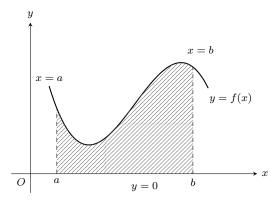
### Bài 1. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

### A. DIỆN TÍCH HÌNH THANG CONG

1. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng x=a và x=b



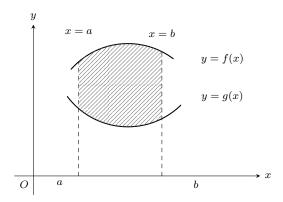
Cho hàm số y=f(x) liên tục trên [a;b]. Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số y=f(x), trục hoành  $Ox\ (y=0)$  và hai đường thẳng x=a và x=b được tính bởi công thức

$$S = \int_{a}^{b} |f(x)| \, \mathrm{d}x$$

**Chú ý:** Giả sử hàm số y = f(x) liên tục trên [a; b]. Nếu f(x) không đổi dấu trên [a; b] thì

$$\int_{a}^{b} |f(x)| \, \mathrm{d}x = \left| \int_{a}^{b} f(x) \, \mathrm{d}x \right|.$$

# 2. Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng x = a và x = b



Cho 2 hàm số y=f(x) và y=g(x) liên tục trên [a;b]. Khi đó diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số y=f(x) và y=g(x) và hai đường thẳng x=a và x=b được tính bởi công thức

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| \, \mathrm{d}x$$

## B. THỂ TÍCH HÌNH KHỐI



ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

#### QUICK NOTE

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

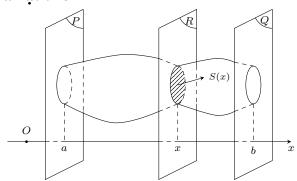

٠.																

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
																																•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•



Ω	П	$\sim$ 1 $^{\prime}$			-
ດ	UII	CK	- 1	u 🗨	)   3

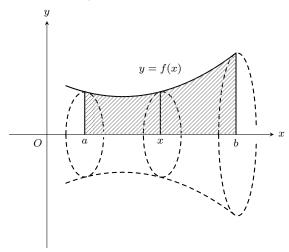
1. Thể tích của vật thể



Trong không gian, cho một vật thể nằm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b. Mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm  $x(a \le x \le b)$  cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích S(x). Khi đó, nếu S(x) là hàm số liên tục trên [a;b] thì thể tích của vật thể được tính bởi công thức

$$V = \int_{a}^{b} S(x) \, \mathrm{d}x$$

2. Thể tích khối tròn xoay



Cho hàm số y=f(x) liên tục, không âm trên [a;b]. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số y=f(x), trục hoành Ox và hai đường thẳng x=a và x=b quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

$$V = \pi \int_{a}^{b} \left[ f(x) \right]^{2} \, \mathrm{d}x$$

#### Dạng 1. TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH GIỚI HẠN BỞI CÁC ĐƯỜNG CONG

**CÂU 1.** Cho hai hàm số f(x) và g(x) liên tục trên [a;b]. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số y=f(x), y=g(x) và các đường thẳng x=a, x=b bằng

**CÂU 2.** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y=3^x$ , y=0, x=0, x=2. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**B**
$$S = \pi \int_{-\infty}^{2} 3^{2x} dx$$
. **C** $S = \pi \int_{-\infty}^{2} 3^{x} dx$ . **D** $S = \int_{-\infty}^{2} 3^{2x} dx$ .

$$\mathbf{D}S = \int_{0}^{2} 3^{2x} \, \mathrm{d}x$$

**CÂU 3.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = (x-2)^2 - 1$ , trục hoành và hai đường thẳng x = 1, x = 2 bằng

$$\textcircled{\textbf{A}} \, \frac{2}{3}.$$

**B** 
$$\frac{3}{2}$$
.

$$\bigcirc \frac{1}{3}$$
.

$$\bigcirc \frac{7}{3}$$
.

**CÂU 4.** Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y=x^2+1,\,x=-1,\,x=2$  và truc hoành.

$$(\mathbf{A})S = 6.$$

$$(\mathbf{B})S = 16.$$

$$\bigcirc S = \frac{13}{6}.$$

**CÂU 5.** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 5, y = 6x, x = 0, x = 0$ 1. Tính S.

$$\frac{4}{3}$$
.

**B**
$$\frac{7}{2}$$
.

$$\mathbf{c}_{\frac{3}{2}}$$

$$\bigcirc \frac{5}{3}$$
.

**CÂU 6.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = \ln x, y = 1$  và hai đường thẳng x = 1, x = e bằng

$$(\mathbf{A})e^2$$
.

$$(\mathbf{B})e+2.$$

$$\mathbf{C}$$
2 $e$ .

$$\bigcirc e - 2.$$

**CÂU 7.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y=4x-x^2, y=2x$  và hai đường thẳng x=1, x=e bằng  $\frac{20}{3}$ .

$$(\mathbf{A})4.$$

**B** 
$$\frac{20}{3}$$
.

$$\mathbf{c}_{\frac{3}{2}}$$

$$\bigcirc \frac{16}{3}$$

**CÂU 8.** Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y=x^2-2x,\,y=0,$ x = -10, x = 10.

$$(\mathbf{B})S = 2008.$$

$$(\mathbf{C})S = 2000.$$

$$\mathbf{D}S = \frac{2008}{3}.$$

**CÂU 9.** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bời các đường  $y=2^x$ , y=0, x=0, x=2. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ S = \int_{0}^{2} 2^{x} \mathrm{d}x.$		
<b>b)</b> $S = \frac{3}{\ln 2}$ .		

Mệnh đề	Đ	S
$\mathbf{c)} \ \ S = \pi \int_{0}^{2} 2^{x} \mathrm{d}x.$		
<b>d)</b> $S = \frac{3\pi}{\ln 2}$ .		

**CÂU 10.** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
$\mathbf{a)} \ S = \int_{0}^{2} \mathrm{e}^{x} \mathrm{d}x.$		
<b>b)</b> $S = e^2$ .		

