Bài 1. MỆNH ĐỀ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Mệnh đề

Mệnh đề toán học (gọi tắt là mệnh đề) là một khẳng định về một sự kiện toán học hoặc đúng hoặc sai, không thể vừa đúng vừa sai.

- Mệnh đề thường được kí hiệu bằng các chữ cái in hoa. Ví dụ: Q: "6 chia hết cho 3".
- ⚠ ② Các câu hỏi, câu cảm thán, câu mệnh lệnh không phải là mệnh đề.
 - Một câu chưa xác định được đúng hay sai nhưng chắc chắn nó chỉ đúng hoặc sai (không thể vừa đúng vừa sai) cũng là một mệnh đề. Ví dụ: "2^{2023²+2023+1} + 1 là số nguyên tố" là một mệnh đề.
 - ☑ Trong thực tế, có những mệnh đề mà tính đúng sai của nó luôn gắn với một thời gian và địa điểm cụ thể: đúng ở thời gian hoặc địa điểm này nhưng sai ở thời gian hoặc địa điểm khác. Nhưng ở bất kì thời gian, địa điểm nào cũng luôn có giá trị chân lí hoặc đúng hoặc sai. Ví dụ: Số 1 là số tự nhiên nhỏ nhất. (Trong một số chương trình, tập số tự nhiên không bao gồm số 0. Tìm hiểu thêm ở topic: "Natural Number" trên Wikipedia)

2. Mệnh đề chứa biến

Những khẳng định mà tính đúng, sai của chúng phụ thuộc vào giá trị của biến gọi là $m\hat{e}nh$ đề chứa biến.

Ví dụ: Cho $P(x): x>x^2$ với x là số thực. Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này, do đó nó chưa phải là mệnh đề.

Tuy nhiên, khi thay x bởi những giá trị cụ thể thì ta được một mệnh đề, chẳng hạn, P(2) là mệnh đề sai, $P\left(\frac{1}{2}\right)$ là mệnh đề đúng.

3. Mênh đề phủ đinh

Cho mệnh đề P. Mệnh đề "Không phải P" được gọi là mệnh đề phủ định của P và kí hiệu là \overline{P} .

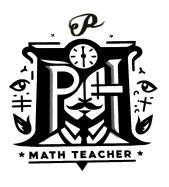
-

 Mệnh đề P và mệnh đề phủ định \overline{P} là hai khẳng định trái ngược nhau. Nế
uP đúng thì \overline{P} sai, nếu P sai thì \overline{P} đúng.

4. Mệnh đề kéo theo và mệnh đề đảo

Cho hai mệnh đề P và Q. Mệnh đề "Nếu P thì Q" được gọi là mệnh đề kéo theo.

- \bigcirc Kí hiệu là $P \Rightarrow Q$.
- \odot Mệnh đề kéo theo chỉ sai khi P đúng Q sai.
- $\bigcirc P \Rightarrow Q$ còn được phát biểu là "P kéo theo Q", "P suy ra Q" hay "Vì P nên Q".
- lack A Trong toán học, định lí là một mệnh đề đúng, thường có dạng $P \Rightarrow Q$. Khi đó ta nói
 - ❷ P là giả thiết, Q là kết luận của định lí.
 - ❷ P là điều kiện đủ để có Q, còn Q là điều kiện cần để có P.



ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

OI.		NIO	
WU	ICK	INO	\perp

••••
•••••
••••

QUICK NOTE	Trong logic toán học, khi xét giá trị chân lí của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ người ta không quan tâm đến mối quan hệ về nội dung của hai mệnh đề P , Q . Không phân biệt trường
	$h \not \circ p P$ có phải là nguyên nhân để có Q hay không mà chỉ quan tâm đến tính đúng, sai của chúng.
	Ví dụ: "Nếu mặt trời quay quanh trái đất thì Việt Nam nằm ở châu Âu" là một mệnh
	đề đúng. Vì ở đây hai mệnh đề P: "Mặt trời quay xung quanh trái đất" và Q: "Việt Nam nằm ở châu Âu" đều là mệnh đề sai. (Tìm hiểu thêm ở topic "Mệnh đề toán
	học"trên Wikipedia)
	Cho mệnh đề kéo theo $P\Rightarrow Q$. Mệnh đề $Q\Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh
	$\mathring{ ext{d}} \grave{ ilde{ ilde{e}}} P \Rightarrow Q.$
	A Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là một mệnh đề đúng.
	5. Mệnh đề tương đương
	Cho hai mệnh đề P và Q . Mệnh đề có dạng " P nếu và chỉ nếu Q " được gọi là mệnh
	đề tương đương.
	$igotimes$ Kí hiệu là $P \Leftrightarrow Q$.
	$\ensuremath{ \odot}$ Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ cùng đúng hoặc
	cùng sai. (Hay $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi cả hai mệnh đề P và Q cùng đúng hoặc cùng sai).
	\bigcirc $P \Leftrightarrow Q$ còn được phát biểu là " P khi và chỉ khi Q ", " P tương đương với Q ", hay
	"P là điều kiện cần và đủ để có Q ".
	⚠ Trong logic học, hai mệnh đề P, Q tương đương với nhau hoàn toàn không có nghĩa
	A Trong logic học, hai mệnh đề P, Q tương đương với nhau hoàn toàn không có nghĩa là nội dung của chúng như nhau, mà nó chỉ nói lên rằng chúng có cùng giá trị chân
	lí (cùng đúng hoặc cùng sai). Ví dụ: "Hình vuông có một góc tù khi và chỉ khi 100 là số nguyên tố" là một mệnh đề
	vi uụ. Hinh vương có một gọc từ khi và chi khi 100 từ số nguyên tố từ một mệnh để đúng.
	6. Mênh đề có chứa kí hiệu ∀ và ∃
	\odot Kí hiệu \forall (với mọi): " $\forall x \in X, P(x)$ " hoặc " $\forall x \in X : P(x)$ ".
	\odot Kí hiệu \exists (tồn tại): " $\exists x \in X, P(x)$ " hoặc " $\exists x \in X : P(x)$ ".
	•
	$igotimes Phủ định của mệnh đề "\exists x \in X, P(x)" là mệnh đề "\forall x \in X, \overline{P(x)}".$
	B. CÁC DẠNG TOÁN
	📂 Dạng 1. Xác định mệnh đề & xét tính đúng - sai của mệnh đề
	1. Wide minh has
	1. Ví dụ minh hoạ
	VÍ DỤ 1. Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề toán học?
	a) Hà Nội là Thủ đô của Việt Nam.
	b) Số π là một số hữu tỉ.
	c) $x=1$ có phải là nghiệm của phương trình $x^2-1=0$ không?
	d) Phương trình $3x^2 - 5x + 2 = 0$ có nghiệm nguyên.
	e) $5 < 7 - 3$.
	f) Đây là cách xử lí khôn ngoan!
	VÌ DỤ 2. Trong các mệnh đề toán học sau đây, mệnh đề nào là một khẳng định đúng? Mệnh đề nào là một khẳng định sai?

a) P: "Tổng hai góc đối của một tứ giác nội tiếp bằng 180° ".

b) Q: "7 là số chính phương".

c) R: "1 là số nguyên tố".

VÍ DỤ 3. Thay dấu "?" bằng dấu "x" vào ô thích hợp trong bảng sau

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
13 là số nguyên tố.	?	?	?
Tổng độ dài hai cạnh bất kì của			
một tam giác nhỏ hơn độ dài cạnh	?	?	?
còn lại.			
Bạn đã làm bài tập chưa?	?	?	?
Thời tiết hôm nay thật đẹp!	?	?	?
9 > 2.	?	?	?
27 chia hết cho 5.	?	?	?
2 + 3 = 6.	?	?	?
36 là số chính phương.	?	?	?
Chó có khôn hơn lợn không?	?	?	?

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề toán học?

- a) Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm.
- b) Mọi số tự nhiên đều là số dương.
- c) Có sự sống ngoài Trái Đất.
- d) Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động.

BÀI 2. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

a)
$$\pi < \frac{10}{3}$$
.

- b) Phương trình 3x + 7 = 0 có nghiệm.
- c) Tồn tại số cộng với chính nó bằng 0. d) 2022 là hợp số.

BÀI 3. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

- a) 1993 chia hết cho 3.
- b) $\sqrt{12}$ là một số hữu tỉ.
- c) 9 là một số chính phương.
- d) $|-1997| \le 0$.

BÀI 4. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

a)
$$\sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$
. b) $(\sqrt{2} - \sqrt{18})^2 \geqslant 8$. c) $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2$ là một số hữu tỉ.

d) x=2 là một nghiệm của phương trình $\frac{x^2-4}{x-2}=0$.

BÀI 5. Thay dấu "?" bằng dấu "x" vào ô thích hợp trong bảng sau

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
Hãy đi nhanh lên!	?	?	?
5 + 7 + 4 = 15.	?	?	?
Phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ có nghiệm.	?	?	?
$2^{10} - 1$ chia hết cho 11.	?	?	?
Có vô số số nguyên tố.	?	?	?
Bây giờ là mấy giờ?	?	?	?
$\sqrt{5}$ là số vô tỉ.	?	?	?

