

BÀI 1. ÔN TẬP CHƯƠNG

A. ĐỀ 1

1. Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

CÂU 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng thứ $n+1$ là

☐ A $u_{n+1} = 3^n + 3$.

☒ B $u_{n+1} = 3 \cdot 3^n$.

☐ C $u_{n+1} = 3^n + 1$.

☐ D $u_{n+1} = 3(n+1)$.

☞ Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = 3^{n+1} = 3 \cdot 3^n$.Vậy số hạng thứ $n+1$ là $u_{n+1} = 3 \cdot 3^n$.Chọn đáp án ☒ B ☐CÂU 2. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{n^2 + 1}{2n + 1}$. Số $\frac{37}{13}$ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho?

☐ A 8.

☒ B 6.

☐ C 5.

☐ D 7.

☞ Lời giải.

Giả sử số hạng $u_n = \frac{37}{13}$ với $n \in \mathbb{N}^*$, ta có

$$\frac{n^2 + 1}{2n + 1} = \frac{37}{13} \Leftrightarrow 13n^2 - 74n - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -\frac{4}{13} \end{cases}$$

Do $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n = 6$.Vậy số $\frac{37}{13}$ là số hạng thứ 6 dãy số (u_n) .Chọn đáp án ☒ B ☐CÂU 3. Cho dãy số: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là

☐ A $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$.

☐ B $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$.

☒ C $u_n = \frac{1}{3^n}$.

☐ D $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

☞ Lời giải.

Dễ thấy dãy số đã cho có số hạng tổng quát là $\frac{1}{3^n}$.Chọn đáp án ☒ C ☐CÂU 4. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n+1}{n+2}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

☒ A Dãy số tăng và bị chặn.

☐ B Dãy số giảm và bị chặn.

☐ C Dãy số giảm và bị chặn dưới.

☐ D Dãy số giảm và bị chặn trên.

☞ Lời giải.

Ta có

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+3} - \frac{n+1}{n+2} = \frac{(n+2)(n+2) - (n+3)(n+1)}{(n+2)(n+3)} = \frac{1}{(n+2)(n+3)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Suy ra $\{u_n\}$ là dãy số tăng.

$$\text{Ta có } \frac{n+1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{2}{3} \leq 1 - \frac{1}{n+2} < 1 \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy dãy số đã cho bị chặn.

Chọn đáp án ☒ A ☐

CÂU 5. Khẳng định nào sau đây là sai?

☐ A Một dãy số tăng thì bị chặn dưới.

☐ B Một dãy số giảm thì bị chặn trên.

☒ C Một dãy số bị chặn thì phải tăng hoặc giảm.

☐ D Một dãy số không đổi thì bị chặn.

☞ Lời giải.

Dãy (u_n) có $u_n = 5$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ bị chặn nhưng không tăng và không giảm.

Chọn đáp án **C**..... □

CÂU 6. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 , công sai d . Khi đó, với $n \geq 2$ ta có

- A** $u_n = u_1 + d$. **B** $u_n = u_1 + (n+1)d$. **C** $u_n = u_1 - (n-1)d$. **D** $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Chọn đáp án **D**..... □

CÂU 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và $u_2 = -1$. Khi đó

- A** $u_3 = 4$. **B** $u_3 = 2$. **C** $u_3 = -5$. **D** $u_3 = 7$.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1 + d \Rightarrow d = u_2 - u_1 = -1 - 3 = -4$.

Suy ra $u_3 = u_1 + 2d = 3 - 8 = -5$.

Chọn đáp án **C**..... □

CÂU 8. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$, công sai $d = 4$. Công thức của số hạng tổng quát u_n là

- A** $u_n = -5 + 4n$. **B** $u_n = -1 - 4n$. **C** $u_n = -5 + 4n^2$. **D** $u_n = -9 + 4n$.

Lời giải.

Với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ ta có $u_n = u_1 + (n-1)d = -5 + (n-1) \cdot 4 = 4n - 9$.

Chọn đáp án **D**..... □

CÂU 9. Có bao nhiêu số thực x để $2x-1$; x ; $2x+1$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân?

- A** 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Lời giải.

Vì $2x-1$; x ; $2x+1$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên

$$x^2 = (2x-1)(2x+1) \Leftrightarrow 3x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **B**..... □

CÂU 10. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$, công bội $q = -\frac{1}{10}$. Khi đó $\frac{1}{10^{2017}}$ là số hạng thứ mấy?

- A** 2016. **B** 2017. **C** 2018. **D** 2019.

Lời giải.

Ta có số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = (-1) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1}$.

Giả sử $\frac{1}{10^{2017}}$ là số hạng thứ n của cấp số nhân, ta có

$$u_n = \frac{1}{10^{2017}} \Leftrightarrow (-1) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{(n-1)} = \frac{1}{10^{2017}} \Leftrightarrow n = 2018.$$

Chọn đáp án **C**..... □

CÂU 11. Tổng của 100 số tự nhiên lẻ đầu tiên tính từ 1 là

- A** 10000. **B** 10100. **C** 20000. **D** 20200.

Lời giải.

Ta có 100 số lẻ đầu tiên tạo thành cấp số cộng có 100 số hạng với $u_1 = 1$, $d = 2$ và $u_{100} = 199$.

Tổng n số lẻ đầu tiên là $S_{100} = \frac{(u_1 + u_{100}) \cdot 100}{2} = 10000$.

Chọn đáp án **A**..... □

CÂU 12. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80 000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá

của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50 m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

- A** 10 125 000 đồng. **B** 5 250 000 đồng. **C** 4 245 000 đồng. **D** 4 000 000 đồng.

