

Bài 4. HÀM SỐ MŨ. HÀM SỐ LOGARIT

A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN CẦN NẮM

1. HÀM SỐ MŨ

1. Định nghĩa

Cho số thực dương a khác 1. Hàm số $y = a^x$ được gọi là **hàm số mũ** cơ số a .

2. Đạo hàm của hàm số mũ

Ta thừa nhận công thức $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.

Định lý 1. Hàm số $y = e^x$ có đạo hàm tại mọi x và $(e^x)' = e^x$.

Chú ý: $(e^u)' = u' \cdot e^u$, $(u = u(x))$.

Định lý 2. Hàm số $y = a^x$, $(0 < a \neq 1)$ có đạo hàm tại mọi x và $(a^x)' = a^x \ln a$.

Chú ý: Với $u = u(x)$ ta có $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$.

3. Khảo sát hàm số mũ $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$)

a) Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

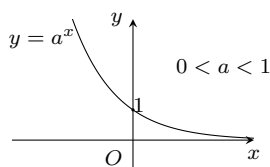
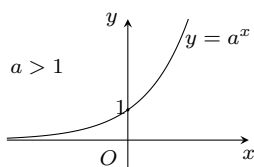
b) Tập giá trị: $\mathcal{T} = (0; +\infty)$.

c) Tính đơn điệu

- . Khi $a > 1$ thì hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
- . Khi $0 < a < 1$ thì hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

d) Dạng đồ thị

Đồ thị nhận trục hoành là tiệm cận ngang.



2. HÀM SỐ LOGARIT

1. Định nghĩa

Cho số thực dương a khác 1. Hàm số $y = \log_a x$ được gọi là **hàm số logarit** cơ số a .

2. Đạo hàm hàm số logarit

Định lý 3

Hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đạo hàm tại mọi $x > 0$ và $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

Đặc biệt $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Chú ý: Đối với hàm hợp $y = \log_a u(x)$ ta có $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$

3. Khảo sát hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$)

a) Tập xác định: $\mathcal{D} = (0; +\infty)$

b) Tập giá trị: $\mathcal{T} = \mathbb{R}$

c) Tính đơn điệu

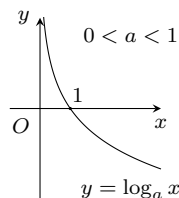
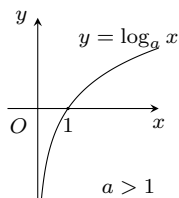
- . Khi $a > 1$ thì hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- . Khi $0 < a < 1$ thì hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

d) Dạng đồ thị

Đồ thị nhận trục tung làm tiệm cận đứng

QUICK NOTE

QUICK NOTE



Bảng đạo hàm của các hàm số lũy thừa, mũ, logarit

Đạo hàm hàm số sơ cấp	Đạo hàm hàm số hợp
$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	$(a^u)' = a^u \cdot \ln u \cdot u'$
$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = e^u \cdot u'$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{5}}$.

VÍ DỤ 2. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x+1} - \log_{\frac{1}{2}}(3-x) - \log_3(x-1)^3$.

VÍ DỤ 3. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2 - \ln(ex)}$.

VÍ DỤ 4. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = x^x + \ln \frac{e^{2x} + 4e^x + 5}{1-x}$.

VÍ DỤ 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\log_3(x^2 - 2x + 3m)}}$ có tập xác định là \mathbb{R} .

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Tập xác định của hàm số $y = (x - 5)^{\sqrt{3}}$ là

- A.** $(-\infty; 5)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{5\}$. **C.** $[5; +\infty)$. **D.** $(5; +\infty)$.

CÂU 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$ là

- A.** $\mathcal{D} = [1; 2]$. **B.** $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. **C.** $\mathcal{D} = (1; 2)$. **D.** $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

CÂU 3. Tập xác định của hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

- A.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. **B.** $(2; 3)$.
C. $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$. **D.** $[2; 3]$.

CÂU 4. Tìm tập xác định của hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$.

- A.** $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** \mathbb{R} . **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.

CÂU 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ là

- A.** $\mathcal{D} = (-1; 3)$. **B.** $\mathcal{D} = (0; 1)$. **C.** $\mathcal{D} = (-1; 1)$. **D.** $\mathcal{D} = (-3; 1)$.

CÂU 6. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \log_x \left(\frac{2x}{3-x}\right)$ là

- A.** $\mathcal{D} = (0; 3) \setminus \{1\}$. **B.** $\mathcal{D} = (0; 3)$.
C. $\mathcal{D} = (1; 3)$. **D.** $\mathcal{D} = (0; 1)$.