Q	-	\sim	м	$\boldsymbol{\frown}$	
			IIVII		
	411	_	III.	$\overline{}$	4 8 9

QUICK NOTE		ạng 2. Mệnh đề phủ định, mệnh đề	
	ado,	mệnh đề kéo theo, tương đương	
	1. Ví dụ minh hoạ		
	VÍ DỤ 1. Phát biểu mệnh đ mệnh đề phủ định đó.	đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai c	ủа
	a) $P: \sqrt{5}$ là số hữu tỉ".		
	b) Q : "Tổng ba góc trong	một tam giác bằng 180°".	
	c) R : "25 là một số chính	phương".	
	d) T: "Hình vuông không	phải là hình bình hành".	
		. $^{\circ}$	1
	$AC^2 = BC^2$ ". Phát biểu và C	cho biết mệnh đề sau đúng hay sai.	+
	a) $P \Rightarrow Q$.	b) $Q \Rightarrow P$.	
	•	ai đường trung tuyến $BM,CN.$ Lập mệnh đề $P\Rightarrow Q$ và mệ	nh
	đề đảo của nó, rồi xét tính đ	tung sai của chúng khi	
	a) P : "Góc A tù" và Q : "	Cạnh BC lớn nhất".	
	b) P : " $BM = CN$ " và Q :	: "tam giác ABC cân".	
		$MA\perp MB$ thì M thuộc đường tròn đường kính AB ". Hãy x	
	định giả thiết của định lí, kế đủ" để phát biểu lại định lí.	t luận của định lí và dùng thuật ngữ "điều kiện cần", "điều ki	ện
		đề $P \Leftrightarrow Q$ và cho biết tính đúng sai của nó.	
		hình vuông" và Q : "Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có $AC = BI$) ;;
	,		
	b) P : "Điểm M năm trên Oy ".	phân giác của góc xOy " và Q : "Điểm M cách đều hai cạnh C	'x,
	c) P : "Tam giác ABC đề	u" và Q : "Tam giác ABC có ba đường cao bằng nhau".	
	2. Bài tập tự luận		
	· ·	phủ định của các mệnh đề sau	
	a) A: "2022 chia hết cho		
	,	nhiên liên tiếp chia hết cho 6".	
	c) C : "Phương trình x^2 +	•	
	BAI 2. Hãy lập mệnh đề ph định đó đúng hay sai?	nủ định của các mệnh đề sau đây và cho biết các mệnh đề p	nů
	a) A: "735 là số nguyên t	ố"	
	,	-9x - 2011 = 0 vô nghiệm".	
	,		
	c) C: "Đường tròn có một	· ·	
	d) D : "Hai đường thăng s	song song không có điểm chung".	
	BÀI 3. Phát biểu mệnh đề	đảo của mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo.	
	a) Nếu một số chia hết ch	no 6 thì số đó chia hết cho 3.	
	b) Nếu một số là số tự nh	niên lẻ thì nó là số nguyên tố.	
	c) Nếu $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP}$ thì Δ	$\triangle ABC \backsim \triangle MNP.$	

MÊNH ĐỀ - TẬP HỢP VNPmath - 0962940819 BÀI 4. Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề **QUICK NOTE** đảo. a) Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau. b) Nếu tứ giác ABCD là hình bình hành thì nó có hai cạnh đối song song và bằng nhau. BAI 5. Hãy xác định giả thiết, kết luận đồng thời dùng thuật ngữ "điều kiện đủ", để phát biểu các định lí sau a) Nếu a và b là hai số hữu tỉ thì tổng a + b cũng là số hữu tỉ. b) Nếu một số tự nhiên n có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì nó chia hết cho 9. **BÀI 6.** Cho định lí "Cho số tự nhiên n, nếu n^5 chia hết cho 5 thì n chia hết cho 5". Định lí này được viết dưới dạng $P \Rightarrow Q$. a) Hãy xác định các mệnh đề P và Q. b) Phát biểu định lí trên bằng cách dùng thuật ngữ "điều kiện cần". c) Phát biểu định lí trên bằng cách dùng thuật ngữ "điều kiện đủ". Hãy phát biểu định lí đảo (nếu có) của đinh lí trên rồi dùng các thuật ngữ "điều kiên cần và điều kiên đủ" phát biểu gộp cả hai định lí thuận và đảo. **BAI 7.** Cho tam giác ABC với trung tuyến AM. Xét hai mệnh đề P: "Tam giác ABC vuông tại A". Q: "Trung tuyến AM bằng một nửa cạnh BC" a) Hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề này đúng hay sai? b) Hãy phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$. Mệnh đề này đúng hay sai? c) Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai? **BÁI 8.** Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó. a) P: "Tứ giác ABCD là hình chữ nhật" và Q: "Tứ giác ABCD có AC và BD cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường". b) P: "Hình thang ABCD nôi tiếp một đường tròn" và Q: "Hình thang ABCD cân". **BÀI 9.** Hãy phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai nếu biết a) P: "a và b cùng chia hết cho c" và Q: "a + b chia hết cho c". b) P: "a chia hết cho 3" và Q: "a chia hết cho 9". c) P: "ABCD là hình chữ nhất" và Q: "Tứ giác ABCD có ba góc vuông". 🖶 Dạng 3. Mệnh đề chứa biến- mệnh đề chứa kí hiệu ∀ và ∃ Kí hiệu ∀ đọc là "với mọi". Kí hiệu ∃ đọc là "có một" (tồn tại một) hay "có ít nhất một" (tồn tại ít nhất một). Mối quan hệ giữa \exists và \forall .

Cho mệnh đề " $P(x), x \in X$ ".

Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in X, P(x)$ " là mệnh đề " $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ".

Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in X, P(x)$ " là mệnh đề " $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ".

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DỤ 1. Xét câu "n là số chẵn". (với n là số nguyên)

Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này. Tuy nhiên, với mỗi giá trị của n thuộc tập số nguyên, câu này cho ta một mệnh đề. Chẳng hạn,

- \bigcirc Với n=1 ta được mệnh đề "1 là số chẵn" (đây là mệnh đề sai).
- \odot Với n=2 ta được mệnh đề "2 là số chẵn" (đây là mệnh đề đúng).

Ta nói rằng câu "n là số chẵn" là một mệnh đề chứa biến.

GV.VI	J NGOC PHA	λT

• *************************************	
QUICK NOTE	VÍ DỤ 2. Xét câu " $x > 1$ ". Hãy tìm hai giá trị thực của x , ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.
	VÍ DỤ 3. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề chứa biến?
	a) 18 chia hết cho 9;
	b) $3n$ chia hết cho 9.
	VÍ DỤ 4. Cho mệnh đề $P\colon "\forall x\in \mathbb{N}: x-2>0"$. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề P . Xét tính đúng sai của mệnh đề \overline{P} .
	VÍ DỤ 5. Viết mệnh đề phủ định của mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của nó. $P\colon$ " $\exists x\in\mathbb{R}, x^2+1=0$ ".
	2. Bài tập tự luận
	BÀI 1. Cho câu " $x > 5$ ". Hãy tìm hai giá trị thực của x để từ câu đã cho, ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.
	BÀI 2. Sử dụng kí hiệu "∀" để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.
	a) P : "Với mọi số thực $x, x^2 + 1 > 0$ ".
	b) Q : "Với mọi số tự nhiên $n, n^2 + n$ chia hết cho 6".
	BÁI 3. Sử dụng kí hiệu "∃" để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.
	a) M : "Tồn tại số thực x sao cho $x^3 = -8$ ".
	b) N : "Tồn tại số nguyên x sao cho $2x + 1 = 0$ ".
	BÀI 4. Bạn An nói "Mọi số thực đều có bình phương là một số không âm". Bạn Bình phủ định lại câu nói của bạn An "Có một số thực mà bình phương của nó là một
	số âm".
	a) Sử dụng kí hiệu "∀" để viết mệnh đề của bạn An.
	b) Sử dụng kí hiệu "∃" để viết mệnh đề của bạn Bình.
	BÀI 5. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau
	a) $\forall x \in \mathbb{R}, x \geq x$.
	b) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0.$
	BÀI 6. Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau
	a) Tồn tại số nguyên chia hết cho 3.
	b) Mọi số thập phân đều viết được dưới dạng phân số.
	BÀI 7. Phát biểu các mệnh đề sau
	a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$.
	b) $\exists x \in \mathbb{R}, \frac{1}{x} > x$.
	BÀI 8. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề
	phủ định đó
	a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2x - 2$.
	b) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 2x - 1.$
	~/ , ~ = = = = = = = = = = = = = = = = = =

c) $\exists x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} \ge 2.$

d) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0.$

QUICK NOTE

BÀI 9. Trong tiết học môn Toán, Nam phát biểu: "Mọi số thực đều có bình phương khác 1". Mai phát biểu: "Có một số thực mà bình phương của nó bằng 1".

- a) Hãy cho biết bạn nào phát biểu đúng.
- b) Dùng kí hiệu ∀, ∃ để viết lại các phát biểu của Nam và Mai dưới dạng mệnh đề.
- BÀI 10. Phát biểu bằng lời mệnh đề sau và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 < 0$$

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CUỐI BÀI

CÂU 1. Phát biểu nào dưới đây là mệnh đề?

 \mathbf{A} 2 + 3 = 9.

B Phong cảnh đẹp quá!.

 $(\mathbf{C})5 - x = 7.$

DBây giờ là mấy giờ?.

CÂU 2. Các câu sau đây, câu nào không là mệnh đề?

- A Phương trình $x^2 x + 1 = 0$ vô nghiệm.
- **(B)**x + y > 1.
- (\mathbf{C}) 12 không là số nguyên tố.
- \bigcirc Hai phương trình $x^2 4x + 3 = 0$ và $2x^2 \sqrt{x+3} = 0$ có nghiệm chung.

