ĐIỂM:

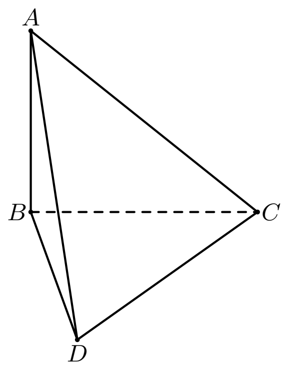
"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

CÂU 1.

Cho tứ diện $ABCD$. Các vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là các đỉnh còn lại của hình tứ diện là



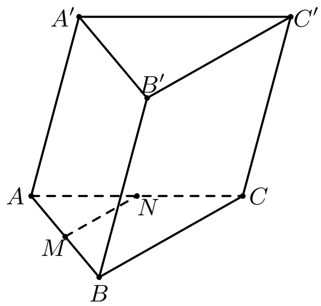
(A) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AD}$. (B) $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$. (C) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DA}$. (D) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Lời giải.

Chọn đáp án (D)

CÂU 2.

Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$.Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Trong 4 vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{B'C'}$, $\overrightarrow{A'C'}$ vectơ nào cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{MN}$



(A) $\overrightarrow{AB}$. (B) $\overrightarrow{CB}$. (C) $\overrightarrow{B'C'}$. (D) $\overrightarrow{A'C'}$.

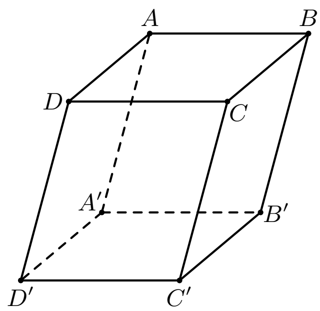
Lời giải.

Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên MN song song với BC. Mà tứ giác $BCC'B'$ là hình bình hành. Do đó MN song song với $B'C'$. Vậy hai vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{B'C'}$ cùng hướng.

Chọn đáp án (C)

CÂU 3.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.Số các vectơ có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là



(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{D'C'} = \overrightarrow{A'B'}$

Chọn đáp án (C)

CÂU 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng định đúng?

(A) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$. (B) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$. (C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. (D) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

Lời giải.

Xét hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$

Chọn đáp án (B)

CÂU 5. Trong không gian cho tam giác ABC có G là trọng tâm và điểm M nằm ngoài mặt phẳng (ABC). Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. (B) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 0$.

(C) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG}$. (D) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Lời giải.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$

Chọn đáp án (D)

CÂU 6. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$. Tính độ dài vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}$.

Ⓐ $\sqrt{3}$. Ⓑ $\sqrt{2}$. Ⓒ $2\sqrt{6}$. Ⓓ $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có: $|\vec{u}| = |\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}| = |\overrightarrow{CA}| = AB\sqrt{2} = 2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$. Ⓒ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$. Ⓓ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

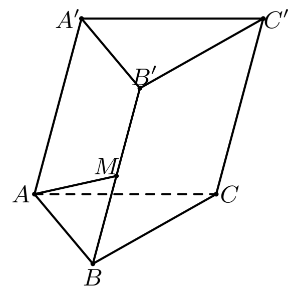
Chọn đáp án C .... □

CÂU 8. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. Ⓑ $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$. Ⓒ $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$. Ⓓ $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$



Chọn đáp án D .... □

CÂU 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính độ dài véctơ $\vec{x} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}$ theo a?

Ⓐ $a\sqrt{2}$. Ⓑ $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Ⓒ $a\sqrt{6}$. Ⓓ $a\sqrt{3}$.

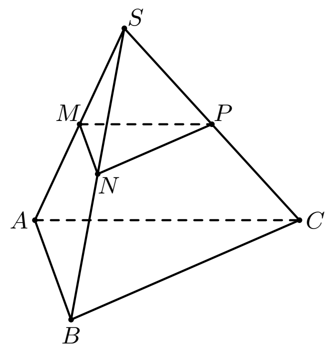
Lời giải.

Ta có $\vec{x} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AC'} = a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 10.

Cho tứ diện $S.ABC$ có M, N, P là trung điểm của SA, SB, SC. Tìm khẳng định đúng?



Ⓐ $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}\right)$. Ⓑ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$. Ⓒ $\overrightarrow{AB} = 2\left(\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PN}\right)$. Ⓓ $\overrightarrow{AB} = 2\left(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}\right)$.

