \sqrt{c}) \\ \Leftrightarrow a + b + 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac}) &= 2c + 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac}) \Leftrightarrow a + b = 2c. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 11. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$ và công sai $d = 2$.

- a) Tìm u_{12} .
b) Số 195 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đó?

☞ **Lời giải.**

- a) Tìm u_{12} .
Ta có $u_{12} = u_1 + 11d = -3 + 11 \cdot 2 = 19$.
b) Số 195 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đó?
Ta có $u_n = u_1 + (n - 1)d = -3 + (n - 1)2 = 195$, suy ra $n = 100$.
Vậy 195 là số hạng thứ 100 của cấp số cộng (u_n) đã cho.

CÂU 12. Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 7. \end{cases}$

- (A) $u_n = 36 + 13n$. (B) $u_n = 36 - 13n$. (C) $u_n = 49 - 13n$. (D) $u_n = 49 + 13n$.

☞ **Lời giải.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 36 \\ d = -13 \end{cases}$$

Vậy công thức số hạng tổng quát là $u_n = 36 + (n - 1) \cdot (-13) = 49 - 13n$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 13. Tìm m để phương trình $x^3 - (2m + 1)x^2 - 9x = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng, ta được $m = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $P = a^2 + b^2$.

- (A) $P = 13$. (B) $P = -13$. (C) $P = 5$. (D) $P = 10$.

☞ **Lời giải.**

$$\text{Ta có } x^3 - (2m + 1)x^2 - 9x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - (2m + 1)x - 9 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Thấy phương trình (2) luôn có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 .

Do đó phương trình $x^3 - (2m + 1)x^2 - 9x = 0$ luôn có ba nghiệm phân biệt $x_1 < 0 < x_2$.

Để ba nghiệm trên lập thành một cấp số cộng thì $x_1 + x_2 = 2 \cdot 0 \Leftrightarrow 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

Vậy $P = 5$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 14. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_3 + u_{28} = 100$. Hãy tính tổng của 30 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{30} = \frac{30(u_1 + u_{30})}{2} = \frac{30(u_1 + 2d + u_{30} - 2d)}{2} = \frac{30(u_3 + u_{28})}{2} = \frac{30 \cdot 100}{2} = 1500.$$

CÂU 15. Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

(A) $u_n = 2n^2, n \in \mathbb{N}^*$.

(B) $u_n = n^2 - 2n - 1, n \in \mathbb{N}^*$.

(C) $u_n = \frac{2n-2}{3}, n \in \mathbb{N}^*$.

(D) $u_n = \frac{n}{3n+2}, n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

a) $u_n = 2n^2, n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_1 = 2, u_2 = 8, u_3 = 18 \Rightarrow u_3 - u_2 = 10 \neq u_2 - u_1 = 6$ nên dãy số này không phải là cấp số cộng.

b) $u_n = n^2 - 2n - 1, n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_1 = -2, u_2 = -1, u_3 = 2 \Rightarrow u_3 - u_2 = 3 \neq u_2 - u_1 = 1$ nên dãy số này không phải là cấp số cộng.

c) $u_n = \frac{2n-2}{3}, n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_{n+1} = \frac{2(n+1)-2}{3}$ nên $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}$ nên đây là cấp số cộng.

d) $u_n = \frac{n}{3n+2}, n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_1 = \frac{1}{5}, u_2 = \frac{1}{4}, u_3 = \frac{3}{11} \Rightarrow u_3 - u_2 = \frac{1}{44} \neq u_2 - u_1 = \frac{1}{20}$ nên dãy số này không phải là cấp số cộng.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 16. Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -1$ và $d = 2$. Tìm chỉ số m sao cho $S_m = 483$.

(A) $m = 21$.

(B) $m = 22$.

(C) $m = 23$.

(D) $m = 24$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } S_m = 483 \Leftrightarrow mu_1 + \frac{m(m-1)d}{2} = 483 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 483 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 23 & (\text{nhận}) \\ m = -21 & (\text{loại}). \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 17. Tính $S = 1 + 5 + 9 + 13 + \dots + 97$.

