ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

CÂU 1. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

(A) Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song với nhau.

(B) Nếu hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.

(C) Hai vectơ được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng độ dài và cùng hướng.

(D) Nếu vectơ $\vec{a}$ và vectơ $\vec{b}$ cùng bằng vectơ $\vec{c}$ thì hai vectơ $\vec{a}$ và vectơ $\vec{b}$ bằng nhau.

Lời giải.

Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.

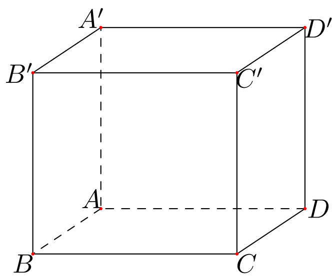
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

(A) $\overrightarrow{D'C'}$. (B) $\overrightarrow{BA}$. (C) $\overrightarrow{CD}$. (D) $\overrightarrow{B'A'}$.

Lời giải.

Dễ thấy vectơ bằng với vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ nào $\overrightarrow{D'C'}$ vì chúng cùng hướng và có cùng độ dài.



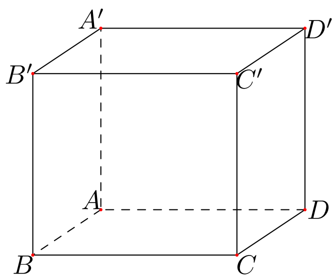
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$?

(A) $\overrightarrow{CD}$. (B) $\overrightarrow{B'C'}$. (C) $\overrightarrow{AD}$. (D) $\overrightarrow{AC'}$.

Lời giải.

Vectơ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{CD}$, vì hai vectơ này có giá song song với nhau.



Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

(A) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. (B) $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$.

(C) $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$. (D) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$.

Lời giải.

Theo quy tắc hình hộp, ta có mệnh đề sai là $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$.

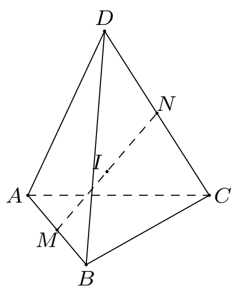
Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 5.

Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD, I là trung điểm của đoạn MN. Mệnh đề nào sau đây sai?

(A) $\overrightarrow{AN} = \left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}\right)$. (B) $\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IM} = \vec{0}$.

(C) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$. (D) $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$.



Lời giải.

Đáp án B đúng: Vì I là trung điểm MN nên ta có: $\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IM} = \vec{0}$.

Đáp án C đúng: Vì M là trung điểm AB nên ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

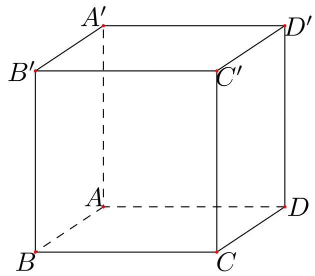
Đáp án D đúng. Vì N là trung điểm CD nên ta có $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 6.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Hãy tìm mệnh đề đúng trong những mệnh đề sau đây

(A) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.
(B) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{B'A}$.
(C) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$.
(D) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{CB'}$.



Lời giải.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$, có bao nhiêu vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện?

(A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

Lời giải.

Có ba vectơ là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

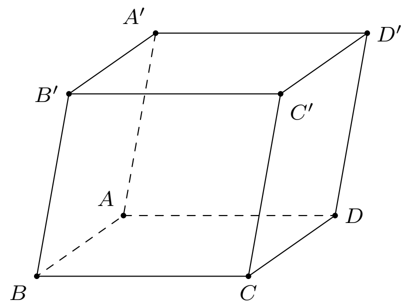
Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

(A) $\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{A'B'}$. (B) $\overrightarrow{B'C'}$ và $\overrightarrow{CD}$. (C) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{B'C'}$. (D) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$.

Lời giải.

Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$ có giá song song nên cùng phương.

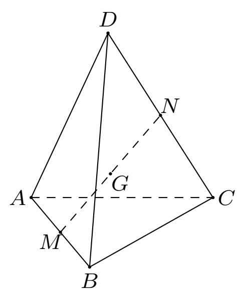


Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 9.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD, G là trung điểm của MN. Vectơ $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}$ bằng Vectơ nào sau đây

(A) $4\overrightarrow{MG}$. (B) $\overrightarrow{GD}$. (C) $\vec{0}\cdot$. (D) $\overrightarrow{MN}$.



Lời giải.

$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}\right)+\left(\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)=2\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=2\left(\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}\right)=\vec{0}$.

Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề đúng?

(A) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C'A'}$. (B) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AA'}$. (C) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. (D) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{C'D'}=\vec{0}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{C'D'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$.

