Dạng 2. Biện luận số giao điểm dựa vào đồ thị, bảng biến thiên

1. Các ví du

VÍ DỤ 1.

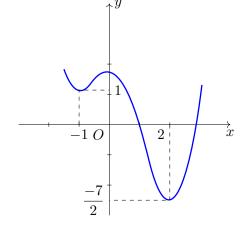
Cho hàm số y=f(x) liên tục trên $\mathbb R$ và có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình f(x)-1=0 là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.



VÍ DŲ 2.

Cho hàm số y = f(x) xác định và liên tục trên \mathbb{R} , có bảng biến thiên. Số nghiệm của phương trình 2f(x) - 1 = 0

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

| x | $-\infty$ | | 1 | | 3 | | $+\infty$ |
|-------|-----------|---|-----|---|----|---|-----------|
| f'(x) | | + | 0 | _ | 0 | + | |
| f(x) | $-\infty$ | | , 0 | | _4 | | $+\infty$ |

VÍ DỤ 3.

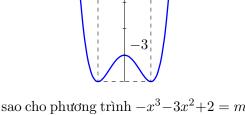
Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

A.
$$m = -3$$
.

B.
$$m = -4$$
.

C.
$$m = 0$$
.

D.
$$m = 4$$
.



O

-1

VÍ DỤ 4. Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $-x^3-3x^2+2=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

- **A.** $m \in (-2, 2)$.
- **B.** $m \in \emptyset$.
- **C.** $m \in (-2; 1)$.
- **D.** $m \in [-2; 2].$

 \hat{x}

VÍ DỤ 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm.

A. m > 3.

B. m < 0.

C. $m \le 0$.

D. m = 1 và m < 0.

1. Câu hỏi trắc nghiệm

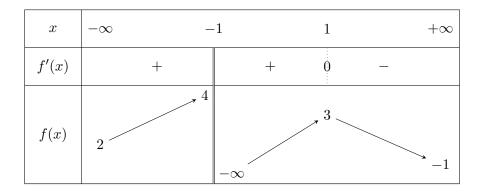
CÂU 1. Cho hàm số y = f(x) xác định, liên tục trên $\mathbb R$ và có bảng biến thiên sau:

| x | $-\infty$ | -1 | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|-------|-----------|----|---|---|---|---|---|-----------|
| f'(x) | _ | 0 | + | 0 | _ | 0 | + | |
| f(x) | +∞ | -1 | | 0 | | | | $+\infty$ |

Số giao điểm của đồ thị hàm số y=f(x) và trực hoành là

- **A.** 0.
- **B.** 3.
- **C.** 1.
- **D.** 2.

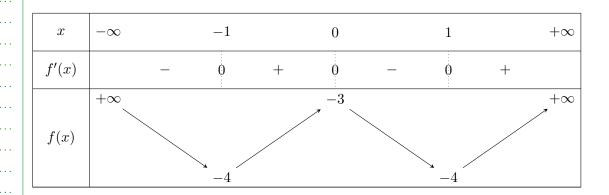
CÂU 2. Cho hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $f(x)-\frac{5}{2}=0$ là

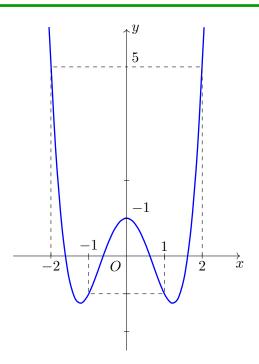
- **A.** 0.
- **B.** 1
- **C.** 3.
- **D.** 2.

CÂU 3. Cho hàm số y=f(x) có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm của phương trình f(x)+2=0 là



- **A.** 2.
- **B.** 4.
- **C.** 3.
- **D.** 0.

CÂU 4. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên dưới.



Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình f(x) + 2m = 0 có bốn nghiệm phân biệt là

A.
$$-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$$
. **B.** $-\frac{5}{4} < m < 1$. **C.** $-\frac{5}{8} < m < \frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2} < m < \frac{5}{8}$.

