

QUICK NOTE

C. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Sử dụng định nghĩa nguyên hàm và bảng nguyên hàm

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a) $f(x) = 4x^3 + x + 5.$

b) $f(x) = 3x^2 - 2x.$

c) $f(x) = \frac{1}{x^5} + x^2.$

d) $f(x) = \frac{1}{x^3} + x^2 - 1.$

VÍ DỤ 2. Tính

a) $I = \int (x^2 - 3x)(x + 1)dx.$ b) $I = \int (x - 1)(x^2 + 2)dx.$ c) $I = \int (2x + 1)^5 dx$

d) $I = \int (2x - 10)^{2020} dx.$ e) $I = \int \left(3x^2 + \frac{1}{x} - 2\right) dx.$ f) $I = \int \left(3x^2 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx.$

g) $I = \int \frac{x^2 - 3x + 1}{x} dx.$ h) $I = \int \frac{2x^2 - 6x + 3}{x} dx.$ i) $I = \int \frac{1}{2x - 1} dx.$

j) $I = \int \frac{2}{3 - 4x} dx.$ k) $I = \int \frac{1}{(2x - 1)^2} dx.$ l) $I = \int \left[\frac{12}{(x - 1)^2} + \frac{2}{2x - 3} \right] dx.$

m) $I = \int \frac{3}{4x^2 + 4x + 1} dx.$ n) $I = \int \frac{4}{x^2 + 6x + 9} dx.$ o) (*) $I = \int \frac{2x - 1}{(x + 1)^2} dx.$

VÍ DỤ 3. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a) $I = \int (\sin x - \cos x) dx.$ b) $I = \int (3 \cos x - 2 \sin x) dx.$ c) $I = \int (2 \sin 2x - 3 \cos 6x) dx.$

d) $I = \int \sin x \cos x dx.$ e) $I = \int \cos \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} \right) dx.$ f) $I = \int \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{3} \right) dx.$

g) $I = \int (\sin x - \cos x)^2 dx.$ h) $I = \int (\cos x + \sin x)^2 dx.$

VÍ DỤ 4. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a) $I = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx.$ b) $I = \int \frac{6}{\cos^2 3x} dx.$ c) $I = \int (\tan x + \cot x)^2 dx.$

d) $I = \int \sin^2 x dx.$ e) $I = \int \cos^2 2x dx.$ f) $I = \int \sin 4x \cos x dx.$

VÍ DỤ 5. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a) $I = \int e^{2x} dx.$ b) $I = \int e^{1-2x} dx.$ c) $I = \int (2x - e^{-x}) dx.$

d) $I = \int e^x (1 - 3e^{-2x}) dx.$ e) $I = \int (3 - e^x)^2 dx.$ f) $I = \int (2 + e^{3x})^2 dx.$

g) $I = \int 2^{2x+1} dx.$ h) $I = \int 4^{1-2x} dx.$ i) $I = \int 3^x \cdot 5^x dx.$

j) $I = \int 4^x \cdot 3^{x-1} dx.$ k) $I = \int \frac{dx}{e^{2-5x}}.$ l) $I = \int \frac{dx}{2^{3-2x}}.$

m) $I = \int \frac{4^{x+1} \cdot 3^{x-1}}{2^x} dx.$ n) $I = \int \frac{4^{2x-1} \cdot 6^{x-1}}{3^x} dx.$

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

- (A) $\int f(x) dx = F(x) + C.$ (B) $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x).$
(C) $\left(\int f(x) dx\right)' = f'(x).$ (D) $\left(\int f(x) dx\right)' = F'(x).$

CÂU 2. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

- (A) $x^2 + C.$ (B) $x^2 + 6x + C.$ (C) $2x^2 + C.$ (D) $2x^2 + 6x + C.$

CÂU 3. $\int x^2 dx$ bằng

- (A) $2x + C.$ (B) $\frac{1}{3}x^3 + C.$ (C) $x^3 + C.$ (D) $3x^3 + C.$

CÂU 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

- (A) $x^3 + C.$ (B) $\frac{x^3}{3} + x + C.$ (C) $6x + C.$ (D) $x^3 + x + C.$

CÂU 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- (A) $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C.$ (B) $3x^2 + 1 + C.$ (C) $x^3 + x + C.$ (D) $x^4 + x^2 + C.$

CÂU 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

- (A) $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C.$ (B) $x^4 + x^2 + C.$ (C) $x^5 + x^3 + C.$ (D) $4x^3 + 2x + C.$

CÂU 7. Hàm số nào trong các hàm số sau đây không là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2022}$?

- (A) $\frac{x^{2023}}{2023} + 1.$ (B) $\frac{x^{2023}}{2023}.$ (C) $y = 2022x^{2021}.$ (D) $\frac{x^{2023}}{2023} - 1.$

CÂU 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024$ là

- (A) $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + C.$ (B) $\frac{1}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2024x + C.$
(C) $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2024x + C.$ (D) $\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} - 2024x + C.$

CÂU 9. Tìm nguyên $F(x)$ của hàm số $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$?

- (A) $F(x) = \frac{x^4}{4} - 6x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 6x + C.$ (B) $F(x) = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + C.$
(C) $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 6x + C.$ (D) $F(x) = x^3 + 6x^2 + 11x^2 + 6x + C.$

CÂU 10. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (5x+3)^5$.

- (A) $(5x+3)^6 + C.$ (B) $(5x+3)^4 + C.$ (C) $\frac{(5x+3)^6}{30} + C.$ (D) $\frac{(5x+3)^4}{30} + C.$

CÂU 11. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

- (A) $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$ (B) $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$
(C) $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$ (D) $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

CÂU 12. Tính $\int \sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} dx$.

- (A) $\frac{4}{15}x^{15\sqrt{x}} + C.$ (B) $\frac{8}{15}x^{15\sqrt{x}} + C.$ (C) $\frac{8}{15}x^{15\sqrt{x}} + C.$ (D) $\frac{4}{15}x^{15\sqrt{x}} + C.$

CÂU 13. Tính $\int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx$.

