

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

CÂU 1. Trong không gian cho vectơ \overrightarrow{AB} . Khi đó:

- (A) Giá của vectơ \overrightarrow{AB} là \overrightarrow{AB} . (B) Giá của vectơ \overrightarrow{AB} là $|\overrightarrow{AB}|$.
(C) Giá của vectơ \overrightarrow{AB} là đường thẳng AB . (D) Giá của vectơ \overrightarrow{AB} là đoạn thẳng AB .

☞ **Lời giải.**

A sai vì giá của vectơ là đường thẳng không phải là một vectơ.
B sai vì giá của vectơ là đường thẳng không phải là độ dài.
D sai vì giá của vectơ là đường thẳng không phải là một đoạn thẳng

Chọn đáp án (C) □

CÂU 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Trong các vectơ dưới đây, vectơ nào cùng phương với vectơ \overrightarrow{AB} ? **HÌNH O DAY**

- (A) Vectơ \overrightarrow{AD} . (B) Vectơ $\overrightarrow{CC'}$. (C) Vectơ \overrightarrow{BD} . (D) Vectơ \overrightarrow{CD} .

☞ **Lời giải.**

Giá của vectơ \overrightarrow{AB} là đường thẳng AB

Giá của vectơ \overrightarrow{CD} là đường thẳng CD

Mà $AB \parallel CD$

Do đó vectơ \overrightarrow{AB} cùng phương với vectơ \overrightarrow{CD}

Chọn đáp án (D) □

CÂU 3. Hình ảnh dưới đây là phân độ của 8 hướng trên la bàn. Mệnh đề nào sau đây sai? **HÌNH O DAY**

- (A) Hai vectơ \vec{a} và \vec{c} cùng phương. (B) Hai vectơ \vec{a} và \vec{c} ngược hướng.
(C) Hai vectơ \vec{b} và \vec{d} cùng phương. (D) Hai vectơ \vec{a} và \vec{c} cùng hướng.

☞ **Lời giải.**

Phương án D sai vì hai vectơ \vec{a} và \vec{c} ngược hướng

Chọn đáp án (D) □

CÂU 4. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}$ bằng vectơ nào dưới đây?

- (A) $\overrightarrow{A'C}$. (B) $\overrightarrow{CA'}$. (C) $\overrightarrow{AC'}$. (D) $\overrightarrow{C'A}$.

☞ **Lời giải.**

HÌNH O DAY

Do $A'B'BA$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{A'B}$. Lại có, $A'BCD'$ cũng là hình bình hành nên $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{A'C}$.

Vậy $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{A'C}$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 5. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức vectơ sau đây, biểu thức nào là đúng?

- (A) $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. (B) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. (C) $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. (D) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$.

☞ **Lời giải.**

HÌNH O DAY

Ta có: $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 6. Cho lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$. **HÌNH O DAY**

- (A) $\sqrt{3}$. (B) $\sqrt{2}$. (C) 1. (D) $2\sqrt{2}$.

☞ **Lời giải.**

Ta có: $A'C'CA$ là hình chữ nhật nên $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$.

Khi đó, $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'D'}$. Vậy $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}| = |\overrightarrow{A'D'}| = A'D' = 1$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 7. Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vectơ $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vectơ nào?

- (A) \overrightarrow{BA} . (B) \overrightarrow{AD} . (C) \overrightarrow{DC} . (D) \overrightarrow{AC} .

☞ **Lời giải.**

HÌNH O DAY

Ta có: $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD}$. Chọn B

Chọn đáp án (B) □

CÂU 8. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Nếu $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây đúng?

- (A) $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}$. (B) $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AC}$. (C) $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$. (D) $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$.

☞ **Lời giải.**

Ta có: $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} = -3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$. Chọn D

Chọn đáp án **(D)**..... □

CÂU 9. Cho tam giác ABC có điểm O thỏa mãn: $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Tam giác ABC đều. (B) Tam giác ABC cân tại C .
(C) Tam giác ABC vuông tại C . (D) Tam giác ABC cân tại B .

☞ **Lời giải.**

Gọi M là trung điểm AB , ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM}$.

Do đó, $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{OM} - 2\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow 2|\overrightarrow{CM}| = BA \Leftrightarrow CM = \frac{1}{2}BA \cdot (1)$

Vì M là trung điểm AB nên CM là đường trung tuyến của $\triangle ABC$, Từ (1) suy ra, tam giác $\triangle ABC$ vuông tại C

Chọn đáp án **(C)**..... □

CÂU 10. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

- (A) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$. (B) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$. (C) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$. (D) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}$.

