PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Bài 1. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

1 Xác định vectơ pháp tuyến của mặt phẳng. Xác định điểm thuộc và không thuộc mặt phẳng

1. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng:

- Mặt phẳng (α): $Ax+By+Cz+D=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$.
- Nếu mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a}$, $\vec{b}$ thì (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.
- vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là vectơ có giá vuông góc với (α).
- vectơ chỉ phương của mặt phẳng (α) là vectơ có giá song song hoặc nằm trên (α).
- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của (α) thì $k\cdot\vec{n}$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (α).
- Nếu $\vec{a}$ là một vectơ chỉ phương của (α) thì $k\cdot\vec{a}$ cũng là một vectơ chỉ phương của (α).

Chú ý:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$.

2. Điểm thuộc và không thuộc mặt phẳng:

Cho mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó:

- $N_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$.
- $N_0(x_0;y_0;z_0)\notin(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D\neq 0$.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}=(1;1;-2)$, $\vec{b}=(1;0;3)$ là

(A) $(2;3;-1)$. (B) $(3;5;-2)$. (C) $(2;-3;-1)$. (D) $(3;-5;-1)$.

CÂU 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-2)$ và vectơ $\vec{b}=(1;0;2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}$ là tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

(A) $\vec{c}=(2;6;-1)$. (B) $\vec{c}=(4;6;-1)$. (C) $\vec{c}=(4;-6;-1)$. (D) $\vec{c}=(2;-6;-1)$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{n}$ có phương vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

(A) $\vec{n}=(8;4;-3)$. (B) $\vec{n}=(-18;0;-3)$. (C) $\vec{n}=(-18;4;-3)$. (D) $\vec{n}=(1;4;-3)$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

(A) $x-3y^2+z-1=0$. (B) $x^2+2y+4z-2=0$.
(C) $2x-3y+4z-2024=0$. (D) $2x-3y+4z^2-2025=0$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x-y+2z-1=0$. vectơ nào dưới đây **không phải** là một vectơ pháp tuyến của (P)?

ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

QUICK NOTE

A $\vec{n}=(-3;1;-2)$. **B** $\vec{n}=(3;1;2)$. **C** $\vec{n}=(3;-1;2)$. **D** $\vec{n}=(6;-2;4)$.

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A $\vec{i}=(1;0;0)$. **B** $\vec{m}=(1;1;1)$. **C** $\vec{j}=(0;1;0)$. **D** $\vec{k}=(0;0;1)$.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-3y+1=0$?

A $\vec{a}=(2;-3;1)$. **B** $\vec{b}=(2;1;-3)$. **C** $\vec{c}=(2;-3;0)$. **D** $\vec{d}=(3;2;0)$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1$ là

A $\vec{n}=(3;6;-2)$. **B** $\vec{n}=(2;-1;3)$.
C $\vec{n}=(-3;-6;-2)$. **D** $\vec{n}=(-2;-1;3)$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z-2=0$.

A $Q(1;-2;2)$. **B** $P(2;-1;-1)$. **C** $M(1;1;-1)$. **D** $N(1;-1;-1)$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây **không thuộc** (α)?

A $Q(3;3;0)$. **B** $N(2;2;2)$. **C** $P(1;2;3)$. **D** $M(1;-1;1)$.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A $P(0;0;-5)$. **B** $M(1;1;6)$. **C** $Q(2;-1;5)$. **D** $N(-5;0;0)$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon \dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

A $P(0;2;0)$. **B** $N(1;2;3)$. **C** $M(1;0;0)$. **D** $Q(0;0;3)$.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha)\colon x-y+2z-3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A $M\left(1;1;\dfrac{3}{2}\right)$. **B** $N\left(1;-1;-\dfrac{3}{2}\right)$. **C** $P(1;6;1)$. **D** $Q(0;3;0)$.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 14. Trong không gian cho hệ tọa độ $Oxyz$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;0;1)$.		
b) Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;3;0)$.		
c) Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;0;0)$.		
d) Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(0;0;-2024)$.		

CÂU 15. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;3)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\left\lvert\vec{a}+\vec{b}\right\rvert=3$.		
b) $\vec{a}\cdot\vec{b}=-4$.		

Mệnh đề	Đ	S
c) $\left\lvert\vec{a}-\vec{b}\right\rvert=5$.		
d) $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-1;-4;3)$.		

CÂU 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(1;2;-1)$, $\vec{b}=(3;-1;0)$, $\vec{c}=(1;-5;2)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$.		
b) $\left[\vec{a},\vec{b}\right]\cdot\vec{c}=0$.		
c) $\vec{a}$ không cùng phương với $\vec{b}$.		

Mệnh đề	Đ	S
d) $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$.		

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z-2024=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3;1)$.		
b) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(6;9;3)$.		
c) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-4;-6;-2)$.		
d) Điểm $M(0;0;2024)$ không thuộc mặt phẳng (P).		

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm $M(-1;-1;-1)$ **không thuộc** mặt phẳng (P).		
b) Điểm $N(1;1;1)$ **thuộc** mặt phẳng (P).		
c) Điểm $K(-3;0;0)$ **không thuộc** mặt phẳng (P).		
d) Điểm $Q(0;0;-3)$ **thuộc** mặt phẳng (P).		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$ và $C(1;-1;0)$. Biết $\vec{u}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]$. Khi đó, độ dài của $\vec{u}$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

CÂU 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;2)$, $B(1;-1;-2)$ và $C(-1;1;0)$. Một vectơ $\vec{n}=(a;b;2)$ có phương vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$. Tính giá trị của $a+b$.

KQ: | | | | |

CÂU 21. Hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;0;3)$, $C(-2;1;3)$ và $D(0;1;1)$. Tính giá trị của phép tính $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}$.

KQ: | | | | |

CÂU 22. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x-6y-8z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;a;b)$. Khi đó tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

CÂU 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(1;1;2)$, $\vec{v}=(-1;m;m-2)$. Tìm giá trị của m dương sao cho $|[\vec{u},\vec{v}]|=\sqrt{14}$.

KQ: | | | | |

CÂU 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m}=(4;3;1)$, $\vec{n}=(0;0;1)$. Gọi $\vec{p}=(a;b;c)$ là vectơ cùng hướng với $[\vec{m},\vec{n}]$ (tích có hướng của hai vectơ $\vec{m}$ và $\vec{n}$). Biết $|\vec{p}|=15$, giá trị của tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

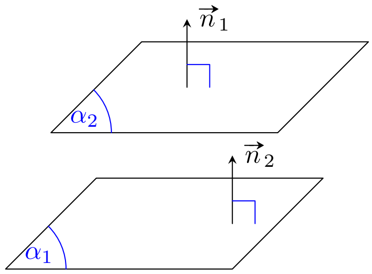
2 Hai mặt phẳng song song, vuông góc. Khoảng cách một điểm đến mặt phẳng

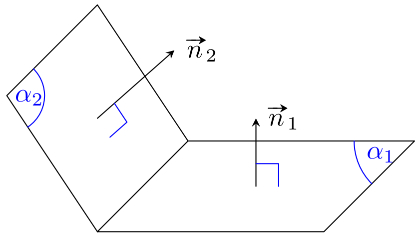
1. **Điều kiện hai mặt phẳng song song, vuông góc:**
   Cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\alpha_2): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1=(A_1;B_1;C_1)$, $\vec{n}_2=(A_2;B_2;C_2)$. Khi đó:

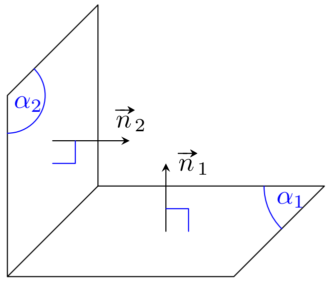
QUICK NOTE

QUICK NOTE

- $(\alpha_1) \parallel (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$.
- $(\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$.
- (α_1) cắt $(\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương.
- $(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.







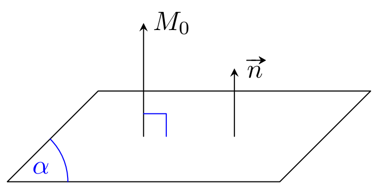
Chú ý:

- *$\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$.*
- *Nếu $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ thì vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.*

2. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng (α): $Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$



Chú ý:

- *Mặt phẳng (Oxy) có phương trình: $z = 0$.*
- *Mặt phẳng (Oxz) có phương trình: $y = 0$.*
- *Mặt phẳng (Oyz) có phương trình: $x = 0$.*

3. Khoảng cách hai mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia (Thực chất là khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng).

Để tính khoảng cách mặt phẳng (α_1) song song với (α_2), ta thực hiện như sau:

Bước 1: Chọn điểm $M \in (\alpha_1)$.

Bước 2: Tính khoảng cách điểm M đến (α_2).

Bước 3: Kết luận: $d((\alpha_1), (\alpha_2)) = d(M, (\alpha_2))$.

QUICK NOTE

> **Chú ý:** *Cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): Ax + By + Cz + D_1 = 0$ và $(\alpha_2): Ax + By + Cz + D_2 = 0$ có cùng vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$. Khi đó khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là:*
>
> $$d((\alpha_1), (\alpha_2)) = \frac{|D_1 - D_2|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Khoảng cách từ điểm $M(3; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P): $Ax + Cz + D = 0$, $A.C.D \neq 0$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\mathrm{d}(M, (P)) = \dfrac{|3A + C + D|}{\sqrt{A^2 + C^2}}$.

B. $\mathrm{d}(M, (P)) = \dfrac{|A + 2B + 3C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

C. $\mathrm{d}(M, (P)) = \dfrac{|3A + C|}{\sqrt{A^2 + C^2}}$.

D. $\mathrm{d}(M, (P)) = \dfrac{|3A + C + D|}{\sqrt{3^2 + 1^2}}$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $\mathrm{d} = \dfrac{5}{9}$. B. $\mathrm{d} = \dfrac{5}{29}$. C. $\mathrm{d} = \dfrac{5}{\sqrt{29}}$. D. $\mathrm{d} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; 0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 5. B. 2. C. $\dfrac{5}{3}$. D. $\dfrac{4}{3}$.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z - 10 = 0$.

A. $\dfrac{11}{3}$. B. 3. C. $\dfrac{7}{3}$. D. $\dfrac{4}{3}$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 4 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -2)$ lên mặt phẳng (P). Độ dài đoạn thẳng MH là

A. 2. B. $\dfrac{1}{3}$. C. 1. D. 3.

CÂU 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; -2; 3)$ lên mặt phẳng (P): $2x - y - 2z + 5 = 0$. Độ dài đoạn thẳng AH bằng

A. 3. B. 7. C. 4. D. 1.

CÂU 7. Khoảng cách từ điểm $M(-4; -5; 6)$ đến mặt phẳng (Oxy), (Oyz) lần lượt bằng

A. 6 và 4. B. 6 và 5. C. 5 và 4. D. 4 và 6.

CÂU 8. Tính khoảng cách d từ điểm $B(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (P): $y + 1 = 0$ ta được:

A. y_0. B. $|y_0|$. C. $\dfrac{|y_0 + 1|}{\sqrt{2}}$. D. $|y_0 + 1|$.

CÂU 9. Khoảng cách từ điểm $C(-2; 0; 0)$ đến mặt phẳng (Oxy) bằng

A. 0. B. 2. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z - 10 = 0$ và (Q): $x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. B. $\dfrac{8}{3}$. C. $\dfrac{7}{3}$. D. 3.

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P): $x + 2y + 3z - 1 = 0$ và (Q): $x + 2y + 3z + 6 = 0$ là

A. $\dfrac{7}{\sqrt{14}}$. B. $\dfrac{8}{\sqrt{14}}$. C. 14. D. $\dfrac{5}{\sqrt{14}}$.

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z - 8 = 0$ và (Q): $x + 2y + 2z - 4 = 0$ bằng

A. 1. B. $\dfrac{4}{3}$. C. 2. D. $\dfrac{7}{3}$.

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, mặt phẳng (P): $2x + y + z - 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x - y - z - 2 = 0$.

B. $x - y - z - 2 = 0$.

C. $x + y + z - 2 = 0$.

D. $2x + y + z - 2 = 0$.

QUICK NOTE

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 2x+my+3z-5=0$ và $(Q)\colon nx-8y-6z+2=0$, với $m,n\in\mathbb{R}$. Xác định m,n để (P) song song với (Q).

(A) $m=n=-4$. (B) $m=4; n=-4$. (C) $m=-4; n=4$. (D) $m=n=4$.

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-3=0$ và $(Q)\colon mx+y-2z+1=0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

(A) $m=1$. (B) $m=-1$. (C) $m=-6$. (D) $m=6$.

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-1=0$, $(Q)\colon 2x+my+2z+3=0$ và $(R)\colon -x+2y+nz=0$. Tính tổng $m+2n$, biết rằng $(P)\perp(R)$ và $(P)\parallel(Q)$.

(A) -6. (B) 1. (C) 0. (D) 6.

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, cho $(P)\colon x+y-2z+5=0$ và $(Q)\colon 4x+(2-m)y+mz-3=0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P).

(A) $m=-3$. (B) $m=-2$. (C) $m=3$. (D) $m=2$.

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-z-1=0$ và $(\beta)\colon 2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

(A) $m=1$. (B) Không tồn tại m. (C) $m=-2$. (D) $m=2$.

CÂU 19. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z-1=0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3.

(A) $(Q)\colon x+2y-2z+8=0$. (B) $(Q)\colon x+2y-2z+5=0$.

(C) $(Q)\colon x+2y-2z+1=0$. (D) $(Q)\colon x+2y-2z+2=0$.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 20. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;0)$ và các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Oxz). Các mệnh đề sau đây đúng hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\mathrm{d}(M,(Oxz))=2$.		
b) $\mathrm{d}(M,(Oyz))=1$.		
c) $\mathrm{d}(M,(Oxy))=1$.		
d) $\mathrm{d}(M,(Oxz))>d(M,(Oyz))$.		

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z-6=0$ và $(Q)\colon x+2y-2z+3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.		
b) Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.		
c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.		
d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.		

CÂU 22. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (Q) bằng 1. Các mệnh đề sau đây đúng hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) Mặt phẳng (Q) có phương trình là $x+y+z-3=0$.		
b) Mặt phẳng (Q) có phương trình là $2x+y+2z-3=0$.		
c) Mặt phẳng (Q) có phương trình là $2x+y-2z+6=0$.		
d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là $x+2y+2z-3=0$.		

CÂU 23. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $N(0;1;0)$ và hai mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z-9=0$, $(Q)\colon 4x-2y-4z-6=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S

Mệnh đề	Đ	S
a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.		
b) Khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{1}{2}$.		
c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.		
d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.		

CÂU 24. Khoảng cách từ điểm $A(2;4;3)$ đến mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+y+2z+1=0$ và $(\beta)\colon x=0$ lần lượt là $\mathrm{d}(A,(\alpha))$, $\mathrm{d}(A,(\beta))$. Các mệnh đề sau đây đúng hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\mathrm{d}(A,(\alpha)) = 3\cdot\mathrm{d}(A,(\beta))$.		
b) $\mathrm{d}(A,(\alpha)) > \mathrm{d}(A,(\beta))$.		
c) $\mathrm{d}(A,(\alpha)) = \mathrm{d}(A,(\beta))$.		
d) $2\cdot\mathrm{d}(A,(\alpha)) = \mathrm{d}(A,(\beta))$.		

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $I(2;6;-3)$ và các mặt phẳng: $(\alpha)\colon x-2=0$; $(\beta)\colon y-6=0$; $(\gamma): z-3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $(\alpha)\perp(\beta)$.		
b) $(\beta) /\!/ (Oyz)$.		
c) $(\gamma) /\!/ Oz$.		
d) (α) qua I.		

CÂU 26. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon y-9=0$. Xét các mệnh đề sau:

(I) $(P) /\!/ (Oxz)$. (II) $(P)\perp Oy$

Mệnh đề	Đ	S
a) Cả (I) và (II) đều sai.		
b) (I) đúng, (II) sai.		
c) (I) sai, (II) đúng.		
d) Cả (I) và (II) đều đúng.		

CÂU 27. Trong KG $Oxyz$, Cho ba mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y+2z+1=0$; $(\beta)\colon x+y-z+2=0$; $(\gamma)\colon x-y+5=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $(\alpha) /\!/ (\gamma)$.		
b) $(\alpha)\perp(\beta)$.		
c) $(\gamma)\perp(\beta)$.		
d) $(\alpha)\perp(\gamma)$.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 28. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y+z+5=0$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) (kết quả viết dưới dạng số thập phân, lấy gần đúng đến hàng phần mười).

KQ: | | | | |

CÂU 29. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z-16=0$ và $(Q)\colon x+2y-2z-1=0$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 30. Trong KG $Oxyz$, điểm $M(0;a;0)$ thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x+y-z+1=0$ và $(Q): x-y+z-5=0$. Khi đó a có giá trị bằng

KQ: | | | | |

CÂU 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxy, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Khi đó giá trị của tham số m bằng bao nhiêu để khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(P): 2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

KQ: | | | |

CÂU 32. Gọi điểm $M(0;a;0)$ trên trục Oy sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-4=0$ nhỏ nhất. Khi đó giá trị của a là

KQ: | | | |

CÂU 33. Cho điểm $M(0;0;m)$ thuộc trục Oz sao cho điểm M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-17=0$. Khi đó giá trị của m là

KQ: | | | |

CÂU 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $\mathrm{d}(B;(P)) = 2\mathrm{d}(A;(P))$, (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB. Tính $a+b+c$.

KQ: | | | |

CÂU 35. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y-12z+5=0$ và điểm $A(2;4;-1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M. Gọi B là điểm sao cho $\overrightarrow{AB} = 3\cdot\overrightarrow{AM}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (P)

KQ: | | | |

CÂU 36. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+my+2mz-9=0$ và $(Q): 6x-y-z-10=0$. Tìm m để $(P)\perp(Q)$

KQ: | | | |

CÂU 37. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x+my+z-5=0$ và $(Q): nx-3y-2z+7=0$. Để $(P)\,/\!/\,(Q)$ thì giá trị của $m+n$ là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

KQ: | | | |

CÂU 38. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x-my-4z-6+m=0$ và $(Q): (m+3)x+y+(5m+1)z-7=0$. Tìm m để $(P)\equiv(Q)$.

KQ: | | | |

CÂU 39. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$ và $(Q): 2x+y+z-1=0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1;1;1)$ chứa giao tuyến của (P) và (Q); phương trình của $(R): m(x-2y-z+3)+(2x+y+z-1)=0$. Khi đó giá trị của m là bao nhiêu?

KQ: | | | |

CÂU 40. Trong KG $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$,$B(0;b;0)$,$C(0;0;c)$ trong đó $b\cdot c\neq 0$ và mặt phẳng $(P): y-z+1=0$. Giá trị của $\dfrac{2b}{c}$ bằng bao nhiêu để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P).

KQ: | | | |

CÂU 41. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax-y+2z+b=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x-y-z+1=0$ và $(Q): x+2y+z-1=0$. Tính $a+4b$

KQ: | | | |

CÂU 42. Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m): x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x-y-6z+3=0$. Tính $m+n$

KQ: | | | |

CÂU 43. Trong KG $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x+y+z+3=0$, cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a;b;c)$ trên mặt phẳng đó, khi đó $a+b+c$ có giá trị bằng

KQ: | | | |

CÂU 44. Biết rằng Trong KG $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O. Giả sử $(P): x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và $(Q): x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2+c_1c_2$

KQ:

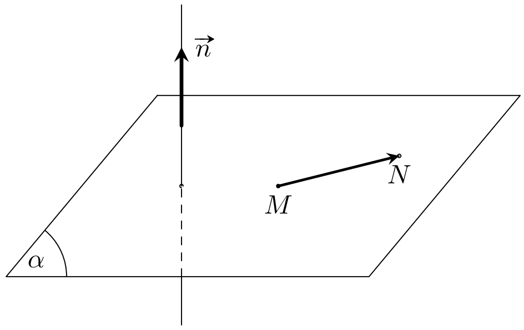
QUICK NOTE

3 Viết PTTQ MP khi biết điểm đi qua và một VTPT hoặc hai VTCP

1. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và biết một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$
Trong KG $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ là:

$$A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)+C\left(z-z_0\right)=0$$

hay $Ax+By+Cz+D=0$ với $D=-Ax_0-By_0-Cz_0$



Chú ý:

a. Mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}$, $\vec{b}$ ($\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương) thì mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.

b. Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng thì có cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ nên mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$.

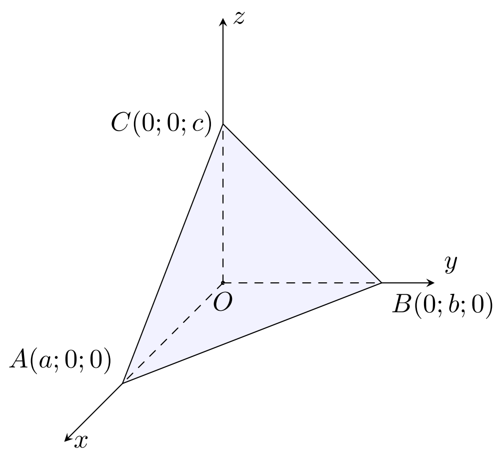
c. Dựa vào tính chất vuông góc, song song giữa mặt phẳng với mặt phẳng, giữa đường thẳng với mặt phẳng trong không gian để tìm vectơ chỉ phương, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần lập.

- Hai mặt phẳng song song thì có cùng vectơ pháp tuyến.
- Hai mặt phẳng vuông góc thì vectơ chỉ phương của mặt phẳng này là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng kia.
- Đường thẳng song song mặt phẳng thì vectơ chỉ phương của đường thẳng là vectơ chỉ phương của mặt phẳng.
- Đường thẳng vuông góc mặt phẳng thì vectơ chỉ phương của đường thẳng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

2. Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

a. Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn
Mặt phẳng (α) không đi qua gốc tọa độ O và lần lượt cắt trục Ox tại $A\left(a;0;0\right)$, cắt trục Oy tại $B\left(0;b;0\right)$, cắt trục Oz tại $C\left(0;0;c\right)$ có **phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn** là: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ với $a\cdot b\cdot c\neq 0$

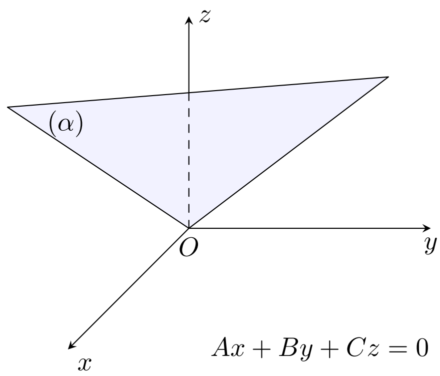
QUICK NOTE



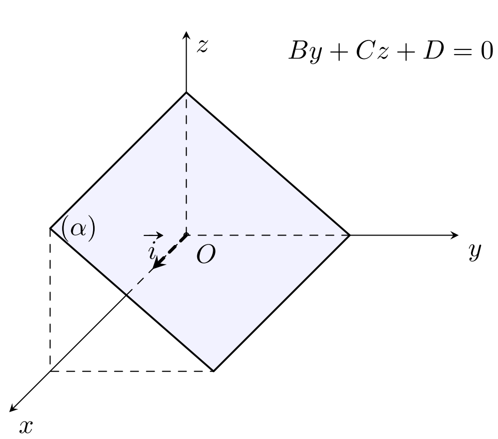
b. Phương trình mặt phẳng đặc biệt

Xét phương trình mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

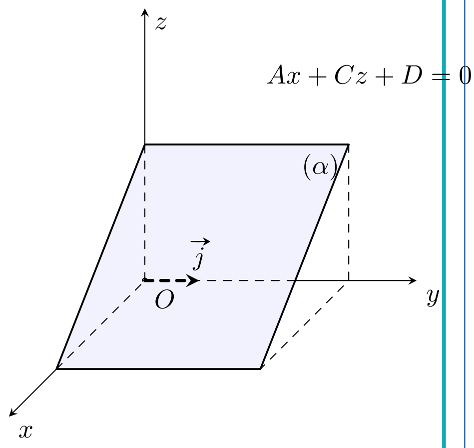
- Nếu $D = 0$ thì mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O và có dạng $(\alpha): Ax + By + Cz = 0$.



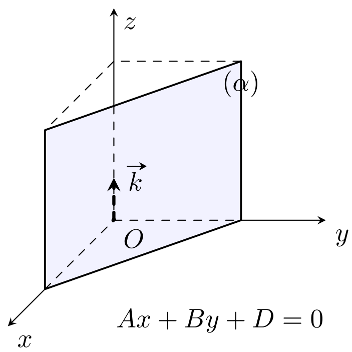
- Nếu $A = 0,\ B \neq 0,\ C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Ox.
  + Mặt phẳng (α) song song Ox thì có dạng $(\alpha): By + Cz + D = 0$.(Hình 1)
  + Mặt phẳng (α) chứa trục Ox thì có dạng $(\alpha): By + Cz = 0$.
- Nếu $A \neq 0,\ B = 0,\ C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oy.
  + Mặt phẳng (α) song song Oy thì có dạng $(\alpha): Ax + Cz + D = 0$.(Hình 2)
  + Mặt phẳng (α) chứa trục Oy thì có dạng $(\alpha): Ax + Cz = 0$.
- Nếu $A \neq 0,\ B \neq 0,\ C = 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oz.
  + Mặt phẳng (α) song song Oz thì có dạng $(\alpha): Ax + By + D = 0$.(Hình 3)
  + Mặt phẳng (α) chứa trục Oz thì có dạng $(\alpha): Ax + By = 0$.
- Nếu $A = B = 0,\ C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxy).
  + Mặt phẳng (α) song song (Oxy) thì có dạng $(\alpha): Cz + D = 0$.(Hình 4)
  + Mặt phẳng (α) chứa (Oxy) thì có dạng $(\alpha): z = 0$.
- Nếu $A = C = 0,\ B \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxz).
  + Mặt phẳng (α) song song (Oxz) thì có dạng $(\alpha): By + D = 0$.(Hình 5)
  + Mặt phẳng (α) chứa (Oxz) thì có dạng $(\alpha): y = 0$.
- Nếu $B = C = 0,\ A \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oyz).
  + Mặt phẳng (α) song song (Oyz) thì có dạng $(\alpha): Ax + D = 0$.(Hình 6)
  + Mặt phẳng (α) chứa (Oyz) thì có dạng $(\alpha): x = 0$.



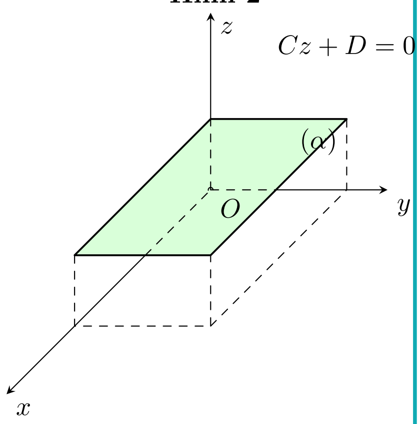
Hình 1



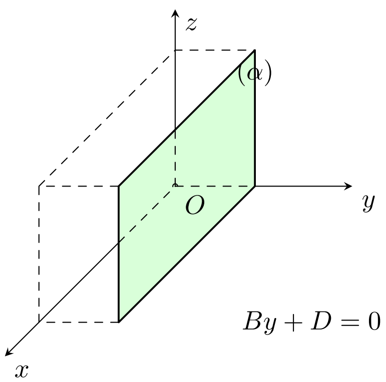
Hình 2



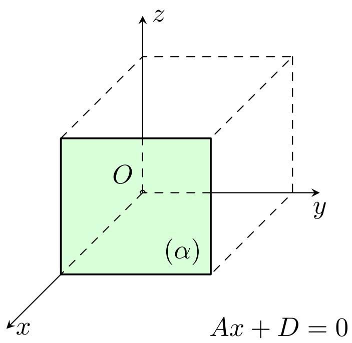
Hình 3



Hình 4



Hình 5



Hình 6

Nhận xét:

- Để nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì lấy phương trình $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ làm chuẩn.

+ Mặt phẳng (α) chứa gốc tọa độ $O\,(0;0;0)$ thì $D = 0$.

+ Mặt phẳng (α) chứa trục tương ứng nào (trục Ox, Oy, Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax, By, Cz) và $D = 0$.

+ Mặt phẳng (α) song song với trục tương ứng nào (trục Ox, Oy, Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax, By, Cz) và $D \neq 0$.

- Nếu không nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì nhớ vec-tơ chỉ phương của các trục Ox, Oy, Oz và vectơ pháp tuyến các mặt phẳng tọa độ (Oxy), (Oxz), (Oyz) để chuyển bài toán lập phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến.

+ Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1;0;0)$.

+ Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0;1;0)$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

+ Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0;0;1)$.

+ Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$.

+ Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{j} = (0;1;0)$.

+ Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1;0;0)$.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-2;3)$.

A $x - 2y + 3z + 12 = 0$. B $x - 2y - 3z - 6 = 0$.
C $x - 2y + 3z - 12 = 0$. D $x - 2y - 3z + 6 = 0$.

CÂU 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1;3)$ là

A $2x - y + 3z + 9 = 0$. B $2x - y + 3z - 4 = 0$.
C $x - 2y - 4 = 0$. D $2x - y + 3z + 4 = 0$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3;0;-1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4;-2;-3)$ là

A $4x - 2y + 3z - 9 = 0$. B $4x - 2y - 3z - 15 = 0$.
C $3x - z - 15 = 0$. D $4x - 2y - 3z + 15 = 0$.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1;1;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-2;-2)$ là

A $x - 2y - 2z - 1 = 0$. B $-x + y - 2z - 1 = 0$.
C $x - 2y - 2z + 7 = 0$. D $-x + y - 2z + 1 = 0$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

A $z = 0$. B $x = 0$. C $x + y + z = 0$. D $y = 0$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

A $z = 0$. B $x = 0$. C $y = 0$. D $x + y = 0$.

CÂU 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A $y = 0$. B $x = 0$. C $y - z = 0$. D $z = 0$.

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx ?

A $x = 0$. B $y - 1 = 0$. C $y = 0$. D $z = 0$.

CÂU 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1;1;-2)$, $\vec{b} = (1;0;3)$ là

A $3x - 5y - z - 6 = 0$. B $3x - 5y - z + 6 = 0$.
C $3x + 5y - z + 6 = 0$. D $3x - 5y + z - 6 = 0$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cặp vectơ $\vec{a} = (2;1;-2)$, $\vec{b} = (1;0;2)$ có giá song song với mặt phẳng (P). Phương trình mặt phẳng (P) qua $C(1;1;3)$ là

A $2x + 6y - z - 7 = 0$. B $2x - 6y - z + 5 = 0$.
C $2x + 6y + z + 5 = 0$. D $2x - 6y - z + 7 = 0$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. C $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

CÂU 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Hãy xác định a và d.

A $a = 1,\ d = 1$. B $a = 6,\ d = -6$. C $a = -1,\ d = -6$. D $a = -6,\ d = 6$.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A $2x - y + 3z + 9 = 0$. B $2x + y + 3z - 3 = 0$.
C $2x + y + 3z + 3 = 0$. D $2x - y + 3z - 9 = 0$.

QUICK NOTE

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

Ⓐ $x+2y+2z-11=0$. Ⓑ $x+2y+2z-2=0$.
Ⓒ $x+2y+4z-4=0$. Ⓓ $x+2y+4z-17=0$.

CÂU 15. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

Ⓐ $2x+2y+z-2=0$. Ⓑ $4x+2y+z-17=0$.
Ⓒ $4x+2y+z-4=0$. Ⓓ $2x+2y+z-11=0$.

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

Ⓐ $x+y+2z-3=0$. Ⓑ $x+y+2z-6=0$.
Ⓒ $x+3y+4z-7=0$. Ⓓ $x+3y+4z-26=0$.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

Ⓐ $3x+2z+1=0$. Ⓑ $x+2y-2z+1=0$.
Ⓒ $x+2y-2z-1=0$. Ⓓ $3x+2z-1=0$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

Ⓐ $y+2z-5=0$. Ⓑ $2x-y-1=0$. Ⓒ $2x-y+1=0$. Ⓓ $-y+2z-5=0$.

CÂU 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon x+2y-z=0$ có phương trình là

Ⓐ $4x-3y+2z+3=0$. Ⓑ $4x-3y-2z+3=0$.
Ⓒ $2x+y-3z-1=0$. Ⓓ $4x+y-2z-1=0$.

CÂU 20. Cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x-2y+2z+7=0$, $(\beta)\colon 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là

Ⓐ $2x-y-2z=0$. Ⓑ $2x-y+2z=0$.
Ⓒ $2x+y-2z=0$. Ⓓ $2x+y-2z+1=0$.

CÂU 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1)$; $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $a+b+c=5$. Ⓑ $a+b+c=15$. Ⓒ $a+b+c=-5$. Ⓓ $a+b+c=-15$.

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z-1=0$, $(Q)\colon x-z+2=0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 . Phương trình của (α) là

Ⓐ $x+y+z-3=0$. Ⓑ $x+y+z+3=0$.
Ⓒ $-2x+z+6=0$. Ⓓ $-2x+z-6=0$.

CÂU 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz-9=0$ chứa hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$?

Ⓐ $S=-12$. Ⓑ $S=2$. Ⓒ $S=-4$. Ⓓ $S=-2$.

CÂU 24. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q)\colon x+y+3z=0$, $(R)\colon 2x-y+z=0$ là

Ⓐ $4x+5y-3z+22=0$. Ⓑ $4x-5y-3z-12=0$.
Ⓒ $2x+y-3z-14=0$. Ⓓ $4x+5y-3z-22=0$.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai vectơ $\vec{v}=(-1;2;3)$, $\vec{u}=(-2;0;1)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\vec{v}=-\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$.		
b) $\vec{u}\perp\vec{v}$.		
c) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của vectơ $\vec{v}=(-1;2;3)$ là $x-2y-3z+4=0$.		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
d) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của vectơ $\vec{u}=(-2;0;1)$ là $2x-y+1=0$.		

CÂU 26. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=\vec{i}+6\vec{j}+5\vec{k}$.		
b) $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$.		
c) Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $x-y+z-4=0$.		
d) Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $2x+y-z-2=0$.		

CÂU 27. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z+1=0$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Mặt phẳng (P) có một vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-3;2;-1)$.		
b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(-1;1;2)$.		
c) Phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) là $3x-2y+z-12=0$.		
d) Phương trình của mặt phẳng (R) đi qua điểm O, M và vuông góc với mặt phẳng (P) là $7x+my+nz=0$. Khi đó $m+n=8$.		

CÂU 28. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(4;1;2)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=(5;1;2)$.		
b) Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};1\right)$.		
c) Mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là $3x+y+2z-3=0$.		
d) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $3x+y+2z-12=0$.		

CÂU 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz.

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm A có tọa độ là $A(1;0;0)$.		
b) Điểm B có tọa độ là $B(1;2;0)$.		
c) $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;3)$.		
d) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$.		

CÂU 30. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0), B(4;1;2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=(3;1;2)$.		
b) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là $3x+y+2z-3=0$.		
c) Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};1\right)$.		

Mệnh đề	Đ	S
d) Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là $3x+y+2z-12=0$.		

CÂU 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm A có tọa độ là $A(1;0;0)$.		
b) Điểm B có tọa độ là $B(1;2;0)$.		
c) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=0$.		
d) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.		

CÂU 32. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;2)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm A_1 có tọa độ là $(3;5;0)$.		
b) Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x+6y+15z-60=0$.		
c) Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x+6y+15z-90=0$.		
d) Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{2}=1$.		

CÂU 33. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$.		
b) Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I(1;1;2)$.		
c) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x+y+2z-6=0$.		
d) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $3x-y-z=0$.		

CÂU 34. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1); B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+1=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$.		
b) Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là $x+z=0$.		
c) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{7\sqrt{6}}{6}$.		
d) Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là $3x-y+z=0$.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 35. Trong KG $Oxyz$, phương trình tổng quát mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+d=0$ đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a}=(1;-1;2)$. Tính $a+b+c$.

KQ: | | | | |

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 36. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+d=0$ qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}=(-2;-3;8)$, $\vec{b}=(-1;0;6)$. Tính $a+b+c$.

KQ: | | | | |

CÂU 37. Trong KG $Oxyz$, cho $A(1;1;0), B(0;2;1), C(1;0;2), D(1;1;1)$. Mặt phẳng $(\alpha)\colon ax+by+cz+d=0$ đi qua $A(1;1;0), B(0;2;1)$, (α) song song với đường thẳng CD. Tính $a+b+c$.

KQ: | | | | |

CÂU 38. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z-3=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) có dạng $(Q)\colon ax+by+cz+d=0$. Tính $a+b+c$.

KQ: | | | | |

CÂU 39. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2), B(3;2;0), C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $=ax+by+cz+d=0$. Tính $a+b+c$.

KQ: | | | | |

CÂU 40. Trong không gian, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với $ABC\colon ax+by+cz+d=0$. Tính $a+b+c$.

KQ: | | | | |

CÂU 41. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1), B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z-5=0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+d=0$. Tính $a+b+c$.

KQ: | | | | |

CÂU 42. Trong KG $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Tính $a+b+c$ của phương trình mặt phẳng $(MNP)\colon ax+by+cz+d=0$.

KQ: | | | | |

4 Viết PTTQ MP khi biết VTPT, VTCP nhưng không biết điểm đi qua

- Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng

$$Ax+By+Cz+D=0.$$

- Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị D.
  Chú ý: Dạng này giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-1=0$ Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3?

Ⓐ $(Q)\colon 2x+2y-z+10=0$. Ⓑ $(Q)\colon 2x+2y-z+4=0$.
Ⓒ $(Q)\colon 2x+2y-z+8=0$. Ⓓ $(Q)\colon 2x+2y-z-8=0$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

Ⓐ $2x+3y-6z+1=0$. Ⓑ $3x+2y-6z+1=0$.
Ⓒ $3x+2y-5z=0$. Ⓓ $6x+2y-3z-5=0$.

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$ cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC), (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Phương trình của (P) là

Ⓐ $6x+3y+2z-24=0$. Ⓑ $6x+3y+2z-12=0$.
Ⓒ $6x+3y+2z=0$. Ⓓ $6x+3y+2z-36=0$.

CÂU 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q)\colon x+2y+2z-3=0$, mặt phẳng (P) không qua O, song song với mặt phẳng (Q) và $d((P),(Q))=1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

Ⓐ $x+2y+2z+1=0$. Ⓑ $x+2y+2z=0$.

QUICK NOTE

(C) $x+2y+2z-6=0$. (D) $x+2y+2z+3=0$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y+z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P), cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương.

(A) $(Q)\colon 2x-2y+z+4=0$. (B) $(Q)\colon 2x-2y+z-14=0$.
(C) $(Q)\colon 2x-2y+z-19=0$. (D) $(Q)\colon 2x-2y+z-8=0$.

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 6. Trong không gian hệ toạ độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta)\colon x+y-z+3=0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$ có dạng $ax+by+cz+d=0\quad(d\neq 0)$. Tính $a+b+c$.

KQ: | | | | |

CÂU 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1)\colon 3x-y+4z+2=0$ và $(Q_2)\colon 3x-y+4z+8=0$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz=0$ song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2). Tính $a+b+c$.

KQ: | | | | |

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, gọi (γ) là mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng sau đây: $4x-y-2z-3=0$, $4x-y-2z-5=0$. lập mặt phẳng (γ) có dạng $ax+by+cz=0$. Tính $a+b+c+d$.

KQ: | | | | |

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$ cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC), (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Viết phương trình của mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+d=0$. Tính $a+b+c$.

KQ: | | | | |

5 Viết PTTQ khi biết điểm đi qua nhưng không biết vectơ

. Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và giả thiết bài toán không cho vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ hoặc không cho hai vectơ chỉ phương $\vec{a}, \vec{b}$ thì ta thực hiện các bước sau:

- Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=(A;B;C)$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$.
- Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$(\alpha)\colon A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0.$$

- Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm **hai** phương trình chứa 3 ẩn A, B, C.

Chú ý:

- Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.
- Để giải tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đơn giàn hơn thì gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=(1;B;C)$.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

(A) $\left[\begin{array}{l}2x+3y+z-1=0\\3x+y+7z+6=0\end{array}\right.$. (B) $\left[\begin{array}{l}x+2y+z-1=0\\-2x+3y+6z+13=0\end{array}\right.$.

(C) $\left[\begin{array}{l}x+y+2z-1=0\\-2x+3y+7z+23=0\end{array}\right.$. (D) $\left[\begin{array}{l}x+y+z-1=0\\-23x+37y+17z+23=0\end{array}\right.$.

CÂU 2. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $M(4;2;1)$, $N(0;0;3)$, $Q(2;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa OQ và cách đều 2 điểm M, N.

(A) $x-2y-2z=0$ hoặc $x+4y-2z=0$. (B) $x+2y+2z=0$ hoặc $x-4y-2z=0$.
(C) $x+2y-2z=0$ hoặc $x+4y-2z=0$. (D) $x+2y-2z=0$ hoặc $x-4y-2z=0$.

QUICK NOTE

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 3. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P)\colon Ax+By+Cz+D=0$ $(A, B, C \in \mathbb{Z}$, A và C trái dấu$)$ qua O, vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon x+y+z=0$ và cách điểm $M(1;2;-1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$. Tính giá trị của $A+B+C$.

KQ:

CÂU 4. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $M(-1;1;0)$, $N(0;0;-2)$, $I(1;1;1)$. Biết mặt phẳng (P) qua A và B, đồng thời khoảng cách từ I đến (P) bằng $\sqrt{3}$. Giả sử phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+z+d=0$ với $b>0$. Tính $\dfrac{a}{b}$ viết dưới dạng số thập phân.

KQ:

CÂU 5. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;-1;2)$, $B(1;3;0)$, $C(-3;4;1)$, $D(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P). Biết có hai mặt phẳng (P) thỏa yêu cầu đề bài là $x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và $x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính $S=b_1+c_1+b_2+c_2$.

KQ:

CÂU 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;3)$, $B(0;-1;2)$, $C(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và gốc tọa độ O sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách từ C đến (P). Biết phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax+by-4z+d=0$. Hỏi a có bao nhiêu ước nguyên?

KQ:

CÂU 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z+1=0$. Mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với mặt phẳng (P), cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB=2IC$. Biết có hai mặt phẳng (α) thỏa yêu cầu đề bài có phương trình lần lượt là $4x+b_1y+c_1+d_1=0$ và $2x+b_2y+c_2+d_2=0$ với $b_1<b_2$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc tập $(b_1;b_2)$?

KQ:

6 Một số dạng khác

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC.

(A) $(P)\colon 6x+3y+2z+18=0$.
(B) $(P)\colon 6x+3y+2z+6=0$.
(C) $(P)\colon 6x+3y+2z-18=0$.
(D) $(P)\colon 6x+3y+2z-6=0$.

CÂU 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

(A) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{12}+\dfrac{z}{9}=1$.
(B) $12x+3y+4z-48=0$.
(C) $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{16}+\dfrac{z}{12}=0$.
(D) $12x+3y+4z=0$.

CÂU 3. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm.

(A) $2x+5y+z-6=0$.
(B) $2x+y-6z-23=0$.
(C) $2x+y-3z-14=0$.
(D) $3x+4y+3z-1=0$.

CÂU 4. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-6=0$ và cách đều các điểm $A(1;6;0)$, $B(-2;2;-1)$, $C(5;-1;3)$. Tích abc bằng

(A) 6.
(B) -6.
(C) 0.
(D) 5.

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P).

(A) $3x+2y+z+14=0$.
(B) $2x+y+3z+9=0$.

QUICK NOTE

(C) $3x+2y+z-14=0$. (D) $2x+y+z-9=0$.

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;0)$, $C(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $4x-2y-z+4=0$. (B) $4x-2y+z+4=0$.
(C) $4x+2y+z-4=0$. (D) $4x+2y-z+4=0$.

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM=2ON$.

(A) $(P)\colon 3x+y+2z-6=0$. (B) $(P)\colon 2x+3y-z-4=0$.
(C) $(P)\colon 2x+y+z-4=0$. (D) $(P)\colon x+2y-z-2=0$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax+by+cz-14=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.

(A) 8. (B) 14. (C) 6. (D) 11.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+4y-2z-6=0$, $(Q)\colon x-2y+4z-6=0$. Mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của (P), (Q) và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

(A) $x+y+z-6=0$. (B) $x+y+z+6=0$.
(C) $x+y+z-3=0$. (D) $x+y-z-6=0$.

CÂU 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;8)$ và chắn trên Oz một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy. Giả sử $(\alpha)\colon ax+by+cz+d=0$ (a, b, c, d là các số nguyên). Tính $S=\dfrac{a+b+c}{d}$.

(A) 3. (B) -3. (C) $\dfrac{5}{4}$. (D) $-\dfrac{5}{4}$.

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

CÂU 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\dfrac{OA}{1}=\dfrac{OB}{2}=\dfrac{OC}{4}$. Biết phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-8=0$. Tính $P=\dfrac{a+c}{2b}$ (kết quả được viết dưới dạng số thập phân).

KQ: | | | | |

CÂU 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu (kết quả được viết dưới dạng số thập phân)?

KQ: | | | | |

CÂU 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c là ba số thực dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=2017$. Khi đó, mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định có tọa độ là $M(m;m;m)$. Tính giá trị $P=2017m+2$.

KQ: | | | | |

CÂU 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;2;5)$. Tính số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$.

KQ: | | | | |

CÂU 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $M(2;1;3)$, $A(0;0;4)$ và cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại B, C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?

QUICK NOTE

KQ:

7 Bài toán thực tế

Gắn hệ trục toạ độ vào mô hình. Đặt gốc toạ độ tại vị trí có "3 góc vuông"

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho tứ diện $O.ABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 5$, $OB = 2$, $OC = 4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (AMN) là

(A) $\dfrac{20}{3\sqrt{129}}$. (B) $\dfrac{20}{\sqrt{129}}$. (C) $\dfrac{1}{4}$. (D) $\dfrac{1}{2}$.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng $45°$, E là trung điểm của SD, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACE).

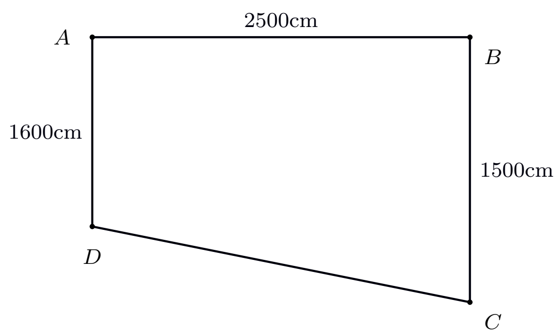
(A) $\dfrac{2a}{2}$. (B) $\dfrac{4a}{3}$. (C) a. (D) $\dfrac{3a}{4}$.

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0)$, $D(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (CDM).

(A) $\mathrm{d}(B,(CDM)) = 2$. (B) $\mathrm{d}(B,(CDM)) = 2\sqrt{2}$.

(C) $\mathrm{d}(B,(CDM)) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. (D) $\mathrm{d}(B,(CDM)) = \sqrt{2}$.

CÂU 4. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ.

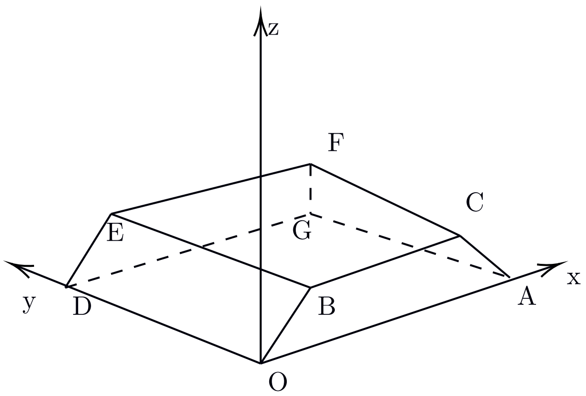


Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25$ m, $AD = 15$ m, $BC = 18$ m. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm, a cm, 6 cm tương ứng. Giá trị của a là số nào sau đây?

(A) 15,7 cm. (B) 17,2 cm. (C) 18,1 cm. (D) 17,5 cm.

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 5. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100$ m, chiều rộng $OD = 60$ m và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



KQ:

CÂU 6. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều và có tâm của mặt đáy trên lần lượt là $A(3;2;3), B(6;3;3), C(9;4;2), D\left(6;0;\dfrac{5}{2}\right)$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

KQ:

CÂU 7. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường $(P), (Q), (R)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình $(P)\colon x+2y-2z+1=0$, $(Q)\colon 2x+y+2z-3=0$, $(R)\colon 2x+4y-4z-19=0$. Tính khoảng cách giữa hai bức tường (P) và (R) của tòa nhà.

KQ:

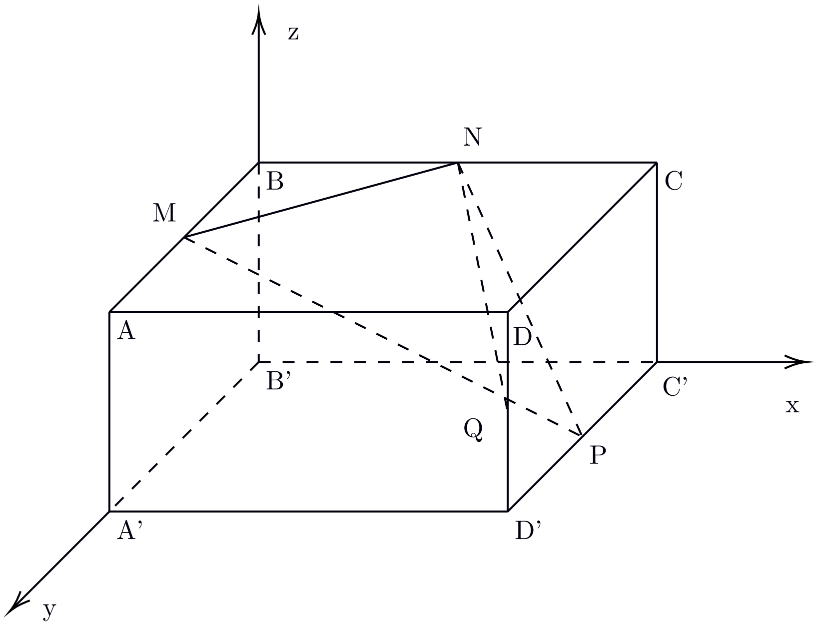
CÂU 8. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường $(P), (Q), (R), (T)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình $(P)\colon 2x-y-z+1=0$, $(Q)\colon x+3y-z-2=0$, $(R)\colon 4x-2y-2z+9=0$, $(T)\colon 2x+6y-2z+15=0$. Tính chiều rộng bức tường (Q) của tòa nhà (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

KQ:

CÂU 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của $AB, BC, C'D', DD'$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, xác định tọa độ các điểm M, N, P, Q. Tính khoảng cách từ điểm Q đến mặt phẳng (MNP). Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

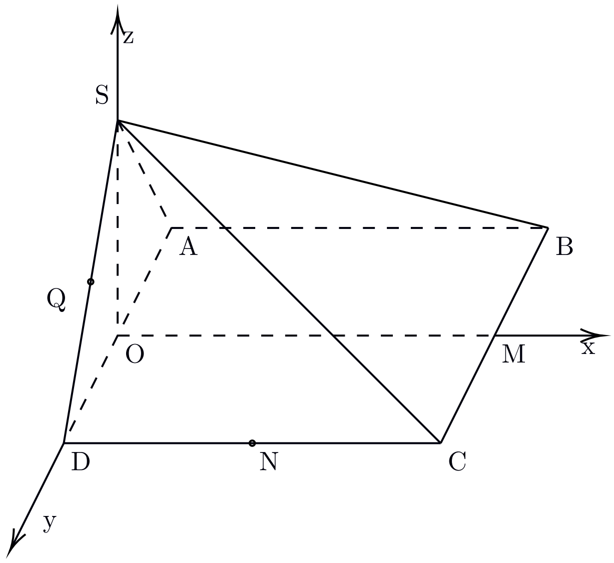
QUICK NOTE

QUICK NOTE



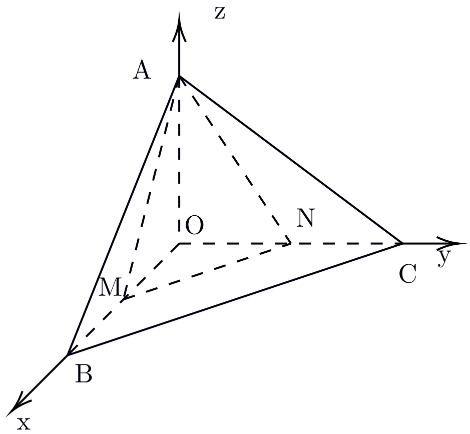
KQ:

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới. Gọi Q là trung điểm SD. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (ONQ) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



KQ:

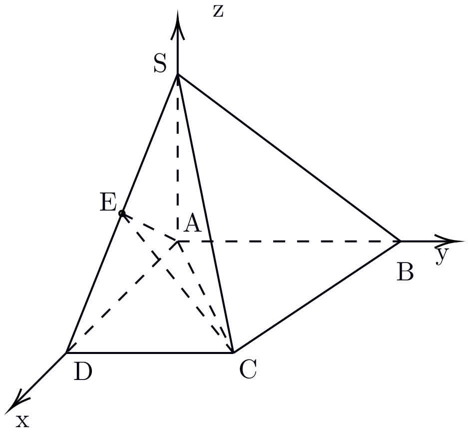
CÂU 11. Cho tứ diện $OABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 5, OB = 2, OC = 4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AMN). Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.



KQ:

QUICK NOTE

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và $D, SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng $45°, E$ là trung điểm của $SD, AB = 2a, AD = DC = a$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AEC) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



KQ:

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $S(-1;6;2), A(0;0;6)$, $B(0;3;0)$, $C(-2;0;0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$. Giả sử phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm S, B, H có dạng $x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $b + c + d$.

KQ:

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB và G là trọng tâm của tam giác SCD. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AMG). Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

KQ:

CÂU 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có các kích thước $AB = 4, AD = 3, AA' = 5$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACB'. Gọi m là khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(AB'C)$ và n là khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(CB'D')$. Tính $m + n$.

KQ:

CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD và G là trọng tâm của tam giác AMN. Biết độ dài đoạn BG có dạng $x \cdot a$. Hỏi giá trị x bằng bao nhiêu? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

CÂU 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD và G là trọng tâm của tam giác AMN. Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) là bao nhiêu nếu $a = 6\sqrt{3}$?

KQ:

CÂU 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD và G là trọng tâm của tam giác AMN. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (AMN) biết $a = \sqrt{3}$.

KQ:

CÂU 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) biết $a = \sqrt{21}$.

KQ:

QUICK NOTE

CÂU 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBD. Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SCD) biết $a = \sqrt{3}$.

KQ: | | | | |

CÂU 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I, có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ và $\tan\alpha = \sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) có dạng $x \cdot a$. Tìm giá trị của x.

KQ: | | | | |

CÂU 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I, có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ và $\tan\alpha = \sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SCD) biết $a = 2\sqrt{2}$.

KQ: | | | | |

CÂU 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) biết $a = \sqrt{21}$.

KQ: | | | | |

CÂU 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD. Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (GMN) biết $a = \sqrt{14}$.

KQ: | | | | |

Bài 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

QUICK NOTE

1 Xác định vectơ chỉ phương của ĐT, điểm thuộc ĐT

- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ.
  Nếu Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ.
- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với Δ thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2]$.
- PTĐT Δ dạng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$.
- PTĐT Δ dạng: $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$ $(a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0)$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$.

Chú ý:

- *Trục Ox có vectơ chỉ phương là* $\vec{i} = (1; 0; 0)$.
- *Trục Oy có vectơ chỉ phương là* $\vec{j} = (0; 1; 0)$.
- *Trục Oz có vectơ chỉ phương là* $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

- Cho điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và đường thẳng Δ có phương trình

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$

  Khi đó

$$M \in \Delta \Leftrightarrow \frac{x_M - x_0}{a} = \frac{x_M - y_0}{b} = \frac{x_M - z_0}{c};$$

$$M \notin \Delta \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{x_M - x_0}{a} \neq \dfrac{x_M - y_0}{b} \\ \dfrac{x_M - y_0}{b} \neq \dfrac{x_M - z_0}{c}. \end{array}\right.$$

- Cho điểm $M(x_M\,;\, y_M\,;\, z_M)$ và đường thẳng Δ có phương trình

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct. \end{cases}$$

  Khi đó

$$M \in \Delta \Leftrightarrow t = \frac{x_M - x_0}{a} = \frac{x_M - y_0}{b} = \frac{x_M - z_0}{c}; M \notin \Delta \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{x_M - x_0}{a} \neq \dfrac{x_M - y_0}{b} \\ t = \dfrac{x_M - y_0}{b} \neq \dfrac{x_M - z_0}{c}. \end{array}\right.$$

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

Ⓐ $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$. Ⓑ $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$. Ⓒ $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$. Ⓓ $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x - 3}{2} = \dfrac{y - 4}{-5} = \dfrac{z + 1}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

QUICK NOTE

(A) $\vec{u}_2=(2;4;-1)$. (B) $\vec{u}_1=(2;-5;3)$. (C) $\vec{u}_3=(2;5;3)$. (D) $\vec{u}_4=(3;4;1)$.

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

(A) $\vec{u}_1=(3;-1;5)$. (B) $\vec{u}_4=(-1;1;-2)$. (C) $\vec{u}_2=(-3;1;5)$. (D) $\vec{u}_1=(1;-1;-2)$.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu không phải là vectơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_1=(-1;2;3)$. (B) $\vec{u}_2=(3;-6;-9)$. (C) $\vec{u}_3=(1;-2;-3)$. (D) $\vec{u}_4=(-2;4;3)$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+5=0$ làm một vectơ chỉ phương?

(A) $(Q)\colon x-y+2=0$. (B) $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

(C) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$. (D) $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(-2;4;5)$ là một vectơ chỉ phương?

(A) $\begin{cases}x=-2+3t\\y=4-t\\z=5+4t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=3+2t\\y=1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-4t\\z=4-5t\end{cases}$.

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(-2;4;5)$ là một vectơ chỉ phương?

(A) $\begin{cases}x=-2+3t\\y=4-t\\z=5+4t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=3+2t\\y=1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-4t\\z=4-5t\end{cases}$.

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

(A) $\vec{d}=(-1;1;2)$. (B) $\vec{a}=(-1;0;-2)$. (C) $\vec{b}=(-1;0;2)$. (D) $\vec{c}=(1;2;2)$.

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

(A) $\vec{u_4}=(-1;2;0)$. (B) $\vec{u_1}=(0;2;0)$. (C) $\vec{u_2}=(1;2;0)$. (D) $\vec{u_3}=(1;0;0)$.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $Q(2;1;1)$. (B) $M(1;2;3$. (C) $P(2;1;-1)$. (D) $N(1;-2;3)$.

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{3}$?

(A) $P(-1\,2;1)$. (B) $Q(1;-2;-1)$. (C) $N(-1;3;2)$. (D) $M(1;2;1)$.

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{z-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

(A) $N(4;2;-1)$. (B) $Q(2;5;1)$. (C) $M(4;2;1)$. (D) $P(2;-5;1)$.

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t.\end{cases}$

(A) $N(1;5;2)$. (B) $Q(-1;1;3)$. (C) $M(1;1;3)$. (D) $P(1;2;5)$.

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$. Đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$ đi qua điểm nào sau sau đây?

(A) $K\,(1;-1;1)$. (B) $E\,(1;1;2)$. (C) $H\,(1;2;0)$. (D) $F\,(0;1;2)$.

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

QUICK NOTE

Ⓐ $Q(-1;1;3)$. Ⓑ $P(1;2;5)$. Ⓒ $N(1;5;2)$. Ⓓ $M(1;1;3)$.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-1}{-1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(3;4;1)$ là một vectơ chỉ phương.		
b) Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(-3;-4;1)$ là một vectơ chỉ phương.		
c) Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(3;4;-1)$ là một vectơ chỉ phương.		
d) Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(-6;-8;2)$ là một vectơ chỉ phương.		

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=3+4t \\ y=-1-2t \\ z=-2+3t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm $M(7;-3;-1)$ thuộc đường thẳng d.		
b) Điểm $N(-1;1;-5)$ thuộc đường thẳng d.		
c) Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(4;-2;3)$ là một vectơ chỉ phương.		
d) Đường thẳng d nhận $\vec{u}=-(-4;2;-3)$ là một vectơ chỉ phương.		

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm $Q(2;-1;2)$ thuộc đường thẳng d.		
b) Điểm $P(1;2;3)$ thuộc đường thẳng d.		
c) Điểm $M(-1;-2;-3)$ thuộc đường thẳng d.		
d) Điểm $N(-2;1;-2)$ thuộc đường thẳng d.		

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=1-t \end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm $M(-3;5;3)$ không thuộc đường thẳng d.		
b) Điểm $N(1;3;-1)$ không thuộc đường thẳng d.		
c) Điểm $P(3;5;3)$ không thuộc đường thẳng d.		
d) Điểm $Q(1;2;-3)$ không thuộc đường thẳng d.		

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$,$B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
b) Đường thẳng đi qua hai điểm B, C có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.		
c) Điểm $M\left(2;3;1\right)$ không thuộc đường thẳng BC.		
d) Điểm $N\left(3;5;0\right)$ không thuộc đường thẳng BC.		

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-3z+1=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$.		
b) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$.		
c) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$.		
d) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 22. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(1;-2;1\right)$, $N\left(0;1;3\right)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng qua hai điểm M, N có dạng $\vec{u}=(a;b;2)$. Tìm $a+b$.

KQ: | | | | |

CÂU 23. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $B\left(1;1;1\right)$, $C\left(3;4;0\right)$. Tìm vectơchỉ phương của đường thẳng Δ song song với BC có dạng $(a;b;-1)$. Tìm $a+b$.

KQ: | | | | |

CÂU 24. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z+1=0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $(a;b;2)$. Tìm $a+b$.

KQ: | | | | |

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y-z+2024=0$ và $(Q)\colon x-2y+2025=0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) có dạng $(a;1;c)$. Tìm $a+c$.

KQ: | | | | |

CÂU 26. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+3y-2z-2024=0$ và $\vec{a}=(1;1;0)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và song song vectơ $\vec{a}$ có dạng $(a;1;c)$. Tìm $a+c$.

KQ: | | | | |

2 Xét vị trí tương đối hai ĐT

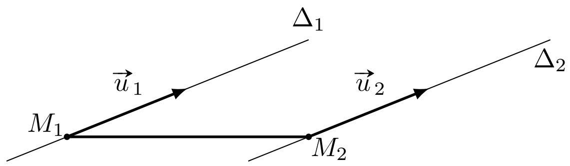
Trong không gian, hai vectơ được gọi là cùng phương khi giá của chúng cùng song song với một đường thẳng.
Trong không gian, ba vectơ được gọi là đồng phẳng khi giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.
Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $\vec{c}=(c_1;c_2;c_3)$

- Hai $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$.

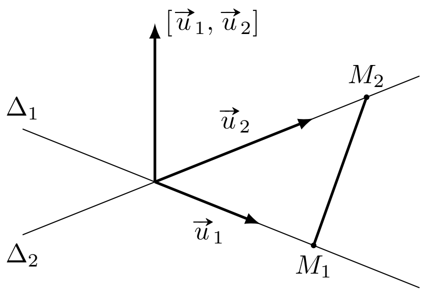
- Hai $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right] \neq \vec{0}$.
- Ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right] . \vec{c} = 0$.
- Ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right] . \vec{c} \neq 0$.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1, M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có

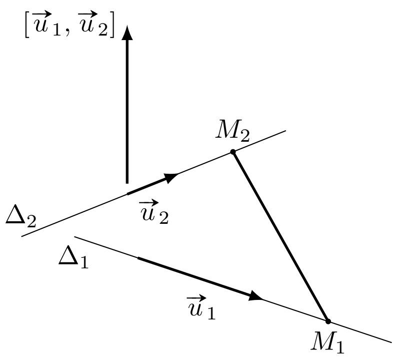
- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2} \text{ cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ \left[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}\right] = \vec{0}. \end{cases}$
- $\Delta_1 \mathbin{/\!/} \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2} \text{ không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ \left[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}\right] \neq \vec{0}. \end{cases}$



- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ không cùng phương} \\ \vec{u}_1, \vec{u}_2, \overrightarrow{M_1M_2} \text{ đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \neq 0. \end{cases}$



- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \neq 0$.



Chú ý: Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta cũng có thể dựa vào các vectơ chỉ phương và phương trình của hai đường thẳng đó.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có PTTS:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = x_1 + a_1t_1 \\ y = y_1 + b_1t_1 \\ z = z_1 + c_1t_1 \end{cases} (t_1 \in \mathbb{R}), \quad \Delta_2 : \begin{cases} x = x_2 + a_2t_2 \\ y = y_2 + b_2t_2 \\ z = z_2 + c_2t_2 \end{cases} (t_2 \in \mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t_1, t_2: $\begin{cases} x_1 + a_1t_1 = x_2 + a_2t_2 \\ y_1 + b_1t_1 = y_2 + b_2t_2 \\ z_1 + c_1t_1 = z_2 + c_2t_2 \end{cases} \quad (*)$.

Khi đó

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó

$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$$

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ và $d'\colon \begin{cases} x = 7 + 8t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ có vị trí tương đối là

Ⓐ trùng nhau. Ⓑ song song. Ⓒ chéo nhau. Ⓓ cắt nhau.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-4}{3}$ và $d'\colon \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ có vị trí tương đối là

Ⓐ trùng nhau. Ⓑ song song. Ⓒ chéo nhau. Ⓓ cắt nhau.

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y}{-6} = \dfrac{z+1}{-8}$ và $d'\colon \dfrac{x-7}{-6} = \dfrac{y-2}{9} = \dfrac{z}{12}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?

Ⓐ song song. Ⓑ trùng nhau. Ⓒ c. Ⓓ héo nhau.

cắt nhau

CÂU 4. Hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ và $d'\colon \begin{cases} x = 7 + 8t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ có vị trí tương đối là

Ⓐ trùng nhau. Ⓑ song song. Ⓒ chéo nhau. Ⓓ cắt nhau.

CÂU 5. Trong không gian $ABCD.A'B'C'D'$, hai đường thẳng A và $B(a; 0; 0)$ có vị trí tương đối là

Ⓐ trùng nhau. Ⓑ song song. Ⓒ chéo nhau. Ⓓ cắt nhau.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-7}{1} = \dfrac{z-3}{4}$ và $d'\colon \dfrac{x-6}{3} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng d song song đường thẳng d'.		
b) Đường thẳng d trùng đường thẳng d'.		
c) Đường thẳng d cắt đường thẳng d'.		
d) Đường thẳng d chéo đường thẳng d'.		

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-4}{3}$ và $d'\colon \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$.

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Tọa độ giao điểm của d và d' là $I(1;-2;4)$.		
b) Tọa độ giao điểm của d và d' là $I(1;2;4)$.		
c) Đường thẳng d cắt đường thẳng d'.		
d) Đường thẳng d chéo đường thẳng d'.		

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_3\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $d_4\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.		
b) Đường thẳng d_3 cắt đường thẳng d_2.		
c) Đường thẳng d_4 không cắt đường thẳng d_1.		
d) Đường thẳng d_3 cắt đường thẳng d_1.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

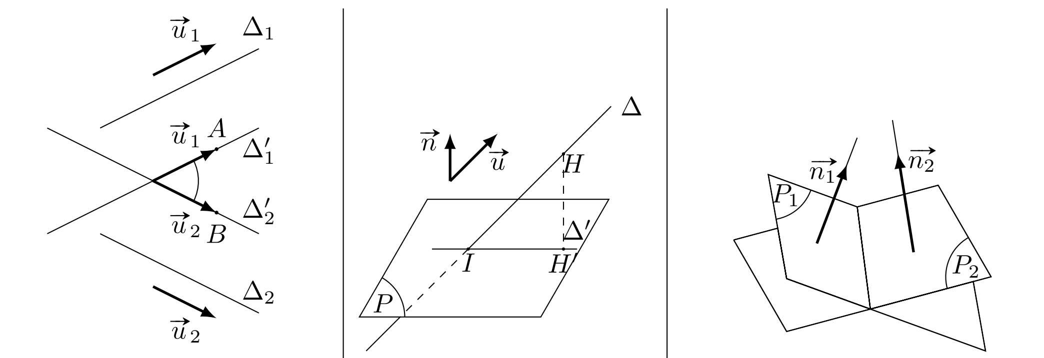
CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, gọi $I(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$ và $\Delta_2\colon \begin{cases} x=3-t \\ y=3-2t \\ z=-2+t \end{cases}$. Tìm $a+b+c$.

KQ: | | | | |

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, biết hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ cắt nhau tại $I(a;b;c)$. Tính giá trị $a+b+c$.

