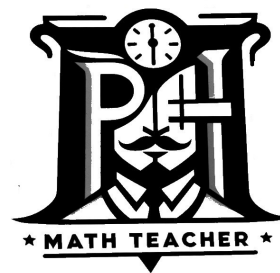


Thời gian làm bài: 90 phút



-

A Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
B Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
C Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

“It’s not how much time you have, it’s how you use it.”

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 7. Khi làm nhà kho, bác An muốn cửa sổ có dạng hình chữ nhật với chu vi bằng 4 m. Tìm kích thước khung cửa sổ sao cho diện tích cửa sổ lớn nhất (để hứng được nhiều ánh sáng nhất)?

- (A) 3 m. (B) 1 m. (C) 2 m. (D) 1,5 m.

CÂU 8. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t .

- (A) Từ ngày đầu tiên đến ngày thứ 10 tốc độ truyền bệnh tăng dần.
(B) Từ ngày thứ 10 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh giảm dần.
(C) Từ ngày thứ 15 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh tăng dần.
(D) Từ ngày thứ 15 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh tăng dần rồi giảm dần kể từ ngày thứ 21.

CÂU 9. Một công ty tiến hành khai thác 17 giếng dầu trong khu vực được chỉ định. Trung bình mỗi giếng dầu chiết xuất được 245 thùng dầu mỗi ngày. Công ty có thể khai thác nhiều hơn 17 giếng dầu nhưng cứ khai thác thêm một giếng thì lượng dầu mỗi giếng chiết xuất được hằng ngày sẽ giảm 9 thùng. Để giám đốc công ty có thể quyết định số giếng cần thêm cho phù hợp với tài chính, hãy chỉ ra số giếng công ty có thể khai thác thêm để sản lượng dầu chiết xuất đạt cực đại.

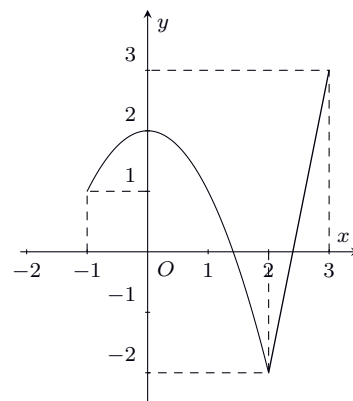
- (A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 6.

CÂU 10. Gọi d là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{mx^2 + nx + 1}{x - 1}$, với m, n là tham số. Biết rằng d song song với đường thẳng $\Delta: y = 3x + 2$ và đi qua điểm $M(-1; 4)$. Khi đó $m + n$ bằng

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

CÂU 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $f(x) \geq m$ có nghiệm trên $[-1; 2]$.

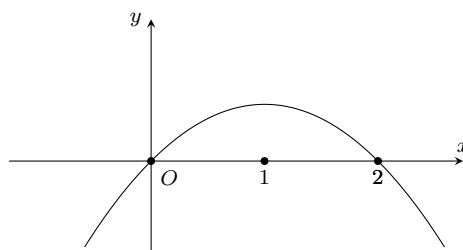
- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.



CÂU 12.

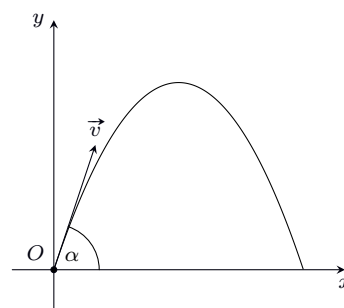
Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cắt Ox tại các điểm có hoành độ bằng 0, 2 như hình vẽ. Biết $f(2) + f(4) = f(3) + f(0)$. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[0; 4]$ là

- (A) $f(1)$. (B) $f(4)$.
(C) $f(2)$. (D) $f(0)$.



CÂU 13.

Một vật được ném từ mặt đất lên trời xiên góc α so với phương nằm ngang với vận tốc ban đầu $v_0 = 9 \text{ m/s}$ (Hình vẽ). Khi đó quỹ đạo chuyển động của vật tuân theo phương trình $y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$, ở đó x (mét) là khoảng cách vật bay được theo phương ngang từ điểm ném, y (mét) là độ cao so với mặt đất của vật trong quá trình bay, g là gia tốc trọng trường (theo Vật lí đại cương, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2016).



Khi góc $\alpha = 60^\circ$, thì y đồng biến trên khoảng nào? (giả sử gia tốc trọng trường là $g = 9,8 \text{ m/s}^2$).

- (A) $(0; 3,58)$. (B) $(3,58; 5)$. (C) $(0; 4)$. (D) $(0; +\infty)$.

CÂU 14. Cho hàm số $y = \frac{3-x}{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 (B) Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
 (C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 (D) Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

CÂU 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ là

- (A) $x = -1$. (B) $x = -2$. (C) $x = 1$. (D) $x = 2$.

CÂU 16.

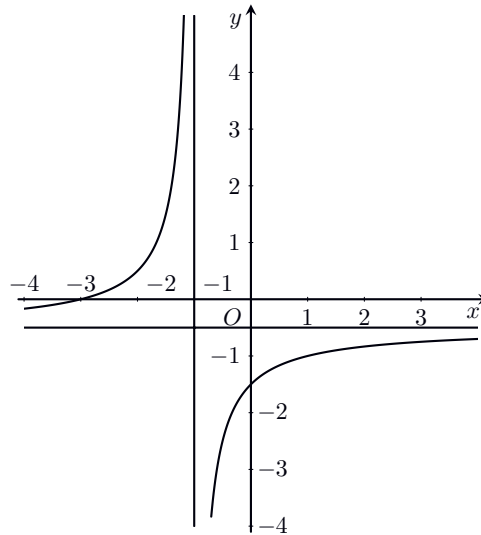
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- (A) 2. (B) 4.
 (C) 1. (D) 3.

x	$-\infty$	0		4	$+\infty$	
y'	+		0	-	0	+
y	<div><div><div>$-\infty$</div><div>3</div><div>$+\infty$</div></div><div><div>$-\infty$</div><div>-5</div><div>$+\infty$</div></div><div><div>$-\infty$</div><div>3</div><div>-5</div></div><div><div>3</div><div>-5</div><div>$+\infty$</div></div></div>					

CÂU 17. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$ có đồ thị như hình bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

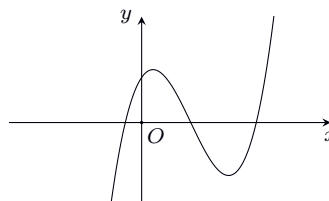
- (A) $y' < 0, \forall x \neq -1$. (B) $y' > 0, \forall x \neq -1$.
 (C) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. (D) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



CÂU 18.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là

- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 5.



CÂU 19. Cho hàm số $y = \frac{2mx+m}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

- (A) $m \neq \pm 2$. (B) $m = \pm \frac{1}{2}$. (C) $m = 2$. (D) $m = \pm 4$.

CÂU 20. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$ bằng

- (A) $2\sqrt{5}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) $3\sqrt{2}$. (D) $5\sqrt{2}$.

CÂU 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

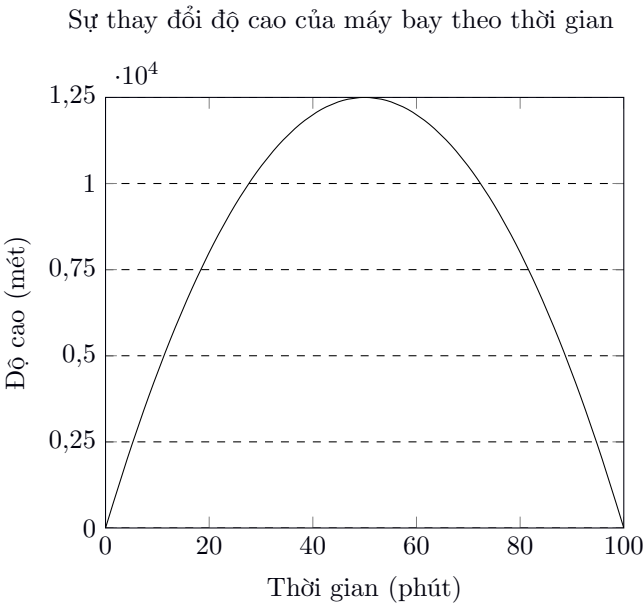
QUICK NOTE

QUICK NOTE

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$	3	$+\infty$	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là
☐ A $x = -1$. ☐ B $x = -3$. ☐ C $x = 3$. ☐ D $x = 1$.

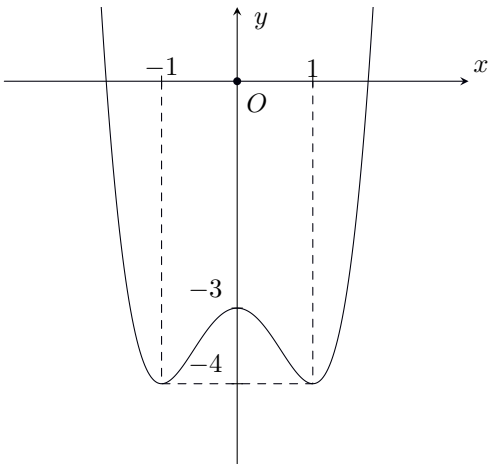
CÂU 22. Đồ thị dưới mô tả sự thay đổi độ cao của một máy bay. Độ cao của máy bay giảm trong khoảng thời gian nào?



☐ A $(0; 50)$. ☐ B $(50; 100)$. ☐ C $(0; 100)$. ☐ D $(40; 60)$.

CÂU 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

☐ A $-4 < m \leq -3$. ☐ B $-4 < m < -3$.
☐ C $-4 \leq m < -3$. ☐ D $m > -4$.



CÂU 24. Giả sử chi phí tiền xăng C (đồng) phụ thuộc tốc độ trung bình v (km/h) theo công thức

$$C(v) = \frac{16000}{v} + \frac{5}{2}v \quad (0 < v \leq 120)$$

Tính tốc độ trung bình để chi phí tiền xăng đạt cực tiểu.
☐ A 60 km/h. ☐ B 70 km/h. ☐ C 50 km/h. ☐ D 80 km/h.

CÂU 25. Ông An dự định làm một cái bể chứa nước hình trụ bằng inox có nắp dẹt với thể tích là $k \text{ m}^3$ ($k > 0$). Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng

và mỗi m^2 mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chọn bán kính đáy của bể là bao nhiêu để chi phí làm bể là ít nhất? (Biết bể dày vỏ inox không đáng kể)

- (A) $\sqrt[3]{\frac{k}{\pi}}$. (B) $\sqrt[3]{\frac{2\pi}{k}}$. (C) $\sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$. (D) $\sqrt[3]{\frac{k}{2}}$.

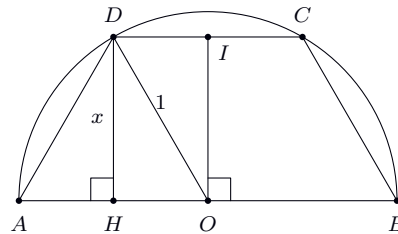
CÂU 26. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là

- (A) $\sqrt{3}$. (B) $\sqrt{2}$. (C) $3\sqrt{3}$. (D) $2\sqrt{2}$.

CÂU 27.

Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2$ và hai điểm C, D thay đổi trên nửa đường tròn đó sao cho $ABCD$ là hình thang. Diện tích lớn nhất của hình thang $ABCD$ bằng

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. (C) 1. (D) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.



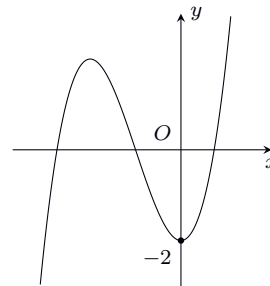
CÂU 28. Trong mặt phẳng Oxy , tổng khoảng cách từ gốc tọa độ đến tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \log_2 \frac{2x+3}{x-1}$ bằng

- (A) 2. (B) 3. (C) $\frac{5}{2}$. (D) $\frac{7}{2}$.