Mệnh đề	Đ	S
$\mathbf{c)} \ \ S = \pi \int_{0}^{2} \mathrm{e}^{x} \mathrm{d}x.$		
<b>d)</b> $S = (e^2 - 1) \pi$ .		

CÂU 11. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai

Mệnh đề	Ð	S
a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2,y=2x,x=x=1$ là $\frac{4}{3}$ .	= 0,	
<b>b)</b> Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-x^2+2x+y=2x^2-4x+1, x=0, x=2$ là 4.	+ 1,	
c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ , hoành, $x = 0$ , $x = 1$ là $2 \ln 2 - 1$ .	trục	
d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-x^3+1$ $y=-x^2, x=-3, x=4$ là $\frac{937}{12}$ .	12 <i>x</i> ,	

	•	•	•	•	•					•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•						•	•	•	•	•	•	•	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	

• •	• • • •	 	• • • •	 	
• •		 	• • • •	 	
٠.		 		 	


	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
																																		•

	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	•	•	•	

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
																			•														

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

#### **QUICK NOTE**

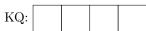
**CÂU 12.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bời đồ thị hàm số  $y=x^2+x-1, y=x^4+x-1, x=-1, x=1.$ 

KQ:		

**CÂU 13.** Kí hiệu S(t) là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y=2x+1,\,y=0,\,x=1,\,x=t\,(t>1).$  Tìm t để S(t)=10.



**CÂU 14.** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $my=x^2, mx=y^2 (m>0)$ . Tìm giá trị của m để S=3.



**CÂU 15.** Giá trị dương của tham số m sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số y = 2x + 3 và các đường thẳng y = 0, x = 0, x = m bằng 10 là?



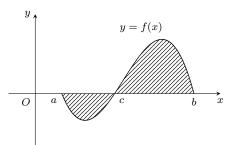
**CÂU 16.** Cho hàm số  $f(x)=\begin{cases} 7-4x^3 \text{ khi } 0\leq x\leq 1\\ 4-x^2 \text{ khi } x>1 \end{cases}$ . Tính diện tích hình phẳng giới hạn

bởi đồ thị hàm số f(x) và các đường thẳng x = 0, x = 3, y = 0.



#### CÂU 17.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số y=f(x), trục hoành, đường thẳng x=a, x=b (như hình vẽ bên). Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?



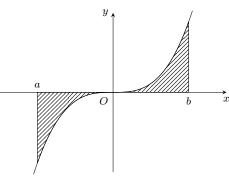
$$\mathbf{C} S = -\int_{-\infty}^{c} f(x) dx + \int_{-\infty}^{b} f(x) dx.$$

$$\mathbf{B} S = \left| \int_{a}^{c} f(x) \, \mathrm{d}x + \int_{c}^{b} f(x) \, \mathrm{d}x \right|$$

$$\mathbf{D}S = \int_{a}^{c} f(x) dx + \int_{c}^{b} f(x) dx.$$

#### CÂU 18.

Cho hàm số y=f(x) liên tục trên đoạn [a;b]. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C):y=f(x), trục hoành, hai đường thẳng x=a, x=b (như hình vẽ). Giả sử  $S_D$  là diện tích hình phẳng D. Chọn phương án đúng trong các phương án  ${\bf A}, {\bf B}, {\bf C}, {\bf D}$  cho dưới đây?



$$\mathbf{A} S_D = \int_a^0 f(x) \, \mathrm{d}x + \int_0^b f(x) \, \mathrm{d}x.$$

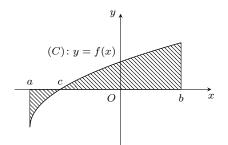
$$\mathbf{C}S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$$

$$\mathbf{B} S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$$

$$(\mathbf{D})S_D = -\int_a^b f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$$

CÂU 19.

Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số y = f(x), trực hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b \ (a < b)$  (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây?

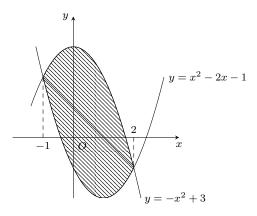


$$\mathbf{A} S = \int_{a}^{c} f(x) dx + \int_{c}^{b} f(x) dx.$$

$$\mathbf{C}S = -\int_{a}^{c} f(x) dx + \int_{c}^{b} f(x) dx.$$

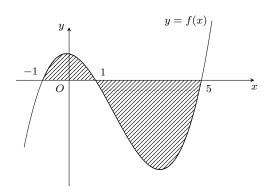
$$\mathbf{D}S = \left| \int_{a}^{b} f(x) \, \mathrm{d}x \right|.$$

CÂU 20. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào dưới đây?



$$\mathbf{B} \int_{-1}^{2} (2x - 2) \, \mathrm{d}x.$$

**CÂU 21.** Cho hàm số y = f(x) liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y=f(x),\,y=0,\,x=-1,\,x=5$  (như hình vẽ bên dưới).



Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$(A) S = -\int_{-1}^{1} f(x) dx - \int_{1}^{5} f(x) dx.$$

$$\mathbf{B} S = \int_{1}^{1} f(x) dx + \int_{1}^{5} f(x) dx.$$

$$\mathbf{C}$$
  $S = \int_{-1}^{1} f(x) dx - \int_{1}^{5} f(x) dx.$ 

$$\mathbf{B} S = \int_{-1}^{1} f(x) \, dx + \int_{1}^{5} f(x) \, dx.$$

$$\mathbf{D} S = -\int_{-1}^{1} f(x) \, dx + \int_{1}^{5} f(x) \, dx.$$

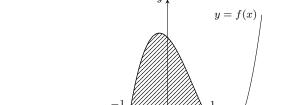
**CÂU 22.** Cho hàm số y = f(x) liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2 (như hình vẽ bên dưới).

