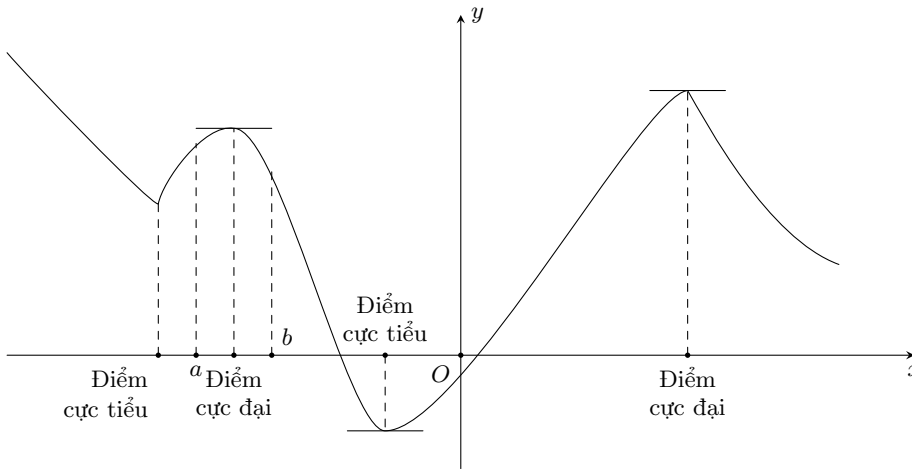


Bài 2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Khái niệm cực đại, cực tiểu



Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathcal{D} , $x_0 \in \mathcal{D}$.

⚡ ĐỊNH NGHĨA 2.1.

- ☑ Nếu tồn tại khoảng $(a; b) \subset \mathcal{D}$, $x_0 \in (a; b)$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (a; b)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 .
- ☑ Nếu tồn tại khoảng $(a; b) \subset \mathcal{D}$, $x_0 \in (a; b)$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (a; b)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 .



☑ Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại (cực tiểu) tại x_0 thì

- x_0 được gọi là **điểm cực đại (điểm cực tiểu)** của hàm số,
- $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại (hoặc giá trị cực tiểu)** của hàm số, kí hiệu y_{CD} , y_{CT} ;
- điểm $M(x_0; f(x_0))$ gọi là **điểm cực đại (hoặc điểm cực tiểu)** của đồ thị hàm số.

☑ Các điểm cực đại và cực tiểu gọi chung là **điểm cực trị**. Giá trị cực đại (giá trị cực tiểu) còn gọi là **cực đại (cực tiểu)** và được gọi chung là **cực trị** của hàm số.

☑ Giá trị cực đại (cực tiểu) $f(x_0)$ của hàm số $y = f(x)$ nói chung không phải là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số trên tập xác định \mathcal{D} , $f(x_0)$ chỉ là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số $y = f(x)$ trên một khoảng $(a; b) \subset \mathcal{D}$ nào đó chứa (lân cận) điểm x_0 . (sẽ nhắc lại kĩ hơn ở bài sau "GTLN, GTNN của hàm số")

2. Các định lí.

⚡ **ĐỊNH LÝ 2.1 (ĐIỀU KIỆN CẦN).** Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ và đạt cực đại (hoặc cực tiểu) tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

⚡ **ĐỊNH LÝ 2.2 (ĐIỀU KIỆN ĐỦ).**

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	y_{CD}		

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	y_{CT}		

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ **dương sang âm** khi x đi qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số $y = f(x)$ đạt **cực đại** tại điểm x_0 .
- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ **âm sang dương** khi x đi qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số $y = f(x)$ đạt **cực tiểu** tại điểm x_0 .

⚡ ĐỊNH LÝ 2.3. Giả sử $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trong khoảng $(a; b)$. Khi đó:

☑ Nếu $y'(x_0) = 0, y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu.

☑ Nếu $y'(x_0) = 0, y''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại.

☑ Nếu $y'(x_0) = 0, y''(x_0) = 0$ thì chưa có kết luận về cực trị của hàm số.

⚠ Một hàm số chỉ có thể đạt cực trị tại một điểm mà tại đó đạo hàm của hàm số bằng 0, hoặc tại đó hàm số không có đạo hàm, chẳng hạn hàm số $y = |x|$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Tìm cực trị của hàm số

Bài toán: Tìm các điểm cực đại, cực tiểu (nếu có) của hàm số $y = f(x)$ Phương pháp: Sử dụng hai cách tìm cực trị sau:

Cách 1: (Sử dụng nội dung định lý 2) Lập bảng biến thiên. Từ bảng biến thiên, suy ra các điểm cực trị (dựa vào nội dung định lý 2).