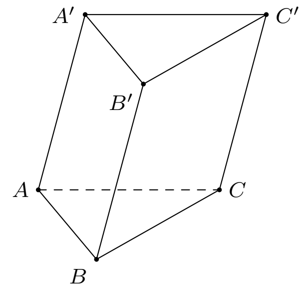
Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}$. (B) $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{b}$. (C) $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$. (D) $\overrightarrow{AM}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

Lời giải.

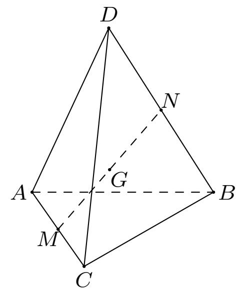
Ta có
$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$
$=\vec{b}-\vec{a}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AA'}=\vec{b}-\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{c}.$



Chọn đáp án D .... □

CÂU 12.
Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD. Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN. Hãy chọn khẳng định sai

A $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GM}$.
B $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{MN}$.
C $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.
D $2\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.

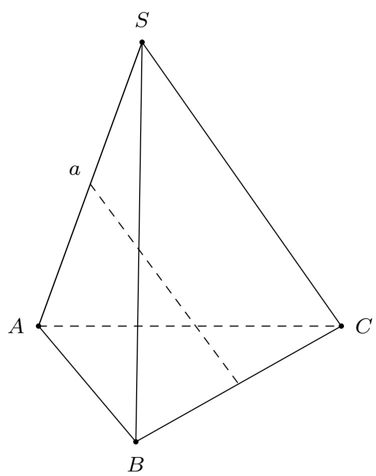


Lời giải.

- $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GM}$ đúng vì M là trung điểm AC.
- $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{MN}$ đúng vì $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=2\overrightarrow{GN}=\overrightarrow{MN}$
- $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ đúng vì $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=2\left(\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}\right)=\vec{0}$.
- $2\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ sai vì $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NB}\right)+\left(\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{ND}\right)=2\overrightarrow{MN}+\vec{0}+\vec{0}=2\overrightarrow{MN}$.

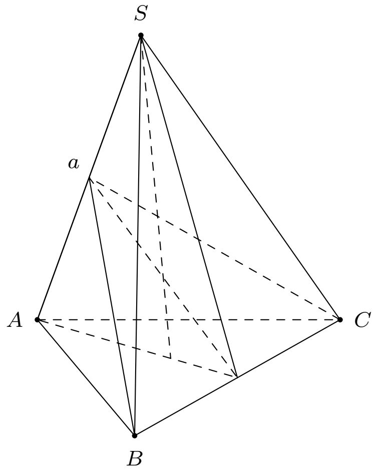
Chọn đáp án D .... □

CÂU 13. Cho tứ diện đều $SABC$ có cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



Mệnh đề	Đ	S
a) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{SA}$ bằng a..	X	
b) $\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SB}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.	X	
c) $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{AC}=4\overrightarrow{MN}$.		X
d) Gọi I là trọng tâm của tứ diện. Khoảng cách từ I đến (ABC) bằng $\dfrac{3a\sqrt{6}}{4}$.		X

Lời giải.



a) $|\overrightarrow{SA}| = SA = a$.

b) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = \left|\overrightarrow{SA}\right| \cdot \left|\overrightarrow{SB}\right| \cdot \sin \widehat{ASB} = a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

c) Do N là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SN}$ và $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MB}$.
Suy ra $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\left(\overrightarrow{SN} + \overrightarrow{AN}\right)$
Do M là trung điểm của SA nên $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NS} = 2\overrightarrow{NM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{SN} = 2\overrightarrow{MN}$.
Do đó $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2 \cdot 2 \cdot \overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{MN}$.

d) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.
Do tứ diện $SABC$ là tứ diện đều và I là trọng tâm tứ diện nên $d\left(I, (ABC)\right) = IG$
Tam giác ABC đều cạnh a, N là trung điểm của BC, suy ra $AN = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
Do G là trọng tâm tam giácABC nên $AG = \dfrac{2}{3}AN = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.
Do tứ diện $SABC$ là tứ diện đều nên $SG \perp (ABC) \Rightarrow SG \perp AG$.
Tam giác SAG vuông tại G nên $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{3}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.
Do I là trọng tâm tứ diện$SABC$ nên $IG = \dfrac{1}{4}SG = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{a\sqrt{6}}{3} = \dfrac{a\sqrt{6}}{12}$.
Vậy $d\left(I, (ABC)\right) = \dfrac{a\sqrt{6}}{12}$.

