

LÝ THUYẾT GÓC LƯỢNG GIÁC - GIÁ TRỊ - HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A. GTLG GÓC LƯỢNG GIÁC

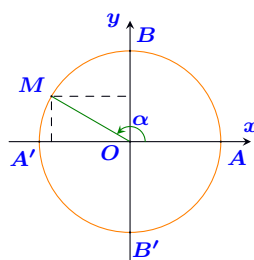
Đổi đơn vị đo: $1 \text{ vòng} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$, $180^\circ = \pi \text{ rad}$

Độ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
Radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π

Độ dài cung tròn bán kính R số đo α rad là $l = R\alpha$.

Điểm biểu diễn góc lượng giác α lên đường tròn lượng giác là M . Khi đó M cũng biểu diễn các góc lượng giác $\alpha + k2\pi$.

Góc α và β có chung điểm biểu diễn khi $\alpha - \beta = k2\pi$ (chẵn lần π)



ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

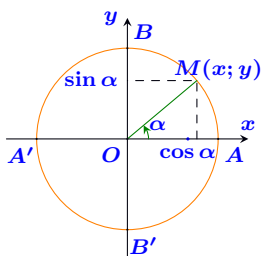
Định nghĩa GTLG

$\cos \alpha = x$

$\sin \alpha = y$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y}{x}$

$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{y}$



Các công thức lượng giác cơ bản

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
($\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$)

$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
($\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$)

$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$
($\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$)

Chú ý: $\tan \alpha$ xác định khi $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) và $\cot \alpha$ xác định khi $\alpha \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

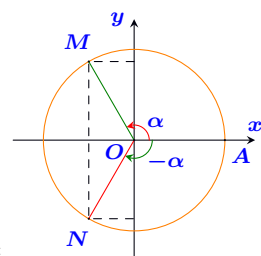
cos đối

$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$

$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$

$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$



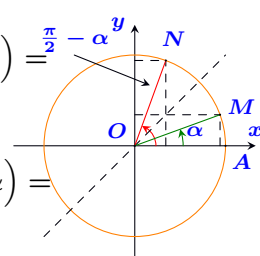
phụ chéo

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$

$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$

$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$



QUICK NOTE

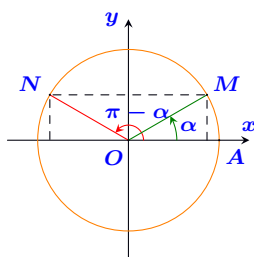
sin bù

$$\checkmark \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\checkmark \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\checkmark \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\checkmark \cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$



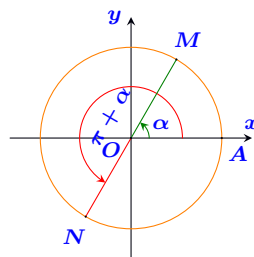
$\pm \pi$ tan, cot

$$\checkmark \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\checkmark \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\checkmark \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\checkmark \cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$



B. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

1. Công thức cộng

Công thức cộng

$$\begin{aligned} \cos(a - b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b & \sin(a + b) &= \sin a \cos b + \sin b \cos a \\ \cos(a + b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b & \tan(a - b) &= \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \\ \sin(a - b) &= \sin a \cos b - \sin b \cos a & \tan(a + b) &= \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \end{aligned}$$

Trường hợp đặc biệt

$$\begin{aligned} \sin x + \cos x &= \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \\ \sqrt{3} \sin x + \cos x &= 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \\ \sin x + \sqrt{3} \cos x &= 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \end{aligned}$$

2. Công thức nhân đôi

Công thức nhân đôi

$$\begin{aligned} \sin 2a &= 2 \sin a \cos a \\ \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a \\ \tan 2a &= \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} \end{aligned}$$

Công thức hạ bậc

$$\begin{aligned} \sin^2 a &= \frac{1 - \cos 2a}{2} \\ \cos^2 a &= \frac{1 + \cos 2a}{2} \\ \tan^2 a &= \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a} \end{aligned}$$

⚠️ Áp dụng công thức cộng cho $3a = a + 2a$, ta có công thức nhân ba:

Công thức nhân ba

$$\begin{aligned} \sin 3a &= 3 \sin a - 4 \sin^3 a & \tan 3a &= \frac{3 \tan a - \tan^3 a}{1 - 3 \tan^2 a} \\ \cos 3a &= 4 \cos^3 a - 3 \cos a \end{aligned}$$

3. Công thức biến đổi tích thành tổng

Công thức tích thành tổng

$$\begin{aligned} \cos a \cos b &= \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)] & \sin a \cos b &= \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)] \\ \sin a \sin b &= \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)] \end{aligned}$$

4. Công thức biến đổi tổng thành tích

Công thức biến đổi tổng thành tích được xây dựng bằng cách $a = \frac{a+b}{2}, b = \frac{a-b}{2}$ trong công thức biến đổi tích thành tổng.

Công thức tổng thành tích

$$\begin{aligned} \cos a + \cos b &= 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} & \sin a + \sin b &= 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} \\ \cos a - \cos b &= -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2} & \sin a - \sin b &= 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2} \end{aligned}$$

QUICK NOTE

QUICK NOTE

C. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Hàm số chẵn, hàm số lẻ

- Hàm số $f(x)$ được gọi là **hàm số chẵn** nếu $\forall x \in \mathcal{D}$ thì $-x \in \mathcal{D}$ và $f(-x) = f(x)$. Đồ thị của một **hàm số chẵn** nhận **trục tung** là trục đối xứng.
- Hàm số $f(x)$ được gọi là **hàm số lẻ** nếu $\forall x \in \mathcal{D}$ thì $-x \in \mathcal{D}$ và $f(-x) = -f(x)$. Đồ thị của một **hàm số lẻ** nhận **gốc tọa độ** là tâm đối xứng.

Các hàm số $y = \sin x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ là hàm số **lẻ**, hàm số $y = \cos x$ là hàm số **chẵn**.

Hàm số tuần hoàn

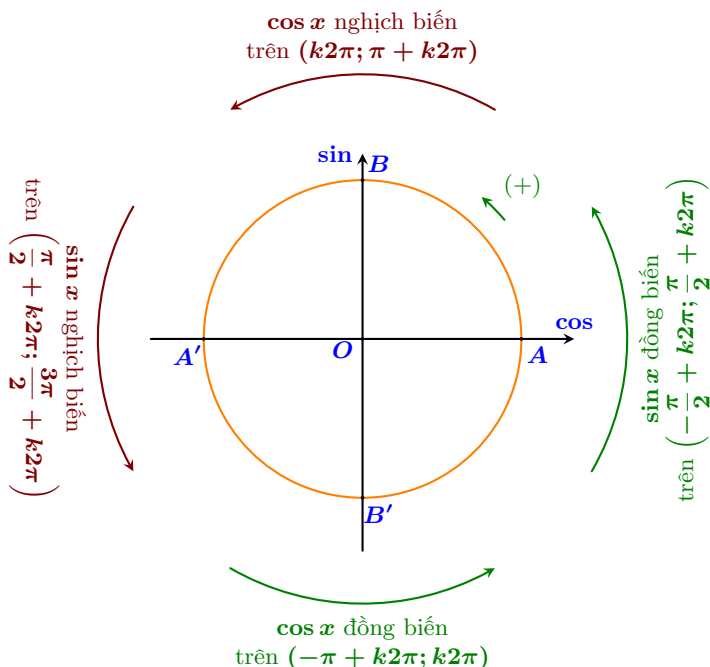
ĐỊNH NGHĨA 0.1. Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định \mathcal{D} được gọi là **hàm số tuần hoàn** nếu tồn tại số $T \neq 0$ sao cho với mọi $x \in \mathcal{D}$ ta có:

- $x + T \in \mathcal{D}$ và $x - T \in \mathcal{D}$;
- $f(x + T) = f(x)$.