CÂU 3. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề đúng?

- (A) Nếu $a \ge b$ thì $a^2 \ge b^2$.
- (**B**) Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3.
- (C) Nếu bạn tự tin thì bạn thành công.
- Nếu một tam giác có một góc bằng 60° thì tam giác đó đều.

CÂU 4. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A Phương trình $x^2 + bx + c = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow b^2 4c \ge 0$.
- $\bigcirc \Delta ABC$ vuông tại $A \Leftrightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 90^{\circ}$.
- $(\mathbf{D})n^2 \operatorname{ch}\tilde{\mathrm{a}}\mathrm{n} \Leftrightarrow n \operatorname{ch}\tilde{\mathrm{a}}\mathrm{n}.$

CÂU 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- $\mathbf{A} \exists x \in \mathbb{R}, \ x^2 3x + 2 = 0.$
- $(\mathbf{B}) \forall x \in \mathbb{R}, \ x^2 + 1 > 0.$

 \bigcirc $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0.$

CÂU 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?

- lack A Nếu số nguyên n có chữ số tận cùng là 5 thì số nguyên n chia hết cho 5.
- B Nếu tứ giác ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác ABCD là hình bình hành.
- (\mathbf{C}) Nếu tứ giác ABCD là hình chữ nhật thì tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau.
- igodownNếu tứ giác ABCD là hình thoi thì tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau.

CÂU 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo là sai?

- (A) Nếu tam giác ABC cân thì tam giác có hai cạnh bằng nhau.
- (**B**) Nếu a chia hết cho 6 thì a chia hết cho 2 và 3.
- \bigcirc Nếu ABCD là hình bình hành thì AB song song với CD.
- Nếu tứ giác có hai đường chéo vuông góc thì tứ giác đó là hình thọi.

CÂU 8. Cho mệnh đề P(x): " $\forall x \in \mathbb{R}, \ x^2 + x + 1 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề P(x) là

- (\mathbf{A}) " $\forall x \in \mathbb{R}, \ x^2 + x + 1 < 0$ ".
- \mathbf{C} " $\exists x \in \mathbb{R}, \ x^2 + x + 1 \le 0$ ".
- $r \in \mathbb{R}$ $r^2 + r + 1 > 0$

CÂU 9. Cho mệnh đề P: " $\exists x \in \mathbb{R}, x < \frac{1}{x}$ ". Xác định mệnh đề phủ định của mệnh đề P.

\sim	JICK	NIC	7
Ыι	лСк		JIE

$lack P$: " $\exists x \in \mathbb{R}, \ x \geq \frac{1}{x}$ "	$x \geq \frac{1}{x}$	\mathbb{R}, x	$\in \mathbb{I}$	$``\exists x$	$lackbox{$\overline{P}$}$:
---	----------------------	-----------------	------------------	---------------	-----------------------------

$$\mathbf{B} \overline{P} \colon \text{``} \forall x \in \mathbb{R}, \, x > \frac{1}{x} \text{''}.$$

$$\overline{\mathbf{c}} \overline{P} \colon \text{``} \forall x \in \mathbb{R}, \ x \ge \frac{1}{x}$$
.''.

$$\mathbf{D}\overline{P}$$
: " $\exists x \in \mathbb{R}, x > \frac{x}{x}$ ".

CÂU 10. Cách phát biểu nào sau đây **không** thể dùng để phát biểu mệnh đề $A \Rightarrow B$?

(A) Nếu A thì B.

- $(\mathbf{B})A$ kéo theo B.
- $(\mathbf{C})A$ là điều kiện đủ để có B.
- $(\mathbf{D})A$ là điều kiện cần để có B.

CÂU 11. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- (A) Với mọi số thực x, nếu x < -2 thì $x^2 > 4$.
- **B**) Với mọi số thực x, nếu $x^2 < 4$ thì x < -2.
- (C) Với mọi số thực x, nếu x < -2 thì $x^2 < 4$.
- \bigcirc Với mọi số thực x, nếu $x^2 > 4$ thì x > -2.

CÂU 12. Biết A là mệnh đề sai và B là mệnh đề đúng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$(\mathbf{A})B \Rightarrow A.$$

$$(\mathbf{B})B \Leftrightarrow A.$$

$$\overline{\mathbf{C}}\overline{A} \Leftrightarrow \overline{B}.$$

$$DB \Rightarrow \overline{A}$$
.

CÂU 13. Cho $P \Leftrightarrow Q$ là mệnh đề đúng. Khẳng định nào sau đây là sai?

$$\overline{\mathbf{A}}\overline{P}\Leftrightarrow Q$$
 sai.

$$(\mathbf{B}) \stackrel{\cdot}{\overline{P}} \Leftrightarrow \overline{Q}$$
 đúng.

$$\overline{\mathbf{C}}$$
 $\overline{Q} \Leftrightarrow P$ sai.

$$(\mathbf{D})\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$$
 sai.

CÂU 14. Cho A, B, C là ba mệnh đề đúng. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

$$(\mathbf{A})A \Rightarrow (B \Rightarrow \overline{C}). \quad (\mathbf{B})C \Rightarrow \overline{A}.$$

$$(\mathbf{B})C \Rightarrow \overline{A}$$

$$(\mathbf{C})B \Rightarrow (\overline{A \Rightarrow C}).$$

$$(\mathbf{C})B \Rightarrow (\overline{A \Rightarrow C}). \quad (\mathbf{D})C \Rightarrow (A \Rightarrow B).$$

CÂU 15. Trong các mệnh đề nào sau đây mệnh đề nào sai?

- (A) Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một góc bằng nhau.
- (B) Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông.
- (C) Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại.
- (D)Môt tam giác là đều khi và chỉ khi chúng có hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng 60°.

CÂU 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- (A) Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
- (B) Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
- (C) Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.
- (D) Tích của hai số tư nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

CÂU 17. Cho mệnh đề chứa biến P(x): " $x > x^3$ ". Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

 $(\mathbf{A})P(1)$ là mệnh đề sai.

 $(\mathbf{B})P(1)$ là mệnh đề đúng.

 $(\mathbf{C})P(1)$ là mệnh đề vừa đúng vừa sai.

 $(\mathbf{D})P(1)$ không phải là mệnh đề.

CÂU 18. Xét mệnh đề chứa biến P(x): " $x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x \ge 0$ ". Tìm một giá trị của biến để được mệnh đề đúng.

$$\mathbf{A} x = \frac{1}{4}.$$

$$\mathbf{B}$$
 $x=3$.

$$\mathbf{C}$$
 $x=1$.

$$(\mathbf{D})x = 0.5.$$

CÂU 19. Mệnh đề nào dưới đây sai?

B
$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2 + 2} > \frac{5}{2}, \forall x.$$

$$\mathbf{c} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \ge \frac{1}{3}, \, \forall x.$$

CÂU 20. Mệnh đề nào sau đây sai?

B)
$$\exists x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 + (x+1)^2 = 0.$$

$$\bigcirc \exists x \in \mathbb{Q}, \ x < \frac{1}{x}.$$

$$(\mathbf{D})\exists n \in \mathbb{N}, (1+2+3+\cdots+n) : 11.$$

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. MỆNH ĐỀ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Mệnh đề

Mệnh dề toán học (gọi tắt là mệnh dề) là một khẳng định về một sự kiện toán học **hoặc đúng hoặc sai**, **không thể vừa đúng vừa sai**.

❷ Mệnh đề thường được kí hiệu bằng các chữ cái in hoa. Ví dụ: Q: "6 chia hết cho 3".



- ❷ Các câu hỏi, câu cảm thán, câu mệnh lệnh không phải là mệnh đề.
- Một câu chưa xác định được đúng hay sai nhưng chắc chắn nó chỉ đúng hoặc sai (không thể vừa đúng vừa sai) cũng là một mệnh đề. Ví dụ: "2^{2023²+2023+1} + 1 là số nguyên tố" là một mệnh đề.
- ☑ Trong thực tế, có những mệnh đề mà tính đúng sai của nó luôn gắn với một thời gian và địa điểm cụ thể: đúng ở thời gian hoặc địa điểm này nhưng sai ở thời gian hoặc địa điểm khác. Nhưng ở bất kì thời gian, địa điểm nào cũng luôn có giá trị chân lí hoặc đúng hoặc sai. Ví dụ: Số 1 là số tự nhiên nhỏ nhất. (Trong một số chương trình, tập số tự nhiên không bao gồm số 0. Tìm hiểu thêm ở topic: "Natural Number" trên Wikipedia)

2. Mệnh đề chứa biến

Những khẳng định mà tính đúng, sai của chúng phụ thuộc vào giá trị của biến gọi là *mệnh đề chứa biến*.

Ví dụ: Cho $P(x): x > x^2$ với x là số thực. Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này, do đó nó chưa phải là mệnh đề.

Tuy nhiên, khi thay x bởi những giá trị cụ thể thì ta được một mệnh đề, chẳng hạn, P(2) là mệnh đề sai, $P\left(\frac{1}{2}\right)$ là mệnh đề đúng.

3. Mệnh đề phủ định

Cho mệnh đề P. Mệnh đề "Không phải P" được gọi là mệnh đề phủ định của P và kí hiệu là \overline{P} .