KQ: | | | | |

3 Góc giữa hai đường thẳng. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Góc giữa hai mặt phẳng.



$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=|\cos(\vec{u}_1,\vec{u}_2)| = \dfrac{|\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|\cdot|\vec{u}_2|}$

$\sin(\Delta,(P))=|\cos(\vec{u},\vec{n})| = \dfrac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}$

$\cos((P_1),(P_2))=|\cos(\vec{n}_1,\vec{n}_2)| = \dfrac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}$

Chú ý :
- $\Delta_1\perp\Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u_1}\cdot\vec{u_2}=0 \Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$.
- Hai đường thẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là 0°.
- Đường thẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng thì góc giữa chúng là 0^0.
- Hai mặt phẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là 0°.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 1. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB, CD. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.
Ⓑ $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.
Ⓒ $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}$.
Ⓓ $\cos\alpha = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

CÂU 2. Cho hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x = 2+t \\ y = -1+t \\ z = 3 \end{cases}$ và $d_2\colon \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2 \\ z = -2+t \end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là

Ⓐ 30°. Ⓑ 120°. Ⓒ 150°. Ⓓ 60°.

CÂU 3. Cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 5x+11y+2z-4=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

Ⓐ 60°. Ⓑ -30°. Ⓒ 30°. Ⓓ -60°.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+2t \\ z = 3+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Ⓐ 60°. Ⓑ 30°. Ⓒ 120°. Ⓓ 45°.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon -\sqrt{3}x+y+1=0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox.

Ⓐ 60°. Ⓑ 30°. Ⓒ 120°. Ⓓ 150°.

CÂU 6. Cho mặt phẳng $(P)\colon 3x+4y+5z+2=0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+1=0$, $(\beta)\colon x-2z-3=0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó

Ⓐ 60°. Ⓑ 45°. Ⓒ 30°. Ⓓ 90°.

CÂU 7. Cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-y+2z-1=0$ và $(\beta)\colon x+2y-2z-3=0$. Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng

Ⓐ $\dfrac{4}{9}$. Ⓑ $-\dfrac{4}{9}$. Ⓒ $\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$. Ⓓ $-\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$.

CÂU 8. Hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc 60°?

Ⓐ $(P)\colon 2x+11y-5z+3=0$ và $(Q)\colon x+2y-z-2=0$.
Ⓑ $(P)\colon 2x+11y-5z+3=0$ và $(Q)\colon -x+2y+z-5=0$.
Ⓒ $(P)\colon 2x-11y+5z-21=0$ và $(Q)\colon 2x+y+z-2=0$.
Ⓓ $(P)\colon 2x-5y+11z-6=0$ và $(Q)\colon -x+2y+z-5=0$.

CÂU 9. Tính tổng các giá trị tham số m để mặt phẳng $(P)\colon (m+2)x+2my-mz+5=0$ và $(Q)\colon mx+(m-3)y+2z-3=0$ hợp với nhau một góc $\alpha=90^\circ$.

Ⓐ 6. Ⓑ 4. Ⓒ 8. Ⓓ -4.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+5=0$ và $(Q)\colon x-y+2=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 135°.		
b) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 45°.		
c) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.		
d) Điểm $M(0;5;0)$ thuộc mặt phẳng (P).		

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q)\colon x-y-5=0$, và biết hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(2;-1;-2)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $135°$.		
b) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $45°$.		
c) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $60°$.		
d) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $120°$.		

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+3=0$, $(Q)\colon x-y-z-2=1$, $(R)\colon x+2y+2z-2=0$. Gọi α_1, α_2, α_3 lần lượt là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q), (Q) và (R), (R) và (P). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\alpha_1 > \alpha_3 > \alpha_2$.		
b) $\alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1$.		

Mệnh đề	Đ	S
c) $\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$.		
d) $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P). Tính số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q)\colon x+y-11=0$.

KQ: | | | | |

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y+2z-5=0$. Xét mặt phẳng $(Q): x+(2m-1)z+7=0$, với m là tham số thực. Tính tổng tất cả giá trị của m để (P) tạo với (Q) góc $\dfrac{\pi}{4}$.

KQ: | | | | |

CÂU 15. Biết mặt phẳng $(\alpha): (2m-1)x-3my+2z+3=0$ và $(\beta): mx+(m-1)y+4z-5=0$ vuông góc với nhau. Tính tích tất cả các giá trị tìm được của tham số m.

KQ: | | | | |

4 Lập PTĐT khi biết điểm và VTCP

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là

(A) $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$.
(B) $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$.
(C) $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$.
(D) $\begin{cases} x=5+2t \\ y=2+2t \\ z=-3+t \end{cases}$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có PTTS là

(A) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$.
(B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$.
(C) $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$.
(D) $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

CÂU 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng d: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3t \\ z=-2+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$?

(A) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$.
(C) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$.
(D) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng Oy có PTTS là

(A) $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.
(B) $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t \\ z=0 \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

(C) $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. (D) $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, PTTS trục Oz là

(A) $z=0$. (B) $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=0\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, trục Ox có PTTS

(A) $x=0$. (B) $y+z=0$. (C) $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$.

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là

(A) $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. (B) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$.

(C) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. (D) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=2+2t\\y=2-3t\\z=1-t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2-3t\\z=1-t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2+3t\\z=1+t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có PTTS là

(A) $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1+t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=1\end{cases}$.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+z-2=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=3+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=3+t\\y=2+t\\z=-1\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. (B) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. (D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$ cho $A(0;0;2)$, $B(2;1;0)$, $C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=3\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

CÂU 13. Đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

(A) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-1}$. (B) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

(C) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. (D) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$.

Mệnh đề	Đ	S

Mệnh đề	Đ	S
a) PTTS của đường thẳng d là $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=4-t \\ z=5+4t \end{cases}$.		
b) PTTS của đường thẳng d là $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$.		
c) PTTS của đường thẳng d là $\begin{cases} x=3-2t \\ y=1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$.		
d) PTTS của đường thẳng d là $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$.		

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) PTĐT qua hai điểm M, N là $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$.		
b) PTĐT qua hai điểm M, N là $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.		
c) PTĐT qua hai điểm M, N là $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.		
d) PTĐT qua hai điểm M, N là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{-2}$.		

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng có PTTS là $(d)\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$.		
b) Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.		
c) Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{1}$.		
d) Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{1-x}{-2}=\dfrac{2-y}{1}=\dfrac{-z-3}{-1}$.		

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+4}{-2}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z-3}{1}$. Khi đó

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2-3t \\ z=3+t \end{cases}$.		
b) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=3-t \end{cases}$.		

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
c) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.		
d) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+3}{-1}$.		

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;3)$, $B(1;3;4)$ và $C(3;-1;5)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\begin{cases}x=2-2t\\y=-2+4t\\z=3-t\end{cases}$.		
b) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z+3}{1}$.		
c) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{9}$.		
d) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{1}$.		

5 Lập PTĐT liên quan đến song song

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-3;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z=0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-4}{4}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$.
Ⓑ $\dfrac{x+4}{4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.
Ⓒ $\dfrac{x+4}{-4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.
Ⓓ $\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+9=0$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết PTĐT Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P).

Ⓐ $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.
Ⓑ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.
Ⓒ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.
Ⓓ $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+z-2=0$. Viết PTĐT Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

Ⓐ $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
Ⓑ $\Delta\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
Ⓒ $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
Ⓓ $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z+4}{2}$.

CÂU 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+z-1=0$, $(\beta)\colon 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng (α), (β) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$.
Ⓑ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.
Ⓒ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.
Ⓓ $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng Oxy có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

CÂU 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P)\colon x-y+z-4=0$, $(Q)\colon 2x+y+z+4=0$.

(A) $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-5}{-3}$. (B) $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-5}{-3}$.

(C) $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+5}{-3}$. (D) $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{-3}$.

CÂU 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$, $(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.

(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. (D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$; $d_2\colon \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+4}{-1}$; $d_3\colon \dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

(A) $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$. (B) $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

(C) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$. (D) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là

(A) $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-2}$. (B) $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

(C) $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-3}$. (D) $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{2}$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$. Xét các điểm A,B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P). Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

(A) Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;8;-5)$.

(B) Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-5;8;-5)$.

(C) Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;-5)$.

(D) Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;5;-2)$.

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d'\colon \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{2}$.

Phương trình nào dưới đây là PTĐT thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

(A) $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$. (B) $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+2}{2}$.

(C) $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. (D) $\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-2}$.

CÂU 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$, điểm $A(2;-1;3)$. PTĐT Δ cắt d và (P) lần lượt tại Mvà N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là

(A) $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-5}{2}$. (B) $\dfrac{x-2}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$.

(C) $\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-5}{2}$. (D) $\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-5}{2}$.

QUICK NOTE

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm A và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y-3z-7=0$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Phương trình nào sau đây là PTĐT Δ đi qua A, song song (P) và cắt đường thẳng d?

Ⓐ $\begin{cases}x=3+11t\\y=2-54t\\z=-4+47t\end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases}x=3+54t\\y=2+11t\\z=-4-47t\end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases}x=3+47t\\y=2+54t\\z=-4+11t\end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases}x=3-11t\\y=2-47t\\z=-4+54t\end{cases}$.

CÂU 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2z-6=0$, đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-1-t\end{cases}$. Viết PTĐT Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d.

Ⓐ $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. Ⓑ $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$.

Ⓒ $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$. Ⓓ $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$.

CÂU 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+1=0, (Q)\colon x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là PTĐT đi qua A, song song với (P) và (Q)?

Ⓐ $\begin{cases}x=1+1t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases}x=-1+1t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}$.

CÂU 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{2}, d_2\colon \begin{cases}x=-1+3t\\y=-2t\\z=-4-t\end{cases}, d_3\colon \dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2 có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$. Ⓑ $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

Ⓒ $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$. Ⓓ $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

CÂU 17. Trong không gian, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y-z-4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với (P), biết Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$, đồng thời Δ đồng phẳng và không song song với Oz. Tính $\dfrac{a}{c}$.

Ⓐ $\dfrac{a}{c}=2$. Ⓑ $\dfrac{a}{c}=-2$. Ⓒ $\dfrac{a}{c}=-\dfrac{1}{2}$. Ⓓ $\dfrac{a}{c}=\dfrac{1}{2}$.

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, viết PTTS của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)\colon x+y-3=0$ và $(Q)\colon 2x-y+z-3=0$.

Ⓐ $\begin{cases}x=1+3t\\y=3-t\\z=-2+t\end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases}x=1-3t\\y=3+t\\z=-2+t\end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2-3t\end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d'\colon \dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là PTĐT thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

Ⓐ $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. Ⓑ $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

Ⓒ $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. Ⓓ $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=-2+2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm PTĐT Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

QUICK NOTE

A $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$.
B $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{-1}$.
C $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+3}{-1}$.
D $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Một véc-tơ chỉ phương của Δ là

A $\vec{u}=(4;5;-13)$. **B** $\vec{u}=(2;3;2)$. **C** $\vec{u}=(1;-1;2)$. **D** $\vec{u}=(-3;5;1)$.

CÂU 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases}x=4+t\\y=-4-t;\\z=6+2t\end{cases}$ $d_2\colon \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-11}{4}=\dfrac{z-5}{2}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt d_1 ; d_2 lần lượt ở B, C. Tính tỉ số $\dfrac{AB}{AC}$.

A 2. **B** 3. **C** $\dfrac{1}{2}$. **D** $\dfrac{1}{3}$.

6 Lập PTĐT liên quan đến vuông góc

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là

A $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=3+3t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+3t\\z=3+2t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=2t\\y=-3+3t\\z=2t\end{cases}$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình : $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết PTĐT Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.
B $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.
C $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.
D $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

CÂU 4. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

A $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2+6t\\z=2+t\end{cases}$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2\colon \dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$.
B $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.
C $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$.
D $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

QUICK NOTE

Ⓐ $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$ cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-1}{-2}$, $d_2\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$. PTĐT qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

Ⓐ $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{3}$. Ⓑ $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{4}$.

Ⓒ $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-3}{3}$. Ⓓ $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{-1}$.

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-1}{-1}$. PTĐT d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2.

Ⓐ $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z-3}{2}$. Ⓑ $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-3}{3}$.

Ⓒ $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+1}{-5} = \dfrac{z-3}{3}$. Ⓓ $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{3}$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$, $d'\colon \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là PTĐT đi qua M, vuông góc với d và d'?

Ⓐ $\dfrac{x-1}{17} = \dfrac{y+1}{14} = \dfrac{z-2}{9}$. Ⓑ $\dfrac{x-1}{14} = \dfrac{y+1}{17} = \dfrac{z+2}{9}$.

Ⓒ $\dfrac{x-1}{17} = \dfrac{y+1}{9} = \dfrac{z-2}{14}$. Ⓓ $\dfrac{x-1}{14} = \dfrac{y+1}{17} = \dfrac{z-2}{9}$.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y + z = 0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d. Phương trình nào sau đây là PTTS của Δ?

Ⓐ $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3 - 5t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 5 - 5t \\ z = 4 - 7t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - 5t \\ z = -4 - 7t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 7 - 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$.

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-1}{-2}$, $d_2\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$. Viết PTĐT d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

Ⓐ $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{-1}$. Ⓑ $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{5}$.

Ⓒ $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z-3}{-1}$. Ⓓ $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{3}$.

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x + 2y + 3z - 7 = 0$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+2}{-4}$; $d_2\colon \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1; d_2 có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x+7}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-6}{3}$. Ⓑ $\dfrac{x+5}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{3}$.

Ⓒ $\dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+1}{3}$. Ⓓ $\dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z+2}{3}$.

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \; (t \in \mathbb{R}) \\ z = -1 \end{cases}$ và cắt đường thẳng $(d_2): \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$. Phương trình của (Δ) là?

Ⓐ $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$.

CÂU 14. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết PTĐT Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.
(D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Phương trình đường thằng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

(A) $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.
(B) $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.
(C) $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.
(D) $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d. Đường thẳng d' có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$.
(B) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$.
(C) $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$.
(D) $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$.

CÂU 17. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d_2\colon \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình

(A) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$.
(B) $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{2}$.
(D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

CÂU 18. Cho hai đường thẳng $(d_1)\colon \begin{cases}x=2+t\\ y=1+t\\ z=1+t\end{cases}$ và $(d_2)\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-7}{-3}=\dfrac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2). Phương trình nào sau đây là phương trình của (Δ)?

(A) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.
(B) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$.
(D) $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta)\colon x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào?

(A) $(0;1;3)$.
(B) $(2;3;3)$.
(C) $(5;6;8)$.
(D) $(1;-2;0)$.

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=-2t\\ z=t\end{cases}$.
(B) $\begin{cases}x=1+t\\ y=2+2t\\ z=3+3t\end{cases}$.
(C) $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=2t\\ z=3t\end{cases}$.
(D) $\begin{cases}x=1+t\\ y=2+2t\\ z=3+2t\end{cases}$.

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có phương trình là

(A) $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.
(B) $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.
(C) $\Delta\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.
(D) $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

CÂU 22. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta'\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là PTĐT đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'?

QUICK NOTE

QUICK NOTE

(A) $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

CÂU 23. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \\ z=2 \end{cases}$, $d_2\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

(A) $2x-y+2z+13=0$. (B) $2x+y+2z-22=0$.
(C) $2x-y+2z-13=0$. (D) $2x-y+2z+22=0$.

CÂU 24. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1)$, $B\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right)$. Đường thẳng qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng OAB có phương trình là

(A) $\dfrac{x+\frac{2}{9}}{1}=\dfrac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\dfrac{z+\frac{5}{9}}{2}$. (B) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-8}{-2}=\dfrac{z-4}{2}$.
(C) $\dfrac{x+\frac{1}{3}}{1}=\dfrac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\dfrac{z-\frac{11}{6}}{2}$. (D) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$.

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+2z-6=0$. Đường thẳng nằm trong (P) cắt và vuông góc với d có phương trình là

(A) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{7}=\dfrac{z+5}{3}$. (B) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$.
(C) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{7}=\dfrac{z+1}{3}$. (D) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{7}=\dfrac{z-1}{3}$.

CÂU 26. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon \begin{cases} x=-1+t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

(A) $\dfrac{x+\frac{13}{5}}{1}=\dfrac{y-\frac{9}{5}}{1}=\dfrac{z-\frac{4}{5}}{1}$. (B) $\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1}=\dfrac{y+\frac{3}{5}}{1}=\dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$.
(C) $\dfrac{x-\frac{7}{5}}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-\frac{2}{5}}{1}$. (D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$.

CÂU 27. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

CÂU 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-2z+9=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. PTTS của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là

(A) $\Delta\colon \begin{cases} x=5t \\ y=-1+t \\ z=4+5t \end{cases}$. (B) $\Delta\colon \begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=4-2t \end{cases}$.
(C) $\Delta\colon \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$. (D) $\Delta\colon \begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=4+t \end{cases}$.

CÂU 29. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $\Delta_2\colon \dfrac{x+2}{-4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

(A) $M(0;-2;-5)$. (B) $N(1;-1;-4)$. (C) $P(2;0;1)$. (D) $Q(3;1;-4)$.

QUICK NOTE

CÂU 30. Trong KG $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính đoạn OM.

A $OM=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **B** $OM=\sqrt{5}$. **C** $OM=2\sqrt{35}$. **D** $OM=\sqrt{35}$.

CÂU 31. Trong KG $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A $P(2;-1;1)$. **B** $Q(0;-1;1)$. **C** $N(0;-1;2)$. **D** $M(-1;-1;1)$.

CÂU 32. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A $(6;-7;0)$. **B** $(3;-2;-1)$. **C** $(-3;8;-3)$. **D** $(0;3;-2)$.

CÂU 33. Trong KG $Oxyz$, cho $(P)\colon x-2y+z=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM=\sqrt{6}$. Khi đó tổng $S=2016a+b-c$ là

A 2018. **B** 2019. **C** 2017. **D** 2020.

CÂU 34. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$; $d_2\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt d_1 và d_2 tại B và C. Độ dài BC là

A $\sqrt{19}$. **B** 19. **C** $3\sqrt{2}$. **D** $2\sqrt{5}$.

CÂU 35. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$; $d_2\colon \dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A 3. **B** $\sqrt{6}$. **C** 4. **D** 2.

CÂU 36. Cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;0;2)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=2+t\\ y=1-t\\ z=t.\end{cases}$

Biết điểm $M(a;b;c)$ với $a>0$ thuộc mặt phẳng (ABC) sao cho $AM\perp\Delta$ và $AM=\sqrt{14}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

A -1. **B** 5. **C** 7. **D** -6.

CÂU 37. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A $(3;-2;-1)$. **B** $(-3;8;-3)$. **C** $(0;3;-2)$. **D** $(6;-7;0)$.

CÂU 38. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;0;-1)$. Gọi d_2 là đường thẳng đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$. Giá trị của a sao cho đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 là

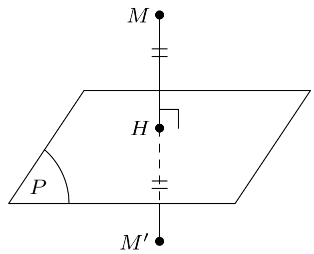
A $a=-1$. **B** $a=2$. **C** $a=0$. **D** $a=1$.

7 PTĐT liên quan điểm đối xứng và hình chiếu

1. Tìm hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+d=0$ Viết PTĐT MH qua M và vuông góc với (P), khi đó: $H=d\cap(P)$ thỏa

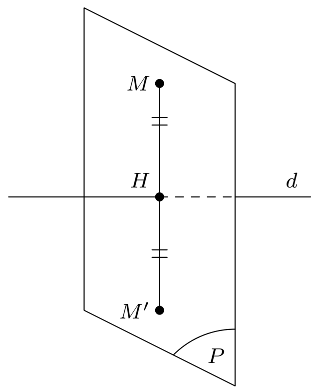
$$\begin{cases} x=x_0+a_1t\\ y=y_0+a_2t\\ z=z_0+a_3t\\ ax+by+cz+d=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=?\\ y=?\\ z=?\end{cases} \Rightarrow H.$$

QUICK NOTE



Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $(P) \Rightarrow H$ là trung điểm của MM'.

2. Tìm hình chiếu H của điểm M lên đường thẳng d Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d, khi đó $H = d \cap (P)$ thỏa $\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \\ z = ? \end{cases} \Rightarrow H.$



Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $d \Rightarrow H$ là trung điểm của MM'.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng Δ: $\begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ bằng

(A) $\sqrt{14}$. (B) $\sqrt{6}$. (C) $2\sqrt{14}$. (D) $2\sqrt{6}$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(1;0;1)$ lên đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{3}$ là

(A) $(2;4;6)$. (B) $\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}\right)$. (C) $(0;0;0)$. (D) $\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4}{7};\dfrac{6}{7}\right)$.

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(-4;0;0)$ và đường thẳng Δ: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 3t \\ z = -2t \end{cases}$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M lên Δ. Tính $a + b + c$.

(A) 5. (B) -1. (C) -3. (D) 7.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$ là

(A) $(-2;1;1)$. (B) $\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{3}\right)$. (C) $(1;1;-2)$. (D) $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4}\right)$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương vectơ $\vec{v} = (1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P): x - y + z + 2 = 0$ có tọa độ là

(A) $(2;-2;-2)$. (B) $(-1;0;1)$. (C) $(-2;2;2)$. (D) $(1;0;-1)$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x - 2y + z - 35 = 0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

Ⓐ $OA' = 5\sqrt{3}$. Ⓑ $OA' = \sqrt{46}$. Ⓒ $OA' = \sqrt{186}$. Ⓓ $OA' = 3\sqrt{26}$.

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x + y + 2z - 1 = 0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P), véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d' là

Ⓐ $\vec{u}_3 = (5; -6; -13)$. Ⓑ $\vec{u}_2 = (5; -4; -3)$.
Ⓒ $\vec{u}_4 = (5; 16; 13)$. Ⓓ $\vec{u}_1 = (5; 16; -13)$.

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+y+z-3 = 0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+4}{3} = \dfrac{y-3}{-6} = \dfrac{z-2}{-1}$. Viết PTĐT d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (α).

Ⓐ $\dfrac{x}{11} = \dfrac{y+5}{-17} = \dfrac{z-4}{-2}$. Ⓑ $\dfrac{x}{11} = \dfrac{y-5}{-17} = \dfrac{z+4}{-2}$.
Ⓒ $\dfrac{x}{11} = \dfrac{y-5}{-17} = \dfrac{z-4}{-2}$. Ⓓ $\dfrac{x}{11} = \dfrac{y-5}{-17} = \dfrac{z-4}{2}$.

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+5}{-1} = \dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

Ⓐ $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5+2t \\ z = 3-t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6-t \\ z = 7+4t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5-t \\ z = -3+4t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5+t \\ z = 3+4t \end{cases}$.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3 = 0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-1}{-5}$. Ⓑ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z+5}{1}$.
Ⓒ $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z+1}{5}$. Ⓓ $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{-1}$.

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y-z-1 = 0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$. Viết PTĐT d' là hình chiếu vuông góc của d lên (P).

Ⓐ $d'\colon \dfrac{x+2}{7} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z+1}{2}$. Ⓑ $d'\colon \dfrac{x-2}{7} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z-1}{2}$.
Ⓒ $d'\colon \dfrac{x+2}{7} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z+1}{2}$. Ⓓ $d'\colon \dfrac{x-2}{7} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z-1}{2}$.

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y-z-1 = 0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$. Viết PTĐT d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Ⓐ $d'\colon \dfrac{x+2}{7} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z+1}{2}$. Ⓑ $d'\colon \dfrac{x-2}{7} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z-1}{2}$.
Ⓒ $d'\colon \dfrac{x+2}{7} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z+1}{2}$. Ⓓ $d'\colon \dfrac{x-2}{7} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z-1}{2}$.

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y-z+6 = 0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+4}{3} = \dfrac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+4}{3} = \dfrac{z-1}{5}$. Ⓑ $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y+5}{3} = \dfrac{z-1}{5}$.
Ⓒ $\dfrac{x+5}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-1}{5}$. Ⓓ $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-5}{3} = \dfrac{z-1}{5}$.

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3 = 0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là đường thẳng d'. Trong các điểm sau điểm nào thuộc đường thẳng d'?

Ⓐ $M(2; 5; -4)$. Ⓑ $P(1; 3; -1)$. Ⓒ $N(1; -1; 3)$. Ⓓ $Q(2; 7; -6)$.

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3 = 0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P), d' nhận $\vec{u} = (a; b; 2019)$ làm một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $a+b$.

Ⓐ 2019. Ⓑ -2019. Ⓒ 2018. Ⓓ -2020.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=-2 \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$, $\Delta\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+2=0$. Gọi d' và Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Biểu thức $a+b\cdot c$ bằng

A 4. **B** 5. **C** 3. **D** 6.

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=t \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của A lên đường thẳng Δ.

A $H\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{1}{3}\right)$. **B** $H(1;1;1)$. **C** $H(0;0;-1)$. **D** $H(1;1;0)$.

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $(d)\colon \begin{cases} x=6-4t \\ y=-2-t \\ z=-1+2t \end{cases}$. Tìm tọa độ hình chiếu A' của A trên (d).

A $A'(2;3;1)$. **B** $A'(-2;3;1)$. **C** $A'(2;-3;1)$. **D** $A'(2;-3;-1)$.

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

A $(-1;0;4)$. **B** $(7;1;-1)$. **C** $(2;1;-2)$. **D** $(0;2;-5)$.

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+z=0$.

A $M'\left(2;\dfrac{5}{2};3\right)$. **B** $M'(1;3;5)$. **C** $M'\left(\dfrac{5}{2};2;\dfrac{3}{2}\right)$. **D** $M'(3;1;2)$.

CÂU 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(1;2;4)$ qua mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+y+2z-3=0$ có tọa độ là

A $(-3;0;0)$. **B** $(-1;1;2)$. **C** $(-1;-2;-4)$. **D** $(2;1;2)$.

CÂU 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{7}$. **B** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{7}$.

C $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+1}{7}$. **D** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{7}$.

CÂU 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$. **B** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$. **D** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$.

CÂU 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. Biết điểm $M(a;b;c)$ thuộc Δ và M có tung độ âm và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2. Xác định giá trị $T=a+b+c$.

A $T=-1$. **B** $T=11$. **C** $T=-13$. **D** $T=1$.

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;b;c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

A $M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$. **B** $M\left(-\dfrac{1}{6};-\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$.

C $M(-1;0;-3)$. **D** $M(2;3;3)$.

QUICK NOTE

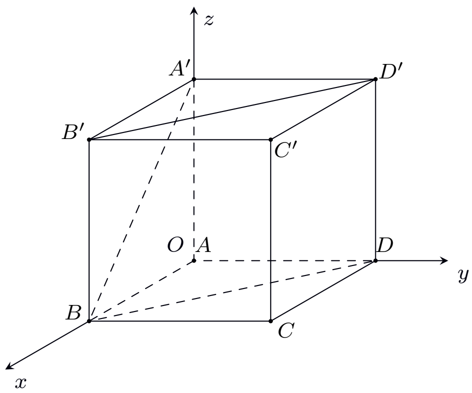
8 Ứng dụng của đường thẳng trong không gian

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1.
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, gọi α là góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, tính $\sin\alpha$.

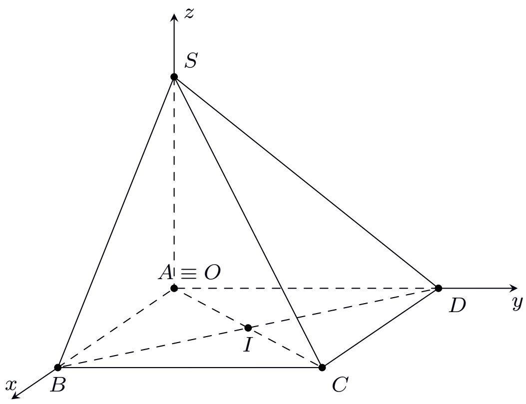
Ⓐ $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Ⓒ $\dfrac{1}{2}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.



CÂU 2.
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Nếu $\tan\alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

Ⓐ $30°$. Ⓑ $60°$. Ⓒ $45°$. Ⓓ $90°$.



CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tính tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC).

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Ⓑ $\dfrac{2\sqrt{3}}{2}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. Ⓓ $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SB và SD. Tính cô-sin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (AEF) và (ABC).

Ⓐ $\dfrac{1}{2}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Ⓒ $\sqrt{3}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 5. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc tạo bởi hai véc-tơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

Ⓐ $135°$. Ⓑ $150°$. Ⓒ $120°$. Ⓓ $60°$.

CÂU 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA bằng

Ⓐ $\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{5}$. Ⓑ $\arccos\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. Ⓒ $\arccos\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. Ⓓ $\arccos\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

CÂU 7. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, tam giác ABD đều. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $C'D'$, biết rằng $MN \perp B'D$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt đáy $(ABCD)$, khi đó $\cos\alpha$ bằng

Ⓐ $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Ⓑ $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Ⓒ $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$. Ⓓ $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$.

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và vuông góc với $(ABCD)$. Tính $\cos\varphi$ với φ là góc tạp bởi (SAC) và (SCD).

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{3}}{7}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{6}}{7}$. Ⓒ $\dfrac{5}{7}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{2}}{7}$.

QUICK NOTE

CÂU 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ bằng

(A) 60°. (B) 30°. (C) 45°. (D) 75°.

CÂU 10. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC, biết $MN = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó giá trị sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (D) $\sqrt{3}$.

CÂU 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB'. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN).

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$. (B) $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$. (D) $\dfrac{4\sqrt{2}}{13}$.

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính sin góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC).

(A) $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{\sqrt{55}}{10}$.

CÂU 14. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60°. Côsin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\dfrac{\sqrt{41}}{41}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{41}}{41}$.

CÂU 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông. Cho tam giác SAB vuông tại S và góc SBA bằng 30°. Mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng đáy. Gọi M, N là trung điểm AB, BC. Tìm cô-sin góc tạo bởi hai đường thẳng (SM, DN).

(A) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. (B) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. (C) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

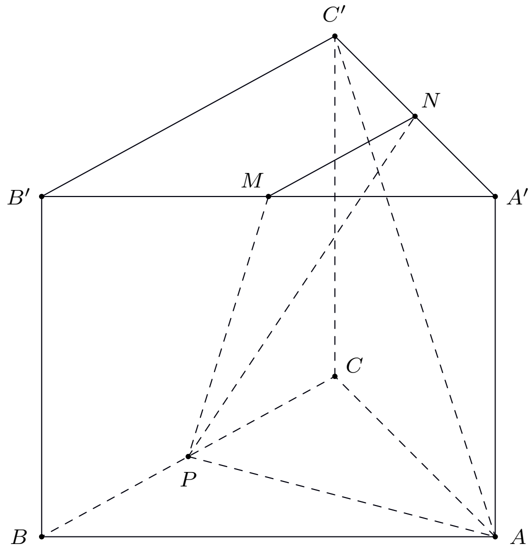
CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD. Góc giữa mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SB bằng

(A) 45°. (B) 90°. (C) 120°. (D) 60°.

CÂU 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin\alpha$ với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC).

(A) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{7}}{8}$. (B) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$. (D) $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{5}$.

CÂU 18. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B'$, $A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng



Ⓐ $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$. Ⓑ $\dfrac{18\sqrt{13}}{65}$. Ⓒ $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{13}}{65}$.

CÂU 19. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

Ⓐ 60°. Ⓑ 30°. Ⓒ $\arcsin \dfrac{\sqrt{3}}{4}$. Ⓓ $\arccos \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

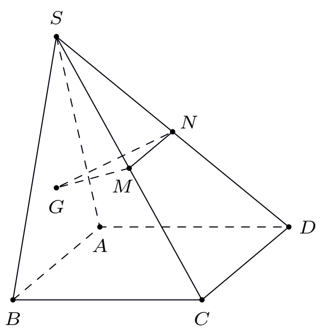
CÂU 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Ⓒ $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. Ⓓ $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 21.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính cô-sin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

Ⓐ $\dfrac{2\sqrt{39}}{39}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. Ⓒ $\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$.



CÂU 22. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$ và góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và cạnh bên $BB' = a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Tính cô-sin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{3}}{10}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{30}}{30}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{10}}{30}$.

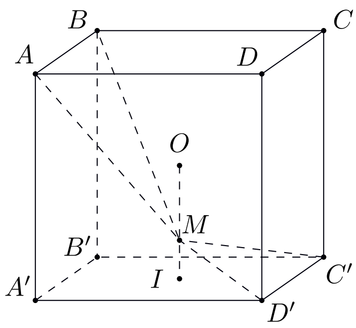
1. C	2. B	3. D	4. B	5. C	6. B	7. A	8. C	9. A	10. B
11. C	12. A	13. A	14. C	15. B	16. D	17. C	18. D	19. D	20. C
21. C	22. B								

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ).

QUICK NOTE

QUICK NOTE



Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) (kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

CÂU 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, $A'H = a\sqrt{5}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos\varphi$. Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

KQ:

CÂU 25. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $A'B$ và K là hình chiếu vuông góc của A trên $A'D$. Góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và $(ABB'A')$ bằng bao nhiêu độ?

KQ:

CÂU 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $BAC = 120°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC), tính $\cos\alpha$. Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

KQ:

CÂU 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$, tam giác SAB và tam giác SCB lần lượt vuông tại A, C. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng $2a$. Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB). Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

KQ:

CÂU 28. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân đỉnh A. Biết $BC = a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC} = 30°$, cạnh bên $AA' = a$. Gọi M là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{CC'}$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'M)$, khi đó tính $\sin\alpha$. Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

KQ:

CÂU 29. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $BC = 3$, $CD = 4$, $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90°$. Góc giữa đường thẳng AD và BC bằng $60°$. Tính côsin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD). Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

KQ:

23. 0,65	24. 0,51	25. 45	26. 0,43	27. 0,33	28. 0,93	29. 0,3

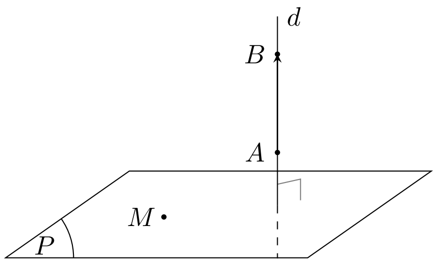
QUICK NOTE

9 Viết PTMP biết vị trí tương đối với đường thẳng

- Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng d (hoặc vuông góc với đường thẳng AB)

Phương pháp:

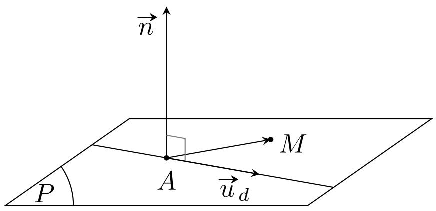
$(P)\colon \begin{cases} \text{Qua } M\,(x_0; y_0; z_0) \\ \text{Vectơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \overrightarrow{AB}. \end{cases}$



- Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M \notin d$.

Phương pháp:

- Chọn điểm $A \in d$ và một vectơ chỉ phương $\vec{u_d}$. Tính $\left[\overrightarrow{AM}, \vec{u_d}\right]$.
- Phương trình mặt phẳng $(P)\colon \begin{cases} \text{Đi qua } M \\ \text{có vectơ pháp tuyến } \vec{n} = \left[\overrightarrow{AM}, \vec{u_d}\right]. \end{cases}$



Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d?

A $(T)\colon x + y + 2z + 1 = 0$. **B** $(P)\colon x - 2y + z + 1 = 0$.
C $(Q)\colon x - 2y - z + 1 = 0$. **D** $(R)\colon x + y + z + 1 = 0$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$ là

A $x + y + z + 1 = 0$. **B** $x - y - z = 1$.
C $x + y + z = 1$. **D** $x + y + z = 0$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là

A $2x - y + z - 3 = 0$. **B** $2x - y + 2z - 6 = 0$.
C $2x - y + z + 3 = 0$. **D** $2x - y - z + 3 = 0$.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-10}{5} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P)\colon 10x + 2y + mz + 11 = 0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

A $m = 2$. **B** $m = -52$. **C** $m = 52$. **D** $m = -2$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P)\colon x - y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O, song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A $x + 2y + z = 0$. **B** $x - 2y + z = 0$.
C $x + 2y + z - 4 = 0$. **D** $x - 2y + z + 4 = 0$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 0; -2)$ và đi qua điểm $M(1; -3; 2)$, $d_2\colon \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax + by + cz + 11 = 0$. Giá trị $a + 2b + 3c$ bằng

A -42. **B** -32. **C** 11. **D** 20.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-4}{3}$ và $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+2}{3}$ có phương trình là

QUICK NOTE

A $-2x-y+9z-36=0$. **B** $2x-y-z=0$.
C $6x+9y+z+8=0$. **D** $6x+9y+z-8=0$.

CÂU 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q)\colon x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=3 \\ y=3+t \\ z=5-t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A, song song với d và vuông góc với (Q) là

A $3x+y+z-1=0$. **B** $3x-y-z+1=0$.
C $x+3y+z-3=0$. **D** $x+y+z-1=0$.

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$ chéo nhau. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A $(P)\colon x+5y+8z-16=0$. **B** $(P)\colon x+5y+8z+16=0$.
C $(P)\colon x+4y+6z-12=0$. **D** $(P)\colon 2x+y-6=0$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó?

A $\vec{n}=(1;-1;-1)$. **B** $\vec{n}=(1;-1;-3)$. **C** $\vec{n}=(1;-1;5)$. **D** $\vec{n}=(1;-1;-5)$.

CÂU 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d là

A $(P)\colon 5x+2y+4z-5=0$. **B** $(P)\colon 2x+1y+2z-1=0$.
C $(P)\colon 5x-2y-4z-5=0$. **D** $(P)\colon 2x+1y+2z-2=0$.

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A $2y-2z+1=0$. **B** $2y-2z-1=0$. **C** $2x-2z+1=0$. **D** $2x-2z-1=0$.

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d có dạng $3x+by+cz+d=0$. Tính b^2+cd.

KQ: | | | | |

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ và chứa đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ có dạng $3x+ay+bz-c$. Tính $a+b+c$.

KQ: | | | | |

CÂU 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=1-4t \\ y=t \\ z=2+t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm A và vuông góc đường thẳng d có dạng $ax+by+10z+c=0$. Tính c.

KQ: | | | | |

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ có dạng $ax+by+cz+1=0$. Tính $a^2+b^2+c^2$.

KQ: | | | | |

QUICK NOTE

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = t+2 \\ y = 3t-1 \\ z = 2t+1 \end{cases}$ và $\Delta\colon \begin{cases} x = m+3 \\ y = 3m-2 \\ z = 2m+1 \end{cases}$ có dạng $x + ay + bz + c = 0$. Tính $P = a + 2b + 3c$.

KQ: | | | |

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau

$$d\colon \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3} \text{ và } d'\colon \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t. \end{cases}$$

Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d' có dạng $ax + by + cz + 8 = 0$. Tính $T = a - b + 3c$.

KQ: | | | |

CÂU 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y - z + 4 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM.(Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

KQ: | | | |

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-2}$, $\Delta_1\colon \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$, $\Delta_2\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (h;k;1)$. Tính giá trị $h - k$.

KQ: | | | |

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x + y + 3z - 14 = 0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy).

KQ: | | | |

CÂU 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+7}{2} = \dfrac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x + 2y - 3z - 3 = 0$. Gọi M là giao điểm của d và (α), A thuộc d sao cho $AM = \sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α).

KQ: | | | |

10 Lập PTMP liên quan đến góc

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(-2;0;1)$, đường thẳng d qua điểm A và tạo với trục Oy góc 45°. PTĐT d là

Ⓐ $\left[\begin{array}{l} \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z-1}{-1} \\ \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{-\sqrt{5}} = \dfrac{z-1}{-1} \end{array}\right.$.

Ⓑ $\left[\begin{array}{l} \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z+1}{-1} \\ \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{-\sqrt{5}} = \dfrac{z+1}{-1} \end{array}\right.$.

Ⓒ $\left[\begin{array}{l} \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z-1}{-1} \\ \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z+1}{-1} \end{array}\right.$.

Ⓓ $\left[\begin{array}{l} \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{-\sqrt{5}} = \dfrac{z-1}{-1} \\ \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z+1}{-1} \end{array}\right.$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 4x - 7y + z + 25 = 0$ và đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P).

QUICK NOTE

Đường thẳng d_2 nằm trong (P) tạo với d_1, d_1' các góc bằng nhau, d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (a; b; c)$. Tính $\dfrac{a+2b}{c}$.

(A) $\dfrac{a+2b}{c} = \dfrac{2}{3}$. (B) $\dfrac{a+2b}{c} = 0$. (C) $\dfrac{a+2b}{c} = \dfrac{1}{3}$. (D) $\dfrac{a+2b}{c} = 1$.

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$, $d_2\colon \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận véc-tơ $\vec{n} = (1; b; c)$ làm một véc-tơ pháp tuyến. Xác định tích $b \cdot c$.

(A) -4 hoặc 0. (B) 4 hoặc 0. (C) -4. (D) 4.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 45°. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

(A) $M(3; 2; 1)$. (B) $N(3; 2; -1)$. (C) $P(3; -1; 2)$. (D) $M(3; -1; -2)$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $BC = 3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-5}{1} = \dfrac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha)\colon x + z - 3 = 0$. Biết đỉnh C có cao độ âm. Tính hoành độ đỉnh A.

(A) $\dfrac{3}{2}$. (B) 3. (C) $\dfrac{9}{2}$. (D) $\dfrac{5}{2}$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua $A(2; 1; -1)$ tạo với trục Oz một góc 30°?

(A) $\sqrt{2}(x-2) + (y-1) - (z-2) - 3 = 0$. (B) $(x-2) + \sqrt{2}(y-1) - (z+1) - 2 = 0$.

(C) $2(x-2) + (y-1) - (z-2) = 0$. (D) $2(x-2) + (y-1) - (z-1) - 2 = 0$.

CÂU 7. Cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x - 2y + 2z - 5 = 0$ và điểm $A(1; -2; 2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc 45°.

(A) Vô số. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 8. Số các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng $(P)\colon 2x - z + 1 = 0$ góc 45° bằng

KQ: | | | | |

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 0)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{1}$. Phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có dạng $ax + by + cz = 0$. Khi đó $\dfrac{a}{b}$ bằng

KQ: | | | | |

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x + 2y - 2z + 1 = 0$, $(Q)\colon x + my + (m-1)z + 2024 = 0$. Khi hai mặt phẳng (P), (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

CÂU 11. Cho hai điểm $A(1; -1; 1)$; $B(2; -2; 4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa A, B và tạo với mặt phẳng $(\alpha)\colon x - 2y + z - 7 = 0$ một góc 60°?

KQ: | | | | |

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; 1)$, $B(6; -2; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos\alpha = \dfrac{2}{7}$ có dạng $ax + by + cz + d = 0$ với $d \neq 0$. Khi đó $\dfrac{d}{a}$ bằng

KQ: | | | | |

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+d=0$ với $c<0$ đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60°. Tính giá trị $a+b+c$. (Kết quả lấy đến hàng phần chục)

KQ: | | | | |

QUICK NOTE

11 Khoảng cách

a) Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

- Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm M_0 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được xác định bởi công thức $\mathrm{d}(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M},\vec{u}_d\right]\right|}{|\vec{u}_d|}$.
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau: d đi qua điểm M và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ và d' đi qua điểm M' và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u'}$ là $\mathrm{d}(d,d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\cdot\overrightarrow{M'M}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\right|}$.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta\colon\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$ bằng

Ⓐ $\sqrt{14}$. Ⓑ $\sqrt{6}$. Ⓒ $2\sqrt{14}$. Ⓓ $2\sqrt{6}$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $\mathrm{d}\colon\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(2;-1;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng

Ⓐ $\sqrt{7}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

CÂU 3. Khoảng cách từ điểm $H(1;0;3)$ đến đường thẳng $\mathrm{d}_1\colon\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=3+t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P)\colon z-3=0$ lần lượt là $\mathrm{d}(H,d_1)$ và $\mathrm{d}(H,(P))$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

Ⓐ $\mathrm{d}(H,d_1)>\mathrm{d}(H,(P))$. Ⓑ $\mathrm{d}(H,(P))>\mathrm{d}(H,d_1)$.
Ⓒ $\mathrm{d}(H,d_1)=6\cdot\mathrm{d}(H,(P))$. Ⓓ $\mathrm{d}(H,(P))=1$.

CÂU 4. Tính khoảng cách giữa mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-y-2z-4=0$ và đường thẳng $\mathrm{d}\colon\begin{cases}x=1+t\\y=2+4t\\z=-t\end{cases}$.

Ⓐ $\dfrac{1}{3}$. Ⓑ $\dfrac{4}{3}$. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

Ⓐ $\mathrm{d}=2$. Ⓑ $\mathrm{d}=\dfrac{5}{3}$. Ⓒ $\mathrm{d}=\dfrac{2}{3}$. Ⓓ $\mathrm{d}=\dfrac{1}{3}$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$ bằng

QUICK NOTE

(A) $2\sqrt{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. (D) $\sqrt{3}$.

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z+4=0$ bằng

(A) 1. (B) 0. (C) 3. (D) 2.

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;4)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. Điểm M thuộc đường thẳng d sao cho M cách A một khoảng bằng $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm M là

(A) $(5;1;2)$ và $(6;9;2)$. (B) $(5;1;2)$ và $(-1;-8;-4)$.
(C) $(5;-1;2)$ và $(1;-5;6)$. (D) $(5;1;2)$ và $(1;-5;6)$.

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$ và $d_2\colon \begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=m\end{cases}$. Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\dfrac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

(A) -11. (B) 12. (C) -12. (D) 11.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. (B) $\dfrac{12}{5}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. (D) 3.

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1+t\\y=-3-t\\z=2+2t\end{cases}$ và $d'\colon \dfrac{x}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng cách giữa d và d' bằng

(A) $\dfrac{13\sqrt{30}}{30}$. (B) $\dfrac{\sqrt{30}}{3}$. (C) $\dfrac{9\sqrt{30}}{10}$. (D) 0.

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon \begin{cases}x=1+4t\\y=-1-2t\\z=2+2t\end{cases}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{87}}{6}$. (B) $\dfrac{\sqrt{174}}{6}$. (C) $\dfrac{\sqrt{174}}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{87}}{3}$.

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 tới mặt phẳng (P). Với $d_1\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{3}$; $d_2\colon \dfrac{-x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $(P)\colon 2x+4y-4z-3=0$.

(A) $\dfrac{4}{3}$. (B) $\dfrac{7}{6}$. (C) $\dfrac{13}{6}$. (D) $\dfrac{5}{3}$.

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-3=0$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng

(A) $\dfrac{2}{3}$. (B) $\dfrac{8}{3}$. (C) $\dfrac{2}{9}$. (D) 1.

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P), Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc với d và cách M một khoảng bằng $\sqrt{42}$. PTĐT Δ là

(A) $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z+4}{1}$. (B) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.
(C) $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z+5}{1}$. (D) $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z-5}{1}$.

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A,B,C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $(4;3;7)$. (B) $(-1;-2;1)$. (C) $(7;5;3)$. (D) $(3;4;3)$.

QUICK NOTE

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

A $\frac{2}{5}$. **B** $\frac{1}{5}$. **C** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D** $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P)\colon x-z-1=0$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=-2+t \end{cases}$. Gọi $d_1;d_2$ là các đường thẳng đi qua A, nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng

A $\frac{1}{3}$. **B** $\frac{2}{3}$. **C** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua A, cắt d và song song với mặt phẳng (P). Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ.

A $\sqrt{3}$. **B** $\frac{16}{3}$. **C** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ cắt mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ tại điểm I. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta\perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a;b;c)$ (với $a+b>c$) của điểm I trên đường thẳng Δ.

A $M(2;5;-4)$. **B** $M(6;-3;0)$. **C** $M(5;2;-4)$. **D** $M(-3;6;0)$.

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A,B có phương trình là

A $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=4t \end{cases}$.

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$ và $d_2\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P)\colon x+ay+bz+c=0\,(c>0)$ song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng hai lần khoảng cách từ d_2 đến (P). Giá trị của $a+b+c$ bằng

A 14. **B** 6. **C** -4. **D** -6.

12 VTTĐ của ĐT và MP

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{-3}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x+2y-3z+2=0$. Tọa độ điểm M là

A $M(2;0;-1)$. **B** $M(5;-1;-3)$. **C** $M(1;0;1)$. **D** $M(-1;1;1)$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A 1. **B** 2. **C** 5. **D** -2.

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và $d\colon \begin{cases} x=-t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (ABC). Tổng $S=a+b+c$ là

A -7. **B** 11. **C** 5. **D** 6.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

QUICK NOTE

A d cắt và không vuông góc với (P). **B** d vuông góc với (P).
C d song song với (P). **D** d nằm trong (P).

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A $d \subset (Q)$. **B** $d \,/\!/\, (Q)$. **C** d cắt (Q). **D** $d \perp (Q)$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z-5=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=3+4t \\ z=3t \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A $d \,/\!/\, (P)$. **B** $d \subset (P)$. **C** d cắt (P). **D** $d \perp (P)$.

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$. Số giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A Vô số. **B** 1. **C** Không có. **D** 2.

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ là

A $M(0;2;3)$. **B** $M(0;0;-2)$. **C** $M(0;0;2)$. **D** $M(0;-2;-3)$.

CÂU 9. Giao điểm của mặt phẳng $(P): x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=3+3t \end{cases}$ là

A $(1;1;0)$. **B** $(0;2;4)$. **C** $(0;4;2)$. **D** $(2;0;3)$.

CÂU 10. Trong không gian$Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+2=0$. Tìm tọa độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A $A(3;5;3)$. **B** $A(1;3;1)$. **C** $A(-3;5;3)$. **D** $A(1;2;-3)$.

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A 1. **B** 2. **C** 5. **D** -2.

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=4-2t \\ y=-3+t \\ z=1-t \end{cases}$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A $(4;-3;0)$. **B** $(2;-2;0)$. **C** $(0;-1;-1)$. **D** $(-2;0;-2)$.

CÂU 13. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là toạ độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (ABC). Tính tổng $S=a+b-c$.

A 6. **B** 5. **C** -7. **D** 11.

CÂU 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P): y+1=0$ là điểm có tọa độ

A $(-4;-1;2)$. **B** $(-4;1;2)$. **C** $(0;-1;0)$. **D** $(0;1;0)$.

CÂU 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

A $(1;0;1)$. **B** $(0;0;-2)$. **C** $(1;1;6)$. **D** $(12;9;1)$.

QUICK NOTE

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x}{-2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): 11x + my + nz - 16 = 0$. Biết $\Delta \subset (P)$, tính giá trị của $T = m + n$.

(A) $T = 2$. (B) $T = -2$. (C) $T = 14$. (D) $T = -14$.

CÂU 17. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x - my - 2z + 19 = 0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d \parallel (\alpha)$ là

(A) $\{1\}$. (B) $\emptyset$. (C) $\{1; 2\}$. (D) $\{2\}$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P): 2x + y - m^2z + m = 0$

(A) $m = 1$. (B) $m \in \emptyset$. (C) $m \in \{-1; 1\}$. (D) $m = -1$.

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2y + 3z + -4 = 0$ và đường thẳng $d : \dfrac{x-m}{1} = \dfrac{y+2m}{3} = \dfrac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng (Oyz).

(A) $m = \dfrac{4}{5}$. (B) $m = -1$. (C) $m = 1$. (D) $m = \dfrac{12}{17}$.

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + my - 3z + m - 2 = 0$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì d cắt (P)

(A) $m \neq \dfrac{1}{2}$. (B) $m = -1$. (C) $m = \dfrac{1}{2}$. (D) $m \neq -1$.

CÂU 21. Trong không gian (P), cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và mặt phẳng (P) : $m^2x - 2my + (6 - 3m)z - 5 = 0$. Tìm m để $d \parallel (P)$.

(A) $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -6 \end{array}\right.$. (B) $\left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 6 \end{array}\right.$. (C) $\left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -6 \end{array}\right.$. (D) $\emptyset$.

CÂU 22. Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng (P_m) : $mx + 2y + nz + 1 = 0$ và $(Q_m) : x - my + nz + 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng (α) : $4x - y - 6z + 3 = 0$.

(A) $m + n = 0$. (B) $m + n = 2$. (C) $m + n = 1$. (D) $m + n = 3$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Bài 1. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

1 Xác định vectơ pháp tuyến của mặt phẳng. Xác định điểm thuộc và không thuộc mặt phẳng

1. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng:

- Mặt phẳng (α): $Ax+By+Cz+D=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$.
- Nếu mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a}$, $\vec{b}$ thì (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.
- vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là vectơ có giá vuông góc với (α).
- vectơ chỉ phương của mặt phẳng (α) là vectơ có giá song song hoặc nằm trên (α).
- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của (α) thì $k\cdot\vec{n}$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (α).
- Nếu $\vec{a}$ là một vectơ chỉ phương của (α) thì $k\cdot\vec{a}$ cũng là một vectơ chỉ phương của (α).

Chú ý:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$.

2. Điểm thuộc và không thuộc mặt phẳng:
Cho mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó:

- $N_0\left(x_0;y_0;z_0\right)\in(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$.
- $N_0\left(x_0;y_0;z_0\right)\notin(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D\neq 0$.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}=(1;1;-2)$, $\vec{b}=(1;0;3)$ là

(A) $(2;3;-1)$. (B) $(3;5;-2)$. (C) $(2;-3;-1)$. (D) $(3;-5;-1)$.

Lời giải.

vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$.
Do đó $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.
Ta có $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(3;-5;-1)$.
Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-2)$ và vectơ $\vec{b}=(1;0;2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}$ là tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

(A) $\vec{c}=(2;6;-1)$. (B) $\vec{c}=(4;6;-1)$. (C) $\vec{c}=(4;-6;-1)$. (D) $\vec{c}=(2;-6;-1)$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính tích có hướng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, ta được

$$\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(2;-6;-1).$$

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{n}$ có phương vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

(A) $\vec{n}=(8;4;-3)$. (B) $\vec{n}=(-18;0;-3)$. (C) $\vec{n}=(-18;4;-3)$. (D) $\vec{n}=(1;4;-3)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -3; 8)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; 0; 6)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-18; 4; -3)$.
Vậy $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-18; 4; -3)$.
Chọn đáp án C ☐

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

A) $x - 3y^2 + z - 1 = 0$.
B) $x^2 + 2y + 4z - 2 = 0$.
C) $2x - 3y + 4z - 2024 = 0$.
D) $2x - 3y + 4z^2 - 2025 = 0$.

Lời giải.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng là $2x - 3y + 4z - 2024 = 0$.
Chọn đáp án C ☐

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x - y + 2z - 1 = 0$. vectơ nào dưới đây **không phải** là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A) $\vec{n} = (-3; 1; -2)$.
B) $\vec{n} = (3; 1; 2)$.
C) $\vec{n} = (3; -1; 2)$.
D) $\vec{n} = (6; -2; 4)$.

Lời giải.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (3; -1; 2)$.
$\vec{n} = (-3; 1; -2) = -1(3; -1; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).
$\vec{n} = (6; -2; 4) = 2(3; -1; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).
Chọn đáp án B ☐

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A) $\vec{i} = (1; 0; 0)$.
B) $\vec{m} = (1; 1; 1)$.
C) $\vec{j} = (0; 1; 0)$.
D) $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (Oxy) vuông góc với trục Oz nên nhận vectơ $\vec{k} = (0; 0; 1)$ làm một vectơ pháp tuyến.
Chọn đáp án D ☐

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x - 3y + 1 = 0$?

A) $\vec{a} = (2; -3; 1)$.
B) $\vec{b} = (2; 1; -3)$.
C) $\vec{c} = (2; -3; 0)$.
D) $\vec{d} = (3; 2; 0)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -3; 0) = \vec{c}$.
Chọn đáp án C ☐

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{-1} + \dfrac{z}{3} = 1$ là

A) $\vec{n} = (3; 6; -2)$.
B) $\vec{n} = (2; -1; 3)$.
C) $\vec{n} = (-3; -6; -2)$.
D) $\vec{n} = (-2; -1; 3)$.

Lời giải.

Phương trình $\dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{-1} + \dfrac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}x - y + \dfrac{1}{3}z - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x + 6y - 2z + 6 = 0$.
Do đó mặt phẳng đã cho có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 6; -2)$.
Chọn đáp án A ☐

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + z - 2 = 0$.

A) $Q(1; -2; 2)$.
B) $P(2; -1; -1)$.
C) $M(1; 1; -1)$.
D) $N(1; -1; -1)$.

Lời giải.

Thay toạ độ điểm Q vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 \cdot 1 - (-2) + 2 - 2 = 4 \neq 0$ nên $Q \notin (P)$.
Thay toạ độ điểm P vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 \cdot 2 - (-1) + (-1) - 2 = 2 \neq 0$ nên $P \notin (P)$.
Thay toạ độ điểm M vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 \cdot 1 - 1 + (-1) - 2 = -2 \neq 0$ nên $M \notin (P)$.
Thay toạ độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2 \cdot 1 - (-1) + (-1) - 2 = 0$ nên $N \in (P)$.
Chọn đáp án D ☐

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây **không thuộc** (α)?

A) $Q(3; 3; 0)$.
B) $N(2; 2; 2)$.
C) $P(1; 2; 3)$.
D) $M(1; -1; 1)$.

Lời giải.

- Thay $Q(3; 3; 0)$ vào phương trình mặt phẳng (α), ta được $3 + 3 + 0 - 6 = 0 \Rightarrow Q \in (\alpha)$.
- Thay $N(2; 2; 2)$ vào phương trình mặt phẳng (α), ta được $2 + 2 + 2 - 6 = 0 \Rightarrow N \in (\alpha)$.
- Thay $P(1; 2; 3)$ vào phương trình mặt phẳng (α), ta được $1 + 2 + 3 - 6 = 0 \Rightarrow P \in (\alpha)$.
- Thay $M(1; -1; 1)$ toạ độ vào phương trình mặt phẳng (α), ta được $1 - 1 + 1 - 6 \neq 0 \Rightarrow M \notin (\alpha)$.

Chọn đáp án D ☐

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

(A) $P(0;0;-5)$. (B) $M(1;1;6)$. (C) $Q(2;-1;5)$. (D) $N(-5;0;0)$.

Lời giải.

Ta có $1-2\cdot 1+6-5=0$ nên $M(1;1;6)$ thuộc mặt phẳng (P).

Chọn đáp án (B)

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon \dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $P(0;2;0)$. (B) $N(1;2;3)$. (C) $M(1;0;0)$. (D) $Q(0;0;3)$.

Lời giải.

Thế tọa độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta có $\dfrac{1}{1}+\dfrac{2}{2}+\dfrac{3}{3}=1$ (sai).

Vậy mặt phẳng $(P)\colon \dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$ không đi qua điểm $N(1;2;3)$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha)\colon x-y+2z-3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $M\left(1;1;\dfrac{3}{2}\right)$. (B) $N\left(1;-1;-\dfrac{3}{2}\right)$. (C) $P(1;6;1)$. (D) $Q(0;3;0)$.

Lời giải.

Xét điểm $M\left(1;1;\dfrac{3}{2}\right)$, ta có $1-1+2\cdot\dfrac{3}{2}-3=0$ (đúng) nên $M\in(\alpha)$.

Xét điểm $N\left(1;-1;-\dfrac{3}{2}\right)$, ta có $1+1+2.\left(-\dfrac{3}{2}\right)-3=0$ (sai) nên $N\notin(\alpha)$.

Xét điểm $P(1;6;1)$, ta có $1-6+2.1-3=0$ (sai) nên $P\notin(\alpha)$.

Xét điểm $Q(0;3;0)$, ta có $0-3+2.0-3=0$ (sai) nên $Q\notin(\alpha)$.

Chọn đáp án (A)

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 14. Trong không gian cho hệ tọa độ $Oxyz$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;0;1)$.	X	
b) Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;3;0)$.	X	
c) Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;0;0)$.	X	
d) Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(0;0;-2024)$.	X	

Lời giải.

a) Mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;0;1)$.

b) Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;3;0)$.

c) Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;0;0)$.

d) Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(0;0;-2024)$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d đúng |

CÂU 15. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;3)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\left\|\vec{a}+\vec{b}\right\|=3$.	X	
b) $\vec{a}\cdot\vec{b}=-4$.	X	
c) $\left\|\vec{a}-\vec{b}\right\|=5$.	X	
d) $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-1;-4;3)$.		X

Lời giải.

a) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{(1+1)^2+(-2+1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{4+1+4}=3$.

b) $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot 1+(-2)\cdot 1+3\cdot(-1)=1-2-3=-4$.

c) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{(1-1)^2+(-2-1)^2+(3+1)^2}=\sqrt{0+9+16}=5$.

d) $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(\begin{vmatrix}-2&3\\1&-1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}3&1\\-1&1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1&-2\\1&1\end{vmatrix}\right)=(-1;4;3)$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | ☐

CÂU 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(1;2;-1)$, $\vec{b}=(3;-1;0)$, $\vec{c}=(1;-5;2)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$.		X
b) $\left[\vec{a},\vec{b}\right]\cdot\vec{c}=0$.		X

Mệnh đề	Đ	S
c) $\vec{a}$ không cùng phương với $\vec{b}$.		X
d) $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$.		X

Lời giải.

a) Ta có: $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-1;-3;-7)\neq\vec{0}$.

b) Hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương.

c) $\left[\vec{a},\vec{b}\right]\cdot\vec{c}=-1+15-14=0$.

d) Ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c sai | d sai | ☐

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z-2024=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3;1)$.	X	
b) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(6;9;3)$.	X	
c) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-4;-6;-2)$.	X	
d) Điểm $M(0;0;2024)$ không thuộc mặt phẳng (P).		X

Lời giải.

a) Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;3;1)$.

b) $\vec{n}=(6;9;3)=3(2;3;1)$.

c) $\vec{n}=(-4;-6;-2)=-2(2;3;1)$.

d) Thay điểm $M(0;0;2024)$ vào mặt phẳng $(P)\colon 2\cdot 0+3\cdot 0+2024-2024=0\Rightarrow M\in(P)$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | ☐

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm $M(-1;-1;-1)$ **không thuộc** mặt phẳng (P).	X	
b) Điểm $N(1;1;1)$ **thuộc** mặt phẳng (P).	X	
c) Điểm $K(-3;0;0)$ **không thuộc** mặt phẳng (P).	X	
d) Điểm $Q(0;0;-3)$ **thuộc** mặt phẳng (P).		X

Lời giải.

a) Điểm $M(-1;-1;-1)$ có tọa độ không thỏa mãn phương trình mặt phẳng (P) nên $M\notin(P)$.

b) Điểm $N(1;1;1)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình mặt phẳng (P) nên $N\in(P)$.

c) Điểm $K(-3;0;0)$ có tọa độ không thỏa mãn phương trình mặt phẳng (P) nên $K\notin(P)$.

d) Điểm $Q(0;0;-3)$ có tọa độ không thỏa mãn phương trình mặt phẳng (P) nên $Q\notin(P)$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | ☐

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$ và $C(1;-1;0)$. Biết $\vec{u}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]$. Khi đó, độ dài của $\vec{u}$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: 4

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(0;-2;-2)$ và $\overrightarrow{BD}=(-1;-1;-1)$.

Khi đó $\vec{u}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(0;2;-2)$.

Suy ra $|\vec{u}|=\sqrt{0^2+2^2+(-2)^2}=4$.

CÂU 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;2)$, $B(1;-1;-2)$ và $C(-1;1;0)$. Một vectơ $\vec{n}=(a;b;2)$ có phương vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$. Tính giá trị của $a+b$.

Đáp án: -8

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AC}=(-3;1;-2)$ và $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;-4)$.

Vì $\vec{n}$ có phương vuông góc với $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với vectơ $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-6;-10;4)$.

Suy ra $\vec{n}=(-3;-5;2)$ Vậy $a+b=-3-5=-8$.

CÂU 21. Hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;0;3)$, $C(-2;1;3)$ và $D(0;1;1)$. Tính giá trị của phép tính $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}$.

Đáp án: -24

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;3)$; $\overrightarrow{AC}=(-3;3;3)$; $\overrightarrow{AD}=(-1;3;1)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-3;-12;9)$.

Và $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{AD}=(-3)\cdot(-1)+(-12)\cdot 3+9\cdot 1=-24$.

CÂU 22. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x-6y-8z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;a;b)$. Khi đó tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: -7

Lời giải.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P)\colon 2x-6y-8z+1=0$ nên một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là $(2;-6;-8)=2\cdot(1;-3;-4)$.

Suy ra $\vec{n}=(1;-3;-4)$, nên $a+b=-3-4=-7$.

CÂU 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(1;1;2)$, $\vec{v}=(-1;m;m-2)$. Tìm giá trị của m dương sao cho $|[\vec{u},\vec{v}]|=\sqrt{14}$.

Đáp án: 1

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}&[\vec{u},\vec{v}]=(-m-2;-m;m+1)\\ \Rightarrow\quad &|[\vec{u},\vec{v}]|=\sqrt{(m+2)^2+m^2+(m+1)^2}=\sqrt{3m^2+6m+5}.\end{aligned}$$

Khi đó

$$|[\vec{u},\vec{v}]|=\sqrt{14}\Leftrightarrow 3m^2+6m+5=14\Leftrightarrow 3m^2+6m-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&m=1\\&m=-3.\end{aligned}\right.$$

CÂU 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m}=(4;3;1)$, $\vec{n}=(0;0;1)$. Gọi $\vec{p}=(a;b;c)$ là vectơ cùng hướng với $[\vec{m},\vec{n}]$ (tích có hướng của hai vectơ $\vec{m}$ và $\vec{n}$). Biết $|\vec{p}|=15$, giá trị của tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: 3

Lời giải.

Ta có $[\vec{m};\vec{n}]=(3;-4;0)$, suy ra $|[\vec{m};\vec{n}]|=5$.

Do $\vec{p}$ là vectơ cùng hướng với $[\vec{m};\vec{n}]$ nên $\vec{p}=k[\vec{m};\vec{n}]$, $k>0$.

Mặt khác $|\vec{p}|=15\Leftrightarrow k\cdot|[\vec{m},\vec{n}]|=15\Leftrightarrow k\cdot 5=15\Leftrightarrow k=3$.

Suy ra $\vec{p}=(9;-12;0)$.

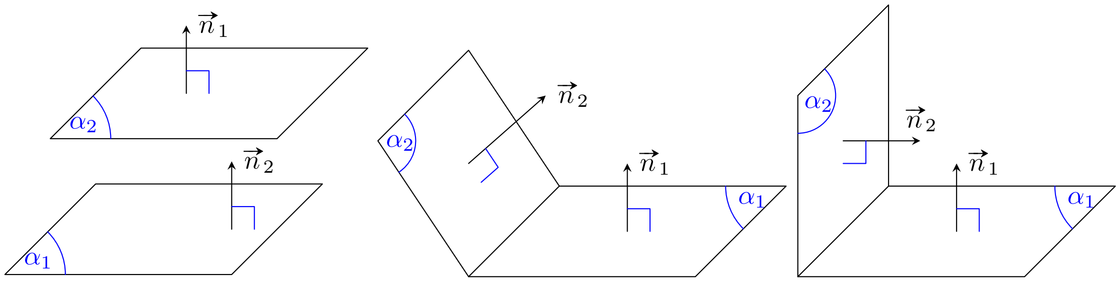
Vậy $a+b+c=9-12+0=3$.

2 Hai mặt phẳng song song, vuông góc. Khoảng cách một điểm đến mặt phẳng

1. Điều kiện hai mặt phẳng song song, vuông góc:

Cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\alpha_2): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1=(A_1;B_1;C_1)$, $\vec{n}_2=(A_2;B_2;C_2)$. Khi đó:

- $(\alpha_1) \mathbin{/\!/} (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$.
- $(\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$.
- (α_1) cắt $(\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương.
- $(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.



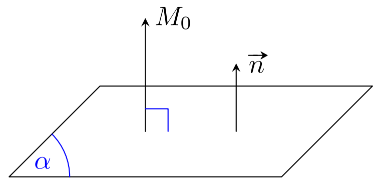
Chú ý:

- *$\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$.*
- *Nếu $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ thì vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.*

2. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng (α): $Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$



Chú ý:

- *Mặt phẳng (Oxy) có phương trình: $z = 0$.*
- *Mặt phẳng (Oxz) có phương trình: $y = 0$.*
- *Mặt phẳng (Oyz) có phương trình: $x = 0$.*

3. Khoảng cách hai mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia (Thực chất là khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng).
Để tính khoảng cách mặt phẳng (α_1) song song với (α_2), ta thực hiện như sau:

Bước 1: Chọn điểm $M \in (\alpha_1)$.

Bước 2: Tính khoảng cách điểm M đến (α_2).

Bước 3: Kết luận: $d((\alpha_1), (\alpha_2)) = d(M, (\alpha_2))$.

Chú ý: *Cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): Ax + By + Cz + D_1 = 0$ và $(\alpha_2): Ax + By + Cz + D_2 = 0$ có cùng vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$. Khi đó khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là:*

$$d((\alpha_1), (\alpha_2)) = \frac{|D_1 - D_2|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Khoảng cách từ điểm $M(3; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P): $Ax + Cz + D = 0$, $A.C.D \neq 0$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A $\mathrm{d}(M, (P)) = \dfrac{|3A + C + D|}{\sqrt{A^2 + C^2}}$.

