PHẦN ĐỀ BÀI

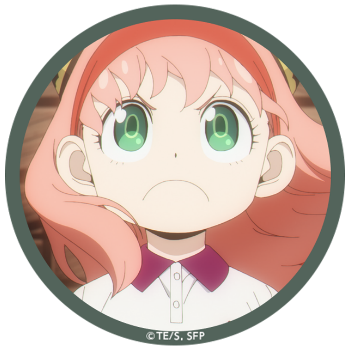
Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

DỀ ÔN TẬP SỐ 1 — ĐỀ 1

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề



ĐIỂM: ____

Be yourself; everyone else is already taken.

QUICK NOTE

CÂU 1. Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ công sai $d = 3$ thì u_4 bằng

Ⓐ 11. Ⓑ 54. Ⓒ 14. Ⓓ 162.

CÂU 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 5. Ⓓ 6.

CÂU 3. Số điểm chung của hai đường cong $(C_1): y = x^3$, $(C_2): y = 3x^2$ là

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

CÂU 4. Số cách xếp chỗ ngồi cho 3 học sinh ngồi vào một dãy ghế hàng ngang gồm 5 ghế, mỗi học sinh ngồi một ghế là?

Ⓐ $5!$. Ⓑ A_5^3. Ⓒ C_5^3. Ⓓ 5^3.

CÂU 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

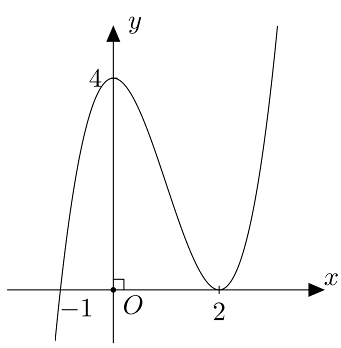
Ⓐ $(-3;1)$. Ⓑ $(-2;2)$. Ⓒ $(2;+\infty)$. Ⓓ $(-\infty;-2)$.

CÂU 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$

Ⓐ $y = 2$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $x = -1$. Ⓓ $y = -1$.

CÂU 7.
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

Ⓐ $x = -1$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = 4$.



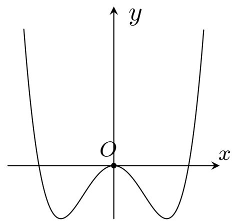
QUICK NOTE

CÂU 8. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = \dfrac{1}{25}$ là

(A) $x = -4$. (B) $x = -3$. (C) $x = 1$. (D) $x = 3$.

CÂU 9.
Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = x^3 - 3x^3$. (B) $y = -x^4 + 2x^2$.
(C) $y = -x^3 + 3x^2$. (D) $y = x^4 - 2x^2$.



CÂU 10. Đạo hàm của hàm số $f(x) = x^\pi$

(A) $x^\pi \ln x$. (B) πx^π. (C) $\pi x^{\pi-1}$. (D) $\dfrac{x^{\pi+1}}{\pi+1}$.

CÂU 11. Nghiệm của phương trình $\log_2 4x = 4$ là

(A) $x = 16$. (B) $x = 64$. (C) $x = 2$. (D) $x = 4$.

CÂU 12. Với a là số thực tùy ý khác 0. Giá trị của $\log_2 2a^2$ bằng

(A) $1 + 2\log_2 a$. (B) $1 + \dfrac{1}{2}\log_2 a$. (C) $1 + 2\log_2 |a|$. (D) $1 + \dfrac{1}{2}|a|$.

CÂU 13. Với a, b là các số thực dương tùy ý khác 1, khi đó $a^{\log b}$ bằng

(A) $b^{\log a}$. (B) $10^{\log_a b}$. (C) $a^{\log_b 10}$. (D) $10^{\log_b a}$.

CÂU 14. $\displaystyle\int (3x^2 - 2x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) $x^3 - x^2 + C$. (B) $3x^3 - x^2 + C$. (C) $x^3 - 2x + C$. (D) $6x - 2 + C$.

CÂU 15. Nếu $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -1$ và $\displaystyle\int_1^3 f(x) = 2$ thì $\displaystyle\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 1. (B) 3. (C) -3. (D) -1.

CÂU 16. $\displaystyle\int 3^x \mathrm{d}x$ bằng

(A) $3^x \ln x + C$. (B) $\dfrac{3^{x+1}}{x+1} + C$. (C) $\dfrac{3^x}{\ln 3} + C$. (D) $x \cdot 3^{x-1} + C$.

CÂU 17. Nếu $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\displaystyle\int_1^2 [f(x) + 2x]\mathrm{d}x$

(A) 1. (B) 5. (C) 4. (D) 0.

CÂU 18. Số phức liên hợp của $z = 3 - 4i$ là

(A) $-3 - 4i$. (B) $3 + 4i$. (C) $-3 + 4i$. (D) $3 - 4i$.

CÂU 19. Cho 2 số phức $z_1 = 5 + 2i$ và $z_2 = 1 - 4i$. Số phức $z_1 + 3z_2$ bằng

(A) $8 - 10i$. (B) $-2 + i$. (C) $1 - 2i$. (D) $-2 - i$.

CÂU 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $M(-2; 1)$ biểu diễn số phức z khi đó

(A) $z = 2 - i$. (B) $z = -2 + i$. (C) $z = 1 - 2i$. (D) $z = -2 - i$.

CÂU 21. Cho khối nón có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 3. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) 12π. (B) 18π. (C) 4π. (D) 6π.

CÂU 22. Một khối chóp tứ giác có đáy là hình vuông cạnh bằng 3 và chiều cao bằng 10. Thể tích của khối chóp đó bằng

(A) 30. (B) 90. (C) 270. (D) 15.

CÂU 23. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AC = 5$, $AA' = 8$ bằng

(A) 120. (B) 32. (C) 96. (D) 60.

CÂU 24. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $\ell = 5$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 15π. (B) 30π. (C) 45π. (D) 48π.

QUICK NOTE

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z+1=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A $M(1;2;3)$. **B** $N(1;2;-2)$. **C** $P(-1;2;-3)$. **D** $Q(2;-2;1)$.

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, toạ độ tâm mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$ là

A $(1;2;3)$. **B** $(-1;-2;-3)$. **C** $(-1;2;-3)$. **D** $(1;-2;3)$.

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+5}{-3}$. Một vectơ chỉ phương của d có tọa độ

A $(1;-3;-5)$. **B** $(1;-2;3)$. **C** $(-1;3;5)$. **D** $(-1;2;3)$.

CÂU 28. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(1;2;3)$ và nhận véctơ $\vec{u}=(-1;2;2)$ làm véctơ chỉ phương có phương trình tham số là

A $\begin{cases} x=-1+t\\ y=2+2t\\ z=2+3t\end{cases}$. **B** $\begin{cases} x=1-t\\ y=2+2t\\ z=3+2t\end{cases}$. **C** $\begin{cases} x=1+t\\ y=2+2t\\ z=3+2t\end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=-1-t\\ y=2+2t\\ z=3+3t\end{cases}$.

CÂU 29. Chọn ngẫu nhiên hai số phân biệt từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để tích của hai số được chọn là một số chẵn bằng

A $\dfrac{1}{5}$. **B** $\dfrac{4}{15}$. **C** $\dfrac{11}{15}$. **D** $\dfrac{4}{5}$.

CÂU 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+48x$ trên đoạn $[-7;5]$ bằng

A 127. **B** 128. **C** 115. **D** 7.

CÂU 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2-x\right)\le 1$ là

A $[-1;0)\cup(1;2]$. **B** $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

C $[-1;2]$. **D** $(0;1)$.

CÂU 32. Hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+2x^2+5x-1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;-1)$. **B** $(-1;4)$. **C** $(-\infty;5)$. **D** $(5;+\infty)$.

CÂU 33. Cho hái số phức $z_1=4+3i$, $z_2=1-i$. Mô đun của số phức $z_1\cdot\overline{z_2}$ bằng

A $5\sqrt{2}$. **B** $4\sqrt{2}$. **C** 5. **D** $3\sqrt{2}$.

CÂU 34. Cho $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^2+x+C_1$; $\displaystyle\int g(x)\,\mathrm{d}x=x^4+x^3+C_2$. Khi đó $\displaystyle\int\limits_0^1 f(x)\cdot g(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{51}{10}$. **B** $\dfrac{71}{105}$. **C** 4. **D** $\dfrac{77}{60}$.

CÂU 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2\sqrt{3}a$, $AD=a$, $AA'=\sqrt{3}a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ADD'A')$ bằng

A 45°. **B** 90°. **C** 60°. **D** 30°.

CÂU 36. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=\sqrt{3}a$ và $AA'=AB'=AC'=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

A $\sqrt{3}a$. **B** a. **C** $2a$. **D** $\sqrt{2}a$.

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(3;-1;1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A $(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=4$. **B** $(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

C $(x+2)^2+y^2+(z+1)^2=2$. **D** $(x+2)^2+y^2+(z+1)^2=4$.

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;2;1)$, $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A vuông góc với BC có phương trình là

A $x+y+z-3=0$. **B** $x-3y+z-1=0$.

C $x-3y+z+1=0$. **D** $x+y+z+3=0$.

CÂU 39. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2=|z|^2+2\bar{z}$?

A 4. **B** 2. **C** 3. **D** 1.

CÂU 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên

QUICK NOTE

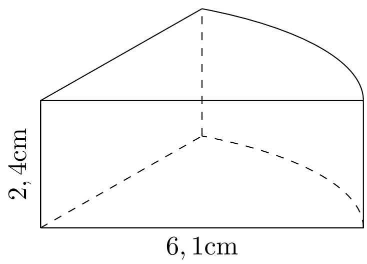
x	-4		-3		-1		0		2		4
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

Có bao nhiêu số thực $m \in [-4;4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f\left(x^3 - 3x + 2\right) + f(m)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 1

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ 5.

CÂU 41.

Một hộp phô mai dạng hình trụ có bán kính đáy bằng $6,1$cm và chiều cao bằng $2,4$cm. Biết rằng trong hộp có 8 miếng phô mai giống nhau được xếp sát nhau (tham khảo hình vẽ bên) và độ dày của giấy gói từng miếng không đáng kể. Diện tích toàn phần của một miếng phô mai gần nhất với kết quả nào dưới đây?



Ⓐ 78cm^2. Ⓑ 70cm^2.

Ⓒ 72cm^2. Ⓓ 75cm^2.

CÂU 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5 - x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Khi đó $2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin(x))\cos x\,\mathrm{d}x + 3\int\limits_0^1 f(3-2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

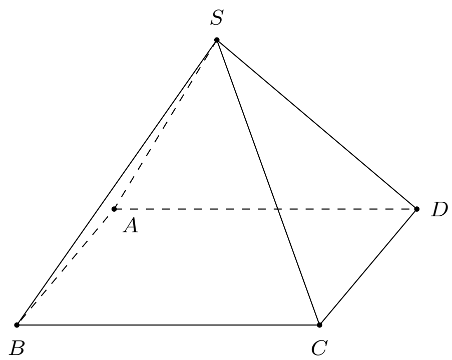
Ⓐ $\dfrac{32}{3}$. Ⓑ 31. Ⓒ $\dfrac{71}{6}$. Ⓓ 32.

CÂU 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$, $d_2\colon \begin{cases} x = t \\ y = 3 \\ z = -2 + t \end{cases}$. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả d_1, d_2 và tiếp xúc với mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 3 = 0$?

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ Vô số.

CÂU 44.

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = 4a, BC = 2a$. Đỉnh S cách đều các đỉnh A, B, C, D. Biết góc giữa mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích khối chóp đã cho bằng



Ⓐ $\dfrac{4a^3}{3}$. Ⓑ $\dfrac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. Ⓒ $4a^3$. Ⓓ $8\sqrt{3}a^3$.

CÂU 45. Có bao nhiêu số nguyên $a, (a \geq 2)$ để tồn tại các số thực x và y thoả mãn $a^x + x = \log_a y + y = \dfrac{5}{4}(y - x)$?

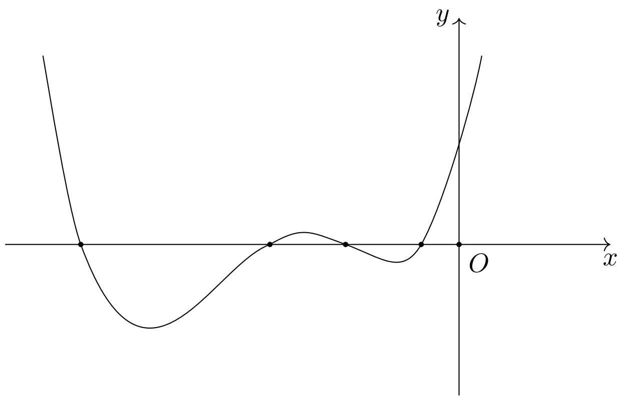
Ⓐ 26. Ⓑ 25. Ⓒ 28. Ⓓ 27.

CÂU 46. Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z-6)(8+\overline{zi})$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 4$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

Ⓐ $5 - \sqrt{21}$. Ⓑ $20 - 4\sqrt{21}$. Ⓒ $20 - 4\sqrt{22}$. Ⓓ $5 - \sqrt{22}$.

QUICK NOTE

CÂU 47.
Cho hàm số đa thức $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình bên. Biết rằng $f(0) = 0$. Hàm số $g(x) = \left|f(x^6) - x^3\right|$ có bao nhiêu cực trị?



A 7. **B** 4. **C** 5. **D** 3.

CÂU 48. Cho hai đường $f(x) = \dfrac{mx+n}{x+1}$ và $g(x) = ax^2 + bx + c$ (với a, b, c, m, n là các số thực) cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ -2, 1, 2. Hàm số $h(x) = (x+1)g(x) - (m+9)x - n$ có giá trị cực đại bằng -9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ bằng

A $\dfrac{27}{2}\ln 2 - 6$. **B** $18\ln 2 - 8$. **C** $6\ln 2 - \dfrac{8}{3}$. **D** $\dfrac{27}{2}\ln 2 - 8$.

CÂU 49. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x có đúng 10 số nguyên y thỏa mãn $\left(2^{y+1} - x^2\right)(3^y - x) < 0$?

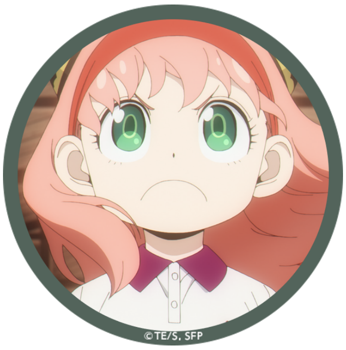
A 181. **B** 167. **C** 165. **D** 61.

CÂU 50. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;4;-1)$, $B(3;2;2)$, $C(0;3;-2)$. Xét điểm M di động trên mặt phẳng $(P)\colon x - y - z + 1 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của $MA + MB + MC$ bằng

A $\sqrt{38}$. **B** $6\sqrt{2}$. **C** $3\sqrt{2} + \sqrt{6}$. **D** $\sqrt{14} + \sqrt{6}$.

1. A	2. C	3. A	4. B	5. B	6. C	7. C	8. C	9. D	10. C
11. D	12. C	13. A	14. A	15. B	16. C	17. B	18. B	19. A	20. B
21. C	22. A	23. C	24. B	25. A	26. D	27. D	28. B	29. C	30. B
31. A	32. B	33. A	34. A	35. C	36. A	37. B	38. C	39. C	40. B
41. B	42. B	43. B	44. C	45. A	46. C	47. D	48. D	49. B	50. A

Ngày làm đề: ...../...../........



ĐIỂM: ______

Be yourself; everyone else is already taken.

QUICK NOTE

TỔNG ÔN THPTQG 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 2 — ĐỀ 2

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 12 và chiều cao bằng 4. Thể tích của khối chóp đó bằng

Ⓐ 48. Ⓑ 144. Ⓒ 16. Ⓓ 24.

CÂU 2. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x - 1$?

Ⓐ $P(-2;1)$. Ⓑ $N(-3;-2)$. Ⓒ $M(1;2)$. Ⓓ $Q(2;5)$.

CÂU 3. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = x^{-3}$. Ⓑ $y = \log_3 x$. Ⓒ $y = \left(\dfrac{3}{2}\right)^x$. Ⓓ $y = x^{\frac{3}{2}}$.

CÂU 4. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(2x-3) = 3$ là

Ⓐ $S = \left\{\dfrac{11}{2}\right\}$. Ⓑ $S = \left\{\dfrac{9}{2}\right\}$. Ⓒ $S = \{6\}$. Ⓓ $S = \{3\}$.

CÂU 5. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ là

Ⓐ $S_{\text{xq}} = \pi r\ell$. Ⓑ $S_{\text{xq}} = \dfrac{1}{3}\pi r\ell$. Ⓒ $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$. Ⓓ $S_{\text{xq}} = \dfrac{1}{2}\pi r\ell$.

CÂU 6. Mô-đun của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

Ⓐ 7. Ⓑ $\sqrt{7}$. Ⓒ 25. Ⓓ 5.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(-1;0;2)$, đồng thời nhận véc-tơ $\vec{u} = (2;3;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương là

Ⓐ $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-2}{-1}$. Ⓑ $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{-1}$.

Ⓒ $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{1}$. Ⓓ $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-2}{1}$.

CÂU 8. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

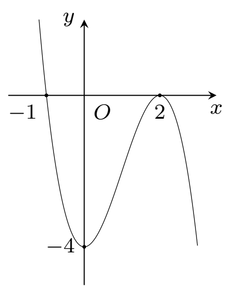
Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = -2\sin 2x + C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{\sin 2x}{2} + C$.

Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2\sin 2x + C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\sin 2x}{2} + C$.

CÂU 9.

Cho hàm đa thức bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số bằng

Ⓐ -4. Ⓑ 2. Ⓒ 0. Ⓓ -1.



CÂU 10. Cho $a > 0$, $a \neq 1$, giá trị của $\log_a(4a)$ bằng

Ⓐ $\dfrac{1}{4}\log_a 2$. Ⓑ $2\log_a 2 + 1$. Ⓒ $\dfrac{1}{2}\log_a 2 + 1$. Ⓓ $4\log_a 2$.

CÂU 11. Hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

Ⓐ $f(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Ⓑ $f'(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Ⓒ $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Ⓓ $f'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

CÂU 12. Cho hai hàm số $u(x)$, $v(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\int u(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x = u(x)\cdot v(x) - \int u'(x)\cdot v(x)\,\mathrm{d}x$.

Ⓑ $\int u(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x = u(x)\cdot v(x) + \int u'(x)\cdot v(x)\,\mathrm{d}x$.

Ⓒ $\int u(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x = u(x)\cdot v(x) - \int u'(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x$.

Ⓓ $\int u(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x = u(x)\cdot v(x) + \int u'(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x$.

CÂU 13. Nếu $\int\limits_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 1$ thì $\int\limits_3^2 6f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ -6. Ⓒ $\frac{1}{6}$. Ⓓ $-\frac{1}{6}$.

CÂU 14. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{ax+1}$, $(a \in \mathbb{R};\, a \neq 0)$ là đường thẳng $x = 1$ khi

Ⓐ $a = 1$. Ⓑ $a = -2$. Ⓒ $a = 2$. Ⓓ $a = -1$.

CÂU 15. Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x = -1$ thì $\int\limits_1^2 [2f(x) + 3g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 0. Ⓒ 9. Ⓓ 3.

CÂU 16. Hàm số nào trong các hàm số sau nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = -x^3 - 3x + 4$. Ⓑ $y = 1 - x^4$.

Ⓒ $y = -x^2 + 2$. Ⓓ $y = \frac{x+1}{x-2}$.

CÂU 17. Biết ba số 3; x; 15 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm x?

Ⓐ $x = 3\sqrt{5}$. Ⓑ $x = 9$. Ⓒ $x = 12$. Ⓓ $x = 6$.

CÂU 18. Thể tích của khối cầu đường kính bằng 6 là

Ⓐ 48π. Ⓑ 36π. Ⓒ 144π. Ⓓ 288π.

CÂU 19. Phần thực của số phức $z = (2+3i)\cdot(1-i)$ bằng

Ⓐ -5. Ⓑ 5. Ⓒ 1. Ⓓ -1.

CÂU 20. Số nghiệm của phương trình $4^{x^2+3x} = 16$ là

Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ 0. Ⓓ 1.

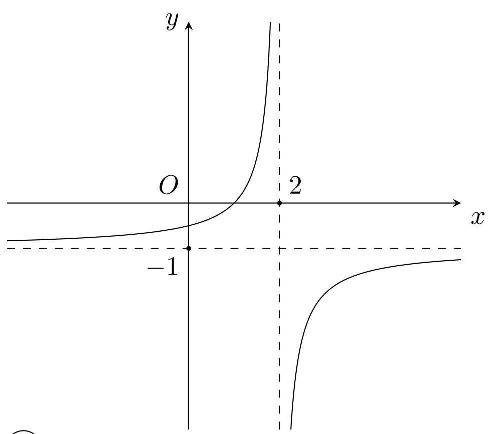
CÂU 21. Công thức tính thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

Ⓐ $V = B\cdot h$. Ⓑ $V = \frac{1}{3}\cdot B\cdot h$. Ⓒ $V = \frac{1}{2}\cdot B\cdot h$. Ⓓ $V = 3\cdot B\cdot h$.

CÂU 22. Số điểm cực trị của hàm số $y = (x-1)^2(x-2)$ là

Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ 0.

CÂU 23.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



Ⓐ $y = x^3 - 4x^2 + 5$. Ⓑ $y = -x^3 + 4x^2 - 5$.

Ⓒ $y = \frac{x-1}{x+2}$. Ⓓ $y = \frac{1-x}{x-2}$.

CÂU 24. Số cách lập một số tự nhiên gồm 2 chữ số đều khác 0 là

Ⓐ $9\cdot 2$. Ⓑ A_9^2. Ⓒ C_9^2. Ⓓ 9^2.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu tâm $I(1;-2;2)$ và bán kính $r=3$ là

(A) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=3$.
(B) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$.
(C) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=3$.
(D) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=9$.

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-4=0$ là

(A) $\vec{n}_4=(2;-1;3)$.
(B) $\vec{n}_3=(2;1;3)$.
(C) $\vec{n}_2=(-2;-1;3)$.
(D) $\vec{n}_1=(2;-1;-3)$.

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;-3;2)$ và $\vec{v}=2\vec{k}-2\vec{i}-\vec{j}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}-2\vec{v}$ là

(A) $(5;-1;-2)$.
(B) $(-3;-5;6)$.
(C) $(-3;1;4)$.
(D) $(5;-1;6)$.

CÂU 28. Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là

(A) $\bar{z}=1+2i$.
(B) $\bar{z}=-1-2i$.
(C) $\bar{z}=-1+2i$.
(D) $\bar{z}=-2+i$.

CÂU 29. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

(A) $\int[3f(x)-1]\mathrm{d}x=3F(x)-1+C$.
(B) $\int[3f(x)-1]\mathrm{d}x=3xF(x)-1+C$.
(C) $\int[3f(x)-1]\mathrm{d}x=3xF(x)-x+C$.
(D) $\int[3f(x)-1]\mathrm{d}x=3F(x)-x+C$.

CÂU 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;2), N(0;3;3)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm M, N là

(A) $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2-t\end{cases}$.
(B) $\begin{cases}x=-1+t\\y=-1-2t\\z=-2-t\end{cases}$.
(C) $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\\z=-1+2t\end{cases}$.
(D) $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=2+t\end{cases}$.

CÂU 31. Biết hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-3x+2$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[1;3]$ bằng m tại điểm x_0. Tổng $m+2x_0$ bằng

(A) 2.
(B) $\frac{4}{3}$.
(C) 8.
(D) $4-3\sqrt{3}$.

CÂU 32. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(2x+3)<\log_2(10-x)$ bằng

(A) 5.
(B) 3.
(C) 2.
(D) 4.

CÂU 33. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Cô-sin góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho bằng

(A) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$.
(B) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$.
(C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
(D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

CÂU 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;2)$, $B(3;2;0)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

(A) $x+y+z+2=0$.
(B) $2x+y-z+2=0$.
(C) $x+y+z-2=0$.
(D) $2x+y-z-2=0$.

CÂU 35. Xét hai số thực a, b sao cho phương trình $z^2+az+b=0$ có một nghiệm phức $1-i$. Nghiệm phức còn lại của phương trình trên là

(A) $-1-i$.
(B) $1-i$.
(C) $-1+i$.
(D) $1+i$.

CÂU 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, $AC=2a$, $BD=2\sqrt{3}a$, $SO\perp(ABCD)$ và $SO=\sqrt{6}a$. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.
(B) $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.
(C) $\frac{a}{2}$.
(D) $\frac{\sqrt{6}a}{2}$.

CÂU 37. Trong 100 số nguyên dương đầu tiên, xác suất để chọn được một số chia hết cho 8 bằng

(A) $\frac{9}{100}$.
(B) $\frac{1}{10}$.
(C) $\frac{3}{25}$.
(D) $\frac{11}{100}$.

CÂU 38. Xét hai số thực dương a, b thay đổi thỏa mãn $3\log_3 a+2\log_3\sqrt{b}=1$, khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $a^3=3b$.
(B) $a^3b=1$.
(C) $a^3b=3$.
(D) $a^3b^2=3$.

QUICK NOTE

CÂU 39. Tổng các nghiệm của phương trình $\left(2^{x+3}-1\right)\sqrt{-\log_2^2 x+5\log_2 x-4}=0$ là

(A) 15. (B) 18. (C) 2. (D) 5.

CÂU 40. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Xét $g(x)=f^2(x)-4f(x)$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $g'(x)=0$ là

(A) 5. (B) 4. (C) 6. (D) 3.

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=1+2t\end{cases}$ và đường thẳng d' qua điểm $A(1;1;1)$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;4)$. Đường thẳng qua $M(2;3;7)$ cắt d, d' lần lượt tại B và C sao cho A, B, C là ba đỉnh của tam giác cân tại B có phương trình là

(A) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z-7}{-1}$. (B) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-6}=\dfrac{z-7}{-4}$.

(C) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-7}{6}$. (D) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-7}{-2}$.

CÂU 42. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$, cô-sin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. (B) $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. (D) $\dfrac{a^3}{4}$.

CÂU 43. Xét hai số phức z, w thoả mãn $|z|=2$, $|w|=4$ và $(z-i)(\overline{w}+i)$ là số thuần ảo. Giá trị lớn nhất của $|z-w|$ bằng

(A) $2\sqrt{10}-1$. (B) $\sqrt{19}+1$. (C) 6. (D) $3\sqrt{2}+1$.

CÂU 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^x & \text{khi } x\ge 0\\ \mathrm{e}^{-x} & \text{khi } x<0\end{cases}$. Gọi F là một nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ sao cho $F(-1)+F(1)=1$, khi đó $F(-2)+F(2)$ bằng

(A) $2\mathrm{e}^2+2\mathrm{e}+1$. (B) $2\mathrm{e}^2-2\mathrm{e}-1$. (C) $2\mathrm{e}^2+2\mathrm{e}-1$. (D) $2\mathrm{e}^2-2\mathrm{e}+1$.

CÂU 45. Có bao nhiêu số phức z mà phần thực và phần ảo đều là các số nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ sao cho A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z; $z+\dfrac{1}{z}$; $\dfrac{1}{z}$ thì $OABC$ là một hình chữ nhật?

(A) 20. (B) 21. (C) 40. (D) 41.

CÂU 46. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị (C). Biết rằng $f(x)$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thoả mãn $f(x_1)=f(x_2)+4$. Đường thẳng qua điểm $M(x_2;f(x_2))$ cắt (C) tại điểm thứ hai $N(x_0;f(x_2))$. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị qua N và hai điểm cực trị của (C). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

(A) $\dfrac{19}{4}$. (B) $\dfrac{25}{6}$. (C) $\dfrac{23}{4}$. (D) $\dfrac{37}{12}$.

CÂU 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 1 và cạnh bên bằng $\sqrt{2}$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho. Khối nón có đỉnh là I và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác SCD có thể tích bằng

(A) $\dfrac{4\sqrt{42}\pi}{441}$. (B) $\dfrac{\sqrt{6}\pi}{36}$. (C) $\dfrac{\sqrt{15}\pi}{72}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{6}\pi}{63}$.

CÂU 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1)\colon x^2+y^2+(z-2)^2=5$, $(S_2)\colon (x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=40$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để mặt phẳng $(P)\colon 4x-3y+mz+2=0$ cắt hai mặt cầu đã cho theo hai đường tròn có đúng hai tiếp tuyến chung?

QUICK NOTE

(A) 12. (B) 11. (C) Vô số. (D) 10.

CÂU 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x - 8$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f\left(\left|x^4 - 8x^2 + m\right|\right)$ có nhiều điểm cực trị nhất?

(A) 4. (B) 11. (C) 7. (D) 8.

CÂU 50. Có bao nhiêu số nguyên a, $(2 \le a \le 2022)$ sao cho ứng với mỗi a tồn tại ít nhất 5 số nguyên $5x$ thoả mãn $a^{-x} + \dfrac{1}{2} \le 2^{-x} + \dfrac{1}{a}$?

(A) 1 893. (B) 125. (C) 127. (D) 1 894.

1. C	2. D	3. C	4. A	5. C	6. D	7. A	8. D	9. C	10. B
11. B	12. A	13. B	14. D	15. D	16. A	17. B	18. D	19. B	20. B
21. A	22. B	23. D	24. D	25. D	26. A	27. A	28. A	29. D	30. A
31. A	32. C	33. C	34. D	35. D	36. B	37. C	38. C	39. B	40. A
41. A	42. D	43. B	44. B	45. C	46. D	47. A	48. B	49. C	50. A

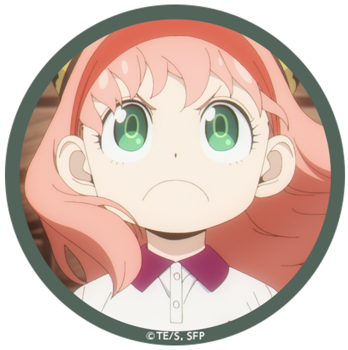
Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 3 — ĐỀ 3

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề



ĐIỂM: ____________

Be yourself; everyone else is already taken.

QUICK NOTE

CÂU 1. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

(A) $y' = \dfrac{3^x}{\ln 3}$. (B) $y' = 3^x$. (C) $y' = x \cdot 3^{x-1}$. (D) $y' = 3^x \cdot \ln 3$.

CÂU 2. Cho khối lăng trụ có chiều cao là $h = a$ và diện tích đáy $S = 3a^2$. Thể tích khối lăng trụ đó bằng

(A) $V = 3a^3$. (B) $V = a^2$. (C) $V = 3a^2$. (D) $V = a^3$.

CÂU 3. Nghiệm của phương trình $5^{2x-1} = 125$ là

(A) $x = 1$. (B) $x = 2$. (C) $x = -2$. (D) $x = -1$.

CÂU 4. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm nào dưới đây?

(A) $N(-2; 0)$. (B) $P(0; 2)$. (C) $M(2; 0)$. (D) $Q(0; -2)$.

CÂU 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \dfrac{1}{2}$, $u_4 = -4$. Công bội của cấp số nhân bằng

(A) -2. (B) $\dfrac{3}{2}$. (C) $-\dfrac{3}{2}$. (D) 2.

CÂU 6. Trong mặt phẳng Oxy, số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là

(A) $P(-2; 3)$. (B) $M(2; -3)$. (C) $Q(3; -2)$. (D) $N(-3; 2)$.

CÂU 7. Cho khối nón có đường kính đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối nón bằng

(A) $12\pi a^3$. (B) $3\pi a^3$. (C) πa^3. (D) $4\pi a^3$.

CÂU 8. Trong khoảng $(0; +\infty)$, hàm số nào dưới đây **không** là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x}$?

(A) $\ln x + 2$. (B) $\ln(2x)$. (C) $\ln \dfrac{1}{x} + 2$. (D) $\dfrac{1}{2} \ln x^2$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases}$. Phương trình chính tắc của d là

(A) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z}{2}$. (B) $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{2}$.

(C) $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z}{2}$. (D) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{2}$.

CÂU 10. Tập xác định của hàm số $f(x) = x^{-\frac{3}{2}}$ là

(A) $(0; +\infty)$. (B) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. (C) $\mathbb{R}$. (D) $[0; +\infty)$.

CÂU 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

(A) $x = 2$. (B) $x = 0$. (C) $x = -1$. (D) $x = 1$.

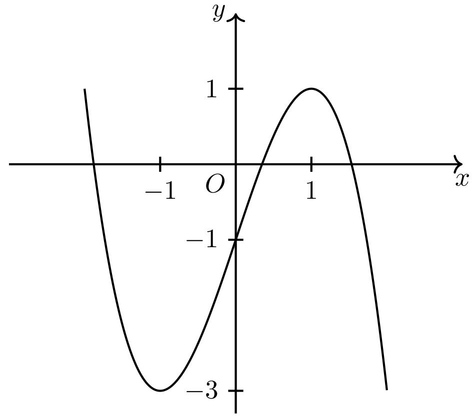
QUICK NOTE

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-1=0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

(A) $I(-1;2;-3)$. (B) $I(1;-2;3)$. (C) $I(-2;4;-6)$. (D) $I(2;-4;6)$.

CÂU 13.
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y=-x^3+3x-1$.
(B) $y=-x^3-1$.
(C) $y=x^3-3x-1$.
(D) $y=x^3-1$.



CÂU 14. Với mỗi số thực a, $\log_3(9^a)$ bằng

(A) a. (B) $a+2$. (C) $2a$. (D) $\dfrac{1}{2a}$.

CÂU 15. Cho hai số phức $z=2+3i$ và $w=4-5i$. Phần ảo của số phức $z-w$ là

(A) $-2i$. (B) 2. (C) 8. (D) $8i$.

CÂU 16. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=12$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 72. (B) 24. (C) 6. (D) 36.

CÂU 17. Với k,n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $\mathrm{A}_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (B) $\mathrm{A}_n^k=\dfrac{n!}{k!}$.
(C) $\mathrm{A}_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. (D) $\mathrm{A}_n^k=\dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

CÂU 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}x>2$ là

(A) $\left(0;\dfrac{4}{9}\right)$. (B) $\left(\dfrac{4}{9};+\infty\right)$. (C) $\left(\dfrac{4}{3};+\infty\right)$. (D) $\left(0;\dfrac{4}{3}\right)$.

CÂU 19. Cho mặt cầu có bán kính $r=2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

(A) $\dfrac{16\pi}{3}$. (B) 16π. (C) $\dfrac{32\pi}{3}$. (D) 4π.

CÂU 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $y=-4$. (B) $y=1$. (C) $y=4$. (D) $y=-1$.

CÂU 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

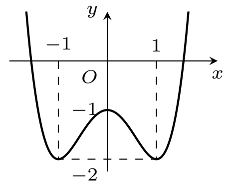
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;+\infty)$. (B) $(-2;2)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(-\infty;-2)$.

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận véc-tơ $\vec{n}=(1;-2;5)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

(A) $x+2y-5z=0$. (B) $x+2y-5z+1=0$.
(C) $x-2y+5z=0$. (D) $x-2y+5z+1=0$.

CÂU 23. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là



Ⓐ $x = 0$.
Ⓑ $M(0; -1)$.
Ⓒ $y = -1$.
Ⓓ $N(-1; -2)$.

CÂU 24. Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 2. Ⓒ -6. Ⓓ -2.

CÂU 25. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ thì $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 10. Ⓑ 3. Ⓒ 7. Ⓓ -3.

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u} = (1; -2; 3)$ và $\vec{v} = (0; 1; -1)$. Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

Ⓐ -5. Ⓑ 5. Ⓒ $2\sqrt{7}$. Ⓓ -2.

CÂU 27. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{2x} + \sin 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{2x} - \dfrac{1}{3}\cos 3x + C$.
Ⓑ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{2x} - \cos 3x + C$.
Ⓒ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{2} + \dfrac{\sin 3x}{3} + C$.
Ⓓ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{2} - \dfrac{\cos 3x}{3} + C$.

CÂU 28. Hàm số nào dưới đây không có điểm cực trị?

Ⓐ $y = \dfrac{3x-1}{x+1}$. Ⓑ $x^3 - x$. Ⓒ $y = x^4 - 2x^2$. Ⓓ $y = x^2 - 2x$.

CÂU 29. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i) \cdot \overline{z} = 10 + 4i$. Phần ảo của z bằng

Ⓐ -3. Ⓑ 7. Ⓒ 3. Ⓓ -7.

CÂU 30. Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng $6a$ và $\widehat{BAD} = 30^\circ$. Thể tích khối hộp đã cho bằng

Ⓐ $36a^3$. Ⓑ $18a^3$. Ⓒ $108a^3$. Ⓓ $54a^3$.

CÂU 31. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\int\limits_0^2 [3f(x) - 2x + 1]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 10. Ⓑ 2. Ⓒ 6. Ⓓ 14.

CÂU 32. Trên đoạn $[-2; 4]$, hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm nào dưới đây?

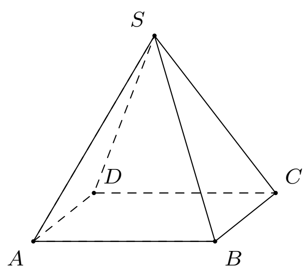
Ⓐ $x = 0$. Ⓑ $x = 2$. Ⓒ $x = -2$. Ⓓ $x = 4$.

CÂU 33. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

Ⓐ $\dfrac{10}{19}$. Ⓑ $\dfrac{5}{19}$. Ⓒ $\dfrac{4}{19}$. Ⓓ $\dfrac{9}{19}$.

CÂU 34.
Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

Ⓐ 90°. Ⓑ 60°. Ⓒ 30°. Ⓓ 45°.



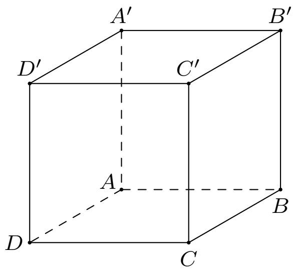
CÂU 35.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

Ⓐ $2\sqrt{2}a$. Ⓑ $2\sqrt{3}a$. Ⓒ $\sqrt{2}a$. Ⓓ $\sqrt{3}a$.



CÂU 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+1=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

Ⓐ $2x+y+3z+7=0$. Ⓑ $2x+y+3z-7=0$.

Ⓒ $2x-y+3z+9=0$. Ⓓ $2x-y+3z-9=0$.

CÂU 37. Với $a>0$, đặt $\log_2(2a)=b$, khi đó $\log_2\left(8a^4\right)$ bằng

Ⓐ $4b+7$. Ⓑ $4b+3$. Ⓒ $4b$. Ⓓ $4b-1$.

