

QUICK NOTE

QUICK NOTE

3. Phương trình $\tan x = a$.

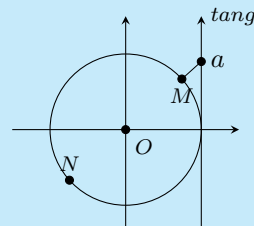
✓ Trường hợp $a \in \left\{0; \pm \frac{\sqrt{3}}{3}; \pm 1; \pm \sqrt{3}\right\}$ hoặc a bất kì. Ta bấm máy **SHIFT** **tan** để tìm góc α hoặc β° tương ứng.

① Công thức theo đơn vị rad:

$$\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

② Công thức theo đơn vị độ:

$$\tan x = \tan \beta^\circ \Leftrightarrow x = \beta^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$$



4. Phương trình $\cot x = a$.

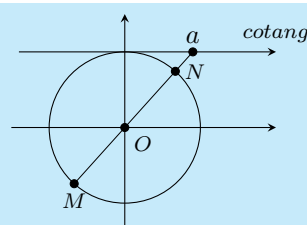
✓ Trường hợp $a \in \left\{\pm \frac{\sqrt{3}}{3}; \pm 1; \pm \sqrt{3}\right\}$ hoặc a bất kì. Ta bấm máy **SHIFT** **tan** $\left[\frac{1}{a}\right]$ để tìm góc α hoặc β° tương ứng. Riêng $a = 0$ thì $\alpha = \frac{\pi}{2}$

① Công thức theo đơn vị rad:

$$\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

② Công thức theo đơn vị độ:

$$\cot x = \cot \beta^\circ \Leftrightarrow x = \beta^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$$



1

Điều kiện có nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản

- ☑ $\sin x = a$ có tập giá trị $|a| \leq 1$.
- ☑ $\cos x = b$ có tập giá trị $|b| \leq 1$.

1. Ví dụ

VÍ DỤ 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm.

VÍ DỤ 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm.

VÍ DỤ 3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $3\sin^2 x = 2m - 1$ có nghiệm.

VÍ DỤ 4. Tìm m để phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm.

VÍ DỤ 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm?

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Tìm tất cả các tham số m sao cho trong tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1 + 2m$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

BÀI 2. Tìm m để phương trình $\sin 3x - 6 - 5m = 0$ có nghiệm.

BÀI 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình: $3\sin x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

3. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm là

- (A) $0 \leq m \leq 1$. (B) $m \leq 0$. (C) $m \geq 1$. (D) $-2 \leq m \leq 0$.

CÂU 2. Phương trình $\sin \frac{x}{2} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi.

- (A) $m \in [-1; 1]$. (B) $m \in [-2; 2]$. (C) $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$. (D) $m \in \mathbb{R}$.

CÂU 3. Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x - 2m = 1$ có nghiệm?

- (A) $0 \leq m \leq 1$. (B) $m \leq 0$. (C) $m \geq 1$. (D) $-1 \leq m \leq 0$.

CÂU 4. Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\sin 2x + 2 = m$ có nghiệm là $[a; b]$. Khi đó $a + b$ bằng

- (A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 4.

CÂU 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3 \sin 2x - m^2 + 5 = 0$ có nghiệm?

- (A) 6. (B) 2. (C) 1. (D) 7.

CÂU 6. Cho phương trình $4 \sin \left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos \left(x - \frac{\pi}{6}\right) = a^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$ (1). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a để phương trình (1) có nghiệm.

- (A) 5. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

CÂU 7. Tìm tất cả giá trị thực của m để phương trình $\cos 2x - m = 0$ vô nghiệm.

- (A) $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. (B) $m \in (1; +\infty)$.
(C) $m \in [-1; 1]$. (D) $m \in (-\infty; -1)$.

CÂU 8. Cho phương trình $\cos \left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2$. Tìm m để phương trình có nghiệm?

- (A) Không tồn tại m . (B) $m \in [-1; 3]$.
(C) $m \in [-3; -1]$. (D) $m \in \mathbb{R}$.

CÂU 9. Tìm tất cả giá trị của a để phương trình sau có nghiệm $\cos^2 3x = 2a^2 - 3a + 1$.