☞ **Lời giải.**

HÌNH O DAY

Do $AB'C'D$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{AD}$. Chọn đáp án là C

Chọn đáp án **(C)**..... □

CÂU 11. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{DD'}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ bằng

- (A) $\sqrt{2}a^2$. (B) a^2 . (C) $-\sqrt{2}a^2$. (D) 0.

☞ **Lời giải.**

HÌNH O DAY

Ta có: $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{D'C'}$, ma tứ giác $ADD'A'$ và $DCC'D'$ là hình vuông nên $\overrightarrow{DD'} \cdot \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{DD'} \cdot \overrightarrow{D'C'} = 0$. Do đó $\overrightarrow{DD'} \cdot (\overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{D'C'}) = 0$. Chọn đáp án D

Chọn đáp án **(D)**..... □

CÂU 12. Cho lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng a . Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{BA'}$. **HÌNH O DAY**

- (A) $\sqrt{3}a$. (B) $\sqrt{2}a$. (C) $\sqrt{6}a$. (D) $2\sqrt{3}a$.

☞ **Lời giải.**

Gọi O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có $ABC'D'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{BC'}$, do đó $\overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{BC'} = 2\overrightarrow{BO'}$.

Tam giác $BA'C'$ là tam giác đều cạnh $a\sqrt{2}$ nên $BO' = \frac{\sqrt{3}}{2}a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}a$.

Từ đó độ dài của vectơ $\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{BA'}$ bằng $\sqrt{6}a$.

HÌNH O DAY

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , SD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hai vectơ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} là hai vectơ cùng phương, cùng hướng.

b) Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{SC} và \overrightarrow{AC} bằng 60° .

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.

d) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

☞ **Lời giải.**

a) Sai.

b) Đúng.

c) Sai.

HÌNH O DAY

a) Ta thấy: $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AB \parallel CD$.

Suy ra: hai vectơ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} là hai vectơ cùng phương, ngược hướng.

Mệnh đề a) sai.

b) Ta có: $ABCD$ là hình chữ nhật nên: $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$.

Hình chóp $S \cdot ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy nên tam giác SAC là tam giác vuông tại A . Suy ra: $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} =$

$\frac{2a}{a\sqrt{5}} \Rightarrow \widehat{SCA} \approx 41^\circ 48'$.

Ta có: $(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{CS}, \overrightarrow{CA}) = \widehat{SCA} \approx 41^\circ 48'$

Mệnh đề b) sai.

c) Hình chóp $S \cdot ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy nên tam giác SAB là tam giác vuông tại A .

Suy ra: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{5}$.

Trong tam giác SAB vuông tại A có AM là đường trung tuyến nên:

$$AM = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Lại có: M là trung điểm của SB nên $MB = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$$\text{Ta tính được: } \cos \widehat{MAB} = \frac{MA^2 + AB^2 - MB^2}{2MA \cdot AB} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Mà: $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = \widehat{MAB}$, suy ra:

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{a^2}{2}.$$

Mệnh đề c) đúng.

d) Ta có: M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD nên MN là đường trung bình của tam giác SBD . Do đó:

$$MN = \frac{1}{2}BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } |\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}| = |\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Mệnh đề d) sai

CÂU 14. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Trên các cạnh AA', CC' lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = \frac{2}{3}AA', CN = NC'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai ? a) Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AN} và \overrightarrow{AC} bằng 60° . b) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{AM}$ là $\frac{3a}{2}$. c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$. d) Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{A'C'} = 2a^2$

Lời giải.

a) Sai.

b) Đúng.

c) Sai.

d) Đúng.

HÌNH O DAY

a) Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

Lại có: $CN = NC'$ nên $CN = NC' = \frac{a}{2}$.

$ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình lập phương nên tam giác NAC là tam giác vuông tại C .

$$\text{Suy ra: } \tan NAC = \frac{CN}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \widehat{NAC} \approx 19^\circ 28'$$

Ta có: $(\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{NAC} \approx 19^\circ 28'$.

Mệnh đề a) sai.

b) Trong tam giác NAC vuông tại C có: $AN = \sqrt{AC^2 + CN^2} = \frac{3a}{2}$.