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d)\colon \begin{cases} x=2t \\ y=1+t \\ z=1-3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z-1=0$. Đường thẳng (d') đi qua $M(2;1;1)$ vuông góc với (d) và song song với (P) có phương trình là

Ⓐ $(d')\colon \dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y+10}{11}=\dfrac{z+6}{7}$. Ⓑ $(d')\colon \dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y-1}{-11}=\dfrac{z-1}{-7}$.

Ⓒ $(d')\colon \dfrac{x+2}{5}=\dfrac{y-1}{-11}=\dfrac{z+1}{-7}$. Ⓓ $(d')\colon \dfrac{x+2}{5}=\dfrac{y+1}{11}=\dfrac{z+1}{7}$.

CÂU 39. Cho một hình trụ mà khi trải mặt xung quanh của nó lên một mặt phẳng ta thu được một hình vuông có độ dài cạnh bằng 4π. Khi cắt hình trụ đó bởi mặt phẳng song song và cách trục hình trụ một khoảng bằng 1 ta thu được thiết diện có diện tích bằng

Ⓐ $8\sqrt{15}\pi$. Ⓑ $8\sqrt{3}\pi$. Ⓒ 8π. Ⓓ 16π.

CÂU 40. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho có ít nhất 10 số nguyên x thỏa mãn $(x-m)\sqrt{2-\log(4x)}\geq 0$?

Ⓐ 10. Ⓑ 16. Ⓒ 15. Ⓓ 0.

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d là

Ⓐ $2x-y-3=0$. Ⓑ $x+2y+5z-5=0$.

Ⓒ $x+2y+5z-4=0$. Ⓓ $x+2y-z-4=0$.

CÂU 42. Gọi S là tập tất cả các số phức z thỏa mãn $z\cdot\overline{z}=|z+\overline{z}|$. Xét hai số phức $z_1,z_2\in S$ sao cho $|z_1-z_2|=1$, số phức z_1 có phần thực dương và số phức z_2 có phần thực âm. Giá trị lớn nhất của $P=|z_1-3i|^2+|z_2-3i|^2$ bằng

Ⓐ $2+2\sqrt{30}$. Ⓑ $30+2\sqrt{10}$. Ⓒ $20+6\sqrt{3}$. Ⓓ $22+4\sqrt{10}$.

CÂU 43. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=36x(1+\ln x)$, $\forall x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=9$. Gọi F là một nguyên hàm của f trên $(0;+\infty)$ sao cho $F(1)=1$, khi đó $F(\mathrm{e})$ bằng

Ⓐ $7\mathrm{e}^3+9\mathrm{e}-9$. Ⓑ $7\mathrm{e}^3$. Ⓒ $27\mathrm{e}^2-8$. Ⓓ $27\mathrm{e}^2$.

CÂU 44. Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f^2(x)-[f(f(x))+2]\,f(x)+2f\left(f(x)\right)=0$ là

Ⓐ 7. Ⓑ 12. Ⓒ 10. Ⓓ 9.

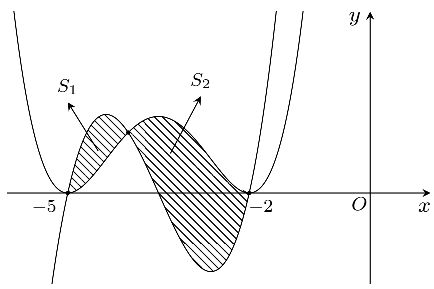
CÂU 45. Trên tập các số phức, xét phương trình $z^2+2mz+n^2+1=0$ (m, n là tham số thực). Có bao nhiêu cặp số $(m;n)$ sao cho phương trình có hai nghiệm phức z_1, z_2 sao cho các điểm biểu diễn số phức $z_0=-1$, z_1, z_2 là ba đỉnh của một tam giác đều có độ dài cạnh bằng 2?

(A) 3. (B) 2. (C) 6. (D) 4.

CÂU 46.

Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị của $f(x)$, $f'(x)$ như hình vẽ bên. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình vẽ. Khi $S_1=1$ thì S_2 bằng

(A) $\dfrac{104}{23}$. (B) $\dfrac{70}{23}$. (C) $\dfrac{57}{23}$. (D) $\dfrac{84}{23}$.



CÂU 47. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc 45° và tạo với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$; khoảng cách từ A' đến mặt phẳng (ABC') bằng 6. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $63\sqrt{7}$. (B) $27\sqrt{3}$. (C) 576. (D) $189\sqrt{21}$.

CÂU 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-4)^2+(y+3)^2+(z+6)^2=50$ tâm I. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến và mặt phẳng chứa hai tiếp tuyến đó tạo với đường thẳng IM góc 45°?

(A) 10. (B) 9. (C) 11. (D) 8.

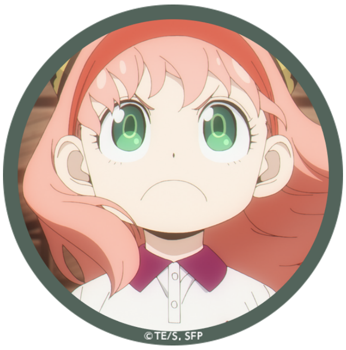
CÂU 49. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^3+ax^2+bx-3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $g(x)=f(x)-3(x-1)^2$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và hàm số $h(x)=f(x)-\dfrac{1}{2}x^4+2x$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$. Giá trị của $f'(3)$ bằng

(A) 36. (B) 33. (C) 39. (D) 42.

CÂU 50. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a tồn tại ít nhất bốn số nguyên $b\in(-16;16)$ để bất phương trình $5^{a^2+b+x}+5^{a^2+b-x}\le 2^{b-a}-12\cdot 3^b$ nghiệm đúng với mọi $x\in(-2;2)$?

(A) 7. (B) 5. (C) 6. (D) 4.

QUICK NOTE



ĐIỂM: __________

Be yourself; everyone else is already taken.

QUICK NOTE

Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 4 — ĐỀ 4

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Với n, k là các số nguyên dương và $k \le n$, công thức nào dưới đây đúng?

A $\mathrm{C}_n^k = n!\mathrm{A}_n^k$. **B** $\mathrm{C}_n^k = k!\mathrm{A}_n^k$. **C** $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{\mathrm{A}_n^k}{n!}$. **D** $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{\mathrm{A}_n^k}{k!}$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+3}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A $M(2;-1;3)$. **B** $P(-2;1;-3)$. **C** $Q(1;-2;-3)$. **D** $N(-1;2;3)$.

CÂU 3. Thể tích của khối lập phương cạnh bằng 6 là

A 108. **B** 216. **C** 6. **D** 36.

CÂU 4. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-4) = 3$ là

A $x = 8$. **B** $x = 13$. **C** $x = 10$. **D** $x = 12$.

CÂU 5. Nếu $\displaystyle\int_2^5 f(x)dx = 2$ thì với số thực k tùy ý, $\displaystyle\int_2^5 k\cdot f(x)dx$ bằng

A $2k$. **B** $-6k$. **C** $6k$. **D** $-2k$.

CÂU 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$?

A $M\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$. **B** $Q(-1;3)$. **C** $P(1;1)$. **D** $N(-1;-2)$.

CÂU 7. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 6$ là

A $(\log_2 6;+\infty)$. **B** $(-\infty;3)$. **C** $(3;+\infty)$. **D** $(-\infty;\log_2 6)$.

CÂU 8. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 7$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng

A 11. **B** 3. **C** $\dfrac{7}{4}$. **D** 28.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y+8)^2 + z^2 = 9$ có tâm là điểm nào dưới đây?

A $M(-1;4;0)$. **B** $N(1;-4;0)$. **C** $P(-2;8;0)$. **D** $Q(2;-8;0)$.

CÂU 10. Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{3}{2}}$ là

A $(0;+\infty)$. **B** $\mathbb{R}$. **C** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D** $[0;+\infty)$.

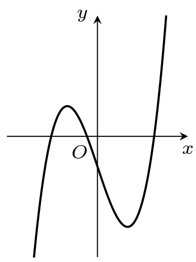
CÂU 11. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần ảo của z bằng

A 2. **B** 3. **C** -3. **D** -2.

CÂU 12.
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

A $y = -x^3 + 3x - 1$. **B** $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

C $y = x^3 - 3x - 1$. **D** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.



CÂU 13. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $\dfrac{5}{6}a^3$. **B** $\dfrac{5}{2}a^3$. **C** $5a^3$. **D** $\dfrac{5}{3}a^3$.

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x-y+2z-1=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của (P) ?

Ⓐ $\vec{n}_1=(-3;1;2)$. Ⓑ $\vec{n}_2=(3;-1;2)$. Ⓒ $\vec{n}_3=(3;1;2)$. Ⓓ $\vec{n}_4=(3;1;-2)$.

CÂU 15. Cho số phức $z=3-2i$, khi đó $2\cdot\overline{z}$ bằng

Ⓐ $-6-4i$. Ⓑ $6-4i$. Ⓒ $6+4i$. Ⓓ $-6+4i$.

CÂU 16. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

Ⓐ $S_{xq}=\pi r(r+\ell)$. Ⓑ $S_{xq}=2\pi r\ell$.

Ⓒ $S_{xq}=2\pi r(r+\ell)$. Ⓓ $S_{xq}=\pi r\ell$.

CÂU 17. Phần thực của số phức $z=5-2i$ bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 2. Ⓒ -5. Ⓓ -2.

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Phương trình của d là

Ⓐ $\begin{cases}x=-2+3t\\y=4-t\\z=5+4t\end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases}x=3-2t\\y=1+4t\\z=4+5t\end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases}x=3-2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$.

CÂU 19. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $x=1$. Ⓑ $x=-1$. Ⓒ $x=2$. Ⓓ $x=\dfrac{1}{2}$.

CÂU 20. Nếu $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\displaystyle\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x=-2$ thì $\displaystyle\int_1^4 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ -1. Ⓑ -5. Ⓒ 5. Ⓓ 1.

CÂU 21. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log(2x)$ là

Ⓐ $y'=\dfrac{1}{2x\ln 2}$. Ⓑ $y'=\dfrac{1}{2x\ln 10}$. Ⓒ $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. Ⓓ $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$.

CÂU 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

Ⓐ $x=-1$. Ⓑ $x=5$. Ⓒ $x=-3$. Ⓓ $x=1$.

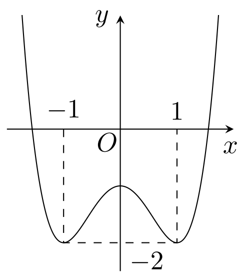
CÂU 23. Cho $a>0$, $a\neq 1$, giá trị của $\log_{\sqrt{a}} a$ bằng

Ⓐ $\sqrt{2}$. Ⓑ 2. Ⓒ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Ⓓ $\dfrac{1}{2}$.

CÂU 24.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-1;0)$. Ⓑ $(-\infty;-1)$. Ⓒ $(1;+\infty)$. Ⓓ $(-1;1)$.



CÂU 25. Cho hàm số $f(x)=2x+\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=2+\cos x+C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^2+\cos x+C$.

Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^2-\cos x+C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\cos x+C$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

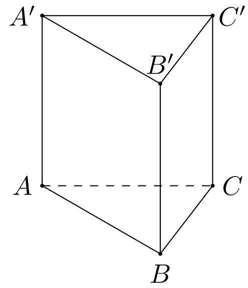
CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Toạ độ véctơ $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$ là

Ⓐ $(5;1;2)$. Ⓑ $(-3;-1;-2)$. Ⓒ $(3;1;2)$. Ⓓ $(-5;-1;-2)$.

CÂU 27.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC\cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều và $AB=4$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

Ⓐ $2\sqrt{2}$. Ⓑ 2. Ⓒ $2\sqrt{3}$. Ⓓ 4.



CÂU 28. Một cốc nước hình trụ chứa sẵn một lượng nước có bán kính đáy r và chiều cao $h=2r$. Thả vào cốc một viên bi sắt hình cầu bán kính r thì mực nước trong cốc dâng lên vừa đúng mép cốc. Thể tích nước có sẵn trong cốc là (bỏ qua độ dày của đáy và thành cốc)

Ⓐ $\dfrac{1}{3}\pi r^3$. Ⓑ πr^3. Ⓒ $\dfrac{2}{3}\pi r^3$. Ⓓ $\dfrac{4}{3}\pi r^3$.

CÂU 29. Trên đoạn $[0;7]$, hàm số $y=2x-3+\dfrac{8}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

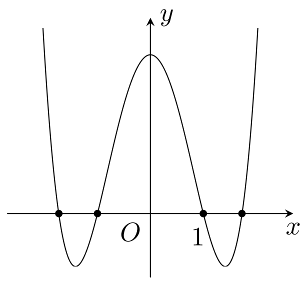
Ⓐ $x=7$. Ⓑ $x=3$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=0$.

CÂU 30.

Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

Ⓐ $f'(1)>0$. Ⓑ $f'(-1)<0$.

Ⓒ $f'(1)=0$. Ⓓ $f'(-1)>0$.



CÂU 31. Với a,b là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(ab^3\right)=1$ và $\log_4\left(a^4b\right)=2$, khẳng định nào dưới đây **đúng**?

Ⓐ $a^5b^4=16$. Ⓑ $a^3=2b^2$. Ⓒ $a^5b^4=1$. Ⓓ $a^3=8b^2$.

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;0;6)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y+2z-1=0$ có phương trình là

Ⓐ $x+2y+2z+14=0$. Ⓑ $x+2y+2z-13=0$.

Ⓒ $x+2y+2z+13=0$. Ⓓ $x+2y+2z-14=0$.

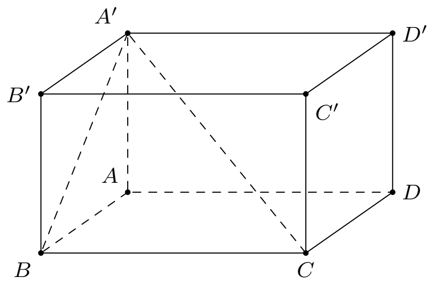
CÂU 33. Nếu $\displaystyle\int_1^3\left[f(x)+4x^3\right]\mathrm{d}\,x=100$ thì $\displaystyle\int_1^3 f(x)\mathrm{d}\,x$ bằng

Ⓐ 20. Ⓑ 122. Ⓒ 122. Ⓓ 22.

CÂU 34.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2\sqrt{2}$, $AA'=4$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng

Ⓐ 30° . Ⓑ 60°. Ⓒ 45°. Ⓓ 90° .



CÂU 35. Cho hai số thực a,b thỏa mãn $a+bi=(1+i)\cdot i$, (trong đó i là đơn vị ảo). Giá trị của $a+b$ bằng

Ⓐ 0. Ⓑ 2. Ⓒ $-1+i$. Ⓓ $1+i$.

CÂU 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-5	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2 || $+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt là

A 2. **B** 3. **C** 5. **D** 4.

CÂU 37. Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả cùng màu bằng

A $\dfrac{7}{40}$. **B** $\dfrac{21}{40}$. **C** $\dfrac{33}{40}$. **D** $\dfrac{19}{40}$.

CÂU 38. Biết $F(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là một nguyên hàm của $\dfrac{f(x)}{x^2}$ trên $(0; +\infty)$. Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của $f(x)$ trên $(0; +\infty)$?

A $\dfrac{3}{7}x^{\frac{7}{2}} + C$. **B** $\dfrac{2}{9}x^{\frac{9}{2}} + C$. **C** $\dfrac{3}{2}x^{\frac{5}{2}} + C$. **D** $\dfrac{3}{5}x^{\frac{7}{2}} + C$.

CÂU 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3^2\left(3x^2\right) - 8\log_3|x| \le 9$?

A 18. **B** 7. **C** 19. **D** 9.

CÂU 40. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 3; -1)$, $B(1; 1; 0)$, $C(4; 7; 3)$. Gọi (P) là mặt phẳng qua A, trực tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A $Q(-2; -2; -1)$. **B** $M(1; -3; -2)$. **C** $N(1; 2; 2)$. **D** $P(-8; 0; 3)$.

CÂU 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \mathrm{e}^x \sin x + 2x - 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Gọi F là một nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ sao cho $F(0) = -1$, khi đó $F(1)$ bằng

A $\dfrac{1}{6}(5 - 3\mathrm{e}\cos 1)$. **B** $\dfrac{1}{6}(7 - 3\mathrm{e}\cos 1)$.

C $\dfrac{1}{6}(5 + 3\mathrm{e}\cos 1)$. **D** $-\dfrac{1}{6}(7 + 3\mathrm{e}\cos 1)$.

CÂU 42. Cho hình trụ (T) có O, O' lần lượt là tâm hai đường tròn đáy. Tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O, $AB = 2a$, $\sin\widehat{ACB} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ và OO' tạo với mặt phẳng $(O'AB)$ một góc 30°. Thể tích khối trụ (T) bằng

A $3\pi a^3\sqrt{6}$. **B** $\pi a^3\sqrt{3}$. **C** $\pi a^3\sqrt{6}$. **D** $2\pi a^3\sqrt{6}$.

CÂU 43. Xét hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1 - z_2| = |z_1 - 3i|$; $|z_2 + 2 - i| = 4$ và $(z_1 + 2 - i)\overline{(z_1 - z_2)}$ là một số thực. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_2 - z_1|$, giá trị của $M^2 + m^2$ bằng

A $8\sqrt{2}$. **B** 12. **C** 16. **D** $4\sqrt{2}$.

CÂU 44. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SD; góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AHK) bằng 30°. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

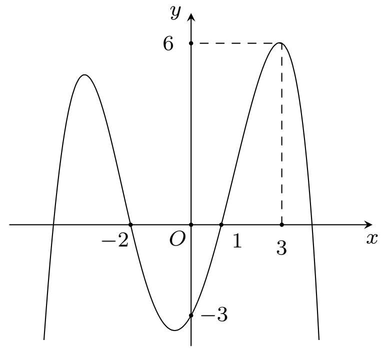
CÂU 45.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Xét $T = 2f\left(a^2+a+1\right) + 3f\left(a^2f(a)+b^2f(b)\right)$, $a, b \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ để $T = 30$?

A 10. **B** 4. **C** 6. **D** 8.



CÂU 46. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2 = 9$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-2}$. Xét điểm M di động trên mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-3 = 0$ sao cho các tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ M đến (S) nằm trên một đường tròn có bán kính bằng 1. Khoảng cách từ M đến đường thẳng d có giá trị lớn nhất bằng

A $\dfrac{3\sqrt{5}+6}{3}$. **B** $\dfrac{12+3\sqrt{2}}{4}$. **C** $\dfrac{6\sqrt{5}+15}{5}$. **D** $\dfrac{3\sqrt{14}+6}{2}$.

CÂU 47. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x, tồn tại đúng 12 số nguyên y thoả mãn

$$6\ln(1+x+y) \ge 2xy + y^2 - 9y + 2x^2.$$

A 7. **B** 6. **C** 9. **D** 8.

CÂU 48. Trên tập hợp số phức, gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+az+b = 0$ và z_3, z_4 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+cz+d = 0$ với a, b, c, $d \in \mathbb{Z}$. Biết rằng $z_1+z_3 = 3+4i$ và $z_2 \cdot z_4 = -8-6i$. Khi đó $ac+b+d$ bằng

A 9. **B** 84. **C** 41. **D** 34.

CÂU 49. Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f\left(\left|f^2(x)+6f(x)\right|+m\right)$ có đúng 15 điểm cực trị?

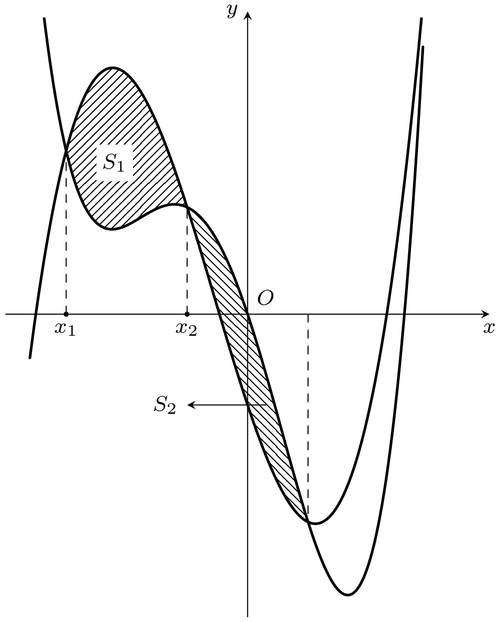
A 5. **B** 8. **C** 7. **D** 6.

CÂU 50.

Cho hai hàm số $f(x) = ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ và $g(x) = bx^3+mx^2+dx+n$ với a, b, c, d, e, m, n là các số thực có đồ thị cắt nhau tại bốn điểm phân biệt trong đó có hai hoành độ giao điểm x_1, x_2 như hình vẽ Gọi S_1, S_2 là diện tích các hình phẳng trong hình vẽ, khi $S_1 = 6-4\sqrt{2}$ và $S_2 = 12$ thì $\dfrac{x_1}{x_2}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(2; \dfrac{5}{2}\right)$. **B** $\left(\dfrac{5}{2}; 4\right)$.

C $\left(1; \dfrac{3}{2}\right)$. **D** $\left(\dfrac{3}{2}; 2\right)$.



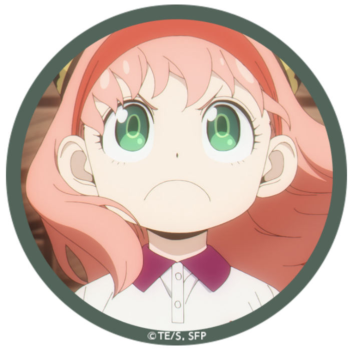
Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 5 — ĐỀ 5

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề



ĐIỂM: ____________

Be yourself; everyone else is already taken.

QUICK NOTE

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 1. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

CÂU 2. Giao điểm của đồ hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ với trục tung có tung độ là

Ⓐ 0. Ⓑ -1. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

CÂU 3. Số phức $z = 5\text{i}$ có số phức liên hợp là

Ⓐ -5. Ⓑ -5i. Ⓒ 5. Ⓓ 5i.

CÂU 4. Trong không gian cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

Ⓐ Điểm $Q(2;2;3)$. Ⓑ Điểm $N(2;-2;-3)$.
Ⓒ Điểm $M(1;2;-3)$. Ⓓ Điểm $P(1;2;3)$.

CÂU 5. Cho khối lăng trụ tứ giác đều có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 6. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ 8. Ⓑ 72. Ⓒ 36. Ⓓ 24.

CÂU 6. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

Ⓐ $(0;+\infty)$. Ⓑ $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ⓒ $\mathbb{R}$. Ⓓ $(1;+\infty)$.

CÂU 7. $\displaystyle\int \sqrt[3]{x}\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ $-\dfrac{3}{2\sqrt[3]{x^2}} + C$. Ⓑ $\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + C$. Ⓒ $\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x^4} + C$. Ⓓ $\dfrac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + C$.

CÂU 8. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{2021} = 1, u_{2023} = 9$ khi đó u_{2022} bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ -3.

CÂU 9. Nghiệm của phương trình $2^{x-5} = 8$ là

Ⓐ $x = -4$. Ⓑ $x = 8$. Ⓒ $x = 4$. Ⓓ $x = 1$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = (-2;1;3)$ khi đó $2\vec{a}$ là

Ⓐ $(-4;2;6)$. Ⓑ $(0;3;5)$. Ⓒ $(-4;-1;-1)$. Ⓓ $(4;-2;-6)$.

CÂU 11. Trong mặt phẳng toạ độ, điểm $M(-3;2)$ biểu diễn số phức nào dưới đây?

Ⓐ $z_1 = -3 + 2i$. Ⓑ $z_2 = 2 - 3i$. Ⓒ $z_3 = -3 - 2i$. Ⓓ $z_4 = 2 + 3i$.

CÂU 12. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

Ⓐ $S_{\text{tp}} = \pi r(r + l)$. Ⓑ $S_{\text{tp}} = 2\pi rl$.
Ⓒ $S_{\text{tp}} = 2\pi r(r + l)$. Ⓓ $S_{\text{tp}} = \pi rl$.

CÂU 13. Với mọi số thực a dương, $\log_2(2a)$ bằng

Ⓐ $\dfrac{1}{2}\log_2 a$. Ⓑ $\log_2 a + 1$. Ⓒ $\log_2 a - 1$. Ⓓ $2\log_2 a$.

CÂU 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

QUICK NOTE

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-5; 1)$. **B** $(-\infty; 1)$. **C** $(-5; +\infty)$. **D** $(-1; 2)$.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận véctơ $\vec{a} = (-2; 1; 3)$ là một véc-tơ pháp tuyến?

A $-2x + y + 3z = 0$. **B** $2x + y + 3z = 0$.

C $2x - y + 3z = 0$. **D** $x + 3y - 2z = 0$.

CÂU 16. Nếu $\int\limits_{-1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x = -1$ và $\int\limits_{-1}^{3} g(x)\,\mathrm{d}x = 3$ thì $\int\limits_{-1}^{3} [3f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A 8. **B** 0. **C** -6. **D** 6.

CÂU 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

A $(1; 7)$. **B** $(-\infty; 9)$. **C** $(1; 9)$. **D** $(9; +\infty)$.

CÂU 18. Môđun của số phức $z = 4 - 2i$ bằng

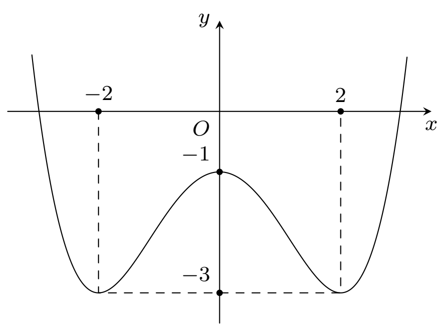
A 12. **B** $2\sqrt{5}$. **C** 20. **D** $2\sqrt{3}$.

CÂU 19. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{-2x} + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -2\mathrm{e}^{-2x} + \cos x + C$. **B** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} + \cos x + C$.

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -2\mathrm{e}^{-2x} - \cos x + C$. **D** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} - \cos x + C$.

CÂU 20. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A -2. **B** -1.

C -3. **D** 2.

CÂU 21. Số hoán vị của tập hợp gồm 10 phần tử là

A 10!. **B** 10^2. **C** 10. **D** 9!.

CÂU 22. Số phức z thỏa mãn $(2 - i) \cdot \overline{z} = 3 - 4i$ có phần ảo bằng

A 2. **B** -1. **C** 1. **D** -2.

CÂU 23. Nếu $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x = -1$ thì $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + \sin x]\,\mathrm{d}x$ bằng

A 0. **B** $-\frac{\pi}{2} - 1$. **C** -2. **D** 2.

CÂU 24. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có tiệm cận ngang $y = a$ và tiệm cận đứng $x = b$. Tính tổng $a + b$.

A $a + b = 1$. **B** $a + b = 0$. **C** $a + b2$. **D** $a + b = 3$.

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; -2)$ và $B(3; 1; 6)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 80$. **B** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 20$.

C $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 80$. **D** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 20$.

QUICK NOTE

CÂU 26. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BC bằng

(A) $90°$. (B) $30°$. (C) $45°$. (D) $60°$.

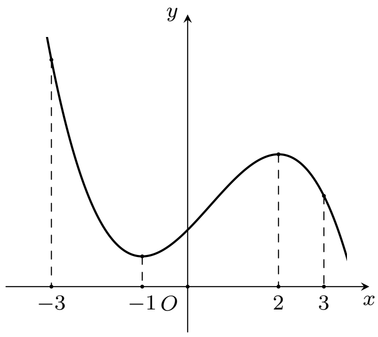
CÂU 27. Với mọi số thực a, b thỏa mãn $2^a \cdot 8^b = 16$, khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $3ab = 4$. (B) $a + 3b = 4$. (C) $a^{3b}=4$. (D) $a - 3b = 4$.

CÂU 28.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

(A) $f(2)$. (B) $f(-1)$. (C) $f(-3)$. (D) $f(3)$.



CÂU 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua điểm $M(2; -1; 3)$ và vuông góc với trục Ox có phương trình là

(A) $x + 2 = 0$. (B) $-y + 3z = 0$. (C) $x - 2 = 0$. (D) $z - 3 = 0$.

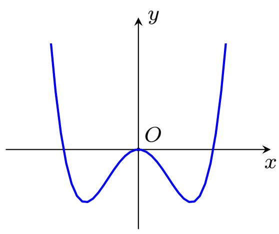
CÂU 30. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$ là

(A) $y' = \dfrac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$. (B) $y' = \dfrac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$. (C) $y' = \dfrac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$. (D) $y' = \dfrac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

CÂU 31. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

(A) $y = \dfrac{3x+1}{x+2}$. (B) $y = x^2 + 2x$.

(C) $y = 2x^3 - x^2$. (D) $y = x^4 - 2x^2$.



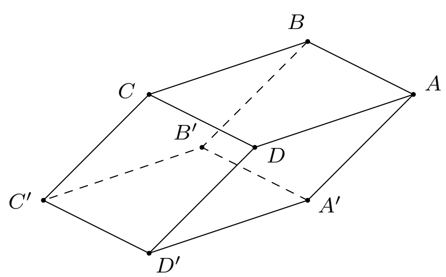
CÂU 32. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = \dfrac{3x-1}{x+1}$. (B) $y = x^3 - x$. (C) $y = x^4 - 2x^2$. (D) $y = x^3 + x$.

CÂU 33.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 6 và các góc tại đỉnh A đều bằng $60°$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(A'B'C'D')$ bằng

(A) 3. (B) $2\sqrt{6}$. (C) $3\sqrt{3}$. (D) 2.



CÂU 34. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 4a$ và $SB = \sqrt{6}a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}a^3$. (B) $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. (C) $16a^3$. (D) $\dfrac{16}{3}a^3$.

CÂU 35. Cho tập $X = \{-5; -4; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Chọn 2 số phân biệt từ tập X. Tính xác suất để tổng 2 số được chọn là một số âm.

(A) $\dfrac{4}{9}$. (B) $\dfrac{5}{9}$. (C) $\dfrac{2}{3}$. (D) $\dfrac{2}{9}$.

CÂU 36. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{\sin^3 x + 1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0; \pi)$ là

(A) $-\cos x - \cot x + C$. (B) $\cos x - \cot x + C$.

(C) $-\cos x + \cot x + C$. (D) $\cos x + \cot x + C$.

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + z - 1 = 0$ và $(\beta): x - y - z + 2 = 0$ có một véc-tơ chỉ phương là

QUICK NOTE

A $\vec{u}_1=(1;2;-3)$. **B** $\vec{u}_2=(0;-1;3)$. **C** $\vec{u}_3=(1;-2;3)$. **D** $\vec{u}_4=(1;2;3)$.

CÂU 38. Một thùng đựng nước có dạng hình hộp chữ nhật có chiều cao là 90 cm, đáy thùng là hình chữ nhật có chiều rộng là 50 cm và chiều dài là 80 cm. Trong thùng có chứa nước, mực nước so với đáy thùng có chiều cao là 40 cm. Khi đặt vào thùng một khối trụ bằng thép có chiều cao bằng chiều cao của thùng và bán kính đáy là 20 cm theo phương thẳng đứng thì chiều cao của mực nước so với đáy thùng là bao nhiêu?

A 58,32 cm. **B** 48,32 cm. **C** 78,32 cm. **D** 68,32 cm.

CÂU 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-2=0$. Đường thẳng d qua A cắt trục hoành tại điểm M và cắt mặt phẳng (P) tại điểm N sao cho A là trung điểm MN có phương trình là

A $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y-3}{6}=\dfrac{z+1}{-2}$. **B** $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$.

C $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{6}=\dfrac{z+1}{-2}$. **D** $\dfrac{x-2}{-4}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$.

CÂU 40. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$ (với a,b là các tham số thực). Có nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+1+i|=1$ và $|z_2+2-i|=1$?

A 3. **B** 2. **C** 5. **D** 4.

CÂU 41. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có đúng 4 số nguyên x thoả mãn $\log_2 x\cdot\log_3\left(\dfrac{6x}{y}\right)\le 0$?

A 7 . **B** 13. **C** 6. **D** 12.

CÂU 42. Xét hai số phức z_1,z_2 thoả mãn $|z_1-1-i|=1; |z_2-2+i|=2$ và số phức z sao cho $(z-z_1)\left(\overline{z-z_2}\right)$ là số thực; $\left(\overline{z-z_1}\right)(1+i-z_1)$ và $\left(\overline{z-z_2}\right)(2-i-z_2)$ là các số thuần ảo. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z-3-2i|$ bằng

A 3. **B** 2. **C** 0. **D** 1.

CÂU 43. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của cạnh AC. Biết tam giác MBC vuông cân tại B, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $2a$. Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và đáy bằng 45°. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $2\sqrt{2}a^3$. **B** $\sqrt{2}a^3$. **C** $3\sqrt{2}a^3$. **D** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

CÂU 44. Cho hình nón đỉnh S và có đáy là hình tròn tâm O. Biết rằng chiều cao của nón bằng a, bán kính đáy của nón bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S và cắt nón theo dây cung $AB=2\sqrt{3}a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SOAB$ bằng

A $5\pi a^2$. **B** $17\pi a^2$. **C** $7\pi a^2$. **D** $26\pi a^2$.

CÂU 45. Cho hàm số $f(x)$ bậc năm có bốn điểm cực trị là x_1, x_2, x_3, x_4 sao cho $x_1+x_2+x_3+x_4=1$. Gọi $g(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị qua bốn điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y=\dfrac{f'(x)}{f(x)-g(x)}$, trục hoành, hai đường thẳng $x=-1$; $x=0$ bằng

A $5\ln 2$. **B** $5\ln 5$. **C** $5\ln 6$. **D** $5\ln 3$.

CÂU 46. Cho hàm số $f(x)$ là hàm bậc ba có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Xét $g(x)=f(f(x)+m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-10;10]$ để phương trình $g'(x)=0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt?

A 11. **B** 4. **C** 6. **D** 13.

CÂU 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(m;n)$ với $m+n \le 16$ sao cho tồn tại 4 số thực x thoả mãn
$$x^4 - 2mx^2 + 1 = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)^{4n}?$$

Ⓐ 43. Ⓑ 57. Ⓒ 54. Ⓓ 66.

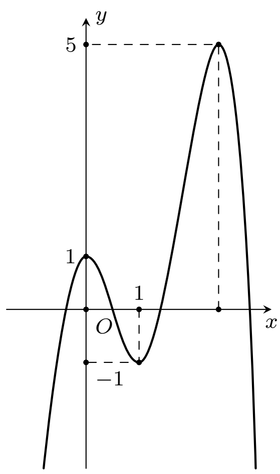
CÂU 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(-\sqrt{2};\sqrt{2}) \setminus \{0\}$ thoả mãn $f'(x) + x\left(\mathrm{e}^{f(x)} + 2 + \mathrm{e}^{-f(x)}\right) = 0$. Biết $f(1) = 0$, giá trị của $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ bằng

Ⓐ $\ln 7$. Ⓑ $\ln 5$. Ⓒ $\ln 6$. Ⓓ $\ln 3$.

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(2;\dfrac{9}{2};-2\right)$, $B\left(4;\dfrac{7}{2};0\right)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-6}{1} = \dfrac{z-1}{4}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I qua hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng d. Bán kính của (S) có giá trị nhỏ nhất bằng

Ⓐ $\dfrac{6\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{2}$. Ⓑ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. Ⓒ $\dfrac{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{2}$. Ⓓ $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

CÂU 50. Cho hàm số đa thức $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-30;30]$ để hàm số $g(x) = [f(x+m)]^2 - mf(x+m)$ có đúng 2 điểm cực đại?

Ⓐ 38. Ⓑ 36. Ⓒ 37. Ⓓ 35.

1. D	2. B	3. B	4. B	5. D	6. A	7. D	8. A	9. B	10. A
11. A	12. A	13. B	14. D	15. A	16. B	17. C	18. B	19. D	20. C
21. A	22. C	23. A	24. A	25. D	26. D	27. B	28. B	29. C	30. C
31. D	32. D	33. B	34. B	35. A	36. A	37. C	38. A	39. B	40. A
41. C	42. D	43. A	44. B	45. B	46. D	47. C	48. B	49. A	50. C

QUICK NOTE

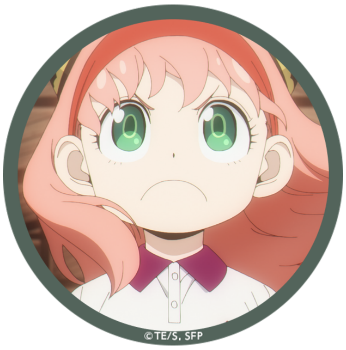
Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 6 — ĐỀ 6

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề



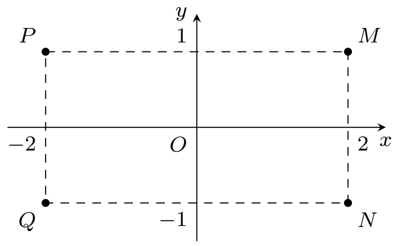
ĐIỂM: ____________

Be yourself; everyone else is already taken.

QUICK NOTE

CÂU 1. Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - i$?

Ⓐ Điểm P. Ⓑ Điểm Q.
Ⓒ Điểm M. Ⓓ Điểm N.



CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $A(1; 2; -2)$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 9. Ⓓ 1.

CÂU 3. Nghiệm của phương trình $\log_2(x + 8) = 5$ là

Ⓐ $x = 17$. Ⓑ $x = 2$. Ⓒ $x = 40$. Ⓓ $x = 24$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x - y - z + 3 = 0$. Véc-tơ nào sau đây không là một véc-tơ pháp tuyến của (α)?

Ⓐ $\vec{n}_4 = \left(1; \dfrac{-1}{2}; \dfrac{-1}{2}\right)$. Ⓑ $\vec{n}_1 = (2; -1; -1)$.
Ⓒ $\vec{n}_3 = (6; -2; -3)$. Ⓓ $\vec{n}_2 = (-2; 1; 1)$.

CÂU 5. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

Ⓐ -2. Ⓑ -3. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

CÂU 6. Cho $\displaystyle\int_1^2 2f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\displaystyle\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 5. Ⓓ 6.

CÂU 7. Một tổ gồm 10 học sinh gồm 4 nam 6 nữ. Số cách chọn hai học sinh gồm cả nam và nữ là

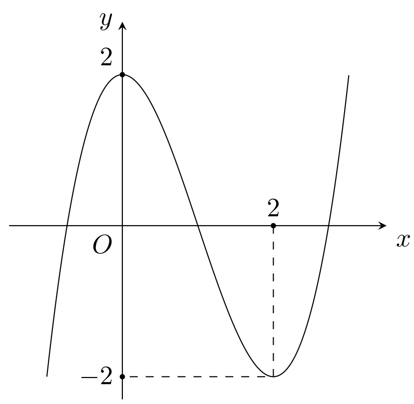
Ⓐ $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_6^1$. Ⓑ $\mathrm{C}_4^1 + \mathrm{C}_6^1$. Ⓒ C_{10}^2. Ⓓ A_{10}^2.