Lời giải.

Số tiền phải trả ở mỗi mét khoan tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 80\,000$ và công sai $d = 5000$. Như vậy, tổng số tiền khi khoan đến mét thứ n được tính theo công thức

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d].$$

Vậy tổng số tiền phải trả là

$$S_{50} = 25 \cdot (2 \cdot 80\,000 + 49 \cdot 5000) = 10\,125\,000.$$

Chọn đáp án **A** □

2. Bài tập trắc nghiệm đúng sai

CÂU 13. Cho dãy số $u_n = \frac{2n+1}{n+3}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $u_3 = \frac{7}{6}$.	X	
b) $u_n < 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) Dãy số trên là dãy số giảm.		X
d) Dãy số trên là dãy số bị chặn.	X	

Lời giải.

a) **D** Ta có $u_3 = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3 + 3} = \frac{7}{6}$.

Khẳng định trên là đúng.

b) **D** Ta có $u_n = \frac{2n+1}{n+3} < \frac{2n+6}{n+3} = 2$. Vậy $u_n < 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Khẳng định trên là đúng.

c) **S** Ta có $u_1 = \frac{3}{4}$, $u_2 = 1$.

Ta có $u_{n+1} = \frac{2n+3}{n+4}$, $u_{n+1} - u_n = \frac{2n+3}{n+4} - \frac{2n+1}{n+3} = \frac{5}{(n+4)(n+3)} > 0$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy $u_{n+1} > u_n$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$, nên dãy đã cho là dãy tăng.

Khẳng định trên là sai.

d) **D** Ta có $n \in \mathbb{N}^*$ nên $u_n = \frac{2n+1}{n+3} > 0$.

Mặt khác, ta đã chứng minh $u_n < 2$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy $0 < u_n < 2$, nên dãy số đã cho là dãy bị chặn. Khẳng định trên là đúng.

Chọn đáp án **a đúng | b đúng | c sai | d đúng** □

CÂU 14. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Số 100 là số hạng thứ 36 của cấp số cộng.	X	
b) Số hạng thứ 5 của cấp số cộng là 9.		X
c) Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng là 85.	X	
d) Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $(u_n) = 3n - 7$.		X

Lời giải.

a) **D** Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 100 = -5 + (n-1)3 \Leftrightarrow n = 36$.

Khẳng định trên là đúng.

b) **S** Ta có $u_5 = u_1 + 4d = -5 + 4 \cdot 3 = 7$.

Khẳng định trên là sai.

c) **D** Ta có $S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2} [2 \cdot (-5) + (10-1)3] = 85$.

Khẳng định trên là đúng.

d) $u_n = u_1 + (n - 1)d = -5 + (n - 1)3 = 3n - 8$.

Khẳng định trên là sai.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai

CÂU 15. Một gia đình mua một chiếc ô tô giá 800 triệu đồng. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô giảm đi 4% (so với năm trước đó). Các khẳng định sau là đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị còn lại của ô tô sau từng năm lập thành một cấp số nhân với công bội nhỏ hơn 1.	X	
b) Giá trị của chiếc xe sau 3 năm gần bằng 508,84 triệu đồng.		X
c) Giá trị của chiếc xe sau 5 năm lớn hơn một nửa giá trị ban đầu của chiếc xe.	X	
d) Nếu sau một thời gian sử dụng, gia đình muốn bán lại chiếc xe để thu được ít nhất 600 triệu đồng thì gia đình đó nên sử dụng ít hơn 6 năm.		X

Lời giải.

Sau mỗi năm, giá trị của chiếc xe bằng 96% giá trị của năm ngoái, vậy giá trị chiếc xe lập thành một cấp số nhân với $u_1 = 800$ và $q = 0,96$.

Giá trị chiếc xe sau n năm là $u_n = 800 \cdot (0,96)^n$.

a) Đ Khẳng định trên là đúng.

b) S Ta có $u_n = 800 \cdot (0,96)^n$.
Giá trị của chiếc xe sau 3 năm là $u_3 = 800 \cdot (0,96)^3 \approx 707,79$ (triệu đồng).
Khẳng định trên là sai.

c) Đ Giá trị của chiếc xe sau 5 năm là $u_5 = 800 \cdot (0,96)^5 \approx 652,3$ (triệu đồng).
Khẳng định trên là đúng.

d) S Ta có $u_7 \approx 601,16$ và $u_8 \approx 577,11$ triệu đồng.
Vậy gia đình muốn bán lại chiếc xe để thu được ít nhất 600 triệu đồng thì gia đình đó nên dùng chiếc xe ít hơn 7 năm.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai

CÂU 16. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$, có công sai d .

Mệnh đề	Đ	S
a) $d = \frac{11}{3}$.	X	
b) $u_{11} = 37$.	X	
c) Tổng 102 số hạng đầu của dãy số là $S_{102} = \frac{1124}{3}$.		X
d) Trong 100 số hạng đầu tiên của dãy số (u_n) , có đúng 34 số hạng là số nguyên.		X

Lời giải.

a) Đ Ta có $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_8 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_1 + 7d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ d = \frac{11}{3} \end{cases}$.

Vậy $d = \frac{11}{3}$.

b) Đ $u_{11} = u_1 + 10d = 37$.

c) S Ta có $S_{102} = 2u_1 + 101d = 371$.

d) S Vì $u_n = u_1 + (n - 1)d = \frac{11n - 10}{3}$ nên u_n là số nguyên khi $11n - 10$ chia hết cho 3.

Mà $11n - 10 = (9n - 9) + (2n - 1)$ nên u_n là số nguyên khi $2n - 1$ chia hết cho 3, với $n \in \{1; \dots; 100\}$.

