

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

## KIỂM TRA CUỐI KÌ 1

## ÔN TẬP KTCK1 — ĐỀ 1

## LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho hàm số  $y = x^3 + 3x + 2$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- ☐ A Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .
- ☐ B Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .
- ☐ C Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .
- ☐ D Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

☞ Lời giải.

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .Ta có  $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$  suy ra hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .Chọn đáp án ☒ A ..... □CÂU 2. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$	$-2$	$3$	$+\infty$	
$y'$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$		$1$	$4$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- ☐ A  $(3; +\infty)$ .
- ☐ B  $(-\infty; -2)$ .
- ☐ C  $(-2; +\infty)$ .
- ☒ D  $(-2; 3)$ .

☞ Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-2; 3)$ .Chọn đáp án ☒ D ..... □

CÂU 3. Nhân dịp Ngày Quốc tế phụ nữ 8 - 3, câu lạc bộ mỹ thuật của An muốn tổ chức kinh doanh thiệp chúc mừng ngày 8 - 3 để gây quỹ sinh hoạt cho câu lạc bộ. Mỗi tấm thiệp mua về với giá 8 nghìn đồng. Các bạn trong câu lạc bộ sẽ sáng tác thêm nội dung của thiệp (vẽ thêm hình ảnh người, hoa cỏ, lời chúc ...) và sau đó bán lại. Với mức giá bán 20 nghìn đồng cho 1 tấm thiệp, câu lạc bộ có thể bán được 500 chiếc. Cứ với mỗi 1 nghìn đồng giảm giá, số lượng hàng bán ra tăng thêm 50 chiếc. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- ☒ A Khi giá giảm từ 1 nghìn đồng đến 20 nghìn đồng thì lợi nhuận của câu lạc bộ sẽ giảm.
- ☐ B Khi giá giảm từ 5 nghìn đồng đến 20 nghìn đồng thì lợi nhuận của câu lạc bộ không đổi.
- ☐ C Khi giá giảm từ 1 nghìn đồng đến 20 nghìn đồng thì lợi nhuận của câu lạc bộ sẽ tăng.
- ☐ D Khi giá giảm từ 5 nghìn đồng đến 20 nghìn đồng thì lợi nhuận của câu lạc bộ sẽ tăng.

☞ Lời giải.

Gọi  $x$  (nghìn đồng) là số tiền giảm giá cho mỗi tấm thiệp,  $0 \leq x \leq 20$ .Số lượng tấm thiệp bán ra là  $500 + 50x$  (chiếc).Hàm chi phí cho  $500 + 50x$  tấm thiệp là  $(500 + 50x) \cdot 8$  (nghìn đồng).Hàm doanh thu cho  $500 + 50x$  tấm thiệp là  $(500 + 50x)(20 - x)$  (nghìn đồng).

Khi đó lợi nhuận thu được là

$$P(x) = (20 - x)(500 + 50x) - 8(500 + 50x)$$

$$= (12 - x)(500 + 50x)$$

$$= 6000 + 100x - 50x^2 \text{ (nghìn đồng).}$$

Để tối đa hóa lợi nhuận, thì ta phải tìm giá trị lớn nhất của hàm  $P(x)$  với  $0 \leq x \leq 20$ .

Ta có  $P'(x) = 100 - 100x = 0$  khi  $x = 1$ .

Khi đó  $P(1) = 6050$  (nghìn đồng) là giá trị lớn nhất của hàm lợi nhuận, đạt được khi  $x = 1$ .

Tức là khi giá giảm từ 1 nghìn đồng đến 20 nghìn đồng thì lợi nhuận của câu lạc bộ sẽ giảm.

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 4.** Hàm số  $y = x^2$  có cực tiểu tại

**(A)**  $x = 0$ .

**(B)**  $x = 1$ .

**(C)**  $x = 2$ .

**(D)**  $x = 3$ .

**Lời giải.**

Ta có  $y' = 2x$ .

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$y'$  đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua  $x = 0$  nên hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 5.**

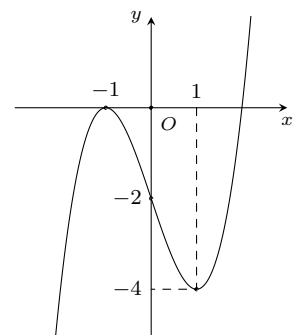
Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

**(A)**  $(-1; 0)$ .

**(B)**  $(1; 0)$ .

**(C)**  $(2; 0)$ .

**(D)**  $(1; -4)$ .



**Lời giải.**

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là  $(1; -4)$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**CÂU 6.** Hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$  đạt cực đại tại điểm

**(A)**  $x = -1$ .

**(B)**  $x = 1$ .

**(C)**  $x = 3$ .

**(D)**  $x = -3$ .

**Lời giải.**

Ta có  $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$ .

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$6$	$-26$	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực đại tại  $x = -1$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 7.** giảng 12-4in1, Nhật Thiện]Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = \sin x + \cos 2x$  trên  $[0; \pi]$  là

**(A)**  $\frac{9}{8}$ .

**(B)**  $\frac{5}{4}$ .

**(C)** 2.

**(D)** 1.

**Lời giải.**

$$f(x) = \sin x + \cos 2x = \sin x + 1 - 2\sin^2 x.$$

Đặt  $\sin x = t$  ( $0 \leq t \leq 1$ ).

$$g(t) = -2t^2 + t + 1, \quad g'(t) = -4t + 1.$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}.$$

$$g(0) = 1, f(1) = 0, g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{9}{8}.$$

$$\text{Vậy } \max_{[0;1]} f(x) = \frac{9}{8}.$$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 8.** Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị của các trục tọa độ là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm  $I(6; -2; 4)$ . Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là 6km. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  biểu diễn ranh giới của vùng phủ sóng.

**(A)**  $(x - 6)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 6.$

**(B)**  $(x - 6)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 36.$

**(C)**  $(x + 6)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 6.$

**(D)**  $(x + 6)^2 + (y - 2)^2 + (z + 4)^2 = 36.$

**Lời giải.**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(6; -2; 4)$  và bán kính  $R = 6$  nên có phương trình:

$$(x - 6)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 36.$$

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**CÂU 9.** Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x + 2}$ ?

**(A)**  $y = 2x.$

**(B)**  $y = 2.$

**(C)**  $y = 2x - 7.$

**(D)**  $x = -2.$

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } y = f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x + 2} = 2x - 7 + \frac{15}{x + 2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (2x - 7)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{15}{x + 2} = 0.$$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là  $y = 2x - 7$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**CÂU 10.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{4x^2 + 2x - 1} + x}{x + 1}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

**(A)** 1.

**(B)** 0.

**(C)** 2.

**(D)** 3.

**Lời giải.**

$$\text{Hàm số } y = \frac{\sqrt{4x^2 + 2x - 1} + x}{x + 1} \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 2x - 1 \geq 0 \\ x + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{-1 - \sqrt{5}}{4} \\ x \geq \frac{-1 + \sqrt{5}}{4} \\ x \neq -1. \end{cases}$$

$$\text{Tập xác định của hàm số là } \mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup \left(-1; \frac{-1 - \sqrt{5}}{4}\right] \cup \left[\frac{-1 + \sqrt{5}}{4}; +\infty\right).$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} y &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 2x - 1} + x}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{4 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} + x}{x + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{4 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} + x}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} + 1}{1 + \frac{1}{x}} = -1. \end{aligned}$$

Suy ra  $y = -1$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi  $x \rightarrow -\infty$ .

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} y &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 2x - 1} + x}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| \sqrt{4 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} + x}{x + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sqrt{4 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} + x}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} + 1}{1 + \frac{1}{x}} = 3. \end{aligned}$$

Suy ra  $y = 3$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi  $x \rightarrow +\infty$ .

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} y &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4x^2 + 2x - 1} + x}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 2x - 1 - x^2}{(x + 1)(\sqrt{4x^2 + 2x - 1} - x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(3x - 1)}{(x + 1)(\sqrt{4x^2 + 2x - 1} - x)} = -2 \end{aligned}$$

Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

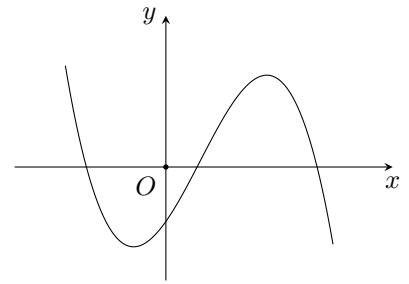
Vậy đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{4x^2 + 2x - 1} + x}{x + 1}$  có 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án (C).....

**CÂU 11.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A)  $d < 0$ . (B)  $d > 0$ .

(C)  $d = 0$ . (D)  $d \leq 0$ .



**Lời giải.**

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên  $d < 0$ .

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 12.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  có đồ thị (C). Có bao nhiêu cặp điểm M, N nằm trên (C) đối xứng nhau qua điểm  $I(1;2)$ ?

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) Vô số.

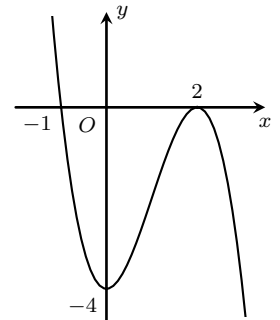
**Lời giải.**

Ta có  $I(1;2)$  là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C).

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 13.** Đồ thị như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A)  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ . (B)  $y = -x^3 - 3x^2 - 4$ . (C)  $y = x^3 - 3x^2 + 4$ . (D)  $y = x^3 - 3x^2 - 4$ .



**Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$  nên ta loại phương án  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  và  $y = x^3 - 3x^2 - 4$ .

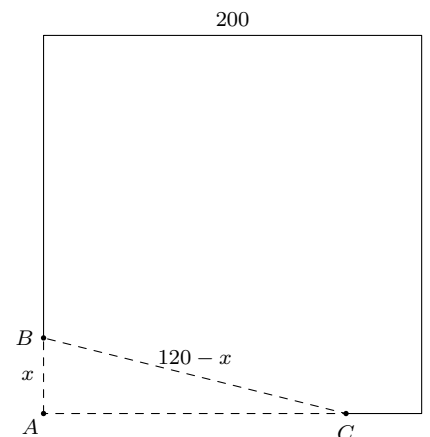
Đồ thị hàm số qua điểm  $M(2;0)$  nên ta chọn đáp án  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ .

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 14.**

Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 (cm). Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông  $ABC$  từ tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ sau. Biết  $AB = x$  (cm) ( $0 < x < 60$ ) là một cạnh góc vuông của tam giác  $ABC$  và tổng độ dài cạnh góc vuông  $AB$  với cạnh huyền  $BC$  bằng 120 (cm). Tìm  $x$  để tam giác  $ABC$  có diện tích lớn nhất.

(A)  $x = 40$  (cm). (B)  $x = 50$  (cm). (C)  $x = 30$  (cm). (D)  $x = 20$  (cm).



**Lời giải.**

Độ dài cạnh huyền  $BC = 120 - x$ .

Khi đó độ dài cạnh  $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(120 - x)^2 - x^2} = \sqrt{14400 - 240x}$ .

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} x \sqrt{14400 - 240x}$  (cm<sup>2</sup>)

Xét hàm số  $f(x) = x \sqrt{14400 - 240x}$  với  $0 < x < 60$ .

Ta có  $f'(x) = \sqrt{14400 - 240x} - \frac{120x}{\sqrt{14400 - 240x}} = \frac{14400 - 360x}{\sqrt{14400 - 240x}}$ ;

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 40 \in (0; 60)$

Bảng biến thiên

$x$	0	40	60
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Vậy tam giác  $ABC$  có diện tích lớn nhất khi  $AB = 40$  (cm).

Chọn đáp án (A) ..... □

**CÂU 15.** Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 2 m với vận tốc ban đầu 24,5 m/s là  $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$  (theo Vật lí đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Tìm vận tốc của vật sau 2 giây.

(A) 4,9.

(B) 2,4.

(C) 3,5.

(D) 5,2.

💬 **Lời giải.**

Theo ý nghĩa cơ học của đạo hàm, vận tốc của vật là  $v = h'(t) = 24,5 - 9,8t$  m/s.

Do đó, vận tốc của vật sau 2 giây là  $v(2) = 24,5 - 9,8 \cdot 2 = 4,9$  m/s.

Chọn đáp án (A) ..... □

**CÂU 16.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức  $G(x) = 0,035x^2(15 - x)$ , trong đó  $x$  là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ( $x$  được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là

(A)  $x = 8$ .

(B)  $x = 10$ .

(C)  $x = 15$ .

(D)  $x = 7$ .

💬 **Lời giải.**

Điều kiện  $x \in [0; 15]$  (vì độ giảm huyết áp không thể là số âm).

Có  $G'(x) = 0,035 [2x(15 - x) - x^2] = 0,105x(10 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 10. \end{cases}$

Ta có  $G(0) = 0$ ;  $G(10) = \frac{35}{2}$ ;  $G(15) = 0$ .

Bảng biến thiên

$x$	0	10	15
$G'(x)$	+	0	-
$G(x)$			

Vậy huyết áp bệnh nhân giảm nhiều nhất khi tiêm cho bệnh nhân liều  $x = 10$  miligam.

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 17.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{AB}$ ?

(A)  $\overrightarrow{CD}$ .

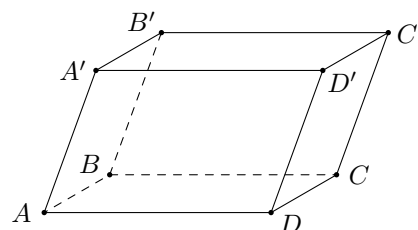
(B)  $\overrightarrow{B'C'}$ .

(C)  $\overrightarrow{AD}$ .

(D)  $\overrightarrow{AC'}$ .

💬 **Lời giải.**

Vectơ cùng phương với  $\overrightarrow{AB}$  là  $\overrightarrow{CD}$ , vì hai vectơ này có giá song song với nhau.



Chọn đáp án (A).....

**CÂU 18.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Lấy  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Phát biểu nào sau đây là sai?

(A)  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ .

(B)  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .

(C)  $\vec{GD} - \vec{GA} = \vec{AD}$ .

(D)  $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = 3\vec{DG}$ .

🗨 **Lời giải.**

Theo tính chất, vì  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABC$  nên  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ .

Do đó  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{GD} \neq \vec{0}$ .

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 19.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Tích vô hướng của hai véc-tơ  $\vec{CB}$  và  $\vec{DS}$  bằng

(A)  $a^2$ .

(B)  $2a^2$ .

(C)  $a^2\sqrt{2}$ .

(D)  $a^2\sqrt{3}$ .

🗨 **Lời giải.**

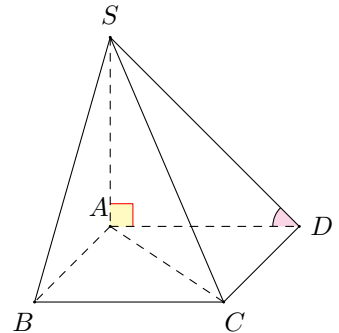
Do  $ABCD$  là hình vuông nên  $\vec{CB} = \vec{DA}$ .

$$\Rightarrow (\vec{CB}, \vec{DS}) = (\vec{DA}, \vec{DS}) = \widehat{ADS}.$$

Xét  $\triangle ASD$  vuông tại  $A$  có  $SA = a\sqrt{3}$ ,  $AD = a$ ,  $SD = 2a$ .

$$\tan \widehat{ASD} = \frac{SA}{AD} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{ASD} = 60^\circ.$$

$$\text{Vậy } \vec{CB} \cdot \vec{DS} = \vec{DA} \cdot \vec{DS} = a \cdot 2a \cdot \cos 60^\circ = a^2\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án (D).....

**CÂU 20.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

(A)  $\vec{AC_1} + \vec{A_1C} = 2\vec{AC}$ .

(B)  $\vec{AC_1} + \vec{CA_1} + 2\vec{C_1C} = \vec{0}$ .

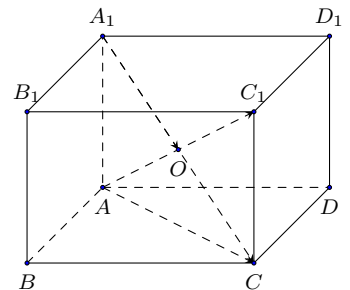
(C)  $\vec{AC_1} + \vec{A_1C} = \vec{AA_1}$ .

(D)  $\vec{CA_1} + \vec{AC} = \vec{CC_1}$ .

🗨 **Lời giải.**

☑ Gọi  $O$  là tâm của hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ .

☑ Vận dụng công thức trung điểm để kiểm tra.



Chọn đáp án (A).....

**CÂU 21.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có tất cả các cạnh bằng 6. Tính tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$ .

(A) 0.

(B) -12.

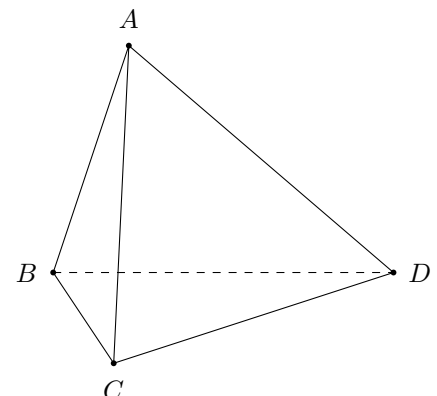
(C) 12.

(D) 36.

🗨 **Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} \vec{AB} \cdot \vec{CD} &= \vec{AB} \cdot (\vec{AD} - \vec{AC}) \\ &= \vec{AB} \cdot \vec{AD} - \vec{AB} \cdot \vec{AC} \\ &= 6 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ - 6 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ = 0. \end{aligned}$$



Chọn đáp án (A).....

**CÂU 22.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; 0), B(5; 3; -1), C(2; 3; -4)$ . Tọa độ tâm  $K$  của đường tròn nội tiếp  $\triangle ABC$  là

- Ⓐ  $K\left(3; \frac{3}{5}; -\frac{1}{2}\right)$ .      Ⓑ  $K\left(\frac{7}{2}; 3; -\frac{5}{3}\right)$ .      Ⓒ  $K\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right)$ .      **Ⓓ  $K\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; -\frac{5}{3}\right)$ .**

💡 **Lời giải.**

Ta có  $AB = 3\sqrt{2}; BC = 3\sqrt{2}; CA = 3\sqrt{2}$ .

Do  $\triangle ABC$  là tam giác đều nên tâm đường tròn nội tiếp  $K$  của  $\triangle ABC$  đồng thời là trọng tâm của tam giác  $\triangle ABC$ , ta có

$$\begin{cases} x_K = \frac{1+5+2}{3} = \frac{8}{3} \\ y_K = \frac{2+3+3}{3} = \frac{8}{3} \\ z_K = \frac{0+(-1)+(-4)}{3} = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

Vậy  $K = \left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; -\frac{5}{3}\right)$ .

Chọn đáp án Ⓓ ..... □

**CÂU 23.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- Ⓐ Vì  $I$  là trung điểm đoạn  $AB$  nên từ  $O$  bất kì ta có:  $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ .  
**Ⓑ** Vì  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$  nên bốn điểm  $A, B, C, D$  đồng phẳng.  
 Ⓒ Vì  $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} = \vec{0}$  nên  $N$  là trung điểm đoạn  $MP$ .  
 Ⓓ Từ hệ thức  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC} - 8\overrightarrow{AD}$  ta suy ra ba vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$  đồng phẳng. .

💡 **Lời giải.**

Do  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$  đúng với mọi điểm  $A, B, C, D$  nên câu B sai

Chọn đáp án Ⓑ ..... □

**CÂU 24.** Cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; -2; 0), B(2; 1; -2), C(0; 3; 4)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  để  $ABDC$  là hình bình hành.

- Ⓐ  $(1; 0; -6)$ .      Ⓑ  $(-1; 0; 6)$ .      **Ⓒ  $(1; 6; 2)$ .**      Ⓓ  $(1; 6; -2)$ .

💡 **Lời giải.**

Gọi  $D(x; y; z)$ . Để  $ABDC$  là hình bình hành thì  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = x - 0 \\ 3 = y - 3 \\ -2 = z - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \\ z = 2 \end{cases}$

Vậy  $D(1; 6; 2)$ .

Chọn đáp án Ⓒ ..... □

**CÂU 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , tọa độ của vectơ  $\vec{k}$  là

- Ⓐ  $(1; 1; 1)$ .      Ⓑ  $(1; 0; 0)$ .      Ⓒ  $(0; 1; 0)$ .      **Ⓓ  $(0; 0; 1)$ .**

💡 **Lời giải.**

Trong không gian  $Oxyz$ , tọa độ của vectơ  $\vec{k}$  là  $(0; 0; 1)$ .

Chọn đáp án Ⓓ ..... □

**CÂU 26.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (4; -3; -1)$  và  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ . Tìm tọa độ của vectơ  $2\vec{a} + 3\vec{b}$ .

- Ⓐ  $(11; 0; 1)$ .**      Ⓑ  $(5; -1; 0)$ .      Ⓒ  $(11; 0; -1)$ .      Ⓓ  $(5; -1; -1)$ .

💡 **Lời giải.**

Ta có  $2\vec{a} = (8; -6; -2)$  và  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \vec{b} = (1; 2; 1) \Rightarrow 3\vec{b} = (3; 6; 3)$ .

Do đó  $2\vec{a} + 3\vec{b} = (8+3; -6+6; -2+3) = (11; 0; 1)$ .

Chọn đáp án Ⓐ ..... □

**CÂU 27.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vectơ  $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là

- Ⓐ  $(3; 17; -2)$ .      **Ⓑ  $(-3; -17; 2)$ .**      Ⓒ  $(3; -2; 5)$ .      Ⓓ  $(3; 5; -2)$ .

💡 **Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 12\vec{j} - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 17\vec{j} - 2\vec{k}$ .

Suy ra  $\overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 17\vec{j} + 2\vec{k}$  nên  $A(-3; -17; 2)$ .

Chọn đáp án Ⓑ ..... □

**CÂU 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(0; -1; -1)$ ,  $B(-2; 1; 1)$ ,  $C(-1; 3; 0)$ ,  $D(1; 1; 1)$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$ .

**A**  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**B**  $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**C**  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**D**  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

🗨 **Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 2)$ ,  $\overrightarrow{CD} = (2; -2; 1)$ .