C.
$$-\frac{5}{8} < m < \frac{1}{2}$$
. **D.** $-\frac{1}{2} < m$

CÂU 5. Cho hàm số y = f(x) xác định và liên tục trên \mathbb{R} , có bảng biến thiên như sau:

| x | $-\infty$ | | -2 | | 0 | | $+\infty$ |
|-------|-----------|---|----|---|---|---|-----------|
| f'(x) | | _ | 0 | + | 0 | _ | |
| f(x) | $-\infty$ | | 2 | | | | +∞ |

Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình f(x) = m có đúng một nghiệm

A.
$$(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$$
.

B.
$$(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$$
. **D.** $[-2; 2]$.

C.
$$(-2;2)$$
.

D.
$$[-2; 2]$$

CÂU 6. Cho hàm số y = f(x) xác định trên tập $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

| x | $-\infty$ | -4 | _ | 1 | 2 | | $+\infty$ |
|-------|-----------|----|----|-----------|---|---------|-----------|
| f'(x) | + | 0 | _ | _ | 0 | + | |
| f(x) | $-\infty$ | 0 | ~~ | $+\infty$ | 4 | <i></i> | $+\infty$ |

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình f(x) = m - 1 có hai nghiệm thực phân biệt.

$$A. \quad \begin{bmatrix} m < 1 \\ m > 5 \end{bmatrix}$$

B.
$$1 < m < 5$$
.

C.
$$m < 1$$
.

D.
$$m > 5$$
.

| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| • | • | • | • | • | • | • | • | • | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | ٠ | ٠ | ٠ | • | • | • | • |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |

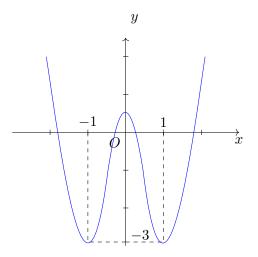
| | |
|------|--|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |



| | | |
|------|------|--|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| |
|------|
| |

CÂU 7. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình f(x) - 1 = 0 là

- **C.** 4.
- **D.** 1.

CÂU 8. Cho hàm số y = f(x) liên tục và có đạo hàm trên tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số y = f(x) có bảng biến thiên như sau:

| x | $-\infty$ | | -1 | | 1 | | $+\infty$ |
|-------|-----------|---|---------------------------|---|---------------------------|---|-----------|
| f'(x) | | _ | 0 | + | 0 | _ | |
| f(x) | 1 | | $\rightarrow \frac{1}{2}$ | | $\rightarrow \frac{3}{2}$ | | 1 |

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số y = f(x) cắt đường thẳng y=m tại hai điểm phân biệt.

- **A.** $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right] \setminus \{1\}.$ **B.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right).$

- **c.** $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$. **d.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \setminus \{1\}$.

CĂU 9. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=-x^2+4x+$ m-2 không có điểm chung với trục hoành.

- **A.** m > -2.
- **B.** m < 2.
- **C.** m > 2.
- **D.** m < -2.

CÂU 10. Cho hàm số y = f(x) xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

| x | $-\infty$ – | -1 (|) 1 | <u>+∞</u> |
|-------|---------------|-----------|-----|----------------|
| f'(x) | + | + | _ | + |
| f(x) | $+\infty$ 3 | $-\infty$ | -8 | -3 $-\infty$ |

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình f(x) = 3m có ba nghiệm phân biệt.

- **A.** $-1 < m < \frac{2}{3}$.
- **B.** m < -1.
- **C.** $m \le -1$.
- **D.** m < -3.

CÂU 11. Cho hàm số y = f(x) xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình f(x) = m có ba nghiệm thực phân biệt.