Số T dương nhỏ nhất thỏa mãn các điều kiện trên (nếu có) được gọi là **chu kỳ** của hàm số tuần hoàn đó.

Các hàm số $y = A \sin \omega x$ và $y = A \cos \omega x$ ($\omega > 0$) là những hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Các hàm số $y = A \tan \omega x$ và $y = A \cot \omega x$ ($\omega > 0$) là những hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{\omega}$.

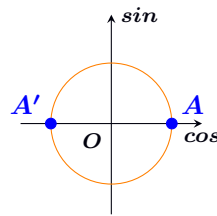
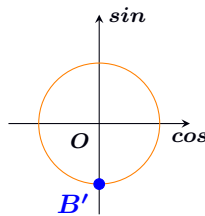
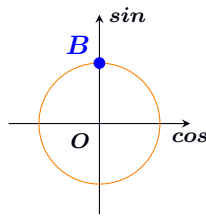


D. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Phương trình $\sin x = a$.

- Trường hợp $a > 1$ hoặc $a < -1$ phương trình vô nghiệm.
- Trường hợp $a \in \{-1; 0; 1\}$.

QUICK NOTE



$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$$

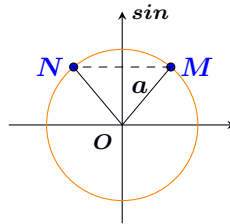
✓ Trường hợp $a \in \left\{ \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$ hoặc $a \in (-1; 1)$. Ta bấm máy $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\sin}$ để tìm góc α hoặc β° .

① Công thức theo đơn vị rad: $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

② Công thức theo đơn vị độ: $\sin x = \sin \beta^\circ \Leftrightarrow$

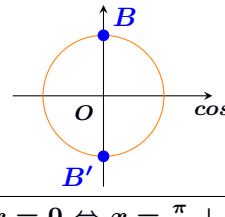
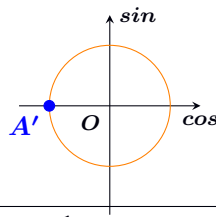
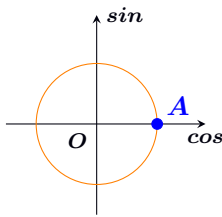
$$\begin{cases} x = \beta^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - \beta^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$



Phương trình $\cos x = a$.

✓ Trường hợp $a > 1$ hoặc $a < -1$ phương trình vô nghiệm.

✓ Trường hợp $a \in \{-1; 0; 1\}$.



$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \quad \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

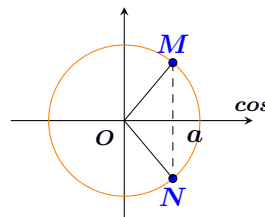
✓ Trường hợp $a \in \left\{ \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$ hoặc $a \in (-1; 1)$. Ta bấm máy $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\cos}$ để tìm góc α hoặc β° tương ứng.

① Công thức theo đơn vị rad: $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

② Công thức theo đơn vị độ: $\cos x = \cos \beta^\circ \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x = \beta^\circ + k360^\circ \\ x = -\beta^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$



Phương trình $\tan x = a$ và $\cot x = b$.

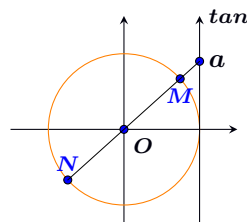
✓ Trường hợp $a \in \left\{ 0; \pm \frac{\sqrt{3}}{3}; \pm 1; \pm \sqrt{3} \right\}$ hoặc a bất kì. Ta bấm máy $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\tan}$ để tìm góc α hoặc β° tương ứng.

① Công thức theo đơn vị rad:

$$\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

② Công thức theo đơn vị độ:

$$\tan x = \tan \beta^\circ \Leftrightarrow x = \beta^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$$



QUICK NOTE

★ Phương trình $\cot x = b$. $b \in \left\{ \pm \frac{\sqrt{3}}{3}; \pm 1; \pm \sqrt{3} \right\}$ hoặc b bất kì. Ta bấm máy $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\tan} \boxed{\frac{1}{b}}$ để tìm góc α hoặc β° tương ứng. Riêng $b = 0$ thì $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Công thức nghiệm tương tự phương trình $\tan x = a$

QUICK NOTE

Ⓓ $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$.

QUICK NOTE

CÂU 12. Cho phương trình $2 \tan x - 3 = \frac{-2}{\tan x + 1}$. Gọi S là tập hợp các nghiệm của phương trình thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Tổng các phần tử của S là

- (A) 0. (B) $\frac{\pi}{3}$. (C) $\frac{\pi}{4}$. (D) 1.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đ	S
a) $\sin^2 x = \frac{1 + \sin 2x}{2}$.		
b) Nếu $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ thì $\cos 2\alpha = -\frac{7}{9}$.		
c) Nếu $\sin x = \frac{3}{4}$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\sin 2x = \frac{3\sqrt{7}}{8}$.		
d) Cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ với $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ biết $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = a + b\sqrt{c}$, c là số nguyên tố ($a, b, c \in \mathbb{Z}, c \geq 0$) Khi đó $a + b + c = 0$.		

CÂU 14. Biết $\cos x = \frac{1}{3}$ và $-\frac{\pi}{2} < x < 0$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) > 0$.		
b) $\sin 2x = \frac{4\sqrt{2}}{9}$.		
c) $\cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1 + 3\sqrt{6}}{6}$.		
d) $\sin x + \sin 3x = -\frac{8\sqrt{2}}{27}$.		

CÂU 15. Cho hàm số $f(x) = -2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 2025$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là \mathbb{R} .		
b) Hàm số $f(x)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.		
c) Hàm số $f(x)$ không chẵn, không lẻ.		
d) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.		

CÂU 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số đã cho là hàm số tuần hoàn.		
b) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.		
c) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 4.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17. Tìm tập giá trị của các hàm số $y = \sqrt{2 + \cos x} - 5$ là đoạn $[a; b]$. Giá trị $a + b$ (làm tròn đến hàng phần chục) là

KQ:

--	--	--	--

CÂU 18. Tổng số giờ ban ngày của ngày thứ x trong một năm không nhuận được tính bởi công thức $g(x) = 3 \sin(0,0172x - 1,376) + 12$. Trong đó x đại diện cho ngày trong năm, $1 \leq x \leq 365$. Ngày \overline{ab} tháng \overline{cd} có số giờ ban ngày dài nhất. Số \overline{abcd} bằng

KQ:

--	--	--	--

KQ:

--	--	--	--

KQ:

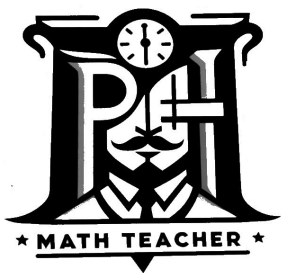
--	--	--	--

KQ:

--	--	--	--

KQ:

--	--	--	--



ĐIỂM: _____

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

Gọi tôi là: Ngày làm đề:/...../.....

ÔN TẬP KIỂM TRA CHƯƠNG I

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 2

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Rút gọn biểu thức $M = \cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x$ ta được kết quả là:

- (A) $M = \cos x$. (B) $M = \cos 3x$. (C) $M = \sin x$. (D) $M = \sin 3x$.

CÂU 2. Đẳng thức nào không đúng với mọi x ?

- (A) $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$. (B) $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$.
(C) $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. (D) $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$.

