QUICK NOTE

ÔN TẬP HÀM SỐ TX1

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Chọn khẳng định đúng.

(A) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

(B) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

(C) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

(D) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

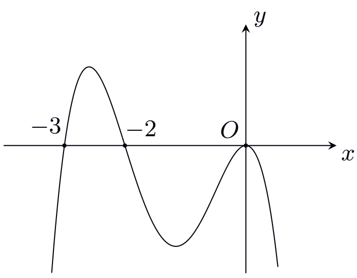
(A) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực tiểu.

(B) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại bằng 0.

(C) Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

(D) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại bằng 3.

CÂU 3.
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



(A) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

(B) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

(C) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.

(D) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

CÂU 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 5. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

CÂU 5. Hàm số $y = 2x^3 - 6x - 3$ nghịch biến trên khoảng nào?

(A) $(-\infty; +\infty)$. (B) $(1; +\infty)$. (C) $(-\infty; -1)$. (D) $(-1; 1)$.

CÂU 6. Hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$ đồng biến trên khoảng nào?

(A) $(-\infty; -2)$, $(-2; +\infty)$. (B) $(-\infty; -1)$.

(C) $(-4; +\infty)$. (D) $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

CÂU 7. Hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$ đồng biến trên khoảng nào?

QUICK NOTE

(A) $(-2;+\infty)$. (B) $(0;2)$. (C) $(-2;2)$. (D) $(-2;0)$.

CÂU 8. Hàm số $y=-x^3+4x^2-5x+1$ có điểm cực đại là $x=a$ và giá trị cực tiểu là $y=b$. Tính $a-b$.

(A) $\dfrac{24}{27}$. (B) 0. (C) $\dfrac{68}{27}$. (D) $\dfrac{8}{3}$.

CÂU 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^2-4\right)(3-x)(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

CÂU 10. Hàm số $f(x)=3^{x^2-2x}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

(A) $(1;+\infty)$. (B) $(0;2)$. (C) $(-\infty;0)$. (D) $(0;+\infty)$.

CÂU 11. Hàm số $f(x)=\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(4x-3)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

(A) $(-\infty;+\infty)$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $\left(-\infty;\dfrac{3}{4}\right)$. (D) $\left(0;\dfrac{3}{4}\right)$.

CÂU 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2024;2026)$ để hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+9x-3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) 6. (B) 7. (C) 4046. (D) 4044.

CÂU 13. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x}$, khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0;+\infty)$ đạt được tại điểm nào?

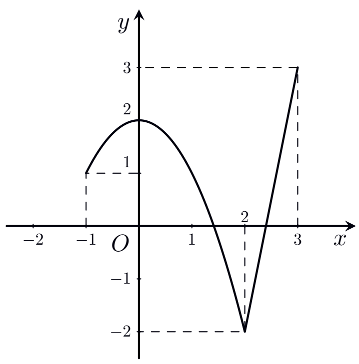
(A) $x=1$. (B) $x=4$. (C) $x=3$. (D) $x=2$.

CÂU 14. Giá trị lớn nhất hàm số $y=x^4-4x^2+5$ trên $[-2;3]$ là

(A) 122. (B) 1. (C) 5. (D) 50.

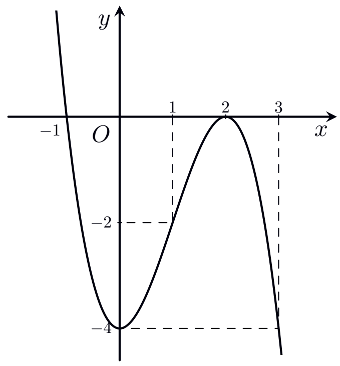
CÂU 15.
Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$ bằng

(A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.



CÂU 16.
Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên có đồ thị như hình bên. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;3]$. Giá trị của $M+m$ bằng

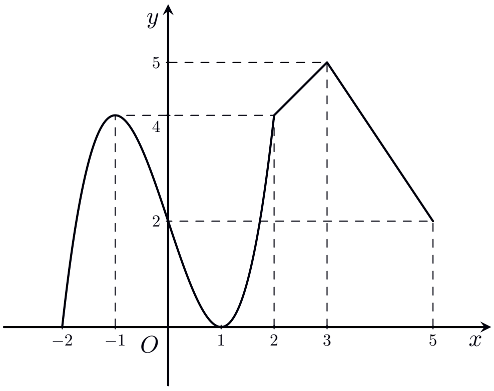
(A) $M+m=2$. (B) $M+m=-4$.
(C) $M+m=-3$. (D) $M+m=1$.



CÂU 17.

QUICK NOTE

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(2\cos 5x + 1)$. Giá trị của $M - 2m$ bằng bao nhiêu?



Ⓐ $M - 2m = 5$. Ⓑ $M - 2m = 3$.

Ⓒ $M - 2m = 6$. Ⓓ $M - 2m = 7$.

CÂU 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|$	$+$	0	$+$	$\|$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3		$\nearrow$		2	$\searrow$	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

Ⓐ Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;\ 2]$ bằng 2.

Ⓑ Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;\ 2]$ bằng -3.

Ⓒ Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên nửa khoảng $[-1;\ +\infty)$ bằng -4.

Ⓓ Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên nửa khoảng $[-1;\ +\infty)$ bằng 2.

CÂU 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới

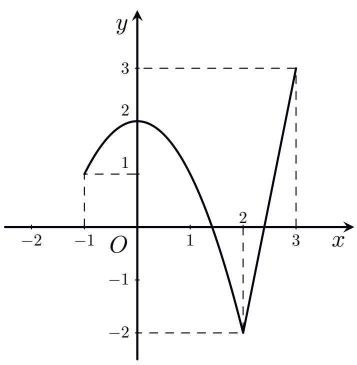
x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;\ 2]$. Tính $2M + 3m$.

Ⓐ $2M + 3m = 0$. Ⓑ $2M + 3m = 6$. Ⓒ $2M + 3m = -2$. Ⓓ $2M + 3m = 8$.

CÂU 20.
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên R, có đồ thị trên đoạn$[-1;\ 3]$ như hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = g(x) = f(\sin x + 1)$ trên $\mathbb{R}$.

Ⓐ $M = 3$. Ⓑ $M = 0$. Ⓒ $M = 1$. Ⓓ $M = 2$.



CÂU 21. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \left|x^3 - 3x^2 - 1\right|$ trên đoạn $[-1; 3]$ là

Ⓐ 1. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 5.

CÂU 22. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + m$. Giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ bằng 1 là

Ⓐ $m = 1$. Ⓑ $m = 3$. Ⓒ $m = -1$. Ⓓ $m = 2$.

QUICK NOTE

CÂU 23. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+m^2}{x-1}$. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2;0]$ lớn hơn -4 là

Ⓐ $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right.$.
Ⓑ $-2<m<2$.
Ⓒ $-\sqrt{14}<m<\sqrt{14}$.
Ⓓ $\left[\begin{array}{l} m>\sqrt{14} \\ m<-\sqrt{14} \end{array}\right.$.

CÂU 24. Tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=x^4-2mx^2+3$ có 3 cực trị là

Ⓐ $m\leqslant 0$. Ⓑ $m<0$. Ⓒ $m>0$. Ⓓ $m\geqslant 0$.

CÂU 25. Cho hàm số $y=\dfrac{-x^2+3x+m}{x-4}$. Hàm số có cực trị khi và chỉ khi

Ⓐ $m\geq 4$. Ⓑ $m>4$. Ⓒ $m<4$. Ⓓ $m\leq 4$.

CÂU 26. Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3-x^2+15x+1$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-\infty;5)$. Ⓑ $(-3;+\infty)$. Ⓒ $(-5;3)$. Ⓓ $(-3;5)$.

CÂU 27. Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với a, b, c, d là các số thực và $a\neq 0$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

CÂU 28. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

CÂU 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số $g(x)=f\left(2x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

Ⓐ $\left(-1;\dfrac{1}{4}\right)$. Ⓑ $\left(\dfrac{1}{4};1\right)$. Ⓒ $\left(1;\dfrac{5}{4}\right)$. Ⓓ $\left(\dfrac{9}{4};+\infty\right)$.

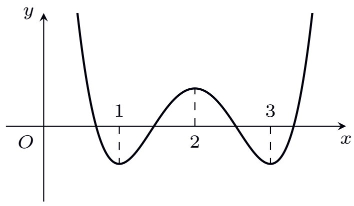
CÂU 30. Số giá trị thực của m để hàm số $y=x^3-3mx^2+(m+2)x-m$ đạt cực tiểu tại $x=1$ là

Ⓐ 3. Ⓑ 0. Ⓒ 1. Ⓓ 2.

CÂU 31. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+(m+1)x^2+\left(m^2+2m\right)x-3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Ⓐ $S=\{-1;0\}$. Ⓑ $S=\varnothing$. Ⓒ $S=\{-1\}$. Ⓓ $S=\{1;0\}$.

CÂU 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x-1)|$ là

Ⓐ 7. Ⓑ 5. Ⓒ 3. Ⓓ 6.

CÂU 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$ ↘		$-\infty$ || $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

Ⓐ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Ⓑ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

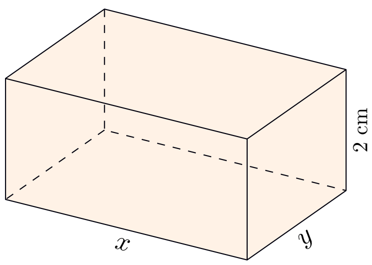
Ⓒ Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Ⓓ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 34.

Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có thể tích 500cm^3. Chiều cao hộp phải là 2 cm, các kích thước khác là x, y với $x > 0$ và $y > 0$. Gọi $S(x)$ là diện tích toàn phần của chiếc hộp. Xét tính đúng sai các phát biểu sau



Mệnh đề	Đ	S
a) Khi $x = 10$ thì $y = 20$.		
b) Diện tích toàn phần của chiếc hộp là $S(x) = 500 + 4x + \dfrac{1000}{x}$.		
c) Hàm số $S(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 5)$.		
d) Nếu kích thước của hộp lần lượt là 20; 12,5; 2 thì diện tích toàn phần đạt cực tiểu.		

CÂU 35. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0{,}025x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Mỗi kết quả dưới đây **đúng** hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) Khi liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân là 30 mg thì độ giảm huyết áp của bệnh nhân bằng 0.		
b) Đạo hàm của độ giảm huyết áp theo liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân là một tam thức bậc hai theo biến x.		
c) Nghiệm của đạo hàm độ giảm huyết áp theo liều lượng là 0 và 30.		
d) Độ giảm huyết áp sẽ giảm khi liều lượng thuốc tăng 0 đến 20 mg.		

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 36. Cho hàm số $y = \dfrac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C). Những mệnh đề sau **Đúng** hay **Sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.		
b) Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.		
c) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy.		
d) Đồ thị không cắt trục Ox.		

CÂU 37. Cho hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ (tham số m).

Mệnh đề	Đ	S
a) Khi $m = -1$ thì hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.		
b) Đạo hàm của hàm số là $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3$.		
c) Có 3 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		
d) Có 6 giá trị nguyên của tham số m đề hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		

CÂU 38. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.		
b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.		
c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.		
d) Hàm số $y = f(2x-1)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\dfrac{1}{2}\right)$.		

CÂU 39. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.		
b) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 8}{(x+1)^2}$.		
c) Hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại bằng 2.		
d) Hàm số $y = f\left(x^2 - 2\right)$ có 3 điểm cực trị.		

CÂU 40. Cho hàm số $y = f(x) = \log_5(x^2 + 4x)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.		
b) $f'(x) = \dfrac{2x + 4}{(x^2 + 4x)\log 5}$.		

Mệnh đề	Đ	S
c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.		
d) Hàm số $y = f(\mathrm{e}^x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		

CÂU 41. Cho hàm số $y = f(x) = 7^{x^3 - x^2 - x - 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.		
b) $f'(x) = \left(3x^2 - 2x - 1\right) \cdot 7^{x^3 - x^2 - x - 1} \cdot \ln 7$.		
c) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.		
d) Hàm số $y = f(e^x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.		

CÂU 42. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ là -5.		
b) Hàm số $y = 4x^3 - 12x^2 + 9x$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 1]$ tại điểm $x = 2$.		
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ là 4.		
d) Hàm số $y = x + \dfrac{4}{x}$ không có giá trị lớn nhất trên khoảng $(0; +\infty)$.		

CÂU 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm như sau $f'(x) = (x - 3)(x + 3)(x - 1)^2$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 3]$ là $f(-3)$.		
b) Hàm số có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.		
c) Gọi $g(x) = f(-2x + 3)$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là $g(3)$.		
d) Gọi $h(x) = f(-x + 5)$ và $h(0) + h(4) = h(2) + h(8)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $h(x)$ trên đoạn $[0; 8]$ là $h(8)$.		

CÂU 44. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 0]$ là 12.		
b) Hàm số $y = f(x) + m$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2; 0]$ là 10 khi $m = 3$.		
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(2x^2 + 1) - 5$ là -25.		
d) Hàm số $y = \lvert f(x) + m \rvert$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 4]$ là 17 có tích các giá trị của m là -30.		

CÂU 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

QUICK NOTE

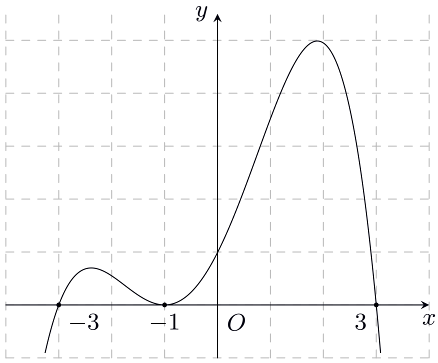
QUICK NOTE

Khi đó

	Mệnh đề	Đ	S
a)	$\max\limits_{[0;2]} f(x) = 4$.		
b)	Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất là 4 và giá trị nhỏ nhất là 0.		
c)	Hàm số $y = f(2\cos x)$ có giá trị lớn nhất là 4 tại $x = \dfrac{\pi}{2}$.		
d)	Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(f(x))$ trên $(-2;2)$.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2x\right)$ đồng biến trên $(-\infty; a)$ và $(b; c)$ và nghịch biến trên $(a; b)$ và $(c; +\infty)$. Tính $a + b + c$.



KQ:

CÂU 47. Biết hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ đồng biến trên $(-\infty; a)$ và $(b; c)$ và nghịch biến trên $(a; b)$ và $(c; +\infty)$. Tính $a + 2024b + c$.

KQ:

CÂU 48. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + m^2 - 6}{x + 2}$. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đơn điệu trên mỗi khoảng xác định.

KQ:

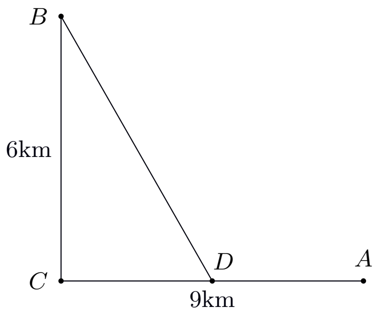
CÂU 49. Thể tích V của 1 kg nước ở nhiệt độ T $(0^\circ \le T \le 30^\circ)$ được cho bởi công thức $V = 999{,}87 - 0{,}06426T + 0{,}0085043T^2 - 0{,}0000679T^3$ (Theo: J. Stewart, Calculus, Seventh Edition, Brooks/Cole, CENGAGE Learning 2012). Gọi $(a^\circ; b^\circ)$ là khoảng nhiệt độ lớn nhất mà trong khoảng đó khi nhiệt độ tăng thì thể tích V của 1kg nước cũng tăng. Tính giá trị biểu thức $P = b - a$ (a, b làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ:

CÂU 50. Trên khoảng $(0; 100)$ hàm số $y = 2\sin^2 x - x$ có bao nhiêu điểm cực đại?

KQ:

CÂU 51.
Một công ty muốn xây dựng hệ thống dây cáp từ trạm A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km . Gọi C là điểm trên bờ sao cho BC vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến C là 9 km . Giá để lắp đặt mỗi km hệ thống dây trên bờ là 50 triệu đồng và dưới nước là 130 triệu đồng. Người ta cần xác định một vị trí D trên AC để lắp đặt hệ thống dây theo đường gấp khúc ADB mà số tiền chi phí thấp nhất. Khi đó chi phí lắp đặt thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng?



KQ:

CÂU 52. Có bao nhiêu giá trị nguyên m thuộc $[-7; 7]$ để hàm số $y = \dfrac{mx + 1}{x + m}$ đồng biến trên khoảng $(1; 5)$.

KQ:

CÂU 53. Hàm số $y = |x^2 + 5x + 6|$ có mấy điểm cực trị?

KQ:

CÂU 54. Giả sử a, b là các số thực sao cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 - ax + 5}{x^2 + b}$ có điểm cực đại là $\left(\dfrac{1}{2}; 6\right)$, tính giá trị của ab.

KQ:

CÂU 55. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ là

KQ:

CÂU 56. Tìm tổng các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 + 3x - 2$ không có cực trị.

KQ:

CÂU 57. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + (m+1)x + 2m + 1}{x+1}$. Số nguyên bé nhất m để hàm số sau đây có 2 điểm cực trị.

KQ:

CÂU 58. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[0; 2]$.

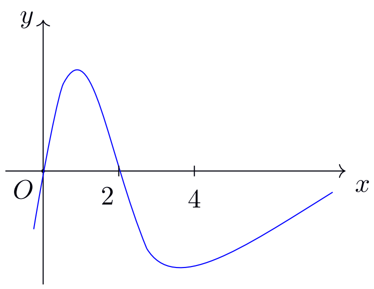
KQ:

CÂU 59. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Giả sử giá trị lớn nhất của $y = f(x)$ trên $[-1; 3]$ đạt được tại giá trị x_0. Tìm x_0

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

KQ:

CÂU 60.
Cho hàm số có $f(x)$ có đạo hàm là hàm $f'(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0) - f(2) = f(4) - f(3)$. Giả sử giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ đạt được lần lượt tại x_0 và x_1. Tổng x_0 và x_1 là



KQ:

CÂU 61. Gọi S là tập hợp chứa các tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx-1}{x+m}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang tạo với các trục tọa độ hình chữ nhật có diện tích bằng 4. Số phần tử của S là

KQ:

CÂU 62. Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t) = \dfrac{a}{b + \mathrm{e}^{-0{,}75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế

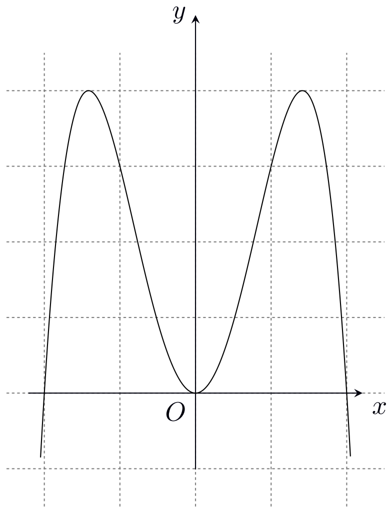
QUICK NOTE

QUICK NOTE

bào/giờ. Tìm các giá trị của a và b. Theo mô hình này, số lượng nấm men không vượt quá bao nhiêu?

