

Dạng 2. Biện luận số giao điểm dựa vào đồ thị, bảng biến thiên

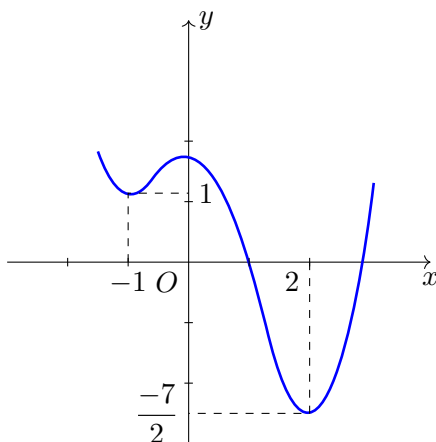
QUICK NOTE

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.



VÍ DỤ 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} , có bảng biến thiên. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 1 = 0$

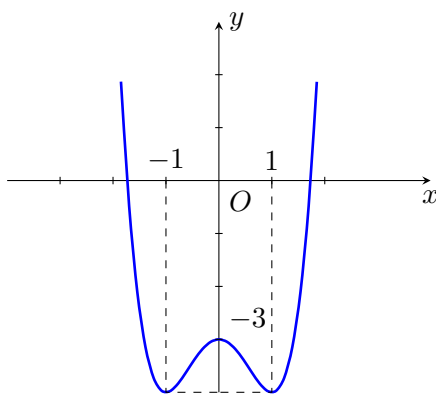
- A.** 3. **B.** 2.
C. 0. **D.** 1.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$				0			$+\infty$
	$-\infty$					-4	

VÍ DỤ 3.

Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

- A.** $m = -3$. **B.** $m = -4$.
C. $m = 0$. **D.** $m = 4$.



VÍ DỤ 4. Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $-x^3 - 3x^2 + 2 = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

- A.** $m \in (-2; 2)$. **B.** $m \in \emptyset$. **C.** $m \in (-2; 1)$. **D.** $m \in [-2; 2]$.

VÍ DỤ 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm.

- A.** $m > 3$. **B.** $m < 0$.
C. $m \leq 0$. **D.** $m = 1$ và $m < 0$.

1. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên sau:

QUICK NOTE

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	0	-1	$+\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	4	3	-1

Số nghiệm của phương trình $f(x) - \frac{5}{2} = 0$ là

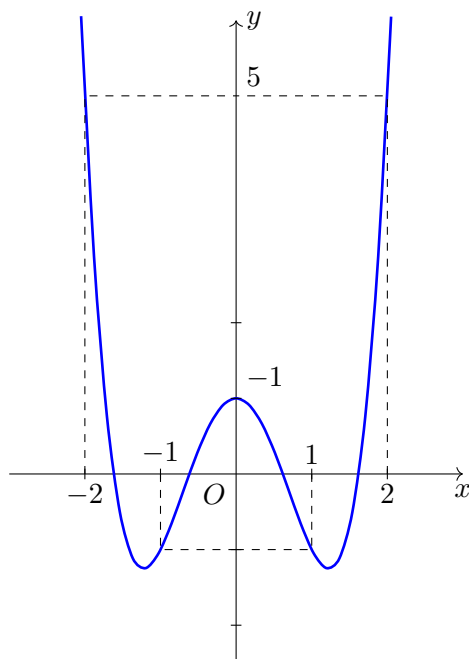
- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

CÂU 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 0.

CÂU 4. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên dưới.



Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + 2m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt là

- A.** $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{5}{4} < m < 1$. **C.** $-\frac{5}{8} < m < \frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2} < m < \frac{5}{8}$.

CÂU 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} , có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm là

- A.** $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
C. $(-2; 2)$. **D.** $[-2; 2]$.

CÂU 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$	4	$+\infty$

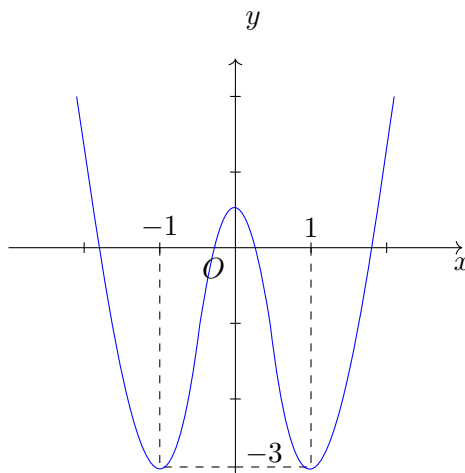
Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x) = m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A.** $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$. **B.** $1 < m < 5$. **C.** $m < 1$. **D.** $m > 5$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 7. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 1.

CÂU 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	0	$-$
$f(x)$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	1

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = m$ tại hai điểm phân biệt.

- A.** $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right] \setminus \{1\}$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$. **D.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \setminus \{1\}$.

CÂU 9. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x + m - 2$ không có điểm chung với trục hoành.

- A.** $m > -2$. **B.** $m < 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m < -2$.

CÂU 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	$-$	$+$	
$f(x)$	3	$+\infty$	2	$-\infty$	-3

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = 3m$ có ba nghiệm phân biệt.

- A. $-1 < m < \frac{2}{3}$. B. $m < -1$. C. $m \leq -1$. D. $m < -3$.

CÂU 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

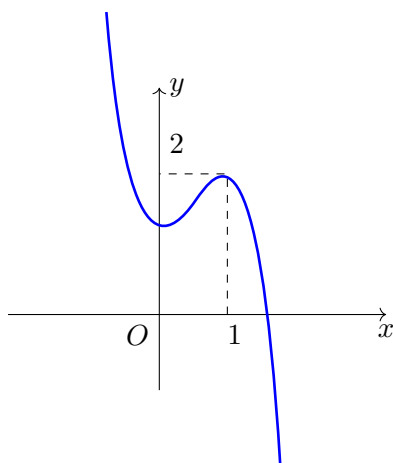
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

- A. $(-\sqrt{2}; -1]$. B. $(-\sqrt{2}; -1)$. C. $(-1; 1]$. D. $(-1; 1)$.

