



## QUICK NOTE

## B. CÁC DẠNG TOÁN

## Dạng 1. Biến cố hợp

**VÍ DỤ 1.** Một hộp đựng 15 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi  $E$  là biến cố “Số ghi trên tấm thẻ là số lẻ”;  $F$  là biến cố “Số ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố”.

- Mô tả không gian mẫu.
- Nêu nội dung của biến cố hợp  $G = E \cup F$ . Hỏi  $G$  là tập con nào của không gian mẫu?

**VÍ DỤ 2.** Một tổ trong lớp 11B có 4 học sinh nữ là Hương, Hồng, Dung, Phương và 5 học sinh nam là Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải. Trong giờ học, giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ đó lên bảng để kiểm tra bài.

Xét các biến cố sau:

$H$ : “Học sinh đó là một bạn nữ”;

$K$ : “Học sinh đó có tên bắt đầu là chữ cái H”.

- Mô tả không gian mẫu.
- Nêu nội dung của biến cố hợp  $M = H \cup K$ . Mỗi biến cố  $H, K, M$  là tập con nào của không gian mẫu?

## Dạng 2. Biến cố giao

**VÍ DỤ 1.** Một tổ trong lớp 11C có 9 học sinh. Phỏng vấn 9 bạn này với câu hỏi: “Bạn có biết chơi môn thể thao nào trong hai môn này không?”. Nếu biết thì đánh dấu X vào ô ghi tên môn thể thao đó, không biết thì để trống. Kết quả thu được như sau:

Tên học sinh \ Môn thể thao	Cầu lông	Bóng bàn
Bảo	X	
Dăng	X	X
Giang		
Hoa	X	X
Long		
Mai	X	X
Phúc	X	X
Tuấn	X	
Yến		

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ. Xét các biến cố sau:

$U$ : “Học sinh được chọn biết chơi cầu lông”;

$V$ : “Học sinh được chọn biết chơi bóng bàn”.

- Mô tả không gian mẫu.
- Nội dung của biến cố giao  $T = UV$  là gì? Mỗi biến cố  $U, V, T$  là tập con nào của không gian mẫu?

**VÍ DỤ 2.** Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến cố  $P$ : “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4”;  $Q$ : “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6”.

- Mô tả không gian mẫu.
- Nội dung của biến cố giao  $S = PQ$  là gì? Mỗi biến cố  $P, Q, S$  là tập con nào của không gian mẫu?

## Dạng 3. Biến cố xung khắc

**VÍ DỤ 1.** Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét các biến cố sau:

A: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 7”;

B: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn hoặc bằng 4”;

C: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số nguyên tố”.

Trong các cặp biến cố A và B; A và C; B và C, cặp biến cố nào xung khắc? Tại sao?

**VÍ DỤ 2.** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5”, gọi B là biến cố “Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm”. Hai biến cố A và B có thể đồng thời cùng xảy ra không?

**VÍ DỤ 3.** Một hộp có 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Hãy xác định các cặp biến cố xung khắc trong các biến cố sau:

A : “Hai viên bi lấy ra cùng màu xanh”;

B : “Hai viên bi lấy ra cùng màu đỏ”;

C : “Hai viên bi lấy ra cùng màu”;

D : “Hai viên bi lấy ra khác màu”.

**VÍ DỤ 4.** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5”, B là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6”. Gọi C là biến cố “Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm”. Hãy tìm một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả ba biến cố A, B và C.

**VÍ DỤ 5.**

- Hai biến cố đối nhau có xung khắc với nhau không?
- Hai biến cố xung khắc có phải là hai biến cố đối nhau không?

#### Dạng 4. Biến cố độc lập

**VÍ DỤ 1.** Một hộp đựng 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh, có cùng kích thước và khối lượng.

- Bạn Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi, ghi lại màu của viên bi được lấy ra rồi trả lại viên bi vào hộp. Tiếp theo, bạn Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Xét hai biến cố sau:  
A: “Minh lấy được viên bi màu đỏ”;  
B: “Hùng lấy được viên bi màu xanh”.  
Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B độc lập.
- Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi và không trả lại vào hộp. Tiếp theo, bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Xét hai biến cố sau:  
C: “Sơn lấy được viên bi màu đỏ”;  
D: “Tùng lấy được viên bi màu xanh”.  
Chứng tỏ rằng hai biến cố C và D không độc lập.