CÂU 29.

Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- (A) $y = -x^3 + x^2 - 2$. (B) $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
(C) $y = x^3 - 3x + 2$. (D) $y = x^2 - 3x - 2$.



CÂU 30. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0		1	2		$+\infty$
y'		+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	2			$+\infty$	6	$+\infty$

- (A) $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{x - 1}$. (B) $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$. (C) $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 1}$. (D) $y = \frac{x^2 + 2}{x - 1}$.

CÂU 31. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 5}{x + 2}$ là

- (A) $y = x$. (B) $y = x + 1$. (C) $y = x + 2$. (D) $y = x + 3$.

CÂU 32. Cho hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
(B) Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là \mathbb{R} và tập giá trị là $(0; +\infty)$.
(C) Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên tập xác định của nó khi $a > 1$.
(D) Đồ thị hàm số $y = a^x$ có tiệm cận đứng là trục tung.

CÂU 33. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân. Tính giá trị của biểu thức $P = m^2 + 2m + 1$.

- (A) $P = 1$. (B) $P = 4$. (C) $P = 2$. (D) $P = 0$.

CÂU 34. Khi máu di chuyển từ tim qua các động mạch chính rồi đến các mao mạch và quay trở lại qua các tĩnh mạch, huyết áp tâm thu (tức là áp lực của máu lên động mạch khi tim

QUICK NOTE

QUICK NOTE

co bóp) liên tục giảm xuống. Giả sử một người có huyết áp tâm thu P (tính bằng mmHg) được cho bởi hàm số

$$P(t) = \frac{25t^2 + 125}{t^2 + 1}, 0 \leq t \leq 10,$$

trong đó thời gian t được tính bằng giây. Tính tốc độ thay đổi của huyết áp sau 5 giây kể từ khi máu rời tim.

A $-\frac{20}{17}$.

B $-\frac{250}{169}$.

C $-\frac{120}{163}$.

D $-\frac{19}{132}$.

CÂU 35. Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 2 m với vận tốc ban đầu 24,5 m/s là $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$ (theo Vật lí đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Tìm vận tốc của vật sau 2 giây.

A 4,9.

B 3,2.

C 1,3.

D 5,5.

Phần II. Câu hỏi tự luận.

CÂU 36. Tìm cực trị của hàm số $g(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$.

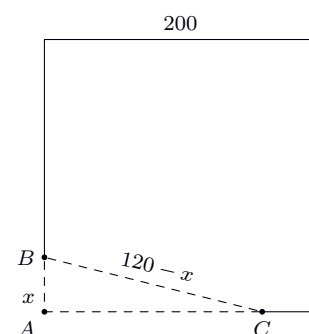
CÂU 37. Kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam trong các năm từ 2010 đến 2017 có thể được tính xấp xỉ bằng công thức $f(x) = 0,01x^3 - 0,04x^2 + 0,25x + 0,44$ (tỉ USD) với x là số năm tính từ 2010 đến 2017 ($0 \leq x \leq 7$).

(Theo: <https://infographics.vn/interactive-xuat-khau-rau-quu-du-bao-bung-no-dat-4-ty-usd-trong-nam-2023/116220.vna>)

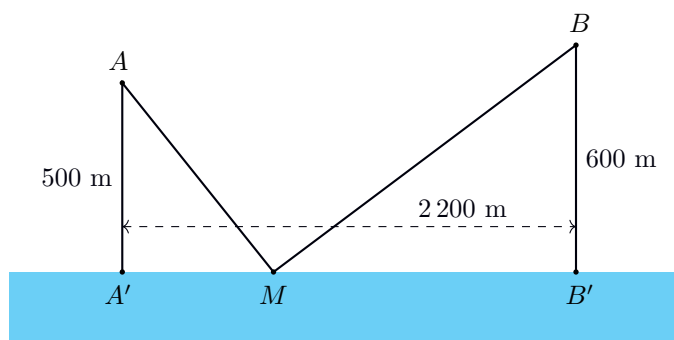
a) Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$.

b) Chứng minh rằng kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam tăng liên tục trong các năm từ 2010 đến 2017.

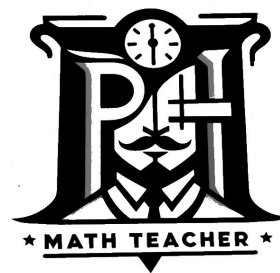
CÂU 38. Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông ABC từ tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ bên. Biết $AB = x$ ($0 < x < 60$ cm) là một cạnh góc vuông của tam giác ABC và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120 cm. Tìm x để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.



CÂU 39. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông Lam, khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m và người ta đo được $A'B' = 2200$ m. Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Lam cho dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm vị trí tối ưu đó.



Thời gian làm bài: 90 phút



QUICK NOTE

QUICK NOTE

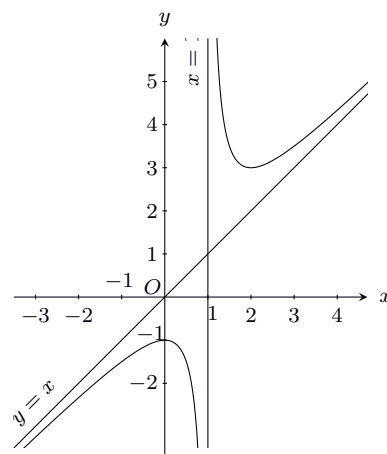
CÂU 4. Đồ thị hình bên là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào?

A $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

B $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

C $y = \frac{x^2 - 4x - 1}{-x + 1}$.

D $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{-x + 1}$.



CÂU 5. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	1		$+\infty$		1

Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

A $y = \frac{x - 3}{x - 1}$.

B $y = \frac{-x + 2}{x - 1}$.

C $y = \frac{x + 2}{x + 1}$.

D $y = \frac{x + 2}{x - 1}$.

CÂU 6.

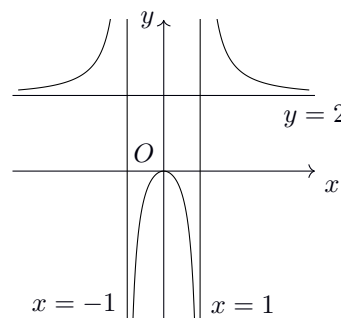
Cho hàm số $y = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Số các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và tiệm cận xiên (nếu có) của đồ thị hàm số đã cho là

A 4.

B 2.

C 3.

D 5.



CÂU 7. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A $P(1; 0)$.

B $M(0; 1)$.

C $N(1; -10)$.

D $Q(-1; 10)$.

CÂU 8. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 4}{-x + 2}$ là

A $y = 2$.

B $x = 2$.

C $x = -2$.

D $y = -2$.

CÂU 9. Gọi m , M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$. Tổng $m + M$ bằng

A 2.

B 0.

C 4.

D 1.

CÂU 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0
y	$-\infty$		0		$-\infty$

```

graph LR
    x["-∞      -1      0      1      +∞"]
    y_prime["-      0      +      0      -"]
    y["-∞      -1      0      -1      -∞"]
    x --> y_prime
    y_prime --> y
    y --> x
  
```

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

QUICK NOTE

A $m = -2, m > -1.$

B $m = -2, m \geq -1.$

C $-2 < m < -1.$

D $m > 0, m = -1.$

CÂU 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx - 8}{x + 2}$ có hai đường tiệm cận.

A $m \neq 4.$

B $m \neq -4.$

C $m = 4.$

D $m = -4.$

CÂU 12. Tại trường THPT Y, để giảm nhiệt độ trong các phòng học từ nhiệt độ ban đầu là 28°C , một hệ thống điều hòa làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi T (đơn vị $^\circ\text{C}$) là nhiệt độ phòng ở phút thứ t (tính từ thời điểm bật máy) được cho bởi công thức $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$ ($t \in [0; 10]$). Nhiệt độ thấp nhất trong phòng có thể đạt được trong khoảng thời gian 10 phút đó gần đúng là

A $27,832^\circ\text{C}.$

B $18,4^\circ\text{C}.$

C $26,2^\circ\text{C}.$

D $25,312^\circ\text{C}.$

CÂU 13.

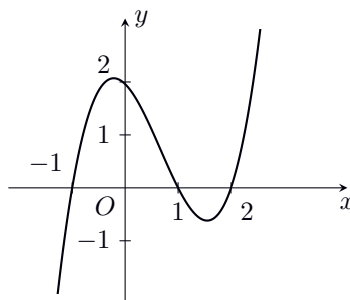
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} , hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(3 - e^x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây.

A $(2; 5).$

B $(-1; 0).$

C $(0; 1).$

D $(1; 2).$



CÂU 14. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 2$ giây thay đổi như thế nào?

A Gia tốc tăng rồi giảm.

B Gia tốc giảm.

C Gia tốc tăng.

D Gia tốc không thay đổi.

CÂU 15.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(3x)$ là

A $x = \frac{2}{3}.$

B $x = 2.$

C $y = -3.$

D $x = -\frac{2}{3}.$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-3	$+\infty$

CÂU 16. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã nhận thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $P(n) = 800 - 20n$ (g). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

A 19.

B 20.

C 21.

D 22.

CÂU 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x + 1)^2(x - 1)^3(2 - x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(1; 2).$

B $(-\infty; -1).$

C $(-1; 1).$

D $(2; +\infty).$

CÂU 18. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A 1.

B $-\frac{1}{2}.$

C -1.

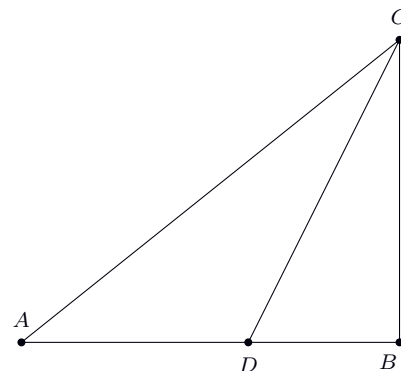
D 2.

CÂU 19.

QUICK NOTE

Đường dây điện 110KV kéo từ trạm phát (điểm A) trong đất liền ra Côn Đảo (điểm C). Biết khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 60 km, khoảng cách từ A đến B là 100 km, mỗi km dây điện dưới nước chi phí là 5000 USD, chi phí cho mỗi km dây điện trên bờ là 3000 USD. Hỏi điểm D cách điểm A bao nhiêu để mắc dây điện từ A đến D rồi từ D đến B chi phí đạt cực tiểu? (hình vẽ bên)

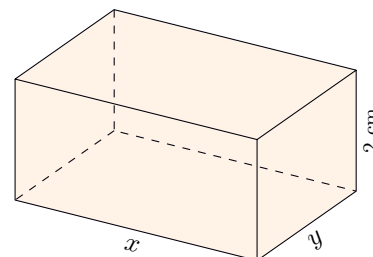
- A** 40 km. **B** 50 km. **C** 55 km. **D** 45 km.



CÂU 20.

Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có thể tích 500 cm^3 . Chiều cao hộp phải là 2 cm, các kích thước khác là x, y với $x > 0$ và $y > 0$. Công thức xác định diện tích toàn phần $S(x)$ của chiếc hộp theo x là

- A** $S(x) = 500 + 4x - \frac{1000}{x}$.
B $S(x) = 500 + 4x + \frac{1000}{x}$.
C $S(x) = 250 + 4x + \frac{1000}{x}$.
D $S(x) = 500 + 2x + \frac{1000}{x}$.



CÂU 21. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- A** $\max_{[1;3]} f(x) = 0$. **B** $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$. **C** $\max_{[1;3]} f(x) = -6$. **D** $\max_{[1;3]} f(x) = 5$.