Suy ra $n \in \{2; 5; 8; \dots; 98\}$, do đó có đúng $\frac{98 - 2}{3} + 1 = 33$ số hạng đầu tiên của dãy số (u_n) là số nguyên.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai

3. Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

CÂU 17. Người ta trồng cây theo các hàng ngang với quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây, ... ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng người ta trồng hết 4950 cây. Hỏi số hàng cây được trồng theo cách trên là bao nhiêu?

Đáp án:

1	0	0	
---	---	---	--

Lời giải.

Số cây ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Theo giả thiết Ta có $S_n = 4950 \Leftrightarrow n + \frac{(n-1)n}{2} = 4950 \Leftrightarrow n^2 + n - 4950 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -99 \text{ (loại)} \\ n = 100. \end{cases}$

Vậy có 100 hàng cây được trồng.

Đáp án:

100			
-----	--	--	--

 □

CÂU 18. Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu tiên đặt 20 ngàn đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cược trước. Người đó thua lần 9 liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi cuối cùng du khách đó thắng hay thua bao ngàn đồng (quy ước số tiền thắng mang dấu dương và số tiền thua mang dấu âm).

Đáp án:

2	0		
---	---	--	--

Lời giải.

Số tiền đặt cược lần thứ n là $u_n = u_1 \cdot 2^{n-1}$ với $u_1 = 20000$.

Số tiền người khách đó thắng cược ở lần thứ 10 là $20000 \cdot 2^9$.

Số tiền người khách đó thua ở 9 lần trước là $\sum_{n=1}^9 20000 \cdot 2^{n-1}$.

Vậy số tiền người khách đó thu được sau ván cược thứ 10 là

$$u_{10} - \sum_{n=1}^9 u_1 \cdot 2^{n-1} = 20000 \cdot 2^9 - \sum_{n=1}^9 20000 \cdot 2^{n-1} = 20000.$$

Vậy du khách thắng 20000 đồng.

Đáp án:

20			
----	--	--	--

 □

CÂU 19. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm kể từ khi bắt đầu gửi tiền gần bằng bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả tới hàng đơn vị)?

Đáp án:

2	1	2	
---	---	---	--

Lời giải.

Số tiền người đó nhận được sau 6 tháng đầu: $100 \cdot (1 + 2\%)^2$.

Số tiền người đó nhận được sau 6 tháng tiếp theo là: $[100 \cdot (1 + 2\%)^2 + 100] \cdot (1 + 2\%)^2 \approx 212,28$.

Đáp án:

212			
-----	--	--	--

 □

CÂU 20. Một cái tháp có 11 tầng. Diện tích của mặt sàn tầng 2 bằng nửa diện tích của mặt đáy tháp và diện tích của mặt sàn mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt sàn mỗi tầng ngay bên dưới. Biết mặt đáy tháp có diện tích là 12288 m^2 . Tính diện tích của mặt sàn tầng trên cùng của tháp theo đơn vị mét vuông.

Đáp án:

1	2		
---	---	--	--

Lời giải.

Do diện tích của mặt sàn tính từ tầng một lập thành một cấp số nhân với $u_2 = \frac{1}{2} \cdot 12288 = 6144$ và $q = \frac{1}{2}$.

Ta có $\begin{cases} u_2 = 6144 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 12288 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Ta có $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 12288 \cdot \frac{1}{2^{10}} = 12 \text{ m}^2$.

Vậy diện tích của mặt sàn tầng trên cùng là 12 m^2 .

Đáp án:

12			
----	--	--	--

 □

CÂU 21. Từ độ cao 55,8 (mét) của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình (mét) của bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất gần bằng bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

Đáp án:

6	8	,	2
---	---	---	---

Lời giải.

Đặt $u_1 = 55,8$ (mét) là quãng đường bóng rơi khi thả xuống, $u_{n+1} = \frac{1}{10^n} u_1, n \geq 1$ là quãng đường bóng rơi sau lần nảy lên thứ n .

Ta có (u_n) là dãy cấp số nhân với $u_1 = 55,8$ và công bội $q = \frac{1}{10}$.

Suy ra tổng quãng đường quả bóng rơi xuống là $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 55,8 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n}{1 - \frac{1}{10}} = 62$.

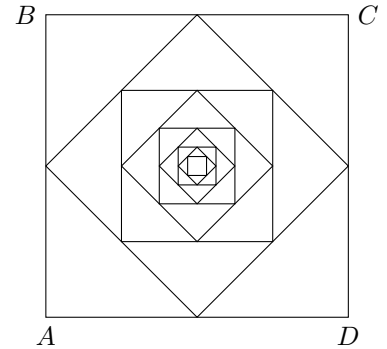
Ngoài ra ta còn phải tính tổng quãng đường mà bóng nảy lên. Ta có tổng quãng đường bóng nảy lên bằng tổng quãng đường rơi của bóng trừ đi quãng đường thả rơi xuống.

Vậy tổng quãng đường hành trình của quả bóng là $62 + 62 - 55,8 = 68,2$ (mét).

Đáp án: **68,2** □

CÂU 22.

Cho hình vuông $ABCD$ có các cạnh bằng a và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là A_2, B_2, C_2, D_2 có diện tích S_3, \dots và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích S_4, S_5, \dots, S_{100} (tham khảo hình vẽ bên). Giá trị tổng có diện tích $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$ là $\frac{a^m(2^n - 1)}{2^p}$, với $m, n, p \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị biểu thức $T = m + n - p$.



Đáp án: **3** □

Lời giải.