- (A) $x\sqrt[5]{x} - 2x\sqrt[17]{x^5} + \sqrt[4]{x^3} + C.$ (B) $\frac{4}{5}x\sqrt[5]{x} - \frac{24}{17}x\sqrt[17]{x^5} + \frac{4}{3}\sqrt[4]{x^3} + C.$
(C) $x\sqrt[5]{x} - \frac{24}{17}x\sqrt[17]{x^5} + \sqrt[4]{x^3} + C.$ (D) $\frac{4}{5}x\sqrt[5]{x} - 2x\sqrt[17]{x^5} + \frac{4}{3}\sqrt[4]{x^3} + C.$

CÂU 14. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $\int f(x) dx = 2x + C.$ (B) $\int f(x) dx = x^2 + 4x + C.$

QUICK NOTE

QUICK NOTE

KQ:

CÂU 24. Tính $\int (\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[5]{x^4}) dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

CÂU 25. Tính $\int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

KQ:

CÂU 26. Tính $\int (2\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}) dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

KQ:

CÂU 27. Tính $\int \frac{1}{\sqrt{2x} + \sqrt{3x}} dx = a(\sqrt{b} - \sqrt{c})\sqrt{x}$. Giá trị của tổng $a + b + c$ là

KQ:

CÂU 28. Tính $\int \frac{1}{\sqrt{5x} - \sqrt{3x}} dx = (\sqrt{a} + \sqrt{b})\sqrt{x} + C$. Giá trị $a + b$ bằng

KQ:

CÂU 29. Tính $\int (x^2 - 1)^3 dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

KQ:

CÂU 30. Tính $\int (2 - x^2)^4 dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

KQ:

CÂU 31. Tính $\int (x - \sqrt[3]{x})^2 dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

KQ:

CÂU 32. Tính $\int \left(\frac{x^2 + 2\sqrt[3]{x}}{x}\right)^2 dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

KQ:

CÂU 33. Tìm m để $F(x) = mx^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

KQ:

CÂU 34. Tìm a, b, c để $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{x^2 - 4x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x - 2)\sqrt{x^2 - 4x}$. Giá trị biểu thức $a + b + c$ bằng.

KQ:

CÂU 35. Tìm a, b, c để $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$. Giá trị biểu thức $a + b + c$ bằng

KQ:

CÂU 36. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$

QUICK NOTE

☐ $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.
 ☐ $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$.
 ☐ $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.
 ☐ $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

CÂU 37. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

☐ $\int f(x)dx = x - \cos x + C$.
 ☐ $\int f(x)dx = x + \sin x + C$.
☐ $\int f(x)dx = x + \cos x + C$.
 ☐ $\int f(x)dx = \cos x + C$.

CÂU 38. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2}$

☐ $F(x) = 2 \cos \frac{x}{2} + C$.
 ☐ $F(x) = \frac{1}{2} (1 + \sin x) + C$.
☐ $F(x) = 2 \sin \frac{x}{2} + C$.
 ☐ $F(x) = \frac{1}{2} (1 - \sin x) + C$.

CÂU 39. Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

☐ $\int f(x)dx = x + \tan x + C$.
 ☐ $\int f(x)dx = x + \cot x + C$.
☐ $\int f(x)dx = x - \tan x + C$.
 ☐ $\int f(x)dx = x - \cot x + C$.

CÂU 40. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

☐ $\sin x + 3x^2 + C$.
 ☐ $-\sin x + 3x^2 + C$.
☐ $\sin x + 6x^2 + C$.
 ☐ $-\sin x + C$.

CÂU 41. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x + 3x$.

☐ $\int (2 \sin x + 3x) dx = -2 \cos x + \frac{3}{2}x^2 + C$.
☐ $\int (2 \sin x + 3x) dx = 2 \cos x + 3x^2 + C$.
☐ $\int (2 \sin x + 3x) dx = \sin^2 x + \frac{3}{2}x + C$.
☐ $\int (2 \sin x + 3x) dx = \sin 2x + \frac{3}{2}x^2 + C$.

CÂU 42. Tính $\int (x - \sin x)dx$.

☐ $\frac{x^2}{2} + \sin x + C$.
 ☐ $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$.
 ☐ $\frac{x^2}{2} - \sin x + C$.
 ☐ $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$.

CÂU 43. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

☐ $x^3 + \cos x + C$.
 ☐ $6x + \cos x + C$.
 ☐ $x^3 - \cos x + C$.
 ☐ $6x - \cos x + C$.

CÂU 44. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$ là

☐ $\ln x - \cos x + C$.
 ☐ $-\frac{1}{x^2} - \cos x + C$.
☐ $\ln |x| + \cos x + C$.
 ☐ $\ln |x| - \cos x + C$.

CÂU 45. Cho $\int f(x) dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

☐ $f(x) = -\sin x$.
 ☐ $f(x) = -\cos x$.
 ☐ $f(x) = \sin x$.
 ☐ $f(x) = \cos x$.

CÂU 46. Cho hàm số $f(x) = \int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

☐ $\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \sin x + C$.
 ☐ $\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \cos x + C$.
☐ $\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = -\frac{1}{2} \sin x + C$.
 ☐ $\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = -\frac{1}{2} \cos x + C$.

CÂU 47. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int (2 + \cot^2 x) dx = x - \cot x + C$.		
b) $\int \left(1 - \cos^2 \frac{x}{2}\right) dx = \frac{1}{2} (x + \sin x) + C$.		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
c) $\int \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = x + \cos x + C.$		
d) $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = x - \cos x + C.$		

CÂU 48. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2024 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}$. Hệ số của biến x là

KQ:

CÂU 49. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} = a \cot x + C$. Giá trị a là

KQ:

CÂU 50. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{1}{2}\tan^2 x = \frac{x^3}{a} + bx^2 + \frac{1}{c}x + d \tan x + C$. Giá trị của $a + b + c + d$ là

KQ:

CÂU 51. Tính $I = \int x \left(1 - \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{2} \right) dx$. Hệ số của hạng tử $\cos x$ của I là

KQ:

CÂU 52. Tính $\int x^2 \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{\tan^2 x}{x^2} \right) dx = \frac{x^m}{n} + \frac{x^p}{q} + x + r \tan x + C$. Giá trị biểu thức $P = \frac{m}{n} + \frac{p}{q} + 2r$ là