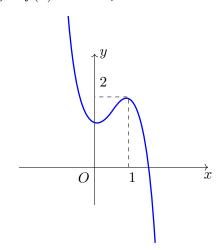
| x | $-\infty$ | -1 | | 1 | | $+\infty$ |
|-------|-----------|-------------|---|-----------|-----------|-----------|
| f'(x) | - | - 0 | + | | + | |
| f(x) | 1 | $-\sqrt{2}$ | | $+\infty$ | $-\infty$ | -1 |

- **A.** $\left(-\sqrt{2};-1\right]$. **B.** $\left(-\sqrt{2};-1\right)$. **C.** (-1;1].
- **D.** (-1;1).

CÂU 12. Tìm tất cả các giá trị của k để phương trình $4x^2\left(1-x^2\right)=1-k$ có bốn nghiệm thực phân biệt

- **A.** 0 < k < 1.
- **B.** 0 < k < 2.
- **C.** k < 3.
- **D.** -1 < k < 1.

CÂU 13. Cho hàm số y = f(x) có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $2 \cdot |f(x-1)| - 3 = 0$ là

CÂU 14. Tìm tất cả các giá tri thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 +$ 3 + 3m = 0 có 4 nghiệm phân biệt.

A. $1 < m < \frac{4}{2}$

 $\begin{array}{ll} {\bf B.} & -\frac{4}{3} \leq m \leq -1. \\ {\bf D.} & -\frac{4}{3} < m < -1. \end{array}$

C. 3 < m < 4.

CÂU 15. Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $(\sqrt{4-x} + \sqrt{4+x})^3 - 6\sqrt{16-x^2} +$ 2m + 1 = 0

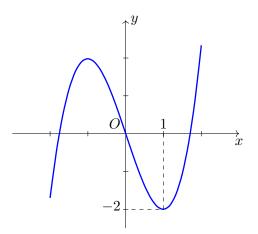
A. $m \in \mathbb{R}$.

- **B.** $m > \frac{-1 16\sqrt{2}}{2}$.
- **c.** $-\frac{41}{2} \le m \le \frac{-1 16\sqrt{2}}{2}$.
- **D.** $m < -\frac{41}{2}$

CÂU 16. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 3x^2$ m-1=0 có hai nghiệm phân biệt.

- **A.** m > -1 hoặc $m = -\frac{13}{4}$. **C.** $m \ge -1$ hoặc $m = -\frac{13}{4}$.
- **B.** m > -1.
- **D.** $m \ge -1$.

CÂU 17. Cho hàm số y = f(x) có đồ thị như hình vẽ. Với các giá trị nào của tham số m thì phương trình f(|x|) = 3m + 1 có 4 nghiệm phân biệt.



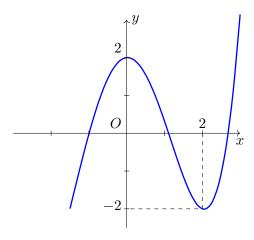
- **A.** m < -1.
- **C.** 1 < m < 2.

- **B.** $-1 < m < -\frac{1}{3}$. **D.** m < 2.

 $\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{U}$ 18. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình = m có đúng 2 nghiệm phân biệt là

- **A.** $[1; 2] \cup \{0\}.$
- **B.** $[1;2) \cup \{0\}.$
- \mathbf{C} . [0;2).
- **D.** [1; 2).

CÂU 19. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi m là số nghiệm thực của phương trình f(f(x)) = 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- **A.** m = 6.
- **B.** m = 7.
- **C.** m = 5.
- **D.** m = 9.

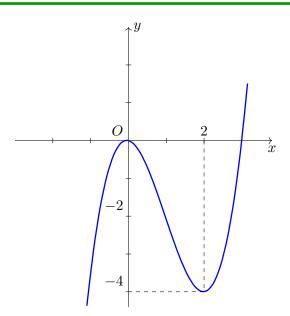
CÂU 20. Tìm m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng y = mx + mcắt nhau tại 3 điểm phân biệt A(-1;0), B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 8.