Ta có $S_1 = a^2; S_2 = \frac{1}{2}a^2; S_3 = \frac{1}{4}a^2, \dots$

Do đó $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = S_1 = a^2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Suy ra $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. Vậy $m + n - p = 2 + 100 - 99 = 3$.

Đáp án: **3** □

B. ĐỀ SỐ 2

1. Bài tập trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn

CÂU 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng thứ $n + 1$ là

- A** $u_{n+1} = 3^n + 3$. **B** $u_{n+1} = 3 \cdot 3^n$. **C** $u_{n+1} = 3^n + 1$. **D** $u_{n+1} = 3(n + 1)$.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = 3^{n+1} = 3 \cdot 3^n$.

Vậy số hạng thứ $n + 1$ là $u_{n+1} = 3 \cdot 3^n$.

Chọn đáp án **B** □

CÂU 2. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Năm số hạng đầu của dãy số là

- A** 4, 5, 6, 7, 8. **B** 4, 16, 32, 64, 128. **C** 4, 6, 9, 13, 18. **D** 4, 5, 7, 10, 14.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} u_2 &= u_1 + 1 = 5; \\ u_3 &= u_2 + 2 = 7; \\ u_4 &= u_3 + 3 = 10; \\ u_5 &= u_4 + 4 = 14. \end{aligned}$$

Vậy năm số hạng đầu của dãy số là 4, 5, 7, 10, 14.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 3. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_n = \frac{1}{2}u_{n-1} + 1 \end{cases}$ với $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$. Số hạng thứ 4 của dãy số đã cho là

(A) $u_4 = \frac{1}{2}$.

(B) $u_4 = 1$.

(C) $u_4 = \frac{11}{8}$.

(D) $u_4 = \frac{5}{88}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} u_2 &= \frac{1}{2}u_1 + 1 = \frac{1}{2}(-3) + 1 = \frac{-1}{2}; \\ u_3 &= \frac{1}{2}u_2 + 1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{2} + 1 = \frac{3}{4}; \\ u_4 &= \frac{1}{2}u_3 + 1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + 1 = \frac{11}{8}. \end{aligned}$$

Vậy số hạng thứ 4 của dãy số đã cho là $u_4 = \frac{11}{8}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 4. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n+2}$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

(A) Dãy số (u_n) là dãy số giảm và bị chặn.

(B) Dãy số (u_n) là dãy số tăng và bị chặn trên.

(C) Dãy số (u_n) là dãy số giảm và không bị chặn dưới.

(D) Dãy số (u_n) là dãy số tăng và không bị chặn trên.

Lời giải.

Ta có

$$u_{n+1} = \frac{1}{(n+1)+2} = \frac{1}{n+3} < \frac{1}{n+2} = u_n.$$

$\Rightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Suy ra dãy số (u_n) là dãy số giảm.

Với $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $0 < \frac{1}{n+2} < 1$ hay $0 < u_n < 1$.

Suy ra dãy số u_n là dãy số bị chặn.

Vậy dãy số u_n là dãy số giảm và bị chặn.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 5. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 5, u_{10} = 15$. Số hạng thứ 7 là

(A) $u_7 = 12$.

(B) $u_7 = 8$.

(C) $u_7 = 7$.

(D) $u_7 = 9$.

Lời giải.

Cấp số cộng (u_n) có

$$\begin{cases} u_5 = 5 \\ u_{10} = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 5 \\ u_1 + 9d = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -3 \\ d = 2. \end{cases}$$

Vậy số hạng thứ 7 là $u_7 = u_1 + 6d = -3 + 6 \cdot 2 = 9$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 6. Biết bốn số 5; x ; 15; y theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $3x + 2y$ bằng

(A) 50.

(B) 70.

(C) 30.

(D) 80.

Lời giải.

Do 5; x ; 15; y theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng nên $x = \frac{5+15}{2} = 10$.

Ngoài ra $x + y = 2 \cdot 15$ nên $y = 30 - x = 30 - 10 = 20$.

Vậy $3x + 2y = 70$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 7. Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 32 và tổng các bình phương của chúng bằng 336. Tích của bốn số đó là

(A) 5760.

(B) 15120.

(C) 1920.

(D) 1680.

Lời giải.

Gọi bốn số cần tìm là $a, a + d, a + 2d, a + 3d$. Từ giả thiết ta suy ra

$$\begin{cases} a + a + d + a + 2d + a + 3d = 32 \\ a^2 + (a + d)^2 + (a + 2d)^2 + (a + 3d)^2 = 336 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 16 - 3d \\ 4a^2 + 12ad + 14d^2 = 336 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 16 - 3d \\ (16 - 3d)^2 + 6d(16 - 3d) + 14d^2 = 336 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 4 \\ d = -4 \\ 2a = 16 - 3d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 4 \\ a = 2 \\ d = -4 \\ a = 14. \end{cases}$$

Vậy suy ra bốn số đó là 2, 6, 10, 14, nên tích của chúng là $P = 1680$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 8. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng là

- (A)** $u_1 = 3, d = 2.$ **(B)** $u_1 = 2, d = 3.$ **(C)** $u_1 = 2, d = 2.$ **(D)** $u_1 = 2, d = 4.$

Lời giải.