Suy ra  $\cos(\widehat{AB, CD}) = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}|}{AB \cdot CD} = \frac{6}{2\sqrt{3} \cdot 3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 29.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có các kích thước  $AB = 4$ ,  $AD = 3$ ,  $AA' = 5$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ACB'$ . Độ dài  $BG$  là:

**A**  $BG = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .

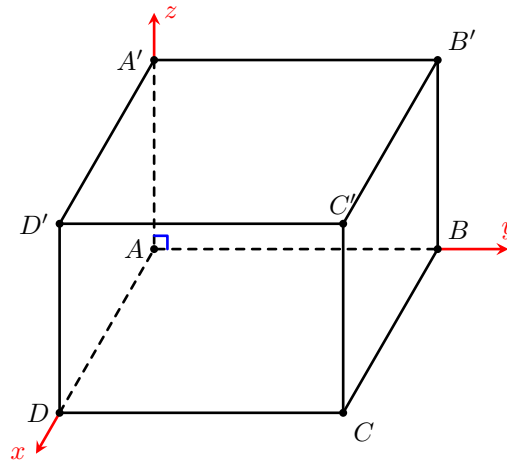
**B**  $BG = \frac{2\sqrt{5}}{3}$ .

**C**  $BG = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ .

**D**  $BG = \frac{5\sqrt{2}}{3}$ .

🗨 **Lời giải.**

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Ta có  $A(0; 0; 0)$ ,  $C(4; 3; 0)$ ,  $B'(4; 0; 5)$ ,  $B(4; 0; 0)$ .

$G$  là trọng tâm của tam giác  $ACB'$ , suy ra  $G\left(\frac{8}{3}; 1; \frac{5}{3}\right)$ .

Độ dài  $BG$  là  $BG = \sqrt{\left(\frac{8}{3} - 4\right)^2 + (1 - 0)^2 + \left(\frac{5}{3} - 0\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{3}$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**CÂU 30.** Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tần số tích lũy của nhóm  $[18,5; 21,5)$  là

**A** 24.

**B** 39.

**C** 30.

**D** 54.

🗨 **Lời giải.**

Tần số tích lũy của nhóm  $[18,5; 21,5)$  là  $3 + 12 + 15 + 24 = 54$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**CÂU 31.** Thống kê chiều cao học sinh hai lớp 11A và 11B của một trường THPT được bảng số liệu sau

Chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175]
Lớp 11A	0	4	10	16	8	2
Lớp 11B	1	5	8	15	13	3

Theo bảng trên, kết luận nào sau là đúng?

**A** Khoảng biến thiên về chiều cao học sinh lớp 11A bằng 30.

**B** Khoảng biến thiên về chiều cao học sinh lớp 11A lớn hơn lớp 11B.

**C** Khoảng biến thiên về chiều cao học sinh của hai lớp 11A và 11B bằng nhau.

**D** Chiều cao học sinh lớp 11B phân tán hơn chiều cao học sinh lớp 11A.



💬 **Lời giải.**

Khoảng biến thiên về chiều cao học sinh lớp 11A là  $R_A = 175 - 150 = 25$ .

Khoảng biến thiên về chiều cao học sinh lớp 11B là  $R_B = 175 - 145 = 30$ .

Vậy chiều cao học sinh lớp 11B phân tán hơn chiều cao học sinh lớp 11A, (do  $R_B > R_A$ ).

Chọn đáp án (D) ..... ☐

**CÂU 32.** Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây:

Mức lương (triệu đồng)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm).

- (A) 3,02. (B) 3,15. (C) 3,34. (D) 2,96.

💬 **Lời giải.**

- ☑ Tìm tứ phân vị thứ nhất.

Cỡ mẫu  $n = 50$ .

Gọi  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{50}$  là mẫu số liệu gốc sắp xếp theo thứ tự không giảm gồm mức lương của một công ty.

Ta có  $x_1, \dots, x_6 \in [6; 8)$ ;  $x_7, \dots, x_{20} \in [8; 10)$ ;  $x_{21}, \dots, x_{38} \in [10; 12)$ ;  $x_{39}, \dots, x_{48} \in [12; 14)$ ;  $x_{49}, \dots, x_{50} \in [14; 16)$ .

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_{12} + x_{13}) \in [8; 10)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 8 + \frac{12,5 - 6}{14} \cdot 2 = \frac{125}{14} \text{ (triệu đồng)}.$$

- ☑ Tìm tứ phân vị thứ ba.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_{37} + x_{38}) \in [10; 12)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 10 + \frac{37,5 - 20}{18} \cdot 2 = \frac{215}{18} \text{ (triệu đồng)}.$$

- ☑ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{215}{18} - \frac{125}{14} \approx 3,02 \text{ (triệu đồng)}.$$

Chọn đáp án (A) ..... ☐

**CÂU 33.** Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
Tần số	3	5	$n + 6$	$20 - n$	9

Trong đó  $n$  là số tự nhiên và giá trị  $x_4$  là một duy nhất của bảng số liệu thống kê đã cho. Có bao nhiêu giá trị  $n$  thỏa mãn yêu cầu?

- (A) 7. (B) 6. (C) 5. (D) 4.

💬 **Lời giải.**

Từ giả thiết  $x_4$  là một duy nhất của bảng số liệu thống kê đã cho nên ta có

$$\begin{cases} 20 - n > 9 \\ 20 - n > n + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n < 11 \\ n < 7 \end{cases} \Leftrightarrow n < 7.$$

Vì  $n$  là số tự nhiên nên các giá trị  $n$  thỏa mãn là  $0 \leq n < 7$ .

Chọn đáp án (A) ..... ☐

**CÂU 34.** Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Phương sai và độ lệch chuẩn càng cao thì độ phân tán của các số liệu thống kê càng thấp.  
 (B) Phương sai và độ lệch chuẩn càng nhỏ thì độ phân tán của các số liệu thống kê càng nhỏ.  
 (C) Phương sai và độ lệch chuẩn càng nhỏ thì độ phân tán của các số liệu thống kê càng lớn.  
 (D) Phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn thì độ phân tán của các số liệu thống kê càng nhỏ.

💬 **Lời giải.**

Mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn thì phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn.

Chọn đáp án (B) ..... ☐

**CÂU 35.** Phương sai của mẫu số liệu cho bởi *Bảng 1* là

**A**  $S^2 = \frac{8}{15} - \left(\frac{7}{15}\right)^2$ .

**B**  $S^2 = \frac{233}{15} - \left(\frac{50}{15}\right)^2$ .

**C**  $S^2 = \frac{8}{15} - \left(\frac{57}{15}\right)^2$ .

**D**  $S^2 = \frac{233}{15} - \left(\frac{57}{15}\right)^2$ .

**Lời giải.**

Cỡ mẫu  $n = 15$ .

Nhóm	[1,5; 2,5)	[2,5; 3,5)	[3,5; 4,5)	[4,5; 5,5)	[5,5; 6,5)
Giá trị đại diện	2	3	4	5	6
Tần số	2	3	7	2	1

Giá trị trung bình của mẫu số liệu trên là

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 6}{15} = \frac{57}{15}.$$

Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$S^2 = \frac{1}{15} (2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 3^2 + 7 \cdot 4^2 + 2 \cdot 5^2 + 1 \cdot 6^2) - \left(\frac{57}{15}\right)^2 = \frac{233}{15} - \left(\frac{57}{15}\right)^2.$$

Chọn đáp án **D**.....

**Phần II. Câu hỏi tự luận.**

**BÀI 1.** Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao (đơn vị: centimet) của 43 học sinh trong một lớp học khối 11 của một trường phổ thông

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[150; 155)	152,5	5
[155; 160)	157,5	10
[160; 165)	162,5	12
[165; 170)	167,5	9
[170; 175)	172,5	4
[175; 180)	177,5	3
		$n = 43$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu (*làm tròn đến hàng phần mười*)?

**Lời giải.**

☑ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 152,5 + 10 \cdot 157,5 + 12 \cdot 162,5 + 9 \cdot 167,5 + 4 \cdot 172,5 + 3 \cdot 177,5}{43} = \frac{14\,035}{86} \text{ (cm)}.$$

☑ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$s^2 = \frac{1}{43} [5 \cdot 152,5^2 + 10 \cdot 157,5^2 + 12 \cdot 162,5^2 + 9 \cdot 167,5^2 + 4 \cdot 172,5^2 + 3 \cdot 177,5^2] - \left(\frac{14\,035}{86}\right)^2 \approx 47,2.$$

**BÀI 2.** Trong một nhà hàng, mỗi tuần để chế biến  $x$  phần ăn ( $x$  lấy giá trị trong khoảng từ 30 đến 120) thì chi phí trung bình (đơn vị: nghìn đồng) của một phần ăn được cho bởi công thức:

$$C(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}.$$

Tìm số phần ăn sao cho chi phí trung bình của một phần ăn là thấp nhất.

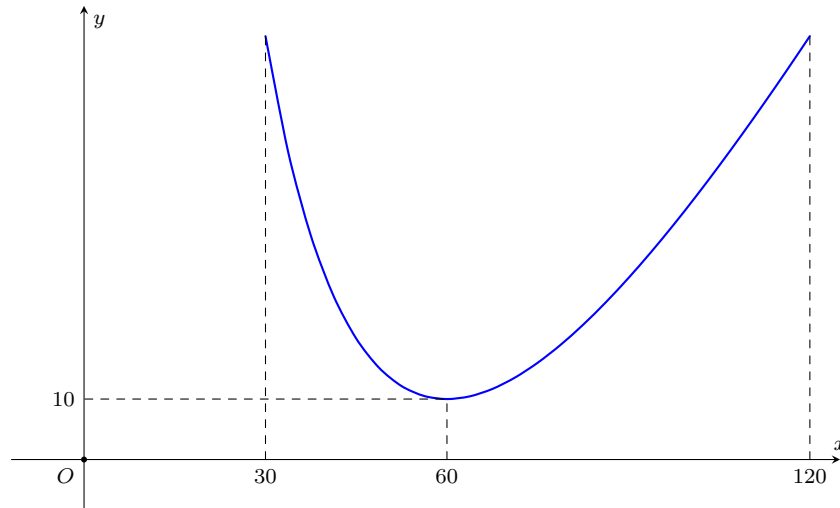
**Lời giải.**

☑ Ta có  $C'(x) = 2 - \frac{7200}{x^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 60 & \text{(nhận)} \\ x = -60 & \text{(loại)}. \end{cases}$

☑ Bảng biến thiên

$x$	30	60	120
$C'(x)$	–	0	+
$C(x)$	<div> <div></div> <div>10</div> <div></div> </div>		

🕒 Đồ thị của hàm số

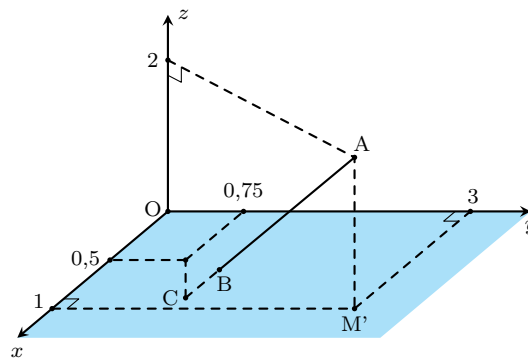


Dựa vào đồ thị, số phần ăn 60 thì chi phí trung bình của một phần ăn thấp nhất 10 (nghìn đồng).

**BÀI 3.** Với hệ trục  $Oxyz$  sao cho  $O$  nằm trên mặt nước, mặt phẳng  $(Oxy)$  là mặt nước, trục  $Oz$  hướng lên trên (đơn vị: mét). Một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2 m, cách mặt phẳng  $(Oxz)$  và  $(Oyz)$  lần lượt là 3 m và 1 m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 50 cm, cách mặt phẳng  $(Oxz)$ ,  $(Oyz)$  lần lượt 75 cm và 50 cm. Tọa độ điểm  $B(x; y; z)$  là khi chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước, tính  $x + y + z$ .

Đáp án: 2,6

💡 Lời giải.



Ban đầu chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2 m, cách mặt phẳng  $(Oxz)$  và  $(Oyz)$  lần lượt là 3 m và 1 m nên có tọa độ là  $A(1; 3; 2)$ . Vị trí của con cá cách mặt nước 50 cm, cách mặt phẳng  $(Oxz)$ ,  $(Oyz)$  lần lượt 75 cm và 50 cm nên có tọa độ  $C(0, 5; 0, 75, -0, 5)$ .

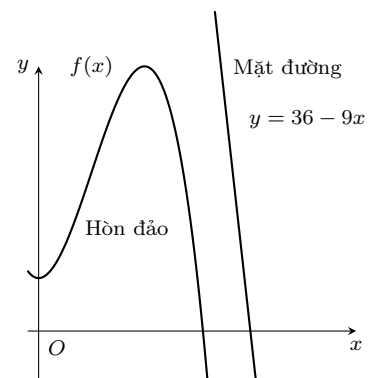
Theo đề bài,  $B$  là vị trí mà con chim vừa tiếp xúc mặt nước, do đó ta có  $B(x; y; 0)$  do mặt nước là mặt phẳng  $(Oxy)$ .

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (x - 1; y - 3; -2)$  và  $\overrightarrow{AC} = (-0, 5; -2, 25; -2, 5)$ .

Do ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng nên hai véc-tơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng phương, suy ra 
$$\begin{cases} x - 1 = k \cdot (-0, 5) \\ y - 3 = k \cdot (-2, 25) \\ -2 = k \cdot (-2, 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0, 8 \\ x = 0, 6 \\ y = 1, 2 \end{cases}$$

Vậy  $B(0, 8; 0, 6; 1, 2)$ , suy ra  $x + y + z = 2, 6$ .

**CÂU 36.** Một hòn đảo nằm trong một hồ nước. Biết rằng đường cong tạo nên hòn đảo được mô hình hóa vào hệ trục tọa độ  $Oxy$  là một phần của đồ thị hàm số bậc ba  $f(x)$ . Vị trí điểm cực đại là  $(2; 5)$  với đơn vị của hệ trục là 100 m và vị trí điểm cực tiểu là  $(0; 1)$ . Mặt đường chạy trên một đường thẳng có phương trình  $y = 36 - 9x$ . Người ta muốn làm một cây cầu có dạng một đoạn thẳng nối từ hòn đảo ra mặt đường. Độ dài ngắn nhất của cây cầu bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Đáp án: 88,3

**Lời giải.**

Gọi hàm số bậc ba  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ . Vì đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $(0; 1) \Rightarrow d = 1$ .  
 Vì đồ thị hàm số đi qua hai điểm  $A(2; 5) \Rightarrow 8a + 4b + 2c + 1 = 5$ .

Vì hàm số có hai điểm cực trị  $x = 0; x = 2 \Rightarrow \begin{cases} f'(0) = 0 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b = 0. \end{cases}$

Suy ra  $\begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$  và  $f'(x) = -3x^2 + 6x$ .

Gọi  $M(x_0; y_0)$ ,  $x_0 > 0$ , là điểm nằm trên hòn đảo và nối với mặt đường và  $(d)$  là tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với mặt đường. Suy ra  $M$  là tiếp điểm của  $(d)$  với  $y = f(x)$ .

Đường thẳng  $(d): y = 36 - 9x$  có hệ số góc  $k = -9$ .

$\Rightarrow f'(x_0) = -9 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 6x_0 = -9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = -1 \end{cases} \Rightarrow M(3; 1)$ .

Độ dài cây cầu ngắn nhất bằng khoảng cách từ điểm  $M$  đến đường thẳng  $9x + y - 36 = 0$ .

$$h = \frac{|9 \cdot 3 + 1 - 36|}{\sqrt{9^2 + 1^2}} \approx 0,883.$$

Vì đơn vị của hệ trục là 100 m nên độ dài ngắn nhất của cây cầu là 88,3 m.

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

# KIỂM TRA CUỐI KÌ 1

## ÔN TẬP KTCK1 — ĐỀ 2

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

**Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.**

**CÂU 1.** Cho hàm số  $y = -x^3 - 3x^2 + 4$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- ☐ **A** Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .
 ☐ **B** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .
 ☐ **C** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .
 ☐ **D** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

💡 **Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = -3x^2 - 6x$ .

Xét  $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$		$-2$		$0$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$+\infty$				$4$		$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

Chọn đáp án ☒ **D** ..... □

**CÂU 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$1$		$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$-\infty$		$2$		$-1$		$2$		$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- ☐ **A**  $(-\infty; 1)$ .
 ☒ **B**  $(-1; 0)$ .
 ☐ **C**  $(-\infty; 0)$ .
 ☐ **D**  $(0; 1)$ .

💡 **Lời giải.**

Từ bảng biến thiên ta thấy trên khoảng  $(-1; 0)$  thì  $f'(x) < 0$ .

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên  $(-1; 0)$ .

Chọn đáp án ☒ **B** ..... □

**CÂU 3.** Một xe khách tuyến có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu chuyến xe chở  $x$  hành khách thì giá cho mỗi hành khách là  $50\,000 \left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  (đồng). Doanh thu của xe tăng dần khi số hành khách  $x$  nằm trong khoảng

- ☒ **A**  $(10; 40)$ .
 ☐ **B**  $(20; 50)$ .
 ☐ **C**  $(40; 60)$ .
 ☐ **D**  $(0; 60)$ .

💡 **Lời giải.**

Với  $x \in [0; 60]$ , doanh thu của xe là

$$f(x) = 50\,000x \left(3 - \frac{x}{40}\right)^2 = 50\,000x \left(9 - \frac{3}{20}x + \frac{x^2}{1\,600}\right) = \frac{125x^3}{4} - 7\,500x^2 + 450\,000x.$$

Ta có  $f'(x) = \frac{375x^2}{4} - 15\,000x + 45\,000$ ,  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120 \notin [0; 60] \\ x = 40 \in [0; 60] \end{cases}$

Bảng biến thiên

$x$	0	40	60
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	8 000 000	6 750 000

Doanh thu của xe tăng dần khi số hành khách  $x$  nằm trong khoảng  $(10; 40)$ .

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 4.** Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ .

(A)  $x = 1$ .

(B)  $(3; 1)$ .

(C)  $x = 3$ .

(D)  $(1; \frac{7}{3})$ .

**Lời giải.**

Tập xác định:  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

Ta có:  $y' = x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Lập bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{7}{3}$	1	$+\infty$	

Dựa vào BBT suy ra, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(3; 1)$ .

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 5.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên.

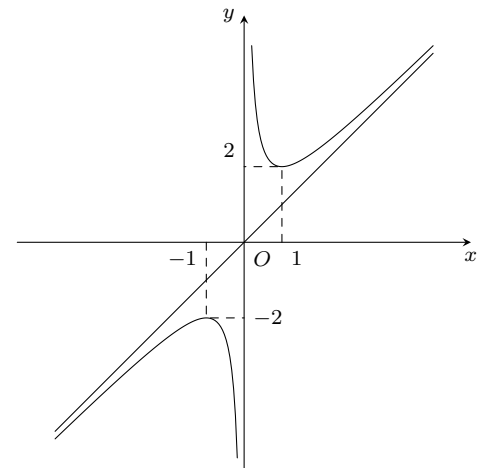
Phát biểu nào sau đây là đúng?

(A)  $y_{CT} = 1, y_{CD} = 2$ .

(B)  $y_{CT} = 2, y_{CD} = -1$ .

(C)  $y_{CT} = -2, y_{CD} = 2$ .

(D)  $y_{CT} = 2, y_{CD} = -2$ .



**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có  $y_{CT} = 2, y_{CD} = -2$ .

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 6.** Biết đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  có hai điểm cực trị  $A, B$ . Khi đó phương trình đường thẳng  $AB$  là

(A)  $y = x - 2$ .

(B)  $y = 2x - 1$ .

(C)  $y = -2x + 1$ .

(D)  $y = -x + 2$ .

**Lời giải.**

Phương pháp tự luận:

Phương trình  $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

Suy ra  $A(1; -1)$ ,  $B(-1; 3)$  nên phương trình của đường thẳng  $AB$  là  $y = -2x + 1$ .

Phương pháp trắc nghiệm:

Cách 1:

$$\text{Lấy } \frac{y}{y'} = \frac{x^3 - 3x + 1}{3x^2 - 3} = \left(\frac{1}{3}x\right) \cdot (3x^2 - 3) - 2x + 1$$

Phương trình của đường thẳng  $AB$  là  $y = -2x + 1$ .

Cách 2:

$$\text{Lấy } y - \frac{y' \cdot y''}{18a} = x^3 - 3x + 1 - \frac{(3x^2 - 3) \cdot 6x}{18} = -2x + 1.$$

Phương trình của đường thẳng  $AB$  là  $y = -2x + 1$ .

Cách 3: Bấm máy tính:

Bước 1: Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2: Nhập  $x^3 - 3x + 1 - (3x^2 - 3) \frac{x}{3}$

Bước 3: CALC  $x = i$

Kết quả:  $1 - 2i$  suy ra phương trình  $AB$ :  $y = -2x + 1$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**CÂU 7.** giảng 12-4in1, Nhật Thiện]Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$  trên đoạn  $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$  là

**(A)**  $-\frac{7}{2}$ .

**(B)**  $-\frac{13}{3}$ .

**(C)** 1.

**(D)** -3.

🗨️ **Lời giải.**

Ta có  $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$  liên tục trên  $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$ .

Đạo hàm  $y' = \frac{(2x - 3)(x - 1) - (x^2 - 3x + 3)}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$ , xác định với mọi  $x \neq 1$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in \left[-2; \frac{1}{2}\right] \\ x = 2 \notin \left[-2; \frac{1}{2}\right] \end{cases}$$

Ta có  $f(-2) = -\frac{13}{3}$ ,  $f(0) = -3$ ,  $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{2}$ .

Vậy  $\max_{\left[-2; \frac{1}{2}\right]} y = -3$  tại  $x = 0$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**CÂU 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong  $(C)$  và các giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ ,

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ . Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

**(A)** Đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của  $(C)$ .

**(B)** Đường thẳng  $y = 1$  là tiệm cận ngang của  $(C)$ .

**(C)** Đường thẳng  $x = 2$  là tiệm cận ngang của  $(C)$ .

**(D)** Đường thẳng  $x = 2$  là tiệm cận đứng của  $(C)$ .

🗨️ **Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2$  là tiệm cận ngang của  $(C)$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 9.**

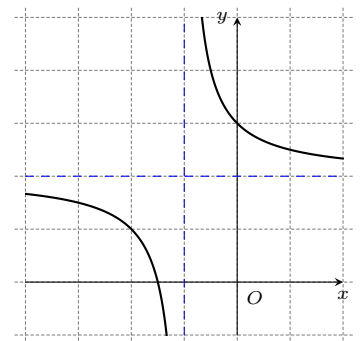
Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là

**(A)**  $x = 1$  và  $y = -2$ .

**(B)**  $x = -1$  và  $y = 2$ .

**(C)**  $x = 1$  và  $y = 2$ .

**(D)**  $x = -1$  và  $y = -2$ .



🗨️ **Lời giải.**

Nhìn vào đồ thị ta suy ra ngay tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng  $x = -1$ ;  $y = 2$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**CÂU 10.** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{2-x} + x}{x^2 - 4}$  là

- A** 2. **B** 1. **C** 0. **D** 3.