CÂU 8. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x - 3}{x - 1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

Ⓐ $x = 2$ và $y = 1$. Ⓑ $x = 1$ và $y = 2$.
Ⓒ $x = -1$ và $y = 2$. Ⓓ $x = 1$ và $y = -3$.

CÂU 9. Cho hàm số $f(x)$ bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty; 2)$. Ⓑ $(-2; +\infty)$.
Ⓒ $(0; 2)$. Ⓓ $(2; +\infty)$.



CÂU 10. Cho khối lăng trụ có chiều cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$. Thể tích của khối lăng trụ đó là

Ⓐ $12a^3$. Ⓑ $4a^3$. Ⓒ $12a^2$. Ⓓ $4a^2$.

CÂU 11. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Mô đun của số phức $w = (1+i)z$ là

Ⓐ $|w| = \sqrt{37}$. Ⓑ $|w| = 4$. Ⓒ $|w| = \sqrt{26}$. Ⓓ $|w| = 5$.

CÂU 12. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r, chiều cao bằng h. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ $h = \sqrt{2}r$. Ⓑ $h = 2r$. Ⓒ $r = h$. Ⓓ $r = 2h$.

CÂU 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{2x}$ là

Ⓐ $2\mathrm{e}^{2x} + C$. Ⓑ $2x\mathrm{e}^{2x} + C$. Ⓒ $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$. Ⓓ $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x} + C$.

CÂU 14. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ đi qua điểm nào dưới đây?

Ⓐ $Q(0;-4)$. Ⓑ $N(-4;0)$. Ⓒ $M(0;4)$. Ⓓ $P(-1;1)$.

CÂU 15. Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $y = \log_3 x$ có đạo hàm là

Ⓐ $y' = \dfrac{x}{\ln 3}$. Ⓑ $y' = x\ln 3$. Ⓒ $y' = \dfrac{1}{x\ln 3}$. Ⓓ $y' = \dfrac{\ln 3}{x}$.

CÂU 16. Cho các số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = -5 + 4i$, khi đó $z_1 + z_2$ bằng

Ⓐ $-8 + 6i$. Ⓑ $2 - 2i$. Ⓒ $8 - 6i$. Ⓓ $-2 + 2i$.

CÂU 17. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x \geq 2$ là

Ⓐ $\left(\dfrac{1}{4};+\infty\right)$. Ⓑ $\left[\dfrac{1}{4};+\infty\right)$. Ⓒ $\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. Ⓓ $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của d có tọa độ là

Ⓐ $(2;1;1)$. Ⓑ $(2;-1;1)$. Ⓒ $(1;2;3)$. Ⓓ $(2;0;0)$.

CÂU 19. Với mọi số thực a dương, $\log_3(3a^2)$ bằng

Ⓐ $1 + 2\log_3 a$. Ⓑ $3\log_3 a$. Ⓒ $2 + 3\log_3 a$. Ⓓ $1 + \log_3 a$.

CÂU 20. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và công bội $q = 6$. Giá trị của u_2 bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 11. Ⓒ 3. Ⓓ 30.

CÂU 21. Đường kính của khối cầu có thể tích $36\pi a^3$ bằng

Ⓐ $3a$. Ⓑ $2a$. Ⓒ $6a$. Ⓓ $4a$.

CÂU 22. Một khối chóp có diện tích đáy bằng $3\sqrt{2}$ và thể tích bằng $\sqrt{50}$. Chiều cao của khối chóp đó bằng

Ⓐ $\dfrac{5}{3}$. Ⓑ 10. Ⓒ 5. Ⓓ $\dfrac{10}{3}$.

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $M(1;2;-1)$ đồng thời vuông góc mặt phẳng $2x + 3y + 4z + 1 = 0$ có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+1}{4}$. Ⓑ $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+4}{-1}$.

Ⓒ $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-1}{4}$. Ⓓ $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-4}{-1}$.

CÂU 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số là

Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, cho vec-tơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = \left(1; 0; 2 + \sqrt{6}\right)$. Góc giữa hai vec-tơ đã cho bằng

(A) $45°$. (B) $120°$. (C) $135°$. (D) $60°$.

CÂU 26. Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}} + (x-1)^{-3}$ là

(A) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. (B) $(0; 1)$. (C) $(0; +\infty) \setminus \{1\}$. (D) $(0; +\infty)$.

CÂU 27. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = x^4 - 1$.
(B) $y = -x^3 + x^2 - 5x$.
(C) $y = \dfrac{x+3}{3x-1}$.
(D) $y = x^2 + 3x + 2$.

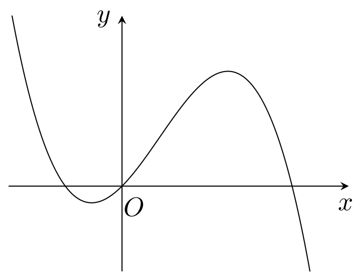
CÂU 28. Nếu $\displaystyle\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\displaystyle\int_2^3 [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x = 1$ thì $\displaystyle\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) -2. (C) 2. (D) 3.

CÂU 29.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + cx + d$, $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.



CÂU 30. Xét $u = x^2, v = \sin x$, khi đó $\displaystyle\int u\mathrm{d}v$ bằng

(A) $x^2 \sin x - \displaystyle\int 2x \sin x \mathrm{d}x$.
(B) $x^2 \sin x + \displaystyle\int 2x \sin x \mathrm{d}x$.
(C) $x^2 \sin x - \displaystyle\int x^2 \cos x \mathrm{d}x$.
(D) $x^2 \sin x + \displaystyle\int x^2 \cos x \mathrm{d}x$.

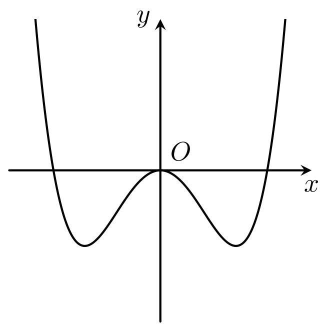
CÂU 31. Trên đoạn $[-4; -1]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

(A) $x = -2$. (B) $x = -1$. (C) $x = -4$. (D) $x = -3$.

CÂU 32.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ?

(A) $y = -x^4 + 2x^2$.
(B) $y = x^4 + 2x^2$.
(C) $y = 2x^3 - x^2$.
(D) $y = x^4 - 2x^2$.



CÂU 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành và mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S. Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

(A) $60°$. (B) $90°$. (C) $30°$. (D) $45°$.

CÂU 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ B đến (SCD) bằng

(A) $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. (B) $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. (C) $a\sqrt{2}$. (D) a.

CÂU 35. Cho hai số thực dương a và b thoả mãn $\ln(4a) = 2\ln(a+b) - \ln b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $2ab = a + b$.
(B) $-2ab = a + b$.
(C) $4a + b = (a+b)^2$.
(D) $a = b$.

QUICK NOTE

CÂU 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 \\ z = -1 + t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 \end{cases}$.

Mặt phẳng chứa hai đường d_1, d_2 có phương trình là

Ⓐ $x + y + z - 4 = 0$. Ⓑ $x - y - z + 2 = 0$.

Ⓒ $x + y + z + 4 = 0$. Ⓓ $x - y - z - 2 = 0$.

CÂU 37. Một lớp học có 12 nam và 13 nữ. Chọn ngẫu nhiên từ lớp học đó có 5 học sinh. Xác suất 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 bạn nữ bằng

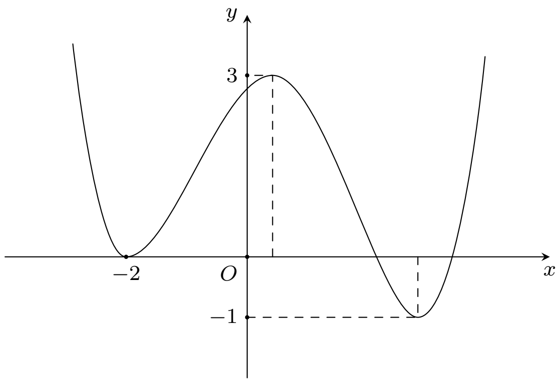
Ⓐ $\frac{13}{25}$. Ⓑ $\frac{793}{805}$. Ⓒ $\frac{12}{805}$. Ⓓ $\frac{12}{25}$.

CÂU 38. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $3\log_8(x+1) - \log_2(86 - x) \geq 1$?

Ⓐ 28. Ⓑ 85. Ⓒ 29. Ⓓ 86.

CÂU 39.

Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số thực m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2\right) + 9x^2 + 6mx + m^2 + 5$ bằng 4 ?



Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

CÂU 40. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x, tồn tại đúng 2 số thực y thoả mãn

$$(1 + x + y)^6 e^{9y - y^2} = e^{2x(x+y)}?$$

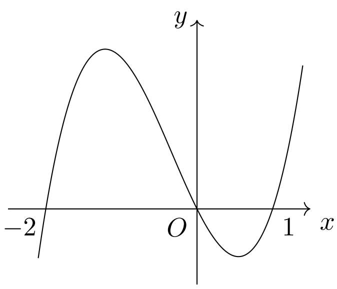
Ⓐ 2. Ⓑ 14. Ⓒ 11. Ⓓ 12.

CÂU 41. Xét hai số phức z, w thoả mãn $|z + 2 - i| = 2$; $|w - z| = \sqrt{2}|w - 2 + i|$ và $(z - w)(\overline{z + 2 - i})$ là số thuần ảo. Giá trị lớn nhất của $P = |(w - z)(w - 4 - i)|$ bằng

Ⓐ $56 + 36\sqrt{2}$. Ⓑ $58 + 36\sqrt{2}$. Ⓒ $72 + 56\sqrt{2}$. Ⓓ $72 + 58\sqrt{2}$.

CÂU 42.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Khi $\int\limits_{-2}^{1} |f(x)|\,\mathrm{d}x = 50$ và $\int\limits_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $\int\limits_{1}^{2} \left(x^3 + x\right) f'\left(x^2 - 3\right) \mathrm{d}x$ bằng



Ⓐ 25. Ⓑ 20. Ⓒ −25. Ⓓ −20.

CÂU 43. Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 5. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là

Ⓐ $S_{xq} = 50\pi\sqrt{3}$. Ⓑ $S_{xq} = 27\pi\sqrt{3}$. Ⓒ $S_{xq} = 36\pi\sqrt{3}$. Ⓓ $S_{xq} = 45\pi\sqrt{3}$.

CÂU 44. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm cạnh BC, hình chiếu vuông góc của S lên đáy là trung điểm I của AM. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy bằng $45°$; khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SB bằng 6. Thể tích khối chóp đã cho bằng

Ⓐ $180\sqrt{5}$. Ⓑ $72\sqrt{2}$. Ⓒ $108\sqrt{3}$. Ⓓ $468\sqrt{13}$.

CÂU 45. Xét hai số thực a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 6a + 8b - 24$ và hai số thực không âm x và y thỏa mãn

QUICK NOTE

$4x + y \cdot 2^{\sqrt{2x+2y+1}} \leq 6$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a-x)^2 + (b-y)^2$ bằng

A $\dfrac{20+11\sqrt{2}}{4}$. **B** $\dfrac{321}{8}$. **C** $\dfrac{417-44\sqrt{2}}{8}$. **D** $\dfrac{209-4\sqrt{61}}{4}$.

CÂU 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(1;2;0)$ và điểm M di động trên tia Oz. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên OB và MB. Đường thẳng HK cắt trục Oz tại điểm N. Khi thể tích khối tứ diện $ABMN$ nhỏ nhất thì mặt phẳng (AHK) có dạng $ax + by + cz - 4 = 0$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

A -1. **B** 5. **C** 1. **D** -4.

CÂU 47. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ có hai điểm cực trị là x_1, x_2 sao cho $f(x_2) = f(x_1) + 64$. Gọi $y = g(x)$ là đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

A 8. **B** 16. **C** 24. **D** 32.

CÂU 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-4)^2 + (y+3)^2 + (z+6)^2 = 42$. Có bao nhiêu điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy), với toạ độ là các số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến vuông góc với nhau và cùng vuông góc với trục hoành?

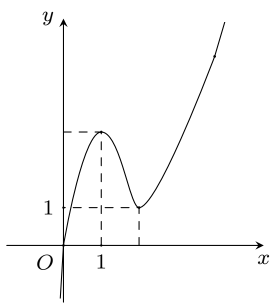
A 13. **B** 9. **C** 4. **D** 8.

CÂU 49. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + 2mz + n^2 + 5 = 0$ (với m, n là tham số thực). Có bao nhiêu cặp số $(m;n)$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phức z_1, z_2 sao cho các điểm biểu diễn của z_1, z_2, $z_3 = 1$, $z_4 = 5$ là bốn đỉnh của một hình vuông?

A 4. **B** 2. **C** 3. **D** 1.

CÂU 50.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = \left|f(x^2) - 2x\right|$ là



A 2. **B** 1. **C** 3. **D** 0.

1. D	2. B	3. D	4. C	5. B	6. A	7. A	8. B	9. D	10. A
11. C	12. C	13. C	14. A	15. C	16. D	17. C	18. B	19. A	20. D
21. C	22. C	23. A	24. D	25. C	26. C	27. B	28. B	29. C	30. A
31. A	32. D	33. D	34. A	35. D	36. A	37. B	38. C	39. D	40. D
41. C	42. D	43. A	44. A	45. C	46. C	47. B	48. C	49. B	50. A

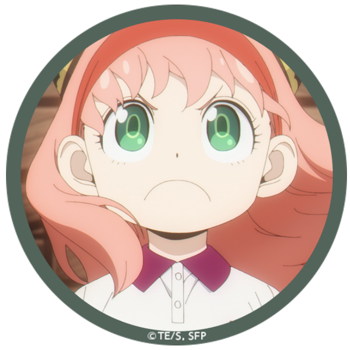
Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 7 — ĐỀ 7

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề



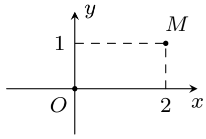
ĐIỂM: ____________

Be yourself; everyone else is already taken.

QUICK NOTE

CÂU 1.
Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ là

Ⓐ $1-2i$. Ⓑ $2-i$. Ⓒ $2+i$. Ⓓ $1+2i$.

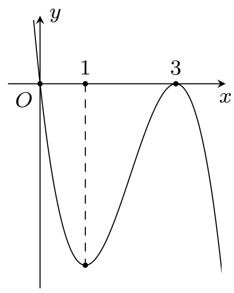


CÂU 2. Thể tích của khối chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $3a$ là

Ⓐ $18a^3$. Ⓑ $12a^3$. Ⓒ $4a^3$. Ⓓ $6a^3$.

CÂU 3.
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm như hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;3)$. Ⓑ $(-\infty;0)$. Ⓒ $(0;1)$. Ⓓ $(3:+\infty)$.



CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}$. Một véc-tơ chỉ phương của d là

Ⓐ $\vec{u}_1=(2;-1;3)$. Ⓑ $\vec{u}_2=(-1;1;-2)$.
Ⓒ $\vec{u}_3=(-1;2;-1)$. Ⓓ $\vec{u}_4=(2;3;-1)$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng toạ độ (Oxy) có phương trình là

Ⓐ $z=0$. Ⓑ $x+y=0$. Ⓒ $x=0$. Ⓓ $y=0$.

CÂU 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y=1$. Ⓑ $y=2$. Ⓒ $y=-2$. Ⓓ $y=-1$.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;-2;3)$ và $\vec{v}=(2;-2;1)$. Khi đó $\vec{u}\cdot\vec{v}$ bằng

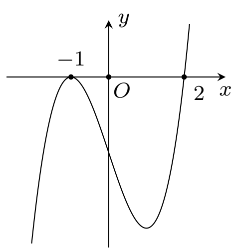
Ⓐ 9. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ -1.

CÂU 8. Diện tích của mặt cầu bán kính $r=2$ bằng

Ⓐ $\dfrac{32\pi}{3}$. Ⓑ 16π. Ⓒ 2π. Ⓓ 4π.

CÂU 9.
Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 3.



CÂU 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x<2$ là

Ⓐ $(-\infty;9)$. Ⓑ $(0;9)$. Ⓒ $(0;6)$. Ⓓ $(9;+\infty)$.

QUICK NOTE

CÂU 11. Cho hai số phức $z_1 = -2 - 3i$, $z_2 = 4 + 5i$, khi đó $z_1 + z_2$ bằng

(A) $-2 - 2i$. (B) $2 + 2i$. (C) $-2 + 2i$. (D) $2 - 2i$.

CÂU 12. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 2$ và $u_3 = 3$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

(A) $\dfrac{2}{3}$. (B) 1. (C) $\dfrac{3}{2}$. (D) -1.

CÂU 13. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x}$ là

(A) $\ln(-x) + C$. (B) $-\ln x + C$. (C) $\ln x + C$. (D) $-\dfrac{1}{x^2} + C$.

CÂU 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

(A) $x = 3$. (B) $x = -3$. (C) $x = -1$. (D) $x = 1$.

CÂU 15. Nghiệm của phương trình $4^{x+1} = 16$ là

(A) $x = 2$. (B) $x = 5$. (C) $x = -1$. (D) $x = 1$.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ có bán kính bằng

(A) 25. (B) 5. (C) 14. (D) 225.

CÂU 17. Số chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử là

(A) C_{10}^3. (B) A_{10}^3. (C) 10^3. (D) 3^{10}.

CÂU 18. Với mọi số thực dương a, $3^{\log_{27} a}$ bằng

(A) $3a$. (B) a^3. (C) $a^{\frac{1}{3}}$. (D) $\dfrac{a}{3}$.

CÂU 19. Nếu $\displaystyle\int_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 15$ thì $\displaystyle\int_5^3 3 \cdot f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 45. (B) -5. (C) -45. (D) 5.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d qua điểm $M(-1;2;3)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;3)$ có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

CÂU 21. Hàm số nào dưới đây có tập xác định là khoảng $(0; +\infty)$?

(A) $y = x^{-5}$. (B) $y = x^{\frac{1}{5}}$. (C) $y = 5^x$. (D) $y = x^5$.

CÂU 22.

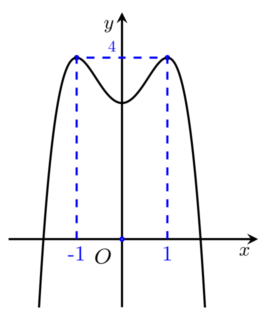
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?

(A) $y = x^3 - 3x + 3$.

(B) $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

(C) $y = -x^3 + 3x + 3$.

(D) $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.



CÂU 23. Thể tích của khối lập phương bằng 64 thì độ dài cạnh khối lập phương đó bằng

(A) $4\sqrt{2}$. (B) 4. (C) 32. (D) 8.

QUICK NOTE

CÂU 24. Mô-đun của số phức $z = 5 - 3i$ bằng

(A) 8. (B) $\sqrt{34}$. (C) $2\sqrt{2}$. (D) 34.

CÂU 25. Nếu $\int\limits_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\int\limits_2^3 [2 - f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -2. (B) 6. (C) 2. (D) -6.

CÂU 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin 4x$ là

(A) $x^2 + \frac{1}{4}\cos 4x + C$. (B) $x^2 + 4\cos 4x + C$.

(C) $x^2 - \frac{1}{4}\cos 4x + C$. (D) $x^2 - 4\cos 4x + C$.

CÂU 27. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)(2z - \overline{z}) = 8 - 4i$. Số phức $\overline{z}$ là

(A) $2 - 6i$. (B) $2 + 2i$. (C) $2 + 6i$. (D) $2 - 2i$.

CÂU 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua $A(2;-2;-1)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): x - y + 2z + 5 = 0$ có phương trình là

(A) $x - y + 2z + 2 = 0$. (B) $x - y - 2z - 6 = 0$.

(C) $x - y + 2z - 2 = 0$. (D) $-x + y + 2z - 2 = 0$.

CÂU 29. Đạo hàm của hàm số $y = 8^x$ là

(A) $y' = \frac{8^x}{\ln 8}$. (B) $y' = 8^x \ln 8$. (C) $y' = x8^x \ln 8$. (D) $x8^{x-1}$.

CÂU 30. Xét $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x \sin x\,\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t = \cos x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} t^7\,\mathrm{d}t$. (B) $I = -\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} t^7\,\mathrm{d}t$. (C) $I = \int\limits_0^1 t^7\,\mathrm{d}t$. (D) $I = -\int\limits_0^1 t^7\,\mathrm{d}t$.

CÂU 31. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ với trục tung là

(A) $(0;2)$. (B) $(0;-2)$. (C) $(1;0)$. (D) $(-1;0)$.

CÂU 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)(x+4)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Trên đoạn $[-4;2]$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

(A) $x = -4$. (B) $x = 1$. (C) $x = 2$. (D) $x = -2$.

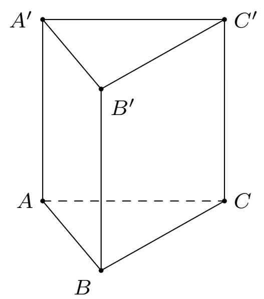
CÂU 33. Với mọi số thực dương a, b thỏa mãn $\log_3 a + 2\log_3 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $ab^2 = 6$. (B) $a + b^2 = 9$. (C) $a + b^2 = 6$. (D) $ab^2 = 9$.

CÂU 34.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = AA' = 4$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C'$ bằng

(A) 90°. (B) 30°. (C) 45°. (D) 60°.



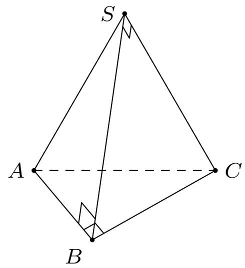
CÂU 35. Một cái cốc nước hình trụ có chiều cao bằng 12 cm, bán kính đáy bằng 3 cm. Người ta đổ vào cốc một lượng nước sao cho chiều cao mực nước là 4 cm (so với đáy cốc), sau đó bỏ vào cốc một quả cầu kim loại có bán kính bằng 2 cm thì chiều cao mực nước trong cốc tăng thêm bao nhiêu cm? (giả sử độ dày đáy và thành cốc không đáng kể)

(A) 1,19 cm. (B) 5,19 cm. (C) 5,77 cm. (D) 2,77 cm.

CÂU 36.

QUICK NOTE

Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại B, tam giác SAB vuông tại B, tam giác SBC vuông tại S. Biết $AB = a$, $SA = 2a$, $BC = 4a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng



A $\sqrt{13}a$. **B** $\sqrt{15}a$. **C** $4a$. **D** $\sqrt{11}a$.

CÂU 37. Chọn ngẫu nhiên hai số trong 40 số nguyên dương đầu tiên. Tính xác suất để hai số được chọn có tổng là một số chia hết cho 3.

A $\dfrac{1}{10}$. **B** $\dfrac{13}{60}$. **C** $\dfrac{1}{3}$. **D** $\dfrac{7}{30}$.

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x + 2y - 2z - 1 = 0$. Biết mặt phẳng (P) chứa Δ và tạo với (α) một góc nhỏ nhất có phương trình dạng $7x + by + cz + d = 0$. Giá trị $b + c + d$ là

A -3. **B** -23. **C** 3. **D** -5.

CÂU 39. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ $(a, b \in \mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số $(a; b)$ để phương trình đã cho có hai nghiệm là $z_1 = 3m - 2 - \left(m^3 + m^2\right) \cdot i$ và $z_2 = m^3 + 2m \cdot i$ (với m là tham số thực)?

A 2. **B** 4. **C** 1. **D** 3.

CÂU 40. Cho một hình nón đỉnh S có độ dài đường sinh bằng 10 cm, bán kính đáy bằng 6 cm. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng song song với đáy của nón thu được một hình nón (N) đỉnh S có chiều cao bằng $\dfrac{16}{5}$ cm. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A $\dfrac{192\pi}{25}$ cm^2. **B** $\dfrac{48\pi}{5}$ cm^2. **C** $\dfrac{768\sqrt{34}\pi}{625}$ cm^2. **D** $\dfrac{768\pi}{25}$ cm^2.

CÂU 41. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{mx - 6\sqrt{x+2}}{x+3}$, $(m \in \mathbb{R})$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $\min\limits_{[2;7]} |f(x)| \leq 1$?

A 1. **B** 7. **C** 2. **D** 6.

CÂU 42. Có bao nhiêu số nguyên dương b sao cho ứng với mỗi b có không quá 31 số nguyên a thoả mãn

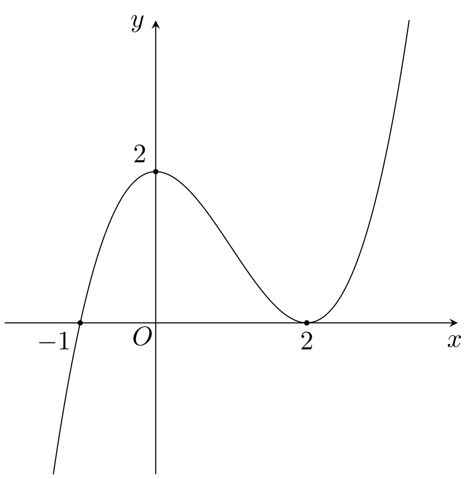
$$\log_{4b}\left(\frac{a^3}{2^{10}b^2}\right) \leq \log_a \frac{b}{16}?$$

A 8. **B** 4. **C** 5. **D** 7.

CÂU 43. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(AB'C')$ bằng 90°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $2\sqrt{3}a^3$. **B** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}a^3$. **C** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **D** $\dfrac{8\sqrt{3}}{9}a^3$.

CÂU 44. Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(x \cdot f(x)) = 0$ là

A 3. **B** 4. **C** 5. **D** 2.

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;2)$ và $B(5;13;10)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB. Xét điểm M di động trên (S) sao cho tiếp tuyến của (S) tại M cắt các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B lần lượt tại E và F. Khi AE vuông góc với BF và $ME = \frac{5}{2}MF$ thì độ dài đoạn OE có giá trị nhỏ nhất bằng

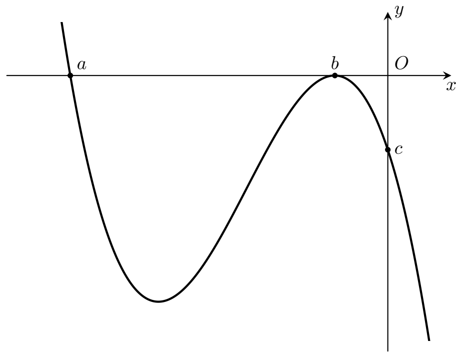
A $5\sqrt{6}$. **B** $\sqrt{105}$. **C** $6\sqrt{5}$. **D** $3\sqrt{30}$.

CÂU 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ và $f(1) = 2$, $f(-1) = 3$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ sao cho $F(1) = 4$, $F(-\mathrm{e}) = 5$, khi đó $F(\mathrm{e}) + F(-1)$ bằng

A $-\mathrm{e}$. **B** $12 - 5\mathrm{e}$. **C** $10 - \mathrm{e}$. **D** $5\mathrm{e} + 6$.

CÂU 47.
Xét các số thực âm a, b, c sao cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = |f(xf(x)) - c|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 15. **B** 14. **C** 11. **D** 13.



CÂU 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a tồn tại số thực b thoả mãn

$$3^b + 4a^2 \cdot 3^{-b} - \left(\frac{5}{3}\right)^b = 2\sqrt{3}a?$$

A 14. **B** 6. **C** 7. **D** 11.

CÂU 49. Xét hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1 - 2z_2| = 3$ và $|3z_1 + z_2| = 2$. Khi $|z_1 - \sqrt{3}iz_2 + i|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $|z_1 - z_2|$ bằng

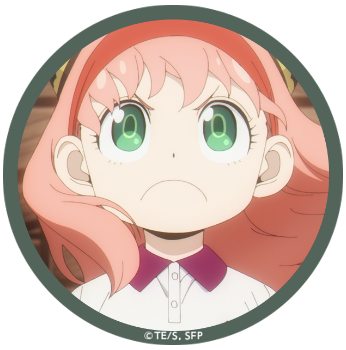
A $\frac{17\sqrt{2}}{7}$. **B** $\frac{2\sqrt{43}}{7}$. **C** $\frac{2\sqrt{31}}{7}$. **D** $\frac{\sqrt{170}}{7}$.

CÂU 50. Cho hàm số $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ sao cho hàm số $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ có bốn điểm cực trị là -3; 1; $\frac{4 - 2\sqrt{13}}{3}$ và $\frac{4 + 2\sqrt{13}}{3}$. Gọi $h(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị đi qua bốn điểm cực trị của hàm số $g(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = g(x)$, $y = h(x)$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ bằng

A $\frac{419}{12} - 30\ln 2$. **B** $\frac{421}{12} - 36\ln 2$. **C** $\frac{587}{12} - 36\ln 2$. **D** $\frac{701}{12} - 30\ln 2$.

1. B	2. C	3. B	4. A	5. A	6. C	7. A	8. B	9. A	10. B
11. B	12. C	13. C	14. A	15. D	16. B	17. B	18. B	19. C	20. B
21. B	22. D	23. B	24. B	25. A	26. C	27. B	28. C	29. B	30. C
31. A	32. B	33. D	34. D	35. A	36. A	37. C	38. B	39. D	40. B
41. B	42. A	43. B	44. C	45. A	46. D	47. D	48. C	49. B	50. C

QUICK NOTE



ĐIỂM: ____________

Be yourself; everyone else is already taken.

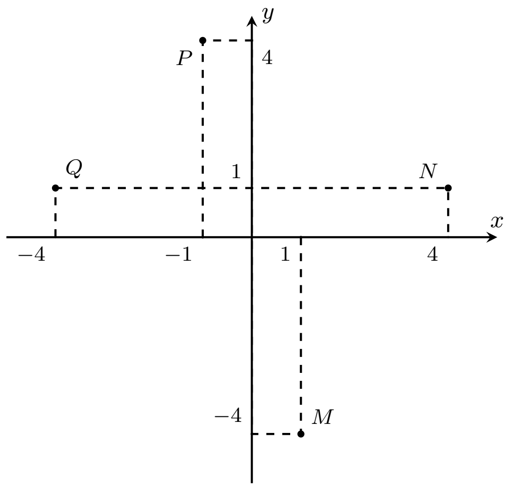
QUICK NOTE

Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023
ĐỀ ÔN TẬP SỐ 8 — ĐỀ 8
LỚP TOÁN THẦY PHÁT
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm M, N, P, Q như bên cạnh, số phức $z = 1 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm

Ⓐ N. Ⓑ P. Ⓒ Q. Ⓓ M.



CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ 4. Ⓓ 5.

CÂU 3. Thể tích của khối cầu có bán kính $r = 3$ bằng

Ⓐ 9π. Ⓑ $4\pi^3$. Ⓒ 108π. Ⓓ 36π.

CÂU 4. Số phức liên hợp của số phức $z = 5 - 2i$ là

Ⓐ $\overline{z} = 5 + 2i$. Ⓑ $\overline{z} = 2 + 5i$. Ⓒ $\overline{z} = -5 - 2i$. Ⓓ $\overline{z} = -2 - 5i$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 2)$ và bán kính $R = 3$. Phương trình của mặt cầu (S) là

Ⓐ $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 3$. Ⓑ $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 3$.

Ⓒ $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 9$. Ⓓ $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 9$.

CÂU 6. Đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x + 1}{x - 1}$ cắt trục Ox tại điểm nào dưới đây?

Ⓐ $M(0; -1)$. Ⓑ $N(-1; 0)$. Ⓒ $P(0; 1)$. Ⓓ $Q(1; 0)$.

CÂU 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty; 2)$. Ⓑ $(-\infty; 1)$. Ⓒ $(1; +\infty)$. Ⓓ $(1; 3)$.

CÂU 8. Phần ảo của số phức $z = 5 - 2i$ là

Ⓐ $2i$. Ⓑ $-2i$. Ⓒ -2. Ⓓ 2.

CÂU 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2) > 2$ là

Ⓐ $(4; +\infty)$. Ⓑ $(2; +\infty)$. Ⓒ $(6; +\infty)$. Ⓓ $(2; 6)$.

CÂU 10. Nghiệm của phương trình $2^{2x} = 8$ là

Ⓐ $x = \dfrac{3}{2}$. Ⓑ $x = \dfrac{2}{3}$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = 3$.

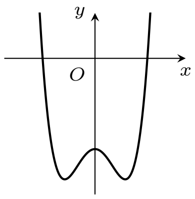
CÂU 11. Thể tích của khối hộp có chiều cao $h = 5$, diện tích đáy $B = 3$ bằng

Ⓐ 15. Ⓑ 5. Ⓒ 5π. Ⓓ $\dfrac{15}{2}$.

CÂU 12. Cho $f(2) = 4$, $f(0) = 1$, khi đó $\displaystyle\int_0^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 5. Ⓓ 3.

CÂU 13. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



Ⓐ $y = -x^3 + 3x$. Ⓑ $y = x^3 - 3x - 3$.

Ⓒ $y = x^4 - 2x^2 - 3$. Ⓓ $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

CÂU 14. Thể tích của khối chóp tứ giác có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, chiều cao $h = 3$ bằng

Ⓐ 12. Ⓑ 4. Ⓒ 6. Ⓓ 18.

CÂU 15. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

Ⓐ $3x^2 + C$. Ⓑ $\dfrac{1}{4}x^4 + C$. Ⓒ $4x^4 + C$. Ⓓ $\dfrac{1}{2}x^2 + C$.

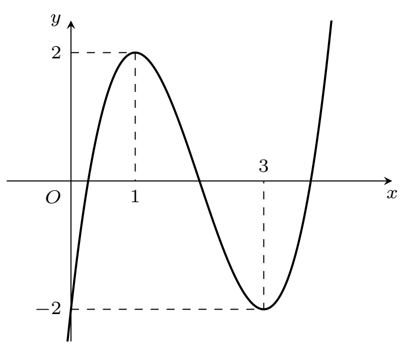
CÂU 16. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 2$, công sai $d = 3$. Số hạng thứ tư của cấp số cộng đã cho là

Ⓐ $u_4 = 18$. Ⓑ $u_4 = 11$. Ⓒ $u_4 = 54$. Ⓓ $u_4 = 9$.

CÂU 17. Tập xác định của hàm số $y = (2x-1)^{\frac{1}{3}}$ là

Ⓐ $\left(-\infty; \dfrac{1}{2}\right)$. Ⓑ $(-\infty; +\infty)$. Ⓒ $\left[\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$. Ⓓ $\left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$.

CÂU 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $x = 3$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = -2$.

CÂU 19. Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_a \sqrt{a}$ bằng

Ⓐ $\dfrac{1}{2}$. Ⓑ $-\dfrac{1}{2}$. Ⓒ -2. Ⓓ 2.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $M(0;-1;-2)$. (B) $P(3;2;1)$. (C) $N(0;1;-2)$. (D) $Q(0;1;2)$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-2t\\ y=2+t\\ z=3+4t\end{cases}$ có một véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n}_3=(2;1;4)$. (B) $\vec{n}_2=(1;2;-3)$. (C) $\vec{n}_4=(-2;1;4)$. (D) $\vec{n}_1=(1;2;3)$.

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-2;4)$ và $B(1;1;2)$ có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\vec{u}_2=(4;-1;6)$. (B) $\vec{u}_1=(2;-3;2)$.

(C) $\vec{u}_3=(-2;3;2)$. (D) $\vec{u}_4=\left(2;-\dfrac{1}{2};3\right)$.

CÂU 23. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4}{x+2}$ là

(A) $x=2$. (B) $x=-2$. (C) $y=0$. (D) $y=2$.

CÂU 24. Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh $\ell=5$, bán kính đáy $r=3$ bằng

(A) 30π. (B) 15π. (C) 48π. (D) 24π.

CÂU 25. Hàm số nào dưới đây có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$?

(A) $y=3^x$. (B) $y=x^{\frac{1}{3}}$. (C) $y=x^{-3}$. (D) $y=\log_3 x$.

CÂU 26. Một tổ hợp chập 2 của tập $S=\{1;2;3;4;5\}$ là

(A) C_5^2. (B) A_5^2. (C) $\{1;2\}$. (D) $(1;2)$.

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, toạ độ của véc-tơ $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{k}-\vec{j}$ là

(A) $(2;3;-1)$. (B) $(-1;3;2)$. (C) $(2;-1;3)$. (D) $(-1;2;3)$.

CÂU 28. Cho $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=-6$ và $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x=3$, khi đó $\displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -9. (B) 3. (C) 9. (D) -3.

CÂU 29. Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=x^3+3x^2-1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

(A) $x=-2$. (B) $x=1$. (C) $x=0$. (D) $x=-1$.

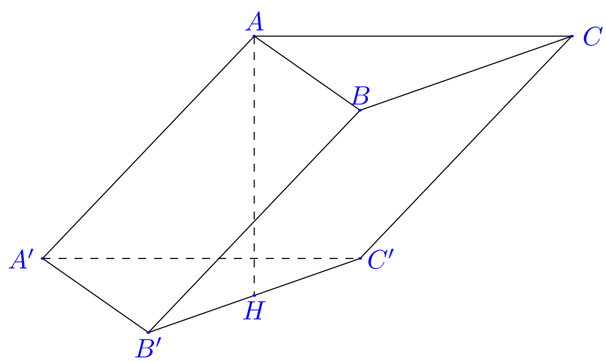
CÂU 30. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên gồm hai chữ số được lập từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số được chọn gồm hai chữ số phân biệt bằng

(A) $\dfrac{5}{6}$. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{1}{6}$. (D) $\dfrac{5}{12}$.

CÂU 31.
Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm H của $B'C'$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ bằng

(A) 60°. (B) 45°.

(C) 30°. (D) 90°.



CÂU 32. Cho F là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$, khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int \mathrm{e}^x\cdot f(2\mathrm{e}^x-1)\,\mathrm{d}x=F(2\mathrm{e}^x-1)+C$.

(B) $\displaystyle\int \mathrm{e}^x\cdot f(2\mathrm{e}^x-1)\,\mathrm{d}x=2F(2\mathrm{e}^x-1)+C$.

QUICK NOTE

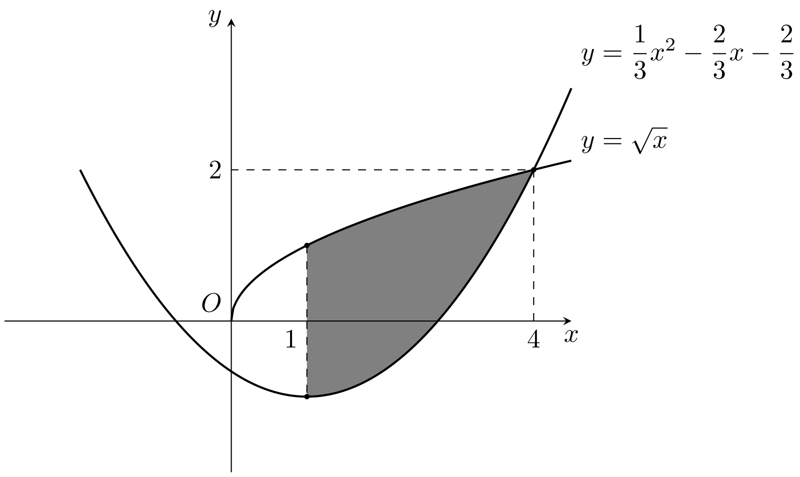
(C) $\displaystyle\int e^x \cdot f(2e^x - 1)\,dx = \frac{1}{2}F(2e^x - 1) + C$.