Từ giả thiết ta có hệ

$$\begin{cases} u_5 = 18 \\ 4S_n = S_{2n} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 4n \cdot \frac{u_1 + u_n}{2} = 2n \cdot \frac{u_1 + u_{2n}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2(u_1 + u_n) = u_1 + u_{2n} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2[2u_1 + (n - 1)d] = 2u_1 + (2n - 1)d \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2u_1 - d = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 4. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 9. Một tam giác có số đo các góc lập thành cấp số nhân có công bội $q = 2$. Số đo các góc của tam giác đó lần lượt là

- (A)** $\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}.$ **(B)** $\frac{\pi}{5}; \frac{2\pi}{5}; \frac{4\pi}{5}.$ **(C)** $\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{6}; \frac{4\pi}{6}.$ **(D)** $\frac{\pi}{7}; \frac{2\pi}{7}; \frac{4\pi}{7}.$

Lời giải.

Giả sử tam giác ABC có ba góc theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội $q = 2$.

Ta có $B = 2A; C = 4A.$ (1)

Mà $A + B + C = \pi.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A = \frac{\pi}{7}.$

Vậy số đo các góc của tam giác đó lần lượt là $\frac{\pi}{7}; \frac{2\pi}{7}; \frac{4\pi}{7}.$

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 10. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

- (A)** $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}.$ **(B)** $u_{n+1} = nu_n.$ **(C)** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = -5u_n \end{cases}.$ **(D)** $u_{n+1} = u_{n+1} - 3.$

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = -5u_n \end{cases} \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = -5, \forall n \in \mathbb{N}^*.$

$\Rightarrow (u_n)$ là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = -5.$

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 11. Cho các cấp số nhân với $u_1 = \frac{-1}{2}; u_7 = -32$. Công bội của cấp số nhân là

(A) $\pm \frac{1}{2}$.

(B) ± 4 .

(C) ± 2 .

(D) ± 1 .

Lời giải.

Ta có $u_7 = u_1 q^6 \Rightarrow -32 = -\frac{1}{2} q^6 \Rightarrow q = \pm 2$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 12. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$, công bội $q = -\frac{1}{10}$. Khi đó $\frac{1}{10^{2017}}$ là số hạng thứ

(A) 2016.

(B) 2017.

(C) 2018.

(D) 2019.

Lời giải.

Ta có số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = (-1) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1}$.

Giả sử $\frac{1}{10^{2017}}$ là số hạng thứ n của cấp số nhân, ta có

$$u_n = \frac{1}{10^{2017}} \Leftrightarrow (-1) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{(n-1)} = \frac{1}{10^{2017}} \Leftrightarrow n = 2018.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 13. Cho cấp số nhân với $u_1 = 3$, $q = -\frac{1}{2}$. Số 222 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân?

(A) Số hạng thứ 11.

(B) Số hạng thứ 9.

(C) Số hạng thứ 12.

(D) Không thuộc cấp số nhân.

Lời giải.

Giả sử số 222 là số hạng thứ n .

Ta có $u_n = u_1 q^{n-1} \Leftrightarrow 222 = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 74$ (không tồn tại $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn).

Vậy 222 không là số hạng của cấp số nhân.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 14. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{1}{3}$ và $u_{n+1} = \frac{n+1}{3n} \cdot u_n$. Giá trị của tổng

$S = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_{10}}{10}$ là

(A) $\frac{3280}{6561}$.

(B) $\frac{29524}{59049}$.

(C) $\frac{25942}{59049}$.

(D) $\frac{1}{243}$.

Lời giải.

Theo đề ta có

$$u_{n+1} = \frac{n+1}{3n} \cdot u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{3} \frac{u_n}{n}.$$

Mà $u_1 = \frac{1}{3}$ nên $\frac{u_2}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\frac{u_3}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^3$; \dots ; $\frac{u_{10}}{10} = \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$.

Do đó dãy $\left(\frac{u_n}{n}\right)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{3}$, công bội $q = \frac{1}{3}$.

Khi đó $S = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_{10}}{10} = \frac{3^{10} - 1}{2 \cdot 3^{10}} = \frac{59048}{2 \cdot 3^{10}} = \frac{29524}{59049}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 15. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_n = 24$; $\frac{u_4}{u_{11}} = 16384$. Số hạng thứ 17 của cấp số nhân là

(A) $\frac{3}{67108864}$.

(B) $\frac{3}{268435456}$.

(C) $\frac{3}{536870912}$.

(D) $\frac{3}{214783648}$.

Lời giải.

Từ $\frac{u_4}{u_{11}} = 16384 \Leftrightarrow \frac{1}{q^7} = 16384 \Leftrightarrow q^7 = \left(\frac{1}{4}\right)^7 \Leftrightarrow q = \frac{1}{4}$.

Ta có $u_n = 24$ tương ứng khi $n = 1$.

Số hạng thứ 17 của cấp số nhân là $u_{17} = 24 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{16} = \frac{3}{536870912}$.

Chọn đáp án **C** ☐

CÂU 16. Một cái tháp có 11 tầng. Diện tích của mặt sàn tầng 2 bằng nửa diện tích của mặt đáy tháp và diện tích của mặt sàn mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt sàn mỗi tầng ngay bên dưới. Biết mặt đáy tháp có diện tích là $12288m^2$. Tính diện tích của mặt sàn tầng trên cùng của tháp theo đơn vị mét vuông.

- A** $12m^2$. **B** $24m^2$. **C** $6m^2$. **D** $48m^2$.

Lời giải.

Do diện tích của mặt sàn tính từ tầng một lập thành một cấp số nhân với $u_2 = \frac{1}{2} \cdot 12288 = 6144$ và $q = \frac{1}{2}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 = 6144 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 12288 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 12288 \cdot \frac{1}{2^{10}} = 12m^2.$$

Vậy diện tích của mặt sàn tầng trên cùng là $12m^2$.

Chọn đáp án **A** ☐

BẢNG ĐÁP ÁN

2. Bài tập trắc nghiệm đúng sai

CÂU 1. Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép như sau: Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Gọi P_n (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau n tháng.