		ī	0	V	Κ	IC	U	0
--	--	---	---	---	---	----	---	---

	•	•	•										•	•	•	•	•	
	•	•	•										•	•				
	•	•	•	•	•	•	•						•	•	•	•	•	
	•	•	•					•	•	•	•		•	•	•	•	•	
												•						
												•						
•								•	•	•	•							
												•						
•												•						
•																		
•								•	•	•	•							
•																		
•	•	•	•					•	•	•	•		•	•	•	•	•	
•	•	•	•					•	•	•	•		•	•	•	•	•	
•												•						







Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$(A) S = \int_{-1}^{1} f(x) dx + \int_{1}^{2} f(x) dx.$$

$$\bigcirc S = -\int_{-1}^{1} f(x) dx + \int_{1}^{2} f(x) dx.$$

$$\mathbf{D}S = \int_{1}^{1} f(x) dx - \int_{1}^{2} f(x) dx.$$

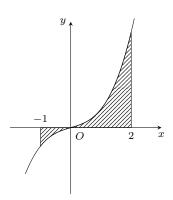
#### CÂU 23.

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường y = f(x), trực hoành và hai đường thẳng x = -1, x = 2.

Đặt 
$$a=\int\limits_{-1}^{0}f(x)\,\mathrm{d}x,\,b=\int\limits_{0}^{2}f(x)\,\mathrm{d}x$$
 (như hình vẽ bên). Mệnh

đề nào sau đây đúng?



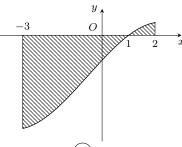


#### CÂU 24.

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường y = f(x), trực hoành và hai đường thẳng x =

$$-3, x = 2.$$
 Đặt  $a = \int_{-3}^{1} f(x) dx, b = \int_{1}^{2} f(x) dx$  (như

hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây đúng?



$$(\mathbf{A})S = a + b.$$

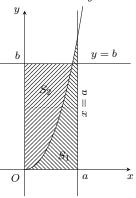
$$(\mathbf{B})S = a - b.$$

$$(\mathbf{C})S = -a - b.$$

$$(\widehat{\mathbf{D}})S = b - a.$$

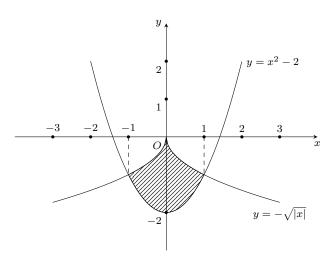
#### CÂU 25.

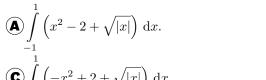
Cho các số p, q thỏa mãn các điều kiện p > 0, q > 1,  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ và các số dương a, b. Xét hàm số  $y = x^{p-1}$  (x > 0) có đồ thị (C). Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành, đường thẳng x=a. Gọi  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trực tung, đường thẳng y = b. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, trục tung và hai đường thẳng x = a, y = b (như hình vẽ bên). Khi so sánh  $S_1 + S_2$  và Sta nhận được bất đẳng thức nào trong các bất đẳng thức dưới



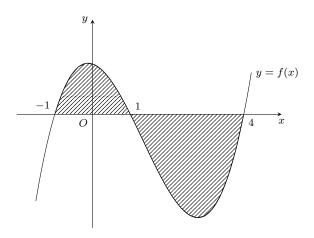
$$\mathbf{B} \frac{a^{p-1}}{p-1} + \frac{b^{q-1}}{q-1} \le ab.$$

CÂU 26. Diện tích phần hình phẳng được gạch sọc trong hình vẽ sau được tính theo công thức nào dưới đây?





**CÂU 27.** Cho hàm số y = f(x) liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường y = f(x), y = 0, x = -1, x = 4 (như hình vẽ). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

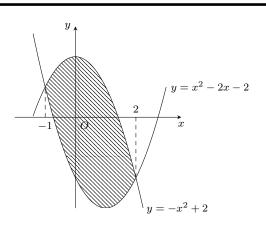


Mệnh đề	Ð	S
<b>a)</b> $S = \int_{-1}^{1} f(x) dx - \int_{1}^{4} f(x) dx.$		
<b>b)</b> $S = \int_{-1}^{1}  f(x)  dx + \int_{1}^{4}  f(x)  dx.$		
$\mathbf{c)} \ S = \left  \int_{-1}^{4} f(x)  \mathrm{d}x \right .$		
<b>d)</b> $S = \int_{-1}^{1} f(x) dx + \int_{1}^{4} f(x) dx.$		

CÂU 28

GV.VU NGOC PHAI			
GV.VŨ NGOC PHÁT			
• Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.			
	•	_	•••••

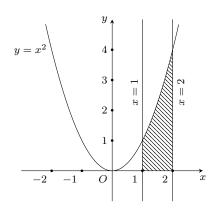
#### **QUICK NOTE**



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
a) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị $y=x^2-2x-2,y=-x^2+2$ và hai đường thẳng $x=-1,x=2.$		
b) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = \int_{-1}^{2} \left  x^2 - 2x - 2 \right   \mathrm{d}x + \int_{-1}^{2} \left  -x^2 + 2 \right   \mathrm{d}x.$		
c) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị $y=x^2-2x-2$ và $y=-x^2+2$ .		
<b>d)</b> Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S=9$ .		·

CÂU 29. Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.

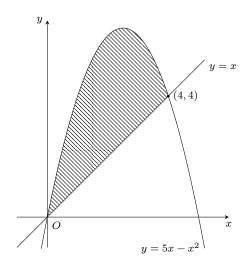


Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
a) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ thị $y=x^2,y=0$ và hai đường thẳng $x=1,x=2.$		
<b>b)</b> Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = \int_{1}^{2} x^{2} dx$ .		
c) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = \frac{4}{3}$ .		
d) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn đồ thị $y=x^2$ và hai đường thẳng $x=1,x=2.$		

CÂU 30. Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.

