

**BT ÔN TẬP KTTX1**

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

- (A)**  $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ .
 **(B)**  $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha$ .
- (C)**  $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ .
 **(D)**  $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$ .

**CÂU 2.** Cho góc lượng giác gốc  $O$  có tia đầu  $Ou$ , tia cuối  $Ov$  và có số đo  $\frac{2\pi}{3}$ . Cho góc lượng giác  $(O'u', O'v')$  có tia đầu  $O'u' \equiv Ou$ , tia cuối  $O'v' \equiv Ov$ . Viết công thức biểu thị số đo góc lượng giác  $(O'u', O'v')$ .

- (A)**  $(O'u', Ov') = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$ 
**(B)**  $(O'u', Ov') = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$
- (C)**  $(O'u', Ov') = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$ 
**(D)**  $(O'u', Ov') = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

**CÂU 3.** Rút gọn biểu thức  $M = \cos(a + b) \cos(a - b) - \sin(a + b) \sin(a - b)$ , ta được

- Ⓐ  $M = \sin 4a$ . Ⓑ  $M = 1 - 2 \cos^2 a$ . Ⓒ  $M = 1 - 2 \sin^2 a$ . Ⓓ  $M = \cos 4a$ .

**CÂU 4.** Tập nghiệm của phương trình  $3 \cos \left( 3x - \frac{\pi}{3} \right) = 0$  là

- (A)**  $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ 
**(B)**  $\left\{ \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$
- (C)**  $\left\{ \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ 
**(D)**  $\left\{ \frac{5\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

**CÂU 5.** Phương trình  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1$  tương đương với phương trình nào sau đây?

- A**  $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ 
**B**  $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$
- C**  $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ 
**D**  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

**CÂU 6.** Tìm điều kiện xác định của hàm số  $y = \cot x$ .

- (A)**  $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ 
**(B)**  $x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
- (C)**  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ 
**(D)**  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

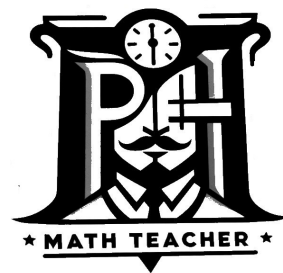
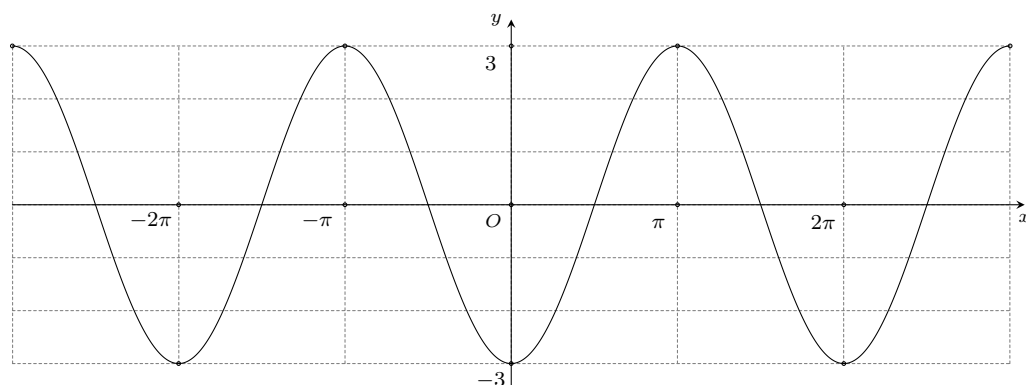
**CÂU 7.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng  $(0; \pi)$ ?

- Ⓐ  $y = x^2$ .      Ⓑ  $y = \cos x$ .      Ⓒ  $y = \sin x$ .      Ⓓ  $y = \tan x$ .

**CÂU 8.** Cho góc lượng giác gốc  $O$  có tia đầu  $Ou$ , tia cuối  $Ov$  và có số đo  $-\frac{5\pi}{6}$ . Cho góc lượng giác  $(O'u', O'v')$  có tia đầu  $O'u' \equiv Ou$ , tia cuối  $O'v' \equiv Ov$ . Viết công thức biểu thị số đo góc lượng giác  $(O'u', O'v')$ .

- (A)**  $(O'u', Ov') = \frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$ 
**(B)**  $(O'u', Ov') = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$
- (C)**  $(O'u', Ov') = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$ 
**(D)**  $(O'u', Ov') = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

**CÂU 9.** Hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



ĐIỂM: \_\_\_\_\_

“It’s not how much time you have, it’s how you use it.”

## QUICK NOTE

## QUICK NOTE

Ⓐ  $y = -3 \cos x$ .    Ⓑ  $y = -2 - \cos x$ .    Ⓒ  $y = 2 + |\cos x|$ .    Ⓓ  $y = \cos x - 4$ .

**CÂU 10.** Điều kiện xác định của hàm số  $y = \cot x$  là

Ⓐ  $x \neq \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ .    Ⓑ  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ .    Ⓒ  $x \neq k\pi$ .    Ⓓ  $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$ .

**CÂU 11.** Cho hàm số  $y = \sin^2 x - \sin x + 2$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số đã cho. Khi đó  $M + N$  bằng

Ⓐ  $k = -\frac{1}{2}$ .    Ⓑ  $\frac{23}{4}$ .    Ⓒ  $\frac{15}{4}$ .    Ⓓ 6.