- $oldsymbol{\Theta}$ Mệnh đề P và mệnh đề phủ định \overline{P} là hai khẳng định trái ngược nhau. Nếu P đúng thì \overline{P} sai, nếu P sai thì \overline{P} đúng.
- $oldsymbol{oldsymbol{eta}}$ Mệnh đề phủ định của P có thể diễn đạt theo nhiều cách khác nhau. Chẳng hạn, xét mệnh đề P: "2 là số chẵn". Khi đó, mệnh đề phủ định của P có thể phát biểu là \overline{P} : "2 không phải là số chẵn" hoặc "2 là số lẻ".

4. Mênh đề kéo theo và mênh đề đảo

Cho hai mệnh đề P và Q. Mệnh đề "Nếu P thì Q" được gọi là mệnh đề kéo theo.

- \odot Kí hiệu là $P \Rightarrow Q$.
- Θ Mệnh đề kéo theo chỉ sai khi P đúng Q sai.
- $\bigcirc P \Rightarrow Q$ còn được phát biểu là "P kéo theo Q", "P suy ra Q" hay "Vì P nên Q".

Δ

Trong toán học, định lí là một mệnh đề đúng, thường có dạng $P \Rightarrow Q$. Khi đó ta nói

- ❷ P là qiả thiết, Q là kết luân của đinh lí.
- ❷ P là điều kiện đủ để có Q, còn Q là điều kiện cần để có P.

A

Trong logic toán học, khi xét giá trị chân lí của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ người ta không quan tâm đến mối quan hệ về nội dung của hai mệnh đề P, Q. Không phân biệt trường hợp P có phải là nguyên nhân để có Q hay không mà chỉ quan tâm đến tính đúng, sai của chúng.

Ví dụ: "Nếu mặt trời quay quanh trái đất thì Việt Nam nằm ở châu Âu" là một mệnh đề đúng. Vì ở đây hai mệnh đề P: "Mặt trời quay xung quanh trái đất" và Q: "Việt Nam nằm ở châu Âu" đều là mệnh đề sai. (Tìm hiểu thêm ở topic "Mệnh đề toán học" trên Wikipedia)

Cho mệnh đề kéo theo $P\Rightarrow Q$. Mệnh đề $Q\Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P\Rightarrow Q$.

Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là một mệnh đề đúng.

5. Mênh đề tương đương

Menn de tuong duong

Cho hai mệnh đề P và Q. Mệnh đề có dạng "P nếu và chỉ nếu Q" được gọi là mệnh đề tương đương.

- \odot Kí hiệu là $P \Leftrightarrow Q$.
- \bigcirc $P \Leftrightarrow Q$ còn được phát biểu là "P khi và chỉ khi Q", "P tương đương với Q", hay "P là điều kiện cần và đủ để có Q".

Trong logic học, hai mệnh đề P, Q tương đương với nhau hoàn toàn không có nghĩa là nội dung của chúng như nhau, mà nó chỉ nói lên rằng chúng có cùng giá trị chân lí (cùng đúng hoặc cùng sai).

Ví dụ: "Hình vuông có một góc tù khi và chỉ khi 100 là số nguyên tố" là một mệnh đề đúng.

6. Mênh đề có chứa kí hiệu \forall và \exists

- \odot Kí hiệu \exists (tồn tại): " $\exists x \in X, P(x)$ " hoặc " $\exists x \in X : P(x)$ ".

A

- $igotimes Phủ định của mệnh đề "<math>\forall x \in X, P(x)$ " là mệnh đề " $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ".
- \bigcirc Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in X, P(x)$ " là mệnh đề " $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ".

B. CÁC DANG TOÁN

Dạng 1. Xác định mệnh đề & xét tính đúng - sai của mệnh đề

1. Ví dụ minh hoạ

VÍ DU 1. Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề toán học?

- a) Hà Nội là Thủ đô của Việt Nam.
- b) Số π là một số hữu tỉ.
- c) x = 1 có phải là nghiệm của phương trình $x^2 1 = 0$ không?
- d) Phương trình $3x^2 5x + 2 = 0$ có nghiệm nguyên.
- e) 5 < 7 3.
- f) Đây là cách xử lí khôn ngoan!

🗩 Lời giải.

- a) Phát biểu "Hà Nội là Thủ đô của Việt Nam" là mệnh đề nhưng không phải là mệnh đề toán học.
- b) Phát biểu "Số π là một số hữu tỉ" là một mệnh đề toán học.
- c) Phát biểu "x = 1 có phải là nghiệm của phương trình $x^2 1 = 0$ không?" là một câu hỏi nên không phải là một mệnh đề toán học.
- d) Phát biểu "Phương trình $3x^2 5x + 2 = 0$ có nghiệm nguyên" là một mệnh đề toán học.
- e) Phát biểu "5 < 7 3" là một mệnh đề toán học.
- f) Phát biểu "Đây là cách xử lí khôn ngoan!" là một câu cảm thán nên không phải là một mệnh đề toán học.

VÌ DỤ 2. Trong các mệnh đề toán học sau đây, mệnh đề nào là một khẳng định đúng? Mệnh đề nào là một khẳng định sai?

- a) P: "Tổng hai góc đối của một tứ giác nội tiếp bằng 180°".
- b) Q: "7 là số chính phương".

c) R: "1 là số nguyên tố".

🗩 Lời giải.

Mệnh đề P là mệnh đề đúng. Mệnh đề Q và R là mệnh đề sai.

VÍ DỤ 3. Thay dấu "?" bằng dấu "x" vào ô thích hợp trong bảng sau

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai			
13 là số nguyên tố.	?	?	?			
Tổng độ dài hai cạnh bất kì của một tam giác nhỏ hơn độ dài cạnh còn lai.	?	?	?			
Bạn đã làm bài tập chưa?	?	?	?			
Thời tiết hôm nay thật đẹp!	?	?	?			
9 > 2.	?	?	?			
27 chia hết cho 5.	?	?	?			
2 + 3 = 6.	?	?	?			
36 là số chính phương.	?	?	?			
Chó có khôn hơn lợn không?	?	?	?			

🗩 Lời giải.

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
13 là số nguyên tố.		X	
Tổng độ dài hai cạnh bất kì của			
một tam giác nhỏ hơn độ dài cạnh			X
còn lại.			
Bạn đã làm bài tập chưa?	X		
Thời tiết hôm nay thật đẹp!	X		
9 > 2.		X	
27 chia hết cho 5.			X
2+3=6.			X
36 là số chính phương.		X	
Chó có khôn hơn lợn không?	X		

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề toán học?

- a) Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm.
- b) Mọi số tự nhiên đều là số dương.
- c) Có sự sống ngoài Trái Đất.
- d) Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động.

🗩 Lời giải.

- ❷ Phát biểu "Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm" là mệnh đề toán học.
- ❷ Phát biểu "Mọi số tự nhiên đều là số dương" là mệnh đề toán học.
- ❷ Phát biểu "Có sự sống ngoài Trái Đất" là mệnh đề nhưng không là mệnh đề toán học.
- ❷ Phát biểu "Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động" là mệnh đề nhưng không là mệnh đề toán học.

BÀI 2. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

a)
$$\pi < \frac{10}{3}$$
.

- b) Phương trình 3x + 7 = 0 có nghiệm.
- c) Tồn tại số cộng với chính nó bằng 0.
- d) 2022 là hợp số.

🗭 Lời giải

- a) Mệnh đề " $\pi < \frac{10}{3}$ " là mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề "Phương trình 3x+7=0 có nghiệm" là mệnh đề đúng vì $3x+7=0 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{3}$.
- c) Mệnh đề "Tồn tại số cộng với chính nó bằng 0" là mệnh đề đúng vì 0+0=0.
- d) Mệnh đề "2022 là hợp số" là mệnh đề đúng vì 2022 có ít nhất 3 ước là 1; 2 và 2022.

BÀI 3. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

a) 1993 chia hết cho 3.

b) $\sqrt{12}$ là một số hữu tỉ.

c) 9 là một số chính phương.

d) $|-1997| \le 0$.

₽ Lời giải.

- a) Mệnh đề "1993 chia hết cho 3" là mệnh đề sai vì 1993 chia 3 dư 1.
- b) Mệnh đề " $\sqrt{12}$ là một số hữu tỉ" là mệnh đề sai vì $\sqrt{12}$ là một số vô tỉ.
- c) Mệnh đề "9 là một số chính phương" là mệnh đề đúng vì $\sqrt{9} = 3$.
- d) Mệnh đề "
| $-1997|\leqslant 0$ " là mệnh đề sai vì |-1997|=1997>0.

BÀI 4. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

a)
$$\sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$
.

b)
$$(\sqrt{2} - \sqrt{18})^2 \ge 8$$
.

c) $\left(\sqrt{3} + \sqrt{12}\right)^2$ là một số hữu tỉ.

d) x=2 là một nghiệm của phương trình $\frac{x^2-4}{x-2}=0$.

🗩 Lời giải.

- a) Mệnh đề " $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} \sqrt{2}}$ " là mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề " $\left(\sqrt{2}-\sqrt{18}\right)^2\geqslant 8$ " là mệnh đề đúng vì $\left(\sqrt{2}-\sqrt{18}\right)^2=8.$
- c) Mệnh đề " $\left(\sqrt{3}+\sqrt{12}\right)^2$ là một số hữu tỉ" là mệnh đề đúng vì $\left(\sqrt{3}+\sqrt{12}\right)^2=27.$
- d) Mệnh đề "x=2 là một nghiệm của phương trình $\frac{x^2-4}{x-2}=0$ " là mệnh đề sai vì x=2 vi phạm điều kiện xác định của phương trình.