CÂU 12. Tìm tất cả các giá trị của k để phương trình $4x^2(1-x^2) = 1-k$ có bốn nghiệm thực phân biệt

- A. $0 < k < 1$. B. $0 < k < 2$. C. $k < 3$. D. $-1 < k < 1$.

CÂU 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $2 \cdot |f(x-1)| - 3 = 0$ là

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

CÂU 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 + 3 + 3m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $1 < m < \frac{4}{3}$. B. $-\frac{4}{3} \leq m \leq -1$.
C. $3 < m < 4$. D. $-\frac{4}{3} < m < -1$.

CÂU 15. Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $(\sqrt{4-x} + \sqrt{4+x})^3 - 6\sqrt{16-x^2} + 2m + 1 = 0$

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m > \frac{-1 - 16\sqrt{2}}{2}$.
C. $-\frac{41}{2} \leq m \leq \frac{-1 - 16\sqrt{2}}{2}$. D. $m < -\frac{41}{2}$.

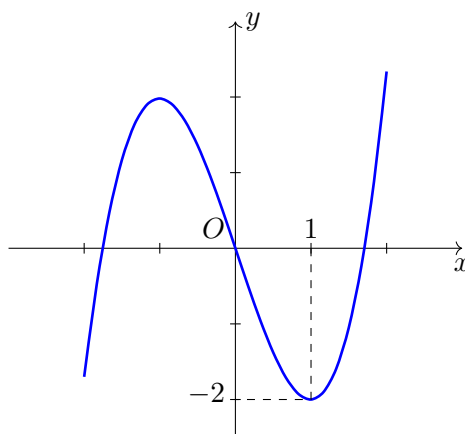
CÂU 16. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^4 - 3x^2 - m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m > -1$ hoặc $m = -\frac{13}{4}$. B. $m > -1$.
C. $m \geq -1$ hoặc $m = -\frac{13}{4}$. D. $m \geq -1$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Với các giá trị nào của tham số m thì phương trình $f(|x|) = 3m + 1$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $m < -1$.

B. $-1 < m < -\frac{1}{3}$.

C. $1 < m < 2$.

D. $m < 2$.

CÂU 18. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $\frac{|x|-2}{|x|+1} = m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt là

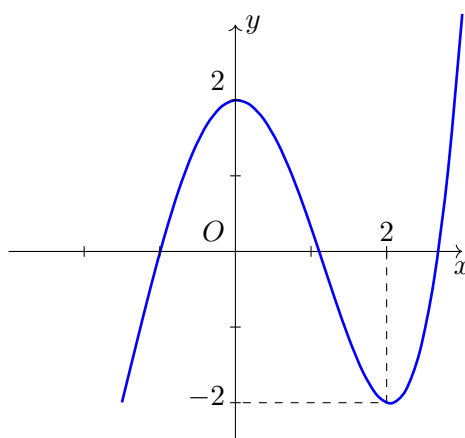
A. $[1; 2] \cup \{0\}$.

B. $[1; 2) \cup \{0\}$.

C. $[0; 2)$.

D. $[1; 2)$.

CÂU 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi m là số nghiệm thực của phương trình $f(f(x)) = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m = 6$.

B. $m = 7$.

C. $m = 5$.

D. $m = 9$.

CÂU 20. Tìm m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $y = mx + m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $A(-1; 0)$, B , C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 8.

A. $m = 3$.

B. $m = 1$.

C. $m = 4$.

D. $m = 2$.

CÂU 21. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt thì phương trình $2f(x) \cdot f''(x) = [f'(x)]^2$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

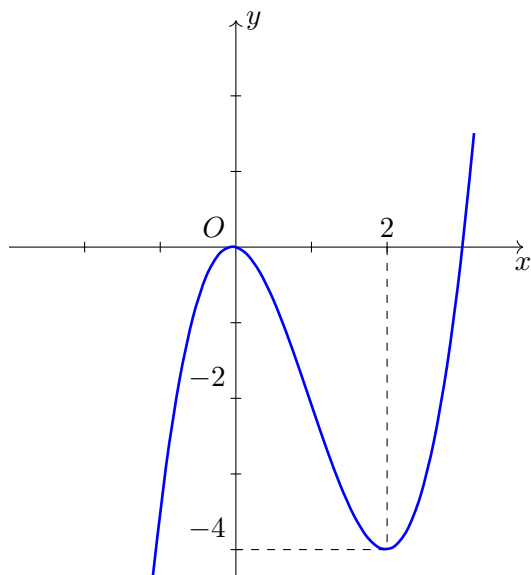
A. 3 nghiệm.

B. 1 nghiệm.

C. 2 nghiệm.

D. 4 nghiệm.

CÂU 22. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Dựa vào đồ thị (C) , tìm m để phương trình $(\sqrt{2-x} + \sqrt{x+1})^3 - 6\sqrt{2+x-x^2} = m$ có nghiệm thực.



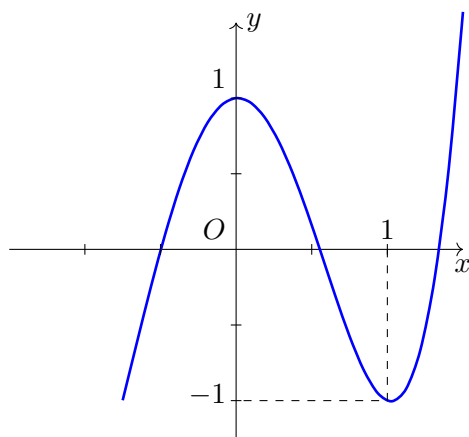
A. $-9 \leq m \leq 6\sqrt{6} - 9$.

B. $3\sqrt{3} - 9 \leq m \leq 6\sqrt{6} - 9$.

C. $5 \leq m \leq 3\sqrt{6} - 9$.

D. $5 \leq m \leq 6\sqrt{6} - 9$.

CÂU 23. Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó phương trình $4(4x^3 - 6x^2 + 1)^3 - 6(4x^3 - 6x^2 + 1)^2 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 3.

B. 6.

C. 7.

D. 9.

CÂU 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	1		

Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $|f(x - 2018) + 2| = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. $-3 < m < 1$.

