



## QUICK NOTE

☉ Trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là  $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ .

☉ Trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  có tọa độ là  $\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$ .

### 3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

⚡ ĐỊNH NGHĨA 0.2. Cho  $\vec{a} = (a_1; a_2)$ ,  $\vec{b} = (b_1; b_2)$ . Khi đó tích vô hướng của hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được tính theo công thức sau  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$ .



☉ Hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  vuông góc với nhau khi và chỉ khi  $a_1b_1 + a_2b_2 = 0$ .

☉ Bình phương vô hướng của  $\vec{a}(a_1; a_2)$  là  $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2$ .

☉ Nếu  $\vec{a} \neq \vec{0}$  và  $\vec{b} \neq \vec{0}$  thì  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$ .

## B. CÁC VÍ DỤ

**VÍ DỤ 1.** Viết tọa độ các véc-tơ sau  $\vec{a} = 3\vec{i} + 7\vec{j}$ ;  $\vec{b} = \sqrt{2}\vec{i} - 3\vec{j}$ ;  $\vec{c} = \frac{3}{4}\vec{i}$ ;  $\vec{d} = \pi\vec{j}$ .

**VÍ DỤ 2.** Viết véc-tơ  $\vec{u}$  dưới dạng  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$  khi biết tọa độ của  $\vec{u}$  là  $(5; 3)$ ,  $(2; -1)$ ,  $(4; 0)$ ,  $(0; -\sqrt{3})$ ,  $(0; 0)$ .

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{u} = (1; 2)$ ,  $\vec{v} = (-3; 4)$ ,  $\vec{a} = (4; 8)$

a) Hãy biểu thị mỗi véc-tơ  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}$  theo các véc-tơ  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ .

b) Tìm tọa độ  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $2\vec{u}$ .

c) Tìm mối liên hệ giữa véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{u}$ .

**VÍ DỤ 4.** Cho  $\vec{u} = (2; -1)$ ,  $\vec{v} = (4; 5)$ . Tính tọa độ các véc-tơ  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{u} - \vec{v}$ ,  $3\vec{u}$ ,  $5\vec{u} - 4\vec{v}$ .

**VÍ DỤ 5.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-5; 6)$ ,  $B(-4; -1)$ ,  $C(4; 3)$ .

a) Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AC$ .

b) Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.

**VÍ DỤ 6.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; -1)$ ,  $B(0; 3)$  và  $G\left(\frac{1}{3}; 3\right)$  là trọng tâm. Tìm tọa độ điểm  $C$ .

**VÍ DỤ 7.** Cho  $\vec{a} = (1; 2)$ ,  $\vec{b} = (3; -1)$ . Hãy phân tích véc-tơ  $\vec{c} = (-1; 5)$  theo hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

**VÍ DỤ 8.** Cho ba điểm  $A(1; -1)$ ,  $B(3; 5)$ ,  $C(2; 2)$ .

a) Chứng minh rằng ba điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$  thẳng hàng.

b) Tìm tọa độ điểm  $D$  trên  $Ox$  sao cho  $A$ ,  $B$ ,  $D$  thẳng hàng.

**VÍ DỤ 9.** Cho  $A(1; 2)$ ,  $B(-2; 1)$ ,  $C(2; -1)$ .

a) Chứng minh tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .

b) Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

**VÍ DỤ 10.** Cho các véc-tơ  $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j}$ . Tìm góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

**VÍ DỤ 11.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(1; 3)$  và  $B(3; -1)$ . Tính góc giữa đường thẳng  $OA$  và  $AB$ .

**VÍ DỤ 12.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(2; 4)$ ,  $B(2; -2)$ ,  $C(-4; 1)$ . Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

## C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

**BÀI 1.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho các véc-tơ  $\vec{a} = (3; 1)$ ,  $\vec{b} = (-1; 2)$ . Tính  $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ .

**BÀI 2.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho các véc-tơ  $\vec{a} = (2; -1)$ ,  $\vec{b} = (0; 4)$  và  $\vec{c} = (3; 3)$ . Tìm hai số thực  $m, n$  sao cho  $\vec{c} = m\vec{a} - n\vec{b}$ .

**BÀI 3.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(-2; 3)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(-1; -4)$ .

- Tìm tọa độ điểm  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tính chu vi tam giác  $ABC$ .
- Tìm tọa độ điểm  $K$  thuộc đoạn thẳng  $BC$  sao cho  $2KB = 3KC$ .

**BÀI 4.** Trong mặt phẳng hệ tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(-1; 3)$ ,  $B(-4; -5)$  và  $C(1; -2)$ .

- Chứng tỏ  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác và tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .
- Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .
- Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc trục hoành sao cho  $|2\vec{MA} + \vec{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**BÀI 5.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho ba điểm  $A(3; 4)$ ,  $B(2; 1)$ ,  $C(6; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $N$  thỏa mãn  $2\vec{NB} + \vec{NC} - \vec{NA} = \vec{0}$ .

**BÀI 6.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $M(-1; 1)$ ,  $N(1; 3)$ ,  $P(-2; 5)$ . Tìm tọa độ điểm  $E$  biết  $\vec{PE} = 2\vec{MN}$ .

**BÀI 7.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; 1)$ ,  $B(2; 3)$ ,  $C(5; -1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABDC$  là hình bình hành.

**BÀI 8.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $M(3; -1)$ ,  $N(1; 2)$  và  $P(2; -4)$ .

- Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $MNP$  và tọa độ điểm  $Q$  sao cho tứ giác  $MNGQ$  là hình bình hành.
- Tam giác  $ABC$  nhận các điểm  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CA$ . Tìm tọa độ các điểm  $A, B, C$ .

**BÀI 9.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(-3; 5)$ ,  $B(-4; -3)$ ,  $C(1; 1)$ .

- Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.
- Tìm tọa độ điểm  $K$  thuộc trục hoành sao cho  $KA + KB$  nhỏ nhất.

**BÀI 10.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tính góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  trong mỗi trường hợp sau:

- $\vec{a} = (4; 3)$ ,  $\vec{b} = (1; 7)$ ;
- $\vec{a} = (2; 5)$ ,  $\vec{b} = (3; -7)$ ;
- $\vec{a} = (6; -8)$ ,  $\vec{b} = (12; 9)$ ;
- $\vec{a} = (2; -6)$ ,  $\vec{b} = (-3; 9)$ .

**BÀI 11.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$  và  $\vec{v} = (k; -4)$ . Tìm  $k$  để  $\vec{u}$  vuông góc với  $\vec{v}$ .

**BÀI 12.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba véc-tơ  $\vec{u} = (4; 1)$ ,  $\vec{v} = (1; 4)$  và  $\vec{a} = \vec{u} + m \cdot \vec{v}$  với  $m \in \mathbb{R}$ . Tìm  $m$  để  $\vec{a}$  vuông góc với trục hoành.

**BÀI 13.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(-2; 4)$  và  $B(8; 4)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  thuộc trục hoành sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ .

## D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**CÂU 1.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , biết  $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ . Khi đó  $\vec{u}$  có tọa độ là

- (A)  $(2; -1)$ . (B)  $(2; 1)$ . (C)  $(1; 2)$ . (D)  $(1; -2)$ .

**CÂU 2.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tọa độ của  $\vec{i}$  là bao nhiêu?

- (A)  $\vec{i} = (0; 1)$ . (B)  $\vec{i} = (-1; 0)$ . (C)  $\vec{i} = (0; 0)$ . (D)  $\vec{i} = (1; 0)$ .

### QUICK NOTE

## QUICK NOTE

**CÂU 3.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $A(1; 3)$ ,  $B(2; -5)$ . Tìm tọa độ của véc-tơ  $\overrightarrow{AB}$ .

- (A)  $\overrightarrow{AB} = (2; -15)$ . (B)  $\overrightarrow{AB} = (3; -2)$ . (C)  $\overrightarrow{AB} = (-1; 8)$ . (D)  $\overrightarrow{AB} = (1; -8)$ .

**CÂU 4.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(1; 3)$ ,  $B(2; -3)$ ,  $C(-2; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn  $5\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = 4\overrightarrow{MC}$ .

- (A)  $M(3; 17)$ . (B)  $M(-3; -17)$ . (C)  $M(-9; -17)$ . (D)  $M(9; 17)$ .

**CÂU 5.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$ , biết  $B(9; 7)$ ,  $C(11; -1)$  và  $M(1; 2)$  là trung điểm của  $AB$ . Tìm tọa độ trung điểm  $N$  của  $AC$ .

- (A)  $N(2; -2)$ . (B)  $N(-2; 8)$ . (C)  $N(-2; 2)$ . (D)  $N(2; -8)$ .

**CÂU 6.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(0; 3)$ ,  $B(4; 2)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  thỏa mãn  $\overrightarrow{OD} - 2\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$ .

- (A)  $(-8; 2)$ . (B)  $(2; \frac{5}{2})$ . (C)  $(-3; 3)$ . (D)  $(8; -2)$ .

**CÂU 7.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $A(2; 3)$ ,  $B(2; -5)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Véc-tơ  $\overrightarrow{AI}$  có tọa độ là

- (A)  $(1; -3)$ . (B)  $(0; 5)$ . (C)  $(0; -2)$ . (D)  $(0; -4)$ .

**CÂU 8.** Cho  $A(1; 2)$  và  $I(3; 4)$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Tọa độ của đỉnh  $B$  là

- (A)  $(6; 5)$ . (B)  $(3; 2)$ . (C)  $(2; 3)$ . (D)  $(5; 6)$ .

**CÂU 9.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(-4; 1)$ ,  $B(2; 4)$ ,  $G(2; -2)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  sao cho  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

- (A)  $C(8; -11)$ . (B)  $C(8; 11)$ . (C)  $C(-8; -11)$ . (D)  $C(12; 11)$ .

**CÂU 10.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $B(-2; 3)$  và  $C(3; -2)$ . Điểm  $I(a; b)$  thuộc  $BC$  sao cho với mọi điểm  $M$  không nằm trên đường thẳng  $BC$  thì  $\overrightarrow{MI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{MB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{MC}$ . Tính  $S = a^2 + b^2$ .

- (A) 1. (B) 0. (C) 4. (D) 5.

**CÂU 11.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (3; -1)$  và  $\vec{b} = (3; 4)$ . Tính tọa độ véc-tơ  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ .

- (A)  $\vec{c} = (3; 3)$ . (B)  $\vec{c} = (2; 7)$ . (C)  $\vec{c} = (2; 1)$ . (D)  $\vec{c} = (6; 3)$ .

**CÂU 12.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; -2)$ ,  $B(0; -1)$ ,  $C(3; 0)$ . Tìm tọa độ điểm  $G$  sao cho với điểm  $M$  bất kì ta luôn có  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ .

- (A)  $G(\frac{4}{3}; -2)$ . (B)  $G(\frac{5}{3}; -1)$ . (C)  $G(\frac{7}{3}; -2)$ . (D)  $G(\frac{4}{3}; -1)$ .

**CÂU 13.** Cho ba điểm  $A(2; 5)$ ,  $B(1; 1)$ ,  $C(3; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $E$  sao cho  $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ .

- (A)  $E(-2; -3)$ . (B)  $E(3; -3)$ . (C)  $E(-3; 3)$ . (D)  $E(-3; -3)$ .

**CÂU 14.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $MNP$  có  $M(1; -1)$ ,  $N(5; -3)$  và  $P$  thuộc trục  $Oy$ , trọng tâm  $G$  của tam giác  $MNP$  nằm trên trục  $Ox$ . Tìm tọa độ của điểm  $P$ .

- (A)  $P(0; 2)$ . (B)  $P(0; 10)$ . (C)  $P(0; 4)$ . (D)  $P(2; 0)$ .

**CÂU 15.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tìm tọa độ điểm  $M$  trên trục hoành sao cho  $A, B, M$  thẳng hàng với  $A(2; -3)$  và  $B(3; 4)$ .

- (A)  $(1; 0)$ . (B)  $(\frac{17}{7}; 0)$ . (C)  $(-\frac{5}{3}; 0)$ . (D)  $(4; 0)$ .

**CÂU 16.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (-1; 2)$  và  $\vec{b} = (0; -2)$ . Xác định tọa độ của  $\vec{a} + \vec{b}$ .