BÀI 5. Thay dấu "?" bằng dấu "x" vào ô thích hợp trong bảng sau

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai		
Hãy đi nhanh lên!	?	?	?		
5 + 7 + 4 = 15.	?	?	?		
Phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ có nghiệm.	?	?	?		
$2^{10} - 1$ chia hết cho 11.	?	?	?		
Có vô số số nguyên tố.	?	?	?		
Bây giờ là mấy giờ?	?	?	?		
$\sqrt{5}$ là số vô tỉ.	?	?	?		

🗭 Lời giải.

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
Hãy đi nhanh lên!	X		
5 + 7 + 4 = 15.			X
Phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ có nghiệm.		х	
$2^{10} - 1$ chia hết cho 11.		X	
Có vô số số nguyên tố.		X	
Bây giờ là mấy giờ?	X		
$\sqrt{5}$ là số vô tỉ.		X	

🖶 Dạng 2. Mệnh đề phủ định, mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo, tương đương

1. Ví du minh hoa

VÍ DU 1. Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

- a) $P: \sqrt{5}$ là số hữu tỉ".
- b) Q: "Tổng ba góc trong một tam giác bằng 180° ".
- c) R: "25 là một số chính phương".
- d) T: "Hình vuông không phải là hình bình hành".

P Lời giải.

- a) Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là \overline{P} : " $\sqrt{5}$ không phải là số hữu tỉ". Đây là một mệnh đề đúng vì $\sqrt{5}$ không thể biểu diễn dưới dạng $\frac{a}{h}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$.
- b) Mệnh đề phủ định của mệnh đề Q là \overline{Q} : "Tổng ba góc trong tam giác không bằng 180°. Đây là một mệnh đề sai.
- c) Mệnh đề phủ định của mệnh đề R là \overrightarrow{R} : "25 không phải là một số chính phương". Đây là một mệnh đề sai.
- d) Mệnh đề phủ định của mệnh đề T là \overline{T} : "Hình vuông là hình bình hành". Đây là một mệnh đề đúng.

VÍ DỤ 2. Cho tam giác ABC. Xét hai mệnh đề P: "tam giác ABC vuông" và Q: " $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ". Phát biểu và cho biết mệnh đề sau đúng hay sai.

a) $P \Rightarrow Q$. Lòi giải.

b) $Q \Rightarrow P$.

- a) Mênh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu tam giác ABC vuông thì $AB^2 + AC^2 = BC^2$. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ sai vì chưa chắc tam giác ABC đã vuông tại A.
- b) Mệnh đề $Q\Rightarrow P$ là "Nếu tam giác ABC có $AB^2+AC^2=BC^2$ thì tam giác vuông". Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ đúng (theo định lí Py-ta-go).

VÌ DU 3. Cho $\triangle ABC$ có hai đường trung tuyến BM, CN. Lập mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề đảo của nó, rồi xét tính đúng sai của chúng khi

- a) P: "Góc A tù" và Q: "Canh BC lớn nhất".
- b) P: "BM = CN" và Q: "tam giác <math>ABC cân".

Lời giải.

- a) P: "Góc A tù" và Q: "Cạnh BC lớn nhất".
 - $\ensuremath{ \bigodot}$ Mệnh đề $P\Rightarrow Q$ là "Nếu góc A tù thì cạnh BC lớn nhất". Đây là mệnh đề đúng.
 - Θ Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là "Nếu cạnh BC lớn nhất thì A là góc từ". Đây là mệnh đề sai (A vẫn có thể là góc nhọn hoặc góc vuông).
- b) P: "BM = CN" và Q: "tam giác <math>ABC cân".
 - Θ Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu BM = CN thì tam giác ABC cân". Đây là một mệnh đề đúng.
 - igotimes Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là "Nếu tam giác ABC cân thì BM = CN". Đây là một mệnh đề sai vì chưa chắc tam giác ABCđã cân tại A.

VÍ DỤ 4. Cho định lí "Nếu $MA \perp MB$ thì M thuộc đường tròn đường kính AB". Hãy xác định giả thiết của định lí, kết luận của định lí và dùng thuật ngữ "điều kiện cần", "điều kiện đủ" để phát biểu lại định lí.

Lời giái.

Giả thiết của định lí là $MA \perp MB$.

Kết luật của định lí là M thuộc đường tròn đường kính AB.

 \odot Điều kiện cần để $MA \perp MB$ là M thuộc đường tròn đường kính AB.

 $\ensuremath{ \bigodot}$ Điều kiện đủ để M thuộc đường tròn đường kính AB là $MA \perp MB.$

VÍ DỤ 5. Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và cho biết tính đúng sai của nó.

- a) P: "Tứ giác ABCD là hình vuông" và Q: "Tứ giác ABCD là hình thoi có AC = BD".
- b) P: "Điểm M nằm trên phân giác của góc xOy" và Q: "Điểm M cách đều hai cạnh Ox, Oy".
- c) P: "Tam giác ABC đều" và Q: "Tam giác ABC có ba đường cao bằng nhau".

🗩 Lời giải.

- a) Mệnh đề tương đương $P\Leftrightarrow Q$ là "Tứ giác ABCD là hình vuông khi và chỉ khi tứ giác ABCD là hình thoi có AC=BD". Mệnh đề $P\Leftrightarrow Q$ đúng vì mệnh đề $P\Rightarrow Q$ và mệnh đề $Q\Rightarrow P$ là hai mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ là "Điểm M nằm trên phân giác của góc xOy khi và chỉ khi điểm M cách đều hai cạnh Ox, Oy".

Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ là hai mệnh đề đúng.

c) Mệnh đề tương đương $P\Leftrightarrow Q$ là "Tam giác ABC đều khi và chỉ khi ba đường cao bằng nhau". Mệnh đề $P\Leftrightarrow Q$ đúng vì hai mệnh đề $P\Rightarrow Q$ và $Q\Rightarrow P$ là hai mệnh đề đúng.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau

- a) A: "2022 chia hết cho 7".
- b) B: "Tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6".
- c) C: "Phương trình $x^2 + x + 1 = 0$ vô nghiệm".

🗩 Lời giải.

- a) Mênh đề phủ đinh của mênh đề A là \overline{A} : "2022 không chia hết cho 7".
- b) Mênh đề phủ định của mệnh đề B là \overline{B} : "Tích của ba số tự nhiên liên tiếp không chia hết cho 6".
- c) Mệnh đề phủ định của mệnh đề C là \overline{C} : "Phương trình $x^2 x + 1 = 0$ có nghiệm".

BÀI 2. Hãy lập mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau đây và cho biết các mệnh đề phủ định đó đúng hay sai?

- a) A: "735 là số nguyên tố".
- b) B: "Phương trình $x^2 + 9x 2011 = 0$ vô nghiệm".
- c) C: "Đường tròn có một tâm đối xứng".
- d) D: "Hai đường thẳng song song không có điểm chung".

P Lời giải.

- a) Phủ định của mệnh đề A là \overline{A} : "Số 735 không phải là số nguyên tố". Đây là mệnh đề đúng vì 735:5.
- b) Phủ định của mệnh đề B là \overline{B} : "Phương trình $x^2+9x-2022=0$ có nghiệm". Đây là mệnh đề đúng vì a=1 và c=-2022 trái dấu.
- c) Phủ đinh của mênh đề C là \overline{C} : "Không phải đường tròn có một tâm đối xứng". Đây là một mênh đề sai.
- d) Phủ định của mệnh đề D là \overline{D} : "Hai đường thẳng song song có điểm chung". Đây là mệnh đề sai.

BÀI 3. Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo.

- a) Nếu một số chia hết cho 6 thì số đó chia hết cho 3.
- b) Nếu một số là số tự nhiên lẻ thì nó là số nguyên tố.
- c) Nếu $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP}$ thì $\triangle ABC \sim \triangle MNP$.

Φ Lời aiải.

a) Nếu một số chia hết cho 3 thì số đó chia hết cho 6. Đây là mệnh đề sai.

- b) Nếu một số là số nguyên tố thì nó là số lẻ. Đây là mệnh đề sai vì 2 là số nguyên tố chẵn.
- c) Nếu $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ thì $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP}$. Đây là mệnh đề đúng.

BÁI 4. Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề đảo.

- a) Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau.
- b) Nếu tứ giác ABCD là hình bình hành thì nó có hai canh đối song song và bằng nhau.

Dòi giải.

- a) Nếu hai tam giác có diện tích bằng nhau thì nó bằng nhau. Đây là một mệnh đề sai.
- b) Nếu tứ giác ABCD có hai cạnh đối song song và bằng nhau thì nó là hình bình hành. Đây là mệnh đề đúng.

BÁI 5. Hãy xác định giả thiết, kết luân đồng thời dùng thuật ngữ "điều kiện đủ", để phát biểu các định lí sau

- a) Nếu a và b là hai số hữu tỉ thì tổng a + b cũng là số hữu tỉ.
- b) Nếu một số tự nhiên n có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì nó chia hết cho 9.

Lời giải.

- a) Giả thiết của đinh lí là "a và b là hai số hữu tỉ".
 - Kết luận của định lí là "tổng a + b là số hữu tỉ".

Phát biểu định lí dưới dạng điều kiện đủ "Điều kiện đủ để tổng a + b là số hữu tỉ là cả hai số a và b đều là số hữu tỉ".

b) Giả thiết của định lí là "Một số tự nhiên n có tổng các chữ số chia hết cho 9".

Kết luận của định lí là "n chia hết cho 9".

Phát biểu định lí dưới dạng điều kiện đủ "Điều kiện đủ để n chia hết cho 9 là tổng các chữ số của n chia hết cho 9".