Lời giải.

Ta thấy dãy số $1, 5, 9, \dots, 97$ là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$, số hạng cuối $u_n = 97$, công sai $d = 4$. Vì thế, số các số hạng của cấp số cộng trên là

$$n = \frac{u_n - u_1}{d} + 1 = \frac{97 - 1}{4} + 1 = 25.$$

$$\text{Vậy } S = \frac{(1 + 97) \cdot 25}{2} = 1225.$$

CÂU 18. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -15$, công sai $d = \frac{1}{3}$ và tổng của n số hạng đầu tiên bằng 0. Tìm n .

(A) $n = 0$.

(B) $\begin{cases} n = 0 \\ n = 91 \end{cases}$.

(C) $n = 91$.

(D) $n = 41$.

Lời giải.

Ta có

$$S_n = 0 \Leftrightarrow n \cdot \frac{2u_1 + (n-1)d}{2} = 0 \Leftrightarrow n \cdot \frac{-30 + \frac{1}{3}(n-1)}{2} = 0 \Rightarrow -30 + \frac{1}{3}(n-1) = 0 \Rightarrow n = 91.$$

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 19. Một kiến trúc sư thiết kế một hội trường với 15 ghế ngồi ở hàng thứ nhất, 18 ghế ngồi ở hàng thứ hai, 21 ghế ngồi ở hàng thứ ba, và cứ như vậy (số ghế ở hàng sau nhiều hơn 3 ghế so với số ghế ở hàng liền trước nó). Nếu muốn hội trường đó có sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi thì kiến trúc sư đó phải thiết kế tối thiểu bao nhiêu hàng ghế?

Lời giải.

Số ghế ở mỗi hàng của nhà hát lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 15$ và công sai $d = 3$. Gọi n là số hàng ghế trong hội trường. Tổng các số hạng này là

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] = \frac{n}{2} [2 \cdot 15 + (n-1) \cdot 3] = \frac{n}{2} (3n + 27) \geq 870.$$

$$\text{Do đó } 3n^2 + 27n - 1740 \geq 0.$$

Giải bất phương trình bậc hai này ta được $n \leq -29$ (loại) và $n \geq 20$.

Vậy phải thiết kế tối thiểu 20 hàng ghế.

CÂU 20. Tính tổng 100 số hạng đầu của dãy số (u_n) với $u_n = 0,3n + 5$, với mọi $n \geq 1$.

Lời giải.

Dãy số có $u_n = 0,3n + 5$ là cấp số cộng, khi đó $u_1 = 5,3$ và $u_{100} = 35$.

Do đó tổng 100 số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_{100} = \frac{100 \cdot (u_1 + u_{100})}{2} = 50 \cdot (5,3 + 35) = 2015$.

CÂU 21. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12, u_{14} = 18$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) .

- (A) $u_1 = -20, d = -3$. (B) $u_1 = -22, d = 3$. (C) $u_1 = -21, d = 3$. (D) $u_1 = -21, d = -3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_4 = u_1 + (4-1)d \\ u_{14} = u_1 + (14-1)d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12 = u_1 + 3d \\ 18 = u_1 + 13d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 22. Cho dãy (a_n) là một cấp số cộng, biết $a_3 + a_8 + a_{10} + a_{16} + a_{18} + a_{23} = 126$. Tính tổng của 25 số hạng đầu tiên của dãy (a_n) .

- (A) 315. (B) 550. (C) 552. (D) 525.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

Ta có $(a_3 + a_{23}) + (a_8 + a_{18}) + (a_{10} + a_{16}) = 6a_{13} \Rightarrow a_{13} = 21$.

Mặt khác $S_{25} = \frac{a_1 + a_{25}}{2} \cdot 25 = \frac{2a_1 + 24d}{2} \cdot 25 = 25 \cdot (a_1 + 12d) = 25 \cdot a_{13} = 525$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 23. Cho ba số a^2, b^2, c^2 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng có công sai khác không. Chứng minh rằng: $\frac{1}{b+c}$;

$\frac{1}{c+a}; \frac{1}{a+b}$ cũng lập thành cấp số cộng.