KQ: | | | |

CÂU 63.
Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc hai và có đồ thị hàm số $f\left(x^2-1\right)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = \left|f(x^2)+m\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-2024; 2024]$ của tham số m để với mọi bộ ba số phân biệt a, b, c thuộc $[-2; 2]$ ta đều có bộ ba số $g(a); g(b); g(c)$ là số đo độ dài ba cạnh của một tam giác?



KQ: | | | |

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ÔN TẬP HÀM SỐ TX1

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Ⓑ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Ⓒ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Ⓓ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên đã cho

- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

Ⓐ Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực tiểu.

Ⓑ Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại bằng 0.

Ⓒ Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

Ⓓ Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại bằng 3.

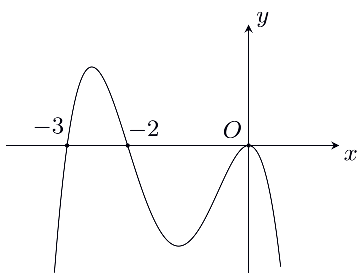
Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên đã cho

- Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực tiểu là $x = -1$, $x = 1$; giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng 0.
- Hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại là $x = 0$; giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng 3.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 3.
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



Ⓐ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Ⓑ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ⓒ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.

Ⓓ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ thì phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm $x = -3$, $x = -2$, $x = 0$.
Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$		-3		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$			$\searrow$		

Dựa vào bảng biến thiên trên, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-2; +\infty)$; đồng biến trên khoảng $(-3; -2)$.
Vậy hàm số $y = f(x)$ cũng nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
Chọn đáp án B .... □

CÂU 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 5. **B** 3. **C** 2. **D** 4.

Lời giải.

Vì dấu của y' thay đổi từ âm sang dương khi qua các điểm $x = -3$, $x = 3$ theo chiều tăng của x nên hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại các điểm $x = -3$, $x = 3$.
Vì dấu của y' thay đổi từ dương sang âm khi qua các điểm $x = -2$, $x = 5$ theo chiều tăng của x nên hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại các điểm $x = -2$, $x = 5$.
Vậy hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị.
Chọn đáp án D .... □

CÂU 5. Hàm số $y = 2x^3 - 6x - 3$ nghịch biến trên khoảng nào?

A $(-\infty; +\infty)$. **B** $(1; +\infty)$. **C** $(-\infty; -1)$. **D** $(-1; 1)$.

Lời giải.

Hàm số $y = 2x^3 - 6x - 3$ có tập xác định là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Đạo hàm $y' = 6x^2 - 6$. Khi đó, phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x = -1$, $x = 1$.
Thêm nữa, $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-7	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số $y = 2x^3 - 6x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$; đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
Chọn đáp án D .... □

CÂU 6. Hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{x + 2}$ đồng biến trên khoảng nào?

A $(-\infty; -2)$, $(-2; +\infty)$. **B** $(-\infty; -1)$. **C** $(-4; +\infty)$. **D** $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{x + 2}$ có tập xác định là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
Đạo hàm $y' = \dfrac{5}{(x + 2)^2} > 0, \forall x \neq -2$.
Vậy hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{x + 2}$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
Chọn đáp án A .... □

CÂU 7. Hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$ đồng biến trên khoảng nào?

Ⓐ $(-2;+\infty)$. Ⓑ $(0;2)$. Ⓒ $(-2;2)$. Ⓓ $(-2;0)$.

Lời giải.

Hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$ có tập xác định là $\mathscr{D}=[-2;2]$.

Đạo hàm $y'=\dfrac{\left(4-x^2\right)'}{2\sqrt{4-x^2}}=\dfrac{-x}{\sqrt{4-x^2}}, \forall x\in(-2;2)$.

Khi đó,

$$y'=0\Leftrightarrow \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}=0\Leftrightarrow x=0.$$

Bảng biến thiên

x	-2		0		2
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

Vậy hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$; nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án Ⓓ .... □

CÂU 8. Hàm số $y=-x^3+4x^2-5x+1$ có điểm cực đại là $x=a$ và giá trị cực tiểu là $y=b$. Tính $a-b$.

Ⓐ $\dfrac{24}{27}$. Ⓑ 0. Ⓒ $\dfrac{68}{27}$. Ⓓ $\dfrac{8}{3}$.

Lời giải.

Hàm số $y=-x^3+4x^2-5x+1$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
Đạo hàm $y'=-3x^2+8x-5$.
Khi đó,

$$y'=0\Leftrightarrow -3x^2+8x-5=0\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&x=1\\&x=\frac{5}{3}.\end{aligned}\right.$$

Thêm nữa, $\lim\limits_{x\to-\infty}y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty$.
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$-\frac{23}{27}$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên trên, hàm số $y=-x^3+4x^2-5x+1$ có điểm cực đại là $x=\dfrac{5}{3}$ và giá trị cực tiểu của nó bằng -1.

Suy ra $a=\dfrac{5}{3}$ và $b=-1$.

Vậy $a-b=\dfrac{5}{3}-(-1)=\dfrac{8}{3}$.

Chọn đáp án Ⓓ .... □

CÂU 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^2-4\right)(3-x)(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Lời giải.

Ta có

$$f'(x)=0\Leftrightarrow \left(x^2-4\right)(3-x)(x+2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&x^2-4=0\\&3-x=0\\&x+2=0\end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&x=-2\,(\text{nghiệm bội chẵn})\\&x=2\,(\text{nghiệm đơn})\\&x=3\,(\text{nghiệm đơn}).\end{aligned}\right.$$

Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=-\infty$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		-2		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án (A) ....

CÂU 10. Hàm số $f(x) = 3^{x^2-2x}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

(A) $(1; +\infty)$. (B) $(0; 2)$. (C) $(-\infty; 0)$. (D) $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = 3^{x^2-2x}$ có tập xác định là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Đạo hàm $f'(x) = \left(x^2 - 2x\right)' \cdot 3^{x^2-2x} \ln 3 = (2x-2)3^{x^2-2x} \ln 3$.
Khi đó,

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x-2)3^{x^2-2x} \ln 3 = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Thêm nữa, $\lim\limits_{x \to -\infty} y = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số $f(x) = 3^{x^2-2x}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Chọn đáp án (A) ....

CÂU 11. Hàm số $f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(4x - 3)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

(A) $(-\infty; +\infty)$. (B) $(1; +\infty)$. (C) $\left(-\infty; \dfrac{3}{4}\right)$. (D) $\left(0; \dfrac{3}{4}\right)$.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(4x - 3)$ có tập xác định là $\mathscr{D} = \left(\dfrac{3}{4}; +\infty\right)$.

Đạo hàm $f'(x) = \dfrac{(4x-3)'}{(4x-3)\ln\dfrac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{-8}{(4x-3)\ln 2} < 0, \forall x \in \left(\dfrac{3}{4}; +\infty\right)$.

Vậy hàm số $f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(4x - 3)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{3}{4}; +\infty\right)$.

Do đó, hàm số $f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(4x - 3)$ cũng nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án (B) ....

CÂU 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2024; 2026)$ để hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + mx^2 + 9x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) 6. (B) 7. (C) 4046. (D) 4044.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + mx^2 + 9x - 3$ có tập xác định là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Đạo hàm $f'(x) = x^2 + 2mx + 9$.
Hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + mx^2 + 9x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2mx + 9 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$, $m \in (-2024; 2026)$ và thỏa mãn $-3 \le m \le 3$ nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.
Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (B) ....□

CÂU 13. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2+4}{x}$, khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$ đạt được tại điểm nào?

(A) $x = 1$. (B) $x = 4$. (C) $x = 3$. (D) $x = 2$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x^2+4}{x}$ với $x \in (0; +\infty)$.
Ta có $f'(x) = \dfrac{x^2-4}{x^2}$. Khi đó $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 2$.
Ngoài ra $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.
Ta có bảng biến thiên hàm số như sau

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng 4 tại điểm $x = 2$.
Chọn đáp án (D) ....□

CÂU 14. Giá trị lớn nhất hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 5$ trên $[-2; 3]$ là

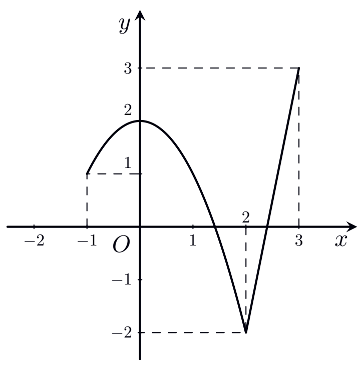
(A) 122. (B) 1. (C) 5. (D) 50.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 8x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2}. \end{array}\right.$
Do $f(\sqrt{2}) = 1$; $f(-\sqrt{2}) = 1$; $f(0) = 5$; $f(-2) = 5$; $f(3) = 50$.
Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 5$ trên $[-2; 3]$ là 50 tại $x = 3$.
Chọn đáp án (D) ....□

CÂU 15.
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

(A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.