BÁI 6. Cho định lí "Cho số tự nhiên n, nếu n^5 chia hết cho 5 thì n chia hết cho 5". Định lí này được viết dưới dạng $P \Rightarrow Q$.

- a) Hãy xác định các mệnh đề P và Q.
- b) Phát biểu đinh lí trên bằng cách dùng thuật ngữ "điều kiện cần".
- c) Phát biểu đinh lí trên bằng cách dùng thuật ngữ "điều kiên đủ". Hãy phát biểu đinh lí đảo (nếu có) của đinh lí trên rồi dùng các thuật ngữ "điều kiện cần và điều kiện đủ" phát biểu gộp cả hai định lí thuận và đảo.

Lời giải.

- a) P: "n là số tự nhiên và n^5 chia hết cho 5", Q: "n chia hết cho 5".
- b) Với n là số tư nhiên, n chia hết cho 5 là điều kiên cần để n^5 chia hết cho 5.
- c) Với n là số tư nhiên, n^5 chia hết cho 5 là điều kiên đủ để n chia hết cho 5.
- \odot Định lí đảo "Cho số tự nhiên n, nếu n chia hết cho 5 thì n^5 chia hết cho 5".
 - \odot Phát biểu gộp cả hai định lí "Điều kiện cần và đủ để n chia hết cho 5 là n^5 chia hết cho 5".

BÁI 7. Cho tam giác ABC với trung tuyến AM. Xét hai mệnh đề

P: "Tam giác ABC vuông tại A". Q: "Trung tuyến AM bằng một nửa cạnh BC"

- a) Hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề này đúng hay sai?
- b) Hãy phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$. Mệnh đề này đúng hay sai?
- c) Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai?

Lời giải.

- a) Mênh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu tam giác ABC vuông tai A thì trung tuyến AM bằng một nửa canh BC". Đây là mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là "Nếu trung tuyến AM bằng một nửa cạnh BC thì tam giác ABC vuông tại A". Đây là mệnh đề đúng.

- c) Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ là "Tam giác ABC vuông tại A khi và chỉ khi trung tuyến AM bằng một nửa cạnh BC". Mênh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ là hai mênh đề đúng.
- **BÀI 8.** Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó.
 - a) P: "Tứ giác ABCD là hình chữ nhật" và Q: "Tứ giác ABCD có AC và BD cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường".
 - b) P: "Hình thang ABCD nội tiếp một đường tròn " và Q: "Hình thang ABCD cân".

🗩 Lời giải.

- a) Mệnh đề đảo của mệnh đề $P\Rightarrow Q$ là $Q\Rightarrow P$: "Nếu tứ giác ABCD có AC và BD cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường thì nó là hình chữ nhật".
 - Đây là một mệnh đề sai vì tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường thì nó chỉ là hình bình hành, chưa đủ điều kiện để là hình chữ nhật.
- b) Mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là $Q \Rightarrow P$: "Nếu ABCD là hình thang cân thì ABCD nội tiếp một đường tròn". Đây là một mệnh đề đúng vì hình thang cân có tổng hai góc đối bằng 180°.
- **BÀI 9.** Hãy phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai nếu biết
 - a) P: "a và b cùng chia hết cho c" và Q: "a+b chia hết cho c".
 - b) P: "a chia hết cho 3" và Q: "a chia hết cho 9".
 - c) P: "ABCD là hình chữ nhật" và Q: "Tứ giác ABCD có ba góc vuông".

Lời giải.

- a) Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$: "a và b cùng chia hết cho c nếu và chỉ nếu a+b chia hết cho c". Đây là mệnh đề sai vì mệnh đề $P \Rightarrow Q$ đúng nhưng mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là sai.
- b) Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$: "a chia hết cho 3 nếu và chỉ nếu a chia hết cho 9". Đây là mệnh đề sai vì mệnh đề $P\Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng còn mệnh đề $Q\Rightarrow P$ là mệnh đề sai.
- c) Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$: "ABCD là hình chữ nhật khi và chỉ khi nó có ba góc vuông". Đây là một mệnh đề đúng vì mệnh đề $P\Rightarrow Q$ và $Q\Rightarrow P$ là hai mệnh đề đúng.

Þ Dạng 3. Mệnh đề chứa biến- mệnh đề chứa kí hiệu ∀ và ∃

Kí hiệu ∀ đọc là "với mọi".

Kí hiệu ∃ đọc là "có một" (tồn tại một) hay "có ít nhất một" (tồn tại ít nhất một).

Mối quan hệ giữa ∃ và ∀.

Cho mệnh đề " $P(x), x \in X$ ".

Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in X, P(x)$ " là mệnh đề " $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ".

Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in X, P(x)$ " là mệnh đề " $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ".

1. Ví du minh hoa

VÍ DU 1. Xét câu "n là số chẵn". (với n là số nguyên)

Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này. Tuy nhiên, với mỗi giá trị của n thuộc tập số nguyên, câu này cho ta một mệnh đề. Chẳng hạn,

- Θ Với n=1 ta được mệnh đề "1 là số chẵn" (đây là mệnh đề sai).
- Θ Với n=2 ta được mệnh đề "2 là số chẵn" (đây là mệnh đề đúng).

Ta nói rằng câu "n là số chẵn" là một mệnh đề chứa biến.

VI DỤ 2. Xét câu "x > 1". Hãy tìm hai giá trị thực của x, ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai. Lời giải.

- a) Cho x = 2 ta được mệnh đề đúng.
- b) Cho x = 0 ta được mệnh đề sai.
- VÍ DU 3. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề chứa biến?
 - a) 18 chia hết cho 9;
 - b) 3n chia hết cho 9.

🗩 Lời giải.

- a) Câu "18 chia hết cho 9" là mệnh đề nhưng không phải là mệnh đề chứa biến.
- b) Câu "3n chia hết cho 9" là mệnh đề chứa biến, kí hiệu là P(n): "3n chia hết cho 9".

VÍ DỤ 4. Cho mệnh đề P: " $\forall x \in \mathbb{N} : x - 2 > 0$ ". Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề P. Xét tính đúng sai của mệnh đề \overline{P} . $\textcircled{\textbf{p}}$ Lời giải.

Ta có \overline{P} : " $\exists x \in \mathbb{N} : x - 2 \le 0$ ".

Đây là mệnh đề đúng, vì với x = 0 thì x - 2 = -2 < 0.

VÍ DỤ 5. Viết mệnh đề phủ định của mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của nó. $P \colon "\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0"$.

🗩 Lời giải.

Mệnh đề P có thể phát biểu là "Tồn tại một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0".

Phủ định của mệnh đề P là "Không tồn tại một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0".

Tức là "Mọi số thực mà bình phương của nó cộng với 1 khác 0".

Ta có thể viết mệnh đề phủ định của P là \overline{P} : " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0$ ". Mệnh đề phủ định này đúng.

2. Bài tấp tư luân

BÀI 1. Cho câu "x > 5". Hãy tìm hai giá trị thực của x để từ câu đã cho, ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

🗩 Lời giải.

- a) Cho x = 7 ta được mệnh đề đúng
- b) Cho x = 5 ta được mệnh đề sai.

BÀI 2. Sử dụng kí hiệu "∀" để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

- a) P: "Với mọi số thực $x, x^2 + 1 > 0$ ".
- b) Q: "Với mọi số tự nhiên $n, n^2 + n$ chia hết cho 6".

Lời giải.

a) P: "Với mọi số thực $x, x^2 + 1 > 0$ ".

Mệnh đề được viết là P: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$ ".

Xét một số thực x tùy ý, ta phải chứng tỏ rằng $x^2 + 1 > 0$.

Thật vậy, ta có $x^2 + 1 \ge 1 > 0$.

Vây mệnh đề P là mệnh đề đúng.

b) Q: "Với mọi số tư nhiên $n, n^2 + n$ chia hết cho 6".

Mệnh đề được viết là Q: " $\forall n \in \mathbb{N}, (n^2 + n) \stackrel{.}{:} 6$ ".

Để chứng minh mệnh đề Q là sai, ta cần chỉ ra một giá trị cụ thể của n để nhận được mệnh đề sai.

Thật vậy, chon n = 1, ta thấy $n^2 + n = 2$ không chia hết cho 6.

Vây mệnh đề Q là mệnh đề sai.

BÀI 3. Sử dụng kí hiệu "∃" để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

- a) M: "Tồn tại số thực x sao cho $x^3 = -8$ ".
- b) N: "Tồn tại số nguyên x sao cho 2x + 1 = 0".

🗩 Lời giải.

a) M: "Tồn tại số thực x sao cho $x^3 = -8$ ".

Mệnh đề được viết là M: " $\exists x \in \mathbb{R}, x^3 = -8$ ". Để chứng tỏ mệnh đề M là đúng, ta cần chỉ ra một giá trị cụ thể của x để nhận được mệnh đề đúng.

Thật vậy, chọn x = -2, ta thấy $(-2)^3 = -8$.

Vậy mệnh đề M là mệnh đề đúng.

Mệnh đề N: " $\exists x \in \mathbb{Z}, 2x + 1 = 0$ ".

b) N: "Tồn tại số nguyên x sao cho 2x + 1 = 0".

Để chứng minh mệnh đề N là sai, ta phải chứng tỏ rằng với số nguyên x tùy ý thì $2x+1\neq 0$.

Thật vậy, xét một số nguyên x tùy ý, ta có $2x + 1 \neq 0$.

Vì thế mệnh đề N là mệnh đề sai.