B $\mathrm{d}(M, (P)) = \dfrac{|A + 2B + 3C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

C $\mathrm{d}(M, (P)) = \dfrac{|3A + C|}{\sqrt{A^2 + C^2}}$.

D $\mathrm{d}(M, (P)) = \dfrac{|3A + C + D|}{\sqrt{3^2 + 1^2}}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $\mathrm{d}(M_0,(\alpha)) = \dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

Ta được: $\mathrm{d}(M,(P)) = \dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{A^2+C^2}}$.

Chọn đáp án A ☐

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $\mathrm{d} = \dfrac{5}{9}$. B. $\mathrm{d} = \dfrac{5}{29}$. C. $\mathrm{d} = \dfrac{5}{\sqrt{29}}$. D. $\mathrm{d} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Khoảng cách d từ A đến (P) là

$$\mathrm{d}(A,(P)) = \frac{|3x_A+4y_A+2z_A+4|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}} = \frac{|3-8+6+4|}{\sqrt{29}} = \frac{5}{\sqrt{29}}.$$

Chọn đáp án C ☐

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 5. B. 2. C. $\dfrac{5}{3}$. D. $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $\mathrm{d}(M,(P)) = \dfrac{|2\cdot(-1)-2\cdot 2+0-1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}} = \dfrac{5}{3}$.

Chọn đáp án C ☐

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z-10=0$.

A. $\dfrac{11}{3}$. B. 3. C. $\dfrac{7}{3}$. D. $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $\mathrm{d}(M;(P)) = \dfrac{|1+2\cdot 2+2\cdot(-3)-10|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \dfrac{|-11|}{3} = \dfrac{11}{3}$.

Chọn đáp án A ☐

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-4=0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-2)$ lên mặt phẳng (P). Độ dài đoạn thẳng MH là

A. 2. B. $\dfrac{1}{3}$. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Độ dài đoạn thẳng MH là $MH = \mathrm{d}(M,(P)) = \dfrac{|2\cdot 3-1+2\cdot(-2)-4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = 1$.

Chọn đáp án C ☐

CÂU 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ lên mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z+5=0$. Độ dài đoạn thẳng AH bằng

A. 3. B. 7. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Độ dài đoạn thẳng AH là $AH = \mathrm{d}(A,(P)) = \dfrac{|2+2-6+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}} = 1$.

CÂU 7. Khoảng cách từ điểm $M(-4;-5;6)$ đến mặt phẳng (Oxy), (Oyz) lần lượt bằng

A. 6 và 4. B. 6 và 5. C. 5 và 4. D. 4 và 6.

Lời giải.

Ta có: $\mathrm{d}(M,(Oxy)) = |z_M| = 6$ và $\mathrm{d}(M,(Oyz)) = |x_M| = 4$.

Chọn đáp án A ☐

CÂU 8. Tính khoảng cách d từ điểm $B(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng $(P)\colon y+1=0$ ta được:

A. y_0. B. $|y_0|$. C. $\dfrac{|y_0+1|}{\sqrt{2}}$. D. $|y_0+1|$.

Lời giải.

Ta có: $\mathrm{d}(M,(P)) = \dfrac{|y_0+1|}{\sqrt{1^2}} = |y_0+1|$.

Chọn đáp án D ☐

CÂU 9. Khoảng cách từ điểm $C(-2;0;0)$ đến mặt phẳng (Oxy) bằng

Ⓐ 0. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Điểm C thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $\mathrm{d}\left(C,(Oxy)\right)=0$.

Chọn đáp án A ☐

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z-10=0$ và $(Q)\colon x+2y+2z-3=0$ bằng

Ⓐ $\frac{4}{3}$. Ⓑ $\frac{8}{3}$. Ⓒ $\frac{7}{3}$. Ⓓ 3.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{2}{2}\neq\frac{-10}{-3}$ nên $(P)\parallel(Q)$.

Lấy $A(2;1;3)\in(P)$. Ta có: $\mathrm{d}\left((P),(Q)\right)=\mathrm{d}\left(A,(Q)\right)=\dfrac{|2+2\cdot1+2\cdot3-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{7}{3}$.

Chọn đáp án C ☐

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z-1=0$ và $(Q)\colon x+2y+3z+6=0$ là

Ⓐ $\frac{7}{\sqrt{14}}$. Ⓑ $\frac{8}{\sqrt{14}}$. Ⓒ 14. Ⓓ $\frac{5}{\sqrt{14}}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}\neq\frac{-1}{6}$ nên $(P)\parallel(Q)$.

Khi đó: $\mathrm{d}\left((P);(Q)\right)=\dfrac{|D_2-D_1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\dfrac{|-1-6|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\dfrac{7}{\sqrt{14}}$.

Chọn đáp án A ☐

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z-8=0$ và $(Q)\colon x+2y+2z-4=0$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ $\frac{4}{3}$. Ⓒ 2. Ⓓ $\frac{7}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{2}{2}\neq\frac{-8}{-4}$ nên $(P)\parallel(Q)$.

Khi đó: $\mathrm{d}\left((P);(Q)\right)=\dfrac{|-8-(-4)|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án B ☐

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+z-2=0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

Ⓐ $2x-y-z-2=0$. Ⓑ $x-y-z-2=0$. Ⓒ $x+y+z-2=0$. Ⓓ $2x+y+z-2=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;1;1)$.
Mặt phẳng $(Q)\colon x-y-z-2=0$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;-1;-1)$.
Mà $\overrightarrow{n_P}\cdot\overrightarrow{n_Q}=2-1-1=0\Rightarrow\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_Q}\Rightarrow(P)\perp(Q)$.
Vậy mặt phẳng $(Q)\colon x-y-z-2=0$ là mặt phẳng cần tìm.

Chọn đáp án B ☐

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 2x+my+3z-5=0$ và $(Q)\colon nx-8y-6z+2=0$, với $m,n\in\mathbb{R}$. Xác định m,n để (P) song song với (Q).

Ⓐ $m=n=-4$. Ⓑ $m=4;n=-4$. Ⓒ $m=-4;n=4$. Ⓓ $m=n=4$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(2;m;3)$.
Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(n;-8;-6)$.

Mặt phẳng $(P)\parallel(Q)\Rightarrow\overrightarrow{n_1}=k\cdot\overrightarrow{n_2}\,(k\in\mathbb{R})\Leftrightarrow\begin{cases}2=kn\\m=-8k\\3=-6k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2}\\m=4\\n=-4.\end{cases}$

Chọn đáp án B ☐

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-3=0$ và $(Q)\colon mx+y-2z+1=0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

Ⓐ $m=1$. Ⓑ $m=-1$. Ⓒ $m=-6$. Ⓓ $m=6$.

Lời giải.

Ta có: $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow 1\cdot m-2\cdot1+2\cdot(-2)=0\Leftrightarrow m=6$.

Chọn đáp án D ☐

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-1=0$, $(Q)\colon 2x+my+2z+3=0$ và $(R)\colon -x+2y+nz=0$. Tính tổng $m+2n$, biết rằng $(P)\perp(R)$ và $(P)\parallel(Q)$.

A -6. **B** 1. **C** 0. **D** 6.

Lời giải.

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{a}=(1;1;1)$.
(Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{b}=(2;m;2)$.
(R) có vectơ pháp tuyến $\vec{c}=(-1;2;n)$.
Ta có: $(P)\perp(R)\Leftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{c}=0\Leftrightarrow n=-1$.
$(P)\parallel(Q)\Leftrightarrow \dfrac{2}{1}=\dfrac{m}{1}=\dfrac{2}{1}\Leftrightarrow m=2$.
Vậy $m+2n=2+2(-1)=0$
Chọn đáp án C .... □

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, cho $(P)\colon x+y-2z+5=0$ và $(Q)\colon 4x+(2-m)y+mz-3=0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P).

A $m=-3$. **B** $m=-2$. **C** $m=3$. **D** $m=2$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-2)$.
Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(4;2-m;m)$.
Ta có $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow \overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_Q}\Leftrightarrow \overrightarrow{n_P}\cdot\overrightarrow{n_Q}=0\Leftrightarrow 4\cdot1+2-m-2m=0\Leftrightarrow m=2$.
Chọn đáp án D .... □

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-z-1=0$ và $(\beta)\colon 2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A $m=1$. **B** Không tồn tại m. **C** $m=-2$. **D** $m=2$.

Lời giải.

Ta có vectơ pháp tuyến của (α) là $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-1)$, vectơ pháp tuyến của (β) là $\overrightarrow{n_2}=(2;4;-m)$.
Hai mặt phẳng (α) và (β) song song khi $\dfrac{2}{1}=\dfrac{4}{2}=\dfrac{-m}{-1}\neq\dfrac{-2}{-1}$.
Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn điều kiện trên.
Chọn đáp án B .... □

CÂU 19. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z-1=0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3.

A $(Q)\colon x+2y-2z+8=0$. **B** $(Q)\colon x+2y-2z+5=0$. **C** $(Q)\colon x+2y-2z+1=0$. **D** $(Q)\colon x+2y-2z+2=0$.

Lời giải.

+ Chọn $A(1;0;0)\in(P)$.
+ Xét đáp án **A.**, ta có $\mathrm{d}(A;(Q))=\dfrac{|1+8|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3$.
Chọn đáp án A .... □

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 20. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;0)$ và các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Oxz). Các mệnh đề sau đây đúng hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\mathrm{d}(M,(Oxz))=2$.	X	
b) $\mathrm{d}(M,(Oyz))=1$.	X	
c) $\mathrm{d}(M,(Oxy))=1$.		X
d) $\mathrm{d}(M,(Oxz))>d(M,(Oyz))$.	X	

Lời giải.

a) $\mathrm{d}(M,(Oxz))=|2|=2$. ĐÚNG

b) $\mathrm{d}(M,(Oyz))=|1|=1$. ĐÚNG

c) $\mathrm{d}(M,(Oxy))=|0|=0$. SAI

d) $\mathrm{d}(M,(Oxz))>d(M,(Oyz))$. ĐÚNG

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | .... □

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z-6=0$ và $(Q)\colon x+2y-2z+3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.	X	
b) Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.		X
c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.		X
d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.	X	

Lời giải.

- Ta có: $\dfrac{1}{1}=\dfrac{2}{2}=\dfrac{-2}{-2}\neq\dfrac{-6}{3}$ nên $(P)\parallel(Q)$.
- $\mathrm{d}\left((P),(Q)\right)=\dfrac{|-6-3|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3$.

a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. ĐÚNG

b) Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. SAI

c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2. SAI

d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3. ĐÚNG

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | .... □

CÂU 22. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (Q) bằng 1. Các mệnh đề sau đây đúng hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) Mặt phẳng (Q) có phương trình là $x+y+z-3=0$.		X
b) Mặt phẳng (Q) có phương trình là $2x+y+2z-3=0$.	X	
c) Mặt phẳng (Q) có phương trình là $2x+y-2z+6=0$.		X
d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là $x+2y+2z-3=0$.	X	

Lời giải.

a) Ta có $\mathrm{d}(O,(Q))=\dfrac{|-3|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{3}\neq 1$. SAI

b) Ta có $\mathrm{d}(O,(Q))=\dfrac{|-3|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=1$. ĐÚNG

c) Ta có $\mathrm{d}(O,(Q))=\dfrac{|6|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=2\neq 1$. SAI

d) Ta có $\mathrm{d}(O,(Q))=\dfrac{|-3|}{\sqrt{1^2+2^1+2^2}}=1$. ĐÚNG

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | .... □

CÂU 23. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $N(0;1;0)$ và hai mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z-9=0$, $(Q)\colon 4x-2y-4z-6=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.	X	
b) Khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{1}{2}$.		X
c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.	X	
d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.		X

Lời giải.

- Ta có $\dfrac{2}{4}=\dfrac{-1}{-2}=\dfrac{-2}{-4}\neq\dfrac{-9}{-6}$ nên $(P)\parallel(Q)$.

- $\mathrm{d}\left(N,(Q)\right)=\dfrac{|-2\cdot 1-6|}{\sqrt{4^2+(-2)^2+(-4)^2}}=\dfrac{4}{3}$.
- $\mathrm{d}\left((P),(Q)\right)=\dfrac{|-9-(-3)|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=2$.

a) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. ĐÚNG

b) Khoảng cách điểm đến mặt phẳng (Q) bằng $\dfrac{1}{2}$. SAI

c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2. ĐÚNG

d) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3. SAI

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ....

CÂU 24. Khoảng cách từ điểm $A(2;4;3)$ đến mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+y+2z+1=0$ và $(\beta)\colon x=0$ lần lượt là $\mathrm{d}(A,(\alpha))$, $\mathrm{d}(A,(\beta))$. Các mệnh đề sau đây đúng hay **sai**?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\mathrm{d}\left(A,(\alpha)\right)=3\cdot\mathrm{d}\left(A,(\beta)\right)$.		X
b) $\mathrm{d}\left(A,(\alpha)\right)>\mathrm{d}\left(A,(\beta)\right)$.		X

Mệnh đề	Đ	S
c) $\mathrm{d}\left(A,(\alpha)\right)=\mathrm{d}\left(A,(\beta)\right)$.		X
d) $2\cdot\mathrm{d}\left(A,(\alpha)\right)=\mathrm{d}\left(A,(\beta)\right)$.	X	

Lời giải.

Ta có: $\mathrm{d}\left(A,(\alpha)\right)=\dfrac{|2.x_A+y_A+2.z_A+1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=1$ và $\mathrm{d}\left(A,(\beta)\right)=\dfrac{|x_A|}{\sqrt{1^2}}=2$.
Kết luận: $\mathrm{d}\left(A,(\beta)\right)=2\cdot\mathrm{d}\left(A,(\alpha)\right)$.

a) $\mathrm{d}\left(A,(\alpha)\right)=3\cdot\mathrm{d}\left(A,(\beta)\right)$. SAI

b) $\mathrm{d}\left(A,(\alpha)\right)>\mathrm{d}\left(A,(\beta)\right)$. SAI

c) $\mathrm{d}\left(A,(\alpha)\right)=\mathrm{d}\left(A,(\beta)\right)$. SAI

d) $2\cdot\mathrm{d}\left(A,(\alpha)\right)=\mathrm{d}\left(A,(\beta)\right)$. ĐÚNG

Chọn đáp án | a sai | b sai | c sai | d đúng | ....

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $I(2;6;-3)$ và các mặt phẳng: $(\alpha)\colon x-2=0$; $(\beta)\colon y-6=0$; $(\gamma): z-3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $(\alpha)\perp(\beta)$.	X	
b) $(\beta)\parallel(Oyz)$.		X

Mệnh đề	Đ	S
c) $(\gamma)\parallel Oz$.		X
d) (α) qua I.	X	

Lời giải.

Ta có:

- $(\alpha): x-2=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{a}=(1;0;0)$.
- $(\beta): y-6=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{b}=(0;1;0)$.
- $(\gamma): z+3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{c}=(0;0;1)$.

a) đúng vì ta có $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot 0+0\cdot 1+0=0\Rightarrow(\alpha)\perp(\beta)$.

b) sai vì (Oyz) có vectơ pháp tuyến $\vec{i}=(1;0;0)$ không cùng phương với $\vec{b}=(0;1;0)$ nên (β) không song song với mặt phẳng (Oyz).

c) sai vì trục Oz có vectơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)=\vec{c}$ nên $(\gamma)\perp Oz$.

d) đúng vì thay tọa độ điểm I vào (α) ta thấy thỏa thỏa mãn nên $I\in(\alpha)$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | ....

CÂU 26. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon y-9=0$. Xét các mệnh đề sau:

(I) $(P) \parallel (Oxz)$.

(II) $(P) \perp Oy$

Mệnh đề	Đ	S
a) Cả (I) và (II) đều sai.		X
b) (I) đúng, (II) sai.		X

Mệnh đề	Đ	S
c) (I) sai, (II) đúng.		X
d) Cả (I) và (II) đều đúng.	X	

Lời giải.

Ta có: mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến $\vec{j} = (0;1;0)$.
Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{a} = (0;1;1) = \vec{j}$ nên $(P) \parallel (Oxz)$.
Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0;1;0)$ nên $(P) \perp Oy$.

a) Cả (I) và (II) đều sai. SAI

b) (I) đúng, (II) sai. SAI

c) (I) sai, (II) đúng. SAI

d) Cả (I) và (II) đều đúng. ĐÚNG

Chọn đáp án | a sai | b sai | c sai | d đúng | ....

CÂU 27. Trong KG $Oxyz$, Cho ba mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y+2z+1=0; (\beta)\colon x+y-z+2=0$; $(\gamma)\colon x-y+5=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $(\alpha) \parallel (\gamma)$.		X
b) $(\alpha) \perp (\beta)$.	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) $(\gamma) \perp (\beta)$.	X	
d) $(\alpha) \perp (\gamma)$.	X	

Lời giải.

Ta có:

- Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{a} = (1;1;2)$.
- Mặt phẳng (β) có có vectơ pháp tuyến là $\vec{b} = (1;1;-1)$.
- Mặt phẳng (γ) có có vectơ pháp tuyến là $\vec{c} = (1;-1;0)$.
- $[\vec{a}, \vec{c}] = (2;2;-2) \neq \vec{0}$ nên (α) và (γ) không song song nhau.
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$.
- $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (\alpha) \perp (\gamma)$.
- $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (\beta) \perp (\gamma)$.

a) $(\alpha) \parallel (\gamma)$. SAI

b) $(\alpha) \perp (\beta)$. ĐÚNG

c) $(\gamma) \perp (\beta)$. ĐÚNG

d) $(\alpha) \perp (\gamma)$. ĐÚNG

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d đúng | ....

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 28. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y+z+5=0$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) (kết quả viết dưới dạng số thập phân, lấy gần đúng đến hàng phần mười).

Đáp án: 1,3

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là

$$\mathrm{d}(M,(P)) = \frac{|2\cdot(-1) - 2\cdot 2 + 1\cdot(-3) + 5|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{4}{3}.$$

CÂU 29. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z-16=0$ và $(Q)\colon x+2y-2z-1=0$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: 5

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}(P)\,/\!/\,(Q)\\ A(16;0;0)\in(P)\end{cases} \Rightarrow \mathrm{d}\left((P),(Q)\right)=\mathrm{d}\left(A,(Q)\right)=\dfrac{|16+2\cdot 0-2\cdot 0-1|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=5.$

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 30. Trong KG $Oxyz$, điểm $M\,(0;a;0)$ thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x+y-z+1=0$ và $(Q): x-y+z-5=0$. Khi đó a có giá trị bằng

Đáp án: -3

Lời giải.

Ta có $M\in Oy\Rightarrow M\,(0;a;0)$.

Theo giả thiết: $\mathrm{d}\left(M,(P)\right)=\mathrm{d}\left(M,(Q)\right)\Leftrightarrow \dfrac{|a+1|}{\sqrt{3}}=\dfrac{|-a-5|}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow a=-3.$

Vậy $a=-3$ thì thỏa mãn đề bài.

CÂU 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxy, cho $A\,(1;2;3)$, $B\,(3;4;4)$. Khi đó giá trị của tham số m bằng bao nhiêu để khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(P): 2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB.

Đáp án: 2

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)\Rightarrow AB=\sqrt{2^2+2^2+1^2}=3 \quad (1)$

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P):

$\mathrm{d}\left(A;(P)\right)=\dfrac{|2\cdot 1+2+m\cdot 3-1|}{\sqrt{2^2+1^2+m^2}}=\dfrac{|3m+3|}{\sqrt{5+m^2}} \quad (2).$

Để $AB=\mathrm{d}\left(A;(P)\right)\Rightarrow 3=\dfrac{|3m+3|}{\sqrt{5+m^2}}\Leftrightarrow 9\left(5+m^2\right)=9\left(m+1\right)^2\Leftrightarrow m=2.$

CÂU 32. Gọi điểm $M\,(0;a;0)$ trên trục Oy sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-4=0$ nhỏ nhất. Khi đó giá trị của a là

Đáp án: -4

Lời giải.

Khoảng cách từ M đến (P) nhỏ nhất khi M thuộc (P). Nên M là giao điểm của trục Oy với mặt phẳng (P).
Thay $x=0$, $z=0$ vào phương trình ta được $y=-4$. Khi đó $M\,(0;-4;0)$
Vậy giá trị của $a=-4$.

CÂU 33. Cho điểm $M\,(0;0;m)$ thuộc trục Oz sao cho điểm M cách đều điểm $A\,(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-17=0$. Khi đó giá trị của m là

Đáp án: 3

Lời giải.

Ta có $MA=\sqrt{2^2+3^2+\left(4-m\right)^2}$; $\mathrm{d}\left(M,(P)\right)=\dfrac{|m-17|}{\sqrt{14}}$.

M cách đều điểm $A\,(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-17=0$ khi và chỉ khi

$$\sqrt{2^2+3^2+\left(4-m\right)^2}=\frac{|m-17|}{\sqrt{14}}\Leftrightarrow 13\left(m-3\right)^2=0\Leftrightarrow m=3$$

Vậy $m=3$.

CÂU 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\,(1;2;3)$, $B\,(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $\mathrm{d}\left(B;(P)\right)=2\mathrm{d}\left(A;(P)\right)$, (P) cắt AB tại $I\,(a;b;c)$ nằm giữa AB. Tính $a+b+c$.

Đáp án: 4

Lời giải.

Vì $\mathrm{d}\left(B;(P)\right)=2\mathrm{d}\left(A;(P)\right)$ và (P) cắt đoạn AB tại I nên

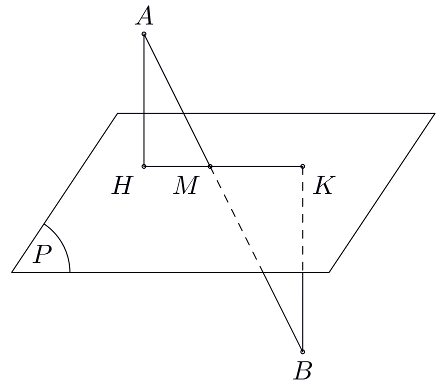
$$\overrightarrow{BI}=-2\overrightarrow{AI}\Leftrightarrow\begin{cases}a-5=-2\left(a-1\right)\\ b+4=-2\left(b-2\right)\\ c+1=-2\left(c-3\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{7}{3}\\ b=0\\ c=\dfrac{5}{3}\end{cases}\Rightarrow a+b+c=4.$$

CÂU 35. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y-12z+5=0$ và điểm $A\,(2;4;-1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M. Gọi B là điểm sao cho $\overrightarrow{AB}=3\cdot\overrightarrow{AM}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (P)

Đáp án: 6

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = 3 \cdot \overrightarrow{AM} \Rightarrow BM = 2 \cdot AM \Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}(B,(P))}{\mathrm{d}(A,(P))} = \dfrac{BM}{AM} = 2$



$$\begin{aligned}\Rightarrow \mathrm{d}(B,(P)) &= 2 \cdot \mathrm{d}(A,(P)) \\ &= 2 \cdot \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 - 12 \cdot (-1) + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + (-12)^2}} \\ &= 2 \cdot 3 = 6\end{aligned}$$

Vậy $\mathrm{d}(B,(P)) = 6$.

CÂU 36. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ và $(Q): 6x - y - z - 10 = 0$. Tìm m để $(P) \perp (Q)$

Đáp án: 4

Lời giải.

$(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{a} = (2; m; 2m)$
$(Q): 6x - y - z - 10 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{b} = (6; -1; -1)$
Khi đó $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 6 + m \cdot (-1) + 2m \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow m = 4$.

CÂU 37. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x + my + z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 3y - 2z + 7 = 0$. Để $(P) \parallel (Q)$ thì giá trị của $m + n$ là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Đáp án: −8,5

Lời giải.

$(P): 5x + my + z - 5 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{a} = (5; m; 1)$
$(Q): nx - 3y - 2z + 7 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{b} = (n; -3; -2)$

Để $(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow [a; b] = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 3 = 0 \\ n + 10 = 0 \\ -15 - mn = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{3}{2} \\ n = -10 \end{cases}$

Khi đó $m + n = \dfrac{3}{2} + (-10) = -8,5$.

CÂU 38. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - my - 4z - 6 + m = 0$ và $(Q):\ (m+3)x + y + (5m+1)z - 7 = 0$. Tìm m để $(P) \equiv (Q)$.

Đáp án: −1

Lời giải.

$(P): 2x - my - 4z - 6 + m = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{a} = (2; -m; -4)$
$(Q):\ (m+3)x + y + (5m+1)z - 7 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{b} = (m+3; 1; 5m+1)$
Khi đó với $m \neq -3$, $m \neq -\dfrac{1}{5}$ ta có $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \dfrac{2}{m+3} = \dfrac{-m}{1} = \dfrac{-4}{5m+1} \Leftrightarrow m = -1$.

CÂU 39. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ chứa giao tuyến của (P) và (Q); phương trình của $(R): m(x - 2y - z + 3) + (2x + y + z - 1) = 0$. Khi đó giá trị của m là bao nhiêu?

Đáp án: −3

Lời giải.

Vì $(R): m(x - 2y - z + 3) + (2x + y + z - 1) = 0$ đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ nên ta có:
$m(1 - 2 \cdot 1 - 1 + 3) + (2 \cdot 1 + 1 + 1 - 1) = 0 \Leftrightarrow m = -3$
Vậy $m = -3$.

CÂU 40. Trong KG $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ trong đó $b \cdot c \neq 0$ và mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Giá trị của $\dfrac{2b}{c}$ bằng bao nhiêu để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P).

Đáp án: 2

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n} = \left(1; \dfrac{1}{b}; \dfrac{1}{c}\right)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n'} = (0; 1; -1)$.

Do đó $(ABC) \perp (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{n'} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{b} - \dfrac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = c$.

Vậy $\dfrac{2b}{c} = 2$.

CÂU 41. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax-y+2z+b=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x-y-z+1=0$ và $(Q): x+2y+z-1=0$. Tính $a+4b$

Đáp án: -16

Lời giải.

Trên giao tuyến Δ của hai mặt phẳng (P), (Q) ta lấy lần lượt hai điểm A, B như sau

Lấy $A(x;y;1)\in\Delta$, ta có hệ phương trình $\begin{cases}x-y=0\\x+2y=0\end{cases}\Rightarrow x=y=0\Rightarrow A(0;0;1)$.

Lấy $B(-1;y;z)\in\Delta$, ta có hệ phương trình $\begin{cases}y+z=0\\2y+z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=2\\z=2\end{cases}\Rightarrow B(-1;2;-2)$.

Vì $\Delta\subset(\alpha)$ nên A, $B\in(\alpha)$. Do đó ta có: $\begin{cases}2+b=0\\-a+b-6=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-8\\b=-2\end{cases}$.

Vậy $a+4b=-8+2\cdot(-2)=-16$.

CÂU 42. Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m): x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x-y-6z+3=0$. Tính $m+n$

Đáp án: 3

Lời giải.

+ $(P_m): mx+2y+nz+1=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(m;2;n)$

+ $(Q_m): x-my+nz+2=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(1;-m;n)$

+ $(\alpha): 4x-y-6z+3=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha=(4;-1;-6)$.

+ Giao tuyến của hai mặt phẳng (P_m) và (Q_m) vuông góc với mặt phẳng (α) nên

$$\begin{cases}(P_m)\perp(\alpha)\\(Q_m)\perp(\alpha)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{n}_1\perp\vec{n}_\alpha\\\vec{n}_2\perp\vec{n}_\alpha\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{n}_1\cdot\vec{n}_\alpha=0\\\vec{n}_2\cdot\vec{n}_\alpha=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m-2-6n=0\\4+m-6n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\\n=1\end{cases}$$

Vậy $m+n=3$.

CÂU 43. Trong KG $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x+y+z+3=0$, cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a;b;c)$ trên mặt phẳng đó, khi đó $a+b+c$ có giá trị bằng

Đáp án: 15

Lời giải.

Ta có mặt phẳng cần tìm là $(P): x+y+z+d=0$ với $d\neq 3$.
Mặt phẳng (P) cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ nên
$\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|6+d|}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=3\quad(L)\\d=-15\end{array}\right.\Rightarrow d=-15.$
Suy ra $(P): x+y+z-15=0$.
Theo giả thiết $X(a;b;c)\in(P)\Leftrightarrow a+b+c=15$.

CÂU 44. Biết rằng Trong KG $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O. Giả sử $(P): x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và $(Q): x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2+c_1c_2$

Đáp án: -9

Lời giải.

Cách 1
Xét mặt phẳng $(\alpha): x+by+cz+d=0$ thỏa mãn các điều kiện: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O.
Vì (α) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}1+b+c+d=0\\-2b+2c+d=0\end{cases}\quad(*)$$

Mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại $M(-d;0;0)$, $N\left(0;\dfrac{-d}{c};0\right)$.

Vì M, N cách đều O nên $OM=ON$. Suy ra: $|d|=\left|\dfrac{d}{b}\right|$.

Nếu $d=0$ thì chỉ tồn tại duy nhất một mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán (mặt phẳng này sẽ đi qua điểm O).

Do đó để tồn tại hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $|d|=\left|\dfrac{d}{b}\right|\Leftrightarrow b=\pm 1$.

- Với $b=1$, $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} c+d=-2 \\ 2c+d=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=4 \\ d=-6 \end{cases}$. Ta được mặt phẳng $(P): x+y+4z-6=0$.
- Với $b=-1$, $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} c+d=0 \\ 2c+d=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-2 \\ d=2 \end{cases}$. Ta có mặt phẳng $(P): x-y-2z+2=0$.

Vậy $b_1b_2+c_1c_2=1\cdot(-1)+4\cdot(-2)=-9$.

Cách 2

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-3;1)$.

Xét mặt phẳng $(\alpha): x+by+cz+d=0$ thõa mãn các điều kiện: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O lần lượt tại M, N. Vì M, N cách đều O nên ta có hai trường hợp sau

TH1 $M(a;0;0)$, $N(0;a;0)$ với $a\neq 0$ khi đó (α) chính là (P). Ta có $\overrightarrow{MN}=(-a;a;0)$, chọn $\vec{u}_1=(-1;1;0)$ là một véc-tơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$.
Khi đó $\vec{n}_P=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_1\right]=(-1;-1;-4)$ suy ra $(P): x+y+4z+d_1=0$.

TH2 $M(-a;0;0)$, $N(0;a;0)$ với $a\neq 0$ khi đó (α) chính là (Q). Ta có $\overrightarrow{MN}=(a;a;0)$, chọn $\vec{u}_2=(1;1;0)$ là một véc-tơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$.
Khi đó $\vec{n}_Q=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_2\right]=(-1;1;2)$ suy ra $(Q): x-y-2z+d_2=0$.

Vậy $b_1b_2+c_1c_2=1\cdot(-1)+4\cdot(-2)=-9$.

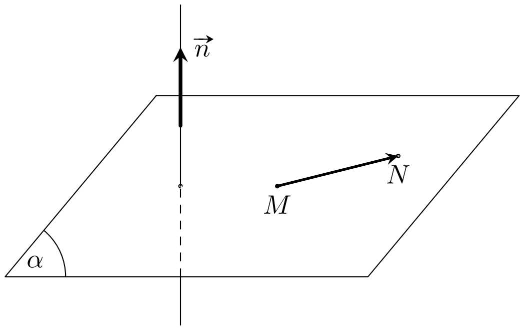
3 Viết PTTQ MP khi biết điểm đi qua và một VTPT hoặc hai VTCP

1. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và biết một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$

Trong KG $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ là:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

hay $Ax+By+Cz+D=0$ với $D=-Ax_0-By_0-Cz_0$



Chú ý:

a. Mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}$, $\vec{b}$ ($\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương) thì mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.

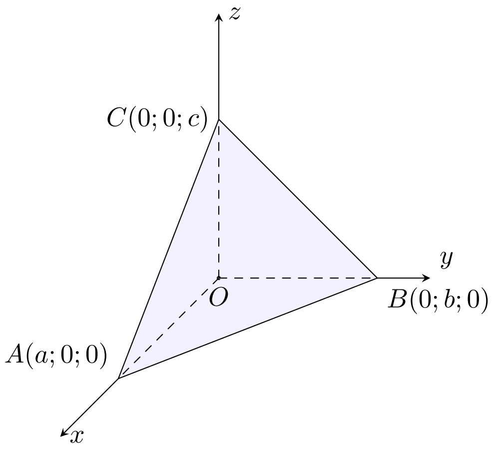
b. Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng thì có cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ nên mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$.

c. Dựa vào tính chất vuông góc, song song giữa mặt phẳng với mặt phẳng, giữa đường thẳng với mặt phẳng trong không gian để tìm vectơ chỉ phương, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần lập.

- Hai mặt phẳng song song thì có cùng vectơ pháp tuyến.
- Hai mặt phẳng vuông góc thì vectơ chỉ phương của mặt phẳng này là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng kia.
- Đường thẳng song song mặt phẳng thì vectơ chỉ phương của đường thẳng là vectơ chỉ phương của mặt phẳng.
- Đường thẳng vuông góc mặt phẳng thì vectơ chỉ phương của đường thẳng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

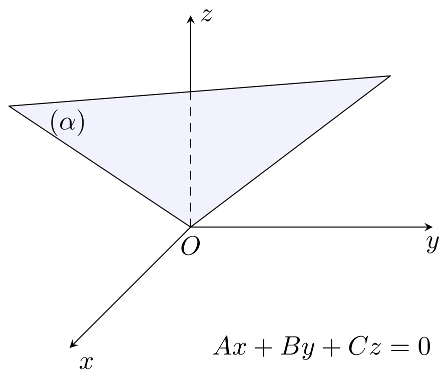
2. Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

a. Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn
Mặt phẳng (α) không đi qua gốc tọa độ O và lần lượt cắt trục Ox tại $A(a;0;0)$, cắt trục Oy tại $B(0;b;0)$, cắt trục Oz tại $C(0;0;c)$ có **phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn** là: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ với $a\cdot b\cdot c\neq 0$

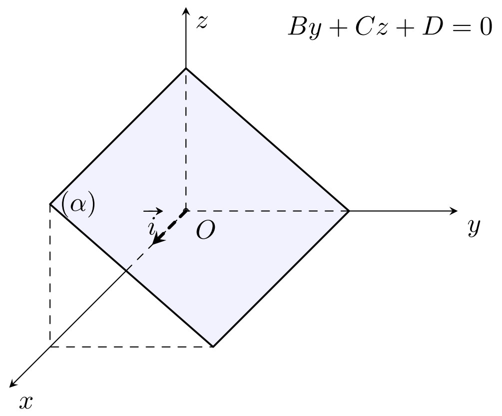


b. Phương trình mặt phẳng đặc biệt
Xét phương trình mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

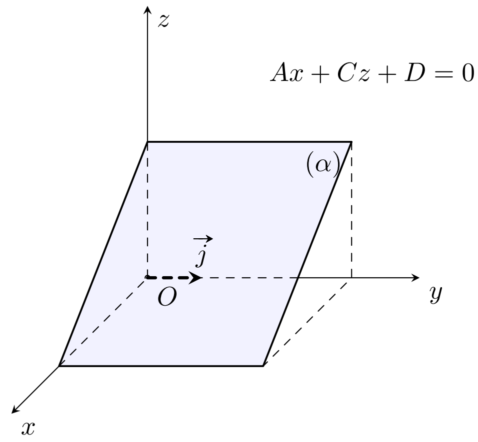
- Nếu $D = 0$ thì mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O và có dạng $(\alpha): Ax + By + Cz = 0$.



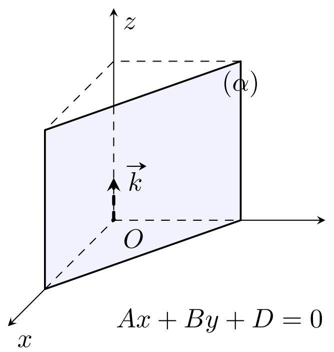
- Nếu $A = 0$, $B \neq 0$, $C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Ox.
+ Mặt phẳng (α) song song Ox thì có dạng $(\alpha): By + Cz + D = 0$.(Hình 1)
+ Mặt phẳng (α) chứa trục Ox thì có dạng $(\alpha): By + Cz = 0$.
- Nếu $A \neq 0$, $B = 0$, $C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oy.
+ Mặt phẳng (α) song song Oy thì có dạng $(\alpha): Ax + Cz + D = 0$.(Hình 2)
+ Mặt phẳng (α) chứa trục Oy thì có dạng $(\alpha): Ax + Cz = 0$.
- Nếu $A \neq 0$, $B \neq 0$, $C = 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oz.
+ Mặt phẳng (α) song song Oz thì có dạng $(\alpha): Ax + By + D = 0$.(Hình 3)
+ Mặt phẳng (α) chứa trục Oz thì có dạng $(\alpha): Ax + By = 0$.
- Nếu $A = B = 0$, $C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxy).
+ Mặt phẳng (α) song song (Oxy) thì có dạng $(\alpha): Cz + D = 0$.(Hình 4)
+ Mặt phẳng (α) chứa (Oxy) thì có dạng $(\alpha): z = 0$.
- Nếu $A = C = 0$, $B \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxz).
+ Mặt phẳng (α) song song (Oxz) thì có dạng $(\alpha): By + D = 0$.(Hình 5)
+ Mặt phẳng (α) chứa (Oxz) thì có dạng $(\alpha): y = 0$.
- Nếu $B = C = 0$, $A \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oyz).
+ Mặt phẳng (α) song song (Oyz) thì có dạng $(\alpha): Ax + D = 0$.(Hình 6)
+ Mặt phẳng (α) chứa (Oyz) thì có dạng $(\alpha): x = 0$.



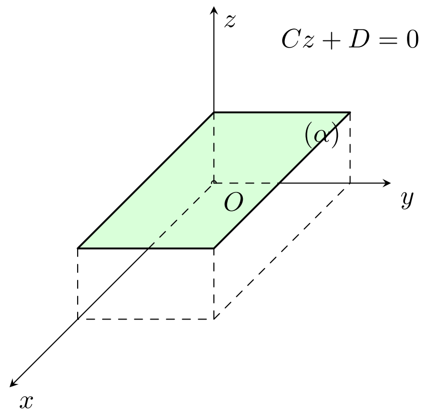
Hình 1



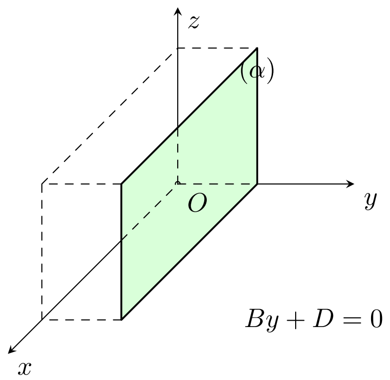
Hình 2



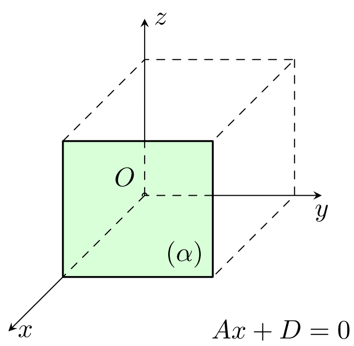
Hình 3



Hình 4



Hình 5



Hình 6

Nhận xét:

- Để nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì lấy phương trình $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ làm chuẩn.

+ Mặt phẳng (α) chứa gốc tọa độ $O(0;0;0)$ thì $D = 0$.

+ Mặt phẳng (α) chứa trục tương ứng nào (trục Ox, Oy, Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax, By, Cz) và $D = 0$.

+ Mặt phẳng (α) song song với trục tương ứng nào (trục Ox, Oy, Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax, By, Cz) và $D \neq 0$.

- Nếu không nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì nhớ vec-tơ chỉ phương của các trục Ox, Oy, Oz và vectơ pháp tuyến các mặt phẳng tọa độ (Oxy), (Oxz), (Oyz) để chuyển bài toán lập phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến.

+ Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1;0;0)$.

+ Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0;1;0)$.

+ Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0;0;1)$.

+ Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$.

+ Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{j} = (0;1;0)$.

+ Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1;0;0)$.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-2;3)$.

(A) $x - 2y + 3z + 12 = 0$. (B) $x - 2y - 3z - 6 = 0$. (C) $x - 2y + 3z - 12 = 0$. (D) $x - 2y - 3z + 6 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-2;3)$ là

$$1(x-1) - 2(y-2) + 3(z+3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0.$$

Chọn đáp án (A) ....

CÂU 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1;3)$ là

(A) $2x - y + 3z + 9 = 0$. (B) $2x - y + 3z - 4 = 0$. (C) $x - 2y - 4 = 0$. (D) $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1;3)$ là

$$\begin{aligned} & 2(x-1) - 1(y-2) + 3(z+3) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 2x - 2 - y + 2 + 3z + 9 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 2x - y + 3z + 9 = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) ....

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3;0;-1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4;-2;-3)$ là

(A) $4x - 2y + 3z - 9 = 0$. (B) $4x - 2y - 3z - 15 = 0$. (C) $3x - z - 15 = 0$. (D) $4x - 2y - 3z + 15 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua điểm $A(3;0;-1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4;-2;-3)$ có phương trình:

$$4(x-3) - 2(y-0) - 3(z+1) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y - 3z - 15 = 0.$$

Chọn đáp án (B) ....

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1;1;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-2;-2)$ là

(A) $x - 2y - 2z - 1 = 0$. (B) $-x + y - 2z - 1 = 0$. (C) $x - 2y - 2z + 7 = 0$. (D) $-x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1;1;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-2;-2)$ nên có phương trình

$$1(x+1) - 2(y-1) - 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z - 1 = 0.$$

Chọn đáp án (A) ....

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

(A) $z = 0$. (B) $x = 0$. (C) $x + y + z = 0$. (D) $y = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) nhận $\vec{i} = (1;0;0)$ làm vectơ pháp tuyến và đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ có phương trình là $x = 0$.

Chọn đáp án (B) ....

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

(A) $z = 0$. (B) $x = 0$. (C) $y = 0$. (D) $x + y = 0$.

Lời giải.

Phương trình của mặt phẳng (Oxy) là $z = 0$.

Chọn đáp án (A) ....

CÂU 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

(A) $y = 0$. (B) $x = 0$. (C) $y - z = 0$. (D) $z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1;0;0)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (Oyz) là $1(x-0) + 0(y-0) + 0(z-0) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Chọn đáp án (B) ....

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx ?

A $x = 0$. **B** $y - 1 = 0$. **C** $y = 0$. **D** $z = 0$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng (Oxz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và vuông góc với trục Oy nên có VTPT $\vec{n} = (0;1;0)$.
Do đó phương trình của mặt phẳng (Oxz) là $y = 0$.

Chọn đáp án C ☐

CÂU 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1;1;-2)$, $\vec{b} = (1;0;3)$ là

A $3x - 5y - z - 6 = 0$. **B** $3x - 5y - z + 6 = 0$. **C** $3x + 5y - z + 6 = 0$. **D** $3x - 5y + z - 6 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (3;-5;-1)$.
Mặt phẳng (P) đi qua $M(0;-2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;-5;-1)$ nên có phương trình

$$3(x-0) - 5(y+2) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 5y - z - 6 = 0.$$

Chọn đáp án A ☐

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cặp vectơ $\vec{a} = (2;1;-2)$, $\vec{b} = (1;0;2)$ có giá song song với mặt phẳng (P). Phương trình mặt phẳng (P) qua $C(1;1;3)$ là

A $2x + 6y - z - 7 = 0$. **B** $2x - 6y - z + 5 = 0$. **C** $2x + 6y + z + 5 = 0$. **D** $2x - 6y - z + 7 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (2;-6;-1)$.
Mặt phẳng (P) đi qua $C(1;1;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-6;-1)$ nên có phương trình

$$2(x-1) - 6(y-1) - 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x - 6y - z + 7 = 0.$$

Chọn đáp án D ☐

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. **B** $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. **C** $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. **D** $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Theo công thức phương trình mặt chắn, ta có $(ABC)\colon \frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Chọn đáp án B ☐

CÂU 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Hãy xác định a và d.

A $a = 1$, $d = 1$. **B** $a = 6$, $d = -6$. **C** $a = -1$, $d = -6$. **D** $a = -6$, $d = 6$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;-3;-1)$; $\overrightarrow{AC} = (-2;0;-2)$.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \left(\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} \right) = (6;6;-6).$$

Chọn $\vec{n} = \frac{1}{6}[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (1;1;-1)$ là một VTPT của mp(ABC). Ta có

$$(ABC)\colon x + y - 1 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0.$$

Vậy $a = 1$, $d = 1$.
Chọn đáp án A ☐

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B** $2x + y + 3z - 3 = 0$. **C** $2x + y + 3z + 3 = 0$. **D** $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.
Theo bài $(Q) \parallel (P) \Rightarrow (Q)\colon 2x - y + 3z + m = 0\, (m \neq 5)$.
Mà (Q) qua $A \Leftrightarrow 2 \cdot 0 - (-3) + 3 \cdot 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -9$.
Vậy $(Q)\colon 2x - y + 3z - 9 = 0$.
Chọn đáp án D ☐

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A $x+2y+2z-11=0$. B $x+2y+2z-2=0$. C $x+2y+4z-4=0$. D $x+2y+4z-17=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;2)$.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB}=(1;2;2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình

$$1(x-0)+2(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-2=0.$$

Chọn đáp án B .... □

CÂU 15. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A $2x+2y+z-2=0$. B $4x+2y+z-17=0$. C $4x+2y+z-4=0$. D $2x+2y+z-11=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$2(x-1)+2y+z=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-2=0.$$

Chọn đáp án A .... □

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A $x+y+2z-3=0$. B $x+y+2z-6=0$. C $x+3y+4z-7=0$. D $x+3y+4z-26=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;2)$ là vectơ pháp tuyến

$$(P)\colon 1(x-0)+1(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-3=0.$$

Chọn đáp án A .... □

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A $3x+2z+1=0$. B $x+2y-2z+1=0$. C $x+2y-2z-1=0$. D $3x+2z-1=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$\vec{n}=-\overrightarrow{BC}=(1;2;-2)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y-2z+1=0$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A $y+2z-5=0$. B $2x-y-1=0$. C $2x-y+1=0$. D $-y+2z-5=0$.

Lời giải.

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{BC}=(-4;2;0)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$-4(x-0)+2(y-1)+0(z-2)=0 \Leftrightarrow -4x+2y-2=0 \Leftrightarrow 2x-y+1=0.$$

Chọn đáp án C .... □

CÂU 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon x+2y-z=0$ có phương trình là

A $4x-3y+2z+3=0$. B $4x-3y-2z+3=0$. C $2x+y-3z-1=0$. D $4x+y-2z-1=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$, vectơ pháp tuyến mặt phẳng $(Q)\colon \vec{n}_Q=(1;2;-1)$.

Theo đề bài ta có vectơ pháp tuyến mặt phẳng $(P)\colon \vec{n}_P=\left[\vec{n}_Q,\overrightarrow{AB}\right]=(4;-3;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $4x-3y-2z+C=0$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;0)$ nên $-3+C=0 \Leftrightarrow C=3$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4x-3y-2z+3=0$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 20. Cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x-2y+2z+7=0$, $(\beta)\colon 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là

A $2x-y-2z=0$. **B** $2x-y+2z=0$. **C** $2x+y-2z=0$. **D** $2x+y-2z+1=0$.

Lời giải.

vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng lần lượt là $\vec{n}_\alpha=(3;-2;2)$, $\vec{n}_\beta=(5;-4;3)$.
Suy ra $[\vec{n}_\alpha;\vec{n}_\beta]=(2;1;-2)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm.
Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O, có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-2)$ là $2x+y-2z=0$.
Chọn đáp án C ....

CÂU 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1)$; $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A $a+b+c=5$. **B** $a+b+c=15$. **C** $a+b+c=-5$. **D** $a+b+c=-15$.

Lời giải.

Vì (Q) vuông góc với (P) nên (Q) nhận vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-3;2)$ của (P) làm vectơ chỉ phương.
Mặt khác (Q) đi qua A và B nên (Q) nhận $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$ làm vectơ chỉ phương.
(Q) nhận $\vec{n}_Q=[\vec{n},\overrightarrow{AB}]=(0;8;12)$ làm vectơ pháp tuyến.
Vậy phương trình mặt phẳng $(Q)\colon 0(x+1)+8(y-1)+12(z-3)=0\Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.
Vậy $a+b+c=5$.
Chọn đáp án A ....

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z-1=0$, $(Q)\colon x-z+2=0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 . Phương trình của (α) là

A $x+y+z-3=0$. **B** $x+y+z+3=0$. **C** $-2x+z+6=0$. **D** $-2x+z-6=0$.

Lời giải.

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(1;-3;2)$, (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(1;0;-1)$.
Vì mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) nên (α) có một vectơ pháp tuyến là $[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(3;3;3)=3(1;1;1)$.
Vì mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 nên (α) đi qua điểm $M(3;0;0)$.
Vậy (α) đi qua điểm $M(3;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha=(1;1;1)$ nên (α) có phương trình: $x+y+z-3=0$.
Chọn đáp án A ....

CÂU 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz-9=0$ chứa hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$?

A $S=-12$. **B** $S=2$. **C** $S=-4$. **D** $S=-2$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(-6;3;1)$.
$\vec{n}_{(Q)}=(3;1;1)$ là vectơ pháp tuyến của (Q).
Mặt phẳng (P) chứa hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q).
Suy ra $\vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;9;-15)$ là vectơ pháp tuyến của (P).
$A(3;2;1)\in(P)\Rightarrow(P)\colon 2x+9y-15z-9=0$ hoặc $(P)\colon -2x-9y+15z+9=0$.
Mặt khác $(P)\colon ax+by+cz-9=0\Rightarrow a=2;\ b=9;\ c=-15$.
Vậy $S=a+b+c=2+9+(-15)=-4$.
Chọn đáp án C ....

CÂU 24. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q)\colon x+y+3z=0$, $(R)\colon 2x-y+z=0$ là

A $4x+5y-3z+22=0$. **B** $4x-5y-3z-12=0$. **C** $2x+y-3z-14=0$. **D** $4x+5y-3z-22=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(Q)\colon x+y+3z=0$, $(R)\colon 2x-y+z=0$ có các vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1=(1;1;3)$ và $\vec{n}_2=(2;-1;1)$.
Vì (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q), (R) nên (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]=(4;5;-3)$.
Ta lại có (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$ nên

$$(P)\colon 4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0\Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0.$$

Chọn đáp án D ....

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai vectơ $\vec{v}=(-1;2;3)$, $\vec{u}=(-2;0;1)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\vec{v}=-\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$.	X	
b) $\vec{u}\perp\vec{v}$.		X

Mệnh đề	Đ	S
c) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của vectơ $\vec{v}=(-1;2;3)$ là $x-2y-3z+4=0$.	X	
d) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của vectơ $\vec{u}=(-2;0;1)$ là $2x-y+1=0$.		X

Lời giải.

a) Đúng.
Ta có $\vec{v}=(-1;2;3)\Leftrightarrow\vec{v}=-\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$.

b) Sai.
Ta có $\vec{u}\cdot\vec{v}=2+0+3=5\neq 0\Rightarrow\vec{u}\not\perp\vec{v}$.

c) Đúng.
Mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của vectơ $\vec{v}=(-1;2;3)$ có phương trình

$$-1(x-1)+2(y+2)+3(z-3)=0\Leftrightarrow x-2y-3z+4=0.$$

d) Sai.
Mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của vectơ $\vec{u}=(-2;0;1)$ có phương trình

$$-2(x-1)+0(y+2)+1(z-3)=0\Leftrightarrow 2x-z+1=0.$$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ....□

CÂU 26. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=\vec{i}+6\vec{j}+5\vec{k}$.	X	
b) $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$.		X
c) Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $x-y+z-4=0$.	X	
d) Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $2x+y-z-2=0$.		X

Lời giải.

a) $\overrightarrow{AB}=(1;6;5)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\vec{i}+6\vec{j}+5\vec{k}$.

b) Ta có $\overrightarrow{AC}=(-1;8;9)$, khi đó $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-1+48+45=92\neq 0\Rightarrow\overrightarrow{AB}\not\perp\overrightarrow{AC}$.

c) Ta có $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(14;-14;14)=14(1;-1;1)$.
Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm A và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-1;1)$ là $x-y+z-4=0$.

d) Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C là $x-y+z-4=0$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ....□

CÂU 27. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z+1=0$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Mặt phẳng (P) có một vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-3;2;-1)$.	X	
b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(-1;1;2)$.		X
c) Phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) là $3x-2y+z-12=0$.	X	
d) Phương trình của mặt phẳng (R) đi qua điểm O, M và vuông góc với mặt phẳng (P) là $7x+my+nz=0$. Khi đó $m+n=8$.		X

Lời giải.

a) Mặt phẳng (P) có vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-2;1)=-(-3;2;-1)$.

b) Ta có $3\cdot(-1)-2\cdot(1)+2+1=-2\neq 0$. Suy ra mặt phẳng (P) không đi qua điểm B.

c) Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) có dạng $3x-2y+z+d=0$.
Vì $M\in(Q)\Rightarrow d=-12$. Vậy phương trình mặt phẳng $(Q)\colon 3x-2y+z-12=0$.

d) Ta có mặt phẳng (R) đi qua điểm O, M và vuông góc với mặt phẳng (P) cho nên mặt phẳng (R) có vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_R=\left[\overrightarrow{OM},\vec{n}_P\right]=(7;10;-1)$.
Mặt phẳng (R) đi qua điểm O và có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}_R=(7;10;-1)$ có phương trình $7x+10y-z=0$. Khi đó $m+n=9$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | .... □

CÂU 28. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(4;1;2)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=(5;1;2)$.		X
b) Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};1\right)$.	X	
c) Mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là $3x+y+2z-3=0$.	X	
d) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $3x+y+2z-12=0$.		X

Lời giải.

a) Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;1;2)$.

b) Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};1\right)$.

c) Mặt phẳng (α) vuông góc với AB cho nên mặt phẳng (α) có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(3;1;2)$.
Mặt phẳng (α) đi qua A và có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;1;2)$ có phương trình là $3x+y+2z-3=0$.

d) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là mặt phẳng đi qua điểm I và vuông góc AB nên có phương trình là

$$3\left(x-\frac{5}{2}\right)+y-\frac{1}{2}+2(z-1)=0$$
$$\Leftrightarrow 3x+y+2z-10=0$$

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | .... □

CÂU 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz.

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm A có tọa độ là $A(1;0;0)$.	X	
b) Điểm B có tọa độ là $B(1;2;0)$.		X
c) $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;3)$.		X
d) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$.		X

Lời giải.

a) Điểm A có tọa độ là $A(1;0;0)$.

b) Điểm B có tọa độ là $B(0;2;0)$.

c) Ta có $C(0;0;3)$. Suy ra $\overrightarrow{BC}=(0;-2;3)$.

d) Mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d sai | .... □

CÂU 30. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0), B(4;1;2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=(3;1;2)$.	X	

Mệnh đề	Đ	S
b) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là $3x + y + 2z - 3 = 0$.	X	
c) Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.	X	
d) Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là $3x + y + 2z - 12 = 0$.	X	

Lời giải.

a) Đúng.
Do $A(1;0;0), B(4;1;2)$ nên ta có $\overrightarrow{AB} = (3;1;2)$.

b) Đúng.
Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $A(1;0;0)$ và vuông góc với AB suy ra mặt phẳng (Q) nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (3;1;2)$ làm vectơ pháp tuyến.
Vậy phương trình mặt phẳng (Q) cần tìm có dạng: $3(x-1) + y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 2z - 3 = 0$.

c) Đúng.
I là trung điểm đoạn thẳng AB nên $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.

d) Đúng.
Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB là mặt phẳng đi qua I và vuông góc AB nên có phương trình là

$$3\left(x - \frac{5}{2}\right) + y - \frac{1}{2} + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 2z - 12 = 0..$$

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d đúng | □

CÂU 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm A có tọa độ là $A(1;0;0)$.	X	
b) Điểm B có tọa độ là $B(1;2;0)$.		X
c) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.		X
d) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.	X	

Lời giải.

a) Đúng.
Do A là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Ox \Rightarrow A(1;0;0)$.

b) Sai.
Do B là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Oy \Rightarrow B(0;2;0)$.

c) Sai.
C là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Oz \Rightarrow C(0;0;3)$.

d) Đúng.
Vì 3 điểm $A(1;0;0); B(0;2;0); C(0;0;3)$ thuộc $Ox; Oy; Oz$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | □

CÂU 32. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;2)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm A_1 có tọa độ là $(3;5;0)$.	X	
b) Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x + 6y + 15z - 60 = 0$.	X	
c) Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x + 6y + 15z - 90 = 0$.		X

Mệnh đề	Đ	S
d) Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1$.		X

Lời giải.

a) Đúng.
Vì A_1 là hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxy) nên A_1 có tọa độ là $(3;5;0)$.

b) Đúng.
Mặt phẳng đi qua $A_1(3;5;0)$; $A_2(0;5;2)$, $A_3(3;0;2)$ có vectơ pháp tuyến được tính từ tích có hướng của hai vectơ

$$\overrightarrow{A_1A_2}=(-3;0;2)$$

$$\overrightarrow{A_1A_3}=(0;-5;2).$$

Tích có hướng của hai vectơ này là

$$\vec{n}=\left[\overrightarrow{A_1A_2},\overrightarrow{A_1A_3}\right]=(10;6;15).$$

Phương trình mặt phẳng là $10(x-3)+6(y-5)+15(z-10)=0$
$\Rightarrow 10x+6y+15-60=0$.

c) Sai.
Vì phương trình mặt phẳng là $10(x-3)+6(y-5)+15(z-10)=0$
$\Rightarrow 10x+6y+15-60=0$.

d) Sai.
Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1$
Để kiểm tra phương trình này, ta nhân cả hai vế phương trình $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1$ với 30 ta được

$$10x+6y+15z-30=0\neq 10x+6y+15-60=0.$$

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | .... □

CÂU 33. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$.	X	
b) Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I(1;1;2)$.	X	
c) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x+y+2z-6=0$.		X
d) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $3x-y-z=0$.	X	

Lời giải.

a) Đúng.
Vì $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$.

b) Đúng.
Vì tọa độ trung điểm $I=\left(\frac{4-2}{2};\frac{0+2}{2};\frac{1+3}{2}\right)=(1;1;2)$.

c) Sai.
Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là mặt phẳng đi qua trung điểm I và vuông góc với $\overrightarrow{AB}$.
Phương trình mặt phẳng có dạng

$$a(x-1)+b(y-1)+c(z-2)=0.$$

Với $\vec{n}=(a;b;c)$ là các vectơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực.
Vì mặt phẳng trung trực vuông góc với $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ nên ta chọn vectơ pháp tuyến là $(-6;2;2)$.
Do đó phương trình mặt phẳng là

$$-6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0\Leftrightarrow 3x-y-z=0.$$

d) Đúng.
Vì phương trình mặt phẳng là $-6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0\Leftrightarrow 3x-y-z=0$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | .... □

CÂU 34. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$; $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+1=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$.	X	
b) Phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P) là $x+z=0$.	X	
c) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $\mathrm{d}(A,(P))=\dfrac{7\sqrt{6}}{6}$.	X	
d) Phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P) là $3x-y+z=0$.		X

Lời giải.

a) Đúng.
Vì $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;2)=-\dfrac{1}{2}(-2;-2;2)=(1;1;-1)$.

b) Đúng.
vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $(1;2;-1)$
Mặt phẳng $(Q$ chứa $\overrightarrow{AB}$ và vuông góc với (P) nên vectơ pháp tuyến của (Q) là tích có hướng của $\overrightarrow{AB}$ và vectơ pháp tuyến của (P)

$$\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_P}\right]=(-2;0;-2)=(1;0;1).$$

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P) là $1(x-1)+0+1(z+1)=x+z=0$.

c) Đúng.
Khoảng cách từ điểm $A(x_1;y_1;z_1)$ đến mặt phẳng $(P)=ax+by+cz+d=0$ là

$$\mathrm{d}(A,P)=\frac{|1\cdot 1+2\cdot 2-(-1)+1|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}}=\frac{7}{\sqrt{6}}=\frac{7\sqrt{6}}{6}.$$

d) Sai.
Vì phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P) là $x+z=0$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | ....

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 35. Trong KG $Oxyz$, phương trình tổng quát mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+d=0$ đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a}=(1;-1;2)$. Tính $a+b+c$.

Đáp án: 2

Lời giải.
Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với giá của $\vec{a}=(1;-1;2)$ nên nhận $\vec{a}=(1;-1;2)$ làm vectơ pháp tuyến.
Do đó, (P) có phương trình là

$$1(x-3)-1(y+1)+2(z-4)=0\Leftrightarrow x-y+2z-12=0.$$

Suy ra $a+b+c=2$.

CÂU 36. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+d=0$ qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}=(-2;-3;8)$, $\vec{b}=(-1;0;6)$. Tính $a+b+c$.

Đáp án: 17

Lời giải.
Ta có $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-18;4;-3)$.
Mặt phẳng (P) đi qua $M(0;-2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-18;4;-3)$ nên có phương trình $-18(x-0)+4(y+2)-3(z-1)=0\Leftrightarrow 18x-4y+3z-11=0$.
Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $18x-4y+3z-11=0$.
Suy ra $a+b+c=17$.

CÂU 37. Trong KG $Oxyz$, cho $A(1;1;0),B(0;2;1),C(1;0;2),D(1;1;1)$. Mặt phẳng $(\alpha)\colon ax+by+cz+d=0$ đi qua $A(1;1;0),B(0;2;1),(\alpha)$ song song với đường thẳng CD. Tính $a+b+c$.

Đáp án: 4

Lời giải.
$\overrightarrow{AB}=(-1;1;1),\overrightarrow{CD}=(0;1;-1)\Rightarrow\left[\vec{B},\vec{D}\right]=(-2;-1;-1)$.
(α) đi qua $A(1;1;0)$ và có một VTPT là $\vec{n}=(2;1;1)\Rightarrow(\alpha)\colon 2x+y+z-3=0$.
Suy ra $a+b+c=4$.

CÂU 38. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z-3=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) có dạng $(Q)\colon ax+by+cz+d=0$. Tính $a+b+c$.

Đáp án: 2

Lời giải.

Mặt phẳng (Q) cần tìm song song với mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z-3=0$ nên có phương trình dạng

$$(Q)\colon 3x-2y+z+m=0, m\neq -3.$$

Vì $M\in(Q)$ nên $(Q)\colon 3\cdot 2-2\cdot 1+(-3)+m=0 \Leftrightarrow m=-1$.
Vậy $(Q)\colon 3x-2y+z-1=0$.
Suy ra $a+b+c=2$.

CÂU 39. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2), B(3;2;0), C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $= ax+by+cz+d=0$. Tính $a+b+c$.

Đáp án: 5

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;4;2), \overrightarrow{AC}=(-3;4;3), \vec{n}=\left[\vec{B};\vec{C}\right]=(4;-6;12)$.
Ta có $\vec{n}=(4;-6;12)$ cùng phương $\vec{n}_1=(2;-3;6)$.
Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $C(0;2;1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2;-3;6)$ nên (ABC) có phương trình là

$$2(x-0)-3(y-2)+6(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x-3y+6z=0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $2x-3y+6z=0$.
Suy ra $a+b+c=5$.

CÂU 40. Trong không gian, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với $ABC\colon ax+by+cz+d=0$. Tính $a+b+c$.

Đáp án: 5

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua $A(0;0;1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(2;1;2)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$2(x-0)+(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+2z-2=0.$$

Suy ra $a+b+c=5$.

CÂU 41. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1), B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z-5=0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+d=0$. Tính $a+b+c$.

Đáp án: 5

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$, vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=(1;-3;2)$.
Từ giả thiết suy ra $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_P\right]=(0;8;12)$ là vectơ pháp tuyến của (Q).
(Q) đi qua điểm $A(2;4;1)$ suy ra phương trình tổng quát của (Q) là

$$0(x-2)+8(y-4)+12(z-1)=0 \Leftrightarrow 2y+3z-11=0.$$

Suy ra $a+b+c=5$.

CÂU 42. Trong KG $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Tính $a+b+c$ của phương trình mặt phẳng $(MNP)\colon ax+by+cz+d=0$.

Đáp án: 7

Lời giải.

Không mất tính tổng quát, ta giả sử M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oxz), (Oyz)$.
Khi đó $M(2;-3;0), N(2;0;1)$ và $P(0;-3;1)$.
$\overrightarrow{MN}=(0;3;1)$ và $\overrightarrow{MP}=(-2;0;1)$.
Ta có $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ là cặp vectơ không cùng phương và có giá nằm trong (MNP).
Do đó (MNP) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(3;-2;6)$.
Mặt khác (MNP) đi qua $M(2;-3;0)$ nên có phương trình là

$$3(x-2)-2(y+3)+6(z-0)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+6z-12=0.$$

Suy ra $a+b+c=7$.

4 Viết PTTQ MP khi biết VTPT, VTCP nhưng không biết điểm đi qua

- Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng
$$Ax + By + Cz + D = 0.$$
- Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị D.
Chú ý: Dạng này giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x + 2y - z - 1 = 0$ Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3?

A $(Q)\colon 2x + 2y - z + 10 = 0$.
B $(Q)\colon 2x + 2y - z + 4 = 0$.
C $(Q)\colon 2x + 2y - z + 8 = 0$.
D $(Q)\colon 2x + 2y - z - 8 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;0;-1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;2;-1)$.
Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3 nên có dạng
$$(Q)\colon 2x + 2y - z + d = 0, \quad (d \neq -1).$$
Mặt khác ta có $\mathrm{d}(M,(Q)) = 3$
$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow \frac{|1+d|}{\sqrt{4+4+1}} = 3\\ &\Leftrightarrow |d+1| = 9\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&d = 8\\ &d = -10\end{aligned}\right. \text{(thỏa mãn)}.\end{aligned}$$
Do đó $(Q)\colon 2x + 2y - z + 8 = 0$ hoặc $(Q)\colon 2x + 2y - z - 10 = 0$.
Chọn đáp án C ....

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A $2x + 3y - 6z + 1 = 0$.
B $3x + 2y - 6z + 1 = 0$.
C $3x + 2y - 5z = 0$.
D $6x + 2y - 3z - 5 = 0$.

Lời giải.

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$.
Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên
$(P)\colon \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - z + m = 0 \quad (m \neq -1)$.
Do $D(1;1;1) \in (P)$ có $\frac{1}{2}\cdot 1 + \frac{1}{3}\cdot 1 - 1 + m = 0 \Leftrightarrow m - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{6}$.
Vậy $(P)\colon \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - z + \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow (P)\colon 3x + 2y - 6z + 1 = 0$.
Chọn đáp án B ....

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$ cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABC), (P)$ cách đều D và mặt phẳng (ABC). Phương trình của (P) là

A $6x + 3y + 2z - 24 = 0$.
B $6x + 3y + 2z - 12 = 0$.
C $6x + 3y + 2z = 0$.
D $6x + 3y + 2z - 36 = 0$.

Lời giải.

$(ABC)\colon \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$.
$(P) \parallel (ABC) \Rightarrow (P)\colon 6x + 3y + 2z + m = 0 \quad (m \neq -12)$.
(P) cách đều D và mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \mathrm{d}(D,(P)) = \mathrm{d}(A,(P))$.
$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow \frac{|6\cdot 2 + 3\cdot 4 + 2\cdot 6 + m|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}} = \frac{|6\cdot 2 + 3\cdot 0 + 2\cdot 0 + m|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}\\ &\Leftrightarrow |36+m| = |12+m|\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}36 + m &= 12 + m\\ 36 + m &= -12 - m\end{aligned}\right.\\ &\Leftrightarrow m = -24 (\text{cách}) \ (\text{nhận}).\end{aligned}$$
Vậy phương trình của (P) là $6x + 3y + 2z - 24 = 0$.
Chọn đáp án A ....

CÂU 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q)\colon x+2y+2z-3=0$, mặt phẳng (P) không qua O, song song với mặt phẳng (Q) và $\mathrm{d}((P),(Q))=1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A $x+2y+2z+1=0$. B $x+2y+2z=0$. C $x+2y+2z-6=0$. D $x+2y+2z+3=0$.

Lời giải.

Vì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).
$\Rightarrow$ vtpt $\vec{n}_P=$ vtpt $\vec{n}_Q=(1;2;2)$.
Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x+2y+2z+d=0\quad(d\neq 0)$.
Gọi $A(3;0;0)\in(Q)$
$\Rightarrow \mathrm{d}((P),(Q))=\mathrm{d}(A,(P))=1$

$$\Leftrightarrow \frac{|3+D|}{3}=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3+d=3\\3+d=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}d=0 & (\text{loại})O\\d=-6 & (\text{nhận})\end{array}\right..$$

Chọn đáp án C

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y+z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P), cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương.

A $(Q)\colon 2x-2y+z+4=0$. B $(Q)\colon 2x-2y+z-14=0$.
C $(Q)\colon 2x-2y+z-19=0$. D $(Q)\colon 2x-2y+z-8=0$.

Lời giải.

Ta có, (Q) song song (P) nên phương trình mặt phẳng $(Q)\colon 2x-2y+z+d=0$; $d\neq -5$.
Chọn $M(0;0;5)\in(P)$.

