# Bài 1. VECTO TRONG KHÔNG GIAN

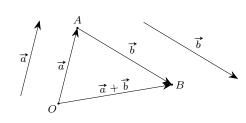
# A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

# 1. Tổng của hai véc tơ

#### 🗘 Đinh nghĩa:

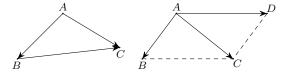
Trong không gian, cho hai vécto  $\overrightarrow{a}$  và  $\overrightarrow{b}$ . Lấy ba điểm O, A, B sao cho  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{b}$ . Ta gọi  $\overrightarrow{OB}$  là **tổng của hai vécto**  $\overrightarrow{a}$  và  $\overrightarrow{b}$ , ký hiệu  $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ .

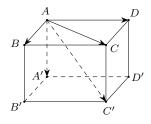
Phép lấy tổng của hai véctơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là **phép cộng véctơ**.



#### 🗘 Các quy tắc cần nhớ:

- ① Quy tắc ba điểm: Với ba điểm A, B, C, ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- ② Quy tắc hình bình hành: Cho  $\overrightarrow{ABCD}$  là hình bình hành, ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$





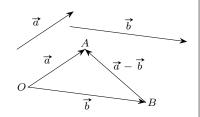
#### 🗘 Tính chất:

- ① Tính chất giao hoán:  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ ;
- ② Tính chất kết hợp:  $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c});$
- ③ Với mọi véct<br/>ơ $\overrightarrow{a},$ ta luôn có:  $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}.$

# 2. Hiệu của hai véc tơ

#### Véctơ đối:

- ① Vecto đối của  $\vec{a}$  kí hiệu là  $-\vec{a}$ .
- ② Vecto đối của  $\overrightarrow{AB}$  là  $\overrightarrow{BA}$ :  $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$ .
- ③ Vecto $\overrightarrow{0}$  được coi là vecto đối của chính nó.



#### 🗘 Các quy tắc cần nhớ:

- ① Với ba điểm A, B, C ta có  $\overrightarrow{AB} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ .
- ② Hai véc tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  đối nhau thì  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ .



ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

#### QUICK NOTE

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•		•	•	•



•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
١.																												
١.																												

• •															


•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Ω	П	$\sim$ 1 $^{\prime}$			-
ດ	UII	CK	- 1	u 🗨	)   3

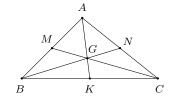
# 3. Tích của một số với một véc-tơ

- $\bigcirc$  **Dinh nghĩa:** Cho số thực  $k \neq 0$  và vectơ  $\overrightarrow{a} \neq \overrightarrow{0}$ . Tích của một số k với vectơ  $\overrightarrow{a}$  là một vecto, kí hiệu là  $k\vec{a}$ , được xác định như sau:
  - $oldsymbol{\Theta}$  Cùng hướng với vecto  $\overrightarrow{a}$  nếu k > 0, ngược hướng với vecto  $\overrightarrow{a}$  nếu k < 0.
  - $\odot$  Có độ dài bằng  $|k| \cdot |\vec{a}|$ .

### 🗘 Hệ thức trung điểm, trọng tâm:

- ① I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì
  - $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$ ;
  - $\bullet \ \overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}; \ \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB};...$





- ② G là trọng tâm của tam giác ABC thì
  - $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$ :
  - $\bullet \ \overrightarrow{GA} \ = \ -\frac{2}{3}\overrightarrow{AK}; \ \overrightarrow{GA} \ =$

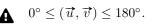
#### 🗘 Nhân xét:

- 1 Với hai véct<br/>ơ $\overrightarrow{a}$  và  $\overrightarrow{b}$  bất kỳ, với mọi số <br/> h và k, ta luôn có
  - $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + \bullet (h+k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}; \bullet h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a};$  $k\vec{b};$
- $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$ ; •  $(-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$ ; •  $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \vec{a} = \vec{0} \\ k = 0 \end{bmatrix}$ .
- ② Hai véct<br/>ơ $\overrightarrow{a}$  và  $\overrightarrow{b}$  (  $\overrightarrow{b}$  khác  $\overrightarrow{0}$  ) cùng phương khi và chỉ khi có số <br/> ksao cho  $\overrightarrow{a}=k\,\overrightarrow{b}$  .
- ③ Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi có số  $k \neq 0$  để  $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ .

# 4. Tích vô hướng của hai véc-tơ

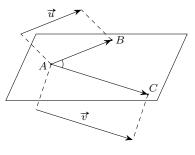
Góc giữa hai véctơ:

Trong không gian, cho  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  là hai vécto khác  $\vec{0}$ . Lấy một điểm A bất kỳ, gọi B và C là hai điểm sao cho  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{v}$ . Khi đó, ta gọi  $\widehat{BAC}$  là góc giữa hai vécto  $\overrightarrow{u}$  và  $\overrightarrow{v}$ , ký hiệu  $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ .





- ullet Nếu  $\overrightarrow{u}$  cùng hướng với  $\overrightarrow{v}$  thì  $(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})=$
- $N\acute{e}u \ \overrightarrow{u} \ ngược hướng với \overrightarrow{v} \ thì (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) =$
- $N\acute{e}u \ \vec{u} \ vu\^{o}ng \ g\'{o}c \ v\'{o}i \ \vec{v} \ th\`{\iota} \ (\vec{u}, \vec{v}) =$



🗘 Định nghĩa tích vô hướng của hai véc tơ: Trong không gian, cho hai véctơ  $\vec{u}$  và  $\overrightarrow{v}$  khác  $\overrightarrow{0}$ .