BÀI 4. Bạn An nói "Mọi số thực đều có bình phương là một số không âm".

Bạn Bình phủ định lại câu nói của bạn An "Có một số thực mà bình phương của nó là một số âm".

- a) Sử dụng kí hiệu " \forall " để viết mệnh đề của bạn An.
- b) Sử dụng kí hiệu " \exists " để viết mệnh đề của bạn Bình.

🗭 Lời giải.

- a) " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \ge 0$ ".
- b) " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ ".

BÀI 5. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \ge x$.
- b) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0.$

🗩 Lời giải.

- a) Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$ " là mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, |x| < x$ ".
- b) Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$ " là mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0$ ".

BÀI 6. Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau

- a) Tồn tại số nguyên chia hết cho 3.
- b) Mọi số thập phân đều viết được dưới dạng phân số.

🗩 Lời giải.

- a) Mọi số nguyên đều không chia hết cho 3.
- b) Tồn tại số thập phân không viết được dưới dạng phân số.

BÀI 7. Phát biểu các mệnh đề sau

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \ge 0$.
- b) $\exists x \in \mathbb{R}, \frac{1}{x} > x$.

🗩 Lời giải.

- a) Mọi số thực đều không âm.
- b) Tồn tại số thực sao cho nghịch đảo của số đó lớn hơn chính số đó.

BÀI 8. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề phủ định đó

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2x 2$.
- b) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \le 2x 1$.
- c) $\exists x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} \ge 2.$
- d) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 x + 1 < 0.$

🗩 Lời giải.

a) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2x - 2.$

Mệnh đề này sai vì phương trình $x^2 - 2x + 2 = 0$ vô nghiệm trên tập số thực.

b) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 > 2x - 1.$

Mệnh đề này đúng vì với x=2 thì $2^2>2\cdot 2-1$.

c) $\forall x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} < 2$.

Mệnh đề này sai vì với x = 1 thì $1 + \frac{1}{1} = 2$.

d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \ge 0.$

Mệnh đề này đúng vì
$$x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$$
 với mọi $x\in\mathbb{R}.$

BÁI 9. Trong tiết học môn Toán, Nam phát biểu: "Mọi số thực đều có bình phương khác 1". Mai phát biểu: "Có một số thực mà bình phương của nó bằng 1".

- a) Hãy cho biết bạn nào phát biểu đúng.
- b) Dùng kí hiệu ∀, ∃ để viết lại các phát biểu của Nam và Mai dưới dạng mệnh đề.

P Lời giải.

- a) Bạn Mai phát biểu là đúng vì có số 1 bình phương lên bằng 1.
- b) Nam phát biểu " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 1$ ". Mai phát biểu " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 1$ ".

BÁI 10. Phát biểu bằng lời mệnh đề sau và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \le 0$$

🗩 Lời giải.

Mọi số thực bình phương lên và cộng cho một luôn không dương. Đây là một mệnh đề sai vì $0^2 + 1 = 1 > 0$.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CUỐI BÀI

CÂU 1. Phát biểu nào dưới đây là mệnh đề?

 $(\mathbf{A})2 + 3 = 9.$

(B) Phong cảnh đẹp quá!.

 $(\mathbf{C})5 - x = 7.$

(D) Bây giờ là mấy giờ?.

🗩 Lời giải.

"2 + 3 = 9" là mệnh đề sai.

"Phong cảnh đẹp quá!" không là mệnh đề vì đây là câu cảm thán.

"5 - x = 7" là mệnh đề chứa biến.

"Bây giờ là mấy giờ?" không là mệnh đề vì đây là câu nghi vấn.

Chon đáp án (A)..... CÂU 2. Các câu sau đây, câu nào không là mệnh đề?

- A Phương trình $x^2 x + 1 = 0$ vô nghiệm.
- **(B)**x + y > 1.
- (C)12 không là số nguyên tố.
- \bigcirc Hai phương trình $x^2 4x + 3 = 0$ và $2x^2 \sqrt{x+3} = 0$ có nghiệm chung.

P Lời giải.

"Phương trình $x^2 - x + 1 = 0$ vô nghiệm" là mệnh đề sai.

"12 không là số nguyên tố" là mệnh đề đúng.

"Hai phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ và $2x^2 - \sqrt{x+3} = 0$ có nghiệm chung" là mệnh đề đúng.

"x + y > 1" là mệnh đề chứa biến.

Chọn đáp án (B).....

CÂU 3. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề đúng?

- (A) Nếu $a \ge b$ thì $a^2 \ge b^2$.
- (**B**) Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3.
- (C) Nếu bạn tự tin thì bạn thành công.
- (D) Nếu một tam giác có một góc bằng 60° thì tam giác đó đều.

Dèi giải.

- \bigodot Mệnh đề "Nếu $a \geq b$ thì $a^2 \geq b^2$ " là một mệnh đề sai vì $b \leq a < 0$ thì $a^2 \leq b^2$.
- ❷ Mênh đề "Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3" là mênh đề đúng.

Vì
$$a : 9 \Rightarrow \begin{cases} a = 9n, n \in \mathbb{Z} \\ 9 : 3 \end{cases} \Rightarrow a : 3.$$

❷ "Nếu bạn tự tin thì bạn thành công" chưa là mệnh đề vì chưa khẳng định được tính đúng, sai.

❷ Mệnh đề "Nếu một	tam g	giác có	ó một	góc	$b\check{a}ng$	60°	hi	tam	giác	đó	đều"	là	mệnh	đề sai	vì	chưa	đủ	điều	kiện	để l	khẳng
định một tam giác	là đều	ι.																			

Chọn đáp án \fbox{B}

CÂU 4. Mệnh đề nào sau đây là sai?

$$\bigcirc \Delta ABC$$
 vuông tại $A \Leftrightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 90^{\circ}$.

$$(\mathbf{D})n^2$$
 chẵn $\Leftrightarrow n$ chẵn.

🗩 Lời giải.

Xét mệnh đề $\begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} \Leftrightarrow a > c$, ta có

Chọn đáp án (B).....

CÂU 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

$$\exists x \in \mathbb{R}, \ x^2 - 3x + 2 = 0.$$

$$\exists x \in \mathbb{R}, \ x^2 + 1 > 0.$$

$$\bigcirc$$
 $\exists x \in \mathbb{R}, \ x^2 < 0.$

$$\triangleright \forall x \in \mathbb{R}, |x+1| \ge 0.$$

Dòi giải.

Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ " sai, vì $x^2 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án \bigcirc

CÂU 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?

- (\mathbf{A}) Nếu số nguyên n có chữ số tận cùng là 5 thì số nguyên n chia hết cho 5.
- (\mathbf{B}) Nếu tứ giác ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác ABCD là hình bình hành.
- (\mathbf{C}) Nếu tứ giác ABCD là hình chữ nhật thì tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau.
- (\mathbf{D}) Nếu tứ giác ABCD là hình thoi thì tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau.

🗩 Lời giải.

- Θ Mệnh đề đảo của mệnh đề "Nếu số nguyên n có chữ số tận cùng là 5 thì số nguyên n chia hết cho 5" là "Nếu số nguyên n chia hết cho 5 thì số nguyên n có chữ số tận cùng là 5". Mệnh đề này sai vì số nguyên n cũng có thể có chữ số tận cùng là 0.
- Θ Mệnh đề đảo của mệnh đề "Nếu tứ giác ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác ABCD là hình bình hành" là "Nếu tứ giác ABCD là hình bình hành thì tứ giác ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường". Mệnh đề này đúng.
- \odot Mệnh đề đảo của mệnh đề "Nếu tứ giác ABCD là hình chữ nhật thì tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau" là "Nếu tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau thì tứ giác ABCD là hình chữ nhất". Mệnh đề này sai vì hình thang cân cũng có hai đường chéo bằng nhau, nhưng không là hình chữ nhật.
- Θ Mênh đề đảo của mênh đề "Nếu tứ giác ABCD là hình thọi thì tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc" là "Nếu tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc thì tứ giác ABCD là hình thoi". Mệnh đề này sai.

Chọn đáp án (B).....

CÂU 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo là sai?

- (\mathbf{A}) Nếu tam giác ABC cân thì tam giác có hai canh bằng nhau.
- (\mathbf{B}) Nếu a chia hết cho 6 thì a chia hết cho 2 và 3.
- (**C**) Nếu ABCD là hình bình hành thì AB song song với CD.
- (D) Nếu tứ giác có hai đường chéo vuông góc thì tứ giác đó là hình thọi.

🗭 Lời giải.

Mệnh đề đảo của mệnh đề "Nếu ABCD là hình bình hành thì AB song song với CD" là "Nếu tứ giác ABCD có AB song song với CD thì ABCD là hình bình hành ". Mệnh đề này sai vì tứ giác ABCD có thể là hình thang có hai đáy là AB và CD.

Chọn đáp án \bigcirc

CÂU 8. Cho mệnh đề P(x): " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề P(x) là

(A)" $\forall x \in \mathbb{R}, \ x^2 + x + 1 < 0$ ".

B)" $\forall x \in \mathbb{R}, \ x^2 + x + 1 \leq 0$ ".

 \mathbf{C} " $\exists x \in \mathbb{R}, \ x^2 + x + 1 \leq 0$ ".

 (\mathbf{D}) " $x \in \mathbb{R}, \ x^2 + x + 1 > 0$ ".

🗩 Lời giải.

Phủ đinh của mênh đề P(x) là $\overline{P(x)}$: " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ".