Ta có $\mathrm{d}((P),(Q))=\mathrm{d}(M),(Q))=\dfrac{|5+d|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=4\\d=-14.\end{array}\right.$

$d=4\Rightarrow(Q)\colon 2x-2y+z+4=0$ khi đó (Q) cắt Ox tại điểm $M_1(-2;0;0)$ có hoành độ âm nên trường hợp này (Q) không thỏa đề bài.
$d=-14\Rightarrow(Q)\colon 2x-2y+z-14=0$ khi đó (Q) cắt Ox tại điểm $M_2(7;0;0)$ có hoành độ dương do đó $(Q)\colon 2x-2y+z-14=0$ thỏa đề bài.
Vậy phương trình mặt phẳng $(Q)\colon 2x-2y+z-14=0$.
Chọn đáp án B

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 6. Trong không gian hệ toạ độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta)\colon x+y-z+3=0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$ có dạng $ax+by+cz+d=0\quad(d\neq 0)$. Tính $a+b+c$.

Đáp án: 1

Lời giải.

Gọi mặt phẳng (α) cần tìm.
Vì $(\alpha)\,/\!\!/\,(\beta)$ nên phương trình (α) có dạng: $x+y-z+c=0$ với c khác $\backslash\{3\}$.
Lấy điểm $I(-1;-1;1)\in(\beta)$.
Vì khoảng cách từ (α) đến (β) bằng $\sqrt{3}$ nên ta có

$$\mathrm{d}(I,(\alpha))=\sqrt{3}\Leftrightarrow\frac{|-1-1-1+c|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\frac{|c-3|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=0\\c=6\end{array}\right..(\text{thỏa điều kiện } c\in\mathbb{R}\backslash\{3\}).$$

Vậy phương trình $(\alpha)\colon x+y-z+6=0$ hoặc $(\alpha)\colon x+y-z=0$.
Suy ra $a+b+c=1$.

CÂU 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x-y+4z+2=0$ và $(Q_2): 3x-y+4z+8=0$. Viết phương trình mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz=0$ song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2). Tính $a+b+c$.

Đáp án: 6

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có dạng $3x-y+4z+d=0$.
Lấy $M(0;2;0)\in(Q_1)$ và $N(0;8;0)\in(Q_2)$. Do $(Q_1)\,/\!\!/\,(Q_2)$ trung điểm $I(0;5;0)$ của MN phải thuộc vào (P) nên ta tìm được $D=5$. Vậy $(P)\colon 3x-y+4z+5=0$.
Suy ra $a+b+c=6$.

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, gọi (γ) là mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng sau đây: $4x-y-2z-3=0$, $4x-y-2z-5=0$. lập mặt phẳng (γ) có dạng $ax+by+cz=0$. Tính $a+b+c+d$.

Đáp án: -3

Lời giải.

Gọi điểm $A(0;-3;0)\in(\alpha)\colon 4x-y-2z-3=0$ và $B(0;-5;0)\in(\beta)\colon 4x-y-2z-5=0$.
Mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng trên có dạng: $(\gamma)\colon 4x-y-2z+m=0$.

Để mặt phẳng (γ) cách đều hai mặt phẳng trên thì

$$\mathrm{d}(A\colon(\beta)) = 2\mathrm{d}(A\colon(\gamma)) \Leftrightarrow |m+3| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=-4. \end{array}\right.$$

Mặt khác điểm hai điểm A, B phải nằm về hai phía của mặt phẳng (γ).
Do đó:

- Với $m=-2$ ta có: $(4\cdot 0+3-2\cdot 0-2)(4\cdot 0+5-2\cdot 0-2)>0$ nên A, B cùng phía.
- Với $m=-4$ ta có: $(4\cdot 0+3-2\cdot 0-4)(4\cdot 0+5-2\cdot 0-4)<0$ nên A, B khác phía.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $(\gamma)\colon 4x-y-2z-4=0$.
Suy ra $a+b+c+d=-3$.

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$ cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABC), (P)$ cách đều D và mặt phẳng (ABC). Viết phương trình của mặt phẳng $(P)\colon ax+by+cz+d=0$. Tính $a+b+c$.

Đáp án: 11

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$

- (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên (P) có dạng

$$6x+3y+2z+d=0 \quad (d \neq q-12).$$

- Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (P) là

$$\begin{aligned} &\mathrm{d}(D),(P)) = \mathrm{d}((ABC),(P)) \\ &\Leftrightarrow \mathrm{d}(D),(P)) = \mathrm{d}(A,(P)) \\ &\Leftrightarrow |36+d| = |12+d| \\ &\Leftrightarrow d=-24. \end{aligned}$$

Vậy $(P)\colon 6x+3y+2z-24=0$.
Suy ra $a+b+c=11$.

5 Viết PTTQ khi biết điểm đi qua nhưng không biết vectơ

. Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và giả thiết bài toán không cho vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ hoặc không cho hai vectơ chỉ phương $\vec{a}, \vec{b}$ thì ta thực hiện các bước sau:

- Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=(A;B;C)$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$.
- Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$(\alpha)\colon A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)+C\left(z-z_0\right)=0.$$

- Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm **hai** phương trình chứa 3 ẩn A, B, C.

Chú ý:

- Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.
- Để giải tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đơn giàn hơn thì gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=(1;B;C)$.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

(A) $\left[\begin{array}{l} 2x+3y+z-1=0 \\ 3x+y+7z+6=0 \end{array}\right.$.

(B) $\left[\begin{array}{l} x+2y+z-1=0 \\ -2x+3y+6z+13=0 \end{array}\right.$.

(C) $\left[\begin{array}{l} x+y+2z-1=0 \\ -2x+3y+7z+23=0 \end{array}\right.$.

(D) $\left[\begin{array}{l} x+y+z-1=0 \\ -23x+37y+17z+23=0 \end{array}\right.$.

Lời giải.

Gọi $(P)\colon \begin{cases} \text{qua } A(1;0;0) \\ \text{VTPT } \vec{n}=(A;B;C)\neq\vec{0} \end{cases}$
$(P)\colon A\cdot(x-1)+By+Cz=0.$
$B\in(P)\colon -A-2B+3=0\Leftrightarrow A=-2B+3C.$
$\mathrm{d}(C\colon(P))=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow\dfrac{|B+C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$
$\Leftrightarrow 3\left(B^2+C^2+2BC\right)=4\left(A^2+B^2+C^2\right)$
$\Leftrightarrow B^2+C^2-6BC+4A^2=0.$
Thay $A=-2B+3C$ vào $B^2+C^2-6BC+4A^2=0$
Ta có: $B^2+C^2-6BC+4(-2B+3C)^2=0\Leftrightarrow 17B^2-54BC+37C^2=0$
Cho $C=1$ từ đó suy ra $17B^2-54B+37=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{lll} B=1 & \Rightarrow & A=1 \\ B=\dfrac{37}{17} & \Rightarrow & A=\dfrac{-23}{17}. \end{array}\right.$
Suy ra $\left[\begin{array}{l}(P)\colon x+y+x-1=0\\(P)\colon -23x+37y+17z+23=0.\end{array}\right.$
Chọn đáp án D .... □

CÂU 2. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $M(4;2;1)$, $N(0;0;3)$, $Q(2;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa OQ và cách đều 2 điểm M, N.

- **A** $x-2y-2z=0$ hoặc $x+4y-2z=0$.
- **B** $x+2y+2z=0$ hoặc $x-4y-2z=0$.
- **C** $x+2y-2z=0$ hoặc $x+4y-2z=0$.
- **D** $x+2y-2z=0$ hoặc $x-4y-2z=0$.

Lời giải.
Gọi $(\alpha)\colon Ax+By+Cz+D=0$ $\left(A^2+B^2+C^2\neq 0\right)$.
$O\in(\alpha)$ nên ta có $D=0$, $Q\in(\alpha)$ nên ta có $2A+C=0\Rightarrow C=-2A$.
Theo đề bài
$$\mathrm{d}(M,(\alpha))=\mathrm{d}(N,(\alpha))\Leftrightarrow|2A+2B|=|-6A|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2A+2B=6A\\2A+2B=-6A\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}B=2A & (*)\\B=-4A & (**).\end{array}\right.$$
Từ $(*)$ chọn $A=1\Rightarrow B=2$, $C=-2\Rightarrow(\alpha)\colon x+2y-2z=0$.
Từ $(**)$ chọn $A=1\Rightarrow B=-4$, $C=-2\Rightarrow(\alpha)\colon x-4y-2z=0$.
Chọn đáp án D .... □

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 3. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P)\colon Ax+By+Cz+D=0$ (A, B, $C\in\mathbb{Z}$, A và C trái dấu) qua O, vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon x+y+z=0$ và cách điểm $M(1;2;-1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$. Tính giá trị của $A+B+C$.

Đáp án: 0

Lời giải.
(P) qua O nên phương trình có dạng $Ax+By+Cz=0$ (với $A^2+B^2+C^2\neq 0$).
Vì $(P)\perp(Q)$ nên $1\cdot A+1\cdot B+1\cdot C=0\Leftrightarrow C=-A-B$ (1).
Do $\mathrm{d}(M,(P))=\sqrt{2}\Leftrightarrow\dfrac{|A+2B-C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow(A+2B-C)^2=2\left(A^2+B^2+C^2\right)$ (2).
Từ (1) và (2) ta được $8AB+5B^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}B=0 & (3)\\8A+5B=0 & (4).\end{array}\right.$
Từ (3), ta có $B=0\Rightarrow C=-A$ (nhận do A và C trái dấu).
Chọn $A=1$, $C=-1\Rightarrow(P)\colon x-z=0$.
Khi đó $A+B+C=0$.
Từ (4), ta có $8A+5B=0$.
Chọn $A=5$, $B=-8\Rightarrow C=3\Rightarrow(P)\colon 5x-8y+3z=0$. (loại do A và C cùng dấu).

CÂU 4. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $M(-1;1;0)$, $N(0;0;-2)$, $I(1;1;1)$. Biết mặt phẳng (P) qua A và B, đồng thời khoảng cách từ I đến (P) bằng $\sqrt{3}$. Giả sử phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+z+d=0$ với $b>0$. Tính $\dfrac{a}{b}$ viết dưới dạng số thập phân.

Đáp án: 1,4

Lời giải.
Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+z+d=0$ $\left(a^2+b^2+1\neq 0\right)$.
Ta có $\begin{cases}M\in(P)\\N\in(P)\\\mathrm{d}(I,(P))=\sqrt{3}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}a=-b,\ 2=a-b,\ d=a-b & (1)\\5a=7b,\ 2=a-b,\ d=a-b & (2).\end{array}\right.$

- Với (1) $\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng $(P)\colon x-y+z+2=0$ (loại do $b<0$).

- Với (2) $\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng $(P)\colon 7x+5y+z+2=0$ (nhận do $b=5>0$).
  Khi đó $\dfrac{a}{b}=\dfrac{7}{5}=1{,}4$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;-1;2)$, $B(1;3;0)$, $C(-3;4;1)$, $D(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P). Biết có hai mặt phẳng (P) thỏa yêu cầu đề bài là $x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và $x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính $S=b_1+c_1+b_2+c_2$.

Đáp án: 9

Lời giải.
Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz+d=0$ với $\left(a^2+b^2+c^2\neq 0\right)$.

$$\text{Ta có }\begin{cases}A\in(P)\\ B\in(P)\\ \mathrm{d}(C,(P))=\mathrm{d}(D,(P))\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-b+21+d=0\\ a+3b+d=0\\ \dfrac{|-3a+4b+1+d|}{\sqrt{a^2+b^2+1^2}}=\dfrac{|a+2b+1+d|}{\sqrt{a^2+b^2+1^2}}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&b=2a,\ c=4a,\ d=-7a\\&c=2a,\ b=a,\ d=-4a\end{aligned}\right.$$

- Với $b=2a$, $c=4a$, $d=-7a$ và ta đã có $a=1$ nên $(P)\colon x+2y+4z-7=0$.
  Khi đó $b_1=2$, $c_1=4$.
- Với $c=2a$, $b=a$, $d=-4a$ và ta đã có $a=1$ nên $(P)\colon x+y+2z-4=0$.
  Khi đó $b_2=1$, $c_2=2$.

Vậy $S=2+4+1+2=9$.

CÂU 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;3)$, $B(0;-1;2)$, $C(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và gốc tọa độ O sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách từ C đến (P). Biết phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax+by-4z+d=0$. Hỏi a có bao nhiêu ước nguyên?

Đáp án: 12

Lời giải.
Vì $O\in(P)$ nên $(P)\colon ax+by-4z=0$, với $a^2+b^2+16\neq 0$.
Do $A\in(P)\Rightarrow a+2b-12=0$ (1)
Và $\mathrm{d}(B,(P))=\mathrm{d}(C,(P))\Leftrightarrow|-b-8|=|a+b-4|$ (2).
Từ (1) và (2) $\Rightarrow b=0$. Khi đó ta được $a=-3\cdot(-4)=12$.
Các ước nguyên của 12 là $\{\pm1;\pm2;\pm3;\pm4;\pm6;\pm12\}$ có 12 ước nguyên.

CÂU 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z+1=0$. Mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với mặt phẳng (P), cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB=2IC$. Biết có hai mặt phẳng (α) thỏa yêu cầu đề bài có phương trình lần lượt là $4x+b_1y+c_1+d_1=0$ và $2x+b_2y+c_2+d_2=0$ với $b_1<b_2$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc tập $(b_1;b_2)$?

Đáp án: 4

Lời giải.
Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $ax+by+cz+d=0$, với $a^2+b^2+c^2\neq 0$.
Do $A(1;1;-1)\in(\alpha)$ nên $a+b-c+d=0$. (1);
$(\alpha)\perp(P)$ nên $a-2b+2c=0$ (2).

$$\begin{aligned}IB=2IC\ &\Rightarrow \mathrm{d}(B,(\alpha))=2\mathrm{d}(C;(\alpha))\\&\Rightarrow\frac{|a+b+2c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=2\frac{|-a+2b-2c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\\&\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&3a-3b+6c-d=0\\&-a+5b-2c+3d=0.\end{aligned}\right.\end{aligned}$$

Từ (1), (2), (3) ta có 2 trường hợp sau

- $$\begin{cases}a+b-c+d=0\\a-2b+2c=0\\3a-3b+6c-d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{-1}{2}a\\c=-a\\d=\dfrac{-3}{2}a.\end{cases}$$

- $$\begin{cases}a+b-c+d=0\\a-2b+2c=0\\-a+5b-2c+3d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{3}{2}a\\c=a\\d=\dfrac{-3}{2}a.\end{cases}\qquad(3)$$

Do theo đề bài, ta có $a > 0$ nên ta có thể có được $4x + b_1y + c_1 + d_1 = 0$ là mặt phẳng ở trường hợp 1 và $2x + b_2y + c_2 + d_2 = 0$ là mặt phẳng ở trường hợp 2.
Khi đó

- Chọn $a = 4 \Rightarrow b_1 = -2;\ c_1 = -4;\ d_1 = -6 \Rightarrow (\alpha)\colon 4x - 2y - 4z - 6 = 0$.
- Với $a = 2 \Rightarrow b = 3;\ c = 2;\ d = -3 \Rightarrow (\alpha)\colon 2x + 3y + 2z - 3 = 0$.

Vậy ta có tập $(-2; 3)$ có tất cả 4 giá trị nguyên là -1, 0, 1, 2.

6 Một số dạng khác

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC.

A. $(P)\colon 6x + 3y + 2z + 18 = 0$. B. $(P)\colon 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.
C. $(P)\colon 6x + 3y + 2z - 18 = 0$. D. $(P)\colon 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.
Theo giả thiết $A \in Ox$, $B \in Oy$, $C \in Oz$ nên ta có thể đặt $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.

Vì $M(1; 2; 3)$ là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9. \end{cases}$

Từ đó ta có phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn là

$$(P)\colon \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0.$$

Chọn đáp án C .... □

CÂU 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1; 4; 3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$. B. $12x + 3y + 4z - 48 = 0$. C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$. D. $12x + 3y + 4z = 0$.

Lời giải.
Mặt phẳng (P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C nên $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$. Vì G là trọng tâm tứ diện $OABC$ nên

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C + x_O}{4} = \dfrac{a}{4} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C + y_O}{4} = \dfrac{b}{4} \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C + z_O}{4} = \dfrac{c}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 16 \\ c = 12. \end{cases}$$

Khi đó mặt phẳng (P) có phương trình là $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1$ hay $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.
Vậy mặt phẳng (P) thỏa mãn là $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.
Chọn đáp án B .... □

CÂU 3. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2; 1; -3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm.

A. $2x + 5y + z - 6 = 0$. B. $2x + y - 6z - 23 = 0$. C. $2x + y - 3z - 14 = 0$. D. $3x + 4y + 3z - 1 = 0$.

Lời giải.
Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, $abc \neq 0$.
Khi đó mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.
Do $M \in (\alpha) \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} - \frac{3}{c} = 1$.
Ta có $\overrightarrow{AM} = (2 - a; 1; -3)$, $\overrightarrow{BM} = (2; 1 - b; -3)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -b; c)$, $\overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$.

Do M là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b - 3c = 0 \\ -2a - 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3c \\ a = -\dfrac{3c}{2}. \end{cases}$

Thay (2) vào (1) ta có $-\frac{4}{3c} - \frac{1}{3c} - \frac{3}{c} = 1 \Leftrightarrow c = -\frac{14}{3} \Rightarrow a = 7$, $b = 14$.
Do đó $(\alpha)\colon \frac{x}{7} + \frac{y}{14} - \frac{3z}{14} = 1 \Leftrightarrow 2x + y - 3z - 14 = 0$.
Chọn đáp án C .... □

CÂU 4. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-6=0$ và cách đều các điểm $A(1;6;0)$, $B(-2;2;-1)$, $C(5;-1;3)$. Tích abc bằng

A 6. **B** -6. **C** 0. **D** 5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} a+b+c=6 \\ MA^2=MB^2 \\ MA^2=MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=6 \\ (a-1)^2+(b-6)^2+b^2=(a+2)^2+(b-2)^2+(c+1)^2 \\ (a-1)^2+(b-6)^2+c^2=(a-5)^2+(b+1)^2+(c-3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=6 \\ 3a+4b+c=14 \\ 4a-7b+3b=-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow abc=6.$$

Chọn đáp án A

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P).

A $3x+2y+z+14=0$. **B** $2x+y+3z+9=0$. **C** $3x+2y+z-14=0$. **D** $2x+y+z-9=0$.

Lời giải.

Gọi $A(a;0;0)\,;B(0;b;0)\,;C(0;0;c)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ $(abc\neq 0)$.

Vì (P) qua M nên $\dfrac{3}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{1}{c}=1$ (1).

Ta có $\overrightarrow{MA}=(a-3;-2;-1)$; $\overrightarrow{MB}=(-3;b-2;-1)$; $\overrightarrow{BC}=(0;-b;c)$; $\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$.

Vì M là trực tâm của tam giác ABC nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b=c \\ 3a=c \end{cases} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $a=\dfrac{14}{3}$; $b=\dfrac{14}{2}$; $c=14$.

Khi đó phương trình $(P)\colon 3x+2y+z-14=0$.

Vậy mặt phẳng song song với (P) là $3x+2y+z+14=0$.

Chọn đáp án A

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;0)$, $C(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A $4x-2y-z+4=0$. **B** $4x-2y+z+4=0$. **C** $4x+2y+z-4=0$. **D** $4x+2y-z+4=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;-1;-1)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;6;-8)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x+6y-8z+10=0$.

Phương trình mặt phẳng qua B và vuông góc với AC là $2x+y+z-2=0$.

Phương trình mặt phẳng qua C và vuông góc với AB là $2x-3y-2z+6=0$.

Giao điểm của ba mặt phẳng trên là trực tâm H của tam giác ABC nên $H\left(-\dfrac{22}{101};\dfrac{70}{101};\dfrac{176}{101}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A, H nên $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{AH}=\left(-\dfrac{22}{101};-\dfrac{31}{101};-\dfrac{26}{101}\right)=-\dfrac{1}{101}(22;31;26)$.

Mặt phẳng $(P)\perp(ABC)$ nên $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n}_{(ABC)}=(1;6;-8)$.

Vậy $\left[\overrightarrow{n}_{(ABC)};\overrightarrow{u}_{AH}\right]=(404;-202;-101)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

Chọn $\overrightarrow{n}_P=(4;-2;-1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $4x-2y-z+4=0$.

Chọn đáp án A

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM=2ON$.

A $(P)\colon 3x+y+2z-6=0$. **B** $(P)\colon 2x+3y-z-4=0$. **C** $(P)\colon 2x+y+z-4=0$. **D** $(P)\colon x+2y-z-2=0$.

Lời giải.

Giả sử (P) đi qua 3 điểm $M(a;0;0)$, $N(0;b;0)$, $P(0;0;c)$.
Suy ra $(P)\colon \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Mà (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ nên ta có hệ $\begin{cases}\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1\\ \dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\ \dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}=1.\end{cases}$

Theo giả thuyết ta có $OM=2ON \Leftrightarrow |a|=2|b| \Leftrightarrow |b|=1$.

- **TH1.** $b=1 \Rightarrow c=-2$ suy ra $(P)\colon x+2y-z-2=0$.
- **TH2.** $b=-1 \Rightarrow c=-\dfrac{2}{3}$ suy ra $(P)\colon x-2y+3z-2=0$.

Chọn đáp án D ....

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax+by+cz-14=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.

Ⓐ 8. Ⓑ 14. Ⓒ 6. Ⓓ 11.

Lời giải.

Do M là trực tâm tam giác ABC, nên ta có

- $OA\perp BC$ và $AM\perp BC$ nên $(OAM)\perp BC \Rightarrow OM\perp BC$.
- $OB\perp AC$ và $BM\perp AC$ nên $(OBM)\perp AC \Rightarrow OM\perp AC$.

Từ đó ta được $OM\perp(ABC)$ nên $\overrightarrow{OM}=(1;2;3)$ là vectơ pháp tuyến của (ABC).
Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$1\cdot(x-1)+2\cdot(y-2)+3\cdot(x-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0.$$

Dẫn đến $a=1$, $b=2$, $c=3$ nên $T=1+2+3=6$.
Chọn đáp án C ....

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+4y-2z-6=0$, $(Q)\colon x-2y+4z-6=0$. Mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của (P), (Q) và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

Ⓐ $x+y+z-6=0$. Ⓑ $x+y+z+6=0$. Ⓒ $x+y+z-3=0$. Ⓓ $x+y-z-6=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P)\colon x+4y-2z-6=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;4;-2)$.
Mặt phẳng $(Q)\colon x-2y+4z-6=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;-2;4)$.
Ta có $[\vec{n}_P;\vec{n}_Q]=(12;-6;-6)$, cùng phương với $\vec{u}=(2;-1;-1)$.
Gọi $d=(P)\cap(Q)$. Ta có đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;-1)$ và đi qua điểm $M(6;0;0)$.
Mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$.
Phương trình mặt phẳng $(\alpha)\colon \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(\dfrac{1}{a};\dfrac{1}{b};\dfrac{1}{c}\right)$.

Mặt phẳng (α) chứa d nên

$$\begin{cases}\vec{n}\perp\vec{u}\\ M\in(\alpha)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{2}{a}-\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}=0\\ \dfrac{6}{a}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=6\\ \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{3}.\end{cases} \quad (*)$$

Ta lại có hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều

$$\Leftrightarrow OA=OB=OC \Leftrightarrow |a|=|b|=|c| \Leftrightarrow |b|=|c|=6.$$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ ta được $b=c=6$.
Vậy phương trình của mặt phẳng $(\alpha)\colon \dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{6}=1 \Leftrightarrow x+y+z-6=0$.

Chọn đáp án A ....

CÂU 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;8)$ và chắn trên Oz một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy. Giả sử $(\alpha)\colon ax+by+cz+d=0$ (a, b, c, d là các số nguyên). Tính $S=\dfrac{a+b+c}{d}$.

Ⓐ 3. Ⓑ -3. Ⓒ $\dfrac{5}{4}$. Ⓓ $-\dfrac{5}{4}$.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (α) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$, $C(0;0;p)$ (với $m,\ n,\ p>0$).
Theo giả thiết có $OC=2OA=2OB\Rightarrow p=2m=2n$. (1)
Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}+\dfrac{z}{p}=1$. (2)

Do mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;8)$ nên $\dfrac{1}{m}-\dfrac{3}{n}+\dfrac{8}{p}=1$.

Thay (1) vào (2) ta được $\dfrac{1}{m}-\dfrac{3}{m}+\dfrac{8}{2m}=1\Leftrightarrow\dfrac{2}{m}=1\Leftrightarrow m=2\Rightarrow m=n=2,\ p=4$. Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{4}=1\Leftrightarrow 2x+2y+z-4=0$.
Từ đó suy ra $a=2t,\ b=2t,\ c=t,\ d=-4t\quad(t\neq 0)$.
Vậy $S=\dfrac{a+b+c}{d}=-\dfrac{5}{4}$.
Chọn đáp án D ....

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

Đáp án: 2,83

Lời giải.

Gọi $M(a;b;c)$ với $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{R}$, $c\in\mathbb{R}$.
Ta có $\overrightarrow{AM}=(a-3;b-1;c-7)$ và $\overrightarrow{BM}=(a-5;b-5;c-1)$.

Vì $\begin{cases}M\in(P)\\ MA=MB=\sqrt{35}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}M\in(P)\\ MA^2=MB^2\\ MA^2=35\end{cases}$ nên ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases}2a-b-c+4=0\\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=(a-5)^2+(b-5)^2+(c-1)^2\\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2a-b-c=-4\\ 4a+8b-12c=-8\\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=c\\ c=a+2\\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=a+2\\ c=a+2\\ 3a^2-14=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b=2\ (\text{do } a\in\mathbb{Z})\\ c=2.\end{cases}$$

Ta có $M(2;2;0)$. Suy ra $OM=2\sqrt{2}\approx 2{,}83$.

CÂU 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\dfrac{OA}{1}=\dfrac{OB}{2}=\dfrac{OC}{4}$. Biết phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-8=0$. Tính $P=\dfrac{a+c}{2b}$ (kết quả được viết dưới dạng số thập phân).

Đáp án: 1,25

Lời giải.

Phương trình mặt chắn cắt tia Ox tại $A(a;0;0)$, cắt tia Oy tại $B(0;b;0)$, cắt tia Oz tại $C(0;0;c)$ có dạng là $(P)\colon\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ (với $a>0,b>0,c>0$).

Theo đề $\dfrac{OA}{1}=\dfrac{OB}{2}=\dfrac{OC}{4}\Leftrightarrow\dfrac{a}{1}=\dfrac{b}{2}=\dfrac{c}{4}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{b}{2}\\ c=2b.\end{cases}$

Vì $M(1;3;-2)$ nằm trên mặt phẳng (P) nên ta có

$$\frac{1}{\frac{b}{2}}+\frac{3}{b}+\frac{-2}{2b}=1\Leftrightarrow\frac{4}{b}=1\Leftrightarrow b=4.$$

Khi đó $a=2,\ c=8$.
Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{8}=1\Leftrightarrow 4x+2y+z-8=0$.
Khi đó $=\dfrac{a+c}{2b}=\dfrac{4+1}{2\cdot 2}=1{,}25$

CÂU 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu (kết quả được viết dưới dạng số thập phân)?

Đáp án: 40,5

Lời giải.

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, $c > 0$.
Mặt phẳng (P) có phương trình (theo đoạn chắn)

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$$

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ nên

$$\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1.$$

Ta có $1=\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{9}{abc}} \Rightarrow abc\geq 243$.

$$V_{OABC}=\frac{1}{6}abc\geq\frac{243}{6}=\frac{81}{2}.$$

Vậy thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{81}{2}=40{,}5$.

CÂU 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c là ba số thực dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2017$. Khi đó, mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định có tọa độ là $M(m;m;m)$. Tính giá trị $P=2017m+2$.

Đáp án: 3

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ có dạng

$$(ABC)\colon \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$$

Giả sử $M(m;m;m)$ là một điểm cố định nằm trên (ABC). Khi đó ta có

$$M\in(ABC)\Leftrightarrow\frac{m}{a}+\frac{m}{b}+\frac{m}{c}=1\Leftrightarrow m\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=1\Leftrightarrow m\cdot 2017=1\Leftrightarrow m=\frac{1}{2017}.$$

Vậy $P=2017m+2=2017\cdot\frac{1}{2017}+2=3$.

CÂU 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;2;5)$. Tính số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$.

Đáp án: 4

Lời giải.

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;b)$, $C(0;0;c)$ lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các trục Ox, Oy và Oz (với $abc\neq 0$).
Khi đó $(\alpha)\equiv(ABC)\colon \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.
Ta có $OA=\sqrt{a^2+0^2+0^2}=|a|$. Tương tự $OB=|b|$, $OC=|c|$.
Vì $OA=OB=OC$ nên $\begin{cases}OA=OB\\OC=OB\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|a|=|b|\\|c|=|b|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\pm b\\c=\pm b.\end{cases}$

- Trường hợp 1: $a=b$, $c=b$.
  Khi đó $\frac{x}{b}+\frac{y}{b}+\frac{z}{b}=1$ mà $M(1;2;5)\in(ABC)$ nên $\frac{1}{b}+\frac{2}{b}+\frac{5}{b}=1\Leftrightarrow b=8$.
- Trường hợp 2: $a=b$, $c=-b$.
  Khi đó $\frac{x}{b}+\frac{y}{b}-\frac{z}{b}=1$ mà $M(1;2;5)\in(ABC)$ nên $\frac{1}{b}+\frac{2}{b}-\frac{5}{b}=1\Leftrightarrow b=-2$.
- Trường hợp 3: $a=-b$, $c=b$.
  Khi đó $\frac{x}{b}-\frac{y}{b}+\frac{z}{b}=1$ mà $M(1;2;5)\in(ABC)$ nên $\frac{1}{b}-\frac{2}{b}+\frac{5}{b}=1\Leftrightarrow b=4$.
- Trường hợp 4: $a=-b$, $c=-b$.
  Khi đó $\frac{x}{b}-\frac{y}{b}+\frac{z}{b}=1$ mà $M(1;2;5)\in(ABC)$ nên $\frac{1}{b}-\frac{2}{b}-\frac{5}{b}=1\Leftrightarrow b=-6$.

Vậy có bốn mặt phẳng (α) thỏa yêu cầu bài toán.

CÂU 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $M(2;1;3)$, $A(0;0;4)$ và cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại B, C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?

Đáp án: 2

Lời giải.

Gọi $B(b;0;0)$ và $C(0;c;0)$ lần lượt là giao điểm của (P) với các trục Ox, Oy.

Khi đó ta có phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{b}+\frac{y}{c}+\frac{z}{4}=1$.

Vì $M(2;1;3)\in(P)$ nên ta có $\frac{2}{b}+\frac{1}{c}+\frac{3}{4}=1\Leftrightarrow\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow 4b+8c=bc$. (1)

Diện tích tam giác OBC bằng 1 nên $\frac{1}{2}\cdot OB\cdot OC=1\Leftrightarrow|b|\cdot|c|=2\Leftrightarrow|bc|=2$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình $\begin{cases}4b+8c=bc\\|bc|=2.\end{cases}$ (I)

- Xét trường hợp $bc>0$.
  Khi đó
  $$(I)\Leftrightarrow\begin{cases}4b+8c=bc\\bc=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+8b=2\\2bc=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b=1-4c\\(1-4c)c=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b=1-4c\\4c^2-c+4=0\text{ (pt vô nghiệm)}.\end{cases}$$

- Xét trường hợp $bc<0$.
  Khi đó
  $$(I)\Leftrightarrow\begin{cases}4b+8c=bc\\bc=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+8b=2\\2bc=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b=1-4c\\(1-4c)c=-4\end{cases}$$
  $$\Leftrightarrow\begin{cases}2b=1-4c\\4c^2-c-4=0.\end{cases}$$
  $$\Leftrightarrow\begin{cases}2b=1-4c\\c=\dfrac{1\pm\sqrt{65}}{2}\end{cases}$$
  $$\Leftrightarrow\begin{cases}c=\dfrac{1+\sqrt{65}}{2}\\b=\dfrac{-1-2\sqrt{65}}{2}\end{cases}\text{ hay }\begin{cases}c=\dfrac{1-\sqrt{65}}{2}\\b=\dfrac{-1+2\sqrt{65}}{2}.\end{cases}$$

Vậy có 2 cặp số $(b;c)$ thỏa yêu cầu bài toán nên có 2 mặt phẳng (P) thỏa yêu cầu bài tán.

7 Bài toán thực tế

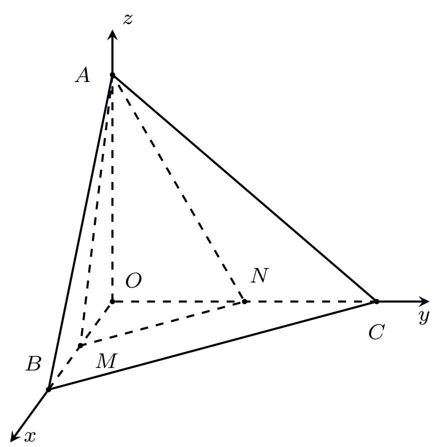
Gắn hệ trục toạ độ vào mô hình. Đặt gốc toạ độ tại vị trí có "3 góc vuông"

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Cho tứ diện $O.ABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=5$, $OB=2$, $OC=4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (AMN) là

A $\frac{20}{3\sqrt{129}}$. **B** $\frac{20}{\sqrt{129}}$. **C** $\frac{1}{4}$. **D** $\frac{1}{2}$.

Lời giải.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.
Ta có $O(0;0;0)$, $A \in Oz$, $B \in Ox$, $C \in Oy$ sao cho $OA = 5$, $OB = 2$, $OC = 4$.
Do đó $A(0;0;5)$, $B(2;0;0)$, $C(0;4;0)$.
Khi đó G là trọng tâm tam giác ABC nên $G\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)$.
Vì M là trung điểm OB nên $M(1;0;0)$.
Vì N là trung điểm OC nên $N(0;2;0)$.
Phương trình mặt phẳng (AMN) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1$ hay $10x+5y+2z-10=0$.
Vậy khoảng cách từ G đến mặt phẳng (AMN) là

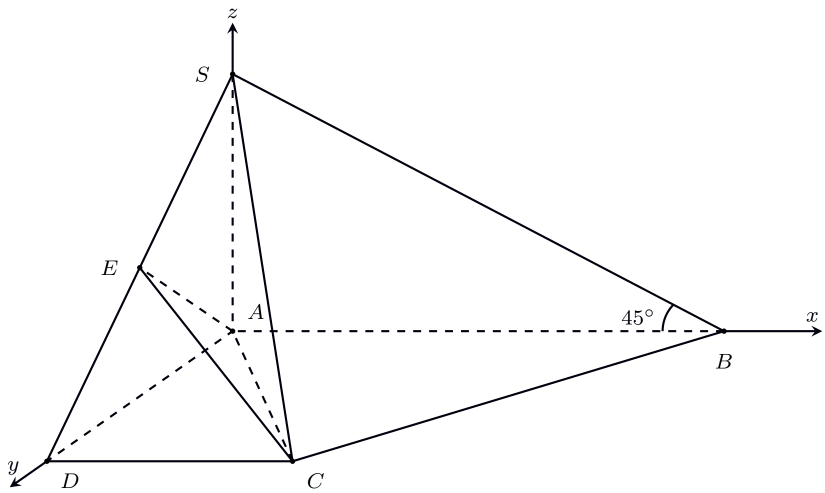
$$\mathrm{d}(G,(AMN)) = \frac{\left|\frac{20}{3}+\frac{20}{3}+\frac{10}{3}-10\right|}{\sqrt{100+25+4}} = \frac{20}{3\sqrt{129}}.$$

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45°, E là trung điểm của SD, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACE).

(A) $\frac{2a}{2}$. (B) $\frac{4a}{3}$. (C) a. (D) $\frac{3a}{4}$.

Lời giải.



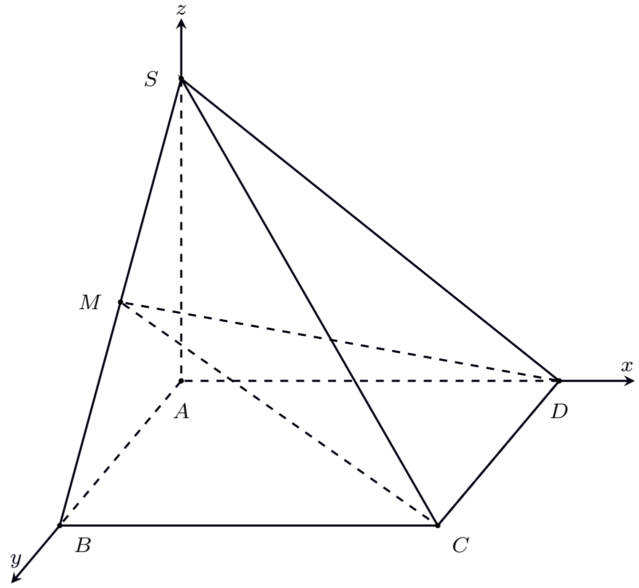
Hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AB nên góc giữa SB và mặt đáy là góc giữa SB và AB bằng $\widehat{SBA} = 45^\circ$.
Vì tam giác SAB vuông cân tại A nên $SA = 2a$.
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có $A(0;0;0)$, $B(0;2a;0)$, $C(a;a;0)$, $D(a;0;0)$, $S(0;0;2a)$, $E\left(\frac{a}{2}\ 0;a\right)$.
Ta có $\overrightarrow{AC} = (a;a;0)$, $\overrightarrow{AE} = \left(\frac{a}{2};0;a\right)$. Do đó $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE}\right] = \left(a^2;-a^2;-\frac{a^2}{2}\right)$.
Mặt phẳng (ACE) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;-2;-1)$ nên $(ACE)\colon 2x-2y-z=0$.
Vậy $\mathrm{d}(B,(ACE)) = \frac{|2\cdot 2a|}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{4a}{3}$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0)$, $D(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (CDM).

(A) $\mathrm{d}(B,(CDM)) = 2$. (B) $\mathrm{d}(B,(CDM)) = 2\sqrt{2}$. (C) $\mathrm{d}(B,(CDM)) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. (D) $\mathrm{d}(B,(CDM)) = \sqrt{2}$.

Lời giải.



Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên $\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \\ z_A + z_C = z_B + z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 4 \\ z_C = 0 \end{cases} \Leftrightarrow C(2;4;0)$.

Vì M là trung điểm SB nên $M(0;2;2)$.

Ta có $\overrightarrow{CD} = (0;-4;0)$, $\overrightarrow{CM} = (-2;-2;2)$. Do đó $\left[\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CM}\right] = (-8;0;-8)$.

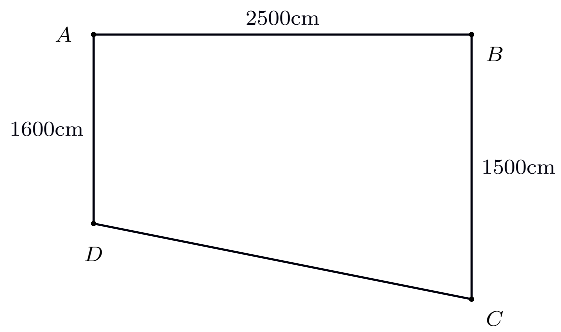
Mặt phẳng (CDM) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;0;1)$.

Suy ra (CDM) có phương trình $x + z - 2 = 0$.

Vậy $\mathrm{d}(B,(CDM)) = \dfrac{|0+0-2|}{\sqrt{1^2+0^2+1^2}} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 4. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ.

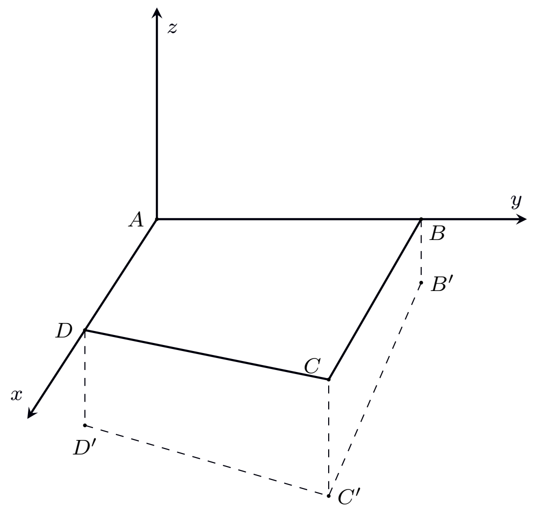


Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25$ m, $AD = 15$ m, $BC = 18$ m. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm, a cm, 6 cm tương ứng. Giá trị của a là số nào sau đây?

(A) 15,7 cm. (B) 17,2 cm. (C) 18,1 cm. (D) 17,5 cm.

Lời giải.

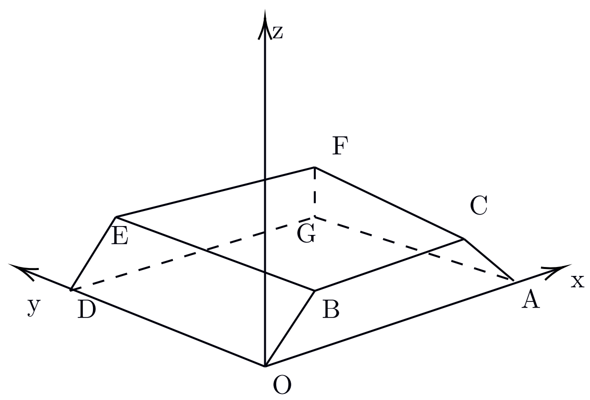
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv A$, tia $Ox \equiv AD$, tia $Oy \equiv AB$.



Khi đó $A(0;0;0)$, $B(0;2500;0)$, $C(1800;2500;0)$, $D(1500;0;0)$.
Khi hạ độ cao các điểm ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm, a cm, 6 cm tương ứng ta có các điểm mới $B'(0;2500;-10)$, $C(1800;2500;-a)$, $D'(1500;0;-6)$.
Theo bài ta có bốn điểm A, B', C', D' đồng phẳng.
Phương trình mặt phẳng $(AB'D')$: $x+y+250z=0$.
Do $C'(1800;2500;-a) \in (AB'D')$ nên có $1800+2500-250a=0 \Leftrightarrow a=17{,}2$.
Vậy $a=17{,}2$ cm.
Chọn đáp án B .... □

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 5. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA=100$ m, chiều rộng $OD=60$ m và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



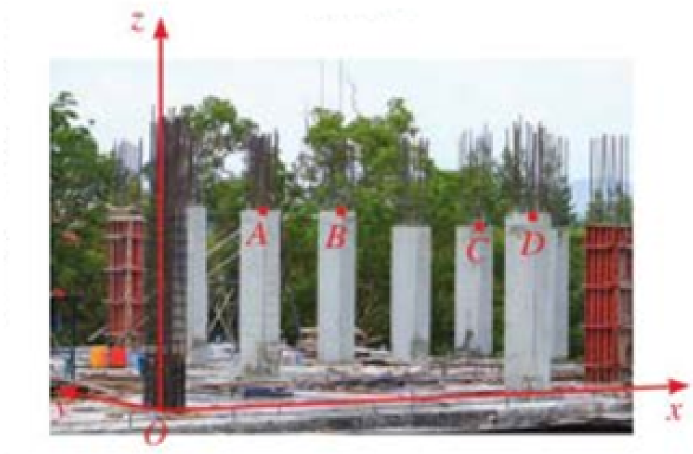
Đáp án: 62,5

Lời giải.

Gắn hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ vào hệ trục $Oxyz$, ta có: $O(0;0;0)$, $A(100;0;0)$, $G(100;60;0)$, $D(0;60;0)$, $B(10;10;8)$, $\overrightarrow{OD}=(0;60;0)$, $\overrightarrow{OB}=(10;10;8)$.
Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(OBED)$ là $\overrightarrow{n}=[\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OB}]=(480;0;-600)=120(4;0;-5)$.
Phương trình mặt phẳng $(OBED)$ đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}=(4;0;-5)$ là $4x-5z=0$.
Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ là

$$\mathrm{d}(G,(OBED))=\frac{|4\cdot 100-5\cdot 0|}{\sqrt{16+25}}=\frac{400\sqrt{41}}{41}\approx 62{,}5.$$

CÂU 6. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều và có tâm của mặt đáy trên lần lợt là $A(3;2;3)$, $B(6;3;3)$, $C(9;4;2)$, $D\left(6;0;\frac{5}{2}\right)$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).



Đáp án: 2, 85

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3;1;0)$; $\overrightarrow{AC} = (6;2;-1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) qua A và có véc-tơ pháp tuyến $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1;3;0)$ là $-x + 3y - 3 = 0$.

Khoảng cách từ D tới mặt phẳng (ABC) là $\mathrm{d}(D,(ABC)) = \dfrac{|-6-3|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \dfrac{9\sqrt{10}}{10} \approx 2{,}85$.

CÂU 7. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường $(P),(Q),(R)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình $(P)\colon x+2y-2z+1=0$, $(Q)\colon 2x+y+2z-3=0$, $(R)\colon 2x+4y-4z-19=0$. Tính khoảng cách giữa hai bức tường (P) và (R) của tòa nhà.

Đáp án: 3,5

Lời giải.

Tính khoảng cách giữa hai bức tường (P) và (R) của tòa nhà.
Chọn điểm $M(-1;0;0) \in (P)$. Do hai bức tường (P) và (R) song song nhau nên

$$\mathrm{d}((P),(R)) = \mathrm{d}(M,(R)) = \frac{|2\cdot(-1)+4\cdot 0-4\cdot 0-19|}{\sqrt{4+16+16}} = \frac{21}{6} = 3{,}5\text{m}.$$

CÂU 8. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường $(P),(Q),(R),(T)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình $(P)\colon 2x-y-z+1=0$, $(Q)\colon x+3y-z-2=0$, $(R)\colon 4x-2y-2z+9=0$, $(T)\colon 2x+6y-2z+15=0$. Tính chiều rộng bức tường (Q) của tòa nhà (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

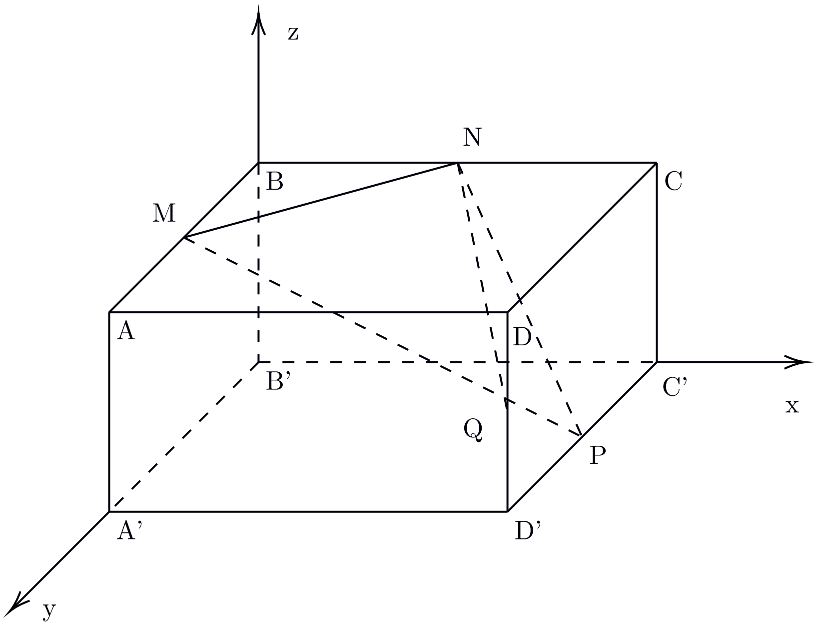
Đáp án: 2,9

Lời giải.

Do hai bức tường (P) và (R) song song nhau nên chiều rộng bức tường (Q) là khoảng cách giữa hai bức tường (P) và (R).
Chọn điểm $N(0;0;1) \in (P)$.
Do hai bức tường (P) và (R) song song nhau nên

$$\mathrm{d}((P),(R)) = \mathrm{d}(N,(R)) = \frac{|4\cdot 0-2\cdot 0-2\cdot 1+9|}{\sqrt{4+1+1}} = \frac{7}{\sqrt{6}} \approx 2{,}9.$$

CÂU 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của $AB, BC, C'D', DD'$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, xác định tọa độ các điểm M, N, P, Q. Tính khoảng cách từ điểm Q đến mặt phẳng (MNP). Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.



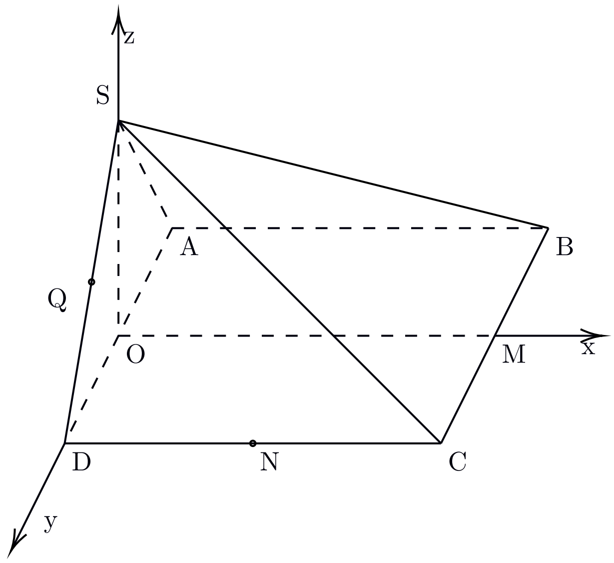
Đáp án: $1,4$

Lời giải.

Thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, gốc $O \equiv B'$. Khi đó $M\left(0;\frac{1}{2};1\right), N\left(\frac{1}{2};0;1\right), P\left(1;\frac{1}{2};0\right)$, $Q\left(1;1;\frac{1}{2}\right)$. Phương trình mặt phẳng (MNP) đi qua $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$ và có véc-tơ pháp tuyến $[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}] = \left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ là $2x+2y+2z-3=0$.
Khoảng cách từ điểm Q đến mặt phẳng (MNP) là

$$\mathrm{d}(Q;(MNP)) = \frac{\left|2\cdot 1+2\cdot 1+2\cdot\frac{1}{2}\right|}{\sqrt{2^2+2^2+2^2}} = \frac{5\sqrt{3}}{6} \approx 1{,}4.$$

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới. Gọi Q là trung điểm SD. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (ONQ) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



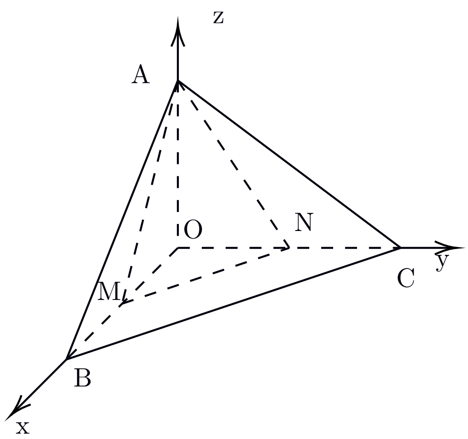
Đáp án: 0,3

Lời giải.

Với hệ trục toạ độ như hình vẽ ta có $S\left(0;0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)$; $M(a;0;0)$; $N\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};0\right)$; $A(0;-\dfrac{a}{2};0)$;
$B\left(a;-\dfrac{-a}{2};0\right)$; $C\left(a;\dfrac{a}{2};0\right)$; $D\left(0;\dfrac{a}{2};0\right)$; $Q\left(0;\dfrac{a}{4};\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$.
Lấy $a=1$. Mặt phẳng (SAC) qua A và có véc-tơ pháp tuyến $[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{AC}]$ là $2\sqrt{3}x-2\sqrt{3}y+2z-\sqrt{3}=0$.
Khoảng cách cần tìm

$$\mathrm{d}((SAC);(OQN))=\mathrm{d}(O;(SAC))=\frac{\sqrt{21}}{14}\approx 0{,}3.$$

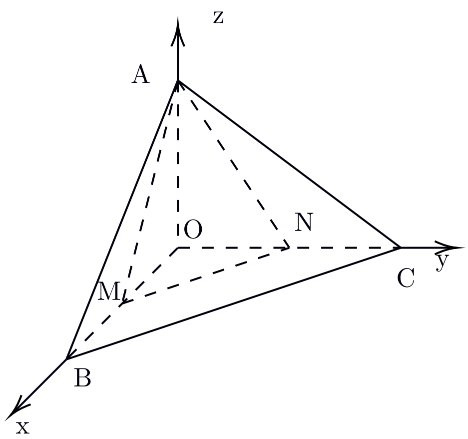
CÂU 11. Cho tứ diện $OABC$, có OA,OB,OC đôi một vuông góc và $OA=5,OB=2,OC=4$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của OB và OC. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AMN). Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.



Đáp án: 0,9

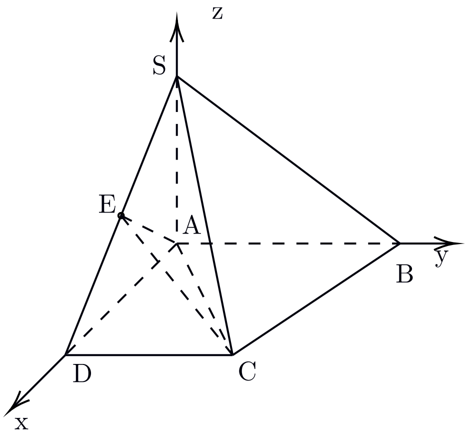
Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ.



Ta có $O(0;0;0), A \in Oz, B \in Ox, C \in Oy$ sao cho $AO = 5, OB = 2, OC = 4 \Rightarrow A(0;0;5), B(2;0;0), C(0;4;0)$. M là trung điểm OB nên $M(1;0;0)$. N là trung điểm OC nên $N(0;2;0)$.
Phương trình mặt phẳng (AMN) qua A và có véc-tơ pháp tuyến $[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}] = (10;5;2)$ là $10x + 5y + 2z - 10 = 0$.
Ta có $\mathrm{d}(B;(AMN)) = \mathrm{d}(O;(AMN)) = \dfrac{10}{\sqrt{129}} \approx 0{,}9$.

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và $D, SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng $45°, E$ là trung điểm của $SD, AB = 2a, AD = DC = a$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AEC) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Đáp án: 1,3

Lời giải.

Lấy $a = 1$. Ta có $(SB, (ABCD)) = \widehat{SBA} = 45^0 \Rightarrow \triangle ASB$ vuông cân tại A. Suy ra $SA = AB = 2$.
Ta có $A(0;0;0); S(0;0;2); C(1;1;0); B(0;2;0); D(1;0;0); E\left(\dfrac{1}{2};0;1\right)$.
Phương trình mặt phẳng (AEC) qua A và có véc-tơ pháp tuyến $[\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC}] = \left(-1;1;\dfrac{1}{2}\right)$ là $-2x + 2y + z = 0$.
Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AEC) là

$$\mathrm{d}(B,(AEC)) = \frac{|2 \cdot 2|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{4}{3} \approx 1{,}3.$$

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $S(-1;6;2), A(0;0;6)$, $B(0;3;0)$, $C(-2;0;0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$. Giả sử phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm S, B, H có dạng $x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $b + c + d$.

Đáp án: -17

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $\dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow -3x + 2y + z - 6 = 0$.
H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$ nên H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow H\left(\dfrac{19}{14}; \dfrac{31}{7}; \dfrac{17}{14}\right)$.
Mặt phẳng (SBH) qua $B(0;3;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến

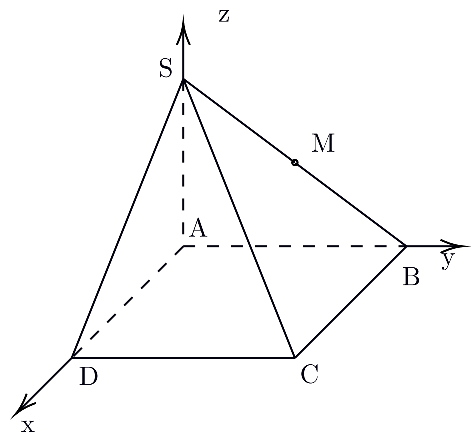
$$[\overrightarrow{BH}, \overrightarrow{SB}] = \left(\frac{11}{14}; \frac{55}{14}; -\frac{11}{2}\right) = \frac{11}{14}(1;5;-7).$$

Phương trình mặt phẳng (SBH) là $x + 5(y-3) - 7z = 0$
$\Leftrightarrow x + 5y - 7z - 15 = 0$. Ta có $b + c + d = -17$.

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB và G là trọng tâm của tam giác SCD. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AMG). Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

Đáp án: 2,8

Lời giải.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Ta có $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$.
M là trung điểm của $SB \Rightarrow M(0;2;2)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên $\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \\ z_A + z_C = z_B + z_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 4 \\ z_C = 0 \end{cases} \Rightarrow C(2;4;0)$.

G là trọng tâm của tam giác $SCD \Rightarrow G\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$.

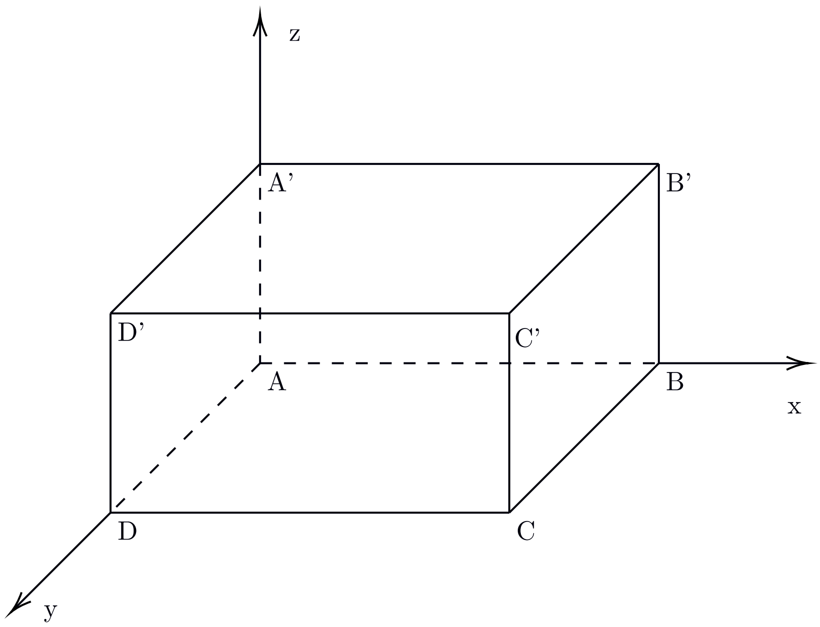
Phương trình mặt phẳng (AMG) qua A và có véc-tơ pháp tuyến $[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AG}] = \left(0;\frac{-8}{3};\frac{8}{3}\right)$ là $y - z = 0$.

Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AMG) là $\mathrm{d}(B,(AMG)) = \frac{|4|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \approx 2{,}8$.

CÂU 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có các kích thước $AB = 4, AD = 3, AA' = 5$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACB'. Gọi m là khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(AB'C)$ và n là khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(CB'D')$. Tính $m + n$.

Đáp án: 0

Lời giải.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Ta có $A(0;0;0), C(4;3;0), B'(4;0;5), B(4;0;0); D'(0;3;5)$. G là trọng tâm của tam giác $ACB' \Rightarrow G\left(\frac{8}{3};1;\frac{5}{3}\right)$.
Vì $G \in (ACB')$ nên $\mathrm{d}(G,(ACB')) = 0$.
Vì hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(CB'D')$ cắt nhau nên khoảng cách của chúng bằng 0.
Vậy $m + n = 0$.

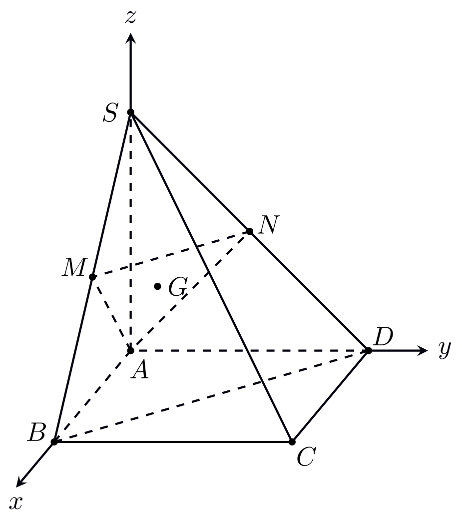
CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD và G là trọng tâm của tam giác AMN. Biết độ dài đoạn BG có dạng $x \cdot a$. Hỏi giá trị x bằng bao nhiêu? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,87

Lời giải.

Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó
$A \equiv O(0;0;0)$, $B\,(a;0;0)$, $D\,(0;a;0)$, $S\,(0;0;a)$.
Suy ra $M\left(\dfrac{a}{2};0;\dfrac{a}{2}\right)$ và $N\left(0;\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.
Vì G là trọng tâm của tam giác AMN nên $G\left(\dfrac{a}{6};\dfrac{a}{6};\dfrac{a}{3}\right)$.
Khi đó độ dài đoạn BG là

$$BG=\sqrt{\left(\frac{5a}{6}\right)^2+\left(\frac{a}{6}\right)^2+\left(\frac{a}{6}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a\approx 0{,}87a.$$



CÂU 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD và G là trọng tâm của tam giác AMN. Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) là bao nhiêu nếu $a=6\sqrt{3}$?

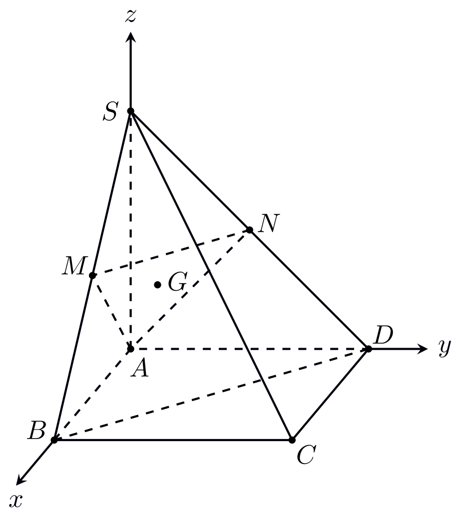
Đáp án: 2

Lời giải.
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ thỏa mãn:
$A \equiv O(0;0;0)$, $B\,(a;0;0)$, $D\,(0;a;0)$, $S\,(0;0;a)$.
Do đó $C(a;a;0)$.
Suy ra $M\left(\dfrac{a}{2};0;\dfrac{a}{2}\right)$ và $N\left(0;\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.
Vì G là trọng tâm của tam giác AMN nên $G\left(\dfrac{a}{6};\dfrac{a}{6};\dfrac{a}{3}\right)$.
Phương trình mặt phẳng (SBD) là

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}+\frac{z}{a}=1.$$

Do đó khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) là

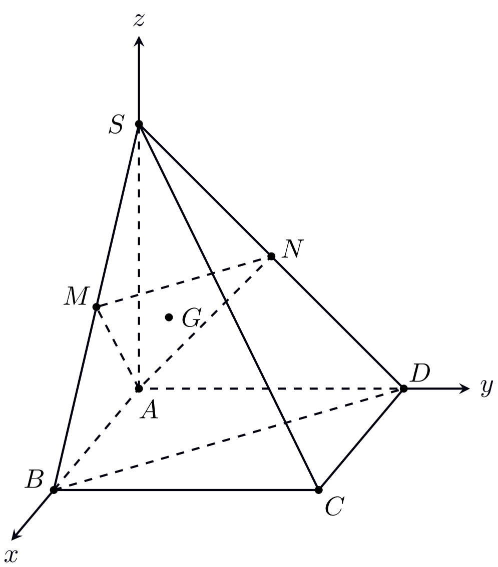
$$\mathrm{d}\left(G,(SBD)\right)=\frac{\left|\dfrac{1}{a}\cdot\dfrac{a}{6}+\dfrac{1}{a}\cdot\dfrac{a}{6}+\dfrac{1}{a}\cdot\dfrac{a}{3}-1\right|}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{a}\right)^2+\left(\dfrac{1}{a}\right)^2+\left(\dfrac{1}{a}\right)^2}}=\frac{a}{3\sqrt{3}}=2.$$



CÂU 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD và G là trọng tâm của tam giác AMN. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (AMN) biết $a=\sqrt{3}$.

Đáp án: 2

Lời giải.
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ thỏa mãn: $A\equiv O$, $B\,(a;0;0)$, $D\,(0;a;0)$, $S\,(0;0;a)$.
Do đó $C(a;a;0)$.
Suy ra $M\left(\dfrac{a}{2};0;\dfrac{a}{2}\right)$ và $N\left(0;\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.
Vì G là trọng tâm của tam giác AMN nên $G\left(\dfrac{a}{6};\dfrac{a}{6};\dfrac{a}{3}\right)$.
Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$. Mà $AC\perp BD$ nên $SC\perp BD$.
Hơn nữa vì $MN \parallel BD$ (tính chất đường trung bình) nên $SC\perp MN$. (1)
Lại có do $\triangle SAB$ cân tại A có M là trung điểm SB nên $AM\perp SB$.
Hơn nữa vì $BC\perp(SAB)$ nên $BC\perp AM$.
Do đó $AM\perp(SBC)$.
Suy ra $AM\perp SC$. (2)



Từ (1) và (2) ta có $SC \perp (AMN)$, hay $\overrightarrow{SC}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (AMN).
Hay mặt phẳng (AMN) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1;-1)$.
Phương trình mặt phẳng (AMN) là

$$x + y - z = 0.$$

Do đó khoảng cách từ C đến mặt phẳng (AMN) là

$$\mathrm{d}\left(C,(AMN)\right) = \frac{|a+a-0|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}} = \frac{2a}{\sqrt{3}} = 2.$$

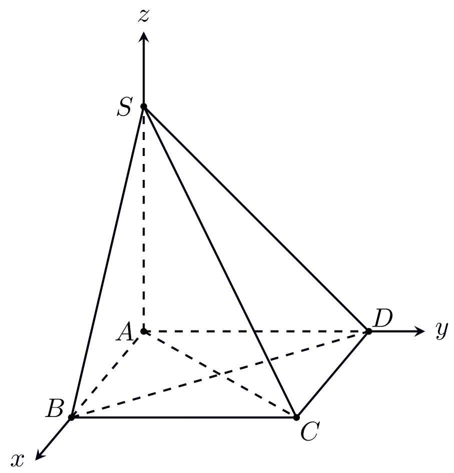
CÂU 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) biết $a = \sqrt{21}$.

Đáp án: 6

Lời giải.

Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.
Khi đó, ta có

$$A(0;0;0), B(a;0;0), C\left(a;a\sqrt{3};0\right), D\left(0;a\sqrt{3};0\right), S(0;0;a).$$



Phương trình mặt phẳng (SBD) là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{a\sqrt{3}} + \frac{z}{a} = 1.$$

Do đó khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) là

$$\mathrm{d}\left(C,(SBD)\right) = \frac{\left|\frac{1}{a}\cdot a + \frac{1}{a\sqrt{3}}\cdot a\sqrt{3} + \frac{1}{a}\cdot 0\right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{a\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2}} = \frac{2\sqrt{21}a}{7} = 6.$$

CÂU 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBD. Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SCD) biết $a = \sqrt{3}$.

Đáp án: 0,5

Lời giải.

Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.
Khi đó, ta có

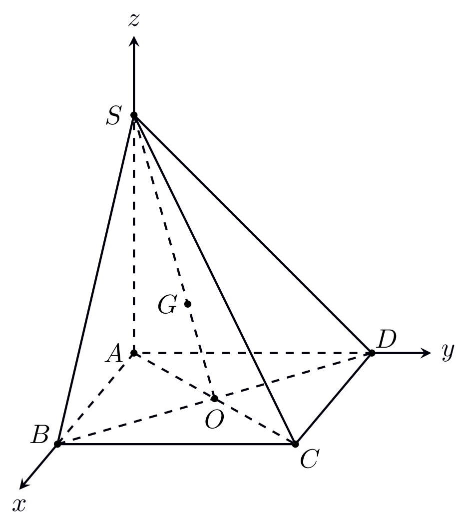
$$A(0;0;0), B(a;0;0), C\left(a;a\sqrt{3};0\right), D\left(0;a\sqrt{3};0\right), S(0;0;a).$$

G là trọng tâm của tam giác $SBD \Rightarrow G\left(\frac{a}{3};\frac{a\sqrt{3}}{3};\frac{a}{3}\right)$.

Gọi phương trình mặt phẳng (SCD) có dạng

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

Vì $S, C, D \in (SCD)$ nên ta có hệ



$$\begin{cases} Ca + D = 0 \\ Aa + a\sqrt{3}B + D = 0 \\ a\sqrt{3}B + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ C = B\sqrt{3} \\ Ca + D = 0. \end{cases}$$

Vì vậy phương trình mặt phẳng (SCD) là

$$y + \sqrt{3}z - a\sqrt{3} = 0.$$

Vậy khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SCD) là

$$\mathrm{d}\left(C,(SBD)\right) = \frac{\left|\frac{a\sqrt{3}}{3} + \frac{a\sqrt{3}}{3} - a\sqrt{3}\right|}{\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{6} = 0{,}5.$$

CÂU 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I, có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ và $\tan\alpha = \sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) có dạng $x \cdot a$. Tìm giá trị của x.