- (A)  $(-1; 0)$ . (B)  $(2; 1)$ . (C)  $(-1; 4)$ . (D)  $(0; -4)$ .

**CÂU 17.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2; -4)$  và  $B(-4; 2)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là

- (A)  $I(-2; -2)$ . (B)  $I(-1; -1)$ . (C)  $I(2; 2)$ . (D)  $I(1; 1)$ .

**CÂU 18.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; 3)$ ,  $B(4; 2)$ ,  $C(-2; 0)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

- (A)  $G(5; 5)$ . (B)  $G(\frac{3}{2}; \frac{5}{2})$ . (C)  $G(1; \frac{5}{3})$ . (D)  $G(1; \frac{1}{3})$ .

**CÂU 19.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(1; 2)$  và  $B(3; 7)$ . Tọa độ của  $\overrightarrow{AB}$  là

- (A)  $(2; -1)$ . (B)  $(2; 1)$ . (C)  $(4; -3)$ . (D)  $(2; 5)$ .

**CÂU 20.** Trong mặt phẳng với  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(1; 3)$ ,  $B(-1; 2)$ ,  $C(-2; 1)$ . Tọa độ của véc-tơ  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$  là

- (A)  $(-5; -3)$ . (B)  $(1; 1)$ . (C)  $(-1; 2)$ . (D)  $(4; 0)$ .

**CÂU 21.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$ . Biết  $A(1; -1)$ ,  $B(5; -3)$  và  $C \in Oy$ , trọng tâm  $G \in Ox$ . Tọa độ điểm  $C$  là

- (A)  $(0; 2)$ . (B)  $(2; 0)$ . (C)  $(0; -4)$ . (D)  $(0; 4)$ .

**CÂU 22.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các véc-tơ  $\overrightarrow{OA} = (1; 2)$  và  $\overrightarrow{OB} = (2; 1)$ , biết  $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$ . Khi đó độ dài véc-tơ  $\overrightarrow{OM}$  là

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

**CÂU 23.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các véc-tơ  $\vec{a} = (-2; 1)$ ,  $\vec{b} = (1; -3)$  và  $\vec{c} = (0; 2)$ . Tính tọa độ của véc-tơ  $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

- (A)  $\vec{u} = (-1; 6)$ . (B)  $\vec{u} = (3; 0)$ . (C)  $\vec{u} = (-1; 0)$ . (D)  $\vec{u} = (3; 6)$ .

**CÂU 24.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $I(-3; 2)$ ,  $J(-1; 3)$ ,  $K(4; -3)$ . Tìm tọa độ điểm  $L$  để tứ giác  $IJKL$  là hình bình hành.

- (A)  $L(2; -4)$ . (B)  $L(0; 2)$ . (C)  $L(6; -2)$ . (D)  $L(-8; 8)$ .

**CÂU 25.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G(0; 7)$ ,  $A(-1; 4)$ ,  $B(2; 5)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C$ .

- (A)  $(1; 12)$ . (B)  $(-1; 12)$ . (C)  $(3; 1)$ . (D)  $(2; 12)$ .

**CÂU 26.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (m; 3)$  và  $\vec{b} = (2; -1)$ . Tìm các giá trị của  $m$  để hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.

- (A)  $m = -6$ . (B)  $m = 12$ . (C)  $m = \frac{3}{4}$ . (D)  $m = \frac{1}{4}$ .

**CÂU 27.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(3; 4)$ ,  $B(4; 1)$ ,  $C(2; -3)$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

- (A)  $\left(3; \frac{2}{3}\right)$ . (B)  $(7; 2)$ . (C)  $(9; 2)$ . (D)  $(-1; 1)$ .

**CÂU 28.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $E(3; -2)$ ,  $F(-1; -3)$ . Tìm tọa độ điểm  $G$  thuộc trục hoành sao cho  $G$  thuộc đường thẳng  $EF$ .

- (A)  $G\left(-\frac{11}{5}; 0\right)$ . (B)  $G(11; 0)$ . (C)  $G\left(0; -\frac{11}{4}\right)$ . (D)  $G\left(0; -\frac{11}{2}\right)$ .

**CÂU 29.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$  biết  $A(1; -5)$ ,  $B(2; 3)$ ,  $C(-3; 3)$ . Tọa độ tâm  $I$  của hình bình hành là

- (A)  $(1; 1)$ . (B)  $(-1; 1)$ . (C)  $(1; -1)$ . (D)  $(-1; -1)$ .

**CÂU 30.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; 3)$ ,  $I(1; -2)$ . Xác định tọa độ điểm  $B$  để  $I$  là trung điểm của  $AB$ .

- (A)  $(0; -7)$ . (B)  $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ . (C)  $(1; 2)$ . (D)  $(-2; 1)$ .

**CÂU 31.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $\triangle ABC$  có  $M(1; 0)$ ,  $N(2; 2)$ ,  $P(-1; 3)$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$ . Tọa độ của đỉnh  $A$  là

- (A)  $(4; -1)$ . (B)  $(0; 1)$ . (C)  $(0; 5)$ . (D)  $(-2; 1)$ .

**CÂU 32.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(1; -2)$ ,  $B(0; 4)$ ,  $C(4; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thỏa  $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$ .

- (A)  $(7; 27)$ . (B)  $(11; 30)$ . (C)  $(-7; 0)$ . (D)  $(15; 6)$ .

**CÂU 33.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tọa độ điểm  $N$  trên cạnh  $BC$  của tam giác  $ABC$  có  $A(1; -2)$ ,  $B(2; 3)$ ,  $C(-1; -2)$  sao cho  $S_{ABN} = 3S_{ANC}$  là

- (A)  $N\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$ . (B)  $N\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$ . (C)  $N\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ . (D)  $N\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .

**CÂU 34.** Cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (3; 2)$ ,  $\vec{b} = (-2; 4)$ . Hãy chọn khẳng định đúng.

- (A)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ . (B)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-6; 8)$ . (C)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -14$ . (D)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ .

QUICK NOTE

## QUICK NOTE

**CÂU 35.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$  và  $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$ . Tính tích vô hướng  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

- (A)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -30$ . (B)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ . (C)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$ . (D)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 43$ .

**CÂU 36.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (1; 2)$ ,  $\vec{b} = (4; 3)$  và  $\vec{c} = (2; 3)$ . Giá trị của biểu thức  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$  bằng bao nhiêu?

- (A) 18. (B) 0. (C) 28. (D) 2.

**CÂU 37.** Cho  $A(1; 2)$ ,  $B(-1; 1)$  và  $C(5; -1)$ . Tính  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .

- (A) 7. (B) 5. (C) -7. (D) -5.

**CÂU 38.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(3; -1)$  và  $B(2; 10)$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB}$ .

- (A)  $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -4$ . (B)  $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ . (C)  $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$ . (D)  $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 16$ .

**CÂU 39.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (-2; -1)$  và  $\vec{b} = (4; -3)$ . Tính cosin của góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

- (A)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ . (B)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .  
(C)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . (D)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$ .

**CÂU 40.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (2; 5)$  và  $\vec{b} = (3; -7)$ . Tính  $(\vec{a}, \vec{b})$ .

- (A)  $90^\circ$ . (B)  $120^\circ$ . (C)  $135^\circ$ . (D)  $45^\circ$ .

**CÂU 41.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (-2; 3)$  và  $\vec{b} = (4; 1)$ . Tìm véc-tơ  $\vec{d}$  biết  $\vec{a} \cdot \vec{d} = 4$  và  $\vec{b} \cdot \vec{d} = -2$ .

- (A)  $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$ . (B)  $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$ .  
(C)  $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$ . (D)  $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$ .

**CÂU 42.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1; -1)$ ,  $B(3; 1)$ ,  $C(6; 0)$ . Tính  $\cos \widehat{B}$ .

- (A)  $\cos \widehat{B} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ . (B)  $\cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . (C)  $\cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . (D)  $\cos \widehat{B} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**CÂU 43.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; -1)$ ,  $B(4; 2)$  và  $C(4; -2)$ . Hỏi góc  $\widehat{ABC}$  có số đo độ bằng bao nhiêu?

- (A)  $30^\circ$ . (B)  $45^\circ$ . (C)  $60^\circ$ . (D)  $90^\circ$ .

**CÂU 44.** Cho  $\vec{u} = (1; -2)$ ,  $\vec{v} = (-2; 1)$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- (A)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$ . (B)  $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ . (C)  $|\vec{u}| = \sqrt{5}$ . (D)  $\vec{u} \perp \vec{v}$ .

**CÂU 45.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(2; 1)$ ,  $B(2; -3)$  và  $C(3; 2)$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- (A) Tam giác  $ABC$  là tam giác nhọn. (B) Tam giác  $ABC$  là tam giác đều.  
(C) Tam giác  $ABC$  là tam giác tù. (D) Tam giác  $ABC$  là tam giác vuông.

**CÂU 46.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho bốn điểm  $A(-8; 0)$ ,  $B(0; 4)$ ,  $C(2; 0)$  và  $D(-3; -5)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hai góc  $\widehat{BAD}$  và  $\widehat{BCD}$  phụ nhau. (B) Góc  $\widehat{BCD}$  là góc nhọn.  
(C)  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})$ . (D) Hai góc  $\widehat{BAD}$  và  $\widehat{BCD}$  bù nhau.

**CÂU 47.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 4$  và  $AD = 3$ . Khi đó  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$  bằng

- (A) 0. (B) 12. (C) 5. (D) -1.

**CÂU 48.** Cặp véc-tơ nào sau đây vuông góc với nhau?

- (A)  $\vec{a}_1 = (-4; -6)$  và  $\vec{a}_2 = (3; 2)$ . (B)  $\vec{b}_1 = (3; -4)$  và  $\vec{b}_2 = (-3; 4)$ .  
(C)  $\vec{c}_1 = (-4; -6)$  và  $\vec{c}_2 = (-3; 2)$ . (D)  $\vec{d}_1 = (5; -3)$  và  $\vec{d}_2 = (3; -5)$ .

**CÂU 49.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-4; 1)$ ,  $B(2; 4)$ ,  $C(2; -2)$ . Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

- (A)  $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ . (B)  $H(2; 4)$ . (C)  $H\left(\frac{1}{3}; 3\right)$ . (D)  $H(1; 3)$ .

**QUICK NOTE**

**CÂU 50.** Trong mặt phẳng tọa độ  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , cho  $\vec{a} = (-1; 2)$ ,  $\vec{b} = (3; -5)$ . Tìm số thực  $m$  sao cho  $m\vec{a} + \vec{b}$  vuông góc với  $\vec{i} + \vec{j}$ .

- (A)  $m = -2$ . (B)  $m = 2$ . (C)  $m = 3$ . (D)  $m = \frac{5}{2}$ .

**CÂU 51.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-3; -2)$ ,  $B(5; 2)$  và trực tâm  $H(5; 0)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C$ .

- (A)  $C(6; -2)$ . (B)  $C(4; -2)$ . (C)  $C(5; -2)$ . (D)  $C(4; -1)$ .

**CÂU 52.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-3; 0)$ ,  $B(3; 0)$  và  $C(2; 6)$ . Gọi  $H(a; b)$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Tính  $a + 6b$ .

- (A)  $a + 6b = 5$ . (B)  $a + 6b = 6$ . (C)  $a + 6b = 7$ . (D)  $a + 6b = 8$ .

**CÂU 53.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(1; 3)$ ,  $B(-6; 2)$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OAB$  (với  $O$  là gốc tọa độ) là

- (A) 6. (B) 5. (C)  $\sqrt{50}$ . (D)  $\frac{\sqrt{50}}{2}$ .

**CÂU 54.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho  $\vec{a} = (4; -8)$ . Véc-tơ nào sau đây không vuông góc với  $\vec{a}$

- (A)  $\vec{b} = (-1; 2)$ . (B)  $\vec{b} = (-2; -1)$ . (C)  $\vec{b} = (2; 1)$ . (D)  $\vec{b} = (4; 2)$ .

**CÂU 55.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $M(1; 2)$ ,  $N(3; 4)$ . Tìm tọa độ điểm  $P$  trên trục  $Ox$  sao cho tam giác  $MNP$  vuông tại  $M$ ?