(D) $\displaystyle\int e^x \cdot f(2e^x - 1)\,dx = -\frac{1}{2}F(2e^x - 1) + C$.

CÂU 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-2;0)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $(-\infty;-2)$. (D) $(-2;+\infty)$.

CÂU 34. Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}, y = \sqrt{x}$ và đường thẳng $x = 1$ được tính bởi công thức



(A) $S = \displaystyle\int_1^4 \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - \sqrt{x}\right) dx$. (B) $S = \displaystyle\frac{1}{3}\int_1^4 \left(3\sqrt{x} - x^2 + 2x + 2\right) dx$.

(C) $S = \displaystyle\int_0^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}\right) dx$. (D) $S = \displaystyle\int_0^4 \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - \sqrt{x}\right) dx$.

CÂU 35. Cho a và b là hai số thực dương khác 1 thỏa mãn $\sqrt{a} = \sqrt[3]{b}$. Tính giá trị $\log_a b$.

(A) $\log_a b = \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$. (B) $\log_a b = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}}$. (C) $\log_a b = \frac{3}{2}$. (D) $\log_a b = \frac{2}{3}$.

CÂU 36. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a \cdot 2i + b(3+i) = 6 + 8i$. Tổng $a + b$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) 4. (D) 7.

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-1)$ trên mặt phẳng $(P)\colon x + 2y - 3z + 6 = 0$ là điểm $H(a;b;c)$. Tổng $a + b + c$ bằng

(A) -3. (B) -4. (C) 0. (D) 2.

CÂU 38. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4, mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc 30°. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

(A) $2\sqrt{3}$. (B) $4\sqrt{3}$. (C) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. (D) 2.

CÂU 39. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $\log_2\left(x^2\right) + \log_3\left(x^3\right) \geq \log_2 x \cdot \log_3 x - 4$?

(A) 27. (B) 134. (C) 26. (D) 133.

CÂU 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \cos x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx = \frac{\pi^2}{8} + 1$.

Khi đó $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

(A) $\frac{\pi}{2}$. (B) $\frac{\pi}{2} + 1$. (C) $\frac{\pi}{2} - 1$. (D) 1.

CÂU 41. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của cạnh AB. Biết $SC = 3a$ và góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 90^0. Thể tích khối chóp đã cho bằng

(A) $2a^3$. (B) $\frac{1}{2}a^3$. (C) $4a^3$. (D) $3a^3$.

QUICK NOTE

CÂU 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(3;0;5)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$; $d_2\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=-1+2t \\ z=-3t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua E, cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại các điểm A và B sao cho $AB=\sqrt{6}$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

(A) $M(1;2;3)$. (B) $Q(3;2;-1)$. (C) $P(1;-2;3)$. (D) $N(2;-1;3)$.

CÂU 43. Trên tập số phức, cho phương trình $z^2+az+b=0$, $(a,\, b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu số phức w sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm là $z_1=(6-i)w-2i$ và $z_2=(\overline{w}-5+i)|w|$?

(A) 4. (B) 3. (C) 6. (D) 5.

CÂU 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=6x^2-6x-12$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(-1)=2$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=\left|f\left(x^4-2x^2\right)-m\right|$ có ít nhất 9 điểm cực trị là

(A) 27. (B) 20. (C) 26. (D) 19.

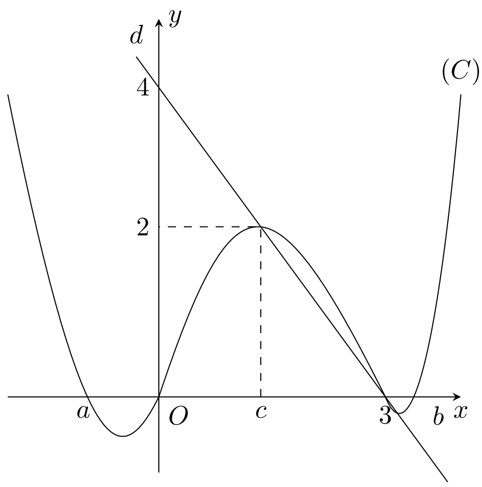
CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;0;5)$ và mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=81$. Xét các điểm A, B, C di động trên (S) sao cho MA, MB, MC đôi một vuông góc và gọi E là đỉnh đối diện với đỉnh M của hình hộp chữ nhật có ba cạnh MA, MB, MC. Khoảng cách từ E đến mặt phẳng (Oxy) có giá trị lớn nhất bằng

(A) 21. (B) 15. (C) 17. (D) 19.

CÂU 46.

Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Đường thẳng $d\colon y=g(x)$ là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=3$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $\dfrac{f(x)-4}{g(x)-4}=\dfrac{g(x)}{f(x)}$ là

(A) 7. (B) 4. (C) 5. (D) 6.



CÂU 47. Xét hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $\mid z_1-2z_2=4\mid$ và $\mid 3z_1+z_2\mid=5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\mid 5z_1-3z_2\mid+\mid z_1+5z_2\mid$, khi đó M^2-m^2 bằng

(A) 325. (B) 125. (C) 247. (D) 100.

CÂU 48. Cho hình trụ có bán kính đáy và chiều cao cùng bằng $2a$ và hai đường tròn đáy tâm O và O'. Xét hai điểm A, B lần lượt di động trên đường tròn tâm O và đường tròn đáy tâm O' sao cho AB tạo với OO' góc α $(0<\alpha<90^\circ)$. Khi thể tích khối tứ diện $OAO'B$ đạt giá trị lớn nhất thì $\tan\alpha$ bằng

(A) $\sqrt{2}$. (B) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. (C) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$. (D) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

CÂU 49. Có bao nhiêu số nguyên $a\in[-30;30]$ sao cho ứng với mỗi a có không quá 5 số nguyên x thoả mãn $4^{x-13}+4^{x+1-13}\le\log_3(1+x)-\log_3(x+a+1)$?

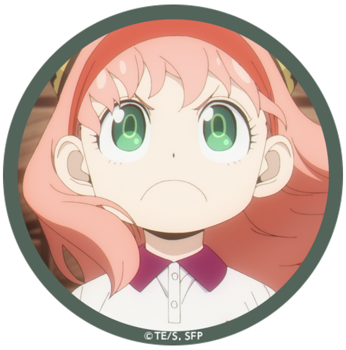
(A) 23. (B) 53. (C) 22. (D) 54.

CÂU 50. Cho hàm số $f(x)=x^4+bx^2+c$ sao cho hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{x^2+1}$ đạt cực trị tại điểm $x=-1$. Gọi $y=h(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị qua tất cả các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=g(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=g(x)$ và $y=h(x)$ bằng

(A) $\dfrac{64}{15}$. (B) $2\pi-\dfrac{8}{3}$. (C) $\dfrac{128}{15}$. (D) $4\pi-\dfrac{16}{3}$.

1. D	2. C	3. D	4. A	5. D	6. B	7. B	8. C	9. C	10. A
11. A	12. D	13. C	14. B	15. B	16. B	17. D	18. A	19. A	20. C
21. C	22. B	23. B	24. B	25. C	26. C	27. C	28. C	29. C	30. A
31. D	32. C	33. C	34. B	35. D	36. A	37. D	38. D	39. B	40. B
41. A	42. A	43. A	44. C	45. B	46. B	47. D	48. A	49. D	50. B

QUICK NOTE



ĐIỂM: ____________

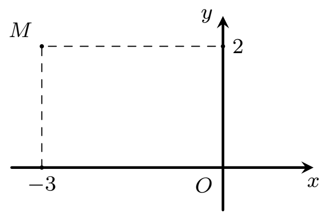
Be yourself; everyone else is already taken.

QUICK NOTE

Ngày làm đề: ...../...../........

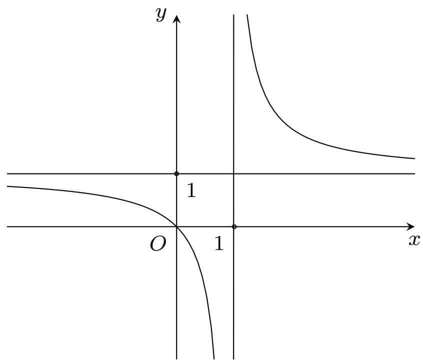
TỔNG ÔN THPTQG 2023
ĐỀ ÔN TẬP SỐ 9 — ĐỀ 9
LỚP TOÁN THẦY PHÁT
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1.
Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



(A) $z=-2+3i$. (B) $z=-3+2i$.
(C) $z=3-2i$. (D) $z=2-3i$.

CÂU 2. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



(A) $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. (B) $y=\dfrac{x}{x+1}$. (C) $y=\dfrac{x}{x-1}$. (D) $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

CÂU 3. Tập nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là
(A) $\{1\}$. (B) $\{5\}$. (C) $\{2\}$. (D) $\{4\}$.

CÂU 4. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x+2)$ là
(A) $[-2;+\infty)$. (B) $(-2;+\infty)$. (C) $(2;+\infty)$. (D) $[2;+\infty)$.

CÂU 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_4=-16$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
(A) 6. (B) -6. (C) -8. (D) -2.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;5)$, $B(3;-5;1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
(A) $(2;-2;6)$. (B) $(2;-4;-2)$. (C) $(1;-1;3)$. (D) $(4;-8;-4)$.

CÂU 7. Cho $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx=-4$, khi đó $-2\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$ bằng
(A) -2. (B) 2. (C) -8. (D) 8.

CÂU 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) -2. (B) 1. (C) 0. (D) -3.

CÂU 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int\limits_0^9 f(x)dx = 9$ và $F(0) = 3$. Khi đó giá trị $F(9)$ là

(A) $F(9) = -12$. (B) $F(9) = 12$. (C) $F(9) = -6$. (D) $F(9) = 6$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

(A) $(P_1)\colon x + y + z = 0$. (B) $(P_2)\colon x + y + z - 1 = 0$.
(C) $(P_3)\colon x - 2y + z = 0$. (D) $(P_4)\colon x + 2y + z - 1 = 0$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

(A) $(P_1)\colon x + y + z = 0$. (B) $(P_2)\colon x + y + z - 1 = 0$.
(C) $(P_3)\colon x - 2y + z = 0$. (D) $(P_4)\colon x + 2y + z - 1 = 0$.

CÂU 12. Môđun của số phức $z = 2 + 2i$ bằng

(A) 8. (B) $2\sqrt{2}$. (C) 2. (D) 4.

CÂU 13. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = -1 + 3i$. Số phức $z_1 + z_2$ có phần ảo bằng

(A) $4i$. (B) 1. (C) i. (D) 4.

CÂU 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	0	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc toạ độ O và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là

(A) $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. (B) $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
(C) $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. (D) $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

CÂU 16. Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 3 học sinh vào một dãy ghế dài gồm 5 ghế trống, mỗi học sinh ngồi một ghế?

(A) $5!$. (B) A_5^3. (C) C_5^3. (D) 5^3.

CÂU 17. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

(A) 10. (B) 30. (C) 90. (D) 15.

CÂU 18. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

(A) $x = 1$. (B) $x = -1$. (C) $x = 2$. (D) $x = -4$.

CÂU 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{-5}$ là

(A) $-5x^{-6} + C$. (B) $-4x^{-4} + C$. (C) $\dfrac{1}{4}x^{-4} + C$. (D) $-\dfrac{1}{4}x^{-4} + C$.

CÂU 20. Một hình nón có bán kính đáy $r = 3$ cm và độ dài đường sinh $l = 4$ cm. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

(A) $12\pi\text{cm}^2$. (B) $48\pi\text{cm}^2$. (C) $24\pi\text{cm}^2$. (D) $36\pi\text{cm}^2$.

CÂU 21. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-4}{2x+2}$ cắt trục hoành tại điểm có tung độ bằng

(A) 4. (B) -2. (C) 0. (D) -4.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\overrightarrow{u_3} = (1; -2; -1)$.
(B) $\overrightarrow{u_4} = (1; 2; 3)$.
(C) $\overrightarrow{u_1} = (1; 2; 1)$.
(D) $\overrightarrow{u_2} = (1; -2; 1)$.

CÂU 23. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

(A) a^6.
(B) $a^{\frac{3}{2}}$.
(C) $a^{\frac{2}{3}}$.
(D) $a^{\frac{1}{6}}$.

CÂU 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2 + 5\right) \geq \log_2(2x + 8)$ là

(A) $[-1; 3]$.
(B) $(-4; -1] \cup [3; +\infty)$.
(C) $(-1; 3)$.
(D) $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(2; -1; 1)$ có phương trình tham số là

(A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.
(B) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.
(C) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$.
(D) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

CÂU 26. Một mặt cầu có bán kính bằng $2r$ thì diện tích của nó bằng

(A) $4\pi r^2$.
(B) $\dfrac{4}{3}\pi r^3$.
(C) $\dfrac{32}{3}\pi r^3$.
(D) $16\pi r^2$.

CÂU 27. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 5i$, khi đó $z_1 \cdot \overline{z_2}$ bằng

(A) $-8 - 9i$.
(B) $8 - 9i$.
(C) $8 + 9i$.
(D) $-8 + 9i$.

CÂU 28. Đạo hàm của hàm số $y = 5^{2x}$ là

(A) $y' = 5^{2x} \ln 25$.
(B) $y' = \dfrac{5^{2x}}{\ln 5}$.
(C) $y' = 5^{2x} \ln 5$.
(D) $y' = \dfrac{5^{2x}}{\ln 25}$.

CÂU 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

(A) 11.
(B) 12.
(C) 10.
(D) 13.

CÂU 30. Chọn ngẫu nhiên hai số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để hai số được chọn có tổng là một số lẻ bằng

(A) $\dfrac{8}{15}$.
(B) $\dfrac{11}{15}$.
(C) $\dfrac{4}{15}$.
(D) $\dfrac{1}{7}$.

CÂU 31. Biết rằng $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$. Tính $\log_{45} 4$ theo a và b ta được kết quả nào dưới đây?

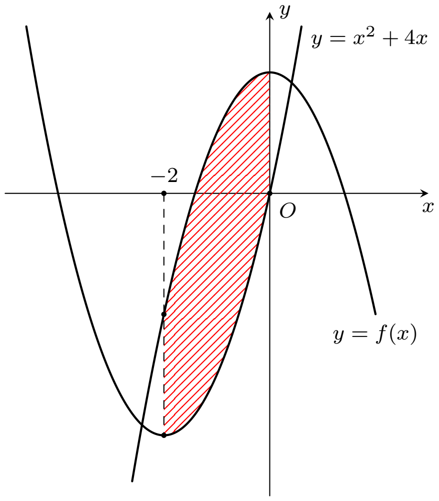
(A) $\dfrac{2b + a}{2}$.
(B) $2ab$.
(C) $\dfrac{2}{2a + b}$.
(D) $\dfrac{2a + b}{2}$.

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -1; 2)$, $B(4; -1; -1)$, $C(2; 0; 2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình

(A) $3x - 3y + z - 14 = 0$.
(B) $3x - 2y + z - 8 = 0$.
(C) $3x + 3y + z - 8 = 0$.
(D) $2x + 3y - z + 8 = 0$.

CÂU 33. Diện tích hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x), y = x^2 + 4x$ và hai đường thẳng $x = -2; x = 0$. Biết $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{4}{3}$, diện tích hình phẳng (H) là

(A) $\dfrac{7}{3}$.
(B) $\dfrac{16}{3}$.
(C) $\dfrac{4}{3}$.
(D) $\dfrac{20}{3}$.



CÂU 34. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3. Gọi M là trung điểm cạnh AA'. Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng

A $\dfrac{a^3}{3}$. **B** $\dfrac{a^3}{4}$. **C** $\dfrac{a^3}{2}$. **D** $\dfrac{a^3}{6}$.

CÂU 35. Xét $u = \ln(x+1)$ và $v = x^2$, khi đó $\displaystyle\int_0^1 u\,\mathrm{d}v$ bằng

A $x^2\ln(x+1)\Big|_0^1 - \displaystyle\int_0^1 2x\ln(x+1)\,\mathrm{d}x$.

B $x^2\ln(x+1)\Big|_0^1 - \displaystyle\int_0^1 \frac{x^2}{x+1}\,\mathrm{d}x$.

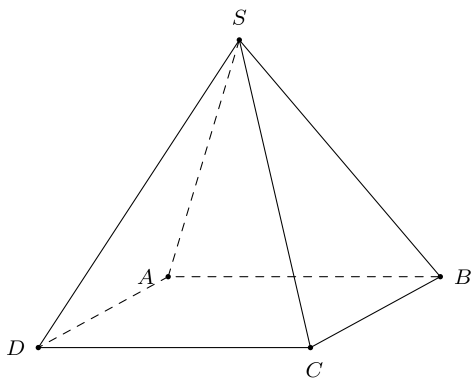
C $x^2\ln(x+1)\Big|_0^1 + \displaystyle\int_0^1 2x\ln(x+1)\,\mathrm{d}x$.

D $x^2\ln(x+1)\Big|_0^1 + \displaystyle\int_0^1 \frac{x^2}{x+1}\,\mathrm{d}x$.

CÂU 36.

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A $30°$. **B** $45°$. **C** $60°$. **D** $90°$.

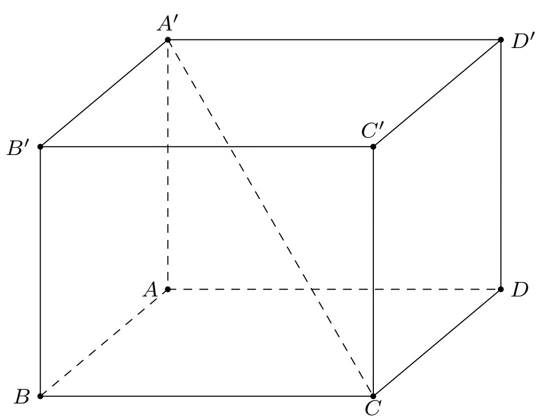


CÂU 37.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và AB bằng

A $\sqrt{2}$. **B** 2.

C $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **D** $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$.



CÂU 38. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

QUICK NOTE

QUICK NOTE

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'[f(x)+2]=0$ là

A 6. **B** 5. **C** 4. **D** 3.

CÂU 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên m, $(m \geq 2)$ sao cho có không quá 4 số nguyên x thỏa mãn $m^{-x} \cdot 3^{x^2} < 1$?

A 241. **B** 79. **C** 242. **D** 80.

CÂU 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\ln(x+1)$, $\forall x \in (-1;+\infty)$. Khi $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 0$ thì $f(0)$ bằng.

A $-\dfrac{5}{4}+2\ln 2$. **B** $\dfrac{3}{4}-2\ln 2$. **C** $\dfrac{5}{4}-2\ln 2$. **D** $-\dfrac{3}{4}+2\ln 2$.

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-2=0$. Xét điểm M thuộc (P) và điểm N thuộc d sao cho $\overrightarrow{OM}=-2\overrightarrow{ON}$, khi đó MN bằng.

A $\sqrt{21}$. **B** $3\sqrt{105}$. **C** $\sqrt{105}$. **D** $3\sqrt{21}$.

CÂU 42. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$. Côsin góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.

A $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **D** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

CÂU 43. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-x-2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-20;20]$ để hàm số $g(x)=f(2x^3-3x^2-12x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$ là

A 19. **B** 18. **C** 16. **D** 13.

CÂU 44. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0, (a,b \in \mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp $(a;b)$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phức là z_1, z_2 thoả mãn $(2z_1+z_2)\overline{z}_1 = 5+2\sqrt{2}i$?

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 1.

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;4)$. Gọi (S_1), (S_2) là hai mặt cầu có cùng tâm I, bán kính lần lượt là $R_1=3$ và $R_2=\sqrt{33}$. Xét điểm A di động trên (S_1) và ba điểm B, C, D di động trên (S_2) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A $36\sqrt{3}$. **B** $16\sqrt{3}$. **C** $12\sqrt{3}$. **D** $48\sqrt{3}$.

CÂU 46. Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc hai đường tròn đáy của (T) sao cho khoảng cách và góc giữa AB và trục của (T) bằng $2a$ và 60°. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A $48\sqrt{6}\pi a^3$. **B** $24\sqrt{2}\pi a^3$. **C** $16\sqrt{6}\pi a^3$. **D** $24\sqrt{6}\pi a^3$.

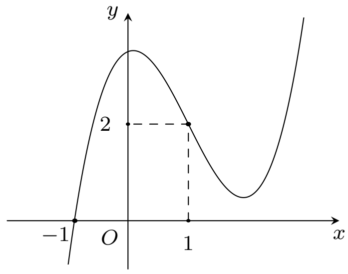
CÂU 47. Cho đường thẳng $d\colon y=g(x)$ cắt đồ thị (C) của hàm số $f(x)=x^3-2x^2+cx+d$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ là $x_0=-1$, x_1, x_2 và $\int\limits_{x_1}^{x_2} \dfrac{f(x)-g(x)}{x+1}\mathrm{d}x = -\dfrac{9}{2}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A $\dfrac{71}{6}$. **B** $\dfrac{37}{12}$. **C** $\dfrac{24}{7}$. **D** $\dfrac{45}{4}$.

CÂU 48.

Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị đạo hàm như hình vẽ. Trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2}; 5\pi\right)$, hàm số $g(x) = f(\sin x - 1) + \dfrac{1}{4}\cos 2x$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A 6. **B** 4. **C** 7. **D** 5.



CÂU 49. Có bao nhiêu số nguyên $y \in [-30; 30]$ sao cho ứng với mỗi y tồn tại ít nhất 12 số nguyên x thỏa mãn

$$\left(9x^2 + 9\right)\left(3^{2xy-y} - 3^{x^2-1}\right) \geq \frac{x^2 - 2xy + y - 1}{2xy - y + 2}?$$

A 49. **B** 10. **C** 51. **D** 12.

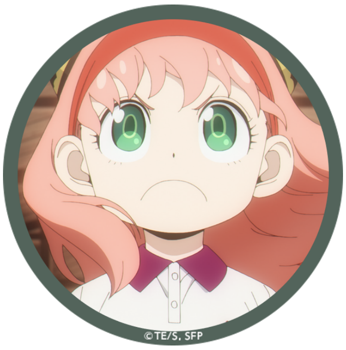
CÂU 50. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2| + |z_1 - 1| + |z_1 - \overline{z_1} - 2| = 5$ và $|i \cdot z_2 + 3 - 2i| = 2$. Khi $|z_1 - z_2|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|i \cdot z_1 + z_2 - 1|$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{65}}{5}$. **B** $\dfrac{\sqrt{185}}{5}$. **C** $\dfrac{\sqrt{290}}{5}$. **D** $\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$.

1. B	2. C	3. C	4. B	5. D	6. C	7. D	8. B	9. B	10. A
11. A	12. B	13. D	14. C	15. B	16. B	17. A	18. A	19. D	20. A
21. C	22. A	23. B	24. B	25. A	26. D	27. D	28. A	29. A	30. A
31. C	32. C	33. D	34. D	35. B	36. C	37. C	38. B	39. C	40. C
41. B	42. C	43. D	44. C	45. A	46. C	47. A	48. D	49. A	50. C

QUICK NOTE

Ngày làm đề: ...../...../........



ĐIỂM: ______

Be yourself; everyone else is already taken.

QUICK NOTE

TỔNG ÔN THPTQG 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 10 — ĐỀ 10

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là

(A) $S_{\text{xq}} = rl$. (B) $S_{\text{xq}} = 2\pi rl$. (C) $S_{\text{xq}} = \pi rl$. (D) $S_{\text{xq}} = 2\pi l$.

CÂU 2. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$, công bội $q = 3$ thì u_3 bằng

(A) 5. (B) 27 . (C) 8. (D) -9.

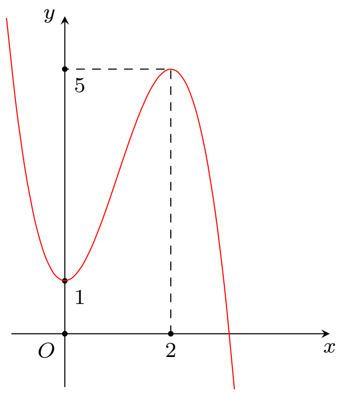
CÂU 3. Biết $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -3$ và $\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 4$, khi đó $\int_0^1 (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -7. (B) 7. (C) -12. (D) 1.

CÂU 4.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

(A) $x = 1$. (B) $x = 0$. (C) $x = 5$. (D) $x = 2$.



CÂU 5. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ có tọa độ là

(A) $(3; 2)$. (B) $(3; -2)$. (C) $(-2; 3)$. (D) $(2; -3)$.

CÂU 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{1-x}$ là

(A) $y = 1$. (B) $y = 2$. (C) $y = -1$. (D) $y = -2$.

CÂU 7. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Khi đó $(1 + 2i)z$ có phần ảo bằng

(A) 7. (B) 4. (C) $4i$. (D) $7i$.

CÂU 8. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 \left(a^4\right)$ bằng

(A) $4 + \log_3 a$. (B) $\dfrac{1}{4} + \log_3 a$. (C) $4\log_3 a$. (D) $\dfrac{1}{4}\log_3 a$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -3)$?

(A) $x + 2y - 3z - 1 = 0$. (B) $x + 2y + 3z + 1 = 0$.

(C) $x - 2y + 3z - 3 = 0$. (D) $2x - 3y + z + 1 = 0$.

CÂU 10. Nghiệm của phương trình $\log_4(2x) = 3$ là

(A) $x = 6$. (B) $x = \dfrac{7}{2}$. (C) $x = 32$. (D) $x = 64$.

CÂU 11. Thể tích của một khối chóp có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng $4a$ là

(A) $12a^3$. (B) $4a^3$. (C) $3a^3$. (D) $6a^3$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-2}{-1}$?

(A) $M(2; 3; -1)$. (B) $N(1; -1; -2)$. (C) $P(-1; -1; -2)$. (D) $Q(-1; 1; 2)$.

CÂU 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

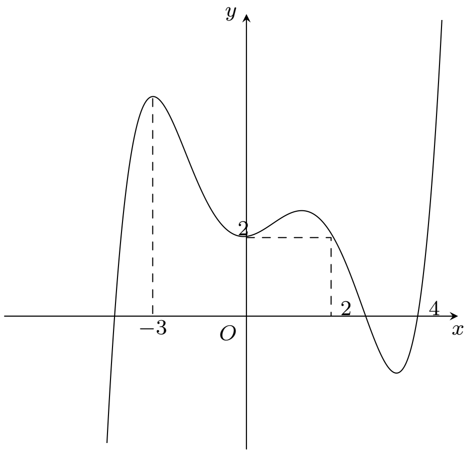
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty; 2)$. Ⓑ $(1; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; 1)$. Ⓓ $(1; 3)$.

CÂU 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$ là

Ⓐ $-\dfrac{1}{3}\cos 3x + C$. Ⓑ $-\cos 3x + C$. Ⓒ $\cos 3x + C$. Ⓓ $\dfrac{1}{3}\cos 3x + C$.

CÂU 15. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 4]$ bằng

Ⓐ $f(2)$. Ⓑ $f(-3)$. Ⓒ $f(4)$. Ⓓ $f(0)$.

CÂU 16. Cho khối hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh bằng a, độ dài cạnh bên bằng $3a$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

Ⓐ $9a^3$. Ⓑ a^3. Ⓒ $3a^3$. Ⓓ $\dfrac{1}{3}a^3$.

CÂU 17. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{1-x} \geq 2$ là

Ⓐ $(0; +\infty)$. Ⓑ $[0; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; 0)$. Ⓓ $(-\infty; 0]$.

CÂU 18. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một phân biệt được thành lập từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5$?

Ⓐ 5^5. Ⓑ A_5^1. Ⓒ $5!$. Ⓓ C_5^1.

CÂU 19. Biết $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -2$ và $\displaystyle\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$, khi đó $\displaystyle\int_0^5 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 10. Ⓒ 6. Ⓓ -4.

CÂU 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $\dfrac{z_1}{z_2}$ bằng

Ⓐ $-\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$. Ⓑ $\dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}i$. Ⓒ $-1 + 3i$. Ⓓ $\dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}i$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$, tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ là

Ⓐ $(7; 4; -4)$. Ⓑ $(-1; -8; 2)$. Ⓒ $(1; 8; -2)$. Ⓓ $(-7; -4; 4)$.

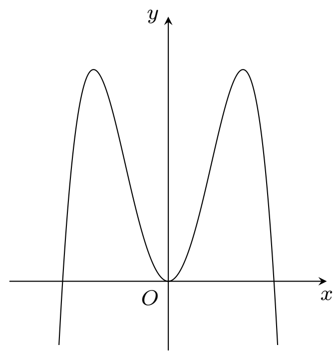
CÂU 22. Nếu $f(3) = 2$ và $\displaystyle\int_1^3 f'(x)\,\mathrm{d}x = 6$ thì $f(1)$ bằng

Ⓐ 4. Ⓑ -4. Ⓒ 8. Ⓓ 3.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 23.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ bên?



Ⓐ $y = x^4 - 4x^2$. Ⓑ $y = -x^4 + 4x^2$.
Ⓒ $y = -x^3 + 2x$. Ⓓ $y = x^3 - 2x$.

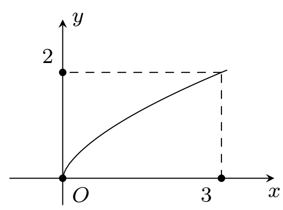
CÂU 24. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-x}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ là
Ⓐ $(0;-1)$. Ⓑ $(0;1)$. Ⓒ $(1;0)$. Ⓓ $(1;1)$.

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2;1;2)$ bán kính bằng 3 là
Ⓐ $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 3$. Ⓑ $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$.
Ⓒ $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 9$. Ⓓ $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

CÂU 26. Tập xác định của hàm số $y = \log(3-x)$ là
Ⓐ $(0;3)$. Ⓑ $(3;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;3)$. Ⓓ $(-3;+\infty)$.

CÂU 27. Một khối cầu có thể tích bằng $\dfrac{9\pi}{2}$ thì đường kính của nó bằng
Ⓐ $\dfrac{3}{2}$. Ⓑ $\dfrac{2}{3}$. Ⓒ $\dfrac{4}{3}$. Ⓓ 3.

CÂU 28. Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $y = x^{\alpha}$ có đồ thị như hình bên, khi đó α bằng



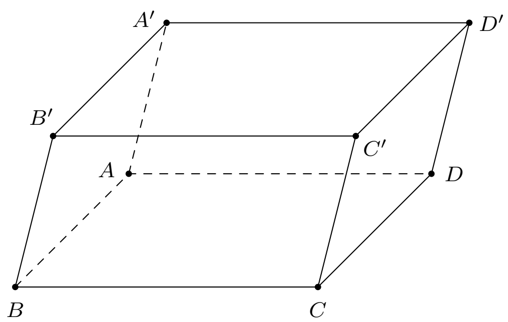
Ⓐ $\log_3 2$. Ⓑ $\log_2 3$. Ⓒ $\dfrac{2}{3}$. Ⓓ $\dfrac{3}{2}$.

CÂU 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường $\Delta: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là
Ⓐ $2x + 2y + z + 3 = 0$. Ⓑ $x - 2y - z = 0$.
Ⓒ $2x + 2y + z - 3 = 0$. Ⓓ $x - 2y - z - 3 = 0$.

CÂU 30. Hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 - 12x + 1$ đồng biến trên khoảng nào?
Ⓐ $-\infty;3$. Ⓑ $(-3;4)$. Ⓒ $(4;\infty)$. Ⓓ $(-4;3)$.

CÂU 31. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$, $z_2 = 2 - 4i$, khi đó mô-đun của số phức $z_1 + z_1 \cdot z_2$ bằng
Ⓐ 1. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. Ⓒ $5\sqrt{5}$. Ⓓ $\sqrt{5}$.

CÂU 32.
Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Góc giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng
Ⓐ 30°. Ⓑ 60°. Ⓒ 45°. Ⓓ 90°.



CÂU 33. Số nghiệm của phương trình $\left(x^2 - 2x - 3\right)\log_2 x = 0$ là
Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

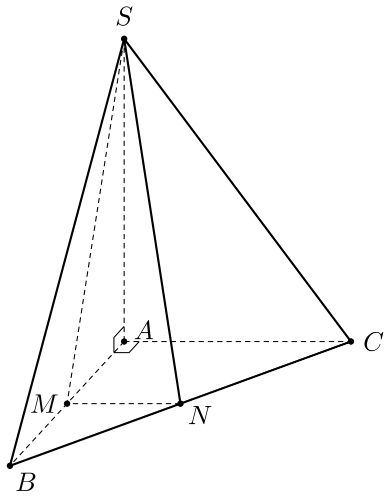
CÂU 34. Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A $\frac{1}{22}$. **B** $\frac{5}{12}$. **C** $\frac{2}{7}$. **D** $\frac{7}{44}$.

CÂU 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;-3;2)$, $B(6;1;-7)$, $C(2;8;-1)$. Đường thẳng qua gốc tọa độ O và trọng tâm tam giác ABC có phương trình là

A $\frac{x}{4}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-3}$. **B** $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-1}$. **C** $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-1}$. **D** $\frac{x}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{-1}$.

CÂU 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$ và cạnh bên $SA=a\sqrt{2}$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và BC. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SMN) bằng

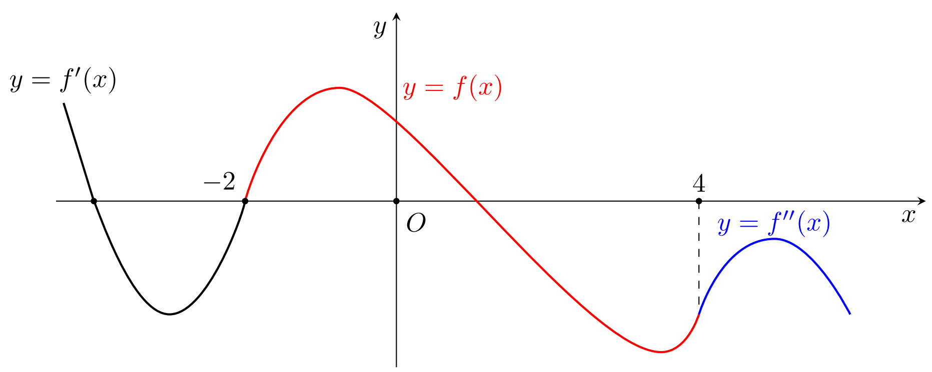


A $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

CÂU 37. Tìm nguyên hàm $\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+4}}$ bằng cách đặt $t=\sqrt{x+4}$ ta thu được nguyên hàm nào?

A $\int \frac{2\,\mathrm{d}t}{t^2-4}$. **B** $\int \frac{2t\,\mathrm{d}t}{t^2-4}$. **C** $\int \frac{2\,\mathrm{d}t}{(t^2-4)\,t}$. **D** $\int \frac{\mathrm{d}t}{t^2-4}$.

CÂU 38. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên $(-\infty;-2]$; đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên $[-2;4]$; đồ thị hàm số $y=f''(x)$ trên $[4;+\infty)$.



Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A 2. **B** 3. **C** 1. **D** 4.

CÂU 39. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60°, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A $8\sqrt{7}\pi a^2$. **B** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **C** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **D** $4\sqrt{7}\pi a^2$.

CÂU 40. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho có không quá 8 số nguyên x thỏa mãn $\log_2(4x+m)>2\log_2(x-2)$?

A 24. **B** 37. **C** 23. **D** 36.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 41. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + \frac{5}{4}a^2 = 0$ (với a là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình đã cho có hai nghiệm là z_1, z_2 sao cho các điểm biểu diễn số phức $z_0 = 1 - i, z_1, z_2$ là ba đỉnh của một tam giác có diện tích nhỏ hơn 4 ?

(A) 5. (B) 6. (C) 3. (D) 4.

CÂU 42. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$	-3		1		2	$+\infty$
y'	$+\infty$ ↘	2	0 ↗	2	↘ -2 ↗	2	$+\infty$

Phương trình $f\left(\frac{1}{2}f(x) - 1\right) = 2x + 2$ có tối đa bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

(A) 5. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

CÂU 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$; $d_2\colon \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(1;0;1)$ lần lượt cắt d_2, d_2 tại B và C. Độ dài BC bằng

(A) $\frac{7\sqrt{6}}{4}$. (B) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{7\sqrt{6}}{2}$.

CÂU 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = xe^{x-a}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = -e^{-a} - 1$ (với a là tham số thực). Khi $\int\limits_0^a f(x)\,\mathrm{d}x = 4$, khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $a \in (-2;-1)$. (B) $a \in (-1;0)$. (C) $a \in (0;1)$. (D) $a \in (1;2)$.

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{1}{2}$. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a;b)$ sao cho tồn tại hai điểm $A(a;0;0)$ và $B(0;b;0)$ để có hai mặt phẳng vuông góc với nhau cùng đi qua A, B và tiếp xúc với (S)?

(A) 5. (B) 7. (C) 8. (D) 6.

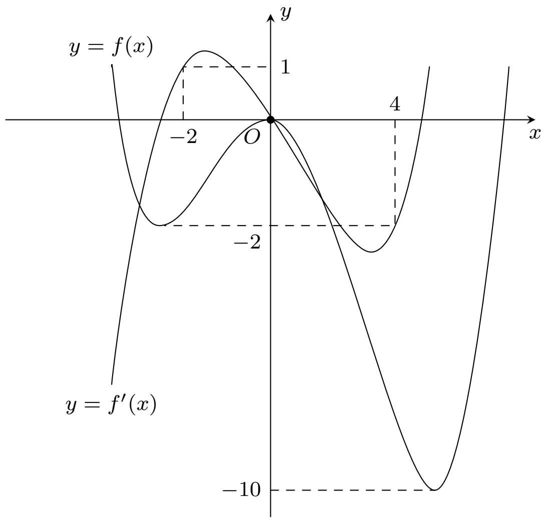
CÂU 46. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, $AB = a$, $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm O. Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau, thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\frac{\sqrt{21}a^3}{6}$. (B) $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. (C) $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. (D) $\frac{a^3}{2}$.