Cách 2. (Sử dụng nội dung định lý 3)

Bước 1. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số.

Bước 2. Tính đạo hàm $y' = f'(x)$. Giải $f'(x) = 0$ và kí hiệu $x_i, (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ là các nghiệm của nó.

Bước 3. Tính $f''(x)$ và $f''(x_i)$.

Bước 4. Dựa vào dấu của $f''(x_i)$ suy ra tính chất cực trị của điểm x_i :

+ Nếu $f''(x_i) < 0$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_i .

+ Nếu $f''(x_i) > 0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_i .

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Tìm điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 24x + 7$.

VÍ DỤ 2. Tìm cực trị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

VÍ DỤ 3. Tìm cực trị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.

VÍ DỤ 4. Tìm cực trị của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$.

VÍ DỤ 5. Tìm cực trị của hàm số $y = \frac{2x^2+x+1}{x+1}$.

VÍ DỤ 6. Tìm cực trị của hàm số $y = \sqrt{5-4x-x^2}$.

VÍ DỤ 7. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3$.

A. $y_{CT} = 0$.

B. $y_{CT} = -3$.

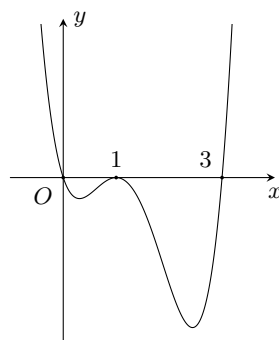
C. $y_{CT} = 9$.

D. $y_{CT} = 1$.

VÍ DỤ 8. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 10$ có đồ thị (C) . Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị (C) . Tính diện tích S của tam giác ABC .

VÍ DỤ 9.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Đồ thị của hàm số $y = (f(x))^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, cực tiểu?



2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

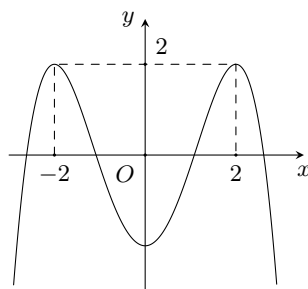
Tìm giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho.

- A.** $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$. **B.** $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = -2$.
C. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$. **D.** $y_{CD} = 0$ và $y_{CT} = 3$.

CÂU 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

- A.** $y = -2$. **B.** $M(0; -2)$.
C. $x = 0$. **D.** $N(2; 2)$.



CÂU 3. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là điểm?

- A.** $Q(3; 1)$. **B.** $M(1; 3)$. **C.** $P(7; -1)$. **D.** $N(-1; 7)$.

CÂU 4. Tìm điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(2; 0)$. **C.** $(1; 1)$. **D.** $(0; 2)$.

CÂU 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (2x - 1)x^2(1 - x)^2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** Hàm số đã cho không có cực trị.
B. Hàm số đã cho có đúng một cực trị.
C. Hàm số đã cho có hai cực trị.
D. Hàm số đã cho có ba cực trị.

CÂU 6. Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

CÂU 7. Số điểm cực trị của hàm số $y = x^5 + 2x^4 + 2018$ là

- A.** 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

CÂU 8. Điểm cực tiểu của hàm số $y = x\sqrt{4-x^2}$ là

- A.** $x = -2\sqrt{3}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -\sqrt{2}$. **D.** $x = \sqrt{2}$.

CÂU 9. Cho hàm số $y = x^5 - 2x^4 + x^3 - 1$. Số điểm cực trị của hàm số là

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 10. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ biết $f'(x) = x(x^2 - 1)(x + 2)^{2018}$.

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

CÂU 11. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C) . Gọi A, B là các điểm cực trị của (C) . Tính độ dài đoạn thẳng AB ?

- A. $AB = 2\sqrt{5}$. B. $AB = 5$. C. $AB = 4$. D. $AB = 5\sqrt{2}$.

CÂU 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

CÂU 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau. Kết luận nào sau đây đúng.

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$+$	0	$+$
y	$-\infty$		2	$\frac{19}{12}$	$+\infty$

- A. Hàm số có hai điểm cực trị. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
C. Hàm số có ba điểm cực trị. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

CÂU 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$+\infty$
y'		$+$	$-$	0	$+$	0	$+$
y		$+\infty$		y_1		y_2	
	$-\infty$					y_3	$+\infty$

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số là

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-4	$+\infty$	4	$+\infty$	

QUICK NOTE

- A. 4. B. -4. C. -2. D. 2.