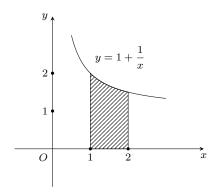
**QUICK NOTE** 



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
a) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn các đồ th $y=5x-x^2,y=x$ và các đường thẳng $x=0,x=4.$	į	
<b>b)</b> Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = \int_{0}^{4} (x^2 - 4x) dx$		
c) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = \int_{0}^{4}  x^2 - 4x  dx$		
d) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ $S = \frac{56}{3}$ .		

CÂU 31. Cho hình phẳng được gạch chéo trong hình bên dưới.

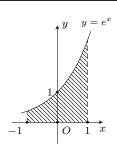


Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
a) Hình phẳng được gạch chéo trong hình trên được giới hạn đồ thị $y=1+\frac{1}{x}$ và các đường thẳng $x=1,x=2.$		
<b>b)</b> Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = \int_{1}^{2} \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx$ .		
c) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S=2$ .		
d) Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là $S = 1 + \int_{1}^{2} \frac{1}{x} dx$ .		

CÂU 32. Cho hình phẳng được tô màu trong hình bên dưới

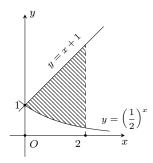
♥ VNPmath - 0962940819 ♥	
QUICK NOTE	
	_
	•



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
a) Hình phẳng được tô màu trong hình vẽ trên được giới hạn bởi các thị $y={\rm e}^x;\ y=0;\ x=0;\ x=1.$	c đồ	
<b>b)</b> Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là $\int_{-1}^{1} e^{x} dx$ .		
c) Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là $\int_{0}^{1} e^{x} dx$ .		
<b>d)</b> Hình phẳng được tô màu trong hình vẽ trên được giới hạn bởi các thị $y={\rm e}^x;\ y=0;\ x=-1;\ x=1.$	c đồ	

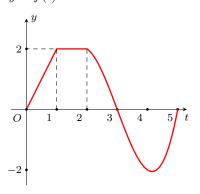
**CÂU 33.** Cho hình phẳng được tô màu trong hình bên dưới.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
a) Hình phẳng được tô màu trong hình vẽ trên được giới hạn bởi các đồ thị $y=x+1;$ $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x;$ $x=0;$ $x=2.$		
<b>b)</b> Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là $\int_{0}^{2} \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^{x} - x - 1 \right] dx$ .		
c) Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ bằng $S=4-\frac{3}{4\ln 2}$ .		
d) Hình phẳng được tô màu trong hình vẽ trên được giới hạn bởi các đồ thị $y=x+1;$ $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x;$ $x=1;$ $x=2.$		

**CÂU 34.** Cho đồ thị hàm số y = f(t) như hình vẽ.

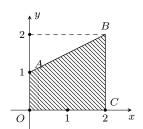


Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mênh đề a) Diện tích hình phẳng được giới hạn các đồ thị hàm số y=f(t), trục Ot và hai đường thẳng  $t=0;\, t=1$  là  $S=\frac{1}{2}\int t\,\mathrm{d}t=\frac{1}{4}.$ b) Diện tích hình phẳng được giới hạn các đồ thị hàm số y=f(t), trục Ot và hai đường thẳng  $t=1;\, t=2$  là  $S=\int 2\,\mathrm{d}t=2.$ c) Tích phân  $\int f(x) \, \mathrm{d}x$  biểu thị cho phần diện tích của hình phẳng giới hạn các đồ thị hàm số y = f(t), trực Ot và hai đường thẳng t = 2; d) Tích phân  $\int f(x) \, \mathrm{d}x$  biểu thị cho phần diện tích của hình phẳng giới

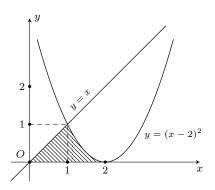
CÂU 35. Tính diện tích hình phẳng được tô màu trong hình bên dưới.

hạn các đồ thị hàm số y = f(t), trực Ot và hai đường thẳng t = 3;



KQ:

**CÂU 36.** Biết diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên có diện tích là  $\frac{a}{b}$  với  $a,\,b\in\mathbb{Z}$  và phân số  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính tổng a+b.

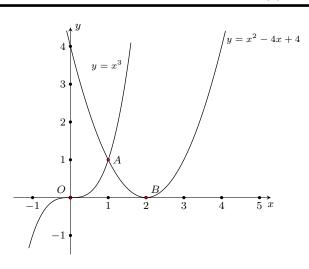


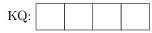
KQ:

**CÂU 37.** Biết diện tích phần tam giác cong OAB trong hình vẽ bên có diện tích là  $\frac{a}{b}$  với  $a,\,b\in\mathbb{Z}$  và phân số  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính hiệu b-a.

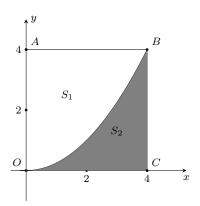
	•	•	•	•	•											•	•	•	•	•	•											•	
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•						•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•				•	•	•	
•													•																	•	•		•
																														•	•		
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

QUICK NOTE	



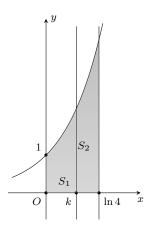


**CÂU 38.** Hình vuông OABC có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình  $y=rac{1}{4}x^2$ . Gọi  $S_2,\,S_2$  lần lượt là diện tích của phần không tô màu và phần tô màu như hình vẽ bên dưới. Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng bao nhiêu?



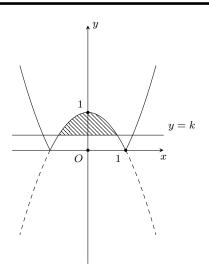
KQ:		
1106.		

