

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

CÂU 1. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A** Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song với nhau.
B Nếu hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.
C Hai vectơ được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng độ dài và cùng hướng.
D Nếu vectơ \vec{a} và vectơ \vec{b} cùng bằng vectơ \vec{c} thì hai vectơ \vec{a} và vectơ \vec{b} bằng nhau.

Lời giải.

Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.

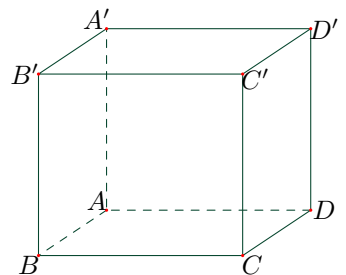
Chọn đáp án **A** ☐

CÂU 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ \overrightarrow{AB} là

- A** $\overrightarrow{D'C'}$. **B** \overrightarrow{BA} . **C** \overrightarrow{CD} . **D** $\overrightarrow{B'A'}$.

Lời giải.

Dễ thấy vectơ bằng với vectơ \overrightarrow{AB} là vectơ nào $\overrightarrow{D'C'}$ vì chúng cùng hướng và có cùng độ dài.



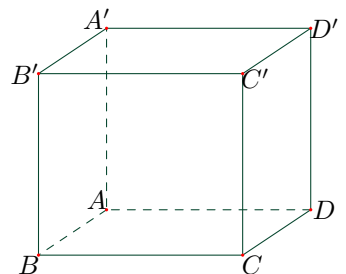
Chọn đáp án **A** ☐

CÂU 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ \overrightarrow{AB} ?

- A** \overrightarrow{CD} . **B** $\overrightarrow{B'C'}$. **C** \overrightarrow{AD} . **D** $\overrightarrow{AC'}$.

Lời giải.

Vectơ cùng phương với \overrightarrow{AB} là \overrightarrow{CD} , vì hai vectơ này có giá song song với nhau.



Chọn đáp án **A** ☐

CÂU 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. **B** $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$.
C $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$. **D** $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$.

Lời giải.

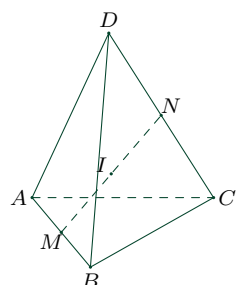
Theo quy tắc hình hộp, ta có mệnh đề sai là $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$.

Chọn đáp án **B** ☐

CÂU 5.

Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD , I là trung điểm của đoạn MN . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A** $\overrightarrow{AN} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC})$. **B** $\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IM} = \vec{0}$.
C $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$. **D** $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$.



Lời giải.

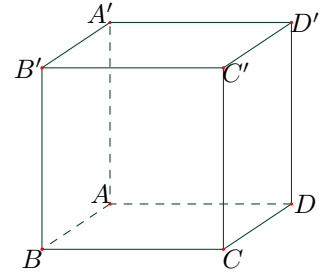
Đáp án B đúng: Vì I là trung điểm MN nên ta có: $\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IM} = \vec{0}$.
 Đáp án C đúng: Vì M là trung điểm AB nên ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
 Đáp án D đúng: Vì N là trung điểm CD nên ta có: $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$.

Chọn đáp án **A** ☐

CÂU 6.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Hãy tìm mệnh đề đúng trong những mệnh đề sau đây

- A** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. **B** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{B'A}$.
C $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$. **D** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{CB'}$.



Lời giải.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Chọn đáp án **A** ☐

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$, có bao nhiêu vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện?

- A** 1. **B** 3. **C** 2. **D** 4.

Lời giải.

Có ba vectơ là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

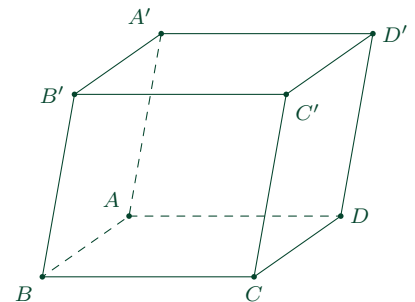
Chọn đáp án **B** ☐

CÂU 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

- A** $\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{A'B'}$. **B** $\overrightarrow{B'C'}$ và \overrightarrow{CD} . **C** \overrightarrow{AB} và $\overrightarrow{B'C'}$. **D** \overrightarrow{AB} và $\overrightarrow{D'C'}$.