Lời giải.

Vì ba số a^2, b^2, c^2 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng nên $a^2 + c^2 = 2b^2$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{b+c} - \frac{1}{c+a} &= \frac{1}{c+a} - \frac{1}{a+b} \Leftrightarrow \frac{a-b}{(b+c)(c+a)} = \frac{b-c}{(c+a)(a+b)} \\ &\Leftrightarrow a^2 - b^2 = b^2 - c^2 \\ &\Leftrightarrow a^2 + c^2 = 2b^2. \end{aligned}$$

Vậy ba số: $\frac{1}{b+c}; \frac{1}{c+a}; \frac{1}{a+b}$ cũng lập thành cấp số cộng.

CÂU 24. Dãy số (u_n) được xác định bởi: $u_1 = 1, u_n = u_{n-1} + 3$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số.

- (A) $u_n = 3n + 1$. (B) $u_n = n + 3$. (C) $u_n = 3n - 2$. (D) $u_n = 3n - 1$.

Lời giải.

Do $u_n = u_{n-1} + 3 \Rightarrow$ dãy (u_n) là cấp số cộng với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow u_n = 3n - 2$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 25. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$, công sai $d = 5$.

- a) Viết công thức của số hạng tổng quát u_n .
b) Số 492 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng trên?
c) Số 300 có là số hạng nào của cấp số cộng trên không?

Lời giải.

- a) Với số hạng đầu $u_1 = -3$, công sai $d = 5$, ta có công thức của số hạng tổng quát u_n là

$$u_n = u_1 + (n-1)d = -3 + (n-1) \cdot 5 = -8 + 5n.$$

Vậy $u_n = -8 + 5n$.

b) Ta có $492 = -8 + 5n \Leftrightarrow 5n = 500 \Leftrightarrow n = 100$. Vậy 492 là số hạng thứ 100 của cấp số cộng.

c) Xét $300 = -8 + 5n \Leftrightarrow n = \frac{308}{5}$. Do $\frac{308}{5} \notin \mathbb{N}$ nên 300 không là số hạng nào của cấp số cộng trên.

CÂU 26. Ba số 1, 3, x theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tìm x .

- (A) 1. (B) 3. (C) 5. (D) 9.

Lời giải.

Ba số 1, 2, x theo thứ tự lập thành một cấp số nhân nên suy ra $3^2 = 1 \cdot x \Leftrightarrow x = 9$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 27. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$, công bội $q = \frac{-1}{2}$. Viết năm số hạng đầu của cấp số nhân đó.

Lời giải.

Năm số hạng đầu của cấp số nhân là

$$\begin{aligned} u_1 &= -2; \\ u_2 &= u_1 \cdot q = -2 \cdot \frac{-1}{2} = 1; \\ u_3 &= u_2 \cdot q = 1 \cdot \frac{-1}{2} = \frac{-1}{2}; \\ u_4 &= u_3 \cdot q = \frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{2} = \frac{1}{4}; \\ u_5 &= u_4 \cdot q = \frac{1}{4} \cdot \frac{-1}{2} = \frac{-1}{8}. \end{aligned}$$

CÂU 28. Dãy số nào trong các dãy số sau là cấp số nhân?

- (A) 2; 4; 8; 16; 32; 63. (B) 1; -2; 4; -8; 16; -32. (C) 1; 3; 9; 27; 54; 162. (D) 4; 2; 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{16}$.

Lời giải.

Vì $\frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{16}{8} = \frac{32}{16} \neq \frac{63}{32}$ nên dãy số ở phương án “2; 4; 8; 16; 32; 63” không là cấp số nhân.

Vì $\frac{1}{1} = \frac{3}{3} = \frac{9}{9} \neq \frac{27}{27}$ nên dãy số ở phương án “1; 3; 9; 27; 54; 162” không là cấp số nhân.