CÂU 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$-$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		-1	3		$-\infty$

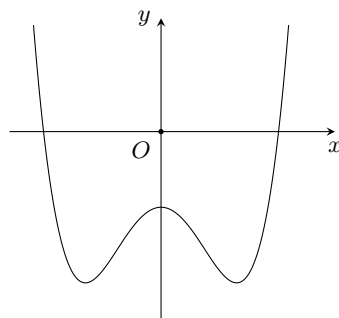
Hỏi mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 B. Hàm số có ba điểm cực trị.
 C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
 D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x = 0$.

CÂU 18.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

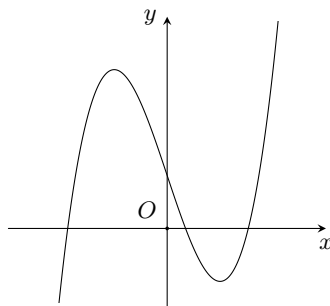
- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.



CÂU 19.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

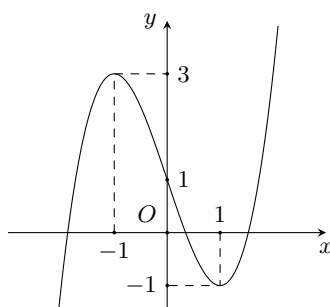
- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.



CÂU 20.

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1; -1)$.
 B. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; -1)$.
 C. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1; 3)$.
 D. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1; 1)$.

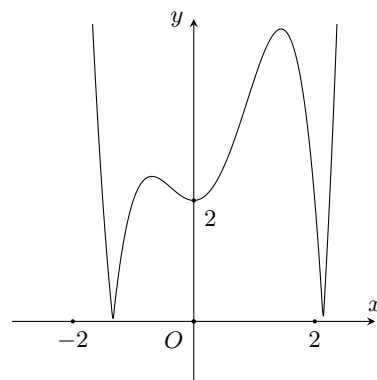


QUICK NOTE

CÂU 21.

Cho đồ thị hàm $y = f(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.



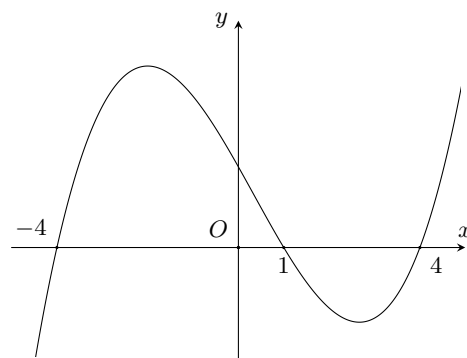
CÂU 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là -2 ; -1 , 0 và có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Khi đó hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 8. C. 10. D. 7.

CÂU 23.

Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(5 - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

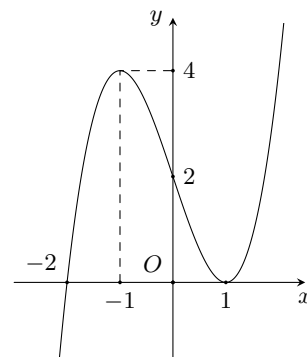
- A. 7. B. 9. C. 4. D. 3.



CÂU 24.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên \mathbb{R} , có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x - 2019) + 2017x - 2018$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.



Dạng 2. TÌM THAM SỐ ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ, CÓ CỰC TRỊ TẠI x_0

Loại 1. Tìm m để hàm số có cực trị.

a) Điều kiện để hàm số bậc 3 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có cực trị.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow b^2 - 3ac > 0$.

b) Điều kiện để hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có cực trị.

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$

Trường hợp 1. $ab \geq 0$. Khi đó $f'(x)$ có nghiệm duy nhất $x = 0$ và $f'(x)$ đổi dấu đúng một lần khi đi qua $x = 0$. Do đó $f(x)$ chỉ có đúng một điểm cực trị.

Trường hợp 2. $ab < 0$. Khi đó $f'(x)$ có ba nghiệm phân biệt và $f'(x)$ đổi dấu liên tiếp khi x đi qua ba nghiệm này. Do đó $f(x)$ có ba điểm cực trị.

Loại 2. Tìm m để hàm số đạt cực trị tại x_0 .

QUICK NOTE

Bài toán. Tìm tham số để hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x = x_0$?

Phương pháp:

Bước 1. Tìm tập xác định \mathcal{D} . Tính đạo hàm y' và y'' .

Bước 2. Dựa vào nội dung định lý 3.

Giả sử $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trong khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$.

Nếu $y'(x_0) = 0, y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu.

Nếu $y'(x_0) = 0, y''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại.

Nếu $y'(x_0) = 0, y''(x_0) = 0$ thì cần xét dấu y' theo m .