Lời giải.

Hai vectơ \overrightarrow{AB} và $\overrightarrow{D'C'}$ có giá song song nên cùng phương.

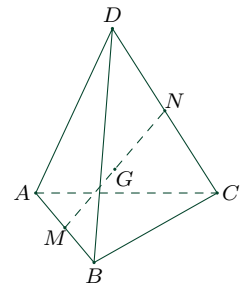


Chọn đáp án **D** ☐

CÂU 9.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD , G là trung điểm của MN . Vectơ $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}$ bằng Vectơ nào sau đây

- A** $4\overrightarrow{MG}$. **B** \overrightarrow{GD} . **C** $\vec{0}$. **D** \overrightarrow{MN} .



Lời giải.

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) + (\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 2\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = \vec{0}.$$

Chọn đáp án **C** ☐

CÂU 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề đúng?

- A** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C'A'}$. **B** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'}$. **C** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. **D** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \vec{0}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

Chọn đáp án **D** ☐

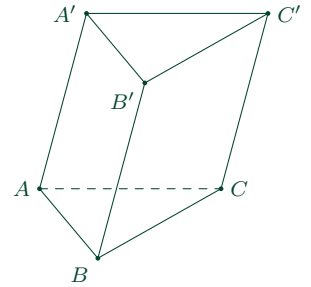
CÂU 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- Ⓐ $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. Ⓑ $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$. Ⓒ $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$. Ⓓ $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} \\ &= \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}.\end{aligned}$$

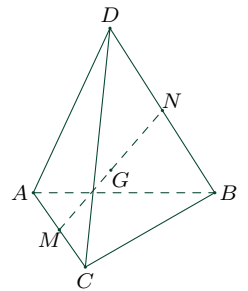


Chọn đáp án Ⓓ.

CÂU 12.

Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN . Hãy chọn khẳng định sai

- Ⓐ $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$. Ⓑ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$.
Ⓒ $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Ⓓ $2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

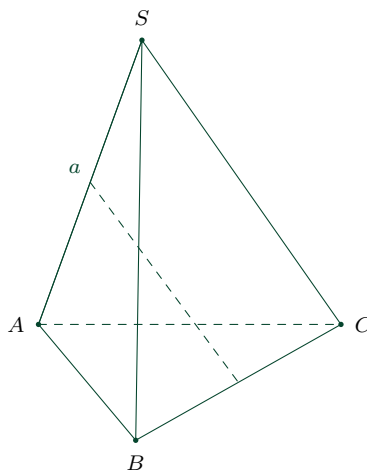


Lời giải.

- ⊙ $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$ đúng vì M là trung điểm AC .
- ⊙ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$ đúng vì $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{MN}$
- ⊙ $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ đúng vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = \vec{0}$.
- ⊙ $2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ sai vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB}) + (\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}) = 2\overrightarrow{MN} + \vec{0} + \vec{0} = 2\overrightarrow{MN}$.

Chọn đáp án Ⓓ.

CÂU 13. Cho tứ diện đều $SABC$ có cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?



Mệnh đề	Đ	S
a) Độ dài của vectơ \overrightarrow{SA} bằng a .	X	

b) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.	X	
c) $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{MN}$.		X
d) Gọi I là trọng tâm của tứ diện. Khoảng cách từ I đến (ABC) bằng $\frac{3a\sqrt{6}}{4}$.		X

Lời giải.

- a) $|\overrightarrow{SA}| = SA = a$.
- b) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = |\overrightarrow{SA}| \cdot |\overrightarrow{SB}| \cdot \sin \widehat{ASB} = a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
- c) Do N là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SN}$ và $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MB}$.
 Suy ra $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2(\overrightarrow{SN} + \overrightarrow{AN})$
 Do M là trung điểm của SA nên $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NS} = 2\overrightarrow{NM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{SN} = 2\overrightarrow{MN}$.
 Do đó $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2 \cdot 2 \cdot \overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{MN}$.
- d) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .
 Do tứ diện $SABC$ là tứ diện đều và I là trọng tâm tứ diện nên $d(I, (ABC)) = IG$
 Tam giác ABC đều cạnh a , N là trung điểm của BC , suy ra $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 Do G là trọng tâm tam giác ABC nên $AG = \frac{2}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.
 Do tứ diện $SABC$ là tứ diện đều nên $SG \perp (ABC) \Rightarrow SG \perp AG$.
 Tam giác SAG vuông tại G nên $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.
 Do I là trọng tâm tứ diện $SABC$ nên $IG = \frac{1}{4}SG = \frac{1}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.
 Vậy $d(I, (ABC)) = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai

CÂU 14. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a . Gọi M là trung điểm AD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{CD}$.		X
b) $\overrightarrow{DC_1} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD_1}$.	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) $\overrightarrow{AB_1} \cdot \overrightarrow{CD_1} = 0$.	X	
d) $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{A_1B_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{B_1C_1}$.		X

Lời giải.

HÌNH O DAY

- a) $\overrightarrow{A_1B_1} = -\overrightarrow{CD}$.
- b) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{DC_1}$.
- c) $\overrightarrow{AB_1} \cdot \overrightarrow{CD_1} = \overrightarrow{AB_1} \cdot \overrightarrow{BA_1} = 0$
- d) $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1D_1})$
 $= \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}) = \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{B_1C_1}$

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c đúng ☐ d sai

CÂU 15. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} cùng hướng.		X
b) $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$ với E là trung điểm MN .	X	

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.	X	
d) Điểm I xác định bởi $P = 3\overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + \overrightarrow{IC}^2 + \overrightarrow{ID}^2$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị nhỏ nhất của P là $2a^2$.	X	

Lời giải.

a) \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} ngược hướng.

b) Vì M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{EM}$, N là trung điểm CD nên $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{EN}$.
Ta có $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = 2(\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN}) = \vec{0}$.

$$\begin{aligned} \text{c) } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} &= (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} \\ &= \overrightarrow{CB}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = \vec{0} \end{aligned}$$

d) Gọi M là điểm thỏa mãn hệ thức $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$ suy ra M cố định vì A, B, C, D cố định. Ta có

$$\begin{aligned} P &= 3\overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + \overrightarrow{IC}^2 + \overrightarrow{ID}^2 \\ &= 3(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MA})^2 + (\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MB})^2 + (\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MC})^2 + (\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MD})^2 \\ &= 6IM^2 + 3MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 + 2\overrightarrow{IM} \cdot (3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) \\ &= 6IM^2 + 3MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2. \end{aligned}$$

Do đó để P nhỏ nhất thì I trùng với M . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD .

Vì $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 3\overrightarrow{MA} + (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = 3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MG}$ nên $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MG} = \vec{0}$.

Suy ra M là trung điểm của AG .

$$\text{Ta có } BG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow MA = \frac{1}{2}AG = \frac{a}{\sqrt{6}} \Rightarrow MA^2 = \frac{a^2}{6}.$$

$$\text{Lại có } MD^2 = MC^2 = MB^2 = MG^2 + BG^2 = \frac{a^2}{6} + \frac{a^2}{3} = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất là } P = 3 \cdot \frac{a^2}{6} + 3 \cdot \frac{a^2}{2} = 2a^2 \text{ khi } I \text{ trùng với } M.$$

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c đúng ☐ d đúng ☐

CÂU 16. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a có G là trọng tâm của tam giác BCD và I là điểm thuộc đoạn thẳng AG sao cho $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai? 1. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. 2. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 3\overrightarrow{IG}$. 3. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}$. 4. $\overrightarrow{IB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

Lời giải.

HÌNH O DAY

1. Mệnh đề sai vì G là trọng tâm của tam giác BCD nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

2. Mệnh đề đúng: Vì

$$\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{IG} + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 3\overrightarrow{IG}.$$

3. Mệnh đề đúng: Vì $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AI} = \vec{0}$.

4. Mệnh đề đúng vì:

$$\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AG}.$$

$$\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AB} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}.$$

CÂU 17. Cho tứ diện $ABCD$ Gọi E là trung điểm AD , F là trung điểm BC . Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \dots \dots \dots \overrightarrow{EF}$

Lời giải.