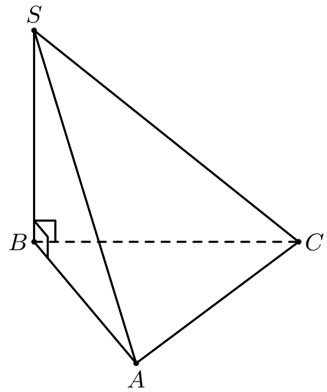
Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MN} = 2\left(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}\right)$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 11.

Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SB vuông góc với đáy và $SB = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai vectơ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS})$ là



A 60°. **B** 30°. **C** 45°. **D** 90°.

Lời giải.

Ta có: $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}\right) = \widehat{SAB}$.

Xét $\triangle SBA$ vuông tại B ta có: $\tan\left(\widehat{SAB}\right) = \dfrac{SB}{AB} = \sqrt{3}$. Suy ra: $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}\right) = 60^\circ$

Chọn đáp án A .... □

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 4$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$. Khi đó độ dài $\overrightarrow{AC}$ là

A 3. **B** 6. **C** 4. **D** 12.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos\widehat{BAC} \Leftrightarrow 6 = 4 \cdot AC \cdot \cos 60^\circ \Leftrightarrow AC = 3$.

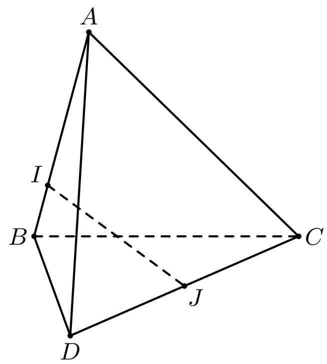
Chọn đáp án A .... □

PHẦN II.Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13.

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = a$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ, \widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I là điểm trên cạnh AB sao cho $AI = 3IB$ và J là trung điểm của CD. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Tam giác BCD vuông cân.	X	
b) $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.		X
c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.		X
d) $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.	X	



Lời giải.

a) Tam giác ABC, ABD đều cạnh bằng a, tam giác ACD vuông cân đỉnh $A \Rightarrow CD = a\sqrt{2}$. Vậy tam giác BCD có $BC = BD = a, CD = a\sqrt{2}$ nên tam giác BCD vuông cân.

b) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right) = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \dfrac{3}{4 >}\overrightarrow{AB}$.

c) Ta có: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ = \dfrac{a^2}{2}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \dfrac{a^2}{2}$. Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = a^2$.

d) $IJ^2 = \overrightarrow{IJ}^2 = \dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}\right)^2 = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{17}{4}a^2 + 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}\right) = \dfrac{5a^2}{16} \Rightarrow IJ = \dfrac{a\sqrt{5}}{4}$.

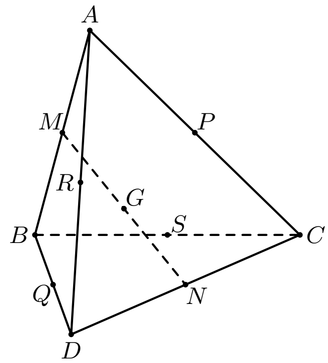
$\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}\right) \cdot \overrightarrow{AB} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} - \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}^2\right) = -\dfrac{a^2}{4}$.

$\cos\left(\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{AB}\right) = \dfrac{\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB}}{IJ \cdot AB} = \dfrac{-\dfrac{a^2}{4}}{\dfrac{a\sqrt{5}}{4} \cdot a} = -\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | .... □

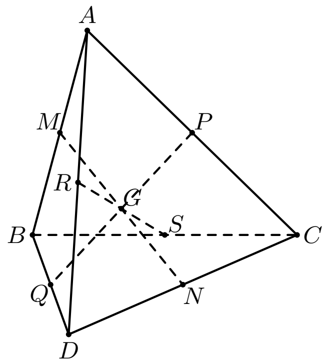
CÂU 14.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S, G lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, CD, AC, BD, AD, BC, MN.



Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{MR}=\overrightarrow{SN}$.	X	
b) $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.	X	
c) $2\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.		X
d) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\vert$ nhỏ nhất khi và chỉ khi điểm I trùng với điểm G.	X	

Lời giải.



a) $\overrightarrow{MR}=\overrightarrow{SN}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

b) Vì M là trung điểm của AB nên $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=2\overrightarrow{GM}$
Vì N là trung điểm của CD nên $\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=2\overrightarrow{GN}$
Vì G là trung điểm của MN nên $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}=\vec{0}$
Do đó: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=2\left(\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}\right)=2\cdot\vec{0}=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{AQ}-\overrightarrow{AP}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$

d) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=4\overrightarrow{IG}+\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)=4\overrightarrow{IG}$.
$\Rightarrow |\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}|=|4\overrightarrow{IG}|=4IG$
Do đó: $|\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}|$ nhỏ nhất khi $IG=0\Leftrightarrow I\equiv G$

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ....□

CÂU 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD\cdot EFGH$ có $AB=AE=2$, $AD=3$ và đặt $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$, $\vec{c}=\overrightarrow{AE}$. Lấy điểm M thỏa $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AD}$ và điểm N thỏa $\overrightarrow{EN}=\dfrac{2}{5}\overrightarrow{EC}$. (tham khảo hình vẽ). HINH O DAY

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{MA}=-\dfrac{1}{5}\vec{b}$.	X	
b) $\overrightarrow{EN}=\dfrac{2}{5}\left(\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}\right)$.	X	
c) $\left(m\cdot\vec{a}+n\cdot\vec{b}+n\cdot\vec{c}\right)^2=m^2\cdot\vec{a}^2+n^2\cdot\vec{b}^2+p^2\cdot\vec{c}^2$ với m,n,p là các số thực.		X
d) $MN=\dfrac{\sqrt{61}}{5}$.	X	

Lời giải.

a) $\overrightarrow{MA}=-\overrightarrow{AM}=-\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AD}=-\dfrac{1}{5}\vec{b}$.

b) $\overrightarrow{EN}=\dfrac{2}{5}\overrightarrow{EC}=\dfrac{2}{5}\left(\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{EA}\right)=\dfrac{2}{5}\left(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}\right)$.

c) $\left(m\cdot\vec{a}+n\cdot\vec{b}+p\cdot\vec{c}\right)^2=m^2\cdot\vec{a}^2+n^2\cdot\vec{b}^2+p^2\cdot\vec{c}^2+2mn\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}+2np\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}+2mp\cdot\vec{a}\cdot\vec{c}$
$=m^2\cdot\vec{a}^2+n^2\cdot\vec{b}^2+p^2\cdot\vec{c}^2$. (vì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đôi một vuông góc nên $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}=0$).

d) $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EN}=-\frac{1}{5}\vec{b}+\vec{c}+\frac{2}{5}\left(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}\right)=\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{c}$.

$MN^2=\overrightarrow{MN}^2=\left(\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{c}\right)^2=\frac{4}{25}\vec{a}^2+\frac{1}{25}\vec{b}^2+\frac{9}{25}\vec{c}^2=\frac{4}{25}\cdot 4+\frac{1}{25}\cdot 9+\frac{9}{25}\cdot 4=\frac{61}{25}$.

Suy ra $MN=\frac{\sqrt{61}}{5}$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | .... □

CÂU 16. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng x và chiều cao bằng y. (tham khảo hình vẽ) HINH O DAY

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}x^2$.	X	
b) $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}$.	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) $\overrightarrow{CB'}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AA'}$.		X
d) Góc $(AC', CB')>60^\circ$ khi $\frac{y}{x}<\sqrt{2}$.		X

Lời giải.

a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AB\cdot AC\cdot\cos 60^\circ=\frac{1}{2}x^2$.

b) $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}$ (vì $ACC'A'$ là hình chữ nhật).

c) $\overrightarrow{CB'}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}$.

d) Ta có $\overrightarrow{AC'}\cdot\overrightarrow{CB'}=\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}\right)=y^2-\frac{1}{2}x^2$ và $AC'=CB'=\sqrt{x^2+y^2}$.

Khi đó $\cos(AC', CB')=\left|\cos\left(\overrightarrow{AC'},\overrightarrow{CB'}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{AC'}\cdot\overrightarrow{CB'}\right|}{AC'\cdot CB'}=\frac{\left|y^2-\frac{1}{2}x^2\right|}{x^2+y^2}$.

Theo đề $(AC', CB')>60^\circ$, suy ra $\frac{\left|y^2-\frac{1}{2}x^2\right|}{x^2+y^2}<\frac{1}{2}\Leftrightarrow 3y^4-6x^2y^2<0\Leftrightarrow\frac{y}{x}<\sqrt{2}$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | .... □

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

CÂU 17. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{AA'}=\vec{b}, \overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Ta biểu diễn $\overrightarrow{B'C}=m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}$, khi đó $m+n+p$ bằng bao nhiêu? HINH O DAY

Lời giải.