**CÂU 39.** Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường  $y=\mathrm{e}^x,\,y=0,\,x=0,\,x=\ln 4.$ Đường thẳng x = k,  $(0 < k < \ln 4)$  chia (H) thành hai phần có diện tích là  $S_1$  và  $S_2$  như hình vẽ bên. Tìm k để  $S_1 = 2S_2$  (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



KQ:			
-----	--	--	--

**CÂU 40.** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường  $y = |x^2 - 1|$  và y = k, với 0 < k < 1. Tìm k để diện tích hình phẳng (H) gấp hai lần diện tích hình phẳng được kẻ sọc ở hình vẽ bên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



KQ:

### Dạng 2. THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

**CÂU 1.** Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bới đồ thị hàm số y = f(x), trực Ox và hai đường thẳng x = a, x = b, (a < b)xung quanh trục Ox.

$$\mathbf{C}V = \int_{a}^{b} f^2(x) \, \mathrm{d}x.$$

$$\mathbf{D}V = \pi \int_{a}^{b} f(x) \, \mathrm{d}x.$$

**CẦU 2.** Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trực Ox tại x=1 và x=2. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với truc Ox tại điểm có hoành đô x,  $(1 \le x \le 2)$  cắt vật thể đó có diện tích S(x)=2024x. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

$$(A)V = 3036.$$

**B**
$$V = 3036\pi$$
.

$$\bigcirc V = 1518.$$

$$(\mathbf{D})V = 1518\pi.$$

**CẦU 3.** Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trực Ox tại x=1 và x=3. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với truc Ox tại điểm có hoành đô x,  $(1 \le x \le 3)$  cắt vật thể đó theo thiết diện là một hình chữ nhất có độ dài hai canh là 3x và  $3x^2 - 2$ . Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

$$(A)V = 156.$$

**(B)** 
$$V = 156\pi$$
.

$$(\mathbf{C})V = 312.$$

$$(\mathbf{D})V = 312\pi.$$

**CÂU 4.** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y=\mathrm{e}^{3x},\,y=0,\,x=0$  và x=1. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trực Ox bằng

$$\mathbf{A}\pi \int_{0}^{1} e^{3x} dx.$$

$$\mathbf{\widehat{C}}\pi \int_{0}^{1} e^{6x} dx. \qquad \mathbf{\widehat{D}}\int_{0}^{1} e^{3x} dx.$$

**CÂU 5.** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^{4x}$ , y = 0, x = 0 và x = 1. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trực Ox bằng

$$\mathbf{B} \pi \int_{0}^{1} e^{8x} \, \mathrm{d}x.$$

$$\mathbf{B}\pi \int_{0}^{1} e^{8x} dx. \qquad \mathbf{C}\pi \int_{0}^{1} e^{4x} dx. \qquad \mathbf{D}\int_{0}^{1} e^{8x} dx.$$

**CÂU 6.** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 3$ , y = 0, x = 0, x = 2. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$(A) V = \int_{0}^{2} (x^2 + 3) dx.$$

**B**
$$V = \pi \int_{2}^{2} (x^2 + 3) dx.$$

$$\bigcirc V = \int_{-\infty}^{2} (x^2 + 3)^2 \, \mathrm{d}x$$

$$D V = \pi \int_{0}^{2} (x^2 + 3)^2 dx.$$

•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	٠	٠	٠	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

•																

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
																																•


		_			_
വ	Ш	CK	Ν		
EJ.	U	C K	1	О	_

**CÂU 7.** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong  $y = e^x$ , trục hoành và các đường thẳng x=0, x=1. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

**(A)** 
$$V = \frac{\pi \left(e^2 + 1\right)}{2}$$
. **(B)**  $V = \frac{e^2 - 1}{2}$ . **(C)**  $V = \frac{\pi e^2}{3}$ .

$$\bigcirc V = \frac{\pi e^2}{3}.$$

$$\bigcirc V = \frac{\pi \left( e^2 - 1 \right)}{2}.$$

**CÂU 8.** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ , trục hoành và các đường thẳng x=0, x=1. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trực hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

$$\mathbf{C}V = 2\pi$$

$$\bigcirc V = \frac{4}{3}.$$

**CÂU 9.** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong  $y=\sqrt{2+\cos x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x=0, x=\frac{\pi}{2}$ . Khối tròn xoay tạo thành khi D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

**A** 
$$V = (\pi + 1)\pi$$
.

$$\bigcirc V = \pi - 1.$$

$$(\mathbf{C})V = \pi + 1.$$

$$(\mathbf{D})V = (\pi - 1)\pi.$$

**CÂU 10.** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{2 + \sin x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x=0,\,x=\pi.$  Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

$$(A)V = 2\pi(\pi + 1).$$

$$\mathbf{B}V = 2\pi.$$

$$(\mathbf{C})V = 2(\pi + 1).$$

$$(\mathbf{D})V = 2\pi^2.$$

CÂU 11. Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P):  $y=x^2$ , đường thẳng d: y=2x và đường thẳng x=0, x=2 quay xung quanh

$$\mathbf{A} \pi \int_{0}^{2} (x^2 - 2x)^2 dx.$$

$$B) \pi \int_{0}^{2} 4x^{2} dx - \pi \int_{0}^{2} x^{4} dx.$$

$$\mathbf{C} \pi \int_{0}^{2} 4x^{2} dx + \pi \int_{0}^{2} x^{4} dx.$$

$$\mathbf{D}\pi \int_{0}^{2} (2x - x^{2}) dx.$$

**CÂU 12.** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 3$ , y = 0, x = 0, x = 2. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo hành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$(A) V = \pi \int_{0}^{2} (x^{2} + 3)^{2} dx.$$

**B**
$$V = \int_{0}^{2} (x^2 + 3) dx.$$

$$\mathbf{C}V = \int_{0}^{2} (x^2 + 3)^2 dx.$$

$$(\mathbf{D})V = \pi \int_{0}^{2} (x^2 + 3) \, \mathrm{d}x.$$

 $\hat{CAU}$  13. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sin x$ , trực Ox, trực Oy và đường thẳng  $x = \frac{\pi}{2}$ , xung quanh trực Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\mathbf{A}V = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, \mathrm{d}x.$$

$$\mathbf{B}V = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, \mathrm{d}x.$$

$$\mathbf{D}V = \pi \int_{-\infty}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, \mathrm{d}x.$$

CAU 14. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y=x^2-2x$ , trục hoành, đường thẳng x=0 và x=1 quanh trục hoành bằng

$$igatharpoons \frac{16\pi}{15}.$$

$$\bigcirc \frac{2\pi}{2}$$
.

$$\bigcirc \frac{4\pi}{2}$$
.

$$\bigcirc \frac{8\pi}{15}$$
.