QUICK NOTE

CÂU 7. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \log_x \left(\frac{2x}{3-x} \right)$ là

- A. $\mathcal{D} = (0; 3) \setminus \{1\}$. B. $\mathcal{D} = (0; 3)$.
C. $\mathcal{D} = (1; 3)$. D. $\mathcal{D} = (0; 1)$.

CÂU 8. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = (1 + \sqrt{x-1})^{\sqrt{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

CÂU 9. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}} \right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty \right)$. B. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty \right)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

CÂU 10. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2 (2^{3-6x} - 1)$.

- A. $\mathcal{D} = \left(-\infty; \frac{1}{2} \right)$. B. $\mathcal{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{2} \right)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty \right)$.

CÂU 11. Điều kiện xác định của hàm số $y = \ln (x - 2 - \sqrt{x^2 - 3x - 10})$ là

- A. $5 \leq x \leq 14$. B. $2 < x < 14$. C. $2 \leq x < 14$. D. $5 \leq x < 14$.

CÂU 12. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log_{2017}(mx - m + 2)$ xác định trên $[1; +\infty)$.

- A. $m \geq 0$. B. $m \geq -1$. C. $m \leq -1$. D. $m \leq 0$.

CÂU 13. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \log_3 (-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định với mọi $x \in (1; 2)$

- A. $m \geq -\frac{1}{3}$. B. $m \geq \frac{3}{4}$. C. $m > \frac{3}{4}$. D. $m < -\frac{1}{3}$.

CÂU 14. Hàm số $y = \log_2 (4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là \mathbb{R} khi

- A. $m < \frac{1}{4}$. B. $m > 0$. C. $m \geq \frac{1}{4}$. D. $m > \frac{1}{4}$.

CÂU 15. Tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \log_{x-1} \frac{x}{2-x}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(1; 2)$.

CÂU 16. Hàm số $y = \ln |1 - \sin x|$ có tập xác định là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{ \pi + k2\pi \}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi \right\}$. D. \mathbb{R} .

CÂU 17. Tìm m để hàm số $y = 2x + 2017 + \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

- A. $m = 2$. B. $m > 2$. C. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m < 2 \\ m > -2 \end{cases}$.

CÂU 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là \mathbb{R}

- A. $m \geq 0$. B. $m < 0$. C. $m \leq 2$. D. $m > 2$.

CÂU 19. Hàm số $y = \log_2 (4^x - 2^x + m)$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ khi

- A. $m \geq \frac{1}{4}$. B. $m > \frac{1}{4}$. C. $m < \frac{1}{4}$. D. $m > 0$.

CÂU 20. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \log_2 \left(\frac{4^x + 2^{x+1} + 10}{2^x + 1} - m \right)$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$?

- A. 1. B. 5. C. 10. D. 13.

QUICK NOTE

Dạng 2. Đạo hàm của hàm số mũ, hàm số logarit

Các bài toán tìm đạo hàm của hàm số mũ, đạo hàm hàm số logarit, các bài toán chứa tham số, giải các phương trình, bất phương trình liên quan đến đạo hàm hàm số mũ, hàm số logarit...

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 6. Tìm đạo hàm của hàm số $y = e^{\cos 2x}$ tại $x = \frac{\pi}{6}$.

VÍ DỤ 7. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log_8(x^2 - 3x + 8)$.

VÍ DỤ 8. Cho hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$. Chứng minh $xy' + 1 = e^y$.

VÍ DỤ 9. Cho $f(x) = 2^{\frac{x-1}{x+1}}$. Tìm giá trị $f'(0)$.

VÍ DỤ 10. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 21. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2(x+1)$

A. $f'(x) = \frac{1}{x+1}$.

B. $f'(x) = \log_2(x+1)$.

C. $f'(x) = \frac{1}{(x+2)\ln 2}$.

D. $f'(x) = 0$.

CÂU 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$

A. $y' = x \cdot 13^{x-1}$. **B.** $y' = 13^x \ln 13$. **C.** $y' = 13^x$. **D.** $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$.