- (A) $a \in [0; 1]$. (B) $a \in \left[0; \frac{1}{2}\right] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.
(C) $a \in \left[0; \frac{3}{2}\right]$. (D) $a \in [0; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

2

Phương trình lượng giác cơ bản dùng Radian

☑ $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

☑ $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

☑ $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

☑ $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

1. Ví dụ

VÍ DỤ 1. Giải phương trình $\sin x = 1$.

VÍ DỤ 2. Giải phương trình $\cos x = 1$.

VÍ DỤ 3. Giải phương trình $\sin \left(\frac{3x}{4} - \frac{\pi}{3}\right) = 1$.

VÍ DỤ 4. Giải phương trình $\tan x - 1 = 0$.

VÍ DỤ 5. Giải phương trình $\sqrt{3} \tan x - 1 = 0$.

VÍ DỤ 6. Giải phương trình $\cot 3x = \cot x$.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Giải phương trình $\sin 2x = 1$

BÀI 2. Giải phương trình $\cot (3x - 1) = -\sqrt{3}$.

BÀI 3. Giải phương trình $\cot x = \cot \left(-\frac{\pi}{7}\right)$ trên khoảng $(0; 3\pi)$.

BÀI 4. Phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2018\pi; 2018\pi]$?

BÀI 5. Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 5x - \tan x = 0$ trên nửa khoảng $[0; \pi)$ bằng

QUICK NOTE

QUICK NOTE

3. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

- (A) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

CÂU 2. Phương trình $2\sin x - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- (A) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $S = \left\{ \frac{1}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

CÂU 3. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. (B) $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

CÂU 4. Số nghiệm của phương trình $\sin 2x = 0$ thỏa mãn $0 < x < 2\pi$ là?

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

CÂU 5. Nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

- (A) $x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 6. Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là

- (A) $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 7. Số nghiệm của phương trình $\cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 1$ với $\pi \leq x \leq 5\pi$ là

- (A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

CÂU 8. Phương trình $\cos x - 1 = 0$ có nghiệm là

- (A) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 9. Tập nghiệm của phương trình $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ là

- (A) $x = \pm \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 10. Tập nghiệm của phương trình $\cos 2x = \frac{1}{2}$ là

- (A) $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. (B) $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{R})$.
(C) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

CÂU 11. Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ là

- (A) $\frac{5\pi}{3}$. (B) 0. (C) $\frac{5\pi}{6}$. (D) $-\frac{5\pi}{3}$.

CÂU 12. Tính tổng S tất cả các nghiệm trên khoảng $(0; 3\pi)$ của phương trình $2\cos 3x = 1$

- (A) $S = \frac{121\pi}{9}$. (B) $S = \frac{120\pi}{9}$. (C) $S = \frac{122\pi}{9}$. (D) $S = \frac{20\pi}{3}$.

CÂU 13. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{3}\tan \frac{x}{3} + 3 = 0$.

- (A) $S = \left\{ -\frac{\pi}{9} + k3\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $S = \left\{ -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

QUICK NOTE

(C) $S = \{-\pi + k3\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

(D) $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

CÂU 14. Nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{\pi}{3}$ là

(A) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

CÂU 15. Phương trình $\tan x = 1$ có nghiệm là

(A) $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi.$

(B) $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi.$

(C) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$

(D) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

CÂU 16. Phương trình $\sqrt{3}\tan 2x - 3 = 0$ có nghiệm là

(A) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

CÂU 17. Cho phương trình $\sqrt{3}\tan 2x = 3$ có nghiệm x_0 khi đó $\cos x_0$ nhận giá trị là

(A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}.$

(B) $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}; \pm \frac{1}{2}.$

(C) $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}.$

(D) $\pm \frac{1}{2}.$

CÂU 18. Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 2x = \tan x$ trên $[-\pi; 2\pi]$ là

(A) $\pi.$

(B) $\frac{\pi}{2}.$

(C) $4\pi.$

(D) $2\pi.$

CÂU 19. Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

(A) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

CÂU 20. Nghiệm của phương trình $\tan 2x = \tan \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ là