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{AN}| = \frac{3a}{2}.$$

Mệnh đề b) đúng.

c) Ta có: $\tan \widehat{NAC} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \cos \widehat{NAC} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ (Do $\widehat{NAC} < 90^\circ$).

$$\text{Do đó: } \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AN}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{AC}) = \frac{3a}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 2a^2.$$

Mệnh đề c) sai.

d) Trên cạnh CC' lấy điểm M' sao cho: $\frac{CM'}{CC'} = \frac{2}{3}$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} NM' = NC' - M'C' = \frac{a}{6} \\ MM' // AC \\ MM' = AC = a\sqrt{2} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } \cos \widehat{NMM'} = \frac{NM^2 + M'M^2 - M'N^2}{2 \cdot NM \cdot M'M} = \frac{6\sqrt{146}}{73}.$$

$$\text{Mặt khác: } (\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{A'C'}) = (\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MM'}) = \widehat{NMM'}.$$

$$\text{Tam giác } MNM' \text{ vuông tại } M' \text{ có: } MN = \sqrt{M'N^2 + M'M^2} = \frac{a\sqrt{73}}{6}.$$

$$\text{Do đó: } \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{A'C'} = |\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{A'C'}| \cdot \cos(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{A'C'}) = 2a^2.$$

Mệnh đề d) đúng

CÂU 15. Cho hình lăng trụ đứng $ABC A'B'C'$ đáy là tam giác đều cạnh $2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. H, K lần lượt là trung điểm $BC, B'C'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai ? a) Hai vectơ $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{KA'}$ là hai vectơ cùng phương, cùng hướng. b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{A'H}$ và \overrightarrow{AH} bằng 60° . c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AB'} = \frac{5a^2}{2}$. d) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AH}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

☛ **Lời giải.**

d) Sai e) Sai f) sai g) Đúng **HÌNH O DAY**

e) Ta có tam giác $\triangle ABC, \triangle A'B'C'$ đều cạnh $2a$ suy ra $A'K = AH = a\sqrt{3}$

Xét tứ giác $AA'KH$ có $AA' = KH = AH = A'K = a\sqrt{3}, AA' \perp AH$ suy ra tứ giác $AA'KH$ là hình vuông, từ đó dễ thấy hai vectơ $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{KA'}$ là hai vectơ cùng phương ngược hướng.

Mệnh đề a) sai.

f) Ta có: $AA'KH$ là hình vuông suy ra $\widehat{A'HA} = 45^\circ$

Có: $A'A \perp AH \Rightarrow \triangle A'AH$ vuông tại $A \Rightarrow (\overrightarrow{A'H}, \overrightarrow{AH}) = \widehat{A'HA} = 45^\circ$

Mệnh đề b) sai.

g) Ta có $\triangle AB'C'$ cân tại A , suy ra $AK \perp B'C', AK = a\sqrt{6}, B'K = a$

$AB' = \sqrt{AB^2 + BB'^2} = \sqrt{4a^2 + 3a^2} = a\sqrt{7}$

Xét $\triangle AKB'$ có $\cos \widehat{KAB'} = \frac{AK}{AB'} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{6}{7}}$.

$\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AB'} = AK \cdot AB' \cdot \cos \widehat{KAB'} = a\sqrt{6} \cdot a\sqrt{7} \cdot \sqrt{\frac{6}{7}} = 6a^2$

Mệnh đề c) sai.

h) Gọi I là trung điểm $HK \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AI = \sqrt{IH^2 + AH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + 3a^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Ta có: $|\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AH}| = |2 \cdot \overrightarrow{AI}| = 2AI = a\sqrt{15}$.

Mệnh đề d) đúng

CÂU 16. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . E là điểm trên đoạn CD sao cho $ED = 2CE$. Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a) Có 6 vectơ (khác vectơ $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối được tạo thành từ các đỉnh của tứ diện. b) Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AB}

và \overrightarrow{BC} bằng 60° . c) Nếu $\overrightarrow{BE} = m\overrightarrow{BA} + n\overrightarrow{BC} + p\overrightarrow{BD}$ thì $m + n + p = \frac{2}{3}$. d) Tích vô hướng $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BE} = \frac{a^2}{6}$

☛ **Lời giải.**

HÌNH O DAY

a) Các vectơ (khác vectơ $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối được tạo thành từ các đỉnh của tứ diện là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}$

Do đó có 12 vectơ thỏa mãn yêu cầu. Vậy mệnh đề sai.

b) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - \widehat{ABC} = 120^\circ$. Vậy mệnh đề sai.

c) $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$.

Do đó $m = 0, n = \frac{2}{3}, p = \frac{1}{3}$. Suy ra $m + n + p = 1$.