Mệnh đề	Đ	S
a) Số tiền chị có trong ngân hàng sau 1 tháng là 106 500 000 đồng.	X	
b) Số tiền chị có trong ngân hàng sau 3 tháng là 119 500 000 đồng.		X
c) Số tiền lãi chị có được trong ngân hàng sau 4 tháng là 20 195 656 đồng.	X	
d) Dự đoán công thức của P_n tính theo n là $P_n = 100 \cdot 1,005^n + \frac{6 \cdot 1,005^n - 6}{0,005}$.	X	

Lời giải.

a) **Đ** Đúng.

Số tiền lãi chị Mai thu được sau tháng thứ 1 là $100000000 \cdot 0,5\% = 500000$ đồng.

Do đó $P_1 = 100000000 + 500000 + 6000000 = 106500000$ đồng.

b) **S** Sai.

Số tiền chị có trong ngân hàng sau tháng thứ 2 là

$$P_2 = P_1 + P_1 \cdot 0,5\% + 6000000 = 113032500 \text{ đồng.}$$

Số tiền chị có trong ngân hàng sau tháng thứ 3 là

$$P_3 = P_2 + P_2 \cdot 0,5\% + 6 = 119597662 \text{ đồng.}$$

c) **Đ** Đúng.

Số tiền chị có trong ngân hàng sau tháng thứ 4 là

$$P_4 = P_3 + P_3 \cdot 0,5\% + 6 = 120195656 \text{ đồng.}$$

Số tiền lãi chị có được trong ngân hàng sau 4 tháng là

$$120195656 - 100000000 = 20195656 \text{ đồng.}$$

d) **Đ** Đúng.

Ta chọn đơn vị là triệu đồng và xét bài toán tổng quát: Số tiền ban đầu là T triệu đồng với lãi suất hàng tháng là r và mỗi tháng gửi thêm a triệu đồng thì số tiền trong tài khoản sau tháng thứ n là P_n triệu đồng. Số tiền lãi sau tháng thứ n được tính là $P_n \cdot r$ nên ta có

$$\textcircled{\ast} P_1 = T + T \cdot r + a = T(1+r) + a = T(1+r) + \frac{a(1+r)^1 - a}{r};$$

$$\textcircled{\ast} P_2 = P_1 + P_1 \cdot r + a = T(1+r)^2 + (r+1) \cdot \frac{a(1+r)^1 - a}{r} + a = T(1+r)^2 + \frac{a(1+r)^2 - a}{r};$$

$$\textcircled{\ast} P_3 = P_2 + P_2 \cdot r + a = T(1+r)^3 + (r+1) \cdot \frac{a(1+r)^2 - a}{r} + a = T(1+r)^3 + \frac{a(1+r)^3 - a}{r}.$$

...

☑ Cứ tiếp tục như vậy thì ta dự đoán công thức tổng quát của P_n là

$$P_n = T(1+r)^n + \frac{a(1+r)^n - a}{r}.$$

Thay số $T = 100$, $r = 0,5\% = 0,005$ và $a = 6$ ta thu được

$$P_n = 100 \cdot 1,05^n + \frac{6 \cdot 1,005^n - 6}{0,005}.$$

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d đúng ☐

CÂU 2. Một sinh viên sau khi ra trường và xin vào làm cho một trung tâm với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, trung tâm trả thêm cho sinh viên 15 triệu đồng. Gọi u_n (triệu đồng) là số tiền lương mà sinh viên đó nhận được ở năm thứ n . Hỏi các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là 115 triệu đồng.	X	
b) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là 300 triệu đồng.		X
c) Dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 120$ và công sai $d = 20$.		X
d) Giả sử, mỗi năm bạn sinh viên chi tiêu tiết kiệm hết 70 triệu đồng. Vậy sau 12 năm thì sinh viên đó mua được căn chung cư 2 tỉ đồng.		X

🗨️ **Lời giải.**

Ta thấy, số tiền lương năm sau hơn năm trước 15 triệu đồng nên (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 100$ và công sai $d = 15$. Do đó $u_n = u_1 + (n-1)d = 100 + (n-1) \cdot 15 = 15n + 85$.

a) ☒ Đúng.

Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là
 $u_2 = u_1 + d = 100 + 15 = 115$ (triệu đồng).
 suy ra mệnh đúng.

b) ☒ Sai.

Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là
 $u_{10} = u_1 + 9d = 15 \cdot 10 + 85 = 235$ (triệu đồng).
 Suy ra mệnh sai.

c) ☒ Sai.

Dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 100$ và công sai $d = 15$ suy ra mệnh đề sai.

d) ☒ Sai.

Tổng số tiền bạn sinh viên tiết kiệm được sau n năm là

$$S = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] - 70n = \frac{n}{2} [2 \cdot 100 + (n-1) \cdot 15] - 70n = \frac{15}{2}n^2 + \frac{45}{2}n \text{ (triệu đồng)}.$$

$$\text{Ta có } S \geq 2000 \Leftrightarrow \frac{15}{2}n^2 + \frac{45}{2}n - 2000 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 14,9 \\ n \leq -17,9. \end{cases} \Leftrightarrow n \geq 15.$$

Vậy sau 15 năm thì sinh viên đó có thể mua được chung cư với số tiền 2 tỉ đồng.
 Suy ra mệnh đề này là mệnh đề sai.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c sai ☐ d sai ☐

CÂU 3. Bạn Xuân có một cái lọ. Ngày thứ nhất bạn bỏ vào lọ 1 viên kẹo, ngày thứ hai bạn bỏ vào 2 viên kẹo, ngày thứ ba bạn bỏ vào 4 viên kẹo. Biết sau khi bỏ hết số kẹo ở ngày thứ 12 thì lọ đầy. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Ngày thứ ba số kẹo trong lọ là 4 viên.		X
b) Ngày thứ tư số kẹo trong lọ là 15 viên.	X	
c) Số kẹo khi lọ đầy là 4095 viên.	X	
d) Đến ngày thứ 9 số kẹo trong lọ chiếm $\frac{1}{4}$ lọ?.		X

🗨️ **Lời giải.**

a) **S** Sai.