Đáp án: -1

$\overrightarrow{B'C}=\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{BB'}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=-\vec{b}-\vec{a}+\vec{c}$
$\Rightarrow\overrightarrow{B'C}=-\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.
Suy ra $m=-1$, $n=-1$, $p=1$. Do đó $m+n+p=-1$.

CÂU 18. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Biết $\overrightarrow{IJ}=\frac{a}{b}\overrightarrow{AC}+\frac{c}{d}\overrightarrow{BD}$. Giá trị biểu thức $P=ab+cd$ bằng

Lời giải.

Đáp án: 4

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JD}=2\overrightarrow{IJ}\Rightarrow\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$.

CÂU 19. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Giá trị tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right)$ bằng

Lời giải.

Đáp án: 24

$$\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right)=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}^2+|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cdot\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$$
$$=AB^2+AB\cdot AC\cdot\cos\left(\widehat{BAC}\right)=4^2+4\cdot 4\cdot\cos 60^\circ=4^2+\frac{4^2}{2}=\frac{3\cdot 4^2}{2}=24.$$

CÂU 20. Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 6. Biết độ dài của vectơ $\vec{a}+2\vec{b}$ bằng $6\sqrt{3}$. Biết số đo góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là x độ. Giá trị của x là bao nhiêu?

Lời giải.

Đáp án: 120

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{4}\left[\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)^2-\vec{a}^2-4\vec{b}^2\right]=\frac{1}{4}\left[\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|^2-|\vec{a}|^2-4|\vec{b}|^2\right]=\frac{1}{4}\left[\left(6\sqrt{3}\right)^2-6^2-4\cdot 6^2\right]=-18.$

Lại có $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{-18}{6\cdot 6}=\dfrac{-1}{2}\Leftrightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)=120^\circ.$

Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là 120°.

CÂU 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 15. Biết độ dài của $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$ bằng $a\sqrt{6}$, khi đó giá trị của a là?

Lời giải.

Đáp án: 15

HINH O DAY

Gọi G là trọng tâm tâm giác BCD, M là trung điểm CD.

Ta có $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}\right)+\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AD}\right)=\vec{0}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA}+\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=-3\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{AG}\Rightarrow|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}|=|3\overrightarrow{AG}|=3AG.$

Xét tam giác đều BCD có $BM=BC\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{15\sqrt{3}}{2}\Rightarrow BG=\dfrac{2}{3}BM=5\sqrt{3}.$

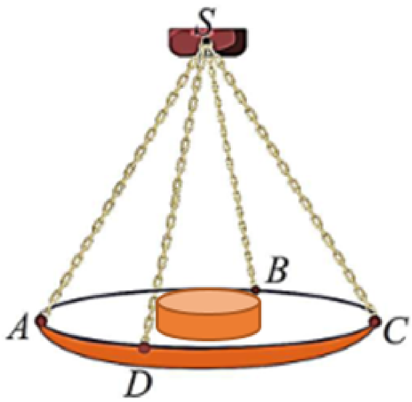
Vì tứ diện $ABCD$ đều nên $AG\perp(BCD)\Rightarrow\widehat{AGB}=90^\circ.$

Xét tam giác ABG có $AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{15^2-\left(5\sqrt{3}\right)^2}=5\sqrt{6}.$

Do đó $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}|=3AG=15\sqrt{6}\Rightarrow a=15.$

Vậy giá trị của $a=15$

CÂU 22. Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m=3\,\text{kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC}=90^\circ$. Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. Lấy $g=10\text{m/s}^2$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



Lời giải.

Đáp án: 30

HINH O DAY

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SD}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=-4\overrightarrow{OS}=4\overrightarrow{SO}\Rightarrow|\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}|=|4\overrightarrow{SO}|=4SO.$

Trọng lượng của vật nặng là $P=mg=3\cdot 10=30$ (N). Suy ra $4|\overrightarrow{SO}|=P=30$ (N) $\Rightarrow SO=\dfrac{15}{2}.$

Lại có tam giác ASC vuông cân tại S nên

$SO=SA\cdot\sin\widehat{SAC}\Rightarrow SA=\dfrac{SO}{\sin\widehat{SAC}}=\dfrac{\frac{15}{2}}{\sin 45^\circ}=\dfrac{15\sqrt{2}}{2}=\dfrac{30\sqrt{2}}{4}\Rightarrow a=30.$

Vậy $a=30$.