CÂU 47. Cho đường thẳng $d\colon y = g(x)$ cắt đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3, $(x_1 < x_2 < x_3)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$; $y = g(x)$; $x = x_1$; $x = x_2$ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$; $y = g(x)$; $x = x_2$; $x = x_3$. Khi $S_1 = 2S_2$ thì $\frac{x_1 - x_2}{x_2 - x_3}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(1;\frac{4}{3}\right)$. (B) $\left(\frac{4}{3};\frac{3}{2}\right)$. (C) $\left(\frac{3}{2};\frac{8}{5}\right)$. (D) $\left(\frac{8}{5};2\right)$.

CÂU 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, hình vẽ bên là đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = f'(x)$.



Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f[f(x) - m + 1] + \frac{1}{4}[f(x) - m + 1]^2$ có 11 điểm cực trị là

(A) 3. (B) -2. (C) 4. (D) -1.

CÂU 49. Có bao nhiêu số nguyên x, $(x \geq -20)$ sao cho ứng với mỗi x tồn tại đúng hai cặp số thực $(y; z)$ thỏa mãn $\log_2\left(2y^2 + z^2\right) = \log_3\left(y^3 + 2z^3\right) = x$?

(A) 29. (B) 21. (C) 32. (D) 22.

CÂU 50. Xét hai số phức z_1, z_2 thảo mãn $|z_1| = |z_2 - 4 - 4i| = \frac{1}{2}$ và số phức z thỏa mãn $|2z + 2 - 5i| = |2z + 3 - 6i|4$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 3z_1 - \overline{z_1}| + |z - z_2|$ bằng

(A) $\frac{17}{2}$. (B) $\frac{13}{2}$. (C) $\frac{11}{2}$. (D) $\frac{15}{2}$.

1. B	2. D	3. A	4. B	5. D	6. D	7. C	8. C	9. A	10. C
11. B	12. D	13. D	14. A	15. B	16. C	17. D	18. C	19. A	20. A
21. C	22. B	23. B	24. B	25. D	26. C	27. A	28. A	29. C	30. C
31. B	32. D	33. C	34. A	35. B	36. A	37. A	38. C	39. D	40. A
41. C	42. C	43. A	44. A	45. C	46. D	47. A	48. B	49. C	50. B

QUICK NOTE

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

DỀ ÔN TẬP SỐ 1 — ĐỀ 1

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ công sai $d = 3$ thì u_4 bằng

(A) 11. (B) 54. (C) 14. (D) 162.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 + 3 \cdot d = 2 + 3 \cdot 3 = 11$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Lời giải.

Vì hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và từ bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ ta suy ra hàm số $f(x)$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 3. Số điểm chung của hai đường cong $(C_1): y = x^3$, $(C_2): y = 3x^2$ là

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

Lời giải.

Xét phương trình $x^3 = 3x^2 \Leftrightarrow x^2(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$.

Số điểm chung của hai đường cong $(C_1): y = x^3$ và $(C_2): y = 3x^2$ là 2.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 4. Số cách xếp chỗ ngồi cho 3 học sinh ngồi vào một dãy ghế hàng ngang gồm 5 ghế, mỗi học sinh ngồi một ghế là?

(A) $5!$. (B) A_5^3. (C) C_5^3. (D) 5^3.

Lời giải.

Số cách xếp là A_5^3.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-3; 1)$. (B) $(-2; 2)$. (C) $(2; +\infty)$. (D) $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$

(A) $y = 2$. (B) $x = 1$. (C) $x = -1$. (D) $y = -1$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

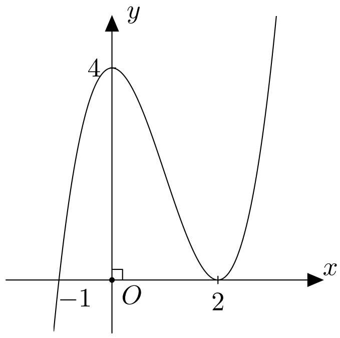
Ta có $\lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{2x-1}{x+1} = +\infty$ suy ra $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 7.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) $x = -1$. (B) $x = 0$. (C) $x = 2$. (D) $x = 4$.



Lời giải.

Hàm số đặt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 8. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = \dfrac{1}{25}$ là

(A) $x = -4$. (B) $x = -3$. (C) $x = 1$. (D) $x = 3$.

Lời giải.

Ta có $\quad 5^{2x-4} = \dfrac{1}{25}$

$\Leftrightarrow 5^{2x-4} = 5^{-2}$

$\Leftrightarrow 2x - 4 = -2$

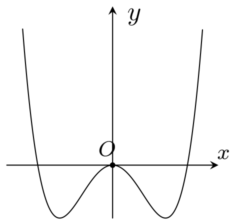
$\Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 9.

Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = x^3 - 3x^3$. (B) $y = -x^4 + 2x^2$. (C) $y = -x^3 + 3x^2$. (D) $y = x^4 - 2x^2$.



Lời giải.

Vì đồ thị hàm bậc 4 có 3 cực trị và nét cuối cùng đi lên nên đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 10. Đạo hàm của hàm số $f(x) = x^\pi$

(A) $x^\pi \ln x$. (B) πx^π. (C) $\pi x^{\pi-1}$. (D) $\dfrac{x^{\pi+1}}{\pi+1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \pi x^{\pi-1}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 11. Nghiệm của phương trình $\log_2 4x = 4$ là

(A) $x = 16$. (B) $x = 64$. (C) $x = 2$. (D) $x = 4$.

Lời giải.

Điều kiện $4x > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

$\log_2 4x = 4 \Leftrightarrow 4x = 16 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 12. Với a là số thực tùy ý khác 0. Giá trị của $\log_2 2a^2$ bằng

(A) $1+2\log_2 a$.
(B) $1+\dfrac{1}{2}\log_2 a$.
(C) $1+2\log_2|a|$.
(D) $1+\dfrac{1}{2}|a|$.

Lời giải.

$\log_2 2a^2=\log_2 2+\log_2 a^2=1+2\log_2|a|$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 13. Với a, b là các số thực dương tùy ý khác 1, khi đó $a^{\log b}$ bằng

(A) $b^{\log a}$.
(B) $10^{\log_a b}$.
(C) $a^{\log_b 10}$.
(D) $10^{\log_b a}$.

Lời giải.

Ta có $a^{\log b}=b^{\log a}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 14. $\displaystyle\int(3x^2-2x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) x^3-x^2+C.
(B) $3x^3-x^2+C$.
(C) x^3-2x+C.
(D) $6x-2+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int(3x^2-2x)\mathrm{d}x=x^3-x^2+C$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 15. Nếu $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\displaystyle\int_1^3 f(x)=2$ thì $\displaystyle\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 1.
(B) 3.
(C) -3.
(D) -1.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow 2=-1+\displaystyle\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \displaystyle\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=3$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 16. $\displaystyle\int 3^x\mathrm{d}x$ bằng

(A) $3^x\ln x+C$.
(B) $\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+C$.
(C) $\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.
(D) $x\cdot 3^{x-1}+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int 3^x\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}+C$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 17. Nếu $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\displaystyle\int_1^2[f(x)+2x]\mathrm{d}x$

(A) 1.
(B) 5.
(C) 4.
(D) 0.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^2[f(x)+2x]\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 2x\mathrm{d}x=2+(4-1)=5$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 18. Số phức liên hợp của $z=3-4i$ là

(A) $-3-4i$.
(B) $3+4i$.
(C) $-3+4i$.
(D) $3-4i$.

Lời giải.

Ta có $z=3-4i$ suy ra $\overline{z}=3+4i$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 19. Cho 2 số phức $z_1=5+2i$ và $z_2=1-4i$. Số phức z_1+3z_2 bằng

(A) $8-10i$.
(B) $-2+i$.
(C) $1-2i$.
(D) $-2-i$.

Lời giải.

Ta có $z_1+3z_2=5+2i+3(1-4i)=8-10i$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $M(-2;1)$ biểu diễn số phức z khi đó

(A) $z=2-i$.
(B) $z=-2+i$.
(C) $z=1-2i$.
(D) $z=-2-i$.

Lời giải.

Điểm $M(-2;1)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=-2+i$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 21. Cho khối nón có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 3. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) 12π. (B) 18π. (C) 4π. (D) 6π.

Lời giải.

Ta có $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 2^2\cdot 3=4\pi$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 22. Một khối chóp tứ giác có đáy là hình vuông cạnh bằng 3 và chiều cao bằng 10. Thể tích của khối chóp đó bằng

(A) 30. (B) 90. (C) 270. (D) 15.

Lời giải.

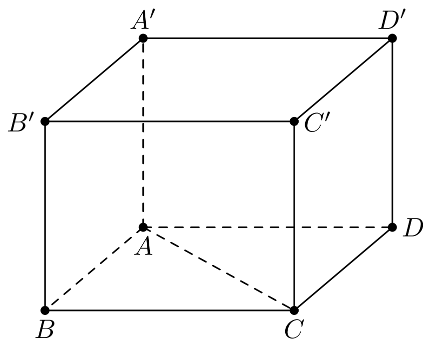
Diện tích đáy của khối chóp đã cho là $3^2=9$, có đường cao của khối chóp là $h=10$.
Thể tích của khối chóp đó là $V=\frac{1}{3}\cdot S\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 9\cdot 10=30$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 23. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có $AB=3$, $AC=5$, $AA'=8$ bằng

(A) 120. (B) 32. (C) 96. (D) 60.

Lời giải.

Ta có $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.
Khi đó thể tích khối hộp chữ nhật đã cho là $V=AA'\cdot AB\cdot BC=8\cdot 3\cdot 4=96$.



Chọn đáp án (C) □

CÂU 24. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $\ell=5$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 15π. (B) 30π. (C) 45π. (D) 48π.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $\ell=5$ là $S_{xq}=2\pi\cdot r\cdot\ell=2\pi\cdot 3\cdot 5=30\pi$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z+1=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $M(1;2;3)$. (B) $N(1;2;-2)$. (C) $P(-1;2;-3)$. (D) $Q(2;-2;1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z+1=0$ đi qua điểm $M(1;2;3)$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, toạ độ tâm mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$ là

(A) $(1;2;3)$. (B) $(-1;-2;-3)$. (C) $(-1;2;-3)$. (D) $(1;-2;3)$.

Lời giải.

Toạ độ tâm mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$ là $I(1;-2;3)$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+5}{-3}$. Một vectơ chỉ phương của d có tọa độ

(A) $(1;-3;-5)$. (B) $(1;-2;3)$. (C) $(-1;3;5)$. (D) $(-1;2;3)$.

Lời giải.

Một vectơ chỉ phương của d có tọa độ là $(-1;2;3)$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 28. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(1;2;3)$ và nhận véctơ $\vec{u}=(-1;2;2)$ làm véctơ chỉ phương có phương trình tham số là

Ⓐ $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \\ z=2+3t \end{cases}$.
Ⓑ $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3+2t \end{cases}$.
Ⓒ $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+2t \end{cases}$.
Ⓓ $\begin{cases} x=-1-t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua $A(1;2;3)$ và nhận véctơ $\vec{u}=(-1;2;2)$ làm véctơ chỉ phương có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3+2t \end{cases}$$

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 29. Chọn ngẫu nhiên hai số phân biệt từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để tích của hai số được chọn là một số chẵn bằng

Ⓐ $\frac{1}{5}$. Ⓑ $\frac{4}{15}$. Ⓒ $\frac{11}{15}$. Ⓓ $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu

$$n(\Omega)=\mathrm{C}_{15}^2=105$$

Gọi A là biến cố: "Tích hai số được chọn là một số chẵn". Khi đó, biến cố đối của A là: "Tích hai số được chọn là một số lẻ". Biến cố $\overline{A}$ chỉ xảy ra khi cả hai số được chọn đều là số lẻ, suy ra

$$n(\overline{A})=\mathrm{C}_8^2=28$$

Xác suất xảy ra biến cố A:

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{28}{105}=\frac{11}{15}$$

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+48x$ trên đoạn $[-7;5]$ bằng

Ⓐ 127. Ⓑ 128. Ⓒ 115. Ⓓ 7.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Đạo hàm $f'(x)=-3x^2+48$.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow -3x^2+48=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-4. \end{array}\right.$

Xét trên đoạn $[-7;5]$ thì

$$\begin{aligned} f(-7)&=7 \\ f(-4)&=-128 \\ f(4)&=128 \\ f(5)&=115 \end{aligned}$$

Do vậy giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-7;5]$ là 128.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2-x\right)\leq 1$ là

Ⓐ $[-1;0)\cup(1;2]$. Ⓑ $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. Ⓒ $[-1;2]$. Ⓓ $(0;1)$.

Lời giải.

Giải bất phương trình

$$\begin{aligned} \log_2\left(x^2-x\right)\leq 1 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x\leq 2^1 \\ x^2-x>0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -1\leq x\leq 2 \\ x<0 \vee x>1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow -1\leq x<0 \vee 1<x\leq 2 \end{aligned}$$

Vậy bất phương tình có tập nghiệm $S=[-1;0)\cup(1;2]$.

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 32. Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x - 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty; -1)$. (B) $(-1; 4)$. (C) $(-\infty; 5)$. (D) $(5; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Đạo hàm $y' = -x^2 + 4x + 5$.

Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 5. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 5)$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 33. Cho hái số phức $z_1 = 4 + 3i$, $z_2 = 1 - i$. Mô đun của số phức $z_1 \cdot \overline{z_2}$ bằng

(A) $5\sqrt{2}$. (B) $4\sqrt{2}$. (C) 5. (D) $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $z_1\overline{z_2} = (4 + 3i)(1 + i) = 1 + 7i$.
Suy ra $|z_1 \cdot \overline{z_2}| = \sqrt{1^2 + 7^2} = 5\sqrt{2}$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 34. Cho $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^2 + x + C_1$; $\int g(x)\,\mathrm{d}x = x^4 + x^3 + C_2$. Khi đó $\int\limits_0^1 f(x) \cdot g(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{51}{10}$. (B) $\frac{71}{105}$. (C) 4. (D) $\frac{77}{60}$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^2 + x + C_1 \Rightarrow f(x) = 2x + 1$.

$\int g(x)\,\mathrm{d}x = x^4 + x^3 + C_2 \Rightarrow g(x) = 4x^3 + 3x^2$.

Vậy $\int\limits_0^1 f(x) \cdot g(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 (2x + 1)(4x^3 + 3x^2)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 (8x^4 + 10x^3 + 3x^2)\,\mathrm{d}x = \left(\frac{8}{5}x^4 + \frac{5}{2}x^4 + x^3\right)\Big|_0^1 = \frac{51}{10}$.

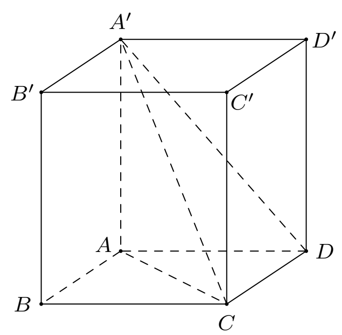
Chọn đáp án (A) □

CÂU 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2\sqrt{3}a$, $AD = a$, $AA' = \sqrt{3}a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ADD'A')$ bằng

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $30°$.

Lời giải.

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên suy ra $CD \perp (ADD'A')$.
Suy ra góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ADD'A')$ là góc $\widehat{CA'D}$.
Ta có $A'D = \sqrt{AA'^2 + AD^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$.
$\tan \widehat{CA'D} = \frac{CD}{A'D} = \frac{2\sqrt{3}a}{2a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{CA'D} = 60°$.
Vậy giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ADD'A')$ bằng $60°$.



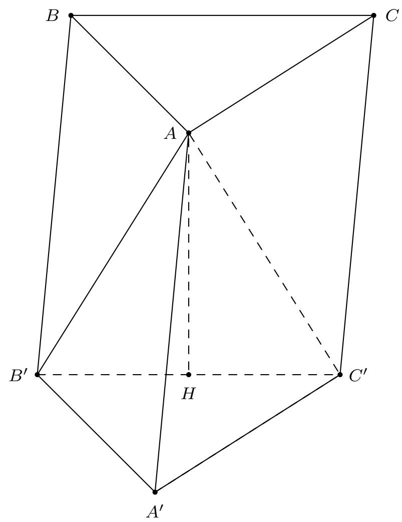
Chọn đáp án (C) □

CÂU 36. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = \sqrt{3}a$ và $AA' = AB' = AC' = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

(A) $\sqrt{3}a$. (B) a. (C) $2a$. (D) $\sqrt{2}a$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$.
Ta có $AA' = AB' = AC' = 2a$ suy ra H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$.
Mà $\triangle ABC$ vuông tại A suy ra $\triangle A'B'C'$ vuông tại A' suy ra H là trung điểm của $B'C'$.
Ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a \Rightarrow B'C' = 2a \Rightarrow B'H = a$.
Ta có $AH = \sqrt{AB'^2 - B'H^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3}a$.
Vậy $\mathrm{d}(A, (A'B'C')) = a\sqrt{3}$.



Chọn đáp án (A)

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1), B(3;-1;1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. **B** $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.
C $(x+2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$. **D** $(x+2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$.

Lời giải.

Gọi (S) là mặt cầu nhận AB làm đường kính.
Ta có

- Tâm I là trung điểm $AB \Rightarrow I(2;0;1)$.
- Bán kính $R = \dfrac{1}{2}AB = \sqrt{2}$.

Khi đó mặt cầu (S) có phương trình là $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.
Chọn đáp án (B)

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(0;2;1), C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A vuông góc với BC có phương trình là

A $x+y+z-3=0$. **B** $x-3y+z-1=0$. **C** $x-3y+z+1=0$. **D** $x+y+z+3=0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.
Ta có $(P) \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (1;-3;1)$ là vec-tơ pháp tuyến của (P).
Khi đó mặt phẳng (P) đi qua điểm A, nhận $\overrightarrow{BC}$ làm vec-tơ pháp tuyến nên có phương trình là $x - 3y + z + 1 = 0$.
Chọn đáp án (C)

CÂU 39. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 = |z|^2 + 2\bar{z}$?

A 4. **B** 2. **C** 3. **D** 1.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.
Ta có $z^2 = |z|^2 + 2\bar{z}$
$\Leftrightarrow (x+yi)^2 = x^2 + y^2 + 2(x - yi)$
$\Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = x^2 + y^2 + 2x - 2yi$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = x^2 + y^2 + 2x \\ 2xy = -2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 + 2x = 0 \\ 2y(x+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + x = 0 \quad (*) \\ \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ x = -1 \end{array}\right. \end{cases}$$

- Với $y = 0$ thế vào (*) ta được $x = 0$.
- Với $x = -1$ thế vào (*) ta được $y = \pm 1$.

Vậy có 3 có phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (C)

CÂU 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên

x	-4		-3		-1		0		2		4
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

Có bao nhiêu số thực $m \in [-4;4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f\left(x^3 - 3x + 2\right) + f(m)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 1

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ 5.

Lời giải.

Đặt $t = x^3 - 3x + 2$ thì $t' = 3x^2 - 3 \geq 0, \forall x \in [-1;1] \Rightarrow \begin{cases} \min\limits_{[-1;1]} t = t(1) = 0 \\ \max\limits_{[-1;1]} t = t(-1) = 4 \end{cases} \Rightarrow t \in [0;4], \forall x \in [-1;1].$

Bài toán trở thành tìm $m \in [-4;4]$ để $\max\limits_{[0;4]} \{f(t) + f(m)\} = 1 \Leftrightarrow 3 + f(m) = 1 \Leftrightarrow f(m) = -2.\quad (*)$

x	-4		-3		-1		0		2		4
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

$f(m) = -2$

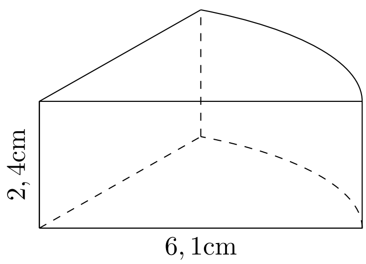
Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình $(*)$ có 3 nghiệm $\forall m \in [-4;4]$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 41.

Một hộp phô mai dạng hình trụ có bán kính đáy bằng $6,1\text{cm}$ và chiều cao bằng $2,4\text{cm}$. Biết rằng trong hộp có 8 miếng phô mai giống nhau được xếp sát nhau (tham khảo hình vẽ bên) và độ dày của giấy gói từng miếng không đáng kể. Diện tích toàn phần của một miếng phô mai gần nhất với kết quả nào dưới đây?

Ⓐ 78cm^2. Ⓑ 70cm^2. Ⓒ 72cm^2. Ⓓ 75cm^2.



Lời giải.

Diện tích hai mặt đáy và mặt cong của mỗi miếng phô mai bằng $\dfrac{1}{8}$ diện tích toàn phần của hình trụ.

Hai mặt bên của miếng phô mai là các hình chữ nhật kích thước $2,4 \times 6,1$.

Vậy diện tích toàn phần của mỗi miếng phô mai bằng

$$\frac{1}{8} \cdot 2\pi r \cdot (r+h) + 2 \cdot (2,4 \cdot 6,1) \approx 70\text{cm}^2.$$

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5 - x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Khi đó $2\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin(x)) \cos x \, \mathrm{d}x + 3\int_0^1 f(3-2x)\, \mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ $\dfrac{32}{3}$. Ⓑ 31. Ⓒ $\dfrac{71}{6}$. Ⓓ 32.

Lời giải.

• Đặt $t = \sin x$. Suy ra $\mathrm{d}t = \cos x \mathrm{d}x$. Với $x = 0$ thì $t = 0$, với $x = \dfrac{\pi}{2}$ thì $t = 1$, do đó

$$2\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin(x)) \cos x \, \mathrm{d}x = \int_0^1 f(t)\, \mathrm{d}t = \int_0^1 (5-t)\, \mathrm{d}t = \frac{9}{2}.$$

• Đặt $u = 3 - 2x$. Suy ra $\mathrm{d}u = -2\mathrm{d}x$. Với $x = 0$ thì $t = 3$, với $x = 1$ thì $t = 1$, do đó

$$\int\limits_0^1 f(3-2x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_3^1 f(t).\left(-\frac{1}{2}\,\mathrm{d}t\right) = \frac{1}{2}\int\limits_1^3 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int\limits_1^3 \left(t^2+3\right)\,\mathrm{d}t = \frac{22}{3}.$$

• Vậy

$$2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\sin(x)\right)\cos x\,\mathrm{d}x + 3\int\limits_0^1 f(3-2x)\,\mathrm{d}x = 2\cdot\frac{9}{2} + 3\cdot\frac{22}{3} = 31.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$, $d_2\colon \begin{cases} x = t \\ y = 3 \\ z = -2+t \end{cases}$. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả d_1, d_2 và tiếp xúc với mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-3 = 0$?

A 2. **B** 1. **C** 0. **D** Vô số.

Lời giải.

Hai đường thẳng d_1 và d_2 tương ứng có hai vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1;-1;-1)$ và $\vec{u}_2 = (1;0;1)$ (không cùng phương). Mặt phẳng (P) song song với d_1, d_2 nên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [u_1, u_2] = (-1;-2;1)$. Suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng

$$(P)\colon x + 2y - z + m = 0.$$

Với $A(2;1;2) \in d_1$, $B(0;3;-2) \in d_2$, khi đó (P) song song với d_1, d_2 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} A \notin (P) \\ B \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+2-2+m \neq 0 \\ 0+6-(-2)+m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq -8 \end{cases}. \qquad (*)$$

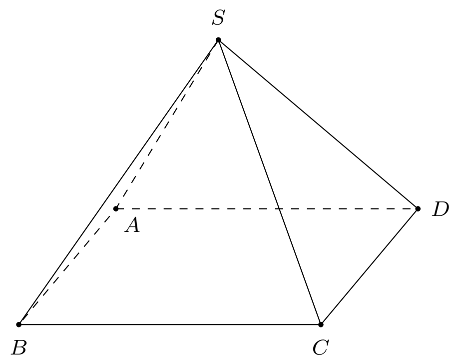
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R = \sqrt{6}$.
Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) khi và chỉ khi

$$\mathrm{d}\left(I,(P)\right) = R \Leftrightarrow \frac{|2+m|}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -8 \end{array}\right..$$

Đối chiếu với điều kiện $(*)$, ta có $m = 4$, tức là chỉ có một mặt phẳng thoả mãn bài toán.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 44.

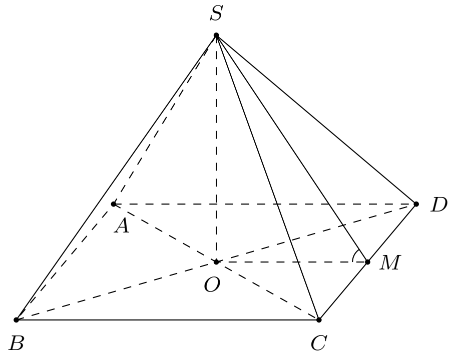
Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = 4a, BC = 2a$. Đỉnh S cách đều các đỉnh A, B, C, D. Biết góc giữa mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60°. Thể tích khối chóp đã cho bằng



A $\dfrac{4a^3}{3}$. **B** $\dfrac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. **C** $4a^3$. **D** $8\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Vì $SA = SB = SC = SD$ nên hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ chính là điểm $O = AC \cap BD$.
Vì vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO$.



Gọi M là trung điểm $CD \Rightarrow \begin{cases} CD \perp OM \\ OM \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow ((SCD),(ABCD)) = \widehat{SMO} = 60^\circ$.

Vì vậy $SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}a \Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \dfrac{1}{3}BA.BC \cdot SO = \dfrac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3}a \cdot 2a \cdot \sqrt{3}a = 4a^3$.

Chọn đáp án C □

CÂU 45. Có bao nhiêu số nguyên $a, (a \geq 2)$ để tồn tại các số thực x và y thoả mãn $a^x + x = \log_a y + y = \dfrac{5}{4}(y - x)$?

A 26. **B** 25. **C** 28. **D** 27.

Lời giải.

Xét $a^x + x = \log_a y + y$. Đặt $t = \log_a y \Leftrightarrow y = a^t \Rightarrow a^x + x = t + a^t \Leftrightarrow x = t \Leftrightarrow y = a^x$.

Vậy $a^x + x = \dfrac{5}{4}(a^x - x) \Leftrightarrow a^x = 9x \Leftrightarrow x \ln a = \ln(9x) \Leftrightarrow \ln a = \dfrac{\ln(9x)}{x} (*)$ (Thực hiện lấy logarit tự nhiên hai vế).

Xét $g(x) = \dfrac{\ln(9x)}{x}$ trên $(0; +\infty)$ có $g'(x) = \dfrac{1 - \ln(9x)}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \ln(9x) = 1 \Leftrightarrow 9x = \mathrm{e} \Leftrightarrow x = \dfrac{\mathrm{e}}{9}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{e}{9}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{9}{e}$	$\searrow$	0

Vậy $(*)$ có nghiệm khi và chỉ khi $\ln a \leq \dfrac{9}{\mathrm{e}} \Leftrightarrow 0 < a \leq \mathrm{e}^{\frac{9}{\mathrm{e}}} \approx 27,41 \Rightarrow a \in \{2; \ldots; 27\}$.

Có 26 giá trị nguyên a thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

CÂU 46. Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z - 6)(8 + \overline{zi})$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 4$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

A $5 - \sqrt{21}$. **B** $20 - 4\sqrt{21}$. **C** $20 - 4\sqrt{22}$. **D** $5 - \sqrt{22}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi \Rightarrow (z - 6)(8 + \overline{zi}) = (x - 6 + yi)(8 - y - xi) = (x - 6)(8 - y) + xy + (-x(x - 6) + y(8 - y))i$ là một số thực khi và chỉ khi phần ảo bằng 0 tức là

$$-x(x - 6) + y(8 - y) = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25 \Leftrightarrow |z - 3 - 4i| = 5.$$

Đặt ẩn phụ cho đơn giản $u = z - 3 - 4i \Rightarrow \begin{cases} |u_1| = |u_2| = 5 \\ |z_1 - z_2| = |(u_1 + 3 + 4i) - (u_2 + 3 + 4i)| = |u_1 - u_2| = 4. \end{cases}$

Khi đó $|z_1 + 3z_2| = |(u_1 + 3 + 4i) + 3(u_2 + 3 + 4i)| = |u_1 + 3u_2 + 4(3 + 4i)|$.

Gọi $A(u_1), B(u_2)$ khi đó $|u_1| = |\overrightarrow{OA}| = 5, |u_2| = |\overrightarrow{OB}| = 5$.

Lại có $|u_1 - u_2|^2 = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|^2 = \overrightarrow{OA}^2 + \overrightarrow{OB}^2 - 2\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 25 + 25 - 2\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 16 \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 17$.

Vì vậy $|u_1 + 3u_2|^2 = |\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}|^2 = \overrightarrow{OA}^2 + 9\overrightarrow{OB}^2 + 6\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 25 + 9.25 + 6.17 = 352 \Rightarrow |u_1 + 3u_2| = 4\sqrt{22}$.

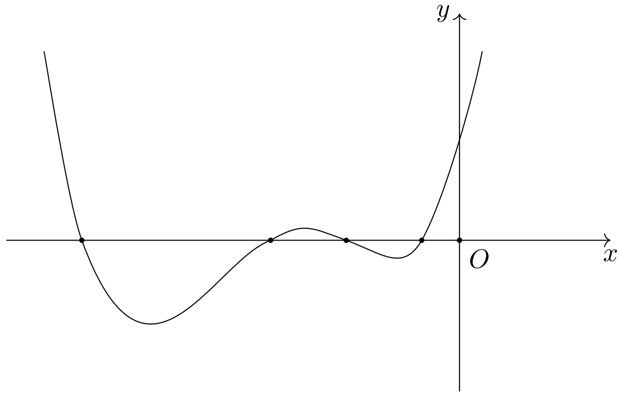
Dùng bất đẳng thức môđun $|a + b| \geq |a| - |b|$ ta có

$$|u_1 + 3u_2 + 4(3 + 4i)| \geq |4(3 + 4i)| - |u_1 + 3u_2| = 20 - 4\sqrt{22}.$$

Chọn đáp án C □

CÂU 47.
Cho hàm số đa thức $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình bên. Biết rằng $f(0) = 0$. Hàm số $g(x) = \left|f(x^6) - x^3\right|$ có bao nhiêu cực trị?

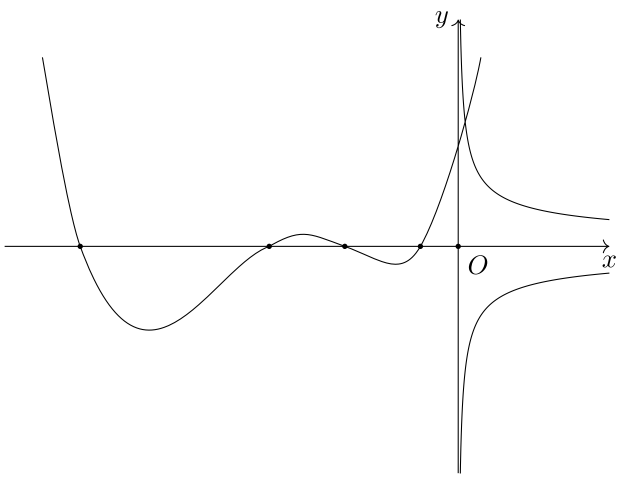
(A) 7. (B) 4. (C) 5. (D) 3.



Lời giải.
Xét hàm $g(x) = f(x^6) - x^3$, $g'(x) = 6x^5 f'(x^6) - 3x^2 = 3x^2\left(2x^3 f'(x^6) - 1\right)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(x^6) = \dfrac{1}{2x^3}. \end{array}\right. \qquad (*)$$

Xét phương trình $(*)$, đặt $t = x^6, t \geq 0$, suy ra $x^3 = \pm\sqrt{t}$.
Do đó phương trình $(*)$ trở thành $f'(t) = \pm\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$. (1)
Nghiệm của phương trình là hoành độ giao điểm của đồ thị $y = f'(t)$ và $y = \pm\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$.



Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình trình có nghiệm $t_0 > 0$ duy nhất. Suy ra $x = \sqrt[3]{t_0}$.
Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\sqrt[3]{t_0}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$g\left(\sqrt[3]{t_0}\right)$	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó hàm số $y = g(x)$ có 1 điểm cực trị và cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.
Vậy hàm số $y = |g(x)|$ có 3 cực trị.
Chọn đáp án (D)

CÂU 48. Cho hai đường $f(x) = \dfrac{mx+n}{x+1}$ và $g(x) = ax^2 + bx + c$ (với a, b, c, m, n là các số thực) cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ -2, 1, 2. Hàm số $h(x) = (x+1)g(x) - (m+9)x - n$ có giá trị cực đại bằng -9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ bằng

(A) $\dfrac{27}{2}\ln 2 - 6$. (B) $18\ln 2 - 8$. (C) $6\ln 2 - \dfrac{8}{3}$. (D) $\dfrac{27}{2}\ln 2 - 8$.

Lời giải.

Xét $g(x)-f(x)=ax^2+bx+c-\dfrac{mx+n}{x+1}=\dfrac{(x+1)\left(ax^2+bx+c\right)-(mx+n)}{x+1}$.
Theo giả thiết phương trình $(x+1)\left(ax^2+bx+c\right)-(mx+n)=0$ bậc ba có ba nghiệm là $-2;1;2$ nên $(x+1)\left(ax^2+bx+c\right)-(mx+n)=a(x+2)(x-1)(x-2)$.
Vậy $g(x)-f(x)=\dfrac{a(x+2)(x-1)(x-2)}{x+1}$.
Ta cần tìm a dựa trên giá trị cực đại của hàm số $h(x)$.
Khi đó hàm số

$$\begin{aligned} h(x) &= (x+1)g(x)-(m+9)x-n=(x+1)g(x)-(mx+n)-9x \\ &= a(x+2)(x-1)(x-2)-9x \\ &= a(x-1)\left(x^2-4\right)-9x \\ &= a\left(x^3-x^2-4x+4\right)-9x. \end{aligned}$$

Theo giả thiết hàm số này có giá trị cực đại bằng -9 đạt tại điểm x nên

$$\begin{cases} h'(x)=0 \\ h(x)=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\left(3x^2-2x-4\right)-9=0 & (1) \\ a(x-1)\left(x^2-4\right)-9x=-9. & (2) \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned} (2) &\Leftrightarrow a(x-1)\left(x^2-4\right)-9(x-1)=0 \\ &\Leftrightarrow (x-1)\left[a\left(x^2-4\right)-9\right]=0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ a\left(x^2-4\right)-9=0. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Nếu $x=1$ thay ngược lại (1) ta có $a=-3 \Rightarrow h(x)=-3\left(x^3-x^2-4x+4\right)-9x$ có giá trị cực đại bằng -9 (thoả mãn).
Vì vậy $S=\displaystyle\int_0^1\left|\dfrac{-3(x+2)(x-1)(x-2)}{x+1}\right|dx=18\ln 2-8$.
Nhận xét Nếu thi tự luận cần làm thêm một bước nữa
Khi $a\left(x^2-4\right)-9=0$ kết hợp với (1) ta có

$$\begin{aligned} & a\left(3x^2-2x-4\right)-a\left(x^2-4\right)=0 \\ \Leftrightarrow\ & a\left(2x^2-2x\right)=0 \\ \Rightarrow\ & x=0 \Rightarrow \dfrac{9}{4}. \end{aligned}$$

$\Rightarrow h(x)=-\dfrac{9}{4}\left(x^3-x^2-4x+4\right)-9x$ có giá tri cực đại bằng $-\dfrac{26}{3}$ (loại).
Chọn đáp án D

CÂU 49. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x có đúng 10 số nguyên y thỏa mãn $\left(2^{y+1}-x^2\right)\left(3^y-x\right)<0$?

A. 181. B. 167. C. 165. D. 61.

Lời giải.

Xét $2^{y+1}=x^2 \Leftrightarrow y=\log_2 x^2-1$; $\quad 3^y=x \Leftrightarrow y=\log_3 x$.
TH1: Nếu $\log_2 x^2-1=\log_3 x$, bất phương trình đã cho vô nghiệm.
TH2: Nếu $\log_2 x^2-1<\log_3 x \Leftrightarrow 2\log_2 x-1<\log_3 2\log_2 x \Leftrightarrow x<2^{\frac{1}{2-\log_3 2}}\approx 1{,}66$.
Khi đó $x=1$ và tập nghiệm của bất phương trình $S=(-1;0)$ không chứa số nguyên nào (loại).
TH3: Nếu $\log_2 x^2-1>\log_3 x$ khi đó tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(\log_3 x;\log_2 x^2-1\right)$.
S chứa đúng 10 số nguyên $a;a+1;\ldots;a+9$ $(a\in\mathbb{Z})$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & a-1\le\log_3 x<a<a+9<\log_2 x^2-1\le a+10 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 3^{a-1}\le x<3^a \\ 2^{a+10}<x^2\le 2^{a+11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{a-1}\le x<3^a \\ \sqrt{2^{a+10}}<x\le\sqrt{2^{a+11}}. \end{cases} \quad (*) \end{aligned}$$

Nếu $3^a\le\sqrt{2^{a+10}}\Leftrightarrow a\le 4{,}6$, khi đó (*) vô nghiệm.
Nếu $\sqrt{2^{a+11}}<3^{a-1}\Leftrightarrow a>6{,}53$, khi đó (*) vô nghiệm.

Nếu $a=5$, ta có $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 3^4 \le x < 3^5 \\ \sqrt{2^{15}} < x \le \sqrt{2^{16}} \end{cases} \Rightarrow x \in \{182;\ldots;242\}$.

Nếu $a=6$, ta có $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 3^5 \le x < 3^6 \\ \sqrt{2^{16}} < x \le \sqrt{2^{17}} \end{cases} \Rightarrow x \in \{257;\ldots;362\}$.

Vậy có tất cả $(242-182+1)+(362-257+1)=167$ số nguyên x thoả mãn.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 50. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;4;-1)$, $B(3;2;2)$, $C(0;3;-2)$. Xét điểm M di động trên mặt phẳng $(P)\colon x-y-z+1=0$. Giá trị nhỏ nhất của $MA+MB+MC$ bằng

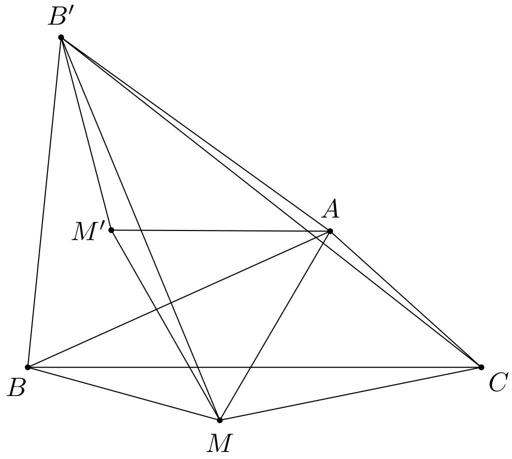
A $\sqrt{38}$. **B** $6\sqrt{2}$. **C** $3\sqrt{2}+\sqrt{6}$. **D** $\sqrt{14}+\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có $AB=\sqrt{14}$, $BC=\sqrt{26}$, $AC=\sqrt{6}$.
Áp dụng định lí côsin ta có

$$\cos\widehat{BAC}=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=-\frac{\sqrt{21}}{14},$$

suy ra $\widehat{BAC}\approx 109^\circ$.
Dễ thấy ba điểm $A,B,C\in(P)$. Trên mặt phẳng (P) gọi B', M' lần lượt là ảnh của B và M qua phép quay $Q_{(A,-60^\circ)}$.



