

Bài 1. QUY TẮC ĐẾM

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Quy tắc cộng

Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo một trong hai phương án khác nhau

- ☑ Phương án một có n_1 cách thực hiện,
- ☑ Phương án hai có n_2 cách thực hiện.

Khi đó, số cách thực hiện công việc sẽ là $n_1 + n_2$ cách.

2. Quy tắc nhân

Giả sử một công việc nào đó phải hoàn thành qua hai công đoạn liên tiếp nhau

- ☑ Công đoạn một có m_1 cách thực hiện,
- ☑ Với mỗi cách thực hiện công đoạn một, có m_2 cách thực hiện công đoạn hai.

Khi đó, số cách thực hiện công việc là $m_1 \cdot m_2$ cách.

B. CÁC DẠNG TOÁN

1

Bài toán sử dụng quy tắc cộng

- Ta áp dụng quy tắc cộng cho một công việc có nhiều phương án khi các phương án đó phải rời nhau, không phụ thuộc vào nhau (độc lập với nhau).
- Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau, thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Giả sử từ tỉnh C đến tỉnh D có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa hoặc máy bay. Mỗi ngày có 6 chuyến ô tô, 4 chuyến tàu hỏa và 2 chuyến máy bay. Số cách lựa chọn chuyến đi từ tỉnh C đến tỉnh D là

VÍ DỤ 2. Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

VÍ DỤ 3. Một hộp có 12 viên bi trắng, 10 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Một em bé muốn chọn 1 viên bi để chơi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Một lớp có 39 bạn nam và 10 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bạn phụ trách quỹ lớp?

- (A) 390. (B) 10. (C) 49. (D) 39.

CÂU 2. Trên giá sách có 5 quyển sách Tiếng Anh khác nhau, 6 quyển sách Toán khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Việt khác nhau. Số cách chọn 1 quyển sách là

- (A) 240. (B) 19. (C) 6. (D) 8.

CÂU 3. Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp 11A hoặc lớp 12B. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến và lớp 12B có 22 học sinh tiên tiến?

- (A) 682. (B) 31. (C) 9. (D) 53.

CÂU 4. Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh?

- (A) 45. (B) 20. (C) 500. (D) 25.

CÂU 5. Trên giá sách có 10 quyển sách Toán khác nhau, 11 quyển sách Văn khác nhau và 7 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một quyển sách trong các quyển sách nói trên?

- (A) 32. (B) 26. (C) 20. (D) 28.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- CÂU 6.** Một người vào cửa hàng ăn nhưng chỉ đủ tiền mua 1 món ăn. Thực đơn gồm 5 món cơm, 6 món mì và 3 món cháo. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn món?
- (A) 5. (B) 3. (C) 14. (D) 6.
- CÂU 7.** Có 8 quyển sách khác nhau và 6 quyển vở khác nhau. Số cách chọn một trong các quyển đó là
- (A) 8. (B) 14. (C) 6. (D) 48.
- CÂU 8.** Một lớp học có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn, 4 học sinh giỏi Anh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh giỏi bất kì?
- (A) 7. (B) 16. (C) 12. (D) 140.
- CÂU 9.** Giả sử bố bạn An muốn mua một chiếc xe hiệu Vision hoặc SH. Biết rằng xe máy hiệu Vision có 5 màu khác nhau, xe máy hiệu SH có 9 màu khác nhau. Hỏi bố bạn An có bao nhiêu sự lựa chọn?
- (A) 9. (B) 14. (C) 5. (D) 45.
- CÂU 10.** Một cô gái có 2 cái mũ màu trắng, 3 cái mũ màu xanh và 5 cái mũ màu vàng, tất cả các cái mũ đều khác kiểu. Hỏi cô gái này có bao nhiêu cách chọn một cái mũ để đội đi dạo?
- (A) 5. (B) 10. (C) 30. (D) 6.
- CÂU 11.** Một bạn muốn đi từ tỉnh A tới tỉnh B trong một ngày nhất định. Biết rằng trong ngày hôm đó từ tỉnh A đến tỉnh B có 14 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu. Hỏi bạn đó có bao nhiêu sự lựa chọn để đi từ A đến B?
- (A) 70. (B) 19. (C) 14. (D) 5.
- CÂU 12.** Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số từ 7 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?
- (A) 1. (B) 9. (C) 6. (D) 3.
- CÂU 13.** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?
- (A) 605. (B) 280. (C) 325. (D) 45.
- CÂU 14.** Giả sử một công việc có thể được tiến hành theo hai phương án A và B. Phương án A có thể thực hiện bằng n cách, phương án B có thể thực hiện bằng m cách không trùng với cách nào của phương án A. Khi đó
- (A) Công việc có thể được thực hiện bằng $m \cdot n$ cách.
- (B) Công việc có thể được thực hiện bằng $m + n$ cách.
- (C) Công việc có thể được thực hiện bằng $\frac{1}{2}(m + n)$ cách.
- (D) Công việc có thể được thực hiện bằng $\frac{1}{2} \cdot m \cdot n$ cách.
- CÂU 15.** Từ một bó hoa hồng gồm 3 bông hồng trắng, 5 bông hồng đỏ và 6 bông hồng vàng, có bao nhiêu cách chọn ra một bông hồng?
- (A) 11. (B) 90. (C) 14. (D) 8.

2

Bài toán sử dụng quy tắc nhân

Ta sử dụng quy tắc nhân để giải các bài toán đếm trong đó việc thực hiện một công việc được chia thành nhiều giai đoạn, ứng với mỗi cách thực hiện giai đoạn trước sẽ có số cách thực hiện giai đoạn sau cố định.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Bạn An có 4 áo sơ-mi khác màu và 3 quần dài khác nhau. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn ra một bộ đồ gồm 1 áo sơ-mi và 1 quần dài?

VÍ DỤ 2. Một trường phổ thông có 12 học sinh chuyên tin và 18 học sinh chuyên toán. Thành lập một đoàn gồm hai người dự hội nghị sao cho có một học sinh chuyên tin và một học sinh chuyên toán. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đoàn như trên?

VÍ DỤ 3. Từ Quảng Trị đến Quảng Ngãi có 4 con đường và có 6 con đường từ Quảng Ngãi đến TPHCM. Hỏi có bao nhiêu con đường khác nhau để đi từ Quảng Trị đến TPHCM qua Quảng Ngãi?

VÍ DỤ 4. Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau được tạo từ các chữ số trong tập A ?

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Cho tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau được tạo từ các chữ số trong tập A ?

BÀI 2. Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$. Từ A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?

BÀI 3. Có bao nhiêu biển đăng kí xe ô tô nếu mỗi biển số chứa một dãy ba chữ cái (trong bảng 26 chữ cái tiếng Anh), tiếp sau là bốn chữ số?

BÀI 4. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số bắt đầu bằng chữ số lẻ và các chữ số đôi một khác nhau?

BÀI 5. Từ các số $1; 2; \dots; 9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau, bắt đầu bằng chữ số lẻ và kết thúc bằng chữ số chẵn?

BÀI 6. Từ các số $0; 4; 5; 7; 8; 9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau và lớn hơn 5000?

BÀI 7. Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau được viết từ các số $1; 2; 3; 4; 5$, trong đó ba chữ số đầu là ba chữ số lẻ và hai chữ số cuối là hai chữ số chẵn?

3. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai. Hỏi có bao nhiêu cách thực hiện công việc?

- ☐ A $m + n$. ☐ B $m - n$. ☐ C $\frac{m}{n}$. ☐ D $m \cdot n$.

CÂU 2. Anh A có 7 cái áo màu sắc khác nhau và 6 cái quần có kiểu khác nhau. Anh A có thể chọn nhiều nhất bao nhiêu bộ quần áo?

- ☐ A 7. ☐ B 13. ☐ C 6. ☐ D 42.

CÂU 3. Để đi từ thị trấn A đến thị trấn C phải qua thị trấn B. Biết từ A đến B có 4 con đường, từ B đến C có 3 con đường. Khi đó số cách đi từ A đến C mà phải qua B là:

- ☐ A 6. ☐ B 7. ☐ C 15. ☐ D 12.

CÂU 4. An muốn mua một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có 8 màu khác nhau, các cây bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Vậy An có bao nhiêu cách chọn?

- ☐ A 64. ☐ B 16. ☐ C 32. ☐ D 20.

CÂU 5. Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn 1 bạn nữ lớp 12A và 1 bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

- ☐ A 320. ☐ B 630. ☐ C 36. ☐ D 1220.

CÂU 6. Một hộp có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng

- ☐ A 7. ☐ B 81. ☐ C 64. ☐ D 12.

CÂU 7. Có hai kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn) và có ba kiểu dây (kim loại, da, nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ có một mặt và một dây?

- ☐ A 8. ☐ B 7. ☐ C 5. ☐ D 6.

CÂU 8. Số các số tự nhiên gồm 3 chữ số được tạo thành từ 4 chữ số $0; 1; 2; 3$ là

- ☐ A 56. ☐ B 96. ☐ C 52. ☐ D 48.

CÂU 9. Liên quan đến chuyên ngành bạn Linh muốn học ở bậc đại học, có 4 trường đại học, mỗi trường có 1 khoa và ở mỗi khoa đó có 3 ngành học về chuyên ngành bạn Linh muốn học. Hỏi bạn Linh có bao nhiêu lựa chọn?

- ☐ A 64. ☐ B 12. ☐ C 81. ☐ D 7.

CÂU 10. Cho các chữ số $2, 3, 4, 5, 6, 7$. Khi đó có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số được thành lập từ các chữ số đã cho?

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- A 1296.

B 360.

C 24.

D 720.
- CÂU 11.** Đề kiểm tra học kì 1 môn Toán khối 11 ở một trường THPT gồm 2 phần tự luận và trắc nghiệm, trong đó phần tự luận có 13 đề, phần trắc nghiệm có 10 đề. Mỗi học sinh phải làm bài thi gồm một đề tự luận và một đề trắc nghiệm. Hỏi trường THPT đó có bao nhiêu cách chọn đề thi?
- A 130.

B 23.

C 253.