- (A)  $P(0; 3)$ . (B)  $P(-1; 0)$ . (C)  $P(3; 0)$ . (D)  $P(0; -1)$ .

**CÂU 56.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho véc-tơ  $\vec{u} = (2; -4)$  và  $\vec{v} = (x; 3)$ . Tìm giá trị của  $x$  để  $\vec{u} \perp \vec{v}$ .

- (A) 6. (B) -2. (C) 0. (D) -1.

**CÂU 57.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1; 1)$ ,  $B(1; 3)$  và  $C(1; -1)$ . Hãy chọn phát biểu đúng.

- (A) Tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ . (B) Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ .  
(C) Tam giác  $ABC$  có ba góc đều nhọn. (D) Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ .

**CÂU 58.** Cho hai điểm  $A(-6; 3)$ ,  $B(4; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  thuộc tia  $Oy$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ .

- (A)  $(0; 7)$ . (B)  $(7; 0)$ . (C)  $(0; -3)$ . (D)  $(0; -3)$  và  $(0; 7)$ .

**CÂU 59.** Tìm  $m$  để hai véc-tơ  $\vec{a} = (1; -3)$ ,  $\vec{b} = (m^2; 4)$  vuông góc với nhau.

- (A)  $m = 12$ . (B)  $m = 2\sqrt{3}$ . (C)  $m = -2\sqrt{3}$ . (D)  $m = \pm 2\sqrt{3}$ .

**CÂU 60.** Cho tam giác  $ABC$ , với  $A(0; 3)$ ,  $B(x; 1)$ ,  $C(4; 1)$ . Tìm  $x$  để tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .

- (A)  $x = -2$ . (B)  $x = 1$ . (C)  $x = 0$ . (D)  $x = -1$ .

**CÂU 61.** Trong mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$ , cho  $A(-4; 1)$ ,  $B(2; 4)$ ,  $C(2; -2)$ . Tìm mệnh đề sai.

- (A)  $A, B, C$  không thẳng hàng. (B) Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ .  
(C)  $\cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{3}{5}$ . (D) Độ dài  $AB = AC = 3\sqrt{5}$ .

**CÂU 62.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2; 3)$ ,  $B(-2; 1)$ . Điểm  $C$  thuộc trục  $Ox$  sao cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $C$  có thể nhận tọa độ là

- (A)  $C(3; 0)$ . (B)  $C(-3; 0)$ . (C)  $C(-1; 0)$ . (D)  $C(2; 0)$ .

**CÂU 63.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có trực tâm là gốc tọa độ  $O$ , hai đỉnh  $A$  và  $B$  có tọa độ là  $A(-2; 2)$ ,  $B(3; 5)$ . Tọa độ của đỉnh  $C$  là

- (A)  $(-\frac{3}{4}; \frac{5}{4})$ . (B)  $(\frac{3}{4}; \frac{5}{4})$ . (C)  $(\frac{3}{4}; \frac{11}{4})$ . (D)  $(-\frac{3}{4}; \frac{11}{4})$ .

**CÂU 64.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 2)$ ,  $B(3; 4)$ ,  $C(0; -2)$ . Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

- (A)  $H(-1; 3)$ . (B)  $H(-9; 7)$ . (C)  $H(9; -7)$ . (D)  $H(3; -1)$ .

**CÂU 65.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  với  $A(-1; 0)$  và  $B(-3; 0)$ . Tọa độ điểm  $C$  là:

- (A)  $(-3; -1)$ . (B)  $(-2; -2)$ . (C)  $(-2; 0)$ . (D)  $(-1; -3)$ .

## QUICK NOTE

**CÂU 66.** Cho hình vuông  $ABCD$ , biết đỉnh  $A(1; -1)$ ,  $B(3; 0)$  và đỉnh  $C$  có tọa độ dương. Tìm tọa độ  $C$ .

**(A)**  $C(4; -2)$ .

**(B)**  $C(4; 2)$ .

**(C)**  $C(2; 4)$ .

**(D)**  $C(2; 2)$ .

**CÂU 67.** Cho  $A(1; -2)$ ,  $B(-1; -1)$ . Tìm  $M$  trục  $Ox$  sao cho tam giác  $ABM$  vuông tại  $A$ .

**(A)**  $M(-3; 0)$ .

**(B)**  $M(-2; 0)$ .

**(C)**  $M(2; 0)$ .

**(D)**  $M(3; 0)$ .



# LỜI GIẢI CHI TIẾT

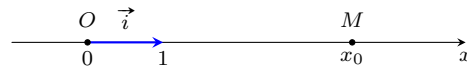
## VÉC-TƠ TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

### E. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

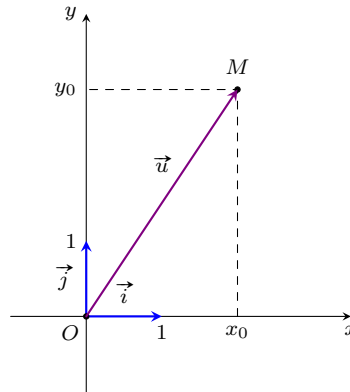
#### 1. Tọa độ của véc-tơ

⚡ ĐỊNH NGHĨA 0.3.

- ☑ *Trục tọa độ* (còn gọi là *trục*, hay *trục số*) là một đường thẳng mà trên đó đã xác định một điểm  $O$  và một véc-tơ  $\vec{i}$  có độ dài bằng 1. Điểm  $O$  gọi là *gốc tọa độ*, véc-tơ  $\vec{i}$  gọi là *véc-tơ đơn vị* của trục. Điểm  $M$  trên trục biểu diễn số  $x_0$  nếu  $\overrightarrow{OM} = x_0 \vec{i}$ .



- ☑ Trên mặt phẳng, xét hai trục  $Ox, Oy$  có chung gốc  $O$  và vuông góc với nhau. Véc-tơ đơn vị trên trục  $Ox$  là  $\vec{i}$ , véc-tơ đơn vị của trục  $Oy$  là  $\vec{j}$ . Hệ gồm hai trục  $Ox, Oy$  như vậy được gọi là *hệ trục tọa độ*  $Oxy$ . Điểm  $O$  gọi là *gốc tọa độ*, trục  $Ox$  gọi là *trục hoành*, trục  $Oy$  gọi là *trục tung*. Mặt phẳng chứa hệ trục tọa độ  $Oxy$  gọi là **mặt phẳng tọa độ**  $Oxy$  hay mặt phẳng  $Oxy$ .



- ☑ Với mỗi véc-tơ  $\vec{u}$  trên mặt phẳng  $Oxy$ , có duy nhất cặp số  $(x_0; y_0)$  sao cho  $\vec{u} = x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j}$ . Ta nói véc-tơ  $\vec{u}$  có tọa độ  $(x_0; y_0)$  và viết  $\vec{u} = (x_0; y_0)$  hay  $\vec{u}(x_0; y_0)$ . Các số  $x_0, y_0$  tương ứng được gọi là **hoành độ**, **tung độ** của  $\vec{u}$ .

**Nhận xét.** Hai véc-tơ bằng nhau khi và chỉ khi chúng có cùng tọa độ.

$$\vec{u}(x; y) = \vec{v}(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

#### 2. Biểu thức tọa độ của các phép toán véc-tơ

⚡ ĐỊNH LÝ 0.4. Cho hai véc-tơ  $\vec{u} = (x; y)$  và  $\vec{v} = (x'; y')$ . Khi đó

- $\vec{u} + \vec{v} = (x + x'; y + y')$ ; •  $\vec{u} - \vec{v} = (x - x'; y - y')$ ; •  $k\vec{u} = (kx; ky)$ , với  $k \in \mathbb{R}$ .

**Nhận xét.** Véc-tơ  $\vec{v}(x'; y')$  cùng phương với véc-tơ  $\vec{u}(x; y) \neq \vec{0}$  khi và chỉ khi tồn tại số  $k$  sao cho  $x' = kx, y' = ky$  (hay là  $\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$  nếu  $xy \neq 0$ ).

⚡ ĐỊNH LÝ 0.5. Nếu điểm  $M$  có tọa độ  $(x; y)$  thì véc-tơ  $\overrightarrow{OM}$  có tọa độ  $(x; y)$  và độ dài  $|\overrightarrow{OM}| = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

**Nhận xét.** Với véc-tơ  $\vec{u} = (x; y)$ , ta lấy điểm  $M(x; y)$  thì  $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$ . Do đó,  $|\vec{u}| = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

Chẳng hạn, véc-tơ  $\vec{u} = (2; -1)$  có độ dài là  $|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$ .

⚡ ĐỊNH LÝ 0.6. Với hai điểm  $M(x; y)$  và  $N(x'; y')$  thì  $\overrightarrow{MN} = (x' - x; y' - y)$  và khoảng cách giữa hai điểm  $M, N$  là  $MN = |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}$ .

**Chú ý**

- ☑ Trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là  $(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2})$ .

- ☑ Trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  có tọa độ là  $(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3})$ .

### 3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

**ĐỊNH NGHĨA 0.4.** Cho  $\vec{a} = (a_1; a_2)$ ,  $\vec{b} = (b_1; b_2)$ . Khi đó tích vô hướng của hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được tính theo công thức sau  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$ .



⊙ Hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  vuông góc với nhau khi và chỉ khi  $a_1b_1 + a_2b_2 = 0$ .

⊙ Bình phương vô hướng của  $\vec{a}(a_1; a_2)$  là  $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2$ .

⊙ Nếu  $\vec{a} \neq \vec{0}$  và  $\vec{b} \neq \vec{0}$  thì  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$ .

## F. CÁC VÍ DỤ

**VÍ DỤ 1.** Viết tọa độ các véc-tơ sau  $\vec{a} = 3\vec{i} + 7\vec{j}$ ;  $\vec{b} = \sqrt{2}\vec{i} - 3\vec{j}$ ;  $\vec{c} = \frac{3}{4}\vec{i}$ ;  $\vec{d} = \pi\vec{j}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} = (3; 7)$ ,  $\vec{b} = (\sqrt{2}; -3)$ ,  $\vec{c} = (\frac{3}{4}; 0)$ ,  $\vec{d} = (0; \pi)$ . □

**VÍ DỤ 2.** Viết véc-tơ  $\vec{u}$  dưới dạng  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$  khi biết tọa độ của  $\vec{u}$  là  $(5; 3)$ ,  $(2; -1)$ ,  $(4; 0)$ ,  $(0; -\sqrt{3})$ ,  $(0; 0)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{u} = 5\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ ,  $\vec{u} = 4\vec{i}$ ,  $\vec{u} = -\sqrt{3}\vec{j}$ ,  $\vec{u} = 0\vec{i} + 0\vec{j} = \vec{0}$ . □

**VÍ DỤ 3.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{u} = (1; 2)$ ,  $\vec{v} = (-3; 4)$ ,  $\vec{a} = (4; 8)$

a) Hãy biểu thị mỗi véc-tơ  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}$  theo các véc-tơ  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ .

b) Tìm tọa độ  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $2\vec{u}$ .

c) Tìm mối liên hệ giữa véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{u}$ .

**Lời giải.**

a) Ta có  $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$ ,  $\vec{v} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$ ,  $\vec{a} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ .

b) Ta có  $\vec{u} + \vec{v} = (-2; 6)$ ,  $2\vec{u} = (2; 4)$ .

c) Ta có  $\vec{a} = 4\vec{u}$ . □

**VÍ DỤ 4.** Cho  $\vec{u} = (2; -1)$ ,  $\vec{v} = (4; 5)$ . Tính tọa độ các véc-tơ  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{u} - \vec{v}$ ,  $3\vec{u}$ ,  $5\vec{u} - 4\vec{v}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{u} + \vec{v} = (6; 4)$ ,  $\vec{u} - \vec{v} = (-2; -6)$ ,  $3\vec{u} = (6; -3)$ .

Ta có  $5\vec{u} = (10; -5)$ ,  $4\vec{v} = (16; 20)$  nên  $5\vec{u} - 4\vec{v} = (-6; -25)$ . □

**VÍ DỤ 5.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-5; 6)$ ,  $B(-4; -1)$ ,  $C(4; 3)$ .

a) Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AC$ .

b) Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.