CÂU 3. Góc có số đo $\frac{\pi}{24}$ đổi sang độ bằng

- (A) 7° . (B) $7^\circ 30'$. (C) 8° . (D) $8^\circ 30'$.

CÂU 4. Một đường tròn có đường kính là 50 (cm). Độ dài của cung tròn trên đường tròn có số đo là $\frac{\pi}{4}$ bằng (làm tròn đến hàng đơn vị)

- (A) 40 (cm). (B) 39 (cm). (C) 19 (cm). (D) 20 (cm).

CÂU 5. Chọn phát biểu đúng:

- (A) Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.
(B) Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.
(C) Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số chẵn.
(D) Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.

CÂU 6. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

- (A) $\frac{3}{4}$. (B) $\frac{3}{8}$. (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (D) $-\frac{3}{4}$.

CÂU 7. Một con lắc lò xo sau khi được kéo xuống dưới vị trí cân bằng 4 cm và thả ra thì nó dao động điều hòa với phương trình: $y = -4 \cos 8t$ (cm). Biên độ A cm và chu kỳ T của dao động là

- (A) $A = 4$ cm, $T = \frac{\pi}{4}$. (B) $A = 4$ cm, $T = \frac{\pi}{2}$.
(C) $A = 8$ cm, $T = \frac{\pi}{4}$. (D) $A = 4$ cm, $T = 2\pi$.

CÂU 8. Hãy tìm tập tất cả các giá trị của m để phương trình $|\sin x| = m$ có nghiệm?

- (A) $-1 \leq m \leq 1$. (B) $-1 \leq m \leq 0$. (C) $-1 < m < 0$. (D) $0 \leq m \leq 1$.

CÂU 9. Nghiệm của phương trình $2 \sin \left(4x - \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 0$ là:

- (A) $x = \pi + k2\pi$; $x = k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$). (B) $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$; $x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
(C) $x = k2\pi$; $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). (D) $x = k\pi$; $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

CÂU 10. Biết $\sin \left(\alpha + \frac{3\pi}{2} \right) + \cos \left(\alpha + \frac{3\pi}{2} \right) = \sqrt{2}$. Tính $\sin(\alpha + \pi) - 2 \cos(\alpha - \pi)$.

- (A) $\frac{3}{\sqrt{2}}$. (B) $-\frac{3}{\sqrt{2}}$. (C) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

CÂU 11. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức

$h = 3 \cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} \right) + 12$. Mức nước của kênh cao nhất khi:

- (A) $t = 13$ (giờ). (B) $t = 10,5$ (giờ). (C) $t = 15$ (giờ). (D) $t = 16,5$ (giờ).

CÂU 12. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{180}(t - 80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

- (A) 170. (B) 171. (C) 172. (D) 173.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Cho phương trình $\sin x = a$ (1).

Mệnh đề	Đ	S
a) Nếu $a > 1$ thì phương trình (1) vô nghiệm.		
b) Nếu $a = 1$ thì phương trình (1) có nghiệm $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.		
c) Nếu $-1 \leq a \leq 1$ thì phương trình (1) có nghiệm $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.		
d) Phương trình (1) luôn có hai điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác.		

CÂU 14. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = \sin \sqrt{x+4}$ có tập xác định là $D = [-4; +\infty)$.		
b) Hàm số $y = \cot \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.		
c) Hàm số $y = \sqrt{3 - 2 \cos x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.		
d) Hàm số $y = \frac{1 - 3 \cos x}{\sin x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.		

CÂU 15. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) được cho bởi công thức $h(t) = 3 \cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} \right) + 14$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Công thức tuần hoàn với chu kì $T = 2\pi$.		
b) Chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11m.		
c) Chiều sâu của mực nước cao nhất là 14m.		
d) Thời gian để mực nước cao nhất là $t = 9$.		

CÂU 16. Cho phương trình $(2 \cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0$ (1).

Mệnh đề	Đ	S
a) $x = \frac{7\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1).		
b) Khi $m = 2$ thì phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + l2\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z})$.		
c) Khi $m = 1$ thì tập nghiệm của phương trình (1) có tất cả 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.		
d) Chỉ tìm được một giá trị của m để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right]$.		

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. Khi đó giá trị biểu thức $P = \cos^2 2\alpha + \cos^2 \alpha$ bằng $\frac{a}{b}$. Tính $a + b$. Biết rằng phân số $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản

KQ:

--	--	--	--

CÂU 18. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ là n . Giá trị \sqrt{n} (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

KQ:

--	--	--	--

CÂU 19. Biết có n giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m$ có nghiệm. Giá trị \sqrt{n} (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

KQ:

--	--	--	--

CÂU 20. Biết $x = x_0$ là nghiệm duy nhất của phương trình $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2 = 0$ trên khoảng $(0; 2\pi)$. Giá trị x_0 (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

KQ:

--	--	--	--

CÂU 21. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + \sqrt{2}$. Tính $M^2 m$ (làm tròn đến hàng phần trăm)

KQ:

--	--	--	--

CÂU 22. Mùa xuân ở Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) thường có trò chơi đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động qua lại vị trí cân bằng. Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách h (mét) được tính từ vị trí chân người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn bởi hệ thức $h = |d|$ với $d = 3 \cos \left[\frac{\pi}{3}(2t - 1)\right]$ ($t \geq 0$ và được tính bằng giây), trong đó ta quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở về phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại. Biết t_1, t_2 lần lượt là thời điểm đầu tiên người đu ở vị trí phía sau lưng và vị trí phía trước vị trí cân bằng 1,5 mét. Giá trị $t_1 + t_2^2$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

KQ:

--	--	--	--

LỜI GIẢI CHI TIẾT

LÝ THUYẾT GÓC LƯỢNG GIÁC - GIÁ TRỊ - HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

E. GTLG GÓC LƯỢNG GIÁC

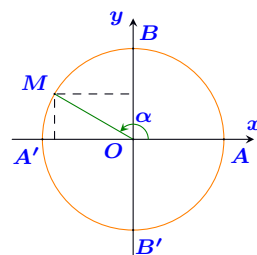
☑ Đổi đơn vị đo: $1 \text{ vòng} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$, $180^\circ = \pi \text{ rad}$

Độ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
Radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π

☑ Độ dài cung tròn bán kính R số đo α rad là $l = R\alpha$.

☑ Điểm biểu diễn góc lượng giác α lên đường tròn lượng giác là M . Khi đó M cũng biểu diễn các góc lượng giác $\alpha + k2\pi$.

Góc α và β có chung điểm biểu diễn khi $\alpha - \beta = k2\pi$ (chẵn lần π)



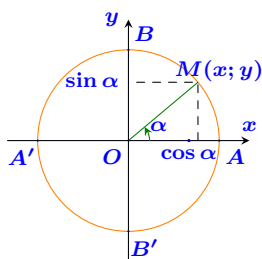
Định nghĩa GTLG

☑ $\cos \alpha = x$

☑ $\sin \alpha = y$

☑ $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y}{x}$

☑ $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{y}$



Các công thức lượng giác cơ bản

☑ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

☑ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$

☑ $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$

☑ $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$

Chú ý: $\tan \alpha$ xác định khi $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) và $\cot \alpha$ xác định khi $\alpha \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