Bước 3. Với m vừa tìm, thế vào hàm số và thử lại.

⚠ Nếu đề bài yêu cầu tìm giá trị cực trị tương ứng, ta sẽ thế $x = x_0, m = ?$ vào $y = f(x)$.

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Tìm tham số m để các hàm số

- $y = x^3 - 3x^2 + (m - 1)x + 2$ có cực trị.
- $y = \frac{1}{3}(m - 1)x^3 + (m - 2)x^2 - 4x + 1$ không có cực trị.
- $y = -x^4 + 2(2m - 1)x^2 + 3$ có đúng 1 cực trị.
- $y = x^4 + 2(m^2 - 1)x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị.
- $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 1$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
- $y = mx^4 + (2m - 1)x^2 + m - 2$ chỉ có cực đại và không có cực tiểu.

VÍ DỤ 2. Tìm tham số m để các hàm số

- $y = x^3 - (m - 1)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.
- $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- $y = \frac{1}{4}(m - 1)x^4$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- $y = -x^4 + 2(m - 2)x^2 + m - 3$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4 - 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

2. Các câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Hàm số $y = x^3 + mx + 2$ có cả cực đại và cực tiểu khi

- A.** $m < 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m \geq 0$. **D.** $m \leq 0$.

CÂU 2. Cho hàm số $y = (m - 2)x^3 - mx - 2$. Với giá trị nào của m thì hàm số có cực trị?

- A.** $0 < m < 2$. **B.** $m < 1$.
C. $m > 2 \vee m < 0$. **D.** $m > 1$.

CÂU 3. Tìm tất cả tham số thực của m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m + 2)x^3 + x^2 + \frac{1}{3}mx - 2$ có cực đại, cực tiểu.

- A.** $m \in (-3; -2) \cup (-2; 1)$. **B.** $m \in (-3; 1)$.
C. $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. **D.** $m \in (-2; 1)$.

QUICK NOTE

CÂU 4. Xác định các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 - m^2x^2 + 2016$ có 3 điểm cực trị?

- A. $m < 0$. B. $m > 0$.
C. $\forall m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. Không tồn tại giá trị của m .

CÂU 5. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có cực trị khi

- A. $y' = 0$ vô nghiệm. B. $y' = 0$ có duy nhất một nghiệm.
C. $y' = 0$ có nghiệm. D. $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

CÂU 6. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có cực đại, cực tiểu khi

- A. $y' = 0$ vô nghiệm. B. $y' = 0$ có duy nhất một nghiệm.
C. $y' = 0$ có nghiệm. D. $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

CÂU 7. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có cực đại, cực tiểu và $x_{\text{CD}} < x_{\text{CT}}$ khi

- A. $y' = 0$ có nghiệm, $a > 0$.
B. $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, $a > 0$.
C. $y' = 0$ có nghiệm, $a < 0$.
D. $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, $a < 0$.

CÂU 8. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có cực đại, cực tiểu và $x_{\text{CD}} > x_{\text{CT}}$ khi

- A. $y' = 0$ có nghiệm, $a > 0$.
B. $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, $a > 0$.
C. $y' = 0$ có nghiệm, $a < 0$.
D. $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, $a < 0$.

CÂU 9. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi

- A. $b < 0$. B. $ab > 0$. C. $ab \leq 0$. D. $ab < 0$.

CÂU 10. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có 1 điểm cực trị khi và chỉ khi

- A. $b > 0$. B. $ab \geq 0$. C. $ab < 0$. D. $b \leq 0$.

CÂU 11. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 1 cực đại và 2 cực tiểu khi và chỉ khi

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a \neq 0 \\ b > 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

CÂU 12. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có 1 cực tiểu và 2 cực đại khi và chỉ khi

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a > 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a < 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

CÂU 13. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (4 + 4m)x + m^2$ có cực đại và cực tiểu.

- A. $(-2; +\infty)$. B. \mathbb{R} . C. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. D. \emptyset .

CÂU 14. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3mx + 3m$ không có cực trị?

- A. 4. B. 0. C. 1. D. 2.

CÂU 15. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (3m^2 - 4m + 1)x$ có hai cực trị khi tham số $m \in (a; b)$ với a, b là các số thực. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 1$. B. $S = -3$. C. $S = 5$. D. $S = -5$.

CÂU 16. Xác định các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 - m^3x^2 + 2016$ có ba điểm cực trị.

- A. $m > 0$. B. $m \neq 0$.
C. $\forall m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. Không tồn tại giá trị của m .