Tích vô hướng của hai vécto  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  là một số, kí hiệu  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ , được xác định bởi công thức  $|\vec{u} \cdot \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ 



- ① Trong trường hợp  $\vec{u} = 0$  hoặc  $\vec{v} = 0$ , ta quy ước  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .
- $\vec{u} \cdot \vec{u} = \vec{u}^2 = |\vec{u}|^2; \quad \vec{u}^2 \geqslant 0. \ \vec{u}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{0}.$
- ③ Với hai véctơ  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  khác  $\vec{0}$ , ta có  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

① Với hai véctơ  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  khác  $\vec{0}$ , ta có  $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{0}$ .

 $\bigcirc$  **TÍnh chất:** Với ba véctơ  $\overrightarrow{a}$ ,  $\overrightarrow{b}$ ,  $\overrightarrow{c}$  và số thực k, ta có:

# B. PHÂN LOAI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1. Xác định véc-tơ, chứng minh đẳng thức véc tơ,độ dài véc tơ

# BÀI TẬP TỰ LUẬN

### VÍ DU 1.

Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Hãy xác định các véc-tơ  $(khác \vec{0})$  có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của hình hộp ABCD.A'B'C'D' thỏa



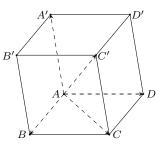
b) cùng phương AA';

c) bằng với  $\overrightarrow{AD}$ ;

d) bằng với  $\overrightarrow{A'B}$ ;

e) đối với  $\overrightarrow{CD'}$ ;

f) đối với  $\overrightarrow{B'C}$ .



**VÍ DU 2.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Goi M, N, O lần lượt là trung điểm của AB, CD và AC. Chứng minh rằng

a) 
$$\overrightarrow{BN}$$
 và  $\overrightarrow{DM}$  đối nhau;

b) 
$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} =$$
 c)  $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{SC}$ .

**VÍ DU 3.** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh bằng a. Gọi G là trọng tâm tam

a) Tim vecto: 
$$\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BA}$$
;  $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CC'} +$ 

a) Tim vecto:  $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BA}$ ;  $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BA} +$ b) Chứng minh:  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

c) Chứng minh: 
$$\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{B'D}$$

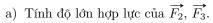
c) Chúng minh:  $\overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{B'D}$ . d) Chúng minh:  $\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{C'B'} - \overrightarrow{D'C'} = \overrightarrow{BD'}$ .

e) Chứng minh: 
$$\overrightarrow{A'C} = 3\overrightarrow{A'G}$$
.

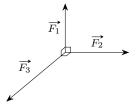
f) Tính đô dài véc tơ  $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{AA'}$ .

# VÍ DU 4.

Ba lực  $\overrightarrow{F_1}$ ,  $\overrightarrow{F_2}$ ,  $\overrightarrow{F_3}$  cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc nhau và có độ lớn lần lượt là 2N, 3N, 4N.



b) Tính độ lớn hợp lực của ba lực đã cho.



# BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHÂN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lưa chon. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chon một phương án.

# CÂU 1.

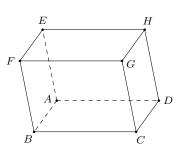
Cho hình hộp ABCD.EFGH. Các véc-tơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng véc-tơ AB là các véc-tơ nào sau đây?

$$(\mathbf{A})\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{EF}.$$

$$(\mathbf{B})\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{EF}.$$

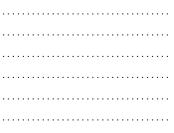
$$(\vec{\mathbf{C}})\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{FE}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{D}})\overrightarrow{DC},\overrightarrow{GH},\overrightarrow{EF}.$$



•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	







		•														



All	IICK	N	
	пск	N	9112

#### CÂU 2.

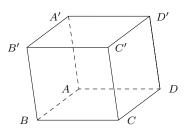
Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

$$\overrightarrow{\mathbf{A}}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{AD}.$$

$$\overrightarrow{\mathbf{B}}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{0}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{C}})\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{A'C} = 2\overrightarrow{AC}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{D}})\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{D'D} = \overrightarrow{0}.$$



#### CÂU 3.

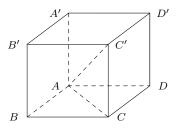
Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

$$(\mathbf{A})|\overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}.$$

$$|\overrightarrow{\mathbf{B}}| \overrightarrow{AC'}| = a\sqrt{3}.$$

$$(\vec{\mathbf{C}})\vec{B}\vec{D} + \overrightarrow{D'B'} = \vec{0}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{D}})\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BC'}.$$



#### CÂU 4.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

$$(\mathbf{A})\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3} \left( \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \right)$$

$$\mathbf{B}\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2} \left( \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \right)$$

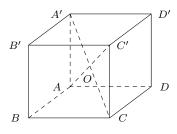
$$\mathbf{C}\overrightarrow{AO} = \frac{\vec{1}}{4} \left( \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \right).$$

In tap photong. Knang dini hao 
$$\overrightarrow{A}$$
  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3} \left( \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \right)$ .

$$(\mathbf{B}) \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2} \left( \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \right)$$

$$(\mathbf{C}) \overrightarrow{AO} = \frac{1}{4} \left( \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \right)$$

$$(\mathbf{D}) \overrightarrow{AO} = \frac{2}{3} \left( \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \right)$$



**CÂU 5.** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Tính độ dài vecto  $\overrightarrow{x} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}$ theo a.

$$(\mathbf{A})|\vec{x}| = a\sqrt{2}.$$

$$\bigcirc |\vec{x}| = 2a\sqrt{6}.$$

$$\mathbf{D} |\vec{x}| = a\sqrt{6}.$$

#### CÂU 6.

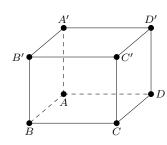
Hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Tính độ dài vécto  $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$  theo a.

$$\mathbf{A}$$
  $a\sqrt{2}$ .