B. $0 < m < 1$.

C. Không có giá trị của m .

D. $1 < m < 3$.

Dạng 3. Sự tương giao của hai đồ thị

QUICK NOTE

QUICK NOTE

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Tìm tọa độ điểm I là giao điểm của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 3x$ với đường thẳng $y = -x + 2$.

- A.** $I(1, 1)$. **B.** $I(2, 1)$. **C.** $I(2, 2)$. **D.** $I(1, 2)$.

VÍ DỤ 2. Đồ thị hàm số $y = 15x^4 - 3x^2 - 2018$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

- A.** 1 điểm. **B.** 3 điểm. **C.** 4 điểm. **D.** 2 điểm.

VÍ DỤ 3. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt sao cho $AB = 4$.

- A.** $m = -1$. **B.** $\begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$. **D.** $m = 4$.

VÍ DỤ 4. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho B là trung điểm AC . Phát biểu nào dưới đây đúng?

- A.** $m \in (-4; 0)$. **B.** $m \in (-4; -2)$.
C. $m \in (-\infty; -4)$. **D.** $m \in (0; +\infty)$.

VÍ DỤ 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $mx - \sqrt{x-3} = m+1$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A.** $0 < m < \frac{1+\sqrt{3}}{4}$. **B.** $m > 0$.
C. $\frac{1}{2} \leq m < \frac{1+\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}$.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Tìm số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = \sqrt{x+3}$ và $y = x+1$.

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

CÂU 2. Biết đồ thị hai hàm số $y = x-1$ và $y = \frac{2x-1}{x+1}$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A.** $AB = \sqrt{2}$. **B.** $AB = 4$. **C.** $AB = 2\sqrt{2}$. **D.** $AB = 8$.

CÂU 3. Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

CÂU 4. Cho hai đồ thị $(C): y = x^3 - 2x^2 + 1$ và $(P): y = x^2 + 5x + 1$. Tìm số điểm chung của (C) và (P) .

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

CÂU 5. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x + 3$ với đồ thị hàm số $y = x + 3$.

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

CÂU 6. Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+4)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** cắt trục hoành tại ba điểm.
C. cắt trục hoành tại một điểm. **D.** không cắt trục hoành.

CÂU 7. Đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

CÂU 8. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

- A.** $y = \frac{2x-3}{3x-1}$. **B.** $y = \frac{3x+4}{x-1}$. **C.** $y = \frac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y = \frac{-2x+3}{x+1}$.

CÂU 9. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

CÂU 10. Tìm hoành độ các giao điểm của đường thẳng $y = 2x - \frac{13}{4}$ với đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$.

- A. $x = 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $x = -\frac{11}{4}; x = 2$.
C. $x = 1; x = 2; x = 3$. D. $x = -\frac{11}{4}$.

CÂU 11. Cho a và b là hai số thực dương. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |x^4 - ax^2 - b|$.

- A. 5. B. 3. C. 6. D. 4.

CÂU 12. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$ với trục tung.

- A. $(0; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(1; -1)$. D. $(1; 0)$.

CÂU 13. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 3}$ cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B . Tính diện tích S của tam giác OAB .

- A. $S = \frac{1}{12}$. B. $S = \frac{1}{6}$. C. $S = 3$. D. $S = 6$.

CÂU 14. Biết đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ x_M bằng:

- A. $x_M = 1 - \sqrt{2}$. B. $x_M = -2$. C. $x_M = 1$. D. $x_M = 1 + \sqrt{2}$.

CÂU 15. Cho đồ thị $(C): y = 2x^4 - 3x^2 + 2x + 2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 1$. Hỏi d và (C) có bao nhiêu giao điểm nằm bên trái trục tung.

- A. 2. B. 4. C. 0. D. 1.

CÂU 16. Tìm giá trị nguyên của m để hàm số $y = 2x^3 - 3(m + 3)x^2 + 18mx - 80$ tiếp xúc với trục hoành?

- A. $m = 5$. B. $m = 7$. C. $m = 6$. D. $m = 4$.

CÂU 17. Gọi k là số giá trị thực của tham số m để phương trình $\left| \frac{x - 2}{x + 1} \right| = m^2$ có đúng một nghiệm thực. Giá trị của k bằng bao nhiêu?

- A. $k = 1$. B. $k = 2$. C. $k = 3$. D. $k = 4$.

CÂU 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2x - 1 = m(x - 1)$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1; 0]$.

- A. $m \geq 1$. B. $m \leq \frac{3}{2}$. C. $1 \leq m \leq 2$. D. $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$.

CÂU 19. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của R để đường thẳng $y = k(x + 1) + 2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt $M(-1; 2), N, P$ sao cho các tiếp tuyến của (C) tại N và P vuông góc với nhau. Tính tích tất cả các phần tử của tập S .

- A. $-\frac{2}{9}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{9}$. D. -1 .

CÂU 20. Gọi m là số thực dương sao cho đường thẳng $y = m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ tại hai điểm A, B thỏa mãn tam giác OAB vuông tại O (O là gốc tọa độ). Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $m \in \left(\frac{7}{4}; \frac{9}{4}\right)$. B. $m \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$. C. $m \in \left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$. D. $m \in \left(\frac{5}{4}; \frac{7}{4}\right)$.

CÂU 21. Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) , điểm $A(2; -2)$. Tìm giá trị của tham số $m < 0$ để đường thẳng $(d): y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho tứ giác $OAMN$ là hình bình hành (O là gốc tọa độ).

- A. $m = -7$. B. $m = -3$. C. $m = -5$. D. $m = -1$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 22. Đường thẳng $(d): y = x$ cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm $O(0;0)$ và $A(1;1)$. Tính diện tích lớn nhất S_{\max} của hình chữ nhật có hai đỉnh thuộc đoạn thẳng OA và hai đỉnh còn lại thuộc cung OA của parabol (P) .

- A.** $S_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{24}$. **B.** $S_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{12}$. **C.** $S_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{36}$. **D.** $S_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{18}$.