**Lời giải.**

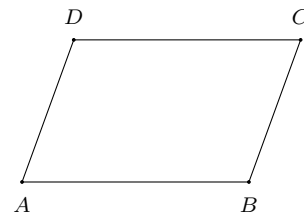
a) Gọi  $I(x_I; y_I)$ . Vì  $I$  là trung điểm của của  $AC$  nên

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-5 + 4}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{6 + 3}{2} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

Vậy  $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$ .

b) Gọi  $D(x; y)$ , ta có  $\overrightarrow{AB} = (1; -7)$ ,  $\overrightarrow{DC} = (4 - x; 3 - y)$ .

$ABCD$  là hình bình hành khi  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$   
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 4 - x \\ -7 = 3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases}$ . Vậy  $D(3; 10)$ .



**VÍ DỤ 6.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; -1)$ ,  $B(0; 3)$  và  $G\left(\frac{1}{3}; 3\right)$  là trọng tâm. Tìm tọa độ điểm  $C$ .

**Lời giải.**

Gọi  $C(x; y)$ . Vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} \frac{1}{3} = \frac{1 + 0 + x}{3} \\ 3 = \frac{-1 + 3 + y}{3} \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} x = 0 \\ y = 7. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy  $C(0; 7)$ .

**VÍ DỤ 7.** Cho  $\vec{a} = (1; 2)$ ,  $\vec{b} = (3; -1)$ . Hãy phân tích véc-tơ  $\vec{c} = (-1; 5)$  theo hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

**Lời giải.**

Giả sử  $\vec{c} = k\vec{a} + m\vec{b} = (k + 3m; 2k - m)$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} k + 3m = -1 \\ 2k - m = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ m = -1. \end{cases}$$

Vậy  $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ .

**VÍ DỤ 8.** Cho ba điểm  $A(1; -1)$ ,  $B(3; 5)$ ,  $C(2; 2)$ .

- Chứng minh rằng ba điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$  thẳng hàng.
- Tìm tọa độ điểm  $D$  trên  $Ox$  sao cho  $A$ ,  $B$ ,  $D$  thẳng hàng.

**Lời giải.**

a) Ta có  $\overrightarrow{AB} = (2; 6)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (1; 3)$ .

Vì  $\frac{2}{1} = \frac{6}{3}$  nên  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng phương do đó ba điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$  thẳng hàng.

b) Vì  $D \in Ox$  nên  $D(x; 0)$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} = (2; 6)$ ,  $\overrightarrow{AD} = (x - 1; 1)$ .

Ba điểm  $A$ ,  $B$ ,  $D$  thẳng hàng khi  $\frac{x-1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow x - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$ . Vậy  $D\left(\frac{4}{3}; 0\right)$ .

**Lời giải.**

**VÍ DỤ 9.** Cho  $A(1; 2)$ ,  $B(-2; 1)$ ,  $C(2; -1)$ .

- Chứng minh tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .
- Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

**Lời giải.**

a) Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-3; 1)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (1; -3)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (4; -2)$ .

Suy ra  $AB = \sqrt{(-3)^2 + 1} = \sqrt{10}$ ,  $AC = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$ ,  $BC = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20}$ .

Ta thấy  $AB^2 + AC^2 = 10 + 10 = 20 = BC^2$  nên tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .

b) Vì tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  nên diện tích là  $\frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 5$ .

**VÍ DỤ 10.** Cho các véc-tơ  $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j}$ . Tìm góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-1 \cdot 1 + 1 \cdot 3}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Do đó góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là góc  $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$  sao cho  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$  hay  $\alpha \approx 65^\circ 26'$ .

**VÍ DỤ 11.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(1; 3)$  và  $B(3; -1)$ . Tính góc giữa đường thẳng  $OA$  và  $AB$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AO} = (-1; -3)$  và  $\vec{AB} = (2; -4)$ .

$$\text{Suy ra } \cos(\vec{AO}, \vec{AB}) = \frac{\vec{AO} \cdot \vec{AB}}{AO \cdot AB} = \frac{-1 \cdot 2 + (-3) \cdot (-4)}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{20}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Góc giữa hai véc-tơ  $\vec{AO}$  và  $\vec{AB}$  bằng góc  $\widehat{BAO} = 45^\circ$ . Do đó góc giữa đường thẳng  $OA$  và đường thẳng  $AB$  bằng  $45^\circ$ .

**VÍ DỤ 12.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(2; 4)$ ,  $B(2; -2)$ ,  $C(-4; 1)$ . Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{BC} = (-6; 3)$ ,  $\vec{AB} = (0; -6)$ .

Giả sử tọa độ trực tâm  $H$  của  $\triangle ABC$  là  $H(x; y)$ , ta có

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ CH \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{CH} \cdot \vec{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6(x-2) + 3(y-4) = 0 \\ 0(x+4) - 6(y-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}.$$

Vậy trực tâm của tam giác  $ABC$  là  $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .

## G. BÀI TẬP VẬN DỤNG

**BÀI 1.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho các véc-tơ  $\vec{a} = (3; 1)$ ,  $\vec{b} = (-1; 2)$ . Tính  $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $3\vec{a} = (9; 3)$  và  $-2\vec{b} = (2; -4)$  nên  $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b} = (11; -1)$ .

**BÀI 2.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho các véc-tơ  $\vec{a} = (2; -1)$ ,  $\vec{b} = (0; 4)$  và  $\vec{c} = (3; 3)$ . Tìm hai số thực  $m, n$  sao cho  $\vec{c} = m\vec{a} - n\vec{b}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $m\vec{a} = (2m; -m)$ ,  $n\vec{b} = (0; 4n) \Rightarrow m\vec{a} - n\vec{b} = (2m; -m - 4n)$ .

$$\text{Mà } \vec{c} = m\vec{a} - n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2m \\ 3 = -m - 4n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = -\frac{9}{8} \end{cases}.$$

**BÀI 3.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(-2; 3)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(-1; -4)$ .

a) Tìm tọa độ điểm  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tính chu vi tam giác  $ABC$ .

b) Tìm tọa độ điểm  $K$  thuộc đoạn thẳng  $BC$  sao cho  $2KB = 3KC$ .

**Lời giải.**

$$\text{a) Điểm } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{AB} = (3; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10} \\ \vec{BC} = (-2; -6) \Rightarrow BC = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} = 2\sqrt{10} \Rightarrow P_{ABC} = 3\sqrt{10} + 5\sqrt{2} \\ \vec{CA} = (-1; 7) \Rightarrow CA = \sqrt{(-1)^2 + 7^2} = 5\sqrt{2} \end{cases}$$

b)  $K$  thuộc đoạn  $BC$  nên

$$\begin{aligned} 2\vec{KB} + 3\vec{KC} &= \vec{0} \Leftrightarrow 2(\vec{OB} - \vec{OK}) + 3(\vec{OC} - \vec{OK}) = \vec{0} \\ &\Rightarrow \vec{OK} = \frac{2\vec{OB} + 3\vec{OC}}{5} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x_K = \frac{2x_B + 3x_C}{5} = -\frac{4}{5} \\ y_K = \frac{2y_B + 3y_C}{5} = \frac{13}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tọa độ cần tìm là  $K\left(-\frac{4}{5}; \frac{13}{5}\right)$ .

□

**BÀI 4.** Trong mặt phẳng hệ tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(-1; 3)$ ,  $B(-4; -5)$  và  $C(1; -2)$ .

- Chứng tỏ  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác và tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .
- Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .
- Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc trục hoành sao cho  $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

 **Lời giải.**

- Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-3; -8)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (2; -5)$ .  
 Vì  $\frac{-3}{2} \neq \frac{-8}{-5}$  nên hai véc-tơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  không cùng phương. Từ đó suy ra  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác.  
 Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{(-1) + (-4) + 1}{3} = -\frac{4}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{3 + (-5) + (-2)}{3} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy  $G\left(-\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ .

- Giả sử  $H(x; y)$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ .  
 Ta có  $\overrightarrow{BH} = (x + 4; y + 5)$ ,  $\overrightarrow{CH} = (x - 1; y + 2)$ ,  $\overrightarrow{AB} = (-3; -8)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (2; -5)$ .  
 Vì  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$  nên

$$\begin{aligned} \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CH} \\ \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BH} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CH} = 0 \\ \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BH} = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (-3) \cdot (x - 1) + (-8) \cdot (y + 2) = 0 \\ 2 \cdot (x + 4) + (-5) \cdot (y + 5) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 8y = -13 \\ 2x - 5y = 17 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{71}{31} \\ y = -\frac{77}{31} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy  $H\left(\frac{71}{31}; -\frac{77}{31}\right)$ .

- Gọi  $M(x; 0)$  là điểm thuộc trục hoành, ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (-1 - x; 3) \\ \overrightarrow{MC} = (1 - x; -2) \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = (-1 - 3x; 4).$$

Nên

$$\begin{aligned} |2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| &= \sqrt{(-1 - 3x)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{(1 + 3x)^2 + 4^2} \geq 4. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $1 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$ . Khi đó  $M\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ .

□

**BÀI 5.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho ba điểm  $A(3; 4)$ ,  $B(2; 1)$ ,  $C(6; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $N$  thỏa mãn  $2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} - \overrightarrow{NA} = \vec{0}$ .

 **Lời giải.**

Giả sử  $N(x; y)$ . Ta có  $\overrightarrow{NB} = (2 - x; 1 - y)$ ,  $\overrightarrow{NC} = (6 - x; 3 - y)$ ,  $\overrightarrow{NA} = (3 - x; 4 - y)$ .  
 Khi đó

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} - \overrightarrow{NA} = \vec{0} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2(2 - x) + (6 - x) - (3 - x) = 0 \\ 2(1 - y) + (3 - y) - (4 - y) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 7 - 2x = 0 \\ 1 - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy,  $N\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$  là điểm cần tìm. □

**BÀI 6.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $M(-1; 1)$ ,  $N(1; 3)$ ,  $P(-2; 5)$ . Tìm tọa độ điểm  $E$  biết  $\overrightarrow{PE} = 2\overrightarrow{MN}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{MN} = (2; 2)$ .

$$\overrightarrow{PE} = 2\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E + 2 = 4 \\ y_E - 5 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 2 \\ y_E = 9. \end{cases}$$

Vậy  $E(2; 9)$ . □

**BÀI 7.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; 1)$ ,  $B(2; 3)$ ,  $C(5; -1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABDC$  là hình bình hành.

**Lời giải.**

$$\text{Tứ giác } ABDC \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 5 = 1 \\ y_D + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 1 \end{cases}.$$

Vậy  $D(6; 1)$  là điểm cần tìm. □

**BÀI 8.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $M(3; -1)$ ,  $N(1; 2)$  và  $P(2; -4)$ .

a) Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $MNP$  và tọa độ điểm  $Q$  sao cho tứ giác  $MNGQ$  là hình bình hành.

b) Tam giác  $ABC$  nhận các điểm  $M$ ,  $N$ ,  $P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$ . Tìm tọa độ các điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

**Lời giải.**

a) Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $MNP$  là

$$G = \left( \frac{3+1+2}{3}; \frac{-1+2-4}{3} \right) = (2; -1).$$

Gọi  $Q(x; y)$ .

Vì tứ giác  $MNGQ$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NG}$ .

Ta có  $\overrightarrow{MQ} = (x-3; y+1)$  và  $\overrightarrow{NG} = (1; -3)$ . Từ (1) suy ra

$$\begin{cases} x-3=1 \\ y+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-4. \end{cases}$$

Vậy  $Q(4; -4)$ .

b) Gọi  $C(c_1; c_2)$ , theo đề bài thì tứ giác  $MNCP$  là hình bình hành nên

$$\begin{cases} c_1 + x_M = x_N + x_P \\ c_2 + y_M = y_N + y_P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 1+2-3=0 \\ c_2 = 2+(-4)-(-1)=-1. \end{cases}$$

Vậy  $C(0; -1)$ .

