LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

CÂU 1. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song với nhau.

B Nếu hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.

C Hai vectơ được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng độ dài và cùng hướng.

D Nếu vectơ $\vec{a}$ và vectơ $\vec{b}$ cùng bằng vectơ $\vec{c}$ thì hai vectơ $\vec{a}$ và vectơ $\vec{b}$ bằng nhau.

Lời giải.

Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.

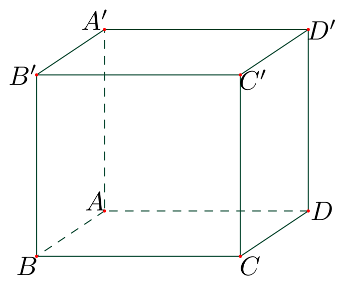
Chọn đáp án A .... □

CÂU 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A $\overrightarrow{D'C'}$. **B** $\overrightarrow{BA}$. **C** $\overrightarrow{CD}$. **D** $\overrightarrow{B'A'}$.

Lời giải.

Dễ thấy vectơ bằng với vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ nào $\overrightarrow{D'C'}$ vì chúng cùng hướng và có cùng độ dài.



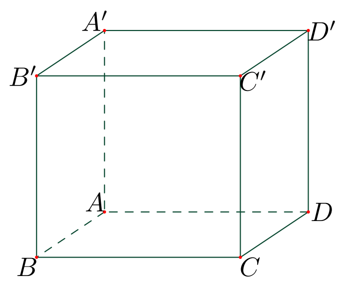
Chọn đáp án A .... □

CÂU 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A $\overrightarrow{CD}$. **B** $\overrightarrow{B'C'}$. **C** $\overrightarrow{AD}$. **D** $\overrightarrow{AC'}$.

Lời giải.

Vectơ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{CD}$, vì hai vectơ này có giá song song với nhau.



Chọn đáp án A .... □

CÂU 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. **B** $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$.

C $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$. **D** $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$.

Lời giải.

Theo quy tắc hình hộp, ta có mệnh đề sai là $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$.

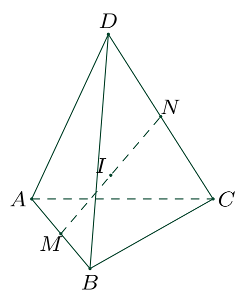
Chọn đáp án B .... □

CÂU 5.

Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD, I là trung điểm của đoạn MN. Mệnh đề nào sau đây sai?

A $\overrightarrow{AN} = \left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}\right)$. **B** $\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IM} = \vec{0}$.

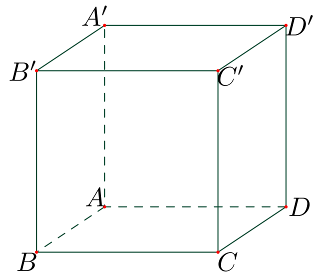
C $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$. **D** $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$.



Lời giải.

Đáp án B đúng: Vì I là trung điểm MN nên ta có: $\overrightarrow{IN}+\overrightarrow{IM}=\vec{0}$.
Đáp án C đúng: Vì M là trung điểm AB nên ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.
Đáp án D đúng. Vì N là trung điểm CD nên ta có $\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}=\vec{0}$.
Chọn đáp án A

CÂU 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Hãy tìm mệnh đề đúng trong những mệnh đề sau đây



A $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.
B $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{B'A}$.
C $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$.
D $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{CB'}$.

Lời giải.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.
Chọn đáp án A

CÂU 7. Cho tứ diện $ABCD$, có bao nhiêu vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện?

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 4.

Lời giải.

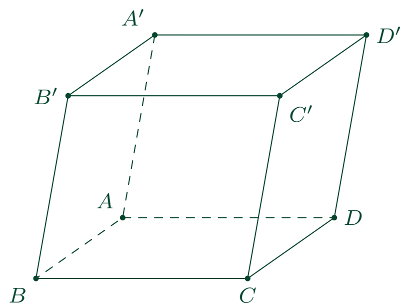
Có ba vectơ là: $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$.
Chọn đáp án B

CÂU 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

A $\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{A'B'}$. **B** $\overrightarrow{B'C'}$ và $\overrightarrow{CD}$. **C** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{B'C'}$. **D** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$.

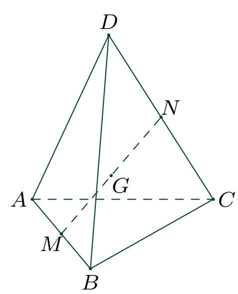
Lời giải.

Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$ có giá song song nên cùng phương.



Chọn đáp án D

CÂU 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD, G là trung điểm của MN. Vectơ $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}$ bằng Vectơ nào sau đây



A $4\overrightarrow{MG}$. **B** $\overrightarrow{GD}$. **C** $\vec{0}\cdot$. **D** $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}\right)+\left(\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)=2\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=2\left(\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}\right)=\vec{0}.$$

Chọn đáp án C

CÂU 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề đúng?