#### Dạng 5. Công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc

**VÍ DỤ 1.** Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xét các biến cố sau:

A: “Cả hai tấm thẻ đều ghi số chẵn”;

B: “Chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn”;

C: “Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn”.

- Chứng minh rằng  $C = A \cup B$ .
- Tính  $P(C)$ .

**VÍ DỤ 2.** Một đội tình nguyện gồm 9 học sinh khối 10 và 7 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 người trong đội. Tính xác suất của biến cố “Cả 3 người được chọn học cùng một khối”.

#### Dạng 6. Công thức cộng xác suất cho 2 biến cố bất kì

#### QUICK NOTE

## QUICK NOTE

**VÍ DỤ 1.** Ở một trường trung học phổ thông  $X$ , có 19% học sinh học khá môn Ngữ văn, 32% học sinh học khá môn Toán, 7% học sinh học khá cả hai môn Ngữ văn và Toán. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường  $X$ . Xét hai biến cố sau:

$A$ : “Học sinh đó học khá môn Ngữ văn”;

$B$ : “Học sinh đó học khá môn Toán”. Hãy tính tỉ lệ học sinh học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán của trường  $X$ .

**VÍ DỤ 2.** Một hộp chứa 100 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 100. Chọn ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Tính xác suất của biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3 hoặc 5”.

## C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**BÀI 1.** Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi  $A$  là biến cố “Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6”,  $B$  là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ”.

Hãy tìm một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả hai biến cố  $A$  và  $B$ .

**BÀI 2.** Một hộp đựng 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp (lấy xong không trả lại vào hộp). Tiếp đó đến lượt bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để bạn Tùng lấy được viên bi màu xanh.

**BÀI 3.** Lớp 11A của một trường có 40 học sinh, trong đó có 14 bạn thích nhạc cổ điển, 13 bạn thích nhạc trẻ và 5 bạn thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp. Tính xác suất để:

- Bạn đó thích nhạc cổ điển hoặc nhạc trẻ;
- Bạn đó không thích cả nhạc cổ điển và nhạc trẻ.

**BÀI 4.** Một khu phố có 50 hộ gia đình nuôi chó hoặc nuôi mèo, trong đó có 18 hộ nuôi chó, 16 hộ nuôi mèo và 7 hộ nuôi cả chó và mèo. Chọn ngẫu nhiên một hộ trong khu phố trên. Tính xác suất để

- Hộ đó nuôi chó hoặc nuôi mèo;
- Hộ đó không nuôi cả chó và mèo.

**BÀI 5.** Một nhà xuất bản phát hành hai cuốn sách  $A$  và  $B$ . Thống kê cho thấy có 50% người mua sách  $A$ ; 70% người mua sách  $B$ ; 30% người mua cả sách  $A$  và sách  $B$ . Chọn ngẫu nhiên một người mua. Tính xác suất để:

- Người mua đó mua ít nhất một trong hai sách  $A$  hoặc  $B$ ;
- Người mua đó không mua cả sách  $A$  và sách  $B$ .

**BÀI 6.** Tại các trường trung học phổ thông của một tỉnh, thống kê cho thấy có 63% giáo viên môn Toán tham khảo bộ sách giáo khoa  $A$ , 56% giáo viên môn Toán tham khảo bộ sách giáo khoa  $B$  và 28,5% giáo viên môn Toán tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa  $A$  và  $B$ . Tính tỉ lệ giáo viên môn Toán các trường trung học phổ thông của tỉnh đó không tham khảo cả hai bộ sách giáo khoa  $A$  và  $B$ .

### Dạng 7. Công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập

**VÍ DỤ 1.** Tại vòng chung kết của một đại hội thể thao, vận động viên An thi đấu môn Bắn súng, vận động viên Bình thi đấu môn Bơi lội. Biết rằng xác suất giành huy chương của vận động viên An và vận động viên Bình tương ứng là 0,8 và 0,9. Hỏi xác suất để cả hai vận động viên đạt huy chương là bao nhiêu?

Gọi  $A$  là biến cố “Vận động viên An đạt huy chương”;  $B$  là biến cố “Vận động viên Bình đạt huy chương”.

- Giải thích tại sao hai biến cố  $A$  và  $B$  là độc lập.
- Tính xác suất để cả hai vận động viên đạt huy chương.
- Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

QUICK NOTE

- Cả hai vận động viên không đạt huy chương;
- Vận động viên An đạt huy chương, vận động viên Bình không đạt huy chương;
- Vận động viên An không đạt huy chương, vận động viên Bình đạt huy chương.