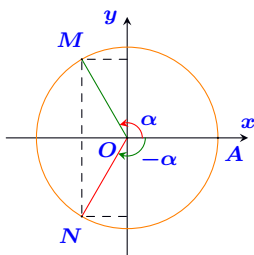
cos đối

☑ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

☑ $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$

☑ $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$

☑ $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$



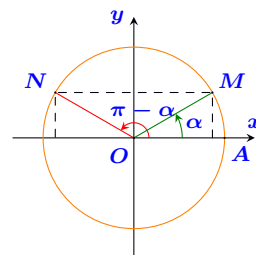
sin bù

☑ $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$

☑ $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$

☑ $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$

☑ $\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$



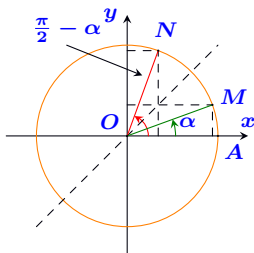
phụ chéo

☑ $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$

☑ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$

☑ $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$

☑ $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$



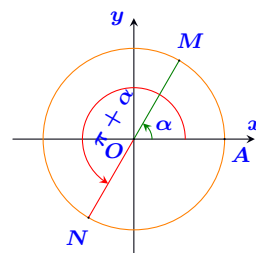
$\pm \pi$ tan, cot

☑ $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$

☑ $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$

☑ $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$

☑ $\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$



F. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

1. Công thức cộng

Công thức cộng

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b.$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}.$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a.$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a.$$

Trường hợp đặc biệt

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right).$$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right).$$

2. Công thức nhân đôi

Công thức nhân đôi

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a.$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a.$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}.$$

Công thức hạ bậc

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}.$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}.$$

$$\tan^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}.$$

⚠️ Áp dụng công thức cộng cho $3a = a + 2a$, ta có công thức nhân ba:

Công thức nhân ba

$$\sin 3a = 3 \sin a - 4 \sin^3 a.$$

$$\tan 3a = \frac{3 \tan a - \tan^3 a}{1 - 3 \tan^2 a}.$$

$$\cos 3a = 4 \cos^3 a - 3 \cos a.$$

3. Công thức biến đổi tích thành tổng

Công thức tích thành tổng

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)].$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)].$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)].$$

4. Công thức biến đổi tổng thành tích

Công thức biến đổi tổng thành tích được xây dựng bằng cách $a = \frac{a+b}{2}$, $b = \frac{a-b}{2}$ trong công thức biến đổi tích thành tổng.

Công thức tổng thành tích

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}.$$

$$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}.$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}.$$

$$\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}.$$

G. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Hàm số chẵn, hàm số lẻ

- ☑ Hàm số $f(x)$ được gọi là **hàm số chẵn** nếu $\forall x \in \mathcal{D}$ thì $-x \in \mathcal{D}$ và $f(-x) = f(x)$. Đồ thị của một **hàm số chẵn** nhận **trục tung** là trục đối xứng.
- ☑ Hàm số $f(x)$ được gọi là **hàm số lẻ** nếu $\forall x \in \mathcal{D}$ thì $-x \in \mathcal{D}$ và $f(-x) = -f(x)$. Đồ thị của một **hàm số lẻ** nhận **gốc toạ độ** là tâm đối xứng.

Các hàm số $y = \sin x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ là hàm số **lẻ**, hàm số $y = \cos x$ là hàm số **chẵn**.

Hàm số tuần hoàn

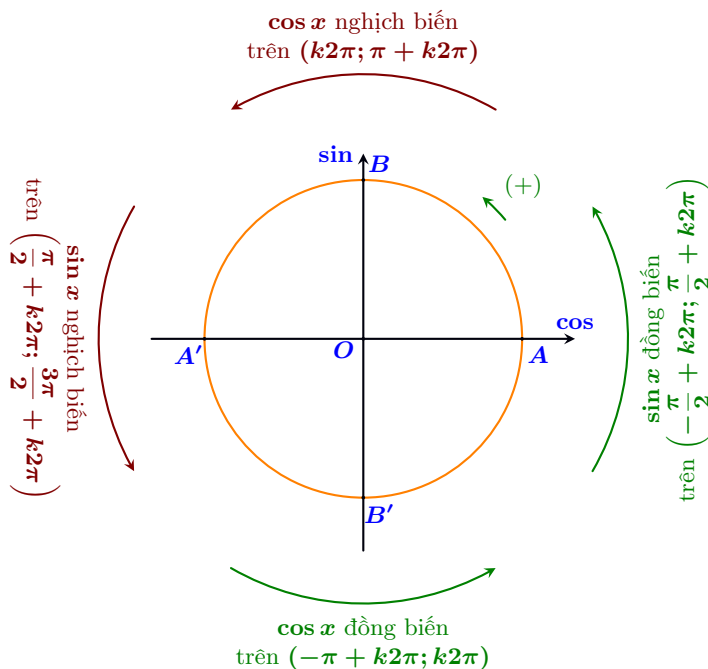
⚡ **ĐỊNH NGHĨA 0.2.** Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định \mathcal{D} được gọi là **hàm số tuần hoàn** nếu tồn tại số $T \neq 0$ sao cho với mọi $x \in \mathcal{D}$ ta có:

- ☑ $x + T \in \mathcal{D}$ và $x - T \in \mathcal{D}$;
- ☑ $f(x + T) = f(x)$.

Số T dương nhỏ nhất thỏa mãn các điều kiện trên (nếu có) được gọi là **chu kì** của hàm số tuần hoàn đó.

Các hàm số $y = A \sin \omega x$ và $y = A \cos \omega x$ ($\omega > 0$) là những hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

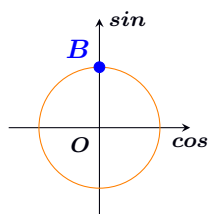
Các hàm số $y = A \tan \omega x$ và $y = A \cot \omega x$ ($\omega > 0$) là những hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \frac{\pi}{\omega}$.



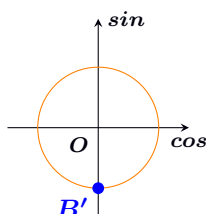
H. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Phương trình $\sin x = a$.

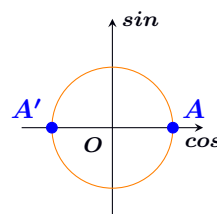
- ☑ Trường hợp $a > 1$ hoặc $a < -1$ phương trình vô nghiệm.
- ☑ Trường hợp $a \in \{-1; 0; 1\}$.



$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$



$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$$

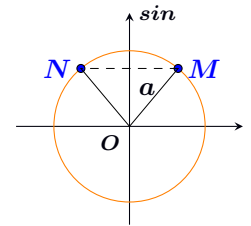


$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$$

☑ Trường hợp $a \in \left\{ \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$ hoặc $a \in (-1; 1)$. Ta bấm máy $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\sin}$ để tìm góc α hoặc β° .

① Công thức theo đơn vị rad: $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

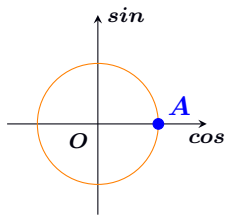
② Công thức theo đơn vị độ: $\sin x = \sin \beta^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \beta^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - \beta^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$



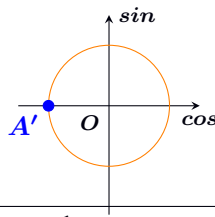
Phương trình $\cos x = a$.

☑ Trường hợp $a > 1$ hoặc $a < -1$ phương trình vô nghiệm.

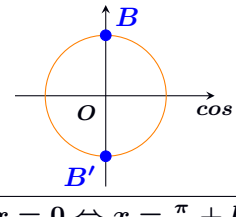
☑ Trường hợp $a \in \{-1; 0; 1\}$.



$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$



$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$

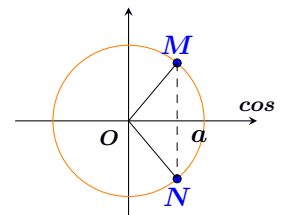


$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

☑ Trường hợp $a \in \left\{ \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$ hoặc $a \in (-1; 1)$. Ta bấm máy $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\cos}$ để tìm góc α hoặc β° tương ứng.