KQ:

CÂU 53. Tính $T = \int x \left(2024 - \frac{1}{x^3} + \frac{\sin x}{x} \right) dx$. Hệ số của hạng tử $\cos x$ của T là

KQ:

CÂU 54. Tính $R = \int x^3 \left[\frac{\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2}{x^3} - 2x + \frac{1}{x^{2024}} \right] dx = ax + b \cos x + cx^5 - \frac{1}{d \cdot x^{2020}} + C$. Giá trị $a + b + c + d + 7$ là (làm tròn đến hàng đơn vị)

KQ:

CÂU 55. Tính $\int x^2 \left[\frac{1}{x^2 \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{3}{x^3} - \frac{4}{x^4} \right] dx = a \cot x + b \ln |x| + \frac{c}{x} + C$. Giá trị $a + b + c$ là

KQ:

CÂU 56. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ là hàm số nào sau đây?

- ☐ $3e^x + C.$
☐ $\frac{1}{3}e^{3x} + C.$
☐ $\frac{1}{3}e^x + C.$
☐ $3e^{3x} + C.$

CÂU 57. Nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x-1}$ là

- ☐ $2e^{2x-1} + C.$
☐ $e^{2x-1} + C.$
☐ $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C.$
☐ $\frac{1}{2}e^x + C.$

CÂU 58. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- ☐ $\int f(x) dx = e^{x-2} + C.$
☐ $\int f(x) dx = e^x + 2x + C.$
☐ $\int f(x) dx = e^x + C.$
☐ $\int f(x) dx = e^x - 2x + C.$

CÂU 59. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

QUICK NOTE

(A) $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C.$

(B) $\int f(x) dx = e^x + C.$

(C) $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C.$

(D) $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C.$

CÂU 60. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

(A) $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$

(B) $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C.$

(C) $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$

(D) $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C.$

CÂU 61. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là

(A) $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C.$

(B) $\int 2^x dx = 2^x + C.$

(C) $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

(D) $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} \ln 7 + C.$

CÂU 62. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{-x}$ là

(A) $-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C.$

(B) $-3^{-x} + C.$

(C) $-3^{-x} \ln 3 + C.$

(D) $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C.$

CÂU 63. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x + 2x$.

(A) $\int (3^x + 2x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x^2 + C.$

(B) $\int (3^x + 2x) dx = 3^x \ln 3 + x^2 + C.$

(C) $\int (3^x + 2x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x + C.$

(D) $\int (3^x + 2x) dx = 3^x \ln 3 + x + C.$

CÂU 64. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2x$ là

(A) $e^x + x^2 + C.$

(B) $e^x - x^2 + C.$

(C) $\frac{1}{x+1} e^x - x^2 + C.$

(D) $e^x - 2 + C.$

CÂU 65. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right)$.

(A) $\int f(x) dx = 2017e^x - \frac{2018}{x^4} + C.$

(B) $\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C.$

(C) $\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C.$

(D) $\int f(x) dx = 2017e^x - \frac{504,5}{x^4} + C.$

CÂU 66. Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là

(A) $2e^x + \tan x + C.$

(B) $2e^x - \tan x + C.$

(C) $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C.$

(D) $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C.$

CÂU 67. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.

(A) $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$

(B) $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$

(C) $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln |x| + C, C \in \mathbb{R}.$

(D) $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln |x| + C, C \in \mathbb{R}.$

CÂU 68. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $\int e^x dx = xe^x + C.$

(B) $\int e^x dx = e^{x+1} + C.$

(C) $\int e^x dx = -e^{x+1} + C.$

(D) $\int e^x dx = e^x + C.$

CÂU 69. Cho hàm số $f(x) = 1 + e^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} e^x + C.$

(B) $\int f(x) dx = x + 2e^{2x} + C.$

(C) $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} e^{2x} + C.$

(D) $\int f(x) dx = x + e^{2x} + C.$

CÂU 70. Các mệnh đề sau đây **đúng** hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$		
b) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$		

Mệnh đề	Đ	S
c) $\int \sin x dx = -\cos x + C.$		
d) $\int e^x dx = e^x + C.$		

CÂU 71. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int \cos x \, dx = \sin x + C.$		
b) $\int x^e \, dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C.$		

Mệnh đề	Đ	S
c) $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln x + C.$		
d) $\int e^x \, dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$		

CÂU 72. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int 2^x \, dx = 2^x \ln 2 + C.$		
b) $\int e^{2x} \, dx = \frac{e^{2x}}{2} + C.$		
c) $\int e^x(e^x - 1) \, dx = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x + C.$		
d) $\int e^{3x} \cdot 3^x \, dx = \frac{(3e^3)^x}{3 + \ln 3} + C.$		

CÂU 73. Biết rằng $\int (2^x + 3^x) \, dx = \frac{2^x}{\ln a} + \frac{3^x}{\ln b} + C, a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $P = a + b$.

KQ:

CÂU 74. Cho $\int e^{3x+2024} \, dx = \frac{a}{b}e^{cx+d} + C$ với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b - c + d$.

KQ:

CÂU 75. Biết rằng $\int 3^{x+2} \cdot 2^{2x+1} \, dx = \frac{a \cdot 12^x}{b \ln 2 + c \ln 3} + C$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{a}{b+c}$.

KQ:

CÂU 76. Biết rằng $\int (3^x + 5^x)^2 \, dx = \frac{9^x}{a \ln 3} + \frac{30^x}{b \ln 5 + c \ln 2 + d \ln 3} + \frac{25^x}{e \ln 5} + C$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c + d + e$.

KQ:

CÂU 77. Cho $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} \, dx = \frac{a}{b}e^{2x} + ce^x + dx + C$ với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.

KQ:

CÂU 78. Biết rằng $\int (e^x + e^{-x})^2 \, dx = \frac{1}{m}e^{2x} + \frac{1}{n}e^{-2x} + px + C$ với $m, n, p \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $P = m + n + p$.