**Lời giải.**

Tập xác định của hàm số là  $\mathcal{D} = (-\infty; 2) \setminus \{-2\}$ .  
Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{\frac{2}{x^3} - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x}}}{1 - \frac{4}{x^2}} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là đường tiệm cận ngang.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{2-x} + x}{x^2 - 4} = -\infty \Rightarrow x = 2 \text{ là đường tiệm cận đứng.}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{2-x-x^2}{(x+2)(x-2)(\sqrt{2-x}-x)} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(1-x)}{(x-2)(\sqrt{2-x}-x)} = -\frac{3}{16}.$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{2-x-x^2}{(x+2)(x-2)(\sqrt{2-x}-x)} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{(1-x)}{(x-2)(\sqrt{2-x}-x)} = -\frac{3}{16}.$$

Suy ra  $x = -2$  không phải là đường tiệm cận đứng.

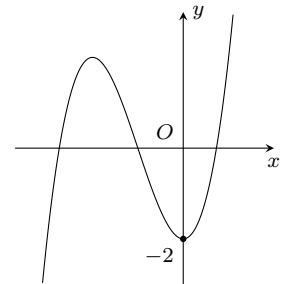
Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 2.

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**CÂU 11.**

Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A**  $y = -x^3 + x^2 - 2$ . **B**  $y = x^3 + 3x^2 - 2$ . **C**  $y = x^3 - 3x + 2$ . **D**  $y = x^2 - 3x - 2$ .



**Lời giải.**

Dựa vào hình dáng đồ thị, ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a > 0$  nên loại các hàm  $y = x^2 - 3x - 2$ ,  $y = -x^3 + x^2 - 2$ .

Mặt khác, đồ thị đi qua điểm  $(0; -2)$  nên loại hàm  $y = x^3 - 3x + 2$ .

Chọn đáp án **B** ..... ☐

**CÂU 12.** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $(C) : y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ ?

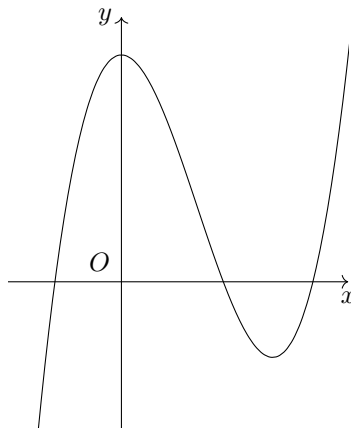
- A**  $(3; 0)$ . **B**  $(-2; 1)$ . **C**  $(0; 3)$ . **D**  $(2; 1)$ .

**Lời giải.**

Với  $x = 0$ , ta có  $y = 3$ . Vậy điểm  $(0; 3)$  thuộc đồ thị  $(C)$ .

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**CÂU 13.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào





**A**  $y = x^3 - 3x^2 + 3$ .

**B**  $y = -x^3 + 3x^2 + 3$ .

**C**  $y = x^4 - 2x^2 + 3$ .

**D**  $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ .

💬 **Lời giải.**

Đồ thị đã cho là hàm số bậc 3, có hệ số  $a > 0$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 14.** Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh tại thời điểm xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ  $t$  là  $f(t) = 4t^3 - \frac{t^4}{2}$  (người). Nếu xem  $f'(t)$  là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm  $t$  với  $t \in [0; 6]$ . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

**A** 5.

**B** 3.

**C** 6.

**D** 4.

💬 **Lời giải.**

Ta có  $g(t) = f'(t) = 12t^2 - 2t^3$  với  $t \in [0; 6]$ .

$$g'(t) = 24t - 6t^2; g'(t) = 0 \Leftrightarrow 24t - 6t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4. \end{cases}$$

Khi đó,  $g(0) = 0; g(4) = 64; g(6) = 0$ .

Vậy tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ 4.

Chọn đáp án **D** ..... □

**CÂU 15.** Một chất điểm chuyển động thẳng với phương trình  $s(t) = t^3 + 3t - 1$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $s(t)$  tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm  $t = 5$  (giây)?

**A** 139 (m/s).

**B** 78 (m/s).

**C** 30 (m/s).

**D** 77 (m/s).

💬 **Lời giải.**

Ta có  $v(t) = s'(t) = 3t^2 + 3$ .

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm  $t = 5$  là  $v(5) = 3 \cdot 5^2 + 3 = 78$  (m/s).

Chọn đáp án **B** ..... □

**CÂU 16.** Một vật chuyển động theo quy luật  $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$  với  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và  $s$  (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

**A** 24 m/s.

**B** 108 m/s.

**C** 18 m/s.

**D** 64 m/s.

💬 **Lời giải.**

Ta có  $v(t) = S'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 12t$  m/s.

Vì xét trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động nên ta có  $0 < t \leq 6$ .

Ta có  $v'(t) = -3t + 12$ .

Xét  $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$ .

Bảng biến thiên

$t$	0	4	6
$v'$	+	0	-
$v$	0	24	18

Vậy vật đạt vận tốc lớn nhất bằng 24 m/s khi  $t = 4$  s.

Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3; 1; 2)$ . Điểm đối xứng của  $A$  qua  $O$  có tọa độ là

**A**  $(3; 2; 1)$ .

**B**  $(-2; -1; -3)$ .

**C**  $(-3; -1; -2)$ .

**D**  $(2; 1; 3)$ .

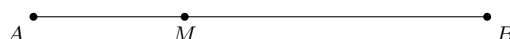
💬 **Lời giải.**

Gọi  $A'$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $O$ , khi đó  $O$  là trung điểm của  $AA'$ .

Vậy  $A'(-3; -1; -2)$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

**CÂU 18.** Trên đoạn thẳng  $AB$ , lấy điểm  $M$  sao cho  $AB = 3AM$  như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A**  $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA}$ .

**B**  $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$ .

**C**  $\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MA}$ .

**D**  $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$ .

**Lời giải.**

Dựa vào giả thiết và hình vẽ ta có  $\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MA}$ .

Chọn đáp án **C** □

**CÂU 19.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng 2. Tính  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

**A**  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -4$ .

**B**  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 2$ .

**C**  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 1$ .

**D**  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ .

**Lời giải.**

Vì  $ABCD$  là tứ diện đều nên các tam giác  $ABC$  và  $ABD$  là các tam giác đều.

Khi đó

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= 2 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ - 2 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 0.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

**CÂU 20.** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**.

**A**  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ .

**B**  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ .

**C**  $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$ .

**D**  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

**Lời giải.**

Theo giả thuyết trên thì với  $O$  là một điểm bất kỳ ta luôn có

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}).$$

Ta thay điểm  $O$  bởi điểm  $A$  thì ta có

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}).$$

Do vậy  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$  là sai.

Chọn đáp án **A** □

**CÂU 21.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đẳng thức sau đây là **sai**?

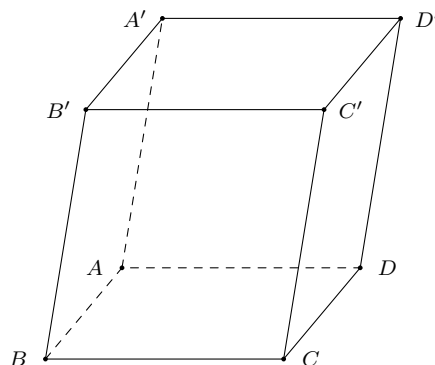
**A**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .

**B**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$ .

**C**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$ .

**D**  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D'C'}$ .

**Lời giải.**



Xét đẳng thức  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$  mà  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'}$  suy ra  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$  (sai).

Do đó, đẳng thức  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$  sai.

Chọn đáp án **C** □

**CÂU 22.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

**A** Nếu  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng thì từ  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$  ta suy ra  $m = n = p = 0$ .

**B** Nếu có  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ , trong đó  $m^2 + n^2 + p^2 > 0$  thì  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng.

**C** Với ba số thực  $m, n, p$  thỏa mãn  $m + n + p \neq 0$  ta có  $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$  thì  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng.

**D** Nếu giá của  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng qui thì  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng.

💬 **Lời giải.**

Nếu giá của  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng qui thì  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng là sai. Ví dụ phản chứng 3 cạnh của hình chóp tam giác đồng qui tại 1 đỉnh nhưng chúng không đồng phẳng.

Chọn đáp án **D** ..... ☐

**CÂU 23.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

**A** Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.

**B** Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có một vectơ  $\vec{0}$  thì ba vectơ đó đồng phẳng.

**C** Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.

**D** Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng. .

💬 **Lời giải.**

+ Nhớ vững khái niệm ba vectơ đồng phẳng

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**CÂU 24.** Cho tam giác  $ABC$ , biết  $A(1; -2; 4)$ ,  $B(0; 2; 5)$ ,  $C(5; 6; 3)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

**A**  $G(2; 2; 4)$ .

**B**  $G(4; 2; 2)$ .

**C**  $G(3; 3; 6)$ .

**D**  $G(6; 3; 6)$ .

💬 **Lời giải.**

$$G \text{ là trọng tâm của tam giác } ABC \text{ nên ta có: } \begin{cases} x_G = \frac{1+0+5}{3} = 2 \\ y_G = \frac{-2+2+6}{3} = 2. \\ z_G = \frac{4+5+3}{3} = 4 \end{cases}$$

Vậy  $G(2; 2; 4)$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**CÂU 25.** thay

**CÂU 26.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{m} = (a; b; c)$  và  $\vec{n} = (x; y; z)$  được xác định bởi công thức nào sau đây?.

**A**  $\vec{m} \cdot \vec{n} = ax + by + cz$ .

**B**  $\vec{m} \cdot \vec{n} = ax - by + cz$ .

**C**  $\vec{m} \cdot \vec{n} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

**D**  $\vec{m} \cdot \vec{n} = (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2$ .

💬 **Lời giải.**

Ta có  $\vec{m} \cdot \vec{n} = ax + by + cz$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**CÂU 27.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho 3 vectơ  $\vec{a} = (2; -5; 3)$ ,  $\vec{b} = (0; 2; -1)$ ,  $\vec{c} = (1; 7; 2)$ . Tìm tọa độ  $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$ .

**A**  $(0; -27; 3)$ .

**B**  $(1; 2; -7)$ .

**C**  $(0; 27; 3)$ .

**D**  $(0; 27; -3)$ .

💬 **Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} = (2; -5; 3)$ ,  $4\vec{b} = (0; 8; -4)$ ,  $2\vec{c} = (2; 14; 4)$ .

Suy ra  $\vec{d} = (2 - 0 - 2; -5 - 8 - 14; 3 - (-4) - 4) = (0; -27; 3)$ .

Chọn đáp án **A** ..... ☐

**CÂU 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(-1; 2; 4)$ ,  $B(-1; 1; 4)$ ,  $C(0; 0; 4)$ . Tìm số đo  $\widehat{ABC}$ .

**A**  $45^\circ$ .

**B**  $60^\circ$ .

**C**  $135^\circ$ .

**D**  $120^\circ$ .

💬 **Lời giải.**

Ta có  $\vec{BA} = (0; 1; 0)$ ,  $\vec{BC} = (1; -1; 0)$  nên  $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = -1$ .

Lại có  $|\vec{BA}| = \sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2} = 1$  và  $|\vec{BC}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{2}$  nên

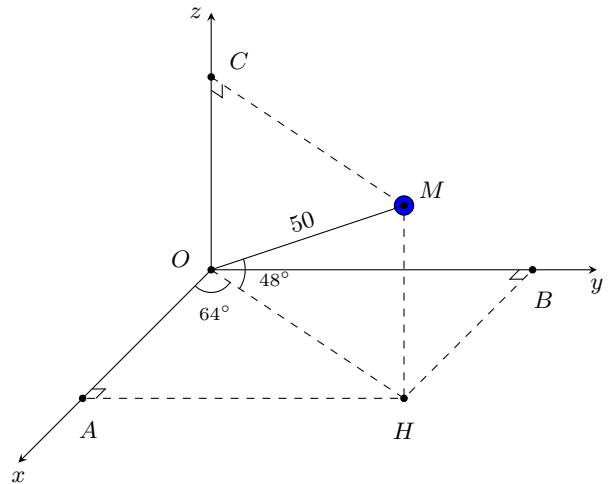
$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \widehat{ABC} = 135^\circ.$$

Chọn đáp án **C** ..... ☐

**CÂU 29.**

Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm  $M$  trong không gian  $Oxyz$  như hình bên. Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  xuống mặt phẳng  $(Oxy)$ . Cho biết  $OM = 50$ ,  $(\vec{i}, \overrightarrow{OH}) = 64^\circ$ ,  $(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}) = 48^\circ$ . Tìm tọa độ của điểm  $M$ .

- A**  $M(14,7; 30,1; 37,2)$ . **B**  $M(13,7; 30,1; 37,2)$ .  
**C**  $M(13,7; 30,1; 33,2)$ . **D**  $M(13,7; -30,1; 37,2)$ .



**Lời giải.**

Tam giác  $OMH$  vuông tại  $H$ ,  $OM = 50$ ;  $\widehat{MOH} = 48^\circ$  nên ta có  $OH = OM \cdot \cos 48^\circ \approx 33,5$  và  $OC = MH = OM \cdot \sin 48^\circ \approx 37,2$ .

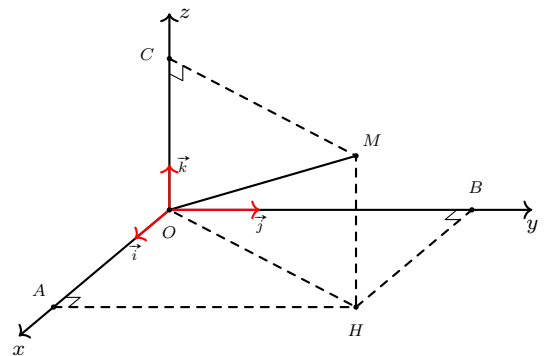
Tam giác  $OAH$  vuông tại  $A$ ,  $OH = 33,5$ ;  $\widehat{AOH} = 64^\circ$  nên ta có  $OA = OH \cdot \cos 64^\circ \approx 14,7$ ,  
 $OB = AH = OH \cdot \sin 64^\circ \approx 30,1$ .

Suy ra

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \\ &= 14,7\vec{i} + 30,1\vec{j} + 37,2\vec{k}.\end{aligned}$$

Vậy  $M(14,7; 30,1; 37,2)$ .

Chọn đáp án **A**.....



**CÂU 30.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi hình vẽ. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- A**  $a_{m+1} - a_1$ . **B**  $a_{m+1} - a_m$ .  
**C**  $n_m - n_1$ . **D**  $n - n_m$ .

Nhóm	Tần số
$[a_1; a_2)$	$n_1$
$[a_2; a_3)$	$n_2$
...	...
$[a_m; a_{m+1})$	$n_m$
	$n$

**Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là  $a_{m+1} - a_1$ .

Chọn đáp án **A**.....

**CÂU 31.** Thống kê chiều cao học sinh hai lớp 11A và 11B của một trường THPT được bảng số liệu sau

Chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175]
Lớp 11A	0	4	10	16	8	2
Lớp 11B	1	5	8	15	13	3

Theo bảng trên, kết luận nào sau là đúng?

- A** Khoảng biến thiên về chiều cao học sinh lớp 11A bằng 30.  
**B** Khoảng biến thiên về chiều cao học sinh lớp 11A lớn hơn lớp 11B.  
**C** Khoảng biến thiên về chiều cao học sinh của hai lớp 11A và 11B bằng nhau.  
**D** Chiều cao học sinh lớp 11B phân tán hơn chiều cao học sinh lớp 11A.

**Lời giải.**

Khoảng biến thiên về chiều cao học sinh lớp 11A là  $R_A = 175 - 150 = 25$ .

Khoảng biến thiên về chiều cao học sinh lớp 11B là  $R_B = 175 - 145 = 30$ .

Vậy chiều cao học sinh lớp 11B phân tán hơn chiều cao học sinh lớp 11A, (do  $R_B > R_A$ ).

Chọn đáp án **D**.....

**CÂU 32.** Thống kê lương một số công nhân tại xí nghiệp thu được kết quả sau

Lương (triệu)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12]
Số công nhân	6	20	31	4

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- (A) 0,25. (B) 2,35. (C) 0,26. (D) 2,34.

💡 **Lời giải.**

Ta có:  $\frac{n}{4} = \frac{61}{4} = 15,25$  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [6; 8).

Ta có:  $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 61}{4} = \frac{138}{4} \approx 45,75$  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [8; 10).

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \left( 8 + \frac{3 \cdot \frac{61}{4} - 26}{31} \cdot 2 \right) - \left( 6 + \frac{\frac{61}{4} - 6}{20} \cdot 2 \right) \approx 2,35.$$

Chọn đáp án (B) ..... ☐

**CÂU 33.** Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

💡 **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là  $R = 19 - 14 = 5$ .

Chọn đáp án (C) ..... ☐

**CÂU 34.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- (A) Phương sai luôn luôn là số không âm.  
 (B) Phương sai là bình phương của độ lệch chuẩn.  
 (C) Phương sai càng lớn thì độ phân tán của các giá trị quanh số trung bình càng lớn.  
 (D) Phương sai luôn luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.

💡 **Lời giải.**

Ta có khi  $s \in (0; 1)$  thì  $s^2 < s$ . Do đó khẳng định phương sai luôn lớn hơn độ lệch chuẩn là sai.

Chọn đáp án (D) ..... ☐

**CÂU 35.** Kết quả kiểm tra điểm môn Toán của học sinh lớp 12A1 được cho bởi mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Nhóm điểm	Tần số
[0; 2)	5
[2; 4)	5
[4; 6)	5
[6; 8)	25
[8; 10]	10
	$n = 50$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên là

- (A) 7,56. (B) 6,57. (C) 5,76. (D) 7,65.

💡 **Lời giải.**

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đã cho là

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 7 \cdot 25 + 9 \cdot 10}{50} = \frac{31}{5} = 6,2.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$s^2 = \frac{5(1 - 6,2)^2 + 5(3 - 6,2)^2 + 5(5 - 6,2)^2 + 25(7 - 6,2)^2 + 10(9 - 6,2)^2}{50} = 5,76.$$

Chọn đáp án (C) ..... ☐

## Phần II. Câu hỏi tự luận.

**BÀI 1.** Tìm hiểu thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của các bạn học sinh lớp 12A được ghi lại trong bảng sau:

Thời gian (giờ)	[0; 1,5)	[1,5; 3)	[3; 4,5)	[4,5; 6)
Số học sinh	8	12	6	4

Tìm phương sai của mẫu số liệu trên.

**💬 Lời giải.**

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu, ta có:

Thời gian (giờ)	[0; 1,5)	[1,5; 3)	[3; 4,5)	[4,5; 6)
Giá trị đại diện	0,75	2,25	3,75	5,25
Số học sinh	8	12	6	4

Thời gian sử dụng điện thoại trung bình của các bạn lớp 12A là

$$\bar{x} = \frac{1}{30}(8 \cdot 0,75 + 12 \cdot 2,25 + 6 \cdot 3,75 + 4 \cdot 5,25) = 2,55.$$

Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$s^2 = \frac{1}{30} (8 \cdot 0,75^2 + 12 \cdot 2,25^2 + 6 \cdot 3,75^2 + 4 \cdot 5,25^2) - 2,55^2 = 2,16.$$

**BÀI 2.** Mức nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa và các suối đổ về hồ. Độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời điểm  $t$  (giờ) lúc bắt đầu mưa cho bởi công thức  $h(t) = 20 + 24t - t^2$ . Nhân viên đo lúc bắt đầu mưa 8 giờ sáng và phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 6 tiếng đồng hồ. Hỏi cần thông báo các hộ dân di dời trước khi xả nước lúc mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

**🗨️ Lời giải.**

Ta có  $h'(t) = -2t + 24$ .

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 12.$$

Bảng biến thiên

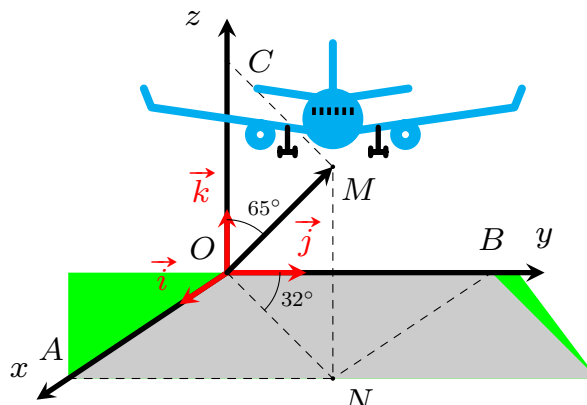
$t$	0	12	24
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$			

Để mực nước lên cao nhất thì phải mất 12 tiếng đồng hồ.

Khi đó  $8 + 12 = 20$  giờ nước đầy.

Do đó phải thông báo cho dân di dời vào khoảng  $20 - 6 = 14$  giờ chiều cùng ngày.

**BÀI 3.** Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ  $Oxyz$  được thiết lập như hình bên dưới (đơn vị trên các trục toạ độ là km), cho biết máy bay cất cánh theo đường thẳng với tốc độ không đổi khoảng 200 km/h, bắt đầu tại điểm  $O$ , sau 3 phút ở tại vị trí điểm  $M$ , biết  $\widehat{NOB} = 32^\circ$ ,  $\widehat{MOC} = 65^\circ$ .



Biết tọa độ của điểm  $M$  là  $(a; b; c)$ . Tính giá trị của biểu thức  $a + b - c$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án: 8

💬 **Lời giải.**

Quãng đường máy bay bay được là  $OM = 200 \cdot \frac{1}{20} = 10$  km.

Xét tam giác  $OCM$  vuông tại  $C$ , ta có

$$c = OC = OM \cdot \cos 65^\circ = 10 \cdot \cos 65^\circ \text{ và } ON = CM = OM \cdot \sin 65^\circ = 10 \cdot \sin 65^\circ.$$

Ta có  $\widehat{AON} = 90^\circ - \widehat{BON} = 58^\circ$ .

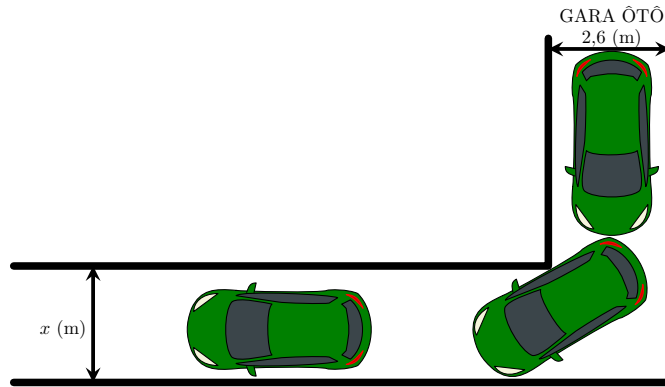
Xét tam giác  $OAN$  vuông tại  $A$ , ta có

$$a = OA = ON \cdot \cos \widehat{AON} = 10 \cdot \sin 65^\circ \cdot \cos 58^\circ$$

và  $b = AN = OB = ON \cdot \sin \widehat{AON} = 10 \cdot \sin 65^\circ \cdot \sin 58^\circ$ .