CÂU 23. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2}$

A. $y' = \frac{x \cdot 2^{1+x^2}}{\ln 2}$.

B. $y' = x \cdot 2^{1+x^2} \cdot \ln 2$.

C. $y' = 2^x \cdot \ln 2^x$.

D. $y' = \frac{x \cdot 2^{1+x}}{\ln 2}$.

CÂU 24. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{\sqrt{2x}}$

A. $y' = \frac{e^{\sqrt{2x}}}{2\sqrt{2x}}$.

B. $y' = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{2x}}$.

C. $y' = \frac{e^{\sqrt{2x}}}{\sqrt{2x}}$.

D. $y' = \sqrt{2x} \cdot e^{\sqrt{2x}}$.

CÂU 25. Tìm đạo hàm của hàm số $y = 2x^2 - \frac{1}{x} + \sin 2x + 3^x + 1$.

A. $y' = 4x - \frac{1}{x^2} + \cos 2x + 3^x \ln 3$.

B. $y' = 4x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + 3^x \ln 3$.

C. $y' = 4x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + \frac{3^x}{\ln 3}$.

D. $y' = 2x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + 3^x$.

CÂU 26. Cho hàm số $f(x) = \ln^2(x^2 - 2x + 4)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x) > 0$.

A. $x \neq 1$.

B. $x > 0$.

C. $x > 1$.

D. $\forall x$.

CÂU 27. Cho hàm số $y = \ln(e^x + m^2)$. Với giá trị nào của m thì $y'(1) = \frac{1}{2}$.

A. $m = e$.

B. $m = -e$.

C. $m = \frac{1}{e}$.

D. $m = \pm \sqrt{e}$.

CÂU 28. Đạo hàm của hàm số $y = \log_{3x}(5x+2)$ là

A. $y' = \frac{1}{(5x+2)\ln(3x)}$.

B. $y' = \frac{1}{(5x+2)\ln(2x)}$.

QUICK NOTE

$$\text{C. } y' = \frac{5x \ln(3x) - (5x + 2) \ln(5x + 2)}{x(5x + 2)[\ln(3x)]^2}.$$

$$\text{D. } y' = \frac{5x \ln(3x) - (5x + 2) \ln(5x + 2)}{x(5x + 2)^2[\ln(3x)]^2}.$$

CÂU 29. Cho hàm số $y = \frac{e^x}{x}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.** $y' + xy'' = e^x, \forall x \neq 0.$ **B.** $y' + xy'' = -e^x, \forall x \neq 0.$
C. $2y' + xy'' = e^x, \forall x \neq 0.$ **D.** $2y' + xy'' = -e^x, \forall x \neq 0.$

CÂU 30. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x + 2}{9^x}$

- A.** $y' = \frac{1 + 2(x + 2) \ln 3}{3^{2x}}.$ **B.** $y' = \frac{1 - 2(x + 2) \ln 3}{3^{2x}}.$
C. $y' = \frac{1 + (x + 2) \ln 3}{3^{2x}}.$ **D.** $y' = \frac{1 - (x + 2) \ln 3}{3^{2x}}.$

CÂU 31. Cho hàm số $f(x) = \ln^2(x^2 - 2x + 5)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x) > 0$.

- A.** $x > 0.$ **B.** $x \neq 1.$ **C.** $x \in \mathbb{R}.$ **D.** $x > 1.$

CÂU 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^3}{3} + \ln x$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = \frac{1}{x} f'(x)$ là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Giá trị khác.

CÂU 33. Tính đạo hàm cấp 2018 của hàm số $y = e^{2x}$.

- A.** $y^{(2018)} = 2^{2017} \cdot e^{2x}.$ **B.** $y^{(2018)} = 2^{2018} \cdot e^{2x}.$
C. $y^{(2018)} = e^{2x}.$ **D.** $y^{(2018)} = 2^{2018} \cdot x \cdot e^{2x}.$

CÂU 34. Cho $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 5^{2x+1}$; $g(x) = 5^x + 4x \cdot \ln 5$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > g'(x)$ là

- A.** $x < 0.$ **B.** $x > 1.$ **C.** $0 < x < 1.$ **D.** $x > 0.$

CÂU 35. Cho hàm số $f(x) = e^{10x+20}$. Tìm $f^{(2018)}(x)$.