CÂU 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

- A** Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang.
B Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $x = 2$.
C Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
D Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

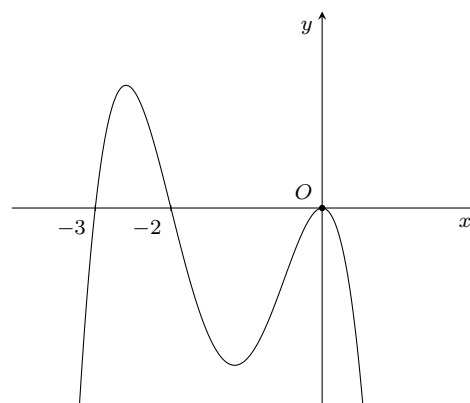
CÂU 23. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3 \sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A** $\frac{5}{2}$. **B** $\frac{11}{2}$. **C** $\frac{31}{2}$. **D** 2.

CÂU 24.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
B Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.
C Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
D Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.



CÂU 25. Hàm số nào dưới đây không có cực trị?

- A** $y = \frac{x^2 + 1}{x}$. **B** $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$. **C** $y = x^2 - 2x + 1$. **D** $y = -x^3 + x + 1$.

CÂU 26. Bảng biến thiên ở hình bên là của một trong bốn hàm số sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A** $y = -x^3 - 2x^2 + 5$.
B $y = x^3 - 3x^2 + 5$.
C $y = -x^3 - 3x + 5$.
D $y = x^3 + 3x^2 + 5$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

CÂU 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

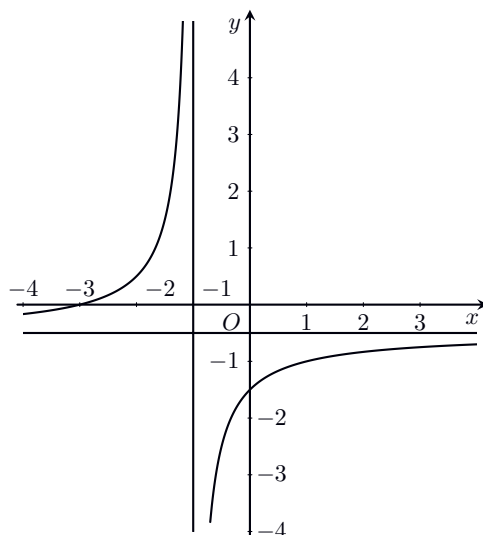
x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-5	-1	0

Bất phương trình $f(8x) < f(3x - 185)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm?

- (A) 39. (B) 38. (C) 37. (D) 36.

CÂU 28. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$ có đồ thị như hình bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $y' < 0, \forall x \neq -1$. (B) $y' > 0, \forall x \neq -1$.
(C) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. (D) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



CÂU 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 12mx + 2019$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = -8$.

- (A) $m = -1$. (B) $m = 2$. (C) $m = 1$. (D) $m = -2$.

CÂU 30. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Biết rằng, tại điểm M thuộc (C) tiếp tuyến của (C) có hệ số góc lớn nhất. Tìm phương trình tiếp tuyến đó.

- (A) $y = 3x + 1$. (B) $y = -3x + 1$. (C) $y = -3x - 1$. (D) $y = 3x - 1$.

CÂU 31. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 - mx + 1}{x - 2}$ có tiệm cận xiên cắt hai trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 8.

- (A) $m = 2$ hoặc $m = 6$. (B) $m = -2$ hoặc $m = 6$.
(C) $m = 2$ hoặc $m = -6$. (D) $m = -2$ hoặc $m = -6$.

CÂU 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- (A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

CÂU 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx+3}{\sqrt{mx^2-5}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

- (A) $m \geq 0$. (B) $m > \sqrt{5}$. (C) $m < 0$. (D) $m > 0$.

CÂU 34. Gọi d là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = 2x - 4 + \frac{1}{3x+4}$. Giao điểm của d với trục tung là

QUICK NOTE

QUICK NOTE

A $M(2; 0)$.

B $N(-2; 0)$.

C $P(0; 4)$.

D $Q(0; -4)$.

CÂU 35. Chi phí sản xuất x sản phẩm mỗi tháng của một công ty cho bởi hàm $\overline{C}(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	0	1000	$+\infty$
$\overline{C}'(x)$	-	0	+
$\overline{C}(x)$	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center; margin-right: 20px;"> \swarrow 60 </div> <div style="text-align: center; margin-left: 20px;"> \searrow $+\infty$ </div> </div>		

Hỏi khi số sản phẩm mỗi tháng vượt qua giá trị bao nhiêu thì chi phí sản xuất bắt đầu tăng.

A 1000.

B 60.

C 500.

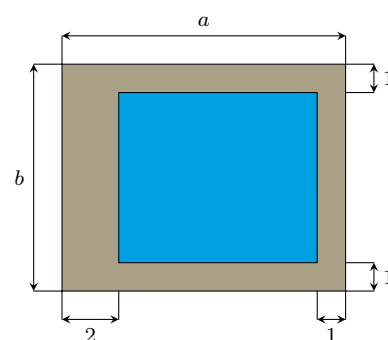
D 360.

Phần II. Câu hỏi tự luận.

CÂU 36. Xét sự biến thiên và các điểm cực trị của hàm số $g(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$.

CÂU 37. Giả sử chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in, ...) được cho bởi công thức $C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10\,000$, trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng (1 vạn đồng = 10 000 đồng). Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỉ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn và tổng chi phí $T(x)$ (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí. Tìm chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí là bao nhiêu vạn đồng, biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30 000 cuốn?

CÂU 38. Người ta muốn thiết kế một lồng nuôi cá có bề mặt hình chữ nhật bao gồm phần mặt nước có diện tích bằng 54 m^2 và phần đường đi xung quanh có thiết kế như hình vẽ (đơn vị: mét). Khi kích thước a thay đổi trong khoảng $(3; +\infty)$ thì giá trị hàm số mô tả diện tích lối đi theo kích thước a sẽ giảm đến giá trị S_0 rồi tăng lên. Xác định giá trị S_0 .



CÂU 39. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến tại điểm A thuộc (C) cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1)$, $N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 6(x_1 - x_2)$. Các điểm A thỏa mãn có tổng các hoành độ là

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Gọi tôi là: Ngày làm đề:/...../.....

ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ I

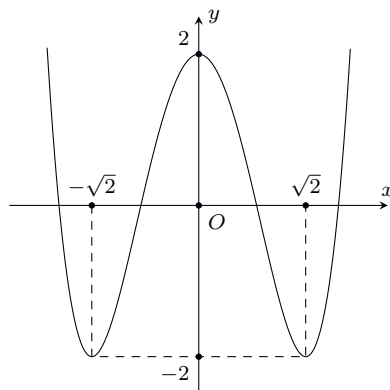
ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 6

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

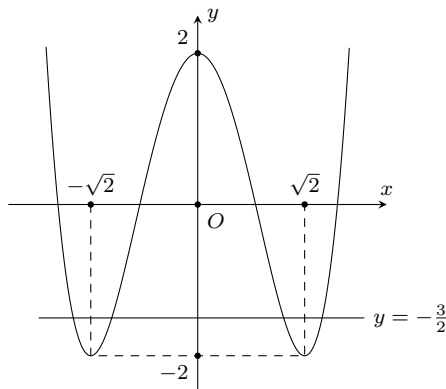
CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$.



- ☒ A 4. ☐ B 2. ☐ C 0. ☐ D 3.

Lời giải.

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$. (*)



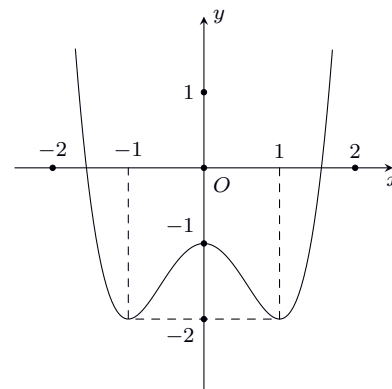
Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng nằm ngang $y = -\frac{3}{2}$. Quan sát hình vẽ, nhận thấy số giao điểm là 4. Suy ra số nghiệm của phương trình là 4.

Chọn đáp án ☒ A ☐

CÂU 2.

Cho hàm số có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

- ☒ A (0; -2). ☐ B (-1; 0). ☐ C (0; -1). ☐ D (-2; 0).



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0; -1)$.

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (3m - 1)x + 6m$ có đồ thị là (C) . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2x_3 = 20$.

- A** $m = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$. **B** $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$. **C** $m = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{3}$. **D** $m = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là

$$\begin{aligned} & x^3 - 3mx^2 + (3m - 1)x + 6m = 0 \\ \Leftrightarrow & (x + 1)(x^2 - (3m + 1)x + 6m) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -1 = x_3 \\ g(x) = x^2 - (3m + 1)x + 6m = 0. \end{cases} \quad (*) \end{aligned}$$

Điều kiện để (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 là $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác -1 . Khi đó ta có

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 - 18m + 1 > 0 \\ 9m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3} \\ m > \frac{3 + 2\sqrt{2}}{3} \\ m \neq -\frac{2}{9}. \end{cases}$$

Khi đó

$$\begin{aligned} & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2x_3 = 20 \\ \Leftrightarrow & x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 19 \\ \Leftrightarrow & (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 - 19 = 0 \\ \Leftrightarrow & (3m + 1)^2 - 18m - 19 = 0 \\ \Leftrightarrow & 9m^2 - 12m - 18 = 0 \\ \Leftrightarrow & m = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3} \text{ (thỏa mãn điều kiện).} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**.....

CÂU 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

- A** $y = 3^x$. **B** $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x + 3}$. **C** $y = \log_3 x$. **D** $y = \frac{1}{1 + x}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log_3 x$ có tập xác định $(0; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Hàm số $y = 3^x$ có tập xác định $(-\infty; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Hàm số $y = \frac{1}{1 + x}$ có tập xác định $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x + 3}$ có tập xác định $(-\infty; -\frac{3}{2}) \cup (-\frac{3}{2}; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\frac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 5. Hàm số $y = \ln(x^3 - 3x^2 + 1)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A** 2. **B** 3. **C** 0. **D** 1.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x^3 - 3x^2 + 1 > 0$

Ta có $y' = \frac{3x^2 - 6x}{x^3 - 3x^2 + 1}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \text{ (không thỏa mãn).} \end{cases}$

Ta có $y'' = \frac{-3x^4 + 12x^3 - 18x^2 + 6x - 6}{(x^3 - 3x^2 + 1)^2}$, nên $y''(0) = -6 < 0$ do đó hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Chọn đáp án **D**.....

CÂU 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. (B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Vì $f'(x) = x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 7. Khi làm nhà kho, bác An muốn cửa sổ có dạng hình chữ nhật với chu vi bằng 4 m. Tìm kích thước khung cửa sổ sao cho diện tích cửa sổ lớn nhất (để hứng được nhiều ánh sáng nhất)?

- (A) 3 m. (B) 1 m. (C) 2 m. (D) 1,5 m.

Lời giải.

Gọi chiều dài của khung cửa sổ là x (mét). Điều kiện $0 < x < 2$.

Suy ra chiều rộng của khung cửa sổ là $2 - x$ (mét).

Khi đó diện tích của khung cửa sổ là $x(2 - x) = -x^2 + 2x$.

Đặt $f(x) = -x^2 + 2x \Rightarrow f'(x) = -2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Ta có bảng biến thiên như sau

x	0	1	2
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	1	0

Như bảng biến thiên ta thấy được diện tích khung cửa sổ lớn nhất khi $x = 1$ hay khung cửa có dạng hình vuông cạnh 1 mét.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 8. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t .

- (A) Từ ngày đầu tiên đến ngày thứ 10 tốc độ truyền bệnh tăng dần.
(B) Từ ngày thứ 10 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh giảm dần.
(C) Từ ngày thứ 15 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh tăng dần.
(D) Từ ngày thứ 15 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh tăng dần rồi giảm dần kể từ ngày thứ 21.