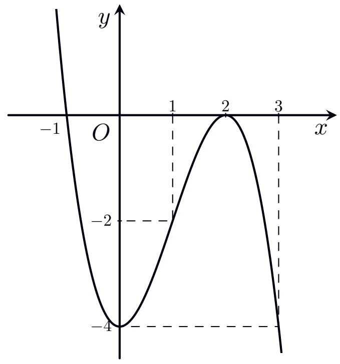
Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;\ 3]$. Dựa vào đồ thị ta có $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(3) = 3$.

Chọn đáp án (A) ....□

CÂU 16.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên có đồ thị như hình bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 3]$. Giá trị của $M + m$ bằng



A $M + m = 2$. **B** $M + m = -4$. **C** $M + m = -3$. **D** $M + m = 1$.

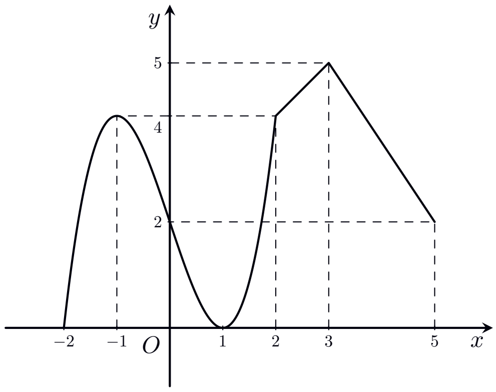
Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta được $\begin{cases} M = 0 \\ m = -4 \end{cases} \Rightarrow M + m = -4$.

Chọn đáp án B ....

CÂU 17.
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(2\cos 5x + 1)$. Giá trị của $M - 2m$ bằng bao nhiêu?

A $M - 2m = 5$. **B** $M - 2m = 3$. **C** $M - 2m = 6$. **D** $M - 2m = 7$.



Lời giải.

Ta có $-1 \leq \cos 5x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 2\cos 5x \leq 2 \Rightarrow -1 \leq 2\cos 5x + 1 \leq 3$.
Đặt $t = 2\cos 5x + 1$ với $x \in [-2; 3]$ thì $t \in [-1; 3]$.
Khi đó $y = f(2\cos 5x + 1) = f(t)$ với $t \in [-1; 3]$.
Suy ra $\begin{cases} M = 5 \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow M - 2m = 5$.

Chọn đáp án A ....

CÂU 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$+$	‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;\ 2]$ bằng 2.

B Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;\ 2]$ bằng -3.

C Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên nửa khoảng $[-1;\ +\infty)$ bằng -4.

D Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên nửa khoảng $[-1;\ +\infty)$ bằng 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -4$.

Suy ra không tồn tại giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên nửa khoảng $[-1;\ +\infty)$.

Chọn đáp án C ....

CÂU 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới

x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-2	↗	3	↘	0	↗	2	↘	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;\, 2]$. Tính $2M + 3m$.

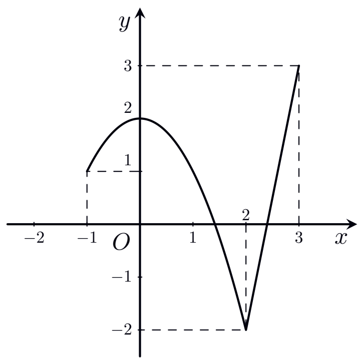
A $2M + 3m = 0$. **B** $2M + 3m = 6$. **C** $2M + 3m = -2$. **D** $2M + 3m = 8$.

Lời giải.

Trên đoạn $[-1;\, 2]$, giá trị lớn nhất của hàm số là $M = 3$, giá trị nhỏ nhất của hàm số là $m = 0$.
Vậy $2M + 3m = 6$.
Chọn đáp án B .... □

CÂU 20.
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên R, có đồ thị trên đoạn$[-1;\, 3]$ như hình vẽ.
Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = g(x) = f(\sin x + 1)$ trên $\mathbb{R}$.

A $M = 3$. **B** $M = 0$. **C** $M = 1$. **D** $M = 2$.



Lời giải.

Đặt $t = \sin x + 1$ thì $t \in [0; 2]$.
Xét hàm số $y = f(t)$, $t \in [0;\, 2]$.
Từ đồ thị đã cho ta có $M = \max\limits_{[0;2]} f(t) = f(0) = 2$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 21. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \left|x^3 - 3x^2 - 1\right|$ trên đoạn $[-1; 3]$ là

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 5.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x^2 - 1$.
Ta có $g'(x) = 3x^2 - 6x$.
$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in (-1; 3) \\ x = 2 \in (-1; 3) \end{array}\right.$.
Mặt khác $f(-1) = |g(-1)| = 5$; $f(0) = |g(0)| = 1$; $f(2) = |g(2)| = 5$; $f(3) = |g(3)| = 1$.
Vậy $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = 5$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 22. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + m$. Giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ bằng 1 là

A $m = 1$. **B** $m = 3$. **C** $m = -1$. **D** $m = 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 2) \\ x = -1 \notin (0; 2) \end{cases}$.
Mặt khác $y(0) = m$; $y(1) = m - 2$; $y(2) = m + 2 \Rightarrow \min\limits_{[0;2]} y = m - 2$.

Khi đó $\min\limits_{[0;2]} y = 1 \Leftrightarrow m - 2 = 1 \Leftrightarrow m = 3$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 23. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x + m^2}{x - 1}$. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2; 0]$ lớn hơn -4 là

A $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$. **B** $-2 < m < 2$. **C** $-\sqrt{14} < m < \sqrt{14}$. **D** $\left[\begin{array}{l} m > \sqrt{14} \\ m < -\sqrt{14} \end{array}\right.$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \dfrac{-1-m^2}{(x-1)^2} < 0,\ \forall x \in [-2;0]$ nên hàm số nghịch biến trên $[-2;0]$.
Khi đó $\min\limits_{[-2;0]} f(x) = f(0) = -m^2$.
Vì vậy $\min\limits_{[-2;0]} f(x) > -4 \Leftrightarrow -m^2 > -4 \Leftrightarrow m^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 24. Tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 3$ có 3 cực trị là

A $m \leqslant 0$. **B** $m < 0$. **C** $m > 0$. **D** $m \geqslant 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$.
Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi y' đổi dấu 3 lần $\Leftrightarrow m > 0$.
Chọn đáp án C .... □

CÂU 25. Cho hàm số $y = \dfrac{-x^2 + 3x + m}{x - 4}$. Hàm số có cực trị khi và chỉ khi

A $m \geq 4$. **B** $m > 4$. **C** $m < 4$. **D** $m \leq 4$.

Lời giải.

Ta có $y' = \dfrac{-x^2 + 8x - 12 - m}{(x-4)^2}$. Hàm số đã cho có cực trị khi và chỉ khi $-x^2 + 8x - 12 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt hay

$$\Delta' = 16 - 12 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4.$$

Chọn đáp án C .... □

CÂU 26. Cho hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 - x^2 + 15x + 1$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A $(-\infty; 5)$. **B** $(-3; +\infty)$. **C** $(-5; 3)$. **D** $(-3; 5)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có $y' = -x^2 - 2x + 15 = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 15 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -5 \\ x = 3. \end{array}\right.$
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-5		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{172}{3}$	$\nearrow$	28	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-5; 3)$.
Chọn đáp án C .... □

CÂU 27. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a, b, c, d là các số thực và $a \neq 0$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A 1. **B** 0. **C** 2. **D** 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.
Phương trình $y' = 0$ là phương trình bậc 2 $\Rightarrow$ Có tối đa 2 nghiệm.
$\Rightarrow$ Hàm số đã cho có tối đa 2 điểm cực trị.
Chọn đáp án C .... □

CÂU 28. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.

Ta có hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x=-1$; $x=0$; $x=2$ và $x=4$.
Vậy số điểm cực trị của hàm số là 4.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)=f\left(2x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

(A) $\left(-1;\dfrac{1}{4}\right)$. (B) $\left(\dfrac{1}{4};1\right)$. (C) $\left(1;\dfrac{5}{4}\right)$. (D) $\left(\dfrac{9}{4};+\infty\right)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra $f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-2\\x>3\end{array}\right.$ và $f'(x)<0 \Leftrightarrow -2<x<3$.

Ta có $g'(x)=\left(4x-\dfrac{5}{2}\right)f'\left(2x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}\right)$. Xét $g'(x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}4x-\dfrac{5}{2}>0\\ f'\left(2x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}\right)<0\end{cases}\\ \begin{cases}4x-\dfrac{5}{2}<0\\ f'\left(2x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}\right)>0.\end{cases}\end{array}\right.$

- $\begin{cases}4x-\dfrac{5}{2}>0\\ f'\left(2x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}\right)<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>\dfrac{5}{8}\\ -2<2x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}<3\end{cases} \Leftrightarrow 1<x<\dfrac{9}{4}.$

- $\begin{cases}4x-\dfrac{5}{2}<0\\ f'\left(2x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}\right)>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<\dfrac{5}{8}\\ \left[\begin{array}{l}2x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}<-2\\ 2x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}>3\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-1\\ \dfrac{1}{4}<x<\dfrac{5}{8}.\end{array}\right.$

Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 30. Số giá trị thực của m để hàm số $y=x^3-3mx^2+(m+2)x-m$ đạt cực tiểu tại $x=1$ là

(A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2-6mx+m+2$.
Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1 \Rightarrow y'(1)=0 \Leftrightarrow m=1$.
Với $m=1$, ta có $y=x^3-3x^2+3x-1$ và $y'=3x^2-6x+3$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra hàm số không đạt cực tiểu tại $x=1$ nên loại $m=1$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 31. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+(m+1)x^2+\left(m^2+2m\right)x-3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

(A) $S=\{-1;0\}$. (B) $S=\varnothing$. (C) $S=\{-1\}$. (D) $S=\{1;0\}$.