Nhận xét: Quá trình bỏ viên kẹo ngày qua ngày của bạn Xuân theo quy tắc là một cấp số nhân với số hạng đầu và công bội lần lượt là $u_1 = 1, q = 2$.

Ngày thứ ba số kẹo trong lọ là $1 + 2 + 4 = 7$ viên. Suy ra mệnh đề sai.

b) **D** Đúng.

Ngày thứ tư số kẹo trong lọ là $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ viên. Suy ra mệnh đề đúng.

c) **D** Đúng.

Quá trình bỏ viên kẹo ngày qua ngày của bạn Xuân theo quy tắc là một cấp số nhân với số hạng đầu và công bội lần lượt là $u_1 = 1, q = 2$.

Gọi tổng số kẹo mà bạn ấy bỏ vào lọ là S . Do đến ngày thứ 12 lọ đầy nên ta có công thức sau

$$S_{12} = u_1 + u_2 + \dots + u_{12} = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{11} = \frac{2^{12} - 1}{2 - 1} = 4095. \text{ Suy ra mệnh đề đúng.}$$

d) **S** Sai.

Quá trình bỏ viên kẹo ngày qua ngày của bạn Xuân theo quy tắc là một cấp số nhân với số hạng đầu và công bội lần lượt là $u_1 = 1, q = 2$.

Gọi tổng số kẹo mà bạn ấy bỏ vào lọ là S , do đến ngày thứ 12 lọ đầy nên ta có công thức sau

$$S_{12} = u_1 + u_2 + \dots + u_{12} = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{11} = \frac{2^{12} - 1}{2 - 1} = 4095.$$

Để số kẹo chiếm $\frac{1}{4}$ lọ thì cần $\frac{4095}{4}$ viên kẹo.

Gọi n là số ngày, ta có $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 1 + 2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$.

Mà $S_n = \frac{4095}{4} \Leftrightarrow n \approx 10$. Suy ra mệnh đề sai.

Chọn đáp án **a sai | b đúng | c đúng | d sai**

CÂU 4. Bạn Ngọc thả một quả bóng cao su từ độ cao $20m$ m so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	D	S
a) Quãng đường quả bóng rơi xuống từ lúc thả đến lúc chạm đất lần đầu là 16 m.		X
b) Quả bóng chạm đất lần đầu nảy lên với độ cao là 36 m.		X
c) Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng chạm đất lần hai là 52 m.	X	
d) Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) là $180(m)$.	X	

Lời giải.

a) **S** Sai.

Quãng đường quả bóng rơi xuống từ lúc thả đến lúc chạm đất lần đầu là $20(m)$. Suy ra mệnh đề sai.

b) **S** Sai.

Vì mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước, nên quả bóng chạm đất lần đầu nảy lên với độ cao là $\frac{4}{5}20=16$ m. Suy ra mệnh đề sai.

c) **D** Đúng.

Quãng đường quả bóng rơi xuống từ lúc thả đến lúc chạm đất lần đầu là 20 m.

Quãng đường quả bóng nảy lên khi chạm đất lần đầu là 16 m.

Quãng đường quả bóng rơi xuống chạm đất lần hai là 16 m.

Tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng chạm đất lần hai là $20 + 16 + 16 = 52$ m.

Suy ra mệnh đề đúng.

d) **D** Đúng.

Ta có quãng đường bóng bay bằng tổng quãng đường bóng nảy lên và quãng đường bóng rơi xuống.

Vì mỗi lần bóng nảy lên bằng $\frac{4}{5}$ lần nảy trước nên ta có tổng quãng đường bóng nảy lên là $S_1 = 20 \cdot \frac{4}{5} + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 +$

$$20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \dots + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n + \dots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 20 \cdot \frac{4}{5} = 16$ và công bội $q = \frac{4}{5}$.

$$\text{Suy ra } S_1 = \frac{16}{1 - \frac{4}{5}} = 80.$$

Tổng quãng đường bóng rơi xuống bằng khoảng cách độ cao ban đầu và tổng quãng đường bóng nảy lên nên là $S_2 = 20 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right) + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \dots + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n + \dots$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = 20$ và công bội $q = \frac{4}{5}$.

$$\text{Suy ra } S_2 = \frac{20}{1 - \frac{4}{5}} = 100.$$

Vậy tổng quãng đường bóng bay là $S = S_1 + S_2 = 180$. Suy ra mệnh đề đúng.

Chọn đáp án

a sai	b sai	c đúng	d đúng
-------	-------	--------	--------

 ☐

BẢNG ĐÁP ÁN

3. Bài tập trắc nghiệm trả lời ngắn

CÂU 1. Cho một cấp số cộng (u_n) có $S_6 = 18$ và $S_{10} = 110$. Tính S_{20} .

Đáp án:

6	2	0	
---	---	---	--

Lời giải.