Lời giải.

$$f'(t) = 90t - 3t^2 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq t \leq 30.$$

$$f''(t) = 90 - 6t = 0 \Rightarrow t = 15.$$

Bảng biến thiên

t	0	15	30
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	675	0

Từ bảng biến thiên ta thấy từ ngày đầu tiên đến ngày thứ 10 tốc độ truyền bệnh tăng dần.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 9. Một công ty tiến hành khai thác 17 giếng dầu trong khu vực được chỉ định. Trung bình mỗi giếng dầu chiết xuất được 245 thùng dầu mỗi ngày. Công ty có thể khai thác nhiều hơn 17 giếng dầu nhưng cứ khai thác thêm một giếng thì lượng dầu mỗi giếng chiết xuất được hằng ngày sẽ giảm 9 thùng. Để giám đốc công ty có thể quyết định số giếng cần thêm cho phù hợp với tài chính, hãy chỉ ra số giếng công ty có thể khai thác thêm để sản lượng dầu chiết xuất đạt cực đại.

- (A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 6.

Lời giải.

Gọi x ($x > 0$) là số giếng dầu khai thác thêm.

Sản lượng dầu khi khai thác thêm x giếng là $(17 + x) \cdot (245 - 9 \cdot x)$ (thùng).

Xét hàm số $f(x) = (17 + x)(245 - 9x) = -9x^2 + 92x + 4165$ mô tả sản lượng dầu.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow -18x + 92 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{46}{9}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{46}{9}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\frac{39601}{9}$		

Dựa vào bảng biến thiên, để sản lượng dầu chiết suất đạt cực đại, công ty có thể khai thác thêm 5 giếng dầu.

Chọn đáp án (A).....

CÂU 10. Gọi d là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{mx^2 + nx + 1}{x - 1}$, với m, n là tham số. Biết rằng d song song với đường thẳng $\Delta: y = 3x + 2$ và đi qua điểm $M(-1; 4)$. Khi đó $m + n$ bằng

(A) 5.

(B) 6.

(C) 7.

(D) 8.

Lời giải.

Hàm số đã cho có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx^2 + nx + 1}{x^2 - x} = m$;

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{mx^2 + nx + 1}{x - 1} - mx \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m+n)x + 1}{x - 1} = m + n.$$

Ta cũng có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = m$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = m + n$.

Do đó, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $d: y = mx + m + n$.

Vì d song song với đường thẳng $\Delta: y = 3x + 2$ và đi qua điểm $M(-1; 4)$ nên ta có

$$\begin{cases} m = 3 \\ -m + m + n = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ n = 4. \end{cases}$$

Vậy $m + n = 7$.

Chọn đáp án (C).....

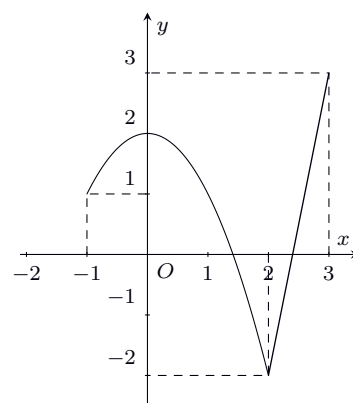
CÂU 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $f(x) \geq m$ có nghiệm trên $[-1; 2]$.

(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có $\max_{[-1; 2]} f(x) = f(0) = 2$.

Bất phương trình $f(x) \geq m$ có nghiệm trên $[-1; 2]$ khi và chỉ khi

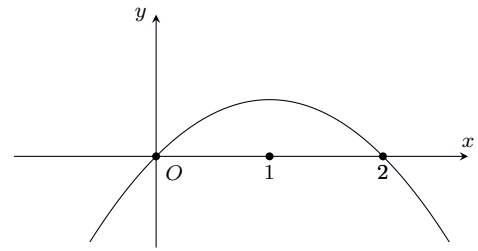
$$\max_{[-1; 2]} f(x) \geq m \Leftrightarrow 2 \geq m.$$

Suy ra $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn.

Chọn đáp án (B).....

CÂU 12.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cắt Ox tại các điểm có hoành độ bằng 0, 2 như hình vẽ. Biết $f(2) + f(4) = f(3) + f(0)$. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[0; 4]$ là



- A** $f(1)$. **B** $f(4)$. **C** $f(2)$. **D** $f(0)$.

Lời giải.

Ta có bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	$f(0)$	$f(2)$	$-\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $[0; 2]$, hàm số nghịch biến trên $[2; 4]$

do

vậy ta có

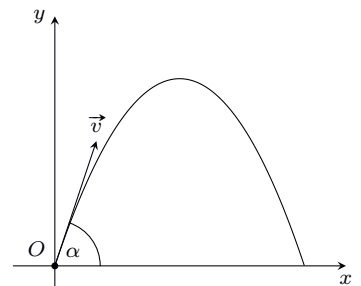
$$\begin{cases} f(0) < f(2) \\ f(2) > f(3) > f(4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(3) - f(2) < 0 \\ f(4) - f(0) = f(3) - f(2) < 0 \end{cases} \Rightarrow f(4) < f(0) \Rightarrow \begin{cases} f(2) > f(3) > f(4) \\ f(2) > f(0) > f(4) \end{cases}$$

Vậy $\max_{[0;4]} f(x) = f(4)$.

Chọn đáp án **B** ☐

CÂU 13.

Một vật được ném từ mặt đất lên trời xiên góc α so với phương nằm ngang với vận tốc ban đầu $v_0 = 9 \text{ m/s}$ (Hình vẽ). Khi đó quỹ đạo chuyển động của vật tuân theo phương trình $y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$, ở đó x (mét) là khoảng cách vật bay được theo phương ngang từ điểm ném, y (mét) là độ cao so với mặt đất của vật trong quá trình bay, g là gia tốc trọng trường (theo Vật lí đại cương, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2016).



Khi góc $\alpha = 60^\circ$, thì y đồng biến trên khoảng nào? (giả sử gia tốc trọng trường là $g = 9,8 \text{ m/s}^2$).

- A** $(0; 3,58)$. **B** $(3,58; 5)$. **C** $(0; 4)$. **D** $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Đồ thị là đường parabol có đỉnh tại $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{\tan \alpha}{\frac{-g}{v_0^2 \cos^2 \alpha}} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha \tan \alpha}{g} \approx 3,58$.

Chọn đáp án **A** ☐

CÂU 14. Cho hàm số $y = \frac{3-x}{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. **B** Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
C Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. **D** Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có $y' = -\frac{4}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1$.

Do đó, hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1), (-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **A** ☐

CÂU 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ là

- A** $x = -1$. **B** $x = -2$. **C** $x = 1$. **D** $x = 2$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có

☑ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x+2}{x+1} = +\infty;$

☑ $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x+2}{x+1} = -\infty.$

Vậy $x = -1$, là tiệm cận đứng của đồ thị.

Chọn đáp án (A).....

CÂU 16.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- (A) 2. (B) 4. (C) 1. (D) 3.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, ta có

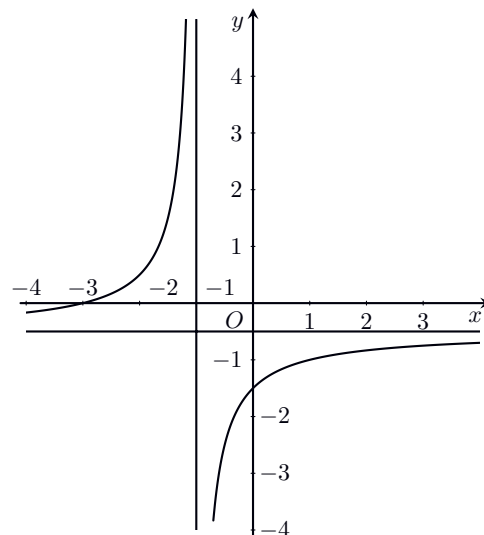
$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(4) = -5 \\ f'(0) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ 64a + 16b + 4c + d = -5 \\ c = 0 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = 0 \\ d = 3. \end{cases}$$

Vậy trong các số a, b, c, d có 2 số dương.

Chọn đáp án (A).....

CÂU 17. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$ có đồ thị như hình bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $y' < 0, \forall x \neq -1.$ (B) $y' > 0, \forall x \neq -1.$
(C) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$ (D) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$



Lời giải.

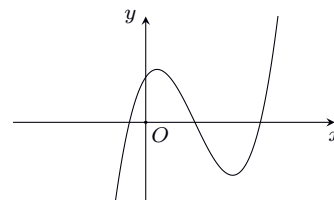
Dựa vào đồ thị, hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Do đó $y' > 0 \forall x \neq -1$ suy ra $1 - a > 0 \Rightarrow a < 1$.

Chọn đáp án (B).....

CÂU 18.

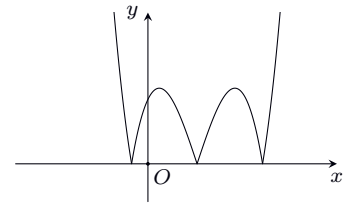
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là

- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 5.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ bên. Dễ thấy hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị.



Chọn đáp án (D)..... □

CÂU 19. Cho hàm số $y = \frac{2mx + m}{x - 1}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

- (A) $m \neq \pm 2$. (B) $m = \pm \frac{1}{2}$. (C) $m = 2$. (D) $m = \pm 4$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có đường TCD là $x = 1$ và đường TCN là $y = 2m$.

Diện tích hình chữ nhật tạo bởi hai đường tiệm cận và hai trục tọa độ có diện tích bằng 8 khi và chỉ khi

$$1 \cdot |2m| = 8 \Leftrightarrow m = \pm 4.$$

Chọn đáp án (D)..... □

CÂU 20. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ bằng

- (A) $2\sqrt{5}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) $3\sqrt{2}$. (D) $5\sqrt{2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-3	$+\infty$	1	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta có tọa độ hai điểm cực trị là $A(-2; -3)$ và $B(0; 1)$.

Vậy khoảng cách giữa hai điểm cực trị là $AB = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án (A)..... □

CÂU 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$	3	$+\infty$	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- (A) $x = -1$. (B) $x = -3$. (C) $x = 3$. (D) $x = 1$.

Lời giải.

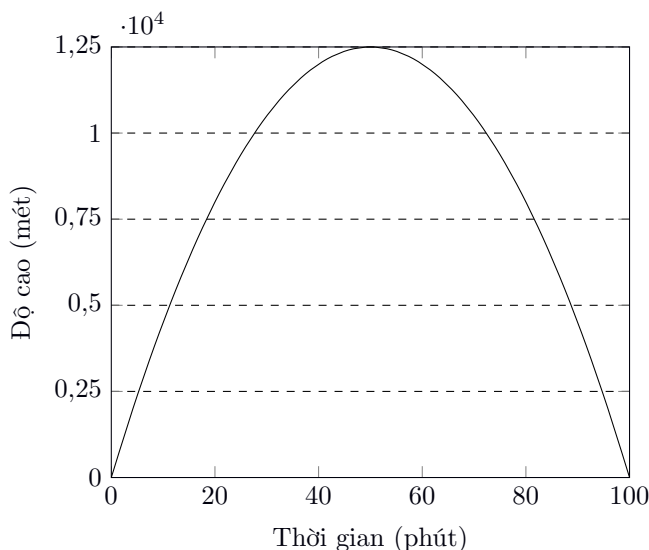
Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $x = 1$.

Chọn đáp án (D)..... □

CÂU 22. Đồ thị dưới mô tả sự thay đổi độ cao của một máy bay. Độ cao của máy bay giảm trong khoảng thời gian nào?

Sự thay đổi độ cao của máy bay theo thời gian



(A) (0; 50).

(B) (50; 100).

(C) (0; 100).

(D) (40; 60).

Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy độ cao máy bay giảm trong khoảng thời gian (50; 100) phút.

Chọn đáp án (B).....

CÂU 23.

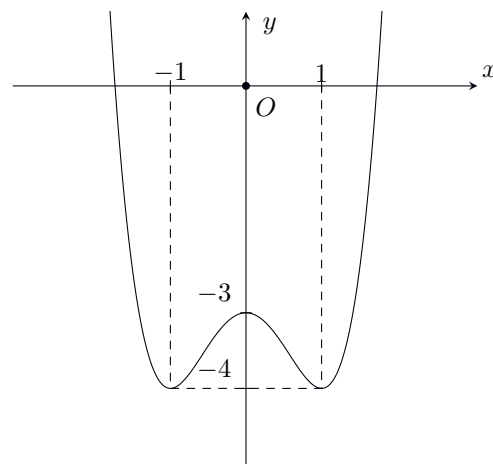
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

(A) $-4 < m \leq -3$.