**CÂU 12.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm tuần hoàn?

Ⓐ  $y = \tan x + x$ .    Ⓑ  $y = x^2 + 1$ .    Ⓒ  $y = \cot x$ .    Ⓓ  $y = \frac{\sin x}{x}$ .

**CÂU 13.** Góc  $18^\circ$  có số đo bằng radian là bao nhiêu?

Ⓐ  $\pi$ .    Ⓑ  $\frac{\pi}{360}$ .    Ⓒ  $\frac{\pi}{10}$ .    Ⓓ  $\frac{\pi}{18}$ .

**CÂU 14.** Biểu diễn các góc lượng giác  $\alpha = -\frac{5\pi}{6}$ ,  $\beta = \frac{\pi}{3}$ ,  $\gamma = \frac{25\pi}{3}$ ,  $\delta = \frac{17\pi}{6}$  trên đường tròn lượng giác. Các góc nào có điểm biểu diễn trùng nhau?

Ⓐ  $\beta$  và  $\gamma$ .    Ⓑ  $\alpha, \beta, \gamma$ .    Ⓒ  $\beta, \gamma, \delta$ .    Ⓓ  $\alpha$  và  $\beta$ .

**CÂU 15.** Cho góc lượng giác  $(Ou, Ov)$  có số đo là  $\frac{3\pi}{4}$ , góc lượng giác  $(Ou, Ow)$  có số đo là  $\frac{5\pi}{4}$ . Số đo của góc lượng giác  $(Ov, Ow)$  là

Ⓐ  $(Ov, Ow) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).    Ⓑ  $(Ov, Ow) = 2\pi + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).  
Ⓒ  $(Ov, Ow) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).    Ⓓ  $(Ov, Ow) = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**CÂU 16.** Cho góc lượng giác gốc  $O$  có tia đầu  $Ou$ , tia cuối  $Ov$  và có số đo  $45^\circ$ . Cho góc lượng giác  $(O'u', O'v')$  có tia đầu  $O'u' \equiv Ou$ , tia cuối  $O'v' \equiv Ov$ . Công thức biểu thị số đo góc lượng giác  $(O'u', O'v')$  là

Ⓐ  $(O'u', O'v') = -45^\circ + k360^\circ$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).    Ⓑ  $(O'u', O'v') = 45^\circ + k360^\circ$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).  
Ⓒ  $(O'u', O'v') = 135^\circ + k360^\circ$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).    Ⓓ  $(O'u', O'v') = -135^\circ + k360^\circ$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**CÂU 17.** Hàm số  $y = 3 - 5 \sin x$  có giá trị lớn nhất bằng

Ⓐ 6.    Ⓑ 2.    Ⓒ 8.    Ⓓ 4.

**CÂU 18.** Rút gọn biểu thức  $M = \sin(\pi - a) + \tan\left(\frac{\pi}{2} - a\right) + \sin(-a) + \cot(\pi + a)$  được

Ⓐ  $M = 2 \cos a$ .    Ⓑ  $M = 2 \tan a$ .    Ⓒ  $M = 2 \cot a$ .    Ⓓ  $M = 0$ .

**CÂU 19.** Đồ thị hàm số  $y = \cos x$  đi qua điểm nào sau đây?

Ⓐ  $P(-1; \pi)$ .    Ⓑ  $M(\pi; 1)$ .    Ⓒ  $Q(3\pi; 1)$ .    Ⓓ  $N(0; 1)$ .

**CÂU 20.** Tập xác định của hàm số  $y = 2017 \tan^{2018}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  là

Ⓐ  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .    Ⓑ  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
Ⓒ  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .    Ⓓ  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**CÂU 21.** Tìm khẳng định đúng (với điều kiện các hệ thức đã xác định).

Ⓐ  $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha$ .    Ⓑ  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ .  
Ⓒ  $\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$ .    Ⓓ  $\sin(-\alpha) = \sin \alpha$ .

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 22.** Cho phương trình lượng giác  $\sin^2 2x + \cos^2 5x = 1$ , vậy:

Mệnh đề	Đ	S
a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\frac{1 - \cos 4x}{2} + \frac{1 + \cos 10x}{2} = 1$ .		
b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là: $x = \frac{\pi}{7}$ .		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình nhỏ hơn $-\frac{\pi}{3}$ .		
d) Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất bằng 0.		

**CÂU 23.** Cho phương trình lượng giác  $(\sin x + \cos x)^2 = 2 \cos^2 3x$ , vậy:

Mệnh đề	Đ	S
a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $1 + \sin 2x = 3 + \cos 6x$ .		
b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình lớn hơn $\frac{\pi}{7}$ .		
c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x = -\frac{\pi}{8}$ .		
d) Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất bằng 0.		

**CÂU 24.** Cho  $\cos a = \frac{1}{3}$ ,  $\cos b = \frac{1}{4}$ . Khi đó:

Mệnh đề	Đ	S
a) $\sin^2 a = \frac{8}{9}$ .		
b) $\sin^2 a > \sin^2 b$ .		
c) $\sin^2 a + \sin^2 b > 1$ .		
d) $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{11}{14}$ .		

**CÂU 25.** Cho phương trình lượng giác  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ , vậy:

Mệnh đề	Đ	S
a) Phương trình có nghiệm là $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{5}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi$ , $k \in \mathbb{Z}$ .		
b) Trong khoảng $(-\pi, \pi)$ phương trình có 3 nghiệm.		
c) $x = -\frac{\pi}{12}$ là một nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(-\pi, \pi)$ .		
d) Tổng các nghiệm trong $(-\pi, \pi)$ bằng $\frac{\pi}{4}$ .		