(A) $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

CÂU 21. Phương trình lượng giác $\sqrt{3}\cot x - 3 = 0$ có nghiệm là

(A) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

CÂU 22. Phương trình $\cot \left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 1$ có nghiệm

(A) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

3

Phương trình lượng giác cơ bản dùng độ

☑ $\sin x = \sin \alpha^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - \alpha^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

☑ $\cos x = \cos \alpha^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha^\circ + k360^\circ \\ x = -\alpha^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

☑ $\tan x = \tan \alpha^\circ \Leftrightarrow x = \alpha^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z}).$

☑ $\cot x = \cot \alpha^\circ \Leftrightarrow x = \alpha^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z}).$

1. Ví dụ

VÍ DỤ 1. Tìm góc lượng giác x sao cho:

a) $\sin x = \sin 55^\circ;$

c) $\tan x = \tan 67^\circ;$

b) $\cos x = \cos(-87^\circ);$

d) $\cot x = \cot(-83^\circ).$

VÍ DỤ 2. Giải các phương trình sau:

QUICK NOTE

a) $\sin(x + 20^\circ) = \frac{1}{2}$;

b) $\sin(x + 30^\circ) = \sin(x + 60^\circ)$.

VÍ DỤ 3. Giải phương trình $\sin 2x = \sin(60^\circ - 3x)$.

VÍ DỤ 4. Giải phương trình $\cos 2x = \cos(45^\circ - x)$.

VÍ DỤ 5. Giải phương trình: $\sqrt{3} \tan\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = 1$.

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Giải phương trình $\cos(x - 15^\circ) = -\frac{1}{2}$.

BÀI 2. Giải phương trình: $\cos(2x - 60^\circ) = \frac{1}{3}$.

BÀI 3. Giải phương trình $\tan(x + 30^\circ) + 1 = 0$ với $-90^\circ < x < 360^\circ$.

BÀI 4. Giải phương trình $3 \cot^2(5x + 40^\circ) = 1$.

BÀI 5. Giải phương trình: $\tan(3x - 20^\circ) - \cot(2x + 15^\circ) = 0$.

BÀI 6. Giải phương trình: $\cot(x + 30^\circ) = \cot \frac{x}{2}$

3. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Phương trình $\sin x = \sin a^\circ$ tương đương với

(A) $\begin{cases} x = a^\circ + k360^\circ \\ x = -a^\circ + k60^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = a^\circ + k60^\circ \\ x = 180^\circ - a^\circ + 60^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $x = a^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $x = -a^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z}).$

CÂU 2. Hỏi $x = 45^\circ$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

(A) $\sin x = 1.$

(B) $\cos x = 1.$

(C) $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}.$

(D) $\sin 2x = 0.$

CÂU 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos 3x = \cos 45^\circ$.

(A) $S = \{15^\circ + k120^\circ; 45^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

(B) $S = \{-15^\circ + k120^\circ; 15^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

(C) $S = \{15^\circ + k360^\circ; 45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

(D) $S = \{-15^\circ + k360^\circ; 15^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

CÂU 4. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos(2x - 30^\circ) = -\frac{1}{2}$.

(A) $S = \{-45^\circ + k360^\circ; 75^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

(B) $S = \{-45^\circ + k180^\circ; 45^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

(C) $S = \{-45^\circ + k180^\circ; 75^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

(D) $S = \{-75^\circ + k180^\circ; 75^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

CÂU 5. Nghiệm của phương trình $\tan x = \tan 25^\circ$ là

(A) $x = 25^\circ + k360^\circ$ và $x = 155^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = 25^\circ + k180^\circ$ và $x = 155^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = 25^\circ + k360^\circ$ và $x = -25^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = 25^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

CÂU 6. Phương trình $\tan(2x + 12^\circ) = 0$ có họ nghiệm là

(A) $x = -6^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = -6^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = -12^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = -6^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

CÂU 7. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin 3x = 0$ thuộc khoảng $(0; 180^\circ)$.