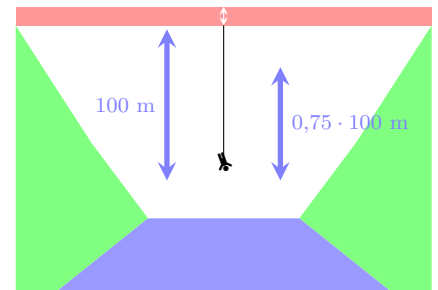
Vì $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1} \neq \frac{1}{\frac{1}{2}} \neq \frac{1}{\frac{1}{4}} \neq \frac{1}{\frac{1}{16}}$ nên dãy số ở phương án “4; 2; 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{16}$ ” không là cấp số nhân.

Vì $\frac{-2}{1} = \frac{4}{-2} = \frac{-8}{4} = \frac{16}{-8} = \frac{-32}{16} = -2$ nên dãy số ở phương án “1; -2; 4; -8; 16; -32” là cấp số nhân.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 29.

Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Sau mỗi lần rơi xuống, nhờ sự đàn hồi của dây, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ dài bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên. Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần kéo lên và lại rơi xuống.



Lời giải.

Gọi u_n là quãng đường người đó được kéo lên ở lần thứ n được kéo lên và lại rơi xuống (đơn vị tính: mét).

Ta có $u_1 = 0,75 \cdot 100 = 100 \cdot 1,5 = 75$ m và $u_n = 0,75 \cdot u_{n-1}$.

Vậy (u_n) là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = 75$ và công bội $q = 0,75$.

Tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần kéo lên và lại rơi xuống là

$$\begin{aligned} S &= 100 + 2u_1 + 2u_2 + \cdots + 2u_{10} \\ &= 100 + 2S_{10} = 100 + 2 \cdot \frac{75(1 - 0,75^{10})}{1 - 0,75} \\ &\approx 666,2 \text{ m.} \end{aligned}$$

CÂU 30. Xét các số thực dương a, b sao cho $-25, 2a, 3b$ là cấp số cộng và $2, a+2, b-3$ là cấp số nhân. Khi đó $a^2 + b^2 - 3ab$ bằng

- (A) 76. (B) 89. (C) 31. (D) 59.

Lời giải.

$$-25, 2a, 3b \text{ là cấp số cộng} \Leftrightarrow 2.2a = -25 + 3b \Leftrightarrow b = \frac{1}{3}(4a + 25).$$

$$\begin{aligned} 2, a+2, b-3 \text{ là cấp số nhân} &\Leftrightarrow (a+2)^2 = 2(b-3) \\ &\Leftrightarrow (a+2)^2 = 2 \left[\frac{1}{3}(4a+25) - 3 \right] \\ &\Leftrightarrow 3a^2 + 4a - 20 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -\frac{10}{3} \text{ (loại).} \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $b = 11 \Rightarrow a^2 + b^2 - 3ab = 59$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 31. Dãy số (u_n) với số hạng tổng quát nào dưới đây là một cấp số nhân?

- (A) $u_n = (-1)^n \cdot n$. (B) $u_n = n^2$. (C) $u_n = 2^n$. (D) $u_n = \frac{n}{3^n}$.

Lời giải.

Dãy số (u_n) với $u_n = 2^n$ có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên là một cấp số nhân.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 32. Cho x và y là các số nguyên thỏa mãn các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ theo thứ tự lập thành cấp cộng và các số $x - \frac{5}{3}y, y-1, 2x-3y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính tổng $S = 2x + 3y$.

- (A) 9. (B) 6. (C) -6. (D) -9.

Lời giải.

Vì các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ theo thứ tự lập thành cấp cộng nên ta có

$$(x+6y) + (8x+y) = 2(5x+2y) \Leftrightarrow x = 3y.$$

Vì các số $x - \frac{5}{3}y, y-1, 2x-3y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên ta có

$$\left(x - \frac{5}{3}y\right)(2x-3y) = (y-1)^2.$$

Thay $x = 3y$ vào phương trình trên, ta được

$$\begin{aligned} &\left(3y - \frac{5}{3}y\right)(6y-3y) = (y-1)^2 \\ \Leftrightarrow &4y^2 = y^2 - 2y + 1 \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = -1 \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}. \end{aligned}$$

Ta loại trường hợp $y = \frac{1}{3}$ vì y là số nguyên. Suy ra $x = 3y = 3(-1) = -3$. Vậy

$$S = 2x + 3y = 2(-3) + 3(-1) = -9.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 33. Biết các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và các số $1, x-y, x-7y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Khi đó $P = x + y$ có giá trị bằng

- (A) -3. (B) 1. (C) -4. (D) 2.