**CÂU 26.** Một đường tròn có bán kính 36 m. Khi đó:

Mệnh đề	Đ	S
a) Cung tròn bán kính $R$ có số đo $\alpha$ ( $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ ), có số đo $a^\circ$ ( $0 \leq a \leq 360^\circ$ ) và có độ dài là $l$ thì: $l = R\alpha = \frac{a}{180} \cdot \pi R$ .		
b) Độ dài cung tròn trên đường tròn có số đo $\frac{3\pi}{4}$ là 84,8 m.		
c) Độ dài cung tròn trên đường tròn có số đo $51^\circ$ là 32,04 m.		
d) Độ dài cung tròn trên đường tròn có số đo $\frac{1}{3}$ là 22 m.		

**CÂU 27.** Cho phương trình lượng giác  $\sin^2 2x = \cos^2\left(3x - \frac{\pi}{8}\right)$ , vậy:

Mệnh đề	Đ	S
a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\cos\left(6x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos(\pi + 4x)$ .		
b) Trong khoảng $(-\pi, \pi)$ phương trình có 11 nghiệm.		
c) $x = \frac{37\pi}{40}$ là một nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(-\pi, \pi)$ .		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
d) Tổng các nghiệm trong $(-\pi, \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$ .		

Phần IV. Câu hỏi tự luận.

**CÂU 28.** Giải phương trình:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}; & \text{b) } \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}; & \text{c) } \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}; \\ \text{d) } 2\cos 3x + 5 = 3; & \text{e) } 3\tan x = -\sqrt{3}; & \text{f) } \cot x - 3 = \sqrt{3}(1 - \cot x). \end{array}$$

**CÂU 29.** Giải phương trình:

$$\text{a) } \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x; \quad \text{b) } \sin 2x = \cos 3x; \quad \text{c) } \cos^2 2x = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right).$$

**CÂU 30.** Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sin 2x - \cos x + 2\sin x = 1; & \text{b) } 2\sin^2 x - 5\sin x + 3 = 0; \\ \text{c) } \sqrt{3}\tan^2 x - 2\tan x + \sqrt{3} = 0; & \text{d) } 2\cos^2 2x - 5\cos 2x + 2 = 0; \\ \text{e) } \sin^2 \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} - 2 = 0. \end{array}$$

**CÂU 31.** Tìm tập xác định của các hàm số sau

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = \frac{1 + \cos x}{\sin 2x}. & \text{b) } y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 + \cos x}}. & \text{c) } y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}. \\ \text{d) } y = \frac{1}{\tan x}. & \text{e) } y = \frac{\sqrt{1 - \sin x}}{2\cos x - \sqrt{3}}. \end{array}$$

**CÂU 32.** Tìm tập giá trị của các hàm số sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 3; & \text{b) } y = \sqrt{2 + \cos x} - 5. \\ \text{c) } y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 7; & \text{d) } y = 3 - \sqrt{2 + \sin x} \end{array}$$

**CÂU 33.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2(\sin x + \cos x) + \sin 2x + 3$ .

**CÂU 34.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{3}\sin x - \cos x + 5$ .

## BT ÔN TẬP KTX1

**Phần I.** Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

**CÂU 1.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là sai?

- (A)  $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ . (B)  $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha$ . (C)  $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$ . (D)  $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$  nên  $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha$  là khẳng định sai.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 2.** Cho góc lượng giác gốc  $O$  có tia đầu  $Ou$ , tia cuối  $Ov$  và có số đo  $\frac{2\pi}{3}$ . Cho góc lượng giác  $(O'u', O'v')$  có tia đầu  $O'u' \equiv Ou$ , tia cuối  $O'v' \equiv Ov$ . Viết công thức biểu thị số đo góc lượng giác  $(O'u', O'v')$ .

- (A)  $(O'u', O'v') = \frac{\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). (B)  $(O'u', O'v') = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).  
(C)  $(O'u', O'v') = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ). (D)  $(O'u', O'v') = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**Lời giải.**

Ta có  $(O'u', O'v') = (Ou, Ov) + k2\pi = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 3.** Rút gọn biểu thức  $M = \cos(a+b)\cos(a-b) - \sin(a+b)\sin(a-b)$ , ta được

- (A)  $M = \sin 4a$ . (B)  $M = 1 - 2\cos^2 a$ . (C)  $M = 1 - 2\sin^2 a$ . (D)  $M = \cos 4a$ .

**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} M &= \cos(a+b)\cos(a-b) - \sin(a+b)\sin(a-b) \\ &= \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) + \frac{1}{2}(\cos 2a - \cos 2b) \\ &= \cos 2a \\ &= 1 - 2\sin^2 a. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 4.** Tập nghiệm của phương trình  $3\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$  là

- (A)  $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . (B)  $\left\{\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . (C)  $\left\{\frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . (D)  $\left\{\frac{5\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Lời giải.**

$3\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ . Tập nghiệm phương trình  $S = \left\{\frac{5\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 5.** Phương trình  $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 1$  tương đương với phương trình nào sau đây?

- (A)  $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ . (B)  $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ . (C)  $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ . (D)  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Chia hai vế của phương trình cho 2, ta được

$$\begin{aligned} \sqrt{3}\sin x + \cos x = 1 &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow \sin \frac{\pi}{3} \sin x + \cos \frac{\pi}{3} \cos x = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 6.** Tìm điều kiện xác định của hàm số  $y = \cot x$ .