Vậy  $a + b - c = 10 \cdot \sin 65^\circ \cdot \cos 58^\circ + 10 \cdot \sin 65^\circ \cdot \sin 58^\circ - 10 \cdot \cos 65^\circ \approx 8$ .

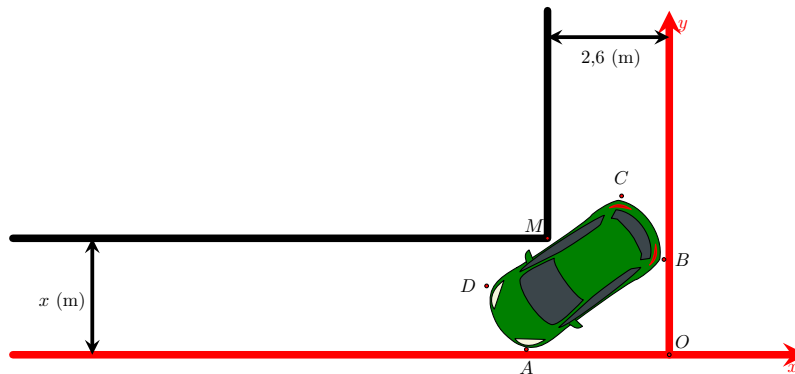
**BÀI 4.** Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào gara ô tô nhà cô Hiền.



Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng  $x$  m, đoạn đường thẳng vào cổng gara có chiều rộng 2,6 m. Biết kích thước xe ô tô là  $5\text{ m} \times 1,9\text{ m}$ . Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô người ta coi ô tô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài 5 m, chiều rộng 1,9 m. Hỏi chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên bằng bao nhiêu mét để ô tô có thể đi vào gara được (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

💬 **Lời giải.**

Chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ dưới.



Khi đó  $M(-2,6; x)$ .

Gọi  $B(-a; 0)$  suy ra  $A(0; \sqrt{25 - a^2})$ .

Phương trình  $AB$ :  $\frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25 - a^2}} - 1 = 0$ .

Do  $CD \parallel AB$  nên phương trình  $CD$ :  $\frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25 - a^2}} - T = 0$ .

Mà khoảng cách giữa  $AB$  và  $CD$  bằng 1,9 m nên

$$\frac{|T - 1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{25 - a^2}}\right)^2}} = 1,9 \Rightarrow T = 1 + \frac{9,5}{a\sqrt{25 - a^2}}$$

Điều kiện để ô tô đi qua được là  $M, O$  nằm khác phía đối với bờ là đường thẳng  $CD$ .

Suy ra  $\frac{-2,6}{-a} + \frac{x}{\sqrt{25 - a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25 - a^2}} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \sqrt{25 - a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6 \times \sqrt{25 - a^2}}{a}$ .

Ta có giá trị lớn nhất của hàm số  $f(a) = \sqrt{25 - a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6 \times \sqrt{25 - a^2}}{a}$  trên khoảng  $(0; 5)$  xấp xỉ 3,7.  
Vậy chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên xấp xỉ 3,7 m.



Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

**KIỂM TRA CUỐI KÌ 1**  
**ÔN TẬP KTCK1 — ĐỀ 3**  
**LỚP TOÁN THẦY PHÁT**  
Thời gian làm bài: 90 phút

**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Hàm số  $y = -x^3 + 3x$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- ☒ A  $(-1; 1)$ .      ☐ B  $(-\infty; -1)$ .      ☐ C  $(0; \sqrt{3})$ .      ☐ D  $(1; +\infty)$ .

 **Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y = -x^3 + 3x \Rightarrow y' = -3x^2 + 3$ .

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ .

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$		
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$		$-2$		$2$	$-\infty$

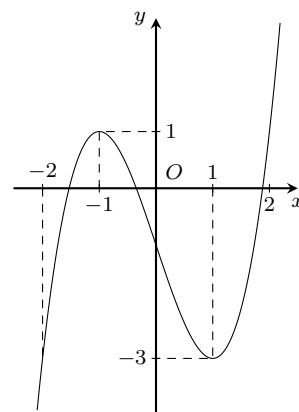
Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

Chọn đáp án ☒ A ..... □

**CÂU 2.**

Hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- ☒ A  $(-1; 1)$ .      ☐ B  $(0; 2)$ .      ☐ C  $(-2; -1)$ .      ☐ D  $(-2; 1)$ .



 **Lời giải.**

Từ đồ thị ta thấy trên khoảng  $(-2; -1)$  đồ thị đi lên do đó hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .

Chọn đáp án ☒ C ..... □

**CÂU 3.** Một chất điểm chuyển động theo quy luật  $S = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$  với  $t \geq 0$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và  $S$  (mét) là quãng đường vật chuyển động trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng thời gian nào vận tốc của vật tăng?

- ☒ A  $(0; 5)$ .      ☐ B  $(0; 4)$ .      ☐ C  $(4; 10)$ .      ☐ D  $(3; 10)$ .

 **Lời giải.**

Ta có vận tốc của vật  $v(t) = S'(t) = -t^2 + 8t + 9$ ,  $t \in (0; 10)$ .

$v'(t) = -2t + 8$ . Xét  $v'(t) = 0 \Rightarrow t = 4 \in (0; 10)$ .

Bảng biến thiên

$t$	0	4	10
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$	$v(0) \nearrow 25 \searrow v(10)$		

Từ bảng biến thiên ta có trong khoảng thời gian  $(0; 4)$  thì vận tốc của vật tăng.

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 4.** Cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$ . Điểm cực đại của đồ thị hàm số là:

(A)  $x = 1$ .

(B)  $(3; \frac{2}{3})$ .

(C)  $x = 3$ .

(D)  $(1; 2)$ .

**Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = x^2 - 4x + 3$ . Khi đó  $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3. \end{cases}$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$			2		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
	$-\infty$						

Từ bảng biến thiên, điểm cực đại của đồ thị hàm số là  $(1; 2)$ .

Chọn đáp án (D) ..... □

**CÂU 5.**

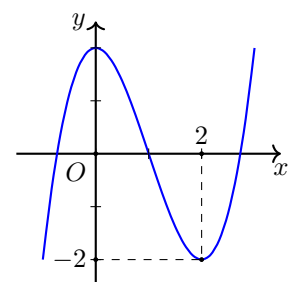
Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại

(A)  $y = 0$ .

(B)  $x = 2$ .

(C)  $x = 0$ .

(D)  $y = -2$ .



**Lời giải.**

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ .

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 6.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -1$ .

(B) Hàm số có hai cực trị thỏa  $y_{CD} < y_{CT}$ .

(C) Hàm số đạt cực đại tại  $x = 3$ .

(D) Giá trị cực tiểu bằng  $-2$ .

**Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Ta có  $y = x + 1 + \frac{4}{x - 1}$  nên  $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$  và  $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ . Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$
$y'$	+ 0 -			- 0 +	
$y$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$	$6$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có  $y_{CD} = -2$ ,  $y_{CT} = 6$ . Do vậy  $y_{CD} < y_{CT}$ .

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 7.** Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số  $y = \frac{mx-1}{x+m}$  đạt giá trị lớn nhất bằng  $\frac{1}{3}$  trên  $[0; 2]$ .

(A)  $m = -1$ .

(B)  $m = 1$ .

(C)  $m = -3$ .

(D)  $m = 3$ .

🗨️ **Lời giải.**

Ta có tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$ .

$$y' = \frac{m^2 + 1}{(x+m)^2} > 0 \quad \forall x \neq -m.$$

Hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.

$$\text{Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng } \frac{1}{3} \text{ trên } [0; 2] \text{ khi } \begin{cases} y(2) = \frac{1}{3} \\ -m < 0 \\ -m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m-1}{2+m} = \frac{1}{3} \\ -m < 0 \\ -m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 8.** Cho các hằng số  $a, b, c, d$  khác 0 thỏa mãn  $ad - bc \neq 0$ . Đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là

(A)  $x = \frac{d}{c}, y = \frac{a}{c}$ .

(B)  $x = \frac{-d}{c}, y = \frac{a}{c}$ .

(C)  $x = \frac{-d}{c}, y = \frac{b}{d}$ .

(D)  $x = \frac{-b}{a}, y = \frac{b}{d}$ .

🗨️ **Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{a}{c}$ . Nên đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có tiệm cận ngang là  $y = \frac{a}{c}$ .

Và  $\lim_{x \rightarrow \pm\frac{-d}{c}} y = \infty$ . Nên đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đường tiệm cận đứng là  $x = \frac{-d}{c}$ .

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$y'$	-		
$y$	$-1$	$+\infty$	$-1$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

(A)  $y = -1$ .

(B)  $y = -2$ .

(C)  $x = -2$ .

(D)  $x = -1$ .

🗨️ **Lời giải.**

Ta thấy  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -1$  nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -1$ .

Chọn đáp án (A) ..... □

**CÂU 10.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{4x^2 - 8x + 5} + 2x$  có phương trình là

(A)  $y = 4$ .

(B)  $y = -2$ .

(C)  $y = 2$ .

(D)  $y = -4$ .

🗨️ **Lời giải.**

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi  $4x^2 - 8x + 5 \geq 0$  (đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ ).

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty.$$

☑  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-8x + 5}{\sqrt{4x^2 - 8x + 5} - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-8 + \frac{5}{x}}{-\sqrt{4 - \frac{8}{x} + \frac{5}{x^2}} - 2} = 2.$

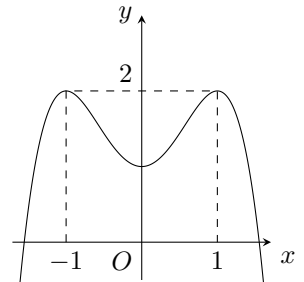
Vậy đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là  $y = 2$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**CÂU 11.**

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

- (A)**  $y = x^4 - 3x^2 + 1.$       **(B)**  $y = x^4 - 2x^2 + 1.$   
**(C)**  $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$       **(D)**  $y = 2x^4 - x^2 + 1.$



🗨️ **Lời giải.**

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ .

Trong bốn hàm số ở bốn phương án, chỉ có hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$  phù hợp.

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**CÂU 12.** Tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$  có tọa độ là

- (A)**  $(1; -1).$       **(B)**  $(-1; 1).$       **(C)**  $(1; -2).$       **(D)**  $(-1; -2).$

🗨️ **Lời giải.**

Ta có  $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 1} = x - 2 - \frac{2}{x - 1}.$

Khi đó đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = 1$  và đường tiệm cận xiên  $y = x - 2$ .

Khi đó giao điểm của hai đường tiệm cận là  $(1; -1)$ .

Vậy tâm đối xứng của đồ thị hàm số là  $(1; -1)$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 13.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$2$	$-2$	$+\infty$	

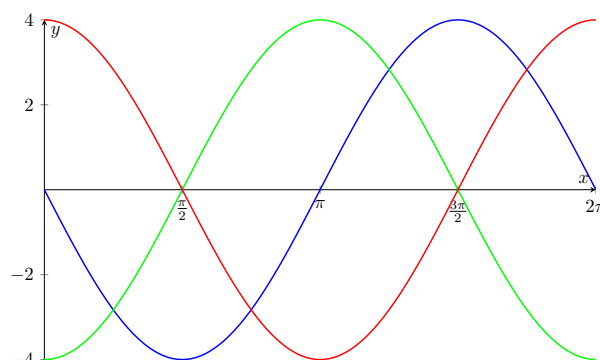
- (A)**  $y = x^4 - 2x^2.$       **(B)**  $y = -x^3 + 3x.$       **(C)**  $y = -x^4 + 2x^2.$       **(D)**  $y = x^3 - 3x.$

🗨️ **Lời giải.**

Hàm số có bảng biến thiên như trên, trong 4 đáp án đã cho phải là hàm bậc ba với  $a > 0$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**CÂU 14.** Một vật chuyển động có đồ thị của hàm quãng đường  $s(t)$ , hàm vận tốc  $v(t)$  và hàm gia tốc  $a(t)$  theo thời gian  $t$  được mô tả ở hình dưới đây. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?



- A**  $s(\pi) < v(\pi) < a(\pi)$ .      **B**  $a(\pi) < v(\pi) < s(\pi)$ .      **C**  $s(\pi) < a(\pi) < v(\pi)$ .      **D**  $v(\pi) < a(\pi) < s(\pi)$ .

💬 **Lời giải.**

Ta có  $s'(t) = v(t)$  và  $v'(t) = a(t)$ .

Suy ra tại các điểm  $t$  làm  $s(t)$  đạt cực đại và cực tiểu thì  $v(t) = 0$ , tại các điểm  $t$  làm  $v(t)$  đạt cực đại và cực tiểu thì  $a(t) = 0$ . Mặt khác, tại thời điểm ban đầu  $t = 0$  thì vật đang ở vị trí biên dương và sẽ dịch chuyển về vị trí cân bằng.

Do đó, đường màu đỏ là  $s(t)$ , xanh dương là  $v(t)$  còn xanh lá là  $a(t)$ .

Từ đồ thị ta thấy

$$s(\pi) = -4, v(\pi) = 0, a(\pi) = 4 \Rightarrow s(\pi) < v(\pi) < a(\pi).$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 15.** Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 2 m với vận tốc ban đầu 24,5 m/s là  $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$  (theo Vật lí đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Tìm vận tốc của vật sau 2 giây.

- A** 4,9.      **B** 2,4.      **C** 3,5.      **D** 5,2.

💬 **Lời giải.**

Theo ý nghĩa cơ học của đạo hàm, vận tốc của vật là  $v = h'(t) = 24,5 - 9,8t$  m/s.

Do đó, vận tốc của vật sau 2 giây là  $v(2) = 24,5 - 9,8 \cdot 2 = 4,9$  m/s.

Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 16.** Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 2 m với vận tốc ban đầu 24,5 m/s là  $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$  (theo Vật lí đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Vật đạt độ cao lớn nhất là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)?

- A**  $h(2,5) = 32,6$ .      **B**  $h(2,5) = 32,625$ .      **C**  $h(2,5) = 32,624$ .      **D**  $h(2,5) = 32,63$ .

💬 **Lời giải.**

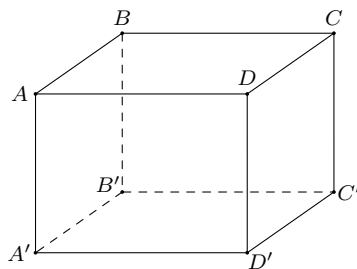
Vì  $h(t)$  là hàm số bậc hai có hệ số  $a = -4,9 < 0$  nên  $h(t)$  đạt giá trị lớn nhất tại  $t = -\frac{b}{2a} = \frac{24,5}{2 \cdot 4,9} = 2,5$  (giây). Khi đó, độ cao lớn nhất của vật là  $h(2,5) = 32,625$  m.

Chọn đáp án **B** ..... □

**CÂU 17.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khi đó, vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là

- A**  $\overrightarrow{D'C'}$ .      **B**  $\overrightarrow{BA}$ .      **C**  $\overrightarrow{CD}$ .      **D**  $\overrightarrow{B'A'}$ .

💬 **Lời giải.**



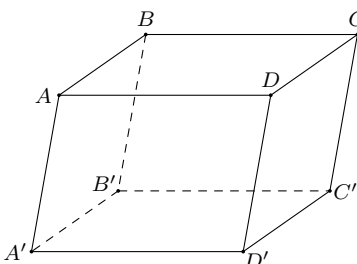
Ta có  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$  vì chúng cùng hướng và có cùng độ dài.

Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 18.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng định đúng?

- A**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ .      **B**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ .      **C**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ .      **D**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$ .

💬 **Lời giải.**



Xét hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ .

Chọn đáp án **B** ..... □

**CÂU 19.** Trong không gian, khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** với mọi  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  khác  $\vec{0}$ ?

- A**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ . **B**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$ .  
**C**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \tan(\vec{u}, \vec{v})$ . **D**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ .

🗨 **Lời giải.**

Theo định nghĩa tích vô hướng, ta có  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

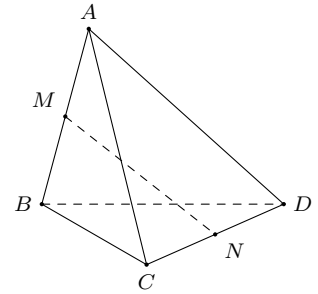
**CÂU 20.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  theo thứ tự là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A**  $\vec{MC} + \vec{MD} + \vec{NA} + \vec{NB} = 4\vec{MN}$ . **B**  $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{MN}$ .  
**C**  $\vec{AD} + \vec{BC} = \vec{MN}$ . **D**  $\vec{AC} - \vec{BD} = \vec{MN}$ .

🗨 **Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} \vec{AC} + \vec{BD} &= \vec{AM} + \vec{MC} + \vec{BM} + \vec{MD} \\ &= (\vec{AM} + \vec{BM}) + (\vec{MC} + \vec{MD}) \\ &= \vec{0} + 2\vec{MN} \quad (\text{do } M, N \text{ lần lượt là trung điểm của } AB, CD). \\ &= 2\vec{MN}. \end{aligned}$$



Vậy mệnh đề đúng là  $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{MN}$ .

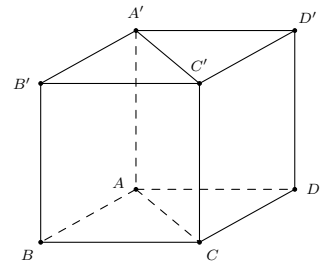
Chọn đáp án **B** ..... □

**CÂU 21.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Tính  $\vec{AD} \cdot \vec{A'C'}$  theo  $a$ .

- A**  $\vec{AD} \cdot \vec{A'C'} = 0$ . **B**  $\vec{AD} \cdot \vec{A'C'} = \frac{a^2}{2}$ . **C**  $\vec{AD} \cdot \vec{A'C'} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ . **D**  $\vec{AD} \cdot \vec{A'C'} = a^2$ .

🗨 **Lời giải.**

Ta có  $\vec{AD} \cdot \vec{A'C'} = \vec{AD} \cdot \vec{AC} = AD \cdot AC \cdot \cos \widehat{CAD} = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$ .



Chọn đáp án **D** ..... □

**CÂU 22.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng. Xét các vectơ  $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}; \vec{y} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}; \vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$ . Chọn khẳng định đúng?

- A** Ba vectơ  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đồng phẳng. **B** Hai vectơ  $\vec{x}; \vec{a}$  cùng phương.  
**C** Hai vectơ  $\vec{x}; \vec{b}$  cùng phương. **D** Ba vectơ  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đôi một cùng phương.

🗨 **Lời giải.**

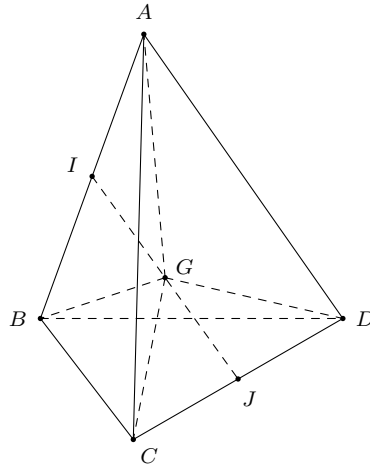
Ta có  $\vec{y} = \frac{1}{2}(\vec{x} + \vec{z})$  nên ba vectơ  $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$  đồng phẳng.

Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 23.** Cho tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Chọn khẳng định đúng.

- A**  $AB^2 + AC^2 + AD^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2)$ .  
**B**  $AB^2 + AC^2 + AD^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 = 4(GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2)$ .  
**C**  $AB^2 + AC^2 + AD^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 = 6(GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2)$ .  
**D**  $AB^2 + AC^2 + AD^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 = 2(GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2)$ .

🗨 **Lời giải.**



Ta có

$$\begin{aligned} & AB^2 + AC^2 + AD^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 \\ &= (\vec{AG} + \vec{GB})^2 + (\vec{AG} + \vec{GC})^2 + (\vec{AG} + \vec{GD})^2 + (\vec{BG} + \vec{GC})^2 + (\vec{BG} + \vec{GD})^2 + (\vec{CG} + \vec{GD})^2 \\ &= 3AG^2 + 3BG^2 + 3CG^2 + 3DG^2 + 2(\vec{AG} \cdot \vec{GB} + \vec{AG} \cdot \vec{GC} + \vec{AG} \cdot \vec{GD} + \vec{BG} \cdot \vec{GC} + \vec{BG} \cdot \vec{GD} + \vec{CG} \cdot \vec{GD}). \end{aligned} \quad (1)$$

Lại có

$$\begin{aligned} & \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0} \\ & \Leftrightarrow (GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2) = \\ &= 2(\vec{AG} \cdot \vec{GB} + \vec{AG} \cdot \vec{GC} + \vec{AG} \cdot \vec{GD} + \vec{BG} \cdot \vec{GC} + \vec{BG} \cdot \vec{GD} + \vec{CG} \cdot \vec{GD}). \end{aligned} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có điều phải chứng minh.

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**CÂU 24.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(-1; 1; -1)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ , tọa độ điểm  $I$  là

- (A)**  $I\left(0; \frac{3}{2}; -1\right)$ .      **(B)**  $I(0; 3; 2)$ .      **(C)**  $I\left(2; \frac{5}{2}; 5\right)$ .      **(D)**  $I\left(0; \frac{3}{2}; 1\right)$ .

☞ **Lời giải.**

Gọi  $I(x_0; y_0; z_0)$  là trung điểm của đoạn  $AB$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_0 = \frac{1 + (-1)}{2} = 0 \\ y_0 = \frac{2 + 1}{2} = \frac{3}{2} \\ z_0 = \frac{3 + (-1)}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I\left(0; \frac{3}{2}; 1\right).$$

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**CÂU 25.** Khối cầu có bán kính  $R$  thì thể tích được tính theo công thức

- (A)**  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .      **(B)**  $V = \frac{1}{3}\pi R^3$ .      **(C)**  $V = 4\pi R^3$ .      **(D)**  $V = \frac{4}{3}\pi R^2$ .