KQ:

CÂU 79. Biết rằng $\int \frac{e^{2x} - 1}{1 - e^{-x}} \, dx = \frac{1}{m}e^{nx} + pe^x + C$ với $m, n, p \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $P = m + n - p$.

KQ:

CÂU 80. Biết rằng $F(x) = (ax + b) \cdot e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (4x - 1) \cdot e^x$. Tính giá trị biểu thức $P = a + b$.

KQ:

CÂU 81. Biết rằng $F(x) = 8e^x + \frac{na^x}{\ln a} + p \cos x$ (với $m, n, p \in \mathbb{Z}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = me^x + 2a^x - 2 \sin x$. Tính giá trị của biểu thức $P = m + n + p$.

KQ:

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 82. Biết rằng $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-2x}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (-2x^2 + 8x - 7)e^{-2x}$. Tính giá trị biểu thức $P = a + b + c$.

KQ:

--	--	--	--

Dạng 2. Tìm nguyên hàm khi biết giá trị nguyên hàm

Phương pháp: Tìm $F(x) = \int f(x) dx$. Sau đó dựa vào $F(x_0) = a$ để suy ra C .

CÂU 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn $F(-2) = 0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- (A) $F(x) = \ln\left(-\frac{x}{2}\right), \forall x \in (-\infty; 0)$.
 (B) $F(x) = \ln|x| + C, \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.
 (C) $F(x) = \ln|x| + \ln 2, \forall x \in (-\infty; 0)$.
 (D) $F(x) = \ln(-x) + C, \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

CÂU 2. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

- (A) 2. (B) 6. (C) 8. (D) 4.

CÂU 3. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2^x + x + 1$. Biết $F(0) = 1$. Giá trị của $F(-1)$ bằng

- (A) $F(-1) = \frac{1}{2\ln 2}$. (B) $F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\ln 2}$.
 (C) $F(-1) = 1 + \frac{1}{2\ln 2}$. (D) $F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\ln 2}$.

CÂU 4. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

- (A) $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$. (B) $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$.
 (C) $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$. (D) $F(x) = \cos x - \sin x + 3$.

CÂU 5. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

- (A) $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$. (B) $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$.
 (C) $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$. (D) $F(x) = e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.

CÂU 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 - 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$, giả sử F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

- (A) 9. (B) 15. (C) 11. (D) 6.

CÂU 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của hàm số f trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

- (A) 23. (B) 11. (C) 10. (D) 21.

CÂU 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của hàm số f trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

- (A) 18. (B) 20. (C) 9. (D) 24.

CÂU 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

- (A) -3. (B) 1. (C) 2. (D) 7.

CÂU 10. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A) $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$. (B) $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$.
 (C) $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$. (D) $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$.

QUICK NOTE

CÂU 11. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = 2e^{2x} + 1, \forall x; f(0) = 2$. Hàm $f(x)$ là

- (A) $y = 2e^x + 2x$. (B) $y = 2e^x + 2$. (C) $y = e^{2x} + x + 2$. (D) $y = e^{2x} + x + 1$.

CÂU 12. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $f(x) = 2x + 5 \cos x + 3$. (B) $f(x) = 2x - 5 \cos x + 15$.
(C) $f(x) = 2x + 5 \cos x + 5$. (D) $f(x) = 2x - 5 \cos x + 10$.

CÂU 13. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}, f'(1) = 3, f(1) = 2, f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$.

Khi đó $2a + b$ bằng

- (A) $-\frac{3}{2}$. (B) 0. (C) 5. (D) $\frac{3}{2}$.

CÂU 14. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = ax + \frac{b}{x^2} \ (x \neq 0)$, biết rằng $F(-1) = 1, F(1) = 4, f(1) = 0$.

- (A) $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4x} - \frac{7}{4}$. (B) $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{7}{4}$.
(C) $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2x} + \frac{7}{4}$. (D) $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{7}{4}$.

CÂU 15. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}, f(-2) = \frac{3}{2}$ và $f(2) = 2 \ln 2 - \frac{3}{2}$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(4)$ bằng

- (A) $\frac{6 \ln 2 - 3}{4}$. (B) $\frac{6 \ln 2 + 3}{4}$. (C) $\frac{8 \ln 2 + 3}{4}$. (D) $\frac{8 \ln 2 - 3}{4}$.

CÂU 16. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2024$. Biết $F(x) = ax^2 + be^x + c$, giá trị của $a + b + c$ là

KQ:

CÂU 17. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 1$ biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. Tính giá trị của $F(\pi)$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

KQ:

CÂU 18. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = (5x + 3)^5$. Biết $F(1) = 0$. Tính giá trị của $\sqrt{|F(0)|}$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

KQ:

CÂU 19. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = x^3 - 4x + 5$. Biết $F(1) = 3$. Tính $|F(0)|$.

KQ:

CÂU 20. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 3 - 5 \cos x$. Biết $F(\pi) = 2$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

KQ:

CÂU 21. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{3 - 5x^2}{x}$. Biết $F(e) = 1$. Tính $F(2)$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

KQ:

CÂU 22. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$. Biết $F(1) = \frac{3}{2}$. Tính $F(-1)$.

KQ:

CÂU 23. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$. Biết $F(-2) = 0$. Tính giá trị của $F(2)$.

KQ:

QUICK NOTE

- CÂU 24.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$. Biết $F(1) = -2$. Tính $F(0)$.

KQ:
- CÂU 25.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 1$. Biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. Tính $F(-1)$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

KQ:
- CÂU 26.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2024 - \sin^2 \frac{x}{2}$. Biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2025$. Tính $\sqrt{|F(0)|}$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

KQ:
- CÂU 27.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \sin^2 \frac{x}{4} \cdot \cos^2 \frac{x}{4}$. Biết $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$. Tính giá trị của $F(\pi)$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

KQ:
- CÂU 28.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{ khi } x \geq 1 \\ 3x^2 + 4 & \text{ khi } x < 1. \end{cases}$ Giả sử F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$.

KQ:
- CÂU 29.** Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + \dots + F(2018) + F(2019)$ có dạng $\frac{2^{2020} + a}{\ln b}$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ là

KQ:
- CÂU 30.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. Biết $F\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = k$ với mọi $k \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \dots + F(10\pi)$.