Ta có $MA=MM'$, $MB=M'B'$. Khi đó

$$MA+MB+MC=CM+MM'+M'B'\ge CB'.$$

Đẳng thức xảy ra khi bốn điểm B,C,M,M' thẳng hàng.
Ta có $\cos\widehat{BAC}=-\dfrac{\sqrt{21}}{14}\Rightarrow \sin\widehat{BAC}=\dfrac{5\sqrt{7}}{14}$.
Áp dụng công thức cộng

$$\cos\widehat{CAB'}=\cos(\widehat{BAC}+60^\circ)=\cos\widehat{BAC}\cos 60^\circ-\sin\widehat{BAC}\sin 60^\circ=-\frac{3\sqrt{21}}{14}.$$

Áp dụng định lí côsin

$$\begin{aligned} CB'^2 &= AC^2+AB'^2-2AC\cdot AB'\cos\widehat{CAB'} \\ &= 6+14-2\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{14}\cdot\left(-\frac{3\sqrt{21}}{14}\right) \\ &= 38. \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $MA+MB+MC$ bằng $\sqrt{38}$.
Chọn đáp án (A) □

1. A	2. C	3. A	4. B	5. B	6. C	7. C	8. C	9. D	10. C
11. D	12. C	13. A	14. A	15. B	16. C	17. B	18. B	19. A	20. B
21. C	22. A	23. C	24. B	25. A	26. D	27. D	28. B	29. C	30. B
31. A	32. B	33. A	34. A	35. C	36. A	37. B	38. C	39. C	40. B
41. B	42. B	43. B	44. C	45. A	46. C	47. D	48. D	49. B	50. A

Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 2 — ĐỀ 2

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 12 và chiều cao bằng 4. Thể tích của khối chóp đó bằng

(A) 48. (B) 144. (C) 16. (D) 24.

Lời giải.

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3} \cdot 12 \cdot 4 = 16$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 2. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x - 1$?

(A) $P(-2; 1)$. (B) $N(-3; -2)$. (C) $M(1; 2)$. (D) $Q(2; 5)$.

Lời giải.

Ta có $y(-2) = -15$; $y(-3) = -40$; $y(1) = 0$; $y(2) = 5$.
Vậy điểm $Q(2; 5)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 3. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

(A) $y = x^{-3}$. (B) $y = \log_3 x$. (C) $y = \left(\dfrac{3}{2}\right)^x$. (D) $y = x^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^{-3}$ có tập xác định là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
Hàm số $y = \log_3 x$ có tập xác định là $\mathscr{D} = (0; +\infty)$.
Hàm số $y = \left(\dfrac{3}{2}\right)^x$ có tập xác định là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$
Hàm số $y = x^{\frac{3}{2}}$ có tập xác định là $\mathscr{D} = (0; +\infty)$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 4. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(2x - 3) = 3$ là

(A) $S = \left\{\dfrac{11}{2}\right\}$. (B) $S = \left\{\dfrac{9}{2}\right\}$. (C) $S = \{6\}$. (D) $S = \{3\}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(2x - 3) = 3 \Leftrightarrow 2x - 3 = 2^3 \Leftrightarrow 2x - 3 = 8 \Leftrightarrow x = \dfrac{11}{2}$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{\dfrac{11}{2}\right\}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 5. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ là

(A) $S_{\text{xq}} = \pi r\ell$. (B) $S_{\text{xq}} = \dfrac{1}{3}\pi r\ell$. (C) $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$. (D) $S_{\text{xq}} = \dfrac{1}{2}\pi r\ell$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho là $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 6. Mô-đun của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

(A) 7. (B) $\sqrt{7}$. (C) 25. (D) 5.

Lời giải.

Ta có $z = 4 - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(-1; 0; 2)$, đồng thời nhận véc-tơ $\vec{u} = (2; 3; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương là

(A) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-2}{-1}$. (B) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{-1}$. (C) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{1}$. (D) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua điểm $M(-1;0;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;-1)$ có phương trình $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 8. Cho hàm số $f(x)=\cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

(A) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=-2\sin 2x+C$.
(B) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{\sin 2x}{2}+C$.
(C) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$.
(D) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{\sin 2x}{2}+C$.

Lời giải.

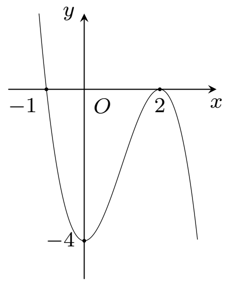
Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int \cos 2x\,\mathrm{d}x=\frac{\sin 2x}{2}+C$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 9.

Cho hàm đa thức bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số bằng

(A) -4.
(B) 2.
(C) 0.
(D) -1.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị cực đại là 0 tại $x=2$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 10. Cho $a>0$, $a\neq 1$, giá trị của $\log_a(4a)$ bằng

(A) $\dfrac{1}{4}\log_a 2$.
(B) $2\log_a 2+1$.
(C) $\dfrac{1}{2}\log_a 2+1$.
(D) $4\log_a 2$.

Lời giải.

Ta có $\log_a(4a)=\log_a 4+\log_a a=2\log_a 2+1$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 11. Hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, $(a,\,b,\,c\in\mathbb{R})$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

(A) $f(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.
(B) $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.
(C) $f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.
(D) $f'(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 12. Cho hai hàm số $u(x)$, $v(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int u(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x=u(x)\cdot v(x)-\int u'(x)\cdot v(x)\,\mathrm{d}x$.
(B) $\displaystyle\int u(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x=u(x)\cdot v(x)+\int u'(x)\cdot v(x)\,\mathrm{d}x$.
(C) $\displaystyle\int u(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x=u(x)\cdot v(x)-\int u'(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x$.
(D) $\displaystyle\int u(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x=u(x)\cdot v(x)+\int u'(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Theo công thức nguyên hàm từng phần thì

$$\int u(x)\cdot v'(x)\,\mathrm{d}x=u(x)\cdot v(x)-\int u'(x)\cdot v(x)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 13. Nếu $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x=1$ thì $\displaystyle\int_3^2 6f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6.
(B) -6.
(C) $\dfrac{1}{6}$.
(D) $-\dfrac{1}{6}$.

Lời giải.

Ta có

$$\int_3^2 6f(x)\,\mathrm{d}x=6\int_3^2 f(x)\,\mathrm{d}x=6\cdot\left(-\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x\right)=6\cdot(-1)=-6.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 14. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{ax+1}$, $(a \in \mathbb{R};\ a \neq 0)$ là đường thẳng $x = 1$ khi

(A) $a = 1$. (B) $a = -2$. (C) $a = 2$. (D) $a = -1$.

Lời giải.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{ax+1}$, $(a \in \mathbb{R};\ a \neq 0)$ là đường thẳng $x = -\dfrac{1}{a}$.

Ta cần $-\dfrac{1}{a} = 1 \Leftrightarrow a = -1$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 15. Nếu $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\displaystyle\int_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x = -1$ thì $\displaystyle\int_1^2 [2f(x) + 3g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 2. (B) 0. (C) 9. (D) 3.

Lời giải.

Ta có

$$\int_1^2 [2f(x) + 3g(x)]\,\mathrm{d}x = 2\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x + 3\int_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x = 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) = 3.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 16. Hàm số nào trong các hàm số sau nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = -x^3 - 3x + 4$. (B) $y = 1 - x^4$. (C) $y = -x^2 + 2$. (D) $y = \dfrac{x+1}{x-2}$.

Lời giải.

- Hàm số $y = -x^3 - 3x + 4$ có $y' = -3x^2 - 3 < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = 1 - x^4$ là hàm trùng phương nên không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = -x^2 + 2$ là parabol nên không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-2}$ không xác định trên $\mathbb{R}$ nên không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 17. Biết ba số 3; x; 15 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm x?

(A) $x = 3\sqrt{5}$. (B) $x = 9$. (C) $x = 12$. (D) $x = 6$.

Lời giải.

Vì ba số 3; x; 15 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng nên ta có $2x = 3 + 15 \Leftrightarrow x = 9$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 18. Thể tích của khối cầu đường kính bằng 6 là

(A) 48π. (B) 36π. (C) 144π. (D) 288π.

Lời giải.

Thể tích của khối cầu có bán kính R là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Đường kính bằng 6 nên bán kính $R = \dfrac{6}{2} = 3$.

Vậy thể tích của khối cầu là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 19. Phần thực của số phức $z = (2 + 3i) \cdot (1 - i)$ bằng

(A) -5. (B) 5. (C) 1. (D) -1.

Lời giải.

Ta có $z = (2 + 3i) \cdot (1 - i) = 5 + i$.
Vậy phần thực của số phức $z = (2 + 3i) \cdot (1 - i)$ bằng 5.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 20. Số nghiệm của phương trình $4^{x^2+3x} = 16$ là

(A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Lời giải.

Ta có

$$4^{x^2+3x}=16 \Leftrightarrow 4^{x^2+3x}=4^2 \Leftrightarrow x^2+3x=2 \Leftrightarrow x^2+3x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2} \\ x=\dfrac{-3-\sqrt{17}}{2}. \end{array}\right.$$

Vậy phương trình $4^{x^2+3x}=16$ có hai nghiệm.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 21. Công thức tính thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

(A) $V=B\cdot h$. (B) $V=\dfrac{1}{3}\cdot B\cdot h$. (C) $V=\dfrac{1}{2}\cdot B\cdot h$. (D) $V=3\cdot B\cdot h$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=B\cdot h$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 22. Số điểm cực trị của hàm số $y=(x-1)^2(x-2)$ là

(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

Lời giải.

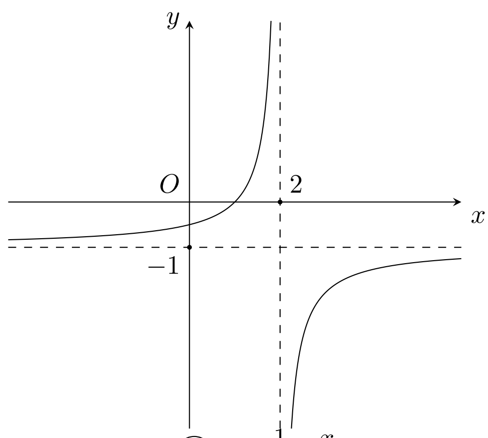
Ta có $y'=2(x-1)(x-2)+(x-1)^2=3x^2-8x+5$. Suy ra $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{5}{3}. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\frac{4}{27}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số có hai điểm cực trị.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 23.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A) $y=x^3-4x^2+5$. (B) $y=-x^3+4x^2-5$. (C) $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. (D) $y=\dfrac{1-x}{x-2}$.

Lời giải.

Đồ thị có hai tiệm cận là $x=2$ và $y=-1$ nên hàm số thỏa mãn là $y=\dfrac{1-x}{x-2}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 24. Số cách lập một số tự nhiên gồm 2 chữ số đều khác 0 là

(A) $9\cdot 2$. (B) A_9^2. (C) C_9^2. (D) 9^2.

Lời giải.

Gọi số cần lập là $\overline{ab}$, với $a,b\in\{1;2;3;\cdots;9\}$.
Số cách chọn a là 9, và với mỗi cách chọn a có 9 cách chọn b.
Vậy có 9^2 số tự nhiên gồm 2 chữ số đều khác 0.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu tâm $I(1;-2;2)$ và bán kính $r=3$ là

A $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=3$.
B $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$.
C $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=3$.
D $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=9$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ bán kính R là $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.
Vậy, phương trình thỏa mãn yêu cầu bài toán là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=9$.
Chọn đáp án D □

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-4=0$ là

A $\vec{n}_4=(2;-1;3)$. **B** $\vec{n}_3=(2;1;3)$. **C** $\vec{n}_2=(-2;-1;3)$. **D** $\vec{n}_1=(2;-1;-3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_4=(2;-1;3)$.
Chọn đáp án A □

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;-3;2)$ và $\vec{v}=2\vec{k}-2\vec{i}-\vec{j}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}-2\vec{v}$ là

A $(5;-1;-2)$. **B** $(-3;-5;6)$. **C** $(-3;1;4)$. **D** $(5;-1;6)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{v}=(-2;-1;2)$ suy ra $\vec{u}-2\vec{v}=(5;-1;-2)$.
Chọn đáp án A □

CÂU 28. Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là

A $\bar{z}=1+2i$. **B** $\bar{z}=-1-2i$. **C** $\bar{z}=-1+2i$. **D** $\bar{z}=-2+i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là $\bar{z}=1+2i$.
Chọn đáp án A □

CÂU 29. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A $\displaystyle\int[3f(x)-1]\mathrm{d}x=3F(x)-1+C$.
B $\displaystyle\int[3f(x)-1]\mathrm{d}x=3xF(x)-1+C$.
C $\displaystyle\int[3f(x)-1]\mathrm{d}x=3xF(x)-x+C$.
D $\displaystyle\int[3f(x)-1]\mathrm{d}x=3F(x)-x+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int[3f(x)-1]\mathrm{d}x=3\int f(x)\mathrm{d}x-\int \mathrm{d}x=3F(x)-x+C$
Chọn đáp án D □

CÂU 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;2), N(0;3;3)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm M,N là

A $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2-t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=-1+t\\y=-1-2t\\z=-2-t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\\z=-1+2t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=2+t\end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;2;1)$. Chọn $\vec{u}=(1;-2;-1)$ làm một véc-tơ chỉ phương cho MN.

Vậy, phương trình tham số của MN là $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2-t.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

CÂU 31. Biết hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-3x+2$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[1;3]$ bằng m tại điểm x_0. Tổng $m+2x_0$ bằng

A 2. **B** $\dfrac{4}{3}$. **C** 8. **D** $4-3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $y'=x^2-3$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=-\sqrt{3} & \notin[1;3]\\x=\sqrt{3} & \in[1;3].\end{array}\right.$

Hàm số đã cho liên tục trên $[1;3]$ và $y(1)=-\dfrac{2}{3}$, $y(3)=2$, $y\left(\sqrt{3}\right)=2-2\sqrt{3}$.
Suy ra $\min\limits_{[1;3]}y=2-2\sqrt{3}$ đạt tại $x_0=\sqrt{3}$.
Vậy $m+2x_0=2-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=2$.
Chọn đáp án A □

CÂU 32. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(2x+3) < \log_2(10-x)$ bằng

(A) 5. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2(2x+3) < \log_2(10-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3>0 \\ 2x+3<10-x \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x < \frac{7}{3}.$$

Vì x nguyên nên $x \in \{-1;0;1;2\}$.
Vậy tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là $-1+0+1+2=2$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 33. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Cô-sin góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho bằng

(A) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$. (B) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$. (C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$. (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

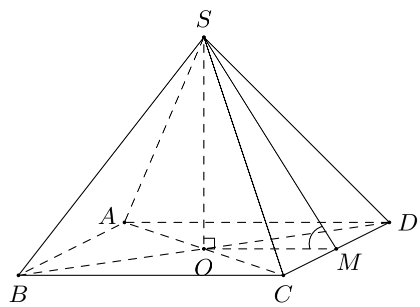
Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, M là trung điểm CD.

Ta có $\begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases}$ suy ra $CD \perp (SOM)$.

Ta có $\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ (SOM) \perp CD \\ (SOM) \cap (SCD) = SM \\ (SOM) \cap (ABCD) = OM \end{cases}$

suy ra $((SCD),(ABCD)) = (SM,OM) = \widehat{SMO}$.



Xét tam giác SOM vuông tại O, ta có $\cos\widehat{SMO} = \frac{OM}{SM} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;2)$, $B(3;2;0)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

(A) $x+y+z+2=0$. (B) $2x+y-z+2=0$. (C) $x+y+z-2=0$. (D) $2x+y-z-2=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4;2;-2) = 2(2;1;-1)$.
Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của AB. Ta có phương trình (P) đi qua trung điểm $I(1;1;1)$ của AB và nhận $\vec{n} = (2;1;-1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến là

$$(P)\colon 2(x-1)+(y-1)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-z-2=0.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 35. Xét hai số thực a, b sao cho phương trình $z^2+az+b=0$ có một nghiệm phức $1-i$. Nghiệm phức còn lại của phương trình trên là

(A) $-1-i$. (B) $1-i$. (C) $-1+i$. (D) $1+i$.

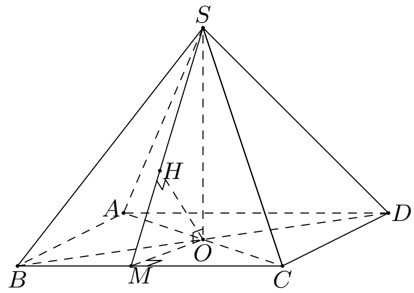
Lời giải.

Xét phương trình $z^2+az+b=0$ với a, b là hai số thực.
Vì phương trình có một nghiệm phức $z=1-i$ nên $z=1+i$ cũng là một nghiệm.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, $AC=2a$, $BD=2\sqrt{3}a$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO=\sqrt{6}a$. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. (C) $\frac{a}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{6}a}{2}$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm BC.
Kẻ đường cao OH của tam giác SOM vuông tại O.
Ta có $\begin{cases} BC \perp OM \\ BC \perp SO \end{cases}$ suy ra $BC \perp (SOM)$.
Ta có $\{OH \perp BC$ suy ra $OH \perp (SBC)$.
Do đó $OH = \mathrm{d}(O,(SBC))$.
Xét tam giác OBC vuông tại O, ta có

$$BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{\left(\sqrt{3}a\right)^2 + a^2} = 2a.$$

Lại có $OM \cdot BC = OC \cdot OC \Rightarrow OM = \dfrac{OB \cdot OC}{BC} = \dfrac{\sqrt{3}a \cdot a}{2a} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 37. Trong 100 số nguyên dương đầu tiên, xác suất để chọn được một số chia hết cho 8 bằng

A $\dfrac{9}{100}$. **B** $\dfrac{1}{10}$. **C** $\dfrac{3}{25}$. **D** $\dfrac{11}{100}$.

Lời giải.

Trong 100 số nguyên dương đầu tiên, có 12 số chia hết cho 8, bao gồm $\{8; 16; 24; \ldots; 80; 88; 96\}$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P} = \dfrac{12}{100} = \dfrac{3}{25}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 38. Xét hai số thực dương a, b thay đổi thỏa mãn $3\log_3 a + 2\log_3 \sqrt{b} = 1$, khẳng định nào sau đây đúng?

A $a^3 = 3b$. **B** $a^3b = 1$. **C** $a^3b = 3$. **D** $a^3b^2 = 3$.

Lời giải.

Với a, b là hai số thực dương, ta có

$$3\log_3 a + 2\log_3 \sqrt{b} = 1 \Leftrightarrow \log_3 a^3 + \log_3 b = 1 \Leftrightarrow \log_3 a^3b = 1 \Leftrightarrow a^3b = 3.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 39. Tổng các nghiệm của phương trình $\left(2^{x+3} - 1\right)\sqrt{-\log_2^2 x + 5\log_2 x - 4} = 0$ là

A 15. **B** 18. **C** 2. **D** 5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
&\left(2^{x+3} - 1\right)\sqrt{-\log_2^2 x + 5\log_2 x - 4} = 0\\
\Leftrightarrow &\begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} 2^{x+3} - 1 = 0 \\ -\log_2^2 x + 5\log_2 x - 4 = 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} x + 3 = 0 \\ \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 4 \end{array}\right. \end{cases}\\
\Leftrightarrow &\begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 2 \\ x = 16. \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 16. \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $2 + 16 = 18$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 40. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Xét $g(x)=f^2(x)-4f(x)$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $g'(x)=0$ là

Ⓐ 5. Ⓑ 4. Ⓒ 6. Ⓓ 3.

Lời giải.

Ta có $g'(x)=2f(x)\cdot f'(x)-4f'(x)=2f'(x)\left[f(x)-2\right]$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\ f(x)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=0\\ x=2\\ x=a & (a<0)\\ x=b & (0<b<2)\\ x=c & (c>2).\end{array}\right.$$

Vậy phương trình $g'(x)=0$ có 5 nghiệm thực phân biệt.

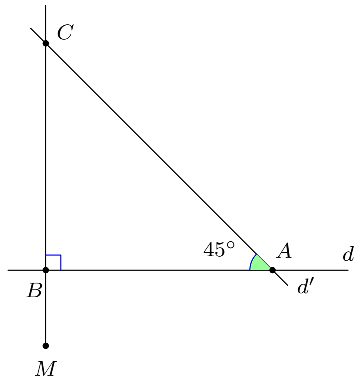
Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1+2t\\ y=1-t\\ z=1+2t\end{cases}$ và đường thẳng d' qua điểm $A(1;1;1)$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;4)$. Đường thẳng qua $M(2;3;7)$ cắt d, d' lần lượt tại B và C sao cho A, B, C là ba đỉnh của tam giác cân tại B có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z-7}{-1}$. Ⓑ $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-6}=\dfrac{z-7}{-4}$. Ⓒ $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-7}{6}$. Ⓓ $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-7}{-2}$.

Lời giải.

Cách 1: Ta có $d\cap d'=A(1;1;1)$. Vì $BA=BC\Rightarrow\widehat{BCA}=\widehat{BAC}=(d,d')=45^\circ$, $\left(\cos(d,d')=\dfrac{|\vec{u}_d\cdot\vec{u}_{d'}|}{|\vec{u}_d|\cdot|\vec{u}_{d'}|}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$.



Suy ra $\widehat{ABC}=90^\circ\Rightarrow MB\perp d$. Gọi $B(2b+1;-b+1;2b+1)\in d$.

Ta có $\overrightarrow{MB}=(2b-1;-b-2;2b-6)$; $\vec{u}_d=(2;-1;2)$.

$$\overrightarrow{MB}\perp\vec{u}_d\Leftrightarrow 2(2b-1)+b+2+2(2b-6)=0\Leftrightarrow b=\frac{4}{3}.$$

Suy ra $\overrightarrow{MB}=\left(\dfrac{5}{3};-\dfrac{10}{3};-\dfrac{10}{3}\right)=\dfrac{5}{3}(1;-2;-2)\Rightarrow MB:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-7}{-2}$.

Cách 2: Ta có $d':\begin{cases}x=1+t\\ y=1+t\\ z=1+4t.\end{cases}$

Gọi $B\,(2b+1;-b+1;2b+1)\in d; C(c+1;c+1;4c+1)\in d'$, $(B\neq A;C\neq A\Rightarrow b,c\neq 0)$.

$$\begin{aligned}\text{Vì}\quad BA=BC &\Leftrightarrow 9b^2=(2b-c)^2+(b+c)^2+(2b-4c)^2=9b^2+18c^2-18bc\\ &\Leftrightarrow 18c(c-b)=0\Leftrightarrow b=c.\end{aligned}$$

$$\Rightarrow\vec{u}_\Delta=\overrightarrow{BC}=(c-2b;c+b;4c-2b)=(-b;2b;2b)=-b(1;-2;-2).$$

Suy ra $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-7}{-2}$.

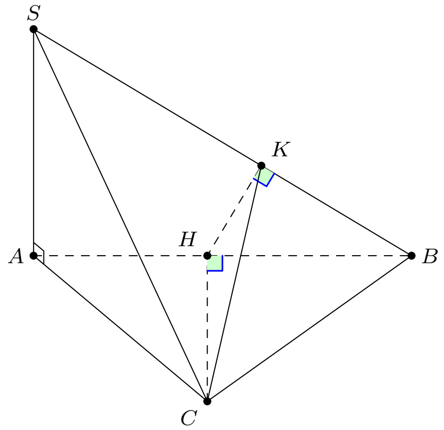
Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 42. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$, cô-sin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. Ⓒ $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. Ⓓ $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Kẻ $CH\perp AB\Rightarrow CH\perp(SAB)\Rightarrow CH\perp SB$; kẻ $HK\perp SB\Rightarrow SB\perp(CHK)\Rightarrow((SAB),(SBC))=\widehat{HKC}$.



Ta có $\cos\widehat{HKC} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \tan\widehat{HKC} = 2 \Rightarrow \dfrac{HC}{HK} = 2 \Rightarrow HK = \dfrac{1}{2}HC = \dfrac{\sqrt{3}a}{4}$.

Suy ra $\sin\widehat{KBH} = \dfrac{HK}{HB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{KBH} = 60^\circ \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}a$.

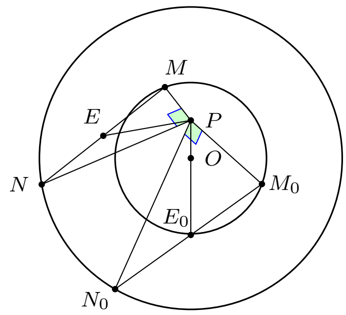
Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot \sqrt{3}a = \dfrac{a^3}{4}$.

Chọn đáp án D

CÂU 43. Xét hai số phức z, w thoả mãn $|z| = 2$, $|w| = 4$ và $(z - i)(\overline{w} + i)$ là số thuần ảo. Giá trị lớn nhất của $|z - w|$ bằng

A $2\sqrt{10} - 1$. B $\sqrt{19} + 1$. C 6. D $3\sqrt{2} + 1$.

Lời giải.



Vì $|z| = 2; |w| = 4 \Rightarrow M(z) \in (C_1), N(w) \in (C_2)$ có cùng tâm $O(0;0)$ và bán kính $R_1 = 2; R_2 = 4$. Đặt $M(x;y), N(a;b) \Rightarrow (z-i)(\overline{w}+i) = (x + (y-1)i)(a + (1-b)i)$ là số thuần ảo khi phần thực bằng 0 tức là

$$\begin{aligned} ax - (y-1)(1-b) = 0 &\Leftrightarrow xa + (y-1)(b-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN} = 0 \\ &\Leftrightarrow PM \perp PN \end{aligned}$$

Trong đó $P(0;1); \overrightarrow{PM} = (x; y-1); \overrightarrow{PN} = (a; b-1)$.
Gọi E là trung điểm MN ta có $|z - w| = MN = t, (t > 0)$

Ta có $MN = 2PE \le 2(PO + OE) = 2(1 + OE) = 2\left(1 + \sqrt{\dfrac{2(OM^2 + ON^2) - MN^2}{4}}\right)$.

Suy ra

$$t \le 2\left(1 + \sqrt{\frac{2(4+16) - t^2}{4}}\right) \Leftrightarrow t - 2 \le \sqrt{40 - t^2} \Leftrightarrow t \le \sqrt{19} + 1 \Rightarrow |z - w|_{\max} = \sqrt{19} + 1.$$

Dấu "=" xảy ra khi P, O, E thẳng hàng theo thứ tự và $OE = \dfrac{\sqrt{19}+1}{2} - 1 = \dfrac{\sqrt{19}-1}{2}$ tức là $E \equiv E_0; M \equiv M_0; N \equiv N_0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất: $MN = 2PE \ge 2(OE - OP) = 2(OE - 1) = 2\left(\sqrt{\dfrac{2(OM^2 + ON^2) - MN^2}{4}} - 1\right)$

Suy ra $t \ge 2\left(\sqrt{\dfrac{2(4+16) - t^2}{4}} - 1\right) \Rightarrow t \ge \sqrt{19} - 1 \Rightarrow |z - w|_{\min} = \sqrt{19} - 1$.

Chọn đáp án B

CÂU 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \begin{cases} \mathrm{e}^x & \text{khi } x \ge 0 \\ \mathrm{e}^{-x} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Gọi F là một nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ sao cho $F(-1) + F(1) = 1$, khi đó $F(-2) + F(2)$ bằng

A $2\mathrm{e}^2 + 2\mathrm{e} + 1$. B $2\mathrm{e}^2 - 2\mathrm{e} - 1$. C $2\mathrm{e}^2 + 2\mathrm{e} - 1$. D $2\mathrm{e}^2 - 2\mathrm{e} + 1$.

Lời giải.

Cách 1: Ta có $f(x) = \begin{cases} e^x + C_1 & \text{khi } x \ge 0 \\ -e^{-x} + C_2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ vì có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ $(f'(0^+) = f'(0^-) = 1)$ nên $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Suy ra

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow 1 + C_1 = -1 + C_2 \Rightarrow C_1 - C_2 = -2$$

Khi đó

$$\begin{aligned}F(-2)+F(2) &= F(-1)+F(1)+\int\limits_1^2 f(x)dx+\int\limits_{-1}^{-2} f(x)dx\\ &= 1+\int\limits_1^2(\mathrm{e}^x+C_1)dx-\int\limits_{-2}^{-1}(-\mathrm{e}^{-x}+C_2)dx\\ &= 1+\int\limits_1^2 \mathrm{e}^x dx+\int\limits_{-2}^{-1}\mathrm{e}^{-x}dx+C_1\int\limits_1^2 dx-C_2\int\limits_{-2}^{-1}dx=2\mathrm{e}^2-2\mathrm{e}+1+C_1-C_2=2\mathrm{e}^2-2\mathrm{e}-1.\end{aligned}$$

Cách 2: Ta có $f(x)=\begin{cases}e^x+C_1 \text{ khi } x\geq 0\\ -e^{-x}+C_2 \text{ khi } x<0\end{cases}$ vì có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ ($f'(0^+)=f'(0^-)=1$) nên $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Suy ra

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^-} f(x)=f(0)\Leftrightarrow 1+C_1=-1+C_2\Rightarrow C_1-C_2=-2.$$

Suy ra

$$\begin{aligned}& F(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^x+C_1x+D_1 \text{ khi } x\geq 0\\ \mathrm{e}^{-x}+C_2x+D_2 \text{ khi } x<0.\end{cases}\\ \Rightarrow\ & F(-1)+F(1)=2\mathrm{e}+C_1-C_2+D_1+D_2=2\mathrm{e}-2+D_1+D_2=1\Leftrightarrow D_1+D_2=3-2\mathrm{e}\\ \Rightarrow\ & F(-2)+F(2)=2\mathrm{e}^2+2(C_1-C_2)+D_1+D_2=2\mathrm{e}^2-4+(3-2\mathrm{e})=2\mathrm{e}^2-2\mathrm{e}-1.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 45. Có bao nhiêu số phức z mà phần thực và phần ảo đều là các số nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ sao cho A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z; $z+\dfrac{1}{z}$; $\dfrac{1}{z}$ thì $OABC$ là một hình chữ nhật?

(A) 20. (B) 21. (C) 40. (D) 41.

Lời giải.

Điều kiện $z\neq 0$.

Đặt $z=x+yi$, $(x,\ y\in\mathbb{R})\Rightarrow \dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{x+yi}=\dfrac{x-yi}{x^2+y^2}\Rightarrow A(x;y)$, $B(x+a;y+b)$, $C(a;b)$ với $a=\dfrac{x}{x^2+y^2}$; $b=-\dfrac{y}{x^2+y^2}$.

Khi đó $OABC$ là hình chữ nhật khi $OABC$ là hình bình hành và $\widehat{AOC}=90^\circ$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{CB}\\ \overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OC}\end{cases}\Leftrightarrow ax+by=0\Leftrightarrow x^2-y^2=0\Leftrightarrow y=\pm x.$$

- Nếu $x=0\Rightarrow y=0\Rightarrow z=0$ (loại).
- Nếu $x\in\{-10,\dots,10\}\setminus\{0\}$ có 20 cách chọn và $y=\pm x$ tương ứng có 2 cách chọn nên có 40 cặp $(x;y)$ tương ứng với 40 số phức thoả mãn.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 46. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, $(a,\ b,\ c\in\mathbb{R})$ có đồ thị (C). Biết rằng $f(x)$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thoả mãn $f(x_1)=f(x_2)+4$. Đường thẳng qua điểm $M(x_2;f(x_2))$ cắt (C) tại điểm thứ hai $N(x_0;f(x_2))$. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị qua N và hai điểm cực trị của (C). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

(A) $\dfrac{19}{4}$. (B) $\dfrac{25}{6}$. (C) $\dfrac{23}{4}$. (D) $\dfrac{37}{12}$.

Lời giải.

Ta có $f(x)-g(x)=x^3+\dots$ có ba nghiệm x_0, x_1, x_2 nên $f(x)-g(x)=(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)$.

Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b=3(x-x_1)(x-x_2)$.

Do đó $f(x_2)-f(x_1)=\displaystyle\int\limits_{x_1}^{x_2} f'(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_{x_1}^{x_2} 3(x-x_1)(x-x_2)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}(x_1-x_2)^3=-4\Leftrightarrow x_2=x_1+2.$

Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của $f'(x)=0$ nên theo định lí vi-ét có $x_1+x_2=-\dfrac{2a}{3}$.

Đường thẳng $MN\colon y=f(x_2)$ nên phương trình $f(x)-f(x_2)=x^3+ax^2+bx+c-f(x_2)$ có hai nghiệm x_0, x_2 (trong đó x_2 là nghiệm kép) và cũng theo định lí vi-ét có

$$x_0+x_2+x_2=-a\Rightarrow x_0=\frac{3}{2}(x_1+x_2)-2x_2=\frac{3x_1-x_2}{2}=\frac{3x_1-(x_1+2)}{2}=x_1-1.$$

Vậy $f(x)-g(x)=(x-x_1)(x-(x_1+2))(x-(x_1-1)) \Rightarrow S=\int\limits_{x_1-1}^{x_1+2}|(x-x_1)(x-(x_1+2))(x-(x_1-1))|\,\mathrm{d}x=\dfrac{37}{12}$.

Chọn đáp án (D) □

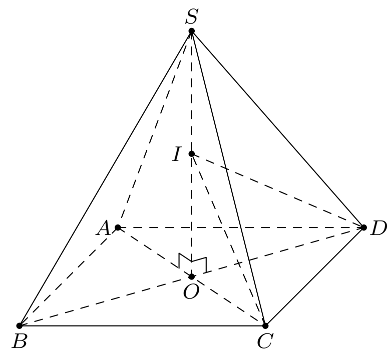
CÂU 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 1 và cạnh bên bằng $\sqrt{2}$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho. Khối nón có đỉnh là I và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác SCD có thể tích bằng

(A) $\dfrac{4\sqrt{42}\pi}{441}$. (B) $\dfrac{\sqrt{6}\pi}{36}$. (C) $\dfrac{\sqrt{15}\pi}{72}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{6}\pi}{63}$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp là

$$R=\frac{cb^2}{2h}=\frac{cb^2}{2\sqrt{cb^2-R_d^2}}=\frac{(\sqrt{2})^2}{2\sqrt{(\sqrt{2})^2-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}}=\sqrt{\frac{2}{3}}.$$



Khối nón (N) có đỉnh I, đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác SCD có độ dài đường sinh $l=IS=IC=ID=R=\sqrt{\frac{2}{3}}$ và bán kính đáy r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SCD. Khi đó,

$$r=\frac{SC\cdot SD\cdot DC}{4S_{SCD}}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot 1}{4\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\sqrt{(\sqrt{2})^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}\right)}=\frac{2}{\sqrt{7}}.$$

Vậy

$$V_{(N)}=\frac{\pi r^2 h}{3}=\frac{\pi r^2\sqrt{l^2-r^2}}{3}=\frac{\pi}{3}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^2\sqrt{\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2-\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^2}=\frac{4\sqrt{42}\pi}{441}.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1)\colon x^2+y^2+(z-2)^2=5$, $(S_2)\colon (x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=40$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để mặt phẳng $(P)\colon 4x-3y+mz+2=0$ cắt hai mặt cầu đã cho theo hai đường tròn có đúng hai tiếp tuyến chung?

(A) 12. (B) 11. (C) Vô số. (D) 10.

Lời giải.

Hai mặt cầu có tâm và và bán kính lần lượt là $I_1(0;0;2)$, $R_1=\sqrt{5}$; $I_2(3;4;2)$, $R_2=\sqrt{40}$.
Mặt phẳng (P) cắt hai mặt cầu (S_1), (S_2) lần lượt theo hai giao tuyến là hai đường tròn có tâm H_1, H_2 và bán kính r_1, r_2.
Ta có H_1, H_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của I_1, I_2 trên mặt phẳng (P).
Ta tính được $I_1H_1=\mathrm{d}(I_1,(P))=\dfrac{|2m+2|}{\sqrt{25+m^2}}=\mathrm{d}(I_2,(P))=I_2H_2$.
Đặt $x=\dfrac{|2m+2|}{\sqrt{25+m^2}}$, điều kiện $0\le x<\sqrt{5}$.
Khi đó $r_1=\sqrt{5-x^2}$ và $r_2=\sqrt{40-x^2}$.
Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;-3;m)$ vuông góc với véc-tơ $\overrightarrow{I_1I_2}=(3;4;0)$ nên I_1I_2 song song với (P) hoặc I_1I_2 nằm trong mặt phẳng (P).
Do đó $H_1H_2=I_1I_2=\sqrt{(3-0)^2+(4-0)^2+(2-2)^2}=5$.
Hai đường tròn giao tuyến có đúng hai tiếp tuyến chung khi và chỉ khi hai đường tròn này cắt nhau. Điều kiện tương đương là

$$\begin{aligned}
&|r_1-r_2|<H_1H_2<r_1+r_2\\
\Leftrightarrow\ &\left|\sqrt{5-x^2}-\sqrt{40-x^2}\right|<5<\sqrt{5-x^2}+\sqrt{40-x^2}\\
\Leftrightarrow\ &45-2\sqrt{40-x^2}\cdot\sqrt{5-x^2}-2x^2<25<45+2\sqrt{40-x^2}\cdot\sqrt{5-x^2}-2x^2\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}\sqrt{40-x^2}\cdot\sqrt{5-x^2}>10-x^2\\ x^2-10<\sqrt{40-x^2}\cdot\sqrt{5-x^2}\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &|x^2-10|<\sqrt{40-x^2}\cdot\sqrt{5-x^2}\\
\Leftrightarrow\ &x^4-20x^2+100<200-45x^2+x^4\\
\Leftrightarrow\ &x^2<4
\end{aligned}$$

$\Leftrightarrow \quad 0 \le x < 2.$

Như thế, $0 \le \dfrac{|2m+2|}{\sqrt{25+m^2}} < 2 \Leftrightarrow |2m+2| < 2\sqrt{m^2+25} \Leftrightarrow 8m+4 < 100 \Leftrightarrow m < 12.$
Vì m nguyên dương nên $m \in \{1;2;3;\ldots;11\}$.
Vậy có tất cả 11 giá trị m thỏa mãn bài toán.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x - 8$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f\left(\left|x^4 - 8x^2 + m\right|\right)$ có nhiều điểm cực trị nhất?

A 4. **B** 11. **C** 7. **D** 8.