☞ **Lời giải.**

Khối cầu có bán kính  $R$  thì thể tích được tính theo công thức

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 26.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(3; -2; 5)$ ,  $B(-2; 1; -3)$ ,  $C(5; 1; 1)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

- (A)**  $G(-2; 0; 1)$ .      **(B)**  $G(2; 1; -1)$ .      **(C)**  $G(2; 0; 1)$ .      **(D)**  $G(2; 0; -1)$ .

☞ **Lời giải.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{3 + (-2) + 5}{3} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{(-2) + 1 + 1}{3} = 0 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{5 + (-3) + 1}{3} = 1. \end{cases}$$

Vậy  $G(2; 0; 1)$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**CÂU 27.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho 3 vectơ  $\vec{a} = (2; -5; 3)$ ,  $\vec{b} = (0; 2; -1)$ ,  $\vec{c} = (1; 7; 2)$ . Tìm tọa độ  $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} - 2\vec{c}$ .

- (A)**  $(0; -27; 3)$ . **(B)**  $(1; 2; -7)$ . **(C)**  $(0; 27; 3)$ . **(D)**  $(0; 27; -3)$ .

🗨 **Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} = (2; -5; 3)$ ,  $4\vec{b} = (0; 8; -4)$ ,  $2\vec{c} = (2; 14; 4)$ .

Suy ra  $\vec{d} = (2 - 0 - 2; -5 - 8 - 14; 3 - (-4) - 4) = (0; -27; 3)$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... ☐

**CÂU 28.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(-1; 1; 2)$ ,  $C(2; 1; 1)$ . Tính cosin của góc tạo bởi  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .

- (A)**  $\frac{1}{2}$ . **(B)**  $\frac{1}{3}$ . **(C)**  $\frac{1}{6}$ . **(D)**  $\frac{1}{4}$ .

🗨 **Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-2; -1; -1)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (1; -1; -2)$ .

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-2)(1) + (-1)(-1) + (-1)(-2) = -2 + 1 + 2 = 1$ .

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{6}$ ,  $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{6}$ .

Gọi góc tạo bởi  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  là  $\theta$  thì

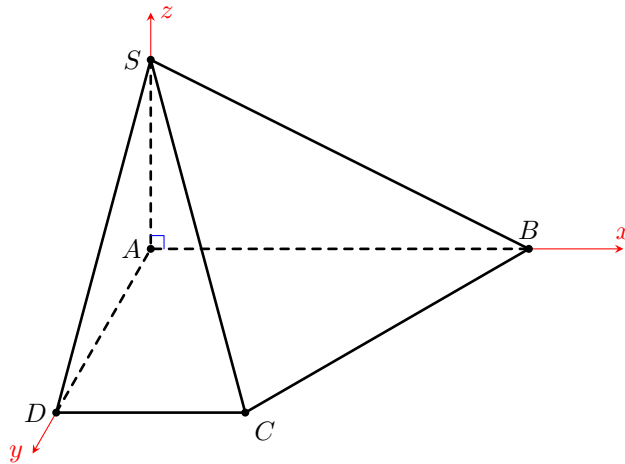
$$\cos \theta = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**CÂU 29.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa  $SB$  và mặt phẳng đáy bằng  $45^\circ$ ,  $E$  là trung điểm của  $SD$ ,  $AB = 2a$ ,  $AD = DC = a$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ACE$ . Độ dài  $BG$  bằng

- (A)**  $BG = \frac{a\sqrt{89}}{6}$ . **(B)**  $BG = \frac{a\sqrt{113}}{6}$ . **(C)**  $BG = \frac{a\sqrt{89}}{2}$ . **(D)**  $BG = \frac{a\sqrt{89}}{3}$ .

🗨 **Lời giải.**



Hình chiếu của  $SB$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $AB$ , suy ra góc giữa  $SB$  và mặt đáy là góc giữa  $SB$  và  $AB$  và bằng góc  $\widehat{SBA} = 45^\circ$ .

Tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $A$  nên  $SA = 2a$ .

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(0; 2a; 0)$ ,  $C(a; a; 0)$ ,  $D(a; 0; 0)$ ,  $S(0; 0; 2a)$ ,  $E(\frac{a}{2}; 0; a)$ .

Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ACE$  nên  $G(\frac{a}{3}; \frac{a}{3}; \frac{a}{3})$ .

Độ dài  $BG$  là:  $BG = \sqrt{(\frac{a}{3} - 0)^2 + (\frac{a}{3} - 2a)^2 + (\frac{a}{3} - 0)^2} = \frac{a\sqrt{113}}{3}$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**CÂU 30.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ ba lần lượt là  $Q_1$ ,  $Q_2$  và  $Q_3$ . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- (A)**  $Q_2 - Q_1$ . **(B)**  $Q_3 - Q_2$ . **(C)**  $Q_3 - Q_1$ . **(D)**  $Q_3 - 2Q_2 + Q_1$ .

🗨 **Lời giải.**

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là  $Q_3 - Q_1$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐



**CÂU 31.** Thời gian và số ngày tập thể dục của bác T và bác H trong một tháng (30 ngày) được thống kê theo bảng dưới đây

Thời gian tập (phút)	[15; 20)	[25; 30)	[30; 35)
Số ngày tập của bác T	10	15	5
Số ngày tập của bác H	9	21	0

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- ☐ A Khoảng biến thiên thời gian tập của bác T bằng 10.  
☐ B Khoảng biến thiên thời gian tập của bác H bằng 20.  
☒ C Độ phân tán thời gian tập của bác T cao hơn độ phân tán thời gian tập của bác H.  
☐ D Độ phân tán thời gian tập của bác T thấp hơn độ phân tán thời gian tập của bác H.

 **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập của bác T là  $35 - 15 = 20$  (phút).

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập của bác H là  $30 - 15 = 15$  (phút).

Do đó căn cứ theo khoảng biến thiên thì thời gian tập của bác T có độ phân tán lớn hơn.

Chọn đáp án ☒ C ..... ☐

**CÂU 32.** Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu áo khoác. Người điều tra yêu cầu cho điểm mẫu áo đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày trong bảng ghép nhóm sau:

Nhóm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)	
Tần số	4	5	23	6	2	$n = 40$

Tìm khoảng tứ phân vị của dãy số liệu trên (làm tròn đến hàng đơn vị).

- ☐ A 11. ☒ B 9. ☐ C 15. ☐ D 10.

 **Lời giải.**

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{40}$  lần lượt là điểm mẫu áo khoác theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11})$  thuộc nhóm [70; 80) nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

$$Q_1 = 70 + \frac{\frac{40}{4} - 9}{23} \cdot (80 - 70) \approx 70,4.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{30} + x_{31})$  thuộc nhóm [70; 80) nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

$$Q_3 = 70 + \frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - 9}{23} \cdot (80 - 70) \approx 79,1.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 8,7$ .

Chọn đáp án ☒ B ..... ☐

**CÂU 33.** Tổng hợp tiền lương tháng của một số nhân viên văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng)

Lương tháng (triệu đồng)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số nhân viên	3	6	8	7

Giá trị nào sau đây là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu trên

- ☒ A 3. ☐ B 9. ☐ C 15. ☐ D 10.

 **Lời giải.**

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{24}$  lần lượt là lương tháng của mỗi nhân viên được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là  $\frac{1}{2}(x_6 + x_7)$ .

Do  $x_6, x_7 \in [8; 10)$  nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 8 + \frac{\frac{24}{4} - 3}{6} \cdot (10 - 8) = 9$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{18} + x_{19})$ .

Do  $x_{18}, x_{19} \in [12; 14)$  nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 12 + \frac{\frac{3 \cdot 24}{4} - 17}{7} \cdot (14 - 12) = \frac{86}{7} \approx 12,3$$

Khoảng tứ phân vị là  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{86}{7} - 9 = \frac{23}{7} \approx 3,3$ .  
Ta có  $[Q_1 - 1,5\Delta_Q; Q_3 + 1,5\Delta_Q] \approx [4,07; 17,2]$ .  
Vậy giá trị ngoại lệ là 3.  
Chọn đáp án **A**..... □

**CÂU 34.** Yếu tố được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm xung quanh số trung bình của mẫu số liệu là

**A** khoảng biến thiên.

**B** khoảng tứ phân vị.

**C** phương sai.

**D** phương sai và độ lệch chuẩn.

**Lời giải.**  
Yếu tố được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm xung quanh số trung bình của mẫu số liệu là phương sai và độ lệch chuẩn.  
Chọn đáp án **D**..... □

**CÂU 35.** Mỗi ngày bác An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

**A** 3,39.

**B** 11,62.

**C** 0,1314.

**D** 0,36.

**Lời giải.**  
Ta có bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{3(2,85 - 3,39)^2 + 6(3,15 - 3,39)^2 + 5(3,45 - 3,39)^2 + 4(3,75 - 3,39)^2 + 2(4,05 - 3,39)^2}{20} = 0,1314.$$

Chọn đáp án **C**..... □

**Phần II. Câu hỏi tự luận.**

**BÀI 1.** Mỗi ngày anh A đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của anh A trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Tính phương sai của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

**Lời giải.**  
Ta có bảng sau

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{20} [3 \cdot (2,85)^2 + 6 \cdot (3,15)^2 + 5 \cdot (3,45)^2 + 4 \cdot (3,75)^2 + 2 \cdot (4,05)^2] - (3,39)^2 \approx 0,1.$$

**BÀI 2.** Kính viễn vọng Hubble được tàu không gian Discovery đưa vào sử dụng ngày 24/4/1990. Mô hình vận tốc của tàu trong sứ mệnh này, từ lúc rời bệ phóng ( $t = 0$  giây) cho đến khi được tên lửa đẩy nhanh khỏi bệ tại thời điểm  $t = 126$  giây, được xác định bởi công thức:

$v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23,61t - 3,083$  (feet/giây) (nguồn: James Stewart, J. (2015). *Calculus. Cengage Learning 8th edition*, p. 282). Tính gia tốc lớn nhất của tàu trong khoảng thời gian này (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

💡 **Lời giải.**

Gia tốc của tàu trong khoảng thời gian  $t = 0$  giây đến  $t = 126$  giây được xác định bởi công thức

$$a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t + 23,61 \text{ (ft/s}^2\text{)} \text{ với } t \in [0; 126].$$

Ta có  $a'(t) = 0,007812t - 0,18058$ .

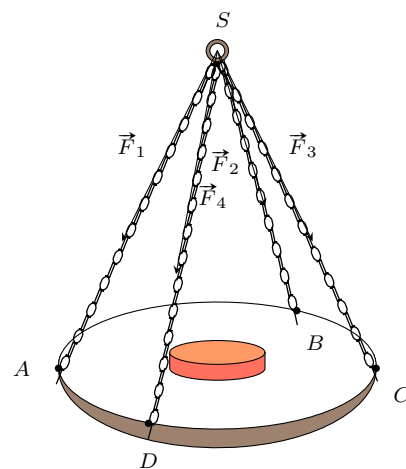
$$a'(t) = 0 \Leftrightarrow 0,007812t - 0,18058 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{45145}{1953}.$$

Ta có  $a(0) = 23,61$ ,  $a\left(\frac{45145}{1953}\right) \approx 21,52$ ,  $a(126) \approx 62,87$ .

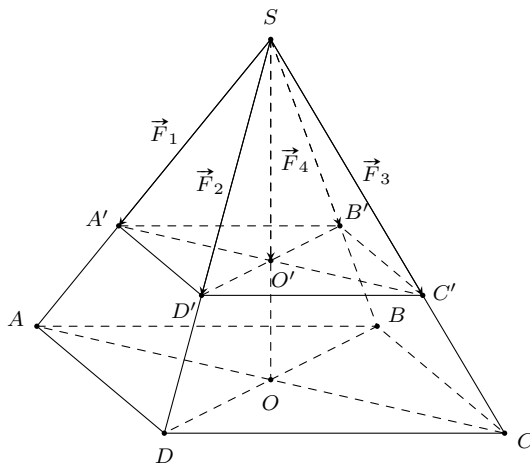
Vậy gia tốc lớn nhất của tàu trong khoảng thời gian trên là  $62,87 \text{ (ft/s}^2\text{)}$ .

**BÀI 3.**

Một vật nặng có trọng lượng là  $400 \text{ N}$  được đặt trên một khung sắt hình tròn như hình bên. Biết  $ABCD$  là hình chữ nhật, mặt phẳng  $(ABCD)$  song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt được móc vào điểm  $S$  sao cho các đoạn dây cáp  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$ ,  $SD$  có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc bằng  $45^\circ$ . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết trọng lượng của khung sắt là  $200 \text{ N}$ ; cường độ các lực căng  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  là bằng nhau. Tính cường độ của lực căng  $\vec{F}_1$  (làm tròn đến hàng đơn vị).



💡 **Lời giải.**



Gọi  $O$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  trên  $(ABCD)$ . Ta có  $SA = SB = SC = SD$  nên các tam giác vuông  $SOA$ ,  $SOB$ ,  $SOC$ ,  $SOD$  bằng nhau. Suy ra  $OA = OB = OC = OD$  hay  $O$  là tâm hình chữ nhật  $ABCD$ .

Gọi  $A', B', C', D'$  lần lượt là các điểm sao cho  $\vec{SA'} = \vec{F}_1$ ,  $\vec{SB'} = \vec{F}_2$ ,  $\vec{SC'} = \vec{F}_3$  và  $\vec{SD'} = \vec{F}_4$ .

Vì  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = |\vec{F}_4|$  nên  $SA' = SB' = SC' = SD'$ . Do đó  $S.A'B'C'D'$  là hình chóp có đáy  $A'B'C'D'$  là hình chữ nhật.

Gọi  $O'$  là tâm hình chữ nhật  $A'B'C'D'$ , ta có  $O'$  thuộc  $SO$ .

Ta có

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 &= \vec{SA'} + \vec{SB'} + \vec{SC'} + \vec{SD'} \\ &= (\vec{SA'} + \vec{SC'}) + (\vec{SB'} + \vec{SD'}) \\ &= 4\vec{SO'}. \end{aligned}$$

Gọi  $\vec{P}$  là trọng lực của vật nặng và khung sắt. Do vật và khung sắt ở vị trí cân bằng nên

$$\vec{P} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 4\vec{SO'}.$$

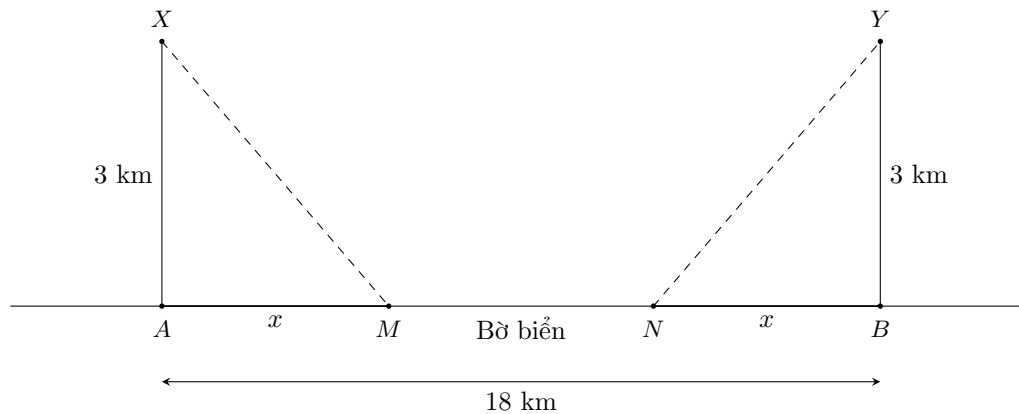
Theo giả thiết ta có  $|\vec{P}| = 400 + 200 = 600 \text{ N}$  nên  $4|\vec{SO'}| = 600 \Leftrightarrow SO' = 150$ .

Lại có  $(SA, (ABCD)) = \widehat{SAO} = \widehat{SA'O'} = 45^\circ$ .

Vì  $\triangle SO'A'$  vuông tại  $O'$  nên  $SA' = \frac{SO'}{\sin 45^\circ} = 150\sqrt{2}$ .

Vậy cường độ của lực căng  $\vec{F}_1$  là  $|\vec{F}_1| = 150\sqrt{2} \approx 212 \text{ N}$ .

**BÀI 4.** Ông Vinh đang ở trong rừng để đào vàng và ông ta tìm thấy vàng ở điểm  $X$  cách điểm  $A$  một khoảng 3 km. Điểm  $A$  nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Trại của ông Vinh nằm ở vị trí  $Y$  cách điểm  $B$  một khoảng 3 km. Điểm  $B$  cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng  $AB = 18 \text{ km}$ ,  $AM = NB = x \text{ km}$  và  $AX = BY = 3 \text{ km}$  (minh hoạ như hình vẽ sau).



Khi đang đào vàng, ông Vinh không may bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo phương trình  $y = 50 \log(t + 2)$ . Trong đó,  $y$  là nồng độ,  $t$  là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Ông Vinh cần quay trở lại trại để lấy thuốc giải độc. Ông ấy được bạn di chuyển về trại bằng cán khi trong rừng và trên bãi biển với vận tốc lần lượt là 5 km/h và 13 km/h. Để về đến trại thì ông Vinh được đưa về từ trong rừng qua điểm  $M, N$  trên bãi biển. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi ông Vinh về đến trại (làm tròn đáp án đến hàng phần mười).

#### 🗨️ Lời giải.

Để nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi thời gian di chuyển về đến trại thấp nhất.

Vậy nên quãng đường ông Vinh di chuyển về đến trại phải thấp nhất.

Theo bài ra ta có ông Vinh sẽ đi qua các quãng đường  $XM + MN + NY$ .

Ta có  $XM = NY = \sqrt{9 + x^2}$ ;  $MN = 18 - 2x$ .

Thời gian ông Vinh được đưa đến trại nghỉ là  $T(x) = 2 \left( \frac{\sqrt{9 + x^2}}{5} + \frac{9 - x}{13} \right)$  với  $x \in (0; 9)$ .

Ta có  $T'(x) = 2 \left( \frac{x}{5\sqrt{9 + x^2}} - \frac{1}{13} \right) = 2 \left( \frac{13x - 5\sqrt{9 + x^2}}{65\sqrt{9 + x^2}} \right)$ .

Xét

$$\begin{aligned} T'(x) = 0 &\Leftrightarrow 13x - 5\sqrt{9 + x^2} = 0 \\ &\Leftrightarrow 5\sqrt{9 + x^2} = 13x \\ &\Leftrightarrow 25(9 + x^2) = 169x^2 \\ &\Leftrightarrow 144x^2 - 225 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ x = -\frac{5}{4} \notin (0; 9). \end{cases} \end{aligned}$$

Xét  $T'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$  (thỏa mãn).

Bảng biến thiên

$x$	0	$\frac{5}{4}$	9
$T'(x)$	—	0	+
$T(x)$	$\frac{168}{65}$	$\frac{162}{65}$	$\frac{6\sqrt{10}}{5}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị của  $T(x)$  nhỏ nhất khi  $x = \frac{5}{4}$  và  $\min_{x \in (0;9)} T(x) = T\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{162}{65}$ .

Vậy, nồng độ chất độc trong máu thấp nhất là  $\min_{(0,+\infty)} y = 50 \log \left( \frac{162}{65} + 2 \right) \approx 32,6$ .

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

# KIỂM TRA CUỐI KÌ 1

## ÔN TẬP KTCK1 — ĐỀ 4

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x-3}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

☐ A Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó. ☐ B Hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó.

☐ C Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ . ☐ D Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 3)$ .

🗨️ **Lời giải.**

Hàm số đã cho có tập xác định gồm hai khoảng  $(-\infty; 3)$  và  $(3; +\infty)$  rời nhau nên khẳng định hàm số nghịch biến trên tập xác định là sai.

Chọn đáp án ☒ B ..... ☐

**CÂU 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$
$y$	$-\infty$	$2$	$1$	$2$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

☐ A  $(1; +\infty)$ . ☐ B  $(-1; 0)$ . ☐ C  $(-1; 1)$ . ☐ D  $(0; 1)$ .

🗨️ **Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .

Chọn đáp án ☒ D ..... ☐

**CÂU 3.**

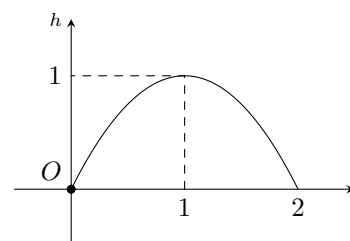
Hình vẽ bên biểu diễn độ cao của một quả bóng nảy  $h(m)$  theo thời gian  $t(s)$ . Ta có đồ thị của hàm số  $h = -t^2 + 2t$  trên đoạn  $[0; 2]$ . Nhìn vào hình vẽ, ta suy ra

☐ A Độ cao của quả bóng tăng khi  $t \in (0; 2)$ .

☐ B Độ cao của quả bóng tăng khi  $t \in (1; 2)$ .

☒ C Độ cao của quả bóng tăng khi  $t \in (0; 1)$ .

☐ D Độ cao của quả bóng giảm khi  $t \in (0; 2)$ .



🗨️ **Lời giải.**

Nhìn đồ thị, ta thấy  $h = h(t)$  đồng biến trong  $(0; 1)$  nên độ cao của quả bóng tăng khi  $t \in (0; 1)$ .

Chọn đáp án ☒ C ..... ☐

**CÂU 4.** Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$  là

☐ A  $y_{CT} = -5$ . ☐ B  $y_{CT} = 3$ . ☐ C  $y_{CT} = 1$ . ☐ D  $y_{CT} = -3$ .

🗨️ **Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

Ta có  $f'(x) = \frac{(2x+1)(x+1) - (x^2+x+4)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$ ,  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$-\infty$	$-5$	$+\infty$	$3$	$+\infty$

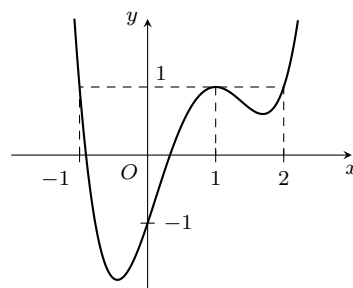
Hàm số đạt cực đại tại  $x = -3$  và  $y_{CD} = -5$ .

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$  và  $y_{CT} = 3$ .

Chọn đáp án (B)..... □

**CÂU 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.



🗨️ **Lời giải.**

Quan sát đồ thị ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án (C)..... □

**CÂU 6.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -1$ . (B) Hàm số có 2 cực trị trong đó  $y_{CE} < y_{CT}$ .

- (C) Hàm số đạt cực đại tại  $x = 3$ . (D) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng  $-2$ .

🗨️ **Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Ta có  $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$	$6$	$+\infty$	

Vậy hàm số có 2 cực trị trong đó  $y_{CE} < y_{CT}$ .