Lời giải.

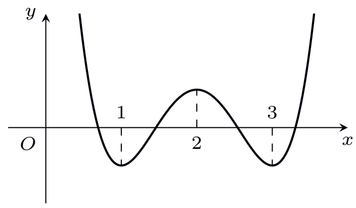
Ta có $y'=x^2+2(m+1)x+m^2+2m$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-m\\x=-m-2.\end{array}\right.$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi

$$-m-2\le -1<1\le -m\Leftrightarrow -1\le m\le -1\Leftrightarrow m=-1.$$

Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x-1)|$ là

(A) 7. (B) 5. (C) 3. (D) 6.

Lời giải.

Đồ thị $y=f(x-1)$ là phép tịnh tiến của đồ thị $y=f(x)$ qua bên phải 1 đơn vị nên số cực trị không thay đổi.
Từ đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x-1)$ có 2 điểm cực trị có tung độ âm.
Suy ra hàm số $y=|f(x-1)|$ có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

(A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.
(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
(D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

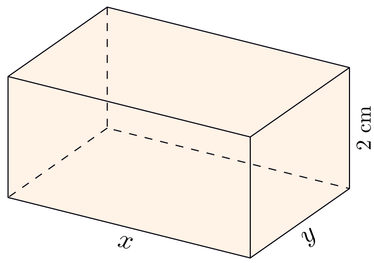
Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$ là sai.

Chọn đáp án (D) .... □

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 34.
Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có thể tích 500cm^3. Chiều cao hộp phải là 2 cm, các kích thước khác là x, y với $x > 0$ và $y > 0$. Gọi $S(x)$ là diện tích toàn phần của chiếc hộp. Xét tính đúng sai các phát biểu sau



Mệnh đề	Đ	S
a) Khi $x = 10$ thì $y = 20$.		X
b) Diện tích toàn phần của chiếc hộp là $S(x) = 500 + 4x + \dfrac{1000}{x}$.	X	
c) Hàm số $S(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 5)$.	X	
d) Nếu kích thước của hộp lần lượt là 20; 12,5; 2 thì diện tích toàn phần đạt cực tiểu.		X

Lời giải.

a) S Ta có $500 = x \cdot y \cdot 2 \Rightarrow y = \dfrac{250}{x}$.
Với $x = 10$ suy ra $y = 25$.
Phát biểu đã cho sai.

b) Đ Diện tích toàn phần của chiếc hộp là

$$S(x) = 2 \cdot 2 \cdot x + 2 \cdot 2 \cdot y + 2 \cdot x \cdot y = 500 + 4x + \frac{1000}{x}.$$

Phát biểu đã cho đúng.

c) Đ Lập bảng biến thiên của hàm số $S(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.
Ta có $S'(x) = 4 - \dfrac{1000}{x^2}$. $S'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 5\sqrt{10}$

x	0		$5\sqrt{10}$		$+\infty$
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$500 + 40\sqrt{10}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên $S(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 5)$

d) S Dựa theo bảng biến thiên ta thấy để diện tích toàn phần đạt cực tiểu thì $x = y = 5\sqrt{10}$.
Vậy kích thước của hộp là $5\sqrt{10}$; $5\sqrt{10}$; 2.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | .... □

CÂU 35. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0{,}025x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Mỗi kết quả dưới đây **đúng** hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) Khi liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân là 30 mg thì độ giảm huyết áp của bệnh nhân bằng 0.	X	
b) Đạo hàm của độ giảm huyết áp theo liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân là một tam thức bậc hai theo biến x.	X	
c) Nghiệm của đạo hàm độ giảm huyết áp theo liều lượng là 0 và 30.		X
d) Độ giảm huyết áp sẽ giảm khi liều lượng thuốc tăng 0 đến 20 mg.		X

Lời giải.

a) Đ Thay $x = 30$ vào $G(x)$ ta có $G(30) = 0{,}025x^2(30 - x) = 0$.

b) Đ Ta có $G(x) = 0{,}025\left(30x^2 - x^3\right) \Rightarrow G'(x) = 0{,}025\left(60x - 3x^2\right) \Rightarrow$ đây là một tam thức bậc hai.

c) S Xét $G'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 20. \end{array}\right.$

d) S Bảng biến thiên hàm số $G(x)$ trong đoạn $[0;30]$ (vì $G(x) \geq 0$ nên $x \in [0;30]$)

x	0		20		30
$G'(x)$	0	$+$	0	$-$	
$G(x)$	0	$\nearrow$	100	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên ta thấy độ giảm huyết áp sẽ tăng khi liều lượng thuốc tăng 0 đến 20 mg.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ☐

CÂU 36. Cho hàm số $y = \dfrac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C). Những mệnh đề sau **Đúng** hay **Sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.	X	
b) Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3;-9)$ làm tâm đối xứng.	X	
c) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy.	X	
d) Đồ thị không cắt trục Ox.		X

Lời giải.

Ta có $y = -x - 6 - \dfrac{14}{x - 3}$.

a) Đ Đúng.
Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.

b) Đ Đúng.
Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3;-9)$ làm tâm đối xứng.
Tiệm cận đứng là $x = 3$.
Suy ra, giao điểm 2 tiệm cận là $I(3;-9)$ là tâm đối xứng.

c) Đ Đúng.
Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy.
Mặt khác, $y' = \dfrac{-x + 6x + 5}{(x-3)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 5 = 0. \qquad (*)$
Phương trình $(*)$ luôn có 2 nghiệm $x_1 < 0 < x_2$.
Nên (C) luôn có 2 điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy.

d) S Sai.
Đồ thị không cắt trục Ox.
Hơn nữa, $y = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 3x + 4 = 0$.
Phương trình luôn có 2 nghiệm (vì $(-1) \cdot 4 < 0$).
Suy ra (C) cắt Ox tại hai điểm phân biệt.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | ☐

CÂU 37. Cho hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ (tham số m).

Mệnh đề	Đ	S
a) Khi $m = -1$ thì hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.	X	
b) Đạo hàm của hàm số là $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3$.	X	
c) Có 3 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		X

Mệnh đề	Đ	S
d) Có 6 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.		X

Lời giải.

a) Đ **Đúng**.
Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Khi $m = -1$ ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0$ nên hàm số đã cho luôn đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

b) Đ **Đúng**.
Ta có $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3$.

c) S **Sai**.
Hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2.$$

Vậy $m \in [-4; 2]$ hay có 2 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

d) S **Sai**.
Vì $m \in [-4; 2]$ hay có 7 giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ……………………………… □

CÂU 38. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.		X
b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.	X	
c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.	X	
d) Hàm số $y = f(2x-1)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.	X	

Lời giải.

a) S Sai.

b) Đ Đúng.

c) Đ Đúng.

d) Đ Đúng. Xét hàm số $y = f(2x-1)$ có $y' = 2f'(2x-1)$.

Hàm số nghịch biến khi $y' \leq 0 \Leftrightarrow 2f'(2x-1) \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1 \leq -2 \\ 2x-1 \geq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq -\frac{1}{2} \\ x \geq 1. \end{array}\right.$ Vậy hàm số $y = f(2x-1)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d đúng | ……………………………… □

CÂU 39. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 6}{x+1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.		X
b) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{x^2+2x-8}{(x+1)^2}$.	X	
c) Hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại bằng 2.		X
d) Hàm số $y=f\left(x^2-2\right)$ có 3 điểm cực trị.	X	

Lời giải.

a) Ⓢ Sai.

Hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-2x+6}{x+1}$ xác định khi $x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$.

Do đó, hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

b) Ⓓ Đúng.

$$f'(x)=\frac{\left(x^2-2x+6\right)'(x+1)-\left(x^2-2x+6\right)(x+1)'}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x-8}{(x+1)^2}.$$

c) Ⓢ Sai.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow \frac{x^2+2x-8}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow x^2+2x-8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=-4.\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-10	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại bằng -10.

d) Ⓓ Đúng.

Hàm số $y=g(x)=f\left(x^2-2\right)$ xác định khi $x^2-2\neq -1\Leftrightarrow x\neq\pm 1$

$\Rightarrow$ Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$.