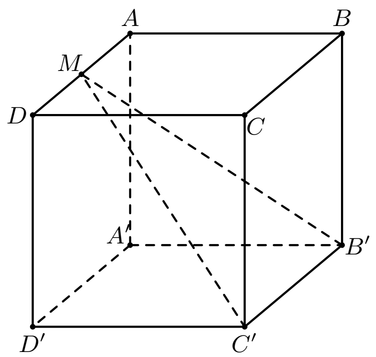
Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ....

CÂU 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm AD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{CD}$.		X
b) $\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$.	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CD'} = 0$.	X	
d) $\overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{A'B'} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{B'C'}$.		X

Lời giải.



a) $\overrightarrow{A'B'} = -\overrightarrow{CD}$.

b) $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{DC'}$.

c) $\overrightarrow{AB'}\cdot\overrightarrow{CD'}=\overrightarrow{AB'}\cdot\overrightarrow{BA'}=0$

d) $\overrightarrow{B'M}=\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BB'}+\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}\right)=\overrightarrow{BB'}+\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{B'A'}+\overrightarrow{B'D'}\right)$

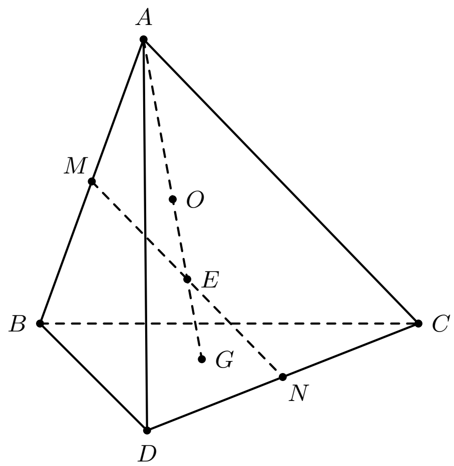
$=\overrightarrow{BB'}+\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{B'A'}+\overrightarrow{B'A'}+\overrightarrow{B'C'}\right)=\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'A'}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{B'C'}$

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ………… □

CÂU 15. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.		X
b) $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}=\vec{0}$ với E là trung điểm MN.	X	
c) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=\vec{0}$.	X	
d) Điểm I xác định bởi $P=3\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị nhỏ nhất của P là $2a^2$.	X	

Lời giải.



a) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

b) Vì M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}=2\overrightarrow{EM}$, N là trung điểm CD nên $\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}=2\overrightarrow{EN}$.
Ta có $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}=2\left(\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{EN}\right)=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right)\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}$

$=\overrightarrow{AC}\cdot\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}\right)+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CD}$

$=\overrightarrow{CB}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}\right)+\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

d) Gọi O là điểm thoả mãn hệ thức $3\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$ suy ra O cố định vì A, B, C, D cố định. Ta có

$$\begin{aligned}P&=3\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2\\&=3\left(\overrightarrow{IO}+\overrightarrow{OA}\right)^2+\left(\overrightarrow{IO}+\overrightarrow{OB}\right)^2+\left(\overrightarrow{IO}+\overrightarrow{OC}\right)^2+\left(\overrightarrow{IO}+\overrightarrow{OD}\right)^2\\&=6IO^2+3OA^2+OB^2+OC^2+OD^2+2\overrightarrow{IO}\left(3\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)\\&=6IO^2+3OA^2+OB^2+OC^2+OD^2.\end{aligned}$$

Do đó để P nhỏ nhất thì I trùng với O. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD.
Vì $3\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=3\overrightarrow{OA}+\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)=3\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OG}$ nên $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OG}=\vec{0}$.
Suy ra O là trung điểm của AG.
Ta có $BG=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a}{\sqrt{3}}\Rightarrow AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{a^2-\left(\dfrac{a}{\sqrt{3}}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow OA = \dfrac{1}{2}AG = \dfrac{a}{\sqrt{6}} \Rightarrow OA^2 = \dfrac{a^2}{6}$.

Lại có $OD^2 = OC^2 = OB^2 = OG^2 + BG^2 = \dfrac{a^2}{6} + \dfrac{a^2}{3} = \dfrac{a^2}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất là $P = 3 \cdot \dfrac{a^2}{6} + 3 \cdot \dfrac{a^2}{2} = 2a^2$ khi I trùng với O.

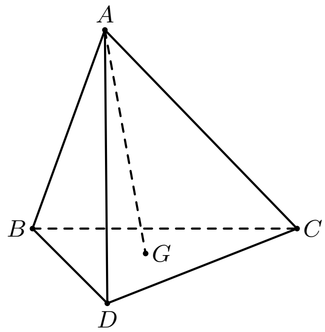
Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d đúng | .... □

CÂU 16. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a có G là trọng tâm của tam giác BCD và I là điểm thuộc đoạn thẳng AG sao cho $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.		X
b) $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 3\overrightarrow{IG}$.	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}$.	X	
d) $\overrightarrow{IB} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.	X	

Lời giải.



a) G là trọng tâm của tam giác BCD nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{IG} + \left(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}\right) = 3\overrightarrow{IG}$.

c) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}\,\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AI} = \vec{0}$.

d) $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AG}$.
$\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} = -\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AB} = -\dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right) + \overrightarrow{AB} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d đúng | .... □

CÂU 17. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E là trung điểm AD, F là trung điểm BC. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{EF}$. Tìm giá trị của k.