- (A)  $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . (B)  $x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ . (C)  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . (D)  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải.**

Hàm số  $y = \cot x$  xác định khi và chỉ khi  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Chọn đáp án **C**.....

**CÂU 7.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng  $(0; \pi)$ ?

**A**  $y = x^2$ .

**B**  $y = \cos x$ .

**C**  $y = \sin x$ .

**D**  $y = \tan x$ .

**Lời giải.**

Hàm số  $y = x^2$  đồng biến khi  $x > 0 \Rightarrow$  hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; \pi)$ .

Chọn đáp án **A**.....

**CÂU 8.** Cho góc lượng giác gốc  $O$  có tia đầu  $Ou$ , tia cuối  $Ov$  và có số đo  $-\frac{5\pi}{6}$ . Cho góc lượng giác  $(O'u', O'v')$  có tia đầu  $O'u' \equiv Ou$ , tia cuối  $O'v' \equiv Ov$ . Viết công thức biểu thị số đo góc lượng giác  $(O'u', O'v')$ .

**A**  $(O'u', O'v') = \frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

**B**  $(O'u', O'v') = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

**C**  $(O'u', O'v') = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

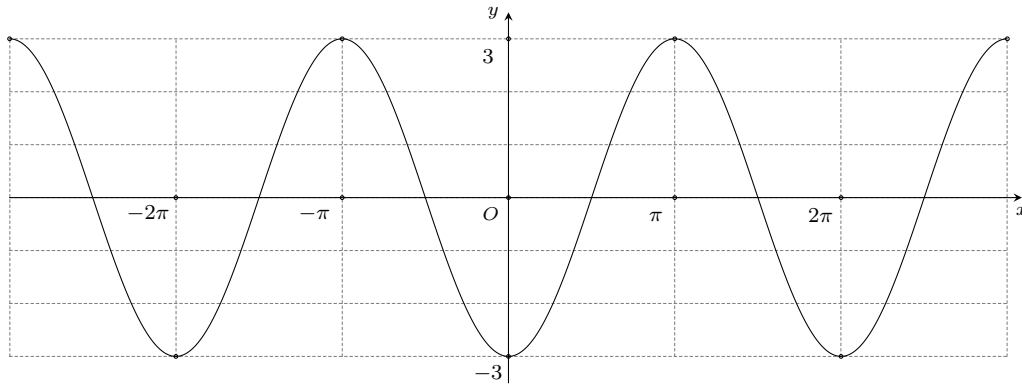
**D**  $(O'u', O'v') = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

**Lời giải.**

Ta có  $(O'u', O'v') = (Ou, Ov) + k2\pi = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

Chọn đáp án **D**.....

**CÂU 9.** Hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



**A**  $y = -3 \cos x$ .

**B**  $y = -2 - \cos x$ .

**C**  $y = 2 + |\cos x|$ .

**D**  $y = \cos x - 4$ .

**Lời giải.**

☑  $y(0) = -3 \Rightarrow$  loại  $y = \cos x - 4$  và  $y = 2 + |\cos x|$ .

☑  $y(\pi) = 3 \Rightarrow$  loại  $y = -2 - \cos x$ .

Chọn đáp án **A**.....

**CÂU 10.** Điều kiện xác định của hàm số  $y = \cot x$  là

**A**  $x \neq \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ .

**B**  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ .

**C**  $x \neq k\pi$ .

**D**  $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$ .

**Lời giải.**

Hàm số xác định khi và chỉ khi  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Chọn đáp án **C**.....

**CÂU 11.** Cho hàm số  $y = \sin^2 x - \sin x + 2$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số đã cho. Khi đó  $M + N$  bằng

**A**  $k = -\frac{1}{2}$ .

**B**  $\frac{23}{4}$ .

**C**  $\frac{15}{4}$ .

**D** 6.

**Lời giải.**

Ta có  $y = \sin^2 x - \sin x + 2 = \left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$ .

Vì  $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$  nên  $-\frac{3}{2} \leq \sin x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Suy ra  $0 \leq \left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4}, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Suy ra  $\frac{7}{4} \leq \left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \leq 4, \forall x \in \mathbb{R}.$

Suy ra  $\frac{7}{4} \leq y \leq 4, \forall x \in \mathbb{R}.$

Vậy  $M + N = \frac{7}{4} + 4 = \frac{23}{4}.$

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 12.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm tuần hoàn?

(A)  $y = \tan x + x.$

(B)  $y = x^2 + 1.$

(C)  $y = \cot x.$

(D)  $y = \frac{\sin x}{x}.$

☞ **Lời giải.**

Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $T = \pi.$

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 13.** Góc  $18^\circ$  có số đo bằng radian là bao nhiêu?

(A)  $\pi.$

(B)  $\frac{\pi}{360}.$

(C)  $\frac{\pi}{10}.$

(D)  $\frac{\pi}{18}.$

☞ **Lời giải.**

Ta có  $18^\circ = \frac{\pi}{10} \text{ rad}.$

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 14.** Biểu diễn các góc lượng giác  $\alpha = -\frac{5\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{3}, \gamma = \frac{25\pi}{3}, \delta = \frac{17\pi}{6}$  trên đường tròn lượng giác. Các góc nào có điểm biểu diễn trùng nhau?