(B) $-4 < m < -3$.

(C) $-4 \leq m < -3$.

(D) $m > -4$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi $-4 < m < -3$.

Chọn đáp án (B).....

CÂU 24. Giả sử chi phí tiền xăng C (đồng) phụ thuộc tốc độ trung bình v (km/h) theo công thức

$$C(v) = \frac{16000}{v} + \frac{5}{2}v \quad (0 < v \leq 120)$$

Tính tốc độ trung bình để chi phí tiền xăng đạt cực tiểu.

(A) 60 km/h.

(B) 70 km/h.

(C) 50 km/h.

(D) 80 km/h.

Lời giải.

Tập xác định: $D = (0; 120]$.

$$\text{Đạo hàm } C'(v) = -\frac{16000}{v^2} + \frac{5}{2} = \frac{5(v-80)(v+80)}{2v^2}; C'(v) = 0 \Leftrightarrow v = -80 \text{ (loại) hoặc } v = 80.$$

Bảng biến thiên

v	0	80	120
$C'(v)$		- 0 +	
$C(v)$	$+\infty$	400	$\frac{1300}{3}$

Quan sát bảng biến thiên, ta nhận thấy hàm số đạt cực tiểu khi $v = 80$.

Như vậy, để chi phí tiền xăng đạt cực tiểu, tài xế nên chạy xe với tốc độ trung bình là 80 km/h.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 25. Ông An dự định làm một cái bể chứa nước hình trụ bằng inox có nắp đáy với thể tích là $k \text{ m}^3$ ($k > 0$). Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng và mỗi m^2 mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chọn bán kính đáy của bể là bao nhiêu để chi phí làm bể là ít nhất? (Biết bề dày vỏ inox không đáng kể)

(A) $\sqrt[3]{\frac{k}{\pi}}$.

(B) $\sqrt[3]{\frac{2\pi}{k}}$.

(C) $\sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$.

(D) $\sqrt[3]{\frac{k}{2}}$.

Lời giải.

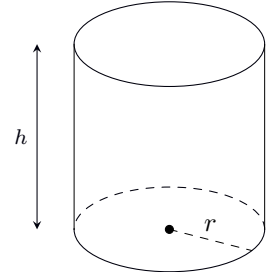
Gọi r, h ($r, h > 0$) lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

$$\text{Thể tích khối trụ } V = \pi r^2 h = k \Rightarrow h = \frac{k}{\pi r^2}.$$

Diện tích đáy và nắp là $S_d = S_n = \pi r^2$; diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi r h$.

Khi đó chi phí làm bể là

$$C = (600 + 200)\pi r^2 + 400 \cdot 2\pi r h = 800\pi r^2 + 800\pi r \frac{k}{\pi r^2} = 800 \left(\pi r^2 + \frac{k}{r} \right).$$



$$\text{Đặt } f(r) = \pi r^2 + \frac{k}{r}, r > 0 \Rightarrow f'(r) = 2\pi r - \frac{k}{r^2} = \frac{2\pi r^3 - k}{r^2};$$

$$\text{Ta có } f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}, (k > 0).$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy $f(r)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $r = \sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$.

Vậy với bán kính đáy là $r = \sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$ thì chi phí làm bể là ít nhất.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 26. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C) . Giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là

(A) $\sqrt{3}$.

(B) $\sqrt{2}$.

(C) $3\sqrt{3}$.

(D) $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \frac{x+2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x+1)^2}.$$

Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Suy ra giao điểm hai đường tiệm cận là $I(-1; 1)$.

Lấy $M(x_0; y_0) \in (C)$ tùy ý với $x_0 \neq -1, y_0 = \frac{x_0+2}{x_0+1}$.

Ta có tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ là

$$\Delta: y = \frac{-1}{(x_0+1)^2}(x-x_0) + y_0 \Leftrightarrow \Delta: x + (x_0+1)^2 y - x_0^2 - 4x_0 - 2 = 0.$$

Khoảng cách từ điểm I đến tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ là

$$\begin{aligned} d = d(I, \Delta) &= \frac{|-1 + (x_0+1)^2 - x_0^2 - 4x_0 - 2|}{\sqrt{1 + (x_0+1)^4}} \\ &= \frac{2|x_0+1|}{\sqrt{1 + (x_0+1)^4}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{(x_0+1)^2} + (x_0+1)^2}} \\ &\leq \frac{2}{\sqrt{2\sqrt{\frac{1}{(x_0+1)^2} \cdot (x_0+1)^2}}} = \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{(x_0+1)^2} = (x_0+1)^2 \Leftrightarrow (x_0+1)^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$ (nhận).

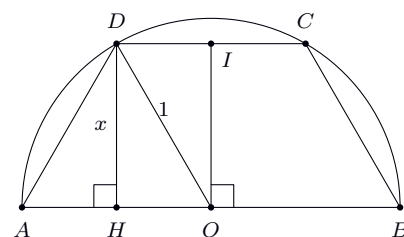
Vậy giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là $\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 27.

Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2$ và hai điểm C, D thay đổi trên nửa đường tròn đó sao cho $ABCD$ là hình thang. Diện tích lớn nhất của hình thang $ABCD$ bằng

- Ⓐ $\frac{1}{2}$. Ⓑ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. Ⓒ 1. Ⓓ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.



Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên AB , I là trung điểm của đoạn CD và O là trung điểm của AB .

Đặt $DH = x$, $0 < x < 1$.

Ta có $DC = 2DI = 2OH = 2\sqrt{OD^2 - DH^2} = 2\sqrt{1 - x^2}$.

Diện tích của hình thang $ABCD$ là $S = f(x) = \frac{(AB + CD) \cdot DH}{2} = (1 + \sqrt{1 - x^2})x$.

Ta có $f'(x) = \frac{\sqrt{1 - x^2} + 1 - 2x^2}{\sqrt{1 - x^2}}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1 - x^2} + 1 - 2x^2 = 0$. (*)

Đặt $t = \sqrt{1 - x^2}$, ($t \geq 0$) khi đó phương trình (*) trở thành $2t^2 + t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Khi đó $\sqrt{1 - x^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	1

Vậy diện tích lớn nhất của hình thang $ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 28. Trong mặt phẳng Oxy , tổng khoảng cách từ gốc tọa độ đến tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \log_2 \frac{2x+3}{x-1}$ bằng

- Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ $\frac{5}{2}$. Ⓓ $\frac{7}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện $\frac{2x+3}{x-1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Ta xét các giới hạn sau

☑ $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\log_2 \frac{2x+3}{x-1} \right) = +\infty$.

☑ $\lim_{x \rightarrow (-\frac{3}{2})^-} \left(\log_2 \frac{2x+3}{x-1} \right) = -\infty$.

Từ đó suy ra tiệm cận đứng là $d_1: x = -\frac{3}{2}$; $d_2: x = 1$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\log_2 \frac{2x+3}{x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\log_2 \frac{2x+3}{x-1} \right) = 1$.

Từ đó suy ra tiệm cận ngang là $(d_3): y = 1$.

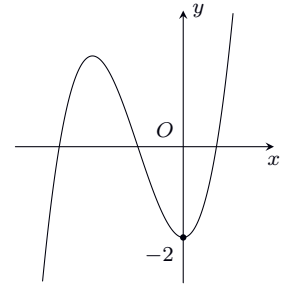
Ta có $T = d(O, d_1) + d(O, d_2) + d(O, d_3) = \frac{3}{2} + 1 + 1 = \frac{7}{2}$.

Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 29.

Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- (A) $y = -x^3 + x^2 - 2$. (B) $y = x^3 + 3x^2 - 2$. (C) $y = x^3 - 3x + 2$. (D) $y = x^2 - 3x - 2$.



Lời giải.

Dựa vào hình dáng đồ thị, ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ nên loại các hàm $y = x^2 - 3x - 2$, $y = -x^3 + x^2 - 2$.

Mặt khác, đồ thị đi qua điểm $(0; -2)$ nên loại hàm $y = x^3 - 3x + 2$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 30. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0		1	2		$+\infty$
y'		+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	<div><div>2</div><div><div><div></div><div></div></div></div></div>			$+\infty$	<div><div>6</div><div><div><div></div><div></div></div></div></div>	$+\infty$

- (A) $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{x - 1}$. (B) $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$. (C) $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 1}$. (D) $y = \frac{x^2 + 2}{x - 1}$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng nên loại đáp án C.

Đồ thị hàm số có điểm cực đại $(0; 2)$ nên loại đáp án D.

Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu $(2; 6)$ nên loại đáp án A.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 31. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 5}{x + 2}$ là

- (A) $y = x$. (B) $y = x + 1$. (C) $y = x + 2$. (D) $y = x + 3$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Ta thấy

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{x(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}}{1 + \frac{2}{x}} = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 3}{x + 2} = 2.$$

Vậy $y = x + 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Tương tự, ta thấy $y = x + 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Vậy $y = x + 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 32. Cho hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
 (B) Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là \mathbb{R} và tập giá trị là $(0; +\infty)$.
 (C) Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên tập xác định của nó khi $a > 1$.
 (D) Đồ thị hàm số $y = a^x$ có tiệm cận đứng là trục tung.

Lời giải.

Theo lý thuyết, ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} a^x = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} a^x = 1$ nên không nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 33. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân. Tính giá trị của biểu thức $P = m^2 + 2m + 1$.

(A) $P = 1$.

(B) $P = 4$.

(C) $P = 2$.

(D) $P = 0$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. $y' = 4x^3 - 4mx$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m. \end{cases}$$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.

Khi đó ba điểm cực trị của hàm số là $x_1 = 0$, $x_2 = \sqrt{m}$, $x_3 = -\sqrt{m}$.

Vậy ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 2)$, $B(\sqrt{m}; 2 - m^2)$, $C(-\sqrt{m}; 2 - m^2)$. Ba điểm này luôn tạo thành tam giác cân tại A . Vậy tam giác này vuông cân khi và chỉ khi $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

Tương đương $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, hay $\sqrt{m} \cdot (-\sqrt{m}) + (-m^2) \cdot (-m^2) = 0$.

Giải phương trình này ta có $m = 1$ là nghiệm duy nhất. Do đó $P = 4$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 34. Khi máu di chuyển từ tim qua các động mạch chính rồi đến các mao mạch và quay trở lại qua các tĩnh mạch, huyết áp tâm thu (tức là áp lực của máu lên động mạch khi tim co bóp) liên tục giảm xuống. Giả sử một người có huyết áp tâm thu P (tính bằng mmHg) được cho bởi hàm số

$$P(t) = \frac{25t^2 + 125}{t^2 + 1}, 0 \leq t \leq 10,$$

trong đó thời gian t được tính bằng giây. Tính tốc độ thay đổi của huyết áp sau 5 giây kể từ khi máu rời tim.

(A) $-\frac{20}{17}$.

(B) $-\frac{250}{169}$.

(C) $-\frac{120}{163}$.

(D) $-\frac{19}{132}$.

Lời giải.

Ta có tốc độ thay đổi của huyết áp là $P'(t) = \frac{-200t}{(t^2 + 1)^2}$.

Do đó tốc độ thay đổi huyết áp sau 5 giây là $P'(5) = -\frac{250}{169}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 35. Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 2 m với vận tốc ban đầu 24,5 m/s là $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$ (theo Vật lí đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Tìm vận tốc của vật sau 2 giây.

(A) 4,9.

(B) 3,2.

(C) 1,3.

(D) 5,5.

Lời giải.

Theo ý nghĩa cơ học của đạo hàm, vận tốc của vật là $v = h'(t) = 24,5 - 9,8t$ m/s.

Do đó, vận tốc của vật sau 2 giây là $v(2) = 24,5 - 9,8 \cdot 2 = 4,9$ m/s.