**CÂU 15.** Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi  $y = \sqrt{x}$ , hai đường thẳng x = 1, x = 2 và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành.

$$\bigcirc 3\pi$$
.

$$\bigcirc \frac{3\pi}{2}$$
.

$$\mathbf{c}^{\frac{2\pi}{3}}$$
.

$$igotimes rac{3}{2}$$
.

**CÂU 16.** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường  $y = 2x - x^2$ , y = 0. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

**B**
$$\pi \int_{0}^{2} (2x - x^{2})^{2} dx.$$

$$\int_{0}^{2} (2x - x^{2})^{2} dx.$$

$$\mathbf{D} \pi \int_{0}^{2} (2x - x^2) dx.$$

**CAU 17.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{x} - 2$ , y = 0 và x = 4, x = 9 quay xung quanh trục Ox. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

$$\bigcirc V = \frac{7\pi}{11}.$$

$$\mathbf{D}V = \frac{11\pi}{6}.$$

**CÂU 18.** Cho hình phẳng (H) giới han bởi các đường thẳng  $y=x^2+2, y=0, x=1,$ x=2. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) 
$$V = \int_{1}^{2} (x^2 + 2) dx$$
.

**(B)** 
$$V = \pi \int_{1}^{2} (x^2 + 2)^2 dx.$$

$$\mathbf{C}V = \int_{-\infty}^{2} (x^2 + 2)^2 \, \mathrm{d}x.$$

$$(\mathbf{D})V = \pi \int_{1}^{2} (x^2 + 2) dx.$$

**CÂU 19.** Cắt một vật thể (T) bởi hai mặt phẳng vuông góc với trực Ox tại x=0 và x=2. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ( $0 \le x \le 2$ ) cắt vật thể đó có theo một thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng  $\sqrt{x^3}$ . Thể tích vật thể (T) là số hữu tỉ có dạng phân số tối giản  $\frac{a}{b}$ . Tính a+b.



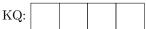
**CẦU 20.** Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trực Ox tại x=1; x=3. Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x  $(1 \le x \le 3)$ , mặt cắt là tam giác vuông có một góc  $45^{\circ}$  và độ dài một cạnh góc vuông là  $\sqrt{4-\frac{1}{2}x^2}$ . Thể tích vật thể trên là một số hữu tỉ có dạng phân số tối giản  $\frac{a}{b}$ . Tính  $a \cdot b$ .



**CÂU 21.** Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) xác định bởi các đường  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ , y = 0, x = 0 và x = 3 quanh trực Ox (kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).



**CÂU 22.** Tính thể tích của vật thể tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị (P):  $y=2x-x^2$ , trục Ox và hai đường thẳng  $x=0,\,x=2$  (Kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).



**CÂU 23.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y=\tan x,\ y=0,\ x=0,\ x=\frac{\pi}{4}$  quay xung quanh trục Ox. Tính thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra (kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

KQ:			

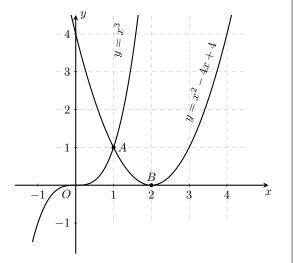
**CÂU 24.** Goi V là thể tích khối tròn xoay tao thành do quay xung quanh truc hoành một elip có phương trình  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ . Tính V (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ:		

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

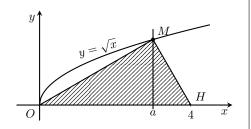
QUICK NOTE		
	<b>CÂU 25.</b> Cho hình phẳng $(H)$ được gạch chéo trong hình bên. Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi $(H)$ khi quay $(H)$ quanh trục $Ox$ (Kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần chục).	$y = x^{2} $ $y = x^{2}$ $y = x^{2}$ $y = x^{2}$ $0$ $1$ $2$ $x$
	<b>CÂU 26.</b> Cho hình phẳng $(D)$ được tô màu trong hình bên. Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi $(D)$ khi quay $(D)$ quanh trục $Ox$ (Kết quả viết dưới dạng số thập phần và làm tròn đến hàng phần trăm).	KQ: $y = 1 + \frac{1}{x}$
	_	1 D D T 2 X
	<b>CÂU 27.</b> Cho hình phẳng $(H)$ được tô màu trong hình bên. Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi $(H)$ khi quay $(H)$ quanh trục $Ox$ (Kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần chục)	y
	<b>CÂU 28.</b> Cho hình phẳng $(H)$ được tổ màu trong hình bên. Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi $(H)$ khi quay $(H)$ quanh trục $Ox$ (Kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần chục).	$KQ:$ $\begin{bmatrix} y \\ 2 \\ A \\ 1 \end{bmatrix}$ $B$
	_	O 1 2 x

**CÂU 29.** Cho hình phẳng (H) là tam giác cong OAB trong hình vẽ bên. Tính thể hình tròn xoay sinh ra bởi (H) khi quay (H) quanh trực Ox (Kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).



KQ:

**CÂU 30.** Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y=\sqrt{x},\ y=0$  và x=4 quanh trục Ox. Đường thẳng  $x=a,\ (0< a<4)$  cắt đồ thị hàm số  $y=\sqrt{x}$  tại M (hình vẽ). Gọi  $V_1$  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox. Biết rằng  $V=2V_1$ . Tìm a.