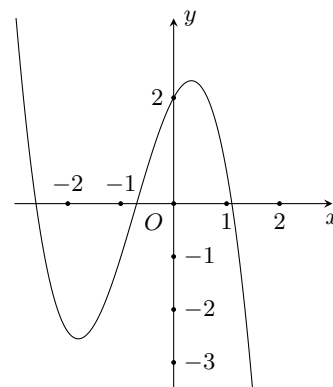
Dạng 4. Đồ thị của đạo hàm

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

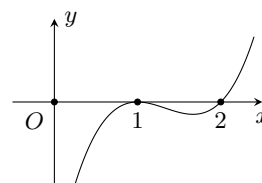
- A.** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.
B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị.
D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.



VÍ DỤ 2.

Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

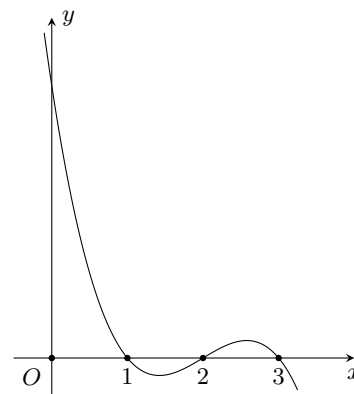
- A.** $(1; 2)$. **B.** $(2; +\infty)$.
C. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$. **D.** $(0; 1)$.



VÍ DỤ 3.

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$.
B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 2)$.
C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-2; \sqrt{5})$.
D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\sqrt{5}; -2)$.



VÍ DỤ 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x - 9)(x - 4)^2$. Xét hàm số $y = g(x) = f(x^2)$ trên \mathbb{R} . Trong các phát biểu sau:

- I. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $(3; +\infty)$.
 II. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -3)$.
 III. Hàm số $y = g(x)$ có 5 cực trị.
 IV. $\min_{x \in \mathbb{R}} g(x) = f(9)$.

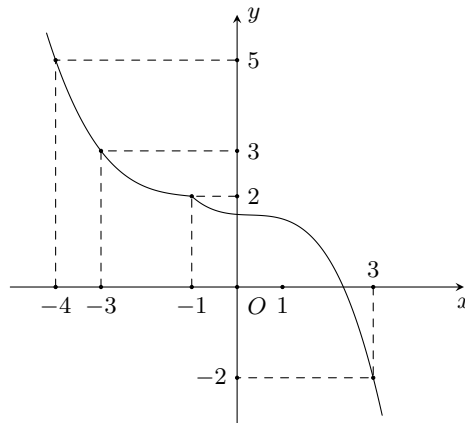
Số phát biểu đúng là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

VÍ DỤ 5.

Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Trên đoạn $[-4; 3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1 - x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x_0 = -4$. B. $x_0 = -1$.
C. $x_0 = 3$. D. $x_0 = -3$.

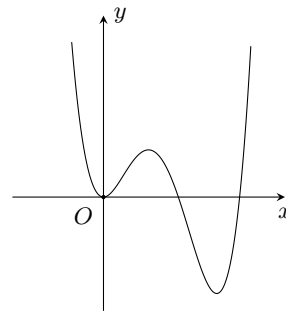


2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên \mathbb{R} như hình bên. Khi đó trên \mathbb{R} hàm số $y = f(x)$

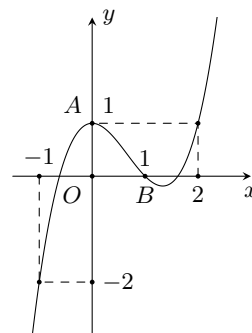
- A. Có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
B. Có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
C. Có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
D. Có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.



CÂU 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ với đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x) + 2x + 2$ đạt cực tiểu tại điểm nào?

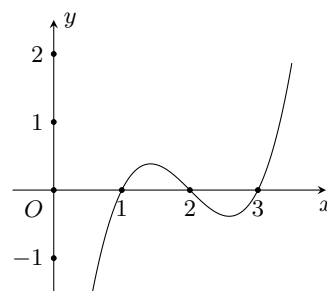
- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.



CÂU 3.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị.
C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.
D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.



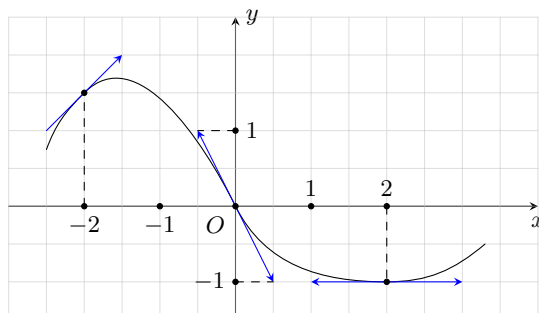
CÂU 4.

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Cho các mệnh đề sau:

- (I). $f'(-2) = 1$;
(II). $f'(0) = -2$;
(III). $f'(2) = 0$.

Số mệnh đề đúng là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.



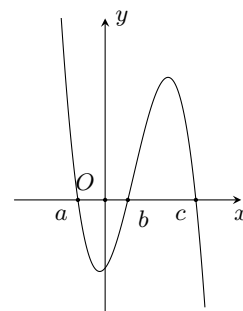
QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 5.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

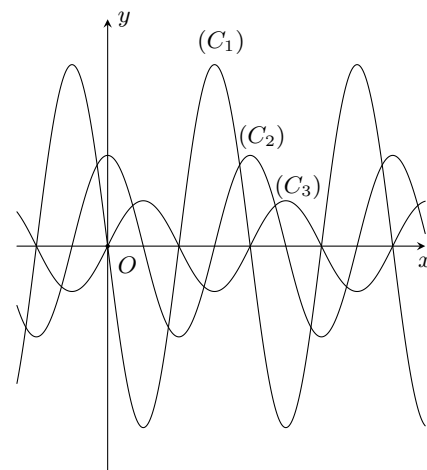
- A.** $f(c) > f(b) > f(a)$.
B. $f(a) > f(b) > f(c)$.
C. $f(c) + f(a) - 2f(b) > 0$.
D. $(f(b) - f(a))(f(b) - f(c)) < 0$.