**(B)** 
$$(1+\sqrt{3}) a$$

$$\mathbf{C}$$
) $a\sqrt{6}$ .

$$\bigcirc a\sqrt{6}$$
.



#### CÂU 7.

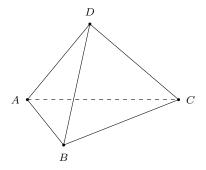
Cho tứ diện ABCD. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề

$$\overrightarrow{\mathbf{A}}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}.$$

$$(\mathbf{B})\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}.$$

$$\mathbf{C}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}.$$

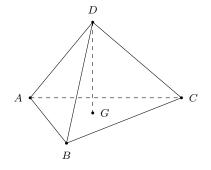
$$(\overrightarrow{\mathbf{D}})\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$$



#### CÂU 8.

Cho tứ diện ABCD. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tìm k thỏa đẳng thức vecto  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k \cdot \overrightarrow{DG}$ .

- $(\mathbf{A})k = 1.$
- **(B)**k = 3.
- $(\mathbf{C})k = 2.$
- $(\mathbf{D})k = 3.$



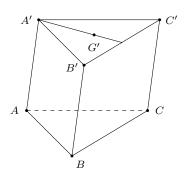
# CÂU 9.

Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C'. Gọi G' là trọng tâm của tam giác A'B'C'. Đặt  $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{AA'}, \ \overrightarrow{b}=\overrightarrow{AB}, \ \overrightarrow{c}=\overrightarrow{AC}.$  Véctơ  $\overline{AG'}$  bằng

$$(\mathbf{A})\frac{1}{3}(\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}).$$

$$(\mathbf{B}) \frac{1}{3} \left( 3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \right).$$

$$\bigcirc \frac{1}{3} \left( \vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c} \right).$$



### **CÂU 10.**

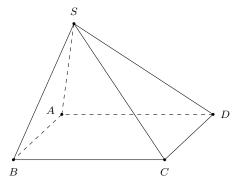
Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Đặt  $\overrightarrow{SA} = \overrightarrow{a}$ ,  $\overrightarrow{SB} = \overrightarrow{b}$ ,  $\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{c}$ ,  $\overrightarrow{SD} = \overrightarrow{d}$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

$$(\mathbf{A})\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{B}})\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}.$$

$$(\vec{c})\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}.$$

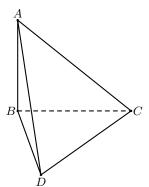
$$(\overrightarrow{\mathbf{D}})\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}.$$



#### **CÂU 11.**

Cho tứ diện ABCD. Các vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là các đỉnh còn lai của hình tứ diện là

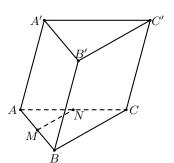
- $(\mathbf{A})\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AD}.$
- $(\mathbf{B})\overrightarrow{BA},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}.$
- $(\mathbf{C})\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DA}.$
- $(\mathbf{D})\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}.$



#### CÂU 12.

Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'.Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Trong 4 vecto  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{CB}$ ,  $\overrightarrow{B'C'}$ ,  $\overrightarrow{A'C'}$  vectơ nào cùng hướng với vect<br/>ơ $\overrightarrow{MN}$ 

- $(\mathbf{A})\overrightarrow{AB}$ .
- $(\mathbf{B})\overrightarrow{CB}$ .
- $(\mathbf{C})\overrightarrow{B'C'}$ .
- $(\mathbf{D})\overrightarrow{A'C'}$ .



#### CÂU 13.

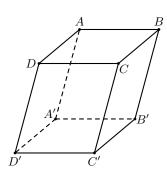
Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'.Số các vectơ có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng vecto  $\overrightarrow{AB}$  là

**(A)**1.

 $(B)_{2}$ .

 $(C)_{3}$ .

(**D**)4.



**CÂU 14.** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng đinh đúng?

$$(\mathbf{A})\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}.$$

$$(\mathbf{B})\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}.$$

$$\overrightarrow{\mathbf{C}}$$
) $\overrightarrow{AB}$  +  $\overrightarrow{AA'}$  +  $\overrightarrow{AD}$  =  $\overrightarrow{AC}$ .

$$(\overrightarrow{\mathbf{D}})\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}.$$

**CÂU 15.** Trong không gian cho tam giác ABC có G là trọng tâm và điểm M nằm ngoài mặt phẳng (ABC). Khẳng định nào sau đây là đúng?

$$\overrightarrow{\textbf{A}} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0}.$$

$$\label{eq:controller} \begin{picture}(\mathbf{B}) \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 0. \end{picture}$$

$$(\vec{\mathbf{C}})\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG}.$$

$$(\mathbf{D})\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}.$$

**CÂU 16.** Cho hình chóp đều S.ABCD tất cả các cạnh bằng  $2\sqrt{3}$ . Tính độ dài vecto  $\vec{u} =$  $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}$ .

$$\bigcirc$$
  $\sqrt{3}$ .

$$(\mathbf{B})\sqrt{2}$$
.

$$(\mathbf{C})2\sqrt{6}.$$

$$\bigcirc 2\sqrt{2}.$$

**CÂU 17.** Cho tứ diện ABCD. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

$$(\mathbf{A})\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}.$$

$$(\mathbf{B})\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{C}})\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{D}})\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}.$$

**CÂU 18.** Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C', M là trung điểm của BB'. Đặt  $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

$$(\mathbf{A})\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} - \frac{1}{2}\overrightarrow{a}.$$

$$\overrightarrow{\mathbf{B}}\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{a} - \overrightarrow{c} + \frac{1}{2}\overrightarrow{b}$$

**CÂU 19.** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Tính độ dài véctơ  $\overrightarrow{x} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}$ theo a?

$$\mathbf{A}$$
  $a\sqrt{2}$ .