D 506.
- CÂU 12.** Cho 6 chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số lập từ 6 chữ số đó.
- A 256.

B 108.

C 36.

D 18.
- CÂU 13.** Trong mặt phẳng, cho một đa giác lồi có 20 cạnh. Số đường chéo của đa giác là
- A 340.

B 380.

C 190.

D 170.
- CÂU 14.** Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?
- A 6.

B 7.

C 5.

D 8.
- CÂU 15.** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?
- A 1000.

B 729.

C 648.

D 720.
- CÂU 16.** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà tất cả các chữ số đều là chữ số lẻ?
- A 10.

B 25.

C 45.

D 50.
- CÂU 17.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?
- A 8232.

B 1230.

C 1260.

D 2880.
- CÂU 18.** Một phòng có 12 người. Cần lập một tổ đi công tác 3 người, một người làm tổ trưởng, một người làm tổ phó và một người là thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách lập?
- A 220.

B 1728.

C 1230.

D 1320.
- CÂU 19.** Giả sử có 8 vận động viên tham gia chạy thi. Nếu không kể trường hợp có hai vận động viên về đích cùng lúc thì có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra đối với các vị trí nhất, nhì, ba?
- A 56.

B 120.

C 336.

D 24.
- CÂU 20.** Cho đa giác đều 16 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác vuông có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đều đó?
- A 560.

B 112.

C 121.

D 128.
- CÂU 21.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.
- A 108 số.

B 228 số.

C 36 số.

D 144 số.
- CÂU 22.** Gieo một con súc sắc 6 mặt cân đối 3 lần, có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra thỏa mãn điều kiện “Tổng số chấm xuất hiện trong 3 lần là số chẵn”?
- A 162.

B 54.

C 108.

D 27.
- CÂU 23.** Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của tất cả các số lập được.
- A 12321.

B 21312.

C 12312.

D 21321.

3

Kết hợp quy tắc cộng và quy tắc nhân

Hầu hết các bài toán đếm trong thực tế sẽ phức tạp và cần áp dụng cả hai quy tắc cộng và quy tắc nhân để giải bài toán.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số được lấy từ A sao cho các chữ số

- a) Khác nhau từng đôi một.
- b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.

QUICK NOTE

c) Khác nhau từng đôi một và nó là số chẵn.

d) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.

VÍ DỤ 2. Cho tập hợp $X = \{0; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số được lấy từ X sao cho các chữ số

a) Khác nhau từng đôi một.

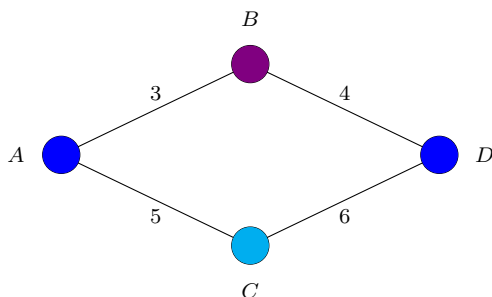
b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.

c) Khác nhau từng đôi một và chia hết cho 2.

d) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.

VÍ DỤ 3. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập $E = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$?

VÍ DỤ 4. Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố B đến thành phố D có 4 con đường, từ thành phố A đến thành phố C có 5 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 6 con đường, các con đường này đôi một khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn đường đi A đến D rồi trở về A mà không có con đường nào được đi lặp trở lại, biết rằng không có con đường nào đi trực tiếp B đến C và đi trực tiếp từ A đến D .



VÍ DỤ 5. Có bao nhiêu cách chọn một vé Xổ số kiến thiết có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 0 hoặc không có chữ số 9?

VÍ DỤ 6. Từ tập $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và không lớn hơn 789?

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau trong đó phải có chữ số 2?

BÀI 2. Cho các số 1, 2, 3, 4, 5.

a) Hãy tìm tất cả các số có ba chữ số khác nhau nằm trong khoảng $(300; 500)$.

b) Hãy tìm tất cả các số có ba chữ số nằm trong khoảng $(300; 500)$ (các chữ số không cần khác nhau).

BÀI 3. Từ các chữ số 0, 4, 5, 7, 9.

a) Có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau.

b) Có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau và lớn hơn 5000?

c) Có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số chia hết cho 5?

BÀI 4. Một lớp học có 3 tổ. Tổ I gồm có 3 học sinh nam và 7 học sinh nữ; tổ II gồm có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ; tổ III gồm có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Cô giáo chủ nhiệm cần chọn ra một học sinh nam và một học sinh nữ để tham gia hoạt động tình nguyện. Hỏi cô giáo có bao nhiêu cách chọn, nếu cô muốn chọn hai em học sinh ở hai tổ khác nhau?

BÀI 5. Từ tập $E = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và số tự nhiên này lớn hơn 3452?

BÀI 6. Từ tập $E = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 3?

QUICK NOTE

BÀI 7. Có bao nhiêu cách chọn một vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé có chữ số 5 và có số chẵn?

BÀI 8. Cho tập $A = \{0; 1; 2; \dots; 8; 9\}$. Từ A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2?

BÀI 9. Có bao nhiêu số tự nhiên trong đó các chữ số khác nhau và nhỏ hơn 10000 được tạo thành từ năm chữ số 0, 1, 2, 3, 4?

BÀI 10. Từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau và không bắt đầu bằng 123?

BÀI 11. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

- Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 5 và chữ số 2 luôn có mặt đúng một lần?
- Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 3?
- Tính tổng các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau mà các số này không có chữ số 0?

3. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau?

- (A) 136080. (B) 136800. (C) 1360800. (D) 138060.

CÂU 2. Bạn Anh muốn qua nhà bạn Bình để rủ Bình đến nhà bạn Châu chơi. Từ nhà Anh đến nhà Bình có 3 con đường. Từ nhà Bình đến nhà Châu có 5 con đường. Hỏi bạn Anh có bao nhiêu cách chọn đường đi từ nhà mình đến nhà bạn Châu?

- (A) 6. (B) 15. (C) 4. (D) 8.

CÂU 3. Bạn Mai có ba cái áo màu khác nhau và hai quần kiểu khác nhau. Hỏi Mai có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo?

- (A) 10. (B) 20. (C) 6. (D) 5.

CÂU 4. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 60?

- (A) 30. (B) 17. (C) 25. (D) 42.

CÂU 5. Từ các số của tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ít nhất 5 chữ số và các chữ số đôi một phân biệt?

- (A) 624. (B) 522. (C) 312. (D) 405.

CÂU 6. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 2?

- (A) 1230. (B) 2880. (C) 1260. (D) 8232.

CÂU 7. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau?

- (A) 160. (B) 156. (C) 752. (D) 240.

CÂU 8. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3?

- (A) 108. (B) 228. (C) 36. (D) 144.

CÂU 9. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có sáu chữ số và thỏa mãn điều kiện: sáu chữ số của mỗi số là khác nhau và chữ số hàng nghìn lớn hơn 2?

- (A) 720. (B) 360. (C) 288. (D) 240.

CÂU 10. Xét mạng đường nối các tỉnh A, B, C, D, E, F, G , trong đó số viết trên một cạnh cho biết số con đường nối hai tỉnh nằm ở hai đầu mút của cạnh. Số cách đi từ tỉnh A đến tỉnh G là

- (A) 23. (B) 252. (C) 2880. (D) 522.

CÂU 11. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số đôi một khác nhau?

- (A) 168. (B) 210. (C) 84. (D) 105.

Ⓐ 32. Ⓑ 36. Ⓒ 26. Ⓓ 72.

Ⓐ 46. Ⓑ 66. Ⓒ 52. Ⓓ 44.

(A) 42. **(B)** 40. **(C)** 38. **(D)** 36.

Ⓐ 5. Ⓑ 15. Ⓒ 13. Ⓓ 22.

Ⓐ 36. Ⓑ 62. Ⓒ 54. Ⓓ 42.

Ⓐ 156. Ⓑ 144. Ⓒ 96. Ⓓ 134.

Ⓐ 600. Ⓑ 432. Ⓒ 679. Ⓓ 523.

Ⓐ 6. Ⓑ 12. Ⓒ 18. Ⓓ 36.

Ⓐ 120. Ⓑ 240. Ⓒ 60. Ⓓ 480.

Ⓐ 60. Ⓑ 70. Ⓒ 52. Ⓓ 56.

Ⓐ 180. Ⓑ 60. Ⓒ 150. Ⓓ 120.

Ⓐ 132. Ⓑ 432. Ⓒ 234. Ⓓ 243.

Ⓐ 328. Ⓑ 500. Ⓒ 360. Ⓓ 405.

Ⓐ 34. Ⓑ 30. Ⓒ 48. Ⓓ 40.

Ⓐ 120. Ⓑ 80. Ⓒ 60. Ⓓ 45.

Ⓐ 249. Ⓑ 1500. Ⓒ 3204. Ⓓ 2942.