Chọn đáp án (B)..... □

**CÂU 7.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1$  trên tập xác định  $\mathbb{R}$ .

- (A)  $\frac{1}{3}$ . (B)  $\frac{1}{4}$ . (C)  $-\frac{1}{8}$ . (D) Không tồn tại.

🗨️ **Lời giải.**

Đặt  $t = \cos x$ ,  $t \in [-1; 1]$ . Khi đó hàm số trở thành  $f(t) = 2t^2 - 3t + 1$ .

Ta có  $f'(t) = 4t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{4} \in [-1; 1]$ .

Tính được các giá trị  $f(-1) = 6$ ,  $f\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{8}$ ,  $f(1) = 0$ .

Từ đây, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là  $-\frac{1}{8}$ .

Chọn đáp án (C)..... □

**CÂU 8.** Mặt cầu  $S$  tâm  $I(a; b; c)$ , bán kính  $R > 0$  có phương trình là

**(A)**  $(x + a)^2 + (y + b)^2 + (z + c)^2 = R^2$ .

**(B)**  $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ .

**(C)**  $(x - a) + (y - b) + (z - c) = R$ .

**(D)**  $|x + a| + |y + b| + |z + c| = R^2$ .

🗨 **Lời giải.**

Mặt cầu  $S$  tâm  $I(a; b; c)$  và bán kính  $R$  có phương trình là  $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**CÂU 9.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**(A)** 1.

**(B)** 0.

**(C)** 2.

**(D)** 3.

🗨 **Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4; 4\}$ . Ta có

☑  $\lim_{x \rightarrow (-4)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-4)^-} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow (-4)^-} \frac{(x + 1)(x - 4)}{(x + 4)(x - 4)} = \lim_{x \rightarrow (-4)^-} \frac{x + 1}{x + 4} = +\infty$ , suy ra  $x = -4$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

☑  $\lim_{x \rightarrow 4} y = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x + 1)(x - 4)}{(x + 4)(x - 4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x + 1}{x + 4} = \frac{5}{8}$ , suy ra  $x = 4$  không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 10.** Cho  $y = f(x)$  là hàm số bậc ba, liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{1}{f(x^3 + 3x) - 1}$  có nhiều nhất bao nhiêu đường tiệm cận.

**(A)** 4.

**(B)** 2.

**(C)** 5.

**(D)** 3.

🗨 **Lời giải.**

Đặt  $t = x^3 + 3x \Rightarrow t' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Ta có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$t'$	+	
$t$	$-\infty$	$+\infty$

Xét  $f(x^3 + 3x) - 1 = 0$ . Vì  $y = f(x)$  là hàm số bậc ba nên phương trình  $f(t) = 1$  có nhiều nhất 3 nghiệm  $t$ .

Từ bảng biến thiên ta suy ra với mỗi giá trị  $t$  có đúng một giá trị  $x$ .

Khi đó phương trình  $f(x^3 + 3x) = 1$  có nhiều nhất 3 tiệm cận đứng.

Do đó đồ thị hàm số  $y = g(x)$  có nhiều nhất 3 tiệm cận đứng.

Xét  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{f(x^3 + 3x) - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{f(t) - 1} = 0$  (vì  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(t) = \pm\infty$ ).

Suy ra đồ thị hàm số  $y = g(x)$  có 1 tiệm cận ngang là  $y = 0$ .

vậy đồ thị hàm số  $y = g(x)$  có nhiều nhất 4 đường tiệm cận.

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 11.**

Bảng biến thiên ở hình bên là của một trong bốn hàm số sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

**(A)**  $y = -x^3 - 2x^2 + 5$ .

**(B)**  $y = x^3 - 3x^2 + 5$ .

**(C)**  $y = -x^3 - 3x + 5$ .

**(D)**  $y = x^3 + 3x^2 + 5$ .

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

🗨 **Lời giải.**

Quan sát BBT, ta thấy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ , suy ra hệ số  $a > 0$  nên loại phương án  $y = -x^3 - 2x^2 + 5$  và  $y = -x^3 - 3x + 5$ . Mặt khác, đồ thị đi qua điểm  $(2; 1)$  nên chọn hàm  $y = x^3 - 3x^2 + 5$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... □



**CÂU 12.** Cho đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+2}$  có đồ thị (C). Tọa độ điểm I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số là

- A**  $I(-2; 2)$ .      **B**  $I\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ .      **C**  $I(2; 2)$ .      **D**  $I\left(2; \frac{1}{2}\right)$ .

💬 **Lời giải.**

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -2$ , tiệm cận ngang  $y = 2$ .

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm I có tọa độ  $(-2; 2)$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 13.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$\nearrow 20$	$\searrow -7$	$\nearrow +\infty$	

- A**  $y = -2x^3 - 3x^2 + 12x$ .      **B**  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ .      **C**  $y = -2x^4 - 3x^2 + 12x$ .      **D**  $y = 2x^3 - 3x^2 + 12x$ .

💬 **Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số cần tìm có dạng  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với hệ số  $a > 0$ . Do đó đáp án đúng chỉ có thể là  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$  hoặc  $y = 2x^3 - 3x^2 + 12$ .

Xét hàm số  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$  có  $y' = 6x^2 + 6x - 12$ .

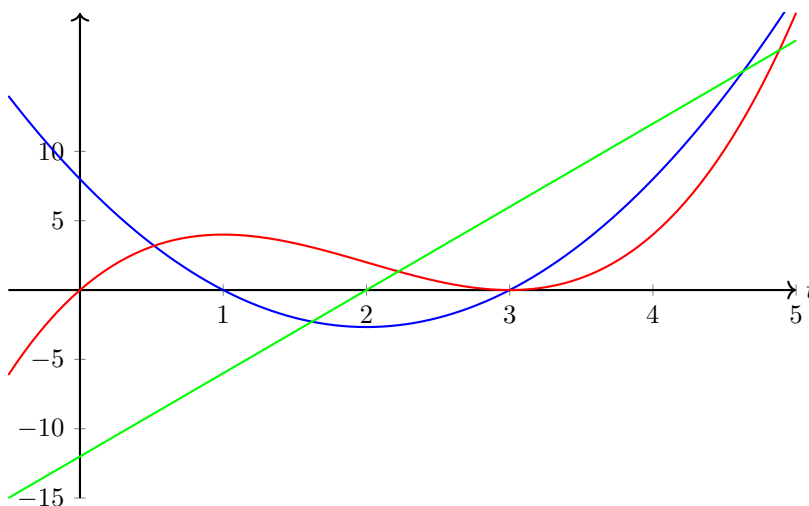
$$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$\nearrow 20$	$\searrow -7$	$\nearrow +\infty$	

Chọn đáp án **B** ..... □

**CÂU 14.** Một vật chuyển động có đồ thị của hàm quãng đường  $s(t)$ , hàm vận tốc  $v(t)$  và hàm gia tốc  $a(t)$  theo thời gian  $t$  được mô tả ở hình dưới đây. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?



- A**  $s(4) < v(4) < a(4)$ .      **B**  $a(4) < v(4) < s(4)$ .      **C**  $s(4) < a(4) < v(4)$ .      **D**  $v(4) < a(4) < s(4)$ .

💬 **Lời giải.**

- a) Xác định các hàm trên đồ thị
- Đồ thị của gia tốc  $a(t)$  dao động nhanh nhất và có biên độ lớn nhất.
  - Đồ thị của vận tốc  $v(t)$  dao động nhanh vừa phải.
  - Đồ thị của vị trí  $s(t)$  dao động chậm nhất.
- b) Phân tích đồ thị trong hình ảnh
- Đường cong màu xanh lá dao động nhanh nhất và có biên độ lớn nhất, điều này phù hợp với hàm gia tốc  $a(t)$ .
  - Đường cong màu xanh dương dao động nhanh vừa phải, điều này phù hợp với hàm vận tốc  $v(t)$ .
  - Đường cong màu đỏ dao động chậm nhất, điều này phù hợp với hàm quãng đường  $s(t)$ .
- c) Đánh giá giá trị các hàm tại  $t = 4$  ta được  $s(4) < v(4) < a(4)$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 15.** Có một tấm nhôm hình vuông cạnh  $12\text{cm}$ . Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $x$  (cm) rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm  $x$  để hình hộp nhận được có thể tích lớn nhất.

- (A)**  $x = 6$ .      **(B)**  $x = 3$ .      **(C)**  $x = 2$ .      **(D)**  $x = 4$ .

**🗨️ Lời giải.**

Độ dài cạnh đáy của cái hộp là  $12 - 2x$ .

Diện tích đáy của cái hộp là  $(12 - 2x)^2$ .

Thể tích cái hộp là  $V(x) = (12 - 2x)^2 \cdot x = 4x^3 - 48x^2 + 144x$  với  $x \in (0; 6)$ .

Ta có  $V'(x) = 12x^2 - 96x + 144$ .

$$\text{Cho } V'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 2 \text{ (nhận)} \\ x = 6 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	0	2	6
$V'(x)$	+	0	-
$V(x)$	0	128	0

Ta được  $V_{\max} = 128$  khi  $x = 2$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**CÂU 16.** Giả sử chi phí tiền xăng  $C$  (đồng) phụ thuộc tốc độ trung bình  $v$  (km/h) theo công thức

$$C(v) = \frac{16000}{v} + \frac{5}{2}v \quad (0 < v \leq 120)$$

Tính tốc độ trung bình để chi phí tiền xăng đạt cực tiểu.

- (A)** 60 km/h.      **(B)** 70 km/h.      **(C)** 50 km/h.      **(D)** 80 km/h.

**🗨️ Lời giải.**

Tập xác định:  $D = (0; 120]$ .

$$\text{Đạo hàm } C'(v) = -\frac{16000}{v^2} + \frac{5}{2} = \frac{5(v - 80)(v + 80)}{2v^2}; \quad C'(v) = 0 \Leftrightarrow v = -80 \text{ (loại)} \text{ hoặc } v = 80.$$

Bảng biến thiên

$v$	0	80	120	
$C'(v)$		−	0	+
$C(v)$	$+\infty$		400	$\frac{1300}{3}$

Quan sát bảng biến thiên, ta nhận thấy hàm số đạt cực tiểu khi  $v = 80$ .

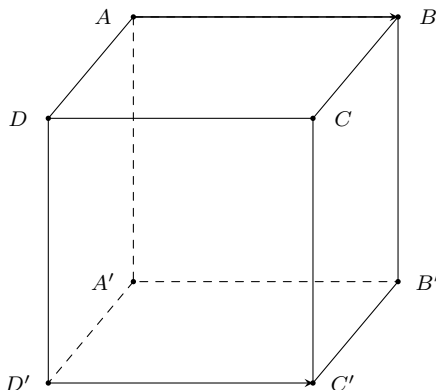
Như vậy, để chi phí tiền xăng đạt cực tiểu, tài xế nên chạy xe với tốc độ trung bình là 80 km/h.

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 17.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh là  $a$ . Vectơ nào bằng vectơ  $\overrightarrow{D'C'}$ ?

- (A)  $\overrightarrow{DD'}$ . (B)  $\overrightarrow{AD}$ . (C)  $\overrightarrow{AB}$ . (D)  $\overrightarrow{CD}$ .

💬 Lời giải.



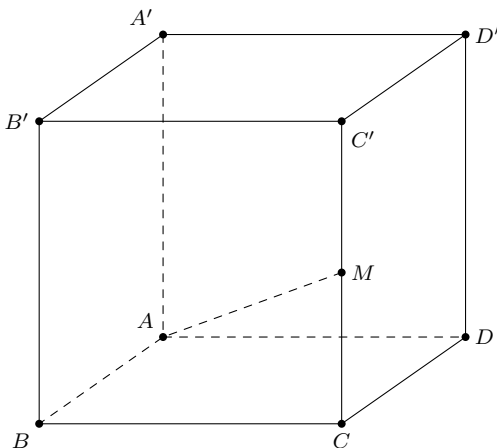
Vì hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{D'C'}$  có cùng hướng và cùng độ dài nên  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$ .

Chọn đáp án (C).....

**CÂU 18.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Lấy  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CC'$ . Vectơ  $\overrightarrow{AM}$  bằng

- (A)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ . (B)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$ . (C)  $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$ . (D)  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .

💬 Lời giải.



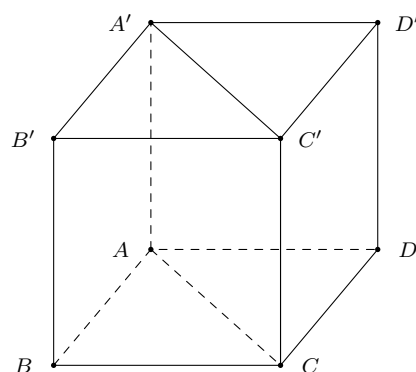
Ta có  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$ .

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 19.** thay

**CÂU 20.** Cho lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vectơ  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$ .

- (A)  $\sqrt{3}$ . (B)  $\sqrt{2}$ . (C) 1. (D)  $2\sqrt{2}$ .



💬 Lời giải.

Ta có:  $A'C'CA$  là hình chữ nhật nên  $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$ .

Khi đó,  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'D'}$ .

Vậy  $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}| = |\overrightarrow{A'D'}| = A'D' = 1$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**CÂU 21.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; 1)$  và  $B(2; 1; 1)$ . Đoạn thẳng  $AB$  có độ dài bằng

**(A)**  $\sqrt{10}$ .

**(B)** 10.

**(C)**  $\sqrt{2}$ .

**(D)** 2.

**Lời giải.**

Ta có  $AB = \sqrt{(2-1)^2 + (1-(-2))^2 + (1-1)^2} = \sqrt{10}$ .

Chọn đáp án **(A)** □

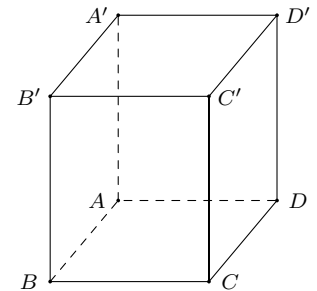
**CÂU 22.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Trong các vectơ dưới đây, vectơ nào cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{AB}$ ?

**(A)** Vectơ  $\overrightarrow{AD}$ .

**(B)** Vectơ  $\overrightarrow{CC'}$ .

**(C)** Vectơ  $\overrightarrow{BD}$ .

**(D)** Vectơ  $\overrightarrow{CD}$ .



**Lời giải.**

Giá của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là đường thẳng  $AB$ .

Giá của vectơ  $\overrightarrow{CD}$  là đường thẳng  $CD$ .

Mà  $AB \parallel CD$ .

Do đó vectơ  $\overrightarrow{AB}$  cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{CD}$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**CÂU 23.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai véc-tơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  tạo với nhau một góc  $120^\circ$  và  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{v}| = 5$ . Tính  $|\vec{u} + \vec{v}|$ ?

**(A)**  $\sqrt{19}$ .

**(B)** -5.

**(C)** 7.

**(D)**  $\sqrt{39}$ .

**Lời giải.**

$$\begin{aligned} (|\vec{u} + \vec{v}|)^2 &= (\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u}\vec{v} + \vec{v}^2 \\ &= |\vec{u}|^2 + 2|\vec{u}||\vec{v}|\cos(\vec{u}; \vec{v}) + |\vec{v}|^2 \\ &= 2^2 + 2 \times 2 \times 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 5^2 = 19 \end{aligned} \quad (1)$$

Chọn đáp án **(A)** □

**CÂU 24.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-3; 2; -1)$ ,  $B(-1; 0; 5)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là

**(A)**  $I(-1; 1; 2)$ .

**(B)**  $I(2; 1; -2)$ .

**(C)**  $I(-2; -1; 2)$ .

**(D)**  $I(-2; 1; 2)$ .

**Lời giải.**

Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là  $I(-2; 1; 2)$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**CÂU 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 2; 3)$  và  $B(3; 0; -2)$ . Tìm tọa độ của véc-tơ  $\overrightarrow{AB}$ .

**(A)**  $\overrightarrow{AB} = (-4; 2; 5)$ .

**(B)**  $\overrightarrow{AB} = \left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$ .

**(C)**  $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 1)$ .

**(D)**  $\overrightarrow{AB} = (4; -2; -5)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (4; -2; -5)$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**CÂU 26.** thay

**CÂU 27.** thay

**CÂU 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai véc-tơ  $\vec{u} = (2; 3; -1)$  và  $\vec{v} = (5; -4; m)$ . Tìm  $m$  để  $\vec{u} \perp \vec{v}$ .

**(A)**  $m = -2$ .

**(B)**  $m = 2$ .

**(C)**  $m = 0$ .

**(D)**  $m = 4$ .

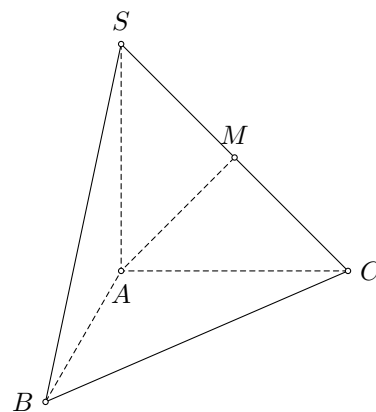
**Lời giải.**

Ta có  $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow 2 \cdot 5 - 3 \cdot 4 - m = 0 \Leftrightarrow m = -2$ .

Chọn đáp án **(A)** □

**CÂU 29.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông với  $AB = AC = 2$ . Cạnh bên  $SA = 3$  và vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $BC$ .

- A**  $\frac{\sqrt{26}}{13}$ .      **B**  $\frac{\sqrt{13}}{13}$ .      **C**  $\frac{\sqrt{11}}{13}$ .      **D**  $\frac{\sqrt{33}}{13}$ .



**Lời giải.**

Từ giả thiết suy ra  $\triangle ABC$  vuông cân tại  $A$ .

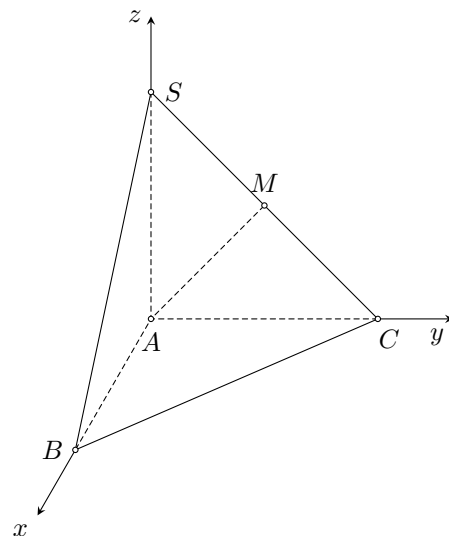
Gắn hệ trục tọa độ  $Axyz$  như hình vẽ bên. Khi đó

$$A(0; 0; 0), B(2; 0; 0), C(0; 2; 0), S(0; 0; 3), M\left(0; 1; \frac{3}{2}\right).$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AM} = \left(0; 1; \frac{3}{2}\right), \overrightarrow{BC} = (-2; 2; 0).$$

Gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi hai đường thẳng  $AM$  và  $BC$ . Ta có

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \left| \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}|}{|\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} \\ &= \frac{|0 \cdot (-2) + 1 \cdot 2 + \frac{3}{2} \cdot 0|}{\sqrt{1 + \frac{9}{4}} \cdot \sqrt{4 + 4}} = \frac{\sqrt{26}}{13}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 30.** Phát biểu nào sau đây là **sai**

- A** Khoảng tứ phân vị càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.  
**B** Khoảng tứ phân vị không phụ thuộc vào các giá trị bất thường.  
**C** Khoảng biến thiên càng bé thì độ phân tán càng bé.  
**D** Khoảng biến thiên không phụ thuộc vào các giá trị bất thường.

**Lời giải.**

Nếu mẫu số liệu chứa giá trị bất thường, quá cao hoặc quá thấp thì khoảng biến thiên sẽ thay đổi nhiều. Do đó khoảng biến thiên phụ thuộc vào các giá trị bất thường.

Chọn đáp án **D** ..... □

**CÂU 31.** Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12C được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số học sinh	8	16	12	2

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A** 24.      **B** 15.      **C** 2.      **D** 20.

**Lời giải.**

Xác định  $a_1 = 25$  là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên và  $a_{k+1} = 45$  là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng có chứa dữ liệu. Suy ra  $R = a_{k+1} - a_1 = 45 - 25 = 20$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**CÂU 32.** Hằng ngày anh An đều đi xe máy từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian 60 lần anh An đi xe máy từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15; 17)	[17; 19)	[19; 21)	[21; 23)	[23; 25)
Số lần	6	10	28	12	4

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên bằng

- A**  $\frac{71}{30}$ .      **B** 2,5.      **C**  $\frac{12}{5}$ .      **D** 2,7.

**💬 Lời giải.**

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $x_{15} \in [17; 19)$  nên  $Q_1 = 17 + \frac{\frac{60}{4} - 6}{10} \cdot 2 = 18,8$ .

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $x_{45} \in [21; 23)$  nên  $Q_3 = 21 + \frac{\frac{60 \cdot 3}{10} - 44}{12} \cdot (23 - 21) = \frac{127}{6}$ .

Khoảng tứ phân vị là  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{127}{6} - 18,8 = \frac{71}{30}$ .

Chọn đáp án **A** ..... 

**CÂU 33.** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- ☐ **A** 0,9.
 ☐ **B** 0,975.
 ☐ **C** 0,5.
 ☒ **D** 0,575.

**💬 Lời giải.**

Cỡ mẫu  $n = 20$ .

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{20}$  là mẫu số liệu gốc gồm quãng đường của 20 ngày đi bộ của bác Hương được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Ta có  $x_1, x_2, x_3 \in [2, 7; 3, 0); x_4; x_5; \dots; x_9 \in [3, 0; 3, 3); x_{10}; \dots; x_{14} \in [3, 3; 3, 6); x_{15}; \dots; x_{18} \in [3, 6; 3, 9); x_{19}; x_{20} \in [3, 9; 4, 2)$ .

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [3,0; 3,3)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 3,0 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{6}(3,3 - 3,0) = 3,1.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [3,6; 3,9)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 3,6 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (3 + 6 + 5)}{4} (3,9 - 3,6) = 3,675.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_O = 3,675 - 3,1 = 0,575.$$

Chọn đáp án (D) ..... 

**CÂU 34.** thay

**CÂU 35.** Quãng đường đi bộ tập thể dục mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,2; 2,6)	[2,6; 3,0)	[3,0; 3,4)	[3,4; 3,8)	[3,8; 4,2)
Tần số	3	6	5	5	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên có giá trị xấp xỉ bằng

- ☐ **A** 3,1.
 ☐ **B** 0,042.
 ☐ **C** 0,206.
 ☒ **D** 0,45.