① Công thức theo đơn vị rad: $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

② Công thức theo đơn vị độ: $\cos x = \cos \beta^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \beta^\circ + k360^\circ \\ x = -\beta^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$



Phương trình $\tan x = a$ và $\cot x = b$.

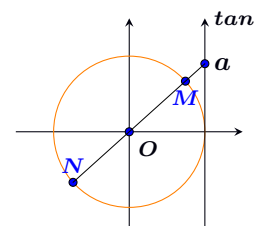
☑ Trường hợp $a \in \left\{ 0; \pm \frac{\sqrt{3}}{3}; \pm 1; \pm \sqrt{3} \right\}$ hoặc a bất kì. Ta bấm máy $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\tan}$ để tìm góc α hoặc β° tương ứng.

① Công thức theo đơn vị rad:

$\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

② Công thức theo đơn vị độ:

$\tan x = \tan \beta^\circ \Leftrightarrow x = \beta^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$



★ Phương trình $\cot x = b$. $b \in \left\{ \pm \frac{\sqrt{3}}{3}; \pm 1; \pm \sqrt{3} \right\}$ hoặc b bất kì. Ta bấm máy $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\tan} \boxed{\frac{1}{b}}$ để tìm góc α hoặc β° tương ứng. Riêng $b = 0$ thì $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Công thức nghiệm tương tự phương trình $\tan x = a$

Gọi tôi là: Ngày làm đề:/...../.....

ÔN TẬP KIỂM TRA CHƯƠNG I

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 1

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho góc lượng giác α . Mệnh đề nào sau đây đúng?

☐ A $\sin(-\alpha) = \sin \alpha$.

☐ B $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$.

☐ C $\tan(-\alpha) = \tan \alpha$.

☐ D $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$.

Lời giải.

Dựa vào tính chất của hai góc đối nhau nên $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$

Chọn đáp án ☒ D

CÂU 2. Giá trị $\cos 75^\circ$ là :

☐ A $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

☐ B $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$.

☐ C $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

☐ D $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\cos 75^\circ = \cos(30^\circ + 45^\circ) = \cos 30^\circ \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

Chọn đáp án ☒ C

CÂU 3. Cho $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

☐ A $\cos \alpha = \frac{12}{13}$.

☐ B $\cos \alpha = \frac{8}{13}$.

☐ C $\cos \alpha = -\frac{8}{13}$.

☐ D $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$.

Lời giải.

Ta có $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{12}{13}$. Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$

Chọn đáp án ☒ D

CÂU 4. Cho các góc α, β thỏa mãn $\alpha, \beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ và $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

☐ A $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}$.

☐ B $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2\sqrt{10} - 2}{9}$.

☐ C $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5} - 4\sqrt{2}}{9}$.

☐ D $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5} + 4\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải.

Do $\alpha, \beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ nên có: $\begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \beta > 0 \end{cases}$.

Ta có $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ và $\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Suy ra $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}$.

Vậy $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}$

Chọn đáp án ☒ A

CÂU 5. Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = m$. Tính $P = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ theo m .

☐ A $P = 2m$.

☐ B $P = \frac{m}{2}$.

☐ C $P = \frac{m}{\sqrt{2}}$.

☐ D $P = m\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $P = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha$

$\Rightarrow P = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin \alpha + \cos \alpha) = \frac{m}{\sqrt{2}}$

Chọn đáp án **C**..... □

CÂU 6. Cho $x = \tan \alpha$. Tính $\sin 2\alpha$ theo x .

- A** $2x\sqrt{1+x^2}$. **B** $\frac{1-x^2}{1+x^2}$. **C** $\frac{2x}{1-x^2}$. **D** $\frac{2x}{1+x^2}$.

Lời giải.

Ta có $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos^2 \alpha = 2 \tan \alpha \cdot \frac{1}{1+\tan^2 \alpha} = \frac{2x}{1+x^2}$

Chọn đáp án **D**..... □

CÂU 7. Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

- A** $D = \mathbb{R}$. **B** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pi + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Do đó, tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Chọn đáp án **D**..... □

CÂU 8. Trên khoảng $(-\pi; \pi)$, hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A** $(-\pi; 0)$. **B** $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. **C** $(0; \pi)$. **D** $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Chọn đáp án **D**..... □

CÂU 9. Hàm số $y = \sin^2 2x - \cos^2 2x$ tuần hoàn với chu kỳ bằng

- A** 2π . **B** π . **C** $\frac{\pi}{2}$. **D** $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Ta có $y = \sin^2 2x - \cos^2 2x = -\cos 4x$. Vậy hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

Chọn đáp án **C**..... □

CÂU 10. Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ là

- A** $x = \frac{\pm\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C** $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D** $\begin{cases} x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có: $2 \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Chọn đáp án **D**..... □

CÂU 11. Phương trình nào dưới đây vô nghiệm.

- A** $\cos x = \frac{1}{2}$. **B** $\sin x - \cos x = 2$. **C** $\sin(5x + 1) = 1$. **D** $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$.

Lời giải.

Chú ý

- $|\sin \alpha| \leq 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$ và $|\cos \alpha| \leq 1, \forall \alpha \in \mathbb{R}$ nên các phương trình ở đáp án A, C có nghiệm.

- Phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm khi $a^2 + b^2 \geq c^2$, ta kiểm tra được phương trình đáp án B vô nghiệm, đáp án D có nghiệm

Chọn đáp án **B**..... □

CÂU 12. Cho phương trình $2 \tan x - 3 = \frac{-2}{\tan x + 1}$. Gọi S là tập hợp các nghiệm của phương trình thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Tổng các phần tử của S là

- A** 0. **B** $\frac{\pi}{3}$. **C** $\frac{\pi}{4}$. **D** 1.

Lời giải.

Điều kiện : $\cos x \neq 0, \tan x \neq -1$.

Vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \tan x > 0$.

Phương trình ban đầu tương đương

$$\Leftrightarrow (2 \tan x - 3)(\tan x + 1) = -2 \Leftrightarrow 2 \tan^2 x - \tan x - 3 = -2$$

$$\Leftrightarrow 2 \tan^2 x - \tan x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 & (TM) \\ \tan x = -\frac{1}{2} & (L) \end{cases}$$

+ Với $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $x = \frac{\pi}{4}$.

Vậy $S = \left\{\frac{\pi}{4}\right\}$ và tổng các phần tử của S là $\frac{\pi}{4}$

Chọn đáp án **C**.....

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đ	S
a) $\sin^2 x = \frac{1 + \sin 2x}{2}$.		X
b) Nếu $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ thì $\cos 2\alpha = -\frac{7}{9}$.	X	
c) Nếu $\sin x = \frac{3}{4}$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\sin 2x = \frac{3\sqrt{7}}{8}$.	X	
d) Cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ với $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ biết $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = a + b\sqrt{c}$, c là số nguyên tố ($a, b, c \in \mathbb{Z}, c \geq 0$) Khi đó $a + b + c = 0$.	X	

Lời giải.

a) $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

b) $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{9}$

c) Ta có $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$.

Vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $\cos x > 0 \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{7}}{4}$ suy ra $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$

d) Ta có $\tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} - 1 = \frac{5}{4}$

Vì $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ nên $\tan \alpha < 0 \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

$$\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{2} + 1}{1 - \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \cdot 1} = -9 + 4\sqrt{5}$$

Vậy $a = -9, b = 4, c = 5$ nên mệnh đề đúng

Chọn đáp án **a sai b đúng c đúng d đúng**.....