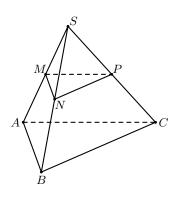
$$\bigcirc \mathbf{B} \frac{a\sqrt{3}}{2}$$
.

$$\mathbf{C}$$
) $a\sqrt{6}$ .

$$\bigcirc$$
  $a\sqrt{3}$ .

#### CÂU 20.

Cho tứ diện S.ABC có M, N, P là trung điểm của SA, SB, SC. Tìm khẳng định đúng?



$$(\mathbf{A})\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}).$$

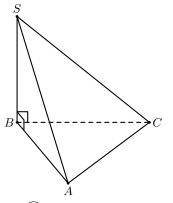
$$\overrightarrow{\mathbf{B}}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}.$$

$$\mathbf{C}\overrightarrow{AB} = 2\left(\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PN}\right).$$

$$(\mathbf{D})\overrightarrow{AB} = 2\left(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}\right).$$

CÂU 21.

Cho tứ diện S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a, SB vuông góc với đáy và  $SB = \sqrt{3}a$ . Góc giữa hai vecto  $(\overline{AB}, \overline{AS})$  là



(A)60°.

**(B**)30°.

**(C)**45°.

(**D**)90°.

**CÂU 22.** Cho hình chóp S.ABC có AB = 4,  $\widehat{BAC} = 60^{\circ}$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$ . Khi đó đô dài  $\overrightarrow{AC}$ 

**(A)**3.

**(B)**6.

 $(\mathbf{C})4.$ 

 $(\mathbf{D})12.$ 

**CÂU 23.** Trong không gian cho vecto  $\overrightarrow{AB}$ . Khi đó:

 $(\mathbf{A})$ Giá của vecto  $\overrightarrow{AB}$  là  $\overrightarrow{AB}$ .

 $(\mathbf{B})$ Giá của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là  $|\overrightarrow{AB}|$ .

 $(\mathbf{C})$ Giá của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là đường thẳng AB.  $(\mathbf{D})$ Giá của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là đoạn thẳng AB.

**CÂU 24.** Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'. Trong các vectơ dưới đây, vectơ nào cùng phương với vecto  $A\dot{B}$ ?

 $(\mathbf{A})$  Vecto $\overrightarrow{AD}$ .

(**B**) Vecto $\overrightarrow{CC'}$ .

 $(\mathbf{C})$ Vecto $\overrightarrow{BD}$ .

 $(\mathbf{D})$ Vecto $\overrightarrow{CD}$ .

**CÂU 25.** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Vecto  $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}$  bằng vecto nào dưới đây?

 $(\mathbf{A})A'C.$ 

 $(\mathbf{C})\overrightarrow{AC'}$ .

 $(\mathbf{D})\overrightarrow{C'A}.$ 

**CÂU 26.** Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Đặt  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{c}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{d}$ . Trong các biểu thức vec tơ sau đây, biểu thức nào là đúng?

 $(\mathbf{A})\,\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}.$ 

 $(\mathbf{B})\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}.$ 

 $(\mathbf{C})\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}.$ 

 $(\mathbf{D})\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}.$ 

**CÂU 27.** Cho lập phương ABCD.A'B'C'D' có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vector  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$ .

**(A)**  $\sqrt{3}$ .

 $(\mathbf{B})\sqrt{2}$ .

 $(\mathbf{C})_{1.}$ 

 $(\mathbf{D})2\sqrt{2}$ .

**CÂU 28.** Cho O là tâm hình bình hành ABCD. Hỏi vecto  $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$  bằng vecto nào?

 $(\mathbf{A})\overrightarrow{BA}.$ 

 $(\mathbf{B})\overrightarrow{AD}$ .

 $(\mathbf{C})\overrightarrow{DC}.$ 

 $(\mathbf{D})\overrightarrow{AC}$ .

**CÂU 29.** Cho ba điểm phân biệt A, B, C. Nếu  $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$  thì đẳng thức nào dưới đây

 $(\mathbf{A})\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}.$ 

 $(\mathbf{B})\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AC}.$   $(\mathbf{C})\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}.$ 

 $(\mathbf{D})\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}.$ 

**CÂU 30.** Cho tam giác ABC có điểm O thỏa mãn:  $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

 $(\mathbf{A})$ Tam giác ABC đều.

(**B**) Tam giác ABC cân tại C.

(**C**) Tam giác ABC vuông tại C.

(**D**) Tam giác ABC cân tại B.

**CÂU 31.** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

 $(\mathbf{A})\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}.$ 

 $(\mathbf{B})\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}.$ 

 $(\overrightarrow{\mathbf{C}})\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}.$ 

 $(\overrightarrow{\mathbf{D}})\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}.$ 

**CÂU 32.** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có độ dài cạnh bằng a. Tính độ dài của vecto  $\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{BA'}$ .

 $(\mathbf{A})\sqrt{3}a$ .

 $(\mathbf{B})\sqrt{2}a.$ 

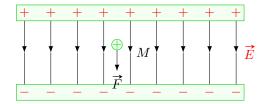
 $(\mathbf{C})\sqrt{6}a$ .

 $(\mathbf{D})2\sqrt{3}a.$ 

CÂU 33.