Lời giải.

Đáp án: 2

Do E là trung điểm AD, F là trung điểm BC nên $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$; $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} = -\left(\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CF}\right) = \vec{0}$.

Có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB} \\ \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{EF}$.

CÂU 18. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2$, $AD = 3$. Độ dài vectơ $\overrightarrow{B'D'}$ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải.

Đáp án: 3,61

Ta có: $\left|\overrightarrow{B'D'}\right| = B'D' = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{13}$.

Vậy độ dài vectơ $\overrightarrow{B'D'}$ bằng $\sqrt{13} \approx 3,61$.

CÂU 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{AC'}$ bằng

Lời giải.

Đáp án: 90

$\overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'}$.
$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{AC'} = \left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'}\right) \cdot \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right) = \overrightarrow{AB}^2 - \overrightarrow{AA'}^2 = 0$.

$\Rightarrow$ Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{AC'}$ bằng $90°$.

CÂU 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và $SA = SB = SC = a$. Gọi M là trung điểm của AB. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SM}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng

Lời giải.

Đáp án: 120

Ta có $\cos\left(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}\right) = \dfrac{\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{SM}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \dfrac{\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC}}{SM \cdot BC}$.

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{BC} &= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB}\right) \cdot \left(\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SB}\right) \\
&= -\frac{1}{2}\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SB} = -\frac{1}{2}SB^2 = -\frac{a^2}{2}.
\end{aligned}$$

Tam giác SAB và SBC vuông cân tại S nên $AB = BC = a\sqrt{2}$.

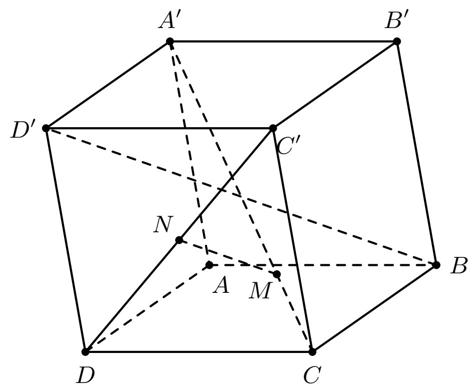
$\Rightarrow SM = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $\cos\left(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}\right) = \dfrac{-\dfrac{a^2}{2}}{\dfrac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\dfrac{1}{2}$. Suy ra $\left(\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}\right) = 120°$.

CÂU 21. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xét các điểm M, N lần lượt thuộc các đường thẳng $A'C$, $C'D$ sao cho đường thẳng MN song song với đường thẳng BD'. Khi đó tỉ số $\dfrac{MN}{BD'}$ bằng

Lời giải.

Đáp án: 0,25



Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{x}$, $\overrightarrow{BB'} = \vec{y}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{z}$.

Do $\overrightarrow{CM}$, $\overrightarrow{CA'}$ là hai vectơ cùng phương $\Rightarrow \exists k \in \mathbb{R}$: $\overrightarrow{CM} = k \cdot \overrightarrow{CA'}$.

Và $\overrightarrow{C'N}$, $\overrightarrow{C'D}$ là hai vectơ cùng phương $\Rightarrow \exists h \in \mathbb{R}$: $\overrightarrow{C'N} = h \cdot \overrightarrow{C'D}$.

Ta có: $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$, (1)

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{CN} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'N} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CC'} + h \cdot \overrightarrow{C'D} - k \cdot \overrightarrow{CA'}$ (2)

$= \vec{y} + h \cdot (-\vec{y} + \vec{x}) - k \cdot (\vec{y} - \vec{z} + \vec{x}) = (h - k) \cdot \vec{x} + (1 - h - k) \cdot \vec{y} + k \cdot \vec{z}$

Do $MN \parallel B'D$ nên tồn tại $t \in \mathbb{R}$: $\overrightarrow{MN} = t \cdot \overrightarrow{BD'}$.

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} h - k = t \\ 1 - h - k = t \\ k = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = t \\ h = 2t \\ 1 - 3t = t \end{cases} \Rightarrow t = \dfrac{1}{4} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BD'}$.

Vậy $\dfrac{MN}{BD'} = \dfrac{1}{4} = 0,25$.