CÂU 14. Biết $\cos x = \frac{1}{3}$ và $-\frac{\pi}{2} < x < 0$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) > 0$.	X	
b) $\sin 2x = \frac{4\sqrt{2}}{9}$.		X

Mệnh đề	Đ	S
c) $\cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1 + 3\sqrt{6}}{6}$.	X	
d) $\sin x + \sin 3x = -\frac{8\sqrt{2}}{27}$.	X	

Lời giải.

a) Ta có $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x = \frac{1}{3} > 0$

b) Ta có $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Vì $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ nên $\sin x = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Áp dụng công thức nhân đôi ta có: $\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$

$$c) \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = \cos x \cdot \cos \frac{4\pi}{3} - \sin x \cdot \sin \frac{4\pi}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{1+3\sqrt{6}}{6}$$

d) Áp dụng công thức ta có:

$$\sin x + \sin 3x = 2 \sin 2x \cdot \cos x = 2 \cdot \left(-\frac{4\sqrt{2}}{9}\right) \cdot \frac{1}{3} = -\frac{8\sqrt{2}}{27}$$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d đúng

CÂU 15. Cho hàm số $f(x) = -2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 2025$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là \mathbb{R} .	X	
b) Hàm số $f(x)$ tuần hoàn với chu kì $T = 2\pi$.		X
c) Hàm số $f(x)$ không chẵn, không lẻ.		X
d) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.	X	

Lời giải.

a). Vì tập xác định của hàm sin là \mathbb{R} nên hàm số $f(x)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

b). Ta có $-2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 2025 = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2025 = 2 \cos 2x + 2025$.

Do đó $f(x) = 2 \cos 2x + 2025$ nên hàm số $f(x)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

c) Ta có $\forall x \in \mathbb{R}, -x \in \mathbb{R}$ và $f(-x) = 2 \cos(-2x) + 2025 = 2 \cos 2x + 2025 = f(x)$ nên hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn.

d) Ta có $-2 \leq 2 \cos 2x \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$ hay $2023 \leq 2 \cos 2x + 2025 \leq 2027, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó $f(x) = 2027 \Leftrightarrow \cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c sai ☐ d đúng

CÂU 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số đã cho là hàm số tuần hoàn.	X	
b) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.	X	
c) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.		X
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 4.	X	

Lời giải.

a) Hàm số tuần hoàn do hai hàm $y = \sin x$ và $y = \cos x$ cùng tuần hoàn với chu kì 2π .

b) Ta có $f(-x) = \frac{1}{\cos^2(-x)} + \frac{1}{\sin^2(-x)} = \frac{1}{(\cos x)^2} + \frac{1}{(-\sin x)^2} = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = f(x)$.

Do đó hàm số đã cho là hàm số chẵn

c) Hàm số xác định khi $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

d) Khi $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ta có

$$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \geq 2\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{\sin^2 x}} = 2\sqrt{\frac{4}{\sin^2 2x}} = \frac{4}{|\sin 2x|} \geq \frac{4}{1} = 4.$$

Nên giá trị nhỏ nhất của hàm số là 4

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17. Tìm tập giá trị của các hàm số $y = \sqrt{2 + \cos x} - 5$ là đoạn $[a; b]$. Giá trị $a + b$ (làm tròn đến hàng phần chục) là

Đáp án: ,

Lời giải.

Vì $\cos x \geq -1 \Leftrightarrow 2 + \cos x \geq 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.
 $\forall x \in \mathbb{R}$, ta có:

$$\begin{aligned} -1 &\leq \cos x \leq 1 \\ \Leftrightarrow 1 &\leq 2 + \cos x \leq 3 \\ \Leftrightarrow 1 &\leq \sqrt{2 + \cos x} \leq \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow -4 &\leq \sqrt{2 + \cos x} - 5 \leq \sqrt{3} - 5 \end{aligned}$$

Vậy tập giá trị của hàm số là $T = [-4; \sqrt{3} - 5]$. Suy ra $a + b \approx -7,3$.

Đáp án: **-7,3** □

CÂU 18. Tổng số giờ ban ngày của ngày thứ x trong một năm không nhuận được tính bởi công thức $g(x) = 3 \sin(0,0172x - 1,376) + 12$. Trong đó x đại diện cho ngày trong năm, $1 \leq x \leq 365$. Ngày \overline{ab} tháng \overline{cd} có số giờ ban ngày dài nhất. Số \overline{abcd} bằng

Đáp án: **2 0 0 6**

Lời giải.

Ta có $-1 \leq \sin(0,0172x - 1,376) \leq 1$

$-3 \leq 3 \sin(0,0172x - 1,376) \leq 3$

$9 \leq 3 \sin(0,0172x - 1,376) + 12 \leq 15$

Suy ra $9 \leq g(x) \leq 15$

Do đó, số giờ ban ngày dài nhất trong một ngày là 15 giờ.

Ta có phương trình $3 \sin(0,0172x - 1,376) + 12 = 15$

$\sin(0,0172x - 1,376) = 1$

$x \approx 171,3$

Vậy vào khoảng ngày thứ 171 trong năm (ngày 20 tháng 6) thì số giờ ban ngày dài nhất

Đáp án: **2006** □

CÂU 19. Hai thành phố có cùng kinh độ. Vĩ tuyến của thành phố A là 10° Bắc và vĩ tuyến của thành phố B là 40° Bắc. Giả sử bán kính trái đất là 3960 dặm. Tìm khoảng cách giữa hai thành phố (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)

Đáp án: **2 0 7 3**

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm trên đường xích đạo đến thành phố B ở cùng kinh độ là $3960 \cdot \frac{40}{180} \cdot \pi = 880\pi$ (dặm)

Khoảng cách từ điểm trên đường xích đạo đến thành phố A ở cùng kinh độ là $3960 \cdot \frac{10}{180} \pi = 220\pi$ (dặm)

Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là $880\pi - 220\pi = 660\pi \approx 2073$ (dặm)

Đáp án: **2073** □

CÂU 20. Giả sử vận tốc v (tính bằng lít/ giây) của luồng khí trong một chu kì hô hấp (tức là thời gian từ lúc bắt đầu của một nhịp thở đến khi bắt đầu của nhịp thở tiếp theo) của một người nào đó ở trạng thái nghỉ ngơi được cho bởi công thức $v = 0,85 \sin \frac{\pi t}{3}$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây). Biết rằng quá trình hít vào xảy ra khi $v > 0$ và quá trình thở ra xảy ra khi $v < 0$. Trong khoảng thời gian từ 5 đến 10 giây, khoảng thời điểm sau a giây đến trước b giây thì người đó hít vào. Tính $\sqrt{a+b}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: **3 , 8 7**

Lời giải.

+) Vì quá trình hít vào xảy ra khi $v > 0$ nên ta có

$$0,85 \sin \frac{\pi t}{3} > 0 \Leftrightarrow \sin \frac{\pi t}{3} > 0 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{3} \in (k2\pi; \pi + k2\pi) (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow t \in (6k; 3 + 6k) (k \in \mathbb{Z})$$

+) Vì $t \in [5; 10]$ nên $k = 1$ suy ra $t \in (6; 9)$.

Trong khoảng thời gian từ 5 đến 10 giây, khoảng thời điểm sau 6 giây đến trước 9 giây thì người đó hít vào nên $\sqrt{a+b} = \sqrt{15} \approx 3,87$.

Đáp án: **3,87** □

CÂU 21. Nghiệm phương trình lượng giác $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$ có dạng $x = \frac{\pi}{a} + k \cdot b\pi$ ($a, b, k \in \mathbb{Z}, a \neq 0$). Tính $(a+b)^4$.

Đáp án: **2 4 0 1**

Lời giải.