♥ VNPmath - 0962940819 ♥
QUICK NOTE

Trong điện trường đều, lực tĩnh điện  $\overrightarrow{F}$  (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức  $\overrightarrow{F}=q\cdot \overrightarrow{E}$ , trong đó  $\overrightarrow{E}$  là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Tính độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi  $q=10^{-9}$  C và độ lớn điện trường  $E=10^5$  N/C.



 $\bigcirc$  10<sup>-3</sup> N.

**B** $10^4$  N.

 $\bigcirc$  10<sup>-14</sup> N.

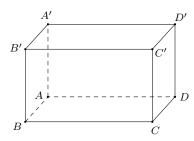
 $(\mathbf{D})10^{-4} \text{ N}.$ 

**PHẦN II.** Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi  $\acute{y}$  a), b), c), d)  $\mathring{\sigma}$  mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

#### CÂU 34.

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có cạnh  $AB=a;\ AD=a\sqrt{3};\ AA'=2a.$  Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

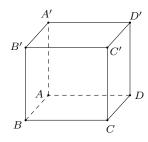
Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CD'} = \overrightarrow{0}.$		
$\overrightarrow{\mathbf{b}}) \ \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{0}.$		
$  \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}  = a\sqrt{5}. $		
$ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{CC'}  = 2\sqrt{2}a.$		



#### CÂU 35.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

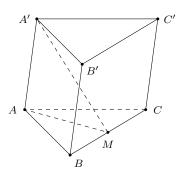
Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{B'B} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{B'D}.$		
$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}.$		
$\boxed{\mathbf{c}) \  \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}  = a\sqrt{2}.}$		
$\mathbf{d)} \ \left  \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C'A} \right  = a.$		



#### **CÂU 36.**

Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{b}$  và  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{c}$ . Gọi M là trung điểm của BC. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

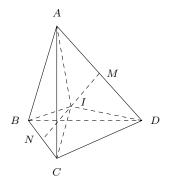
Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{B'C} = -\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}.$		
$\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}.$		
$\overrightarrow{c}) \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}.$		
$\overrightarrow{A'M} = -\overrightarrow{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{b} + \frac{1}{2}\overrightarrow{c}.$		



#### CÂU 37.

Cho tứ diện ABCD. Gọi  $M,\ N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và  $BC,\ I$  là trung điểm MN. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

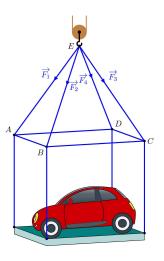
Mệnh đề	Ð	S
a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$ .		
$\mathbf{b)} \ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$		
c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$ .		
$\mathbf{d}) \ \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{0}.$		



#### CÂU 38.

Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật ABCD, mặt phẳng (ABCD) song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc bằng  $60^{\circ}$ . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng  $\overrightarrow{F_1}$ ,  $\overrightarrow{F_2}$ ,  $\overrightarrow{F_3}$ ,  $\overrightarrow{F_4}$  đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N.

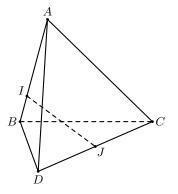
Mệnh đề	Đ	$\mathbf{S}$
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4}.$		
$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_4}.$		
c) $ \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3}  = 8141 \text{ N (làm tròn dến hàng đơn vị).}$		
d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô là 16282 N (làm tròn đến hàng đơn vị).		



#### CÂU 39.

Cho tứ diện ABCD có AB = AC = AD = a và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^{\circ}, \widehat{CAD} = 90^{\circ}$ . Gọi I là điểm trên cạnh AB sao cho AI = 3IB và J là trung điểm của CD. Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vecto  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{IJ}$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) Tam giác $BCD$ vuông cân.		
$\mathbf{b)} \ \overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}.$		
$\mathbf{c)} \ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}.$		
$\mathbf{d)} \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}.$		



	GOICK											IVOIL														
				-	-	-	-	-	•														-	-	-	-
•	•	•	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	٠	٠	•

•	•	•	•			•		•	•	•	•	•	•	•															•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

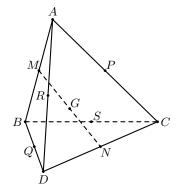
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•


•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	

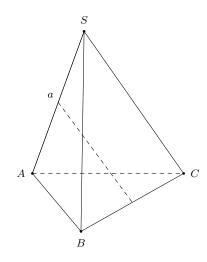
QI		$\boldsymbol{\nu}$	Ν	$\sim$	Ī
	шс		N		

Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q, R, S, G lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, CD, AC, BD, AD, BC, MN.

Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{MR} = \overrightarrow{SN}.$		
$\overrightarrow{B}) \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{0}.$		
c) $2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ .		
<b>d)</b> $ \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} $ nhỏ nhất khi và		
chỉ khi điểm $I$ trùng với điểm $G$ .		



**CÂU 41.** Cho tứ diện đều SABC có cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

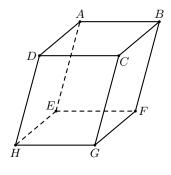


Mệnh đề	Đ	S
a) Độ dài của vecto $\overrightarrow{SA}$ bằng $a.$ .		
$\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$		
$\mathbf{c)} \ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{MN}.$		
<b>d)</b> Gọi $I$ là trọng tâm của tứ diện. Khoảng cách từ $I$ đến $(ABC)$ bằng $\frac{3a\sqrt{6}}{4}.$		

#### CÂU 42.

Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot EFGH$  có AB = AE = 2, AD=3 và đặt  $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{b}=\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{c}=\overrightarrow{AE}.$  Lấy điểm  $\overrightarrow{M}$ thỏa  $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$  và điểm N thỏa  $\overrightarrow{EN}=\frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$ . (tham khảo hình vẽ).