**VÍ DỤ 2.** Các học sinh lớp 11D làm thí nghiệm gieo hai loại hạt giống  $A$  và  $B$ . Xác suất để hai loại hạt giống  $A$  và  $B$  nảy mầm tương ứng là 0,92 và 0,88. Giả sử việc nảy mầm của hạt  $A$  và hạt  $B$  là độc lập với nhau. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

- a) Hạt giống  $A$  nảy mầm còn hạt giống  $B$  không nảy mầm;
- b) Hạt giống  $A$  không nảy mầm còn hạt giống  $B$  nảy mầm;
- c) Ít nhất có một trong hai loại hạt giống nảy mầm.

**VÍ DỤ 3.** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập. Biết  $P(A) = 0,6$  và  $P(B) = 0,8$ . Hãy tính xác suất của các biến cố  $AB$ ,  $\bar{A}B$  và  $\bar{A}\bar{B}$ .

Dạng 8. Vận dụng

**VÍ DỤ 1.** Số liệu thống kê tại một vùng cho thấy trong các vụ tai nạn ô tô có 0,37% người tử vong; 29% người không thắt dây an toàn và 0,28% người không thắt dây an toàn và tử vong. Chứng tỏ rằng việc không thắt dây an toàn khi lái xe và nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn có liên quan với nhau.

**VÍ DỤ 2.** Để nghiên cứu mối liên quan giữa thói quen hút thuốc lá với bệnh viêm phổi, nhà nghiên cứu chọn một nhóm 5000 người đàn ông. Với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và có bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	752 người	1236 người
Không nghiện thuốc lá	575 người	2437 người

Từ bảng thống kê trên, hãy chứng tỏ rằng việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

**VÍ DỤ 3.** Nguyệt và Nhi cùng tham gia bắn một cuộc thi bắn cung độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng tâm bia của Nguyệt là 0,9 và của Nhi là 0,8. Tính xác suất để cả hai bạn cùng bắn trúng tâm bia.

**VÍ DỤ 4.** Hai bệnh nhân  $X$  và  $Y$  bị nhiễm vi rút SARS-CoV-2. Biết rằng xác suất bị biến chứng nặng của bệnh nhân  $X$  là 0,1 và của bệnh nhân  $Y$  là 0,2. Khả năng bị biến chứng nặng của hai bệnh nhân là độc lập. Hãy tính xác suất của các biến cố:

- a) “Cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng”;
- b) “Cả hai bệnh nhân đều không bị biến chứng nặng”;
- c) “Bệnh nhân  $X$  bị biến chứng nặng, bệnh nhân  $Y$  không bị biến chứng nặng”.

D. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**BÀI 1.** Trong hộp kín có 10 quả bóng màu xanh và 8 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng. Xét các biến cố:

A: “Hai quả bóng lấy ra có màu xanh”;

B: “Hai quả bóng lấy ra có màu đỏ”.

Chọn phát biểu đúng trong những phát biểu sau đây?

- a) Biến cố hợp của hai biến cố  $A$  và  $B$  là “Hai quả bóng lấy ra có cùng màu đỏ hoặc cùng màu xanh”;
- b) Biến cố hợp của hai biến cố  $A$  và  $B$  là “Hai quả bóng lấy ra có màu khác nhau”;
- c) Biến cố hợp của hai biến cố  $A$  và  $B$  là “Hai quả bóng lấy ra có cùng màu”.

## QUICK NOTE

**BÀI 2.** Một hộp có 3 quả bóng màu xanh, 4 quả bóng màu đỏ; các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy bóng ngẫu nhiên hai lần liên tiếp, trong đó mỗi lần lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp, ghi lại màu của quả bóng lấy ra và bỏ lại quả bóng đó vào hộp.

Xét các biến cố:

$A$ : “Quả bóng màu xanh được lấy ra ở lần thứ nhất”;

$B$ : “Quả bóng màu đỏ được lấy ra ở lần thứ hai”.

Hỏi hai biến cố  $A$  và  $B$  có độc lập không? Vì sao?

**BÀI 3.** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi  $A$  là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5”,  $B$  là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6”.

a) Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố trên.

b) Hãy liệt kê các kết quả của phép thử làm cho cả hai biến cố  $A$  và  $B$  cùng xảy ra.