CÂU 6.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp một $f'(x)$ và đạo hàm cấp hai $f''(x)$ trên \mathbb{R} . Biết đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ là một trong các đường cong (C_1) , (C_2) , (C_3) như hình vẽ. Hỏi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ lần lượt theo thứ tự nào dưới đây?

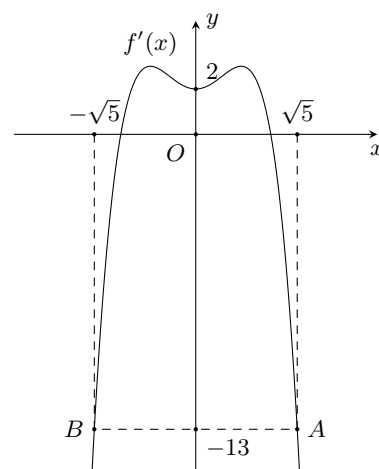
- A.** (C_2) , (C_1) , (C_3) . **B.** (C_1) , (C_2) , (C_3) .
C. (C_3) , (C_2) , (C_1) . **D.** (C_3) , (C_1) , (C_2) .



CÂU 7.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5}$ với m là số thực. Để $g(x) \leq 0, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$ thì điều kiện của m là

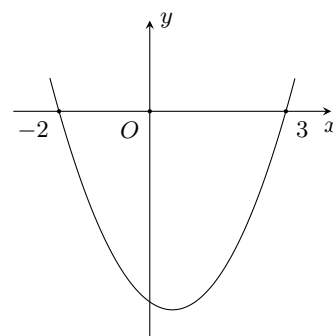
- A.** $m \geq \frac{2}{3}f(\sqrt{5})$.
B. $m \leq \frac{2}{3}f(\sqrt{5})$.
C. $m \leq \frac{2}{3}f(0) - 2\sqrt{5}$.
D. $m \geq \frac{2}{3}f(-\sqrt{5}) - 4\sqrt{5}$.



CÂU 8.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $f(x^2)$ đồng biến trên khoảng

- A.** $(0; \sqrt{3})$. **B.** $(-\sqrt{3}; 0)$.
C. $(0; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -\sqrt{3})$.



CÂU 9.

- ## QUICK NOTE

13 **Lớp Toán thầy Phát — ĐT: 0962.940.819**

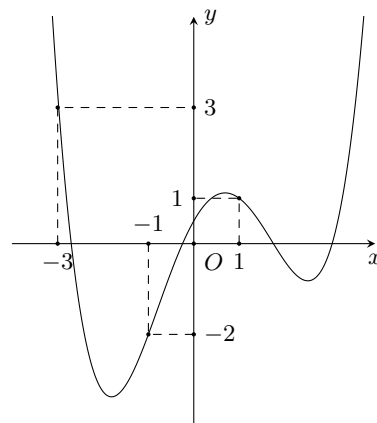
QUICK NOTE

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 1$. Trong 4 mệnh đề sau đây

- (I). $g(-3) < g(-1)$.
 (II). Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-3; 1)$.
 (III). $\min_{x \in [-1; 0]} g(x) = g(-1)$.
 (IV). $\max_{x \in [-3; 1]} g(x) = \max\{g(-3), g(1)\}$.

Số mệnh đề đúng là

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

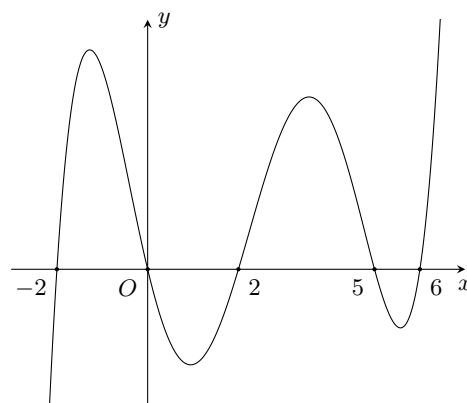


CÂU 14.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $M = \max_{[-2; 6]} f(x)$, $m = \min_{[-2; 6]} f(x)$, $T = M + m$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $T = f(0) + f(2)$.
B. $T = f(5) + f(-2)$.
C. $T = f(5) + f(6)$.
D. $T = f(0) + f(-2)$.

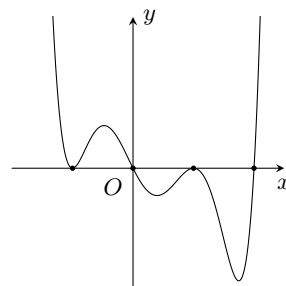


CÂU 15.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = f'(x)$.

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

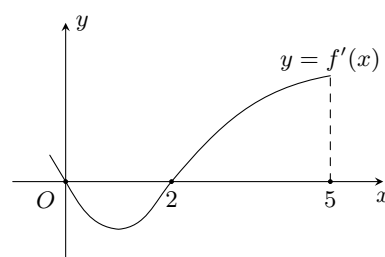
- A.** 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.



CÂU 16.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ lần lượt là

- A.** $f(2); f(5)$. **B.** $f(0); f(5)$.
C. $f(2); f(0)$. **D.** $f(1); f(5)$.



CÂU 17.

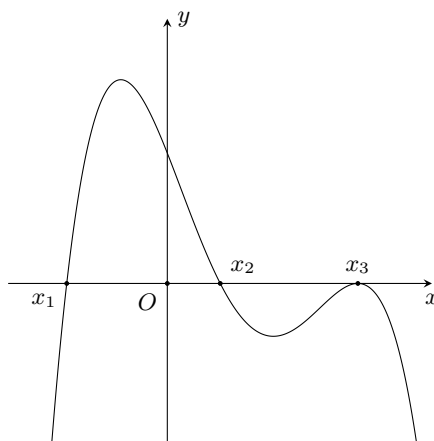
Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, có tất cả bao nhiêu khẳng định đúng?

(I). Trên K , hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

(II). Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_3 .

(III). Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại x_1 .

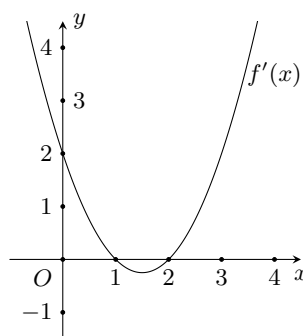
- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.