- A.** $f^{(2018)}(x) = 200 \cdot e^{10x+20}.$ **B.** $f^{(2018)}(x) = 10^{2018} \cdot 20^{1009} \cdot e^{10x+20}.$
C. $f^{(2018)}(x) = 10! \cdot e^{10x+20}.$ **D.** $f^{(2018)}(x) = 10^{2018} \cdot e^{10x+20}.$

CÂU 36. Cho hàm số $y = x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $xy = (1 + x^2) y'.$ **B.** $xy' = (1 + x^2) y.$
C. $xy = (1 - x^2) y'.$ **D.** $xy' = (1 - x^2) y.$

CÂU 37. Cho hàm số $y = \frac{1}{1 + x + \ln x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $xy = y' (y \ln x + 1).$ **B.** $xy' = y (y \ln x - 1).$
C. $xy = y' (y \ln x - 1).$ **D.** $xy' = y (y \ln x + 1).$

CÂU 38. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{\sqrt{2}} |3 - 7x|$

- A.** $y' = \frac{14}{(3 - 7x) \cdot \ln 2}.$ **B.** $y' = \frac{14}{(7x - 3) \cdot \ln 2}.$
C. $y' = \frac{14}{|3 - 7x| \cdot \ln 2}.$ **D.** $y' = \frac{14}{2|7x - 3| \cdot \ln 2}.$

CÂU 39. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{\sqrt{3}} |2x - 5|$.

- A.** $y' = \frac{4}{|2x - 5| \ln 3}.$ **B.** $y' = \frac{4}{(2x - 5) \ln 3}.$
C. $y' = \frac{1}{(2x - 5) \ln 3}.$ **D.** $y' = \frac{2}{(2x - 5) \ln 3}.$

CÂU 40. Gọi $y^{(n)}$ là đạo hàm cấp n của hàm số $y = x \cdot e^x$. Khẳng định nào sau đây đúng

- A.** $y^{(2017)} - y^{(2015)} = 2y^{(2016)}.$ **B.** $y^{(2017)} - y^{(2016)} = 2y^{(2015)}.$
C. $y^{(2017)} + y^{(2015)} = 2y^{(2016)}.$ **D.** $y^{(2016)} + y^{(2015)} = 2y^{(2017)}.$

QUICK NOTE

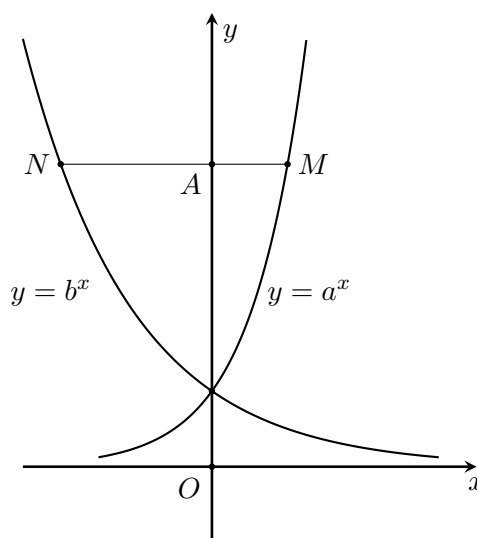
Dạng 3. Sự biến thiên và đồ thị của hàm số mũ – hàm số logarit

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 11. Tìm các giá trị nguyên của tham số m trên $[0; 2018]$ để hàm số $y = \ln \left(\frac{e^{\sin 4034x} + 2 \cdot e^{\sin 2017x} + 5}{e^{\sin 2017x} + 1} - m \right)$ xác định trên \mathbb{R} .

VÍ DỤ 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{e^x - m - 2}{e^x - m^2}$ đồng biến trên khoảng $\left(\ln \frac{1}{4}; 0 \right)$.

VÍ DỤ 13. Cho hai số thực dương a, b khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với trục hoành mà cắt các đường $y = a^x, y = b^x$ và trục tung lần lượt tại M, N, A thì $AM = 3AN$ (hình vẽ bên). Chứng minh: $a^3b = 1$.



2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 41. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực \mathbb{R} ?

A. $y = \left(\frac{\pi}{3} \right)^x$.

B. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} (2x^2 + 1)$.

D. $y = \left(\frac{2}{e} \right)^x$.

CÂU 42. Cho hai hàm số $y = f(x) = \log_a x$ và $y = g(x) = a^x$. Xét các mệnh đề sau:

I. Đồ thị của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ luôn cắt nhau tại một điểm.

II. Hàm số $f(x) + g(x)$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.

III. Đồ thị hàm số $f(x)$ nhận trục Oy làm tiệm cận.

IV. Chỉ có đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận.

Số mệnh đề đúng là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

CÂU 43. Điều kiện nào của a cho dưới đây làm cho hàm số $f(x) = (1 + \ln a)^x$ đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $\frac{1}{e} < a < 1$.

B. $a > 1$.

C. $a > 0$.

D. $a > e$.

CÂU 44. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

A. Hàm số $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

B. Hàm số $y = \log_{0,2} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

QUICK NOTE

C. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

D. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

CÂU 45. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $y = \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}\right)^x$.