A $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C'A'}$. **B** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AA'}$. **C** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **D** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{C'D'}=\vec{0}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{C'D'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$.
Chọn đáp án D

CÂU 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

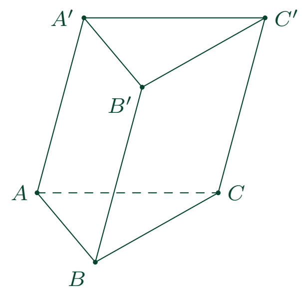
A $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}$. **B** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{b}$. **C** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$. **D** $\overrightarrow{AM}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

Lời giải.

Ta có

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$

$=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$.



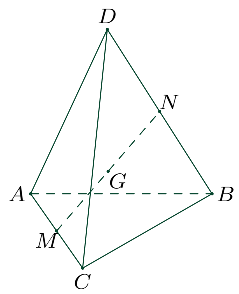
Chọn đáp án D ....

CÂU 12.

Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC và BD. Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN. Hãy chọn khẳng định sai

A $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GM}$. **B** $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{MN}$.

C $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. **D** $2\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.

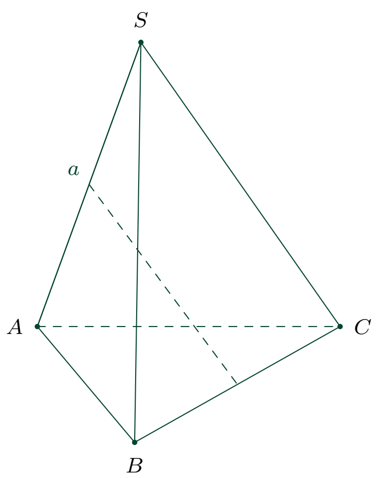


Lời giải.

- $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GM}$ đúng vì M là trung điểm AC.
- $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{MN}$ đúng vì $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=2\overrightarrow{GN}=\overrightarrow{MN}$
- $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ đúng vì $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=2\left(\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}\right)=\vec{0}$.
- $2\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ sai vì $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NB}\right)+\left(\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{ND}\right)=2\overrightarrow{MN}+\vec{0}+\vec{0}=2\overrightarrow{MN}$.

Chọn đáp án D ....

CÂU 13. Cho tứ diện đều $SABC$ có cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



Mệnh đề	Đ	S
a) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{SA}$ bằng a..	X	

b) $\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SB}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.	X	
c) $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{AC}=4\overrightarrow{MN}$.		X
d) Gọi I là trọng tâm của tứ diện. Khoảng cách từ I đến (ABC) bằng $\dfrac{3a\sqrt{6}}{4}$.		X

Lời giải.

a. $|\overrightarrow{SA}|=SA=a$.

b. $\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SB}=\left|\overrightarrow{SA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{SB}\right|\cdot\sin\widehat{ASB}=a\cdot a\cdot\sin 60^\circ=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

c. Do N là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SN}$ và $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{MB}$.
Suy ra $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\left(\overrightarrow{SN}+\overrightarrow{AN}\right)$
Do M là trung điểm của SA nên $\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NS}=2\overrightarrow{NM}\Leftrightarrow\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{SN}=2\overrightarrow{MN}$.
Do đó $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\cdot 2\cdot\overrightarrow{MN}=4\overrightarrow{MN}$.

d. Gọi G là trọng tâm tam giácABC.
Do tứ diện $SABC$ là tứ diện đều và I là trọng tâm tứ diện nên $d\left(I,(ABC)\right)=IG$
Tam giác ABC đều cạnh a, N là trung điểm của BC, suy ra $AN=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
Do G là trọng tâm tam giácABC nên $AG=\dfrac{2}{3}AN=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.
Do tứ diện $SABC$ là tứ diện đều nên $SG\perp(ABC)\Rightarrow SG\perp AG$.
Tam giác SAG vuông tại G nên $SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\sqrt{a^2-\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.
Do I là trọng tâm tứ diện$SABC$ nên $IG=\dfrac{1}{4}SG=\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{a\sqrt{6}}{3}=\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$.
Vậy $d\left(I,(ABC)\right)=\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | .... □

CÂU 14. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm AD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{A_1B_1}=\overrightarrow{CD}$.		X
b) $\overrightarrow{DC_1}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD_1}$.	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) $\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{CD_1}=0$.	X	
d) $\overrightarrow{C_1M}=\overrightarrow{C_1C}+\overrightarrow{C_1D_1}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.	X	

Lời giải.