Trả lời: 2

Do E là trung điểm AD , F là trung điểm BC nên: $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$; $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} = -(\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CF}) = \vec{0}$.

$$\text{Có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB} \\ \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FC} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{EF}$$

CÂU 18. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = 2a, AD = 3a$. Độ dài vectơ $\overrightarrow{B'D'}$ bằng.....

Lời giải.

HÌNH O DAY

Ta có: $|\overrightarrow{B'D'}| = B'D' = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{13}$

Vậy độ dài vectơ $\overrightarrow{B'D'}$ bằng $a\sqrt{13}$

CÂU 19. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{AC'}$ bằng

Lời giải.

HÌNH O DAY

Ta có $\overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'}$

$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

$\Rightarrow \overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{AC'} = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) = \overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{AA'}^2 = 0$

\Rightarrow Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{AC'}$ bằng 90°

CÂU 20. Cho hình chóp $S \cdot ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và $SA = SB = SC = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{SM} và \overrightarrow{BC} bằng

Lời giải.

HÌNH O DAY

Ta có $\cos(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{SM}| |\overrightarrow{BC}|} = \frac{\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC}}{SM \cdot BC}$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC} &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB}) \cdot (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}) \\ &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SB}) \\ &= -\frac{1}{2} \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SB} = -\frac{1}{2} SB^2 = -\frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

Tam giác SAB và SBC vuông cân tại S nên $AB = BC = a\sqrt{2} \Rightarrow SM = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $\cos(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{-\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$. Suy ra $(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$

CÂU 21. Cho hình chóp $S \cdot ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và $SA = SB = SC = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{SM} và \overrightarrow{BC} bằng

Lời giải.

Trả lời: 120°

HÌNH O DAY

Ta có $\cos(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{SM}| |\overrightarrow{BC}|} = \frac{\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC}}{SM \cdot BC}$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC} &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB}) \cdot (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}) \\ &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SB}) \\ &= -\frac{1}{2} \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SB} = -\frac{1}{2} SB^2 = -\frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

Tam giác SAB và SBC vuông cân tại S nên $AB = BC = a\sqrt{2}$.

Suy ra trung tuyến $SM = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $\cos(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{-\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$. Suy ra $(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$

CÂU 22. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Xét các điểm M, N lần lượt thuộc các đường thẳng $A'C, C'D$ sao cho đường thẳng MN song song với đường thẳng BD' . Khi đó tỉ số $\frac{MN}{BD'}$ bằng

Lời giải.

HÌNH O DAY

Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{x}, \overrightarrow{BB'} = \vec{y}, \overrightarrow{BC} = \vec{z}$.

Do $\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CA'}$ là hai vectơ cùng phương $\Rightarrow \exists k \in \mathbb{R}: \overrightarrow{CM} = k \cdot \overrightarrow{CA'}$.

Và $\overrightarrow{C'N}, \overrightarrow{C'D}$ là hai vectơ cùng phương $\Rightarrow \exists h \in \mathbb{R}: \overrightarrow{C'N} = h \cdot \overrightarrow{C'D}$.

Ta có: $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}, (1)$

$$\begin{aligned} \text{Ta lại có: } \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{CN} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'N} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CC'} + h \cdot \overrightarrow{C'D} - k \cdot \overrightarrow{CA'} \\ &= \vec{y} + h \cdot (-\vec{y} + \vec{x}) - k \cdot (\vec{y} - \vec{z} + \vec{x}) = (h - k) \cdot \vec{x} + (1 - h - k) \cdot \vec{y} + k \cdot \vec{z}, \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{Do } MN \parallel B'D \text{ nên tồn tại } t \in \mathbb{R}: \overrightarrow{MN} = t \cdot \overrightarrow{BD'}. \text{ Từ (1) và (2) ta có } \begin{cases} h - k = t \\ 1 - h - k = t \\ k = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = t \\ h = 2t \\ 1 - 3t = t \end{cases} \Rightarrow t = \frac{1}{4} \Rightarrow \overrightarrow{MN} =$$

$$\frac{1}{4} \overrightarrow{BD'}.$$

$$\text{Vậy } \frac{MN}{BD'} = \frac{1}{4}.$$