KQ:
- CÂU 31.** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = 2024 - 2\sin^2 \frac{x}{2}, \forall x$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2023\pi}{2}$. Tính giá trị của $f(0)$.

KQ:
- CÂU 32.** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = 1 + e^{2x}, \forall x$; $f(0) = 2$. Tính giá trị của $f(2)$. (Làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

KQ:
- CÂU 33.** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = 2^x + 3^x, \forall x$; $f(0) = \frac{1}{\ln 3}$. Tính giá trị của $f(1)$. (Làm tròn đến số thập phân thứ hai)

KQ:
- CÂU 34.** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = e^{3x+2024}, \forall x$ thỏa mãn $f(-675) = 1$. Giá trị của $f(-674)$ bằng

KQ:
- CÂU 35.** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = 3^{x+2} \cdot 2^{2x+1}, \forall x$ thỏa mãn $f(0) = \frac{1}{2\ln 2}$.
Giá trị của $f(1)$ bằng

KQ:

CÂU 36. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = (3^x + 5^x)^2, \forall x$ thỏa mãn $f(0) = \frac{1}{\ln 5 + \ln 3 + \ln 2}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

KQ:

--	--	--	--

Dạng 3. Ứng dụng trong bài toán thực tiễn

Giả sử $v(t)$ là vận tốc của vật M tại thời điểm t và $s(t)$ là quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian t tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Ta có mối liên hệ giữa $s(t)$ và $v(t)$ như sau.

- ☑ Đạo hàm của quãng đường là vận tốc $s'(t) = v(t)$.
- ☑ Nguyên hàm của vận tốc là quãng đường $s(t) = \int v(t) dt$.

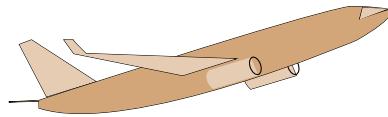
Nếu gọi $a(t)$ là gia tốc của vật M thì ta có mối liên hệ giữa $v(t)$ và $a(t)$ như sau.

- ☑ Đạo hàm của vận tốc là gia tốc $v'(t) = a(t)$.
- ☑ Nguyên hàm của gia tốc là vận tốc $v(t) = \int a(t) dt$.

CÂU 1. Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20$ m/s, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- (A) 5 cm. (B) 7,5 m. (C) $\frac{5}{2}$ m. (D) 5 m.

CÂU 2. Bạn Minh Hiền ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới với vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t) = 3t^2 + 5$ (m/s). Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là



- (A) 36 m. (B) 252 m. (C) 1134 m. (D) 966 m.

CÂU 3. Một ô tô đang chạy với vận tốc 12 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -6t + 12$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- (A) 24 m. (B) 12 m. (C) 6 m. (D) 0,4 m.

CÂU 4. Một ô tô đang chạy với vận tốc 36 km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 1 + \frac{t}{3}$ (m/s²) tính quãng đường ô tô đi được sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc.

- (A) $S = 90$ m. (B) $S = 246$ m. (C) $S = 58$ m. (D) $S = 100$ m.

CÂU 5. Một ca nô đang chạy trên hồ Tây với vận tốc 20 m/s thì hết xăng; từ thời điểm đó, ca nô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc hết xăng. Hỏi từ lúc hết xăng đến lúc ca nô dừng hẳn thì ca nô đi được bao nhiêu mét?

- (A) 10 m. (B) 20 m. (C) 30 m. (D) 40 m.

CÂU 6. Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = 3t + t^2$ (m²/s). Tính quãng đường vật đi được trong 10s kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

- (A) $\frac{130}{3}$ m. (B) $\frac{310}{3}$ m. (C) $\frac{3400}{3}$ m. (D) $\frac{4300}{3}$ m.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 7. Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 m so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật $v(t) = 10t - t^2$, trong đó t (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $v(t)$ được tính theo đơn vị mét/phút (m/p). Nếu như vậy thì khi bắt đầu tiếp đất vận tốc v của khí cầu là

- (A) 5 m/p. (B) 7 m/p. (C) 9 m/p. (D) 3 m/p.

CÂU 8. Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là 25 m/s, gia tốc trọng trường là $9,8 \text{ m/s}^2$. Quảng đường viên đạn đi được từ lúc bắn cho đến khi chạm đất gần bằng kết quả nào nhất trong các kết quả sau?

- (A) 30,78 m. (B) 31,89 m. (C) 32,43 m. (D) 33,88 m.

CÂU 9. Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện đã xả lũ trong 40 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm t giây là $h'(t) = 10t + 500 \text{ (m}^3/\text{s)}$. Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ thoát nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là bao nhiêu?

- (A) $5 \cdot 10^4 \text{ m}^3$. (B) $4 \cdot 10^6 \text{ m}^3$. (C) $3 \cdot 10^7 \text{ m}^3$. (D) $6 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.

CÂU 10. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt \text{ (m}^3/\text{s)}$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là 150 m^3 . Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là 1100 m^3 . Hỏi thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là bao nhiêu.

- (A) 8400 m^3 . (B) 7400 m^3 . (C) 6000 m^3 . (D) 4200 m^3 .

CÂU 11. Gọi $h(t)$ (m) là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t) = \frac{1}{5}\sqrt[3]{t} \text{ (m/s)}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mực nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

- (A) 2,64 m. (B) 1,22 m. (C) 2,22 m. (D) 1,64 m.

CÂU 12. Sự sản sinh vi rút Zika ngày thứ t có số lượng là $N(t)$ con, biết $N'(t) = \frac{1000}{t}$ và lúc đầu đám vi rút có số lượng 250,000 con. Tính số lượng vi rút sau 10 ngày.

- (A) 272304 con. (B) 212302 con. (C) 242102 con. (D) 252302 con.

CÂU 13. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15 \text{ (m/s)}$, trong đó t (giây). Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô đi chuyển được bao nhiêu mét?

KQ:

--	--	--	--

CÂU 14. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 72 km/h thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó 40 m, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t tính bằng giây. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô đi chuyển được bao nhiêu mét?