Gọi  $B(b_1; b_2)$ , vì  $N$  là trung điểm  $CB$  nên

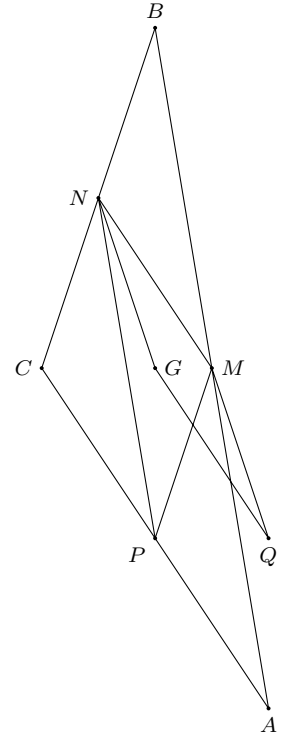
$$\begin{cases} b_1 = 2x_N - c_1 \\ b_2 = 2y_N - c_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 2 \cdot 1 - 0 = 2 \\ b_2 = 2 \cdot 2 - (-1) = 5. \end{cases}$$

Vậy  $B(2; 5)$ .

Gọi  $A(a_1; a_2)$ , vì  $M$  là trung điểm  $AB$  nên

$$\begin{cases} a_1 = 2x_M - b_1 \\ a_2 = 2y_M - b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \cdot 3 - 2 = 4 \\ a_2 = 2 \cdot (-1) - 5 = -7. \end{cases}$$

Vậy  $A(4; -7)$ .



**BÀI 9.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(-3; 5)$ ,  $B(-4; -3)$ ,  $C(1; 1)$ .

a) Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.

b) Tìm tọa độ điểm  $K$  thuộc trục hoành sao cho  $KA + KB$  nhỏ nhất.

**Lời giải.**

a) Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (-1; -8) = (1 - x_D; 1 - y_D) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_D = -1 \\ 1 - y_D = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 9. \end{cases}$$

Vậy  $D(2; 9)$  là điểm cần tìm.

b) Gọi  $K(a; 0)$  là điểm cần tìm.

Ta có  $KA + KB \geq AB$ .

Dấu “=” xảy ra khi  $A, K, B$  thẳng hàng.

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (a+3; -5) = k(-1; -8) \Leftrightarrow \begin{cases} a+3 = -k \\ -5 = -8k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{29}{8} \\ k = \frac{5}{8}. \end{cases}$$

Vậy  $K\left(-\frac{29}{8}; 0\right)$  thỏa yêu cầu bài toán.

**BÀI 10.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tính góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  trong mỗi trường hợp sau:

a)  $\vec{a} = (4; 3)$ ,  $\vec{b} = (1; 7)$ ;

c)  $\vec{a} = (6; -8)$ ,  $\vec{b} = (12; 9)$ ;

b)  $\vec{a} = (2; 5)$ ,  $\vec{b} = (3; -7)$ ;

d)  $\vec{a} = (2; -6)$ ,  $\vec{b} = (-3; 9)$ .

**Lời giải.**

$$a) \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{4 \cdot 1 + 3 \cdot 7}{\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{25}{5\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Suy ra góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là  $45^\circ$ .

$$b) \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)}{\sqrt{2^2 + 5^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-7)^2}} = \frac{-29}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{58}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Suy ra góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là  $135^\circ$ .

$$c) \vec{a} \cdot \vec{b} = 6 \cdot 12 + (-8) \cdot 9 = 0 \text{ Suy ra góc giữa hai véc-tơ } \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ là } 90^\circ.$$

$$d) \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot (-3) + (-6) \cdot 9}{\sqrt{2^2 + (-6)^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + 9^2}} = \frac{-60}{\sqrt{40} \cdot \sqrt{90}} = -1.$$

Suy ra góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là  $180^\circ$ .

□

**BÀI 11.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$  và  $\vec{v} = (k; -4)$ . Tìm  $k$  để  $\vec{u}$  vuông góc với  $\vec{v}$ .

☞ **Lời giải.**

$$\text{Ta có } \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}k + (-5)(-4) = 0 \Leftrightarrow k = -40.$$

□

**BÀI 12.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba véc-tơ  $\vec{u} = (4; 1)$ ,  $\vec{v} = (1; 4)$  và  $\vec{a} = \vec{u} + m \cdot \vec{v}$  với  $m \in \mathbb{R}$ . Tìm  $m$  để  $\vec{a}$  vuông góc với trục hoành.

☞ **Lời giải.**

$$\text{Ta có } \vec{a} = \vec{u} + m\vec{v} = (4 + m; 1 + 4m).$$

Trục hoành có véc-tơ đơn vị là  $\vec{i} = (1; 0)$ .

$$\vec{a} \text{ vuông góc với trục hoành} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{i} = 0 \Leftrightarrow 4 + m = 0 \Leftrightarrow m = -4.$$

□

**BÀI 13.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(-2; 4)$  và  $B(8; 4)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  thuộc trục hoành sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ .

☞ **Lời giải.**

$$\text{Ta có } C \in Ox \Rightarrow C(c; 0) \text{ và } \begin{cases} \overrightarrow{CA} = (-2 - c; 4) \\ \overrightarrow{CB} = (8 - c; 4). \end{cases}$$

$$\triangle ABC \text{ vuông tại } C \text{ nên } \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Rightarrow (-2 - c)(8 - c) + 4 \cdot 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 6 \\ c = 0. \end{cases}$$

Vậy  $C(6; 0)$  hoặc  $C(0; 0)$ .

□

## H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**CÂU 1.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , biết  $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ . Khi đó  $\vec{u}$  có tọa độ là

(A)  $(2; -1)$ .

(B)  $(2; 1)$ .

(C)  $(1; 2)$ .

(D)  $(1; -2)$ .

☞ **Lời giải.**

$\vec{u}$  có tọa độ là  $(2; -1)$ .

Chọn đáp án (A)

□

**CÂU 2.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tọa độ của  $\vec{i}$  là bao nhiêu?

(A)  $\vec{i} = (0; 1)$ .

(B)  $\vec{i} = (-1; 0)$ .

(C)  $\vec{i} = (0; 0)$ .

(D)  $\vec{i} = (1; 0)$ .

☞ **Lời giải.**

Ta có véc-tơ đơn vị  $\vec{i} = (1; 0)$ .

Chọn đáp án (D)

□

**CÂU 3.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $A(1; 3)$ ,  $B(2; -5)$ . Tìm tọa độ của véc-tơ  $\overrightarrow{AB}$ .

(A)  $\overrightarrow{AB} = (2; -15)$ .

(B)  $\overrightarrow{AB} = (3; -2)$ .

(C)  $\overrightarrow{AB} = (-1; 8)$ .

(D)  $\overrightarrow{AB} = (1; -8)$ .

☞ **Lời giải.**

Tọa độ  $\overrightarrow{AB} = (1; -8)$ .

Chọn đáp án (D)

□

**CÂU 4.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(1; 3)$ ,  $B(2; -3)$ ,  $C(-2; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn  $5\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = 4\overrightarrow{MC}$ .

(A)  $M(3; 17)$ .

(B)  $M(-3; -17)$ .

(C)  $M(-9; -17)$ .

(D)  $M(9; 17)$ .

☞ **Lời giải.**



Giải sử  $M(a; b)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{MA} = (1 - a; 3 - b) \\ \overrightarrow{MB} = (2 - a; -3 - b) \\ \overrightarrow{MC} = (-2 - a; 1 - b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5\overrightarrow{MA} = (5 - 5a; 15 - 5b) \\ 2\overrightarrow{MB} = (4 - 2a; -6 - 2b) \\ 4\overrightarrow{MC} = (-8 - 4a; 4 - 4b) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } 5\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = 4\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 5a - 4 + 2a = -8 - 4a \\ 15 - 5b + 6 + 2b = 4 - 4b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -9 \\ b = -17 \end{cases}$$

Vậy  $M(-9; -17)$ .

Chọn đáp án **(C)**

**CÂU 5.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$ , biết  $B(9; 7)$ ,  $C(11; -1)$  và  $M(1; 2)$  là trung điểm của  $AB$ . Tìm tọa độ trung điểm  $N$  của  $AC$ .

- (A)**  $N(2; -2)$ . **(B)**  $N(-2; 8)$ . **(C)**  $N(-2; 2)$ . **(D)**  $N(2; -8)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Vì } M(1; 2) \text{ là trung điểm của } AB \text{ nên ta có } \begin{cases} x_A = 2x_M - x_B = -7 \\ y_A = 2y_M - y_B = -3 \end{cases} \Rightarrow A(-7; -3).$$

$$\text{Mặt khác } N \text{ là trung điểm của } AC \text{ nên } \begin{cases} x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = 2 \\ y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow N(2; -2).$$

Chọn đáp án **(A)**

**CÂU 6.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(0; 3)$ ,  $B(4; 2)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  thỏa mãn  $\overrightarrow{OD} - 2\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$ .

- (A)**  $(-8; 2)$ . **(B)**  $(2; \frac{5}{2})$ . **(C)**  $(-3; 3)$ . **(D)**  $(8; -2)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} = (-4; 1).$$

$$\overrightarrow{OD} - 2\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{BA} = (-8; 2).$$

Suy ra tọa độ điểm  $D$  là  $(-8; 2)$ .

Chọn đáp án **(A)**

**CÂU 7.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $A(2; 3)$ ,  $B(2; -5)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Véc-tơ  $\overrightarrow{AI}$  có tọa độ là

- (A)**  $(1; -3)$ . **(B)**  $(0; 5)$ . **(C)**  $(0; -2)$ . **(D)**  $(0; -4)$ .

**Lời giải.**

Vì  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  nên điểm  $I$  có tọa độ là  $(2; -1)$ .

Suy ra  $\overrightarrow{AI} = (0; -4)$ .

Chọn đáp án **(D)**

**CÂU 8.** Cho  $A(1; 2)$  và  $I(3; 4)$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Tọa độ của đỉnh  $B$  là

- (A)**  $(6; 5)$ . **(B)**  $(3; 2)$ . **(C)**  $(2; 3)$ . **(D)**  $(5; 6)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_B = 2x_I - x_A \\ y_B = 2y_I - y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = 6 \end{cases}. \text{ Vậy } B(5; 6).$$

Chọn đáp án **(D)**

**CÂU 9.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(-4; 1)$ ,  $B(2; 4)$ ,  $G(2; -2)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  sao cho  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

- (A)**  $C(8; -11)$ . **(B)**  $C(8; 11)$ . **(C)**  $C(-8; -11)$ . **(D)**  $C(12; 11)$ .

**Lời giải.**

$G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - (x_A + x_B) \\ y_C = 3y_G - (y_A + y_B) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 6 - (-4 + 2) = 8 \\ y_C = -6 - (1 + 4) = -11 \end{cases} \Rightarrow C(8; -11).$$

Chọn đáp án **(A)**

**CÂU 10.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $B(-2; 3)$  và  $C(3; -2)$ . Điểm  $I(a; b)$  thuộc  $BC$  sao cho với mọi điểm  $M$  không nằm trên đường thẳng  $BC$  thì  $\overrightarrow{MI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{MB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{MC}$ . Tính  $S = a^2 + b^2$ .

- (A)** 1. **(B)** 0. **(C)** 4. **(D)** 5.

**Lời giải.**

Giả sử  $\overrightarrow{IB} = k\overrightarrow{IC}$ . Khi đó  $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MB} = k\overrightarrow{IM} + k\overrightarrow{MC} \Rightarrow \overrightarrow{MI} = \frac{1}{1-k}\overrightarrow{MB} + \frac{-k}{1-k}\overrightarrow{MC}$ .

$$\text{Do } \overrightarrow{MI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{MB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{MC} \text{ nên ta có } \begin{cases} \frac{1}{1-k} = \frac{2}{5} \\ \frac{-k}{1-k} = \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow k = -\frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{BI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_I = x_B + \frac{3}{5}x_{BC} \\ y_I = y_B + \frac{3}{5}y_{BC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 0. \end{cases}$$

Vậy  $a^2 + b^2 = 1$ .

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 11.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (3; -1)$  và  $\vec{b} = (3; 4)$ . Tính tọa độ véc-tơ  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ .

(A)  $\vec{c} = (3; 3)$ .

(B)  $\vec{c} = (2; 7)$ .

(C)  $\vec{c} = (2; 1)$ .

(D)  $\vec{c} = (6; 3)$ .

☛ **Lời giải.**

Ta có  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (6; 3)$ .

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 12.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; -2)$ ,  $B(0; -1)$ ,  $C(3; 0)$ . Tìm tọa độ điểm  $G$  sao cho với điểm  $M$  bất kỳ ta luôn có  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ .

(A)  $G\left(\frac{4}{3}; -2\right)$ .

(B)  $G\left(\frac{5}{3}; -1\right)$ .

(C)  $G\left(\frac{7}{3}; -2\right)$ .

(D)  $G\left(\frac{4}{3}; -1\right)$ .

☛ **Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ . Do đó  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ , suy ra  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Vậy  $G\left(\frac{4}{3}; -1\right)$ .

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 13.** Cho ba điểm  $A(2; 5)$ ,  $B(1; 1)$ ,  $C(3; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $E$  sao cho  $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ .

(A)  $E(-2; -3)$ .

(B)  $E(3; -3)$ .

(C)  $E(-3; 3)$ .

(D)  $E(-3; -3)$ .

☛ **Lời giải.**

Gọi  $E(x_E; y_E)$  là điểm cần tìm.

Ta có

$$\overrightarrow{AE} = (x_E - 2; y_E - 5)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-1; -4)$$

$$\overrightarrow{AC} = (1; -2).$$

$$\Rightarrow 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = (-5; -8), \text{ do đó}$$

$$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E - 2 = -5 \\ y_E - 5 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -3 \\ y_E = -3 \end{cases} \Rightarrow E(-3; -3).$$

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 14.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $MNP$  có  $M(1; -1)$ ,  $N(5; -3)$  và  $P$  thuộc trục  $Oy$ , trọng tâm  $G$  của tam giác  $MNP$  nằm trên trục  $Ox$ . Tìm tọa độ của điểm  $P$ .

(A)  $P(0; 2)$ .

(B)  $P(0; 10)$ .

(C)  $P(0; 4)$ .

(D)  $P(2; 0)$ .

☛ **Lời giải.**

Do  $P \in Oy$  nên  $P(0; y_P)$ .

Trọng tâm  $G \in Ox$  nên  $G(x_G; 0)$ .

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm của tam giác } MNP \text{ nên } \begin{cases} x_M + x_N + x_P = 3x_G \\ y_M + y_N + y_P = 3y_G \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} 1 + 5 + 0 = 3x_G \\ -1 - 3 + y_P = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 6 \\ y_P = 4. \end{cases}$$

Vậy  $P(0; 4)$ .

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 15.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tìm tọa độ điểm  $M$  trên trục hoành sao cho  $A, B, M$  thẳng hàng với  $A(2; -3)$  và  $B(3; 4)$ .

(A)  $(1; 0)$ .

(B)  $\left(\frac{17}{7}; 0\right)$ .

(C)  $\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$ .

(D)  $(4; 0)$ .

☛ **Lời giải.**

Vì điểm  $M$  nằm trên trục hoành nên ta giả sử  $M$  có tọa độ  $(x; 0)$ . Để  $A, B, M$  thẳng hàng thì  $\overrightarrow{AM}$  và  $\overrightarrow{AB}$  cùng phương. Do đó tồn tại  $k$  sao cho  $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ . Điều này tương đương với

$$\begin{cases} x - 2 = k(3 - 2) \\ 3 = k(4 + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{7} \\ x = \frac{17}{7} \end{cases}.$$

Chọn đáp án (B)

**CÂU 16.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (-1; 2)$  và  $\vec{b} = (0; -2)$ . Xác định tọa độ của  $\vec{a} + \vec{b}$ .

- (A)  $(-1; 0)$ . (B)  $(2; 1)$ . (C)  $(-1; 4)$ . (D)  $(0; -4)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} + \vec{b} = (-1; 0)$ .

Chọn đáp án (A)

**CÂU 17.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2; -4)$  và  $B(-4; 2)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là

- (A)  $I(-2; -2)$ . (B)  $I(-1; -1)$ . (C)  $I(2; 2)$ . (D)  $I(1; 1)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Tọa độ trung điểm } I \text{ của đoạn thẳng } AB \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + (-4)}{2} = -1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4 + 2}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow I(-1; -1).$$

Chọn đáp án (B)

**CÂU 18.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; 3)$ ,  $B(4; 2)$ ,  $C(-2; 0)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

- (A)  $G(5; 5)$ . (B)  $G\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ . (C)  $G\left(1; \frac{5}{3}\right)$ . (D)  $G\left(1; \frac{1}{3}\right)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } G = \left(\frac{1 + 4 - 2}{3}; \frac{3 + 2 + 0}{3}\right) = \left(1; \frac{5}{3}\right).$$

Chọn đáp án (C)

**CÂU 19.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(1; 2)$  và  $B(3; 7)$ . Tọa độ của  $\overrightarrow{AB}$  là

- (A)  $(2; -1)$ . (B)  $(2; 1)$ . (C)  $(4; -3)$ . (D)  $(2; 5)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Tọa độ của véc-tơ } \overrightarrow{AB} = (3 - 1; 7 - 2) = (2; 5).$$

Chọn đáp án (D)

**CÂU 20.** Trong mặt phẳng với  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(1; 3)$ ,  $B(-1; 2)$ ,  $C(-2; 1)$ . Tọa độ của véc-tơ  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$  là

- (A)  $(-5; -3)$ . (B)  $(1; 1)$ . (C)  $(-1; 2)$ . (D)  $(4; 0)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} = (1; 1).$$

Chọn đáp án (B)

**CÂU 21.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$ . Biết  $A(1; -1)$ ,  $B(5; -3)$  và  $C \in Oy$ , trọng tâm  $G \in Ox$ . Tọa độ điểm  $C$  là

- (A)  $(0; 2)$ . (B)  $(2; 0)$ . (C)  $(0; -4)$ . (D)  $(0; 4)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $C(0; m)$  và  $G(n; 0)$ .

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} 1 + 5 + 0 = 3n \\ -1 - 3 + m = 3 \cdot 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = 2 \end{cases}.$$

Vậy  $C(0; 4)$ .

Chọn đáp án (D)

**CÂU 22.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các véc-tơ  $\overrightarrow{OA} = (1; 2)$  và  $\overrightarrow{OB} = (2; 1)$ , biết  $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$ . Khi đó độ dài véc-tơ  $\overrightarrow{OM}$  là

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OA} = (1; 2) \Rightarrow A(1; 2); \overrightarrow{OB} = (2; 1) \Rightarrow B(2; 1).$$

Từ đẳng thức  $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$ , suy ra  $B$  là trung điểm của đoạn  $MA$ .

Gọi  $M(a; b)$ , ta có  $\begin{cases} 2 = \frac{a+1}{2} \\ 1 = \frac{b+2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \end{cases}$  nên  $M(3; 0)$ .

Vậy  $|\overrightarrow{OM}| = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3$ .

Chọn đáp án (C)

**CÂU 23.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các véc-tơ  $\vec{a} = (-2; 1)$ ,  $\vec{b} = (1; -3)$  và  $\vec{c} = (0; 2)$ . Tính tọa độ của véc-tơ  $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

(A)  $\vec{u} = (-1; 6)$ .

(B)  $\vec{u} = (3; 0)$ .

(C)  $\vec{u} = (-1; 0)$ .

(D)  $\vec{u} = (3; 6)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (-2 + 1 + 0; 1 - 3 + 2) \Rightarrow \vec{u} = (-1; 0)$ .

Chọn đáp án (C)

**CÂU 24.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $I(-3; 2)$ ,  $J(-1; 3)$ ,  $K(4; -3)$ . Tìm tọa độ điểm  $L$  để tứ giác  $IJKL$  là hình bình hành.

(A)  $L(2; -4)$ .

(B)  $L(0; 2)$ .

(C)  $L(6; -2)$ .

(D)  $L(-8; 8)$ .

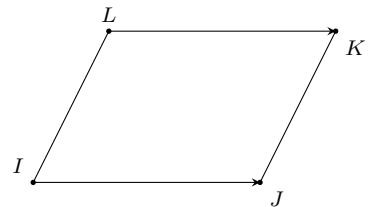
**Lời giải.**

Tứ giác  $IJKL$  là hình bình hành khi và chỉ khi  $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$ .

Gọi  $L(x; y)$ .

Do  $\overrightarrow{IJ} = (2; 1)$  và  $\overrightarrow{LK} = (4 - x; -3 - y)$  nên

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 4 - x \\ 1 = -3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$$



Vậy điểm cần tìm là  $L(2; -4)$ .

Chọn đáp án (A)

**CÂU 25.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G(0; 7)$ ,  $A(-1; 4)$ ,  $B(2; 5)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C$ .

(A)  $(1; 12)$ .

(B)  $(-1; 12)$ .

(C)  $(3; 1)$ .

(D)  $(2; 12)$ .

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ y_C = 12 \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm  $C$  là  $(-1; 12)$ .

Chọn đáp án (B)

**CÂU 26.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (m; 3)$  và  $\vec{b} = (2; -1)$ . Tìm các giá trị của  $m$  để hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.

(A)  $m = -6$ .

(B)  $m = 12$ .

(C)  $m = \frac{3}{4}$ .

(D)  $m = \frac{1}{4}$ .

**Lời giải.**

Để  $\vec{a}$  cùng phương  $\vec{b}$  thì  $\frac{m}{2} = \frac{3}{-1} \Leftrightarrow m = -6$ .

Chọn đáp án (A)

**CÂU 27.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(3; 4)$ ,  $B(4; 1)$ ,  $C(2; -3)$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

(A)  $\left(3; \frac{2}{3}\right)$ .

(B)  $(7; 2)$ .

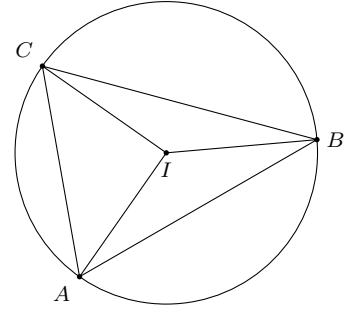
(C)  $(9; 2)$ .

(D)  $(-1; 1)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $I(x; y)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ , khi đó ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} AI = BI \\ AI = CI \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2} \\ \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x - 6y = -8 \\ 2x + 14y = 12 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -1 \\ y = 1. \end{cases} \end{aligned}$$



Vậy ta có  $I(-1; 1)$ .

Chọn đáp án (D)

**CÂU 28.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $E(3; -2)$ ,  $F(-1; -3)$ . Tìm tọa độ điểm  $G$  thuộc trục hoành sao cho  $G$  thuộc đường thẳng  $EF$ .

- (A)  $G\left(-\frac{11}{5}; 0\right)$ . (B)  $G(11; 0)$ . (C)  $G\left(0; -\frac{11}{4}\right)$ . (D)  $G\left(0; -\frac{11}{2}\right)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{EF} = (-4; -1)$ .

Lấy  $G(x; 0) \in Ox$ .

Để  $G \in EF$  khi và chỉ khi  $\overrightarrow{EG} = (x - 3; 2)$  và  $\overrightarrow{EF}$  cùng phương, khi đó ta có

$$\frac{x-3}{-4} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow -x+3 = -8 \Leftrightarrow x = 11.$$

Vậy ta có  $G(11; 0)$ .

Chọn đáp án (B)

**CÂU 29.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$  biết  $A(1; -5)$ ,  $B(2; 3)$ ,  $C(-3; 3)$ . Tọa độ tâm  $I$  của hình bình hành là

- (A)  $(1; 1)$ . (B)  $(-1; 1)$ . (C)  $(1; -1)$ . (D)  $(-1; -1)$ .

**Lời giải.**

Do  $I$  là tâm hình bình hành  $ABCD$  nên  $I$  là trung điểm của  $AC$ .

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1-3}{2} = -1 \\ y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-5+3}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow I(-1; -1).$$

Chọn đáp án (D)

**CÂU 30.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; 3)$ ,  $I(1; -2)$ . Xác định tọa độ điểm  $B$  để  $I$  là trung điểm của  $AB$ .

- (A)  $(0; -7)$ . (B)  $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ . (C)  $(1; 2)$ . (D)  $(-2; 1)$ .

**Lời giải.**

$$\text{Gọi } B(x, y). \text{ Khi đó ta có: } \begin{cases} \frac{2+x}{2} = 1 \\ \frac{3+y}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -7 \end{cases}.$$

Vậy  $B(0; -7)$ .