QUICK NOTE

- CÂU 28.** Từ các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 379?
- (A) 30. (B) 60. (C) 12. (D) 20.
- CÂU 29.** Xếp 6 người A, B, C, D, E, F vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho A và F không ngồi cạnh nhau?
- (A) 260. (B) 480. (C) 460. (D) 240.
- CÂU 30.** Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 15?
- (A) 200. (B) 240. (C) 222. (D) 120.
- CÂU 31.** Từ các chữ số 0, 1, 2 có thể thành lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 9 chữ số và là bội số của 3 đồng thời bé hơn $2 \cdot 10^8$?
- (A) 4374. (B) 2187. (C) 6561. (D) 3645.
- CÂU 32.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có sáu chữ số và thỏa mãn điều kiện: sáu chữ số của mỗi số là khác nhau và chữ số hàng nghìn lớn hơn 2?
- (A) 240. (B) 720. (C) 360. (D) 288.
- CÂU 33.** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng \overline{abc} với $a, b, c \in \{0; 1; \dots; 6\}$, sao cho $a < b < c$?
- (A) 120. (B) 20. (C) 40. (D) 30.
- CÂU 34.** Một túi có 14 viên bi gồm 5 viên màu trắng được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4; 3 viên màu xanh được đánh số từ 1 đến 3 và 2 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 2. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số?
- (A) 184. (B) 120. (C) 243. (D) 190.
- CÂU 35.** Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?
- (A) 1350. (B) 1768. (C) 2024. (D) 1771.
- CÂU 36.** Xếp 6 người A, B, C, D, E, F vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho A và F không ngồi cạnh nhau?
- (A) 460. (B) 480. (C) 260. (D) 240.
- CÂU 37.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có chữ số 3?
- (A) 108. (B) 144. (C) 228. (D) 36.
- CÂU 38.** Từ tập $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt trong đó luôn có chữ số 2?
- (A) 114. (B) 144. (C) 58. (D) 228.
- CÂU 39.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 6 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A , đồng thời có đúng 3 chữ số lẻ và 3 chữ số lẻ đó đứng cạnh nhau?
- (A) 48. (B) 4464. (C) 240. (D) 1440.
- CÂU 40.** Cho 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Có thể tạo ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, trong đó có mặt đủ 3 chữ số 2, 3 và 4?
- (A) 25056. (B) 2376. (C) 27216. (D) 25592.
- CÂU 41.** Trong mặt phẳng, cho hai đường thẳng phân biệt a và b song song với nhau. Trên đường thẳng a lấy 5 điểm phân biệt A, B, C, D, E và trên đường thẳng b lấy 5 điểm phân biệt G, H, I, J, K sao cho $AB = BC = CD = DE = GH = HI = IJ = JK = 20$ cm. Có bao nhiêu hình bình hành có 4 đỉnh là 4 điểm trong 10 điểm nói trên?
- (A) 30. (B) 210. (C) 16. (D) 100.

Bài 2. HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP - TỔ HỢP

QUICK NOTE

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hoán vị

ĐỊNH NGHĨA 2.1. Một hoán vị của một tập hợp có n phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự n phần tử đó (với n là một số tự nhiên, $n \geq 1$).

Số các hoán vị của tập hợp có n phần tử, kí hiệu là P_n , được tính bằng công thức

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1.$$

A Kí hiệu $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$ là $n!$ (đọc là n giai thừa), ta có $P_n = n!$. Chẳng hạn $P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Quy ước $0! = 1$.

2. Chỉnh hợp

ĐỊNH NGHĨA 2.2. Một chỉnh hợp chập k của n là một cách sắp xếp có thứ tự k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, $1 \leq k \leq n$).

Số các chỉnh hợp chập k của n , kí hiệu là A_n^k , được tính bằng công thức

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1) \text{ hay } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad (1 \leq k \leq n).$$

A **☺** Hoán vị sắp xếp tất cả các phần tử của tập hợp, còn chỉnh hợp chọn ra một số phần tử và sắp xếp chúng.

☺ Mỗi hoán vị của n phần tử cũng chính là một chỉnh hợp chập n của n phần tử đó. Vì vậy $P_n = A_n^n$.

3. Tổ hợp

ĐỊNH NGHĨA 2.3. Một tổ hợp chập k của n là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, $0 \leq k \leq n$).

Số các tổ hợp chập k của n , kí hiệu là C_n^k , được tính bằng công thức

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!} \quad (0 \leq k \leq n).$$

A **☺** $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

☺ Chỉnh hợp và tổ hợp có điểm giống nhau là đều chọn một số phần tử trong một tập hợp, nhưng khác nhau ở chỗ, chỉnh hợp là chọn có xếp thứ tự, còn tổ hợp là chọn không xếp thứ tự.

B. CÁC DẠNG TOÁN

1

Các bài toán liên quan đến hoán vị

☺ Sắp xếp n phần tử theo một hàng $n! = n(n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$ cách sắp xếp.

☺ Sắp xếp n phần tử theo một vòng tròn (bàn tròn) có $(n-1)!$ cách.

A **Casio:** Bấm $n!$ ta thao tác: $n \text{ SHIFT } x^{-1}$, chẳng hạn: $3 \text{ SHIFT } x^{-1} = 6$, tức $3! = 6$.

VÍ DỤ 1. Trên một kệ sách dài có 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Lí, 3 quyển sách Văn. Các quyển sách đều khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các quyển sách trên nếu

- Xếp một cách tùy ý.
- Xếp theo từng môn.
- Theo từng môn và sách Toán nằm ở giữa.

VÍ DỤ 2. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập các số gồm sáu chữ số khác nhau. Hỏi

QUICK NOTE

- a) Có tất cả bao nhiêu số?
- b) Có bao nhiêu số chẵn và bao nhiêu số lẻ?
- c) Có bao nhiêu số bé hơn 432000?

1. Bài tập tự luận

- BÀI 1.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 thiết lập tất cả các số có sáu chữ số khác nhau. Hỏi trong các số thiết lập được, có bao nhiêu số mà hai chữ số 1 và 6 không đứng cạnh nhau?
- BÀI 2.** Từ tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5, gồm năm chữ số khác nhau sao cho trong đó luôn có mặt các chữ số 1, 2, 3 và chúng đứng cạnh nhau?
- BÀI 3.** Cho tập $X = \{1; 2; 3; 4; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau chia hết cho 3 được lập từ tập X ?
- BÀI 4.** Cho tập $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau, biết rằng tổng của ba chữ số này bằng 9?
- BÀI 5.** Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập các số gồm sáu chữ số khác nhau. Hỏi

a) Có tất cả bao nhiêu số?

b) Có bao nhiêu số chẵn và bao nhiêu số lẻ?

c) Có bao nhiêu số bé hơn 432000?
- BÀI 6.** Xét các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Hỏi trong các số đó có bao nhiêu số

a) Bắt đầu bằng chữ số 5?

b) Không bắt đầu bằng chữ số 1?

c) Bắt đầu bằng 23?

d) Không bắt đầu bằng 234?
- BÀI 7.** Một THPT X có 4 học sinh giỏi khối 12, có 5 học sinh giỏi khối 11, có 6 học sinh giỏi khối 10. Có bao nhiêu cách xếp 15 học sinh trên thành 1 hàng ngang nhận thưởng nếu

a) Những học sinh đứng tùy ý.

b) Các học sinh cùng khối đứng cạnh nhau.

c) Cùng khối đứng cạnh và khối 11 ở giữa.
- BÀI 8.** Có hai dãy ghế, mỗi dãy 5 ghế. Xếp 5 nam, 5 nữ vào hai dãy ghế trên, có bao nhiêu cách xếp, nếu:

a) Nam, nữ được xếp tùy ý.

b) Nam 1 dãy ghế, nữ 1 dãy ghế.
- BÀI 9.** Có hai dãy ghế, mỗi dãy 4 ghế. Xếp 4 nam, 4 nữ vào hai dãy ghế trên, có bao nhiêu cách xếp, nếu:

a) Nam, nữ được xếp tùy ý.

b) Nam 1 dãy ghế, nữ 1 dãy ghế.
- BÀI 10.** Cho một bàn dài có 10 ghế và 10 học sinh trong đó có 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 10 học sinh sao cho:

a) Nam và nữ ngồi xen kẽ nhau.

b) Học sinh cùng giới thì ngồi cạnh nhau.
- BÀI 11.** Cho một bàn dài có 8 ghế và 8 học sinh trong đó có 4 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 8 học sinh sao cho:

a) Nam và nữ ngồi xen kẽ nhau.

b) Học sinh cùng giới thì ngồi cạnh nhau.
- BÀI 12.** Xếp 6 học sinh A, B, C, D, E, F vào một ghế dài, có mấy cách sắp xếp nếu:

QUICK NOTE

- a) 6 học sinh này ngồi bất kì.
- b) A và F luôn ngồi ở hai đầu ghế.
- c) A và F luôn ngồi cạnh nhau.
- d) A, B, C luôn ngồi cạnh nhau.
- e) A, B, C, D luôn ngồi cạnh nhau.

BÀI 13. Xếp 5 học sinh A, B, C, D, E vào một ghế dài, có mấy cách sắp xếp nếu:

- a) 5 học sinh này ngồi bất kì.
- b) A và E luôn ngồi ở hai đầu ghế.
- c) A và E luôn ngồi cạnh nhau.
- d) A, B, C luôn ngồi cạnh nhau.
- e) A, B, C, D luôn ngồi cạnh nhau.

2

Các bài toán liên quan đến hoán vị, tổ hợp và chỉnh hợp

- ☑ Chọn k trong n và sắp xếp \Rightarrow Sử dụng chỉnh hợp $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$
(Casio : $n \text{ SHIFT } \times k$)
- ☑ Chọn k trong n tùy ý \Rightarrow Sử dụng tổ hợp $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$
(Casio : $n \text{ SHIFT } \div k$)

VÍ DỤ 1. Trong không gian cho bốn điểm A, B, C, D mà không có ba điểm nào thẳng hàng. Hỏi:

- a) Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành?
- b) Có bao nhiêu vectơ được tạo thành?

VÍ DỤ 2. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên.

- a) Gồm 4 chữ số.
- b) Gồm 3 chữ số đôi một khác nhau.
- c) Gồm 4 chữ số khác nhau và nó là số chẵn.

VÍ DỤ 3. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên.

- a) Gồm 5 chữ số.
- b) Gồm 4 chữ số đôi một khác nhau.
- c) Gồm 5 chữ số khác nhau và nó là số lẻ.

VÍ DỤ 4. Cho $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số được tạo từ tập X , sao cho:

- a) Khác nhau đôi một và là số lẻ.
- b) Khác nhau đôi một và là số chẵn.
- c) Khác nhau đôi một và luôn có mặt 1, 2, 3.

VÍ DỤ 5. Cho $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số được tạo từ tập X , sao cho:

- a) Khác nhau đôi một và là số chẵn.
- b) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.
- c) Khác nhau đôi một và luôn có mặt số 2 và số 3.

QUICK NOTE

VÍ DỤ 6. Có bao nhiêu số có 5 chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau và khác 0, trong đó có đúng 3 chữ số lẻ.

VÍ DỤ 7. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sẽ lập được bao nhiêu số có 6 chữ số khác nhau mà có đúng bốn chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ.