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

CÂU 8. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos(x + 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(A) $S = \{120^\circ + k360^\circ; k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

(B) $S = \{120^\circ + k360^\circ; -180^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

QUICK NOTE

(C) $S = \{120^\circ + k180^\circ; k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

(D) $S = \{120^\circ + k180^\circ; -180^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

CÂU 9. Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cot(x + 60^\circ) - 1 = 0.$

(A) $x = -30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = -30^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

CÂU 10. Cho phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ biết rằng $-90^\circ < x < 90^\circ$. Số nghiệm của phương trình là

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

CÂU 11. Số nghiệm của phương trình $\sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$ là

(A) 2.

(B) 4.

(C) 6.

(D) 7.

CÂU 12. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sin(x + 30^\circ) \cdot \cos(x - 45^\circ) = 0.$

(A) $S = \{-30^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

(B) $S = \{-30^\circ + k180^\circ; 135^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

(C) $S = \{135^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

(D) $S = \{45^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

4

Phương trình đưa về phương trình lượng giác cơ bản

1. Ví dụ

VÍ DỤ 1. Giải phương trình: $\sin 2x = \cos 3x.$

VÍ DỤ 2. Giải phương trình: $\sin 4x - \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0.$

VÍ DỤ 3. Giải các phương trình sau:

a) $\sin 2x + \cos 4x = 0.$

b) $\cos 3x = -\cos 7x.$

VÍ DỤ 4. Giải phương trình: $\cos^2 2x = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right).$

VÍ DỤ 5. Giải phương trình: $\sin x + \sin 2x = 0.$

VÍ DỤ 6. Giải phương trình sau: $\sqrt{3} \cdot \sin x + \cos x = 1.$

VÍ DỤ 7. Giải phương trình: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1.$

VÍ DỤ 8. Giải phương trình: $\sqrt{3} \cos x - \sin x = \sqrt{2}.$

VÍ DỤ 9. Giải phương trình: $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2}.$

VÍ DỤ 10. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin 5x + \sqrt{3} \cos 5x = 2 \sin 7x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right).$

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Giải phương trình: $\sin 3x - \cos 5x = 0.$

BÀI 2. Giải phương trình $\sin 2x + \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0.$

BÀI 3. Giải phương trình: $\tan(2x + 1) + \cot x = 0.$

BÀI 4. Tìm $x \in (-\pi; \pi)$ sao cho $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0.$

BÀI 5. Giải phương trình: $2 \sin^2 x - 1 + \cos 3x = 0.$

BÀI 6. Giải phương trình $\sin 3x + \cos 2x - \sin x = 0.$

BÀI 7. Giải phương trình $\sin x \cdot \cos 2x = \sin 2x \cdot \cos 3x.$

BÀI 8. Giải phương trình: $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}.$

BÀI 9. Giải phương trình: $\tan^2 4x - \tan^2\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = 0.$

QUICK NOTE

BÀI 10. Giải phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$.

BÀI 11. Giải phương trình $\cos x - \sqrt{3} \sin x = -2$.

BÀI 12. Tìm tập nghiệm của trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$.

BÀI 13. Giải phương trình $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2$.

BÀI 14. Giải phương trình $\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = 1$.

3. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$ của phương trình $\sin x + \sin 2x = 0$.

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

CÂU 2. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin 5x = 0$.

- (A) 4. (B) 5. (C) 6. (D) 7.

CÂU 3. Phương trình $\tan 2x + \tan x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong đoạn $[-4\pi; 5\pi]$?

- (A) 28. (B) 27. (C) 19. (D) 18.

CÂU 4. Giải phương trình $\sin x + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2$.

- (A) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 5. Họ nghiệm của phương trình $\tan 3x \cdot \tan x = 1$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 6. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{-1}{2\sqrt{2}\cos x}$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ là

- (A) $\frac{9\pi}{8}$. (B) $\frac{15\pi}{8}$. (C) 5π . (D) $\frac{11\pi}{8}$.

CÂU 7. Giải phương trình $\sin^2 2x = \cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

- (A) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.
(B) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, x = \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.
(D) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 8. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn tất các nghiệm của phương trình $\sin 4x \cos x = \sin 5x \cos 2x$?

- (A) 2 điểm. (B) 5 điểm. (C) 9 điểm. (D) 14 điểm.