Phương trình tương đương

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \sin \frac{\pi}{6} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi.$$

Phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Suy ra $a = 6$; $b = 1$. Vậy $(a + b)^4 = 7^4 = 2401$.

Đáp án: 2401 □

CÂU 22. Một vật M được gắn vào đầu lò xo và dao động quanh vị trí cân bằng, tọa độ x (đơn vị: cm) tại thời điểm t (giây) được tính bởi công thức $x = 8,6 \sin \left(8t + \frac{\pi}{2} \right)$. Có n thời điểm trong khoảng 2 giây đầu tiên thì $s = 4,3$ cm. Giá trị $\sqrt[3]{n}$ (làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án: 1 , 7 1

Lời giải.

Khi $x = 4,3$ thì $8,6 \sin \left(8t + \frac{\pi}{2} \right) = 4,3 \Rightarrow \sin \left(8t + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8t + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 8t + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{4} \\ t = \frac{\pi}{24} + l\frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } t \in (0; 2) \text{ nên } \begin{cases} 0 < -\frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{4} < 2 \\ 0 < \frac{\pi}{24} + l\frac{\pi}{4} < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{6} < k < \frac{8}{\pi} + \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} < l < \frac{8}{\pi} - \frac{1}{6} \end{cases}$$

Mà $k, l \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2\}$; $l \in \{0; 1; 2\}$.

Vậy có 5 thời điểm thỏa mãn đề bài nên $\sqrt[3]{n} \approx 1,71$

Đáp án: 1,71 □

Gọi tôi là: Ngày làm đề:/...../.....

ÔN TẬP KIỂM TRA CHƯƠNG I

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 2

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Rút gọn biểu thức $M = \cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x$ ta được kết quả là:

- (A) $M = \cos x$. (B) $M = \cos 3x$. (C) $M = \sin x$. (D) $M = \sin 3x$.

Lời giải.

Ta có: $M = \cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x = \cos(2x - x) = \cos x$

Chọn đáp án (A) ☐

CÂU 2. Đẳng thức nào không đúng với mọi x ?

- (A) $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$. (B) $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$. (C) $\sin 2x = 2\sin x \cos x$. (D) $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}$

Chọn đáp án (D) ☐

CÂU 3. Góc có số đo $\frac{\pi}{24}$ đổi sang độ bằng

- (A) 7° . (B) $7^\circ 30'$. (C) 8° . (D) $8^\circ 30'$.

Lời giải.

Ta có: $\frac{\pi}{24} = \frac{180^\circ}{24} = 7^\circ 30'$

Chọn đáp án (B) ☐

CÂU 4. Một đường tròn có đường kính là 50 (cm). Độ dài của cung tròn trên đường tròn có số đo là $\frac{\pi}{4}$ bằng (làm tròn đến hàng đơn vị)

- (A) 40 (cm). (B) 39 (cm). (C) 19 (cm). (D) 20 (cm).

Lời giải.

Độ dài của cung tròn $l = \alpha \cdot R = \frac{\pi}{4} \cdot 25 = \frac{25}{4}\pi \approx 20$ (cm)

Chọn đáp án (D) ☐

CÂU 5. Chọn phát biểu đúng:

- (A) Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.
(B) Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.
(C) Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số chẵn.
(D) Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn, hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ là các hàm số lẻ

Chọn đáp án (D) ☐

CÂU 6. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

- (A) $\frac{3}{4}$. (B) $\frac{3}{8}$. (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (D) $-\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Do $\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} = (\sin x + \cos x)^2 = (\sin x)^2 + (\cos x)^2 + 2\sin x \cdot \cos x$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = 1 + \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = \frac{-3}{4}$$

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 7. Một con lắc lò xo sau khi được kéo xuống dưới vị trí cân bằng 4 cm và thả ra thì nó dao động điều hòa với phương trình: $y = -4 \cos 8t$ (cm). Biên độ A cm và chu kỳ T của dao động là

- (A)** $A = 4$ cm, $T = \frac{\pi}{4}$. **(B)** $A = 4$ cm, $T = \frac{\pi}{2}$. **(C)** $A = 8$ cm, $T = \frac{\pi}{4}$. **(D)** $A = 4$ cm, $T = 2\pi$.

Lời giải.

Biên độ của dao động là: $A = |-4| = 4$ (cm).

Chu kỳ của dao động là: $T = \frac{2\pi}{|8|} = \frac{\pi}{4}$

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 8. Hãy tìm tập tất cả các giá trị của m để phương trình $|\sin x| = m$ có nghiệm?

- (A)** $-1 \leq m \leq 1$. **(B)** $-1 \leq m \leq 0$. **(C)** $-1 < m < 0$. **(D)** $0 \leq m \leq 1$.

Lời giải.

Vì $0 \leq |\sin x| \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ nên phương trình $|\sin x| = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $0 \leq m \leq 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 9. Nghiệm của phương trình $2 \sin \left(4x - \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 0$ là:

- (A)** $x = \pi + k2\pi; x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. **(B)** $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **(D)** $x = k\pi; x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

$$2 \sin \left(4x - \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin \left(4x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

CÂU 10. Biết $\sin \left(\alpha + \frac{3\pi}{2} \right) + \cos \left(\alpha + \frac{3\pi}{2} \right) = \sqrt{2}$. Tính $\sin(\alpha + \pi) - 2 \cos(\alpha - \pi)$.

- (A)** $\frac{3}{\sqrt{2}}$. **(B)** $-\frac{3}{\sqrt{2}}$. **(C)** $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. **(D)** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Ta có $\sin \left(\alpha + \frac{3\pi}{2} \right) = \sin \left(\alpha + 2\pi - \frac{\pi}{2} \right) = \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) = -\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = -\cos \alpha$.

$\cos \left(\alpha + \frac{3\pi}{2} \right) = \cos \left(\alpha + 2\pi - \frac{\pi}{2} \right) = \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \sin \alpha$.

Suy ra $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \alpha + \sqrt{2}$.

Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow 2\cos^2 \alpha + 2\sqrt{2} \cos \alpha + 2 = 1$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 \alpha + 2\sqrt{2} \cos \alpha + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Do đó } \sin(\alpha + \pi) - 2 \cos(\alpha - \pi) = -\sin \alpha + 2 \cos \alpha = -\frac{3}{\sqrt{2}}$$

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 11. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức $h = 3 \cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} \right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi:

- (A)** $t = 13$ (giờ). **(B)** $t = 10,5$ (giờ). **(C)** $t = 15$ (giờ). **(D)** $t = 16,5$ (giờ).

Lời giải.

Mực nước của kênh cao nhất khi h lớn nhất

$$\Leftrightarrow \cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2} + 12k \text{ với } k \in \mathbb{Z}$$

Vì $0 \leq t \leq 24$ nên $t \in \{10, 5; 22, 5\}$

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 12. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{180}(t - 80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có

nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

A 170.

B 171.

C 172.

D 173.

Lời giải.

Ta có $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{180}(t - 80) \right] + 12 \leq 3 \cdot 1 + 12 = 15$.

Vậy thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất khi $\sin \left[\frac{\pi}{180}(t - 80) \right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{180}(t - 80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 170 + 360k (k \in \mathbb{Z})$.

Vì $0 < t \leq 365$ nên $0 < 170 + 360k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{17}{36} < k \leq \frac{39}{72} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow t = 170$.

Chọn đáp án **A** ☐

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Cho phương trình $\sin x = a$ (1).

Mệnh đề	Đ	S
a) Nếu $a > 1$ thì phương trình (1) vô nghiệm.	X	
b) Nếu $a = 1$ thì phương trình (1) có nghiệm $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.		X
c) Nếu $-1 \leq a \leq 1$ thì phương trình (1) có nghiệm $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.	X	
d) Phương trình (1) luôn có hai điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác.		X

Lời giải.