VÍ DỤ 8. Có bao nhiêu chữ số có 5 chữ số khác nhau biết rằng có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ còn lại đứng kề nhau?

1. Bài tập tự luận

- BÀI 1.** Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn một ban cán sự lớp gồm 4 em. Hỏi có bao nhiêu cách chọn, nếu:
- a) Gồm 4 học sinh tùy ý.

b) Có 1 nam và 3 nữ.

c) Có 2 nam và 2 nữ.
- BÀI 2.** Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn 5 học sinh trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách chọn, nếu:
- a) Gồm 5 học sinh tùy ý.

b) Có 3 nam và 2 nữ.

c) Có không quá 3 nữ.

d) Có ít nhất 1 nữ.
- BÀI 3.** Một lớp có 20 học sinh trong đó có 14 nam, 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đội gồm 4 học sinh, trong đó có:
- a) Số nam và số nữ bằng nhau.

b) Ít nhất một nữ.
- BÀI 4.** Một đội văn nghệ gồm 20 người, trong đó có 10 nam, 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người, sao cho:
- a) Có đúng 2 nam.

b) Có ít nhất 2 nam và 1 nữ.
- BÀI 5.** Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng, 4 bông hồng đỏ (các bông hồng xem như đôi một khác nhau). Người ta muốn chọn ra 1 bó hoa hồng gồm 7 bông. Có bao nhiêu cách chọn một bó hoa sao cho:
- a) Có đúng 1 bông hồng đỏ.

b) Có ít nhất 3 bông vàng và ít nhất 3 bông đỏ.
- BÀI 6.** Trồng một hộp có 18 bi, trong đó có 9 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 4 bi vàng có kích thước đôi một khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi sao cho những viên bi được chọn thỏa mãn:
- a) Có đúng 2 viên bi màu đỏ?

b) Số bi xanh bằng số bi đỏ?
- BÀI 7.** Trong ngân hàng đề kiểm tra 30 phút môn Vật Lí có 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 bài tập. Người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong mỗi đề thi phải gồm 3 câu hỏi, trong đó nhất thiết phải có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 bài tập. Hỏi có thể tạo ra bao nhiêu đề thi có dạng như trên?
- BÀI 8.** Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình, 15 câu hỏi dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau và nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 2.
- BÀI 9.** Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ, sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?
- BÀI 10.** Hội đồng quản trị của một công ty gồm 12 người, trong đó có 5 nữ. Từ hội đồng quản trị đó người ta bầu ra 1 chủ tịch hội đồng quản trị, 1 phó chủ tịch hội đồng quản trị và 2 ủy viên. Hỏi có bao nhiêu cách bầu sao cho trong 4 người được bầu nhất thiết phải có nữ?
- BÀI 11.** Lớp có 50 học sinh được chia thành 5 tổ, mỗi tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chia tổ?

BÀI 12. Một tổ có 8 học sinh đi trồng cây. Khi trồng cây cần có 2 em học sinh. Có bao nhiêu cách chia tổ thành những cặp như vậy?

BÀI 13. Giải bóng truyền VTV Cup gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội Việt Nam. Ban tổ chức bốc thăm chia làm 3 bảng đấu A, B, C . Hỏi có bao nhiêu cách chia sao cho:

- Mỗi bảng ba đội?
- Mỗi bảng ba đội và 3 đội bóng của Việt Nam ở ba bảng khác nhau?

BÀI 14. Để sắp xếp 5 bạn nữ và 15 bạn nam thành bốn nhóm A, B, C, D , mỗi nhóm có 5 bạn. Việc chia nhóm được thực hiện một cách ngẫu nhiên. Hỏi có bao nhiêu cách chia nhóm sao cho:

- Thành viên trong nhóm là bất kì?
- 5 bạn nữ ở cùng một nhóm.

BÀI 15. Trong một hộp có 50 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 50. Có bao nhiêu cách lấy ra ba thẻ sao cho có đúng 2 thẻ mang số chia hết cho 8?

BÀI 16. Có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Có bao nhiêu cách chọn ra 10 tấm thẻ sao cho có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10?

BÀI 17. Trong một hộp có 20 viên bi được đánh số từ 1 đến 20. Có bao nhiêu cách lấy ra 5 viên bi sao cho có đúng 3 viên bi mang số lẻ, 2 viên bi mang số chẵn trong đó có đúng một viên bi mang số chia hết cho 4?

BÀI 18. Trong một hộp có 100 viên bi được đánh số từ 1 đến 100. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 viên bi sao cho tổng ba số trên 3 bi chia hết cho 2.

BÀI 19. Trong một hộp có 40 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 40. Có bao nhiêu cách chọn 3 tấm thẻ trong hộp sao cho tổng ba số trên 3 thẻ chia hết cho 5.

BÀI 20. Cho hai đường thẳng $a \parallel b$. Trên đường thẳng a có 5 điểm phân biệt và trên đường thẳng b có 10 điểm phân biệt. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu tam giác có các đỉnh là các điểm trên hai đường thẳng a và b đã cho?

BÀI 21. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2 đã cho?

BÀI 22. Cho hai đường thẳng $d_1 \parallel d_2$. Trên đường thẳng d_1 có 10 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 có n điểm phân biệt với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Biết có 2800 tam giác có đỉnh là các điểm đã cho. Hãy tìm n ?

BÀI 23. Cho hai đường thẳng $d_1 \parallel d_2$. Trên đường thẳng d_1 có 10 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 có n điểm phân biệt với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Biết có 1725 tam giác có đỉnh là các điểm đã cho. Hãy tìm n ?

BÀI 24. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số

- Có 9 chữ số sao cho chữ số 0 có mặt 2 lần, chữ số 2 có mặt 3 lần, chữ số 3 có mặt 2 lần các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.
- Có 8 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 2 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng 1 lần.

BÀI 25. Từ các chữ số 0, 2, 4, 5, 9 có thể lập được bao nhiêu số

- Có 9 chữ số sao cho chữ số 0 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 2 lần, chữ số 5 có mặt 2 lần các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.
- Có 8 chữ số sao cho chữ số 2 có mặt 3 lần, chữ số 9 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng 1 lần.

BÀI 26. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số có 12 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt đúng 2 lần; chữ số 6 có mặt đúng 4 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần?

BÀI 27. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có 8 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần?

QUICK NOTE

QUICK NOTE

BÀI 28. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có bao nhiêu số gồm 6 chữ số phân biệt mà

- Các chữ số chẵn đứng cạnh nhau.
- Số chẵn đứng cạnh và số lẻ đứng cạnh nhau.

BÀI 29. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có bao nhiêu số gồm 5 chữ số phân biệt mà

- Các chữ số chẵn đứng cạnh nhau.
- Số chẵn đứng cạnh và số lẻ đứng cạnh nhau.

3

Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình

☑ Tìm điều kiện. Ta có các điều kiện thường gặp sau:

| Các kí hiệu và công thức | Điều kiện |
|-----------------------------------|--|
| • $n! = n(n-1)(n-2) \dots 3.2.1$ | $n \in \mathbb{N}$ |
| • $P_n = n!$ | $n \in \mathbb{N}^*$ |
| • $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ | $\begin{cases} n, k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq n \end{cases}$ |
| • $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ | $\begin{cases} n, k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq n \end{cases}$ |
| • $C_n^k = C_n^{n-k}$ | $\begin{cases} n, k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq n \end{cases}$ |
| • $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ | $\begin{cases} n, k \in \mathbb{N} \\ 1 \leq k \leq n \end{cases}$ |

☑ Thu gọn dựa vào những công thức trên và đưa về phương trình đại số. Giải phương trình đại số này tìm được ẩn.

☑ So với điều kiện để nhận những giá trị cần tìm.

VÍ DỤ 1. Giải phương trình $P_2 \cdot x^2 - P_3 \cdot x = 8$.

VÍ DỤ 2. Giải phương trình $\frac{P_x - P_{x-1}}{P_{x+1}} = \frac{1}{6}$.

VÍ DỤ 3. Giải phương trình $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 72$.

VÍ DỤ 4. Giải phương trình $\frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{(n-1)!} = 3$.

VÍ DỤ 5. Giải phương trình $A_n^3 = 20n$.

VÍ DỤ 6. Giải phương trình $A_n^3 + 2C_n^2 = 16n$.

VÍ DỤ 7. Giải phương trình $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$.

VÍ DỤ 8. Giải phương trình $A_{x-2}^2 + C_x^{x-2} = 101$.

VÍ DỤ 9. Cho $n \in \mathbb{Z}^+$ thỏa $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$. Chứng minh: $\frac{A_{n+1}^4 + 3A_n^3}{(n+1)!} = \frac{3}{4}$.

VÍ DỤ 10. Giải bất phương trình $A_n^3 + 15 < 15n$.

VÍ DỤ 11. Giải bất phương trình $2C_{x+1}^2 + 3A_x^2 < 30$.

1. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào đúng?

(A) $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

(B) $C_n^k = \frac{n!}{k!}$.

(C) $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

(D) $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$.

CÂU 2. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 học sinh vào 5 ghế xếp thành một dãy?

- (A) 120. (B) 240. (C) 90. (D) 60.

CÂU 3. Trong một lớp học có 20 bạn học sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một bạn để làm lớp trưởng và một bạn khác làm lớp phó?

- (A) A_{20}^{18} . (B) A_{20}^2 . (C) 20^2 . (D) C_{20}^2 .

CÂU 4. Công thức tính số hoán vị P_n là

- (A) $P_n = (n-1)!$. (B) $P_n = (n+1)!$. (C) $P_n = \frac{n!}{n+1}$. (D) $P_n = n!$.

CÂU 5. Số cách xếp 10 học sinh thành một hàng dọc là

- (A) $5! \cdot 5!$. (B) $10!$. (C) 10. (D) 25.

CÂU 6. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau lập ra từ các chữ số 2;4;6;8?

- (A) 4. (B) $4!$. (C) C_4^4 . (D) $4! - 3!$.

CÂU 7. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh đứng thành 1 hàng dọc.

- (A) 5. (B) 15. (C) 25. (D) 120.