CÂU 9. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn tất các nghiệm của phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 2x$?

- (A) 2 điểm. (B) 3 điểm. (C) 4 điểm. (D) 1 điểm.

CÂU 10. Phương trình $\sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x = -1$ tương đương với phương trình nào sau đây?

- (A) $\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$. (B) $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6}$.
(C) $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$. (D) $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

CÂU 11. Phương trình $\sqrt{3} \sin x + \cos x = -\frac{1}{4}$ tương đương với phương trình nào sau đây?

- (A) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{8}$. (B) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{4}$.
(C) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{4}$. (D) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{8}$.

QUICK NOTE

CÂU 12. Một vật thể chuyển động với vận tốc thay đổi có phương trình $v(t) = 2 + \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (t tính bằng giây, vận tốc tính bằng m/s²). Trong khoảng 1 giây đầu chuyển động, thời điểm vật thể đạt vận tốc 3 m/s² là

- (A) 1 giây. (B) $\frac{1}{4}$ giây. (C) $\frac{1}{2}$ giây. (D) $\frac{3}{4}$ giây.

CÂU 13. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $\sin x + 2\sin 2x + \sin 3x = 0$.

- (A) 6. (B) 5. (C) 4. (D) 3.

CÂU 14. Cho phương trình $\sin x + 2\sin 2x + \sin 3x = \cos x + 2\cos 2x + \cos 3x$. Tính tổng S tất cả các nghiệm trong đoạn $(0; \pi)$ của phương trình đã cho.

- (A) $S = \frac{3\pi}{4}$. (B) $S = \frac{5\pi}{8}$. (C) $S = \frac{17\pi}{12}$. (D) $S = \frac{13\pi}{12}$.

CÂU 15. Cho phương trình $\sin x \cos x = 2(\sin^4 x + \cos^4 x) - \frac{3}{2}$. Tính tổng S tất cả các nghiệm thuộc $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình đã cho.

- (A) $S = \frac{\pi}{2}$. (B) $S = \frac{5\pi}{12}$. (C) $S = \frac{\pi}{12}$. (D) $S = \frac{5\pi}{4}$.

CÂU 16. Phương trình $\tan\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = 1$ có nghiệm là

- (A) $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 17. Nghiệm của phương trình $\tan 2x - \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ có dạng $x = \frac{\pi}{n} + \frac{k\pi}{m}, k \in \mathbb{Z}$. Khi đó $m \cdot n$ bằng

- (A) 8. (B) 32. (C) 36. (D) 12.

CÂU 18. Với $k \in \mathbb{Z}$, họ nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\cos x + \sin x = -2$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$. (B) $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi$. (C) $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi$. (D) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

CÂU 19. Nghiệm của phương trình $\cos x - \sqrt{3}\sin x = -2$ là

- (A) $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 20. Nghiệm của phương trình $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 2\sin 3x$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.
(B) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(D) $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

CÂU 21. Giải phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin 3x$.

- (A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{5} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. (B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

CÂU 22. Phương trình $\sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2}\cos x$ có hai họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$ và $x = \beta + \frac{k2\pi}{3}$, trong đó $\alpha \in (0; \pi)$ và $\beta \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó, giá trị $2\alpha - \beta$ là

- (A) $-\frac{\pi}{4}$. (B) $\frac{7\pi}{4}$. (C) $-\frac{11\pi}{4}$. (D) $\frac{5\pi}{4}$.

CÂU 23. Phương trình $\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x \cos x = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$?

- (A) 5. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

2. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Nhiệt độ ngoài trời ở một thành phố vào các thời điểm khác nhau trong ngày có thể được mô phỏng bởi công thức $h(t) = 30 + 3 \sin \frac{\pi}{12}(t - 5)$. Với h tính bằng độ C và t là thời gian trong ngày tính bằng giờ. Nhiệt độ lúc 7 giờ sáng là bao nhiêu?

- (A) 31,5 độ C . (B) 32,5 độ C . (C) 30 độ C . (D) 37 độ C .