Chọn đáp án (A) □

Phần II. Câu hỏi tự luận.

CÂU 36. Tìm cực trị của hàm số $g(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có } g(x) = x + \frac{4}{x+1} \Rightarrow g'(x) = 1 - \frac{4}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2};$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$	-5	$+\infty$	3	$+\infty$	

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = -3$, $y_{CD} = g(-3) = -5$; và hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{CT} = g(1) = 3$.

CÂU 37. Kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam trong các năm từ 2010 đến 2017 có thể được tính xấp xỉ bằng công thức $f(x) = 0,01x^3 - 0,04x^2 + 0,25x + 0,44$ (tỉ USD) với x là số năm tính từ 2010 đến 2017 ($0 \leq x \leq 7$).

(Theo: <https://infographics.vn/interactive-xuat-khau-rau-qua-du-bao-bung-no-dat-4-ty-usd-trong-nam-2023/116220.vna>)

- a) Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$.
- b) Chứng minh rằng kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam tăng liên tục trong các năm từ 2010 đến 2017.

Lời giải.

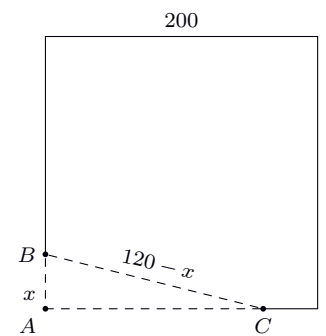
- a) Ta có $f'(x) = 0,03x^2 - 0,08x + 0,25$.
- b) Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 0,03x^2 - 0,08x + 0,25 = 0$ (vô nghiệm).
Bảng biến thiên

x	0	7
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0,44	3,66

Từ bảng biến thiên trên, ta thấy $f'(x) > 0, \forall x \in [0; 7]$.

Vậy kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam tăng liên tục trong các năm từ 2010 đến 2017.

CÂU 38. Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông ABC từ tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ bên. Biết $AB = x$ ($0 < x < 60$ cm) là một cạnh góc vuông của tam giác ABC và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120 cm. Tìm x để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.



Lời giải.

Độ dài cạnh huyền BC là $120 - x$.

Khi đó độ dài cạnh $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(120 - x)^2 - x^2} = \sqrt{14400 - 240x}$.

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} x \sqrt{14400 - 240x}$.

Xét hàm số $f(x) = x \sqrt{14400 - 240x}$ với $0 < x < 60$.

Ta có $f'(x) = \sqrt{14400 - 240x} - \frac{120x}{\sqrt{14400 - 240x}} = \frac{14400 - 360x}{\sqrt{14400 - 240x}}$;

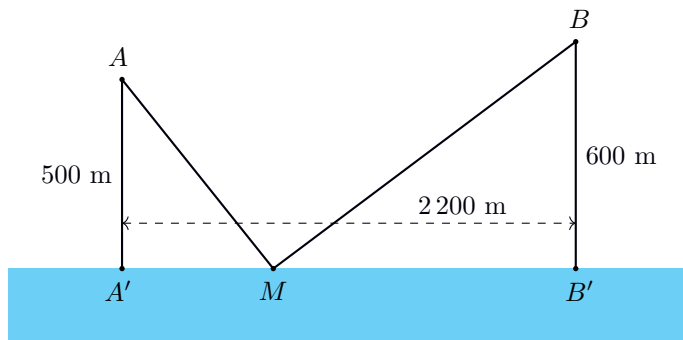
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 40 \in (0; 60)$.

Bảng biến thiên

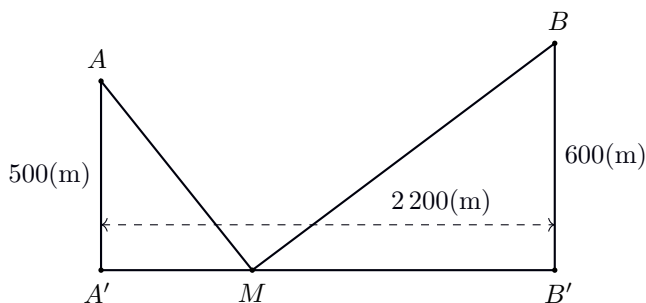
x	0	40	60
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Vậy tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi $AB = 40$ cm.

CÂU 39. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông Lam, khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m và người ta đo được $A'B' = 2200$ m. Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Lam cho dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm vị trí tối ưu đó.



Lời giải.



Hình 37

Đặt $A'M = x$, ($0 < x < 2200$), $B'M = 2200 - x$.

Ta có $AM = \sqrt{x^2 + 500^2}$, $BM = \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$.

Khi đó tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là $AM + BM = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$ trên khoảng $(0 < x < 2200)$.

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 500^2}} - \frac{2200 - x}{\sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}},$$

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 500^2}} = \frac{2200 - x}{\sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}} \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2 + 500^2} = \frac{(2200 - x)^2}{(2200 - x)^2 + 600^2} \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2 + 500^2}{x^2} = \frac{(2200 - x)^2 + 600^2}{(2200 - x)^2} \\ &\Leftrightarrow 1 + \frac{500^2}{x^2} = 1 + \frac{600^2}{(2200 - x)^2} \\ &\Leftrightarrow \frac{25}{x^2} = \frac{36}{(2200 - x)^2} \\ &\Leftrightarrow \frac{5}{x} = \frac{6}{2200 - x} \\ &\Leftrightarrow x = 1000 \text{ vì } x > 0. \end{aligned}$$

Bảng biến thiên hàm số $f(x)$ trên khoảng $(0; 2200)$.

x	0	1000	2200
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	2780	2460	2856

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông là khoảng 2 460 m, tại vị trí M cách điểm A' là 1 000 m.

Gọi tôi là: Ngày làm đề:/...../.....

ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KÌ I

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 7

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

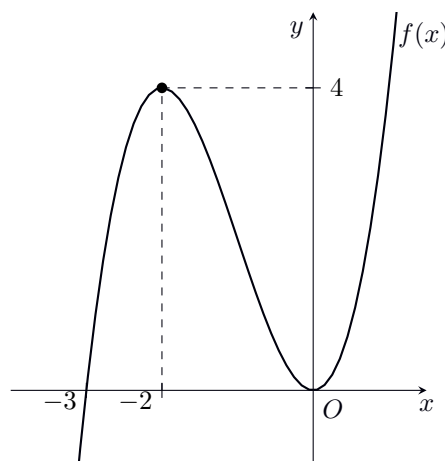
Thời gian làm bài: 90 phút

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đạt cực đại tại

- ☐ A $x = -3$. ☒ B $x = -2$. ☐ C $y = 0$. ☐ D $y = 4$.



Lời giải.

Từ hình vẽ, ta thấy hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -2$.

Chọn đáp án ☒ B ☐

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4; 5]$, có bảng biến thiên như hình sau

x	-4	-2	4	5	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{46}{3}$	$-\frac{62}{3}$	$-\frac{52}{3}$	

Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-4; 5]$. Tính $M + N$?

- ☒ A $-\frac{16}{3}$. ☐ B $-\frac{50}{3}$. ☐ C 2. ☐ D -20.

Lời giải.

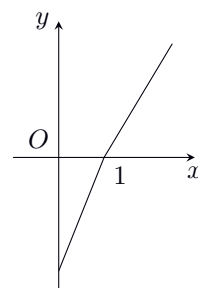
Dựa vào bảng biến thiên, ta có $M + N = \frac{46}{3} - \frac{62}{3} = -\frac{16}{3}$.

Chọn đáp án ☒ A ☐

CÂU 3.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- ☒ A Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
☐ B Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
☐ C Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.
☐ D Hàm số $f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$, ta thấy $f'(x) > 0, \forall x \in (1; +\infty)$ suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án ☒ C ☐

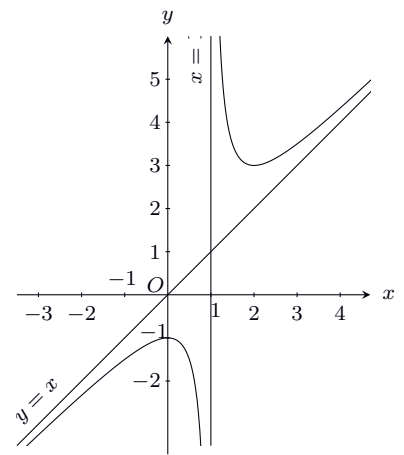
CÂU 4. Đồ thị hình bên là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào?

A $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

C $y = \frac{x^2 - 4x - 1}{-x + 1}$.

B $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

D $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{-x + 1}$.



Lời giải.

Chọn đáp án **B** □

CÂU 5. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	1	$+\infty$	1

Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

A $y = \frac{x - 3}{x - 1}$.

B $y = \frac{-x + 2}{x - 1}$.

C $y = \frac{x + 2}{x + 1}$.

D $y = \frac{x + 2}{x - 1}$.

Lời giải.

Bảng biến thiên được cung cấp có đặc điểm:

- ☑ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$, loại $y = \frac{x + 2}{x + 1}$.
- ☑ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 1$, loại $y = \frac{-x + 2}{x - 1}$.
- ☑ $y' < 0, \forall x \neq 1$, trong khi $\left(\frac{x - 3}{x - 1}\right)' = \frac{2}{(x - 1)^2} > 0, \forall x \neq 1$, loại $y = \frac{x - 3}{x - 1}$.

Chỉ có hàm số $y = \frac{x + 2}{x - 1}$ thỏa mãn các đặc điểm trên.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 6.

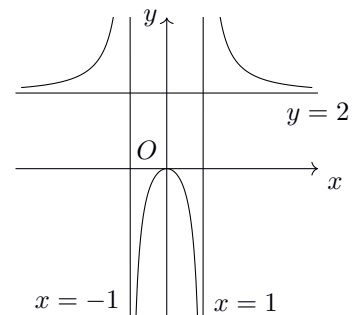
Cho hàm số $y = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Số các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và tiệm cận xiên (nếu có) của đồ thị hàm số đã cho là

A 4.

B 2.

C 3.

D 5.



Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -1, x = 1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$ và không có tiệm cận xiên

Chọn đáp án **A** □

CÂU 7. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

A $P(1; 0)$.

B $M(0; 1)$.

C $N(1; -10)$.

D $Q(-1; 10)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 6 \\ x = 3 \Rightarrow y = -26. \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB: y = -8x - 2$$

Chọn đáp án **C**

CÂU 8. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-4}{-x+2}$ là

A $y = 2$.

B $x = 2$.

C $x = -2$.

D $y = -2$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-4}{x+2} = -2 \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-4}{x+2} = -2 \text{ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là } y = -2.$$

Chọn đáp án **D**

CÂU 9. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$. Tổng $m + M$ bằng

A 2.

B 0.

C 4.

D 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = [-2; 2]$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in [-2; 2].$$

Bảng biến thiên

x	-2	0	2
y'	+	0	-
y	0	2	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\max_{[-2;2]} y = 2; \min_{[-2;2]} y = 0$.

$$\text{Vậy } m + M = 0 + 2 = 2.$$

Chọn đáp án **A**

CÂU 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$-\infty$	-1	0	-1	$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

A $m = -2, m > -1$.

B $m = -2, m \geq -1$.

C $-2 < m < -1$.

D $m > 0, m = -1$.

Lời giải.

$$f(x) - 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m + 1.$$

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm thì

$$\begin{cases} m + 1 > 0 \\ m + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m = -2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

CÂU 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx-8}{x+2}$ có hai đường tiệm cận.

A $m \neq 4$.

B $m \neq -4$.

C $m = 4$.