Đáp án: 0,5

Lời giải.

Hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ suy ra hình vuông đó có cạnh bằng a.

Ta có $\begin{cases}(SBD)\cap(ABCD)=BD\\ SI\perp BD\\ AI\perp BD\end{cases}$

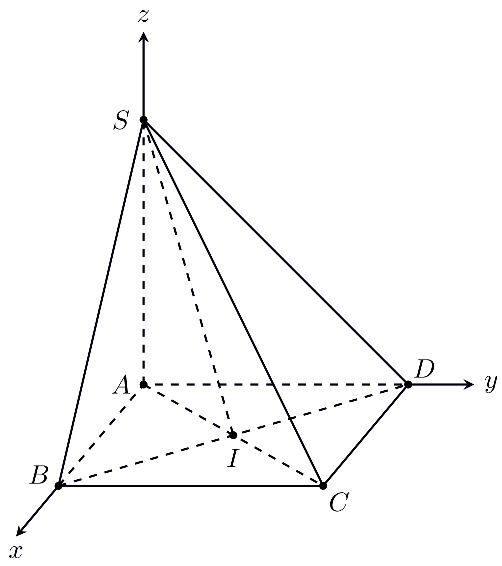
$\Rightarrow ((SBD);(ABCD)) = (SI;AI) = \widehat{SIA}$ Ta có $\tan\alpha = \tan\widehat{SIA} = \dfrac{SA}{AI} \Leftrightarrow SA = a$.

Ta xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;a;0)$, $S(0;0;a)$.

Suy ra $I\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};0\right)$.

Phương trình mặt phẳng (SAB) là $y=0$.

Vì vậy khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SAB) là $\dfrac{a}{2} = 0{,}5a$.



CÂU 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I, có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ và $\tan\alpha = \sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SCD) biết $a = 2\sqrt{2}$.

Đáp án: 1

Lời giải.

Hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ suy ra hình vuông đó có cạnh bằng a.

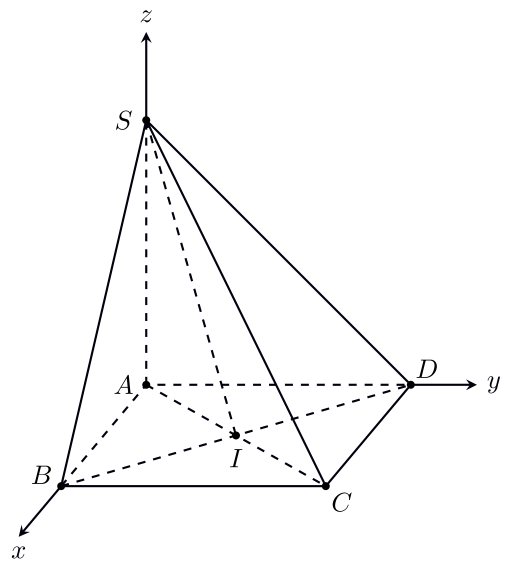
Ta có $\begin{cases}(SBD)\cap(ABCD)=BD\\ SI\perp BD\\ AI\perp BD\end{cases}$

$\Rightarrow ((SBD);(ABCD)) = (SI;AI) = \widehat{SIA}$. Ta có $\tan\alpha = \tan\widehat{SIA} = \dfrac{SA}{AI} \Leftrightarrow SA = a$.

Ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;a;0)$, $S(0;0;a) \Rightarrow I\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};0\right)$.

Phương trình mặt phẳng (SCD) có dạng

$$Ax+By+Cz+D=0.$$



Vì $S, C, D \in (SCD)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases}Ca+D=0\\ aAaB+D=0\\ aB+D=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}A=0\\ C=B\\ Ca+D=0.\end{cases}$$

Vì vậy phương trình mặt phẳng (SCD) là

$$y+z-a=0.$$

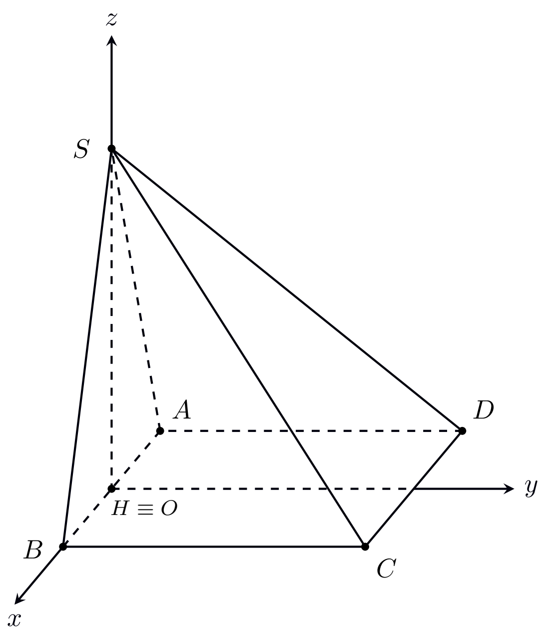
Vậy khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SCD) là

$$\mathrm{d}\left(C,(SCD)\right) = \frac{\left|\frac{a}{2}+0-a\right|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{4} = 1.$$

CÂU 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) biết $a = \sqrt{21}$.

Đáp án: 3

Lời giải.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó

$$S\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{2}\right);A\left(\frac{-a}{2};0;0\right);B\left(\frac{a}{2};0;0\right);C\left(\frac{a}{2};a;0\right);D\left(\frac{-a}{2};a;0\right).$$

Phương trình mặt phẳng (SBD) có dạng

$$Ax+By+Cz+D=0.$$

Vì $S,B,D\in(SBD)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases}\dfrac{a\sqrt{3}}{2}C+D=0\\ \dfrac{a}{2}A+D=0\\ -\dfrac{a}{2}A+aB+D=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=-\dfrac{2}{a}D\\ B=-\dfrac{2}{a}D\\ C=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3a}D.\end{cases}$$

Vì vậy phương trình mặt phẳng (SBD) là

$$x+y+\frac{\sqrt{3}}{3}z-\frac{a}{2}=0.$$

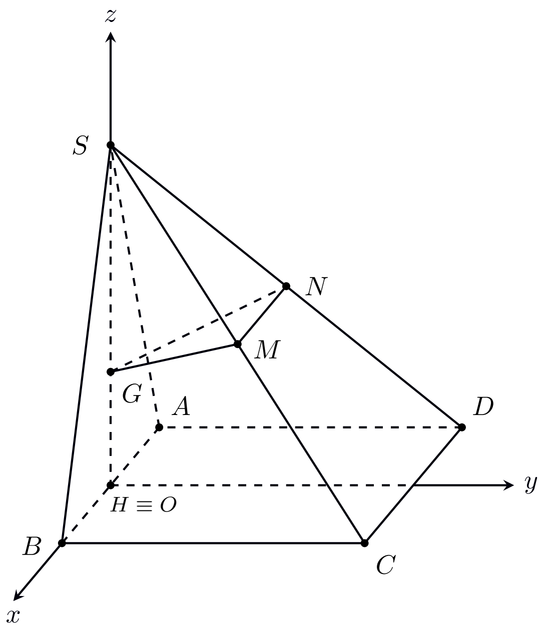
Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) là

$$\mathrm{d}\left(A,(SBD)\right)=\frac{\left|-\dfrac{a}{2}-\dfrac{a}{2}\right|}{\sqrt{1^2+1^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}=3.$$

CÂU 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD. Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (GMN) biết $a=\sqrt{14}$.

Đáp án: 2

Lời giải.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Khi đó $S\left(0;0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)$, $A\left(\dfrac{-a}{2};0;0\right)$, $B\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $C\left(\dfrac{a}{2};a;0\right)$ và $D\left(\dfrac{-a}{2};a;0\right)$.

Suy ra $G\left(0;0;\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\right)$, $M\left(\dfrac{a}{4};\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$, $N\left(-\dfrac{a}{4};\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$.

Phương trình mặt phẳng (GMN) có dạng

$$Ax+By+Cz+D=0.$$

Vì $G,M,N\in(GMN)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases}\dfrac{a\sqrt{3}}{6}C+D=0\\ \dfrac{a}{4}A+\dfrac{a}{2}B+\dfrac{a\sqrt{3}}{4}C+D=0\\ -\dfrac{a}{4}A+\dfrac{a}{2}B+\dfrac{a\sqrt{3}}{4}C+D=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=0\\ B=\dfrac{1}{a}D\\ C=-\dfrac{2\sqrt{3}}{a}D.\end{cases}$$

Vì vậy phương trình mặt phẳng (GMN) là

$$y-2\sqrt{3}z+a=0.$$

Vậy khoảng cách từ S đến mặt phẳng (GMN) là

$$\mathrm{d}\left(S,(GMN)\right)=\frac{|-2a|}{\sqrt{1^2+1^2+\left(-2\sqrt{3}\right)^2}}=\frac{2a\sqrt{14}}{14}=2.$$

Bài 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1 Xác định vectơ chỉ phương của ĐT, điểm thuộc ĐT

- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ. Nếu Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ.
- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với Δ thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2]$.
- PTĐT Δ dạng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$.
- PTĐT Δ dạng: $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$ $(a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0)$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$.

Chú ý:

- *Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.*
- *Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.*
- *Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.*

- Cho điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và đường thẳng Δ có phương trình

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$

Khi đó

$$M \in \Delta \Leftrightarrow \frac{x_M - x_0}{a} = \frac{x_M - y_0}{b} = \frac{x_M - z_0}{c};$$

$$M \notin \Delta \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{x_M - x_0}{a} \neq \dfrac{x_M - y_0}{b} \\ \dfrac{x_M - y_0}{b} \neq \dfrac{x_M - z_0}{c}. \end{array}\right.$$

- Cho điểm $M(x_M\,; y_M\,; z_M)$ và đường thẳng Δ có phương trình

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct. \end{cases}$$

Khi đó

$$M \in \Delta \Leftrightarrow t = \frac{x_M - x_0}{a} = \frac{x_M - y_0}{b} = \frac{x_M - z_0}{c}; M \notin \Delta \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{x_M - x_0}{a} \neq \dfrac{x_M - y_0}{b} \\ t = \dfrac{x_M - y_0}{b} \neq \dfrac{x_M - z_0}{c}. \end{array}\right.$$

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$. (B) $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$. (C) $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$. (D) $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

Lời giải.

Từ PTĐT d ta thấy vectơ $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$ là một véctơ chỉ phương của d.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x - 3}{2} = \dfrac{y - 4}{-5} = \dfrac{z + 1}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2 = (2; 4; -1)$. (B) $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$. (C) $\vec{u}_3 = (2; 5; 3)$. (D) $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d : \dfrac{x - 3}{2} = \dfrac{y - 4}{-5} = \dfrac{z + 1}{3}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1\,(2; -5; 3)$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

(A) $\vec{u}_1 = (3;-1;5)$. (B) $\vec{u}_4 = (-1;1;-2)$. (C) $\vec{u}_2 = (-3;1;5)$. (D) $\vec{u}_1 = (1;-1;-2)$.

Lời giải.

Đường thẳng (P) có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_4 = (1;-1;2) = -1\,(-1;1;-2) \Rightarrow \vec{u}_4 = (-1;1;-2)$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y-4}{2} = \dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu không phải là vectơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_1 = (-1;2;3)$. (B) $\vec{u}_2 = (3;-6;-9)$. (C) $\vec{u}_3 = (1;-2;-3)$. (D) $\vec{u}_4 = (-2;4;3)$.

Lời giải.

Ta có một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}_1 = (-1;2;3)$.
$\vec{u}_2 = -3\vec{u}_1$, $\vec{u}_3 = -\vec{u}_1 \Rightarrow$ các vectơ $\vec{u}_2, \vec{u}_3$ cũng là vectơ chỉ phương của d.
Không tồn tại số k để $\vec{u}_4 = k.\overrightarrow{u_1}$ nên $\vec{u}_4 = (-2;4;3)$ không phải là vectơ chỉ phương của d.

Chọn đáp án (D)

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 2z + 5 = 0$ làm một vectơ chỉ phương?

(A) $(Q)\colon x - y + 2 = 0$. (B) $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$. (C) $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z}{-1}$. (D) $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z+1}{1}$.

Lời giải.

Xét đường thẳng $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z}{-1}$, có một vectơ chỉ phương là $(-2;-1;-1) = -(2;1;1)$(thỏa đề bài).

Chọn đáp án (C)

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u} = (-2;4;5)$ là một vectơ chỉ phương?

(A) $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$.

Lời giải.

Xét đường thẳng $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$, có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;-4;-5) = -(-2;4;5)$ (thỏa đề bài).

Chọn đáp án (D)

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u} = (-2;4;5)$ là một vectơ chỉ phương?

(A) $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có đường thẳng $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$, có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;-4;-5) = -(-2;4;5)$ (thỏa đề bài).

Chọn đáp án (D)

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

(A) $\vec{d} = (-1;1;2)$. (B) $\vec{a} = (-1;0;-2)$. (C) $\vec{b} = (-1;0;2)$. (D) $\vec{c} = (1;2;2)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;0;2)$ suy ra đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\vec{b} = (-1;0;2)$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

(A) $\overrightarrow{u_4} = (-1;2;0)$. (B) $\overrightarrow{u_1} = (0;2;0)$. (C) $\overrightarrow{u_2} = (1;2;0)$. (D) $\overrightarrow{u_3} = (1;0;0)$.

Lời giải.

Ta có M_1 là hình chiếu của M lên trục $Ox \Rightarrow M_1(1;0;0)$.
M_2 là hình chiếu của M lên trục $Oy \Rightarrow M_2(0;2;0)$.
Khi đó $\overrightarrow{M_1M_2} = (-1;2;0)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2.

Chọn đáp án (A)

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A $Q(2;1;1)$. **B** $M(1;2;3$. **C** $P(2;1;-1)$. **D** $N(1;-2;3)$.

Lời giải.

Cho $\begin{cases} x-2=0 \\ y-1=0 \\ z+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=-1. \end{cases}$ Vậy $P(2;1;-1)\in d$.

Chọn đáp án C

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{3}$?

A $P(-1\,2;1)$. **B** $Q(1;-2;-1)$. **C** $N(-1;3;2)$. **D** $M(1;2;1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ các điểm vào PTĐT ta thấy điểm $P(-1;2;1)$ thỏa $\dfrac{-1+1}{-1}=\dfrac{2-2}{3}=\dfrac{1-1}{3}=0$. Vậy điểm $P(-1;2;1)$ thuộc đường thẳng d.

Chọn đáp án A

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{z-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A $N(4;2;-1)$. **B** $Q(2;5;1)$. **C** $M(4;2;1)$. **D** $P(2;-5;1)$.

Lời giải.

Ta có điểm $N(4;2;-1)$ thỏa mãn phương trình d.

Chọn đáp án A

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-t \\ y=5+t \\ z=2+3t. \end{cases}$

A $N(1;5;2)$. **B** $Q(-1;1;3)$. **C** $M(1;1;3)$. **D** $P(1;2;5)$.

Lời giải.

Ta có $N(1;5;2)$ thuộc d.

Chọn đáp án A

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$. Đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau sau đây?

A $K(1;-1;1)$. **B** $E(1;1;2)$. **C** $H(1;2;0)$. **D** $F(0;1;2)$.

Lời giải.

Thay tọa độ của $K(1;-1;1)$ vào PTTS của d ta được

$$\begin{cases} 1=t \\ -1=1-t \\ 1=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=2 \\ t=-1. \end{cases}$$

Vậy không tồn tại t hay $K\notin d$.

Tương tự, thay $E(1;1;2)$ vào PTTS của d ta được

$$\begin{cases} 1=t \\ 1=1-t \\ 2=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=0 \\ t=0. \end{cases}$$

Vậy không tồn tại t hay $E\notin d$.

Thay tọa độ của $H(1;2;0)$ vào PTTS của d ta được

$$\begin{cases} 1=t \\ 2=1-t \\ 0=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-1 \\ t=-2. \end{cases}$$

Vậy không tồn tại t hay $H\notin d$.

Thay tọa độ của $F(0;1;2)$ vào PTTS của d ta được

$$\begin{cases} 0=t \\ 1=1-t \\ 2=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=0 \\ t=0 \end{cases} \Leftrightarrow t=0.$$

Vậy $F \in d$.

Chọn đáp án (D) ....

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$?

(A) $Q(-1;1;3)$.
(B) $P(1;2;5)$.
(C) $N(1;5;2)$.
(D) $M(1;1;3)$.

Lời giải.

Với $t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow N(1;5;2) \in d$.

Chọn đáp án (C) ....

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+5}{4} = \dfrac{z-1}{-1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (3;4;1)$ là một vectơ chỉ phương.		X
b) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (-3;-4;1)$ là một vectơ chỉ phương.	X	
c) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (3;4;-1)$ là một vectơ chỉ phương.	X	
d) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (-6;-8;2)$ là một vectơ chỉ phương.	X	

Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+5}{4} = \dfrac{z-1}{-1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (3;4;-1)$.

a) Sai. Vì $\vec{u} \neq \vec{u}_d$.

b) Đúng. Vì $\vec{u} = (-3;-4;1) = -(3;4;-1) = -\vec{u}_d$.

c) Đúng.Vì $\vec{u} = \vec{u}_d$.

d) Đúng.Vì $\vec{u} = (-6;-8;2) = -2(3;4;-1) = -2\vec{u}_d$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d đúng | ....

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm $M(7;-3;-1)$ thuộc đường thẳng d.		X
b) Điểm $N(-1;1;-5)$ thuộc đường thẳng d.	X	
c) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (4;-2;3)$ là một vectơ chỉ phương.	X	
d) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = -(-4;2;-3)$ là một vectơ chỉ phương.	X	

Lời giải.

a) Sai. Thay $M(7;-3;-1)$ vào đường thẳng d, ta có

$$\begin{cases} 7 = 3 + 4t \\ -3 = -1 - 2t \\ -1 = -2 + 3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \\ t = \dfrac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow M(7;-3;-1) \notin d.$$

b) Đúng. Thay $N(-1;1;-5)$ vào đường thẳng d, ta có

$$\begin{cases} -1 = 3 + 4t \\ 1 = -1 - 2t \\ -5 = -2 + 3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow M(7;-3;-1) \in d.$$

c) Đúng. Vì một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (4; -2; 3)$.

d) Đúng.Vì $\vec{u} = (-4; 2; -3) = -(4; -2; 3)$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d đúng |

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-3}{2}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm $Q(2; -1; 2)$ thuộc đường thẳng d.		X
b) Điểm $P(1; 2; 3)$ thuộc đường thẳng d.	X	
c) Điểm $M(-1; -2; -3)$ thuộc đường thẳng d.		X
d) Điểm $N(-2; 1; -2)$ thuộc đường thẳng d.		X

Lời giải.

a) Sai. Vì tọa độ Q không thỏa phương trình d.

b) Đúng. Vì tọa độ P thỏa phương trình d.

c) Sai. Vì tọa độ M không thỏa phương trình d.

d) Sai. Vì tọa độ N không thỏa phương trình d.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d sai |

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm $M(-3; 5; 3)$ không thuộc đường thẳng d.		X
b) Điểm $N(1; 3; -1)$ không thuộc đường thẳng d.	X	
c) Điểm $P(3; 5; 3)$ không thuộc đường thẳng d.	X	
d) Điểm $Q(1; 2; -3)$ không thuộc đường thẳng d.	X	

Lời giải.

a) Sai. Vì tọa độ M thỏa phương trình d.

b) Đúng. Vì tọa độ N không thỏa phương trình d.

c) Đúng. Vì tọa độ P không thỏa phương trình d.

d) Đúng. Vì tọa độ Q không thỏa phương trình d.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d đúng |

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$,$B(1; 1; 2)$ và $C(2; 3; 1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-1}$.	X	
b) Đường thẳng đi qua hai điểm B, C có phương trình là $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$.	X	
c) Điểm $M(2; 3; 1)$ không thuộc đường thẳng BC.		X
d) Điểm $N(3; 5; 0)$ không thuộc đường thẳng BC.	X	

Lời giải.

a) Đúng. Gọi d là PTĐT qua $A(1; 2; 0)$ và song song với BC.
Ta có $\overrightarrow{BC} = (1; 2; -1) \Rightarrow d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{-1}$.

b) Đúng. Đường thẳng đi B có vecto chỉ phương $\overrightarrow{BC}=(1;2;-1)$ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

c) Sai. Vì tọa độ M thỏa phương trình BC.

d) Sai. Vì tọa độ N thỏa phương trình BC.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | .... □

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-3z+1=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$.		X
b) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$.	X	
c) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$.	X	
d) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.		X

Lời giải.

a) Sai. Gọi (Δ) là đường thẳng cần tìm. Vì đường thẳng (Δ) vuông góc với mặt phẳng (P) nên vectơ chỉ phương của (Δ) là $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_P}=(2;1;-3)$.

b) Đúng. Phương trình chính tắc của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;1;-3)$ là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

c) Đúng. Vì $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_P}=(2;1;-3)=-(-2;-1;3)$.

d) Sai. Vì đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | .... □

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 22. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng qua hai điểm M, N có dạng $\vec{u}=(a;b;2)$. Tìm $a+b$.

Đáp án: 2

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng qua hai điểm M, N là $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$.
Suy ra $a+b=2$.

CÂU 23. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $B(1;1;1)$, $C(3;4;0)$. Tìm vectơchỉ phương của đường thẳng Δ song song với BC có dạng $(a;b;-1)$. Tìm $a+b$.

Đáp án: 5

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$, đường thẳng Δ song song với BC nên có vectơ chỉ phương cùng phương với $\overrightarrow{BC}$.
Suy ra $a+b=5$.

CÂU 24. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z+1=0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $(a;b;2)$. Tìm $a+b$.

Đáp án: -2

Lời giải.

Đường thẳng Δ vuông góc với (P) nên có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\vec{n}_P=(1;-3;2)$.
Suy ra $a+b=-2$.

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y-z+2024=0$ và $(Q)\colon x-2y+2025=0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) có dạng $(a;1;c)$. Tìm $a+c$.

Đáp án: -6

Lời giải.

Đường thẳng Δ song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) nên có vectơ chỉ phương

$$\vec{u}=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(-2;1;-4).$$

Suy ra $a+c=-6$.

CÂU 26. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x + 3y - 2z - 2024 = 0$ và $\vec{a} = (1;1;0)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và song song vectơ $\vec{a}$ có dạng $(a;1;c)$. Tìm $a + c$.

Đáp án: 0

Lời giải.

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và song song vectơ $\vec{a}$ nên có vectơ chỉ phương

$$\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{a}] = (2;2;-2) = 2(1;1;-1).$$

Suy ra $a + c = 0$.

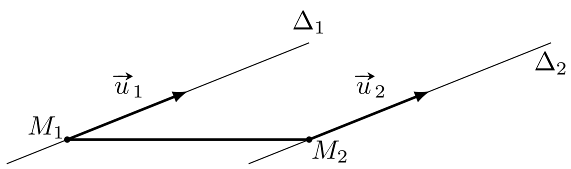
2 Xét vị trí tương đối hai ĐT

Trong không gian, hai vectơ được gọi là cùng phương khi giá của chúng cùng song song với một đường thẳng.
Trong không gian, ba vectơ được gọi là đồng phẳng khi giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.
Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b} = (b_1;b_2;b_3)$, $\vec{c} = (c_1;c_2;c_3)$

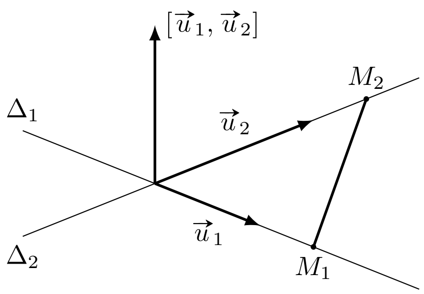
- Hai $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \vec{0}$.
- Hai $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right] \neq \vec{0}$.
- Ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c} = 0$.
- Ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c} \neq 0$.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1, M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có

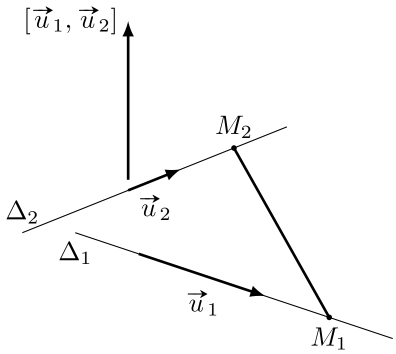
- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2} \text{ cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ \left[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}\right] = \vec{0}. \end{cases}$
- $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2} \text{ không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ \left[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}\right] \neq \vec{0}. \end{cases}$



- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ không cùng phương} \\ \vec{u}_1, \vec{u}_2, \overrightarrow{M_1M_2} \text{ đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \neq 0. \end{cases}$



- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \neq 0$.



Chú ý: Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta cũng có thể dựa vào các vectơ chỉ phương và phương trình của hai đường thẳng đó.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có PTTS:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = x_1 + a_1t_1 \\ y = y_1 + b_1t_1 \\ z = z_1 + c_1t_1 \end{cases} (t_1 \in \mathbb{R}), \quad \Delta_2 : \begin{cases} x = x_2 + a_2t_2 \\ y = y_2 + b_2t_2 \\ z = z_2 + c_2t_2 \end{cases} (t_2 \in \mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t_1, t_2: $\begin{cases} x_1 + a_1t_1 = x_2 + a_2t_2 \\ y_1 + b_1t_1 = y_2 + b_2t_2 \\ z_1 + c_1t_1 = z_2 + c_2t_2 \end{cases} \quad (*).$

Khi đó

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó

$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$$

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ và $d'\colon \begin{cases} x = 7 + 8t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ có vị trí tương đối là

(A) trùng nhau. (B) song song. (C) chéo nhau. (D) cắt nhau.

Lời giải.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (12; 6; 3)$ và đi qua điểm $M(-1; 2; 3)$.
Và đường thẳng d' có vectơ chỉ phương là $\vec{u'} = (8; 4; 2)$ và đi qua điểm $M'(7; 6; 5)$.
Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'} = (8; 4; 2) = \vec{u'}$ nên d trùng với d'.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-4}{3}$ và $d'\colon \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ có vị trí tương đối là

(A) trùng nhau. (B) song song. (C) chéo nhau. (D) cắt nhau.

Lời giải.

Ta có d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 1; 3)$ và đi qua điểm $M(1; -2; 4)$.
Và d' có vectơ chỉ phương là $\vec{u'} = (1; -1; 3)$ và đi qua điểm $M'(1; 0; -2)$.
Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'} = (-2; 2; -6)$ và $\left[\vec{u}, \vec{u'}\right] = (6; 9; 1) \neq \vec{0}$.
Ta cũng tính được $\overrightarrow{MM'} \cdot \left[\vec{u}, \vec{u'}\right] = 0$. Do đó d và d' cắt nhau.

Chọn đáp án (D) ....

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y}{-6}=\dfrac{z+1}{-8}$ và $d'\colon \dfrac{x-7}{-6}=\dfrac{y-2}{9}=\dfrac{z}{12}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?

(A) song song. (B) trùng nhau. (C) c. (D) héo nhau.

cắt nhau

Lời giải.

d có VTCP $\overrightarrow{u}=(4;-6;-8)$ và đi qua $M(2;0;-1)$.

d' có VTCP $\overrightarrow{u'}=(-6;9;12)$ và đi qua $M'(7;2;0)$.

Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'}=(5;2;1)$ và $\left[\overrightarrow{u},\overrightarrow{u'}\right]=\overrightarrow{0}$.

Lại có $\left[\overrightarrow{u},\overrightarrow{MM'}\right]=\overrightarrow{0}$.

Suy ra d song song với d'.

Chọn đáp án (A) ....

CÂU 4. Hai đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=-1+12t\\y=2+6t\\z=3+3t\end{cases}$ và $d'\colon \begin{cases}x=7+8t\\y=6+4t\\z=5+2t\end{cases}$ có vị trí tương đối là

(A) trùng nhau. (B) song song. (C) chéo nhau. (D) cắt nhau.

Lời giải.

d có VTCP $\overrightarrow{u}=(12;6;3)$ và đi qua $M(-1;2;3)$.

d' có VTCP $\overrightarrow{u'}=(8;4;2)$ và đi qua $M'(7;6;5)$.

Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'}=(8;4;2)$ Suy ra $\left[\overrightarrow{u},\overrightarrow{MM'}\right]=\overrightarrow{0}$ và $\left[\overrightarrow{u},\overrightarrow{u'}\right]=\overrightarrow{0}$.

Suy ra d trùng với d'.

Chọn đáp án (A) ....

CÂU 5. Trong không gian $ABCD.A'B'C'D'$, hai đường thẳng A và $B(a;0;0)$ có vị trí tương đối là

(A) trùng nhau. (B) song song. (C) chéo nhau. (D) cắt nhau.

Lời giải.

$D(0;a;0)$ có VTCP $A'(0;0;b)$ và đi qua $(a>0,b>0)$ M có VTCP CC' và đi qua $\dfrac{a}{b}$ Từ đó ta có $(A'BD)$ (MBD) và $\dfrac{1}{2}$ Suy ra -1 cắt $\dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án (D) ....

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-7}{1}=\dfrac{z-3}{4}$ và $d'\colon \dfrac{x-6}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng d song song đường thẳng d'.		X
b) Đường thẳng d trùng đường thẳng d'.		X
c) Đường thẳng d cắt đường thẳng d'.	X	
d) Đường thẳng d chéo đường thẳng d'.		X

Lời giải.

Ta có d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=(2;1;4)$ và đi qua điểm $M(1;7;3)$.

Và d' có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u'}=(3;-2;1)$ và đi qua điểm $M'(6;-1;-2)$.

Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'}=(5;-8;-5)$ và $\left[\overrightarrow{u},\overrightarrow{u'}\right]=(9;10;-7)\neq\overrightarrow{0}$.

Ta cũng tính được $\overrightarrow{MM'}\cdot\left[\overrightarrow{u},\overrightarrow{u'}\right]=0$. Do đó d và d' cắt nhau.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d sai | ....

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d'\colon \begin{cases}x=-1+t\\y=-t\\z=-2+3t\end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Tọa độ giao điểm của d và d' là $I(1;-2;4)$.	X	
b) Tọa độ giao điểm của d và d' là $I(1;2;4)$.		X

Mệnh đề	Đ	S
c) Đường thẳng d cắt đường thẳng d'.	X	
d) Đường thẳng d chéo đường thẳng d'.		X

Lời giải.

Thay phương trình d' và phương trình d, ta được

$$\frac{-1+t-1}{-2}=\frac{-t+2}{1}=\frac{-2+3t-4}{3}\Leftrightarrow t=2.$$

Suy ra giao điểm của d và d' là $I(1;-2;4)$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ☐

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_3\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $d_4\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.	X	
b) Đường thẳng d_3 cắt đường thẳng d_2.		X
c) Đường thẳng d_4 không cắt đường thẳng d_1.		X
d) Đường thẳng d_3 cắt đường thẳng d_1.		X

Lời giải.

Ta có d_1 có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;1)$ và đi qua điểm $M_1(3;-1;-1)$.
Và d_2 có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;1)$ và đi qua điểm $M_2(0;0;1)$.
Do $\overrightarrow{u_1}=\overrightarrow{u_2}$ và $M_1\notin d_2$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.
Ta có $\overrightarrow{M_1M_2}=(-3;1;2)$ và $\left[\overrightarrow{M_1M_2},\overrightarrow{u_1}\right]=(5;5;5)=5(1;1;1)$.
Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2, khi đó (α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;1)$.
Phương trình mặt phẳng (α) là $x+y+z-1=0$.
Gọi $A=d_3\cap(\alpha)$ thì $A(1;-1;1)$, điểm A không thuộc cả d_1 và d_2 nên d_3 không cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2.
Gọi $B=d_4\cap(\alpha)$ thì $B(-1;2;0)\notin d_1$ nên d_4 không cắt d_1.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d sai | ☐

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, gọi $I(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$ và $\Delta_2\colon \begin{cases}x=3-t\\y=3-2t\\z=-2+t\end{cases}$.

Tìm $a+b+c$.

Đáp án: 0

Lời giải.

Giao điểm của Δ_1 và Δ_2 thỏa mãn

$$\begin{cases}x=3-t\\y=3-2t\\z=-2+t\\\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3-t\\y=3-2t\\z=-2+t\\\dfrac{3-t-1}{2}=\dfrac{3-2t+1}{2}=\dfrac{-2+t}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\\z=0\\t=2.\end{cases}$$

Suy ra $a+b+c=0$.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, biết hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ cắt nhau tại $I(a;b;c)$. Tính giá trị $a+b+c$.

Đáp án: 1

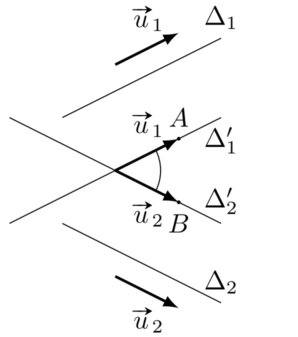
Lời giải.

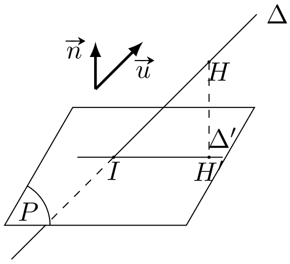
Giao điểm của d_1 và d_2 thỏa hệ

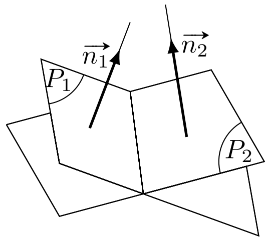
$$\begin{cases}\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}\\\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2x-y=0\\x-z=0\\x-2y=0\\x-2z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{1}{5}\\y=\dfrac{2}{5}\\z=\dfrac{4}{5}.\end{cases}$$

Vậy $a+b+c=1$.

3 Góc giữa hai đường thẳng. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Góc giữa hai mặt phẳng.







Chú ý :

$$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=|\cos(\vec{u}_1,\vec{u}_2)|=\frac{|\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|\cdot|\vec{u}_2|}$$

$$\sin(\Delta,(P))=|\cos(\vec{u},\vec{n})|=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}$$

$$\cos((P_1),(P_2))=|\cos(\vec{n}_1,\vec{n}_2)|=\frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}$$

- $\Delta_1\perp\Delta_2\Leftrightarrow\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}=0\Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$.
- Hai đường thẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là $0°$.
- Đường thẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng thì góc giữa chúng là 0^0.
- Hai mặt phẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là $0°$.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB, CD. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $\cos\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|}$. (B) $\cos\alpha=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|}$. (C) $\cos\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}$. (D) $\cos\alpha=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

Lời giải.

Ta có $\cos\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 2. Cho hai đường thẳng $d_1\colon\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=3\end{cases}$ và $d_2\colon\begin{cases}x=1-t\\y=2\\z=-2+t\end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là

(A) $30°$. (B) $120°$. (C) $150°$. (D) $60°$.

Lời giải.

Gọi $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của đường thẳng d_1 và d_2.
Ta có $\vec{u_1}=(1;1;0)$; $\vec{u_2}=(-1;0;1)$.
Áp dụng công thức ta có

$$\cos(d_1,d_2)=|\cos(\vec{u_1},\vec{u_2})|=\frac{|\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}|}{|\vec{u_1}|\cdot|\vec{u_2}|}=\frac{|-1|}{\sqrt{1+1}\cdot\sqrt{1+1}}=\frac{1}{2}.$$

$\Rightarrow(d_1,d_2)=60°$.

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 3. Cho đường thẳng $\Delta\colon\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 5x+11y+2z-4=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

(A) $60°$. (B) $-30°$. (C) $30°$. (D) $-60°$.

Lời giải.

Gọi $\vec{u}$, $\vec{n}$ lần lượt là vectơ chỉ phương, pháp tuyến của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) thì $\vec{u}=(1;-2;1)$, $\vec{n}=(5;11;2)$.
Áp dụng công thức ta có

$$\sin(\Delta,(P))=|\cos(\vec{u},\vec{n})|=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{|1\cdot5-11\cdot2+1\cdot2|}{\sqrt{5^2+11^2+2^2}\cdot\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\frac{1}{2}\Rightarrow(\Delta,(P))=30°.$$

Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon x - y + 3 = 0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

(A) 60°. (B) 30°. (C) 120°. (D) 45°.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.
Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 0)$.
Gọi α là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó ta có

$$\sin\alpha = \frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|} = \frac{|-1\cdot 1 + 2\cdot(-1) + 1\cdot 0|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2}\cdot\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Do đó $\alpha = 60^\circ$.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon -\sqrt{3}x + y + 1 = 0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox.

(A) 60°. (B) 30°. (C) 120°. (D) 150°.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (-\sqrt{3}; 1; 0)$.
Trục Ox có vectơ chỉ phương $\vec{i} = (1; 0; 0)$.
Góc tạo bởi (P) với trục Ox là

$$\sin((P), Ox) = |\cos((P), Ox)| = \frac{\left|\vec{n}\cdot\vec{i}\right|}{|\vec{n}|\cdot\left|\vec{i}\right|} = \frac{\left|-\sqrt{3}\cdot 1 + 1\cdot 0 + 0\cdot 0\right|}{\sqrt{3+1}\cdot\sqrt{1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy góc tạo bởi (P) với trục Ox bằng 60°.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 6. Cho mặt phẳng $(P)\colon 3x + 4y + 5z + 2 = 0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x - 2y + 1 = 0$, $(\beta)\colon x - 2z - 3 = 0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó

(A) 60°. (B) 45°. (C) 30°. (D) 90°.

Lời giải.

Đường thẳng d có phương trình: $\begin{cases} x = 2t \\ y = \dfrac{1}{2} + t \\ z = -\dfrac{3}{2} + t \end{cases}, t \in R.$

Suy ra vectơ chỉ phương của d là $\vec{u_d} = (2; 1; 1)$.

Ta có $\sin(d, (P)) = |\cos(\vec{u_d}, \vec{n})| = \dfrac{|\vec{u_d}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u_d}|\cdot|\vec{n}|} = \dfrac{|2\cdot 3 + 1\cdot 4 + 1\cdot 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}\cdot\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow (d, (P)) = 60^\circ$.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 7. Cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x - y + 2z - 1 = 0$ và $(\beta)\colon x + 2y - 2z - 3 = 0$. Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng

(A) $\dfrac{4}{9}$. (B) $-\dfrac{4}{9}$. (C) $\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$. (D) $-\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n_\alpha}$, $\vec{n_\beta}$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β) thì $\vec{n_\alpha} = (2; -1; 2)$, $\vec{n_\beta} = (1; 2; -2)$.

Áp dụng công thức:

$$\cos((\alpha), (\beta)) = |\cos(\vec{n_\alpha}, \vec{n_\beta})| = \frac{|\vec{n_\alpha}\cdot\vec{n_\beta}|}{|\vec{n_\alpha}|\cdot|\vec{n_\beta}|} = \frac{|2\cdot 1 - 1\cdot 2 - 2\cdot 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}\cdot\sqrt{(1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{9}.$$

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 8. Hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc 60°?

(A) $(P)\colon 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q)\colon x + 2y - z - 2 = 0$.
(B) $(P)\colon 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q)\colon -x + 2y + z - 5 = 0$.
(C) $(P)\colon 2x - 11y + 5z - 21 = 0$ và $(Q)\colon 2x + y + z - 2 = 0$.
(D) $(P)\colon 2x - 5y + 11z - 6 = 0$ và $(Q)\colon -x + 2y + z - 5 = 0$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng.

$$\cos((P),(Q)) = \frac{|\overrightarrow{n_P}\cdot\overrightarrow{n_Q}|}{|\overrightarrow{n_P}|\cdot|\overrightarrow{n_Q}|} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 9. Tính tổng các giá trị tham số m để mặt phẳng $(P)\colon\ (m+2)x+2my-mz+5=0$ và $(Q)\colon mx+(m-3)y+2z-3=0$ hợp với nhau một góc $\alpha=90^\circ$.

(A) 6. (B) 4. (C) 8. (D) -4.

Lời giải.

Phhương pháp giải: Xác định các vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q). Thay các giá trị vào biểu thức để tìm giá trị đúng. Dùng chức năng CALC trong máy tính bỏ túi để hỗ trợ việc tính toán nhanh nhất.
Mặt phẳng (P), (Q) có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_P}=(m+2;2m;-m)$, $\overrightarrow{n_Q}=(m;m-3;2)$.
Ta có $(P)\perp(Q)$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow\ \overrightarrow{n_P}\cdot\overrightarrow{n_Q}=0\\
&\Leftrightarrow\ (m+2)m+2m(m-3)-2m=0\\
&\Leftrightarrow\ 3m^2-6m=0\\
&\Leftrightarrow\ \left[\begin{aligned}&m=0\\&m=6.\end{aligned}\right.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) .... □

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+5=0$ và $(Q)\colon x-y+2=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 135°.		X
b) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 45°.	X	
c) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.		X
d) Điểm $M(0;5;0)$ thuộc mặt phẳng (P).	X	

Lời giải.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

$$\cos\alpha = \frac{|2\cdot1-1\cdot(-1)+2\cdot0|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}\cdot\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}} = \frac{1}{\sqrt2}.$$

$\Rightarrow \alpha=45^\circ$.
Thay $M(0;5;0)$ vào mặt phẳng (P) ta có $2\cdot0-5+2\cdot0+5=0\Rightarrow M\in(P)$.
Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | .... □

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q)\colon x-y-5=0$, và biết hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(2;-1;-2)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 135°.		X
b) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 45°.	X	
c) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 60°.		X
d) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 120°.		X

Lời giải.

Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(1;-1;0)$.
Hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(2;-1;-2)$.
Suy ra mặt phẳng (P) qua H và nhận $\overrightarrow{OH}=(2;-1;-2)$ làm vectơ pháp tuyến.
Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Ta có

$$\cos\varphi = \left|\cos\left(\overrightarrow{OH},\overrightarrow{n_Q}\right)\right| = \frac{|2+1+0|}{\sqrt{4+1+4}\cdot\sqrt{1+1+0}} = \frac{\sqrt2}{2} \Rightarrow \varphi=45^\circ.$$

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d sai | .... □

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z+3=0$, $(Q)\colon x-y-z-2=1$, $(R)\colon x+2y+2z-2=0$. Gọi α_1, α_2, α_3 lần lượt là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q), (Q) và (R), (R) và (P). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\alpha_1>\alpha_3>\alpha_2$.	X	
b) $\alpha_2>\alpha_3>\alpha_1$.		X

Mệnh đề	Đ	S
c) $\alpha_3>\alpha_2>\alpha_1$.		X
d) $\alpha_1>\alpha_2>\alpha_3$.		X

Lời giải.

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng. Sử dụng máy tính bỏ túi để tính góc rồi so sánh các giá trị đó với nhau.
Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d sai | .... □

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P). Tính số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q)\colon x+y-11=0$.

Đáp án: 45°

Lời giải.

Mặt phẳng (P) qua O và nhận $\overrightarrow{OH}=(2;1;2)$ làm vectơ pháp tuyến.
Mặt phẳng $(Q)\colon x-y-11=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;0)$.
Ta có

$$\cos\left(\widehat{(P),(Q)}\right)=\frac{\left|\overrightarrow{OH}\cdot\vec{n}\right|}{OH\cdot|\vec{n}|}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\widehat{((P),(Q))}=45^\circ.$$

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y+2z-5=0$. Xét mặt phẳng $(Q): x+(2m-1)z+7=0$, với m là tham số thực. Tính tổng tất cả giá trị của m để (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$.

Đáp án: 5

Lời giải.

Mặt phẳng $(P),(Q)$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_p}=(1;-2;2),\overrightarrow{n_Q}=(1;0;2m-1)$.
Vì (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$ nên

$$\begin{aligned}\cos\frac{\pi}{4}=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_p};\overrightarrow{n_Q}\right)\right| &\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{|1+2(2m-1)|}{3\cdot\sqrt{1+(2m-1)^2}}\\ &\Leftrightarrow 2(4m-1)^2=9\left(4m^2-4m+2\right)\\ &\Leftrightarrow 4m^2-20m+16=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m=4.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Do đó tổng các giá trị cần tìm là $4+1=5$.

CÂU 15. Biết mặt phẳng $(\alpha):(2m-1)x-3my+2z+3=0$ và $(\beta): mx+(m-1)y+4z-5=0$ vuông góc với nhau. Tính tích tất cả các giá trị tìm được của tham số m.

Đáp án: -8

Lời giải.

$$(\alpha)\perp(\beta)\Leftrightarrow(2m-1)\cdot m+(-3m)\cdot(m-1)+2\cdot4=0\Leftrightarrow -m^2+2m+8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\ m=-2.\end{array}\right.$$

Do đó tích các giá trị cần tìm là $4\cdot(-2)=-8$.

4 Lập PTĐT khi biết điểm và VTCP

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là

(A) $\begin{cases}x=2+5t\\ y=2+2t\\ z=-1-3t\end{cases}$.
(B) $\begin{cases}x=2+5t\\ y=2+2t\\ z=1+3t\end{cases}$.
(C) $\begin{cases}x=2+5t\\ y=2+2t\\ z=1-3t\end{cases}$.
(D) $\begin{cases}x=5+2t\\ y=2+2t\\ z=-3+t\end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$, phương trình của d là $\begin{cases}x=2+5t\\ y=2+2t\\ z=1-3t.\end{cases}$

Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có PTTS là

(A) $\begin{cases}x=1+2t\\ y=2t\\ z=1+t\end{cases}$.
(B) $\begin{cases}x=1+t\\ y=t\\ z=1+t\end{cases}$.
(C) $\begin{cases}x=1-t\\ y=t\\ z=1+t\end{cases}$.
(D) $\begin{cases}x=1+t\\ y=t\\ z=1-t\end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng MN nhận $\overrightarrow{MN}=(2;2;-2)$ hoặc $\vec{u}=(1;1;-1)$ là véc-tơ chỉ phương.

Thay tọa độ điểm $M(1;0;1)$ vào phương trình $\begin{cases}x=1+t\\ y=t\\ z=1-t\end{cases}$ ta thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng d: $\begin{cases}x=1+2t\\ y=3t\\ z=-2+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$?

(A) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$.
(C) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$.
(D) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$.

Lời giải.

Do đường thẳng d đi qua điểm $M(1;0;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;1)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$.

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng Oy có PTTS là

(A) $\begin{cases}x=t\\ y=t\\ z=t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.
(B) $\begin{cases}x=0\\ y=2+t\\ z=0\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.
(C) $\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.
(D) $\begin{cases}x=t\\ y=0\\ z=0\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Đường thẳng Oy đi qua điểm $A(0;2;0)$ và nhận véc-tơ đơn vị $\vec{j}=(0;1;0)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có PTTS là $\begin{cases}x=0\\ y=2+t\\ z=0\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, PTTS trục Oz là

(A) $z=0$.
(B) $\begin{cases}x=0\\ y=t\\ z=0\end{cases}$.
(C) $\begin{cases}x=t\\ y=0\\ z=0\end{cases}$.
(D) $\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=t\end{cases}$.

Lời giải.

Trục Oz đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và nhận véc-tơ đơn vị $\vec{k}=(0;0;1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có PTTS $\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=t.\end{cases}$

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, trục Ox có PTTS

(A) $x=0$.
(B) $y+z=0$.
(C) $\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=t\end{cases}$.
(D) $\begin{cases}x=t\\ y=0\\ z=0\end{cases}$.

Lời giải.

Trục Ox đi qua $O(0;0;0)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{i}=(1;0;0)$ nên có PTTS là $\begin{cases}x=0+1\cdot t\\ y=0+0t\\ z=0+0t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=t\\ y=0\\ z=0.\end{cases}$

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là

A $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$. **C** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Lời giải.

Vì đường thẳng song song với đường thẳng d nên nó có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;-1)$ hoặc $\vec{u}=(1;-2;1)$.

Lại có điểm $M(2;1;-1)$ thuộc đường thẳng $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$.

Vậy phương trình của đường thẳng là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A $\begin{cases}x=2+2t\\y=2-3t\\z=1-t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2-3t\\z=1-t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2+3t\\z=1+t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P).

Do d vuông góc với (P) nên d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;-1)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2-3t\\z=1-t.\end{cases}$

Chọn đáp án B .... □

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có PTTS là

A $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1+t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=1\end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) nên nhận $\vec{k}=(0;0;1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Mặt khác d đi qua $A(1;1;1)$ nên đường thẳng d có phương trình là $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1+t.\end{cases}$

Chọn đáp án B .... □

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+z-2=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A $\begin{cases}x=3+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=3+t\\y=2+t\\z=-1\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng $(P)\colon x+z-2=0$, mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;0;1)$.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với (P) nên véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ $\Rightarrow \vec{u}_\Delta=\vec{n}_{(P)}=(1;0;1)$.

PTĐT Δ đi qua $M(3;2;-1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(1;0;1)$ là

$$\begin{cases}x=3+t\\y=2\\z=-1+t.\end{cases}$$

Chọn đáp án A .... □

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. **B** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. **C** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;2)$, $\overrightarrow{AC}=(1;0;-1)$.

Mặt phẳng (ABC) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;4;2)$.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) có một véctơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 1)$.
Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

Chọn đáp án (D) ....

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$ cho $A(0; 0; 2)$, $B(2; 1; 0)$, $C(1; 2; -1)$ và $D(2; 0; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD).
Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1; 1; -1)$, $\overrightarrow{BD} = (0; -1; -2)$.
Mặt phẳng (BCD) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(BCD)} = \left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}\right] = (3; 2; -1)$.
Gọi $\vec{u}_d$ là vec tơ chỉ phương của đường thẳng d.
Vì $d \perp (BCD)$ nên $\vec{u}_d = \vec{n}_{(BCD)} = (3; 2; -1)$.
PTĐT d: $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$.
Do $M(3; 2; 1)$ thuộc d nên d: $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t. \end{cases}$

Chọn đáp án (B) ....

CÂU 13. Đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng $x + z - 5 = 0$ và $x - 2y - z + 3 = 0$ thì có phương trình là

(A) $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z}{-1}$. (B) $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{-1}$. (C) $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$. (D) $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-3}{-1}$.

Lời giải.

Ta có (P): $x + z - 5 = 0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n_1} = (1; 0; 1)$ và (Q): $x - 2y - z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n_2} = (1; -2; -1)$.
$\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (2; 2; -2) = 2(1; 1; 1)$. Suy ra Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 1; 1)$. Do đó đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng $x + z - 5 = 0$ và $x - 2y - z + 3 = 0$ thì có phương trình là

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}.$$

Do $M(3; 2; 1)$ thuộc d nên d: $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t. \end{cases}$

Chọn đáp án (C) ....

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) PTTS của đường thẳng d là $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$.		X
b) PTTS của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.		X
c) PTTS của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.		X
d) PTTS của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.	X	

Lời giải.

a) Sai.

Đường thẳng d: $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=4-t \\ z=5+4t \end{cases}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-1;4)$.

b) Sai.

Đường thẳng $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;4;5)$.

c) Sai.

Đường thẳng $\begin{cases} x=3-2t \\ y=1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$ không đi qua M.

d) Đúng.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Phương trình của d là $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t. \end{cases}$

Chọn đáp án | a sai | b sai | c sai | d đúng | ....□

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) PTĐT qua hai điểm M, N là $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$.		X
b) PTĐT qua hai điểm M, N là $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.		X
c) PTĐT qua hai điểm M, N là $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.	X	
d) PTĐT qua hai điểm M, N là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{-2}$.	X	

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$, $\overrightarrow{MN}=(1;-3;-2)$.

a) Sai.
Đường thẳng d: $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$ không qua M.

b) Sai.
Đường thẳng d: $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$ không qua M.

c) Đúng.
Đường thẳng MN qua N nhận $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.

d) Đúng.
Đường thẳng MN qua N nhận $\overrightarrow{NM}=(1;-3;-2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ....□

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng có PTTS là (d): $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$.	X	
b) Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.		X

Mệnh đề	Đ	S
c) Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{1}$.		X
d) Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{1-x}{-2}=\dfrac{2-y}{1}=\dfrac{-z-3}{-1}$.	X	

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-3)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;1)$.

a) **Đúng.**
Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-3)$ nhận véc tơ $\vec{u}=(2;-1;1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình dạng chính tắc là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$.

b) **Sai.**
Đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ không qua M.

c) **Sai.**
Đường thẳng $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{1}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;1)$.

d) **Đúng.**
Ta có $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}\Leftrightarrow\dfrac{1-x}{-2}=\dfrac{2-y}{1}=\dfrac{-z-3}{-1}$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | .... □

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng d: $\dfrac{x+4}{-2}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z-3}{1}$. Khi đó

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là $\begin{cases}x=1-2t\\y=2-3t\\z=3+t\end{cases}$.	X	
b) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=3-t\end{cases}$.	X	
c) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.	X	
d) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+3}{-1}$.		X

Lời giải.

Ta có đường thẳng Δ song song với đường thẳng d nên có vectơ chỉ phương là
$\vec{u}_\Delta=\vec{u}_d=(-2;-3;1)=-(2;3;-1)$.

a) **Đúng.**
Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ nhận véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;-3;1)$ có phương trình là $\begin{cases}x=1-2t\\y=2-3t\\z=3+t\end{cases}$.

b) **Đúng.**
Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ nhận véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;-1)$ có phương trình là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=3-t\end{cases}$.

c) **Đúng.**
Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ nhận véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;-1)$ có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.

d) **Sai.**
Đường thẳng $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+3}{-1}$ không qua $A(1;2;3)$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | .... □

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;3)$, $B(1;3;4)$ và $C(3;-1;5)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-2+4t \\ z=3-t \end{cases}$.	X	
b) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z+3}{1}$.		X
c) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{9}$.		X
d) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{1}$.	X	

Lời giải.

Véctơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm là $\overrightarrow{BC}=(2;-4;1)=-(-2;4;-1)$.

a) Đúng.
Đường thẳng đi qua $A(2;-2;3)$ và song song với BC nhận véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;-1)$ có phương trình là $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-2+4t \\ z=3-t. \end{cases}$

b) Sai.
Đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z+3}{1}$ không đi qua $A(2;-2;3)$.

c) Sai.
Đường thẳng d: $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{9}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;2;9)$.

d) Đúng.
Đường thẳng $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+3}{-1}$ không qua $A(1;2;3)$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | .... □

5 Lập PTĐT liên quan đến song song

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-3;3)$ và mặt phẳng (P): $x+y+z=0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-4}{4}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$. Ⓑ $\dfrac{x+4}{4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. Ⓒ $\dfrac{x+4}{-4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. Ⓓ $\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần lập.
Mặt phẳng (P) có một VTPT $\vec{n}=(1;1;1)$.
Theo đề, ta có $\Delta\cap Oz=B(0;0;c)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(4;3;c-3)$ là một véc-tơ của Δ.
Khi đó
$$\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=0\Leftrightarrow 4\cdot1+3\cdot1+(c-3)\cdot1=0\Leftrightarrow c-3=-7.$$

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(4;3;-7)$.
Vậy Δ: $\dfrac{x+4}{4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$ hay Δ: $\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$.
Chọn đáp án D .... □

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y-z+9=0$, đường thẳng d: $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết PTĐT Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P).

A $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. **B** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **C** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. **D** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.
d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;3;2)$ và $B(3;3;0)\in d$.
Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=(a;b;c)$ và $A(1;2;-1)\in\Delta$ (trong đó $a^2+b^2+c^2>0$).
$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2;1;1); d \,/\!/\, (P)\Leftrightarrow \vec{u}_\Delta\cdot\vec{n}=0\Leftrightarrow a+b-c=0\Leftrightarrow c=a+b\Rightarrow \vec{u}_\Delta=(a;b;a+b)$.
Do d cắt $\Delta\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]\cdot\vec{u}_\Delta=0\Leftrightarrow 2a+b=0\Leftrightarrow b=-2a$.
Chọn $a=-1\Rightarrow b=2\Rightarrow c=1\Rightarrow \vec{u}_\Delta=(-1;2;1)\Rightarrow\Delta\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.
Vậy $\Delta\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.
Chọn đáp án A .... □

CÂU 3. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+z-2=0$. Viết PTĐT Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

A $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$. **B** $\Delta\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
C $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$. **D** $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z+4}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_d=(3;-5;-1)$ là véc-tơ chỉ phương của d.
$\vec{n}_{(P)}=(2;0;1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).
$\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(-5;-5;10)=-5(1;1;-2)$.
Do Δ vuông góc với d và song song với (P) nên $\vec{u}=(1;1;-2)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ.
Khi đó, phương trình của Δ là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
Chọn đáp án C .... □

CÂU 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+z-1=0$, $(\beta)\colon 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng (α), (β) có phương trình là

A $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. **B** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$. **C** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải.

(α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(1;-2;1)$, (β) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2=(2;1;-1)$.
Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]=(1;3;5)$.
Phương trình của đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.
Chọn đáp án B .... □

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng Oxy có phương trình là

A $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_{(P)}=(1;1;0)$, $\vec{n}_{(Oxy)}=(0;0;1)$.
Gọi d là đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy). Khi đó

$$\begin{cases}\vec{n}_d\perp\vec{n}_{(P)}\\ \vec{n}_d\perp\vec{n}_{(Oxy)}\end{cases}\Rightarrow \vec{n}_d=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Oxy)}\right]=(1;-1;0).$$

Vậy $d\colon \begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1.\end{cases}$
Chọn đáp án B .... □

CÂU 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P)\colon x-y+z-4=0$, $(Q)\colon 2x+y+z+4=0$.

A $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-5}{-3}$. **B** $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-5}{-3}$. **C** $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+5}{-3}$. **D** $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{-3}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;-1;1)$; mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=(2;1;1)$.
Nhận thấy $A\notin(P), A\notin(Q)$.

Gọi đường thẳng cần lập là d và $\vec{u}$ là một véc-tơ chỉ phương của nó.
Ta chọn $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (2; -1; -3)$.
Mặt khác, d qua $A(3; -1; 5)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-5}{-3}$.

Chọn đáp án (B) ....□

CÂU 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z+1}{-2}$. **(B)** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+1}{5}$. **(C)** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$. **(D)** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải.

(α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -2; 1)$, (β) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$.
Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (1; 3; 5)$.
Phương trình của đường thẳng là $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+1}{5}$.

Chọn đáp án (B) ....□

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$; $d_2\colon \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z+4}{-1}$; $d_3\colon \dfrac{x+3}{4} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

(A) $\dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{6}$. **(B)** $\dfrac{x-3}{-4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-6}$. **(C)** $\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-4}{6}$. **(D)** $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+4}{6}$.

Lời giải.

Từ $d_1\colon \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-2} \Rightarrow d_1\colon \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 2t. \end{cases}$

Véc-tơ chỉ phương của d_2 là $\vec{u}_2 = (3; -2; -1)$.
Véc-tơ chỉ phương của d_3 là $\vec{u}_3 = (4; -1; 6) = -(-4; 1; -6)$.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_2 và song song với d_3, suy ra véc-tơ chỉ phương của (P) là $\vec{n}_P = [\vec{u}_2; \vec{u}_3] = (-13; -22; 5)$ và $A(-1; 0; -4) \in (P)$.
$\Rightarrow (P)\colon -13(x+1) - 22(y-0) + 5(z+4) = 0 \Leftrightarrow (P)\colon 13x + 22y - 5z - 7 = 0$.
Gọi B là giao điểm của (P) và d_1. Đường thẳng đi qua B và song song với d_3 chính là đường thẳng cần tìm.
Gọi $B(3 + 2t; -1 + t; 2 - 2t)$. Thay tọa độ B vào $(P)\colon 13(3 + 2t) + 22(-1 + t) - 5(2 - 2t) - 7 = 0 \Rightarrow t = 0 \Rightarrow B(3; -1; 2)$.
Vậy PTĐT cần tìm là $\dfrac{x-3}{-4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-6}$.

Chọn đáp án (B) ....□

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P)\colon 2x + y + 2z - 5 = 0$ và điểm $A(1; 1; -2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là

(A) $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{-2}$. **(B)** $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{-2}$.

(C) $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{-3}$. **(D)** $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{2}$.

Lời giải.

d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 2)$.
(P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; 2)$.
Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d.
$\Rightarrow \Delta$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{v} = [\vec{u}, \vec{n}] = (2; 2; -3)$, và Δ đi qua điểm $A(1; 1; -2)$.
Vậy phương trình của Δ là $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{-3}$.

Chọn đáp án (C) ....□

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 2z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{3} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{1}$, $d_2\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+3}{1}$. Xét các điểm A, B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P). Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

(A) Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-9; 8; -5)$.

(B) Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-5; 8; -5)$.

(C) Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; -5)$.

(D) Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 5; -2)$.

Lời giải.

$A \in d_1 \Rightarrow A(3a; 1-a; -1+a)$; $B \in d_2 \Rightarrow B(2+b; 1-2b; -1+b)$.
$\overrightarrow{AB} = (2+b-3b; -2b+a; b-2-a)$; $n_P = (2; -1; 2)$.
Do $AB \parallel (P)$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}b$.
Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $I\left(1+\frac{2}{3}b; 1-\frac{8}{6}b; -2+\frac{5}{6}b\right)$.
Suy ra tập hợp điểm I là một đường thẳng $\begin{cases} x = 1+\frac{2}{3}b \\ y = 1-\frac{8}{6}b \\ z = -2+\frac{5}{6}b. \end{cases}$
Suy ra tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-9; 8; -5)$.
Chọn đáp án A ☐

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+2t \\ z = 4-2t \end{cases}$ và $d'\colon \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$. Phương trình nào dưới đây là PTĐT thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{-2}$. **B** $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+2}{2}$. **C** $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{2}$. **D** $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-2}$.

Lời giải.
d đi qua $A(2; 1; 4)$và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u_1} = (-1; 2; -2)$.
d' đi qua $B(4; -1; 0)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; -2; 2)$.
Ta có $\vec{u_1} = -\vec{u}_2$ và $\frac{2-4}{1} \neq \frac{1+1}{-2} \neq \frac{4}{2}$ nên $d \parallel d'$.
Đường thẳng Δ thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó khi và chỉ khi $\begin{cases} \Delta \parallel d \parallel d' \\ \mathrm{d}(\Delta, d) = \mathrm{d}(\Delta, d') \end{cases}$ hay Δ qua trung điểm $I(3; 0; 2)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Khi đó phương trình của Δ là $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{2}$.
Chọn đáp án C ☐

CÂU 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8 = 0$, điểm $A(2; -1; 3)$. PTĐT Δ cắt d và (P) lần lượt tại Mvà N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là

A $\frac{x+1}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-5}{2}$. **B** $\frac{x-2}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{2}$. **C** $\frac{x-5}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{2}$. **D** $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{2}$.

Lời giải.
Đường thẳng d có PTTS $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = t \\ z = 2+t. \end{cases}$
Điểm M thuộc đường thẳng d nên $M(-1+2t; t; 2+t)$.
Điểm A là trung điểm của MN nên $\begin{cases} x_N = 2x_A - x_M = 5-2t \\ y_N = 2y_A - y_M = -2-t \\ z_N = 2z_A - z_M = 4-t \end{cases} \Rightarrow N(5-2t; -2-t; 4-t)$. Mặt khác điểm $N \in (P)$ nên $5-2t-2-t-8+2t+8 = 0 \Leftrightarrow t = 3$.
Suy ra $M(5; 3; 5)$.
Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM} = (3; 4; 2)$ và đi qua điểm $M(5; 3; 5)$ nên có phương trình là $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{2}$.
Chọn đáp án D ☐

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm A và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y-3z-7 = 0$, đường thẳng $d\colon \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Phương trình nào sau đây là PTĐT Δ đi qua A, song song (P) và cắt đường thẳng d?

A $\begin{cases} x = 3+11t \\ y = 2-54t \\ z = -4+47t \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x = 3+54t \\ y = 2+11t \\ z = -4-47t \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x = 3+47t \\ y = 2+54t \\ z = -4+11t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x = 3-11t \\ y = 2-47t \\ z = -4+54t \end{cases}$.

Lời giải.
Ta có $\vec{n}_{(P)} = (3; -2; -3)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Đường thẳng d đi qua điểm $M(2; -4; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (3; -2; 2)$.
Giả sử $\Delta \cap d = M$ nên $M(2+3t; -4-2t; 1+2t)$ khi đó véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u_\Delta} = \overrightarrow{AM} = (3t-1; -2t-6; 2t+5)$.

$\overrightarrow{AM} \perp \vec{n}_P \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n}_P = 0$ nên $3(3t-1) - 2(-2t-6) - 3(2t+5) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{6}{7}$.

Suy ra $\overrightarrow{AM} = (\frac{11}{7}; -\frac{54}{7}; \frac{47}{7}) = \frac{1}{7}(11; -54; 47)$.

Vậy PTĐT Δ là $\begin{cases} x = 3 + 11t \\ y = 2 - 54t \\ z = -4 + 47t. \end{cases}$

Chọn đáp án (A) .... $\square$

CÂU 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x - 2z - 6 = 0$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$. Viết PTĐT Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d.

(A) $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z+2}{1}$. **(B)** $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z+2}{1}$. **(C)** $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z+2}{1}$. **(D)** $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Giao điểm I của d và α là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 - t \\ x - 2z - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(2; 4; -2)$.

Mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 0; -2)$ đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; -1)$.
Khi đó đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là $[\vec{n}, \vec{u}] = (2; -1; 1)$.

Đường thẳng Δ qua điểm I và có một véc-tơ chỉ phương $[\vec{n}, \vec{u}] = (2; -1; 1)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z+2}{1}$.

Chọn đáp án (B) .... $\square$

CÂU 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P)\colon x + y + z + 1 = 0, (Q)\colon x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là PTĐT đi qua A, song song với (P) và (Q)?

(A) $\begin{cases} x = 1 + 1t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$. **(B)** $\begin{cases} x = -1 + 1t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$. **(C)** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **(D)** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$, mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; -1; 1)$.
Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) , nên có véc-tơ chỉ phương là $[\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (2; 0; -2) = 2(1; 0; -1)$.

Vậy phương trình d là $\begin{cases} x = 1 + 1t \\ y = -2 \\ z = 3 - t. \end{cases}$

Chọn đáp án (A) .... $\square$

CÂU 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{2}$, $d_2\colon \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -2t \\ z = -4 - t \end{cases}$, $d_3\colon \dfrac{x+}{4}$ $= \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2 có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-4}{6}$. **(B)** $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+4}{6}$. **(C)** $\dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{6}$. **(D)** $\dfrac{x-3}{-4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-6}$.

Lời giải.

Gọi Δ đường thẳng song song với d_3 và cắt d_1 và d_2.
$\vec{u}_\Delta, \vec{u}_3$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của Δ và d_3.
Ta có $\Delta \cap d_1 = A \Rightarrow A(2x+3; x-1; -2x+2); \Delta \cap d_2 = B \Rightarrow B(-1+3y; -2y; -4-y)$.
$\overrightarrow{AB} = (3y - 2x - 4; -2y - x + 1; -y + 2x - 6)$.

Vì $\Delta \parallel d_3 \Rightarrow \vec{u}_\Delta = k\vec{u}_3 \Rightarrow \dfrac{3y - 2x - 4}{4} = \dfrac{-2y - x + 1}{-1} = \dfrac{-y + 2x - 6}{6}$.

Suy ra

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4 = -8y - 4x + 4 \\ -12y - 6x + 6 = y - 2x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 5y = 0 \\ -13y + 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 0.$$

Từ đó suy ra $A(3; -1; 2); B(-1; 0; -4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-4; 1; -6)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ. Vậy phương trình của Δ là $\dfrac{x-3}{-4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-6}$.

Chọn đáp án (D) .... $\square$

CÂU 17. Trong không gian, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y-z-4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với (P), biết Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$, đồng thời Δ đồng phẳng và không song song với Oz. Tính $\dfrac{a}{c}$.

A $\dfrac{a}{c}=2$. **B** $\dfrac{a}{c}=-2$. **C** $\dfrac{a}{c}=-\dfrac{1}{2}$. **D** $\dfrac{a}{c}=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

(P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.
Δ đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.
Oz đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.
Δ không song song với $Oz \Leftrightarrow a:b:c\neq 0:0:1$.
Δ đồng phẳng với $Oz \Leftrightarrow$ Ba véc-tơ $\vec{u};\vec{k};\overrightarrow{OA}$ đồng phẳng. khi đó ta có

$$\left[\vec{k},\overrightarrow{OA}\right]\vec{u}=0\Leftrightarrow a+2b=0\Leftrightarrow a=-2b.$$

Do $\Delta \parallel (P)\Rightarrow \vec{u}\perp\vec{n}\Leftrightarrow \vec{u}\cdot\vec{n}=\vec{0}\Leftrightarrow a+b-c=0\Rightarrow c=-b$.
Suy ra $\dfrac{a}{c}=2$.
Chọn đáp án A ☐

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, viết PTTS của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)\colon x+y-3=0$ và $(Q)\colon 2x-y+z-3=0$.

A $\begin{cases}x=1+3t\\y=3-t\\z=-2+t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=1-3t\\y=3+t\\z=-2+t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

Lời giải.