KQ:

Dạng 3. Ứng dụng diện tích hình phẳng và thể tích khối tròn xoay trong bt thực tiễn

**CÂU 1.** Trường Nguyễn Văn Trỗi muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là  $1\,500\,000$  đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là

**A** 33 750 000 đồng.

**(B**) 3 750 000 đồng.

**(C**) 12 750 000 đồng.

**(D**)6 750 000 đồng.

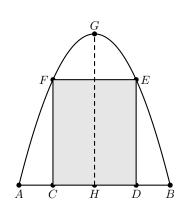
**CÂU 2.** Chị Minh Hiền muốn làm một cái cổng hình Parabol như hình vẽ bên. Chiều cao  $GH=4\,\mathrm{m}$ , chiều rộng  $AB=4\,\mathrm{m}$ ,  $AC=BD=0.9\,\mathrm{m}$ . Chị Minh Hiền làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật CDEF tô đậm có giá là  $1\,200\,000\,\mathrm{dồng/m^2}$ , còn các phần để trắng làm xiên hoa có giá là  $900\,000\,\mathrm{dồng/m^2}$ . Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

(A) 11 445 000 đồng.

**B**)4077000 đồng.

**©** 7 368 000 đồng.

**D**)11 370 000 đồng.



all	CK	NC		٠
Sυ	CK	NC	Ή	•

	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•		•	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•											•	•	•	•	•	•											•	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	

•	•	•											•	•	•	•	•	•											•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

		•						•		•	•						•	

•	•	•	•					•	•	•	•	•	•	•					•	•	

•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

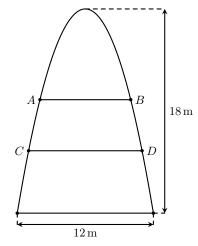
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Ω	П		Ν	$\sim$	ī
ດ	UII	CI	N	u	IΕ

CÂU 3. Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số  $\frac{\bar{A}B}{CD}$  bằng



$$\mathbf{B} \frac{4}{5}$$
.



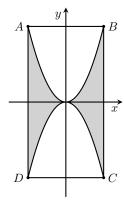
CÂU 4. Một họa tiết hình cánh bướm như hình vẽ bên. Phần tô đậm được đính đá với giá thành  $500\,000/\,\mathrm{m}^2$ . Phần còn lại được tô màu với giá thành  $250\,000/\,\mathrm{m}^2.$  Cho $AB=4\,\mathrm{dm};\,BC=8\,\mathrm{dm}.$  Hỏi để trang trí 1000 họa tiết như vậy cần số tiền gần nhất với số nào sau đây.



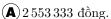
**B**)106 666 667.

**(C)**107 665 667.

**(D)**108 665 667.



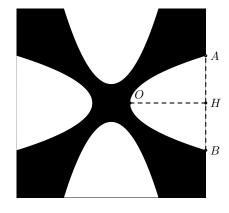
**CÂU 5.** Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết AB = 5 cm, OH = 4cm. Biết giá trang trí hoa văn 1 cm<sup>2</sup> là 50000 đồng, tính số tiền cần bỏ ra để trang trí hoa văn đó.



**(B)**2 333 333 đồng.

(**C**)2 780 333 đồng.

**(D)**2 123 333 đồng.

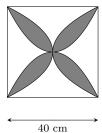


#### CÂU 6.

Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô đen như hình vẽ dưới). Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

 $(A)800 \text{ cm}^2.$ 

**B**  $\frac{800}{3}$  cm<sup>2</sup>. **C**  $\frac{400}{3}$  cm<sup>2</sup>.

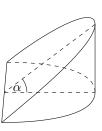


CÂU 7. Khi cắt một vật thể hình chiếc niêm bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ( $-2 \le x \le 2$ ), mặt cắt là tam giác vuông có một góc  $45^{\circ}$  và độ dài một cạnh góc vuông là  $\sqrt{14-3x^2}$ (như hình vẽ). Tính thể tích vật thể hình chiếc niêm trên.

$$\bigcirc V = 20\pi.$$

$$\bigcirc V = 10.$$

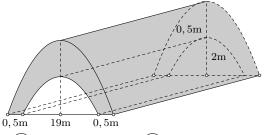
$$\bigcirc V = 10\pi.$$



CÂU 8.

**QUICK NOTE** 

Trong chương trình nông thôn mới của tỉnh Phú Yên, tai xã Hòa Mỹ Tây có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol). Biết 1 m³ khối bê tông để đổ cây cầu có giá 5 triệu đồng. Tính số tiền mà tỉnh Phú Yên cần bỏ ra để xây cây cầu trên.



(A) 110 triệu đồng.

(**B**)250 triệu đồng.

(**C**)180 triệu đồng.

 $(\mathbf{D})200$  triệu đồng.

CÂU 9. Để kỷ niêm ngày 26-3. Chi đoàn 12A dư đinh dựng một lều trai có dang parabol, với kích thước: nền trai là một hình chữ nhất có chiều rộng là 3 mét, chiều sâu là 6 mét, đỉnh của parabol cách mặt đất là 3 mét. Hãy tính thể tích phần không gian phía bên trong trại để lớp 12A cử số lượng người tham dự trại cho phù hợp.

 $(A)30 \text{ m}^3.$ 

**(B)** $36 \text{ m}^3$ .

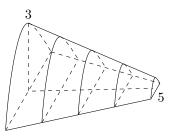
(**C**) $40 \text{ m}^3$ .

**(D)** $41 \text{ m}^3$ .

CÂU 10. Cho một vật thể bằng gỗ có dạng hình trụ với chiều cao và bán kính đáy cùng bằng R. Cắt khối gỗ đó bởi một mặt phẳng đi qua đường kính của một mặt đáy của khối gỗ và tạo với mặt phẳng đáy của khối gỗ một góc 30° ta thu được hai khối gỗ có thể tích là  $V_1$  và  $V_2$ , với  $V_1 < V_2$ . Thể tích  $V_1$  bằng

#### CÂU 11.

Cho một mô hình 3 - D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5 cm; khi cắt hình này bởi mặt phẳng vuông góc với đấy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parobol cho bởi công thức  $y = 3 - \frac{2}{5}x$  cm, với x cm là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Tính thể tích (theo đơn vi cm<sup>3</sup>) không gian bên trong đường hầm mô hình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



**(A**) 29.

**(B)**27.

 $(\mathbf{C})31.$ 

(**D**)33.