Có $y'=g'(x)=2xf'\left(x^2-2\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=0\\f'(x^2-2)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-2=2\\x^2-2=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=4\\x^2=-2\end{array}\right.\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=-2.\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số $y=f\left(x^2-2\right)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | .... □

CÂU 40. Cho hàm số $y=f(x)=\log_5(x^2+4x)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.	X	
b) $f'(x) = \dfrac{2x+4}{(x^2+4x)\log 5}$.		X
c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.		X
d) Hàm số $y = f(e^x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.	X	

Lời giải.

a) Ⓓ Đúng. Điều kiện $x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 0 \\ x < -4. \end{array}\right.$

Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.

b) Ⓢ Sai. Ta có $f'(x) = \dfrac{2x+4}{(x^2+4x)\ln 5}$.

c) Ⓢ Sai. Ta có $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$				$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$		$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -4)$.

d) Ⓓ Đúng. Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = [f(e^x)]' = e^x \cdot f'(e^x) = e^x \cdot \dfrac{2e^x + 4}{(e^{2x} + 4e^x)\ln 5} > 0;\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Hàm số $y = f(e^x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | .... □

CÂU 41. Cho hàm số $y = f(x) = 7^{x^3 - x^2 - x - 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.	X	
b) $f'(x) = \left(3x^2 - 2x - 1\right) \cdot 7^{x^3 - x^2 - x - 1} \cdot \ln 7$.	X	
c) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.		X
d) Hàm số $y = f(e^x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.	X	

Lời giải.

a) Ⓓ Đúng. Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

b) Ⓓ Đúng. Ta có $f'(x) = \left(3x^2 - 2x - 1\right) \cdot 7^{x^3 - x^2 - x - 1} \cdot \ln 7$.

c) Ⓢ Sai. Ta có

$$\begin{aligned} & f'(x) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left(3x^2 - 2x - 1\right) \cdot 7^{3^3 - x^2 - x - 1} \cdot \ln 7 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 3x^2 - 2x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\dfrac{1}{3}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đạt cực đại tại $x=-\dfrac{1}{3}$.

d) Đ Đúng. Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
Ta có $y'=[f(\mathrm{e}^x)]'=\mathrm{e}^x\cdot f'(\mathrm{e}^x)=\mathrm{e}^x\cdot\left(3\mathrm{e}^{2x}-2\mathrm{e}^x-1\right)\cdot 7^{\mathrm{e}^{3x}-\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^x-1}\cdot\ln 7$.

$$y'=0\Leftrightarrow 3\mathrm{e}^{2x}-2\mathrm{e}^x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\mathrm{e}^x=1\\ \mathrm{e}^x=-\dfrac{1}{3}\end{array}\right.\Rightarrow x=0.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(\mathrm{e}^x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | .... □

CÂU 42. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-1$ trên đoạn $[-2;1]$ là -5.	X	
b) Hàm số $y=4x^3-12x^2+9x$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ tại điểm $x=2$.		X
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{4x-x^2}$ là 4.		X
d) Hàm số $y=x+\dfrac{4}{x}$ không có giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;+\infty)$.		X

Lời giải.

a) Đ **Đúng**.
Ta có $y'=6x^2+6x$.
Trên khoảng $(-2;1)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=-1 & \text{(nhận)}\\ x=0 & \text{(nhận)}.\end{array}\right.$
$y(-2)=-5, y(-1)=0, y(0)=-1, y(1)=4$.
Vậy $\min\limits_{[-2;1]} y=y(-2)=-5$.

b) S **Sai**. Vì $x=2\notin[0;1]$.

c) S **Sai**.
Điều kiện $4x-x^2\geq 0\Leftrightarrow 0\leq x\leq 4$.
Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=[0;4]$.
Ta có $y'=\dfrac{2-x}{\sqrt{4x-x^2}}$.
Trên khoảng $(0;4)$, ta có $y'=0\Leftrightarrow 2-x=0\Leftrightarrow x=2$.
$y(0)=0, y(2)=2, y(4)=0$.
Vậy $\min\limits_{[0;4]} y=y(4)=0$.

d) S **Sai**.
Ta có $y'=1-\dfrac{4}{x^2}=\dfrac{x^2-4}{x^2}$.
Trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có $y'=0\Leftrightarrow x^2-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=2 & \text{(nhận)}\\ x=-2. & \text{(loại)}\end{array}\right.$

x	0		2		$+\infty$
y'	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy không tồn tại giá trị lớn nhất trên $(0;+\infty)$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d sai | ....□

CÂU 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm như sau $f'(x)=(x-3)(x+3)(x-1)^2$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3;3]$ là $f(-3)$.	X	
b) Hàm số có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.		X
c) Gọi $g(x)=f(-2x+3)$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[0;3]$ là $g(3)$.		X
d) Gọi $h(x)=f(-x+5)$ và $h(0)+h(4)=h(2)+h(8)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $h(x)$ trên đoạn $[0;8]$ là $h(8)$.	X	

Lời giải.

Ta có BBT

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$f(3)$	$\searrow$	$f(1)$	$\searrow$	$f(3)$	$\nearrow$	$+\infty$

a) Đ **Đúng**. Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min\limits_{[-3;3]} f(x)=f(-3)$.

b) S **Sai**. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

c) S **Sai**. Ta có $g'(x)=-2f'(-2x+3)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow -2f'(-2x+3)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &-2x+3=-3\\ &-2x+3=1\\ &-2x+3=3.\end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &x=3\\ &x=1\\ &x=0.\end{aligned}\right.$$

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$g'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(0)$	$\nearrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$g(3)$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[0;3]$ là $g(0)$.

d) Đ **Đúng**.
Ta có $h'(x) = -f(-x+5)$.

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow -f'(-x+5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x+5 = -3 \\ -x+5 = 1 \\ -x+5 = 3. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 8 \\ x = 4 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

x	$-\infty$		0		2		4		8		$+\infty$
$h'(x)$			$-$		0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$h(0)$	$\searrow$	$h(2)$	$\nearrow$	$h(4)$	$\nearrow$	$h(8)$	$\searrow$	$-\infty$

Mà

$$\begin{aligned} h(0)+h(4) &= h(2)+h(8) \\ &\Leftrightarrow h(8)-h(0) = h(4)-h(2) \\ &\Leftrightarrow h(8)-h(0) > 0 (\text{ vì } h(4)-h(2) > 0) \\ &\Leftrightarrow h(8) > h(0). \end{aligned}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$ là $h(8)$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | .... □

CÂU 44. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ là 12.	X	
b) Hàm số $y = f(x) + m$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2;0]$ là 10 khi $m = 3$.		X
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(2x^2+1) - 5$ là -25.	X	
d) Hàm số $y = \lvert f(x) + m \rvert$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$ là 17 có tích các giá trị của m là -30.		X

Lời giải.

a) Đ **Đúng**.
Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x - 0$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3. \end{array}\right.$
Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		-1		0		3		$+\infty$
y'			$+$		0		$-$		0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\nearrow$	12	$\searrow$	7	$\searrow$	-20	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ là 12 .

b) Ⓢ **Sai**.

Vì theo câu a ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) + m$ là

x	$-\infty$	-2	-1	0	3	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0 $+$	
y	$-\infty$	$5+m$	$12+m$	$7+m$	$-20+m$	$+\infty$

Nên giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) + m$ trên đoạn $[-2; 0]$ là $5 + m$.

Theo bài ta có $5 + m = 10 \Leftrightarrow m = 5$.

c) Ⓓ **Đúng**.

Ta có $\left(2x^2 + 1\right)' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$2x^{+}1$	$+\infty$	3	1	3	$+\infty$
$f(2x^2+1)$	$+\infty$	20	-4 ||	-20	$+\infty$

Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f\left(2x^2 + 1\right) - 5$ là $-20 - 5 = -25$.

d) Ⓢ **Sai**.

x	0	3	4
$f(x) + m$	$7+m$	$m-20$	$m-13$

Do $7 + m > -13 + m > -20 + m$ nên ta có hai trường hợp

- $\begin{cases} |7+m| = 17 \\ |7+m| > |-20+m| \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 10 \quad \text{(thoả mãn)} \\ m = -24. \quad (l) \end{array}\right.$
- $\begin{cases} |-20+m| = 17 \\ |7+m| \le |-20+m| \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \quad \text{(thoả mãn)} \\ m = 37. \quad (l) \end{array}\right.$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ....□

CÂU 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		4		0		4		$-\infty$

Khi đó

Mệnh đề	Đ	S
a) $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 4$.	X	
b) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất là 4 và giá trị nhỏ nhất là 0.		X
c) Hàm số $y = f(2\cos x)$ có giá trị lớn nhất là 4 tại $x = \dfrac{\pi}{2}$.		X
d) Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(f(x))$ trên $(-2; 2)$.		X

Lời giải.

a) Đ **Đúng**. Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 4$ tại $x = 2$.

b) S **Sai**.Dựa vào bảng biến thiên hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

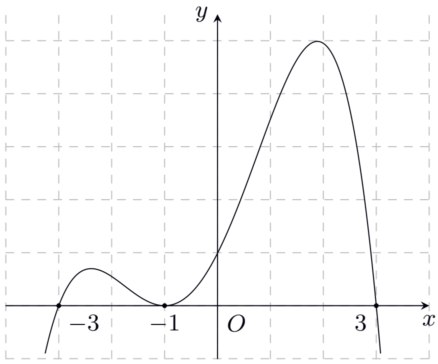
c) S **Sai**.
Đặt $t = 2\cos x, t \in [-2; 2]$, ta có $y = f(2\cos x) = f(t)$.
$\max\limits_{\mathbb{R}} f(2\cos x) = \max\limits_{[-2;2]} f(t) = 4$ khi $t = \pm 2$, tức là $\cos x = \pm 1$.
Mà $\cos \dfrac{\pi}{2} = 0$ nên hàm số $y = f(2\cos x)$ không đạt giá trị lớn nhất tại $x = \dfrac{\pi}{2}$.

d) S **Sai**.
Đặt $t = f(x)$, ta có $y = f(f(x)) = f(t), x \in (-2; 2) \Rightarrow t \in [0; 4)$.
Ta có $\max\limits_{[-2;2]} f(f(x)) = \max\limits_{[0;4)} f(t) = 4$ khi $t = 2$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d sai | ....

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 46.
Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2x\right)$ đồng biến trên $(-\infty; a)$ và $(b; c)$ và nghịch biến trên $(a; b)$ và $(c; +\infty)$. Tính $a + b + c$.



Đáp án: 3

Lời giải.
Xét hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2x\right)$ có $g'(x) = (2x - 2) \cdot f'\left(x^2 - 2x\right)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - 2 = 0 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - 2 = 0 \\ x^2 - 2x = -3 \\ x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3. \end{array}\right.$$

Ta có bảng sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Do đó, hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2x\right)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$. Suy ra $a = -1, b = 1, c = 3$. Vậy $a + b + c = 3$.
Đáp án: 3 ....