**BÀI 4.** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi  $A$  là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5”,  $B$  là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6”. Gọi  $C$  là biến cố “Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm”. Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố giao  $AC$  và  $BC$ .

**BÀI 5.** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi  $A$  là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5”,  $B$  là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6”. Gọi  $C$  là biến cố “Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm”.

a) Gọi  $D$  là biến cố “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc thứ nhất là 3”. Hãy xác định các biến cố  $AD$ ,  $BD$  và  $CD$ .

b) Gọi  $\bar{A}$  là biến cố đối của biến cố  $A$ . Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố giao  $\bar{A}B$  và  $\bar{A}C$ .

**BÀI 6.** Một hộp chứa 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Gọi  $A$  là biến cố “Hai viên bi lấy ra đều có màu xanh”,  $B$  là biến cố “Hai viên bi lấy ra đều có màu đỏ”.

a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố  $A$ ? Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố  $B$ ?

b) Hãy mô tả bằng lời biến cố  $A \cup B$  và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố  $A \cup B$ .

**BÀI 7.** Thực hiện hai thí nghiệm. Gọi  $T_1$  và  $T_2$  lần lượt là các biến cố “Thí nghiệm thứ nhất thành công” và “Thí nghiệm thứ hai thành công”. Hãy biểu diễn các biến cố sau theo hai biến cố  $T_1$  và  $T_2$ .

a)  $A$ : “Có ít nhất một trong hai thí nghiệm thành công”.

b)  $B$ : “Có đúng một trong hai thí nghiệm thành công”.

**BÀI 8.** Tung một đồng xu cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xét các biến cố:

$A$ : “Lần thứ nhất xuất hiện mặt ngửa”;

$B$ : “Lần thứ hai xuất hiện mặt ngửa”;

$C$ : “Cả hai lần đều xuất hiện mặt ngửa”;

$D$ : “Có ít nhất một lần xuất hiện mặt ngửa”.

Trong hai biến cố  $C, D$ , biến cố nào là biến cố hợp của hai biến cố  $A, B$ ? Biến cố nào là biến cố giao của hai biến cố  $A, B$ ?

**BÀI 9.** Gieo ngẫu nhiên một xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xét các biến cố:

$A$ : “Số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất lớn hơn 4”;

$B$ : “Số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai nhỏ hơn 4”;

$C$ : “Số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất nhỏ hơn 4”.

Trong các biến cố trên, hãy tìm cặp biến cố độc lập.

**BÀI 10.** Trong hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại phép thử trên 2 lần và gọi  $A_k$  là biến cố quả bóng lấy ra lần thứ  $k$  là bóng xanh ( $k = 1, 2$ ).

a)  $A_1, A_2$  có là các biến cố độc lập không? Tại sao?

b) Nếu trong mỗi phép thử trên ta không trả bóng lại hộp thì  $A_1, A_2$  có là các biến cố độc lập không? Tại sao?

**BÀI 11.** Hãy chỉ ra 2 biến cố độc lập trong phép thử tung 2 đồng xu cân đối và đồng chất.

**BÀI 12.** Một hộp chứa 21 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 21. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi  $A$  là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2”,  $B$  là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”.

a) Hãy mô tả bằng lời biến cố  $AB$ .

b) Hai biến cố  $A$  và  $B$  có độc lập không? Tại sao?

**BÀI 13.** Một hộp đựng 15 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ và quan sát số ghi trên thẻ. Gọi  $A$  là biến cố “Số ghi trên tấm thẻ nhỏ hơn 7”;  $B$  là biến cố “Số ghi trên tấm thẻ là số nguyên tố”.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Mỗi biến cố  $A \cup B$  và  $AB$  là tập con nào của không gian mẫu?

**BÀI 14.** Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét các biến cố sau:

$E$ : “Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều là số chẵn”;

$F$ : “Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc khác tính chẵn lẻ”;

$K$ : “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn”.

Chứng minh rằng  $K$  là biến cố hợp của  $E$  và  $F$ .

**BÀI 15.**  $P$ : “Học sinh đó bị cận thị”;

$Q$ : “Học sinh đó học giỏi môn Toán”.

Nêu nội dung của các biến cố  $P \cup Q$ ;  $PQ$  và  $\bar{P}\bar{Q}$ .