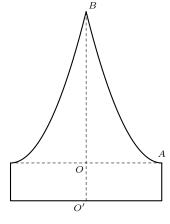
#### CÂU 12.

Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn Minh Hiền đã làm một chiếc mũ "cách điệu" cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng OO' = 5 cm, OA = 10 cm, OB = 20 cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A. Thể tích của chiếc mũ bằng



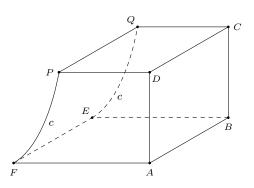
$$\mathbf{B}$$
)  $\frac{2500\pi}{2}$  cm<sup>3</sup>.

(a) 
$$\frac{2750\pi}{3}$$
 cm<sup>3</sup>.  
(b)  $\frac{2050\pi}{3}$  cm<sup>3</sup>.



#### CÂU 13.

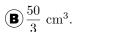
Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên. Các tứ giác ABCD, CDPQ là các hình vuông cạnh 2,5 (cm). Tứ giác ABEF là hình chữ nhật có BE = 3.5 (cm). Mặt bên PQEFđược mài nhẫn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm trên canh EF. Thể tích của chi tiết máy bằng



$oldsymbol{\Omega}$	V	N	$\circ$	т.	7

ລແ		Ν	$\frown$ T	
2 JU	ICK	1	OT	

$$\bigcirc$$
  $\frac{395}{24}$  cm<sup>3</sup>.







CÂU 14. Bổ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trực lớn 28 cm, trực nhỏ 25 cm. Biết cứ 1000 m³ dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

(**A**) 183000 đồng.

**(B)**180000 đồng.

(**C**)185000 đồng.

(**D**)190000 đồng.

#### CÂU 15.

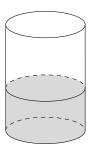
Có một cốc nước thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6 cm, chiều cao lòng cốc là 10 cm đang đựng một lương nước. Tính thể tích lương nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước cham miệng cốc thì đáy mực nước trùng với đường kính đáy.

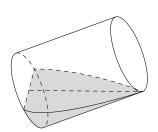


**(B)** $240\pi \text{ cm}^3$ .

**(C)**  $120 \, \mathrm{cm}^3$ .

**(D)** $120\pi \text{ cm}^3$ .





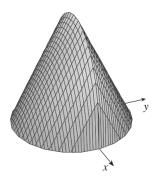
#### **CÂU 16.**

Cho vật thể đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Khi cắt vật thể bằng mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x  $(-1 \le x \le 1)$  thì được thiết diện là một tam giác đều. Thể tích V của vật thể đó là

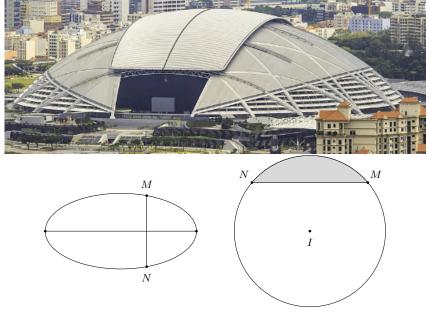
$$\mathbf{B}V = 3\sqrt{3}.$$

$$\mathbf{C}V = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

$$(\mathbf{D})V = \pi.$$



CÂU 17. Sân vận động Sport Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức tại Singapore năm 2015. Nền sân là một elip (E) có trực lớn dài 150m, trực bé dài 90m (hình vẽ). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trực lớn của (E)và cắt elip ở M,N (hình vẽ) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong hình 4) với MN là một dây cung và góc  $\widehat{MIN}=90^\circ$ . Để lắp máy điều hòa không khí thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu là mái không đáng kể. Hỏi thể tích xấp xỉ bao nhiêu?



**(A)**  $57793 \text{ m}^3$ .

**(B)** $115586 \text{ m}^3$ .

 $(\mathbf{C})32162 \text{ m}^3.$ 

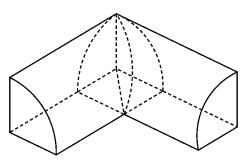
**(D)** $101793 \text{ m}^3.$ 

**CÂU 18.** 

Gọi (H) là phần giao của hai khối  $\frac{1}{4}$  hình trụ có bán kính a, hai trục hình trụ vuông góc với nhau như hình vẽ sau. Tính thể tích của khối (H).

$$(\mathbf{B})V_{(H)} = \frac{3a^3}{4}.$$

$$\mathbf{C}V_{(H)} = \frac{2a^3}{3}$$



**CÂU 19.** Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi h(t) là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho  $h'(t) = 6at^2 + 2bt$  và ban đầu bể không có nước. Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là  $90m^3$ , sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là  $504m^3$ . Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây.

- **(A)**  $1458m^3$ .
- **(B)** $600m^3$ .
- $(\mathbf{C})2200m^3$ .
- **(D)** $4200m^3$ .

CÂU 20. Người ta thay nước mới cho một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu là 280cm. Giả sử  $h\left(t\right)$ là chiều cao (tính bằng cm) của mực nước bơm được tại thời điểm tgiây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao mực nước tại giây thứ t là  $h'(t) = \frac{1}{500} \sqrt[3]{t}$  và lúc đầu hồ bơi không có nước. Hỏi sau bao lâu thì bơm được số nước bằng  $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi (làm tròn đến giây)?

- **A**) 2 giờ 36 giây.
- **(B)**2 giờ 48 giây.
- **(C)**2 giờ 38 giây.
- **(D)**2 giờ 46 giây.

QUICK NOTE

# 

Bài 1.	ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN	1
A	Diện tích hình thang cong	1
B	Thể tích hình khối	1
•	► Dạng 1.TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH GIỚI HẠN BỞI CÁC ĐƯỜNG CONG	
	► Dạng 2. THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY	1
	Dang 3 Ứng dụng diện tích hình phẳng và thể tích khối tròn xoạy trong bị thực tiến	17