CÂU 2. Nhiệt độ ngoài trời ở một thành phố vào các thời điểm khác nhau trong ngày có thể được mô phỏng bởi công thức

$$h(t) = 29 + 3 \sin \frac{\pi}{12}(t - 9).$$

với h tính bằng độ C và t là thời gian trong ngày tính bằng giờ. Thời gian nhiệt độ cao nhất trong ngày là

- (A) 13 giờ. (B) 15 giờ. (C) 12 giờ. (D) 14 giờ.

CÂU 3. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 4 \sin \left[\frac{\pi}{18} \cdot (t - 80) \right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 \leq t \leq 365$. Số giờ nắng của ngày thứ 83 là

- (A) 12. (B) 11. (C) 14. (D) 8.

CÂU 4. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t trong một năm không nhuận được cho bởi công thức

$$d(t) = 4 \sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 70) \right] + 16 \text{ với } t \in \mathbb{R} \text{ và } 0 < t \leq 365.$$

Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có ít ánh sáng mặt trời nhất

- (A) 353. (B) 171. (C) 161. (D) 343.

CÂU 5. Hằng ngày mực nước con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức $h = 3 \cos \left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} \right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi $t = t_0$. Tính giá trị của $P = t_0^2 + t_0$.

- (A) $t = 272$. (B) $t = 182$. (C) $t = 240$. (D) $t = 210$.

CÂU 6. Số giờ có ánh sáng của thành phố Hà Nội trong ngày thứ t của năm 2019 được cho bởi một hàm số $y = 4 \sin \left| \frac{\pi}{178}(t - 60) \right| + 10$, với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố có ít giờ ánh sáng mặt trời nhất?

- (A) 23 tháng 11. (B) 24 tháng 11. (C) 25 tháng 11. (D) 22 tháng 11.

CÂU 7. Hằng ngày mực nước con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức $h = 3 \cos \left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} \right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi $t = t_0$. Tính giá trị của $P = t_0^2 + t_0$.

- (A) $t = 272$. (B) $t = 182$. (C) $t = 240$. (D) $t = 210$.

CÂU 8. Hằng ngày mực nước của con kênh lên, xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ), $0 \leq t \leq 24$ trong một ngày được tính bởi công thức $h(t) = 3 \cos \left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} \right) + 3$. Hỏi trong một ngày có mấy thời điểm mực nước của con kênh đạt độ sâu lớn nhất?

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

CÂU 9. Giả sử một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 2 \sin \left(5t - \frac{\pi}{6} \right)$. Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimet. Vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần trong 3 giây đầu.

- (A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 8.

CÂU 10. Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $v_0 = 500$ m/s hợp với phương ngang một góc α . Trong Vật lý, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình $y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + x \tan \alpha$, ở đó $g = 10$ m/s² là gia tốc trọng trường. Góc bắn α để quả đạn bay xa nhất là

QUICK NOTE

QUICK NOTE

6

Phương trình bậc n theo một hàm số lượng giác

Quan sát và dùng các công thức biến đổi để đưa phương trình về cùng một hàm lượng giác (cùng sin hoặc cùng cos hoặc cùng tan hoặc cùng cot) với cùng góc giống nhau, chẳng hạn:

Dạng	Đặt ẩn phụ	Điều kiện
$a \sin^2 x + b \sin x + c = 0$	$t = \sin x$	$-1 \leq t \leq 1$
$a \cos^2 x + b \cos x + c = 0$	$t = \cos x$	$-1 \leq t \leq 1$
$a \tan^2 x + b \tan x + c = 0$	$t = \tan x$	$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$
$a \cot^2 x + b \cot x + c = 0$	$t = \cot x$	$x \neq k\pi$

Nếu đặt $t = \sin^2 x, \cos^2 x$ hoặc $t = |\sin x|, |\cos x|$ thì điều kiện là $0 \leq t \leq 1$.

⚡ NHẬN XÉT. Khi gặp phương trình bậc 3; 4... ta có thể làm tương tự.