KQ:

--	--	--	--

CÂU 15. Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng từ mặt đất. Tại thời điểm t giây vận tốc của nó được cho bởi công thức $v(t) = 24,5 - 9,8t \text{ (m/s)}$. Tính quãng đường viên đạn đi từ lúc bắn lên cho tới khi rơi xuống đất (làm tròn tới hàng đơn vị).

KQ:

--	--	--	--

CÂU 16. Mực nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên (như hình vẽ). Tốc độ thay đổi của mực nước được xác định bởi hàm số $h'(t) = \frac{1}{90}(t^2 - 17t + 60)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm $t = 0$, mực nước trong hồ chứa cao 8 m. Mực nước trong hồ cao nhất là bao nhiêu?

KQ:

--	--	--	--

CÂU 17. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây keo (tính theo mét) sau khi trồng t năm. Biết rằng năm đầu tiên cây cao 1,5 m, trong những năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{t}}$ (mét/năm). Sau bao nhiêu năm cây cao được 3 m (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

KQ:

CÂU 18. Người ta bơm nước vào một bồn chứa, lúc đầu bồn không chứa nước, mức nước ở bồn chứa sau khi bơm phụ thuộc vào thời gian bơm nước theo một hàm số $h = h(t)$ trong đó h tính bằng cm, t tính bằng giây. Biết rằng $h'(t) = \sqrt[3]{2t}$ (cm/s). Mức nước ở bồn sau khi bơm được 13 giây là bao nhiêu? (kết quả làm tròn tới hàng đơn vị).

KQ:

CÂU 19. Khi quan sát một đám vi khuẩn trong phòng thí nghiệm người ta thấy tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t) = \frac{1500}{t}$ và tại ngày thứ nhất số lượng vi khuẩn là 5000 con. Tính số lượng vi khuẩn tại ngày thứ 12 (làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ:

CÂU 20. Vi khuẩn HP (*Helicobacter pylori*) gây đau dạ dày, tại ngày thứ t với số lượng là $F(t)$. Biết $F'(t) = \frac{600}{t}$ và ban đầu bệnh nhân có 2000 con vi khuẩn. Sau 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày (lấy xấp xỉ tới hàng đơn vị)? Biết rằng nếu phát hiện sớm khi số lượng không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa.

KQ:

D. NGUYÊN HÀM HÀM ẨN

Cần nhớ các công thức đạo hàm của hàm hợp

$\int f'(x)dx = f(x) + C$

$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) = [f(x) \cdot g(x)]'$

$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} = \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]'$

$\frac{f'(x)}{f(x)} = [\ln f(x)]'$

$-\frac{f'(x)}{f^2(x)} = \left[\frac{1}{f(x)} \right]'$

$-\frac{f'(x)}{f^n(x)} = \left[\frac{1}{(n-1)[f(x)]^{n-1}} \right]'$

$n \cdot f'(x) \cdot f^{n-1}(x) = [f^n(x)]'$

$\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = [2\sqrt{f(x)}]'$

Dạng 4.

1. Điều kiện hàm ẩn có dạng

$$\begin{cases} f'(x) = g(x) \cdot h[f(x)] \\ f'(x) \cdot h[f(x)] = g(x). \end{cases}$$

Phương pháp giải

$\frac{f'(x)}{h[f(x)]} = g(x) \Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{h[f(x)]} dx = \int g(x) dx \Leftrightarrow \int \frac{d[f(x)]}{h[f(x)]} = \int g(x) dx.$

$f'(x)h[f(x)] = g(x) \Leftrightarrow \int f'(x)h[f(x)]dx = \int g(x)dx \Leftrightarrow \int h[f(x)]d[f'(x)] = \int g(x)dx.$

Chú ý: Ngoài việc nguyên hàm hai vế, ta có thể lấy tích phân hai vế (tùy câu hỏi của bài toán)

QUICK NOTE

QUICK NOTE

2. Điều kiện hàm ẩn có dạng

$$u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x)$$

Phương pháp giải Dễ dàng thấy rằng $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = [u(x)f(x)]'$.
Do đó $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x) \Leftrightarrow [u(x)f(x)]' = h(x)$.

$$\text{Suy ra } u(x)f(x) = \int h(x)dx.$$

Từ đây ta dễ dàng tính được $f(x)$.

CÂU 1. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ và $f'(x)\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2} = 1$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.
 (A) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. (B) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$. (C) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. (D) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$.

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) \cdot f(x) = x^4 + x^2$. Biết $f(0) = 2$. Tính $f^2(2)$.
 (A) $f^2(2) = \frac{313}{15}$. (B) $f^2(2) = \frac{332}{15}$. (C) $f^2(2) = \frac{324}{15}$. (D) $f^2(2) = \frac{323}{15}$.

CÂU 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-2; 1]$ thỏa mãn $f(0) = 3$ và $(f(x))^2 \cdot f'(x) = 3x^2 + 4x + 2$. Giá trị $f(1)$ là
 (A) $2\sqrt[3]{42}$. (B) $2\sqrt[3]{15}$. (C) $\sqrt[3]{42}$. (D) $\sqrt[3]{15}$.

CÂU 4. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{3}$ và $f'(x) = x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng
 (A) $f(1) = -\frac{2}{3}$. (B) $f(1) = -\frac{2}{9}$. (C) $f(1) = -\frac{7}{6}$. (D) $f(1) = -\frac{11}{6}$.

CÂU 5. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng
 (A) $-\frac{391}{400}$. (B) $-\frac{1}{40}$. (C) $-\frac{41}{400}$. (D) $-\frac{1}{10}$.

CÂU 6. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{5}$ và $f'(x) = x^3[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng
 (A) $-\frac{4}{35}$. (B) $-\frac{71}{20}$. (C) $-\frac{79}{20}$. (D) $-\frac{4}{5}$.

CÂU 7. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{4}{19}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x) \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng
 (A) $-\frac{2}{3}$. (B) $-\frac{1}{2}$. (C) -1 . (D) $-\frac{3}{4}$.