**BÀI 16.** Có hai chuồng nuôi thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 3 con thỏ trắng và 7 con thỏ đen. Từ mỗi chuồng bắt ngẫu nhiên ra một con thỏ. Xét hai biến cố sau:

$A$ : “Bắt được con thỏ trắng từ chuồng I”;

$B$ : “Bắt được con thỏ đen từ chuồng II”.

Chứng tỏ rằng hai biến cố  $A$  và  $B$  độc lập.

**BÀI 17.** Có hai chuồng nuôi gà. Chuồng I có 9 con gà mái và 3 con gà trống. Chuồng II có 3 con gà mái và 6 con gà trống. Bắt ngẫu nhiên một con gà của chuồng I để đem bán rồi dồn các con gà còn lại của chuồng I vào chuồng II. Sau đó bắt ngẫu nhiên một con gà của chuồng II. Xét hai biến cố sau:

$E$ : “Bắt được con gà trống từ chuồng I”;

$F$ : “Bắt được con gà mái từ chuồng II”.

Chứng tỏ rằng hai biến cố  $E$  và  $F$  không độc lập.

**BÀI 18.** Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi  $A$  là biến cố “Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6”,  $B$  là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ”. Hãy viết tập hợp mô tả biến cố  $AB$  và tính  $P(AB)$ .

**BÀI 19.** Một hộp chứa 21 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 21. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi  $A$  là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2”,  $B$  là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”.

a) Hãy mô tả bằng lời biến cố  $AB$ .

b) Hai biến cố  $A$  và  $B$  có độc lập không? Tại sao?

**BÀI 20.** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.

a) Biết  $P(A) = 0,7$  và  $P(B) = 0,2$ . Hãy tính xác suất của các biến cố  $AB$ ,  $\bar{A}\bar{B}$  và  $\bar{A}B$ .

b) Biết  $P(A) = 0,5$  và  $P(AB) = 0,3$ . Hãy tính xác suất của các biến cố  $B$ ,  $\bar{A}\bar{B}$  và  $\bar{A}B$ .

**BÀI 21.** Một xạ thủ bắn lần lượt 2 viên đạn vào một bia. Xác suất trúng đích của viên thứ nhất và thứ hai lần lượt là 0,9 và 0,6. Biết rằng kết quả các lần bắn là độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây:

a) “Cả 2 lần bắn đều trúng đích”;

## QUICK NOTE

b) “Cả 2 lần bắn đều không trúng đích”;

c) “Lần bắn thứ nhất trúng đích, lần bắn thứ hai không trúng đích”.

**BÀI 22.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  là hai biến cố xung khắc với  $P(A) > 0$ ,  $P(B) > 0$ . Chứng tỏ rằng hai biến cố  $A$  và  $B$  không độc lập.

**BÀI 23.** Một thùng đựng 60 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 60. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong thùng. Xét hai biến cố sau:

$A$ : “Số ghi trên tấm thẻ là ước của 60” và  $B$ : “Số ghi trên tấm thẻ là ước của 48”.

Chứng tỏ rằng  $A$  và  $B$  là hai biến cố không độc lập.

**BÀI 24.** Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi  $I$  có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi  $II$  có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để

a) Hai viên bi được lấy có cùng màu xanh;    b) Hai viên bi được lấy có cùng màu đỏ;

c) Hai viên bi được lấy có cùng màu;    d) Hai viên bi được lấy không cùng màu.

**BÀI 25.** Có hai túi mỗi túi đựng 10 quả cầu có cùng kích thước và khối lượng được đánh số từ 1 đến 10. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một quả cầu. Tính xác suất để trong hai quả cầu được lấy ra không có quả cầu nào ghi số 1 hoặc ghi số 5.

**BÀI 26.** Trong đợt kiểm tra cuối học kì  $II$  lớp 11 của các trường trung học phổ thông, thống kê cho thấy có 93% học sinh tỉnh  $X$  đạt yêu cầu; 87% học sinh tỉnh  $Y$  đạt yêu cầu. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh  $X$  và một học sinh của tỉnh  $Y$ . Giả thiết rằng chất lượng học tập của hai tỉnh là độc lập. Tính xác suất để

a) Cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu;

b) Cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu;

c) Chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu;

d) Có ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu.

**BÀI 27.** Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,8 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,1 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Anh Lâm tiếp xúc với 1 người bệnh hai lần, trong đó có một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Lâm bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó.