**💬 Lời giải.**

Ta có bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,2; 2,6)	[2,6; 3,0)	[3,0; 3,4)	[3,4; 3,8)	[3,8; 4,2)
Giá trị đại diện	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0
Tần số	3	6	5	5	1

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,4 + 6 \cdot 2,8 + 5 \cdot 3,2 + 5 \cdot 3,6 + 1 \cdot 4,0}{20} = 3,1.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{3 \cdot (2,4 - 3,1)^2 + 6 \cdot (2,8 - 3,1)^2 + 5 \cdot (3,2 - 3,1)^2 + 5 \cdot (3,6 - 3,1)^2 + 1 \cdot (4,0 - 3,1)^2}{20} = 0,206.$$

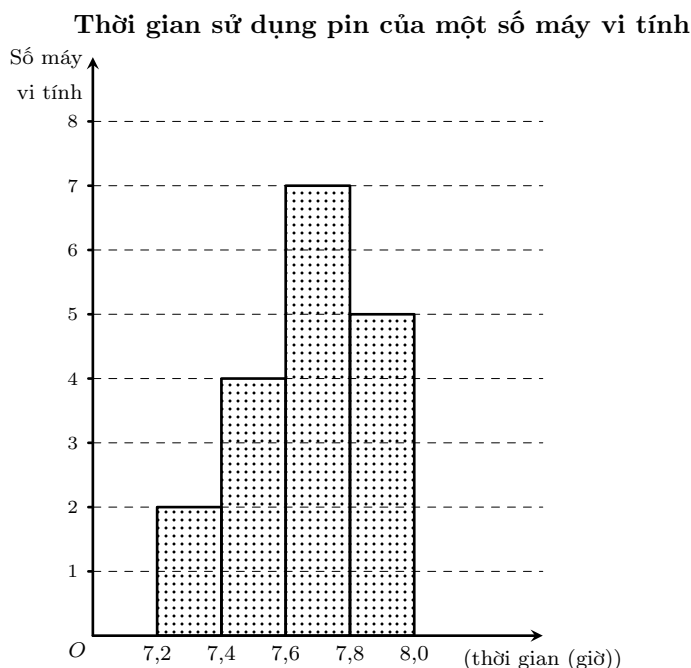
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s = \sqrt{0,206} \approx 0,45.$$

Chọn đáp án **(D)**..... ☐

## Phần II. Câu hỏi tự luận.

**BÀI 1.** Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên. Hãy xác định độ lệch chuẩn của thời gian sử dụng pin (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



### Lời giải.

Ta có bảng sau

Thời gian (giờ)	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8,0)
Thời gian đại diện	7,3	7,5	7,7	7,9
Số máy tính	2	4	7	5

Cỡ mẫu là  $n = 2 + 4 + 7 + 5 = 18$ .

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 7,3 + 4 \cdot 7,5 + 7 \cdot 7,7 + 5 \cdot 7,9}{18} = \frac{23}{3}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{1}{18} (2 \cdot 7,3^2 + 4 \cdot 7,5^2 + 7 \cdot 7,7^2 + 5 \cdot 7,9^2) - \left(\frac{23}{3}\right)^2 \approx 0,04.$$

**BÀI 2.** Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở  $x$  (người) thì giá tiền cho mỗi người là  $\frac{(40-x)^2}{2}$  (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Đáp án: 4,74**

### Lời giải.

Theo giả thiết, số tiền thu được của một chuyến xe chở khách có công thức  $\frac{x(40-x)^2}{2}$  (nghìn đồng) với  $x$  là số người thỏa

$$\text{mãn } \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 0 < x \leq 16. \end{cases}$$

Xét hàm số  $f(x) = \frac{x(40-x)^2}{2}$  trên  $(0; 16]$ .

Ta có  $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - 80x + 800$ .

Phương trình  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \notin (0; 16] \\ x = \frac{40}{3} \notin \mathbb{Z}. \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$  như sau:

$x$	0	13	$\frac{40}{3}$	14	16
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	4738,5	$f\left(\frac{40}{3}\right)$	4732	4608

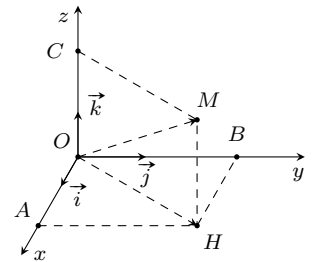
Ta có  $f(13) = 4738,5$ ,  $f(14) = 4732$  và  $f(16) = 4608$ .

Từ bảng biến thiên, ta suy ra  $\max_{(0;16]} f(x) = 4738,5$  nghìn đồng.

Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 4,74 triệu đồng từ một chuyến chở khách.

### BÀI 3.

Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm  $M$  trong không gian  $Oxyz$  (như hình vẽ). Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M(a; b; c)$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$ . Cho biết  $OM = 50$ ,  $(\vec{i}, \overrightarrow{OH}) = 64^\circ$ ,  $(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}) = 48^\circ$ . Tìm  $S = a + b + c$  (kết quả làm tròn đến 1 chữ số sau dấu phẩy).



### Lời giải.

Ta có

$$OH = OM \cdot \cos(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}) = 50 \cdot \cos 48^\circ = 50 \cdot \cos 48^\circ \approx 33,46;$$

$$OC = MH = OM \cdot \sin(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}) = 50 \cdot \sin 48^\circ \approx 37,16;$$

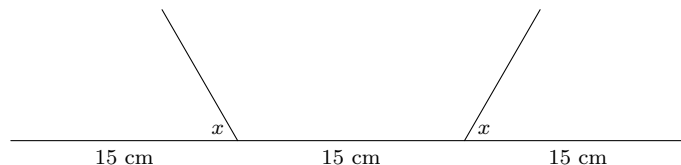
$$OA = OH \cdot \cos(\vec{i}, \overrightarrow{OH}) = 33,46 \cdot \cos 64^\circ = 33,46 \cdot \cos 64^\circ \approx 14,67;$$

$$OB = OH \cdot \cos(90^\circ - (\vec{i}, \overrightarrow{OH})) = 33,46 \cdot \cos(90^\circ - 64^\circ) = 33,46 \cdot \cos 26^\circ \approx 30,07.$$

Suy ra  $M(14,67; 30,07; 37,16)$ .

Vậy  $S = a + b + c = 14,67 + 30,07 + 37,16 = 81,9$ .

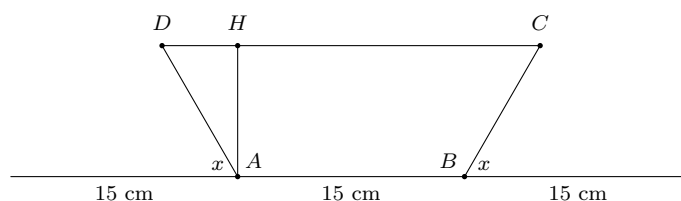
**BÀI 4.** Một máng nước mưa được làm từ một tấm tôn rộng 45 cm bằng cách gấp hai phía của tấm tôn với kích thước bằng  $\frac{1}{3}$  tấm tôn sao cho nó tạo thành một góc  $x$ .



Hỏi phải chọn  $x$  bằng bao nhiêu độ để máng chứa được lượng nước mưa tối đa.

**Đáp án: 60**

### Lời giải.





Mặt cắt ngang của máng nước mưa là hình thang cân  $ABCD$  như hình vẽ.

Để thấy  $x \in [0^\circ; 180^\circ]$ .

Để máng nước chứa được lượng nước mưa tối đa thì diện tích  $ABCD$  là lớn nhất.

Kẻ  $AH \perp CD, H \in CD$ .

Vì  $AB \parallel CD$  nên  $\widehat{D} = x$ .

Suy ra  $AH = AD \cdot \sin D = 15 \cdot \sin x$ ,  $DH = AD \cdot \cos D = 15 \cdot \cos x$ .

Ta có  $CD = AD + 2 \cdot DH = 15 + 2 \cdot 15 \cdot \cos x = 15 + 30 \cdot \cos x$ .

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (AB + CD) \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot (15 + 15 + 30 \cdot \cos x) \cdot 15 \sin x = 225 \left( \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x \right).$$

$$\text{Đặt } f(x) = 225 \left( \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x \right).$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 225 (\cos x + \cos 2x).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x + \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 180^\circ \\ x = 60^\circ. \end{cases}$$

Vì  $f(0^\circ) = 0$ ,  $f(60^\circ) = \frac{675\sqrt{3}}{4}$ ,  $f(180^\circ) = 0$  nên diện tích  $ABCD$  lớn nhất là  $\frac{675\sqrt{3}}{4}$  khi  $x = 60^\circ$ .

Gọi tôi là: ..... Ngày làm đề: ...../...../.....

**KIỂM TRA CUỐI KÌ 1**  
**ÔN TẬP KTCK1 — ĐỀ 5**  
**LỚP TOÁN THẦY PHÁT**  
*Thời gian làm bài: 90 phút*

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau

Nhóm	$[a_1; a_2)$	$\dots$	$[a_i; a_{i+1})$	$\dots$	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	$m_1$	$\dots$	$m_i$	$\dots$	$m_k$

Nếu  $m_1$  và  $m_k$  cùng khác 0 thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm được tính theo công thức

**A**  $R = a_{k+1} - a_1$ .      **B**  $R = a_2 - a_1$ .      **C**  $R = \frac{a_{k+1} + a_1}{2}$ .      **D**  $R = a_{k+1} - a_k$ .

**💬 Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm được tính theo công thức  $R = a_{k+1} - a_1$ .

Chọn đáp án **A** ..... 

**CÂU 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$3$	$-2$	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây

**A**  $(1; +\infty)$ .      **B**  $(-1; 1)$ .      **C**  $(-1; +\infty)$ .      **D**  $(-\infty; 1)$ .

**💬 Lời giải.**

Từ bảng biến thiên ta thấy, trên  $(1; +\infty)$ ,  $y' > 0$  nên hàm số đồng biến trên  $(1; +\infty)$ .

Chọn đáp án **A**..... ☐

**CÂU 3.** Để giảm nhiệt độ trong phòng từ  $28^{\circ}\text{C}$ , một hệ thống làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi  $T$  (đơn vị  $^{\circ}\text{C}$ ) là nhiệt độ phòng ở phút thứ  $t$  được cho bởi công thức  $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$  với  $t \in [1; 10]$ . Trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống làm mát bắt đầu hoạt động, nhiệt độ trong phòng tăng hay giảm?

☐ **A** Tăng.
 ☒ **B** Giảm.
 ☐ **C** Tăng rồi giảm.
 ☐ **D** Giảm rồi tăng.

**💬 Lời giải.**

Xét hàm số  $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$  với  $t \in [1; 10]$ .

Ta có  $T' = -0,024t^2 - 0,16 < 0, \forall t \in [1; 10]$ .

Suy ra hàm số  $T$  nghịch biến trên đoạn  $[1; 10]$  nhiệt độ trong phòng giảm.

Chọn đáp án (B) ..... 

**CÂU 4.** Hàm số nào dưới đây không có cực trị?

Ⓐ  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ .      Ⓑ  $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$ .      Ⓒ  $y = x^2 - 2x + 1$ .      Ⓓ  $y = -x^3 + x + 1$ .

**🗨️ Lời giải.**

Xét hàm số  $y = \frac{2x-2}{x+1}, \forall x \neq -1$ .

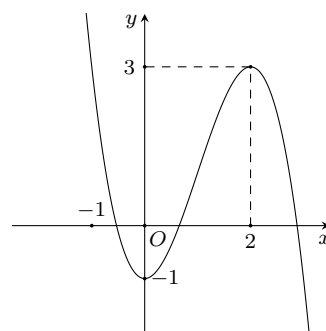
Ta có  $y' = \frac{4}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ .

Vậy hàm số  $y = \frac{2x-2}{x+1}$  không cực trị.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- Ⓐ  $x = -1$ .      Ⓑ  $x = 2$ .      Ⓒ  $x = 3$ .      Ⓓ  $x = 0$ .



💡 **Lời giải.**

Từ đồ thị suy ra điểm cực tiểu của hàm số đã cho là  $x = 0$ .

Chọn đáp án Ⓓ ..... □

**CÂU 6.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ Giá trị cực tiểu của hàm số bằng  $-3$ .      Ⓑ Giá trị cực tiểu của hàm số bằng  $1$ .  
Ⓒ Giá trị cực tiểu của hàm số bằng  $-6$ .      Ⓓ Giá trị cực tiểu của hàm số bằng  $2$ .

💡 **Lời giải.**

Ta có  $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$
$y'$	+      0      -			-      0      +	
$y$	$-\infty$	↗      -6      ↘		↘      2      ↗	
			$-\infty$		$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại điểm  $x = 1$  và giá trị cực tiểu bằng  $2$ .

Chọn đáp án Ⓓ ..... □

**CÂU 7.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2\cos^2 x - 3\cos x + 1$  trên tập xác định  $\mathbb{R}$ .

- Ⓐ  $\frac{1}{3}$ .      Ⓑ  $\frac{1}{4}$ .      Ⓒ  $-\frac{1}{8}$ .      Ⓓ Không tồn tại.

💡 **Lời giải.**

Đặt  $t = \cos x$ ,  $t \in [-1; 1]$ . Khi đó hàm số trở thành  $f(t) = 2t^2 - 3t + 1$ .

Ta có  $f'(t) = 4t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{4} \in [-1; 1]$ .

Tính được các giá trị  $f(-1) = 6$ ,  $f\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{8}$ ,  $f(1) = 0$ .

Từ đây, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là  $-\frac{1}{8}$ .

Chọn đáp án Ⓒ ..... □

**CÂU 8.** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	-		-      0      +	
$y$	0	↘      -4      ↗		↘      -2      ↗
			$+\infty$	$+\infty$

Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

🗨️ **Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ . Do đó đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng  $x = 0$ ,

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  nên đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận đứng và ngang.

Chọn đáp án Ⓓ ..... □

**CÂU 9.** Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x}{x - 1}$  là

- Ⓐ  $y = -2x - 2$ . Ⓑ  $y = 2x + 2$ . Ⓒ  $y = 2x - 2$ . Ⓓ  $y = -2x + 2$ .

🗨️ **Lời giải.**

**Câu tổng quát:** Cho hàm số  $y = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow y = \frac{u'(x)}{v'(x)}$  là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số với  $u(x)$  bậc 2 và  $v(x)$  bậc 1.

Vậy với hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x}{x - 1} \Rightarrow y = 2x + 2$  là đường thẳng cần tìm.

Chọn đáp án Ⓑ ..... □

**CÂU 10.** Đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$  có mấy đường tiệm cận xiên?

- Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

🗨️ **Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{C}} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}{x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}}}{1} = 1. \\ \textcircled{\text{C}} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + 2x + 2} - x \right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 2}{\sqrt{x^2 + 2x + 2} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1} = 1. \end{aligned}$$

Suy ra  $y = x + 1$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Ta lại có

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{C}} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}{x} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}}}{1} = -1. \\ \textcircled{\text{C}} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + 2x + 2} + x \right) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 2}{\sqrt{x^2 + 2x + 2} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{2}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}} - 1} = -1. \end{aligned}$$

Suy ra  $y = -x - 1$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án Ⓒ ..... □

**CÂU 11.** Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm  $t$  (giây) là  $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$ . Khi nào thì hạt chuyển động lên trên?

- Ⓐ  $t \geq 2$ . Ⓑ  $t > 2$ . Ⓒ  $t < 2$ . Ⓓ  $t \leq 2$ .

🗨️ **Lời giải.**

Vận tốc của hạt chuyển động là  $v(t) = y' = 3t^2 - 12$ .

Vận chuyển động đi lên khi  $v(t) \geq 0 \Leftrightarrow t \geq 2$ .

Chọn đáp án Ⓐ ..... □

**CÂU 12.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{2}{x+2}$  có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

- A** 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

💬 **Lời giải.**

Giả sử  $M\left(x_0; \frac{2}{x_0+2}\right)$  điểm nằm trên đồ thị hàm số.

Khi đó  $M$  có tọa độ nguyên khi  $x_0$  nguyên và  $\frac{2}{x_0+2}$  nguyên.

Suy ra  $x_0 + 2 \in \{-2; -1; 1; 2\}$  hay  $x_0 \in \{-4; -3; -1; 0\}$ .

Vậy có bốn điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 13.** Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau.

$x$	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$
$y'$		-	0	+	
$y$	$+\infty$				$+\infty$
			1		
				-9	
					$-\infty$

Hỏi đó là hàm số nào?

- A**  $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$ . **B**  $y = \frac{-x^2 - x + 2}{x - 3}$ . **C**  $y = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 3}$ . **D**  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x + 3}$ .

💬 **Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 3$ .

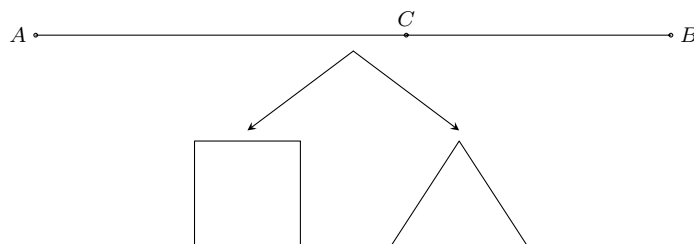
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$$

Điểm cực đại  $A(5; -9)$ , điểm cực tiểu  $B(1; -1)$ .

Do đó hàm số  $y = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 3}$  thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** ..... □

**CÂU 14.** Một thanh sắt chiều dài  $AB = 100$  m được cắt thành hai phần  $AC$  và  $CB$  với  $AC = x$  (m). Đoạn  $AC$  được uốn thành một hình vuông có chu vi bằng  $AC$  và đoạn  $CB$  uốn thành tam giác đều có chu vi bằng  $CB$ . Khi tổng diện tích của hình vuông và tam giác nhỏ nhất, mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A**  $x \in (52; 58)$ . **B**  $x \in (48; 52)$ . **C**  $x \in (40; 48)$ . **D**  $x \in (30; 40)$ .

💬 **Lời giải.**

Theo đề các cạnh của hình vuông có độ dài là  $\frac{x}{4}$ , các cạnh của tam giác đều có độ dài là  $\frac{100-x}{3}$ .

$$\text{Ta có } S = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{100-x}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{(9+4\sqrt{3})}{144}x^2 - \frac{800\sqrt{3}}{144}x + \frac{40000\sqrt{3}}{144}.$$

Đây là hàm bậc hai có hệ số  $a > 0$  nên hàm đạt giá trị nhỏ nhất khi

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{800\sqrt{3}}{144} \cdot \frac{144}{2 \cdot (9+4\sqrt{3})} \approx 43,5 \text{ m.}$$

Chọn đáp án **C** ..... □

**CÂU 15.** Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

A

 10000000.

B

 810000000.

C

 9000000.

D

 800000000.

🗨️ **Lời giải.**

Gọi  $x$  là số lần tăng giá ( $0 < x < 100$ ).  
Mỗi lần tăng giá thì số căn hộ cho thuê là  $100 - x$  (căn).  
Số tiền thuê căn hộ sau mỗi lần tăng là  $8000000 + 100000x$ .  
Khi đó tổng số tiền cho thuê căn hộ 1 tháng là

$$\begin{aligned} y &= (8000000 + 100000x)(100 - x) \\ &= 800000000 - 8000000x + 10000000x - 100000x^2 \\ &= 800000000 + 2000000x - 100000x^2. \end{aligned}$$

Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $y$  lớn nhất  
Ta có  $y' = -200000x + 2000000 = 0 \Leftrightarrow x = 10$ .  
Bảng biến thiên

$x$	0	10	100	
$y'$		+	0	-
$y$			810000000	
	800000000			0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy doanh thu lớn nhất khi người quản lí đặt giá thuê căn hộ là

$$8000000 + 100000 \cdot 10 = 9000000 \text{ (đồng).}$$

Chọn đáp án 

C

..... □

**CÂU 16.** Một chiếc buýt có sức chứa tối đa 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở  $x$  hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là  $20 \left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  (nghìn đồng). Hỏi để thu được số tiền nhiều nhất thì một chuyến xe buýt cần chở bao nhiêu khách?

A

 35.

B

 40.

C

 45.

D

 50.


🗨️ **Lời giải.**

Số tiền thu được khi chở  $x$  hành khách là

$$f(x) = 20 \cdot \left(3 - \frac{x}{40}\right)^2 = 20 \left(9x - \frac{3x^2}{20} + \frac{x^3}{1600}\right), 0 < x \leq 50$$

Suy ra  $f'(x) = 20 \left(9 - \frac{3x}{10} + \frac{3x^2}{1600}\right), f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ x = 120. \end{cases}$

Bảng biến thiên

$x$	0	40	50	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$				

Vậy cần chở 40 khách.

Chọn đáp án 

B

..... □

**CÂU 17.** Cho các khẳng định dưới đây. Khẳng định nào **sai**?

- A** Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song với nhau.
- B** Nếu hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.
- C** Hai vectơ được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng độ dài và cùng hướng.
- D** Nếu vectơ  $\vec{a}$  và vectơ  $\vec{b}$  cùng bằng vectơ  $\vec{c}$  thì hai vectơ  $\vec{a}$  và vectơ  $\vec{b}$  bằng nhau.

💬 **Lời giải.**

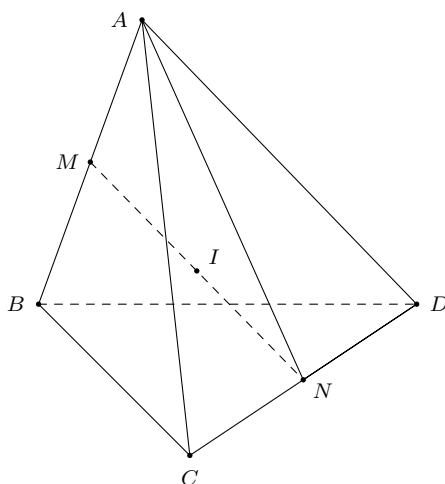
Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.

Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 18.** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB, CD$ ,  $I$  là trung điểm của đoạn  $MN$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A**  $\vec{AN} = \vec{AD} + \vec{AC}$ .      **B**  $\vec{IN} + \vec{IM} = \vec{0}$ .      **C**  $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$ .      **D**  $\vec{NC} + \vec{ND} = \vec{0}$ .

💬 **Lời giải.**



Vì  $N$  là trung điểm  $CD$  nên ta có  $\vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{AN}$ .

Vậy mệnh đề " $\vec{AN} = \vec{AD} + \vec{AC}$ " sai.

Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho véc-tơ  $\vec{a} = (-2; 1; 0)$  và  $\vec{b} = (-1; 0; 3)$ . Tính  $\cos(\vec{a}; \vec{b})$ .

- A**  $\frac{\sqrt{2}}{5}$ .      **B**  $\frac{\sqrt{3}}{5}$ .      **C**  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .      **D**  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ .

💬 **Lời giải.**

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{(-2) \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 3}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 3^2}} = \frac{\sqrt{2}}{5}.$$

Chọn đáp án **A** ..... □

**CÂU 20.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Chọn đẳng thức **sai**?

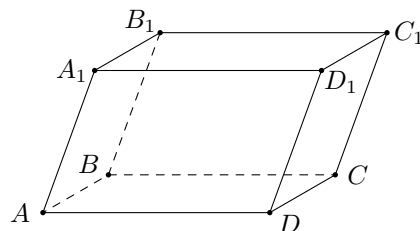
- A**  $\vec{BC} + \vec{BA} = \vec{B_1C_1} + \vec{B_1A_1}$ .      **B**  $\vec{AD} + \vec{D_1C_1} + \vec{D_1A_1} = \vec{DC}$ .
- C**  $\vec{BC} + \vec{BA} + \vec{BB_1} = \vec{BD_1}$ .      **D**  $\vec{BA} + \vec{DD_1} + \vec{BD_1} = \vec{BC}$ .

💬 **Lời giải.**

Ta có

$$\vec{BA} + \vec{DD_1} + \vec{BD_1} = \vec{BA} + \vec{BB_1} + \vec{BD_1} = \vec{BA_1} + \vec{BD_1}.$$

Vậy khẳng định  $\vec{BA} + \vec{DD_1} + \vec{BD_1} = \vec{BC}$  là sai.



Chọn đáp án **D** ..... □

**CÂU 21.** Trong hệ toạ độ  $Oxy$ , cho  $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$  và  $\vec{v} = (2; -1)$ . Tính  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .

- A**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ .      **B**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ .      **C**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ .      **D**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$ .

💬 **Lời giải.**

Từ  $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = (1; 3)$ . Do đó  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \times 2 + 3 \times (-1) = 1$ .

Chọn đáp án **(A)**.....

**CÂU 22.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  trong không gian với các đỉnh  $A, B, C, D, A', B', C', D'$  sao cho  $AB = \vec{u}$ ,  $AD = \vec{v}$ , và  $AA' = \vec{w}$ . Biết rằng  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  đôi một vuông góc với nhau và có độ dài lần lượt là  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{v}| = 3$ , và  $|\vec{w}| = 4$ . Độ dài của đường chéo từ  $A$  đến  $C'$  (góc đối diện với  $A$ ) là

- (A)**  $\sqrt{13}$ . **(B)**  $\sqrt{29}$ . **(C)** 9. **(D)**  $\sqrt{20}$ .

**Lời giải.**

Độ dài của đường chéo từ  $A$  đến  $C'$  được tính bằng công thức khoảng cách trong không gian.

$$|\overrightarrow{AC'}| = \sqrt{|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 + |\vec{w}|^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 9 + 16} = \sqrt{29}.$$

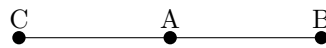
Chọn đáp án **(B)**.....

**CÂU 23.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

- (A)** Nếu  $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$  thì  $B$  là trung điểm của đoạn  $AC$ .  
**(B)** Từ  $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$  ta suy ra  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$ .  
**(C)** Vì  $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AD}$  nên bốn điểm  $A, B, C, D$  cùng thuộc một mặt phẳng.  
**(D)** Từ  $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$  ta suy ra  $\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{CA}$ .

**Lời giải.**

**CÂU A** Sai vì  $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \Rightarrow A$  là trung điểm  $BC$ .



**CÂU B** Sai vì  $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{CB} = -4\overrightarrow{AC}$ .



**CÂU C** Đúng theo định lý về sự đồng phẳng của 3 vectơ

**CÂU D** Sai vì  $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{CA}$  (nhân 2 vế cho  $-1$ )

Chọn đáp án **(C)**.....

**CÂU 24.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3; -1; 1)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm

- (A)**  $M(3; 0; 0)$ . **(B)**  $N(0; -1; 1)$ . **(C)**  $P(0; -1; 0)$ . **(D)**  $Q(0; 0; 1)$ .

**Lời giải.**

Khi chiếu vuông góc một điểm trong không gian lên mặt phẳng  $(Oyz)$ , ta giữ lại các thành phần tung độ và cao độ, còn hoành độ thì bằng 0. Do đó, hình chiếu của  $A(3; -1; 1)$  lên  $(Oyz)$  là điểm  $N(0; -1; 1)$ .

Chọn đáp án **(B)**.....

**CÂU 25.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(a; 0; 0)$ ,  $D(0; 2a; 0)$ ,  $A'(0; 0; 2a)$  với  $a \neq 0$ . Độ dài đoạn thẳng  $AC'$  là

- (A)**  $|a|$ . **(B)**  $2|a|$ . **(C)**  $3|a|$ . **(D)**  $\frac{3}{2}|a|$ .

**Lời giải.**

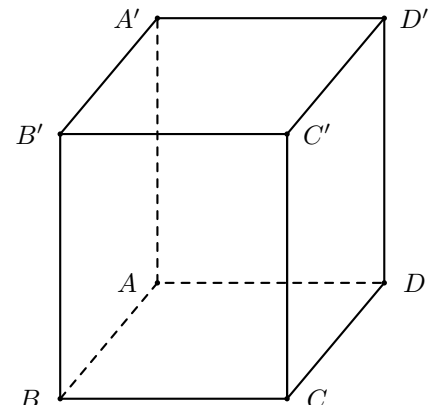
Ta có  $\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$ ;  $\overrightarrow{AD} = (0; 2a; 0)$ ;  $\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 2a)$ .

Theo quy tắc hình hộp ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC'} = (a; 2a; 2a).$$

Suy ra  $AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{a^2 + (2a)^2 + (2a)^2} = 3|a|$ .

Vậy độ dài đoạn thẳng  $AC' = 3|a|$ .



Chọn đáp án **(C)**.....



**CÂU 26.** Cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (1; -2; 3)$  và  $\vec{b} = (-2; 1; 2)$ . Khi đó  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$  bằng

(A) 12.

(B) 2.

(C) 11.

(D) 10.

💬 **Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} + \vec{b} = (-1; -1; 5)$  nên  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = 11$ .

Chọn đáp án (C) ..... □

**CÂU 27.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(a; 0; 0)$ ,  $D(0; 2a; 0)$ ,  $A'(0; 0; 2a)$  với  $a \neq 0$ . Độ dài đoạn thẳng  $AC'$  là

(A)  $|a|$ .

(B)  $2|a|$ .

(C)  $3|a|$ .

(D)  $\frac{3}{2}|a|$ .

💬 **Lời giải.**

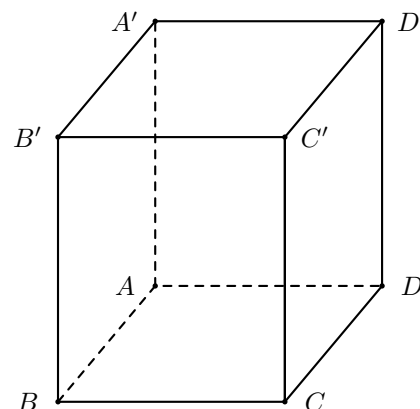
Ta có  $\vec{AB} = (a; 0; 0)$ ;  $\vec{AD} = (0; 2a; 0)$ ;  $\vec{AA'} = (0; 0; 2a)$ .

Theo quy tắc hình hộp ta có

$$\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'} \Leftrightarrow \vec{AC'} = (a; 2a; 2a).$$

Suy ra  $AC = |\vec{AC}| = \sqrt{a^2 + (2a)^2 + (2a)^2} = 3|a|$ .

Vậy độ dài đoạn thẳng  $AC' = 3|a|$ .



Chọn đáp án (C) ..... □

**CÂU 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -2; 1)$ ,  $B(0; 1; 2)$ . Tọa độ điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho ba điểm  $A$ ,  $B$ ,  $M$  thẳng hàng là

(A)  $M(4; -5; 0)$ .

(B)  $M(2; -3; 0)$ .

(C)  $M(0; 0; 1)$ .

(D)  $M(4; 5; 0)$ .

💬 **Lời giải.**

Ta có  $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0)$ ,  $\vec{AB} = (-2; 3; 1)$ ;  $\vec{AM} = (x - 2; y + 2; -1)$ .

Để  $A$ ,  $B$ ,  $M$  thẳng hàng thì  $\vec{AB}$  và  $\vec{AM}$  cùng phương.

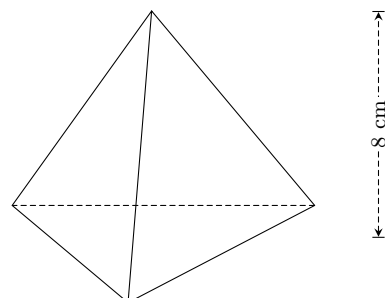
$$\text{Khi đó } \frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{3} = \frac{-1}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -5. \end{cases}$$

Vậy  $M(4; -5; 0)$ .

Chọn đáp án (A) ..... □

**CÂU 29.**

Tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó. Biết chiều cao của khối rubik là 8 cm. (tham khảo hình vẽ bên)



(A) 4 cm.

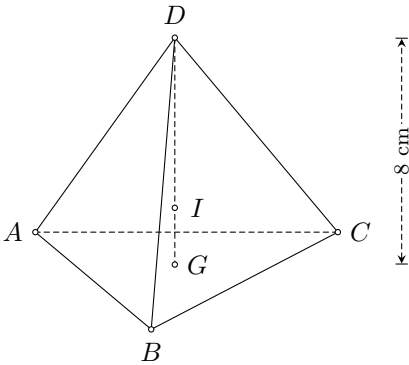
(B) 3 cm .

(C) 1 cm .

(D) 2 cm.

💬 **Lời giải.**

Gọi  $G$  và  $I$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và trọng tâm của khối rubik.  
Khi đó  $IG = d(I, (ABC))$ .  
Ta có  $\overrightarrow{DI} = 3\overrightarrow{IG} \Leftrightarrow \overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DI}$ .  
Do đó  $IG = \left| \overrightarrow{IG} \right| = \frac{1}{3} \left| \overrightarrow{DI} \right| = \frac{DG}{3} = 2$ .



Chọn đáp án **(D)**.....

**CÂU 30.** Cho bảng số liệu bên dưới. Hãy tính các tứ phân vị  $Q_1, Q_2, Q_3$

Nhóm	[46; 49)	[49; 52)	[52; 55)	[55; 58)	[58; 61)
Tần số	18	2	13	1	6

- (A)**  $Q_1 = 94; Q_2 = 55; Q_3 = 22$ .
- (B)**  $Q_1 = 61; Q_2 = 33; Q_3 = 22$ .
- (C)**  $Q_1 = 47,67; Q_2 = 52; Q_3 = 54,31$ .
- (D)**  $Q_1 = -39; Q_2 = -11; Q_3 = 22$ .

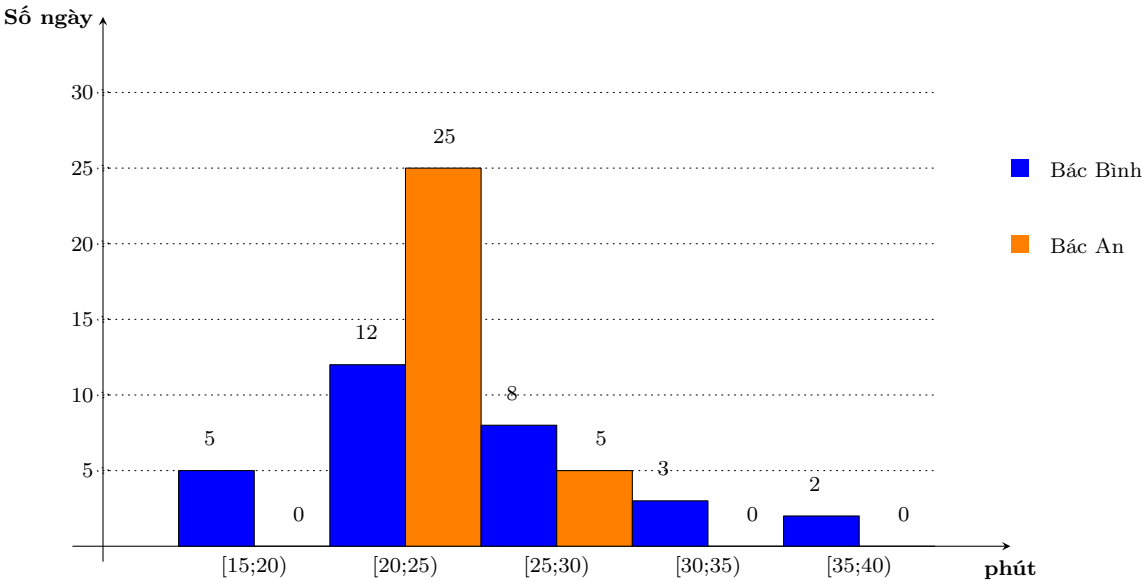
**Lời giải.**

Áp dụng công thức tính tứ phân vị ta có

$Q_1 = 47,67; Q_2 = 52; Q_3 = 54,31$ .

Chọn đáp án **(C)**.....

**CÂU 31.** Biểu đồ dưới đây thống kê thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 9/2022 của bác Bình và bác An.



Khoảng biến thiên biểu thị thời gian tập thể dục của bác An là  
**(A)** 10 phút. **(B)** 15 phút. **(C)** 20 phút. **(D)** 25 phút.

**Lời giải.**

Khoảng biến thiên của bác An là  $R = 30 - 20 = 10$  phút.

Chọn đáp án **(A)**.....

**CÂU 32.** Đo cân nặng của 1 lớp gồm 40 học sinh lớp 12B ta được bảng số liệu sau

Khối lượng (kg)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)	[70; 75)	[75; 80)
Số học sinh	4	13	7	5	6	2	1	2

Tìm khoảng tứ phân vị của dãy số liệu trên.  
**(A)** 15,5. **(B)** 13,5. **(C)** 15,3. **(D)** 13,3.

**Lời giải.**

Ta có

$$Q_1 = 45 + \frac{\frac{40}{4} - 4}{13} \cdot 5 \approx 47,3.$$

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - 29}{6} \cdot 5 \approx 60,8.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là  $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 60,8 - 47,3 = 13,5$ .

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 33.** Số lượng học sinh trên lớp đăng ký tham gia hoạt động Hoa phượng đỏ ở một trường THPT trên địa bàn TP.HCM được cho ở bảng sau:

Điểm số	[6; 10)	[11; 15)	[16; 20)	[21; 25)
Số học sinh	4	8	2	6

Giá trị nào sau đây là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu trên

**A** 38.

**B** 9.

**C** 15.

**D** 10.

💬 **Lời giải.**

Vì số học sinh là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng số liệu sau

Điểm số	[5,5; 10,5)	[10,5; 15,5)	[15,5; 20,5)	[20,5; 25,5)
Số học sinh	4	8	2	6

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{20}$  lần lượt là số điểm ghi được ở mỗi trận đấu xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là  $\frac{1}{2}(x_5 + x_6)$ .

Do  $x_5, x_6 \in [10,5; 15,5)$  nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là

$$Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{20}{4} - 4}{8} \cdot (15,5 - 10,5) = \frac{89}{8} = 11,125.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$ .

Do  $x_{15}, x_{16} \in [20,5; 25,5)$  nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là

$$Q_3 = 20,5 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - 14}{6} \cdot (25,5 - 20,5) = \frac{64}{3} \approx 21,3.$$

Khoảng tứ phân vị là  $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{64}{3} - \frac{89}{8} = \frac{245}{24} \approx 10,21$ .

Suy ra  $[Q_1 - 1,5\Delta Q; Q_3 + 1,5\Delta Q] \approx [-4,1875; 36,65]$ .

Vậy giá trị ngoại lệ là 38.

Chọn đáp án (A) ..... □

**CÂU 34.** Mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn thì

**A** phương sai và độ lệch chuẩn lớn hơn 1.

**B** phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn.

**C** phương sai và độ lệch chuẩn bằng nhau.

**D** độ lệch chuẩn bé hơn 0.

💬 **Lời giải.**

Mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn thì phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn.

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 35.** Bảng dưới đây thống kê cân nặng của 45 học sinh lớp 10 của một trường Trung học phổ thông:

Cân nặng (kg)	Số học sinh	Giá trị đại diện
[40; 44)	8	42
[44; 48)	12	46
[48; 52)	8	50
[52; 56)	10	54
[56; 60)	7	58
	$n = 45$	

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

A

1,15.

B

5,39.

C

2,15.

D

3,25.

🗨️ **Lời giải.**

Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\overline{x} = \frac{8 \cdot 42 + 12 \cdot 46 + 8 \cdot 50 + 10 \cdot 54 + 7 \cdot 58}{45} = \frac{2234}{45}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{1}{45} (8 \cdot 42^2 + 12 \cdot 46^2 + 8 \cdot 50^2 + 10 \cdot 54^2 + 7 \cdot 58^2) - \left(\frac{2234}{45}\right)^2 = \frac{58784}{2025} \approx 29,03.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $s = \sqrt{\frac{58784}{2025}} \approx 5,39.$

Chọn đáp án 

B

..... □

**Phần II. Câu hỏi tự luận.**

**BÀI 1.** Thống kê doanh thu (đơn vị: triệu đô la) của 20 công ty sản xuất ô tô trong năm 2023, người ta có bảng sau

Doanh thu	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100]
Số công ty	5	5	6	2	2

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

🗨️ **Lời giải.**

☑️ Chọn giá trị đại diện cho mẫu số liệu, ta có

Doanh thu	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100]
Giá trị đại diện	10	30	50	70	90
Số công ty	5	5	6	2	2

☑️ Điểm trung bình là

$$\overline{x} = \frac{5 \cdot 10 + 5 \cdot 30 + 6 \cdot 50 + 2 \cdot 70 + 2 \cdot 90}{20} = 41.$$

☑️ Phương sai là

$$S^2 = \frac{1}{20} [5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 30^2 + 6 \cdot 50^2 + 2 \cdot 70^2 + 2 \cdot 90^2] - 41^2 = 619.$$

☑️ Độ lệch chuẩn:  $S = \sqrt{619} \approx 24,9.$

**BÀI 2.** Một chất điểm chuyển động theo quy luật  $s(t) = -t^3 + 2t^2 - t$ , với  $t$  (đơn vị: giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và  $s$  (đơn vị: mét) là quãng đường chất điểm di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Trong khoảng thời gian 2 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, chất điểm đạt được vận tốc lớn nhất là bao nhiêu?

🗨️ **Lời giải.**

Ta có  $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 4t - 1$ , suy ra  $v'(t) = -6t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} < 2$ .

Ta có bảng biến thiên

$t$	0	$\frac{2}{3}$	2
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$	<div><div></div><div><math>\nearrow</math> <math>\frac{1}{3}</math> <math>\searrow</math></div><div></div></div>		

Dựa vào bảng biến thiên, vận tốc đạt giá trị lớn nhất là  $\frac{1}{3}$  khi  $t = \frac{2}{3}$ .

**BÀI 3.** Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150 m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50 m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180 m về phía bắc và 240 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60 m. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  là vị trí người điều khiển, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  có hướng trùng

với hướng nam, trục  $Oy$  có hướng trùng với hướng đông, trục  $Oz$  vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

💡 **Lời giải.**

Flycam I ở toạ độ  $A(150; 200; 50)$ .

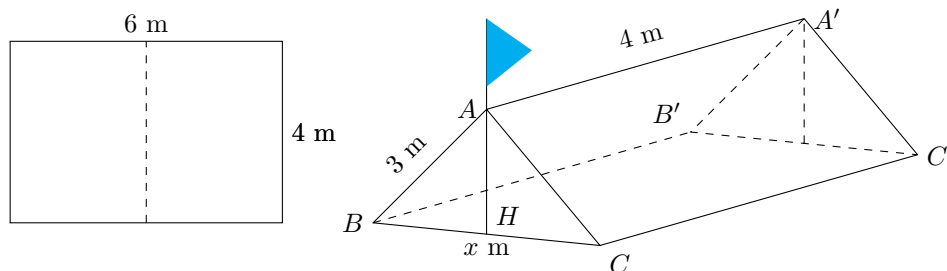
Flycam II ở toạ độ  $B(-180; -240; 60)$ .

Khoảng cách giữa hai flycam bằng đoạn  $AB$ .

Công thức tính khoảng cách đoạn thẳng.  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

Khoảng cách bằng  $AB = \sqrt{(-180 - 150)^2 + (-240 - 200)^2 + (60 - 50)^2} = \sqrt{302600} \approx 550$  m.

**BÀI 4.** Trong đợt chào mừng kỉ niệm ngày 26 tháng 3, trường X có tổ chức cho các lớp bày các gian hàng tại sân trường. Để có thể che nắng, chứa đồ đạc trong quá trình tham gia hoạt động, một lớp đã nghĩ ra ý tưởng như sau: Dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều rộng là 4 m và chiều dài là 6 m, bằng cách gấp đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều dài của tấm bạt, hai mép chiều rộng còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau  $x$  (m). Tìm giá trị của  $x$  để khoảng không gian phía trong lều là lớn nhất.



💡 **Lời giải.**

Theo đề bài, ta có  $0 < x < 6$ .

Gọi tên như hình vẽ với  $AH \perp BC$ , suy ra  $H$  là trung điểm của  $BC$  nên  $BH = \frac{BC}{2} = \frac{x}{2}$ .

Xét tam giác  $AHB$  vuông tại  $B$ , theo định lý

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{3^2 - \frac{x^2}{4}} = \frac{\sqrt{36 - x^2}}{2}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} AH \cdot BC \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{36 - x^2}}{2} \cdot x \cdot 4 = x\sqrt{36 - x^2}.$$

$$V' = \sqrt{36 - x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{36 - x^2}} = \sqrt{36 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{36 - x^2}} = \frac{36 - 2x^2}{\sqrt{36 - x^2}}.$$

$$V' = 0 \Leftrightarrow 36 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{2} \text{ hoặc } x = -3\sqrt{2} \text{ (loại)}.$$

Bảng biến thiên:

$x$	0	$3\sqrt{2}$	6
$V'(x)$	+	0	-
$V(x)$	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <span>0</span> <span style="text-align: center;">18</span> <span>0</span> </div>		

Dựa vào bảng biến thiên,  $x = 3\sqrt{2}$  (m) thì khoảng không gian phía trong lều là lớn nhất.

# MỤC LỤC

<b>LỜI GIẢI CHI TIẾT</b>	<b>1</b>
Đề 1: ÔN TẬP KTCK1 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	1
Đề 2: ÔN TẬP KTCK1 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	13
Đề 3: ÔN TẬP KTCK1 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	25
Đề 4: ÔN TẬP KTCK1 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	38
Đề 5: ÔN TẬP KTCK1 — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	50