B. $y = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x$.

C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3}\right)^x$.

CÂU 46. Cho hai hàm số $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = 2^x$. Xét các mệnh đề sau:

(I). Đồ thị hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

(II). Tập xác định của hai hàm số trên là \mathbb{R} .

(III). Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại đúng 1 điểm.

(IV). Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

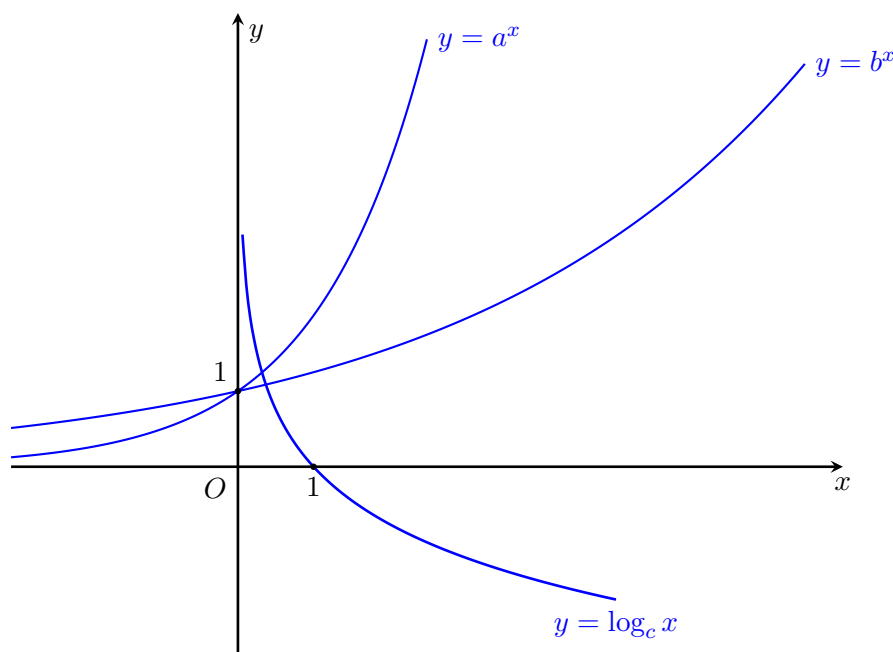
A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

CÂU 47. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < b < c$.

B. $c < b < a$.

C. $a < c < b$.

D. $c < a < b$.

CÂU 48. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số $y = e^{10x+2017}$ đồng biến trên \mathbb{R} .

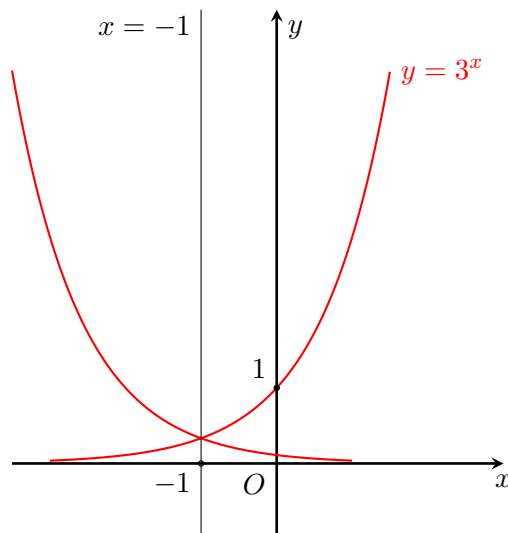
B. Hàm số $y = \log_{1,2} x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. $a^{x+y} = a^x + a^y; \forall a > 0, a \neq 1, x, y \in \mathbb{R}$.

D. $\log(a + b) = \log a + \log b; \forall a > 0, b > 0$.

CÂU 49. Biết hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đối xứng với đồ thị hàm số $y = 3^x$ qua đường thẳng $x = -1$.

QUICK NOTE



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $f(x) = \frac{1}{3 \cdot 3^x}$. B. $f(x) = \frac{1}{9 \cdot 3^x}$.
C. $f(x) = \frac{1}{3^x} - \frac{1}{2}$. D. $f(x) = -2 + \frac{1}{3^x}$.