- **A.** m = 3.
- **B.** m = 1.
- **C.** m = 4.
- **D.** m = 2.

CÂU 21. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Nếu phương trình f(x) = 0 có ba nghiệm phân biệt thì phương trình $2f(x) \cdot f''(x) = [f'(x)]^2$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiêm?

- A. 3 nghiệm.
- **B.** 1 nghiệm.
- **C.** 2 nghiệm.
- **D.** 4 nghiệm.

CÂU 22. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Dựa vào đồ thị (C), tìm m để phương trình $(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+1})^3-6\sqrt{2+x-x^2}=m$ có nghiệm thực.



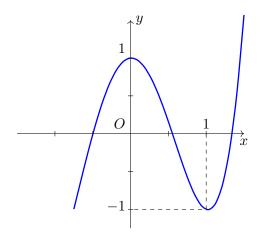
A.
$$-9 \le m \le 6\sqrt{6} - 9$$
.
C. $5 \le m \le 3\sqrt{6} - 9$.

B.
$$3\sqrt{3} - 9 \le m \le 6\sqrt{6} - 9$$
. **D.** $5 \le m \le 6\sqrt{6} - 9$.

C.
$$5 < m < 3\sqrt{6} - 9$$
.

D.
$$5 < m < 6\sqrt{6} - 9$$
.

CÂU 23. Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó phương trình $4(4x^3 - 6x^2 + 1)^3 - 6(4x^3 - 6x^2 + 1)^2 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 3.

B. 6.

D. 9.

CÂU 24. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ.

| x | $-\infty$ | | -1 | | 1 | | $+\infty$ |
|-------|-----------|---|--------------------|---|---------------|---|-----------|
| f'(x) | | _ | 0 | + | 0 | _ | |
| f(x) | 1 | | $\sim \frac{1}{2}$ | | $\frac{3}{2}$ | | 1 |

Tìm tât cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình |f(x-2018)+2|=mcó 4 nghiệm thực phân biệt?

A. -3 < m < 1.

B. 0 < m < 1.

C. Không có giá trị của m.

D. 1 < m < 3.

🗁 Dạng 3. Sự tương giao của hai đồ thị

| \sim 11 | | NOTE | - |
|-----------|----|------|---|
| டப | шк | | |
| | | | |

1. Các ví du

VÍ DU 1. Tìm tọa độ điểm I là giao điểm của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 3x$ với đường thẳng y = -x + 2.

A.
$$I(1,1)$$
.

B.
$$I(2,1)$$
.

C.
$$I(2,2)$$
.

D.
$$I(1,2)$$
.

VÍ DỤ 2. Đồ thị hàm số $y = 15x^4 - 3x^2 - 2018$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

VÍ DỤ 3. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d\colon y=x+m$ cắt (C) tại hai điểm A,B phân biệt sao cho AB = 4.

A.
$$m = -1$$
.

B.
$$\begin{bmatrix} m = 0 \\ m = 3 \end{bmatrix}$$
 C. $\begin{bmatrix} m = -1 \\ m = 3 \end{bmatrix}$ **D.** $m = 4$.

D.
$$m = 4$$
.

VÍ DU 4. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho B là trung điểm AC. Phát biểu nào dưới đây đúng?

A.
$$m \in (-4; 0)$$
.

B.
$$m \in (-4; -2)$$
.

c.
$$m \in (-\infty; -4)$$
.

$$\mathbf{D}. \ m \in (0; +\infty).$$

VÌ DỤ 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $mx - \sqrt{x-3} = m+1$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A.
$$0 < m < \frac{1 + \sqrt{3}}{4}$$

B.
$$m > 0$$
.

c.
$$\frac{1}{2} \le m < \frac{1+\sqrt{3}}{4}$$
.

D.
$$\frac{1}{2} \le m \le \frac{3}{2}$$
.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Tìm số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = \sqrt{x+3}$ và y = x+1.