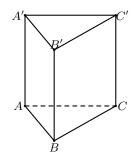
Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{MA} = -\frac{1}{5} \overrightarrow{b}.$		
$\mathbf{b)} \ \overrightarrow{EN} = \frac{2}{5} \left( \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} \right).$		
$\mathbf{c)} \left( m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + n \cdot \vec{c} \right)^2 = m^2 \cdot \vec{a}^2 +$		
$n^2 \cdot \overrightarrow{b}^2 + p^2 \cdot \overrightarrow{c}^2$ với $m, n, p$ là các số		
thực.		
<b>d)</b> $MN = \frac{\sqrt{61}}{5}$ .		



CÂU 43.

Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy bằng xvà chiều cao bằng y. (tham khảo hình vẽ)

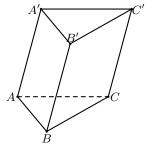
Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}x^2.$		
$\mathbf{b)} \ \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}.$		
c) $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AA'}$ .		
<b>d)</b> Góc $(AC', CB') > 60^{\circ}$ khi $\frac{y}{x} < \sqrt{2}$ .		



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

#### CÂU 44.

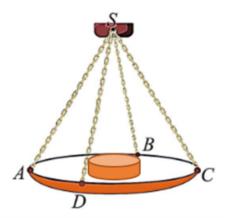
Cho hình lăng trụ  $\overrightarrow{ABC}.A'B'C'$ . Đặt  $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a},\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{b},\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{c}$ . Ta biểu diễn  $\overrightarrow{B'C}=m\overrightarrow{a}+n\overrightarrow{b}+p\overrightarrow{c}$ , khi đó m+n+p bằng



**CÂU 45.** Cho tứ diện ABCD, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Biết  $\overrightarrow{IJ} =$  $\frac{a}{b}\overrightarrow{AC} + \frac{c}{d}\overrightarrow{BD}$ . Giá trị biểu thức P = ab + cd bằng

**CÂU 46.** Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 15. Biết độ dài của  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$  bằng  $a\sqrt{6}$ , khi đó giá trị của a là?

**CÂU 47.** Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng  $m=3\,\mathrm{kg}$  được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho S.ABCD là hình chóp tứ giác đều có  $\widehat{ASC} = 90^{\circ}$ . Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ . Lấy  $g = 10 \text{m/s}^2$ , khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



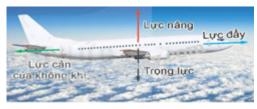
**CÂU 48.** Cho tứ diện ABCD. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy  $M,\ N$  sao cho AM = 3MD, BN = 3NC. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC. Phân tích vectơ  $\overrightarrow{MN}$  theo hai vecto  $\overrightarrow{PQ}$  và  $\overrightarrow{DC}$  ta được  $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{PQ} + b\overrightarrow{DC}$ . Tính a + 2b.

**CÂU 49.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Một mặt phẳng (a) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D'. Giá trị của biểu thức  $P=\frac{SA}{SA'}+\frac{SC}{SC'}-\frac{SB}{SB'}-\frac{SD}{SD'}$ .

**CÂU 50.** Cho hình lập phương B'C có đường chéo  $A'C = \frac{3}{16}$ . Gọi O là tâm hình vuông ABCD và điểm 20 thỏa mãn:  $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$ . Khi đó độ dài của đoạn OS bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{b}$  với  $a,b\in\mathbb{N}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức  $P = a^2 + b^2$ .

QI		$\boldsymbol{\nu}$	Ν	$\sim$	Ī
	шс		N		

**CÂU 51.** Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của 4 lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học (hình ảnh 2.20).

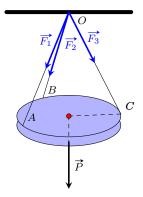


Hinh 2.20

Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900(km/h) lên 920(km/h), trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900(km/h) và 920(km/h) lần lượt biểu diễn bởi hai véc tơ  $\overrightarrow{F_1}$  và  $\overrightarrow{F_2}$  với  $\overrightarrow{F_1} = k\overrightarrow{F_2}(k \in \mathbb{R}; k > 0)$ . Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

#### CÂU 52.

Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng  $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$  lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và  $\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \left|\overrightarrow{F_2}\right| = \left|\overrightarrow{F_3}\right| = 15$  (N). Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó (làm tròn đến hàng phần chục).



**CÂU 53.** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Xét các điểm M, N lần lượt thuộc các đường thẳng A'C, C'D sao cho đường thẳng MN song song với đường thẳng BD'. Khi đó tỉ số  $\frac{MN}{BD'}$  bằng

#### Dạng 2. Xác định góc và tính tích vô hướng của hai véctơ

#### BÀI TẬP TỰ LUẬN

**VÍ DU 1.** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng 5.

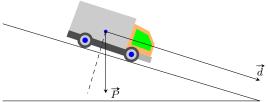
- a) Tìm góc giữa các cặp véc-tơ sau:  $\overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{AB}$ ;  $\overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{B'D'}$ ;  $\overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{CD}$ ;  $\overrightarrow{AD'}$  và  $\overrightarrow{BD}$ .
- b) Tính các tích vô hướng  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$ ;  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{B'D'}$ ;  $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{BD}$ ;
- c) Chứng minh  $\overrightarrow{AC'}$  vuông góc với  $\overrightarrow{BD}$ .

**VÌ DỤ 2.** Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD.

a) Tính các tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot$  b) Tính góc  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ .  $\overrightarrow{AM}$ .