CÂU 18.

Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(2x - 3x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

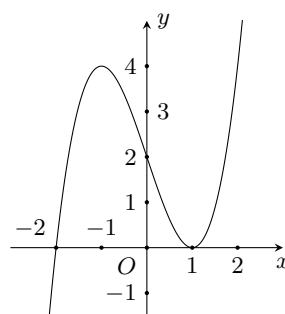
- A. $(\frac{1}{3}; \frac{1}{2})$. B. $(\frac{1}{2}; +\infty)$.
C. $(-\infty; \frac{1}{3})$. D. $(-2; \frac{1}{2})$.



CÂU 19.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x) - 4x$ là

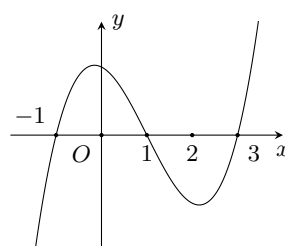
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.



CÂU 20.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(x^2 - 1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(1; 2)$.
C. $(0; 1)$. D. $(-2; -1)$.



Dạng 5. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 3$ tại điểm $M(1; 2)$ có hệ số góc bằng

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

VÍ DỤ 2. Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(1; 4)$ là

- A. $y = 3x + 1$. B. $y = 7x - 3$. C. $y = 7x + 2$. D. $y = -x + 5$.

VÍ DỤ 3. Đường thẳng $y = m - 1$ tiếp xúc với đồ thị $(C): y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ tại hai điểm phân biệt. Tung độ của tiếp điểm là

QUICK NOTE

A. 2.

B. 1.

C. -2.

D. -1.

VÍ DỤ 4. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Gọi d là tiếp tuyến của (C) biết d song song với đường thẳng $y = -3x - 1$. Phương trình đường thẳng d có dạng $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a^3 - b^2$.

A. $S = -196$.B. $S = -52$.C. $S = -2224$.D. $S = -28$.

VÍ DỤ 5. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ $x_0 = \sqrt[3]{4}$ cắt hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số tại hai điểm A, B . Tính diện tích tam giác IAB với I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số (C) .

A. $S = 6$.B. $S = 6\sqrt[3]{2}$.C. $S = 3$.D. $S = 12$.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại điểm $M(0; -1)$.

A. $y = x - 1$.B. $y = -x - 1$.C. $y = 2x - 1$.D. $y = 3x - 1$.

CÂU 2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm có hoành độ bằng -1 là

A. $y = -3x - 5$.B. $y = -9x + 7$.C. $y = 9x + 7$.D. $y = 9x - 11$.

CÂU 3. Gọi Δ là tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 5$. Chọn khẳng định đúng.

A. Δ song song với trục hoành.B. Δ có hệ số góc âm.C. Δ song song với trục tung.D. Δ có hệ số góc dương.

CÂU 4. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2018$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(0; 1)$ có hệ số góc là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. -1.

CÂU 5. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y = 2x$.B. $y = (4 \ln 2)x - 8 \ln 2 + 4$.C. $y = 4(1 + \ln 2)x - 8 \ln 2 - 4$.D. $y = 4x - 4$.

CÂU 6. Viết phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -3$.

A. $y = 3x + 13$.B. $y = -3x - 5$.C. $y = -3x + 13$.D. $y = 3x + 15$.

CÂU 7. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A. -4.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

CÂU 8. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $f(x) = -x^3$ tại điểm $M(-2; 8)$ là

A. -192.

B. -12.

C. 192.

D. 12.

CÂU 9. Đường thẳng (Δ) là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1. Hệ số góc của đường thẳng (Δ) bằng bao nhiêu?

A. 5.

B. 10.

C. 6.

D. -12.

CÂU 10. Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến kẻ từ điểm $M(2; -1)$ đến đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4} - x + 1$?

A. $y = -2x + 3$.B. $y = -1$.C. $y = x - 3$.D. $y = 3x - 7$.

CÂU 11. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C) . Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của đồ thị với trục tung có phương trình là

QUICK NOTE

A. $x + 2y + 1 = 0$.

B. $2x + y + 1 = 0$.

C. $x - 2y - 1 = 0$.

D. $2x - y - 1 = 0$.

CÂU 12. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ song song với đường thẳng $y = -2x + 1$.

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

CÂU 13. Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là

A. $y = 9x - 7$.

B. $y = 9x + 7$.

C. $y = -9x - 7$.

D. $y = -9x + 7$.

CÂU 14. Họ parabol $(P_m): y = mx^2 - 2(m-3)x + m - 2$ ($m \neq 0$) luôn tiếp xúc với đường thẳng d cố định khi m thay đổi. Đường thẳng d đó đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(0; -2)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(1; 8)$.

D. $(1; -8)$.

CÂU 15. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 10$ song song với trục hoành là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

CÂU 16.

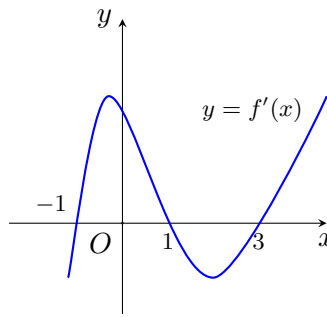
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) . Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ và tiếp tuyến với (C) tại điểm M có hoành độ bằng 1 cắt đồ thị (C) tại hai điểm khác nữa là A và B lần lượt có hoành độ a, b . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a, b > -1$.

B. $|a - b| \leq 4$.

C. $a^2 + b^2 > 10$.

D. $a, b < 3$.



CÂU 17. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{-x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a; 1)$. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A . Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. 3.