D $m = -4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2.$$

$$\text{Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận } \Leftrightarrow m \cdot (-2) - 8 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4.$$

Chọn đáp án **B**

CÂU 12. Tại trường THPT Y, để giảm nhiệt độ trong các phòng học từ nhiệt độ ban đầu là 28°C , một hệ thống điều hòa làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi T (đơn vị $^{\circ}\text{C}$) là nhiệt độ phòng ở phút thứ t (tính từ thời điểm bật máy) được cho bởi công thức $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$ ($t \in [0; 10]$). Nhiệt độ thấp nhất trong phòng có thể đạt được trong khoảng thời gian 10 phút đó gần đúng là

- (A) $27,832^{\circ}\text{C}$. (B) $18,4^{\circ}\text{C}$. (C) $26,2^{\circ}\text{C}$. (D) $25,312^{\circ}\text{C}$.

Lời giải.

Ta có $T' = -0,024t^2 - 0,16 < 0 \quad \forall t \in [0; 10]$.

$\Rightarrow T \geq T(10) = 18,4^{\circ}\text{C}$.

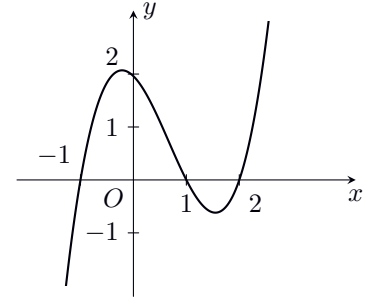
Do đó, nhiệt độ thấp nhất phòng có thể đạt được trong khoảng thời gian 10 phút đó là $18,4^{\circ}\text{C}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} , hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(3 - e^x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây.

- (A) $(2; 5)$. (B) $(-1; 0)$. (C) $(0; 1)$. (D) $(1; 2)$.



Lời giải.

Ta có $g'(x) = -e^x \cdot f'(3 - e^x)$.

Để hàm số đồng biến thì

$$-e^x \cdot f'(3 - e^x) > 0 \Leftrightarrow f'(3 - e^x) < 0.$$

Dựa vào đồ thị hàm số ta được

$$f'(3 - e^x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - e^x < -1 \\ 1 < 3 - e^x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x > 4 \\ 1 < e^x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \ln 4 \\ 0 < x < \ln 2 \end{cases}$$

Suy ra hàm số đồng biến trên $(0; \ln 2)$ và $(\ln 4; +\infty)$.

Mà $(2; 5) \subset (\ln 4; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $(2; 5)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 14. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 2$ giây thay đổi như thế nào?

- (A) Gia tốc tăng rồi giảm. (B) Gia tốc giảm. (C) Gia tốc tăng. (D) Gia tốc không thay đổi.

Lời giải.

Vận tốc của chất điểm là $v = s' = 3t^2 - 6t + 4$.

Gia tốc của chất điểm là $a = v' = 6t - 6$.

Vậy từ thời điểm $t = 1$ giây đến $t = 2$ giây, gia tốc của vật luôn tăng.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 15.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(3x)$ là

- (A) $x = \frac{2}{3}$. (B) $x = 2$. (C) $y = -3$. (D) $x = -\frac{2}{3}$.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-3	$+\infty$

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3f'(3x), f'(3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -1 \\ 3x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Do $f'(x)$ và $3f'(3x)$ cùng dấu nên hàm số $y = f(3x)$ có điểm cực tiểu là $x = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 16. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã nhận thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $P(n) = 800 - 20n$ (g). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

(A) 19.

(B) 20.

(C) 21.

(D) 22.

Lời giải.

Gọi $F(n)$ là hàm cân nặng của n con cá sau vụ thu hoạch trên một đơn vị diện tích.

Ta có $F(n) = (800 - 20n) \cdot n = 800n - 20n^2$.

Để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất thì cân nặng của n con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ là lớn nhất. Bài toán trở thành tìm $n \in \mathbb{N}^*$ sao cho $F(n)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $F'(n) = 800 - 40n$.

Cho $F'(n) = 0 \Leftrightarrow 800 - 40n = 0 \Leftrightarrow n = 20$.

Ta có bảng biến thiên

n	$-\infty$	20	$+\infty$
$F'(n)$	+	0	-
$F(n)$	$-\infty$	8000	$-\infty$

Vậy phải thả 20 con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất.

Chọn đáp án (B) ☐

CÂU 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(1; 2)$.

(B) $(-\infty; -1)$.

(C) $(-1; 1)$.

(D) $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

ta suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(1; 2)$.

Chọn đáp án (A) ☐

CÂU 18. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

(A) 1.

(B) $-\frac{1}{2}$.

(C) -1.

(D) 2.

Lời giải.

Gọi M là giao điểm của đồ thị với trục tung, suy ra $x_M = 0$.

Thay vào biểu thức của đồ thị hàm số ta được $y_M = -1$.

Chọn đáp án (C) ☐

CÂU 19.

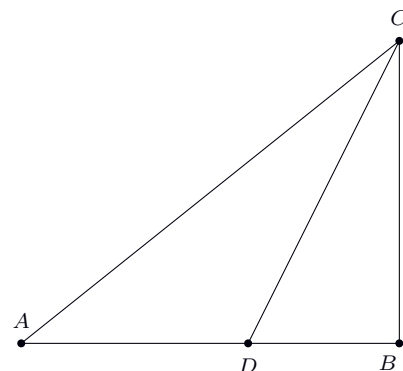
Đường dây điện 110KV kéo từ trạm phát (điểm A) trong đất liền ra Côn Đảo (điểm C). Biết khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 60 km, khoảng cách từ A đến B là 100 km, mỗi km dây điện dưới nước chi phí là 5000 USD, chi phí cho mỗi km dây điện trên bờ là 3000 USD. Hỏi điểm D cách điểm A bao nhiêu để mắc dây điện từ A đến D rồi từ D đến B chi phí đạt cực tiểu? (hình vẽ bên)

(A) 40 km.

(B) 50 km.

(C) 55 km.

(D) 45 km.



Lời giải.

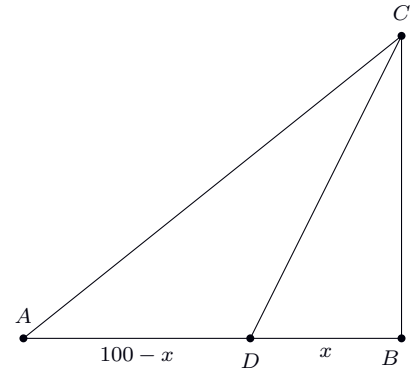
Đặt khoảng cách từ D đến B là x , $0 \leq x \leq 100$. Khi đó khoảng cách từ A đến D là $100 - x$ km và khoảng cách từ D đến C là $\sqrt{x^2 + 3600}$ km.

Chỉ thị cho việc kéo đường dây điện từ A đến D rồi đến C được tính theo công thức

$$f(x) = 3000(100 - x) + 5000\sqrt{x^2 + 3600} = 300000 - 3000x + 5000\sqrt{x^2 + 3600}.$$

Ta xác định x sao cho f đạt cực tiểu.

$$\text{Ta có } f'(x) = -3000 + \frac{5000x}{\sqrt{x^2 + 3600}} = 0 \Leftrightarrow x = 45.$$



Bảng biến thiên

x	0	45	100
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$f(0)$	$f(45)$	$f(100)$

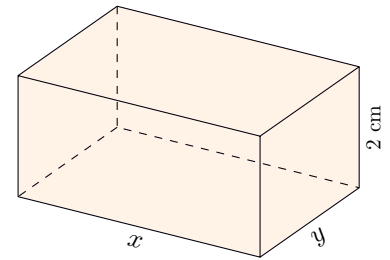
Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu khi $x = 45$. Vậy khoảng cách cần tính để chi phí kéo dây là 55 km.

Chọn đáp án **(C)** ☐

CÂU 20.

Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có thể tích 500 cm^3 . Chiều cao hộp phải là 2 cm, các kích thước khác là x, y với $x > 0$ và $y > 0$. Công thức xác định diện tích toàn phần $S(x)$ của chiếc hộp theo x là

- (A)** $S(x) = 500 + 4x - \frac{1000}{x}$. **(B)** $S(x) = 500 + 4x + \frac{1000}{x}$.
(C) $S(x) = 250 + 4x + \frac{1000}{x}$. **(D)** $S(x) = 500 + 2x + \frac{1000}{x}$.



Lời giải.

- ☒ Biểu thị y theo x .

$$\text{Ta có } 500 = x \cdot y \cdot 2 \Rightarrow y = \frac{250}{x}.$$

- ☒ Diện tích toàn phần của chiếc hộp là

$$S(x) = 2 \cdot 2 \cdot x + 2 \cdot 2 \cdot y + 2 \cdot x \cdot y = 500 + 4x + \frac{1000}{x}.$$

Chọn đáp án **(B)** ☐

CÂU 21. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- (A)** $\max_{[1;3]} f(x) = 0$. **(B)** $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$. **(C)** $\max_{[1;3]} f(x) = -6$. **(D)** $\max_{[1;3]} f(x) = 5$.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 3]$.

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 16x + 16; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \notin (1; 3) \\ x = \frac{4}{3} \in (1; 3). \end{cases}$$

$$f(1) = 0; f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}; f(3) = -6.$$

$$\text{Do đó } \max_{x \in [1;3]} f(x) = f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}.$$

Chọn đáp án **(B)** ☐

CÂU 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

- (A)** Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang.
(B) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $x = 2$.

(C) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

(D) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Do đó, đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 23. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3 \sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

(A) $\frac{5}{2}$.

(B) $\frac{11}{2}$.

(C) $\frac{31}{2}$.

(D) 2.

Lời giải.

Đặt $t = \sin x$, $t \in [0; 1]$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{3t + 2}{t + 1}$, $t \in [0; 1]$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{(t + 1)^2} > 0$, $t \in [0; 1]$.

Vậy $\max_{[0; 1]} f(t) = f(1) = \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 24.

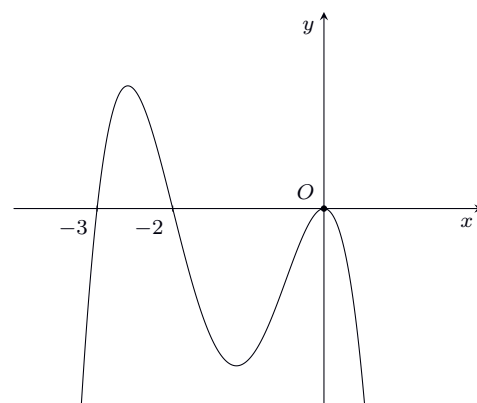
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

(B) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

(C) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

(D) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.



Lời giải.

Từ đồ thị của hàm số, ta nhận thấy Với $\forall x \in (-3; -2)$, $f'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến. Với $\forall x \in (-\infty; -3)$ và $(-2; 0)$ và $(0; +\infty)$, $f'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến. Vậy hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 25. Hàm số nào dưới đây không có cực trị?

(A) $y = \frac{x^2 + 1}{x}$.

(B) $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$.

(C) $y = x^2 - 2x + 1$.

(D) $y = -x^3 + x + 1$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$, $\forall x \neq -1$.

Ta có $y' = \frac{4}{(x + 1)^2} > 0$, $\forall x \neq -1$.

Vậy hàm số $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$ không cực trị.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 26. Bảng biến thiên ở hình bên là của một trong bốn hàm số sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

(A) $y = -x^3 - 2x^2 + 5$.

(B) $y = x^3 - 3x^2 + 5$.

(C) $y = -x^3 - 3x + 5$.

(D) $y = x^3 + 3x^2 + 5$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$

Lời giải.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-5	-1	0

Bất phương trình $f(8x) < f(3x - 185)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm?

- (A) 39. (B) 38. (C) 37. (D) 36.

Lời giải.