Lời giải.

Các số $x + 6y$, $5x + 2y$, $8x + y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng, nên

$$x + 6y + 8x + y = 2(5x + 2y) \Leftrightarrow x = 3y. \quad (1)$$

Các số 1 , $x - y$, $x - 7y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân, nên $(x - y)^2 = x - 7y$. (2)

$$\text{Thay (1) vào (2) ta được } 4y^2 = -4y \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad (\text{loại})$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ x = -3. \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy $P = -4$.

Chọn đáp án **C** □

CÂU 34. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$, $q = 2$. Tìm u_2 .

- A** 6. **B** 5. **C** -6. **D** 1.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1 q = 6$.

Chọn đáp án **A** □

CÂU 35 (KNTT). Cho một cấp số nhân gồm các số hạng dương. Biết số hạng thứ 10 bằng 1536 và số hạng thứ 12 bằng 6144. Tìm số hạng thứ 20 của cấp số nhân đó.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} u_{10} = 1536 \\ u_{12} = 6144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 a^9 = 1536 \\ u_1 a^{11} = 6144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = 4 \\ u_1 q^9 = 1536 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2; u_1 = 3 \\ q = -2; u_1 = -3. \end{cases}$$

Số hạng thứ 20 là $u_{20} = u_1 q^{19} = 2 \cdot 3^{19}$.

CÂU 36. Các số $x + 6y$, $5x + 2y$, $8x + y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng, đồng thời các số $x - 1$, $y + 2$, $x - 3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính $x^2 + y^2$.

- A** $x^2 + y^2 = 25$. **B** $x^2 + y^2 = 40$. **C** $x^2 + y^2 = 100$. **D** $x^2 + y^2 = 10$.

Lời giải.

Theo bài ra, ta có

$$\begin{cases} (x + 6y) + (8x + y) = 2(5x + 2y) \\ (y + 2)^2 = (x - 1)(x - 3y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ (y + 2)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 40.$$

Chọn đáp án **B** □

CÂU 37. Dãy số nào trong các dãy số (u_n) được cho sau đây là cấp số nhân?

- A** $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{5} \end{cases}$ **B** $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = \sqrt{2} \\ u_{n+2} = u_{n+1} \cdot u_n \end{cases}$ **C** $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = n \cdot u_n \end{cases}$ **D** $u_n = 2 \cdot n^2$.

Lời giải.

Từ công thức định nghĩa cấp số nhân $u_n^2 = u_{n-1} \cdot u_{n+1}$ và $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ có công bội q là hằng số không đổi.

Đáp án “ $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{5} \end{cases}$ ” có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -\frac{1}{5}$ đúng định nghĩa nên nhận.

Đáp án “ $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = \sqrt{2} \\ u_{n+2} = u_{n+1} \cdot u_n \end{cases}$ ”, “ $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = n \cdot u_n \end{cases}$ ” công thức đã sai với công thức định nghĩa nên loại.

Đáp án “ $u_n = 2 \cdot n^2$ ” có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2 \cdot (n+1)^2}{2 \cdot n^2} = 1 + \frac{2n+1}{n^2}$ không là hằng số nên cũng loại.

Chọn đáp án **A** □

CÂU 38 (CTST). Cho cấp số nhân có 8 số hạng, số hạng đầu là 4374, số hạng cuối là 2. Tìm công bội của cấp số nhân đó.

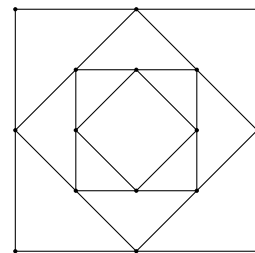
Lời giải.