CÂU 8. Từ các chữ số 1; 2; 3; 5; 6; 7 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau

- (A) C_7^3 . (B) A_7^3 . (C) $6 \cdot 5 \cdot 4$. (D) 6^3 .

CÂU 9. Có bao nhiêu cách chọn một ban chấp hành gồm một trưởng ban, một phó ban, một thư ký và một thủ quỹ từ 14 thành viên

- (A) A_{14}^4 . (B) C_{14}^4 . (C) $4!$. (D) 4^{14} .

CÂU 10. Có 10 cuốn sách toán, số cách tặng cho 3 bạn An, Thu, Minh mỗi bạn một cuốn sách toán từ số sách trên là

- (A) C_{10}^3 . (B) A_{10}^3 . (C) 3^{10} . (D) $3!$.

CÂU 11. Một lớp có 20 học sinh nam, 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách lấy ra cùng lúc 3 học sinh bất kì trong lớp đó để phân công làm tổ trưởng của 3 tổ khác nhau là

- (A) C_{35}^3 . (B) A_{35}^3 .
(C) $C_{20}^1 C_{15}^2 + C_{20}^2 C_{15}^1$. (D) $C_{20}^1 C_{15}^2 + C_{20}^3 + C_{15}^3$.

CÂU 12. Cho tập hợp $X = \{1; 2; 4; 5; 8\}$, một tổ hợp chập 2 của X là

- (A) $\{2\}$. (B) 1; 2. (C) $\{1; 5\}$. (D) $\{5; 6\}$.

CÂU 13. Cho hình ngũ giác $ABCDE$. Ta nối các đỉnh của nó lại để được các tam giác, ta có thể coi mỗi tam giác như vậy là

- (A) Một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử.
(B) Một tổ hợp chập 3 của 5 phần tử.
(C) Một hoán vị của 3 phần tử.
(D) Một bộ gồm 3 chỉnh hợp của 5 phần tử.

CÂU 14. Lớp 11A có 35 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một đội 5 bạn đi trực tuần?

- (A) C_{35}^5 . (B) A_{35}^5 . (C) $5!$. (D) 5.

CÂU 15. Một đội văn nghệ có 5 bạn nam và 8 bạn nữ. Số cách chọn 2 bạn nam và 3 bạn nữ đi biểu diễn là

- (A) C_{13}^5 . (B) A_{13}^5 . (C) $A_5^2 \cdot A_8^3$. (D) $C_5^2 \cdot C_8^3$.

CÂU 16. Với k, n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $C_n^k = C_n^{n-k}$. (B) $C_n^k = C_{n+k}^k$. (C) $C_n^k = C_n^{k+1}$. (D) $C_n^k = C_{n+1}^k$.

CÂU 17. Với k, n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k < n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$. (B) $C_n^k = C_{n+1}^k + C_{n+1}^{k-1}$.
(C) $C_n^k = C_{n+1}^{k+1}$. (D) $C_n^k = C_{n+1}^k$.

CÂU 18. Số cách xếp 4 bạn học sinh thành một hàng ngang là

- (A) 16. (B) 4^4 . (C) 12. (D) $4!$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 19. Từ các chữ số 1; 2; 3; 5; 6; 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau biết rằng các số đó phải bắt đầu bằng chữ số 1.

- (A) $6!$. (B) $5!$. (C) $4!$. (D) 5^5 .

CÂU 20. Lớp 11A có 30 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh phân vào 3 vị trí Lớp trưởng, Lớp phó và Bí thư.

- (A) C_{30}^3 . (B) A_{30}^3 . (C) 30. (D) $3!$.

CÂU 21. Có 5 quyển sách Toán, Vật lý, Hóa học, Lịch sử, Địa lý. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 quyển sách để trao tặng cho 3 em học sinh (mỗi em một quyển).

- (A) A_5^3 . (B) $5!$. (C) $3!$. (D) C_5^3 .

CÂU 22. Xét số nguyên $n \geq 1$ và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. Công thức nào sau đây đúng?

- (A) $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. (B) $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
(C) $C_n^k = \frac{n!}{k!}$. (D) $C_n^k = \frac{n!}{n!(n-k)!}$.

CÂU 23. Cần phân công 3 bạn từ một tổ 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau

- (A) C_{10}^3 . (B) 3^{10} . (C) A_{10}^3 . (D) 10^3 .

CÂU 24. Có 5 bạn học sinh trong đó có hai bạn là Thảo và Linh. Số cách xếp 5 học sinh trên thành một hàng ngang sao cho hai bạn Thảo và Linh đứng cạnh nhau là

- (A) 48. (B) 120. (C) 24. (D) 6.

CÂU 25. Xếp sáu bạn A, B, C, D, E, F vào cùng một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho hai bạn A và F luôn ngồi cạnh nhau?

- (A) 720. (B) 360. (C) 120. (D) 240.

CÂU 26. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác mà có các đỉnh được chọn từ 37 điểm này.

- (A) 5690. (B) 5960. (C) 5950. (D) 5590.

CÂU 27. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán khác nhau, 5 quyển sách Văn khác nhau và 6 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Có bao nhiêu cách lấy 4 quyển sách từ giá sách này sao cho có đủ ba môn và số quyển sách Văn nhiều nhất?

- (A) $C_4^1 C_5^2 C_6^1$. (B) $C_4^1 C_5^1 C_6^2$. (C) $C_{10}^2 C_5^2$. (D) $C_4^2 C_5^1 C_6^1$.

CÂU 28. Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

- (A) 55440. (B) 120. (C) 462. (D) 39916800.

CÂU 29. Một lớp học có 36 học sinh chụp ảnh lưu niệm. Lớp muốn trong bức ảnh có 10 bạn ngồi ở hàng thứ nhất, 12 bạn đứng ở hàng thứ hai và 14 bạn đứng ở hàng thứ ba. Hỏi có bao nhiêu cách xếp vị trí chụp ảnh như vậy?

- (A) $C_{36}^{10} \cdot C_{26}^{12} \cdot 14!$. (B) $A_{36}^{10} \cdot A_{26}^{12} \cdot 14!$. (C) $A_{36}^{10} \cdot A_{26}^{12}$. (D) $C_{36}^{10} \cdot C_{26}^{12}$.

CÂU 30. Cho các số tự nhiên m, n thỏa mãn đồng thời các điều kiện $C_m^2 = 153$ và $C_m^n = C_m^{n+2}$. Khi đó $m + n$ bằng

- (A) 25. (B) 24. (C) 26. (D) 23.

CÂU 31. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 6 có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 3.

- (A) 12. (B) 23. (C) 18. (D) 24.

CÂU 32. Một tổ có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Số cách xếp học sinh trong tổ thành một hàng dọc sao cho nam nữ đứng xen kẽ là

- (A) 362880. (B) 144. (C) 2880. (D) 5760.

CÂU 33. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau mà hai chữ số này đều lẻ?

- (A) A_5^2 . (B) C_5^2 . (C) $5!$. (D) 5^2 .

CÂU 34. Lớp 10A có 35 học sinh trong đó có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm lớp 10A muốn lập ra một ban cán sự lớp gồm 1 lớp trưởng, 1 lớp phó, 1 bí thư

và 4 tổ trưởng. Biết các học sinh trong lớp 10A có thể đảm nhiệm được các chức vụ trong ban cán sự lớp. Hỏi giáo viên chủ nhiệm lớp 10A có bao nhiêu cách lập ban cán sự lớp như trên ?

- (A) A_{35}^7 . (B) C_{35}^7 . (C) $C_{35}^3 \cdot A_{32}^4$. (D) $A_{35}^3 \cdot C_{32}^4$.

CÂU 35. Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành từ 10 điểm phân biệt khác nhau?

- (A) 45. (B) 90. (C) 35. (D) 55.

CÂU 36. Số véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác bằng

- (A) P_6 . (B) C_6^2 . (C) A_6^2 . (D) 36.

CÂU 37. Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

- (A) A_{50}^3 . (B) 3^{30} . (C) 10. (D) C_{30}^3 .

CÂU 38. Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ ?

- (A) C_{38}^2 . (B) A^2 . (C) $C_{20}^2 \cdot C_{18}^1$. (D) $C_{20}^1 \cdot C_{18}^1$.

CÂU 39. Có 3 bạn nam và 3 bạn nữ được xếp vào một ghế dài có 6 vị trí. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ lẫn nhau?

- (A) 48. (B) 72. (C) 24. (D) 36.

CÂU 40. Cho hai đường thẳng song song. Trên đường thứ nhất có 10 điểm, trên đường thứ hai có 15 điểm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các điểm đã cho?

- (A) 1725. (B) 1050. (C) 675. (D) 1275.

CÂU 41. Trên đường thẳng d_1 cho 5 điểm phân biệt, trên đường thẳng $d_2 \parallel d_1$ cho n điểm phân biệt. Biết có 175 tam giác được tạo thành mà 3 đỉnh lấy từ $n + 5$ điểm trên thì n là

- (A) $n = 9$. (B) $n = 8$. (C) $n = 10$. (D) $n = 7$.

CÂU 42. Trong một đa giác lồi n cạnh, số đường chéo của đa giác là

- (A) C_n^2 . (B) A_n^2 . (C) $A^2 - n$. (D) $C_n^2 - n$.

CÂU 43. Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5.

- (A) A_5^4 . (B) P_5 . (C) C_5^4 . (D) P_4 .

CÂU 44. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 5; 7; 9\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

- (A) 720. (B) 360. (C) 120. (D) 24.

CÂU 45. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được tạo từ tập A ?

- (A) A_{10}^4 . (B) $9 \cdot C_9^4$. (C) $9 \cdot A_9^4$. (D) C_{10}^4 .

CÂU 46. Nghiệm của phương trình $A_n^3 = 20n$ là

- (A) $n = 6$. (B) $n = 5$. (C) $n = 8$. (D) $n = -3$.

CÂU 47. Cho $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $C_n^5 = 2002$. Tính A_n^5

- (A) 2007. (B) 10010. (C) 40040. (D) 240240.