CÂU 2. Biết đồ thị hai hàm số y = x - 1 và $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A.
$$AB = \sqrt{2}$$
.

B.
$$AB = 4$$
.

C.
$$AB = 2\sqrt{2}$$
. **D.** $AB = 8$.

$$D. AB = 8$$

CÂU 3. Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

CÂU 4. Cho hai đồ thị (C): $y = x^3 - 2x^2 + 1$ và (P): $y = x^2 + 5x + 1$. Tìm số điểm chung của (C) và (P).

CÂU 5. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x + 3$ với đồ thị hàm số y =x+3.

CÂU 6. Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+4)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. cắt trục hoành tại hai điểm.

B. cắt trục hoành tại ba điểm.

C. cắt truc hoành tai một điểm.

D. không cắt trục hoành.

CÂU 7. Đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

CÂU 8. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trực tung tại điểm có tung độ âm? **A.** $y = \frac{2x-3}{3x-1}$. **B.** $y = \frac{3x+4}{x-1}$. **C.** $y = \frac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y = \frac{-2x+3}{x+1}$.

A.
$$y = \frac{2x-3}{3x-1}$$
.

B.
$$y = \frac{3x+4}{x-1}$$
.

c.
$$y = \frac{4x+1}{x+2}$$
.

D.
$$y = \frac{-2x+3}{x+1}$$

CÂU 9. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

CÂU 10. Tìm hoành độ các giao điểm của đường thẳng $y=2x-\frac{13}{4}$ với đồ thị hàm

$$\text{s\^o } y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}.$$

A.
$$x = 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$
.

B.
$$x = -\frac{11}{4}$$
; $x = 2$.
D. $x = -\frac{11}{4}$.

C.
$$x = 1; x = 2; x = 3.$$

D.
$$x = -\frac{11}{4}$$
.

CÂU 11. Cho a và b là hai số thực dương. Tìm số điểm cực trị của hàm số y = $|x^4 - ax^2 - b|.$

CÂU 12. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$ với trục tung. **A.** (0; -1). **B.** (-1; 0). **C.** (1; -1). **D.** (1; 0).

A.
$$(0; -1)$$
.

B.
$$(-1;0)$$
.

C.
$$(1;-1)$$
.

CÂU 13. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm phân biệt A,B. Tính diện tích S của tam giác OAB.

A.
$$S = \frac{1}{12}$$
.

B.
$$S = \frac{1}{6}$$
.

C.
$$S = 3$$
.

D.
$$S = 6$$

CÂU 14. Biết đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ x_M bằng:

A.
$$x_M = 1 - \sqrt{2}$$
. **B.** $x_M = -2$. **C.** $x_M = 1$.

B.
$$x_{M} = -2$$

c.
$$x_M = 1$$

D.
$$x_M = 1 + \sqrt{2}$$
.

CÂU 15. Cho đồ thị (C): $y = 2x^4 - 3x^2 + 2x + 2$ và đường thẳng (d): y = 2x + 1. Hỏi d và (C) có bao nhiều giao điểm nằm bên trái trục tung.

CÂU 16. Tìm giá trị nguyên của m để hàm số $y = 2x^3 - 3(m+3)x^2 + 18mx - 80$ tiếp xúc với trục hoành?

A.
$$m = 5$$
.

B.
$$m = 7$$
.

C.
$$m = 6$$
.

D.
$$m = 4$$
.

CÂU 17. Gọi k là số giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|\frac{x-2}{x+1}\right|=m^2$ có

đúng một nghiệm thực. Giá tri của k bằng bao nhiều?

A.
$$k = 1$$
.

B.
$$k = 2$$
.

C.
$$k = 3$$
.

D.
$$k = 4$$
.

CÂU 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình 2x-1=m(x-1)có nghiệm thuộc đoạn [-1;0].