Vậy mệnh đề sai.

d)

Ta có: $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE}) - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AB}$

$= \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$

Suy ra: $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AD} \cdot (\frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AD}^2 - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$

$= \frac{2}{3} \cdot a \cdot a \cdot \cos 60^\circ + \frac{1}{3}a^2 - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{6}$.

Vậy mệnh đề đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

CÂU 17. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy M, N sao cho $AM = 3MD, BN = 3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC . Phân tích vectơ \overrightarrow{MN} theo hai vectơ \overrightarrow{PQ} và \overrightarrow{DC} ta được $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{PQ} + b\overrightarrow{DC}$. Tính $a + 2b$

☛ **Lời giải.**

HÌNH O DAY

Do $AM = 3MD, BN = 3NC$ và P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC nên M, N lần lượt là trung điểm của PD và QC .

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{DC})$

$\Rightarrow a = \frac{1}{2}; b = \frac{1}{2} \Rightarrow a + 2b = \frac{3}{2}$

CÂU 18. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D' . Giá trị của biểu thức $P = \frac{SA}{SA'} + \frac{SC}{SC'} - \frac{SB}{SB'} - \frac{SD}{SD'}$ bằng bao nhiêu ?

☞ **Lời giải.**

HÌNH O DAY

Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$ thì $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$

$$\Leftrightarrow \frac{SA}{SA'} \overrightarrow{SA'} + \frac{SC}{SC'} \overrightarrow{SC'} = \frac{SB}{SB'} \overrightarrow{SB'} + \frac{SD}{SD'} \overrightarrow{SD'}$$

$$\text{Do } A', B', C', D' \text{ đồng phẳng nên } \Rightarrow \frac{SA}{SA'} + \frac{SC}{SC'} = \frac{SB}{SB'} + \frac{SD}{SD'} \Rightarrow P = \frac{SA}{SA'} + \frac{SC}{SC'} - \frac{SB}{SB'} - \frac{SD}{SD'} = 0$$

CÂU 19. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'}$. **HÌNH O DAY**

☞ **Lời giải.**

HÌNH O DAY

Ta có: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 45^\circ$.

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'} = AB \cdot A'C' \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'}) = 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 4$$

CÂU 20. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD , biết $AB = a, CD = a, MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tìm số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD

☞ **Lời giải.**

HÌNH O DAY

Gọi I là trung điểm của AC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} IM \parallel AB \\ IN \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (\widehat{AB}, CD) = (\widehat{IM}, IN).$$

$$\text{Đặt } \widehat{MIN} = \alpha. \text{ Xét tam giác } IMN, \text{ có: } IM = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}, IN = \frac{CD}{2} = \frac{a}{2}, MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Theo định lý cosin, có } \cos \alpha = \frac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2 \cdot IM \cdot IN} = -\frac{1}{2} < 0.$$

$$\Rightarrow \widehat{MIN} = 120^\circ \Rightarrow (\widehat{AB}, CD) = 60^\circ$$

CÂU 21. Cho hình lập phương $B'C$ có đường chéo $A'C = \frac{3}{16}$. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm 20 thỏa mãn:

$$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}. \text{ Khi đó độ dài của đoạn } OS \text{ bằng } \frac{a\sqrt{3}}{b} \text{ với } a, b \in \mathbb{N} \text{ và } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối}$$

$$\text{giản. Tính giá trị của biểu thức } P = a^2 + b^2. \text{ Lời giải } \textbf{HÌNH O DAY} \text{ Ta có: } A'C^2 = A'A^2 + AC^2 = 3A'A^2 \Rightarrow A'A = \frac{A'C}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{16}.$$

$$\text{Gọi } O' \text{ là tâm của hình vuông } A'B'C'D'. \text{ Lại có: } \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) + (\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OC'}) + (\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OD'}) = 2\overrightarrow{OO'} + 2\overrightarrow{OO'} = 4\overrightarrow{OO'}. \text{ Suy ra } OS = |\overrightarrow{OS}| = |4\overrightarrow{OO'}| = 4OO' = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{16} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Khi đó } a = 1, b = 4 \Rightarrow P = a^2 + b^2 = 17$$

CÂU 22. Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của 4 lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học(hình ảnh 2.20). **HÌNH O DAY** Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900(km/h) lên 920(km/h), trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc

900(km/h) và 920(km/h) lần lượt biểu diễn bởi hai véc tơ F_1 và $\vec{F_2}$ với $\vec{F_1} = k\vec{F_2} (k \in \mathbb{R}; k > 0)$. Tính giá trị của k (làm tròn kết quả c

$$\frac{2025}{2116} \Rightarrow |$$