CÂU 48. Tổng các nghiệm của bất phương trình $A_x^3 + 15 < 15x$ bằng

- (A) 7. (B) 9. (C) 14. (D) 20.

CÂU 49. Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật?

- (A) 72. (B) 18. (C) 12. (D) 36.

CÂU 50. Cho đa giác đều $2n$ đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Biết số hình chữ nhật được tạo thành từ $2n$ đỉnh của đa giác đó là 45. Tìm n .

- (A) $n = 12$. (B) $n = 10$. (C) $n = 9$. (D) $n = 45$.

CÂU 51. Có 10 đội bóng thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt, thắng được 3 điểm, hòa 1 điểm, thua 0 điểm. Kết thúc giải đấu, tổng cộng số điểm của tất cả 10 đội là 130. Hỏi có bao nhiêu trận hòa?

- (A) 7. (B) 8. (C) 5. (D) 6.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- CÂU 52.** Trong một hộp đựng 4 bi xanh, 4 bi vàng và 12 bi đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp 10 viên bi sao cho trong 10 bi lấy ra có đủ 3 loại?
 (A) 184690. (B) 168806. (C) 168674. (D) 176682.
- CÂU 53.** Cho các số nguyên dương k, n ($k < n$). Tính tổng $T = C_n^k + C_n^{k+1} + C_{n+1}^{k+2}$
 (A) $T = C_n^{k+2}$. (B) $T = C_{n+1}^{k+2}$. (C) $T = C_{n+1}^{k+1}$. (D) $T = C_{n+2}^{n-k}$.
- CÂU 54.** Từ các chữ số 0; 1; 2; 3 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?
 (A) 24. (B) 6. (C) 18. (D) 12.
- CÂU 55.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau?
 (A) C_7^3 . (B) 7^3 . (C) A_7^3 . (D) 3^7 .
- CÂU 56.** Tổ 1 lớp 10A1 có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để tham gia đội kịch sinh hoạt ngoại khóa. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam?
 (A) 120. (B) 625. (C) 325. (D) 35.
- CÂU 57.** Có 3 vận động viên thi chạy ngắn cự ly 100m. Hỏi có bao nhiêu thứ tự về đích của 3 vận động viên đó.
 (A) 3. (B) 6. (C) 9. (D) 4.
- CÂU 58.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau?
 (A) C_{10}^5 . (B) $9 \cdot A_9^4$. (C) A_{10}^5 . (D) $9 \cdot C_9^4$.
- CÂU 59.** Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau, trong đó có 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Thầy giáo muốn chọn ra 1 đề kiểm tra gồm 5 câu, có đủ ba loại câu hỏi và có ít nhất 2 câu dễ. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách chọn đề kiểm tra?
 (A) 34125. (B) 33250. (C) 46375. (D) 56875.
- CÂU 60.** Một tổ có 8 học sinh trong đó có An và Bình. Tính số cách xếp 8 bạn trong tổ thành hàng ngang sao cho An và Bình luôn đứng cạnh nhau?
 (A) 1440. (B) 5040. (C) 10080. (D) 40320.
- CÂU 61.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số của tập A mà chữ số đứng ở vị trí thứ ba luôn chia hết cho 6.
 (A) 2880. (B) 5040. (C) 2640. (D) 2886.
- CÂU 62.** Cho tam giác ABC . Trên mỗi cạnh AB, BC, CA lấy 10 điểm phân biệt và không có điểm nào trùng với 3 đỉnh A, B, C . Hỏi từ 33 điểm đã cho (tính cả các điểm A, B, C) lập được bao nhiêu tam giác.
 (A) 3565. (B) 4796. (C) 5456. (D) 4060.
- CÂU 63.** Tìm x thỏa mãn đẳng thức sau: $C_x^2 C_x^{x-2} + 2C_x^2 C_x^3 + C_x^3 C_x^{x-3} = 100$.
 (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.
- CÂU 64.** Xếp ngẫu nhiên 3 bạn lớp A, 2 bạn lớp B và 1 bạn lớp C vào dãy gồm 6 ghế được xếp ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để xếp bạn lớp C ngồi giữa 2 bạn lớp A?
 (A) 108. (B) 72. (C) 144. (D) 36.
- CÂU 65.** Một nhóm học sinh gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đỏ?
 (A) 131444. (B) 141666. (C) 241561. (D) 111300.
- CÂU 66.** Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 2 quyển sách Ngữ Văn, 3 quyển sách Tiếng Anh và 5 Quyển sách Toán (tất cả các quyển sách khác nhau) thành hàng ngang lên một kệ sách để hai quyển sách cùng môn thì không được sắp xếp kề nhau?
 (A) 63360. (B) 120960. (C) 14400. (D) 144000.
- CÂU 67.** Có hai hộp, mỗi hộp chứa các quả cầu trắng và đen. Từ mỗi hộp lấy ngẫu nhiên ra 1 quả cầu. Biết rằng xác suất để lấy được 2 quả cầu màu trắng là 0,54. Tính xác suất lấy được 2 quả cầu đen. Biết rằng có 25 quả cầu trong cả hai hộp.
 (A) 0,01. (B) 0,04. (C) 0,02. (D) 0,05.

QUICK NOTE

CÂU 68. Trong chương trình trò chơi thực tế, có 2 đội tham gia bốc thăm trúng thưởng. Các lá thăm được đánh số từ 1 đến 20. Mỗi lần bốc 1 lá thăm và đội chơi được quyền chọn 1 hoặc 2 lần bốc. Điểm số của đội chơi được tính như sau

- ☑ Nếu đội chơi chọn bốc thăm 1 lần thì điểm của đội chơi là điểm bốc được.
- ☑ Nếu đội chơi chọn bốc thăm 2 lần và tổng điểm có được không lớn hơn 20 thì điểm của đội chơi là tổng điểm bốc được.
- ☑ Nếu đội chơi chọn bốc thăm 2 lần và tổng điểm lớn hơn 20 thì điểm của đội chơi là tổng điểm bốc được trừ đi 20

Trong mỗi lượt chơi, đội nào có điểm số cao hơn sẽ thắng cuộc, hòa nhau sẽ chơi lại lượt khác. Đội A và đội B cùng tham gia một lượt chơi, đội A chơi trước và có điểm số là 15. Tính xác suất để đội B thắng cuộc ngay ở lượt chơi này.

- (A) $P = \frac{1}{4}$. (B) $P = \frac{7}{16}$. (C) $P = \frac{19}{40}$. (D) $P = \frac{3}{16}$.

CÂU 69. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 10A, 3 học sinh lớp 10B và 5 học sinh lớp 10C thành một hàng ngang. Tính số cách xếp để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.

- (A) 63360. (B) 86400. (C) 41260. (D) 95364.

CÂU 70. Có mười con thỏ được đánh số từ 1 đến 10 và ba cái chuồng khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách nhốt số thỏ trên vào chuồng sao cho không có hai con thỏ mang số nguyên liên tiếp nào được nhốt chung trong một cái chuồng và chuồng nào cũng có thỏ?

- (A) 150 cách. (B) 160 cách. (C) 170 cách. (D) 180 cách.

CÂU 71. Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn?

- (A) 816. (B) 18. (C) 8!. (D) 604.

CÂU 72. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau ?

- (A) $A_n^k = k! \cdot C_n^{n-k}$. (B) $C_n^k = k! \cdot A_n^k$. (C) $A_n^k = k \cdot C_n^k$. (D) $C_n^k = k \cdot A_n^k$.

CÂU 73. Có n phần tử ($n > 0$), lấy ra k phần tử ($0 \leq k \leq n$) đem sắp xếp theo một thứ tự nhất định mà khi thay đổi thứ tự ta được cách sắp xếp mới. Khi đó số cách sắp xếp là

- (A) C_n^k . (B) A_k^n . (C) A_n^k . (D) P_n .

CÂU 74. Từ các số 1, 2, 3, 4 có thể tạo ra bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- (A) 12. (B) 24. (C) 42. (D) 4^4 .

CÂU 75. Có bao nhiêu cách chọn ra 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ để thực hiện quả đá luân lưu 11 m theo thứ tự từ quả thứ nhất đến quả thứ 5 ?

- (A) A_{11}^5 . (B) C_{11}^5 . (C) $A_{11}^5 \cdot 5!$. (D) C_{10}^5 .

CÂU 76. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con có 2 phần tử của M là

- (A) A_{10}^8 . (B) A_{10}^2 . (C) C_{10}^2 . (D) 10^2 .

CÂU 77. Nhân dịp lễ sơ kết học kì 1, để thưởng cho 3 học sinh có thành tích tốt nhất lớp, cô An đã mua 10 cuốn sách khác nhau và chọn ra 3 cuốn để phát thưởng cho 3 học sinh đó mỗi học sinh nhận 1 cuốn. Hỏi cô An có bao nhiêu cách phát thưởng.

- (A) C_{10}^3 . (B) A_{10}^3 . (C) 10^3 . (D) $3 \cdot C_{10}^3$.

CÂU 78. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc ?

- (A) 5^5 . (B) $5!$. (C) $4!$. (D) 5.

CÂU 79. Có bao nhiêu cách chia 10 người thành hai nhóm, một nhóm 6 người và một nhóm 4 người ?

- (A) 210. (B) 120. (C) 100. (D) 140.

CÂU 80. Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II ?

- (A) 246. (B) 3480. (C) 245. (D) 3360.

QUICK NOTE

CÂU 81. Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý nam. Lập một đoàn công tác gồm 3 người cần có cả nam và nữ, có cả nhà toán học và vật lý thì có bao nhiêu cách ?

- (A) 120. (B) 90. (C) 80. (D) 220.

CÂU 82. Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy nếu có ít nhất một học sinh nam ?

- (A) 600. (B) 25. (C) 325. (D) 30.

CÂU 83. Có 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn ra hai tấm thẻ rồi nhân hai số ghi trên đó lại với nhau sao cho kết quả thu được là một số chẵn ?

- (A) 10. (B) 26. (C) 36. (D) 27.

CÂU 84. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; \dots; 7\}$. Hỏi từ A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong ba chữ số đầu tiên phải là 1 ?