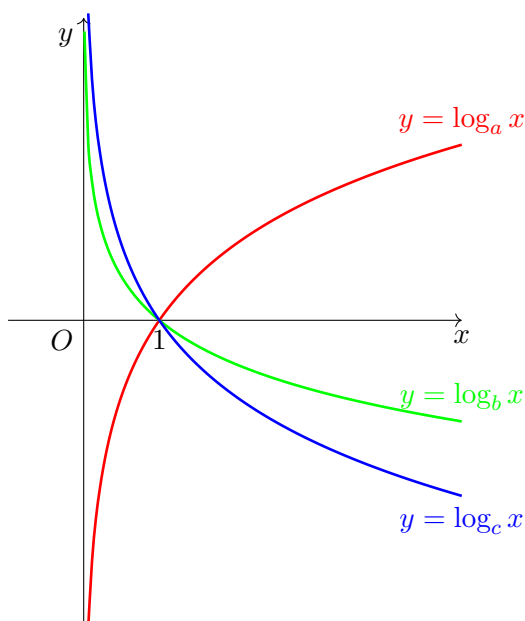
CÂU 50. Chọn câu khẳng định đúng trong các câu sau:

- A. Hàm số $y = a^x$ đồng biến khi $0 < a < 1$.
B. Đồ thị hàm số $y = a^x$ luôn nằm bên phải trục tung.
C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục tung, với $a > 0; a \neq 1$.
D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục hoành, với $a > 0; a \neq 1$.

CÂU 51. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \ln x - 2}{\ln x - m - 1}$ nghịch biến trên $(e^2; +\infty)$.

- A. $m \leq -2$ hoặc $m = 1$. B. $m < -2$ hoặc $m = 1$.
C. $m < -2$. D. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

CÂU 52. Cho a, b, c dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a > c > b$. B. $a > b > c$. C. $c > b > a$. D. $b > c > a$.

CÂU 53. Cho hai đường cong $(C_1): y = 3^x(3^x - m + 2) + m^2 - 3m$ và $(C_2): y = 3^x + 1$. Để (C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau thì giá trị của tham số m bằng

- A. $m = \frac{5 - 2\sqrt{10}}{3}$. B. $m = \frac{5 + 3\sqrt{2}}{3}$.
C. $m = \frac{5 + 2\sqrt{10}}{3}$. D. $m = \frac{5 - 3\sqrt{2}}{3}$.

CÂU 54. Hàm số nào sau đây đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $y = (\sqrt{2} - 1)^x$. B. $y = \log_2(x^2 + 1)$.
C. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 3$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Dạng 4. Sự biến thiên và đồ thị của hàm số mũ – hàm số logarit

CÂU 55. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $[-1; 1]$. D. $(-\infty; -1]$.

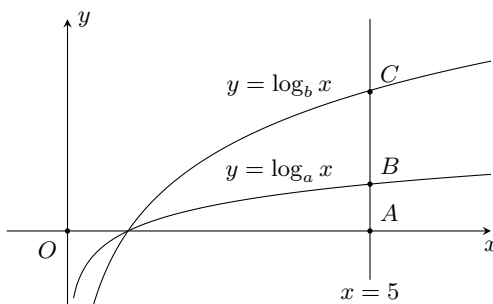
CÂU 56. Gọi S là tập các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^2 + \ln(x + m + 2)$ đồng biến trên tập xác định của nó. Biết $S = (-\infty; a + \sqrt{b}]$. Tính tổng $K = a + b$.

- A. $K = -5$. B. $K = 5$. C. $K = 0$. D. $K = 2$.

CÂU 57.

Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 5$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A , B và C . Biết rằng $CB = 2AB$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$.
C. $a = b^3$. D. $a = 5b$.



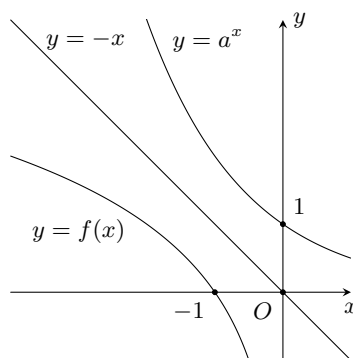
CÂU 58. Cho hàm số $y = -\log_2 x$ có đồ thị (C) . Hàm số nào sau đây có đồ thị đối xứng với (C) qua đường thẳng $y = x$?

- A. $y = 2^x$. B. $y = 2^{\frac{x}{2}}$. C. $y = 2^{-x}$. D. $y = 2^{\frac{x}{2}}$.

CÂU 59.

Biết hai hàm số $y = a^x$ và $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ đồng thời đồ thị của hai hàm số này đối xứng nhau qua đường thẳng $d: y = -x$. Tính $f(-a^3)$.

- A. $f(-a^3) = -a^{-3a}$. B. $f(-a^3) = -\frac{1}{3}$.
C. $f(-a^3) = -3$. D. $f(-a^3) = -a^{3a}$.