(A)  $\beta$  và  $\gamma.$

(B)  $\alpha, \beta, \gamma.$

(C)  $\beta, \gamma, \delta.$

(D)  $\alpha$  và  $\beta.$

☞ **Lời giải.**

Ta có  $\beta + 8\pi = \frac{\pi}{3} + 8\pi = \frac{25\pi}{3} = \gamma.$

Do đó,  $\beta$  và  $\gamma$  có điểm biểu diễn trùng nhau trên đường tròn lượng giác.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 15.** Cho góc lượng giác  $(Ou, Ov)$  có số đo là  $\frac{3\pi}{4}$ , góc lượng giác  $(Ou, Ow)$  có số đo là  $\frac{5\pi}{4}$ . Số đo của góc lượng giác  $(Ov, Ow)$  là

(A)  $(Ov, Ow) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

(B)  $(Ov, Ow) = 2\pi + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

(C)  $(Ov, Ow) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

(D)  $(Ov, Ow) = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

☞ **Lời giải.**

Theo hệ thức Chasles, ta có

$$\begin{aligned} (Ov, Ow) &= (Ou, Ow) - (Ou, Ov) + k2\pi \\ &= \frac{5\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ &= \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 16.** Cho góc lượng giác gốc  $O$  có tia đầu  $Ou$ , tia cuối  $Ov$  và có số đo  $45^\circ$ . Cho góc lượng giác  $(O'u', O'v')$  có tia đầu  $O'u' \equiv Ou$ , tia cuối  $O'v' \equiv Ov$ . Công thức biểu thị số đo góc lượng giác  $(O'u', O'v')$  là

(A)  $(O'u', O'v') = -45^\circ + k360^\circ \ (k \in \mathbb{Z}).$

(B)  $(O'u', O'v') = 45^\circ + k360^\circ \ (k \in \mathbb{Z}).$

(C)  $(O'u', O'v') = 135^\circ + k360^\circ \ (k \in \mathbb{Z}).$

(D)  $(O'u', O'v') = -135^\circ + k360^\circ \ (k \in \mathbb{Z}).$

☞ **Lời giải.**

Ta có  $(O'u', O'v') = (Ou, Ov) + k360^\circ = 45^\circ + k360^\circ \ (k \in \mathbb{Z}).$

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 17.** Hàm số  $y = 3 - 5 \sin x$  có giá trị lớn nhất bằng

(A) 6.

(B) 2.

(C) 8.

(D) 4.

☞ **Lời giải.**

Ta có

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow 5 \geq -5 \sin x \geq -5 \Leftrightarrow 8 \geq 3 - 5 \sin x \geq -2 \Rightarrow -2 \leq y \leq 8.$$

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số là 8, đạt được khi  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Chọn đáp án **C**..... □

**CÂU 18.** Rút gọn biểu thức  $M = \sin(\pi - a) + \tan\left(\frac{\pi}{2} - a\right) + \sin(-a) + \cot(\pi + a)$  được

- A**  $M = 2 \cos a.$                       **B**  $M = 2 \tan a.$                       **C**  $M = 2 \cot a.$                       **D**  $M = 0.$

**Lời giải.**

Ta có  $M = \sin a + \cot a - \sin a + \cot a = 2 \cot a.$

Chọn đáp án **C**..... □

**CÂU 19.** Đồ thị hàm số  $y = \cos x$  đi qua điểm nào sau đây?

- A**  $P(-1; \pi).$                       **B**  $M(\pi; 1).$                       **C**  $Q(3\pi; 1).$                       **D**  $N(0; 1).$

**Lời giải.**

Điểm  $N(0; 1)$  thuộc đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **D**..... □

**CÂU 20.** Tập xác định của hàm số  $y = 2017 \tan^{2018}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  là

- A**  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$                       **B**  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$   
**C**  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$                       **D**  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

**Lời giải.**

Hàm số xác định khi  $2x + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **A**..... □

**CÂU 21.** Tìm khẳng định đúng (với điều kiện các hệ thức đã xác định).

- A**  $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha.$                       **B**  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha.$                       **C**  $\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha.$                       **D**  $\sin(-\alpha) = \sin \alpha.$

**Lời giải.**

Ta có

- ☒  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha.$   
☒  $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha.$   
☒  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha.$   
☒  $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha.$

Chọn đáp án **B**..... □

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 22.** Cho phương trình lượng giác  $\sin^2 2x + \cos^2 5x = 1$ , vậy:

Mệnh đề	Đ	S
a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\frac{1 - \cos 4x}{2} + \frac{1 + \cos 10x}{2} = 1.$	X	
b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là: $x = \frac{\pi}{7}.$	X	
c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình nhỏ hơn $-\frac{\pi}{3}.$		X
d) Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất bằng 0.	X	

**Lời giải.**

a) **D** Phương trình tương đương với

$$\frac{1 - \cos 4x}{2} + \frac{1 + \cos 10x}{2} = 1.$$



b) **D** Phương trình tương đương với

$$\frac{1 - \cos 4x}{2} + \frac{1 + \cos 10x}{2} = 1 \Leftrightarrow \cos 10x = \cos 4x \Leftrightarrow \begin{cases} 10x = 4x + k2\pi \\ 10x = -4x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{k\pi}{7} \end{cases}.$$

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là  $x = \frac{\pi}{7}$ .

c) **S** Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là  $x = -\frac{\pi}{7}$ .

d) **D** Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất là  $-\frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{7} = 0$ .