- (A) 65. (B) 2280. (C) 2520. (D) 2802.

CÂU 85. Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số có bốn chữ số đôi một khác nhau ?

- (A) 2520. (B) 50000. (C) 4500. (D) 2296.

CÂU 86. Từ các số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau và không chia hết cho 5 ?

- (A) 72. (B) 120. (C) 54. (D) 69.

CÂU 87. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song nhau. Trên d_1 lấy 5 điểm phân biệt. Trên d_2 lấy n điểm phân biệt. Biết rằng có 175 tam giác được tạo thành mà ba đỉnh của tam giác là ba trong $n + 5$ điểm kể trên. Giá trị của n là

- (A) 10. (B) 7. (C) 8. (D) 9.

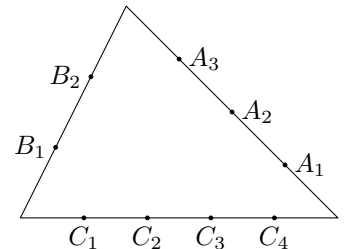
CÂU 88. Cho đa giác đều $A_1A_2A_3 \dots A_{30}$ nội tiếp đường tròn tâm O . Tính số hình chữ nhật mà bốn đỉnh là bốn trong 30 đỉnh của đa giác ?

- (A) 105. (B) 27405. (C) 27406. (D) 106.

CÂU 89.

Cho một tam giác. Trên ba cạnh của tam giác lấy 9 điểm như hình vẽ. Có bao nhiêu tam giác có ba đỉnh là ba trong 9 điểm kể trên?

- (A) 79. (B) 48. (C) 55. (D) 24.



CÂU 90. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ sao cho mỗi số lập được luôn có mặt của số 3 ?

- (A) 72. (B) 36. (C) 32. (D) 48.

CÂU 91. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3 ?

- (A) 2942. (B) 5880. (C) 7440. (D) 3204.

Bài 3. NHỊ THỨC NEWTON

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Nhị thức Newton

Cho a, b là các số thực. Ta có

$$(a+b)^4 = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 a b^3 + C_4^4 b^4 = a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4ab^3 + b^4.$$

$$(a+b)^5 = C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 a b^4 + C_5^5 b^5 = a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

1

Khai triển một nhị thức Newton

Cho a, b là các số thực. Ta có

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4ab^3 + b^4.$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5.$$

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Khai triển $(x+1)^4$.

VÍ DỤ 2. Khai triển $(x-1)^4$.

VÍ DỤ 3. Khai triển các biểu thức sau

a) $(x-2y)^4$;

b) $(3x-y)^5$.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Khai triển các biểu thức sau

a) $(2+x)^4$;

b) $(2-3y)^5$;

c) $(3x-2y)^4$

BÀI 2. Khai triển các biểu thức sau

a) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^4$;

b) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^4$.

BÀI 3. Khai triển đa thức $(x+5)^4 + (x-5)^4$.

BÀI 4. Số dân của một tỉnh ở thời điểm hiện tại là khoảng 800 nghìn người. Giả sử rằng tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là $r\%$.

a) Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau 1 năm, sau 2 năm. Từ đó suy ra công thức tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa là $P = 800 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5$ (nghìn người).

b) Với $r = 1,5\%$, dùng hai số hạng đầu trong khai triển của $(1 + 0,015)^5$, hãy ước tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa (theo đơn vị nghìn người).

2

Tìm hệ số số hạng trong khai triển nhị thức Newton

Để tìm số hạng hay hệ số của số hạng trong khai triển nhị thức Newton ta có thể làm theo các cách sau

☑ Cách 1: Sử dụng tam giác Pascal để khai triển toàn bộ nhị thức rồi tìm số hạng thích hợp. Thường sử dụng cách này với đa thức bậc nhỏ hơn hoặc bằng 5.

☑ Cách 2: Sử dụng số hạng tổng quát (được giới thiệu ở Chuyên đề học tập Toán 10).

Số hạng tổng quát trong khai triển của $(a+b)^n$ là $C_n^k a^{n-k} b^k$ hay $C_n^{n-k} a^k b^{n-k}$. Nếu trong khai triển có chứa x , chẳng hạn $(ax+b)^n$ thì ta có số hạng chứa x^k là $C_n^{n-k} a^k b^{n-k} x^k$. Do đó hệ số của x^k trong khai triển của $(ax+b)^n$ là $C_n^{n-k} a^k b^{n-k}$.

Khi tìm hệ số lớn nhất trong khai triển $(a+b)^n$ ta sử dụng nhận xét sau.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Dãy hệ số $C_n^0; C_n^1; C_n^2; \dots; C_n^{n-1}; C_n^n$ trong khai triển $(a+b)^n$ có hai tính chất sau

☺ Các cặp hệ số tính từ hai đầu trở vào (tương ứng) thì bằng nhau.

$$C_n^k = C_n^{n-k}, \forall k \in \mathbb{N}, k \leq n, n \in \mathbb{N}^*.$$

☺ Dây hệ số tăng dần đến “giữa” rồi giảm dần

$$C_n^0 < C_n^1 < C_n^2 < \dots \\ \dots > C_n^{n-2} > C_n^{n-1} > C_n^n.$$

VÍ DỤ 1. Khai triển biểu thức $(a+bx)^4$, viết các số hạng theo thứ tự bậc của x tăng dần, nhận được biểu thức gồm hai số hạng đầu tiên là $16 - 96x$. Hãy tìm số hạng chứa x^2 .

VÍ DỤ 2. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển biểu thức $(2x+1)(x-1)^5$.

VÍ DỤ 3. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{10}$.

VÍ DỤ 4. Cho a là một số thực dương. Biết rằng trong khai triển của $(3x+a)^8$, hệ số của x^4 là 70. Tìm giá trị của a .

VÍ DỤ 5. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển của

a) $(a+b)^6$;

b) $(a+b)^7$.

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển $(3x-2)^5$.

BÀI 2. Trong khai triển của $(5x-2)^5$, số mũ của x được sắp xếp theo lũy thừa tăng dần, hãy tìm hạng tử thứ hai tính từ trái sang phải.

BÀI 3. Xác định hạng tử không chứa x trong khai triển của $\left(x + \frac{2}{x}\right)^4$.

BÀI 4. Tìm giá trị tham số a để trong khai triển $(a+x)(1+x)^4$ có một số hạng là $22x^2$.

BÀI 5. Cho số thực $a \neq 0$, biết rằng trong khai triển $(ax-1)^5$, hệ số của x^4 gấp bốn lần hệ số của x^2 . Hãy tìm giá trị của tham số a .

BÀI 6. Biết rằng trong khai triển của $\left(ax + \frac{1}{x}\right)^4$, số hạng không chứa x là 24. Hãy tìm giá trị của tham số a

BÀI 7. Xác định hệ số của

a) x^{10} trong khai triển của $(x+4)^{20}$;

b) x^{12} trong khai triển của $(3+2x)^{30}$;

c) x^{15} trong khai triển của $\left(\frac{2x}{3} - \frac{1}{7}\right)^{31}$;

BÀI 8. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của biểu thức

$$x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}.$$

BÀI 9. Biết rằng a là một số thực khác 0 và trong khai triển của $(ax+1)^6$, hệ số của x^4 gấp ba lần hệ số của x^2 . Tìm giá trị của a .

BÀI 10. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển của

a) $(a+b)^8$;

b) $(a+b)^9$.

BÀI 11. Biết rằng $(2+x)^{100} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{100}x^{100}$. Với giá trị nào của k ($0 \leq k \leq 100$) thì a_k lớn nhất.

3

Chứng minh, tính giá trị của biểu thức tổ hợp có sử dụng khai triển nhị thức Newton.

☑ **Phương pháp:** Sử dụng khai triển nhị thức Newton tổng quát $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$, sau đó thay thế các giá trị a và b thích hợp.

☑ **Một số hệ thức thường gặp:**

- a) $C_n^k = C_n^{n-k}$.
- b) $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$.
- c) $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^k + \dots + C_n^n = 2^n$.
- d) $C_n^0 - C_n^1 + \dots + (-1)^k C_n^k + \dots + (-1)^n C_n^n = 0$.
- e) $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n} = 2^{2n-1}$.
- f) $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = 2^{2n-1}$.

VÍ DỤ 1. Với n là số nguyên dương, chứng minh rằng $1 + 4C_n^1 + 4^2 C_n^2 + \dots + 4^n C_n^n = 5^n$.

VÍ DỤ 2. Với n là số nguyên dương, chứng minh rằng

$$4^n C_n^0 - 4^{n-1} C_n^1 + 4^{n-2} C_n^2 + \dots + (-1)^n C_n^n = C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n.$$

VÍ DỤ 3. Tính tổng $S = 2^{18} C_{18}^0 - 2^{17} C_{18}^1 + 2^{16} C_{18}^2 - \dots + C_{18}^{18}$.

VÍ DỤ 4. Tính tổng $S = C_{10}^0 2^{11} 3^1 + C_{10}^1 2^{10} 3^2 + C_{10}^2 2^9 3^3 + \dots + C_{10}^9 2^2 3^{10} + C_{10}^{10} 2^1 3^{11}$.

1. Bài tập tự luận

BÀI 1. Chứng minh

- a) $C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} + C_{2n}^{2n} = 4^n$.
- b) $C_n^0 \cdot 3^n - C_n^1 \cdot 3^{n-1} + \dots + (-1)^n C_n^n = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$.

BÀI 2. Tính các tổng sau

- a) $S = C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + \dots + C_5^5$.
- b) $S = 2C_{2010}^1 + 2^3 C_{2010}^3 + 2^5 C_{2010}^5 + \dots + 2^{2009} C_{2010}^{2009}$.

BÀI 3. Tính tổng $S = C_{15}^8 + C_{15}^9 + C_{15}^{10} + \dots + C_{15}^{15}$.

BÀI 4. Tính tổng

- a) $S = C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2 C_5^2 + \dots + 2^5 C_5^5$.
- b) $S = 4^0 C_8^0 + 4^1 C_8^1 + 4^2 C_8^2 + \dots + 4^8 C_8^8$.