Lời giải.
Ta có $f'(x) = x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2)$ nên $f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = -2$ và $x = 4$.
Đặt $u(x) = \left|x^4 - 8x^2 + m\right|$ và $h(x) = x^4 - 8x^2 + m$.
Ta có $g(x) = f\left[u(x)\right]$ và $g'(x) = u'(x) \cdot f'\left[u(x)\right]$.
Do đó số điểm cực trị của $g(x)$ bằng số điểm cực trị của $u(x)$ cộng với số nghiệm bội lẻ của các phương trình $u(x) = 4$, $u(x) = -2$. (1)
Dễ thấy phương trình $u(x) = -2$ vô nghiệm.
Hàm số $h(x) = x^4 - 8x^2 + m$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$m-16$	↗	m	↘	$m-16$	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của $u(x)$ bằng số điểm cực trị của $h(x)$ cộng với số nghiệm bội lẻ của phương trình $h(x) = 0$. (2)
Phương trình $u(x) = 4 \Leftrightarrow |h(x)| = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} h(x) = 4 \\ h(x) = -4. \end{array}\right.$ (3)
Từ (1), (2) và (3) suy ra hàm số $g(x)$ có nhiều điểm cực trị nhất khi

$$\begin{cases} m-16 < 0 < m \\ m-16 < 4 < m \\ m-16 < -4 < m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 16 \\ 4 < m < 16 \\ -4 < m < 12 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < m < 12.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{5;6;\ldots;11\}$.
Vậy có tất cả 7 giá trị m thỏa mãn bài toán.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 50. Có bao nhiêu số nguyên a, $(2 \le a \le 2022)$ sao cho ứng với mỗi a tồn tại ít nhất 5 số nguyên $5x$ thoả mãn $a^{-x} + \dfrac{1}{2} \le 2^{-x} + \dfrac{1}{a}$?

A 1 893. **B** 125. **C** 127. **D** 1 894.

Lời giải.
Ta có $a^{-x} + \dfrac{1}{2} \le 2^{-x} + \dfrac{1}{a} \Leftrightarrow a^{-x} - 2^{-x} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{a} \le 0.$ (1)
Hàm số $f(x) = a^{-x} - 2^{-x} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{a}$ có $f'(x) = 2^{-x}\ln 2 - a^{-x}\ln a$ và

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2^{-x}\ln 2 = a^{-x}\ln a \Leftrightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^x = \frac{\ln a}{\ln 2} \Leftrightarrow x = \log_{\frac{a}{2}}\left(\log_2 a\right) = x_0.$$

Trường hợp $a = 2$ thì bất phương trình (1) đúng với mọi x. Do đó $a = 2$ thỏa mãn bài toán.
Với $a \in [3;2022]$ thì $a > 2$ nên $a^{-x}\ln a > 2^{-x}\ln 2$ khi $x \to -\infty$. Do đó bảng biến thiên của $f(x)$ như sau

x	$-\infty$		$\log_{\frac{a}{2}}\left(\log_2 a\right)$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$f\left[\log_{\frac{a}{2}}\left(\log_2 a\right)\right]$	↗	$\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{a}$

Trường hợp $a = 3$ thì $x_0 \approx 1{,}14$.
Ta có $f(1) = 0$ và $f\left(\frac{9}{5}\right) > 0$ nên từ (1) và bảng biến thiên trên suy ra $x \in \left[1; \frac{9}{5}\right)$. Khi đó $5x \in [5; 9)$ và như thế không có được ít nhất 5 số nguyên $5x$ thỏa mãn (1).
Trường hợp $a \geq 4$ thì $x_0 \leq 1$.
Ta có $f(0) = \frac{1}{2} - \frac{1}{a} > 0$ và $f(1) = 0$ nên từ (1) và bảng biến thiên ở trên suy ra có ít nhất 5 số nguyên $5x$ thỏa mãn bất phương trình (1) thì $x \in \left\{\frac{1}{5}; \frac{2}{5}; \frac{3}{5}; \frac{4}{5}; 1\right\}$.
Do đó $f\left(\frac{1}{5}\right) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt[5]{a}} - \frac{1}{\sqrt[5]{2}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{a} \leq 0. \quad (2)$
Dùng chế độ Table trên máy tính cầm tay dò tìm được nghiệm của (2) là $a \geq 131$.
Vậy có tất cả $2022 - 131 + 1 + 1 = 1893$ giá trị a nguyên thỏa mãn bài toán
Chọn đáp án (A) □

1. C	2. D	3. C	4. A	5. C	6. D	7. A	8. D	9. C	10. B
11. B	12. A	13. B	14. D	15. D	16. A	17. B	18. D	19. B	20. B
21. A	22. B	23. D	24. D	25. D	26. A	27. A	28. A	29. D	30. A
31. A	32. C	33. C	34. D	35. D	36. B	37. C	38. C	39. B	40. A
41. A	42. D	43. B	44. B	45. C	46. D	47. A	48. B	49. C	50. A

Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023
ĐỀ ÔN TẬP SỐ 3 — ĐỀ 3
LỚP TOÁN THẦY PHÁT
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

(A) $y' = \dfrac{3^x}{\ln 3}$. (B) $y' = 3^x$. (C) $y' = x \cdot 3^{x-1}$. (D) $y' = 3^x \cdot \ln 3$.

Lời giải.

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số mũ ta được $y' = 3^x \cdot \ln 3$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 2. Cho khối lăng trụ có chiều cao là $h = a$ và diện tích đáy $S = 3a^2$. Thể tích khối lăng trụ đó bằng

(A) $V = 3a^3$. (B) $V = a^2$. (C) $V = 3a^2$. (D) $V = a^3$.

Lời giải.

Theo công thức thể tích lăng trụ $V = S \cdot h = 3a^2 \cdot a = 3a^3$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 3. Nghiệm của phương trình $5^{2x-1} = 125$ là

(A) $x = 1$. (B) $x = 2$. (C) $x = -2$. (D) $x = -1$.

Lời giải.

$5^{2x-1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x-1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 4. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm nào dưới đây?

(A) $N(-2;0)$. (B) $P(0;2)$. (C) $M(2;0)$. (D) $Q(0;-2)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số cắt trục tung nên $x = 0$.

Khi đó $y = \dfrac{0+2}{0-1} = -2$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm $Q(0;-2)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \dfrac{1}{2}$, $u_4 = -4$. Công bội của cấp số nhân bằng

(A) -2. (B) $\dfrac{3}{2}$. (C) $-\dfrac{3}{2}$. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Leftrightarrow -4 = \dfrac{1}{2} \cdot q^3 \Leftrightarrow q^3 = -8 \Leftrightarrow q = -2$.

Do đó công bội của cấp số nhân là $q = -2$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 6. Trong mặt phẳng Oxy, số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là

(A) $P(-2;3)$. (B) $M(2;-3)$. (C) $Q(3;-2)$. (D) $N(-3;2)$.

Lời giải.

Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là $M(2;-3)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 7. Cho khối nón có đường kính đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối nón bằng

(A) $12\pi a^3$. (B) $3\pi a^3$. (C) πa^3. (D) $4\pi a^3$.

Lời giải.

Ta có bán kính đáy $r = \dfrac{2a}{2} = a$.

$V_{\text{nón}} = \dfrac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot \pi a^2 \cdot 3a = \pi a^3$.

Vậy $V_{\text{nón}} = \pi a^3$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 8. Trong khoảng $(0;+\infty)$, hàm số nào dưới đây **không** là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}$?

(A) $\ln x+2$. (B) $\ln(2x)$. (C) $\ln\dfrac{1}{x}+2$. (D) $\dfrac{1}{2}\ln x^2$.

Lời giải.

- $(\ln x+2)'=\dfrac{1}{x}$. Do đó $\ln x+2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}$.
- $(\ln 2x)'=\dfrac{(2x)'}{2x}=\dfrac{1}{x}$. Do đó $\ln(2x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}$.
- $\left(\dfrac{1}{2}\ln x^2\right)'=\dfrac{1}{2}\left(\ln x^2\right)'=\dfrac{1}{2}\dfrac{\left(x^2\right)'}{x^2}=\dfrac{1}{x}$. Do đó $\dfrac{1}{2}\ln x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}$.
- $\left(\ln\dfrac{1}{x}+2\right)'=\dfrac{\left(\dfrac{1}{x}\right)'}{\dfrac{1}{x}}=\dfrac{-\dfrac{1}{x^2}}{\dfrac{1}{x}}=-\dfrac{1}{x}$. Do đó $\ln\dfrac{1}{x}+2$ không là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1+t\\ y=2-t\\ z=2t\end{cases}$. Phương trình chính tắc của d là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$. (B) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{2}$. (C) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$. (D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1+t\\ y=2-t\\ z=2t\end{cases}$ đi qua điểm $A(1;2;0)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$.

Do đó phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 10. Tập xác định của hàm số $f(x)=x^{-\frac{3}{2}}$ là

(A) $(0;+\infty)$. (B) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. (C) $\mathbb{R}$. (D) $[0;+\infty)$.

Lời giải.

Cho hàm số $y=x^{\alpha}$

- α nguyên dương thì $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
- α nguyên âm thì $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.
- α không nguyên thì $x>0$.

Vì $\alpha=-\dfrac{3}{2}$ không nguyên nên $x>0$.

Do đó tập xác định của hàm số $f(x)=x^{-\frac{3}{2}}$ là $\mathscr{D}=(0;+\infty)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

(A) $x=2$. (B) $x=0$. (C) $x=-1$. (D) $x=1$.

Lời giải.

Dựa theo bảng biến, ta có hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-1=0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

(A) $I(-1;2;-3)$. (B) $I(1;-2;3)$. (C) $I(-2;4;-6)$. (D) $I(2;-4;6)$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-1=0$ có tâm là $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{15}$.

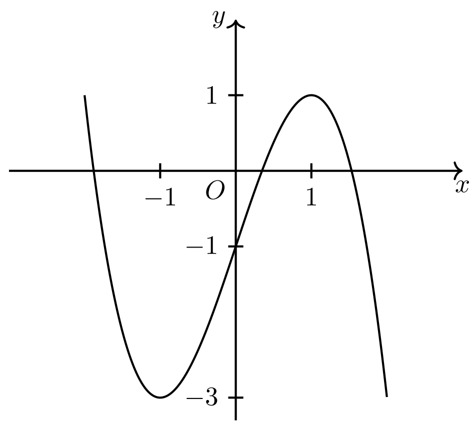
Chọn đáp án (B) □

CÂU 13.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y=-x^3+3x-1$. (B) $y=-x^3-1$.

(C) $y=x^3-3x-1$. (D) $y=x^3-1$.



Lời giải.

Xét hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Dựa vào đồ thị của hàm số, ta có $a<0$ và hàm số y có hai điểm cực trị nên ta chọn $y=-x^3+3x-1$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 14. Với mỗi số thực a, $\log_3(9^a)$ bằng

(A) a. (B) $a+2$. (C) $2a$. (D) $\dfrac{1}{2a}$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(9^a)=\log_3(3^{2a})=2a$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 15. Cho hai số phức $z=2+3i$ và $w=4-5i$. Phần ảo của số phức $z-w$ là

(A) $-2i$. (B) 2. (C) 8. (D) $8i$.

Lời giải.

Ta có $z-w=-2+8i$. Suy ra phần ảo của số phức $z-w$ là 8.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 16. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=12$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 72. (B) 24. (C) 6. (D) 36.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}\cdot 12\cdot 6=24$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 17. Với k,n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $\mathrm{A}_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (B) $\mathrm{A}_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. (C) $\mathrm{A}_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. (D) $\mathrm{A}_n^k=\dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải.

Công thức $\mathrm{A}_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x>2$ là

(A) $\left(0;\dfrac{4}{9}\right)$. (B) $\left(\dfrac{4}{9};+\infty\right)$. (C) $\left(\dfrac{4}{3};+\infty\right)$. (D) $\left(0;\dfrac{4}{3}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{2}{3}} x>2\Leftrightarrow 0<x<\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\Leftrightarrow 0<x<\dfrac{4}{9}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 19. Cho mặt cầu có bán kính $r = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{16\pi}{3}$. Ⓑ 16π. Ⓒ $\dfrac{32\pi}{3}$. Ⓓ 4π.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi$.

Chọn đáp án Ⓑ

CÂU 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y = -4$. Ⓑ $y = 1$. Ⓒ $y = 4$. Ⓓ $y = -1$.

Lời giải.

Phương trình đường tiệm cận ngang $y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{4x-1}{x+1} = 4$.

Chọn đáp án Ⓒ

CÂU 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(0;+\infty)$. Ⓑ $(-2;2)$. Ⓒ $(-2;0)$. Ⓓ $(-\infty;-2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Chọn đáp án Ⓒ

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận véc-tơ $\vec{n} = (1;-2;5)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

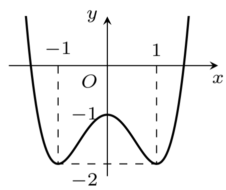
Ⓐ $x + 2y - 5z = 0$. Ⓑ $x + 2y - 5z + 1 = 0$. Ⓒ $x - 2y + 5z = 0$. Ⓓ $x - 2y + 5z + 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua O và nhận véc-tơ $\vec{n} = (1;-2;5)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $x - 2y + 5z = 0$.

Chọn đáp án Ⓒ

CÂU 23. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là



Ⓐ $x = 0$. Ⓑ $M(0;-1)$.

Ⓒ $y = -1$. Ⓓ $N(-1;-2)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M(0,-1)$.

Chọn đáp án Ⓑ

CÂU 24. Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 2. Ⓒ -6. Ⓓ -2.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_1^2 = F(2) - F(1) = 6$.

Chọn đáp án Ⓐ

CÂU 25. Nếu $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ thì $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 10. Ⓑ 3. Ⓒ 7. Ⓓ -3.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2 + 5 = 7.$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u} = (1;-2;3)$ và $\vec{v} = (0;1;-1)$. Khi đó $\vec{u}\cdot\vec{v}$ bằng

A -5. **B** 5. **C** $2\sqrt{7}$. **D** -2.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}\cdot\vec{v} = 1\cdot 0 + (-2)\cdot 1 + 3\cdot(-1) = -5.$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 27. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{2x} + \sin 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{2x} - \frac{1}{3}\cos 3x + C.$ **B** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{2x} - \cos 3x + C.$

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^{2x}}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + C.$ **D** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^{2x}}{2} - \frac{\cos 3x}{3} + C.$

Lời giải.

Ta có $\int \left(\mathrm{e}^{2x} + \sin 3x\right)\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^{2x}}{2} - \frac{\cos 3x}{3} + C.$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 28. Hàm số nào dưới đây không có điểm cực trị?

A $y = \frac{3x-1}{x+1}$. **B** $x^3 - x$. **C** $y = x^4 - 2x^2$. **D** $y = x^2 - 2x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ có $y' = \frac{4}{(x+1)^2} > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{-1\}$ nên hàm số không có điểm cực trị.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 29. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\cdot\overline{z} = 10 + 4i$. Phần ảo của z bằng

A -3. **B** 7. **C** 3. **D** -7.

Lời giải.

Ta có $(1+i)\cdot\overline{z} = 10 + 4i \Leftrightarrow \overline{z} = 7 - 3i$ nên $z = 7 + 3i$.
Phần ảo của z bằng 3.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 30. Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng $6a$ và $\widehat{BAD} = 30^\circ$. Thể tích khối hộp đã cho bằng

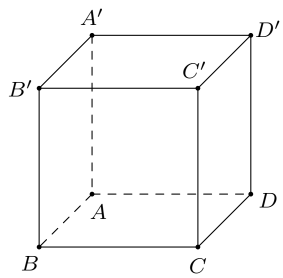
A $36a^3$. **B** $18a^3$. **C** $108a^3$. **D** $54a^3$.

Lời giải.

Diện tích đáy $ABCD$ bằng $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AB\cdot AD\cdot\sin\widehat{BAD} = \frac{1}{2}\cdot 6a\cdot 6a\cdot\frac{1}{2} = 9a^2.$

Vậy thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = 9a^2\cdot 6a = 54a^3.$$



Chọn đáp án (D) □

CÂU 31. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\int\limits_0^2 [3f(x) - 2x + 1]\,\mathrm{d}x$ bằng

A 10. **B** 2. **C** 6. **D** 14.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}&\int\limits_0^2 [3f(x)-2x+1]\,\mathrm{d}x\\ =\;&\int\limits_0^2 3f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_0^2(-2x+1)\,\mathrm{d}x\\ =\;&12+\left(-x^2+x\right)\Big|_0^2=10.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 32. Trên đoạn $[-2;4]$, hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm nào dưới đây?

(A) $x=0$. (B) $x=2$. (C) $x=-2$. (D) $x=4$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-2;4]$.

Ta có $y'=3x^2-6x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in(-2;4)\\ x=2\in(-2;4).\end{array}\right.$

Ta có $y(-2)=-21$, $y(0)=-1$, $y(2)=-5$, $y(4)=15$.

Vậy $\min\limits_{[-2;4]} y=y(-2)=-21$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 33. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

(A) $\dfrac{10}{19}$. (B) $\dfrac{5}{19}$. (C) $\dfrac{4}{19}$. (D) $\dfrac{9}{19}$.

Lời giải.

Trong 19 số nguyên dương đầu tiên có 10 số lẻ và 9 số chẵn.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=\mathrm{C}_{19}^2$.

Gọi A là biến cố "Chọn được hai số chẵn" .

Suy ra $n(A)=\mathrm{C}_{10}^2$.

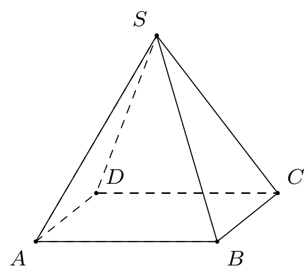
Vậy $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{5}{19}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 34.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

(A) 90°. (B) 60°. (C) 30°. (D) 45°.



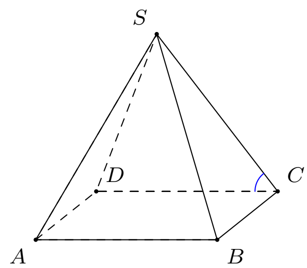
Lời giải.

Vì $AB=BC=CD=DA$ nên đáy $ABCD$ là hình thoi. Suy ra $AB\parallel DC$.

Vậy $(SC,AB)=(SC,DC)$. (1)

Xét tam giác SCD có $SD=DC=SC$. Suy ra tam giác SCD đều. (2)

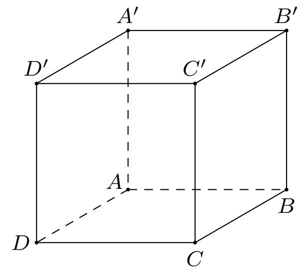
Từ (1) và (2) suy ra $(SC,AB)=\widehat{SCD}=60^\circ$.



Chọn đáp án (B) □

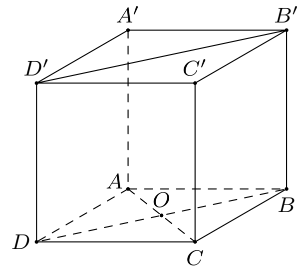
CÂU 35.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



(A) $2\sqrt{2}a$. (B) $2\sqrt{3}a$. (C) $\sqrt{2}a$. (D) $\sqrt{3}a$.

Lời giải.



Gọi O là giao điểm của AC và BD.
Do $ABCD$ là hình vuông nên ta có $CO \perp BD$. (1)
Mặt khác $BB' \perp (ABCD) \Rightarrow BB' \perp CO$. (2)
Từ (1) và (2) suy ra $CO \perp (BDD'B') \Rightarrow \mathrm{d}(C, (BDD'B')) = CO$.
Ta có $CO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{AB\sqrt{2}}{2} = \dfrac{2a\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}a$.
Vậy $\mathrm{d}(C, (BDD'B')) = \sqrt{2}a$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

(A) $2x + y + 3z + 7 = 0$. (B) $2x + y + 3z - 7 = 0$. (C) $2x - y + 3z + 9 = 0$. (D) $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với (P).
Vì $(Q) \mathbin{/\!/} (P)$ nên phương trình của mặt phẳng (Q) có dạng $2x - y + 3z + m = 0$, với $m \neq 1$.
Mặt khác, mặt phẳng (Q) đi qua A nên $2 \cdot 1 - (-1) + 3 \cdot 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -9$ (thỏa mãn).
Vậy, mặt phẳng (Q) có phương trình $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 37. Với $a > 0$, đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2\left(8a^4\right)$ bằng

(A) $4b + 7$. (B) $4b + 3$. (C) $4b$. (D) $4b - 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2\left(8a^4\right) = \log_2 \frac{16a^4}{2} = \log_2 \frac{(2a)^4}{2} = \log_2(2a)^4 - \log_2 2 = 4\log_2(2a) - 1 = 4b - 1.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d)\colon \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x - 2y + z - 1 = 0$. Đường thẳng (d') đi qua $M(2; 1; 1)$ vuông góc với (d) và song song với (P) có phương trình là

(A) $(d')\colon \dfrac{x+3}{5} = \dfrac{y+10}{11} = \dfrac{z+6}{7}$.

(B) $(d')\colon \dfrac{x-2}{5} = \dfrac{y-1}{-11} = \dfrac{z-1}{-7}$.

(C) $(d')\colon \dfrac{x+2}{5} = \dfrac{y-1}{-11} = \dfrac{z+1}{-7}$.

(D) $(d')\colon \dfrac{x+2}{5} = \dfrac{y+1}{11} = \dfrac{z+1}{7}$.

Lời giải.

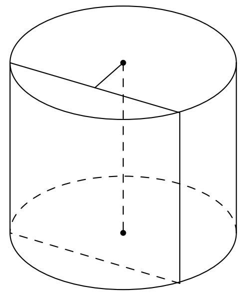
Vì (d') song song với (P) và vuông góc với d nên VTCP của (d') là $\vec{u}_{d'} = [\vec{u}_d, \vec{n}_P] = (-5; -11; -7) = -1(5; 11; 7)$.
Hơn nữa (d') đi qua điểm $M(2; 1; 1)$ nên $(d')\colon \dfrac{x+3}{5} = \dfrac{y+10}{11} = \dfrac{z+6}{7}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 39. Cho một hình trụ mà khi trải mặt xung quanh của nó lên một mặt phẳng ta thu được một hình vuông có độ dài cạnh bằng 4π. Khi cắt hình trụ đó bởi mặt phẳng song song và cách trục hình trụ một khoảng bằng 1 ta thu được thiết diện có diện tích bằng

(A) $8\sqrt{15}\pi$. (B) $8\sqrt{3}\pi$. (C) 8π. (D) 16π.

Lời giải.



Mặt xung quanh của trụ khi cắt theo một đường sinh và trải lên một mặt phẳng ta thu được hình chữ nhật kích thước $2\pi r \times h \Rightarrow h = 2\pi r = 4\pi \Rightarrow r = 2$.
Khi cắt hình trụ đó bởi mặt phẳng song song và cách trục hình trụ một khoảng $x = 1$ thu được thiết diện là hình chữ nhật có diện tích bằng $2\sqrt{r^2 - x^2} \cdot h = 2\sqrt{2^2 - 1^2} \cdot 4\pi = 8\sqrt{3}\pi$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 40. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho có ít nhất 10 số nguyên x thỏa mãn $(x-m)\sqrt{2-\log(4x)} \geq 0$?

(A) 10. (B) 16. (C) 15. (D) 0.

Lời giải.

$$(x-m)\sqrt{2-\log(4x)} \geq 0. \quad (1)$$

Điều kiện: $2 - \log(4x) \geq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 25$. Ta chỉ xét với $m \geq 1$.

- TH1: $2 - \log(4x) = 0 \Leftrightarrow x = 25$ luôn thỏa mãn bất phương trình.
- TH2: $2 - \log(4x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 25 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow x - m \geq 0 \Leftrightarrow x \geq m$.
  - + Nếu $m \geq 25 \Rightarrow x = 25$ không thõa mãn.
  - + Nếu $1 \leq m < 25 \Rightarrow x \in [m; 25]$ chứa ít nhất 10 số nguyên x là các số $25, 24, \ldots, 16 \Leftrightarrow m \leq 16$
    $\Rightarrow m \in \{1, 2, \ldots, 16\}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{-1}$ và cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d là

(A) $2x - y - 3 = 0$. (B) $x + 2y + 5z - 5 = 0$. (C) $x + 2y + 5z - 4 = 0$. (D) $x + 2y - z - 4 = 0$.

Lời giải.

Gọi $(P) \cap Ox = A(a; 0; 0)$, $(P) \cap Oy = B(0; b; 0)$. Suy ra $\overrightarrow{AB} = (-a; b; 0)$.
Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$.
Vì AB vuông góc với d nên

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow -a + 2b = 0 \Leftrightarrow a = 2b.$$

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (-2b; b; 0)$ cùng phương với $\vec{u} = (-2; 1; 0)$.
Ta có $\begin{cases} AB \subset (P) \\ d \subset (P) \end{cases}$. Suy ra véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}, \vec{u}_d] = (-1; -2; -5)$.
(P) qua điểm $M(2; 1; 0) \in d$ suy ra $(P)\colon x + 2y + 5z - 4 = 0$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 42. Gọi S là tập tất cả các số phức z thỏa mãn $z \cdot \overline{z} = |z + \overline{z}|$. Xét hai số phức $z_1, z_2 \in S$ sao cho $|z_1 - z_2| = 1$, số phức z_1 có phần thực dương và số phức z_2 có phần thực âm. Giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 3i|^2 + |z_2 - 3i|^2$ bằng

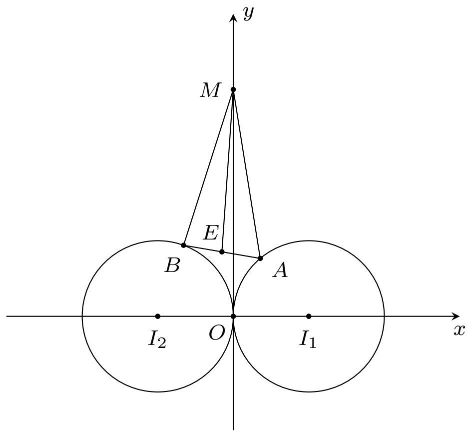
(A) $2 + 2\sqrt{30}$. (B) $30 + 2\sqrt{10}$. (C) $20 + 6\sqrt{3}$. (D) $22 + 4\sqrt{10}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$, suy ra

$$x^2 + y^2 = |(x+yi) + (x-yi)| \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2|x| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 2x \\ x^2 + y^2 = -2x. \end{array}\right.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thuộc hai đường tròn $(\mathscr{C}_1)$ và $(\mathscr{C}_2)$ lần lượt có tâm $I_1(1; 0)$, $R_1 = 1$ và $I_2(-1; 0)$, $R_2 = 1$. Gọi M, A, B lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $3i$, z_1, z_2. Do số phức z_1 có phần thực dương nên $A \in (\mathscr{C}_1)$ và số phức z_2 có phần thực âm nên $B \in (\mathscr{C}_2)$.



Ta có $P = MA^2 + MB^2 = 2ME^2 + \dfrac{1}{2}AB^2 = 2ME^2 + \dfrac{1}{2}$, trong đó E là trung điểm AB.

Ta có $ME \le MO + OE = 2 + OE$ và $\left|\overrightarrow{I_1A}\right| = \left|\overrightarrow{I_2B}\right| = \left|\overrightarrow{AB}\right| = 1$, ta sẽ phân tích $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{OE}$ theo $\overrightarrow{I_1A}$ và $\overrightarrow{I_2B}$.

Ta lại có

$$1 = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{I_1B} - \overrightarrow{I_1A}\right| = \left|\overrightarrow{I_1I_2} - \left(\overrightarrow{I_1A} - \overrightarrow{I_2B}\right)\right| \ge \left|\overrightarrow{I_1I_2}\right| - \left|\overrightarrow{I_1A} - \overrightarrow{I_2B}\right| \Rightarrow \left|\overrightarrow{I_1A} - \overrightarrow{I_2B}\right| \ge 1.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} 2OE &= \left|2\overrightarrow{OE}\right| = \left|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right| = \left|\overrightarrow{I_1A} - \overrightarrow{I_1O} + \overrightarrow{I_2B} - \overrightarrow{I_2O}\right| = \left|\overrightarrow{I_1A} + \overrightarrow{I_2B}\right| \\ &= \sqrt{2\left(\left|\overrightarrow{I_1A}\right|^2 + \left|\overrightarrow{I_2B}\right|^2\right) - \left|\overrightarrow{I_1A} - \overrightarrow{I_2B}\right|^2} \le \sqrt{2(1^2+1^2) - 1^2} = \sqrt{3}. \end{aligned}$$

Suy ra

$$P \le 2\left(3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 20 + 6\sqrt{3}.$$

Dấu "=" khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \overrightarrow{I_1A} - \overrightarrow{I_2B} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{I_1I_2} = (-1;0) \\ 2\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{I_1A} + \overrightarrow{I_2B} = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}\overrightarrow{OM} = (0;-\sqrt{3}). \end{cases}$$

Suy ra, $\overrightarrow{I_1A} = \left(-\dfrac{1}{2}; -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\overrightarrow{I_2B} = \left(\dfrac{1}{2}; -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow A\left(\dfrac{1}{2}; -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $B\left(-\dfrac{1}{2}; -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Lưu ý: Một cách tương tự ta có

$$ME \ge MO - OE = 3 - OE \ge 3 - \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow P \ge 2\left(3 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 20 - 6\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án C □

CÂU 43. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 36x(1 + \ln x)$, $\forall x \in (0;+\infty)$ và $f(1) = 9$. Gọi F là một nguyên hàm của f trên $(0;+\infty)$ sao cho $F(1) = 1$, khi đó $F(\mathrm{e})$ bằng

A $7\mathrm{e}^3 + 9\mathrm{e} - 9$. **B** $7\mathrm{e}^3$. **C** $27\mathrm{e}^2 - 8$. **D** $27\mathrm{e}^2$.

Lời giải.

Cách 1: Ta có

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f'(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \int 36x(1+\ln x)\,\mathrm{d}x \\ &= \int 36x\,\mathrm{d}x + \int 36x\ln x\,\mathrm{d}x \\ &= 18x^2 + \int \ln x\,\mathrm{d}(18x^2) \\ &= 18x^2 + 18x^2\ln x - \int 18x^2\cdot\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= 18x^2 + 18x^2\ln x - 9x^2 + C \end{aligned}$$

$$= 9x^2 + 18x^2 \ln x + C.$$

Vì $f(1) = 9 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = 9x^2 + 18x^2 \ln x$.

Do đó $F(\mathrm{e}) = F(1) + \int\limits_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x = 1 + \int\limits_1^{\mathrm{e}} (9x^2 + 18x^2 \ln x)\,\mathrm{d}x = 7\mathrm{e}^3$.

Cách 2: Ta có

$$\begin{aligned}
F(\mathrm{e}) &= F(1) + \int\limits_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x \\
&= 1 + \int\limits_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x \\
&= 1 + xf(x)\Big|_1^{\mathrm{e}} - \int\limits_1^{\mathrm{e}} xf'(x)\,\mathrm{d}x \\
&= 1 + \mathrm{e}f(\mathrm{e}) - f(1) - \int\limits_1^{\mathrm{e}} xf'(x)\,\mathrm{d}x \\
&= 1 + \mathrm{e}\left[f(1) + \int\limits_1^{\mathrm{e}} f'(x)\,\mathrm{d}x\right] - f(1) - \int\limits_1^{\mathrm{e}} xf'(x)\,\mathrm{d}x \\
&= 1 + \mathrm{e}\left[9 + \int_1^{\mathrm{e}} 36x(1 + \ln x)\,\mathrm{d}x\right] - 9 - \int_1^{\mathrm{e}} 36x^2(1 + \ln x)\,\mathrm{d}x \\
&= 7\mathrm{e}^3.
\end{aligned}$$

Cách 3: Ta có

$$\begin{aligned}
F(\mathrm{e}) &= F(1) + \int\limits_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x \\
&= 1 + \int\limits_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x \\
&= 1 + \int\limits_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}(x - \mathrm{e}) \\
&= 1 + (x - \mathrm{e})f(x)\Big|_1^{\mathrm{e}} - \int\limits_1^{\mathrm{e}} (x - \mathrm{e})f'(x)\,\mathrm{d}x \\
&= 1 - 9(1 - \mathrm{e}) - \int\limits_1^{\mathrm{e}} (x - \mathrm{e})36x(1 + \ln x)\,\mathrm{d}x \\
&= 7\mathrm{e}^3.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án B □

CÂU 44. Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f^2(x) - [f(f(x)) + 2]\, f(x) + 2f(f(x)) = 0$ là

A 7. B 12. C 10. D 9.

Lời giải.

Đặt $t = f(x)$. Khi đó ta có

$$t^2 - [(f(t)+2)]\,t + 2f(t) = 0 \quad (1)$$

Đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $A(0;3)$ và $B(2;-1)$ nên

$$\begin{cases} f(0)=3 \\ f(2)=-1 \\ f'(0)=0 \\ f'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=3 \\ 8a+4b+2c+d=-1 \\ c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=3. \end{cases}$$

Suy ra $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$. Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow t^2 - \left(t^3 - 3t^2 + 5\right)t + 2\left(t^3 - 3t^2 + 3\right) = 0 \Leftrightarrow -t^4 + 5t^3 - 5t^2 - 5t + 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=1 \\ t=2 \\ t=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=-1 \Rightarrow \text{ có 2 nghiệm} \\ f(x)=1 \Rightarrow \text{ có 3 nghiệm} \\ f(x)=2 \Rightarrow \text{ có 3 nghiệm} \\ f(x)=3 \Rightarrow \text{ có 2 nghiệm.} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có tất cả 10 nghiệm.

Chọn đáp án C □

CÂU 45. Trên tập các số phức, xét phương trình $z^2 + 2mz + n^2 + 1 = 0$ (m, n là tham số thực). Có bao nhiêu cặp số $(m;n)$ sao cho phương trình có hai nghiệm phức z_1, z_2 sao cho các điểm biểu diễn số phức $z_0 = -1$, z_1, z_2 là ba đỉnh của một tam giác đều có độ dài cạnh bằng 2?

A 3. **B** 2. **C** 6. **D** 4.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = m^2 - n^2 - 1$. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 và z_0.

TH1: Nếu $\Delta' \geq 0 \Rightarrow z_1, z_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow A, B, C \in Ox \Rightarrow A, B, C$ không tạo thành tam giác (loại).

TH2: Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 - n^2 - 1 < 0$ thì

$z_1 = -m - \sqrt{n^2+1-m^2}\cdot i$; $z_2 = -m + \sqrt{n^2+1-m^2}\cdot i$

$\Rightarrow A\left(-m; -\sqrt{n^2+1-m^2}\right)$, $B\left(-m; \sqrt{n^2+1-m^2}\right)$.

Khi đó A, B, C là ba đỉnh của một tam giác đều có độ dài cạnh bằng 2 khi

$CA = CB = AB = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(m-1)^2 + n^2 + 1 - m^2} = 2\sqrt{n^2+1-m^2} = 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n^2+1-m^2 = 1 \\ (m-1)^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = \pm m \\ (m-1)^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = \pm m \\ m = 1 \pm \sqrt{3}. \end{cases}$$

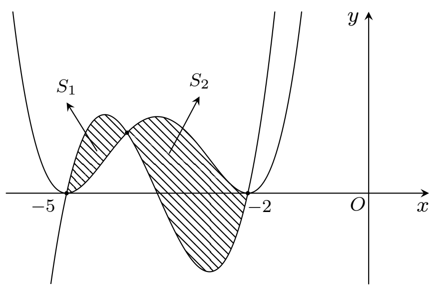
Vậy có 4 cặp số $(m;n)$ thỏa bài toán.

Chọn đáp án D □

CÂU 46.

Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị của $f(x)$, $f'(x)$ như hình vẽ bên. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình vẽ. Khi $S_1 = 1$ thì S_2 bằng

A $\dfrac{104}{23}$. **B** $\dfrac{70}{23}$. **C** $\dfrac{57}{23}$. **D** $\dfrac{84}{23}$.



Lời giải.

Có $f(x) = a(x+5)^2(x+2)^2$, $\left(\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0\right)$.

Suy ra $f'(x) = a\left[2(x+5)(x+2)^2 + 2(x+2)(x+5)^2\right] = 2a(x+5)(x+2)(2x+7)$.

Xét $f(x) - f'(x) = a(x+5)(x+2)[(x+5)(x+2) - 2(2x+7)]$.

$f(x) - f'(x) = 0$ có các nghiệm là $x=-5$; $x=-2$; $x=-4$; $x=1$.

Vậy $S_1 = \displaystyle\int_{-5}^{-4} |f(x) - f'(x)|\,\mathrm{d}x = a\int_{-5}^{-4} |(x+5)(x+2)[(x+5)(x+2) - 2(2x+7)]|\,\mathrm{d}x = \frac{23}{10}a = 1$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{10}{23}$.

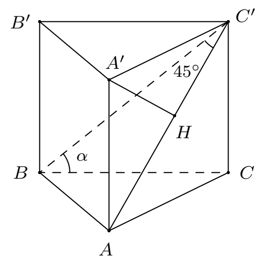
Và $S_2 = \displaystyle\int_{-4}^{-2} |f(x) - f'(x)|\,\mathrm{d}x = \frac{10}{23}\int_{-4}^{-2} |(x+5)(x+2)[(x+5)(x+2) - 2(2x+7)]|\,\mathrm{d}x = \frac{104}{23}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 47. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc 45° và tạo với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$; khoảng cách từ A' đến mặt phẳng (ABC') bằng 6. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $63\sqrt{7}$. (B) $27\sqrt{3}$. (C) 576. (D) $189\sqrt{21}$.

Lời giải.



Ta có $BA \perp AA'$ và $BA \perp AC \Rightarrow BA \perp (ACC'A') \Rightarrow (BC', (ACC'A')) = \widehat{BC'A} = 45^\circ$.
Vì $C'C \perp (ABC)$ nên $(BC', (ABC)) = \widehat{C'BC} = \alpha$.
Đặt $AB = x$, $AC = y$, $AA' = BB' = CC' = z$, $(x, y, z > 0)$.
Tam giác ABC' vuông cân tại A nên $AC' = AB \Leftrightarrow AC'^2 = AB^2$
$\Leftrightarrow AC^2 + CC'^2 = AB^2 \Leftrightarrow y^2 + z^2 = x^2 \quad (1)$

và $\sin\alpha = \dfrac{CC'}{BC'} = \dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}. \quad (2)$

Kẻ $A'H \perp AC' \Rightarrow A'H \perp (ABC')$, (vì $AB \perp (ACC'A')$)

và $A'H = 6 \Leftrightarrow \dfrac{A'A \cdot A'C'}{AC'} = 6 \Leftrightarrow \dfrac{yz}{\sqrt{y^2+z^2}} = 6. \quad (3)$

Giải hệ gồm (1), (2), (3) suy ra $x = 8\sqrt{3}$; $y = 12$; $z = 4\sqrt{3}$.