1. Ví dụ

VÍ DỤ 1. Giải các phương trình sau

- a) $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0.$ b) $\sin^2 x + 3 \sin x + 2 = 0.$
c) $\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1) \tan x - \sqrt{3} = 0.$

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Giải các phương trình lượng giác sau

- a) $6 \cos^2 x + 5 \sin x - 2 = 0.$ b) $2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0.$
c) $3 - 4 \cos^2 x = \sin x(2 \sin x + 1).$ d) $-\sin^2 x - 3 \cos x + 3 = 0.$

BÀI 2. Giải các phương trình lượng giác sau:

- a) $2 \cos 2x - 8 \cos x + 5 = 0.$ b) $1 + \cos 2x = 2 \cos x.$
c) $9 \sin x + \cos 2x = 8.$ d) $2 + \cos 2x + 5 \sin x = 0.$
e) $2 \cos 2x + 8 \sin x - 5 = 0.$

BÀI 3. Giải các phương trình lượng giác sau:

- a) $2 \cos^2 2x + 5 \sin 2x + 1 = 0.$ b) $5 \cos x - 2 \sin \frac{x}{2} + 7 = 0.$
c) $\sin^2 x + \cos 2x + \cos x = 2.$ d) $\cos 2x + \cos^2 x - \sin x + 2 = 0.$

BÀI 4. Giải các phương trình lượng giác sau

- a) $3 \sin^2 x + 2 \cos^4 x - 2 = 0.$ b) $4 \sin^4 x + 2 \cos^2 x = 7.$
c) $4 \cos^4 x = 4 \sin^2 x - 1$ d) $4 \sin^4 x + 5 \cos^2 x - 4 = 0$

BÀI 5. Giải các phương trình sau

- a) $\cos^3 x + 3 \cos^2 x + 2 \cos x = 0.$ b) $23 \sin x - \sin 3x = 24.$
c) $2 \cos 3x \cdot \cos x - 4 \sin^2 2x + 1 = 0.$ d) $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{15}{8} \cos 2x - \frac{1}{2}.$

3. Bài tập trắc nghiệm

CÂU 1. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0$ là

- (A) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ (B) $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
(C) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ (D) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

CÂU 2. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $2 \tan^2 x + 5 \tan x + 3 = 0$ là

- (A) $-\frac{\pi}{4}.$ (B) $-\frac{\pi}{3}.$ (C) $-\frac{\pi}{6}.$ (D) $-\frac{5\pi}{6}.$

QUICK NOTE

CÂU 3. Cho phương trình $\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$. Đặt $\sin x = t$ ($-1 \leq t \leq 1$) ta được phương trình nào sau đây?

- (A)** $t^2 + 3t + 2 = 0$. **(B)** $t^2 - 3t + 2 = 0$. **(C)** $t^2 - 3t - 2 = 0$. **(D)** $t^2 + 3t - 3 = 0$.

CÂU 4. Phương trình $\sin^2 x - 3 \cos x - 4 = 0$ có nghiệm là

- (A)** $x = -\pi + k2\pi$. **(B)** Vô nghiệm. **(C)** $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. **(D)** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

CÂU 5. Giải phương trình $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$ có nghiệm là

- (A)** $x = -\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$
(B) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
- (C)** $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$
(D) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

CÂU 6. Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ là

- (A)** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- (B)** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2}{3}\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\frac{2}{3}\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- (C)** $x = \frac{\pi}{2} + k\frac{5}{2}\pi, \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{1}{2}\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\frac{1}{2}\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- (D)** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

CÂU 7. Cho phương trình $3 \cos 2x - 10 \cos x - 4 = 0$. Đặt $t = \cos x$ thì phương trình đã cho trở thành phương trình nào sau đây?

- Ⓐ $6t^2 - 10t - 4 = 0$. Ⓑ $3t^2 - 10t - 4 = 0$.
Ⓒ $-6t^2 - 10t - 1 = 0$. Ⓓ $6t^2 - 10t - 7 = 0$.

CÂU 8. Tập nghiệm của phương trình $\sin x + \cos 2x = 0$ là

- (A)** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{2} + \frac{k2\pi}{3}$.
 (B) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$.
- (C)** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$.
 (D) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = -\frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{3}$.