Hai mặt phẳng $(P)\colon x+y-3=0$ và $(Q)\colon 2x-y+z-3=0$ có véc-tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_P=(1;1;0)$; $\vec{n}_Q=(2;-1;1)$.
Giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(1;-1;-3)$.
Đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)\colon x+y-3=0$ và $(Q)\colon 2x-y+z-3=0$ nhận véc-tơ $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương có PTTS là $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2-3t.\end{cases}$
Chọn đáp án C ☐

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d'\colon\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là PTĐT thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. **B** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$. **C** $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. **D** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

Lời giải.

Ta thấy hai đường thẳng d và d' có cùng véc-tơ chỉ phương hay $d\parallel d'$.
Vậy đường thẳng cần tìm có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;1;-2)$ và đi qua trung điểm $I(3;-2;2)$ của AB với $A(2;-3;4)\in d$ và $B(4;-1;0)\in d'$.
Vậy PTĐT cần tìm là $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.
Chọn đáp án A ☐

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=-2+2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm PTĐT Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

A $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B** $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{-1}$. **C** $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+3}{-1}$. **D** $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Lời giải.

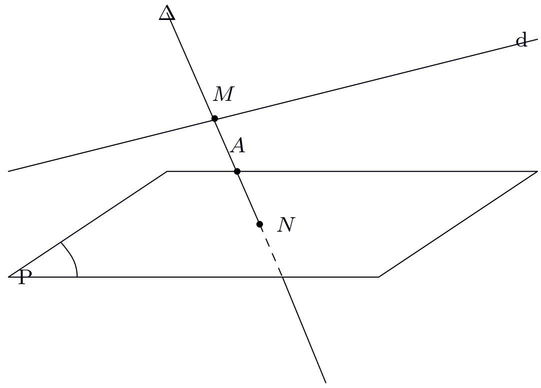
Theo giả thiết $N\in d\Rightarrow N(2t-2;t+1;1-t)$.
Mà A là trung điểm $MN\Rightarrow M(4-2t;5-t;3+t)$.
Mặt khác, $M\in(P)\Leftrightarrow 2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0\Leftrightarrow t=-2$.
$\Rightarrow N(-6;-1;3)\Rightarrow \overrightarrow{NA}=(7;4;-1)$.
Đường thẳng Δ đi qua $N(-6;-1;3)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{NA}=(7;4;-1)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$.
Chọn đáp án A ☐

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Một véc-tơ chỉ phương của Δ là

(A) $\vec{u}=(4;5;-13)$. (B) $\vec{u}=(2;3;2)$. (C) $\vec{u}=(1;-1;2)$. (D) $\vec{u}=(-3;5;1)$.

Lời giải.

Ta có $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}\Rightarrow\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2+t.\end{cases}$



Do đó $M\in d\Rightarrow M(-1+2t;t;2+t)$.
Vì $A(1;-1;2)$ là trung điểm MN.
Suy ra $N(3-2t;-2-t;2-t)$.
Mặt khác $N\in(P)\Rightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0\Leftrightarrow t=2$.
$\Rightarrow M(3;2;4)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(2;3;2)$ là một vec-tơ chỉ phương của Δ.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=4+t\\y=-4-t\\z=6+2t\end{cases}$; $d_2\colon\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-11}{4}=\dfrac{z-5}{2}$.

Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt d_1 ; d_2 lần lượt ở B, C. Tính tỉ số $\dfrac{AB}{AC}$.

(A) 2. (B) 3. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải.

$B\in d_1\Rightarrow B(4+t;-4-t;6+2t)$. PTTS của d_2: $\begin{cases}x=5+2s\\y=11+4s\\z=5+2s\end{cases}$.

$C\in d_2\Rightarrow C(5+2s;11+4s;5+2s)$.
Khi đó $\overrightarrow{AB}=(1-t;-1-t;2t+1)$; $\overrightarrow{AC}=(2s;4s+14;2s)$.
Do A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

$\Leftrightarrow\exists k\in\mathbb{R}\colon\overrightarrow{AB}=k\cdot\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\begin{cases}t-1=2ks\\-t-1=4ks+14k\\2t+1=2ks\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-2\\s=-3\\k=\dfrac{1}{2}\end{cases}$. Do đó $\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Suy ra $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án (C) .... □

6 Lập PTĐT liên quan đến vuông góc

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;3)$.
Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz.
Gọi $N(0;0;t)=\Delta\cap Oz\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-1;0;t-1)$.
$\Delta\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow t=\dfrac{4}{3}\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(-1;0;\dfrac{1}{3}\right)$.
Khi đó $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{u_1}=(-3;0;1)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;0;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $(-3;0;1)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 0 \\ z = 1+t. \end{cases}$

Chọn đáp án (A)

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+4t. \\ z = 3t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+t \ . \\ z = 3+3t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+3t. \\ z = 3+2t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+3t. \\ z = 2t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

$d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;2)$.

Gọi $M(0;m;0) \in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM} = (-2;m-1;-3)$.

Do $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2-2(m-1)-6 = 0 \Leftrightarrow m = -3$. Ta có Δ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM} = (-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+4t \\ z = 3t. \end{cases}$

Chọn đáp án (A)

CÂU 3. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình : $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}$. Viết PTĐT Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

(A) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{1}$. (B) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z-2}{1}$. (C) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{1}$. (D) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải.

Cách 1

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}$ có vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1;2)$.

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận vec-tơ chỉ phương của d là vec-tơ pháp tuyến $(P): 1(x-1)+y+2(z-2) = 0 \Leftrightarrow x+y+2z-5 = 0$.

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) đường thẳng $d \Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$.

Vì $B \in (P) \Leftrightarrow (1+t)+t+2(-1+2t)-5 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow B(2;1;1)$.

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vec-tơ $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$ là vec-tơ chỉ phương có dạng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Cách 2

Gọi $d \cap \Delta = B \Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$.

$\overrightarrow{AB} = (t;t;-3+2t)$, đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d} = (1;1;2)$.

Vì $d \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow t+t+2(-3+2t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$. Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$ là véc-tơ chỉ phương có dạng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 4. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+1 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = -1+t \\ y = -4t \ . \\ z = -3t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -2+4t. \\ z = 2+t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -2-4t. \\ z = 2-3t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -2+6t. \\ z = 2+t \end{cases}$

Lời giải.

$d\colon \begin{cases} x = -1+2t \\ y = -t \\ z = -2+2t \end{cases}.$

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d $\overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}] = (-1;4;3)$.

Gọi A là giao điểm của d và (P). Tọa độ A là nghiệm của phương trình

$(-1+2t)+(-t)-(-2+2t)+1 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow A(3;-2;2)$.

Phương trình Δ qua $A(3;-2;2)$ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta} = (-1;4;3)$ có dạng $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -2-4t \\ z = 2-3t. \end{cases}$

Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2\colon \dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$. (B) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. (C) $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. (D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Lời giải.

Phương trình $d_1\colon \begin{cases} x=3-t_1\\ y=3-2t_1\\ z=-2+t_1\end{cases}$ và $d_2\colon \begin{cases} x=5-3t_2\\ y=-1+2t_2\\ z=2+t_2.\end{cases}$

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.
Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại A, B.
Gọi $A(3-t_1;3-2t_1;-2+t_1)$, $B(5-3t_2;-1+2t_2;2+t_2)$.
$\overrightarrow{AB}=(2-3t_2+t_1;-4+2t_2+2t_1;4+t_2-t_1)$.
véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;2;3)$.
Do $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên $\dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}\\ \dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1=2.\\ t_2=1\end{cases}$ Do đó $A(1;-1;0)$, $B(2;-1;3)$.

PTĐT Δ đi qua $A(1;-1;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{n}=(1;2;3)$ là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1+2t\\ y=1-t\\ z=2\end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-3\\ y=-t\\ z=2t\end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+t\\ y=1-2t\\ z=2+3t\end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1\\ y=1-t\\ z=2+2t\end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}\Rightarrow \Delta\colon \begin{cases} x=t\\ y=-1+2t\\ z=1+t.\end{cases}$

Gọi $M=\Delta\cap(P)\Rightarrow M\in\Delta\Rightarrow M(t;2t-1;t+1)$ $M\in(P)\Rightarrow t-2(2t-1)-(t+1)+3=0\Leftrightarrow 4-4t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(1;1;2)$.
Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-2;-1)$.
Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(1;2;1)$.
Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ.
$\Rightarrow$ đường thẳng d nhận $\dfrac{1}{2}[\vec{n},\vec{u}]=(0;-1;2)$ làm véc-tơ chỉ phương và $M(1;1;2)\in d$.

$\Rightarrow$ PTĐT $d\colon \begin{cases} x=1\\ y=1-t\\ z=2+2t.\end{cases}$

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$ cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. PTĐT qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

(A) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{3}$. (B) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{4}$. (C) $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. (D) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng qua A và d cắt d_2 tại K. Khi đó $K(2+t;-1-t;1+t)$.
Ta có $\overrightarrow{AK}=(1+t;-t;t-2)$. Đường $AK\perp d_1\Leftrightarrow \overrightarrow{AK}\cdot\overrightarrow{u_1}=0$, với $\overrightarrow{u}_1=(1;4;-2)$ là một véc-tơ chỉ phương của d_1.
Do đó $1+t-4t-2t+4=0\Leftrightarrow t=1$, suy ra $\overrightarrow{AK}=(2;-1;-1)$.
Vậy PTĐT $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$. PTĐT d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2.

A $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{2}$. **B** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$. **C** $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{3}$. **D** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{3}$.

Lời giải.

Gọi $M(2+t;-1-t;1+t)=d\cap d_2$ với $t\in\mathbb{R}$.
Ta có $\overrightarrow{AM}=(1+t;-t\_;-2+t)$ và $\overrightarrow{u_1}=(3;3;-1)$ là véc-tơ chỉ phương của d_1.
Mặt khác $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{u_1}=0$ nên $3\cdot(1+t)+3\cdot(-t)-1\cdot(-2+t)=0\Leftrightarrow t=5$.
$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(6;-5;3)$ là một véc-tơ chỉ phương của d.
Vậy PTĐT có dạng $d\colon \dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{3}$.
Chọn đáp án C .... □

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=t\\ y=-1-4t\\ z=6+6t\end{cases}$, $d'\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$.
Phương trình nào dưới đây là PTĐT đi qua M, vuông góc với d và d'?

A $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{14}=\dfrac{z-2}{9}$. **B** $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z+2}{9}$. **C** $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{9}=\dfrac{z-2}{14}$. **D** $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-4;6)$.
Đường thẳng d' có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u'}=(2;1;-5)$.
Gọi Δ là đường thẳng qua M, vuông góc với d và d' nên có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]=(14;17;9)$.
Vậy PTĐT $\Delta\colon \dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.
Chọn đáp án D .... □

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+y+z=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d. Phương trình nào sau đây là PTTS của Δ?

A $\begin{cases}x=-2+4t\\ y=3-5t\\ z=3-7t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=-3+4t\\ y=5-5t\\ z=4-7t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=1+4t\\ y=1-5t\\ z=-4-7t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=-3+4t\\ y=7-5t\\ z=2-7t\end{cases}$.

Lời giải.

Do Δ nằm trong nằm trong (P) và vuông góc với d nên Δ có véc-tơ chỉ phương là

$$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{u_d}\right]=(4;-5;-7).$$

Gọi $A=\Delta\cap d$ thì $A=(P)\cap d\Rightarrow A(1;0;-3)$.
Vậy PTTS của Δ là $\begin{cases}x=1+4t\\ y=0-5t\\ z=-3-7t\end{cases}$ hay $\begin{cases}x=-3+4t\\ y=5-5t\\ z=4-7t.\end{cases}$
Chọn đáp án B .... □

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$.
Viết PTĐT d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B** $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{5}$. **C** $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{u_{d_1}}=(1;4;-2)$.
$d_2\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ nên PTTS của $d_2\colon \begin{cases}x=2+t\\ y=-1-t(t\in\mathbb{R})\\ z=1+t\end{cases}$.
Gọi đường thẳng d cắt đường thẳng d_2 tại $M(2+t;-1-t;1+t)$.
Ta có $\overrightarrow{AM}=(1+t;-t;t-2)$.
Đường thẳng d đi qua A, M nên véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1+t;-t;t-2)$.
Theo đề bài d vuông góc $d_1\Leftrightarrow\overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{u_{d_1}}\Leftrightarrow\overrightarrow{u_d}\cdot\overrightarrow{u_{d_1}}=0\Leftrightarrow 1\cdot(1+t)+4\cdot(-t)-2\cdot(t-2)=0\Leftrightarrow t=1$.
$\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=(2;-1;-1)$.
PTĐT d đi qua $A(1;-1;3)$ và có $\overrightarrow{u_d}=(2;-1;-1)$ có dạng

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}.$$

Chọn đáp án A .... □

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+2}{-4}$; $d_2\colon \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1; d_2 có phương trình là

A $\dfrac{x+7}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{3}$. **B** $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. **C** $\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+1}{3}$. **D** $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+2}{3}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.
$\Delta\cap d_1=M$ nên $M(-3+2t;-2-t;-2-4t)$.
$\Delta\cap d_2=N$ nên $N(-1+3u;-1=2u;2+3u)$.
$\overrightarrow{MN}=(2+3u-2t;1+2u+t;4+3u+4t)$.
Ta có $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_{(p)}}$ nên ta có
$\dfrac{2+3u-2t}{1}=\dfrac{1+2u+t}{2}=\dfrac{4+3u+4t}{3}$. Giải hệ phương trìng tìm được $\begin{cases}u=-2\\ t=-1.\end{cases}$
Khi đó toạ độ điểm $M(-5;-1;2)$ và véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{MN}=(-2;-4;-6)=-2(1;2;3)$.
PTTS Δ là $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$.
Chọn đáp án B .... □

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M\,(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=t\\ y=1-t\ (t\in\mathbb{R})\\ z=-1\end{cases}$ và cắt đường thẳng $(d_2):\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$. Phương trình của (Δ) là?

A $\begin{cases}x=0\\ y=t\\ z=1+t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=0\\ y=1\\ z=1+t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=0\\ y=1+t\\ z=1\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=1+t\end{cases}$.

Lời giải.

Gọi $A\,(2t';1+t';t')\in(d_2)$ là giao điểm giữa đường thẳng (Δ) và đường thẳng (d_2).
Ta có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_{d_1}}=(1;-1;0)$, $\overrightarrow{MA}=(2t';t';t'-1)$.
Theo đề bài $\overrightarrow{u_{d_1}}\cdot\overrightarrow{MA}=0\Leftrightarrow 2t'-t'=0\Leftrightarrow t'=0$.
Suy ra $A\,(0;1;0)$.
Khi đó vecto chỉ phương của đường thẳng (Δ) là $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AM}=(0;0;1)$.
PTĐT (Δ) qua $M\,(0;1;1)$ có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(0;0;1)$ có dạng $\begin{cases}x=0\\ y=1\\ z=1+t.\end{cases}$
Chọn đáp án B .... □

CÂU 14. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho điểm $A\,(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết PTĐT Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. **B** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$. **C** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **D** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$.
Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận vec-tơ chỉ phương của d là vec-tơ pháp tuyến $(P):1\,(x-1)+y+2\,(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+2z-5=0$.
Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d\Rightarrow B\,(1+t;t;-1+2t)$.
Vì $B\in(P)\Leftrightarrow(1+t)+t+2\,(-1+2t)-5=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow B\,(2;1;1)$.
Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vec-tơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là vec-tơ chỉ phương có dạng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.
Chọn đáp án B .... □

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$. **B** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$. **C** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **D** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Lời giải.

Gọi $d\cap\Delta=M$, mà $\Delta\subset(P)$ nên $M\in(P)$.
Vì $M\in d\colon \begin{cases}x=-1+2t\\ y=t\\ z=-2+3t\end{cases}$ nên $M(-1+2t;t;-2+3t)$.

Mà $M\in(P)$ nên ta có $-1+2t+2t+-2+3t-4=0\Leftrightarrow t=1$, do đó $M(1;1;1)$.

Vì $\begin{cases}\Delta\perp d\\ \Delta\subset(P)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}_\Delta\perp\vec{u}_d\\ \vec{u}_\Delta\perp\vec{n}_P\end{cases}$ nên chọn $\vec{u}_\Delta=[\vec{u}_d,\vec{n}_P]=(5;-1;-3)$.

Vậy $\Delta\colon \dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án D

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d. Đường thẳng d' có phương trình là

A $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. **B** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$. **C** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$. **D** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải.

Gọi $d\cap d'=M$, mà $d'\subset(P)$ nên $M\in(P)$.

Vì $M\in d\colon \begin{cases}x=-3+2t\\ y=-1+t\\ z=-t\end{cases}$ nên $M(-3+2t;-1+t;-t)$.

Mà $M\in(P)$ nên ta có $-3+2t-1+t-3(-t)-2=0\Leftrightarrow t=1$, do đó $M(-1;0;-1)$.

Vì $\begin{cases}d'\perp d\\ d'\subset(P)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}_{d'}\perp\vec{u}_d\\ \vec{u}_{d'}\perp\vec{n}_P\end{cases}$ nên chọn $\vec{u}_{d'}=[\vec{u}_d,\vec{n}_P]=(-2;5;1)$.

Vậy $d'\colon \dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án C

CÂU 17. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d_2\colon \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình

A $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$. **B** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$. **C** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{2}$. **D** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường vuông góc chung của d_1 và d_2, $\Delta\cap d_1=A$, $\Delta\cap d_2=B$.

Ta có $A(2+2a;3+3a;-4-5a)$, $B(-1+3b;4-2b;4-b)$ nên $\overrightarrow{AB}=(3b-2a-3;-2b-3a+1;-b+5a+8)$.

Vì $\begin{cases}AB\perp d_1\\ AB\perp d_2\end{cases}$ nên $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_{d_1}=0\\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_{d_2}=0.\end{cases}$

Suy ra $\begin{cases}2(3b-2a-3)+3(-2b-3a+1)-5(-b+5a+8)=0\\ 3(3b-2a-3)-2(-2b-3a+1)-(-b+5a+8)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ b=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(2;2;2)\\ A(0;0;1).\end{cases}$

Vậy $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Chọn đáp án D

CÂU 18. Cho hai đường thẳng $(d_1)\colon \begin{cases}x=2+t\\ y=1+t\\ z=1+t\end{cases}$ và $(d_2)\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-7}{-3}=\dfrac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2). Phương trình nào sau đây là phương trình của (Δ)?

A $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$. **B** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$. **C** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$. **D** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Lời giải.

Gọi $\Delta\cap d_1=A$, $\Delta\cap d_2=B$.

Ta có $A(2+a;1+a;1+a)$, $B(b;7-3b;-b)$ nên $\overrightarrow{AB}(b-a-2;-3b-a+6;-b-a-1)$.

Vì $\begin{cases}AB\perp d_1\\ AB\perp d_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_{d_1}=0\\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_{d_2}=0.\end{cases}$

Suy ra $\begin{cases}b-a-2-3b-a+6-b-a-1=0\\ b-a-2-3(-3b-a+6)-(-b-a-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ b=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;1;-2)\\ B(2;1;-2).\end{cases}$

Vậy $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

Chọn đáp án A

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta)\colon x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào?

A $(0;1;3)$. **B** $(2;3;3)$. **C** $(5;6;8)$. **D** $(1;-2;0)$.

Lời giải.

Ta có $A(2;3;0) \in d$ nên $A \in (\alpha)$.

Vì $\begin{cases}(\alpha)\perp(\beta)\\ d\subset(\alpha)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\vec{n}_\alpha \perp \vec{n}_\beta\\ \vec{n}_\alpha\perp\vec{u}_d\end{cases}$ nên chọn $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d, \vec{n}_\alpha] = (-4;4;0)$.

Ta có $(\alpha)\colon -4(x-2)+4(y-3)=0 \Leftrightarrow x-y+1=0$.

Gọi $M\in(\alpha)\cap(\beta)$ thì tọa độ M thỏa mãn $\begin{cases}x+y-2z+1=0\\ x-y+1=0\end{cases}$ nên ta có $(2;3;3)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=-2t\\ z=t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=1+t\\ y=2+2t\\ z=3+3t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=2t\\ z=3t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1+t\\ y=2+2t\\ z=3+2t\end{cases}$.

Lời giải.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ, $\Delta\cap Ox = M(a,0,0)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(a-1;-2;-3)$.

Vì $\Delta\perp d$ nên $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2(a-1)-2+6=0 \Leftrightarrow a=-1 \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(-2;-2;-3)$.

Vậy $\Delta \begin{cases}x=-1+2t\\ y=2t\\ z=3t.\end{cases}$

Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có phương trình là

(A) $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. (B) $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.

(C) $\Delta\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. (D) $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Gọi $d\cap\Delta = M(1+t;t;-1+2t)$, $\overrightarrow{AM}=(t;t;2t-3)$.

Ta có $\Delta\perp d$ nên $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{u}_d=0 \Leftrightarrow t+t+2(2t-3)=0\Leftrightarrow t=1 \Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{AM}=(1;1;-1)\\ M(2;1;1).\end{cases}$

Vậy $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 22. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta'\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là PTĐT đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'?

(A) $\begin{cases}x=-1-t\\ y=1+t\\ z=1+3t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=-t\\ y=1+t\\ z=3+t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=-1-t\\ y=1-t\\ z=3+t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=-1-t\\ y=1+t\\ z=3+t\end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Ta có $\vec{u}_\Delta=(3;2;1)$, $\vec{u}_{\Delta'}=(1;3;-2)$, $[\vec{u}_\Delta,\vec{u}_{\Delta'}]=(-7;7;7)$ nên chọn $\vec{u}_d=(-1;1;1)$.

Vậy $d\colon \begin{cases}x=-1-t\\ y=1+t\\ z=3+t.\end{cases}$

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 23. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases}x=1+3t\\ y=-2+t\\ z=2\end{cases}$, $d_2\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

(A) $2x-y+2z+13=0$. (B) $2x+y+2z-22=0$. (C) $2x-y+2z-13=0$. (D) $2x-y+2z+22=0$.

Lời giải.

Gọi $d_1\cap(P)=M(1+3t;-2+t;2)$.

Vì $M\in(P)$ nên $2(1+3t)+2(-2+t)-6=0\Leftrightarrow t=1\Leftrightarrow M(4;-1;2)$.

Mà $d_2\perp(P)$ nên chọn $\vec{n}_P=(2;-1;2)$.

Vậy $(P)\colon 2x-y+2z-13=0$.

Chọn đáp án C

CÂU 24. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1)$, $B\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng OAB có phương trình là

A $\dfrac{x+\frac{2}{9}}{1}=\dfrac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\dfrac{z+\frac{5}{9}}{2}$.

B $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-8}{-2}=\dfrac{z-4}{2}$.

C $\dfrac{x+\frac{1}{3}}{1}=\dfrac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\dfrac{z-\frac{11}{6}}{2}$.

D $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm.
Ta có $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(4;-8;8)$ nên chọn $\vec{u}_d=(1;-2;2)$.
Ta có $OA=3$, $OB=4$, $AB=5$.
Gọi $I(x;y;z)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB.
Áp dụng hệ thức $OB\cdot\overrightarrow{IA}+OA\cdot\overrightarrow{IB}+AB\cdot\overrightarrow{IA}=\vec{0}$, ta có

$$4\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OI}\right)+3\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OI}\right)+5\overrightarrow{OI}\Leftrightarrow\overrightarrow{OI}=\frac{1}{12}\left(4\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}\right)\Leftrightarrow I(0;1;1).$$

Suy ra $d\colon\begin{cases}x=t\\y=1-2t\\z=1+2t\end{cases}$, cho $t=-1$ ta có điểm $M(-1;3;-1)\in d$.

Vậy $d\colon\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$.

Chọn đáp án D

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+2z-6=0$. Đường thẳng nằm trong (P) cắt và vuông góc với d có phương trình là

A $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{7}=\dfrac{z+5}{3}$. **B** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$. **C** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{7}=\dfrac{z+1}{3}$. **D** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{7}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_{(P)}=(1;-1;2)$; $\vec{u}_d=(2;1;-3)$.
Gọi $I=d\cap(P)$.
Vì $I\in d\Rightarrow I(2t;3+t;2-3t)$.
Mặt khác $I\in(P)\Rightarrow 2t-(3+t)+2(2-3t)-6=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow I(-2;2;5)$.
Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.
Theo giả thiết $\begin{cases}\vec{u}_\Delta\perp\vec{u}_d\\\vec{u}_\Delta\perp\vec{n}_P\end{cases}\Rightarrow\vec{u}_\Delta=[\vec{n}_P,\vec{u}_d]=(1;7;3)$.
Mà đường thẳng Δ đi qua điểm I.
Vậy $\Delta\colon\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$.

Chọn đáp án B

CÂU 26. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon\begin{cases}x=-1+t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A $\dfrac{x+\frac{13}{5}}{1}=\dfrac{y-\frac{9}{5}}{1}=\dfrac{z-\frac{4}{5}}{1}$.

B $\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1}=\dfrac{y+\frac{3}{5}}{1}=\dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$.

C $\dfrac{x-\frac{7}{5}}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-\frac{2}{5}}{1}$.

D $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Lời giải.

Giả sử đường thẳng d vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 tại M và N.
Ta có $M(1+2a;-1-a;a)$; $N(-1+t;-1;-t)$; $\overrightarrow{NM}=(2a-t+2;-a;a+t)$.
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;1)$.
Vì MN vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\overrightarrow{NM}$ cùng phương $\vec{n}$.

Khi đó $\dfrac{2a-t}{1}=\dfrac{-a}{1}=\dfrac{a+t}{1}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{2}{5}\\t=\frac{4}{5}\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{1}{5};-\frac{3}{5};-\frac{2}{5}\right)$.

Đường thẳng d qua điểm M nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ chỉ phương.

Phương trình d: $\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1}=\dfrac{y+\frac{3}{5}}{1}=\dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$.

Chọn đáp án (B) ....

CÂU 27. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $N=\Delta\cap Oz$.
Ta có $N(0;0;c)$.
Vì Δ qua M, N và $M\notin Oz$ nên $\overrightarrow{MN}=(-1;0;c-1)$ là véc-tơ chỉ phương của Δ.
Ta có d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;3)$ và $\Delta\perp d$ nên

$$\overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow -1+3(c-1)=0\Leftrightarrow c=\frac{4}{3}\Rightarrow \overrightarrow{MN}\left(-1;0;\frac{1}{3}\right)$$

Chọn $\vec{v}=(-3;0;1)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ, PTTS của đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t.\end{cases}$

Chọn đáp án (A) ....

CÂU 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-2z+9=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. PTTS của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là

(A) $\Delta\colon\begin{cases}x=5t\\y=-1+t\\z=4+5t\end{cases}$. (B) $\Delta\colon\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=4-2t\end{cases}$. (C) $\Delta\colon\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=4+t\end{cases}$. (D) $\Delta\colon\begin{cases}x=-t\\y=-1+2t\\z=4+t\end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}\Delta\perp d\\ \Delta\subset(P)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}_\Delta\perp\vec{u}_d\\ \vec{u}_\Delta\perp\vec{n}_{(P)}.\end{cases}$

Ta có $\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(5;0;5)$.

Do đó một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta=(1;0;1)\Rightarrow\Delta\colon\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=4+t.\end{cases}$

Chọn đáp án (C) ....

CÂU 29. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $\Delta_2\colon\dfrac{x+2}{-4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

(A) $M(0;-2;-5)$. (B) $N(1;-1;-4)$. (C) $P(2;0;1)$. (D) $Q(3;1;-4)$.

Lời giải.

Gọi $A(-1+2t;-2+t;1+t)$ và $B(-2-4t';1+t';-2-t')$ là hai điểm lần lượt thuộc Δ_1 và Δ_2.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1-2t-4t';3-t+t';-3-t-t')$; Δ_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;1)$; Δ_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u'}=(-4;1;-1)$.
Vì AB là đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 nên

$$\begin{aligned}&\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=0\\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{u'}=0\end{cases}\\ \Leftrightarrow&\begin{cases}2(-1-2t-4t')+(3-t+t')+(-3-t-t')=0\\ -4(-1-2t-4t')+(3-t+t')-(-3-t-t')=0\end{cases}\\ \Leftrightarrow&\begin{cases}-6t-8t'=2\\ 8t+18t'=-10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t'=-1.\end{cases}\end{aligned}$$

Suy ra $A(1;-1;2)$ và $\overrightarrow{AB}=(1;1;-3)$.

PTĐT chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 là $\begin{cases}x=1+t_1\\y=-1+t_1\\z=2-3t_1.\end{cases}$

Chỉ có $Q(3;1;-4)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình.
Chọn đáp án (D) ....

CÂU 30. Trong KG $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính đoạn OM.

(A) $OM=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. (B) $OM=\sqrt{5}$. (C) $OM=2\sqrt{35}$. (D) $OM=\sqrt{35}$.

Lời giải.

Đường thẳng d: $\begin{cases}x=2+t\\ y=4+t\\ z=-2t\end{cases}$ nhận véc-tơ $\vec{u}=(1;1;-2)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Đường thẳng d': $\begin{cases}x=3+2m\\ y=-1-m\\ z=-2-m\end{cases}$ nhận véc-tơ $\vec{v}=(2;-1;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Gọi AB là đoạn vuông góc chung với $A\in d$ và $B\in d'$.
Khi đó $A(2+t;4+t;-2t)$ và $B(3+2m;-1-m;-2-m)$.
Suy ra $\overrightarrow{AB}=(2m-t+1;-m-t-5;-m+2t-2)$.
Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}\\ \overrightarrow{AB}\perp\vec{v}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=0\\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{v}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m-6t=0\\ 6m-3t=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\ t=-1\end{cases}$.
Suy ra $A(1;3;2)$ và $B(-1;1;0)$.
Suy ra trung điểm của AB là $M(0;2;1)$.
Vậy $OM=\sqrt{5}$.
Chọn đáp án (B) ....

CÂU 31. Trong KG $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $P(2;-1;1)$. (B) $Q(0;-1;1)$. (C) $N(0;-1;2)$. (D) $M(-1;-1;1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;-2)$.
Gọi H là giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng d_1.
Vì $H\in d_1\Rightarrow H(1+t;t;5-2t)$.
Ta có $\overrightarrow{AH}=(t;t;3-2t)$.
Vì $d\perp d_1$ nên $\vec{u}\cdot\overrightarrow{AH}=0\Leftrightarrow t+t-2(3-2t)=0\Leftrightarrow 6t=6\Leftrightarrow t=1\Rightarrow\overrightarrow{AH}=(1;1;1)$.

Suy ra d: $\begin{cases}x=1+t\\ y=t\\ z=2+t.\end{cases}$

Vậy $Q(0;-1;1)\in d$.
Chọn đáp án (B) ....

CÂU 32. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

(A) $(6;-7;0)$. (B) $(3;-2;-1)$. (C) $(-3;8;-3)$. (D) $(0;3;-2)$.

Lời giải.

Ta gọi AB cắt d tại điểm $M(1+2m;-1+m;2-m)\in d$.
Khi đó $\overrightarrow{AM}=(2m;m-3;3-m)$, mà $AB\perp d$ nên

$$\overrightarrow{AM}\cdot\vec{u}_d=0\Rightarrow 2\cdot 2m+m-3=0\Rightarrow m=1\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(2;-2;2)$$

Đường thẳng AB đi qua A nhận $\vec{u}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AM}=(1;-1;1)$ là véc-tơ chỉ phương, ta có phương trình AB là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$.
Gọi $B(1+t;2-t;-1+t)\in AB$.
Mà $B\in(P)\Rightarrow 1+t+2-t+2(-1+t)+1=0\Rightarrow t=-1$.
Vậy $B(0;3;-2)$.
Chọn đáp án (D) ....

CÂU 33. Trong KG $Oxyz$, cho $(P)\colon x-2y+z=0$ và đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM=\sqrt{6}$. Khi đó tổng $S=2016a+b-c$ là

(A) 2018. (B) 2019. (C) 2017. (D) 2020.

Lời giải.

Vì $d\cap(P)=A$ nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x-2y+z=0\\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2y+z=0\\ x-2y=1\\ y+z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=-1\\ z=-1\end{cases}\Rightarrow A(-1;-1;-1).$$

Vì $M\in d\Rightarrow M(1+2t;t;-2-t)$.
Suy ra $AM=\sqrt{6t^2+12t+6}$.
Mà $AM=\sqrt{6}\Rightarrow\sqrt{6t^2+12t+6}=\sqrt{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=-2.\end{array}\right.$
Mà M có hoành độ dương nên $1+2t>0\Leftrightarrow t>-\dfrac{1}{2}$.
Suy ra $t=0\Rightarrow M(1;0;-2)$.
Vậy $S=2018$.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 34. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$; $d_2\colon\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt d_1 và d_2 tại B và C. Độ dài BC là

(A) $\sqrt{19}$. (B) 19. (C) $3\sqrt{2}$. (D) $2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $d\cap d_1=B\Rightarrow B(1+t_1;-1-t_1;2t_1)$.
Lại có $d\cap d_2=C\Rightarrow C(t_2;1+2t_2;t_2)$.
Khi đó $\overrightarrow{AB}=(t_1-4;-t_1+2;2t_1-5)$ và $\overrightarrow{AC}=(t_2-5;2t_2+4;t_2-5)$.
Vì $A\notin d_2\Rightarrow\overrightarrow{AC}\neq\overrightarrow{0}$.
Ba điểm A, B, C cùng thuộc đường thẳng $d\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

Khi đó $\exists k\in\mathbb{R}\colon\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1-4=k(t_2-5)\\ -t_1+2=k(2t_2+4)\\ 2t_1-5=k(t_2-5)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=1\\ t_2=-1\\ k=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

Do đó $B(2;-2;2)$; $C(-1;-1;-1)$; $\Rightarrow\overrightarrow{BC}=(-3;1;-3)$.
Vậy $BC=\sqrt{19}$.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 35. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M\,(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$; $d_2\colon\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

(A) 3. (B) $\sqrt{6}$. (C) 4. (D) 2.

Lời giải.

Ta có

- PTTS của $d_1\colon\begin{cases}x=1+t_1\\ y=2+3t_1\\ z=t_1\end{cases}$; $t_1\in\mathbb{R}$, $A\in d_1\Rightarrow A\,(1+t_1;2+3t_1;t_1)$.

- PTTS của $d_2\colon\begin{cases}x=-1-t_2\\ y=1+2t_2\\ z=2+4t_2\end{cases}$; $t_2\in\mathbb{R}$, $B\in d_2\Rightarrow B\,(-1-t_2;1+2t_2;2+4t_2)$; $\overrightarrow{MA}=(t_1-2;3t_1-1;t_1+2)$; $\overrightarrow{MB}=(-4-t_2;-2+2t_2;4+4t_2)$.

Vì A, B, M thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}$, $k\in\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t_1-2=-4k-kt_2\\ 3t_1-1=-2k+2kt_2\\ t_1+2=4k+4kt_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1+4k+kt_2=2\\ 3t_1+2k-2kt_2=1\\ t_1-4k-4kt_2=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=0\\ k=\dfrac{1}{2}\\ kt_2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=0\\ k=\dfrac{1}{2}\\ t_2=0.\end{cases}$$

Vậy $A\,(1;2;0)$ và $B\,(-1;1;2)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-2;-1;2)$.
Độ dài đoạn thẳng $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=3$.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 36. Cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;0;2)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=2+t\\ y=1-t\\ z=t.\end{cases}$

Biết điểm $M(a;b;c)$ với $a>0$ thuộc mặt phẳng (ABC) sao cho $AM\perp\Delta$ và $AM=\sqrt{14}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

Ⓐ -1. Ⓑ 5. Ⓒ 7. Ⓓ -6.

Lời giải.

Ta có Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=(1;-1;1)$.
$\overrightarrow{AB}=(-1;-1;1)$, $\overrightarrow{AC}=(1;2;-3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-2;-1)$.
Mặt phẳng (ABC) nhận vectơ $\vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;-2;-1)$ làm vectơ pháp tuyến.
Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng Δ.
$\Rightarrow$ mặt phẳng (Q) nhận vectơ $\vec{n}_Q=\vec{u}_\Delta=(1;-1;1)$ làm vectơ pháp tuyến.
Khi đó $AM\perp\Delta\Leftrightarrow AM\subset(Q)\Rightarrow M\in(Q)$.
Mặt khác theo giả thiết $M\in(ABC)\Rightarrow M\in$ giao tuyến d của hai mặt phẳng (ABC) và (Q).
Đường thẳng d nhận vectơ $\left[\vec{n}_Q,\vec{n}_{(ABC)}\right]=(3;2;-1)$ làm vectơ chỉ phương, đồng thời đi qua A.

$\Rightarrow$ PTĐT $d\colon \begin{cases} x=1+3t\\ y=1+2t\\ z=1-t.\end{cases}$

Ta có $M\in d\Rightarrow M=(1+3t;1+2t;1-t)$.

Theo giả thiết $AM^2=14\Leftrightarrow(3t)^2+(2t)^2+(-t)^2=14\Leftrightarrow 14t^2=14\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=-1\\ t=1.\end{array}\right.$

Với $t=-1\Rightarrow M=(-2;-1;2)$ (loại).
Với $t=1\Rightarrow M=(4;3;0)$ (nhận).
Khi đó $a=4;b=3;c=0$.
Vậy $a+b+c=7$.
Chọn đáp án C .... □

CÂU 37. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

Ⓐ $(3;-2;-1)$. Ⓑ $(-3;8;-3)$. Ⓒ $(0;3;-2)$. Ⓓ $(6;-7;0)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}_d=(2;1;-1)$.
Gọi $M=AB\cap d\Rightarrow M(1+2t;-1+t;2-t)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(2t;t-3;3-t)$.
$AB\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}\cdot\vec{u}_d=0\Leftrightarrow 4t+t-3-3+t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(2;-2;2)=2(1;-1;1)$.
Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;2;-1)$, có một VTCP là $\vec{u}=(1;-1;1)$.

$\Rightarrow AB\colon \begin{cases} x=1+t\\ y=2-t\\ z=-1+t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$.

Ta có $B=AB\cap(P)$ nên tọa độ của B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=1+t\\ y=2-t\\ z=-1+t\\ x+y+2z+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} t=-1\\ x=0\\ y=3\\ z=-2.\end{cases}$

$\Rightarrow B(0;3;-2)$.
Chọn đáp án C .... □

CÂU 38. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;0;-1)$. Gọi d_2 là đường thẳng đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$. Giá trị của a sao cho đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 là

Ⓐ $a=-1$. Ⓑ $a=2$. Ⓒ $a=0$. Ⓓ $a=1$.

Lời giải.

PTTS của đường thẳng d_1 là: $\begin{cases} x=1+t\\ y=2-2t\\ z=3+t.\end{cases}$

PTTS đường thẳng d_2 qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$ là $d_2\colon \begin{cases} x=1+at'\\ y=0+t'\\ z=-1+2t'.\end{cases}$

Đường thẳng d_1 nhận $\vec{u}=(1;-2;1)$ làm vectơ chỉ phương và d_2 nhận $\vec{v}=(a;1;2)$ làm vectơ chỉ phương. Đường thẳng d_1

cắt đường thẳng d_2 khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases}1+t=1+at'\\ 2-2t=0+t'\\ 3+t=-1+2t'\end{cases}$ có đúng một nghiệm.

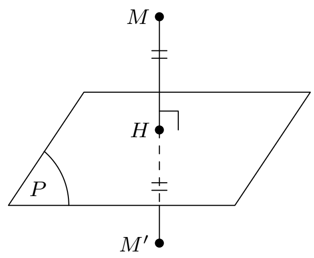
Ta có $\begin{cases}1+t=1+at'\\ 2-2t=0+t'\\ 3+t=-1+2t'\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t-at'=0\\ -2t-t'=-2\\ t-2t'=-4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=0\\ t'=2\\ 0-a\cdot 2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=0\\ t'=2\\ a=0.\end{cases}$

Vậy $a=0$.

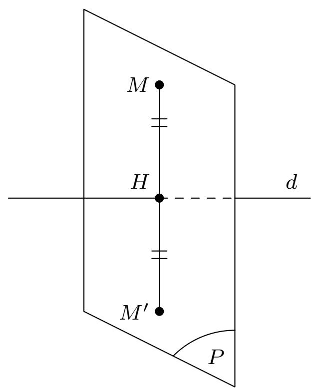
Chọn đáp án C

7 PTĐT liên quan điểm đối xứng và hình chiếu

1. Tìm hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng (P): $ax+by+cz+d=0$ Viết PTĐT MH qua M và vuông góc với (P), khi đó: $H=d\cap(P)$ thỏa $\begin{cases}x=x_0+a_1t\\ y=y_0+a_2t\\ z=z_0+a_3t\\ ax+by+cz+d=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=?\\ y=?\\ z=?\end{cases} \Rightarrow H.$



Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $(P) \Rightarrow H$ là trung điểm của MM'. **2. Tìm hình chiếu H của điểm M lên đường thẳng d** Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d, khi đó $H=d\cap(P)$ thỏa $\begin{cases}x=x_0+a_1t\\ y=y_0+a_2t\\ z=z_0+a_3t\\ ax+by+cz+d=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=?\\ y=?\\ z=?\end{cases} \Rightarrow H.$



Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $d \Rightarrow H$ là trung điểm của MM'.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng Δ: $\begin{cases}x=t\\ y=2-t\\ z=3+2t\end{cases}$ bằng

A $\sqrt{14}$. B $\sqrt{6}$. C $2\sqrt{14}$. D $2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $N(0;2;3)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$.

$\overrightarrow{MN}=(-2;6;4)$; $\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]=(16;8;-4)$.

$\mathrm{d}(M,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}}=2\sqrt{14}.$

Chọn đáp án C

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của $M\,(1;0;1)$ lên đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$ là

A $(2;4;6)$. **B** $\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}\right)$. **C** $(0;0;0)$. **D** $\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4}{7};\dfrac{6}{7}\right)$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;3)$ và có PTTS là $\begin{cases} x=t \\ y=2t \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=3t \end{cases}$

Gọi $N\,(t;2t;3t)\in\Delta$ là hình chiếu vuông góc của M lên Δ, khi đó
$\overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}=0 \Leftrightarrow (t-1)+(2t-0)\cdot 2+(3t-1)\cdot 3=0 \Leftrightarrow 14t-4=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{2}{7} \Rightarrow N\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4}{7};\dfrac{6}{7}\right)$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(-4;0;0)$ và đường thẳng Δ: $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2+3t \\ z=-2t \end{cases}$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M lên Δ. Tính $a+b+c$.

A 5. **B** -1. **C** -3. **D** 7.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M lên Δ nên tọa độ của H có dạng $H(1-t;-2+3t;-2t)$ và $\overrightarrow{MH}\perp\vec{u}_\Delta$.
$\Rightarrow \overrightarrow{MH}\cdot\vec{u}_\Delta=0 \Leftrightarrow 14t-11=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{11}{14} \Rightarrow H\left(\dfrac{3}{14};\dfrac{5}{14};\dfrac{-22}{14}\right) \Rightarrow a+b+c=-1$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A\,(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$ là

A $(-2;1;1)$. **B** $\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{3}\right)$. **C** $(1;1;-2)$. **D** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4}\right)$.

Lời giải.

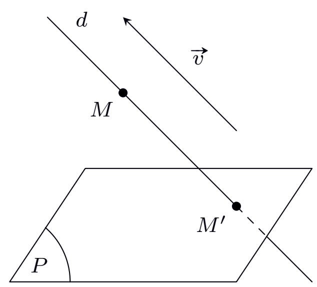
Gọi H là hình chiếu của $A\,(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$. Khi đó AH nhận $\vec{n}=(1;1;1)$ là vectơ chỉ phương.
Suy ra phương trình AH: $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$.
Do $H\in AH \Rightarrow H\,(3+t;2+t;-1+t)$.
Do $H\in(\alpha) \Rightarrow 3+t+2+t-1+t=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{4}{3} \Rightarrow H\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{3}\right)$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M\,(-1;0;3)$ theo phương vectơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$ có tọa độ là

A $(2;-2;-2)$. **B** $(-1;0;1)$. **C** $(-2;2;2)$. **D** $(1;0;-1)$.

Lời giải.



Đường thẳng d đi qua $M\,(-1;0;3)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;1)$ có PTTS là $\begin{cases} x=-1+t \\ y=-2t \\ z=3+t. \end{cases}$

Gọi M' là hình chiếu của điểm $M\,(-1;0;3)$ theo phương véc-tơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$.
$\Rightarrow M'=d\cap(P) \Rightarrow$ tọa độ M' là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x=-1+t \\ y=-2t \\ z=3+t \\ x-y+z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1+t \\ y=-2t \\ z=3+t \\ -1+t+2t+3+t+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \\ z=2 \\ t=-1 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;2;2).$$

Chọn đáp án C .... □

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

A $OA'=5\sqrt{3}$. **B** $OA'=\sqrt{46}$. **C** $OA'=\sqrt{186}$. **D** $OA'=3\sqrt{26}$.

Lời giải.

A' đối xứng với A qua (P) nên AA' vuông góc với (P).

Suy ra PTĐT AA': $\begin{cases} x=-1+6t \\ y=3-2t \\ z=6+t. \end{cases}$

Gọi H là giao điểm của AA' và mặt phẳng $(P) \Rightarrow H(-1+6t;3-2t;6+t)$.
Do H thuộc $(P) \Rightarrow 6(-1+6t)-2(3-2t)+1(6+t)-35=0$.
$\Leftrightarrow 41t-41=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(5;1;7)$.
A' đối xứng với A qua (P) nên H là trung điểm của $AA' \Rightarrow A'(11;-1;8) \Rightarrow OA'=\sqrt{11^2+(-1)^2+8^2}=\sqrt{186}$.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+2z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P), véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d' là

A $\vec{u}_3=(5;-6;-13)$. **B** $\vec{u}_2=(5;-4;-3)$. **C** $\vec{u}_4=(5;16;13)$. **D** $\vec{u}_1=(5;16;-13)$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;2;-1)$.
Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(2;1;2)$.
Gọi $\vec{u}_{d'}$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d'.
Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P). Khi đó, (Q) đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{u}_{(P)}\right]=(5;-4;-3)$.

Đường thẳng d' là hình chiếu của đường thẳng d trên mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d'=(P)\cap(Q)$ nên $\begin{cases} \vec{u}_{d'}\perp\vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_{d'}\perp\vec{n}_{(Q)}. \end{cases}$

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d' là $\vec{u}_{d'}=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(5;16;-13)$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-3}{-6}=\dfrac{z-2}{-1}$. Viết PTĐT d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (α).

A $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y+5}{-17}=\dfrac{z-4}{-2}$. **B** $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z+4}{-2}$. **C** $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z-4}{-2}$. **D** $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z-4}{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+y+z-3=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;1)$.
Gọi tọa độ giao điểm của d và (α) là I thì $I(-22;39;8)$.
Lấy $A(-4;3;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α).

Suy ra PTĐT Δ: $\begin{cases} x=-4+2t \\ y=3+t \\ z=2+t. \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu của A lên (α) thì $H=\Delta\cap(\alpha)\Rightarrow H(-2;4;3)$.
A' đối xứng với A qua $(\alpha) \Leftrightarrow H$ là trung điểm của AA', d' có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{A'I}=(22;-34;-4)=2(11;-17;-2)$ có phương trình là $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z-4}{-2}$.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+2t. \\ z=3-t \end{cases}$ **B** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t. \\ z=7+4t \end{cases}$ **C** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5-t\ . \\ z=-3+4t \end{cases}$ **D** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+t. \\ z=3+4t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(2;-1;4)$.
Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P)\colon x+3=0$.
Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\left[\vec{n}_{(P)};\vec{u}_d\right]=(0;4;1)$.
$\Rightarrow (Q)\colon 4y+z+17=0$.
Phương trình hình chiếu của d lên mặt phẳng (P) là

$$\begin{cases}4y+z+17=0\\x+3=0\end{cases}\text{ hay }\begin{cases}x=-3\\y=-6-t\\z=7+4t.\end{cases}$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+5}{1}$. (C) $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$. (D) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Lời giải.

Gọi M là giao điểm của d và (P).
Tọa độ của M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x+y+z-3=0\\\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+z=3\\2x-y=1\\x+z=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1\end{cases}\Rightarrow M(1;1;1).$$

Lấy điểm $N(0;-1;2)\in d$.
Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;1;1)$.
Gọi Δ là đường thẳng đi qua N và nhận $\vec{n}=(1;1;1)$ làm véc-tơ chỉ phương.
PTĐT $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.
Gọi N' là giao điểm của Δ với (P).
Tọa độ của N' là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x+y+z-3=0\\\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+z=3\\x-y=1\\x-z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}\\y=-\dfrac{1}{3}\\z=\dfrac{8}{3}\end{cases}\Rightarrow N'\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{8};\dfrac{8}{3}\right).$$

$\overrightarrow{MN'}=\left(-\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};\dfrac{5}{3}\right)=-\dfrac{1}{3}(1;4;-5)$.

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;1;1)$ và nhận $\vec{u}=(1;4;-5)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. Viết PTĐT d' là hình chiếu vuông góc của d lên (P).

(A) $d'\colon \dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{2}$. (B) $d'\colon \dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$. (C) $d'\colon \dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{2}$. (D) $d'\colon \dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải.

PTTS của d: $\begin{cases}x=-2+2t\\y=4-2t\\z=-1+t\end{cases},\ t\in\mathbb{R}$.

Gọi $M=(-2+2t;4-2t;-1+t)$ là giao điểm của d và (P).
$\Rightarrow(-2+2t)+(4-2t)-(-1+t)-1=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M=(2;0;1)$.
Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;1;-1)$. Điểm $N=(0;2;0)\in d$.
Gọi Δ là đường thẳng đi qua $N(0;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\Rightarrow\Delta$ nhận $\vec{n}_{(P)}=(1;1;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Suy ra phương trình của Δ là

$$\Delta\colon \dfrac{x-0}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-0}{-1}\Leftrightarrow\Delta\colon\begin{cases}x=c\\y=2+c\\z=-c\end{cases},\ c\in\mathbb{R}.$$

Gọi $M'=(c;2+c;-c)$ là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P)\Rightarrow c+(2+c)-(-c)-1=0\Leftrightarrow c=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow M'\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

$\overrightarrow{MM'}=\left(-\dfrac{7}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) nên d' chính là đường thẳng MM', suy ra d' đi qua $M(2;0;1)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}=-3\overrightarrow{MM'}=(7;-5;2)$ làm véc-tơ chỉ phương nên phương trình của d' là $d'\colon \dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$.

Chọn đáp án (B) ☐

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. Viết PTĐT d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

(A) $d'\colon \dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{2}$. (B) $d'\colon \dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$. (C) $d'\colon \dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{2}$. (D) $d'\colon \dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải.

$(\Delta)\colon \dfrac{x-0}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-0}{-1}\Leftrightarrow(\Delta)\colon \begin{cases}x=c\\y=2+c,\ c\in\mathbb{R}.\\z=-c\end{cases}$

Gọi $M'=(c;2+c;-c)$ là giao điểm của Δ với mặt phẳng (P). Lúc đó

$$c+(2+c)-(-c)-1=0\Leftrightarrow c=-\frac{1}{3}.$$

Suy ra $M'\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3}\right)$, $\overrightarrow{MM'}=\left(-\dfrac{7}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) nên d' chính là đường thẳng MM'.

Vậy d' đi qua $M(2;0;1)$ và nhận vectơ $\vec{u}=-3\overrightarrow{MM'}=(7;-5;2)$ làm vectơ chỉ phương nên phương trình của d' là $d'\colon \dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$.

Chọn đáp án (B) ☐

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-1}{5}$. (B) $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$. (C) $\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{5}$. (D) $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y-z+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;5)$.

Vì $\vec{n}\cdot\vec{u}=1\cdot2+1.3+(-1)\cdot5=0$ nên $d\parallel(\alpha)$.

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên (α). Lúc đó $d'\parallel d$.

Lấy $A(1;-4;0)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α). Suy ra PTĐT Δ là $\begin{cases}x=1+t\\y=-4+t\\z=-t.\end{cases}$

Gọi A' là hình chiếu của A lên (α) thì $A'=\Delta\cap(\alpha)\Rightarrow A'(0;-5;1)$.

Đường thẳng d' là đường thẳng đi qua $A'(0;-5;1)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;5)$ có phương trình là $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

Chọn đáp án (B) ☐

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là đường thẳng d'. Trong các điểm sau điểm nào thuộc đường thẳng d'?

(A) $M(2;5;-4)$. (B) $P(1;3;-1)$. (C) $N(1;-1;3)$. (D) $Q(2;7;-6)$.

Lời giải.

Gọi $A=d\cap(P)$. Vì $A\in d\colon \begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=2-t\end{cases}\Rightarrow A(t;-1+2t;2-t)$.

Mặt khác $A\in(P)\Rightarrow t-1+2t+2-t-3=0\Leftrightarrow t=1$. Vậy $A(1;1;1)$.

Lấy $B(0;-1;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng qua B và vuông góc (P) thì $\Delta\colon \begin{cases}x=t'\\y=-1+t'\\z=2+t'.\end{cases}$

Gọi C là hình chiếu của B lên (P). Ta có $C\in\Delta\Rightarrow C(t';-1+t';2+t')$.

Mặt khác $C\in(P)\Rightarrow t'-1+t'+2+t'-3=0\Leftrightarrow t'=\dfrac{2}{3}$.

Vậy $C\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{-1}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

Lúc này d' qua $A(1;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC}=\left(-\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};\dfrac{5}{3}\right)$. Hay d' nhận $\vec{u}=(1;4;-5)$ làm một vectơ chỉ phương.

Suy ra $d'\colon \begin{cases} x = 1 + s \\ y = 1 + 4s \\ z = 1 - 5s. \end{cases}$

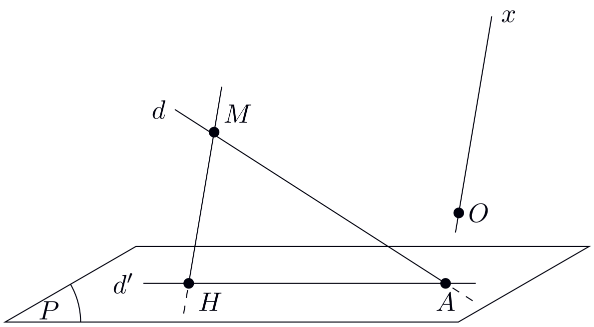
Vậy điểm thuộc đường thẳng d' là $M(2;5;-4)$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P)\colon x + y + z - 3 = 0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P), d' nhận $\vec{u} = (a; b; 2019)$ làm một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $a + b$.

(A) 2019. (B) -2019. (C) 2018. (D) -2020.

Lời giải.



Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1;1;1)$, đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2;1;3)$, đường thẳng chứa trục Ox có vectơ chỉ phương $\vec{i} = (1;0;0)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và song song (hoặc chứa) trục Ox. Khi đó (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = \left[\vec{u}_d, \vec{i}\right] = (0;3;-1)$.

Đường thẳng d' chính là giao tuyến của (P) và (Q). Từ đó có vectơ chỉ phương của d' là $\vec{u}_1 = \left[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}\right] = (-4;1;3)$.

Suy ra $\vec{u} = (-2692; 673; 2019)$ cũng là vectơ chỉ phương của d'.

Ta có $a + b = -2692 + 673 = -2019$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = -2 \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$, $(t \in \mathbb{R})$, $\Delta\colon \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x + y - z + 2 = 0$. Gọi d' và Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Biểu thức $a + b \cdot c$ bằng

(A) 4. (B) 5. (C) 3. (D) 6.

Lời giải.

Do d' là hình chiếu của d lên mặt phẳng (P) nên d' là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (α) chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P). Suy ra một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u_d}, \vec{n}_P] = (-3;2;-1)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $A(-2;0;2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\alpha)} = (-3;2;-1)$ có phương trình là

$$3x - 2y + z + 4 = 0.$$

Do Δ' là hình chiếu của Δ lên mặt phẳng (P) khi đó Δ' là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (β) chứa Δ và vuông góc với mặt phẳng (P). Suy ra một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) là $\vec{n}_{(\beta)} = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}_P] = (0;-2;-2)$.

Mặt phẳng (β) đi qua $B(3;1;4)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\beta)} = (0;-2;-2)$ có phương trình là

$$y + z - 5 = 0.$$

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ 3x - 2y + z + 4 = 0 \\ y + z - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$

Vậy $M(-1;2;3) \Rightarrow a + b \cdot c = -1 + 2 \cdot 3 = 5$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của A lên đường thẳng Δ.

A $H\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$. **B** $H(1;1;1)$. **C** $H(0;0;-1)$. **D** $H(1;1;0)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;1)$.
Do $H\in d\Rightarrow H(1+t;1+t;t)\Rightarrow\overrightarrow{AH}=(t;t;t-1)$.
Do H là hình chiếu của điểm A lên đường thẳng d nên suy ra

$$\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{AH}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow t+t+t-1=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{3}\Rightarrow H\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};1\right).$$

Chọn đáp án A .... □

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $(d)\colon\begin{cases}x=6-4t\\y=-2-t\\z=-1+2t\end{cases}$. Tìm tọa độ hình chiếu A' của A trên (d).

A $A'(2;3;1)$. **B** $A'(-2;3;1)$. **C** $A'(2;-3;1)$. **D** $A'(2;-3;-1)$.

Lời giải.

Ta có $A'\in(d)$ nên gọi $A'(6-4t;-2-t;-1+2t)$, suy ra $\overrightarrow{AA'}=(5-4t;-3-t;-2+2t)$.
Đường thẳng (d) có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-4;-1;2)$.
Vì $AA'\perp(d)\Leftrightarrow\overrightarrow{AA'}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow(5-4t)\cdot(-4)+(-3-t)\cdot(-1)+(-2+2t)\cdot 2=0\Leftrightarrow t=1$. Vậy $A'(2;-3;1)$.
Chọn đáp án C .... □

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

A $(-1;0;4)$. **B** $(7;1;-1)$. **C** $(2;1;-2)$. **D** $(0;2;-5)$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Phương trình của mặt phẳng (P) là $1(x-3)+2(y-2)+2(z-0)=0\Leftrightarrow x+2y+2z-7=0$.
Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d, khi đó $H=d\cap(P)$.
Vì $H\in d$ nên $H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$.
Mặt khác $H\in(P)$ nên $-1+t-6+4t-4+4t-7=0\Rightarrow t=2$.
Vậy $H(1;1;2)$.
Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d, khi đó H là trung điểm của AA'.
Suy ra $A'(-1;0;4)$.
Chọn đáp án A .... □

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+z=0$.

A $M'\left(2;\frac{5}{2};3\right)$. **B** $M'(1;3;5)$. **C** $M'\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$. **D** $M'(3;1;2)$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng qua M và vuông góc với (α).
PTTS của Δ là $\begin{cases}x=2+t\\y=3-2t\\z=1+t\end{cases}$. Ta có $M'=\Delta\cap(\alpha)$.
Xét phương trình $2+t-2(3-2t)+1+t=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.
Vậy $M'\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$.
Chọn đáp án C .... □

CÂU 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(1;2;4)$ qua mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+y+2z-3=0$ có tọa độ là

A $(-3;0;0)$. **B** $(-1;1;2)$. **C** $(-1;-2;-4)$. **D** $(2;1;2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;2)$.
Vì MM' vuông góc với mặt phẳng (α) nên đường thẳng MM' nhận $\vec{n}=(2;1;2)$ làm vectơ chỉ phương.
Lúc đó đường thẳng MM' có phương trình là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=4+2t.\end{cases}$
Gọi H là giao điểm của đường thẳng MM' và mặt phẳng (α).

Lúc đó vì $H \in MM'$ nên $H(1+2t; 2+t; 4+2t)$.
Mặt khác $H \in (\alpha)$ nên $2(1+2t)+2+t+2(4+2t)-3=0 \Leftrightarrow 9t+9=0 \Leftrightarrow t=-1$.
Vậy $H(-1;1;2)$.
M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (α) nên H là trung điểm của MM'.
Suy ra $M'(-3;0;0)$.
Chọn đáp án A

CÂU 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{7}$. **B** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{7}$. **C** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+1}{7}$. **D** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{7}$.

Lời giải.

Ta có d không vuông góc với (P). PTTS của đường thẳng d: $\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t. \end{cases}$

Tọa độ giao điểm I của d và mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \\ x+y+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I(1;1;1).$$

Lấy điểm $M(0;-1;2)\in d$.

Đường thẳng Δ qua M và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x=t \\ y=-1+t \\ z=2+t. \end{cases}$

Ta có $\Delta \cap (P)=H \Rightarrow H\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

Vì M' đối xứng với M qua (P) nên H là trung điểm của MM'. Suy ra $M'\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{10}{3}\right)$.

Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) suy ra d' đi qua $I(1;1;1)$ và $M'\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{10}{3}\right)$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{IM'}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3}\right)=\dfrac{1}{3}(1;-2;7)$.

Phương trình d' là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{7}$.

Chọn đáp án A

CÂU 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$. **B** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **C** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$. **D** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$.

Lời giải.

Cách 1:
Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-1;2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;2;-1)$.
Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P). Lúc đó (Q) đi qua điểm $M(0;-1;2)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=[\vec{u}_d,\vec{n}_P]=(3;-2;-1)$.
Suy ra (Q) có phương trình là $3x-2y-z=0$.
Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên (P), khi đó tập hợp các điểm thuộc Δ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x-2y-z=0 \\ x+y+z-3=0. \end{cases} \quad (I)$$

Trong hệ (I) cho $z=1$, ta được $x=1$, $y=1$. Vậy điểm $A(1;1;1)$ thuộc Δ.
Suy ra Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(1;4;-5)$.
Vậy Δ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Cách 2:
Gọi $A=d\cap(P)$. Vì $A\in d$ nên $A(t;-1+2t;2-t)$.

Vì $A \in (P)$ nên $t + (-1+2t) + (2-t) - 3 = 0 \Rightarrow 2t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1$. Vậy $A(1;1;1)$.

Lấy điểm $M(0;-1;2) \in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P). Khi đó Δ có PTTS là $\begin{cases} x = t \\ y = -1+t \\ z = 2+t. \end{cases}$

Gọi $B = \Delta \cap (P)$. Lúc đó $B \in \Delta \Rightarrow B(t;-1+t;2+t)$.

Vì $B \in (P) \Rightarrow t + (-1+t) + (2+t) - 3 = 0 \Rightarrow 3t - 2 = 0 \Rightarrow t = \dfrac{2}{3} \Rightarrow B\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương là

$$\vec{u} = -3\overrightarrow{AB} = -3 \cdot \left(-\frac{1}{3};-\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right) = (1;4;-5).$$

Vậy Δ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-1}{-5}$.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình là $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{3}$. Biết điểm $M(a;b;c)$ thuộc Δ và M có tung độ âm và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2. Xác định giá trị $T = a + b + c$.

A $T = -1$. **B** $T = 11$. **C** $T = -13$. **D** $T = 1$.

Lời giải.

$M \in \Delta \Rightarrow M(t;1+2t;-2+3t)$. Theo giả thiết thì $d\left(M;(Oyz)\right) = |t| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = -2. \end{array}\right.$

Với $t = 2$, tung độ M là $1 + 2t = 5 > 0$ (không thỏa mãn giả thiết).
Với $t = -2$, tung độ M là $1 + 2t = -3 < 0$ (thỏa mãn giả thiết). Lúc đó ta có $M(-2;-3;-8)$.
Vậy $a = -2$, $b = -3$, $c = -8$. Suy ra $T = a + b + c = -13$.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;b;c)$ thuộc d sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$, biết $c < 0$.

A $M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$. **B** $M\left(-\dfrac{1}{6};-\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$. **C** $M(-1;0;-3)$. **D** $M(2;3;3)$.

Lời giải.

Ta có $M \in d$ nên $\exists t \in \mathbb{R}$ sao cho $M(1+t;2+t;1+2t)$.

Do $c = 1 + 2t < 0$ suy ra $t < -\dfrac{1}{2}$.

Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 = 28 &\Leftrightarrow (-t)^2 + (-3-t)^2 + (1-2t)^2 + (-2-t)^2 + (-t)^2 + (2-2t)^2 = 28 \\ &\Leftrightarrow 12t^2 - 2t - 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \text{ (loại)} \\ t = -\dfrac{5}{6} \text{ (thỏa mãn)}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Với $t = -\dfrac{5}{6}$, ta có $M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$.

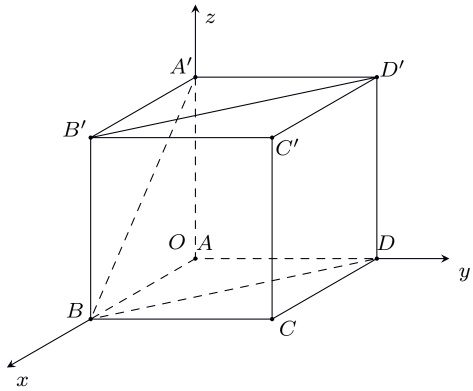
Chọn đáp án A .... □

8 Ứng dụng của đường thẳng trong không gian

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1.

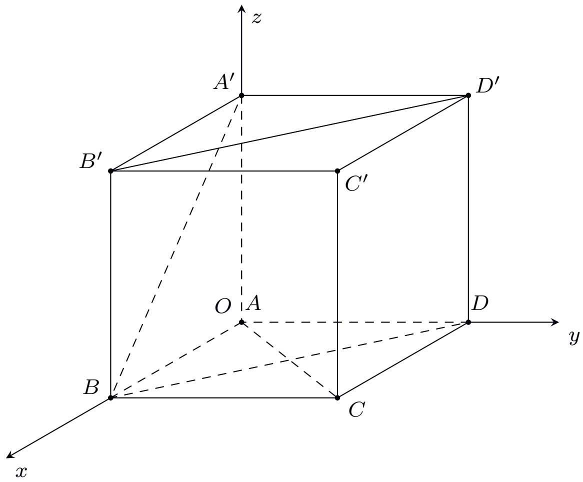
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, gọi α là góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, tính $\sin\alpha$.



A $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

C $\dfrac{1}{2}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.



Ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với $A \equiv O(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;a)$, $B'(a;0;a)$, $C'(a;a;a)$, $D'(0;a;a)$.

Ta thấy $OC \perp (BB'D'D)$ và $\overrightarrow{OC} = (a;a;0)$ nên suy ra mặt phẳng $(BB'D'D)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;1;0)$.

Đường thẳng $A'B$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{A'B} = (a;0;-a)$ ta chọn $\vec{u} = (1;0;-1)$.

Ta có

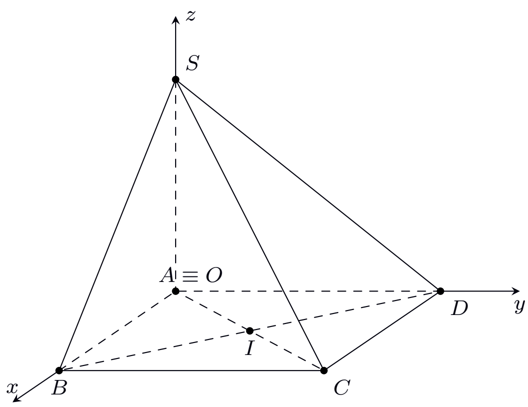
$$\sin\alpha = \frac{|\vec{n}\cdot\vec{u}|}{|\vec{n}|\cdot|\vec{u}|} = \frac{|1\cdot 1 + 1\cdot 0 + 0\cdot(-1)|}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}\cdot\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án C .... □

CÂU 2.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Nếu $\tan\alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A 30°. **B** 60°. **C** 45°. **D** 90°.



Lời giải.

Ta có $((SBD);(ABCD)) = (SI, AI) = \widehat{SIA}$.

Do đó $\tan\alpha = \tan\widehat{SIA} = \dfrac{SA}{AI} \Rightarrow SA = a$.

Với hệ trục tọa độ như hình vẽ thì ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $S(0;0;a)$.

Suy ra $\overrightarrow{SA} = (0;0;-a)$, $\overrightarrow{SC} = (a;a;-a)$, $\overrightarrow{SB} = (a;0;-a)$.

Mặt phẳng (SAC) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (-1;1;0)$.

Mặt phẳng (SBC) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1;0;1)$.

Suy ra

$$\cos((SAC),(SBC)) = \frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$$

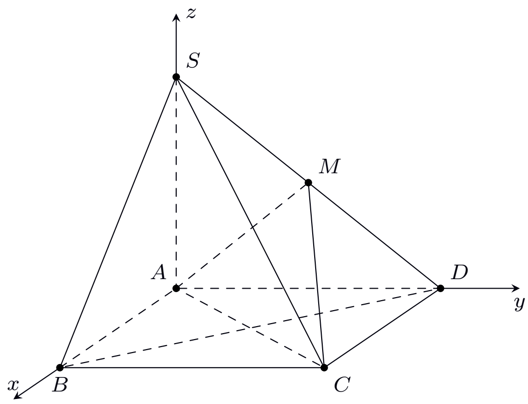
Vậy $((SAC),(SBC)) = 60^\circ$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tính tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC).

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{3}}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.



Gắn trục tọa độ như hình vẽ. Không mất tính tổng quát, ta đặt $a = 1$.

Ta có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $C(1;1;0)$, $S(0;0;2)$.

Do M là trung điểm của SD nên $M\left(0;\dfrac{1}{2};1\right)$.