HINH O DAY

1. Mệnh đề sai vì $\overrightarrow{A_1B_1}=\overrightarrow{DC}\neq\overrightarrow{CD}$.
2. Mệnh đề đúng vì $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD_1}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{DC_1}$
3. Mệnh đề đúng $\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{CD_1}=\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BA_1}=0$
4. Mệnh đề sai

$\overrightarrow{B_1M}=\overrightarrow{B_1B}+\overrightarrow{BM}$

$=\overrightarrow{BB_1}+\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}\right)$

$=\overrightarrow{BB_1}+\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{B_1A_1}+\overrightarrow{B_1D_1}\right)$

$=\overrightarrow{BB_1}+\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{B_1A_1}+\overrightarrow{B_1A_1}+\overrightarrow{B_1C_1}\right)$

$=\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{B_1A_1}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{B_1C_1}$

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d đúng | .... □

CÂU 15. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Các mệnh đề sau đúng hay sai? 1. Vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng. 2. $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{0}$ với E là trung điểm MN. 3. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{0}$. 4. Điểm I xác định bởi $P=3\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị nhỏ nhất của P là $2a^2$

Lời giải.

1. Mệnh đề sai
2. Mệnh đề đúng: Vì M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}=2\overrightarrow{EM}$, N là trung điểm CD nên $\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}=2\overrightarrow{EN}$
Ta có $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}=2\left(\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{EN}\right)=\vec{0}$
3. Mệnh đề đúng: Vì $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right)\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}$
$=\overrightarrow{AC}\cdot\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}\right)+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CD}$
$=\overrightarrow{CB}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}\right)+\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CD}=\vec{0}$
HINH O DAY
4. Mệnh đề đúng:
Gọi M là điểm thoả mãn hệ thức $3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=\vec{0}$ suy ra M cố định vì A, B, C, D cố định. Ta có
$P=3\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2=3\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MA}\right)^2+\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MB}\right)^2+\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MC}\right)^2+\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MD}\right)^2$
$=6IM^2+3MA^2+MB^2+MC^2+MD^2+2\overrightarrow{IM}\left(3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right)$
$=6IM^2+3MA^2+MB^2+MC^2+MD^2$.
Do đó để P nhỏ nhất thì I trùng với M. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD.
$3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=\vec{0}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MA}+\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right)=\vec{0}$
$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MG}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MG}=\vec{0}$
Suy ra M là trung điểm của AG.
Ta có $BG=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a}{\sqrt{3}}\Rightarrow AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{a^2-\left(\dfrac{a}{\sqrt{3}}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
$\Rightarrow MA=\dfrac{1}{2}AG=\dfrac{a}{\sqrt{6}}\Rightarrow MA^2=\dfrac{a^2}{6}$.
Lại có $MD^2=MC^2=MB^2=MG^2+BG^2=\dfrac{a^2}{6}+\dfrac{a^2}{3}=\dfrac{a^2}{2}$.
Vậy giá trị nhỏ nhất là $P=3\cdot\dfrac{a^2}{6}+3\cdot\dfrac{a^2}{2}=2a^2$ khi I trùng với M

CÂU 16. Cho tứ diện đều$ABCD$ cạnh a có G là trọng tâm của tam giác BCD và I là điểm thuộc đoạn thẳng AG sao cho $\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{IG}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai? 1. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. 2. $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=3\overrightarrow{IG}$. 3. $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}$. 4. $\overrightarrow{IB}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

Lời giải.
HINH O DAY
1. Mệnh đề sai vì G là trọng tâm của tam giác BCD nên $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.
2. Mệnh đề đúng: Vì
$\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{GD}=3\overrightarrow{IG}+\left(\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)=3\overrightarrow{IG}$.
3. Mệnh đề đúng: Vì $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}\,\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IG}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AI}=\vec{0}$.
4.Mệnh đề đúng vì:
$\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{IG}\Leftrightarrow\overrightarrow{IA}=-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AG}$.
$\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}=-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AB}=-\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)+\overrightarrow{AB}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 3

CÂU 17. Cho tứ diện $ABCD$ Gọi E là trung điểm AD, F là trung điểmBC. Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\cdots\cdots\overrightarrow{EF}$

Lời giải.
Trả lời: 2
Do E là trung điểm AD, F là trung điểm BC nên: $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{ED}=\vec{0}$; $\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}=-\left(\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CF}\right)=\vec{0}$.
Có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FB}\\ \overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FB}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{EF}$

CÂU 18. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có $AB=2a, AD=3a$. Độ dài vectơ $\overrightarrow{B'D'}$ bằng......