CÂU 47. Biết hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ đồng biến trên $(-\infty; a)$ và $(b; c)$ và nghịch biến trên $(a; b)$ và $(c; +\infty)$. Tính $a + 2024b + c$.

Đáp án: 0

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -4x^3 + 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số là $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. Suy ra $a = -1$, $b = 0$, $c = 1$. Vậy $a + 2024b + c = 0$.

Đáp án: $\boxed{0}$ .... □

CÂU 48. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + m^2 - 6}{x + 2}$. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đơn điệu trên mỗi khoảng xác định.

Đáp án: | 5 | | | |

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = \dfrac{x^2 + 4x - m^2 + 8}{(x + 2)^2}$.

Hàm số đơn điệu trên mỗi khoảng xác định khi và chỉ khi đạo hàm y' không đổi dấu trên mỗi khoảng xác định.

TH1. Phương trình $x^2 + 4x - m^2 + 8 = 0$ có nghiệm kép khi và chỉ khi $(x + 2)^2 = m^2 - 4$ có nghiệm kép khi và chỉ khi $m = \pm 2$.

TH2. $x^2 + 4x - m^2 + 8 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi $(x + 2)^2 = m^2 - 4$ vô nghiệm khi và chỉ khi $m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số m để hàm số đơn điệu trên mỗi khoảng xác định.

Đáp án: $\boxed{5}$ .... □

CÂU 49. Thể tích V của 1 kg nước ở nhiệt độ T $(0^\circ \leq T \leq 30^\circ)$ được cho bởi công thức $V = 999{,}87 - 0{,}06426T + 0{,}0085043T^2 - 0{,}0000679T^3$ (Theo: J. Stewart, Calculus, Seventh Edition, Brooks/Cole, CENGAGE Learning 2012). Gọi $(a^\circ; b^\circ)$ là khoảng nhiệt độ lớn nhất mà trong khoảng đó khi nhiệt độ tăng thì thể tích V của 1kg nước cũng tăng. Tính giá trị biểu thức $P = b - a$ (a, b làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án: | 2 | 6 | | |

Lời giải.

Xét hàm số $f(T) = 999{,}87 - 0{,}06426T + 0{,}0085043T^2 - 0{,}0000679T^3$ với $0^\circ \leq T \leq 30^\circ$.

Nhiệt độ tăng thì thể tích của 1kg nước tăng tức hàm số $f(T)$ đồng biến.

$f'(T) = -0{,}06426 + 0{,}0170086T - 2{,}037 \cdot 10^{-4}T^2$.

$f'(T) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} T_1 \approx 3{,}966 \in [0; 30] \\ T_2 \approx 79{,}532 \notin [0; 30]. \end{array}\right.$

$f'(T) > 0, \forall T \in (T_1; T_2)$ nên hàm số $f(T)$ đồng biến trên khoảng $(T_1; T_2)$.

Suy ra khi $T \in (T_1^\circ; 30^\circ)$ 1 thì khi nhiệt độ nước tăng thể tích của 1kg nước cũng tăng.

Suy ra $a = 4$, $b = 30$. Vậy $b - a = 26$.

Đáp án: $\boxed{26}$ .... □

CÂU 50. Trên khoảng $(0; 100)$ hàm số $y = 2\sin^2 x - x$ có bao nhiêu điểm cực đại?

Đáp án: | 3 | 2 | | |

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4\sin x \cos x - 1 = 2\sin 2x - 1$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{12} + k\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

- Với $x = \dfrac{\pi}{12} + k\pi$.

  Do $x \in (0; 100)$ nên $0 < \dfrac{\pi}{12} + k\pi < 100 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{12} < k < \dfrac{100}{\pi} - \dfrac{1}{12} \Rightarrow k \in \{0; 1; \ldots; 31\}$.

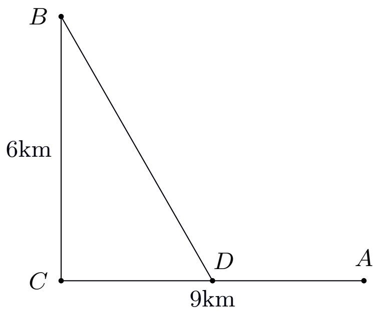
- Với $x = \dfrac{5\pi}{12} + k\pi$.

  Do $x \in (0;100)$ nên $0 < \dfrac{5\pi}{12} + k\pi < 100 \Leftrightarrow -\dfrac{5}{12} < k < \dfrac{100}{\pi} - \dfrac{5}{12} \Rightarrow k \in \{0;1;\ldots;31\}$.

Như vậy phương trình $y' = 0$ có 64 nghiệm trên khoảng $(0;100)$ đồng thời y' đổi dấu qua 64 nghiệm đó. Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 32.

Đáp án: $\boxed{32}$ □

CÂU 51.
Một công ty muốn xây dựng hệ thống dây cáp từ trạm A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km . Gọi C là điểm trên bờ sao cho BC vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến C là 9 km . Giá để lắp đặt mỗi km hệ thống dây trên bờ là 50 triệu đồng và dưới nước là 130 triệu đồng. Người ta cần xác định một vị trí D trên AC để lắp đặt hệ thống dây theo đường gấp khúc ADB mà số tiền chi phí thấp nhất. Khi đó chi phí lắp đặt thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng?



Đáp án:	1	1	7	0

Lời giải.

Đặt $CD = x(\text{km})\ (x \in [0;9])$.
Ta có $AD = 9 - x(\text{km})$ và $BD = \sqrt{CD^2 + BC^2} = \sqrt{x^2+36}(\text{km})$.
Chi phí lắp đặt là $F(x) = 50(9-x) + 130\sqrt{x^2+36}$ (triệu đồng).
Xét hàm số $F(x) = 50(9-x) + 130\sqrt{x^2+36}$ trên $[0;9]$.
$F'(x) = -50 + \dfrac{130x}{\sqrt{x^2+36}}$.

$$\begin{aligned} F'(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{130x}{\sqrt{x^2+36}} - 50 = 0 \\ &\Leftrightarrow 13x = 5\sqrt{x^2+36} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 169x^2 = 25\left(x^2+36\right) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} (\text{thỏa mãn}). \end{aligned}$$

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{5}{2}$		9
$F'(x)$		$-$	0	$+$	
$F(x)$	1230	↘	1170	↗	$390\sqrt{13}$

Vậy chi phí thấp nhất để lắp đặt hệ thống dây cáp là 1170 triệu đồng.

Đáp án: $\boxed{1170}$ □

CÂU 52. Có bao nhiêu giá trị nguyên m thuộc $[-7;7]$ để hàm số $y = \dfrac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(1;5)$.

Đáp án:	9			

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\{-m\}$. Đạo hàm $y' = \dfrac{m^2-1}{(x+m)^2}$.
Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;5)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -m \notin (1;5) \\ m^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty;1] \cup [5;+\infty) \\ m \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty;-1) \cup [5;+\infty).$$

Có 9 giá trị nguyên của m là $m = \{-7;-6;-5;-4;-3;-2;5;6;7\}$.

Đáp án: $\boxed{9}$ □

CÂU 53. Hàm số $y=|x^2+5x+6|$ có mấy điểm cực trị?

Đáp án: 3

Lời giải.

$y=\left|x^2+5x+6\right|=\sqrt{\left(x^2+5x+6\right)^2}$
Hàm số đã cho xác định trên $D=\mathbb{R}$.

$$y'=\frac{(2x+5)\left(x^2+5x+6\right)}{\sqrt{\left(x^2+5x+6\right)^2}}\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-2;-3\}$$

Hàm số không có đạo hàm tại $x=0$ và $x=2$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow(2x+5)(x^2+5x+6)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+5=0\\x^2+5x+6=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{5}{2}\\x=-2\\x=-3\end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên:
Hàm số có 2 cực tiểu $(-3{,}0);(-2{,}0)$; Hàm số có 1 cực đại $\left(-\dfrac{5}{2},-\dfrac{1}{4}\right)$.

Đáp án: $\boxed{3}$ .... □

CÂU 54. Giả sử a, b là các số thực sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-ax+5}{x^2+b}$ có điểm cực đại là $\left(\dfrac{1}{2};6\right)$, tính giá trị của ab.

Đáp án: −4

Lời giải.

Ta có $y'=\dfrac{ax^2+2(2b-5)x-ab}{\left(x^2+b\right)^2}$. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $\left(\dfrac{1}{2};6\right)$ nên

$$\begin{cases}y'\left(\dfrac{1}{2}\right)=0\\y\left(\dfrac{1}{2}\right)=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{4}a+2b-5-ab=0\\\dfrac{\dfrac{1}{2}-\dfrac{a}{2}+5}{b+\dfrac{1}{4}}=6\\b\neq-\dfrac{1}{4}.\end{cases}$$

Từ phương trình thứ hai, ta có $a=8-12b$, thay vào phương trình thứ nhất, ta được

$$12b^2-9b-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=1\\b=-\dfrac{1}{4}.\end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện $b\neq-\dfrac{1}{4}$, ta được $b=1$, suy ra $a=-4$.

Khi đó $y'=\dfrac{-4x^2-6x+4}{\left(x^2+1\right)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow x=-2$ hoặc $x=\dfrac{1}{2}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	6	$\searrow$	2

Vậy $(a,b)=(-4,1)$ và $ab=-4$.
Đáp án: $\boxed{-4}$ .... □

CÂU 55. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ là

Đáp án: 2

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \neq -3m$.