CÂU 60. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36. Đường thẳng chứa cạnh AB song song với trục Ox ; các đỉnh A , B và C lần lượt nằm trên đồ thị của các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_{\sqrt{a}} x$ và $y = \log_{\sqrt[3]{a}} x$ với a là số thực lớn hơn 1. Tìm a .

- A. $a = \sqrt{3}$. B. $a = \sqrt[3]{6}$. C. $a = \sqrt{6}$. D. $a = \sqrt[6]{3}$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Dạng 5. Bài toán thực tế

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 14. Một người gửi tiết kiệm số tiền 100.000.000 đồng vào ngân hàng với lãi suất 8%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau 15 năm số tiền người ấy nhận về là bao nhiêu? (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng?)

VÍ DỤ 15. Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là 0,7%/tháng. Theo thỏa thuận cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng?

VÍ DỤ 16. Cường độ một trận động đất M (richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là bao nhiêu?

VÍ DỤ 17. Thầy Đông gửi 5 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,7%/tháng. Chưa đầy một năm thì lãi suất tăng lên thành 1,15%/tháng. Tiếp theo, sáu tháng sau lãi suất chỉ còn 0,9% /tháng. Thầy Đông tiếp tục gửi thêm một số tháng nữa rồi rút cả vốn lẫn lãi được 5787710,707 đồng. Hỏi thầy Đông đã gửi tổng thời gian bao nhiêu tháng?

VÍ DỤ 18. Một người gửi vào ngân hàng 9,8 triệu đồng theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,4% một năm. Hỏi theo cách đó thì sau bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là 20 triệu đồng, biết rằng trong suốt quá trình gửi lãi suất không thay đổi?

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 61. Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi)

- A.** 4 năm 1 quý. **B.** 4 năm 2 quý. **C.** 4 năm 3 quý. **D.** 5 năm.

CÂU 62. Ngày 1/7/2016, dân số Việt Nam khoảng 91,7 triệu người. Nếu tỉ lệ tăng dân số Việt Nam hàng năm là 1,2% và tỉ lệ này ổn định trong 10 năm liên tiếp thì ngày 1/7/2026 dân số Việt Nam khoảng bao nhiêu triệu người?

- A.** 106,4 triệu người. **B.** 104,4 triệu người.
C. 105,4 triệu người. **D.** 103,4 triệu người.

CÂU 63. Một người thả 1 lá bèo vào một cái ao, sau 12 giờ thì bèo sinh sôi phủ kín mặt ao. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt ao, biết rằng sau mỗi giờ thì lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi.

- A.** $12 - \log 5$ (giờ). **B.** $\frac{12}{5}$ (giờ).
C. $12 - \log 2$ (giờ). **D.** $12 + \ln 5$ (giờ).

CÂU 64. Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = Ae^{ni}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, i là tỷ lệ tăng dân số hằng năm. Theo thống kê dân số thế giới tính đến tháng 01/2017, dân số Việt Nam có 94.970.597 người và có tỷ lệ tăng dân số là 1,03%. Nếu tỷ lệ tăng dân số không đổi thì đến năm 2020 dân số nước ta có bao nhiêu triệu người? (chọn đáp án gần nhất).

- A.** 98 triệu người. **B.** 100 triệu người.
C. 102 triệu người. **D.** 104 triệu người.

CÂU 65. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 6,5% năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi khoảng bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

- A. 11 năm. B. 9 năm. C. 8 năm. D. 12 năm.

CÂU 66. Cường độ của ánh sáng I khi đi qua môi trường khác với không khí, chẳng hạn như sương mù hay nước, sẽ giảm dần tùy theo độ dày của môi trường và một hằng số μ gọi là khả năng hấp thụ ánh sáng tùy theo bản chất môi trường mà ánh sáng truyền đi và được tính theo công thức $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$ với x là độ dày của môi trường đó và tính bằng mét, I_0 là cường độ ánh sáng tại thời điểm trên mặt nước. Biết rằng nước hồ trong suốt có $\mu = 1,4$. Hỏi cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần khi truyền trong hồ đó từ độ sâu 3 m xuống đến độ sâu 30 m? (chọn giá trị gần đúng với đáp số nhất).

- A. e^{30} lần. B. $2,6081 \cdot 10^{16}$ lần.
C. e^{27} lần. D. $2,6081 \cdot 10^{-16}$ lần.

CÂU 67. Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết sau 15 tháng, người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau?