Lời giải.
HINH O DAY
Ta có: $\left|\overrightarrow{B'D'}\right|=B'D'=BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=a\sqrt{13}$
Vậy độ dài vectơ $\overrightarrow{B'D'}$ bằng $a\sqrt{13}$

CÂU 19. Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{AC'}$ bằng

Lời giải.
HINH O DAY
Ta có $\overrightarrow{A'B}=\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AA'}$
$\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$

$\Rightarrow \overrightarrow{A'B}\cdot\overrightarrow{AC'}=\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AA'}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)=\overrightarrow{AB}^2-\overrightarrow{AA'}^2=0$

$\Rightarrow$Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{AC'}$ bằng 90°

CÂU 20. Cho hình chóp $S\cdot ABC$ có $SA,\ SB,\ SC$ đôi một vuông góc nhau và $SA=SB=SC=a$. Gọi M là trung điểm của AB. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SM}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng

Lời giải.

HINH O DAY

Ta có $\cos\left(\overrightarrow{SM},\overrightarrow{BC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{SM}\cdot\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{SM}\right|\left|\overrightarrow{BC}\right|}=\dfrac{\overrightarrow{SM}\cdot\overrightarrow{BC}}{SM\cdot BC}$.

$\overrightarrow{SM}\cdot\overrightarrow{BC}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}\right)\cdot\left(\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SB}\cdot\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB}\cdot\overrightarrow{SB}\right)$.

$=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{SB}\cdot\overrightarrow{SB}=-\dfrac{1}{2}SB^2=-\dfrac{a^2}{2}$.

Tam giác SAB và SBC vuông cân tại S nên $AB=BC=a\sqrt{2}$. $\Rightarrow SM=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $\cos\left(\overrightarrow{SM},\overrightarrow{BC}\right)=\dfrac{-\dfrac{a^2}{2}}{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\cdot a\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{2}$. Suy ra $\left(\overrightarrow{SM},\overrightarrow{BC}\right)=120^\circ$

CÂU 21. Cho hình chóp $S\cdot ABC$ có $SA,\ SB,\ SC$ đôi một vuông góc nhau và $SA=SB=SC=a$. Gọi M là trung điểm của AB. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SM}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng

Lời giải.

Trả lời: 120°

HINH O DAY

Ta có $\cos\left(\overrightarrow{SM},\overrightarrow{BC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{SM}\cdot\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{SM}\right|\left|\overrightarrow{BC}\right|}=\dfrac{\overrightarrow{SM}\cdot\overrightarrow{BC}}{SM\cdot BC}$.

$\overrightarrow{SM}\cdot\overrightarrow{BC}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}\right)\cdot\left(\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SB}\cdot\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB}\cdot\overrightarrow{SB}\right)$.

$=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{SB}\cdot\overrightarrow{SB}=-\dfrac{1}{2}SB^2=-\dfrac{a^2}{2}$.

Tam giác SAB và SBC vuông cân tại S nên $AB=BC=a\sqrt{2}$.

Suy ra trung tuyến $SM=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đócos $\left(\overrightarrow{SM},\overrightarrow{BC}\right)=\dfrac{-\dfrac{a^2}{2}}{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\cdot a\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{2}$. Suy ra $\left(\overrightarrow{SM},\overrightarrow{BC}\right)=120^\circ$

CÂU 22. Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Xét các điểm $M,\ N$ lần lượt thuộc các đường thẳng $A'C$, $C'D$ sao cho đường thẳng MN song song với đường thẳng BD'. Khi đó tỉ số $\dfrac{MN}{BD'}$ bằng ....

Lời giải.

HINH O DAY

Đặt $\overrightarrow{BA}=\vec{x}$, $\overrightarrow{BB'}=\vec{y}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{z}$.

Do $\overrightarrow{CM}$, $\overrightarrow{CA'}$ là hai vectơ cùng phương $\Rightarrow \exists k\in\mathbb{R}$: $\overrightarrow{CM}=k\cdot\overrightarrow{CA'}$.

Và $\overrightarrow{C'N}$, $\overrightarrow{C'D}$ là hai vectơ cùng phương $\Rightarrow \exists h\in\mathbb{R}$: $\overrightarrow{C'N}=h\cdot\overrightarrow{C'D}$.

Ta có: $\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\vec{x}+\vec{y}+\vec{z}$, (1)

Ta lại có: $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{CN}-\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{C'N}-\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CC'}+h\cdot\overrightarrow{C'D}-k\cdot\overrightarrow{CA'}$

$=\vec{y}+h\cdot(-\vec{y}+\vec{x})-k\cdot(\vec{y}-\vec{z}+\vec{x})=(h-k)\cdot\vec{x}+(1-h-k)\cdot\vec{y}+k\cdot\vec{z}$, (2)

Do $MN\parallel B'D$ nên tồn tại $t\in\mathbb{R}$: $\overrightarrow{MN}=t\cdot\overrightarrow{BD'}$. Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases}h-k=t\\1-h-k=t\\k=t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=t\\h=2t\\1-3t=t\end{cases}\Rightarrow t=\dfrac{1}{4}\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BD'}$.

Vậy $\dfrac{MN}{BD'}=\dfrac{1}{4}$.