Nếu $a = 1 \Rightarrow \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai ☐

CÂU 14. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = \sin \sqrt{x+4}$ có tập xác định là $D = [-4; +\infty)$.	X	
b) Hàm số $y = \cot \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.		X
c) Hàm số $y = \sqrt{3 - 2\cos x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.	X	
d) Hàm số $y = \frac{1 - 3\cos x}{\sin x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.		X

Lời giải.

a) Hàm số xác định khi và chỉ khi $x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -4$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-4; +\infty)$.

b) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \neq 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{2} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

c) Hàm số xác định khi $3 - 2\cos x \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \leq \frac{3}{2}$ (đúng $\forall x \in \mathbb{R}$), vì $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm là $D = \mathbb{R}$.

d) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai ☐

CÂU 15. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) được cho bởi công thức $h(t) = 3 \cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} \right) + 14$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Công thức tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.		X
b) Chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11m.	X	
c) Chiều sâu của mực nước cao nhất là 14m.		X
d) Thời gian để mực nước cao nhất là $t = 9$.	X	

Lời giải.

- a) Công thức có dạng $y = \cos(ax + b)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{|a|}$ nên chu kì cần tìm là $T = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{6}\right|} = 12$.
- b) Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$. Vậy chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11m.
- c) Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$. Chiều sâu của mực nước cao nhất là 17m.
- d) Ta có $\forall t: -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$. Chiều sâu của mực nước cao nhất là 17m.
- Max $h = 17 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow t = -3 + 12k, k \in \mathbb{Z}$.
- Vì thời gian không âm và $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn $t = 1$. Vậy thời gian ngắn nhất $t = -3 + 12 = 9$
- Chọn đáp án ☐ a sai ☒ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng

CÂU 16. Cho phương trình $(2 \cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0$ (1).

Mệnh đề	Đ	S
a) $x = \frac{7\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1).	X	
b) Khi $m = 2$ thì phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + l2\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z})$.		X
c) Khi $m = 1$ thì tập nghiệm của phương trình (1) có tất cả 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.	X	
d) Chỉ tìm được một giá trị của m để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.		X

Lời giải.

Ta có $(2 \cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \sin 2x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \sin 2x = m \end{cases}$

a) Thay $x = \frac{7\pi}{3}$ phương trình (1) ta thấy thỏa mãn nên $x = \frac{7\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1).

b) Khi $m = 2$ thì phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

c) Khi $m = 1$ phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \sin 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + l\pi \end{cases}$

Do đó tập nghiệm của phương trình (1) có tất cả 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

d) Do phương trình (2) có một nghiệm $x = \frac{\pi}{3}$ thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

Do đó để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ thì phương trình $\sin 2x = m$ có 1 nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ khác $\frac{\pi}{3}$ (*)

Ta có $x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right] \Rightarrow 2x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ hay $2x \in [0; 2\pi]$

Từ (*) suy ra $m = 1$ hoặc $m = -1$

Chọn đáp án ☒ a đúng ☐ b sai ☒ c đúng ☐ d sai

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. Khi đó giá trị biểu thức $P = \cos^2 2x + \cos^2 x$ bằng $\frac{a}{b}$. Tính $a + b$. Biết rằng phân số $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản

Đáp án:

1	7	5	4
---	---	---	---

Lời giải.

Biến đổi biểu thức P rồi thay giá trị $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ vào P , ta được:

$$P = \cos^2 2x + \cos^2 x$$

$$= (1 - 2\sin^2 \alpha)^2 + (1 - \sin^2 \alpha) = \left(1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2\right)^2 + \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2\right) = \frac{1129}{625}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1129 \\ b = 625 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1754$$

Đáp án:

1754

 □

CÂU 18. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ là n . Giá trị \sqrt{n} (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

Đáp án:

1	,	4	1
---	---	---	---

Lời giải.

Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ bằng số nghiệm phương trình $\sin x = \cos x$ trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

$$\text{Ta có } \sin x = \cos x \Leftrightarrow \sin x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right] \text{ nên } x \in \left\{\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right\}.$$

Vậy $n = 2$ nên $\sqrt{n} \approx 1,41$.

Đáp án:

1,41

 □

CÂU 19. Biết có n giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m$ có nghiệm. Giá trị \sqrt{n} (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

Đáp án:

1	,	7	3
---	---	---	---

Lời giải.

$\cos x = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$. Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$. Vậy $\sqrt{n} \approx 1,73$

Đáp án:

1,73

 □

CÂU 20. Biết $x = x_0$ là nghiệm duy nhất của phương trình $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2 = 0$ trên khoảng $(0; 2\pi)$. Giá trị x_0 (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

Đáp án:

5	,	2	4
---	---	---	---

Lời giải.

$$\text{Ta có: } 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Do } x \in (0; 2\pi) \text{ nên } 0 < -\frac{\pi}{6} + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{6} < k < \frac{7}{6} \Leftrightarrow k = 1.$$

$$\text{Vậy phương trình có một nghiệm } x = \frac{5\pi}{3} \approx 5,24$$

Đáp án:

5,24

 □

CÂU 21. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + \sqrt{2}$. Tính $M^2 m$ (làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án:

6	,	8	3
---	---	---	---

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + \sqrt{2} = 2 \left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) + \sqrt{2} = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{2}.$$

Suy ra $M = 2 + \sqrt{2}$, $m = -2 + \sqrt{2}$. Nên $M^2 m \approx 6,83$

Đáp án:

6,83

 □

CÂU 22. Mùa xuân ở Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) thường có trò chơi đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động qua lại vị trí cân bằng. Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách h (mét) được tính từ vị trí chân người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn bởi hệ thức $h = |d|$ với $d = 3 \cos\left[\frac{\pi}{3}(2t - 1)\right]$ ($t \geq 0$ và được tính bằng giây), trong đó ta quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở về phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại. Biết t_1, t_2 lần lượt là thời điểm đầu tiên người đu ở vị trí phía sau lưng và vị trí phía trước vị trí cân bằng 1,5 mét. Giá trị $t_1 + t_2^2$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

Đáp án:

3	,	2	5
---	---	---	---

Lời giải.

Người chơi cách vị trí cân bằng 1 mét khi $3 \cos \left[\frac{\pi}{3}(2t - 1) \right] = \pm 1,5$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \left[\frac{\pi}{3}(2t - 1) \right] = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \cos \left[\frac{2\pi}{3}(2t - 1) \right] = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{3}(2t - 1) = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ \frac{2\pi}{3}(2t - 1) = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 + \frac{3k}{2} \\ t = \frac{3k}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $t > 0$ nên $t_1 = 1$ và $t_2 = 1,5$. Vậy $t_1 + t_2^2 = 3,25$

Đáp án:

3,25

 □

MỤC LỤC

Ⓐ	GTLG Góc lượng giác.....	1
Ⓑ	Công thức lượng giác.....	3
Ⓒ	Hàm số lượng giác.....	4
Ⓓ	Phương trình lượng giác.....	4
Đề 1: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — LỚP TOÁN THẦY PHÁT		7
Đề 2: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — LỚP TOÁN THẦY PHÁT		10

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Ⓔ	GTLG Góc lượng giác.....	13
Ⓕ	Công thức lượng giác.....	14
Ⓖ	Hàm số lượng giác.....	15
Ⓗ	Phương trình lượng giác.....	15
Đề 1: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — LỚP TOÁN THẦY PHÁT		17
Đề 2: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — LỚP TOÁN THẦY PHÁT		23