CÂU 9. Nghiệm của phương trình lượng giác $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ thỏa điều kiện $0 < x < \frac{\pi}{2}$ là

- Ⓐ $x = \frac{\pi}{2}$. Ⓑ $x = \frac{\pi}{3}$. Ⓒ $x = \frac{\pi}{6}$. Ⓓ $\frac{5\pi}{6}$.

CÂU 10. Tìm nghiệm phương trình $3 \sin^2 2x - 7 \sin 2x + 4 = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$.

- Ⓐ $x = \frac{\pi}{3}$. Ⓑ $x = \frac{\pi}{4}$. Ⓒ $x = \frac{\pi}{2}$. Ⓓ $x = \frac{\pi}{6}$.

CÂU 11. Tính tổng các nghiệm của phương trình $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$ trong $[0; 2\pi]$.

- Ⓐ 0. Ⓑ $\frac{8\pi}{3}$. Ⓒ π . Ⓓ $\frac{5\pi}{6}$.

CÂU 12. Tổng các nghiệm của phương trình $\tan x + \cot x = 2$ trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là

- Ⓐ $-\pi$. Ⓑ $-\frac{\pi}{2}$. Ⓒ $\frac{5\pi}{4}$. Ⓓ $\frac{\pi}{4}$.

CÂU 13. Số nghiệm của phương trình $\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}$ thuộc $[0; 2\pi]$ là

- Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

CÂU 14. Họ nghiệm của phương trình $16(\sin^8 x + \cos^8 x) = 17 \cos^2 2x$ là

- (A)** $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{5\pi}{4} \ (k \in \mathbb{Z}).$
(B) $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{7\pi}{4} \ (k \in \mathbb{Z}).$
- (C)** $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{9\pi}{4} \ (k \in \mathbb{Z}).$
(D) $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \ (k \in \mathbb{Z}).$

QUICK NOTE

CÂU 15. Nghiệm của phương trình $\cos^4 x - \cos 2x + 2 \sin^6 x = 0$.

- (A) $x = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). (B) $x = k\frac{1}{2}\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
(C) $x = k\frac{2}{3}\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). (D) $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

CÂU 16. Giải phương trình $5(1 + \cos x) = 2 + \sin^4 x - \cos^4 x$.

- (A) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi$. (B) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\frac{2}{3}\pi$. (C) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\frac{3}{4}\pi$. (D) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

CÂU 17. Nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x$ là

- (A) $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$). (B) $\begin{cases} x = k\frac{1}{2}\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
(C) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$). (D) $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

CÂU 18. Giải phương trình $7\cos x = 4\cos^3 x + 4\sin 2x$.

- (A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\frac{1}{4}\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\frac{1}{2}\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$.

CÂU 19. Giải phương trình $\cos 4x = \cos^2 3x$.

- (A) $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \pm \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{12} + k\frac{1}{2}\pi \\ x = \pm \frac{5\pi}{12} + k\frac{1}{2}\pi \end{cases}$.
(C) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{12} + k3\pi \\ x = \pm \frac{5\pi}{12} + k3\pi \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \pm \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}$.

CÂU 20. Cho phương trình: $\cos 2x - (2m + 1)\cos x + m + 1 = 0$. Tìm m để phương trình có nghiệm $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

- (A) $-1 \leq m < 0$. (B) $-1 \leq m \leq 0$. (C) $-1 < m < 0$. (D) $-1 \leq m \leq 1$.

CÂU 21. Cho phương trình $3\cos 4x - 2\cos^2 3x = 1$. Trên đoạn $[0; \pi]$, tổng các nghiệm của phương trình là

- (A) 0. (B) π . (C) 2π . (D) 3π .

MỤC LỤC

Bài 4. Phương trình lượng giác cơ bản	1
A Tóm tắt lý thuyết	1
Dạng 1. Điều kiện có nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản	2
Dạng 2. Phương trình lượng giác cơ bản dùng Radian	3
Dạng 3. Phương trình lượng giác cơ bản dùng độ	5
Dạng 4. Phương trình đưa về phương trình lượng giác cơ bản	7
Dạng 5. Toán thực tế liên môn	10
Dạng 6. Phương trình bậc n theo một hàm số lượng giác	12