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng

**CÂU 23.** Cho phương trình lượng giác  $(\sin x + \cos x)^2 = 2 \cos^2 3x$ , vậy:

Mệnh đề	Đ	S
a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $1 + \sin 2x = 3 + \cos 6x$ .		X
b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình lớn hơn $\frac{\pi}{7}$ .		X
c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x = -\frac{\pi}{8}$ .	X	
d) Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất bằng 0.		X

**Lời giải.**

a) **S** Ta có

$$(\sin x + \cos x)^2 = 2 \cos^2 3x \Leftrightarrow 1 + 2 \sin x \cdot \cos x = 1 + \cos 6x \Leftrightarrow 1 + \sin 2x = 1 + \cos 6x.$$

b) **S** Ta có

$$\begin{aligned} (\sin x + \cos x)^2 &= 2 \cos^2 3x \Leftrightarrow 1 + 2 \sin x \cdot \cos x = 1 + \cos 6x \\ \Leftrightarrow 1 + \sin 2x &= 1 + \cos 6x \Leftrightarrow \cos 6x = \sin 2x = \cos \left( \frac{\pi}{2} - 2x \right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = \frac{\pi}{2} - 2x + k2\pi \\ 6x = -\frac{\pi}{2} + 2x + k2\pi \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4} \\ x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình lớn hơn  $\frac{\pi}{16}$ .

c) **D** Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là  $x = -\frac{\pi}{8}$ .

d) **S** Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất bằng  $\frac{\pi}{16} - \frac{\pi}{8} = -\frac{\pi}{16}$ .

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai

**CÂU 24.** Cho  $\cos a = \frac{1}{3}$ ,  $\cos b = \frac{1}{4}$ . Khi đó:

Mệnh đề	Đ	S
a) $\sin^2 a = \frac{8}{9}$ .	X	
b) $\sin^2 a > \sin^2 b$ .		X

Mệnh đề	Đ	S
c) $\sin^2 a + \sin^2 b > 1$ .	X	
d) $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{11}{14}$ .		X

**Lời giải.**

☑ Ta có  $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ ,  $\sin^2 b = 1 - \cos^2 b = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$ .

☑ So sánh:  $\frac{8}{9} = \frac{128}{144}$  và  $\frac{15}{16} = \frac{135}{144} \Rightarrow \sin^2 a < \sin^2 b$  nên b) Sai.

☑  $\sin^2 a + \sin^2 b = \frac{8}{9} + \frac{15}{16} = \frac{128}{144} + \frac{135}{144} = \frac{263}{144} > 1$  nên c) Đúng.



$$\begin{aligned}\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) &= (\cos a \cos b - \sin a \sin b)(\cos a \cos b + \sin a \sin b) = \cos^2 a \cos^2 b - \sin^2 a \sin^2 b \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{16} - \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} = \frac{1}{144} - \frac{120}{144} = -\frac{119}{144}.\end{aligned}$$

Khác  $\frac{11}{14}$  nên d) Sai.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai

**CÂU 25.** Cho phương trình lượng giác  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ , vậy:

Mệnh đề	Đ	S
a) Phương trình có nghiệm là $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{5}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi$ , $k \in \mathbb{Z}$ .	X	
b) Trong khoảng $(-\pi, \pi)$ phương trình có 3 nghiệm.		X
c) $x = -\frac{\pi}{12}$ là một nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(-\pi, \pi)$ .	X	
d) Tổng các nghiệm trong $(-\pi, \pi)$ bằng $\frac{\pi}{4}$ .		X

**Lời giải.**

Giải phương trình:

$$\begin{aligned}\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) &= \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} - 2x + k2\pi \\ \text{hoặc} \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \pi - \left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) + k2\pi \end{cases}\end{aligned}$$

Giải ra được:

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{5} \quad \text{hoặc} \quad x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy a) Đúng.

Với  $k = -2, -1, 0, 1, 2$ , kiểm tra các nghiệm trong khoảng  $(-\pi, \pi)$ , được tổng cộng 5 nghiệm nên b) Sai.

Trong đó có nghiệm  $x = -\frac{\pi}{12}$  thuộc  $(-\pi, \pi)$  nên c) Đúng.

Tổng các nghiệm trong  $(-\pi, \pi)$  tính được bằng  $\frac{\pi}{3}$  nên khác  $\frac{\pi}{4}$  nên d) Sai.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai

**CÂU 26.** Một đường tròn có bán kính 36 m. Khi đó:

Mệnh đề	Đ	S
a) Cung tròn bán kính $R$ có số đo $\alpha$ ( $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ ), có số đo $a^\circ$ ( $0 \leq a \leq 360^\circ$ ) và có độ dài là $l$ thì: $l = R\alpha = \frac{a}{180} \cdot \pi R$ .		X
b) Độ dài cung tròn trên đường tròn có số đo $\frac{3\pi}{4}$ là 84,8 m.	X	
c) Độ dài cung tròn trên đường tròn có số đo $51^\circ$ là 32,04 m.	X	
d) Độ dài cung tròn trên đường tròn có số đo $\frac{1}{3}$ là 22 m.		X

**Lời giải.**

Công thức tính độ dài cung tròn:  $l = R\alpha = \frac{\pi a}{180} \cdot R$  (với  $a^\circ$  là số đo góc).

a)  $l = 36 \cdot \frac{3\pi}{4} = 27\pi \approx 84,8 \text{ m} \rightarrow$  Đúng.

b)  $l = \frac{\pi \cdot 51}{180} \cdot 36 = \frac{51\pi}{5} \approx 32,04 \text{ m} \rightarrow$  Đúng.

c)  $l = 36 \cdot \frac{1}{3} = 12 \text{ m} \rightarrow \text{Sai}$  (vì kết quả không khớp với 22 m).