Ta có $u_1 = 4374$ và $u_8 = 2$. Gọi q là công bội của cấp số nhân này, ta có:

$$u_8 = u_1 \cdot q^7, \text{ suy ra } q^7 = \frac{u_8}{u_1} = \frac{2}{4374} = \frac{1}{2187} = \left(\frac{1}{3}\right)^7, \text{ do đó } q = \frac{1}{3}.$$

CÂU 39.

Cho hình vuông có cạnh là 1. Nối các trung điểm của hình vuông trên ta được một hình vuông có diện tích S_1 , tiếp tục quá trình trên với các hình vuông với diện tích là $S_2; S_3; \dots; S_n; \dots$. Tính tổng vô hạn $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$.



- (A) 2. (B) $\frac{1}{2}$. (C) 1. (D) $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_1 = \frac{1}{2}, S_2 = \frac{1}{4}, S_3 = \frac{1}{8}, \dots, S_n = \frac{1}{2^n}, \dots$ tạo thành 1 cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2} < 1$.

$$\text{Vậy } S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 40. Tính các tổng sau

- a) $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$; b) $S_n = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots9}_{n \text{ chữ số } 9}$.

Lời giải.

$$\text{a) } S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} = \frac{u_1(1 - q^{n+1})}{1 - q} = \frac{1 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3^{n+1} - 1}{3^{n+1}} = \frac{3^{n+1} - 1}{2 \cdot 3^n}.$$

$$\begin{aligned} \text{b) } S_n &= 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots9}_{n \text{ chữ số } 9} \\ &= (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^n - 1) = 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n - n \\ &= \frac{10 \cdot (1 - 10^n)}{1 - 10} - n = \frac{10}{9} \cdot (10^n - 1) - n \\ &= \frac{10^{n+1} - 9n - 10}{9}. \end{aligned}$$

CÂU 41 (KNTT). Xác định công bội, số hạng thứ 5, số hạng tổng quát và số hạng thứ 100 của mỗi cấp số nhân sau:

- a) 1, 4, 16, ...; b) $2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \dots$

Lời giải.

- a) Ta có $u_1 = 1, u_2 = 4, u_3 = 16, u_4 = 16 \cdot 4 = 64, u_5 = 64 \cdot 4 = 256$.
Ta có $u_1 = 1, q = 4$.
Số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 1 \cdot 4^{n-1}$, với $n \geq 1$.
Số hạng thứ 100 là $u_{100} = 1 \cdot 4^{100-1} = 4^{99}$.

- b) Ta có $u_1 = 2, u_2 = -\frac{1}{2}, u_3 = \frac{1}{8}, u_4 = \frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{32}, u_5 = -\frac{1}{32} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{128}$.
Ta có $u_1 = 2, q = -\frac{1}{4}$.
Số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$, với $n \geq 1$.
Số hạng thứ 100 là $u_{100} = 2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{100-1} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{197}$.

CÂU 42. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) .

- (A) -1023. (B) 1023. (C) 513. (D) -513.

Lời giải.

Tổng của 10 số hạng đầu bằng

$$S_{10} = u_1 \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = 3 \cdot \frac{(-2)^{10} - 1}{-2 - 1} = -1023.$$

Chọn đáp án **(A)** ☐

CÂU 43. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện của mặt trên tầng ngay bên dưới và diện tích tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Biết đế tháp có diện tích là 12288 m^2 . Tính diện tích mặt trên cùng.

(A) 12 m^2 .

(B) 6 m^2 .

(C) 10 m^2 .

(D) 8 m^2 .

Lời giải.

Gọi S_i là diện tích của tầng thứ i với $i = 1, 2, \dots, 11$.

Do giả thiết suy ra $S_{i+1} = \frac{1}{2} S_i$ với $i = 1, 2, \dots, 10$.