Khi đó

- $\overrightarrow{BC} = (0;1;0)$, $\overrightarrow{SB} = (1;0;-2) \Rightarrow \left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{SB}\right] = (2;0;1)$.
  Một véc-tơ pháp tuyến của (SBC) là $\vec{n}_1 = (2;0;1)$.
- $\overrightarrow{MA} = \left(0;\dfrac{1}{2};1\right)$, $\overrightarrow{AC} = (1;1;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{AC}\right] = \left(-1;1;-\dfrac{1}{2}\right)$.
  Một véc-tơ pháp tuyến của (AMC) là $\vec{n}_2 = (2;-2;1)$.

Suy ra

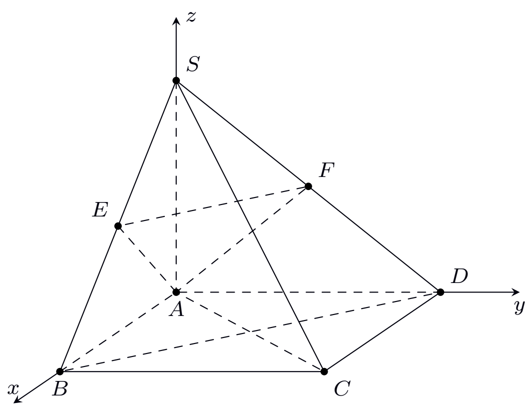
$$\cos((SBC),(AMC)) = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \tan((SBC),(AMC)) = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SB và SD. Tính cô-sin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (AEF) và (ABC).

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\sqrt{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Gắn trục tọa độ như hình vẽ. Không mất tính tổng quát, ta đặt $a = 1$.

Ta có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $S(0;0;1)$. Khi đó $E\left(\dfrac{1}{2};0;\dfrac{1}{2}\right)$ và $F\left(0;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AE} = \left(\dfrac{1}{2};0;\dfrac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{AF} = \left(0;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Một vec-tơ pháp tuyến của (AEF) là $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}\right] = \left(\frac{-1}{4}; \frac{-1}{4}; \frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}(1;1;-1)$.

Một vec-tơ pháp tuyến của $(ABCD)$ là $\overrightarrow{n_2} = \overrightarrow{AS} = (0;0;1)$.

Vậy cô-sin góc giữa 2 mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ là

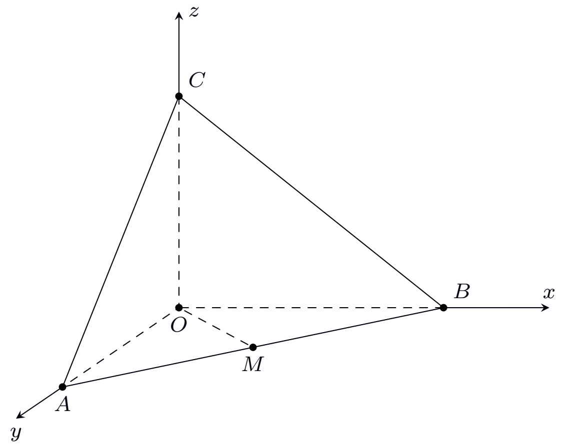
$$\cos((AEF),(ABCD)) = \frac{|\overrightarrow{n}_1 \cdot \overrightarrow{n}_2|}{|\overrightarrow{n}_1| \cdot |\overrightarrow{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án B ....

CÂU 5. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc tạo bởi hai véc-tơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A 135°. **B** 150°. **C** 120°. **D** 60°.

Lời giải.



Gắn trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có $O(0;0;0)$, $A(0;a;0)$, $B(a;0;0)$, $C(0;0;a)$, $M\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{BC} = (-a;0;a)$, $\overrightarrow{OM} = \left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$. Suy ra

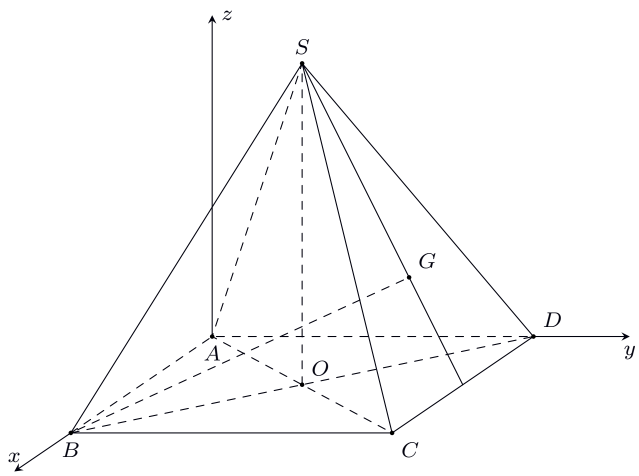
$$\cos\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{OM}\right) = \frac{\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{OM}}{BC\cdot OM} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{a\sqrt{2}\cdot\frac{a\sqrt{2}}{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{OM}\right) = 120^\circ.$$

Chọn đáp án C ....

CÂU 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA bằng

A $\arccos\frac{\sqrt{3}}{5}$. **B** $\arccos\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C** $\arccos\frac{\sqrt{5}}{3}$. **D** $\arccos\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải.



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Trong $\triangle SAO$ vuông tại O ta có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Gắn trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;a;0)$, $O\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$, $S\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)$.

Vì G là trọng tâm tam giác SCD nên $G\left(\frac{a}{2};\frac{5a}{6};\frac{a\sqrt{6}}{6}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AS}=\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)=\frac{a}{2}(1;1;\sqrt{6})$, $\overrightarrow{BG}=\left(\frac{-a}{2};\frac{5a}{6};\frac{a\sqrt{6}}{6}\right)=\frac{a}{6}(-3;5;\sqrt{6})$.

Góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA bằng

$$\cos(BG;SA)=\frac{|\overrightarrow{BG}\cdot\overrightarrow{AS}|}{BG\cdot AS}=\frac{|-3+5+6|}{\sqrt{40}\cdot\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án B .... □

CÂU 7. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, tam giác ABD đều. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $C'D'$, biết rằng $MN\perp B'D$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt đáy $(ABCD)$, khi đó $\cos\alpha$ bằng

A $\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C** $\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{10}}$. **D** $\cos\alpha=\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Chọn $AB=2\Rightarrow BD=2; AC=2\sqrt{3}$, đặt $AA'=h$.

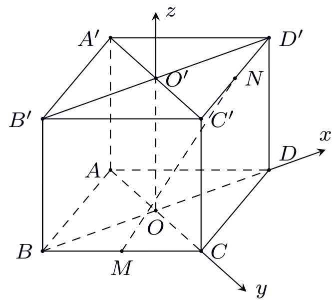
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ ta có

$D(1;0;0), B(-1;0;0), C(0;\sqrt{3};0)$,

$D'(1;0;h)$, $C'(0;\sqrt{3};h)$, $B'(-1;0;h)$.

Suy ra $M\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, $N\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};h\right)$,

$\overrightarrow{MN}=(1;0;h)$, $\overrightarrow{B'D}=(2;0;-h)$.



Do $MN\perp B'D\Rightarrow\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{B'D}=0\Leftrightarrow 2-h^2=0\Rightarrow h=\sqrt{2}\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(1;0;\sqrt{2})$.

Ta có $MN\parallel\vec{u}=\overrightarrow{MN}=(1;0;\sqrt{2})$, mặt phẳng $(ABCD)\perp\vec{n}=\vec{j}=(0;0;1)$.

Do α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt đáy $(ABCD)$ nên ta có

$$\sin\alpha=|\cos(\vec{u};\vec{n})|=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\Rightarrow\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án A .... □

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và vuông góc với $(ABCD)$. Tính $\cos\varphi$ với φ là góc tạp bởi (SAC) và (SCD).

A $\frac{\sqrt{3}}{7}$. **B** $\frac{\sqrt{6}}{7}$. **C** $\frac{5}{7}$. **D** $\frac{\sqrt{2}}{7}$.

Lời giải.

Gọi O, M lần lượt là trung điểm của AB, CD.

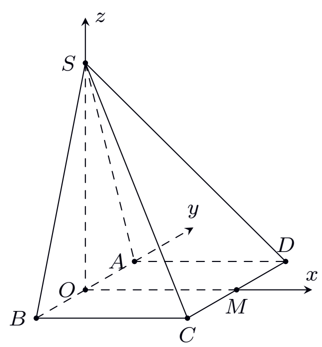
Vì mặt bên (SAB) là tam giác đều và vuông góc với $(ABCD)$ nên $SO\perp(ABCD)$.

Xét hệ trục $Oxyz$ có $O(0;0;0)$, $M(1;0;0)$, $A\left(0;\frac{1}{2};0\right)$,

$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $C\left(1;\frac{-1}{2};0\right)$, $D\left(1;\frac{1}{2};0\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{SA}=\left(0;\frac{1}{2};\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$, $\overrightarrow{AC}(1;-1;0)$

và $\overrightarrow{SC}=\left(1;\frac{-1}{2};\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$, $\overrightarrow{CD}=(0;1;0)$.



Mặt phẳng (SAC) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n_1}=[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{AC}]=\left(\frac{-\sqrt{3}}{2};\frac{-\sqrt{3}}{2};\frac{-1}{2}\right)$.

Mặt phẳng (SAD) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n_1}=[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{CD}]=\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;1\right)$.

Vậy $\cos\varphi=\frac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}|\cdot|\vec{n_2}|}=\frac{5}{7}$.

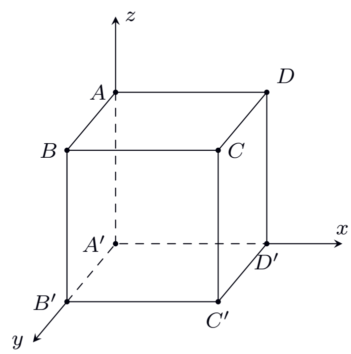
Chọn đáp án C .... □

CÂU 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ bằng

(A) $60°$. (B) $30°$. (C) $45°$. (D) $75°$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv A'$, $Ox \equiv A'D'$, $Oy \equiv A'B'$, $Oz \equiv A'A$.
Ta có $A'(0;0;0), D'(a;0;0), B'(0;a;0), C'(a;a;0)$
và $A(0;0;a), D(a;0;a), B(0;a;a), C(a;a;a)$.
Suy ra $\overrightarrow{A'B'} = (0;a;0), \overrightarrow{A'D} = (a;0;a), \overrightarrow{A'A} = (0;0;a)$
và $\overrightarrow{A'C'} = (a;a;0)$. Ta có $\left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'D}\right] = \left(a^2;0;-a^2\right)$.



Chọn $\overrightarrow{n_1} = (1;0;-1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'B'CD)$.
Suy ra $\left[\overrightarrow{A'A}, \overrightarrow{A'C}\right] = \left(-a^2;a^2;0\right)$.
Chọn $\overrightarrow{n_2} = (-1;1;0)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ACC'A')$.
Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ là

$$\cos\alpha = |\cos(\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2})| = \frac{|-1|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60°.$$

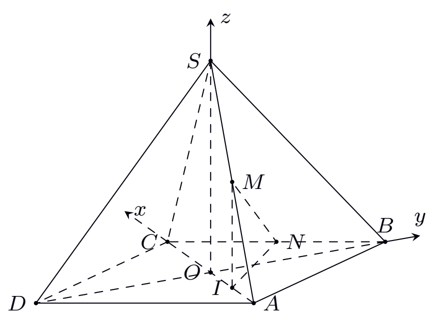
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 10. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC, biết $MN = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó giá trị sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (D) $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi I hình chiếu của M lên $(ABCD)$, suy ra I là trung điểm của AO suy ra $CI = \dfrac{3}{4}AC = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$.
Xét $\triangle CNI$ có $CN = \dfrac{a}{2}, \widehat{NCI} = 45°$.
Áp dụng định lý cosin ta có
$NI = \sqrt{CN^2 + CI^2 - 2CN\cdot CI\cdot\cos 45°} = \dfrac{a\sqrt{10}}{4}$.
Xét $\triangle MIN$ vuông tại I ta có
$MI = \sqrt{MN^2 - NI^2} = \dfrac{a\sqrt{14}}{4}$.
Mà $MI \parallel SO, MI = \dfrac{1}{2}SO \Rightarrow SO = \dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ ta có
$O(0;0;0), B\left(0;\dfrac{\sqrt{2}}{2};0\right), D\left(0;-\dfrac{\sqrt{2}}{2};0\right), C\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$,
$N\left(\dfrac{\sqrt{2}}{4};\dfrac{\sqrt{2}}{4};0\right), A\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2};0;0\right), S\left(0;0;\dfrac{\sqrt{14}}{4}\right), M\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{4};0;\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$.
Khi đó $\overrightarrow{MN} = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};\dfrac{\sqrt{2}}{4};-\dfrac{\sqrt{14}}{4}\right), \overrightarrow{SB} = \left(0;\dfrac{\sqrt{2}}{2};-\dfrac{\sqrt{14}}{2}\right), \overrightarrow{SD} = \left(0;-\dfrac{\sqrt{2}}{2};-\dfrac{\sqrt{14}}{2}\right)$.
Vectơ pháp tuyến mặt phẳng $(SBD)\vec{n} = \overrightarrow{SB}\wedge\overrightarrow{SD} = (-\sqrt{7};0;0)$.
Suy ra $\sin(MN,(SBD)) = \dfrac{|\overrightarrow{MN}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{MN}|\cdot|\vec{n}|} = \dfrac{\left|-\sqrt{7}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right|}{\sqrt{7}\cdot\frac{\sqrt{6}}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

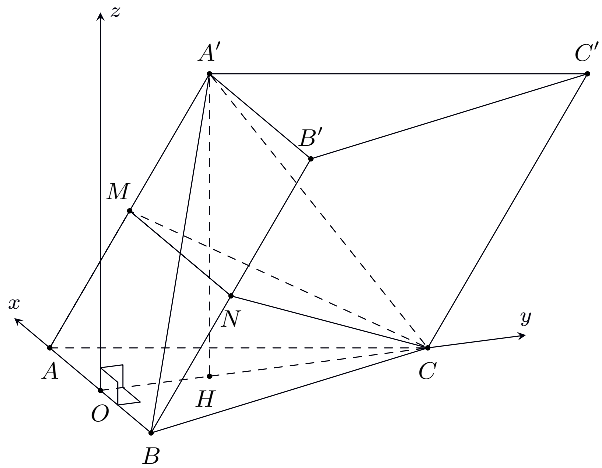
Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB'. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN).

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$. (B) $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$. (D) $\dfrac{4\sqrt{2}}{13}$.

Lời giải.

Gọi O, H lần lượt là trung điểm của AB và trọng tâm tam giác ABC.
Vì $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh a nên $A'H \perp (ABC)$.
Qua O kẻ tia Oz // $A'H$ và chọn hệ trục tọa độ sao cho
$O(0;0;0), A\left(\frac{1}{2};0;0\right), B\left(-\frac{1}{2};0;0\right), C\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$,
$H\left(0;\frac{\sqrt{3}}{6};0\right), A'H=\frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow A'\left(0;\frac{\sqrt{3}}{6};\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$
và $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A'B'} \Rightarrow B'\left(-1;\frac{\sqrt{3}}{6};\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$.
Dễ thấy (ABC) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(0;0;1)$.



Gọi M là trung điểm $AA' \Rightarrow M\left(\frac{1}{4};\frac{\sqrt{3}}{12};\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$, N là trung điểm $BB' \Rightarrow N\left(\frac{-3}{4};\frac{\sqrt{3}}{12};\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;0;0), \overrightarrow{CM}=\left(\frac{1}{4};\frac{-5\sqrt{3}}{12};\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$.

Mặt phẳng (CMN) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=\left(0;\frac{\sqrt{6}}{6};\frac{5\sqrt{3}}{12}\right)=\frac{\sqrt{3}}{12}(0;2\sqrt{2};5)$

$$\cos\varphi=\frac{5}{\sqrt{33}} \Rightarrow \tan\varphi=\sqrt{\frac{1}{\cos^2\varphi}-1}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$$

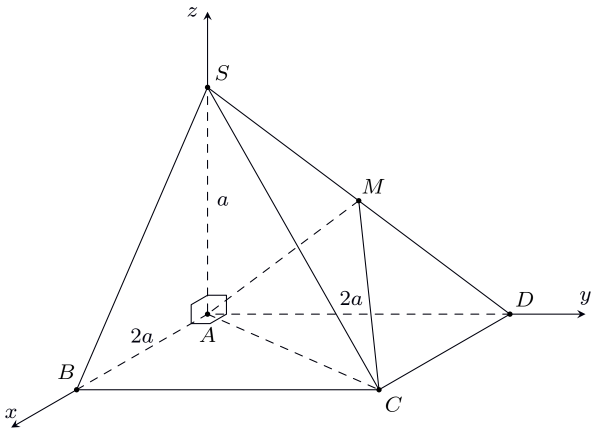
Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A \equiv O$ như hình vẽ



Ta có $A(0;0;0), B(2a;0;0), D(0;2a;0), C(2a;2a;0), S(0;0;a), M\left(0;a;\frac{a}{2}\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{SB}=(2a;0;-a), \overrightarrow{SC}=(2a;2a;-a), \overrightarrow{MA}=\left(0;-a;-\frac{a}{2}\right), \overrightarrow{MC}=\left(2a;a;-\frac{a}{2}\right)$.

$\overrightarrow{n}_1=\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC}\right]=\left(\begin{vmatrix}0 & -a\\ 2a & -a\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-a & 2a\\ -a & 2a\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2a & 0\\ 2a & 2a\end{vmatrix}\right)=2a^2(1;0;2)$,

$\overrightarrow{n}_2=\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MC}\right]=\left(\begin{vmatrix}-a & -\frac{a}{2}\\ a & -\frac{a}{2}\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-\frac{a}{2} & 0\\ -\frac{a}{2} & 2a\end{vmatrix};\begin{vmatrix}0 & -a\\ 2a & a\end{vmatrix}\right)=a^2(1;-1;2)$.

Mặt phẳng (SBC) có một véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}_1$, mặt phẳng (AMC) có một véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}_2$.
Gọi α $(0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ)$ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC).

Ta có $\cos\alpha=\left|\cos\left(\overrightarrow{n}_1,\overrightarrow{n}_2\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n}_1\cdot\overrightarrow{n}_2\right|}{\left|\overrightarrow{n}_1\right|\cdot\left|\overrightarrow{n}_2\right|}=\frac{2a^2\cdot a^2\cdot 5}{2a^2\sqrt{5}\cdot a^2\sqrt{6}}=\frac{5}{\sqrt{30}}$.

Mà $\tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = \left(\dfrac{\sqrt{30}}{5}\right)^2 - 1 = \dfrac{5}{25}$.

Suy ra $\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

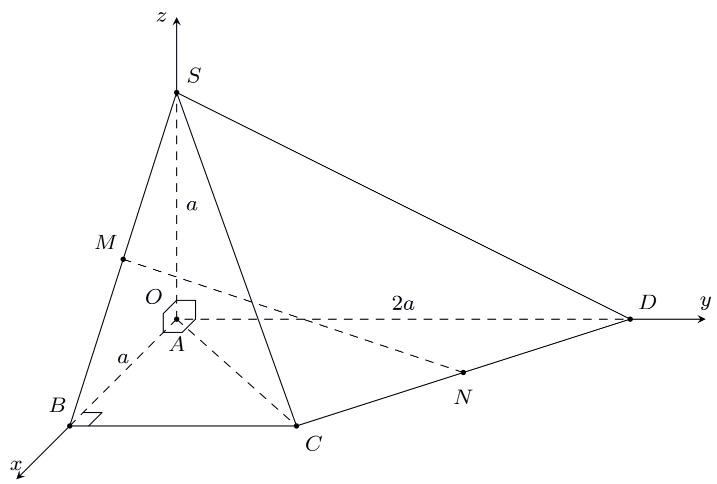
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính sin góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC).

(A) $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{\sqrt{55}}{10}$.

Lời giải.

Trong KG $Oxyz$ chọn $A \equiv O(0;0;0), AB \equiv Ox, AD \equiv Oy, AS \equiv Oz$.



Ta có $S(0;0;a), B(a;0;0), D(0;2a;0), C(a;a;0), M\left(\dfrac{a}{2};0;\dfrac{a}{2}\right), N\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{3a}{2};0\right)$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(0;\dfrac{3a}{2};\dfrac{-a}{2}\right), \overrightarrow{AS} = (0;0;a); \overrightarrow{AC} = (a;a;0).$$

$$\vec{n}_{(SAC)} = \left[\overrightarrow{AS},\overrightarrow{AC}\right] = \left(\begin{vmatrix}0 & a\\ a & 0\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a & 0\\ a & a\end{vmatrix};\begin{vmatrix}0 & 0\\ a & 0\end{vmatrix}\right) = (-a^2;a^2;0) = a^2(-1;1;0).$$

Mặt phẳng (SAC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(SAC)}$.

Ta có $\sin\left(MN,(SAC)\right) = \dfrac{\overrightarrow{MN}\cdot\vec{n}_{(SAC)}}{\left|\overrightarrow{MN}\right|\left|\vec{n}_{(SAC)}\right|} = \dfrac{\dfrac{3a^3}{2}}{\dfrac{a}{2}\cdot\sqrt{10}\cdot a^2\sqrt{2}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{10}$.

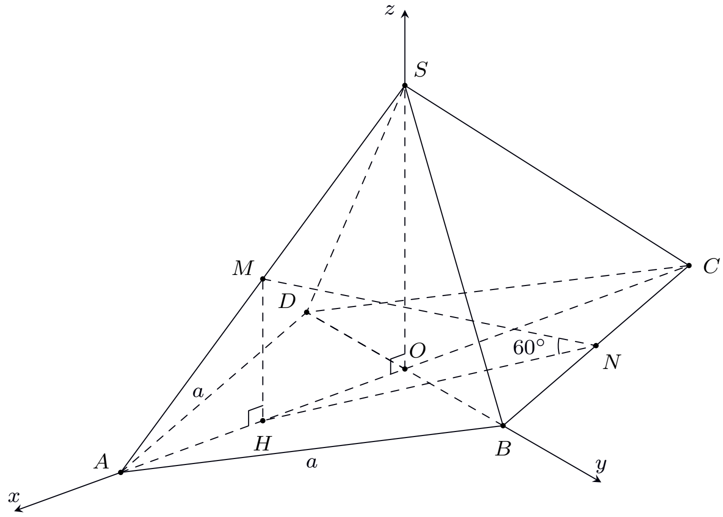
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 14. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60°. Côsin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\dfrac{\sqrt{41}}{41}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{41}}{41}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



Đặt $SO = m, (m > 0)$.

Ta có $A\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right), S(0; 0; m), N\left(-\dfrac{a\sqrt{2}}{4}; \dfrac{a\sqrt{2}}{4}; 0\right), M\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{4}; 0; \dfrac{m}{2}\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(-\dfrac{a\sqrt{2}}{2}; \dfrac{a\sqrt{2}}{4}; -\dfrac{m}{2}\right)$.

Mặt phẳng $(ABCD)$ có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{k} = (0; 0; 1)$.

Ta có $\sin((MN, (ABCD)) = \dfrac{\left|\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{k}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right| \left|\overrightarrow{k}\right|} = \dfrac{\dfrac{m}{2}}{\sqrt{\dfrac{5a^2}{8} + \dfrac{m^2}{4}}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow m^2 = \dfrac{15a^2}{8} + \dfrac{3m^2}{4}$.

Suy ra $2m^2 = 15a^2 \Rightarrow m = \dfrac{a\sqrt{30}}{2}$

Do đó $\overrightarrow{MN} = \left(-\dfrac{a\sqrt{2}}{2}; \dfrac{a\sqrt{2}}{4}; -\dfrac{a\sqrt{30}}{4}\right)$.

Mặt phẳng (SBD) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{i} = (1; 0; 0)$.

Ta lại có $\sin(MN, (SBD)) = \dfrac{\left|\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{i}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right| \left|\overrightarrow{i}\right|} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\dfrac{a^2}{2} + \dfrac{a^2}{8} + \dfrac{30a^2}{16}}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Suy ra $\cos(MN, (SBD)) = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông. Cho tam giác SAB vuông tại S và góc SBA bằng $30°$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng đáy. Gọi M, N là trung điểm AB, BC. Tìm cô-sin góc tạo bởi hai đường thẳng (SM, DN).

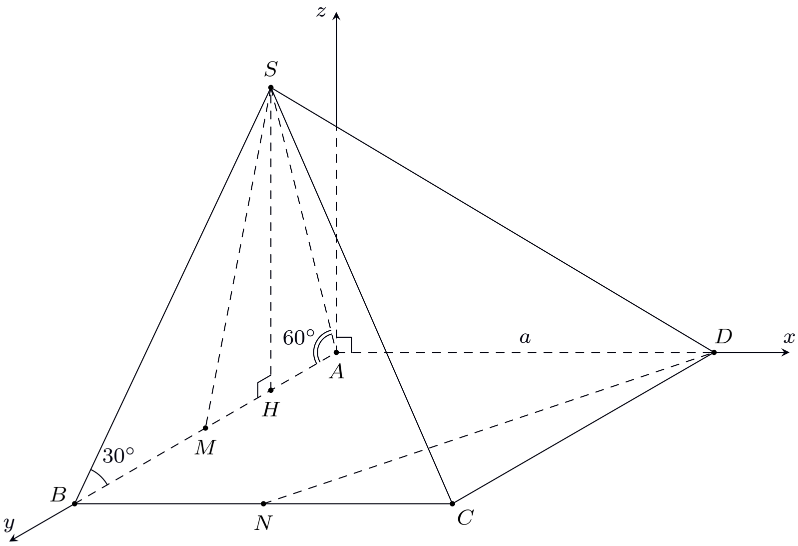
A $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **B** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **C** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D** $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Trong (SAB) kẻ $SH \perp AB$ tại H.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \subset (SAB),\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Kẻ tia $Az \,/\!/\, SH$ và chọn hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình vẽ sau đây.



Trong tam giác SAB vuông tại S, $SB = AB \cdot \cos\widehat{SBA} = a \cdot \cos 30^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác SBH vuông tại H, $BH = SB \cdot \cos\widehat{SBH} = \dfrac{3a}{4}$ và $SH = BH \cdot \sin\widehat{SBA} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

$AH = AB - BH = a - \dfrac{3a}{4} = \dfrac{a}{4} \Rightarrow H\left(0; \dfrac{a}{4}; 0\right) \Rightarrow S\left(0; \dfrac{a}{4}; \dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$.

Có các điểm $M\left(0; \dfrac{a}{2}; 0\right)$, $D(a; 0; 0)$, $N\left(\dfrac{a}{2}; a; 0\right)$.

Ta có $\overrightarrow{SM} = \left(0; \dfrac{a}{4}; -\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$, $\overrightarrow{DN} = \left(-\dfrac{a}{2}; a; 0\right)$.

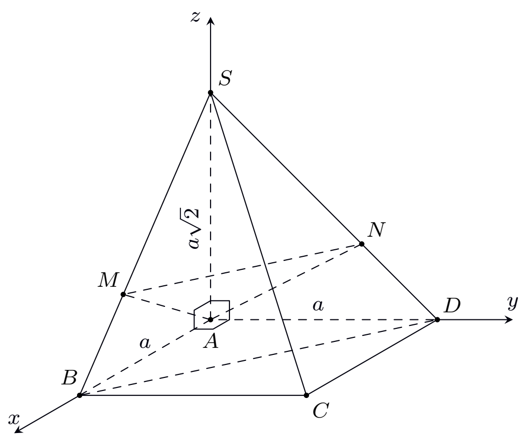
Suy ra $\cos(SM, DN) = \dfrac{\left|\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{DN}\right|}{SM \cdot DN} = \dfrac{\dfrac{a^2}{4}}{\dfrac{a}{2} \cdot \dfrac{a\sqrt{5}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Chọn đáp án B ....□

CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD. Góc giữa mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SB bằng

A 45°. **B** 90°. **C** 120°. **D** 60°.

Lời giải.



Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$.
Tương tự ta cũng có $AN \perp SC \Rightarrow (AMN) \perp SC$.
Gọi φ là góc giữa đường thẳng SB và (AMN).
Chọn $a = 1$ (đơn vị độ dài) và hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $S(0;0;\sqrt{2})$, $C(1;1;0)$.
Có các véc-tơ $\overrightarrow{SC} = (1;1;-\sqrt{2})$, $\overrightarrow{SB} = (1;0;-\sqrt{2})$.
Do $(AMN) \perp SC$ nên mặt phẳng (AMN) có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{SC}$.

Cho nên $\sin\varphi = \left|\cos\left(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SB}\right)\right| = \dfrac{\left|1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + (-\sqrt{2}) \cdot (-\sqrt{2})\right|}{2 \cdot \sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.

Vậy góc giữa mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SB bằng 60°.

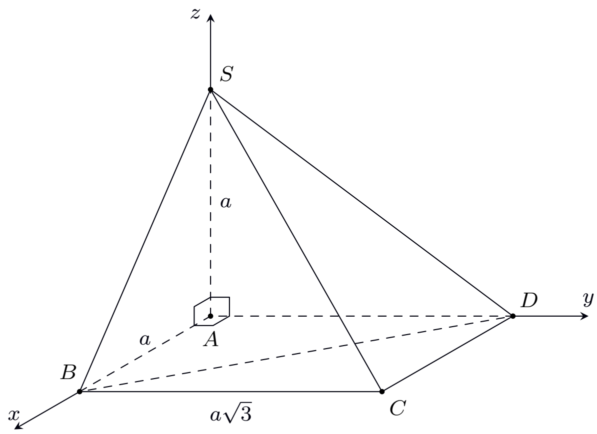
Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin\alpha$ với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC).

A $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{7}}{8}$. **B** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **D** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải.

Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



Khi đó, ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D\left(0;a\sqrt{3};0\right)$, $S(0;0;a)$.

Nên đường thẳng BD có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \left(-1;\sqrt{3};0\right)$.

Ta có
$$\overrightarrow{BD} = \left(-a;a\sqrt{3};0\right) = a\left(-1;\sqrt{3};0\right),$$
$$\overrightarrow{SB} = (a;0;-a),$$
$$\overrightarrow{BC} = \left(0;a\sqrt{3};0\right),$$
$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{BC}\right] = \left(a^2\sqrt{3};0;a^2\sqrt{3}\right) = a^2\sqrt{3}\,(1;0;1).$$

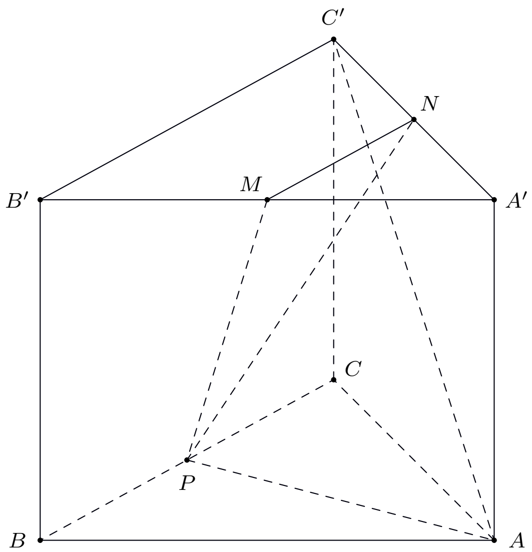
Như vậy, mặt phẳng (SBC) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;0;1)$.

Do đó, α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC)

thì $\sin\alpha = \dfrac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|} = \dfrac{\left|(-1)\cdot 1 + \sqrt{3}\cdot 0 + 0\cdot 1\right|}{\sqrt{(-1)^2+\sqrt{3}^2+0^2}\cdot\sqrt{1^2+0^2+1^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Chọn đáp án (C) .... □

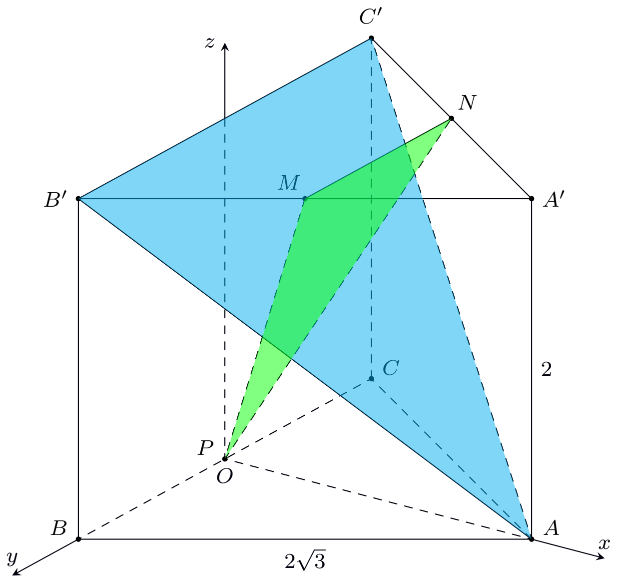
CÂU 18. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B'$, $A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng



A $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$. **B** $\dfrac{18\sqrt{13}}{65}$. **C** $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$. **D** $\dfrac{\sqrt{13}}{65}$.

Lời giải.

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



Ta có $P(0;0;0), A(3;0;0), B(0;\sqrt{3};0), C(0;-\sqrt{3};0), A'(3;0;2), B'(0;\sqrt{3};2), C'(0;-\sqrt{3};2)$,

$M\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};2\right), N\left(\frac{3}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};2\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB'}=(-3;\sqrt{3};2), \overrightarrow{AC'}=(-3;-\sqrt{3};2), \overrightarrow{PM}=\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};2\right), \overrightarrow{PN}=\left(\frac{3}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};2\right)$.

$\vec{n}_1=\left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AC'}\right]=2\sqrt{3}(2;0;3), \vec{n}_2=\left[\overrightarrow{PM},\overrightarrow{PN}\right]=\frac{\sqrt{3}}{2}(4;0;-3)$

Ta có véc-tơ pháp tuyến của $(AB'C')$ là $\vec{n}_1$ và véc-tơ pháp tuyến của (MNP) là $\vec{n}_2$.
Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP).

Suy ra $\cos\varphi=\left|\cos\left(\vec{n}_1,\vec{n}_2\right)\right|=\frac{|8-9|}{\sqrt{13}\sqrt{25}}=\frac{\sqrt{13}}{65}$.

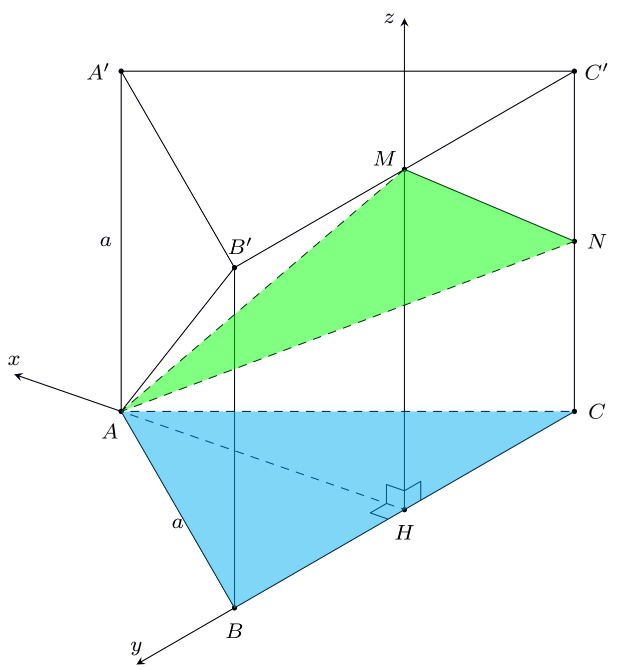
Chọn đáp án D ....

CÂU 19. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=a$, góc $\widehat{BAC}=120^\circ$, $AA'=a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

A 60°. **B** 30°. **C** $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{4}$. **D** $\arccos\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm BC, $BC=a\sqrt{3}$, $AH=\frac{a}{2}$.



Chọn hệ trục tọa độ theo hình vẽ.

Ta có $H(0;0;0), A\left(\frac{a}{2};0;0\right), B\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right), C\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right), M(0;0;a), N\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2}\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=\left(-\frac{a}{2};0;a\right), \overrightarrow{AN}=\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2}\right)$.

$\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right]=\frac{a^2}{4}(2\sqrt{3};-1;\sqrt{3})$.

Gọi φ là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC).
Mặt phẳng (AMN) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}$.
Mặt phẳng (ABC) có một véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{HM}=(0;0;1)$.

Từ đó $\cos\varphi=\dfrac{\left|\vec{n}\cdot\overrightarrow{HM}\right|}{|\vec{n}|\cdot\left|\overrightarrow{HM}\right|}=\dfrac{\sqrt{3}}{4\cdot 1}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

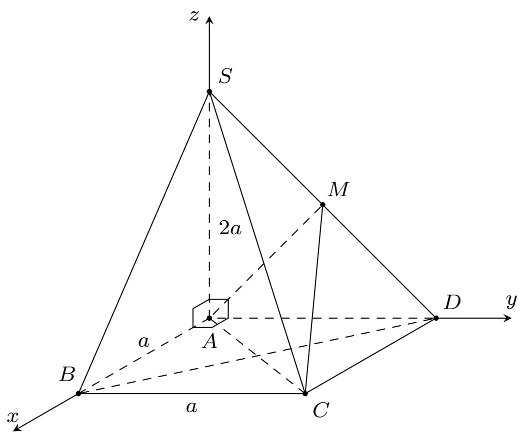
Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

(A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục toạ độ theo hình vẽ.



Ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;a;0)$, $S(0;0;2a)$.
Ta có M là trung điểm $SD \Rightarrow M\left(0;\frac{a}{2};a\right)$.
$\overrightarrow{AM}=\left(0;\frac{a}{2};a\right)$, $\overrightarrow{AC}=(a;a;0)$.
$\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}\right]=\frac{a^2}{2}(-2;1;-1)\Rightarrow(AMC)$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;2;-1)$.
$\overrightarrow{SB}=(a;0;-2a)$, $\overrightarrow{SC}=(a;a;-2a)$.
$\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC}\right]=a^2(2;0;1)\Rightarrow(SBC)$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{k}=(2;0;1)$.
Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (AMC) và (SBC).

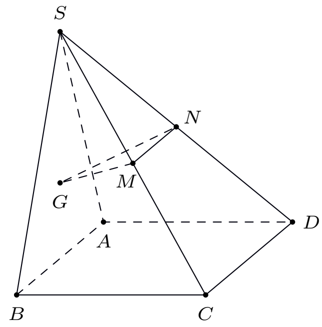
Ta có $\cos\alpha=\dfrac{\left|\vec{n}\cdot\vec{k}\right|}{|\vec{n}|\cdot\left|\vec{k}\right|}=\dfrac{5}{3\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Do $\tan\alpha>0$ nên $\tan\alpha=\sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\alpha}-1}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 21.

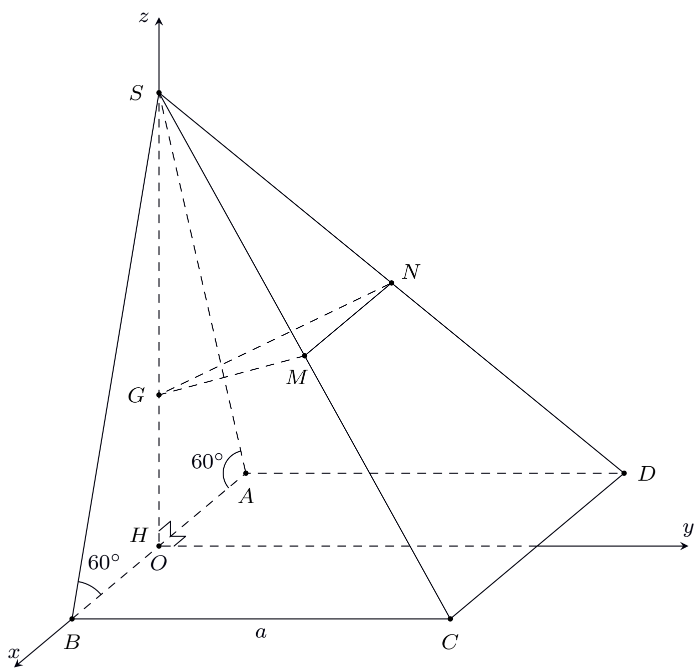
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính cô-sin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.



A $\frac{2\sqrt{39}}{39}$. **B** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C** $\frac{2\sqrt{39}}{13}$. **D** $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



Khi đó $S\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$, $A\left(-\frac{a}{2};0;0\right)$, $B\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $C\left(\frac{a}{2};a;0\right)$, $D\left(-\frac{a}{2};a;0\right)$.

Suy ra $G\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$, $M\left(\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$, $N\left(-\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$.

Ta có mặt phẳng $(ABCD)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{k}=(0;0;1)$.

Mặt phẳng (GMN) có cặp véc-tơ chỉ phương $\begin{cases}\overrightarrow{GM}=\frac{a}{12}\left(3;6;\sqrt{3}\right),\\ \overrightarrow{GN}=\frac{a}{12}\left(-3;6;\sqrt{3}\right).\end{cases}$

Suy ra véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}=\left[\overrightarrow{GM};\overrightarrow{GN}\right]=\frac{a^2}{144}\left(\begin{vmatrix}6 & \sqrt{3}\\ 6 & \sqrt{3}\end{vmatrix};\begin{vmatrix}\sqrt{3} & 3\\ \sqrt{3} & -3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}3 & 6\\ -3 & 6\end{vmatrix}\right)=\frac{a^2}{24}\left(0;-\sqrt{3};6\right)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

Ta có $\cos\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{k}\right|}{\left|\overrightarrow{n}\right|\cdot\left|\overrightarrow{k}\right|}=\dfrac{6}{\sqrt{39}}=\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$.

Chọn đáp án C .... □

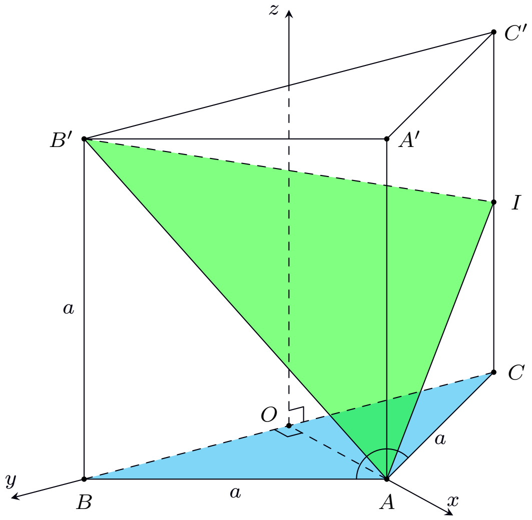
CÂU 22. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$ và góc $\widehat{BAC}=120^\circ$ và cạnh bên $BB'=a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Tính cô-sin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

A $\frac{\sqrt{3}}{10}$. **B** $\frac{\sqrt{30}}{10}$. **C** $\frac{\sqrt{30}}{30}$. **D** $\frac{\sqrt{10}}{30}$.

Lời giải.

Gọi O là trung điểm của BC.

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Ta có $OB = AB\sin 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $OA = AB\cos 60^\circ = \dfrac{a}{2}$.

Suy ra $A\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $B\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $C\left(0;-\dfrac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $I\left(0;-\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{a}{2}\right)$, $B'\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2};a\right)$.

Mặt phẳng (ABC) có cặp véc-tơ chỉ phương $\begin{cases}\overrightarrow{AB} = \left(-\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{3}}{2};\dfrac{a}{2}\right),\\ \overrightarrow{AC} = \left(-\dfrac{a}{2};-\dfrac{a\sqrt{3}}{2};\dfrac{a}{2}\right).\end{cases}$

Suy ra véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = \left(\begin{vmatrix}\dfrac{a\sqrt{3}}{2} & 0\\ -\dfrac{a\sqrt{3}}{2} & 0\end{vmatrix};\begin{vmatrix}0 & -\dfrac{a}{2}\\ 0 & -\dfrac{a}{2}\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-\dfrac{a}{2} & \dfrac{a\sqrt{3}}{2}\\ -\dfrac{a}{2} & -\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\end{vmatrix}\right)$

$= \left(0;0;\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}\right)$.

Mặt phẳng $AB'I$ có cặp véc-tơ chỉ phương $\begin{cases}\overrightarrow{AB'} = \left(-\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{3}}{2};a\right),\\ \overrightarrow{AI} = \left(-\dfrac{a}{2};-\dfrac{a\sqrt{3}}{2};\dfrac{a}{2}\right).\end{cases}$

Suy ra véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = \left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AI}\right] = \left(\begin{vmatrix}\dfrac{a\sqrt{3}}{2} & a\\ -\dfrac{a\sqrt{3}}{2} & \dfrac{a}{2}\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a & -\dfrac{a}{2}\\ \dfrac{a}{2} & -\dfrac{a}{2}\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-\dfrac{a}{2} & \dfrac{a\sqrt{3}}{2}\\ -\dfrac{a}{2} & -\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\end{vmatrix}\right)$

$= \left(\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4};-\dfrac{a^2}{4};\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}\right)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

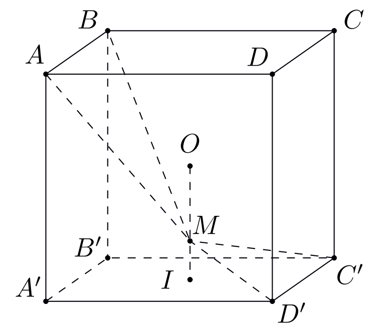
Ta có $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|} = \dfrac{\dfrac{3}{4}}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{10}}{2}} = \sqrt{\dfrac{3}{10}} = \dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

Chọn đáp án B .... □

1. C	2. B	3. D	4. B	5. C	6. B	7. A	8. C	9. A	10. B
11. C	12. A	13. A	14. C	15. B	16. D	17. C	18. D	19. D	20. C
21. C	22. B								

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

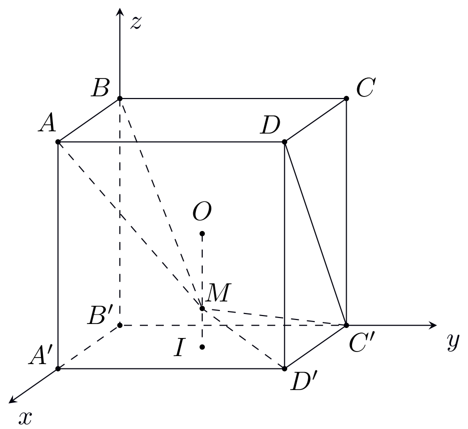
CÂU 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ).



Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) (kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,65

Lời giải.

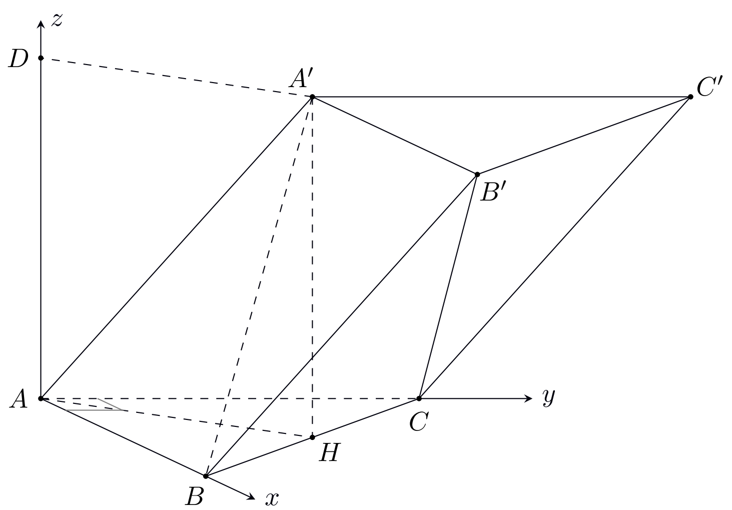


Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ, cạnh hình lập phương là 6, ta được tọa độ các điểm như sau $C'(0;6;0)$, $D'(6;6;0)$, $A(6;0;6)$, $B(0;0;6)$, $O\,(3;3;3)$, $I\,(3;3;0)$ và $M\,(3;3;1)$.
Lúc đó $\overrightarrow{MC'}=(-3;3;-1)$, $\overrightarrow{MD'}=(3;3;-1)$, $\overrightarrow{MA}=(3;-3;5)$ và $\overrightarrow{MB}=(-3;-3;5)$.
Ta có $\left[\overrightarrow{MC'},\overrightarrow{MD'}\right]=-6\,(0;1;3)$. Suy ra mặt phẳng $(MC'D')$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(MC'D')}=(0;1;3)$.
Lại có $\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right]=-6\,(0;5;3)$. Suy ra mặt phẳng (MAB) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(MAB)}=(0;5;3)$.
Suy ra $\cos\left(\widehat{(MAB),(MC'D')}\right)=\dfrac{|5\cdot 1+3\cdot 3|}{\sqrt{5^2+3^2}\cdot\sqrt{1^2+3^2}}=\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$.
Từ đó có $\sin\left(\widehat{(MAB),(MC'D')}\right)=\sqrt{1-\left(\dfrac{7\sqrt{85}}{85}\right)^2}=\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$.

CÂU 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, $A'H=a\sqrt{5}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos\varphi$. Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

Đáp án: 0,51

Lời giải.



Ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $O \equiv A$ như hình vẽ, chọn $a = 1$ đơn vị, khi đó ta có tọa độ điểm $B(1; 0; 0)$, $C(0; \sqrt{3}; 0)$, suy ra trung điểm của BC là $H\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$.

Vì H là hình chiếu của A' nên suy ra tọa độ của $A'\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}; \sqrt{5}\right)$.

Ta tìm tọa độ B'.

Gọi tọa độ $B'(x; y; z)$ khi đó ta có $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{OB}$ nên tọa độ $B'\left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}; \sqrt{5}\right)$.

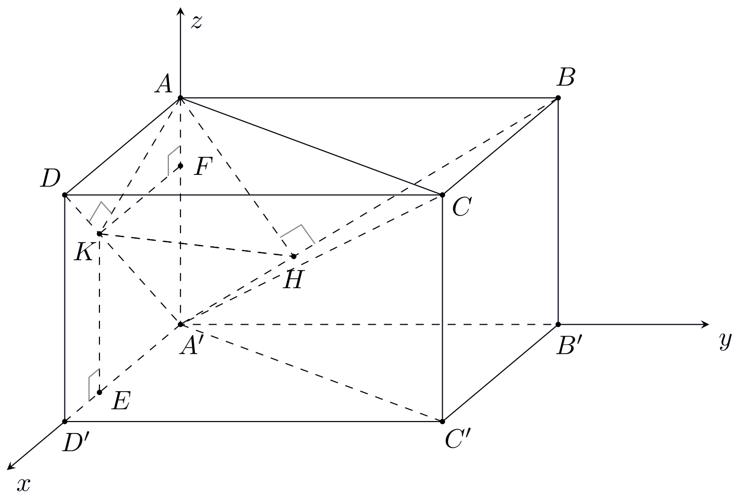
Ta cũng có $\overrightarrow{B'C} = \left(-\dfrac{3}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}; -\sqrt{5}\right)$ và $\overrightarrow{A'B} = \left(\dfrac{1}{2}; -\dfrac{\sqrt{3}}{2}; -\sqrt{5}\right)$.

Từ đó ta có $\cos\varphi = \dfrac{\left|\overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{B'C}\right|}{\left|\overrightarrow{A'B}\right| \cdot \left|\overrightarrow{B'C}\right|} = \dfrac{7}{2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{8}} = \dfrac{7\sqrt{3}}{24}$.

CÂU 25. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $A'B$ và K là hình chiếu vuông góc của A trên $A'D$. Góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và $(ABB'A')$ bằng bao nhiêu độ?

Đáp án: 45

Lời giải.



Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $A'C'$ là hình chiếu vuông góc của $A'C$ trên $(ABCD)$. Suy ra

$$(A'C, (ABCD)) = (A'C, A'C') = \widehat{CA'C'} = 30°.$$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{3}$ và $\tan\widehat{CA'C'} = \dfrac{CC'}{A'C'} \Rightarrow CC' = a$.
Kết hợp với giả thiết ta được $ABB'A'$ là hình vuông và có H là tâm.
Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của K trên $A'D'$ và $A'A$. Ta có

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{6}}{3}, A'K = \sqrt{A'A^2 - AK^2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

và

$$\frac{1}{KF^2} = \frac{1}{KA^2} + \frac{1}{A'K^2} \Rightarrow KF = \frac{a\sqrt{2}}{3}, KE = \sqrt{A'K^2 - KF^2} \Rightarrow KE = \frac{a}{3}.$$

Ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ thỏa mãn $O \equiv A'$ còn D', B', A theo thứ tự thuộc các tia Ox, Oy, Oz.

Khi đó ta có tọa độ các điểm lần lượt là $A(0; 0; a)$, $B'(0; a; 0)$, $H\left(0; \dfrac{a}{2}; \dfrac{a}{2}\right)$, $K\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{3}; 0; \dfrac{a}{3}\right)$, $E\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{3}; 0; 0\right)$, $F\left(0; 0; \dfrac{a\sqrt{2}}{3}\right)$.

Mặt phẳng $(ABB'A')$ là mặt phẳng (Oyz) nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; 0; 0)$.

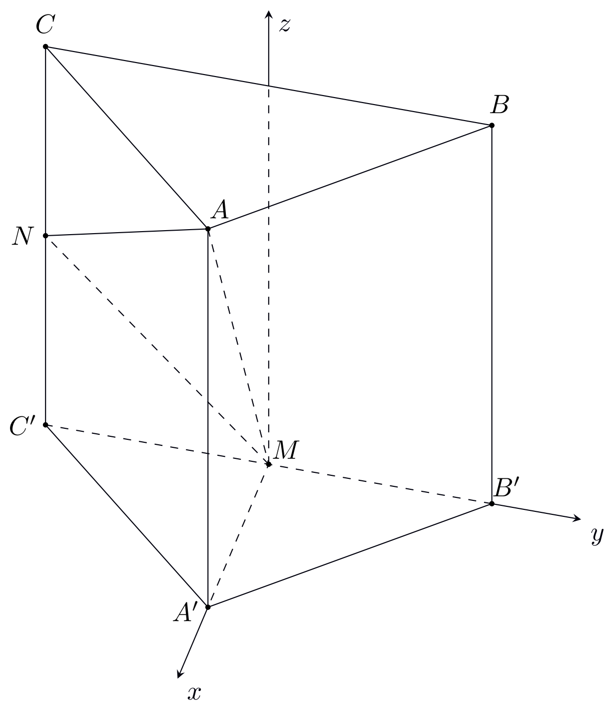
Ta có $\left[\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{AH}\right] = \dfrac{a^2}{6}\vec{n}_2$, với $\vec{n}_2(2; \sqrt{2}; \sqrt{2})$.
Mặt phẳng (AKH) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; \sqrt{2}; \sqrt{2})$.
Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và $(ABB'A')$. Ta có

$$\cos\alpha = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{\left|1 \cdot 2 + 0 \cdot \sqrt{2} + 0 \cdot \sqrt{2}\right|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + \sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45°.$$

CÂU 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $BAC = 120°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC), tính $\cos\alpha$. Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

Đáp án: 0,43

Lời giải.



Lấy H là trung điểm của BC.

Ta có $V_{ABC.A'BC'} = CC' \cdot S_{\triangle ABC} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{4} \Rightarrow CC' = a$ vì $S_{\triangle ABC} = \dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Ta có $M \equiv O$, $M(0;0;0)$, $A'\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $B'\left(0;\dfrac{\sqrt{3}a}{2};0\right)$, $C'\left(0;-\dfrac{\sqrt{3}a}{2};0\right)$, $A\left(\dfrac{a}{2};0;a\right)$, $N\left(0;-\dfrac{\sqrt{3}a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

Ta có $(ABC) \perp Oz$ nên (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Lại có $\overrightarrow{MA} = \left(\dfrac{a}{2};0;a\right)$, $\overrightarrow{MN} = \left(0;-\dfrac{\sqrt{3}a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

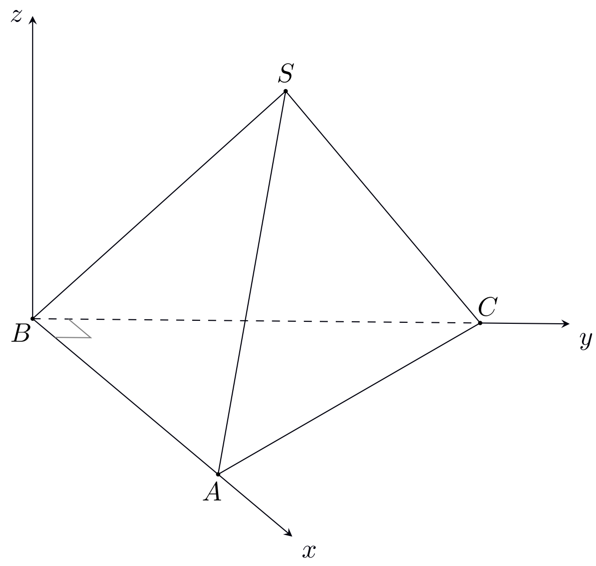
Gọi $\vec{v_1} = \dfrac{2}{a}\overrightarrow{MA} \Rightarrow \vec{v_1} = (1;0;2)$, $\vec{v}_2 = \dfrac{2}{a}\overrightarrow{MN} \Rightarrow \vec{v}_2 = (0;-\sqrt{3};1)$. Khi đó mặt phẳng (AMN) song song hoặc chứa giá của hai vectơ không cùng phương là $\vec{v_1}$ và $\vec{v_2}$ nên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{v_1},\vec{v_2}] = (2\sqrt{3};-1;-\sqrt{3})$.

Vậy $\cos\alpha = \left|\cos(\vec{k},\vec{n})\right| = \dfrac{\left|\vec{k}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\vec{k}\right|\left|\vec{n}\right|} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

CÂU 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$, tam giác SAB và tam giác SCB lần lượt vuông tại A, C. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng $2a$. Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB). Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

Đáp án: 0,33

Lời giải.



Chọn hệ trục tọa độ sao cho $B(0;0;0)$, $A(a\sqrt{2};0;0)$, $C(0;a\sqrt{2};0)$, $S(x;y;z)$.
Ta có phương trình mặt phẳng (ABC) là $z=0$, $\overrightarrow{AS}=(x-a\sqrt{2};y;z)$, $\overrightarrow{CS}=(x;y-a\sqrt{2};z)$.
Do $\overrightarrow{AS}\cdot\overrightarrow{AB}=0 \Rightarrow (x-a\sqrt{2})a\sqrt{2}=0 \Rightarrow x=a\sqrt{2}$.
Mặt khác $\mathrm{d}(S,(ABC))=2a \Rightarrow z=2a (z>0)$.
Lại có $\overrightarrow{CS}\cdot\overrightarrow{CB}=0 \Rightarrow (y-a\sqrt{2})a\sqrt{2}=0 \Rightarrow y=a\sqrt{2}$.
Vậy $S\left(a\sqrt{2};a\sqrt{2};2a\right)$.
Ta có $\overrightarrow{AS}=\left(0;a\sqrt{2};2a\right)$, $\overrightarrow{CS}=\left(a\sqrt{2};0;2a\right)$, $\overrightarrow{BS}=\left(a\sqrt{2};a\sqrt{2};2a\right)$. Lúc đó
$\left[\overrightarrow{AS},\overrightarrow{BS}\right]=\left(0;2a^2\sqrt{2};-a^2\sqrt{a}\right)=2a^2\left(0;\sqrt{2};1\right)$,
$\left[\overrightarrow{CS},\overrightarrow{BS}\right]=\left(-2a^2\sqrt{2};0;2a^2\right)=2a^2\left(-\sqrt{2};0;1\right)$.
Vậy (SBC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(-\sqrt{2};0;1\right)$ và (SAB) có một vectơ pháp tuyến $\vec{m}=\left(0;\sqrt{2};-1\right)$. Suy ra

$$\cos\varphi=\frac{|\vec{n}\cdot\vec{m}|}{|\vec{n}|\cdot|\vec{m}|}=\frac{\left|-\sqrt{2}\cdot 0+0\cdot\sqrt{2}+1\cdot(-1)\right|}{\sqrt{\left(-\sqrt{2}\right)^2+0^2+1^2}\cdot\sqrt{0^2+\left(\sqrt{2}\right)^2+(-1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{1}{3}.$$

CÂU 28. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân đỉnh A. Biết $BC=a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC}=30^\circ$, cạnh bên $AA'=a$. Gọi M là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{CC'}$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'M)$, khi đó tính $\sin\alpha$. Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

Đáp án: 0,93

Lời giải.

Gọi O là trung điểm BC. Lúc đó

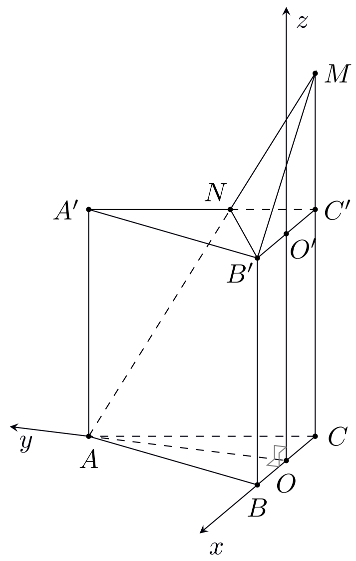
$$BO=AB\cdot\cos 30^\circ \Leftrightarrow AB=\frac{BO}{\cos 30^\circ}=\frac{a\sqrt{3}}{2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=a=AC$$

và

$$AO=AB\cdot\sin 30^\circ=\frac{a}{2}.$$

Theo đề bài ta có

$$2\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{C'M}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{C'M}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CC'} \Rightarrow C'M=\frac{a}{2}.$$



Coi $a = 1$. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với $O(0;0;0)$, $A\left(0;\frac{1}{2};0\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$, $C\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$, $B'\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;1\right)$, $C'\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0;\frac{3}{2}\right)$.

Khi đó $(ABC) \equiv (Oxy)\colon z = 0 \Rightarrow (ABC)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{k} = (0;0;1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB'} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};1\right)$, $\overrightarrow{AM} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ suy ra

$$\overrightarrow{n}_{(AB'M)} = 4\left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AM}\right] = \left(1;5\sqrt{3};2\sqrt{3}\right).$$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'M)$.
Ta có

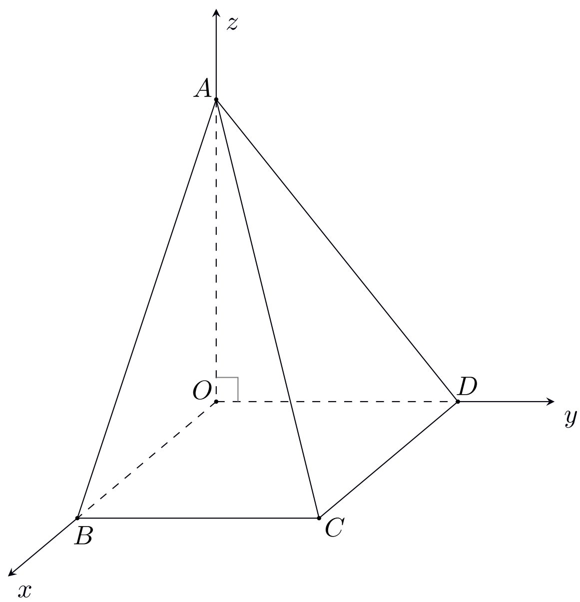
$$\cos\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{k}\cdot\overrightarrow{n}_{(AB'M)}\right|}{|\overrightarrow{k}|\cdot\left|\overrightarrow{n}_{(AB'M)}\right|} = \frac{|2\sqrt{3}|}{1\cdot 2\sqrt{22}} = \sqrt{\frac{3}{22}}.$$

Suy ra $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{\frac{19}{22}} = \frac{\sqrt{418}}{22}$.

CÂU 29. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $BC = 3$, $CD = 4$, $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90^\circ$. Góc giữa đường thẳng AD và BC bằng 60°. Tính côsin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD). Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

Đáp án: 0,3

Lời giải.



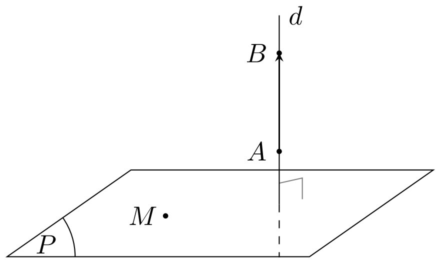
Dựng $AO \perp (BCD)$ khi đó O là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật $BCDO$.
Góc giữa đường thẳng AD và BC là góc giữa đường thẳng AD và OD và bằng $\widehat{ADO} = 60°$.
Xét tam giác ADO vuông tại O ta có $\tan 60° = \dfrac{OA}{OD} \Rightarrow OA = 3\sqrt{3}$.
Gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào hình chóp như hình vẽ.
Ta có $O(0;0;0)$, $B(4;0;0)$, $D(0;3;0)$, $C(4;3;0)$, $A(0;0;3\sqrt{3})$.
Suy ra $\overrightarrow{AB} = (4;0;-3\sqrt{3})$, $\overrightarrow{BC} = (0;3;0)$, $\overrightarrow{AD} = (0;3;-3\sqrt{3})$, $\overrightarrow{CD} = (-4;0;0)$.
Mặt phẳng (ABC) nhận vectơ $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right] = (9\sqrt{3};0;12)$ làm vectơ pháp tuyến.
Mặt phẳng (ADC) nhận vectơ $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CD}\right] = \left(0;12\sqrt{3};12\right)$ làm vectơ pháp tuyến.
Nên $\cos\left((ABC);(ADC)\right) = \dfrac{|\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}| \cdot |\overrightarrow{n_2}|} = \dfrac{144}{72\sqrt{43}} = \dfrac{2\sqrt{43}}{43}$.

23. 0,65	24. 0,51	25. 45	26. 0,43	27. 0,33	28. 0,93	29. 0,3

9 Viết PTMP biết vị trí tương đối với đường thẳng

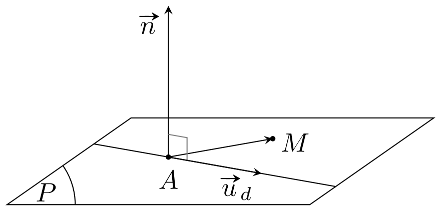
Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng d (hoặc vuông góc với đường thẳng AB)

Phương pháp: $(P)\colon \begin{cases} \text{Qua } M\,(x_0;y_0;z_0) \\ \text{Vectơ pháp tuyến } \overrightarrow{n}_{(P)} = \overrightarrow{u}_d = \overrightarrow{AB}. \end{cases}$



Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M \notin d$.
Phương pháp:

- Chọn điểm $A \in d$ và một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}$. Tính $\left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_d}\right]$.
- Phương trình mặt phẳng (P): $\begin{cases} \text{Đi qua } M \\ \text{có vectơ pháp tuyến } \overrightarrow{n} = \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_d}\right]. \end{cases}$



Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d?

(A) $(T)\colon x+y+2z+1=0$. (B) $(P)\colon x-2y+z+1=0$. (C) $(Q)\colon x-2y-z+1=0$. (D) $(R)\colon x+y+z+1=0$.

Lời giải.
Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu vectơ chỉ phương của đường thẳng cùng phương với vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.
Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u} = (1;-2;1)$.
Mặt phẳng (T) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_{(T)} = (1;1;2)$.
Do $\dfrac{1}{1} \neq \dfrac{-2}{1} \neq \dfrac{1}{2}$ nên $\overrightarrow{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n}_{(T)}$. Do đó d không vuông góc với (T).
Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_{(P)} = (1;-2;1)$.
Do $\dfrac{1}{1} = \dfrac{-2}{-2} = \dfrac{1}{1}$ nên $\overrightarrow{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{n}_{(P)}$. Do đó d vuông góc với (P).
Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_{(Q)} = (1;-2;-1)$.
Do $\dfrac{1}{1} = \dfrac{-2}{-2} \neq \dfrac{1}{-1}$ nên $\overrightarrow{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n}_{(Q)}$. Do đó d không vuông góc với (Q).
Mặt phẳng (R) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_{(R)} = (1;1;1)$.
Do $\dfrac{1}{1} \neq \dfrac{-2}{1} \neq \dfrac{1}{1}$ nên $\overrightarrow{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n}_{(R)}$. Do đó d không vuông góc với (R).
Chọn đáp án B .... □

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$ là

(A) $x+y+z+1=0$. (B) $x-y-z=1$. (C) $x+y+z=1$. (D) $x+y+z=0$.

Lời giải.
Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$ nên nhận vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}_d = (1;1;1)$ làm vectơ pháp tuyến.
Suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x+y+z+D=0$.

Mặt khác (P) đi qua gốc tọa độ nên $D=0$.
Vậy phương trình (P) là $x+y+z=0$.
Chọn đáp án D ☐

CÂU 3. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;3)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là

A. $2x-y+z-3=0$. B. $2x-y+2z-6=0$. C. $2x-y+z+3=0$. D. $2x-y-z+3=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $A(0;0;3)$ và vuông góc với đường thẳng d nên nhận vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(2;-1;1)$ làm vectơ pháp tuyến. Do đó phương trình mặt phẳng cần tìm là $2x-y+z-3=0$.
Chọn đáp án A ☐

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P)\colon 10x+2y+mz+11=0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $m=2$. B. $m=-52$. C. $m=52$. D. $m=-2$.