C. $\frac{7}{2}$.

D. 2.

CÂU 18. Cho đồ thị hàm số $(C): y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$. Từ điểm $A\left(\frac{19}{12}; 4\right)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến tới (C) ?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

CÂU 19. Gọi $M(a; b)$ là điểm trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ sao cho tiếp tuyến (C) tại M cùng với các trục tọa độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 2. Khi đó

A. $ab = -3$.

B. $ab = -1$.

C. $ab = 4$.

D. $ab = 2$.

CÂU 20. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân tại O là

A. $y = -x + 1$.

B. $y = -x - 2$.

C. $y = -x + 2$.

D. $y = -x$.

CÂU 21. Gọi M, N là hai điểm di động trên đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - x + 4$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại M và N luôn song song với nhau. Khi đó đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

A. $(1; -5)$.

B. $(-1; -5)$.

C. $(-1; 5)$.

D. $(1; 5)$.

CÂU 22. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường thẳng $d: y = 9x - 14$ sao cho từ đó kẻ được hai tiếp tuyến với (C) ?

A. 3 điểm.

B. 4 điểm.

C. 2 điểm.

D. 1 điểm.

QUICK NOTE

CÂU 23. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 + (m-1)x^2 + (4-3m)x + 1$ có đồ thị là (C_m) , với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để trên (C_m) có duy nhất một điểm có hoành độ âm mà tiếp tuyến của (C_m) tại điểm đó vuông góc với đường thẳng $d: x + 2y = 0$.

- A.** M . **B.** SD . **C.** (ABM) . **D.** (SCD) .

CÂU 24. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C) và điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$. Biết rằng khoảng cách từ $I(-2; 2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $2x_0 + y_0 = -2$. **B.** $2x_0 + y_0 = 0$.
C. $2x_0 + y_0 = 2$. **D.** $2x_0 + y_0 = -4$.

CÂU 25. Cho hàm số $y = x^3 - 2018x$ có đồ thị (C) . M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1 = 1$. Tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt đồ thị (C) tại M_2 khác M_1 . Tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt đồ thị (C) tại M_3 khác M_2 . Tiếp tuyến của (C) tại M_{n-1} cắt đồ thị (C) tại M_n khác M_{n-1} ($n = 4; 5; 6; \dots$). Gọi $(x_n; y_n)$ là tọa độ của M_n . Tìm n để $2018x_n + y_n + 2^{2019} = 0$.

- A.** 647. **B.** 675. **C.** 674. **D.** 627.

Dạng 6. Điểm đặc biệt thuộc đồ thị hàm số

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C) ?

- A.** $N(2; -16)$. **B.** $B(-1; 8)$. **C.** $A(4; 128)$. **D.** $M(3; 10)$.

VÍ DỤ 2. Tìm tất cả các điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có khoảng cách đến trục hoành bằng 1.

- A.** $M(0; -1); N(-2; 1)$. **B.** $M(-2; 1)$.
C. $M(0; -1); N(-1; -1)$. **D.** $M(0; -1)$.

VÍ DỤ 3. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có điểm uốn nằm trên đường thẳng $y = x$. Tính giá trị của tham số m .

- A.** $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 2$.

VÍ DỤ 4. A, B là hai điểm di động và thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị $y = \frac{2x-1}{x+2}$. Khi đó khoảng cách AB bé nhất là

- A.** $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A.** Đồ thị hàm số bậc ba luôn có trục đối xứng.
B. Đồ thị hàm số bậc ba luôn có tâm đối xứng.
C. Trục đối xứng của đồ thị hàm số bậc ba là đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bậc ba đó.
D. Đồ thị hàm số bậc ba luôn nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

CÂU 2. Đồ thị của hàm số nào sau đây **không** đi qua điểm $M(1; -2)$?

- A.** $y = \frac{3x-1}{x-2}$. **B.** $y = x^3 - 3x$.
C. $y = -x^3 + 3x - 1$. **D.** $y = x^4 - x^2 - 2$.

CÂU 3. Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C) ?

- A.** $A(1; 0)$. **B.** $B(2; 13)$. **C.** $C(-1; 3)$. **D.** $D(-2; -13)$.

CÂU 4. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 5$ có đồ thị (C) . Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C) ?

- A. $A(1; 3)$. B. $B(2; -1)$. C. $C(-1; -3)$. D. $(-2; -9)$.

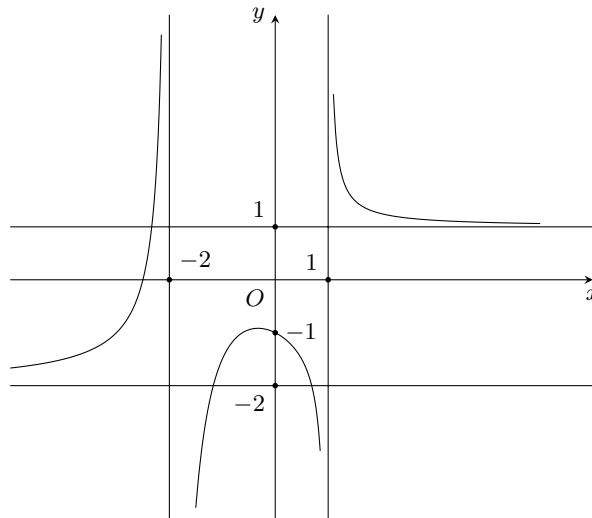
CÂU 5.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Các khẳng định sau:

- (I) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$
 (II) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$
 (III) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
 (IV) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$.

Số khẳng định đúng là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.



CÂU 6. Cho đồ thị (C) của hàm số: $y = (1 - x)(x + 2)^2$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**:

- A. (C) có 2 điểm cực trị. B. (C) có một điểm uốn.
 C. (C) có một tâm đối xứng. D. (C) có một trục đối xứng.

CÂU 7. Khoảng cách từ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ đến trục hoành là

- A. $\frac{23}{27}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 1.

CÂU 8. Tính tổng hoành độ các điểm thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cách đều hai điểm $A(12; 1)$ và $B(-6; 3)$.

- A. 4. B. -6. C. 0. D. 2.

CÂU 9. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$ có tọa độ nguyên?

- A. Không có điểm nào. B. 4 điểm.
 C. 2 điểm. D. Vô số điểm.

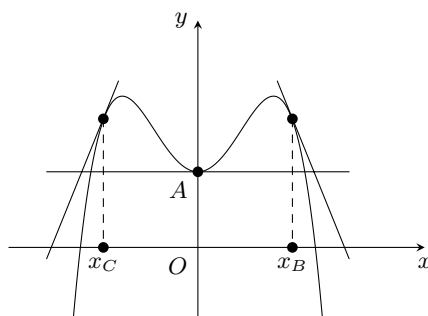
CÂU 10. Số điểm trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$ có hoành độ và tung độ đều là các số nguyên là

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 3.