BÀI 5. Với n là số nguyên dương, chứng minh $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}$.

BÀI 6. Chứng minh rằng $C_{2022}^0 + 2^2 C_{2022}^2 + \dots + 2^{2022} C_{2022}^{2022} = \frac{3^{2022} + 1}{2}$

BÀI 7. Với p, a, b là các số nguyên dương và $p \leq a, b$. Chứng minh rằng

$$C_a^p + C_a^{p-1} C_b^1 + C_a^{p-2} C_b^2 + \dots + C_a^{p-q} C_b^q + \dots + C_b^p = C_{a+b}^p.$$

BÀI 8. Với n là số nguyên dương, chứng minh rằng: $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = (C_{2n}^n)^2$.

BÀI 9. Tính tổng: $S = 3^{2019} - C_{2019}^1 3^{2018} \cdot 4 + C_{2019}^2 3^{2017} \cdot 4^2 - \dots + C_{2019}^{2018} 3 \cdot 4^{2018} - 4^{2019}$

BÀI 10. Tính tổng $S = C_{2004}^0 + 2^2 C_{2004}^1 + \dots + 2^{2005} C_{2004}^{2004}$.

BÀI 11. Tính tổng $S = C_{2018}^0 + 3^2 C_{2018}^2 + 3^4 C_{2018}^4 + \dots + 3^{2018} C_{2018}^{2018}$.

BÀI 12. Chứng minh

- a) $C_{2n}^0 - C_{2n}^1 + C_{2n}^2 - C_{2n}^3 + \dots - C_{2n}^{2n-1} + C_{2n}^{2n} = 0$.
- b) $3^{16} C_{16}^0 - 3^{15} C_{16}^1 + 3^{14} C_{16}^2 - \dots - 3 C_{16}^{15} + C_{16}^{16} = 2^{16}$.
- c) $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 \cdot 3^2 + C_{2n}^4 \cdot 3^4 + \dots + C_{2n}^{2n} \cdot 3^{2n} = 2^{2n-1} \cdot (2^{2n} + 1)$.

BÀI 13. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn

- a) $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n} = 512$.
- b) $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + C_{2n+1}^5 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- CÂU 1.** Cho biết $2C_n^2 - 3A_n^1 = 5(n+2)$ hỏi khai triển $(2x-1)^{n+1}$ có bao nhiêu số hạng?
 (A) 11. (B) 12. (C) 10. (D) 9.
- CÂU 2.** Số hạng tổng quát trong khai triển biểu thức $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{15}$, $x \neq 0$ là
 (A) $(-2)^k C_{15}^k x^{15-3k}$. (B) $2^k C_{15}^k x^{15-3k}$. (C) $2^k C_{15}^k x^{15-2k}$. (D) $(-2)^k C_{15}^k x^{15-2k}$.
- CÂU 3.** Khai triển nhị thức $(x-2)^4$ ta được biểu thức nào sau đây?
 (A) $-x^4 + 8x^3 - 24x^2 + 32x - 16$. (B) $x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$.
 (C) $x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$. (D) $x^4 + 8x^3 - 24x^2 + 32x - 16$.
- CÂU 4.** Biểu diễn $(3 + \sqrt{2})^5 - (3 - \sqrt{2})^5$ dưới dạng $a + b\sqrt{2}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $M = a + b$ là
 (A) 1177. (B) 1178. (C) 1179. (D) 1180.
- CÂU 5.** Hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức $(3x-4)^5$ là
 (A) 1620. (B) 60. (C) -60. (D) -1620.
- CÂU 6.** Hệ số của x^2 trong khai triển $(1-2x)^4$ là
 (A) 24. (B) -24. (C) 48. (D) -48.
- CÂU 7.** Hệ số của x^3 trong khai triển $(3+2x)^5$ bằng
 (A) 1080. (B) 720. (C) 50. (D) 100.
- CÂU 8.** Hệ số của a^3b^2 trong khai triển $(a+2b)^5$ bằng
 (A) 5. (B) 10. (C) 4. (D) 6.
- CÂU 9.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x}\right)^4$, $x \neq 0$ bằng
 (A) 0. (B) 12. (C) 24. (D) 6.
- CÂU 10.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$, $x \neq 0$ bằng
 (A) 0. (B) 10. (C) -10. (D) 6.
- CÂU 11.** Biết rằng $(1 - \sqrt{2})^4 = a + b\sqrt{2}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của b bằng
 (A) -11. (B) 11. (C) 12. (D) -12.
- CÂU 12.** Biết rằng $(1 + \sqrt{3})^5 - 2(1 - \sqrt{3})^4 = a + b\sqrt{3}$ với a, b là các số nguyên. Tính $T = a - b$
 (A) $T = 96$. (B) $T = -56$. (C) $T = 56$. (D) $T = -96$.
- CÂU 13.** Xét khai triển $(a+bx)^5 = a_0 + a_1x + \dots + a_5x^5$. Biết $a_3 = 40$ và $a_4 = 10$. Tính $T = a \cdot b$
 (A) $T = 2$. (B) $T = 1$. (C) $T = \frac{1}{2}$. (D) $T = \frac{1}{4}$.
- CÂU 14.** Xét khai triển $f(x) = (2+x)^5 - 3(1+2x)^4 = a_0 + a_1x + \dots + a_5x^5$. Tính a_4
 (A) $a_4 = 71$. (B) $a_4 = 74$. (C) $a_4 = 21$. (D) $a_4 = 26$.
- CÂU 15.** Hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10}$ bằng
 (A) 210. (B) 252. (C) 165. (D) 792.
- CÂU 16.** Trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3} + x^5\right)^{12}$ với $x \neq 0$. Số hạng chứa x^4 là
 (A) 792. (B) 924. (C) $792x^4$. (D) $924x^4$.
- CÂU 17.** Tìm số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^8$.
 (A) -1792. (B) $-1792x^7$. (C) 1792. (D) $1792x^7$.

QUICK NOTE

- Ⓐ 2^{2019} . Ⓑ $2^{2019} + 1$. Ⓒ $4^{2019} - 1$. Ⓓ $2^{2019} - 1$.

QUICK NOTE

CÂU 37. Giải phương trình $C_1^n + 3 \cdot C_2^n + 7 \cdot C_3^n + \dots + (2^n - 1) \cdot C_n^n = 3^{2n} - 2^n - 6480$ trên tập \mathbb{N}^* .

- (A) $n = 3$. (B) $n = 4$. (C) $n = 5$. (D) $n = 6$.

CÂU 38. Tính tổng $S = \frac{1}{2!2017!} + \frac{1}{4!2015!} + \frac{1}{6!2013!} + \dots + \frac{1}{2016!3!} + \frac{1}{2018!}$.

- (A) $S = \frac{2^{2018} - 1}{2019}$. (B) $S = \frac{2^{2018} - 1}{2018!}$. (C) $S = \frac{2^{2018}}{2018}$. (D) $S = \frac{2^{2018} - 1}{2019!}$.

CÂU 39. Tính giá trị biểu thức $S = C_{2017}^1 + C_{2017}^2 + C_{2017}^3 + \dots + C_{2017}^{2016}$.

- (A) $S = 2^{2016} - 1$. (B) $S = 2^{2017}$. (C) $S = 2^{2017} - 2$. (D) $S = 2^{2017} - 1$.

CÂU 40. Cho khai triển $(1 + x + x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$, với $n \geq 2$ và $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ là các hệ số. Biết rằng $a_3 = 210$, khi đó tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2n}$ bằng

- (A) $S = 3^{13}$. (B) $S = 3^{10}$. (C) $S = 3^{12}$. (D) $S = 3^{11}$.

CÂU 41. Tính tổng $S = C_{2018}^0 + \frac{1}{2}C_{2018}^1 + \frac{1}{3}C_{2018}^2 + \dots + \frac{1}{2018}C_{2018}^{2017} + \frac{1}{2019}C_{2018}^{2018}$.

- (A) $S = \frac{2^{2018} + 1}{2019}$. (B) $S = \frac{2^{2018} - 1}{2019} + 1$.
(C) $S = \frac{2^{2019} - 1}{2019}$. (D) $S = \frac{2^{2018} - 1}{2019} - 1$.

CÂU 42. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \left(\frac{1}{C_{2017}^1} + \frac{1}{C_{2017}^2} + \dots + \frac{1}{C_{2017}^{2017}} \right) : \left(\frac{1}{C_{2016}^0} + \frac{1}{C_{2016}^1} + \dots + \frac{1}{C_{2016}^{2016}} \right).$$

- (A) $P = \frac{1008}{2017}$. (B) $P = \frac{2016}{2017}$. (C) $P = \frac{1009}{2017}$. (D) $P = \frac{2018}{2017}$.

MỤC LỤC

| | |
|---|-----------|
| Bài 1. Quy tắc đếm | 1 |
| (A) Tóm tắt lý thuyết | 1 |
| (B) Các dạng toán | 1 |
| Dạng 1. Bài toán sử dụng quy tắc cộng | 1 |
| Dạng 2. Bài toán sử dụng quy tắc nhân | 2 |
| Dạng 3. Kết hợp quy tắc cộng và quy tắc nhân | 4 |
| Bài 2. Hoán vị - chỉnh hợp - tổ hợp | 9 |
| (A) Tóm tắt lý thuyết | 9 |
| (B) Các dạng toán | 9 |
| Dạng 1. Các bài toán liên quan đến hoán vị | 9 |
| Dạng 2. Các bài toán liên quan đến hoán vị, tổ hợp và chỉnh hợp | 11 |
| Dạng 3. Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình | 14 |
| Bài 3. Nhị thức Newton | 21 |
| (A) Tóm tắt lý thuyết | 21 |
| (B) Các dạng toán | 21 |
| Dạng 1. Khai triển một nhị thức Newton | 21 |
| Dạng 2. Tìm hệ số số hạng trong khai triển nhị thức Newton | 21 |
| Dạng 3. Chứng minh, tính giá trị của biểu thức tổ hợp có sử dụng khai triển nhị thức Newton | 23 |
| (C) Bài tập trắc nghiệm | 24 |