- A. 635.000 đồng. B. 645.000 đồng. C. 613.000 đồng. D. 535.000 đồng.

CÂU 68. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4% /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 102.424.000 đồng. B. 102.423.000 đồng.
C. 102.016.000 đồng. D. 102.017.000 đồng.

CÂU 69. Một người gửi 75 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 5,4% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi, hỏi 6 năm sau người đó nhận về số tiền là bao nhiêu kể cả gốc và lãi? (đơn vị đồng, làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 97.860.000. B. 150.260.000. C. 102.826.000. D. 120.826.000.

CÂU 70. Một người gửi tiết kiệm số tiền 80.000.000 đồng với lãi suất là 6,9%/năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó rút được cả gốc và lãi số tiền gần với con số nào nhất sau đây?

- A. 116.570.000 đồng. B. 107.667.000 đồng.
C. 105.370.000 đồng. D. 111.680.000 đồng.

CÂU 71. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = Ae^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 150 triệu người?

- A. 2035. B. 2030. C. 2039. D. 2042.

CÂU 72. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

- A. 48 phút. B. 19 phút. C. 7 phút. D. 12 phút.

CÂU 73. Chuyện kể rằng: Ngày xưa, có ông vua hứa sẽ thưởng cho một vị quan món quà mà vị quan được chọn. Vị quan tâu: “Hạ thần chỉ xin Bệ Hạ thưởng cho một số hạt thóc thôi ạ! Cụ thể như sau: Bàn cờ vua có 64 ô thì với ô thứ nhất xin nhận 1 hạt, ô thứ 2 thì gấp đôi ô đầu, ô thứ 3 thì lại gấp đôi ô thứ 2, ..., ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước”. Giá trị nhỏ nhất của n để tổng số hạt thóc mà vị quan được thưởng từ n ô đầu tiên (từ ô thứ nhất đến ô thứ n) lớn hơn 1 triệu là

- A. 18. B. 19. C. 20. D. 21.

QUICK NOTE

CÂU 74. Giả sử vào cuối năm thì một đơn vị tiền tệ mất 10% giá trị so với đầu năm. Tìm số nguyên dương nhỏ nhất sao cho sau n năm, đơn vị tiền tệ sẽ mất đi ít nhất 90% giá trị của nó.

- A.** 16. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 22.

CÂU 75. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất $r = 0,5\%$ một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu?

- A.** 45 tháng. **B.** 47 tháng. **C.** 44 tháng. **D.** 46 tháng.

CÂU 76. Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

- A.** $7 \times \log_3 25$. **B.** $3^{\frac{25}{7}}$. **C.** $7 \times \frac{24}{3}$. **D.** $7 \times \log_3 24$.

CÂU 77. Trung tâm luyện thi Đại học Diệu Hiền muốn gửi số tiền M vào ngân hàng và dùng số tiền thu được (cả lãi và tiền gốc) để trao 10 suất học bổng hàng tháng cho học sinh nghèo ở TP. Cần Thơ, mỗi suất 1 triệu đồng. Biết lãi suất ngân hàng là 1%/tháng, và Trung tâm Diệu Hiền bắt đầu trao học bổng sau một tháng gửi tiền. Để đủ tiền trao học bổng cho học sinh trong 10 tháng, trung tâm cần gửi vào ngân hàng số tiền M ít nhất là

- A.** 108500000 đồng. **B.** 119100000 đồng.
C. 94800000 đồng. **D.** 120000000 đồng.

CÂU 78. Theo số liệu từ Facebook, số lượng các tài khoản hoạt động tăng một cách đáng kể tính từ thời điểm tháng 2 năm 2004. Bảng dưới đây mô tả số lượng $U(x)$ là số tài khoản hoạt động, trong đó x là số tháng kể từ sau tháng 2 năm 2004. Biết số lượt tài khoản hoạt động tăng theo hàm số mũ xấp xỉ như sau: $U(x) = A \cdot (1 + 0,04)^x$ với A là số tài khoản hoạt động xấp xỉ là 194700 người, biết sau hai tháng thì số tài khoản hoạt động là 108160 người.

- A.** 1 năm 5 tháng. **B.** 1 năm 2 tháng.
C. 1 năm. **D.** 11 tháng.

CÂU 79. Bạn Hùng trúng tuyển vào đại học nhưng vì không đủ nộp tiền học phí Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm, mỗi năm 3.000.000 đồng để nộp học với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T mà Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến hàng đơn vị) là

- A.** 232518 đồng. **B.** 309604 đồng. **C.** 215456 đồng. **D.** 232289 đồng.