Chọn đáp án \bigcirc

CÂU 9. Cho mệnh đề P: " $\exists x \in \mathbb{R}, \ x < \frac{1}{x}$ ". Xác định mệnh đề phủ định của mệnh đề P.

🗩 Lời giải.

Phủ định của mệnh đề P: " $\exists x \in \mathbb{R}, \ x < \frac{1}{x}$ " là mệnh đề \overline{P} : " $\forall x \in \mathbb{R}, \ x \geq \frac{1}{x}$ ".

CÂU 10. Cách phát biểu nào sau đây **không** thể dùng để phát biểu mệnh đề $A \Rightarrow B$?

(A) Nếu A thì B.

 $(\mathbf{B})A$ kéo theo B.

 $(\mathbf{C})A$ là điều kiện đủ để có B.

 $(\mathbf{D})A$ là điều kiện cần để có B.

🗩 Lời giải.

A là điều kiện cần để có B dùng để phát biểu mệnh đề $B \Rightarrow A$.

Chon đáp án (D).....

CÂU 11. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

(A) Với mọi số thực x, nếu x < -2 thì $x^2 > 4$.

B) Với mọi số thực x, nếu $x^2 < 4$ thì x < -2.

(c) Với moi số thực x, nếu x < -2 thì $x^2 < 4$.

 (\mathbf{D}) Với mọi số thực x, nếu $x^2 > 4$ thì x > -2.

Dèi giải.

Mệnh đề "Với mọi số thực x, nếu $x^2 < 4$ thì x < -2" sai. Chẳng hạn $x = 1 \Rightarrow x^2 = 1 < 4$ nhưng 1 > -2.

Mênh đề "Với mọi số thực x, nếu x < -2 thì $x^2 < 4$ " sai. Chẳng han x = -3 < -2 nhưng $x^2 = 9 > 4$.

Mệnh đề "Với mọi số thực x, nếu $x^2 > 4$ thì x > -2" sai. Chẳng hạn $x = -3 \Rightarrow x^2 = 9 > 4$ nhưng -3 < -2.

Chon đáp án (A).....

CÂU 12. Biết A là mênh đề sai và B là mênh đề đúng. Mênh đề nào sau đây đúng? $(\mathbf{A})B \Rightarrow A.$

 $(\mathbf{B})B \Leftrightarrow A.$

 $(\mathbf{C})\overline{A} \Leftrightarrow \overline{B}.$

 $(\mathbf{D})B \Rightarrow \overline{A}.$

Dòi giải.

Ta có \overline{A} và B đúng nên $B \Rightarrow \overline{A}$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án (D).....

CÂU 13. Cho $P \Leftrightarrow Q$ là mệnh đề đúng. Khẳng định nào sau đây là sai?

 $(\mathbf{A})\overline{P} \Leftrightarrow Q \text{ sai.}$

 $(\mathbf{B})\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$ đúng.

 $(\mathbf{C})\overline{Q} \Leftrightarrow P \text{ sai.}$

 $(\mathbf{D})\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$ sai.

Dòi giải.

Ta có $P \Leftrightarrow Q$ đúng nên $P \Rightarrow Q$ đúng và $Q \Rightarrow P$ đúng.

Do đó $\overline{P} \Rightarrow \overline{Q}$ đúng và $\overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$ đúng.

Vậy $\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$ đúng.

CÂU 14. Cho A, B, C là ba mệnh đề đúng. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

Chọn đáp án (D).....

 $(\mathbf{A})A \Rightarrow (B \Rightarrow \overline{C}).$

 $(\mathbf{B})C \Rightarrow \overline{A}.$

 $(\mathbf{C})B \Rightarrow (\overline{A} \Rightarrow \overline{C}).$

 $(\mathbf{D})C \Rightarrow (A \Rightarrow B).$

Dòi giải.

Ta có A, B, C là ba mệnh đề đúng nên

 $\odot B \Rightarrow \overline{C}$ sai và $A \Rightarrow (B \Rightarrow \overline{C})$ sai.

 $\odot \overline{A}$ sai và $C \Rightarrow \overline{A}$ sai.

 $\odot \overline{A} \Rightarrow C$ đúng và $B \Rightarrow (\overline{A} \Rightarrow \overline{C})$ sai.

 \bigcirc $A \Rightarrow B$ đúng và $C \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ đúng.

Chọn đáp án (D).....

CÂU 15. Trong các mệnh đề nào sau đây mệnh đề nào sai?

(A) Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một góc bằng nhau.

(B) Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông.

- (C) Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lai.
- (D) Một tam giác là đều khi và chỉ khi chúng có hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng 60°.

Dòi giải.

Mệnh đề "Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại" sai. Chẳng hạn tam giác có $A=60^{\circ}$, $B = 70^{\circ}$, $C = 50^{\circ}$ nhưng tam giác ABC không là tam giác vuông.

Chon đáp án $\overline{\mathbb{C}}$.

- CÂU 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?
 - (A) Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
 - (B)Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
 - (C) Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.
 - (D) Tích của hai số tư nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

🗭 Lời giải.

Mệnh đề "Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn" sai. Ví dụ: 3+5=8 là số chẵn nhưng 3 và 5 là hai số lẻ.

Mệnh đề "Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn" sai. Ví dụ: $2 \cdot 3 = 6$ là số chẵn nhưng 3 là số lẻ.

Mệnh đề "Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ" sai. Ví dụ: 1+3=4 là số chẵn nhưng 1, 3 là hai số lẻ.

...... Chọn đáp án (D).....

- **CÂU 17.** Cho mệnh đề chứa biến P(x): " $x > x^3$ ". Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
 - $(\mathbf{A})P(1)$ là mệnh đề sai.

 $(\mathbf{B})P(1)$ là mệnh đề đúng.

 $(\mathbf{C})P(1)$ là mệnh đề vừa đúng vừa sai.

 $(\mathbf{D})P(1)$ không phải là mệnh đề.

🗩 Lời giải.

Mênh đề P(1): " $1 > 1^3$ " sai.

Chon đáp án (A)...

CÂU 18. Xét mệnh đề chứa biến P(x): " $x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x \ge 0$ ". Tìm một giá trị của biến để được mệnh đề đúng.

$$\bigcirc$$
 $x = 3.$

$$\mathbf{C}x = 1.$$

$$(\mathbf{D})x = 0.5.$$

Với
$$x=\frac{1}{4}$$
 ta có $P\left(\frac{1}{4}\right)$: " $\left(\frac{1}{4}\right)^2-2\cdot\frac{1}{4}\geqslant 0$ " là mệnh đề sai.

- \bigcirc Với x = 3 ta có P(3): " $3^2 2 \cdot 3 \ge 0$ " là mệnh đề đúng.
- \bigcirc Với x = 1 ta có P(1): " $1^2 2 \cdot 1 \ge 0$ " là mênh đề sai.
- **⊘** Với x = 0.5 ta có P(0.5): " $0.5^2 2 \cdot 0.5 \ge 0$ " là mênh đề sai.

Chọn đáp án (B).....

CÂU 19. Mệnh đề nào dưới đây sai?

$$\mathbf{A} x (1 - 2x) \le \frac{1}{8}, \forall x.$$

B
$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2 + 2} > \frac{5}{2}, \forall x.$$

$$\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \ge \frac{1}{3}, \, \forall x.$$

Ta có

$$\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \ge \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3(x^2 - x + 1) - (x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} \ge 0 \Leftrightarrow \frac{2(x - 1)^2}{x^2 + x + 1} \ge 0 \text{ (đúng)}.$$

$$\bigcirc \frac{x}{x^2+1} \le \frac{1}{2} \Leftrightarrow (x-1)^2 \ge 0 \text{ (đúng)}.$$

② Với
$$x = 0$$
 dễ thấy $0^2 + 2 + \frac{1}{0^2 + 2} > \frac{5}{2}$ sai.

CÂU 20. Mệnh đề nào sau đây sai?

B
$$\exists x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 + (x+1)^2 = 0.$$

🗩 Lời giải.

⊘ Mệnh đề "
$$\forall x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 4x + 4 > 0$$
" đúng vì $3x^2 - 4x + 4 = 2x^2 + (x - 2)^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$oldsymbol{eta}$$
 Mệnh đề " $\exists n \in \mathbb{N}, \, (1+2+3+\cdots+n)$: 11" đúng vì với $n=10$ thì $1+2+\cdots+10=5\cdot 11$: 11.

② Mệnh đề "
$$\exists x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 + (x+1)^2 = 0$$
" sai vì $(x-1)^2 + (x+1)^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

Chọn đáp án B

Bài 1.	Mệnh đề	1
A	Tóm tắt lý thuyết	1
B	Các dạng toán	2
	Dạng 1.Xác định mệnh đề & xét tính đúng - sai của mệnh đề	2
	Dạng 2.Mệnh đề phủ định, mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo, tương đương	4
	Dạng 3.Mệnh đề chứa biến- mệnh đề chứa kí hiệu ∀ và ∃	5
	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CUỐI BÀI	7
L <mark>ỜI GIẢI CHI TI</mark> ẾT		9
Bài 1.	Mệnh đề	9
A	Tóm tắt lý thuyết	9
B	Các dạng toán	10
	Dạng 1.Xác định mệnh đề & xét tính đúng - sai của mệnh đề	10
	Dạng 2.Mệnh đề phủ định, mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo, tương đương	13
	Dạng 3.Mệnh đề chứa biến- mệnh đề chứa kí hiệu ∀ và ∃	
	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CUỐI BÀI	19