Chọn đáp án ☐ a sai ☒ b đúng ☐ c đúng ☐ d sai

**CÂU 27.** Cho phương trình lượng giác  $\sin^2 2x = \cos^2 \left( 3x - \frac{\pi}{8} \right)$ , vậy:

Mệnh đề	Đ	S
a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\cos \left( 6x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos(\pi + 4x)$ .	X	
b) Trong khoảng $(-\pi, \pi)$ phương trình có 11 nghiệm.	X	
c) $x = \frac{37\pi}{40}$ là một nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(-\pi, \pi)$ .	X	
d) Tổng các nghiệm trong $(-\pi, \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$ .		X

**Lời giải.**

☑ Phương trình đã cho tương đương với

$$\cos \left( 6x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos(\pi + 4x)$$

nên a) Đúng.

☑ Giải phương trình được các nghiệm:

$$x = \frac{5\pi}{8} + k\pi, \quad x = \frac{37\pi}{40} + \frac{k\pi}{5}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Đếm được 11 nghiệm trong  $(-\pi, \pi)$  nên b) Đúng.

☑  $x = \frac{37\pi}{40}$  là một nghiệm đúng nằm trong  $(-\pi, \pi)$  nên c) Đúng.

☑ Tổng các nghiệm đã cho là  $\frac{7\pi}{8}$  nên khác với  $\frac{7\pi}{9}$  nên d) Sai.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☒ b đúng ☐ c đúng ☐ d sai

**Phần IV. Câu hỏi tự luận.**

**CÂU 28.** Giải phương trình:

a)  $\sin \left( 2x - \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2};$

b)  $\sin \left( 3x + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{1}{2};$

c)  $\cos \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2};$

d)  $2 \cos 3x + 5 = 3;$

e)  $3 \tan x = -\sqrt{3};$

f)  $\cot x - 3 = \sqrt{3}(1 - \cot x).$

**Lời giải.**

a) Ta có

$$\begin{aligned} & \sin \left( 2x - \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \Leftrightarrow & \sin \left( 2x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \left( -\frac{\pi}{3} \right) \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x = k2\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

b) Ta có

$$\begin{aligned} \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) &= -\frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) &= \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{4} = \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ 3x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{11\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

c) Ta có

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) &= \cos\frac{\pi}{6} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ \frac{x}{2} = -\frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k4\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k4\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

d) Ta có  $2 \cos 3x + 5 = 3 \Leftrightarrow \cos 3x = -1 \Leftrightarrow 3x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

e) Ta có  $3 \tan x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

f) Ta có

$$\begin{aligned} \cot x - 3 &= \sqrt{3}(1 - \cot x) \\ \Leftrightarrow \cot x - 3 &= \sqrt{3} - \sqrt{3} \cot x \\ \Leftrightarrow (1 + \sqrt{3}) \cot x &= \sqrt{3}(1 + \sqrt{3}) \\ \Leftrightarrow \cot x &= \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow \cot x &= \cot \frac{\pi}{6} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

**CÂU 29.** Giải phương trình:

a)  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x;$

b)  $\sin 2x = \cos 3x;$

c)  $\cos^2 2x = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right).$

**Lời giải.**

a) Ta có

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = x + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{4} = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

b) Ta có

$$\begin{aligned}\sin 2x = \cos 3x &\Leftrightarrow \cos 3x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} - 2x + k2\pi \\ 3x = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + k2\pi \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c) Ta có } \cos^2 2x = \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{6}\right) &\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \cos \left(x + \frac{\pi}{6}\right) & (1) \\ \cos 2x = -\cos \left(x + \frac{\pi}{6}\right) & (2) \end{cases} \\ +) (1) &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = -\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ +) (2) &\Leftrightarrow \cos 2x = \cos \left[\pi - \left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right] \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \pi - \left(x + \frac{\pi}{6}\right) + k2\pi \\ 2x = -\left[\pi - \left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right] + k2\pi \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).\end{aligned}$$

**CÂU 30.** Giải các phương trình sau

- a)  $\sin 2x - \cos x + 2 \sin x = 1$ ; b)  $2 \sin^2 x - 5 \sin x + 3 = 0$ ;  
c)  $\sqrt{3} \tan^2 x - 2 \tan x + \sqrt{3} = 0$ ; d)  $2 \cos^2 2x - 5 \cos 2x + 2 = 0$ ;  
e)  $\sin^2 \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} - 2 = 0$ .