CÂU 11. Số điểm cố định của đồ thị hàm số $y = x^3 + (m - 3)x^2 - (2m - 1)x - 3m - 3$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

CÂU 12. Hình bên là đồ thị của hàm $y = f(x)$. Biết rằng tại các điểm A, B, C đồ thị hàm số có tiếp tuyến được thể hiện như hình vẽ. mệnh đề nào dưới đây đúng?



QUICK NOTE

QUICK NOTE

A. $f'(x_C) < f'(x_A) < f'(x_B)$.

B. $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$.

C. $f'(x_A) < f'(x_B) < f'(x_C)$.

D. $f'(x_A) < f'(x_C) < f'(x_B)$.

CÂU 13. Điểm thuộc đường thẳng $d: x - y - 1 = 0$ cách đều hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là

A. $(1; 0)$.

B. $(2; 1)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $(0; -1)$.

CÂU 14. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 1 - m^2$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

A. $0 < m < 1$.

B. $0 \leq m < 1$ hoặc $m \leq -1$.

C. $m < -1$.

D. $0 < m < 1$ hoặc $m < -1$.

CÂU 15. Cho hàm số $y = \frac{-4}{3}x^3 + 8x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $C(0; 1)$.

B. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(4; \frac{131}{3}\right)$.

C. Điểm cực đại của hàm số là $B\left(4; \frac{131}{3}\right)$.

D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $C(0; 1)$.

CÂU 16. Biết $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y = \frac{x+4}{x+1}$ sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Tính $P = y_A^2 + y_B^2 - x_A x_B$.

A. $P = 10$.

B. $P = 6$.

C. $P = 6 - 2\sqrt{3}$.

D. $P = 10 - \sqrt{3}$.

CÂU 17. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị (C) mà hoành độ và tung độ đều là các số nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

CÂU 18. Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 1$. Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng 1.

A. $M(2; -1)$.

B. $M(1; 0)$.

C. $M(1; 0)$ hoặc $M(-1; 2)$.

D. $M(0; 1)$ hoặc $M(2; -1)$.

CÂU 19. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$ có đồ thị (C) . Tìm giá trị nhỏ nhất h của tổng khoảng cách từ điểm M thuộc (C) tới hai đường thẳng $\Delta_1: x - 1 = 0$ và $\Delta_2: y - 2 = 0$.

A. $h = 2$.

B. $h = 3$.

C. $h = 5$.

D. $h = 4$.

CÂU 20. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $\Delta: y = x - 5$. Biết $M(x_M; y_M)$ là điểm bất kỳ trên (C) có $x_M < 1$. Gọi d là khoảng cách từ M đến Δ , giá trị nhỏ nhất của d là

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. $2\sqrt{2}$.

CÂU 21. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ (C) và đường thẳng $d: y = -3x + 1$. Gọi $M(p; q)$ là điểm có hoành độ dương nằm trên d thỏa mãn các tiếp tuyến của (C) kẻ từ M vuông góc với nhau. Khi đó $p^2 + q^2$ bằng

A. $\frac{481 - 108\sqrt{10}}{81}$.

B. $\frac{720 + 54\sqrt{80}}{81}$.

C. $\frac{720 - 54\sqrt{80}}{81}$.

D. $\frac{481 + 108\sqrt{10}}{81}$.

CÂU 22. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Số điểm có tọa độ nguyên thuộc (C) là

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

CÂU 23. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x}$ có đồ thị (C) . Hỏi trên đồ thị hàm số (C) về phía phải trục tung có bao nhiêu điểm mà tại đó ta dựng được tiếp tuyến cắt hai trục tọa độ tạo thành tam giác cân.

- A. vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

CÂU 24. Biết đồ thị hàm số $y = (m-4)x^3 - 6(m-4)x^2 - 12mx + 7m - 18$ có ba điểm cố định thẳng hàng. Viết phương trình đường thẳng đi qua ba điểm cố định đó.

- A. $y = -48x + 10$. B. $y = \sqrt{3}x - 1$.
C. $y = x - 2$. D. $y = 2x - 1$.

CÂU 25. Hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$, $f(1) = -3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = -2$. B. $T = -4$. C. $T = 9$. D. $T = 1$.

CÂU 26. Cho hàm số $y = \frac{1-3x}{3-x}$ có đồ thị là (C) . Điểm M nằm trên đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng gấp hai lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang của (C) . Khoảng cách từ M đến tâm đối xứng của (C) bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 4. D. 5.

CÂU 27. Điểm $M(a; b)$ thuộc đồ thị hàm số $(C) : y = \frac{x-1}{x+1}$ sao cho tổng khoảng cách từ điểm M đến hai trục tọa độ là nhỏ nhất. Tính $a + 2b$.

- A. $-1 + \sqrt{2}$. B. 0. C. $1 - \sqrt{2}$. D. $1 - 2\sqrt{2}$.

CÂU 28. Cho hàm số $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$ (C) . Hỏi trên trục Oy có bao nhiêu điểm A mà qua A có thể kẻ đến (C) đúng ba tiếp tuyến?

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

CÂU 29. Cho hàm số $y = mx^3 + x^2 + (1-4m)x - 6$ có đồ thị (C_m) . Gọi giao điểm của đồ thị (C_m) với các trục tọa độ Ox , Oy lần lượt là A , B . Gọi C là điểm thuộc (C_m) sao cho diện tích tam giác ABC không đổi với mọi giá trị của m . Khi đó diện tích tam giác ABC bằng

- A. 10. B. 8. C. 9. D. 7.

CÂU 30. Gọi $M(a; b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có khoảng cách từ M đến đường thẳng $d: y = 3x + 6$ nhỏ nhất. Tìm giá trị của biểu thức $T = 3a^2 + b^2$.

- A. $T = 4$. B. $T = 3$. C. $T = 9$. D. $T = 10$.

QUICK NOTE