Giả sử cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là u_1 và công sai là d .

$$\text{Ta có } S_6 = 6u_1 + \frac{6 \cdot 5}{2}d \Leftrightarrow 6u_1 + 15d = 18. \quad (1)$$

$$S_{10} = 10u_1 + \frac{10 \cdot 9}{2}d \Leftrightarrow 10u_1 + 45d = 110. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình } \begin{cases} 6u_1 + 15d = 18 \\ 10u_1 + 45d = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -7 \\ d = 4. \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } S_{20} = 20u_1 + \frac{20 \cdot 19}{2}d = 20 \cdot (-7) + 190 \cdot 4 = 620.$$

Đáp án:

620			
-----	--	--	--

 ☐

CÂU 2. Cho cấp số cộng có số hạng tổng quát $u_n = 5n - 7$, biết tổng n số hạng đầu của cấp số cộng là $S_n = 817$. Tìm n .

Đáp án:

1	9		
---	---	--	--

Lời giải.

Gọi u_1 là số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) .

$$\text{Vì } u_n = 5n - 7 \text{ nên } u_1 = 5 \cdot 1 - 7 = -2.$$

$$\text{Áp dụng công thức } S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}, \text{ suy ra } 817 = \frac{n[-2 + (5n - 7)]}{2}.$$

$$\text{Hay } 5n^2 - 9n - 1634 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 19 \\ n = -\frac{86}{5}. \end{cases}$$

Với điều kiện $n \in \mathbb{N}^*$, ta tìm được $n = 19$.

Đáp án:

19			
----	--	--	--

 ☐

CÂU 3. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 2$, $u_2 = -4$. Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó, biết $S_n = 1366$. Hỏi giá trị của n bằng bao nhiêu?

Đáp án:

1	1		
---	---	--	--

Lời giải.

$$\text{Theo bài ra, ta có } u_1 = 2, u_2 = -4 \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = -2.$$

Áp dụng công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân với $u_1 = 2$, $q = -2$, ta có

$$S_n = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{2}{3} \cdot [1 - (-2)^n].$$

$$\text{Do } S_n = 1366 \text{ nên suy ra } \frac{2}{3} [1 - (-2)^n] = 1366 \Leftrightarrow 1 - (-2)^n = 2049 \Leftrightarrow n = 11.$$

Vậy giá trị của n bằng 11.

Đáp án:

11			
----	--	--	--

 ☐

CÂU 4. Cho dãy cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_3 - u_1 = 12 \\ u_6 - u_4 = 96 \end{cases}$. Tổng $S_7 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$ bằng?

Đáp án:

5	0	8	
---	---	---	--

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} u_3 - u_1 = 12 \\ u_6 - u_4 = 96 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^2 - u_1 = 12 \\ u_1 q^5 - u_1 q^3 = 96 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 (q^2 - 1) = 12 \\ u_1 q^3 (q^2 - 1) = 96. \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Lấy (2) chia (1) theo vế ta được $q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$.

Thay $q = 2$ vào (1) ta suy ra được $u_1 = 4$.

Vậy $S_7 = u_1 \cdot \frac{q^7 - 1}{q - 1} = 4 \cdot \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = 508$.

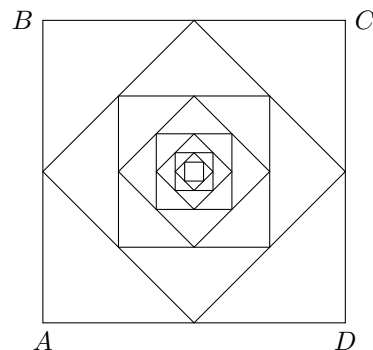
Đáp án:

508

 □

CÂU 5.

Cho hình vuông $ABCD$ có các cạnh bằng $a = 10$ dm và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là A_2, B_2, C_2, D_2 có diện tích S_3, \dots và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích có diện tích S_4, S_5, \dots, S_{100} (tham khảo hình vẽ bên). Tính tổng có diện tích $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$ (làm tròn đến hàng đơn vị).



Đáp án:

2	0	0	
---	---	---	--

Lời giải.

Ta có $S_1 = a^2; S_2 = \frac{1}{2}a^2; S_3 = \frac{1}{4}a^2, \dots$

Do đó $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = S_1 = a^2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Suy ra $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$.

Thay $a = 10$ ta được $S = \frac{100 \cdot (2^{100} - 1)}{2^{99}} \approx 200$ dm².

Đáp án:

200

 □

CÂU 6. Ba số khác nhau có tổng bằng 114 có thể coi là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân hoặc coi là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ 25 của 1 cấp số cộng. Tính tổng các số đó.

Đáp án:

1	1	4	
---	---	---	--

Lời giải.

Gọi 3 số cần tìm là x, y, z . Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 114 \\ xz = y^2. \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Lại có cấp số cộng có $u_1 = x, u_4 = y, u_{25} = z$. Gọi d là công sai của cấp số cộng ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} u_4 = u_1 + 3d \\ u_{25} = u_1 + 24d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 3d \\ z = x + 24d. \end{cases} \quad (3) \quad (4)$$

Thay (3), (4) vào (1) và (2) ta có

$$\begin{cases} x + x + 3d + x + 24d = 114 \\ x(x + 24d) = (x + 3d)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 9d = 38 \\ d(2x - d) = 0. \end{cases} \quad (5) \quad (6)$$

Từ (6) $\Rightarrow d = 0$ hoặc $d = 2x$. Thay vào (5)

☑ Với $d = 0 \Rightarrow x = 38 \Rightarrow y = z = 38$, loại do điều kiện ba số khác nhau.

☑ Với $d = 2x \Rightarrow 19x = 38 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow d = 4 \Rightarrow y = 14, z = 98$.

Vậy các số cần tìm là 2; 14; 98. Suy ra tổng các số bằng 114.

Đáp án:

114

 □