Do đó $\{S_i\}$ là một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$. Do đó $S_{11} = \frac{1}{2^{10}} S_1 = \frac{1}{2^{11}} \cdot 12288 = 6 \text{ (m}^2\text{)}$.

Chọn đáp án **(B)** ☐

CÂU 44. Tính tổng n số hạng đầu của mỗi cấp số nhân sau:

a) $3; -6; 12; -24; \dots$ với $n = 12$.

b) $\frac{1}{10}; \frac{1}{100}; \frac{1}{1000}; \dots$ với $n = 5$.

Lời giải.

a) Cấp số nhân đã cho có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-6}{3} = -2$.

Do đó tổng 12 số hạng đầu của dãy là

$$S_{12} = \frac{u_1 \cdot (1 - q^{12})}{1 - q} = \frac{3 \cdot [1 - (-2)^{12}]}{1 - (-2)} = -4095.$$

b) Cấp số nhân đã cho có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{10}$ và công bội $q = \frac{1}{10} = \frac{-6}{3} = -2$.

Do đó tổng 5 số hạng đầu của dãy là

$$S_5 = \frac{u_1 \cdot (1 - q^5)}{1 - q} = \frac{\frac{1}{10} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{10}\right)^5\right]}{1 - \frac{1}{10}} = 1,1111.$$

CÂU 45. Tìm b để ba số $-\frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{b}; \sqrt{2}$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân.

Lời giải.

Ba số $-\frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{b}; \sqrt{2}$ lập thành cấp số nhân điều kiện là : $(\sqrt{b})^2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow b = -1$.

Vậy với $b = -1$ thỏa yêu cầu bài toán.

CÂU 46. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số hạng thứ bảy của cấp số nhân có giá trị bằng

(A) 31250.

(B) 6250.

(C) 136250.

(D) 39062.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) .

Ta có: $\begin{cases} u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot q \\ u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot q^2. \end{cases}$

Suy ra

$$T = 20u_1 - 10u_2 + u_3 = 2q^2 - 20q + 40 = 2(q - 5)^2 - 10 \geq -10, \forall q.$$

Do đó giá trị nhỏ nhất của T là $\min T = -10$, đạt được khi $q = 5$.

Vậy số hạng thứ bảy là $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 31250$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

CÂU 47. Trong các dãy số sau đây nào là cấp số nhân? Hãy xác định công bội của cấp số nhân đó.

a) 1; 4; 16; 64; 256.

b) 2; -2; 3; -3; 4; -4.

c) $-1; \frac{1}{3}; -\frac{1}{9}; \frac{1}{27}; -\frac{1}{81}$.

Lời giải.

a) Dãy số đã cho có số hạng đứng sau bằng số hạng kế trước nhân với 4 nên là cấp số nhân có công bội bằng 4.

b) Vì $\frac{2}{-2} \neq \frac{-2}{3}$ nên dãy đã cho không là cấp số nhân.

c) Mỗi số hạng đứng sau của dãy số bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với $-\frac{1}{3}$ nên dãy đã cho là cấp số nhân với công bội $-\frac{1}{3}$.

CÂU 48. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1$ và $u_4 = 8$. Tính u_{10} .

(A) 128.

(B) 256.

(C) 1024.

(D) 512.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$. Từ đây suy ra $u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 2^9 = 512$.

Chọn đáp án (D).

CÂU 49. Bốn số thực $2; x; 8; y$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Giá trị của biểu thức $x^2 + y^2$ bằng

(A) 260.

(B) 272.

(C) 257.

(D) 400.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân trên. Ta có $8 = 2q^2 \Leftrightarrow q = 2$ hoặc $q = -2$.

☑ Với $q = 2$, ta có $\begin{cases} x = 4 \\ y = 16 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 272$.

☑ Với $q = -2$, ta có $\begin{cases} x = -4 \\ y = -16 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 272$.

Chọn đáp án (B).

CÂU 50. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1, u_2 = 4$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

(A) 21.

(B) -4.

(C) 4.

(D) $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Công bội của cấp số nhân là $q = \frac{u_2}{u_1} = 4$.

Chọn đáp án (C).