A.
$$m \ge 1$$
.

B.
$$m \leq \frac{3}{2}$$
.

C.
$$1 \le m \le 2$$
.

C.
$$1 \le m \le 2$$
. **D.** $1 \le m \le \frac{3}{2}$.

CÂU 19. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của R để đường thẳng y = k(x+1) + 2 cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt M(-1;2), N, P sao cho các tiếp tuyến của (C) tại N và P vuông góc với nhau. Tính tích tất cả các phần tử của tập S.

A.
$$-\frac{2}{9}$$
.

B.
$$\frac{1}{3}$$
.

c.
$$\frac{1}{9}$$

CÂU 20. Gọi m là số thực dương sao cho đường thẳng y = m + 1 cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ tại hai điểm A, B thỏa mãn tam giác OAB vuông tại O (O là gốc tọa độ). Kết luận nào sau đây là đúng?

A.
$$m \in \left(\frac{7}{4}; \frac{9}{4}\right)$$
. **B.** $m \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$. **C.** $m \in \left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$. **D.** $m \in \left(\frac{5}{4}; \frac{7}{4}\right)$.

B.
$$m \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$$
.

c.
$$m \in \left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$$
.

$$\mathbf{D.} \ m \in \left(\frac{5}{4}; \frac{7}{4}\right).$$

CÂU 21. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C), điểm A(2;-2). Tìm giá trị trị của tham số m < 0 để đường thẳng (d): y = -x + m cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho tứ giác OAMN là hình bình hành (O là gốc tọa độ).

$$M = -7$$

B.
$$m = -3$$
.

C.
$$m = -5$$
.

D.
$$m = -1$$

| \frown | \sim 1 | / | XI. | \frown | - |
|----------|----------|-----|-----|----------|----|
| ~ | CI | C I | w | u | 16 |

CÂU 22. Đường thẳng (d): y = x cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm O(0;0) và A(1;1). Tính diện tích lớn nhất S_{\max} của hình chữ nhật có hai đỉnh thuộc đoạn thẳng OA và hai đỉnh còn lại thuộc cung OA của parabol (P).

A.
$$S_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{24}$$
.

B.
$$S_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

B.
$$S_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{12}$$
. **C.** $S_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{36}$.

D.
$$S_{\text{max}} = \frac{\sqrt{3}}{18}$$
.

ե Dạng 4. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số

1. Các ví du

VÍ DỤ 1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 3$ tại điểm M(1;2) có hệ số góc bằng

- **A.** 3.
- **B.** 0.
- **C.** 2.
- **D.** 1.

VÍ DU 2. Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 + 1$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M(1;4) là

- **A.** y = 3x + 1.
- **B.** y = 7x 3.
- **C.** y = 7x + 2.

VÍ DU 3. Đường thẳng y=m-1 tiếp xúc với đồ thị (C): $y=2x^4-4x^2+1$ tại hai điểm phân biệt. Tung độ của tiếp điểm là

VÍ DỤ 4. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi d là tiếp tuyến của (C) biết d song song với đường thẳng y=-3x-1. Phương trình đường thẳng d có dạng y = ax + b với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a^3 - b^2$.

- **A.** S = -196.
- **B.** S = -52.
- **C.** S = -2224.

VÍ DỤ 5. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ $x_0 = \sqrt[3]{4}$ cắt hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số tại hai điểm A, B. Tính diện tích tam giác IAB với I là giao điểm của hai đường tiêm cân của đồ thi hàm số (C).

A.
$$S = 6$$
.

B.
$$S = 6\sqrt[3]{2}$$
.

C.
$$S = 3$$
.

D.
$$S = 12$$
.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại điểm M(0;-1).

- **A.** y = x 1.
- **B.** y = -x 1.
- **C.** y = 2x 1.

CÂU 2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm có hoành đô bằng -1 là

- **A.** y = -3x 5.
- **B.** y = -9x + 7. **C.** y = 9x + 7.