Chọn đáp án (A)

**CÂU 31.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $\triangle ABC$  có  $M(1; 0)$ ,  $N(2; 2)$ ,  $P(-1; 3)$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$ . Tọa độ của đỉnh  $A$  là

- (A)  $(4; -1)$ . (B)  $(0; 1)$ . (C)  $(0; 5)$ . (D)  $(-2; 1)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $A(x_A; y_A)$ .

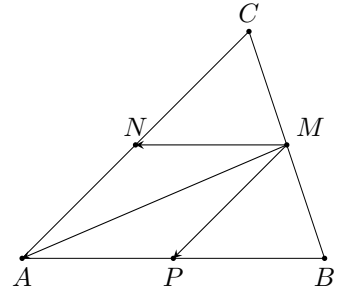
Ta có  $\overrightarrow{MN} = (1; 2)$ ,  $\overrightarrow{MP} = (-2; 3)$ . Do đó  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = (-1; 5)$ .

Vì  $PMNA$  là hình bình hành nên

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MA} &= \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (-1; 5) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - 1 = -1 \\ y_A - 0 = 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 0 \\ y_A = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy  $A(0; 5)$ .

Chọn đáp án (C)



**CÂU 32.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(1; -2)$ ,  $B(0; 4)$ ,  $C(4; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thỏa  $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$ .

(A)  $(7; 27)$ .

(B)  $(11; 30)$ .

(C)  $(-7; 0)$ .

(D)  $(15; 6)$ .

**Lời giải.**

Giả sử  $M(x; y)$ .

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-1; 6)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (3; 5)$ .

Suy ra  $2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} = (-11; -3)$  và  $\overrightarrow{CM} = (x - 4; y - 3)$ .

$$\text{Do đó } \overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = -11 \\ y - 3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 0. \end{cases}$$

Vậy  $M(-7; 0)$ .

Chọn đáp án (C)

**CÂU 33.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tọa độ điểm  $N$  trên cạnh  $BC$  của tam giác  $ABC$  có  $A(1; -2)$ ,  $B(2; 3)$ ,  $C(-1; -2)$  sao cho  $S_{ABN} = 3S_{ANC}$  là

(A)  $N\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$ .

(B)  $N\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$ .

(C)  $N\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ .

(D)  $N\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $N(x_N; y_N)$ ,  $AH$  là đường cao của tam giác  $ABC$ , ta có

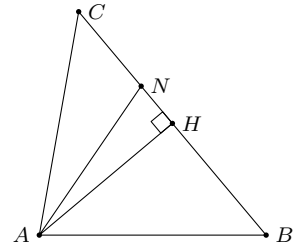
$$S_{ABN} = 3S_{ANC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BN = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot AH \cdot CN \Leftrightarrow BN = 3CN.$$

Do  $N$  nằm trên cạnh  $BC$  nên  $\overrightarrow{BN}$  ngược chiều với  $\overrightarrow{CN}$ , suy ra

$$\overrightarrow{BN} = -3\overrightarrow{CN} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_B = -3(x_N - x_C) \\ y_N - y_B = -3(y_N - y_C) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{x_B + 3x_C}{4} = -\frac{1}{4} \\ y_N = \frac{y_B + 3y_C}{4} = -\frac{3}{4}. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm  $N$  cần tìm là  $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$ .

Chọn đáp án (B)



**CÂU 34.** Cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (3; 2)$ ,  $\vec{b} = (-2; 4)$ . Hãy chọn khẳng định đúng.

(A)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ .

(B)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-6; 8)$ .

(C)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -14$ .

(D)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ .

**Lời giải.**

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-2) + 2 \cdot 4 = 2.$$

Chọn đáp án (A)

**CÂU 35.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$  và  $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$ . Tính tích vô hướng  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

(A)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -30$ .

(B)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ .

(C)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$ .

(D)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 43$ .

**Lời giải.**

Từ giả thiết suy ra  $\vec{a} = (4; 6)$  và  $\vec{b} = (3; -7)$ .

$$\text{Suy ra } \vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot 3 + 6 \cdot (-7) = -30.$$

Chọn đáp án (A)

**CÂU 36.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (1; 2)$ ,  $\vec{b} = (4; 3)$  và  $\vec{c} = (2; 3)$ . Giá trị của biểu thức  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$  bằng bao nhiêu?

(A) 18.

(B) 0.

(C) 28.

(D) 2.

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} = (1; 2)$ ,  $\vec{b} + \vec{c} = (6; 6)$ .

Vậy  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = 1 \cdot 6 + 2 \cdot 6 = 18$ .

Chọn đáp án (A)

**CÂU 37.** Cho  $A(1; 2)$ ,  $B(-1; 1)$  và  $C(5; -1)$ . Tính  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .

(A) 7.

(B) 5.

(C) -7.

(D) -5.

**Lời giải.**

$\vec{AB} = (-2; -1)$ ,  $\vec{AC} = (4; -3)$ .

$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (-2) \cdot 4 + (-1) \cdot (-3) = -5$ .

Chọn đáp án (D)

**CÂU 38.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(3; -1)$  và  $B(2; 10)$ . Tính tích vô hướng  $\vec{AO} \cdot \vec{OB}$ .

(A)  $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = -4$ .

(B)  $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = 0$ .

(C)  $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = 4$ .

(D)  $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = 16$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AO} = (-3; 1)$ ,  $\vec{OB} = (2; 10)$ . Suy ra  $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = -3 \cdot 2 + 1 \cdot 10 = 4$ .

Chọn đáp án (C)

**CÂU 39.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (-2; -1)$  và  $\vec{b} = (4; -3)$ . Tính cosin của góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

(A)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

(B)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

(C)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(D)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2 \cdot 4 + (-1) \cdot (-3)}{\sqrt{4+1} \cdot \sqrt{16+9}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

Chọn đáp án (A)

**CÂU 40.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{a} = (2; 5)$  và  $\vec{b} = (3; -7)$ . Tính  $(\vec{a}, \vec{b})$ .

(A)  $90^\circ$ .

(B)  $120^\circ$ .

(C)  $135^\circ$ .

(D)  $45^\circ$ .

**Lời giải.**

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)}{\sqrt{2^2 + 5^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-7)^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Suy ra:  $(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$

Chọn đáp án (C)

**CÂU 41.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (-2; 3)$  và  $\vec{b} = (4; 1)$ . Tìm véc-tơ  $\vec{d}$  biết  $\vec{a} \cdot \vec{d} = 4$  và  $\vec{b} \cdot \vec{d} = -2$ .

(A)  $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$ .

(B)  $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$ .

(C)  $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$ .

(D)  $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $\vec{d} = (x; y)$ . Từ giả thiết, ta có hệ  $\begin{cases} -2x + 3y = 4 \\ 4x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{7} \\ y = \frac{6}{7} \end{cases}$

Chọn đáp án (B)

**CÂU 42.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1; -1)$ ,  $B(3; 1)$ ,  $C(6; 0)$ . Tính  $\cos \widehat{B}$ .

(A)  $\cos \widehat{B} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(B)  $\cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(C)  $\cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(D)  $\cos \widehat{B} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Lời giải.**

$\vec{BA} = (-4; -2)$ ,  $\vec{BC} = (3; 1)$ .

$$\cos \widehat{B} = \cos(\vec{BA}, \vec{BC}) = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{(-4) \cdot 3 + (-2) \cdot 1}{\sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Chọn đáp án (D)

**CÂU 43.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; -1)$ ,  $B(4; 2)$  và  $C(4; -2)$ . Hỏi góc  $\widehat{ABC}$  có số đo bằng bao nhiêu?

(A)  $30^\circ$ .

(B)  $45^\circ$ .

(C)  $60^\circ$ .

(D)  $90^\circ$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{BA} = (-3; -3) \Rightarrow BA = 3\sqrt{2}$ .

$\overrightarrow{BC} = (0; -4) \Rightarrow BC = 4$ .

$$\cos \widehat{ABC} = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{BA \cdot BC} = \frac{12}{3\sqrt{2} \cdot 4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{ABC} = 45^\circ$$

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 44.** Cho  $\vec{u} = (1; -2)$ ,  $\vec{v} = (-2; 1)$ . Khẳng định nào sau đây sai?

(A)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$ .

(B)  $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ .

(C)  $|\vec{u}| = \sqrt{5}$ .

(D)  $\vec{u} \perp \vec{v}$ .

☞ **Lời giải.**

Ta có  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 \neq 0 \Rightarrow \vec{u} \not\perp \vec{v}$ .

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 45.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(2; 1)$ ,  $B(2; -3)$  và  $C(3; 2)$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) Tam giác  $ABC$  là tam giác nhọn.

(B) Tam giác  $ABC$  là tam giác đều.

(C) Tam giác  $ABC$  là tam giác tù.

(D) Tam giác  $ABC$  là tam giác vuông.

☞ **Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (0; -4) \Rightarrow AB = 4$ ;

$\overrightarrow{AC} = (1; 1) \Rightarrow AC = \sqrt{2}$ ;

$\overrightarrow{BC} = (1; 5) \Rightarrow BC = \sqrt{26}$ .

Ta nhận thấy:  $AB \neq AC \neq BC$  nên tam giác  $ABC$  không phải là tam giác đều.

Ta có  $AB^2 + AC^2 = 4^2 + (\sqrt{2})^2 = 18 \neq 26 = BC^2$  suy ra tam giác  $ABC$  không phải là tam giác vuông.

Cạnh dài nhất là  $BC$  nên góc lớn nhất là góc  $A$ . Ta tính góc  $A$ .

$$\cos \hat{A} = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{0 \cdot 1 - 4 \cdot 1}{4\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} < 0 \Rightarrow \hat{A} \text{ tù.}$$

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 46.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho bốn điểm  $A(-8; 0)$ ,  $B(0; 4)$ ,  $C(2; 0)$  và  $D(-3; -5)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) Hai góc  $\widehat{BAD}$  và  $\widehat{BCD}$  phụ nhau.

(B) Góc  $\widehat{BCD}$  là góc nhọn.

(C)  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})$ .

(D) Hai góc  $\widehat{BAD}$  và  $\widehat{BCD}$  bù nhau.

☞ **Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (8; 4)$ ,  $\overrightarrow{AD} = (5; -5)$ ,  $\overrightarrow{CB} = (-2; 4)$ ,  $\overrightarrow{CD} = (-5; 5)$ .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{8 \cdot 5 + 4 \cdot (-5)}{\sqrt{8^2 + 4^2} \cdot \sqrt{5^2 + 5^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{(-2) \cdot (-5) + 4 \cdot (-5)}{\sqrt{2^2 + 4^2} \cdot \sqrt{5^2 + 5^2}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}. \end{cases}$$

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 47.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 4$  và  $AD = 3$ . Khi đó  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$  bằng

(A) 0.

(B) 12.

(C) 5.

(D) -1.

☞ **Lời giải.**

Ta có  $AB \perp AD \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ .

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 48.** Cặp véc-tơ nào sau đây vuông góc với nhau?

(A)  $\vec{a}_1 = (-4; -6)$  và  $\vec{a}_2 = (3; 2)$ .

(B)  $\vec{b}_1 = (3; -4)$  và  $\vec{b}_2 = (-3; 4)$ .

(C)  $\vec{c}_1 = (-4; -6)$  và  $\vec{c}_2 = (-3; 2)$ .

(D)  $\vec{d}_1 = (5; -3)$  và  $\vec{d}_2 = (3; -5)$ .

☞ **Lời giải.**

Ta có  $\vec{c}_1 \cdot \vec{c}_2 = 0$  nên  $\vec{c}_1 \perp \vec{c}_2$ .

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 49.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-4; 1)$ ,  $B(2; 4)$ ,  $C(2; -2)$ . Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

(A)  $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .

(B)  $H(2; 4)$ .

(C)  $H\left(\frac{1}{3}; 3\right)$ .

(D)  $H(1; 3)$ .

☞ **Lời giải.**

Giả sử tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  là  $H(x; y)$ . Ta có

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0(x+4) - 6(y-1) = 0 \\ 6(x-2) - 3(y-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1. \end{cases}$$



Vậy toạ độ trực tâm của tam giác  $ABC$  là  $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .

Chọn đáp án (A)

**CÂU 50.** Trong mặt phẳng toạ độ  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , cho  $\vec{a} = (-1; 2)$ ,  $\vec{b} = (3; -5)$ . Tìm số thực  $m$  sao cho  $m\vec{a} + \vec{b}$  vuông góc với  $\vec{i} + \vec{j}$ .

- (A)  $m = -2$ . (B)  $m = 2$ . (C)  $m = 3$ . (D)  $m = \frac{5}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $m\vec{a} + \vec{b} = (-m + 3; 2m - 5)$  và  $\vec{i} + \vec{j} = (1; 1)$ .

$m\vec{a} + \vec{b}$  vuông góc với  $\vec{i} + \vec{j} \Leftrightarrow (m\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{i} + \vec{j}) = 0 \Leftrightarrow m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ .

Chọn đáp án (B)

**CÂU 51.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-3; -2)$ ,  $B(5; 2)$  và trực tâm  $H(5; 0)$ . Tìm toạ độ đỉnh  $C$ .

- (A)  $C(6; -2)$ . (B)  $C(4; -2)$ . (C)  $C(5; -2)$ . (D)  $C(4; -1)$ .

**Lời giải.**

Gọi toạ độ đỉnh  $C(x; y)$ . Ta có  $\overrightarrow{AC} = (x + 3; y + 2)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (x - 5; y - 2)$ ,  $\overrightarrow{AH} = (8; 2)$ ,  $\overrightarrow{BH} = (0; -2)$ .

Vì  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$  nên ta có

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(x - 5) + 2(y - 2) = 0 \\ -2(y + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -2 \end{cases}$$

Chọn đáp án (A)

**CÂU 52.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-3; 0)$ ,  $B(3; 0)$  và  $C(2; 6)$ . Gọi  $H(a; b)$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Tính  $a + 6b$ .

- (A)  $a + 6b = 5$ . (B)  $a + 6b = 6$ . (C)  $a + 6b = 7$ . (D)  $a + 6b = 8$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AH} = (a + 3; b)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (-1; 6)$ ,  $\overrightarrow{BH} = (a - 3; b)$  và  $\overrightarrow{AC} = (5; 6)$ .

$H$  là trực tâm tam giác  $ABC$  khi và chỉ khi

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3 + 6b = 0 \\ 5a - 15 + 6b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{5}{6} \end{cases}$$

Suy ra  $a + 6b = 7$ .

Chọn đáp án (C)

**CÂU 53.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , cho  $A(1; 3)$ ,  $B(-6; 2)$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OAB$  (với  $O$  là gốc toạ độ) là

- (A) 6. (B) 5. (C)  $\sqrt{50}$ . (D)  $\frac{\sqrt{50}}{2}$ .

**Lời giải.**

Dễ thấy  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$  nên tam giác  $OAB$  vuông tại  $O$ . Do đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OAB$  là  $\frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{50}}{2}$ .

Chọn đáp án (D)

**CÂU 54.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho  $\vec{a} = (4; -8)$ . Véc-tơ nào sau đây không vuông góc với  $\vec{a}$

- (A)  $\vec{b} = (-1; 2)$ . (B)  $\vec{b} = (-2; -1)$ . (C)  $\vec{b} = (2; 1)$ . (D)  $\vec{b} = (4; 2)$ .

**Lời giải.**

Hai véc-tơ vuông góc nhau khi  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ , khi đó véc-tơ  $\vec{a} = (4; -8)$  sẽ không vuông góc với véc-tơ  $\vec{b} = (-1; 2)$ .

Chọn đáp án (A)

**CÂU 55.** Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $M(1; 2)$ ,  $N(3; 4)$ . Tìm toạ độ điểm  $P$  trên trục  $Ox$  sao cho tam giác  $MNP$  vuông tại  $M$

- (A)  $P(0; 3)$ . (B)  $P(-1; 0)$ . (C)  $P(3; 0)$ . (D)  $P(0; -1)$ .

**Lời giải.**

Điểm  $P$  trên trục  $Ox$  có toạ độ là  $P(x_P; 0)$ .

Có  $\overrightarrow{MP} = (x_P - 1; -2)$  và  $\overrightarrow{MN} = (2; 2)$ .

Để tam giác  $MNP$  vuông tại  $M$  thì  $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow 2(x_P - 1) - 4 = 0 \Leftrightarrow x_P = 3$ .

Vậy điểm cần tìm là  $P(3; 0)$ .

Chọn đáp án (C)

**CÂU 56.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho véc-tơ  $\vec{u} = (2; -4)$  và  $\vec{v} = (x; 3)$ . Tìm giá trị của  $x$  để  $\vec{u} \perp \vec{v}$ .

- (A) 6. (B) -2. (C) 0. (D) -1.

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow 2 \cdot x = (-4) \cdot 3 \Leftrightarrow x = 6$ . Vậy  $x = 6$  là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 57.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1; 1)$ ,  $B(1; 3)$  và  $C(1; -1)$ . Hãy chọn phát biểu đúng.

- (A) Tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ . (B) Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ .  
(C) Tam giác  $ABC$  có ba góc đều nhọn. (D) Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} = (2; 2)$  và  $\vec{AC} = (2; -2)$  suy ra

$$\begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4 - 4 = 0 \\ AB = AC = 2\sqrt{2}. \end{cases}$$

Vậy tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ .

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 58.** Cho hai điểm  $A(-6; 3)$ ,  $B(4; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  thuộc tia  $Oy$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ .

- (A)  $(0; 7)$ . (B)  $(7; 0)$ . (C)  $(0; -3)$ . (D)  $(0; -3)$  và  $(0; 7)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $C(0; c) \in Oy$ . Vì  $C$  thuộc tia  $Oy$  nên  $c > 0$ .

Ta có  $\vec{CA} = (-6; 3 - c)$ ,  $\vec{CB} = (4; 1 - c)$ .

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  khi và chỉ khi  $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 0$

$$\Leftrightarrow (-6) \cdot 4 + (3 - c)(1 - c) = 0 \Leftrightarrow c^2 - 4c - 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 7 & (\text{nhận}) \\ c = -3 & (\text{loại}). \end{cases}$$

Vậy  $C(0; 7)$ .

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 59.** Tìm  $m$  để hai véc-tơ  $\vec{a} = (1; -3)$ ,  $\vec{b} = (m^2; 4)$  vuông góc với nhau.

- (A)  $m = 12$ . (B)  $m = 2\sqrt{3}$ . (C)  $m = -2\sqrt{3}$ . (D)  $m = \pm 2\sqrt{3}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot m^2 + (-3) \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{3}$ .

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 60.** Cho tam giác  $ABC$ , với  $A(0; 3)$ ,  $B(x; 1)$ ,  $C(4; 1)$ . Tìm  $x$  để tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .

- (A)  $x = -2$ . (B)  $x = 1$ . (C)  $x = 0$ . (D)  $x = -1$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} = (x; -2)$ ,  $\vec{AC} = (4; -2)$ . Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  nên

$$\vec{AC} \perp \vec{AB} \Leftrightarrow \vec{AC} \cdot \vec{AB} = 0 \Leftrightarrow 4x + (-2) \cdot (-2) = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 61.** Trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ), cho  $A(-4; 1)$ ,  $B(2; 4)$ ,  $C(2; -2)$ . Tìm mệnh đề sai.

- (A)  $A, B, C$  không thẳng hàng. (B) Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ .  
(C)  $\cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{3}{5}$ . (D) Độ dài  $AB = AC = 3\sqrt{5}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{AB} = (6; 3)$ ,  $\vec{AC} = (6; -3)$  nên  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 36 - 9 = 27 \neq 0$ .

Suy ra tam giác  $ABC$  không vuông tại  $A$ .

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 62.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2; 3)$ ,  $B(-2; 1)$ . Điểm  $C$  thuộc trục  $Ox$  sao cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $C$  có thể nhận tọa độ là

- (A)  $C(3; 0)$ . (B)  $C(-3; 0)$ . (C)  $C(-1; 0)$ . (D)  $C(2; 0)$ .

**Lời giải.**

Vì  $C \in Ox$  nên  $C(x; 0) \Rightarrow \begin{cases} \vec{CA} = (2 - x; 3) \\ \vec{CB} = (-2 - x; 1). \end{cases}$

$\triangle ABC$  vuông tại  $C$  nên  $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 0 \Leftrightarrow (2 - x)(-2 - x) + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ .

Vậy  $C(-1; 0)$  hoặc  $C(1; 0)$ .

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 63.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có trực tâm là gốc tọa độ  $O$ , hai đỉnh  $A$  và  $B$  có tọa độ là  $A(-2; 2)$ ,  $B(3; 5)$ . Tọa độ của đỉnh  $C$  là

- (A)  $\left(-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$ . (B)  $\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$ . (C)  $\left(\frac{3}{4}; \frac{11}{4}\right)$ . (D)  $\left(-\frac{3}{4}; \frac{11}{4}\right)$ .

**Lời giải.**

Giả sử  $C(x; y)$ . Khi đó  $\overrightarrow{OC} = (x; y)$ ,  $\overrightarrow{AB} = (5; 3)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (x + 2; y - 2)$  và  $\overrightarrow{OB} = (3; 5)$ . Do  $O$  là trực tâm tam giác  $ABC$  nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 3y = 0 \\ 3(x + 2) + 5(y - 2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{4} \\ y = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Vậy  $C\left(-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$ .

Chọn đáp án (A).

**CÂU 64.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 2)$ ,  $B(3; 4)$ ,  $C(0; -2)$ . Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

- (A)  $H(-1; 3)$ . (B)  $H(-9; 7)$ . (C)  $H(9; -7)$ . (D)  $H(3; -1)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $H(x; y)$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Khi đó ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 6y = 15 \\ x + 4y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = 7 \end{cases}$$

Vậy  $H(-9; 7)$ .

Chọn đáp án (B).

**CÂU 65.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  với  $A(-1; 0)$  và  $B(-3; 0)$ . Tọa độ điểm  $C$  là:

- (A)  $(-3; -1)$ . (B)  $(-2; -2)$ . (C)  $(-2; 0)$ . (D)  $(-1; -3)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $A, B \in Ox$  do đó  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  khi và chỉ khi  $x_C = x_A = -1$ .

Chọn đáp án (D).

**CÂU 66.** Cho hình vuông  $ABCD$ , biết đỉnh  $A(1; -1)$ ,  $B(3; 0)$  và đỉnh  $C$  có tọa độ dương. Tìm tọa độ  $C$ .

- (A)  $C(4; -2)$ . (B)  $C(4; 2)$ . (C)  $C(2; 4)$ . (D)  $C(2; 2)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $C(x; y)$  với  $x > 0$ ,  $y > 0$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} = (2; 1)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (x - 3; y)$ .

$$ABCD \text{ là hình vuông nên } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ AB = BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x - 3) + y = 0 \\ AB^2 = BC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ (x - 3)^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ (x - 3)^2 + (6 - 2x)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ 5x^2 - 30x + 40 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases} \text{ (loại)} \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy  $C(2; 2)$ .

Chọn đáp án (D).

**CÂU 67.** Cho  $A(1; -2)$ ,  $B(-1; -1)$ . Tìm  $M$  trục  $Ox$  sao cho tam giác  $ABM$  vuông tại  $A$ .

- (A)  $M(-3; 0)$ . (B)  $M(-2; 0)$ . (C)  $M(2; 0)$ . (D)  $M(3; 0)$ .

**Lời giải.**

$M$  thuộc trục  $Ox$  cho nên  $M(m; 0)$ ,  $\overrightarrow{AB} = (-2; 1)$  và  $\overrightarrow{AM} = (m - 1; 2)$ . Tam giác  $ABM$  vuông tại  $A$  suy ra

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow -2m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2.$$

Chọn đáp án (C).

# MỤC LỤC

Ⓐ	Tóm tắt lý thuyết.....	1
Ⓑ	Các ví dụ.....	2
Ⓒ	Bài tập vận dụng.....	3
Ⓓ	Bài tập trắc nghiệm.....	3

## LỜI GIẢI CHI TIẾT 9

Ⓔ	Tóm tắt lý thuyết.....	9
Ⓕ	Các ví dụ.....	10
Ⓖ	Bài tập vận dụng.....	12
Ⓗ	Bài tập trắc nghiệm.....	16