QUICK NOTE

- CÂU 17.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ có đúng một cực trị.
- A. $m \leq -1$. B. $m \leq 0$. C. $m \geq 0$. D. $m > 0$.
- CÂU 18.** Tìm m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4 - 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.
- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m \neq -1$. D. $m \neq 1$.
- CÂU 19.** Giá trị của m để hàm số $y = mx^4 + 2x^2 - 1$ có ba điểm cực trị là
- A. $m < 0$. B. $m \leq 0$. C. $m \neq 0$. D. $m > 0$.
- CÂU 20.** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.
- A. $m = -7$. B. $m = 5$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.
- CÂU 21.** Hàm số $y = 2x^3 - 3(m + 1)x^2 + 6mx$ có cực trị khi
- A. $m \neq 1$. B. $m \neq 0$. C. $m > 0$. D. $m < 1$.
- CÂU 22.** Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m^2 + 1)x^2 + (3m - 2)x + m$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.
- CÂU 23.** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m \in \emptyset$. D. $m = 0$.
- CÂU 24.** Tìm m để hàm số $y = mx^3 - (m^2 + 1)x^2 + 2x - 3$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = -\frac{3}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = -1$.
- CÂU 25.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + mx^2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- A. $m \leq 0$. B. $m = 0$. C. $m \geq 0$. D. $m > 0$.
- CÂU 26.** Hàm số $y = x^3 + 2ax^2 + 4bx - 2018$ ($a, b \in \mathbb{R}$) đạt cực trị tại $x = -1$. Khi đó hiệu $a - b$ là
- A. -1 . B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $-\frac{3}{4}$.
- CÂU 27.** Biết điểm $M(0; 4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + a^2$. Tính $f(3)$.
- A. $f(3) = 17$. B. $f(3) = 49$. C. $f(3) = 34$. D. $f(3) = 13$.
- CÂU 28.** Giả a, b, c là các số thực thỏa mãn đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.
- A. 25. B. -1 . C. 7. D. 14.
- CÂU 29.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^8 + (m - 2)x^5 - (m^2 - 4)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?
- A. 3. B. 5. C. 4. D. Vô số.
- CÂU 30.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}\sin 3x + m\sin x$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực đại tại điểm $x = \frac{\pi}{3}$.
- A. $m = 0$. B. $m > 0$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = 2$.
- CÂU 31.** Cho hàm số $f(x) = x + m + \frac{n}{x+1}$ (với m, n là các tham số thực). Tìm m, n để hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và $f(-2) = -2$.
- A. Không tồn tại giá trị của m, n . B. $m = -1; n = 1$. C. $m = n = 1$. D. $m = n = -2$.

QUICK NOTE

CÂU 32. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ chỉ có một điểm cực trị là điểm có tọa độ $(0; -1)$ thì b, c thỏa mãn điều kiện nào?

A. $b \geq 0$ và $c = -1$.

B. $b < 0$ và $c = -1$.

C. $b \geq 0$ và $c > 0$.

D. $b > 0$ và c tùy ý.

CÂU 33. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m$. Với giá trị nào của m hàm số đạt cực đại tại $x = 2$?

A. $m = 1$.

B. $m = 1$ hoặc $m = 3$.

C. $m = 3$.

D. $m = 0$.

CÂU 34. Hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$ khi giá trị của m bằng

A. -1 .

B. 3 .

C. 1 .

D. -3 .

CÂU 35. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi

A. $m = 0$.

B. $m \neq 0$.

C. $m > 0$.

D. $m < 0$.

CÂU 36. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^3 + x^2 + (m^2 - 6)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 1$.

B. $m = -4$.

C. $m = -2$.

D. $m = 2$.

CÂU 37. Tìm m để hàm số $y = x^5 + mx + m^2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

A. $m = 1$.

B. $m = 0$.

C. $m = -1$.

D. Không tồn tại m .

CÂU 38. Xác định các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 - m^3x^2 + 2016$ có 3 điểm cực trị?

A. $m = 0$.

B. $m > 0$.

C. $\forall m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. Không tồn tại giá trị của m .

CÂU 39. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có điểm cực trị là $A(1; 3)$. Tính giá trị $P = 4a - b$.

A. $P = 3$.

B. $P = 2$.

C. $P = 4$.

D. $P = 1$.

CÂU 40. Hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = -1$.

D. $m = -2$.

CÂU 41. Hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi

A. $m \leq 0$.

B. $m > 0$.

C. m tùy ý.

D. $m \in \emptyset$.

CÂU 42. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Giả sử đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ, tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

A. $-\frac{16}{25}$.

B. 1 .

C. -9 .

D. $-\frac{25}{9}$.