**☞ Lời giải.**

$$\begin{aligned}\text{a) } \sin 2x - \cos x + 2 \sin x = 1 &\Leftrightarrow 2 \sin x \cos x - \cos x + 2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(\cos x + 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}); \\ \text{b) } 2 \sin^2 x - 5 \sin x + 3 = 0 &\Leftrightarrow (2 \sin x - 3)(\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{3}{2} > 1 \text{ (VN)} \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \text{c) } \sqrt{3} \tan^2 x - 2 \tan x + \sqrt{3} = 0 &\Leftrightarrow \sqrt{3} \left(\tan x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{2}{\sqrt{3}} = 0 \text{ (VN)}; \\ \text{d) } 2 \cos^2 2x - 5 \cos 2x + 2 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 2 > 1 \text{ (VN)} \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}); \\ \text{e) } \sin^2 \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} - 2 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{x}{2} = 1 \\ \sin \frac{x}{2} = -2 < -1 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pi + k4\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}).\end{aligned}$$

**CÂU 31.** Tìm tập xác định của các hàm số sau

$$a) y = \frac{1 + \cos x}{\sin 2x}.$$

$$b) y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 + \cos x}}.$$

$$c) y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}.$$

$$d) y = \frac{1}{\tan x}.$$

$$e) y = \frac{\sqrt{1 - \sin x}}{2 \cos x - \sqrt{3}}.$$

**Lời giải.**

$$a) y = \frac{1 + \cos x}{\sin 2x}$$

Hàm số  $y = \frac{1 + \cos x}{\sin 2x}$  xác định  $\Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

$$b) y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 + \cos x}}$$

Hàm số  $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2 + \cos x}}$  xác định  $\Leftrightarrow \frac{1 + \cos x}{2 + \cos x} \geq 0$

Ta có:  $\begin{cases} 1 + \cos x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ 2 + \cos x > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \frac{1 + \cos x}{2 + \cos x} \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy  $D = \mathbb{R}$ .

$$c) y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$$

Hàm số  $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$  xác định  $\Leftrightarrow 1 - \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

$$d) y = \frac{1}{\tan x}$$

Hàm số  $y = \frac{1}{\tan x}$  xác định  $\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

$$e) y = \frac{\sqrt{1 - \sin x}}{2 \cos x - \sqrt{3}}$$

Hàm số  $y = \frac{\sqrt{1 - \sin x}}{2 \cos x - \sqrt{3}}$  xác định  $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \sin x \geq 0 \\ 2 \cos x - \sqrt{3} \neq 0 \end{cases}$ .

Ta có:  $1 - \sin x \geq 0 \Leftrightarrow \sin x \leq 1$ , điều này đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

$2 \cos x - \sqrt{3} \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**CÂU 32.** Tìm tập giá trị của các hàm số sau:

$$a) y = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 3;$$

$$b) y = \sqrt{2 + \cos x} - 5.$$

$$c) y = 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 7;$$

$$d) y = 3 - \sqrt{2 + \sin x}$$

**Lời giải.**

a) Tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $-1 \leq \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 1 \leq 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 3 \leq 5, \forall x \in \mathbb{R}$

hay  $1 \leq y \leq 5, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Vậy tập giá trị của hàm số là  $T = [1; 5]$ .

b) Vì  $\cos x \geq -1 \Leftrightarrow 2 + \cos x \geq 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$  nên tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có:

$-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 1 \leq 2 + \cos x \leq 3, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 1 \leq \sqrt{2 + \cos x} \leq \sqrt{3}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -4 \leq \sqrt{2 + \cos x} - 5 \leq \sqrt{3} - 5, \forall x \in \mathbb{R}$  hay  $-4 \leq y \leq \sqrt{3} - 5, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Vậy tập giá trị của hàm số là  $T = [-4; \sqrt{3} - 5]$ .

c) Tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có } -1 \leq \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -9 \leq 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 7 \leq -5, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{hay } -9 \leq y \leq -5, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Vậy tập giá trị của hàm số là } T = [-9; -5].$$

d) Vì  $2 + \sin x \geq 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$  nên tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có: } -1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq 2 + \sin x \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq \sqrt{2 + \sin x} \leq \sqrt{3}, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -1 \geq -\sqrt{2 + \sin x} \geq -\sqrt{3}, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2 \geq 3 - \sqrt{2 + \sin x} \geq 3 - \sqrt{3}, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{hay } 3 - \sqrt{3} \leq y \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Vậy tập giá trị của hàm số là } T = [3 - \sqrt{3}; 2].$$

**CÂU 33.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2(\sin x + \cos x) + \sin 2x + 3$ .

**Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

$$\text{Đặt } t = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right), t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}].$$

$$\text{Ta có } t^2 = (\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x = 1 + \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = t^2 - 1.$$

$$\text{Hàm số trở thành } y = g(t) = t^2 + 2t + 2.$$

Bảng biến thiên của hàm số  $y = g(t)$  trên đoạn  $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

$t$	$-\sqrt{2}$	$-1$	$\sqrt{2}$
$g(t)$	$4 - 2\sqrt{2}$	$1$	$4 + 2\sqrt{2}$

$$\text{Vậy } \max_{x \in \mathbb{R}} y = 4 + 2\sqrt{2} \text{ và } \min_{x \in \mathbb{R}} y = 1.$$

**CÂU 34.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x + 5$ .

**Lời giải.**

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

$$\text{Biến đổi } y = \sqrt{3} \sin x - \cos x + 5 = 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin x - \frac{1}{2} \cdot \cos x \right) + 5 = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 5.$$

Với mọi  $x \in \mathbb{R}$  ta có

$$-1 \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 2$$

$$\Leftrightarrow 3 \leq 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 5 \leq 7.$$

$$\text{Vậy } \max_{x \in \mathbb{R}} y = 7 \text{ khi } x = \frac{2\pi}{3} \text{ và } \min_{x \in \mathbb{R}} y = 3 \text{ khi } x = -\frac{\pi}{3}.$$

# MỤC LỤC