#### VÍ DU 3.

Cho biết công A (đơn vị: J) sinh bởi lực  $\overrightarrow{F}$  tác dụng lên một vật được tính bằng công thức  $A = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d}$ , trong đó  $\overrightarrow{d}$  là vectơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của  $|\overrightarrow{d}|$  là m) khi chịu tác dụng của lực  $\overrightarrow{F}$ .

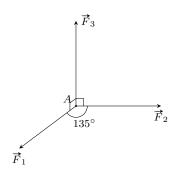


Một chiếc xe có khối lượng 1,5 tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng  $5^{\circ}$  so với phương ngang. Tính công sinh bởi trọng lực  $\overrightarrow{P}$  khi xe đi hết đoạn đường dốc dài

30 m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực  $\overrightarrow{P}$  được xác định bởi công thức  $\overrightarrow{P}=m\overrightarrow{g}$ , với m (đơn vị: kg) là khối lượng của vật và  $\overrightarrow{g}$  là gia tốc rơi tự do có độ lớn  $g=9.8~\mathrm{m/s^2}$ .

### VÍ DŲ 4.

Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang  $(\alpha)$ , chịu tác động bởi ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ . Các lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  có giá nằm trong  $(\alpha)$  và  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 135^\circ$ , còn lực  $\vec{F}_3$  có giá vuông góc với  $(\alpha)$  và hướng lên trên. Xác định cường độ hợp lực của các lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là  $20~\mathrm{N}, 15~\mathrm{N}$  và  $10~\mathrm{N}$ .



# BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

#### CÂU 1.

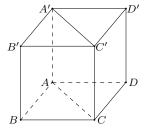
Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Khẳng định nào sau đây là khẳng định  ${\bf sai}$ ?

$$(\mathbf{A})(\overrightarrow{A'C'},\overrightarrow{AD}) = 45^{\circ}.$$

$$(\mathbf{B})(\overrightarrow{A'C'},\overrightarrow{B'B}) = 90^{\circ}.$$

$$(\overrightarrow{A'A},\overrightarrow{CB'}) = 45^{\circ}.$$

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 180^{\circ}.$$



#### CÂU 2.

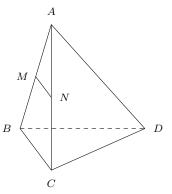
Cho tứ diện đều ABCD, Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC. Hãy tính góc giữa hai vecto  $\overrightarrow{MN}$  và

$$(\overrightarrow{A})(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{BD}) = 150^{\circ}.$$

$$(\overrightarrow{B})(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{BD}) = 120^{\circ}.$$

$$(\overrightarrow{C})(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}) = 30^{\circ}.$$

$$(\overrightarrow{D})(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{BD}) = 60^{\circ}.$$



# CÂU 3.

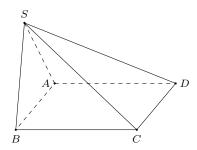
Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành và mặt bên SAB là tam giác đều. Tính góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{DC}$  và  $\overrightarrow{BS}$ .

$$(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = 120^{\circ}.$$

$$(\mathbf{B})(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = 60^{\circ}.$$

$$(\overrightarrow{\mathbf{C}})(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{BS}) = 90^{\circ}.$$

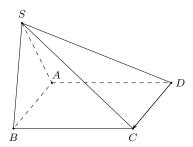
$$(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = 150^{\circ}.$$



# CÂU 4.

ລບ	ICK	NO	
Sυ	-		113

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Mặt bên ASB là tam giác vuông cân tại S và có  $canh AB = a. Tính \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AS}.$ 

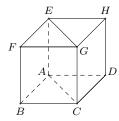


#### CÂU 5.

Cho hình lập phương ABCD.EFGH có các cạnh bằng a. Tính  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$ .

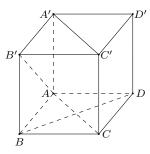
 $\mathbf{A}$   $a^2\sqrt{2}$ .

 $(\mathbf{D})a^2\sqrt{3}$ .



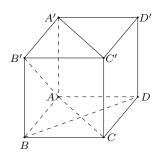
#### CÂU 6.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Tính  $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{A'C'}$ .



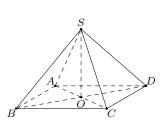
#### CÂU 7.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Tính  $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BD}$ .



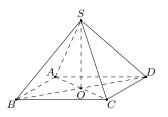
#### CÂU 8.

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Tính  $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC}$ .



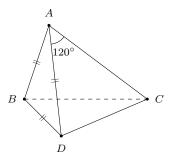
#### CÂU 9.

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Tính  $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC}$ .



#### CÂU 10.

Cho tứ diện ABCD biết AB = AD = BD = a, AC = 2a $\begin{array}{c} \text{và }\widehat{CAD} = 120^{\circ}. \text{ Tính } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}. \\ \textbf{(A)} - \frac{3}{2}a^{2}. \\ \textbf{(C)} \frac{1}{2}a^{2}. \\ \end{array}$ 



### **CÂU 11.**

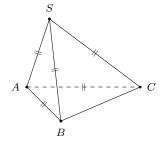
Cho hình chóp S.ABC có SA = SB = SC = AB = AC = avà  $BC = a\sqrt{2}$ . Tính góc giữa các vecto  $\overrightarrow{SC}$  và  $\overrightarrow{AB}$ .

 $(A)60^{\circ}.$ 

**(B)**90°.

**(C**)120°.

**(D**)150°.



## **CÂU 12.**

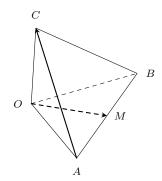
Cho tứ diện OABC có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và OA = OB = OC = 1. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Tính góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{OM}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .

(**A**)90°.

**(B)**120°.

**(C**)60°.

**(D**)30°.



**CÂU 13.** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh bằng a. Tích vô hướng của hai vecto  $\overrightarrow{DD'}$  và  $\overrightarrow{A'C'}$  bằng

- $\mathbf{A}$  $\sqrt{2}a^2$ .
- $\bigcirc$   $a^2$ .
- $\bigcirc$   $-\sqrt{2}a^2$ .
- $(\mathbf{D})0.$

PHẨN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 14.** Trong không gian, cho hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai véc-tơ đó là 45°.

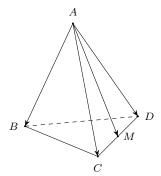
Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
$\mathbf{a)} \ \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$		
<b>b)</b> $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}.$		
$  \vec{a} + \vec{b}  = 2 + \sqrt{2}. $		
$ \vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}  = 0.$		

## CÂU 15.

All	IICK	N	
	пск	N	9112

Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD.

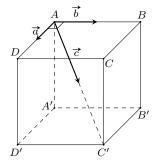
Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \ \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = 0.$		
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}.$		
$\mathbf{c)} \ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0.$		
$\mathbf{d)} \ \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{a^2}{2}.$		



#### **CÂU 16.**

Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực  $\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{b},\ \overrightarrow{c}$ lần lượt cùng hướng với  $\overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực  $\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{b}$  và  $\overrightarrow{c}$  tương ứng là 10 N, 10 N và 20 N.

Mệnh đề	Đ	S
$\boxed{\mathbf{a)} \ \vec{a} + \vec{b} = \vec{c}.}$		
<b>b)</b> $ \vec{a} + \vec{b}  = 20$ (N).		
$\boxed{\mathbf{c} \mid \vec{a} + \vec{c} \mid = \mid \vec{b} + \vec{c} \mid}.$		
d) $ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}  = 32,59 \text{ (N)} \text{ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).}$		



**CÂU 17.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Biết rằng cạnh AB=a, AD=2a, cạnh bên SA=2a và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD. Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

Mệnh đề	Ð	S
a) Hai vecto $\overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{CD}$ là hai vecto cùng phương, cùng hướng.		
<b>b)</b> Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60°.		
c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$ .		
<b>d)</b> Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .		

**CÂU 18.** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Trên các cạnh AA', CC' lần lượt lấy các điểm M, N sao cho  $AM=\frac{2}{3}AA'$ , CN=NC'. Các mệnh đề sau đúng hay

Mệnh đề	Ð	S
a) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60°.		
<b>b)</b> Độ dài của vecto $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{AM}$ là $\frac{3a}{2}$ .		
c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$ .		
d) Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{A'C'} = 2a^2$ .		

**CÂU 19.** Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' đáy là tam giác đều cạnh  $2a, AA' = a\sqrt{3}$ . H, K lần lượt là trung điểm BC, B'C'. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
a) Hai vecto $\overrightarrow{AH}$ , $\overrightarrow{KA'}$ là hai vecto cùng phương, cùng hướng.		
<b>b)</b> Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{A'H}$ và $\overrightarrow{AH}$ bằng 60°.		

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AB'} = \frac{5a^2}{2}$ .	
<b>d)</b> Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AH}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .	

**CÂU 20.** Cho tứ diện đều ABCD cạnh a. E là điểm trên đoạn CD sao cho ED = 2CE. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
a) Có 6 vectơ (khác vectơ $\overrightarrow{0}$ ) có điểm đầu và điểm cuối được tạo thành từ các đỉnh của tứ diện.		
b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng $60^{\circ}$ .		
c) Nếu $\overrightarrow{BE} = m\overrightarrow{BA} + n\overrightarrow{BC} + p\overrightarrow{BD}$ thì $m + n + p = \frac{2}{3}$ .		
<b>d)</b> Tích vô hướng $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BE} = \frac{a^2}{6}$ .		

**CÂU 21.** Cho tứ diện ABCD có cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
a) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.		
<b>b)</b> $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{0}$ với $E$ là trung điểm $MN$ .		
c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$ .		
d) Điểm $I$ xác định bởi $P=3\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị nhỏ nhất của $P$ là $2a^2$ .		

PHÂN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

**CÂU 22.** Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 4. Giá trị tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \left( \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} \right)$ 

**CÂU 23.** Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  có cùng độ dài bằng 6. Biết độ dài của vecto  $\vec{a} + 2\vec{b}$  bằng  $6\sqrt{3}$ . Biết số đo góc giữa hai vecto  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là x độ. Giá trị của x là bao

**CÂU 24.** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng 2. Tính  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'}$ .

**CÂU 25.** Cho tứ diện ABCD, gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD, biết  $AB=a,\,CD=a,\,MN=rac{a\sqrt{3}}{2}.$  Tìm số đo (đơn vị độ) góc giữa hai đường thẳng AB và

**CÂU 26.** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Góc giữa hai vecto  $\overrightarrow{A'B}$  và  $\overrightarrow{AC'}$  bằng

**CÂU 27.** Cho hình chóp S.ABC có SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và SA = SB = SBSC = a. Gọi M là trung điểm của AB. Góc giữa hai vecto  $\overrightarrow{SM}$  và  $\overrightarrow{BC}$  bằng

1	

# 

Bài 1.	VECTO TRONG KHÔNG GIAN	1
A	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	1
$\mathbf{B}$	PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN	3
Ů	Dạng 1.Xác định véc-tơ, chứng minh đẳng thức véc tơ,độ dài véc tơ	3
	Pang 2 Xác định gác và tính tích vô hướng của hai vécto	19