CÂU 8. Cho hàm số $f(x) > 0$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} đồng thời thỏa mãn $f(0) = \frac{1}{2}$, $f'(x) = -e^x f^2(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của $f(\ln 2)$.
 (A) $f(\ln 2) = \frac{1}{4}$. (B) $f(\ln 2) = \frac{1}{3}$.
 (C) $f(\ln 2) = \ln 2 + \frac{1}{2}$. (D) $f(\ln 2) = \ln^2 2 + \frac{1}{2}$.

CÂU 9. Cho hàm số $f(x) \neq 0$ thỏa mãn điều kiện $f'(x) = (2x + 3)f^2(x)$ và $f(0) = -\frac{1}{2}$. Biết rằng tổng $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2024) + f(2025) = \frac{a}{b}$ với $(a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*)$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 (A) $\frac{a}{b} < -1$. (B) $\frac{a}{b} > 1$. (C) $a + b = 1010$. (D) $b - a = 1519$.

CÂU 10. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$; $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(3) = \frac{4}{9}$ và $[f'(x)]^2 = xf(x)$. Tính $f(8)$.
 (A) $f(8) = \frac{43 - 24\sqrt{3}}{9}$. (B) $f(8) = \frac{43 + 24\sqrt{3}}{9}$.
 (C) $f(8) = \frac{43 - \sqrt{3}}{3}$. (D) $f(8) = \frac{43 + \sqrt{3}}{3}$.

CÂU 11. Cho hàm số $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, $f(0) = 1$ và $f(x) = \sqrt{x} \cdot f'(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

QUICK NOTE

- (A) $f(3) < 2$. (B) $2 < f(3) < 4$. (C) $f(3) > 6$. (D) $4 < f(3) < 6$.

CÂU 12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên đoạn $[0; 1]$ đồng thời thỏa mãn các điều kiện $f'(0) = -1$, $f'(x) < 0$, $[f'(x)]^2 = f''(x)$, $\forall x \in [0; 1]$. Giá trị $f'(2)$ thuộc khoảng

- (A) $(2; 3)$. (B) $(-2; 0)$. (C) $(0; 2)$. (D) $(-3; -2)$.

CÂU 13. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn $[0; 2]$ và thỏa mãn $[f(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) + [f'(x)]^2 = 0$. Biết $f(0) = 1$, $f(2) = e^6$. Khi đó $f(1)$ bằng

- (A) $e^{\frac{3}{2}}$. (B) e^3 . (C) $e^{\frac{5}{2}}$. (D) e^2 .

CÂU 14. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = x^3 - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Giá trị của $T = f^2(2)$ bằng

- (A) $\frac{43}{30}$. (B) $\frac{16}{15}$. (C) $\frac{43}{15}$. (D) $\frac{26}{15}$.

CÂU 15. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 2x^2 - x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 3$. Giá trị của $[f(1)]^2$ bằng

- (A) 28. (B) 22. (C) $\frac{19}{2}$. (D) 10.

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $y' = xy^2$ và $f(-1) = 1$. Tính giá trị $f(2)$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

KQ:

CÂU 17. Cho hàm số $f(x) \neq 0$, liên tục trên đoạn $[1; 2]$ và thỏa mãn $f(1) = 3$, $x^2 \cdot f'(x) = f^2(x)$ với $\forall x \in [1; 2]$. Tính $f(2)$.

KQ:

CÂU 18. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) < 0$, $\forall x > 0$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) = (2x + 1)f^2(x)$, $\forall x > 0$ và $f(1) = -\frac{1}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $T = f(1) + f(2) + \dots + f(2023) + f(2024)$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ:

CÂU 19. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 1 - \ln 2$ và $e^x f'(x) = 2^x [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

CÂU 20. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $(f'(x))^2 = f(x) \cdot e^x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Tính $f(2)$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

CÂU 21. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1$, $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x}$, với mọi $x > 0$. Tính $f(5)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

CÂU 22. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $e^{f(x)} - \frac{x}{f'(x)} = 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(1) = 1$, tính $f(e^2)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

CÂU 23. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và thỏa mãn $f(0) = 1$, $(f'(x))^3 = e^x (f(x))^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính $f(3)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

KQ:

CÂU 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn điều kiện $x^6 (f'(x))^3 + 27 [f(x) - 1]^4 = 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 0$. Tính giá trị của $f(2)$.

KQ:

CÂU 25. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[xf'(x)]^2 + 1 = x^2 [1 - f(x) \cdot f''(x)]$ với mọi x dương. Biết $f(1) = f'(1) = 1$. Tính giá trị $f^2(2)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

QUICK NOTE

KQ:

Dạng 5.

1. Điều kiện hàm ẩn có dạng

$$A(x)f(x) + B(x)f'(x) = h(x) \quad (1)$$

Phương pháp giải

- ☉ Ta cần nhân thêm một lượng $u(x)$ vào (1) để tạo thành $u'(x)f(x) + u(x)f'(x) = u(x) \cdot h(x)$ và lúc này.

$$\begin{aligned} u'(x)f(x) + u(x)f'(x) &= u(x) \cdot h(x) \Leftrightarrow [u(x)f(x)]' = u(x) \cdot h(x) \\ \Rightarrow \int [u(x)f(x)] dx &= \int u(x) \cdot h(x) dx \Rightarrow u(x)f(x) = \int u(x) \cdot h(x) dx \\ \Rightarrow f(x) &= \frac{\int u(x) \cdot h(x) dx}{u(x)} \end{aligned}$$

- ☉ Cách tìm $u(x)$.

$$u(x) \text{ được chọn sao cho } \begin{cases} u'(x) = A(x) \\ u(x) = B(x). \end{cases}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} \frac{u'(x)}{u(x)} &= \frac{A(x)}{B(x)} \Rightarrow \int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \int \frac{A(x)}{B(x)} dx \\ \Rightarrow \ln |u(x)| &= \int \frac{A(x)}{B(x)} dx \Rightarrow u(x) = e^{\int \frac{A(x)}{B(x)} dx} \end{aligned}$$

Tóm lại phương pháp giải $A(x)f(x) + B(x)f'(x) = h(x) \quad (1)$ như sau.

- ☉ **Bước 1.** Tìm $u(x)$. $u(x) = e^{\int \frac{A(x)}{B(x)} dx}$.