Lời giải.

Đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1;1)$.
Mặt phẳng $(P)\colon 10x+2y+mz+11=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(10;2;m)$.
Để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ thì $\vec{u}$ phải cùng phương với $\vec{n}$, tức là cần

$$\frac{10}{2}=\frac{2}{1}=\frac{m}{1}\Leftrightarrow m=2.$$

Chọn đáp án A ☐

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O, song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+z=0$. B. $x-2y+z=0$. C. $x+2y+z-4=0$. D. $x-2y+z+4=0$.

Lời giải.

Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;-3)$ và (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1;1)$.
Mặt phẳng (α) qua O và nhận vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n'}=-[\vec{u},\vec{n}]=(1;2;1)$.
Suy ra $(\alpha)\colon x+2y+z=0$.
Chọn đáp án A ☐

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-2)$ và đi qua điểm $M(1;-3;2)$, $d_2\colon \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax+by+cz+11=0$. Giá trị $a+2b+3c$ bằng

A. -42. B. -32. C. 11. D. 20.

Lời giải.

Đường thẳng d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;3)$ và đi qua điểm $N(-3;1;-4)$.
Ta có $[\vec{v},\vec{u}]=(4;5;2)\neq\vec{0}$; $\overrightarrow{MN}=(-4;4;-6)$; $[\vec{v},\vec{u}]\cdot\overrightarrow{MN}=-16+20-12=-8\neq 0$
$\Rightarrow d_1$ và d_2 chéo nhau.
Mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 nên (P) nhận $[\vec{v},\vec{u}]=(4;5;2)$ làm một véc-tơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(-1;-1;-1)$ của đoạn MN.
Do đó $(P)\colon 4(x+1)+5(y+1)+2(z+1)=0\Leftrightarrow 4x+5y+2z+11=0$.
Suy ra $a=4$, $b=5$, $c=2\Rightarrow a+2b+3c=20$.
Chọn đáp án D ☐

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $-2x-y+9z-36=0$. B. $2x-y-z=0$. C. $6x+9y+z+8=0$. D. $6x+9y+z-8=0$.

Lời giải.

Đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ đi qua điểm $M(1;-2;4)$, có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(-2;1;3)$.
Đường thẳng $d_2\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(1;-1;3)$.
Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau d_1, d_2 suy ra (P) qua điểm $M(1;-2;4)$, có một véc-tơ pháp tuyến là

$\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (6; 9; 1)$.
Phương trình mặt phẳng (P) là

$$(P)\colon 6(x-1) + 9(y+2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x + 9y + z + 8 = 0.$$

Chọn đáp án C .... □

CÂU 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q)\colon x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=3 \\ y=3+t \\ z=5-t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A, song song với d và vuông góc với (Q) là

A $3x+y+z-1=0$. **B** $3x-y-z+1=0$. **C** $x+3y+z-3=0$. **D** $x+y+z-1=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1;1;-4)$.
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (0;1;-1)$.
Gọi véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P$.
Ta có $\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q$ và $\vec{n}_P \perp \vec{u}_d$ nên chọn $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{u}_d] = (3;1;1)$.
(P) đi qua điểm $A(0;1;0)$, nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (3;1;1)$ có phương trình là

$$3x+y+z-1=0.$$

Chọn đáp án A .... □

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-6}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z+2}{-2}$ chéo nhau. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A $(P)\colon x+5y+8z-16=0$. **B** $(P)\colon x+5y+8z+16=0$.
C $(P)\colon x+4y+6z-12=0$. **D** $(P)\colon 2x+y-6=0$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 đi qua $A\,(2;6;-2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2;-2;1)$.
Đường thẳng d_2 có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1;3;-2)$.
Gọi $\vec{n}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Do mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 nên $\vec{n}_P = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1;5;8)$.
Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2;6;-2)$ nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1;5;8)$ là $x+5y+8z-16=0$.
Chọn đáp án A .... □

CÂU 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó?

A $\vec{n} = (1;-1;-1)$. **B** $\vec{n} = (1;-1;-3)$. **C** $\vec{n} = (1;-1;5)$. **D** $\vec{n} = (1;-1;-5)$.

Lời giải.

PTĐT qua hai điểm A, O có dạng $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ z=0. \end{cases}$

Gọi (P) là mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O nên $(P)\colon m\,(x-y)+nz=0$, $m^2+n^2>0$. Khi đó véc-tơ pháp tuyến của (P) có dạng $\vec{n} = (m;-m;n)$.

Ta có $\mathrm{d}\,(B,(P)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \dfrac{|m+2n|}{\sqrt{m^2+m^2+n^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow 2m^2-4mn-n^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{m}{n}=1 \\ \dfrac{m}{n}=\dfrac{1}{5}. \end{array}\right.$

Vậy một véc-tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó là

$$\vec{n}_P = \left(\frac{1}{5}n; \frac{-1}{5}n; n\right) = \frac{n}{5}\,(1;-1;5)\,.$$

Do đó $\vec{n} = (1;-1;-5)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.
Chọn đáp án C .... □

CÂU 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{2}$. Phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d là

A $(P)\colon 5x+2y+4z-5=0$. **B** $(P)\colon 2x+1y+2z-1=0$.
C $(P)\colon 5x-2y-4z-5=0$. **D** $(P)\colon 2x+1y+2z-2=0$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{a}=(2;1;2)$ và $B(1;-2;1)\in d$.
Khi đó $\overrightarrow{AB}=(0;-2;1)$.
Do đó véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{a}\right]=(5,-2;-4)$.
Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$5\cdot(x-1)-2\cdot(y-0)-4\cdot(z-0)=0\Rightarrow 5x-2y-4z-5=0.$$

Chọn đáp án C ....

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A $2y-2z+1=0$. **B** $2y-2z-1=0$. **C** $2x-2z+1=0$. **D** $2x-2z-1=0$.

Lời giải.

Ta có đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(-1;1;1)$ và đường thẳng d_2 đi qua điểm $A(0;1;2)$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(-2;1;1)$.
Mặt phẳng (P) song song d_1, d_2 nên (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;-1;1)$.
Do đó mặt phẳng (P) có dạng $y-z+m=0$.
Mặt khác (P) cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 nên

$$\mathrm{d}\left(d_1,(P)\right)=\mathrm{d}\left(d_2,(P)\right)\Leftrightarrow \mathrm{d}\left(A,(P)\right)=d\left(B;(P)\right)\Leftrightarrow |m|=|m-1|\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}.$$

Vậy $(P)\colon y-z+\dfrac{1}{2}=0\Leftrightarrow 2y-2z+1=0$.
Chọn đáp án A ....

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d có dạng $3x+by+cz+d=0$. Tính b^2+cd.

Đáp án: 3

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng d.
Ta có $\vec{n}_p=\vec{u}_d=(3;2;-1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x-2)+2(y+2)-1(z-3)=0\Leftrightarrow 3x+2y-z+1=0.$$

Vậy $b^2+cd=2^2+(-1)\cdot 1=3$.

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ và chứa đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ có dạng $3x+ay+bz-c$. Tính $a+b+c$.

Đáp án: 0

Lời giải.

Ta lấy điểm $M(2;1;3)\in(\Delta)\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AM}=(2;0;3)\\ \text{véc-tơ chỉ phương } \vec{u}_\Delta=(1;-1;1).\end{cases}$
Suy ra $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}_\Delta\right]=(3;1;-2)$.
Mặt phẳng cần tìm qua $A(0;1;0)$ và nhận $\vec{n}=(3;1;-2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$3\cdot(x-0)+1\cdot(y-1)-2\cdot(z-0)=0\Leftrightarrow 3x+y-2z-1=0.$$

Suy ra $a=1$, $b=-2$, $c=1$. Vậy $a+b+c=0$.

CÂU 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases}x=1-4t\\ y=t\\ z=2+t\end{cases}$.
Phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm A và vuông góc đường thẳng d có dạng $ax+by+10z+c=0$. Tính c.

Đáp án: -23

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;0;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-4;1;1)$.
Ta có $\overrightarrow{AM}=(2;-3;0)$, $[\vec{u},\overrightarrow{AM}]=(3;2;10)$.

Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có véc-tơ pháp tuyến $[\vec{u}, \overrightarrow{AM}] = (3; 2; 10)$.
Do đó phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x+1) + 2(y-3) + 10(z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + 10z - 23 = 0.$$

Vậy $c = -23$.

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$ có dạng $ax + by + cz + 1 = 0$. Tính $a^2 + b^2 + c^2$.

Đáp án: 8

Lời giải.
Ta có d_1 đi qua điểm $A(2; 0; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-1; 1; 1)$, d_2 đi qua điểm $B(0; 1; 2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; -1; -1)$.
Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0; 1; -1)$.
Vì (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0; \dfrac{1}{2}; 1\right)$ của AB nên $(P)\colon 2y - 2z + 1 = 0$.
Suy ra $a = 0$, $b = 2$, $c = -2$. Vậy $a^2 + b^2 + c^2 = 8$.

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 3t - 1 \\ z = 2t + 1 \end{cases}$ và $\Delta\colon \begin{cases} x = m + 3 \\ y = 3m - 2 \\ z = 2m + 1 \end{cases}$ có dạng $x + ay + bz + c = 0$. Tính $P = a + 2b + 3c$.

Đáp án: 0

Lời giải.
Ta có $d \mathbin{/\!/} \Delta$.
Chọn $A(2; -1; 1) \in d$, $B(3; -2; 1) \in \Delta$ suy ra $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 0)$.
Ta có $\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}_d\right] = (-2; -2; 4)$.
Phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng d và Δ qua $A(2; -1; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = -\dfrac{1}{2}\left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}_d\right] = (1; 1; -2)$ là

$$1 \cdot (x-2) + 1 \cdot (y+1) - 2 \cdot (z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z + 1 = 0.$$

Vậy $P = a + 2b + 3c = 1 - 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 0$.

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau

$$d\colon \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3} \text{ và } d'\colon \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t. \end{cases}$$

Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d' có dạng $ax + by + cz + 8 = 0$. Tính $T = a - b + 3c$.

Đáp án: 0

Lời giải.
Ta có d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 1; 3)$ và đi qua $M(1; -2; 4)$,
d' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}' = (1; -1; 3)$ và đi qua $M'(-1; 0; -2)$.
Từ đó $\overrightarrow{MM'} = (-2; 2; -6)$, $[\vec{u}, \vec{u'}] = (6; 9; 1) \neq \vec{0}$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} = 0$.
Suy ra d cắt d'.
Mặt phẳng (P) chứa d và d' đi qua giao điểm của d và d' có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{u'}]$
Gọi $I = d \cap d'$, giả sử $I(-1 + t; -t; -2 + 3t) \in d'$ mà $I \in d$ do đó

$$\begin{aligned} & \frac{-1+t-1}{-2} = \frac{-t+2}{1} = \frac{-2+3t-4}{3} \\ \Leftrightarrow & \frac{-2+t}{-2} = \frac{-t+2}{1} = \frac{-6+3t}{3} \\ \Leftrightarrow & t = 2. \end{aligned}$$

Vậy $I(1; -2; 4)$.
Khi đó ta có (P) đi qua $I(1; -2; 4)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{u'}] = (6; 9; 1)$
Phương trình mặt phẳng (P) là

$$6 \cdot (x-1) + 9 \cdot (y+2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x + 9y + z + 8 = 0.$$

Suy ra $\begin{cases} a=6 \\ b=9 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow T = a-b+3c = 6-9+3\cdot 1 = 0.$

CÂU 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM.(Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Đáp án: 2,8

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;4;-6) = 2(1;2;-3)$.
Gọi $I(4;3;4)$ là trung điểm của AB
Phương trình mặt phẳng trung trực (Q) của AB là

$$(x-4)+2(y-3)-3(z-4)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z+2=0.$$

Gọi $d=(P)\cap(Q)$. Đường thẳng d có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \left[\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{n_{(Q)}}\right] = (1;1;1)$ và đi qua điểm $N(-2;0;0)$, có phương trình là $d\colon \begin{cases} x=-2+t \\ y=t \\ z=t. \end{cases}$

Gọi $M\in(P)\colon MA=MB$. Khi đó $M\in d$ và $M(-2+t;t;t)$.
Theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned} MA=\sqrt{35} &\Leftrightarrow \sqrt{(t-5)^2+(t-1)^2+(t-7)^2} = \sqrt{35} \\ &\Leftrightarrow 3t^2-26t+40=0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{20}{3} \\ t=2. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vì M có hoành độ nguyên nên $t=2$ suy ra $M=(0;2;2)$.
Vậy $OM = 2\sqrt{2} \approx 2{,}8$.

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-2}$, $\Delta_1\colon \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$, $\Delta_2\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (h;k;1)$. Tính giá trị $h-k$.

Đáp án: 0

Lời giải.

Vì $H\in\Delta_1 \Leftrightarrow H(3+2t;t;1+t)$, $K\in\Delta_2 \Leftrightarrow K(1+m;2+2m;m)$.
Ta có $\overrightarrow{HK} = (m-2t-2;2m-t+2;m-t-1)$.
Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1;1;-2)$.
$\Delta\perp d \Leftrightarrow \vec{u}_d\cdot\overrightarrow{HK} = 0 \Leftrightarrow m-t+2=0 \Leftrightarrow m=t-2 \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (-t-4;t-2;-3)$.
Ta có $HK^2 = (-t-4)^2+(t-2)^2+(-3)^2 = 2(t+1)^2+27 \geq 27$, $\forall t\in\mathbb{R}$.
Suy ra $\min HK = \sqrt{27}$, đạt được khi $t=-1$.
Khi đó ta có $\overrightarrow{HK} = (-3;-3;-3)$, suy ra $\vec{u} = (1;1;1) \Rightarrow h=k=1 \Rightarrow h-k=0$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+3z-14=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy).

Đáp án: 4

Lời giải.

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm cần tìm.
Suy ra $\overrightarrow{AM} = (x-3;y-1;z-2)$, $\overrightarrow{BM} = (x+3;y+1;z)$.
Vì ΔMAB vuông tại M nên $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM} = 0$. Suy ra

$$\begin{aligned} &(x-3)(x+3)+(y-1)(y+1)+z(z-2)=0 \\ \Leftrightarrow &x^2-9+y^2-1+z^2-2z=0 \\ \Leftrightarrow &x^2+y^2+(z-1)^2=11. \end{aligned}$$

Do đó M thuộc mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;1)$ và bán kính $R=\sqrt{11}$.
Nhận xét thấy $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|0+0+3\cdot 1-14|}{\sqrt{1^2+1^2+3^3}} = \sqrt{11} = R$.
$\Rightarrow (P)$ tiếp xúc với (S) tại M

$\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P)

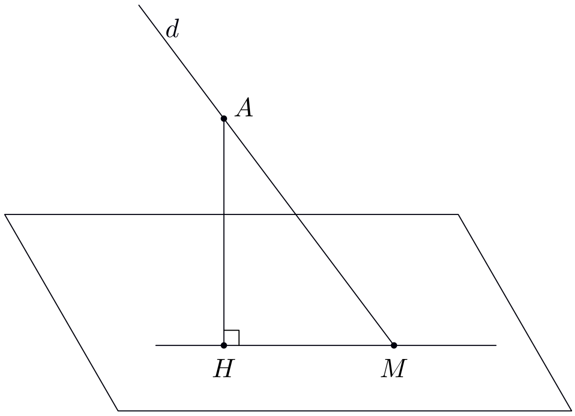
$\Rightarrow \begin{cases} M \in (P) \\ \overrightarrow{IM} \text{ cùng phương với } \overrightarrow{n_{(P)}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+3z=14 \\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow M(1;1;4).$

Vậy $d\left(M,(Oxy)\right)=|4|=4$.

CÂU 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α), A thuộc d sao cho $AM=\sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α).

Đáp án: 3

Lời giải.



Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;-1)$.
Mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-3z-3=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-3)$.
Ta có $\sin(d,(\alpha))=\dfrac{|\vec{u}_d\cdot\vec{n}_\alpha|}{|\vec{u}_d|\cdot|\vec{n}_\alpha|}=\dfrac{3\sqrt{14}}{14}$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (α).
Khi đó tam giác ΔMAH vuông tại H nên $\sin\left(d,(\alpha)\right)=\sin\widehat{AMH}=\dfrac{AH}{AM}$.
$\Rightarrow AH=AM\cdot\sin\left(d,(\alpha)\right)=3$.
Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) bằng 3.

10 Lập PTMP liên quan đến góc

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(-2;0;1)$, đường thẳng d qua điểm A và tạo với trục Oy góc 45°. PTĐT d là

A $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt5}=\dfrac{z-1}{-1}\\ \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt5}=\dfrac{z-1}{-1}\end{array}\right.$. **B** $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt5}=\dfrac{z+1}{-1}\\ \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt5}=\dfrac{z+1}{-1}\end{array}\right.$. **C** $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt5}=\dfrac{z-1}{-1}\\ \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt5}=\dfrac{z+1}{-1}\end{array}\right.$. **D** $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt5}=\dfrac{z-1}{-1}\\ \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt5}=\dfrac{z+1}{-1}\end{array}\right.$.

Lời giải.

- Cách 1: Điểm $M(0;m;0)\in Oy$, $\vec{j}=(0;1;0)$ là véc-tơ chỉ phương của trục Oy.
  $\overrightarrow{AM}=(2;-m;-1)\Rightarrow \left|\cos\left(\overrightarrow{AM},\vec{j}\right)\right|=\cos45^\circ \Leftrightarrow \dfrac{|m|}{\sqrt{m^2+5}}=\dfrac{1}{\sqrt2}\Leftrightarrow m=\pm\sqrt5$
  nên có 2 đường thẳng $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt5}=\dfrac{z-1}{-1}$ và $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt5}=\dfrac{z-1}{-1}$.

- Cách 2: $\vec{u_1}=\left(2;\sqrt5;-1\right)\Rightarrow\left|\cos\left(\vec{u_1},\vec{j}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt2}$;
  $\vec{u_2}=\left(2;-\sqrt5;-1\right)\Rightarrow\left|\cos\left(\vec{u_2},\vec{j}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt2}$.
  Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;0;1)$ nên đường thẳng d có phương trình là
  $$\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt5}=\dfrac{z-1}{-1} \text{ hoặc } \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt5}=\dfrac{z-1}{-1}.$$

Chọn đáp án A .... □

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 4x-7y+z+25=0$ và đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P). Đường thẳng d_2 nằm trong (P) tạo với d_1, d_1' các góc bằng nhau, d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(a;b;c)$. Tính $\dfrac{a+2b}{c}$.

Ⓐ $\dfrac{a+2b}{c}=\dfrac{2}{3}$. Ⓑ $\dfrac{a+2b}{c}=0$. Ⓒ $\dfrac{a+2b}{c}=\dfrac{1}{3}$. Ⓓ $\dfrac{a+2b}{c}=1$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d_1 là $\vec{u}_1=(1;2;-1)$, véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=(4;-7;1)$.

- Cách 1: Gọi $(Q)=(d_1,d_1')$ khi đó (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=[\vec{n}_P,\vec{u}_1]=(5;5;15)$.
  Đường thẳng d_1' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1'=[\vec{n}_P,\vec{u}_1]=(22;11;-11)$ hay một véc-tơ chỉ phương khác $\vec{u}=(2;1;-1)$.
  Vì $\vec{n}_P\cdot\vec{u}_2=0\Rightarrow 4a-7b+c=0\Rightarrow c=7b-4a\Rightarrow \vec{u}_2=(a;b;7b-4a)$.
  Ta lại có
  $$\begin{aligned}(d_1;d_2)=(d_1';d_2)&\Leftrightarrow |\cos(\vec{u}_1,\vec{u_2})|=|\cos(\vec{u}_1',\vec{u}_2)|\\&\Leftrightarrow |a+2b+4a-7b|=|2a+b+4a-7b|\\&\Leftrightarrow |5a-5b|=|6a-6b|\\&\Leftrightarrow |a-b|=0\Leftrightarrow a=b.\end{aligned}$$
  Chọn $a=1\Rightarrow b=1,\ c=3\Rightarrow \dfrac{a+2b}{c}=1$.
- Cách 2: Gọi $(Q)=(d_1,d_1')$, khi đó $(P)\perp(Q)$.
  Các đường thẳng nằm trong (P) mà vuông góc với (Q) thì vuông góc với tất cả các đường thẳng trong (Q) hay chúng cùng tạo với d_1,d_1' các góc $90°$.
  Do đó, các đường thẳng này thỏa mãn yêu cầu đề bài và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\vec{n}_Q=(1;1;3)\Rightarrow\dfrac{a+2b}{c}=1$.

Chọn đáp án Ⓓ .... □

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$, $d_2\colon\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc $45°$ và nhận véc-tơ $\vec{n}=(1;b;c)$ làm một véc-tơ pháp tuyến. Xác định tích $b\cdot c$.

Ⓐ -4 hoặc 0. Ⓑ 4 hoặc 0. Ⓒ -4. Ⓓ 4.

Lời giải.

Ta có véc-tơ chỉ phương của d_1, d_2 lần lượt là $\vec{u}_1=(2;-2;-1)$ và $\vec{u}_2=(1;0;-1)$.
Mặt phẳng (P) qua d_1 nên $\vec{n}\cdot\vec{u}_1=0\Leftrightarrow 2-2b-c=0.\qquad(1)$
Ta có
$$\begin{aligned}&\sin(d_2,(P))=\dfrac{|\vec{u}_2\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}_2|\cdot|\vec{n}|}=\sin 45°\\\Leftrightarrow\ &\dfrac{|1-c|}{\sqrt{b^2+c^2+1}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\\Leftrightarrow\ &|1-c|=\sqrt{b^2+c^2+1}\\\Leftrightarrow\ &b^2+2c=0.\qquad(2)\end{aligned}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases}b=2\\c=-2\end{cases}\Rightarrow b\cdot c=-4$.

Chọn đáp án Ⓒ .... □

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=0\\y=3-t\\z=t\end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $45°$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

Ⓐ $M(3;2;1)$. Ⓑ $N(3;2;-1)$. Ⓒ $P(3;-1;2)$. Ⓓ $M(3;-1;-2)$.

Lời giải.

Ta viết PTĐT $d\colon\begin{cases}x=0\\y+z-3=0.\end{cases}$

Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d nên có dạng $mx+n(y+z-3)=0$, $m^2+n^2\neq0$ hay $mx+ny+nz-3n=0$ nên (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n_P}=(m;n;n)$.

Mặt phẳng (Oxy) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$.
Ta có

$$\begin{aligned} & \cos((P);(Oxy)) = \left|\cos(\overrightarrow{n_P};\vec{k})\right| \\ \Leftrightarrow\ & \cos 45^\circ = \frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\vec{k}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\vec{k}\right|} \\ \Leftrightarrow\ & \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|n|}{\sqrt{m^2+n^2+n^2}} \\ \Leftrightarrow\ & \sqrt{m^2+2n^2} = \sqrt{2}\,|n| \\ \Leftrightarrow\ & m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0. \end{aligned}$$

Chọn $n = 1 \Rightarrow (P)\colon y + z - 3 = 0$.
Do đó $M(3;2;1) \in (P)$.
Bình luận: Đối với những bài toán viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng cho trước ta nên sử dụng khái niệm chùm mặt phẳng như sau: Mặt phẳng (α) qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)\colon a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và $(Q)\colon a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ có phương trình dạng $m(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) + n(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0$, $m^2 + n^2 \neq 0$.

Chọn đáp án A .... □

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $BC = 3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-5}{1} = \dfrac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha)\colon x + z - 3 = 0$. Biết đỉnh C có cao độ âm. Tính hoành độ đỉnh A.

A $\dfrac{3}{2}$. **B** 3. **C** $\dfrac{9}{2}$. **D** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải.

Vì $C \in BC$ nên $C(4+t;5+t;-7-4t)$.
BC có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1;-4)$. Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;0;1)$.
Gọi φ là góc giữa BC và (α). Ta có $\sin\varphi = |\cos(\vec{u};\vec{n})| = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$. Tức là A là hình chiếu của C lên (α).
Vậy

$$\begin{aligned} & \frac{3\sqrt{2}}{2} = CA = \mathrm{d}(C;(\alpha)) = \frac{|4+t-7-4t-3|}{\sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = -3 \end{array}\right. \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} C(3;4;-3) \\ C(1;2;5). \end{array}\right. \end{aligned}$$

Mà C có cao độ âm, suy ra $C(3;4;-3)$.
Lúc này AC qua $C(3;4;-3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{n} = (1;0;1)$.
Phương trình AC là $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 4 \\ z = -3+t \end{cases}$. Vì $A \in AC$ nên $A(3+t;4;-3+t)$.
Mặt khác A nằm trong mặt phẳng $(\alpha)\colon x + z - 3 = 0 \Rightarrow t = \dfrac{3}{2}$.
Do đó, hoành độ đỉnh A là $x_A = \dfrac{9}{2}$.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua $A(2;1;-1)$ tạo với trục Oz một góc 30°?

A $\sqrt{2}(x-2) + (y-1) - (z-2) - 3 = 0$.
B $(x-2) + \sqrt{2}(y-1) - (z+1) - 2 = 0$.
C $2(x-2) + (y-1) - (z-2) = 0$.
D $2(x-2) + (y-1) - (z-1) - 2 = 0$.

Lời giải.

Gọi phương trình mặt phẳng (α) có dạng $A(x-2) + B(y-1) + C(z+1) = 0$, $\vec{n} = (A;B;C)$ là véc-tơ pháp tuyến.
Ta có Oz có véc-tơ chỉ phương là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Áp dụng công thức

$$\begin{aligned}
&\sin((\alpha), Oz) = \frac{\left|\vec{n}\cdot\vec{k}\right|}{|\vec{n}|\cdot|\vec{k}|} = \sin 30^\circ\\
\Leftrightarrow\ &\frac{|A\cdot 0 + B\cdot 0 + C\cdot 1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{0^2+0^2+1^2}} = \frac{1}{2}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{|C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} = \frac{1}{2}\\
\Leftrightarrow\ &3C^2 = A^2+B^2. \qquad (1)
\end{aligned}$$

Chọn $A=\sqrt{2}$, $B=1$, $C=-1$ thỏa mãn (1). Khi đó $(\alpha)\colon \sqrt{2}(x-2)+(y-1)-(z+1)=0$ hay $(\alpha)\colon \sqrt{2}(x-2)+(y-1)-(z-2)-3=0$.

Chọn đáp án A ....

CÂU 7. Cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x-2y+2z-5=0$ và điểm $A(1;-2;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc 45°.

A. Vô số. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}=(a;b;c)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) cần lập. Ta có

$$\begin{aligned}
&\cos((\alpha),(\beta)) = |\cos(\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta})|\\
\Leftrightarrow\ &\frac{|\overrightarrow{n_\alpha}\cdot\overrightarrow{n_\beta}|}{|\overrightarrow{n_\alpha}|\cdot|\overrightarrow{n_\beta}|} = \frac{|3\cdot a-2\cdot b+2\cdot c|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+2^2}\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\\
\Leftrightarrow\ &2(3a-2b+2c)^2 = 17(a^2+b^2+c^2)\\
\Leftrightarrow\ &2a^2-9b^2-9c^2-24ab-16bc+24ac=0.
\end{aligned}$$

Phương trình trên có vô số nghiệm. Nên có vô số véc-tơ $\overrightarrow{n_\beta}=(a;b;c)$ là véc-tơ pháp tuyến của (β).
Suy ra có vô số mặt phẳng (β) thỏa mãn điều kiện bài toán.

Chọn đáp án A ....

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 8. Số các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d\colon \frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng $(P)\colon 2x-z+1=0$ góc 45° bằng

Đáp án: 2

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $O(0;0;0)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;-3)$.
Ta có (α) qua O có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b;c)$ có dạng $ax+by+cz=0$.
Vì $\vec{n}\perp\vec{u}$ nên $\vec{n}\cdot\vec{u}=0$. Do đó $a-b-3c=0$.
Mặt phẳng $(P)\colon 2x-z+1=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{k}=(2;0;-1)$.
Ta có

$$\begin{aligned}
&\cos 45^\circ = \frac{\left|\vec{n}\cdot\vec{k}\right|}{|\vec{n}|\cdot\left|\vec{k}\right|}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{|2a-c|}{\sqrt{5(a^2+b^2+c^2)}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\\
\Leftrightarrow\ &10(a^2+b^2+c^2) = (4a-2c)^2\\
\Leftrightarrow\ &10(b^2+6bc+9c^2+b^2+c^2) = (4b+12c-2c)^2\\
\Leftrightarrow\ &10(2b^2+6bc+10c^2) = (4b+10c)^2\\
\Leftrightarrow\ &4b^2-20bc=0\\
\Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l} b=0\\ b=5c.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Xét

- $b=0 \Rightarrow a=3c$ nên $(\alpha)\colon x+3z=0$.
- $b=5c$, chọn $c=1\Rightarrow b=5$, $a=8$ nên $(\alpha)\colon 8x+5y+z=0$.

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có dạng $ax+by+cz=0$. Khi đó $\dfrac{a}{b}$ bằng

Đáp án: 1

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên d.
Khi đó $H(2-t;-1+2t;1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(-1-t;2t;1+t)$.
Do $AH\perp d$ nên $-(-1-t)+2\cdot 2t+1+t=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{AH}=\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.
Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất khi $AH\perp(\alpha)$.
Do đó (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.
Vậy $(\alpha)\colon 1(x-2)+1(y+1)-1(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y-z=0$.
Do đó $a=1$, $b=1$, $c=-1$ và $\dfrac{a}{b}=1$.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z+1=0$, $(Q)\colon x+my+(m-1)z+2024=0$. Khi hai mặt phẳng (P), (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

Đáp án: 0,5

Lời giải.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).
Khi đó

$$\begin{aligned}
&\cos\varphi=\frac{|1\cdot 1+2\cdot m-2\cdot(m-1)|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}\cdot\sqrt{1^2+m^2+(m-1)^2}}\\
\Leftrightarrow\quad &\cos\varphi=\frac{3}{3\sqrt{2m^2-2m+2}}=\frac{1}{\sqrt{2(m-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{2}}}\\
\Leftrightarrow\quad &\cos\varphi\le\frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}}}.
\end{aligned}$$

Góc φ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos\varphi$ lớn nhất $\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}=0{,}5$.

CÂU 11. Cho hai điểm $A(1;-1;1)$; $B(2;-2;4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa A, B và tạo với mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+z-7=0$ một góc 60°?

Đáp án: 2

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;3)$, $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;-2;1)$. Gọi $\overrightarrow{n_\beta}=(a;b;c)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) cần lập. Ta có

$$\begin{aligned}
&\cos((\alpha),(\beta))=|\cos(\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta})|=\frac{|\overrightarrow{n_\alpha}\cdot\overrightarrow{n_\beta}|}{|\overrightarrow{n_\alpha}|\cdot|\overrightarrow{n_\beta}|}\\
\Leftrightarrow\quad &\frac{|1\cdot a-2\cdot b+1\cdot c|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{1}{2}\\
\Leftrightarrow\quad &2(a-2b+c)^2=3(a^2+b^2+c^2).\qquad(1)
\end{aligned}$$

Mặt khác vì mặt phẳng (β) chứa A, B nên

$$\overrightarrow{n_\beta}\cdot\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow a-b+3c=0\Leftrightarrow a=b-3c.$$

Thế vào (1) ta được $2b^2-13bc+11c^2=0$ (2).
Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt. Suy ra có 2 véc-tơ $\overrightarrow{n_\beta}=(a;b;c)$ thỏa mãn.
Suy ra có 2 mặt phẳng.

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;1)$, $B(6;-2;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos\alpha=\dfrac{2}{7}$ có dạng $ax+by+cz+d=0$ với $d\neq 0$. Khi đó $\dfrac{d}{a}$ bằng

Đáp án: -6

Lời giải.

Giả sử (P) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(a;b;c)$, (P) có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(3;-2;0)$.
Suy ra

$$\overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{AB}\Rightarrow\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow 3a+b(-2)+0\cdot c=0\Rightarrow 3a-2b=0\Rightarrow a=\frac{2}{3}b.\qquad(1)$$

(Oyz) có phương trình $x = 0$ nên có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2} = (1;0;0)$. Mà

$$\begin{aligned}
&\cos\alpha = \frac{2}{7}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|\cdot|\overrightarrow{n_2}|} = \frac{2}{7}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{|a\cdot 1 + b\cdot 0 + c\cdot 0|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{1^2+0^2+0^2}} = \frac{2}{7}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{2}{7}\\
\Leftrightarrow\ &7|a| = 2\sqrt{a^2+b^2+c^2}\\
\Leftrightarrow\ &45a^2 - 4b^2 - 4c^2 = 0. \qquad (2)
\end{aligned}$$

Thay (1) vào (2) ta được $4b^2 - c^2 = 0$.

Chọn $c = 2$ ta có $4b^2 - 2^2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b = 1\\ b = -1\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = \dfrac{2}{3}\\ a = -\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$

- $a = \dfrac{2}{3}$ thì $\vec{n} = \left(\dfrac{2}{3};1;2\right)$ hay $\vec{n} = (2;3;6)$. Do đó $(P)\colon 2x + 3y - 6z = 0$.
- $a = -\dfrac{2}{3}$ thì $\vec{n} = \left(-\dfrac{2}{3};-1;2\right)$ hay $\vec{n} = (2;3;-6)$. Do đó $(P)\colon 2x + 3y + 6z - 12 = 0$.

Vậy $(P)\colon 2x + 3y - 6z = 0$ hoặc $2x + 3y + 6z - 12 = 0$.
Vì (P) có dạng $ax + by + cz + d = 0$, $d \neq 0$ nên $(P)\colon 2x + 3y + 6z - 12 = 0$ và $a = 2$, $d = -12$. Do đó $\dfrac{d}{a} = -6$.

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P)\colon ax + by + cz + d = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60°. Tính giá trị $a + b + c$. (Kết quả lấy đến hàng phần chục)

Đáp án: 0,6

Lời giải.

Ta có $A, B \in (P)$ nên $\begin{cases} b + d = 0\\ a + d = 0.\end{cases}$
Suy ra (P) có dạng $ax + ay + cz - a = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a;a;c)$.
Mặt phẳng (yOz) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1;0;0)$.
Ta có

$$\begin{aligned}
&\cos 60^\circ = \frac{\left|\vec{n}\cdot\vec{i}\right|}{|\vec{n}|\cdot\left|\vec{i}\right|}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{1}{2} = \frac{|a|}{\sqrt{2a^2+c^2}\cdot 1}\\
\Leftrightarrow\ &2a^2 + c^2 = 4a^2 \Leftrightarrow 2a^2 - c^2 = 0.
\end{aligned}$$

Chọn $a = 1$, ta có $c^2 = 2 \Rightarrow c = -\sqrt{2}$ do $c < 0$.
Ta có $a + b + c = a + a + c = 1 + 1 - \sqrt{2} = 2 - \sqrt{2} \approx 0{,}6$.

11 Khoảng cách

a) Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

- Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm M_0 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được xác định bởi công thức $\mathrm{d}(M,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M}, \vec{u}_d\right]\right|}{|\vec{u}_d|}$.
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau: d đi qua điểm M và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ và d' đi qua điểm M' và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u'}$ là $\mathrm{d}(d,d') = \dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\cdot\overrightarrow{M'M}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\right|}$.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=t \\ y=2-t \\ z=3+2t \end{cases}$ bằng

(A) $\sqrt{14}$. (B) $\sqrt{6}$. (C) $2\sqrt{14}$. (D) $2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $N(0;2;3)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(-2;6;4)$; $\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]=(16;8;-4)$.

Do đó $\mathrm{d}(M,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}}=2\sqrt{14}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $\mathrm{d}\colon \dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(2;-1;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng

(A) $\sqrt{7}$. (B) $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải.

Gọi $M(3;0;1)\in d$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1;1;1)$, $\vec{u_d}=(-2;-1;1)$ nên $\left[\overrightarrow{AM},\vec{u_d}\right]=(2;-3;1)$ và $\left|\left[\overrightarrow{AM},\vec{u_d}\right]\right|=\sqrt{14}$.

Vậy khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng

$$\mathrm{d}(A,d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AM};\vec{u_d}\right]\right|}{|\vec{u_d}|}=\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{21}}{3}.$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 3. Khoảng cách từ điểm $H(1;0;3)$ đến đường thẳng $\mathrm{d}_1\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=2t \\ z=3+t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P)\colon z-3=0$ lần lượt là $\mathrm{d}(H,d_1)$ và $\mathrm{d}(H,(P))$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(A) $\mathrm{d}(H,d_1)>\mathrm{d}(H,(P))$. (B) $\mathrm{d}(H,(P))>\mathrm{d}(H,d_1)$. (C) $\mathrm{d}(H,d_1)=6\cdot\mathrm{d}(H,(P))$. (D) $\mathrm{d}(H,(P))=1$.

Lời giải.

Vì H thuộc đường thẳng d_1 và H thuộc mặt phẳng (P) nên khoảng cách từ điểm H đến đường thẳng d_1 bằng 0 và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (P) bằng 0.

Chọn đáp án (C)

CÂU 4. Tính khoảng cách giữa mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-y-2z-4=0$ và đường thẳng $\mathrm{d}\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=2+4t \\ z=-t \end{cases}$.

(A) $\dfrac{1}{3}$. (B) $\dfrac{4}{3}$. (C) 0. (D) 2.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;-2)$, đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;4;-1)$.

Ta có $\vec{n}\cdot\vec{u}=0$ và $H(1;2;0)\in d$ nhưng $H\notin(\alpha)$ nên đường thẳng d song song với mặt phẳng (α).

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của đường thẳng đến mặt phẳng.

Khi đó $\mathrm{d}(d,(\alpha))=\mathrm{d}(H,(\alpha))=\dfrac{|2\cdot1-1\cdot2-2\cdot0-4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=\dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

(A) $d = 2$. (B) $d = \dfrac{5}{3}$. (C) $d = \dfrac{2}{3}$. (D) $d = \dfrac{1}{3}$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -2; -1)$ và đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 2)$ thỏa mãn $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ nên $\Delta \parallel (P)$ hoặc $\Delta \subset (P)$.

Lấy $A(1; -2; 1) \in \Delta$, ta có $d(\Delta, (P)) = d(A, (P)) = \dfrac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) - 1 + 1|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 2$.

Chọn đáp án (A) ☐

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$ bằng

(A) $2\sqrt{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. (D) $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d qua $M(1; 0; 0)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{a} = (1; 1; -2)$.
Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Rightarrow d \parallel (P)$.

Do đó $d(d, (P)) = d(M, (P)) = \dfrac{|1 + 0 + 0 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án (D) ☐

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z + 4 = 0$ bằng

(A) 1. (B) 0. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.

Đường thẳng d qua $M(1; 3; 2)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 2; 1)$.
Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 2)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 2 = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Rightarrow d \parallel (P)$.

Do đó $d(d; (P)) = d(M; (P)) = \dfrac{|1 - 6 + 4 + 4|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1$.

Chọn đáp án (A) ☐

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 4)$ và đường thẳng d: $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-2}{-2}$. Điểm M thuộc đường thẳng d sao cho M cách A một khoảng bằng $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm M là

(A) $(5; 1; 2)$ và $(6; 9; 2)$. (B) $(5; 1; 2)$ và $(-1; -8; -4)$. (C) $(5; -1; 2)$ và $(1; -5; 6)$. (D) $(5; 1; 2)$ và $(1; -5; 6)$.

Lời giải.

Gọi $M(5 + 2t; 1 + 3t; 2 - 2t) \in d$. Ta có $\overrightarrow{AM} = (2 + 2t; 3 + 3t; -2 - 2t)$.

Với $AM = \sqrt{17} \Leftrightarrow 17(1 + t)^2 = 17 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \Rightarrow M(5; 1; 2) \\ t = -2 \Rightarrow M(1; -5; 6). \end{array}\right.$

Chọn đáp án (D) ☐

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{3}$ và d_2: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = m \end{cases}$. Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\dfrac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

(A) -11. (B) 12. (C) -12. (D) 11.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M(1; 0; 0)$, có véctơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$.
Đường thẳng d_2 đi qua điểm $N(1; 2; m)$, có véctơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 1; 0)$.
Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; 3; 1)$ và $\overrightarrow{MN} = (0; 2; m)$.
Hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau khi và chỉ khi $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MN} \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -6$.

Mặt khác $d(d_1, d_2) = \dfrac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \dfrac{\left|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MN}\right|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|} = \dfrac{5}{\sqrt{19}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|m + 6|}{\sqrt{19}} = \dfrac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -11. \end{array}\right.$

Khi đó tổng các phần tử của m là -12.
Chọn đáp án (C) ☐

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. (B) $\dfrac{12}{5}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. (D) 3.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 qua $M(0;3;2)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$.
Đường thẳng d_2 qua $N(3;-1;2)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;1)$.
Ta có $[\vec{u},\vec{v}]=(4;0;-4)$ và $\overrightarrow{MN}=(3;-4;0)$.

Khi đó $\mathrm{d}\left(d_1,d_2\right)=\dfrac{\left|[\vec{u},\vec{v}]\cdot\overrightarrow{MN}\right|}{|[\vec{u},\vec{v}]|}=\dfrac{12}{4\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án (C) ☐

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1+t\\ y=-3-t\\ z=2+2t\end{cases}$ và $d'\colon \dfrac{x}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng cách giữa d và d' bằng

(A) $\dfrac{13\sqrt{30}}{30}$. (B) $\dfrac{\sqrt{30}}{3}$. (C) $\dfrac{9\sqrt{30}}{10}$. (D) 0.

Lời giải.

Đường thẳng d qua $A\left(1;-3;2\right)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$.
Đường thẳng d' qua $B\left(0;3;1\right)$ và có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u'}=(3;-1;1)$.

Khi đó $\mathrm{d}\left(d,d'\right)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]\cdot\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]\right|}=\dfrac{27}{\sqrt{30}}=\dfrac{9\sqrt{30}}{10}$.

Chọn đáp án (C) ☐

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2\colon \begin{cases}x=1+4t\\ y=-1-2t\\ z=2+2t\end{cases}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{87}}{6}$. (B) $\dfrac{\sqrt{174}}{6}$. (C) $\dfrac{\sqrt{174}}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{87}}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M(1;-2;0)$ và có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;1)$.
Đường thẳng d_2 đi qua điểm $N(1;-1;2)$ và có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;2)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{u_2}=2\cdot\overrightarrow{u_1}\\ M\left(1;-2;0\right)\notin d_2\end{cases}\Rightarrow d_1 \parallel d_2$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(0;1;2)\Rightarrow\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{u_2}\right]=(6;8;-4)$.

Suy ra $\mathrm{d}\left(d_1,d_2\right)=\mathrm{d}\left(M;d_2\right)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\dfrac{\sqrt{6^2+8^2+(-4)^2}}{\sqrt{4^2+(-2)^2+2^2}}=\dfrac{\sqrt{174}}{6}$.

Chọn đáp án (B) ☐

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 tới mặt phẳng (P). Với $d_1\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{3}$; $d_2\colon \dfrac{-x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $(P)\colon 2x+4y-4z-3=0$.

(A) $\dfrac{4}{3}$. (B) $\dfrac{7}{6}$. (C) $\dfrac{13}{6}$. (D) $\dfrac{5}{3}$.

Lời giải.

PTTS của hai đường thẳng d_1,d_2 là $d_1\colon \begin{cases}x=-1+2t\\ y=3t\\ z=1+3t\end{cases}$; $d_2\colon \begin{cases}x=1-2t'\\ y=t'\\ z=1+t'\end{cases}$.

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}-1+2t=1-2t'\\ 3t=t'\\ 1+3t=1+t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2t+2t'=2\\ 3t-t'=0\\ 3t-t'=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\dfrac{1}{4}\\ t'=\dfrac{3}{4}.\end{cases}$

Suy ra giao điểm của d_1,d_2 là $A\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4};\dfrac{7}{4}\right)$.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) là

$$\mathrm{d}\left(A;(P)\right)=\frac{\left|2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+4\cdot\left(\frac{3}{4}\right)-4\cdot\left(\frac{7}{4}\right)-3\right|}{\sqrt{2^2+4^2+(-4)^2}}=\frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-3=0$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng

A $\dfrac{2}{3}$. **B** $\dfrac{8}{3}$. **C** $\dfrac{2}{9}$. **D** 1.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-1;2)$.
Đường thẳng Δ đi qua điểm $M=(1;-1;1)$ và có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;-1)$.

Ta có $\begin{cases}\vec{n}\cdot\vec{u}=2\cdot2+(-1)\cdot2+2\cdot(-1)=0\\ M\notin(P)\end{cases}\Rightarrow \Delta\parallel(P)$.

Khi đó $\mathrm{d}\left(\Delta,(P)\right)=\mathrm{d}\left(M,(P)\right)=\dfrac{|2+1+2-3|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P), Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc với d và cách M một khoảng bằng $\sqrt{42}$. PTĐT Δ là

A $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z+4}{1}$. **B** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$. **C** $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z+5}{1}$. **D** $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z-5}{1}$.

Lời giải.

Ta có $M=d\cap(P)$.
Suy ra $M\in d\Rightarrow M(3+2t;-2+t;-1-t)$ và $M\in(P)\Rightarrow t=-1\Rightarrow M(1;-3;0)$.
Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;1;1)$.
Đường thẳng d có véctơ chỉ phương $\vec{a}_d=(2;1;-1)$.
Đường thẳng Δ có véctơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta=[\vec{a}_d,\vec{n}_P]=(2;-3;1)$.
Gọi $N(x;y;z)$ là hình chiếu vuông góc của M trên Δ, khi đó $\overrightarrow{MN}=(x-1;y+3;z)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{a_\Delta}\\ N\in(P)\\ MN=\sqrt{42}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y+z-11=0\\ x+y+z+2=0\\ (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=42.\end{cases}$

Giải hệ ta tìm được $N(5;-2;-5)$ hoặc $N(-3;-4;5)$.

Với $N(5;-2;-5)$, ta có $\Delta:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z+5}{1}$.

Với $N(-3;-4;5)$, ta có $\Delta:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z-5}{1}$.

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A,B,C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A $(4;3;7)$. **B** $(-1;-2;1)$. **C** $(7;5;3)$. **D** $(3;4;3)$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng $(ABC)\colon \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{6}=1\Leftrightarrow 3x+2y+z-6=0$.

Dễ thấy $D\in(ABC)$.
Ta có $P=\mathrm{d}\left(A,\Delta\right)+\mathrm{d}\left(B,\Delta\right)+\mathrm{d}\left(C,\Delta\right)\le AD+BD+CD$.
Vậy P lớn nhất khi và chỉ khi các hình chiếu vuông góc của các điểm A,B,C trên Δ trùng D hay $\Delta\perp(ABC)$ tại D.

PTĐT Δ là $\begin{cases}x=1+3t\\ y=1+2t\\ z=1+t\end{cases}$, ta thấy Δ đi qua điểm có tọa độ $(7;5;3)$.

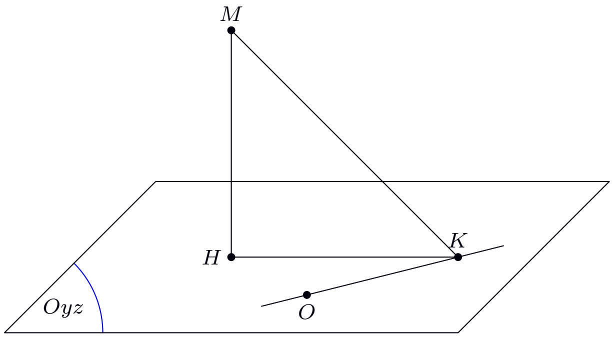
Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

A $\dfrac{2}{5}$. **B** $\dfrac{1}{5}$. **C** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **D** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M trên mặt phẳng (Oyz) và trên đường thẳng d.
Ta có $d\,(M, d) = MK \geq MH = 1$ với $H\,(0; -2; 1)$.
Suy ra $\mathrm{d}\,(M, d)_{min} \Leftrightarrow K \equiv H$.
Khi đó d có một véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{OH} = (0; -2; 1)$.



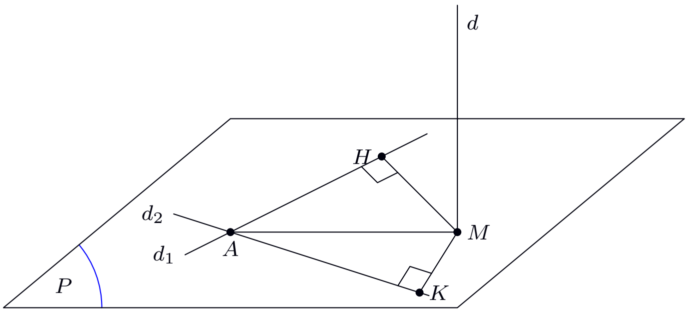
Vậy $\cos\,(d, Oy) = \dfrac{\left|\overrightarrow{OH} \cdot \vec{j}\right|}{\left|\overrightarrow{OH}\right| \cdot \left|\vec{j}\right|} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$, mặt phẳng $(P)\colon x - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$. Gọi $d_1; d_2$ là các đường thẳng đi qua A, nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng

A $\dfrac{1}{3}$. **B** $\dfrac{2}{3}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.



- Ta có $\vec{n}_P = (1; 0; -1)$, $\vec{u}_d = (-1; 0; 1) \Rightarrow d \perp (P)$ và $d \cap (P) = M(0; 2; -1)$.
Suy ra $\overrightarrow{MA} = (2; -1; 2) \Rightarrow MA = 3$.
- Gọi $H; K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên d_1 và d_2, ta có:
$\begin{cases} \mathrm{d}\,(d_1; d) = \mathrm{d}\,(M; d_1) = MH \\ \mathrm{d}\,(d_2; d) = \mathrm{d}\,(M; d_2) = MK \end{cases} \Rightarrow MH = MK = \sqrt{6}$.
$\Rightarrow \sin\widehat{MAK} = \sin\widehat{MAH} = \dfrac{HM}{AM} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.
$\Rightarrow \cos\,(d_1; d_2) = \left|\cos\left(2.\widehat{MAH}\right)\right| = \left|1 - 2\sin^2\widehat{MAH}\right| = \left|1 - \dfrac{4}{3}\right| = \dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án A .... □

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(P)\colon x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua A, cắt d và song song với mặt phẳng (P). Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ.

A $\sqrt{3}$. **B** $\dfrac{16}{3}$. **C** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi $M = \Delta \cap d \Rightarrow M(t + 3; 3t + 3; 2t)$ $(t \in \mathbb{R}) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (t + 2; 3t + 1; 2t + 1)$.
Gọi $\vec{n} = (1; 1; -1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Ta có $\Delta \,/\!/\, (P) \Rightarrow \overrightarrow{AM} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$

$\Leftrightarrow t + 2 + 3t + 1 - 2t - 1 = 0$

$\Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1; -2; -1)$.

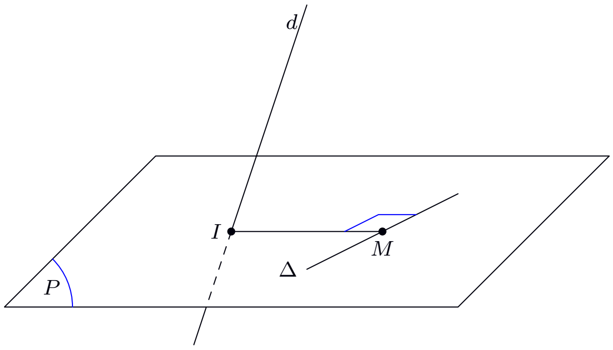
Khi đó $\mathrm{d}\,(O; \Delta) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{OA}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AM}\right|} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ cắt mặt phẳng $(P)\colon x + y + z - 3 = 0$ tại điểm I. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta \perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a; b; c)$ (với $a + b > c$) của điểm I trên đường thẳng Δ.

Ⓐ $M(2; 5; -4)$. Ⓑ $M(6; -3; 0)$. Ⓒ $M(5; 2; -4)$. Ⓓ $M(-3; 6; 0)$.

Lời giải.



Cách 1.

(P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$ và d có véctơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -1)$.

$I = d \cap (P) \Rightarrow I(1; 1; 1)$.

Vì $\Delta \subset (P)$ và $\Delta \perp d \Rightarrow \Delta$ có véctơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}, \vec{u}] = (-3; 2; 1)$.

M là hình chiếu của I trên Δ nên M thuộc mặt phẳng (Q) đi qua I và vuông góc với Δ.

Mặt phẳng (Q) nhận $\vec{u}_\Delta = (-3; 2; 1)$ làm véctơ pháp tuyến nên ta có phương trình của $(Q)\colon -3(x-1) + 2(y-1) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - z = 0$.

Gọi $d_1 = (P) \cap (Q) \Rightarrow d_1$ có véctơ chỉ phương $\vec{v} = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}] = (1; 4; -5)$ và d_1 đi qua I, phương trình của $d_1\colon \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t. \end{cases}$

Mặt khác $M \in \Delta \Rightarrow M \in (P) \Rightarrow M \in d_1$.

Giả sử $M(1 + t; 1 + 4t; 1 - 5t) \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (t; 4t; -5t)$.

Ta có $IM = \sqrt{42} \Leftrightarrow \sqrt{t^2 + 16t^2 + 25t^2} = \sqrt{42} \Leftrightarrow t = \pm 1$.

+) Với $t = 1 \Rightarrow M(2; 5; -4)$.

+) Với $t = -1 \Rightarrow M(0; -3; 6)$.

Vì $M(a; b; c)$ (với $a + b > c$) nên $M(2; 5; -4)$.

Cách 2.

Vì $M(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của I lên Δ. Khi đó ta có

$$\begin{cases} M \in (P) \\ \overrightarrow{IM} \perp \vec{u}_\Delta \\ IM = \sqrt{42} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c - 3 = 0 \\ -3(a-1) + 2(b-1) + (c-1) = 0 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 42 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c - 3 = 0 \\ -3a + 2b + c = 0 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 42 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b = 3 \\ a + b + c - 3 = 0 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 42 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 4a - 3 \\ c = -5a + 6 \\ (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 42 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -3 \\ c = 6 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \\ c = -4. \end{cases}$$

Vì $M(a; b; c)$ (với $a + b > c$) nên $M(2; 5; -4)$.

Chọn đáp án Ⓐ .... □

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=4t \end{cases}$.

Lời giải.

- Các điểm cách đều hai điểm A, B thì nằm trên mặt phẳng (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB.
- Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$.
- Phương trình mặt phẳng (α) là $3x+y-7=0$.

Do đó đường thẳng d là giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (α).

PTĐT d đi qua điểm $M(0;7;0)=(P)\cap(\alpha)$ và nhận $\vec{u}=\left[\vec{n}_{(\alpha)},\vec{n}_{(P)}\right]=(1;-3;2)$ làm một véctơ chỉ phương là $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t. \end{cases}$

Chọn đáp án Ⓒ .... □

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P)\colon x+ay+bz+c=0\,(c>0)$ song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng hai lần khoảng cách từ d_2 đến (P). Giá trị của $a+b+c$ bằng

Ⓐ 14. Ⓑ 6. Ⓒ -4. Ⓓ -6.

Lời giải.

Gọi $\vec{u}_1=(1;1;2)$, $\vec{u}_2=(2;1;1)$ lần lượt là một véctơ chỉ phương của d_1, d_2.
Gọi $\vec{n}_1=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-1;3;-1)$. Ta có $\vec{n}_2=(1;-3;1)$ cùng phương $\vec{n}_1$.
$\vec{n}=(1;a;b)$ là một véctơ chỉ phương của (P).
Do (P) song song với d_1, d_2 nên có véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-3;1)$.
Suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x-3y+z+c=0$.
Lấy $M_1\,(1;-2;1)\in d_1$, $M_2\,(1;1;-2)\in d_2$.
Ta có $\mathrm{d}\,(d_1;(P))=2\mathrm{d}\,(d_2;(P))\Leftrightarrow \mathrm{d}\,(M_1;(P))=2\mathrm{d}\,(M_2;(P))$

$$\Leftrightarrow \frac{|1-3\,(-2)+1+c|}{\sqrt{11}}=2\frac{|1-3-2+c|}{\sqrt{11}}$$
$$\Leftrightarrow |8+c|=2\,|-4+c|$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8+c=2\,(-4+c) \\ 8+c=2\,(4-c) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=16 \text{ (nhận)} \\ c=0. \text{ (loại)} \end{array}\right.$$

Nên $(P)\colon x-3y+z+16=0$, suy ra $a=-3$, $b=1$, $c=16$.
Vậy $a+b+c=14$.
Chọn đáp án Ⓐ .... □

12 VTTĐ của ĐT và MP

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng (P) : $x+2y-3z+2=0$. Tọa độ điểm M là

Ⓐ $M(2;0;-1)$. Ⓑ $M(5;-1;-3)$. Ⓒ $M(1;0;1)$. Ⓓ $M(-1;1;1)$.

Lời giải.

Tọa độ của điểm M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1} \\ \dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2} \\ x+2y-3z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=2 \\ 2y-z=1 \\ x+2y-3z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=1. \end{cases}$$

Vậy $M(-1;1;1)$.
Chọn đáp án Ⓓ .... □

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0; y_0; z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A 1. **B** 2. **C** 5. **D** -2.

Lời giải.

Ta có $M \in \Delta \Rightarrow M(12+4t; 9+3t; 1+t)$.
$M \in (P) \Leftrightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0 \Leftrightarrow t=-3$.
$M(0;0;-2) \Rightarrow x_0+y_0+z_0=-2$.
Chọn đáp án D .... □

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và $d: \begin{cases} x=-t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (ABC). Tổng $S=a+b+c$ là

A -7. **B** 11. **C** 5. **D** 6.

Lời giải.

Mặt phẳng (ABC) qua các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ nằm trên các trục Ox, Oy, Oz có phương trình là $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.
Điểm $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của của d và mặt phẳng.

Suy ra $\dfrac{-t}{1}+\dfrac{2+t}{2}+\dfrac{3+t}{3}=1 \Leftrightarrow t=6$ suy ra $\begin{cases} a=-6 \\ b=8 \\ c=9. \end{cases}$

Vậy $S=-6+8+9=11$.
Chọn đáp án B .... □

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A d cắt và không vuông góc với (P).
B d vuông góc với (P).
C d song song với (P).
D d nằm trong (P).

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-3;-1)$.
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-3;2)$.
Ta có $\vec{u}\cdot\vec{n}=3+9-2=10\neq 0$ nên loại trường hợp $d \parallel (P)$ và $d \subset (P)$.
Lại có $\vec{u}$ và $\vec{n}$ không cùng phương nên loại trường hợp $d \perp (P)$.
Vậy d cắt và không vuông góc với (P).
Chọn đáp án A .... □

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A $d \subset (Q)$. **B** $d \parallel (Q)$. **C** d cắt (Q). **D** $d \perp (Q)$.

Lời giải.

$(P): 3x+5y-z-2=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;5;-1)$.
$d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;3;1)$.
$\vec{n}\cdot\vec{u}=26\neq 0$ nên d không song song với (P) và $d \not\subset (P)$.
$[\vec{n},\vec{u}]\neq 0$ suy ra d không vuông góc (P).
Vậy d cắt (P).
Chọn đáp án C .... □

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z-5=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=3+4t \\ z=3t \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A $d \parallel (P)$. **B** $d \subset (P)$. **C** d cắt (P). **D** $d \perp (P)$.

Lời giải.

$(P): 3x-3y+2z-5=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-3;2)$.
d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;4;3)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{n}\cdot\vec{u}=0 \\ A(-1;3;3)\in d \\ A \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow d \parallel (P)$.

Chọn đáp án A .... □

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$. Số giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A Vô số. **B** 1. **C** Không có. **D** 2.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.
d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-3)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{n}\cdot\vec{u}=0 \\ A(1;1;2)\in d \\ A\in(P) \end{cases} \Leftrightarrow d\subset(P)$.

Vậy d và (P) có vô số giao điểm.

Chọn đáp án A .... □

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ là

A $M(0;2;3)$. **B** $M(0;0;-2)$. **C** $M(0;0;2)$. **D** $M(0;-2;-3)$.

Lời giải.

Giải hệ $\begin{cases} x=12+4t \\ y=9+3t \\ z=1+t \\ 3x+5y-z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=-2 \\ t=-3. \end{cases}$

Vậy $M(0;0;-2)$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 9. Giao điểm của mặt phẳng $(P): x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=3+3t \end{cases}$ là

A $(1;1;0)$. **B** $(0;2;4)$. **C** $(0;4;2)$. **D** $(2;0;3)$.

Lời giải.

Gọi $A(x;y;z)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).
Ta có $2+t-t-(3+3t)-2=0 \Leftrightarrow -3t-3=0 \Leftrightarrow t=-1$.

$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow A(1;1;0)$.

Chọn đáp án A .... □

CÂU 10. Trong không gian$Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=1-t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+2=0$. Tìm tọa độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A $A(3;5;3)$. **B** $A(1;3;1)$. **C** $A(-3;5;3)$. **D** $A(1;2;-3)$.

Lời giải.

Vì A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) nên

- $A\in d \Rightarrow A(1+2t;3-t;1-t)$.
- $A\in(P) \Rightarrow (1+2t)+2(3-t)-3(1-t)+2=0 \Rightarrow t=-2$.

Vậy tọa độ điểm$A(-3;5;3)$.

Chọn đáp án C .... □

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A 1. **B** 2. **C** 5. **D** -2.

Lời giải.

$M\in\Delta \Rightarrow M(12+4t;9+3t;1+t)$.
$M\in(P) \Leftrightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0 \Leftrightarrow t=-3$.
$M(0;0;-2) \Rightarrow x_0+y_0+z_0=-2$.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4-2t\\y=-3+t\\z=1-t\end{cases}$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

(A) $(4;-3;0)$. (B) $(2;-2;0)$. (C) $(0;-1;-1)$. (D) $(-2;0;-2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$.
Gọi $M(4-2m;-3+m;1-m)$ là giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) thì ta có

$$1-m=0\Leftrightarrow m=1.$$

Vậy $M(2;-2;0)$.
Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 13. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là toạ độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (ABC). Tính tổng $S=a+b-c$.

(A) 6. (B) 5. (C) -7. (D) 11.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0$.
Điểm $M\in d\Rightarrow M(-t;2+t;3+t)$. Lại vì $M=d\cap(ABC)$ nên ta có

$$6(-t)+3(2+t)+2(3+t)-6=0\Leftrightarrow -t=-6\Leftrightarrow t=6\Rightarrow M(-6;8;9).$$

Vậy ta có $S=a+b-c=-6+8-9=-7$.
Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P):y+1=0$ là điểm có tọa độ

(A) $(-4;-1;2)$. (B) $(-4;1;2)$. (C) $(0;-1;0)$. (D) $(0;1;0)$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên $(P)\Rightarrow MH:\begin{cases}x=-4\\y=5+t\\z=2.\end{cases}$

$H\in MH\Rightarrow H(-4;5+t;2)$.
$H\in(P)\Leftrightarrow 5+t+1=0\Leftrightarrow t=-6\Rightarrow H(-4;-1;2)$.
Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

(A) $(1;0;1)$. (B) $(0;0;-2)$. (C) $(1;1;6)$. (D) $(12;9;1)$.

Lời giải.

Ta có $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}\Rightarrow d:\begin{cases}x=12+4t\\y=9+3t\\z=1+t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.
Thay $x=12+4t$, $y=9+3t$, $z=1+t$ vào $(P):3x+5y-z-2=0$, ta được

$$3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0\Leftrightarrow t=-3.$$

Với $t=-3\Rightarrow x=0,\ y=0,\ z=-2$.
Vậy tọa độ giao điểm của d và (P) là $(0;0;-2)$.
Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):11x+my+nz-16=0$. Biết $\Delta\subset(P)$, tính giá trị của $T=m+n$.

(A) $T=2$. (B) $T=-2$. (C) $T=14$. (D) $T=-14$.

Lời giải.

Cách 1: Lấy $\begin{cases} A(0;2;-1)\in\Delta \\ B(-2;3;2)\in\Delta. \end{cases}$

Mà $\Delta\subset(P)\Rightarrow\begin{cases} A\in(P) \\ B\in(P) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 2m-n-16=0 \\ 11\cdot(-2)+3m+2n-16=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m=10 \\ n=4. \end{cases}$

$\Rightarrow T=m+n=14.$

Cách 2: Đường thẳng Δ đi qua $A(0;2;-1)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;3)$.
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(11;m;n)$.

$\Delta\subset(P)\Rightarrow\begin{cases} A\in(P) \\ \vec{n}\cdot\vec{u}=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 2m-n-16=0 \\ -22+m+3n=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m=10 \\ n=4. \end{cases}$

$\Rightarrow T=m+n=14.$

Chọn đáp án C

CÂU 17. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x-my-2z+19=0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d\parallel(\alpha)$ là

A $\{1\}$. B $\emptyset$. C $\{1;2\}$. D $\{2\}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;3;-1)$.
Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(m^2;-m;-2\right)$.

Để $d\parallel(\alpha)$ thì $\begin{cases} \vec{u}\cdot\vec{n}=0 \\ M(1;2;9)\notin(\alpha) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m^2-3m+2=0 \\ m^2-2m-18+19\neq0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right. \\ m\neq1 \end{cases}\Leftrightarrow m=2.$

Chọn đáp án D

CÂU 18. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P):2x+y-m^2z+m=0$

A $m=1$. B $m\in\emptyset$. C $m\in\{-1;1\}$. D $m=-1$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(1;-1;1)$; $A(1;-1;2)\in d$.
Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=\left(2;1;-m^2\right)$.

$$\begin{aligned} d\parallel(P) &\Leftrightarrow\begin{cases} \vec{u}\perp\vec{n} \\ A\notin(P) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 1\cdot2-1\cdot1-1\cdot m^2=0 \\ 2\cdot1-1-2m^2+m\neq0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow\begin{cases} 1-m^2=0 \\ 1-2m^2+m\neq0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m=\pm1 \\ 1-2m^2+m\neq0 \end{cases}\Leftrightarrow m=-1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án D

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+3z+-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-m}{1}=\dfrac{y+2m}{3}=\dfrac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng (Oyz).

A $m=\dfrac{4}{5}$. B $m=-1$. C $m=1$. D $m=\dfrac{12}{17}$.

Lời giải.

Ta có $d\cap(P)=A\in(Oyz)\Rightarrow A\left(0;\dfrac{3}{2}a-2;a\right)$.

$A\in d\Rightarrow 0-m=\dfrac{\frac{3}{2}a-2+2m}{3}=\dfrac{a}{2}\Rightarrow\begin{cases} a=-2m \\ \dfrac{3}{2}a-2+2m=-3m \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a=-2 \\ m=1. \end{cases}$

Chọn đáp án C

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+my-3z+m-2=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+4t \\ y=1-t \\ z=1+3t \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì d cắt (P)

A $m\neq\dfrac{1}{2}$. B $m=-1$. C $m=\dfrac{1}{2}$. D $m\neq-1$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; m; -3)$.
d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; -1; 3)$.
Ta có d cắt $(P) \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{u} \neq 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 4 + m \cdot (-1) + (-3) \cdot (-3) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$.
Chọn đáp án D

CÂU 21. Trong không gian (P), cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P) : m^2x - 2my + (6 - 3m)z - 5 = 0$. Tìm m để $d \parallel (P)$.

A $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -6 \end{array}\right.$. **B** $\left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 6 \end{array}\right.$. **C** $\left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -6 \end{array}\right.$. **D** $\emptyset$.

Lời giải.

Ta có d đi qua $M(2; -3; 1)$và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 1; 1)$.
Và (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (m^2; -2m; 6 - 3m)$.
Để d song song với (P) thì

$$\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n} \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \cdot m^2 + 1 \cdot (-2m) + 1 \cdot (6 - 3m) = 0 \\ 2m^2 - 2 \cdot (-3)m + 6 - 3m - 5 \neq 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - 5m + 6 = 0 \\ 2m^2 + 3m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -6. \end{array}\right.$$

Chọn đáp án A

CÂU 22. Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m) : mx + 2y + nz + 1 = 0$ và $(Q_m) : x - my + nz + 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : 4x - y - 6z + 3 = 0$.

A $m + n = 0$. **B** $m + n = 2$. **C** $m + n = 1$. **D** $m + n = 3$.

Lời giải.

Ta có $(P_m) : mx + 2y + nz + 1 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (m; 2; n)$.
$(Q_m) : x - my + nz + 2 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; -m; n)$.
$(\alpha) : 4x - y - 6z + 3 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (4; -1; -6)$.
Do giao tuyến của (P_m) và (Q_n) vuông góc với (α) nên

$$\begin{cases} (P_m) \perp (\alpha) \\ (Q_n) \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_P \perp \vec{n}_\alpha \\ \vec{n}_Q \perp \vec{n}_\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4m - 2 - 6n = 0 \\ 4 + m - 6n = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4m - 6n = 2 \\ m - 6n = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1. \end{cases}$$

Vậy $m + n = 3$.
Chọn đáp án D

MỤC LỤC