## E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP

**CÂU 1.** Một hộp đựng 20 tấm thẻ cùng loại đánh số từ 1 đến 20. rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi  $A$  là biến cố “Rút được tấm thẻ ghi số chẵn lớn hơn 9”,  $B$  là biến cố “Rút được tấm thẻ ghi số không nhỏ hơn 8 và không lớn hơn 15”. Số phần tử của  $A \cup B$  là

(A) 11.

(B) 10.

(C) 12.

(D) 13.

**CÂU 2.** Một hộp đựng 20 tấm thẻ cùng loại đánh số từ 1 đến 20. rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi  $A$  là biến cố “Rút được tấm thẻ ghi số chẵn lớn hơn 9”,  $B$  là biến cố “Rút được tấm thẻ ghi số không nhỏ hơn 8 và không lớn hơn 15”. Số phần tử của  $AB$  là

(A) 5.

(B) 6.

(C) 3.

(D) 4.

**CÂU 3.** Tại một hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học, trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người trong hội thảo. Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp là

(A)  $\frac{47}{50}$ .

(B)  $\frac{37}{50}$ .

(C)  $\frac{39}{50}$ .

(D)  $\frac{41}{50}$ .

**CÂU 4.** Tại một hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học, trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người trong hội thảo. Xác suất để người được chọn không thông thạo cả hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp là

(A)  $\frac{7}{50}$ .

(B)  $\frac{3}{50}$ .

(C)  $\frac{9}{50}$ .

(D)  $\frac{11}{50}$ .



**CÂU 5.** Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 23 học sinh thích bóng chuyền, 18 học sinh thích bóng rổ, 26 học sinh thích bóng chuyền hoặc bóng rổ hoặc cả hai. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Xác suất để chọn được học sinh không thích cả bóng chuyền và bóng rổ là

- Ⓐ  $\frac{18}{40}$ 
                    
 Ⓑ  $\frac{14}{40}$ 
                    
 Ⓒ  $\frac{19}{40}$ 
                    
 Ⓓ  $\frac{21}{40}$

**CÂU 6.** Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 23 học sinh thích bóng chuyền, 18 học sinh thích bóng rổ, 26 học sinh thích bóng chuyền hoặc bóng rổ hoặc cả hai. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Xác suất để chọn được học sinh thích bóng chuyền và không thích bóng rổ là

- (A)  $\frac{7}{40}$ .
 (B)  $\frac{9}{40}$ .
 (C)  $\frac{8}{40}$ .
 (D)  $\frac{11}{40}$ .

**CÂU 7.** Gieo 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi  $A$  là biến cố “Tích số chấm xuất hiện là số lẻ”. Biến cố nào sau đây xung khắc với biến cố  $A$ ?

- (A)** “Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm”.  
**(B)** “Tổng số chấm xuất hiện là số lẻ”.  
**(C)** “Xuất hiện ít nhất một mặt có số chấm là số lẻ”.  
**(D)** “Xuất hiện hai mặt có số chấm khác nhau”.

**CÂU 8.** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập. Biết  $P(A) = 0,4$  và  $P(B) = 0,5$ . Xác suất của biến cố  $A \cup B$  là

- (A) 0,9 .                      (B) 0,7.                      (C) 0,5.                      (D) 0,2.

**CÂU 9.** Gieo 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5” là

- (A)  $\frac{5}{36}$ .
 (B)  $\frac{1}{6}$ .
 (C)  $\frac{7}{36}$ .
 (D)  $\frac{2}{9}$ .

**CÂU 10.** Lấy ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ một hộp chứa 5 quả bóng xanh và 4 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Xác suất của biến cố “Hai bóng lấy ra có cùng màu” là

- Ⓐ  $\frac{1}{9}$ .
 Ⓑ  $\frac{2}{9}$ .
 Ⓒ  $\frac{4}{9}$ .
 Ⓓ  $\frac{5}{9}$ .

**CÂU 11.** Chọn ngẫu nhiên 2 đỉnh của một hình bát giác đều nội tiếp trong đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$ . Xác suất để khoảng cách giữa hai đỉnh đó bằng  $R\sqrt{2}$  là

- Ⓐ  $\frac{2}{7}$                       Ⓑ  $\frac{3}{7}$                       Ⓒ  $\frac{4}{7}$                       Ⓓ  $\frac{5}{56}$

## F. BÀI TẬP TỰ LUẬN

**BÀI 28.** Hai vận động viên bắn súng  $A$  và  $B$  mỗi người bắn một viên vào tấm bia một cách độc lập. Xét các biến cố sau  $M$ : “Vận động viên  $A$  bắn trúng vòng 10”;  $N$ : “Vận động viên  $B$  bắn trúng vòng 10”.