Ta thấy $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Với $x < 0$, ta có $8x < 0$ và $3x - 185 < 0$, do đó

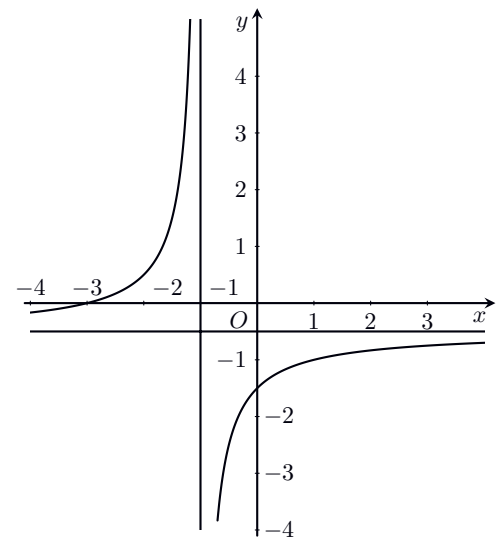
$$f(8x) < f(3x - 185) \Leftrightarrow 8x > 3x - 185 \Leftrightarrow x > -37.$$

Vì x nguyên âm nên $x \in \{-36; -35; \dots; -1\}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 28. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$ có đồ thị như hình bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $y' < 0, \forall x \neq -1$. (B) $y' > 0, \forall x \neq -1$.
(C) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. (D) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Do đó $y' > 0 \forall x \neq -1$ suy ra $1 - a > 0 \Rightarrow a < 1$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 12mx + 2019$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = -8$.

- (A) $m = -1$. (B) $m = 2$. (C) $m = 1$. (D) $m = -2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 12m$, $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6(m+1)x + 12m = 0$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow \Delta' = 9m^2 - 18m + 9 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

(1)

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$, theo định lý Vi-ét ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 4m. \end{cases}$$

Do đó $x_1 + x_2 + 2x_1 \cdot x_2 = -8 \Leftrightarrow 2(m+1) + 8m = -8 \Leftrightarrow 10m = -10 \Leftrightarrow m = -1$ thỏa mãn (1).

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm của m .

Chọn đáp án (A) □

CÂU 30. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Biết rằng, tại điểm M thuộc (C) tiếp tuyến của (C) có hệ số góc lớn nhất. Tìm phương trình tiếp tuyến đó.

- (A) $y = 3x + 1$. (B) $y = -3x + 1$. (C) $y = -3x - 1$. (D) $y = 3x - 1$.

Lời giải.

$y' = -3x^2 + 6x = -3(x-1)^2 + 3 \leq 3$.

Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc lớn nhất bằng 3 tại điểm $M(1; 4)$ có phương trình là $y = 3(x-1) + 4 = 3x + 1$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 31. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 - mx + 1}{x - 2}$ có tiệm cận xiên cắt hai trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 8.

- (A) $m = 2$ hoặc $m = 6$. (B) $m = -2$ hoặc $m = 6$. (C) $m = 2$ hoặc $m = -6$. (D) $m = -2$ hoặc $m = -6$.

Lời giải.

Hàm số đã cho có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$\text{Ta có } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - mx + 1}{x^2 - 2x} = 1;$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - mx + 1}{x - 2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2 - m)x + 1}{x - 2} = 2 - m.$$

$$\text{Ta cũng có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 2 - m.$$

Do đó, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $d: y = x + 2 - m$.

Đường thẳng d cắt hai trục tọa độ tại hai điểm $A(0; 2 - m)$ và $B(m - 2; 0)$.

Để thấy tam giác OAB vuông cân tại O .

Với điều kiện $m \neq 2$, ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot OA^2 &= 8 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot (2 - m)^2 &= 8 \\ \Leftrightarrow (2 - m)^2 &= 16 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m = 4 \\ 2 - m = -4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \text{ (thỏa điều kiện)} \\ m = 6. \text{ (thỏa điều kiện)} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $m = -2$ hoặc $m = 6$.

Chọn đáp án (B).....

CÂU 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(3 - x) - 2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- (A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Lời giải.

Ta thấy $f(x) = 2$ có 3 nghiệm \Rightarrow đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(3 - x) - 2}$ có 3 tiệm cận đứng.

Chọn đáp án (C).....

CÂU 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx + 3}{\sqrt{mx^2 - 5}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

- (A) $m \geq 0$. (B) $m > \sqrt{5}$. (C) $m < 0$. (D) $m > 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx + 3}{\sqrt{mx^2 - 5}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m + \frac{3}{x}}{\sqrt{m - \frac{5}{x^2}}} \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx + 3}{\sqrt{mx^2 - 5}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{m + \frac{3}{x}}{-\sqrt{m - \frac{5}{x^2}}}.$$

Để đồ thị hàm số $y = \frac{mx + 3}{\sqrt{mx^2 - 5}}$ có hai đường tiệm cận ngang thì $m > 0$.

Khi đó hai đường tiệm cận ngang là $y = \pm \sqrt{m}$.

Chọn đáp án (D).....

CÂU 34. Gọi d là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = 2x - 4 + \frac{1}{3x + 4}$. Giao điểm của d với trục tung là

- ☐ A $M(2; 0)$.
 ☐ B $N(-2; 0)$.
 ☐ C $P(0; 4)$.
 ☐ D $Q(0; -4)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{4}{3} \right\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 4)] = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x - 4)] = 0$.

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $d: y = 2x - 4$.

Giao điểm của d với trục tung là $Q(0; -4)$.

Chọn đáp án ☒ D ☐

CÂU 35. Chi phí sản xuất x sản phẩm mỗi tháng của một công ty cho bởi hàm $\overline{C}(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	0	1000	$+\infty$
$\overline{C}'(x)$	-	0	+
$\overline{C}(x)$		60	$+\infty$

Hỏi khi số sản phẩm mỗi tháng vượt qua giá trị bao nhiêu thì chi phí sản xuất bắt đầu tăng.

- ☒ A 1000.
 ☐ B 60.
 ☐ C 500.
 ☐ D 360.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy khi mỗi tháng xưởng sản xuất vượt quá 1000 sản phẩm thì chi phí trung bình sản xuất một sản phẩm thấp bắt đầu tăng.

Chọn đáp án ☒ A ☐

Phần II. Câu hỏi tự luận.

CÂU 36. Xét sự biến thiên và các điểm cực trị của hàm số $g(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $g(x) = x + \frac{4}{x+1} \Rightarrow g'(x) = 1 - \frac{4}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$;

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$	\nearrow -5 \searrow $-\infty$		$+\infty$ \searrow 3 \nearrow $+\infty$		

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(-3; -1)$ và $(-1; 1)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$, $y_{CD} = g(-3) = -5$; và hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{CT} = g(1) = 3$.

CÂU 37. Giả sử chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in, ...) được cho bởi công thức $C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$, trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng (1 vạn đồng = 10000 đồng). Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỉ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn và tổng chi phí $T(x)$ (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí. Tìm chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí là bao nhiêu vạn đồng, biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30000 cuốn?

Lời giải.

Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng, tức là 0,4 vạn đồng.

Suy ra chi phí phát hành cho x cuốn là $0,4x$ (vạn đồng).

Theo đề bài, ta có tổng chi phí xuất bản và phát hành cho x cuốn tạp chí là

$T(x) = C(x) + 0,4x = 0,0001x^2 + 0,2x + 10000$, với $x > 0$.

Ta có $f(x) = M(x) = \frac{T(x)}{x} = 0,0001x + 0,2 + \frac{10000}{x}$.

Xét hàm số $f(x) = 0,0001x + 0,2 + \frac{10000}{x}$, với $0 < x \leq 30000$.

$f'(x) = 0,0001 - \frac{10000}{x^2} = \frac{0,0001x^2 - 10000}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10000$ (do $x > 0$).

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty.$$

Bảng biến thiên:

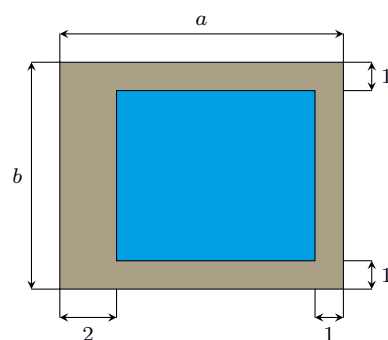
x	0	10 000	30 000	
$f'(x)$		−	0	+
$f(x)$	$+\infty$			$f(30\,000)$
		$f(10\,000)$		

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị của $M(x)$ nhỏ nhất khi $x = 10\,000$.

Do đó, số lượng tạp chí cần xuất bản sao cho chi phí trung bình thấp nhất là $x = 10\,000$ (cuốn).

Vậy chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản 10 000 cuốn là $M(10\,000) = 2,2$ (vạn đồng).

CÂU 38. Người ta muốn thiết kế một lồng nuôi cá có bề mặt hình chữ nhật bao gồm phần mặt nước có diện tích bằng 54 m^2 và phần đường đi xung quanh có thiết kế như hình vẽ (đơn vị: mét). Khi kích thước a thay đổi trong khoảng $(3; +\infty)$ thì giá trị hàm số mô tả diện tích lối đi theo kích thước a sẽ giảm đến giá trị S_0 rồi tăng lên. Xác định giá trị S_0 .



Lời giải.

Gọi x, y lần lượt là độ dài, rộng của mặt nước. Điều kiện $x, y > 0$.

Phần mặt nước có diện tích bằng 54 m^2 nên ta có $xy = 54$. (*)

Theo đề bài ta có $x = a - 3, y = b - 2$.

Từ (*) suy ra

$$(a - 3)(b - 2) = 54 \Rightarrow b = \frac{54}{a - 3} + 2 = \frac{2a + 48}{a - 3}.$$

Diện tích lối đi là

$$\begin{aligned} S(a) &= a \cdot b - x \cdot y \\ &= ab - 54 \\ &= a \cdot \frac{2a + 48}{a - 3} - 54 \\ &= \frac{2a^2 + 48a}{a - 3} - 54. \end{aligned}$$

$$S'(a) = \frac{2a^2 - 12a - 144}{(a - 3)^2}.$$

$$\text{Xét } S'(a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ a = 12. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

a	3	12	$+\infty$
$S'(a)$	$-$	0	$+$
$S(a)$	$+\infty$	42	$+\infty$

Vậy $S_0 = 42$.

CÂU 39. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến tại điểm A thuộc (C) cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 6(x_1 - x_2)$. Các điểm A thỏa mãn có tổng các hoành độ là

Lời giải.

Gọi $A(x_0; y_0) \in (C)$ là tọa độ tiếp điểm của phương trình tiếp tuyến.

Ta có hệ số góc $k = y'(x_0) = x_0^3 - 7x_0$.

Phương trình tiếp tuyến $y = k(x - x_0) + y_0 = (x_0^3 - 7x_0)(x - x_0) + y_0$.

Ta có

$$\begin{aligned} y_1 - y_2 &= 6(x_1 - x_2) \\ \Leftrightarrow k(x_1 - x_0) + y_0 - [k(x_2 - x_0) + y_0] &= 6(x_1 - x_2) \\ \Leftrightarrow k(x_1 - x_2) &= 6(x_1 - x_2) \\ \Leftrightarrow k &= 6 \\ \Leftrightarrow x_0^3 - 7x_0 &= 6 \\ \Leftrightarrow x_0^3 - 7x_0 - 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = -\frac{45}{4} \\ x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -\frac{13}{4} \\ x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = -10. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó các phương trình tiếp tuyến tương ứng là

$$\begin{cases} d_1: y = 6(x - 3) - \frac{45}{4} = 6x - \frac{117}{4} \\ d_2: y = 6(x + 1) - \frac{13}{4} = 6x + \frac{11}{4} \\ d_3: y = 6(x + 2) - 10 = 6x + 2. \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) với các tiếp tuyến là

$$\begin{cases} \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2 - 6x + \frac{117}{4} = 0 \text{ (có 1 nghiệm nên không thỏa)} \\ \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2 - 6x - \frac{11}{4} = 0 \text{ (có 3 nghiệm nên thỏa mãn)} \\ \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2 - 6x - 2 = 0 \text{ (có 3 nghiệm nên thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Do đó tổng các hoành độ điểm các tiếp điểm là $-1 - 2 = -3$.

MỤC LỤC

Đề 6: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	1
Đề 7: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	7

LỜI GIẢI CHI TIẾT	13
--------------------------	-----------

Đề 6: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	14
Đề 7: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	29