CÂU 3. Gọi Δ là tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{x^3}{2}-2x^2+3x-5$. Chọn khẳng định đúng.

- **A.** Δ song song với trục hoành.
- **B.** Δ có hệ số góc âm.
- **C.** Δ song song với trục tung.
- **D.** Δ có hệ số góc dương.

CÂU 4. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2018$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M(0;1) có hệ số góc là

- **A.** 1.
- **B.** 2.
- **C.** 0.
- **D.** -1.

CÂU 5. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. y = 2x.

- **B.** $y = (4 \ln 2)x 8 \ln 2 + 4$.
- **C.** $y = 4(1 + \ln 2)x 8\ln 2 4$.
- **D.** y = 4x 4.

CÂU 6. Viết phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -3$.

A. y = 3x + 13.

B. y = -3x - 5. **C.** y = -3x + 13. **D.** y = 3x + 15.

CÂU 7. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ có đồ thị (C). Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A. -4.

CÂU 8. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $f(x) = -x^3$ tại điểm M(-2; 8)là

A. -192.

B. -12.

C. 192.

CÂU 9. Đường thẳng (Δ) là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1. Hệ số góc của đường thẳng (Δ) bằng bao nhiêu?

B. 10.

CÂU 10. Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến kẻ từ điểm M(2;-1) đến đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4} - x + 1$? **A.** y = -2x + 3. **B.** y = -1.

C. y = x - 3.

CÂU 11. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của đồ thị với trục tung có phương trình là

A. x + 2y + 1 = 0.

B. 2x + y + 1 = 0.

C. x - 2y - 1 = 0.

D. 2x - y - 1 = 0.

CÂU 12. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ song song với đường thẳng y = -2x + 1.

A. 0.

CÂU 13. Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là

A. y = 9x - 7.

B. y = 9x + 7.

C. y = -9x - 7.

D. y = -9x + 7.

CÂU 14. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 10$ song song với trục hoành là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

CÂU 15.

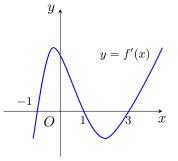
Cho hàm số y = f(x) có đồ thị là đường cong (C). Biết đồ thị của hàm số y = f'(x) như hình vẽ và tiếp tuyến với (C) tại điểm M có hoành độ bằng 1 cắt đồ thị (C) tại hai điểm khác nữa là A và B lần lượt có hoành đô a, b. Mênh đề nào dưới đây đúng?



B. |a-b| < 4.

C. $a^2 + b^2 > 10$.

D. a, b < 3.



CÂU 16. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{-x+1}$ có đồ thị (C) và điểm A(a;1). Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

 $\frac{1}{3}$

C. $\frac{7}{2}$.

D. 2.

CÂU 17. Cho đồ thị hàm số (C): $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$. Từ điểm $A\left(\frac{19}{12};4\right)$ có thể kẻ được bao nhiều tiếp tuyến tới (C)?

A. 1.

11

B. 2.

C. 4.

D. 3.

CÂU 18. Gọi M(a;b) là điểm trên đồ thị (C) của hàm số $y=\frac{1}{x-1}$ sao cho tiếp tuyến (C) tại M cùng với các trục tọa độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 2. Khi đó

- **QUICK NOTE**
- **A.** ab = -3.
- **B.** ab = -1.
- **C.** ab = 4.
- **D.** ab = 2.

CÂU 19. Cho hàm số $y=\frac{x+2}{2x+3}$ (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến đó cắt trực hoành và trực tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A,B và tam giác OAB cân tại O là

- **A.** y = -x + 1.
- **B.** y = -x 2.
- **C.** y = -x + 2.
- **D.** y = -x.

CÂU 20. Gọi M, N là hai điểm di động trên đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - x + 4$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại M và N luôn song song với nhau. Khi đó đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

- **A.** (1; -5).
- **B.** (-1; -5).
- **C.** (-1;5).
- **D.** (1; 5).