Hãy biểu diễn các biến cố sau theo biến cố  $M$  và  $N$ .

- ☑  $C$ : “Có ít nhất một vận động viên bắn trúng vòng 10”;
- ☑  $D$ : “Cả hai vận động viên bắn trúng vòng 10”;
- ☑  $E$ : “Cả hai vận động viên đều không bắn trúng vòng 10”;
- ☑  $F$ : “Vận động viên  $A$  bắn trúng và vận động viên  $B$  không bắn trúng vòng 10”;
- ☑  $G$ : “Chỉ có duy nhất một vận động viên bắn trúng vòng 10”.

**BÀI 29.** Một đoàn khách du lịch gồm 31 người, trong đó có 7 người đến từ Hà Nội, 5 người đến từ Hải Phòng. Chọn ngẫu nhiên một người trong đoàn. Tính xác suất để người đó đến từ Hà Nội hoặc đến từ Hải Phòng.

**BÀI 30.** Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất liên tiếp hai lần. Xét các biến cố sau

- ☑ *A*: “Ở lần gieo thứ nhất, số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1”;
- ☑ *B*: “Ở lần gieo thứ hai số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2”;
- ☑ *C*: “Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở hai lần gieo là 8”;
- ☑ *D*: “Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở hai lần gieo là 7”.

## QUICK NOTE

## QUICK NOTE

Chứng tỏ các cặp biến cố  $A$  và  $C$ ;  $B$  và  $C$ ;  $C$  và  $D$  không độc lập.

**BÀI 31.** Hai chuyến bay của hai hãng hàng không  $X$  và  $Y$ , hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để chuyến bay của hãng  $X$  và hãng  $Y$  khởi hành đúng giờ tương ứng là 0,92 và 0,98. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để

- ☑ Cả hai chuyến khởi hành đúng giờ;
- ☑ Chỉ có duy nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ;
- ☑ Có ít nhất một trong hai chuyến bay khởi hành đúng giờ

**BÀI 32.** Cho  $A$  và  $B$  là hai biến cố thoả mãn  $P(A) = 0,5$ ;  $P(B) = 0,7$  và  $P(A \cup B) = 0,8$ .

- a) Tính xác suất của các biến cố  $AB$ ,  $\bar{A}B$  và  $\bar{A}\bar{B}$ .
- b) Hai biến cố  $A$  và  $B$  có độc lập hay không?

**BÀI 33.** Vệ tinh  $A$  lần lượt truyền một tin đến vệ tinh  $B$  cho đến khi vệ tinh  $B$  phản hồi là đã nhận được. Biết khả năng vệ tinh  $B$  phản hồi đã nhận được tin ở mỗi lần  $A$  gửi là độc lập với nhau và xác suất phản hồi mỗi lần đều là 0,4. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất vệ tinh  $A$  phải gửi tin không quá 3 lần.

**BÀI 34.** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố: "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 6".

**BÀI 35.** Một hộp có 5 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ và 4 quả bóng vàng có kích thước và khối lượng như nhau. Chọn ra ngẫu nhiên từ hộp 4 quả bóng. Tính xác suất của các biến cố:

A: "Cả 4 quả bóng lấy ra có cùng màu";

B: "Trong 4 quả lấy ra có đủ 3 màu".

**BÀI 36.** Cường, Trọng và 6 bạn nữ xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất của biến cố: "Có ít nhất một trong hai bạn Cường và Trọng đứng ở đầu hàng"

**BÀI 37.** Chọn ngẫu nhiên 3 trong 24 đỉnh của đa giác đều 24 cạnh. Tính xác suất của biến cố: "3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông".

**BÀI 38.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số. Tính xác suất của các biến cố:

A: "Số được chọn chia hết cho 2 hoặc 7."

B: "Số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn".

**BÀI 39.** Cho hai giống cá kiếm mắt đen thuần chủng và mắt đỏ thuần chủng giao phối với nhau được F1 toàn cá kiếm mắt đen. Lại cho cá F1 giao phối với nhau lại được cá con mới. Chọn ra ngẫu nhiên 2 con trong đàn cá con mới. Ước lượng xác suất của biến cố: "Có ít nhất 1 con cá mắt đen trong 2 con cá đó."