- ☉ **Bước 2.** Nhân $u(x)$ vào (1) suy ra $f(x) = \frac{\int u(x) \cdot h(x) dx}{u(x)}$.

Một số dạng đặc biệt của (1).

- a) Điều kiện hàm ẩn có dạng $\begin{cases} f'(x) + f(x) = h(x) \\ f'(x) - f(x) = h(x). \end{cases}$

Phương pháp giải.

- ☉ $f'(x) + f(x) = h(x)$.

Nhân hai vế với e^x ta được

$$e^x \cdot f'(x) + e^x \cdot f(x) = e^x \cdot h(x) \Leftrightarrow [e^x \cdot f(x)]' = e^x \cdot h(x).$$

$$\text{Suy ra } e^x \cdot f(x) = \int e^x \cdot h(x) dx.$$

Từ đây ta dễ dàng tính được $f(x)$.

- ☉ $f'(x) - f(x) = h(x)$.

Nhân hai vế với e^{-x} ta được

$$e^{-x} \cdot f'(x) - e^{-x} \cdot f(x) = e^{-x} \cdot h(x) \Leftrightarrow [e^{-x} \cdot f(x)]' = e^{-x} \cdot h(x).$$

$$\text{Suy ra } e^{-x} \cdot f(x) = \int e^{-x} \cdot h(x) dx.$$

Từ đây ta dễ dàng tính được $f(x)$.

- b) Điều kiện hàm ẩn có dạng $f'(x) + p(x) \cdot f(x) = h(x)$.

Phương pháp giải.

Nhân hai vế với $e^{\int p(x) dx}$ ta được

$$\begin{aligned} f'(x) \cdot e^{\int p(x) dx} + p(x) \cdot e^{\int p(x) dx} \cdot f(x) &= h(x) \cdot e^{\int p(x) dx} \\ \Leftrightarrow [f(x) \cdot e^{\int p(x) dx}]' &= h(x) \cdot e^{\int p(x) dx}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } f(x) \cdot e^{\int p(x) dx} = \int e^{\int p(x) dx} h(x) dx.$$

Từ đây ta dễ dàng tính được $f(x)$.

QUICK NOTE

CÂU 1. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^x$ là

- (A) $x^2 + x + C$. (B) $2x^2 + 2x + C$. (C) $2x^2 + x + C$. (D) $\frac{1}{2}x^2 + 2x + C$.

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) + 2x \cdot f(x) = e^{-x^2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Tính $f(1)$.

- (A) $f(1) = e^2$. (B) $f(1) = -\frac{1}{e}$. (C) $f(1) = \frac{1}{e^2}$. (D) $f(1) = \frac{1}{e}$.

CÂU 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = -2 \ln 2$ và $x \cdot (x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Biết $f(2) = a + b \cdot \ln 3$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Giá trị $2(a^2 + b^2)$ là

- (A) $\frac{27}{4}$. (B) 9. (C) $\frac{3}{4}$. (D) $\frac{9}{2}$.

CÂU 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn $f(1) = 2 \ln 2 + 1$, $x(x+1)f'(x) + (x+2)f(x) = x(x+1)$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$. Biết $f(2) = a + b \ln 3$, với a, b là hai số hữu tỉ. Tính $T = a^2 - b$.

- (A) $T = -\frac{3}{16}$. (B) $T = \frac{21}{16}$. (C) $T = \frac{3}{2}$. (D) $T = 0$.

CÂU 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) + \frac{f(x)}{x} = 4x^2 + 3x$ và $f(1) = 2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ là

- (A) $y = -16x - 20$. (B) $y = 16x - 20$. (C) $y = 16x + 20$. (D) $y = -16x + 20$.

CÂU 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}$. Biết $f(1) = \frac{1}{2}$. Tính $f(4)$.

- (A) 24. (B) 14. (C) 4. (D) 16.

CÂU 7. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$ với mọi $x > 0$. Giá trị của $f(2)$ bằng

- (A) 5. (B) 10. (C) 20. (D) 15.

CÂU 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $3x \cdot f(x) - x^2 \cdot f'(x) = 2f^2(x)$, với $f(x) \neq 0$, $\forall x \in (0; +\infty)$ và $f(1) = \frac{1}{3}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 2]$. Tính $M + m$.

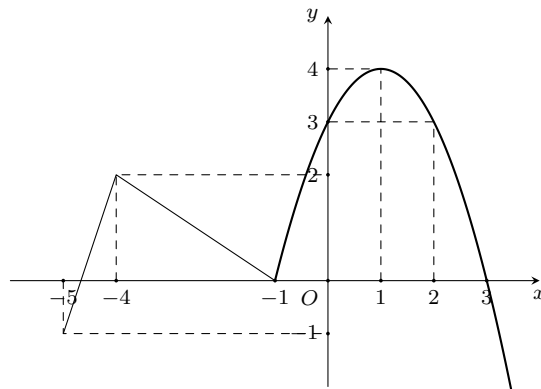
- (A) $\frac{9}{10}$. (B) $\frac{21}{10}$. (C) $\frac{5}{3}$. (D) $\frac{7}{3}$.

CÂU 9. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^2}(x^3 - 4x)$. Hàm số $F(x^2 + x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 6. (B) 5. (C) 3. (D) 4.

CÂU 10. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên $[-5; 3]$ như hình vẽ (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$). Biết $f(0) = 0$, giá trị của $2f(-5) + 3f(2)$ bằng

- (A) 33. (B) $\frac{109}{3}$. (C) $\frac{35}{3}$. (D) 11.



MỤC LỤC

NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN	1
Bài 1. NGUYÊN HÀM	1
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết	1
Ⓑ Kiến thức cần nắm	1
Ⓒ Phân loại và phương pháp giải bài tập	2
📁 Dạng 1.Sử dụng định nghĩa nguyên hàm và bảng nguyên hàm	2
📁 Dạng 2.Tìm nguyên hàm khi biết giá trị nguyên hàm	10
📁 Dạng 3.Ứng dụng trong bài toán thực tiễn	13
Ⓓ NGUYÊN HÀM HÀM ẨN	15
📁 Dạng 4.	15
📁 Dạng 5.	18