Ta có $y' = \dfrac{3m-2}{(x+3m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ khi và chỉ khi $y' > 0$, $\forall x \in (-\infty;-6)$.

Khi đó, $\begin{cases} -3m \notin (-\infty;-6) \\ 3m-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m \geq -6 \\ 3m-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m > \dfrac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{2}{3} < m \leq 2$.

Với $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1;2\}$. Vậy có 2 giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Đáp án: 2 .... □

CÂU 56. Tìm tổng các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 + 3x - 2$ không có cực trị.

Đáp án: 7

Lời giải.

Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow y' = 3x^2 + 2(m-1)x + 3 = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 4$.

Suy ra tổng các giá trị nguyên là 7.

Đáp án: 7 .... □

CÂU 57. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + (m+1)x + 2m + 1}{x+1}$. Số nguyên bé nhất m để hàm số sau đây có 2 điểm cực trị.

Đáp án: 0

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \dfrac{x^2 + 2x - m}{(x+1)^2}$.

Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $x^2 + 2x - m = 0$ có hai nghiệm đơn phân biệt x_1, x_2 khác -1. Điều này tương đương $\begin{cases} 1+m>0 \\ -1-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1$. Suy ra số nguyên bé nhất là 0.

Đáp án: 0 .... □

CÂU 58. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[0;2]$.

Đáp án: 2

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 3;\ y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [0;2] \\ x = -1 \notin [0;2] \text{ (loại).} \end{array}\right.$$

Ta có $f(0) = 4$, $f(2) = 6$, $f(1) = 2$. Do đó $\min\limits_{[0;2]} y = 2$.

Đáp án: 2 .... □

CÂU 59. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Giả sử giá trị lớn nhất của $y = f(x)$ trên $[-1;3]$ đạt được tại giá trị x_0. Tìm x_0

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

Đáp án: 0

Lời giải.

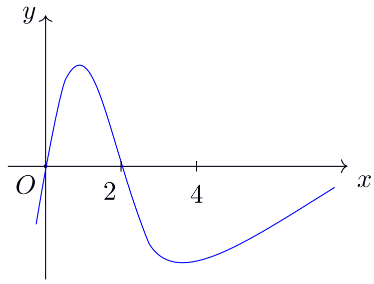
Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = 5 = f(0)$.

Vậy giá trị lớn nhất của $y = f(x)$ trên $[-1;3]$ đạt được tại $x_0 = 0$.

Đáp án: 0 .... □

CÂU 60.

Cho hàm số có $f(x)$ có đạo hàm là hàm $f'(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0)-f(2)=f(4)-f(3)$. Giả sử giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ đạt được lần lượt tại x_0 và x_1. Tổng x_0 và x_1 là



Đáp án: 6

Lời giải.

Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ ta có bảng biến thiên.

x	0		2		4
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$f(0)$	↗	$f(2)$	↘	$f(4)$

Vậy giá trị lớn nhất $M=f(2)\Rightarrow x_1=2$.
Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;4)$ nên $f(2)>f(3)\Rightarrow f(2)-f(3)>0$.
Ta có

$$\begin{aligned}&f(0)-f(2)=f(4)-f(3)\\ \Leftrightarrow\ &f(0)-f(4)=f(2)-f(3)>0\\ \Rightarrow\ &f(0)>f(4)\end{aligned}$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất $m=f(4)\Rightarrow x_0=4$. Vậy $x_0=4;x_1=2$, ta có $x_0+x_1=6$.
Đáp án: $\boxed{6}$ .... □

CÂU 61. Gọi S là tập hợp chứa các tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-1}{x+m}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang tạo với các trục tọa độ hình chữ nhật có diện tích bằng 4. Số phần tử của S là

Đáp án: 2

Lời giải.

Phương trình tiệm cận ngang là $y=m$.
Phương trình tiệm cận đứng là $x=-m$.
Theo đề bài ta có $|m|\cdot|-m|=4\Leftrightarrow m^2=4\Leftrightarrow m=\pm2$. Vậy S có 2 phần tử.
Đáp án: $\boxed{2}$ .... □

CÂU 62. Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t)=\dfrac{a}{b+\mathrm{e}^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t=0$, quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Tìm các giá trị của a và b. Theo mô hình này, số lượng nấm men không vượt quá bao nhiêu?

Đáp án: 1 0 0

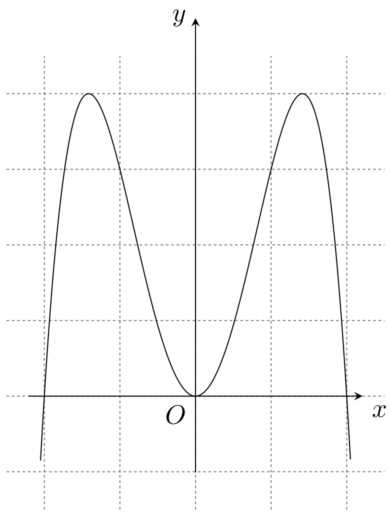
Lời giải.

Ta có $P'(t)=\dfrac{0,75a\mathrm{e}^{-0,75t}}{\left(b+\mathrm{e}^{-0,75t}\right)^2}$, $t\geq0$.
Theo đề bài, ta có $P(0)=20$ và $P'(0)=12$.
Do đó, ta có hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{a}{b+1}=20\\ \dfrac{0,75a}{(b+1)^2}=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=20(b+1)\\ \dfrac{15}{b+1}=12.\end{cases}$
Giải hệ phương trình này, ta được $a=25$ và $b=\dfrac{1}{4}$.
Khi đó, $P'(t)=\dfrac{18,75\mathrm{e}^{-0,75t}}{\left(\frac14+\mathrm{e}^{-0,75t}\right)^2}>0,\forall t\geq0$, tức là số lượng quần thể nấm men luôn tăng.
Tuy nhiên, do $\lim\limits_{t\to+\infty}P(t)=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{25}{\frac14+\mathrm{e}^{-0.75t}}=100$ nên số lượng quần thể nấm men tăng nhưng không vượt quá 100 tế bào.

Đáp án: $\boxed{100}$

CÂU 63.

Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc hai và có đồ thị hàm số $f\left(x^2-1\right)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = \left|f(x^2)+m\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-2024; 2024]$ của tham số m để với mọi bộ ba số phân biệt a, b, c thuộc $[-2; 2]$ ta đều có bộ ba số $g(a); g(b); g(c)$ là số đo độ dài ba cạnh của một tam giác?



Đáp án: | 4 | 0 | 2 | 1 |

Lời giải.

Từ đồ thị ta có $f\left(x^2-1\right) = kx^2(x^2-4) = h(x)$.

Vì $h'(x) = k\left(4x^3 - 8x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2}. \end{array}\right.$

Dựa theo đồ thị $h\left(\sqrt{2}\right) = 4 \Rightarrow k \cdot 2 \cdot (2-4) = 4 \Rightarrow k = -1 \Rightarrow f\left(x^2-1\right) = -x^2\left(x^2-4\right)$.

Đặt $t = x^2 - 1 \Rightarrow f(t) = -(t+1)(t-3) \Rightarrow f(x) = -x^2 + 2x + 3$ nên $f(x^2) = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Vì vậy $g(x) = \left|f(x^2)+m\right| = \left|-x^4+2x^2+3+m\right|$.

Hàm số $p(x) = -x^4 + 2x^2 + 3 + m$ có bảng biến thiên trên $[-2; 2]$ là

x	-2		-1		0		1		2
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$m-5$	$\nearrow$	$m+4$	$\searrow$	$m+3$	$\nearrow$	$m+4$	$\searrow$	$m-5$

Vì $g(a)$; $g(b)$; $g(c)$ luôn dương khi a, b, c thuộc $[-2; 2]$ nên

$$\begin{aligned} g(x) = |p(x)| > 0,\ \forall x \in [-2;2] \quad &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} p(x) < 0,\ \forall x \in [-2;2] \\ p(x) > 0,\ \forall x \in [-2;2] \end{array}\right. \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+4 < 0 \\ m-5 > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -4 \\ m > 5. \end{array}\right. \end{aligned}$$

- TH1: $m > 5$ thì giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $p(x)$ lần lượt là $m+4$ và $m-5$. Để $g(a)$; $g(b)$; $g(c)$ luôn là số đo độ dài ba cạnh của một tam giác với mọi bộ ba số phân biệt a, b, c thuộc $[-2; 2]$ thì $g(a) + g(b) > g(c), \forall a, b, c$ phân biệt thuộc $[-2; 2]$. Từ đó $\min\left(g(a)+g(b)\right) > \max g(c),\ \forall a, b, c$ phân biệt thuộc $[-2; 2]$ hay

$$2(m-5) > m+4 \Leftrightarrow m > 14.$$

- TH2: $m < -4$ thì giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $p(x)$ lần lượt là $5-m$ và $-m-4$. Để $g(a)$; $g(b)$; $g(c)$ luôn là số đo độ dài ba cạnh của một tam giác với mọi bộ ba số phân biệt a, b, c thuộc $[-2; 2]$ thì $g(a) + g(b) > g(c), \forall a, b, c$ phân biệt thuộc $[-2; 2]$. Từ đó $\min\left(g(a)+g(b)\right) > \max g(c), \forall a, b, c$ phân biệt thuộc $[-2; 2]$ hay

$$2(-m-4) > 5-m \Leftrightarrow m < -13.$$

Kết hợp với m nguyên và thuộc $[-2024; 2024]$ ta được 4021 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Đáp án: $\boxed{4021}$