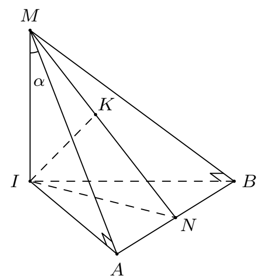
$\Rightarrow V = \dfrac{xyz}{2} = 576.$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-4)^2 + (y+3)^2 + (z+6)^2 = 50$ tâm I. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến và mặt phẳng chứa hai tiếp tuyến đó tạo với đường thẳng IM góc 45°?

(A) 10. (B) 9. (C) 11. (D) 8.

Lời giải.



Mặt cầu đã cho có tâm $I(4; -3; -6)$, $R = 5\sqrt{2}$. Gọi $M(m; 0; 0) \in Ox$, $(m \in \mathbb{Z})$.
Từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến khi $IM \geq R$.
TH1: Nếu $IM = R \Rightarrow$ các tiếp tuyến là các đường thẳng qua M nằm trong mặt phẳng tiếp diện của (S) tại M do đó mặt phẳng chứa hai tiếp tuyến đó tạo với đường thẳng IM góc 90° (loại).
TH2: Nếu $IM > R \Rightarrow$ các tiếp tuyến là đường sinh của mặt nón của đỉnh M, trục IM, góc ở đỉnh 2α, $\alpha = \widehat{AMI}$; $\sin\alpha = \dfrac{IA}{IM} = \dfrac{R}{IM}$.
Giả sử hai tiếp tuyến là MA, MB.

Gọi N là trung điểm AB và kẻ $IK \perp MN$.
Khi đó $AB \perp IN$ và $AB \perp MN \Rightarrow AB \perp (IMN) \Rightarrow IK \perp AB$.
$\Rightarrow IK \perp (MAB) \Rightarrow (IM, (MAB)) = \widehat{IMN} = 45^\circ$.

Mặt khác $\alpha = \widehat{IMA} > \widehat{IMN} = 45^\circ \Rightarrow \sin\alpha > \sin 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \dfrac{R}{IM} > \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow IM < R\sqrt{2}$.

Vậy ta có điều kiện là $R < IM < R\sqrt{2} \Leftrightarrow 50 < (m-4)^2 + 3^2 + 6^2 < 100$.
$\Rightarrow m \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 7, 8, 9, 10, 11\}$.
Vậy có 10 điểm M thỏa bài toán.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 49. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^3 + ax^2 + bx - 3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $g(x) = f(x) - 3(x-1)^2$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và hàm số $h(x) = f(x) - \dfrac{1}{2}x^4 + 2x$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Giá trị của $f'(3)$ bằng

(A) 36. (B) 33. (C) 39. (D) 42.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} g'(x) \geq 0, \forall x > 0 \\ h'(x) \leq 0, \forall x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) - 6(x-1) \geq 0, \forall x > 0 \\ f'(x) - 2x^3 + 2 \leq 0, \forall x > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + ax^2 + bx - 3 - 6x + 6 \geq 0, \forall x > 0 \\ x^3 + ax^2 + bx - 3 - 2x^3 + 2 \leq 0, \forall x > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ax^2 + bx \geq -x^3 + 6x - 3, \forall x > 0 \quad (1) \\ ax^2 + bx \leq x^3 + 1, \forall x > 0 \quad (2) \end{cases} \quad (*)$$

Thay $x=1$ vào $(*)$ ta được: $x=1 \Rightarrow \begin{cases} a+b \geq 2 \\ a+b \leq 2 \end{cases} \Rightarrow a+b=2 \Leftrightarrow b=2-a$. Thay ngược lại (2) ta được:

$$\begin{aligned} & x^3+1-ax^2-(2-a)x \geq 0, \forall x>0 \\ \Leftrightarrow\ & \left(x^3-2x+1\right)-a\left(x^2-x\right) \geq 0, \forall x>0 \\ \Leftrightarrow\ & (x-1)\left(x^2+x-1\right)-ax(x-1) \geq 0, \forall x>0 \\ \Leftrightarrow\ & (x-1)\left(x^2+x-1-ax\right) \geq 0, \forall x>0. \quad (**) \end{aligned}$$

Để $(**)$ đúng, điều kiện cần là phương trình $x^2+x-1-ax=0$ phải có nghiệm $x=1 \Rightarrow 1+1-1-a=0 \Leftrightarrow a=1 \Rightarrow b=1$.
Thử lại với $a=1$ thì $(**) \Leftrightarrow (x-1)\left(x^2-1\right) \Leftrightarrow (x-1)^2(x+1) \geq 0,\ \forall x>0$.
Khi đó $f'(x)=x^3+x^2+x-3 \Rightarrow f'(3)=36$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 50. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a tồn tại ít nhất bốn số nguyên $b \in (-16;16)$ để bất phương trình $5^{a^2+b+x}+5^{a^2+b-x} \leq 2^{b-a}-12\cdot 3^b$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-2;2)$?

A 7. **B** 5. **C** 6. **D** 4.

Lời giải.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow h(x)=5^{a^2+b+x}+5^{a^2+b-x} \leq 2^{b-a}-12\cdot 3^b,\ \forall x \in (-2;2). \quad (*)$
Có $h'(x)=5^{a^2+b+x}\ln 5-5^{a^2+b-x}\ln 5=0 \Leftrightarrow a^2+b+x=a^2+b-x \Leftrightarrow x=0$.
Bảng biến thiên:

x	-2	0	2
$h(x)$	$5^{a^2+b+2}+5^{a^2+b-2}$ ↘	$2\cdot 5^{a^2+b}$	↗ $5^{a^2+b+2}+5^{a^2+b-2}$

Vậy $(*) \Leftrightarrow 5^{a^2+b+2}+5^{a^2+b-2} \leq 2^{b-a}-12\cdot 3^b$
$\Leftrightarrow g(b)=5^{a^2+2}\left(\dfrac{5}{2}\right)^b+5^{a^2-2}\left(\dfrac{5}{2}\right)^b+12\left(\dfrac{3}{2}\right)^b-2^{-a} \leq 0. \quad (**)$
Có $g'(b)>0,\ \forall b$.
Bảng biến thiên:

b	$-\infty$	b_0	$+\infty$
$g(b)$	$-2^{-a}<0$ ↗	0 ($y=0$)	↗ $+\infty$

Suy ra tập nghiệm của $(**)$ là $S=(-\infty;b_0]$ chứa ít nhất bốn số nguyên $b \in (-16;16)$ là các số

$$\begin{aligned} & -15;-14;-13;-12 \Leftrightarrow b_0 \geq -12 \Leftrightarrow g(-12) \leq 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left(5^{a^2+2}+5^{a^2-2}\right)\left(\frac{5}{2}\right)^{-12}+12\left(\frac{3}{2}\right)^{-12} \leq 2^{-a} \Rightarrow a \in \{-2,-1,0,1\}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 4 — ĐỀ 4

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Với n, k là các số nguyên dương và $k \leq n$, công thức nào dưới đây đúng?

(A) $\mathrm{C}_n^k = n!\mathrm{A}_n^k$. (B) $\mathrm{C}_n^k = k!\mathrm{A}_n^k$. (C) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{\mathrm{A}_n^k}{n!}$. (D) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{\mathrm{A}_n^k}{k!}$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{\mathrm{A}_n^k}{k!}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+3}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $M(2;-1;3)$. (B) $P(-2;1;-3)$. (C) $Q(1;-2;-3)$. (D) $N(-1;2;3)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+3}{3}$ đi qua điểm $Q(1;-2;-3)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 3. Thể tích của khối lập phương cạnh bằng 6 là

(A) 108. (B) 216. (C) 6. (D) 36.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương cạnh bằng 6 là $V = 6^3 = 216$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 4. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-4) = 3$ là

(A) $x = 8$. (B) $x = 13$. (C) $x = 10$. (D) $x = 12$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.
Ta có

$$\log_2(x-4) = 3 \Leftrightarrow x - 4 = 2^3 \Leftrightarrow x - 4 = 8 \Leftrightarrow x = 12 \text{ (nhận)}.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 5. Nếu $\displaystyle\int_2^5 f(x)dx = 2$ thì với số thực k tùy ý, $\displaystyle\int_2^5 k \cdot f(x)dx$ bằng

(A) $2k$. (B) $-6k$. (C) $6k$. (D) $-2k$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_2^5 k \cdot f(x)dx = k \cdot \int_2^5 f(x)dx = k \cdot 2 = 2k$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$?

(A) $M\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$. (B) $Q(-1;3)$. (C) $P(1;1)$. (D) $N(-1;-2)$.

Lời giải.

Thay $x = 1$ vào $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$ ta được $y = \dfrac{2x-1}{x+2} = \dfrac{2\cdot 1 - 1}{1+2} = \dfrac{1}{3}$.
Do đó điểm $M\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$ thuộc đồ thị của hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 7. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 6$ là

(A) $(\log_2 6; +\infty)$. (B) $(-\infty; 3)$. (C) $(3; +\infty)$. (D) $(-\infty; \log_2 6)$.

Lời giải.

Ta có $2^x < 6 \Leftrightarrow x < \log_2 6$.
Do đó, tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 6$ là $(-\infty; \log_2 6)$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 8. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 7$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 11. (B) 3. (C) $\frac{7}{4}$. (D) 28.

Lời giải.

Vì cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 7$ và công bội $q = 4$ nên $u_2 = u_1 q = 7 \cdot 4 = 28$.
Vậy $u_2 = 28$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y+8)^2 + z^2 = 9$ có tâm là điểm nào dưới đây?

(A) $M(-1; 4; 0)$. (B) $N(1; -4; 0)$. (C) $P(-2; 8; 0)$. (D) $Q(2; -8; 0)$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y+8)^2 + z^2 = 9$ có tâm là điểm $Q(2; -8; 0)$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 10. Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{3}{2}}$ là

(A) $(0; +\infty)$. (B) $\mathbb{R}$. (C) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. (D) $[0; +\infty)$.

Lời giải.

Vì $\frac{3}{2} \notin \mathbb{Z}$ nên tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{3}{2}}$ là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 11. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần ảo của z bằng

(A) 2. (B) 3. (C) -3. (D) -2.

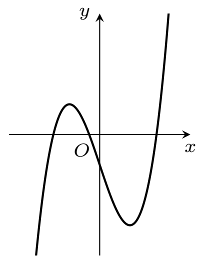
Lời giải.

Phần ảo của z bằng 3.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 12.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

(A) $y = -x^3 + 3x - 1$. (B) $y = \frac{x+1}{x-1}$. (C) $y = x^3 - 3x - 1$. (D) $y = x^4 - 2x^2 - 1$.



Lời giải.

Hàm số đã cho là đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a > 0$ nên đồ thị đã cho là đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 1$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 13. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\frac{5}{6}a^3$. (B) $\frac{5}{2}a^3$. (C) $5a^3$. (D) $\frac{5}{3}a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 5a^2 \cdot a = \frac{5}{3}a^3$ (đvtt).

Chọn đáp án (A) □

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x - y + 2z - 1 = 0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của (P) ?

(A) $\vec{n}_1 = (-3; 1; 2)$. (B) $\vec{n}_2 = (3; -1; 2)$. (C) $\vec{n}_3 = (3; 1; 2)$. (D) $\vec{n}_4 = (3; 1; -2)$.

Lời giải.

Véctơ $\vec{n}_2 = (3; -1; 2)$ là một véctơ pháp tuyến của (P).
Chọn đáp án (B) □

CÂU 15. Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $2 \cdot \overline{z}$ bằng

Ⓐ $-6 - 4i$. Ⓑ $6 - 4i$. Ⓒ $6 + 4i$. Ⓓ $-6 + 4i$.

Lời giải.

Ta có $\overline{z} = 3 + 2i$. Suy ra $2 \cdot \overline{z} = 6 + 4i$.

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 16. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

Ⓐ $S_{xq} = \pi r(r + \ell)$. Ⓑ $S_{xq} = 2\pi r\ell$. Ⓒ $S_{xq} = 2\pi r(r + \ell)$. Ⓓ $S_{xq} = \pi r\ell$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức $S_{xq} = \pi r\ell$.

Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 17. Phần thực của số phức $z = 5 - 2i$ bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 2. Ⓒ -5. Ⓓ -2.

Lời giải.

Phần thực của số phức $z = 5 - 2i$ bằng 5.

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2;4;5)$. Phương trình của d là

Ⓐ $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình của d là $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 19. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{x - 1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{x - 1}$ là đường thẳng có phương trình $x = 1$.

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 20. Nếu $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\displaystyle\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = -2$ thì $\displaystyle\int_1^4 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ -1. Ⓑ -5. Ⓒ 5. Ⓓ 1.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^4 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = 3 - (-2) = 5$.

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 21. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log(2x)$ là

Ⓐ $y' = \dfrac{1}{2x\ln 2}$. Ⓑ $y' = \dfrac{1}{2x\ln 10}$. Ⓒ $y' = \dfrac{1}{x\ln 2}$. Ⓓ $y' = \dfrac{1}{x\ln 10}$.

Lời giải.

Trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có $y' = \dfrac{1}{2x\ln 2} \cdot (2x)' = \dfrac{1}{x\ln 2}$.

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A $x=-1$. **B** $x=5$. **C** $x=-3$. **D** $x=1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x=1$.

Chọn đáp án D

CÂU 23. Cho $a>0$, $a\neq 1$, giá trị của $\log_{\sqrt{a}} a$ bằng

A $\sqrt{2}$. **B** 2. **C** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

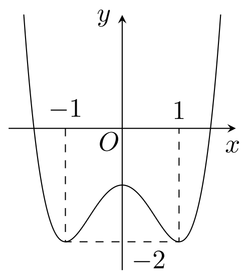
Ta có $\log_{\sqrt{a}} a = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a = 2\log_a a = 2$.

Chọn đáp án B

CÂU 24.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-1;0)$. **B** $(-\infty;-1)$. **C** $(1;+\infty)$. **D** $(-1;1)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án A

CÂU 25. Cho hàm số $f(x)=2x+\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2+\cos x + C$. **B** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^2+\cos x + C$.

C $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^2-\cos x + C$. **D** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (2x+\sin x)\,\mathrm{d}x = \int 2x\,\mathrm{d}x + \int \sin x\,\mathrm{d}x = x^2-\cos x + C$.

Chọn đáp án C

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Toạ độ véctơ $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$ là

A $(5;1;2)$. **B** $(-3;-1;-2)$. **C** $(3;1;2)$. **D** $(-5;-1;-2)$.

Lời giải.

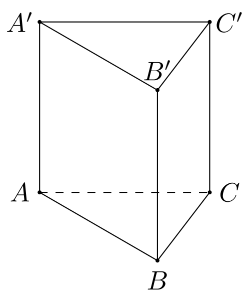
Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{OA}=(1;0;0)\\ \overrightarrow{OB}=(4;1;2)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=(-3;-1;-2)$.

Chọn đáp án B

CÂU 27.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC\cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều và $AB=4$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

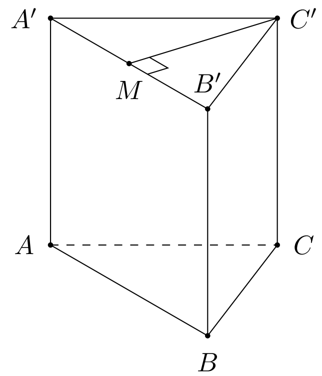
A $2\sqrt{2}$. **B** 2. **C** $2\sqrt{3}$. **D** 4.



Lời giải.

Gọi M là trung điểm của $A'B'$. Khi đó ta có $C'M \perp A'B'$ (do tam giác $A'B'C'$ đều).
Mà $AA' \perp C'M$ (Do $AA' \perp (A'B'C')$) nên $C'M \perp (AA'B'B)$.

$\Rightarrow \mathrm{d}\left(C', (ABB'A')\right) = C'M = 4 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.



Chọn đáp án (C) □

CÂU 28. Một cốc nước hình trụ chứa sẵn một lượng nước có bán kính đáy r và chiều cao $h = 2r$. Thả vào cốc một viên bi sắt hình cầu bán kính r thì mực nước trong cốc dâng lên vừa đúng mép cốc. Thể tích nước có sẵn trong cốc là (bỏ qua độ dày của đáy và thành cốc)

(A) $\dfrac{1}{3}\pi r^3$. (B) πr^3. (C) $\dfrac{2}{3}\pi r^3$. (D) $\dfrac{4}{3}\pi r^3$.

Lời giải.

$V_{\text{nước}} = V_{\text{trụ}} - V_{\text{viên bi}} = \pi \cdot r^2 \cdot 2r - \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{2}{3}\pi r^3$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 29. Trên đoạn $[0;7]$, hàm số $y = 2x - 3 + \dfrac{8}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

(A) $x = 7$. (B) $x = 3$. (C) $x = 1$. (D) $x = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2 - \dfrac{8}{(x+1)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [0;7] \\ x = -3 \notin [0;7] \end{array}\right.$.

Lại có $y(0) = 5; y(1) = 3, y(7) = 12$.

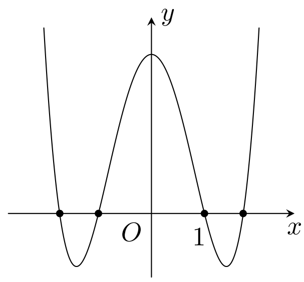
Vậy hàm số $y = 2x - 3 + \dfrac{8}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = 7$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 30.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $f'(1) > 0$. (B) $f'(-1) < 0$. (C) $f'(1) = 0$. (D) $f'(-1) > 0$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị của hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; 0)$ với $x_1 < -1$. Do đó $f'(-1) > 0$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 31. Với a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(ab^3\right) = 1$ và $\log_4\left(a^4 b\right) = 2$, khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $a^5b^4 = 16$. (B) $a^3 = 2b^2$. (C) $a^5b^4 = 1$. (D) $a^3 = 8b^2$.

Lời giải.

Với a, b là các số thực dương ta có:

$\begin{cases} \log_2\left(ab^3\right) = 1 \\ \log_4\left(a^4b\right) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab^3 = 2 \\ a^4b = 16 \end{cases} \Leftrightarrow a^3 = 8b^2$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;0;6)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha)\colon x + 2y + 2z - 1 = 0$ có phương trình là

(A) $x + 2y + 2z + 14 = 0$. (B) $x + 2y + 2z - 13 = 0$. (C) $x + 2y + 2z + 13 = 0$. (D) $x + 2y + 2z - 14 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_{(\alpha)} = (1;2;2)$.
Mặt phẳng đi qua điểm $M(1;0;6)$ và song song với mặt phẳng (α) nhận $\vec{n}_{(\alpha)}$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$1\cdot(x-1)+2\cdot(y-0)+2\cdot(z-6)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-13=0.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 33. Nếu $\int\limits_1^3 \left[f(x)+4x^3\right]\mathrm{d}\,x = 100$ thì $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}\,x$ bằng

(A) 20. (B) 122. (C) 122. (D) 22.

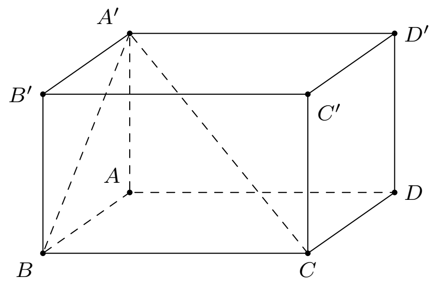
Lời giải.

Ta có $\int\limits_1^3 \left[f(x)+4x^3\right]\mathrm{d}\,x = 100 \Leftrightarrow \int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}\,x + \int\limits_1^3 4x^3\mathrm{d}\,x = 100 \Leftrightarrow \int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}\,x + 80 = 100 \Leftrightarrow \int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}\,x = 20.$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 34.
Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2\sqrt{2}$, $AA'=4$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng

(A) 30° . (B) 60°. (C) 45°. (D) 90° .



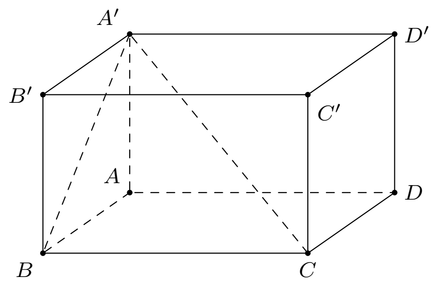
Lời giải.

Ta có $BC \perp (ABB'A')$ nên suy ra góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$ là $(CA, BA') = \widehat{CA'B}$.

Ta có $\begin{cases} A'B^2 = AB^2 + AA'^2 = 24 \\ A'C^2 = A'A^2 + AC^2 = 16+16 = 32. \end{cases}$

Suy ra

$$\cos\widehat{CA'B} = \frac{A'B^2 + A'C^2 - BC^2}{2A'B\cdot A'C} = \frac{24+32-8}{2\sqrt{24}\cdot\sqrt{32}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



Suy ra $\widehat{CA'B} = 60^\circ$.
Vậy góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng 60°.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 35. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a + bi = (1+i)\cdot i$, (trong đó i là đơn vị ảo). Giá trị của $a+b$ bằng

(A) 0. (B) 2. (C) $-1+i$. (D) $1+i$.

Lời giải.

Ta có $(1+i)\cdot i = -1+i$.
Do đó $a=-1, b=1 \Rightarrow a+b=0$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-5 ↗		1	↘ -2	‖ $+\infty$	↘	3	↗	5

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt là

(A) 2. (B) 3. (C) 5. (D) 4.

Lời giải.

Phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt khi $\left[\begin{array}{l} -2 \le m < 1 \\ 3 < m \le 5 \end{array}\right.$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2;-1;0;4;5\}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 37. Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả cùng màu bằng

(A) $\frac{7}{40}$. (B) $\frac{21}{40}$. (C) $\frac{33}{40}$. (D) $\frac{19}{40}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{16}^2$.
Gọi biến cố A là "lấy được hai quả cùng màu".
Trường hợp 1. Lấy được hai quả cầu cùng màu đỏ.
Số cách chọn 2 quả cầu đỏ là C_7^2.
Trường hợp 2. Lấy được hai quả cầu cùng màu xanh.
Số cách chọn 2 quả cầu đỏ là C_9^2.
Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{C}_7^2+\mathrm{C}_9^2}{\mathrm{C}_{16}^2} = \dfrac{19}{40}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 38. Biết $F(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là một nguyên hàm của $\dfrac{f(x)}{x^2}$ trên $(0;+\infty)$. Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của $f(x)$ trên $(0;+\infty)$?

(A) $\frac{3}{7}x^{\frac{7}{2}}+C$. (B) $\frac{2}{9}x^{\frac{9}{2}}+C$. (C) $\frac{3}{2}x^{\frac{5}{2}}+C$. (D) $\frac{3}{5}x^{\frac{7}{2}}+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int \frac{f(x)}{x^2}\mathrm{d}x = F(x) \Rightarrow \frac{f(x)}{x^2} = F'(x) = \left(x^{\frac{3}{2}}\right)' = \frac{3}{2}\cdot\frac{x^{\frac{5}{2}}}{x^2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}\cdot x^{\frac{5}{2}}$.

Vậy $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = \int \frac{3}{2}\cdot x^{\frac{5}{2}}\mathrm{d}x = \frac{3}{7}\cdot x^{\frac{7}{2}}+C$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3^2\left(3x^2\right) - 8\log_3|x| \le 9$?

(A) 18. (B) 7. (C) 19. (D) 9.

Lời giải.

Ta xét $\log_3^2\left(3x^2\right) - 8\log_3|x| \le 9$

$\Leftrightarrow (1+2\log_3|x|)^2 - 8\log_3|x| \le 9.$

Đặt $\log_3|x| = a$ khi đó $(1+2\log_3|x|)^2 - 8\log_3|x| \le 9$

$$\Leftrightarrow (1+2a)^2 - 8a \le 9 \Leftrightarrow 4a^2-4a-8 \le 0 \Leftrightarrow -1 \le a \le 2 \Leftrightarrow -1 \le \log_3|x| \le 2 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \le |x| \le 9$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x| \le 9 \\ |x| \ge \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 \le x \le 9 \\ \left[\begin{array}{l} x \ge \frac{1}{3} \\ x \le -\frac{1}{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1}{3} \le x \le 9 \\ -9 \le x \le -\frac{1}{3} \end{array}\right..$$

Mà $x \in \mathbb{Z}$. Vậy phương trình có 18 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 40. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;-1)$, $B(1;1;0)$, $C(4;7;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng qua A, trực tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

(A) $Q(-2;-2;-1)$. (B) $M(1;-3;-2)$. (C) $N(1;2;2)$. (D) $P(-8;0;3)$.

Lời giải.

Ta không cần tìm trực tâm H của tam giác ABC.
Mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng chứa AH và vuông góc với mặt phẳng (ABC).
Vì $BC \perp AH = (P)\cap(ABC)$; $(P)\perp(ABC) \Rightarrow BC \perp (P)$.
Do đó véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \overrightarrow{BC} = (3;6;3) = 3(1;2;1) \Rightarrow (P)\colon x+2y+z-7=0$ qua điểm $N(1;2;2)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \mathrm{e}^x\sin x + 2x - 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0)=1$. Gọi F là một nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ sao cho $F(0)=-1$, khi đó $F(1)$ bằng

(A) $\frac{1}{6}(5-3\mathrm{e}\cos 1)$. (B) $\frac{1}{6}(7-3\mathrm{e}\cos 1)$. (C) $\frac{1}{6}(5+3\mathrm{e}\cos 1)$. (D) $-\frac{1}{6}(7+3\mathrm{e}\cos 1)$.

Lời giải.

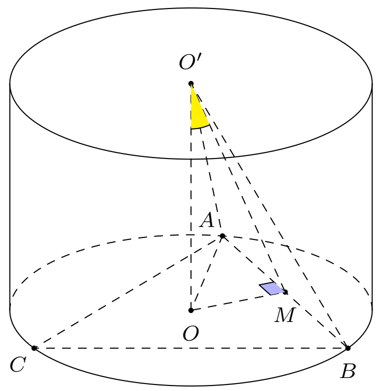
$$\begin{aligned} F(1) &= F(0)+\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -1+\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -1+\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}(x-1) \\ &= -1+(x-1)f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 (x-1)f'(x)\,\mathrm{d}x \\ &= -1+1-\int_0^1 (x-1)\left(\mathrm{e}^x\sin x+2x-1\right)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{6}\left(5-3\mathrm{e}\cos 1\right). \end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 42. Cho hình trụ (T) có O, O' lần lượt là tâm hai đường tròn đáy. Tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O, $AB=2a$, $\sin\widehat{ACB}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ và OO' tạo với mặt phẳng $(O'AB)$ một góc 30°. Thể tích khối trụ (T) bằng

(A) $3\pi a^3\sqrt{6}$. (B) $\pi a^3\sqrt{3}$. (C) $\pi a^3\sqrt{6}$. (D) $2\pi a^3\sqrt{6}$.

Lời giải.



Bán kính đường tròn đáy r của (T) chính là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và

$$r=\frac{AB}{2\sin\widehat{ACB}}=\frac{2a}{2\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}}=\sqrt{3}a.$$

Gọi M là trung điểm AB

$$\Rightarrow OM=\sqrt{OA^2-AM^2}=\sqrt{(\sqrt{3}a)^2-a^2}=\sqrt{2}a.$$

Và $(OO',(O'AB))=\widehat{OO'M}=30^\circ\Rightarrow h=OO'=OM\cdot\cot 30^\circ=\sqrt{6}a$.

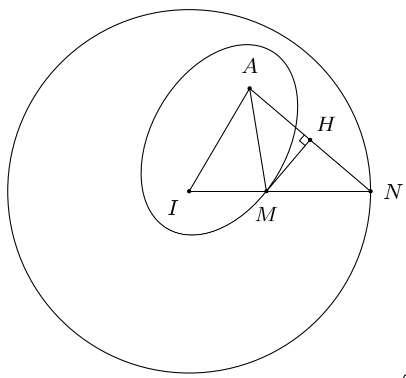
Vậy $V_{(T)}=\pi r^2h=\pi\cdot\left(\sqrt{3}a\right)^2\cdot\sqrt{6}a=3\sqrt{6}\pi a^3$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 43. Xét hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1-z_2|=|z_1-3i|$; $|z_2+2-i|=4$ và $(z_1+2-i)\overline{(z_1-z_2)}$ là một số thực. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_2-z_1|$, giá trị của M^2+m^2 bằng

(A) $8\sqrt{2}$. (B) 12. (C) 16. (D) $4\sqrt{2}$.

Lời giải.

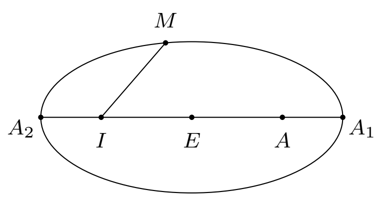


Gọi M, N, A lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2, $3i$.
$\Rightarrow |z_1-z_2|=|z_1-3i|\Leftrightarrow MN=MA$ và $|z_2+2-i|=4\Rightarrow N\in(C)$ có tâm $I(-2;1)$, $R=4$.
Đặt $z_1=x+yi$, $z_2=x'+y'i$. Ta có $\overrightarrow{IM}=(x+2;y-1)$, $\overrightarrow{MN}=(x'-x;y'-y)$ và $(z_1+2-i)\overline{(z_1-z_2)}=[x+2+(y-1)i]\cdot[x-x'-(y-y')i]$ là số thực nên

$$(x-x')(y-1)-(x+2)(y-y')=0$$

do đó I, M, N thẳng hàng do đó M là giao của IN với trung trực đoạn AN.

Do đó $MI+MA=MI+MN=IN=4$. $\Rightarrow M\in(E)$ có hai tiêu điểm I, A; độ dài trục lớn $2a=4$; tiêu cự $2c=IA=2\sqrt{2}$; độ dài trục nhỏ $2b=2\sqrt{a^2-c^2}=2\sqrt{2}$.
Ta có $P=|z_2-z_1|=MN=IN-IM=4-IM$.
Và $IM\geq IA_2=EA_2-EI=a-c=2-\sqrt{2}$;
$IM\leq IA_1=EI+EA_1=a+c=2+\sqrt{2}$.
$\Rightarrow M=2+\sqrt{2}$; $m=2-\sqrt{2}\Rightarrow M^2+m^2=12$.



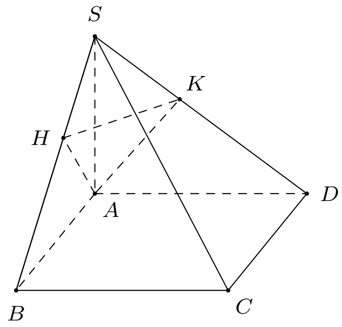
Chọn đáp án (B) □

CÂU 44. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SD; góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AHK) bằng 30°. Thể tích khối chóp đã cho bằng

(A) $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. (B) $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. (C) $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. (D) $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải.

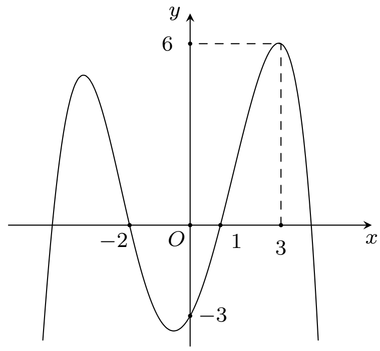
Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$.
Tương tự $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC$.
Do đó $SC \perp (AHK) \Rightarrow ((ABCD),(AHK)) = (SA, SC) = \widehat{ASC} = 30°$.
$\Rightarrow SA = AC \cdot \cot 30° = \sqrt{6}a$.
Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \sqrt{6}a = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$.



Chọn đáp án (C)

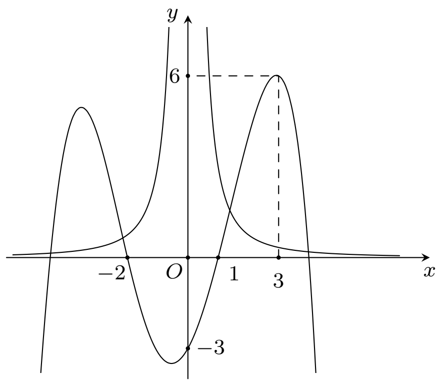
CÂU 45.
Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Xét $T = 2f\left(a^2+a+1\right) + 3f\left(a^2f(a)+b^2f(b)\right)$, $a, b \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ để $T = 30$?

(A) 10. (B) 4. (C) 6. (D) 8.



Lời giải.
Quan sát đồ thị đã cho ta có $\max\limits_{\mathbb{R}} f(x) = f(3) = 6$.
Do đó $T \le 2\cdot 6 + 3\cdot 6 = 30$.
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a^2+a+1=3 \\ a^2f(a)+b^2f(b)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=1 \\ b^2f(b)=3-a^2f(a) \end{cases} \\ \begin{cases} a=-2 \\ b^2f(b)=3-a^2f(a) \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} a\in\{-2,1\} \\ b^2f(b)=3. \end{cases}$$



Vì $f(-2) = f(1) = 0$.

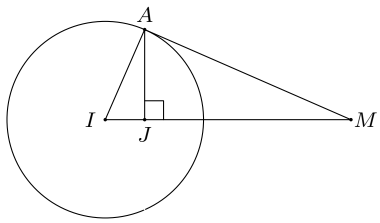
Phương trình $b^2f(b) = 3 \Leftrightarrow f(b) = \dfrac{3}{b^2}$ $(*)$ (do $b = 0$ không là nghiệm).
Vẽ thêm đồ thị của hàm số $y = \dfrac{3}{x^2}$ suy ra $(*)$ có 4 nghiệm.
Vậy có tất cả $2\cdot 4 = 8$ cặp số $(a;b)$.
Chọn đáp án (D)

CÂU 46. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2 = 9$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-2}$.
Xét điểm M di động trên mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-3=0$ sao cho các tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ M đến (S) nằm trên một đường tròn có bán kính bằng 1. Khoảng cách từ M đến đường thẳng d có giá trị lớn nhất bằng

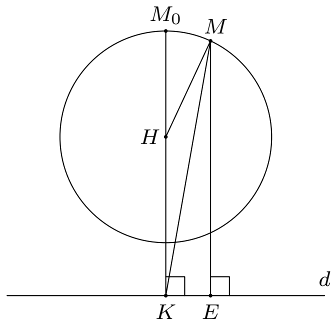
(A) $\dfrac{3\sqrt{5}+6}{3}$. (B) $\dfrac{12+3\sqrt{2}}{4}$. (C) $\dfrac{6\sqrt{5}+15}{5}$. (D) $\dfrac{3\sqrt{14}+6}{2}$.

Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-1;2)$, bán kính $R = 3$.
Gọi J là hình chiếu vuông góc của A lên IM.
Tập hợp các tiếp điểm A của tiếp tuyến kẻ từ M đến (S) nằm trên một đường tròn tâm J có bán kính bằng

$$JA = \frac{AI\cdot AM}{IM} = \frac{3\sqrt{x^2-9}}{x} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{9\sqrt{2}}{4}\ (x = IM > 3).$$



Do đó M thuộc mặt cầu (T) có tâm $I(-1;-1;2)$, bán kính $R = \sqrt{\dfrac{81}{8}} = \dfrac{9\sqrt{2}}{4}$.
Mặt khác $M \in (P)$ do đó $M \in (C)$ là đường tròn giao tuyến của (T) và (P) có tâm H là hình chiếu vuông góc của I lên (P).



Đường thẳng IH đi qua điểm $I(-1;-1;2)$ và nhận $\vec{n}_{(P)} = (2;2;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình $IH\colon \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t. \end{cases}$

Vì $H \in IH \Rightarrow H(-1+2t;-1+2t;2-t)$.
Vì $H \in (P)$ nên ta có phương trình

$$2(-1+2t) + 2(-1+2t) - (2-t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(1;1;1).$$

Bán kính đường tròn (C) là $R_{(C)} = \sqrt{R_T^2 - IH^2} = \sqrt{\dfrac{81}{8} - 9} = \dfrac{3\sqrt{2}}{4}$.
Để ý rằng $d \subset (P)$. Do đó

$$\mathrm{d}(M,d) = ME \le MK \le HK + HM = \mathrm{d}(H,d) + R_{(C)} = 3 + \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{12+3\sqrt{2}}{4}.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 47. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x, tồn tại đúng 12 số nguyên y thoả mãn

$$6\ln(1+x+y) \ge 2xy + y^2 - 9y + 2x^2.$$

A 7. **B** 6. **C** 9. **D** 8.

Lời giải.

Điều kiện: $1 + x + y > 0 \Leftrightarrow y > -x - 1$.
Xét $g(y) = 2xy + y^2 - 9y + 2x^2 - 6\ln(1+x+y)$ trên $(-x-1;+\infty)$ ta có

$$g'(y) = 2x + 2y - 9 - \frac{6}{1+x+y} \Rightarrow g'(y) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 5 - x \\ y = -\dfrac{3}{2} - x < -1 - x \text{ (loại)} \end{array}\right. \Leftrightarrow y = 5 - x.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(y)$

y	$-x-1$		a		$5-x$		b		$+\infty$
$g'(y)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$g(y)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$g(5-x)$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$; $y=0$

Trước tiên bất phương trình phải có nghiệm tức là

$$g(5-x) \le 0 \Leftrightarrow 2x(5-x) + (5-x)^2 - 9(5-x) + 2x^2 - 6\ln 6 \le 0 \Leftrightarrow x^2 + 9x - 20 - 6\ln 6 \le 0.$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-11;\ldots;2\}$. Thử với từng trường hợp ta có

- $x = -11 \Rightarrow y \in \{14;\ldots;18\}$.
- $x = -10 \Rightarrow y \in \{11;\ldots;19\}$.
- $x = -9 \Rightarrow y \in \{9;\ldots;19\}$.
- $x = -8 \Rightarrow y \in \{8;\ldots;19\}$.
- $x = -7 \Rightarrow y \in \{7;\ldots;18\}$.
- $x = -6 \Rightarrow y \in \{6;\ldots;17\}$.
- $x = -5 \Rightarrow y \in \{5;\ldots;16\}$.
- $x = -4 \Rightarrow y \in \{4;\ldots;15\}$.
- $x = -3 \Rightarrow y \in \{3;\ldots;14\}$.
- $x = -2 \Rightarrow y \in \{2;\ldots;13\}$.
- $x = -1 \Rightarrow y \in \{1;\ldots;12\}$.
- $x = 0 \Rightarrow y \in \{0;\ldots;10\}$.
- $x = 1 \Rightarrow y \in \{0;\ldots;8\}$.
- $x = 2 \Rightarrow y \in \{1;\ldots;5\}$.

Suy ra $x \in \{-8;\ldots;-1\}$.
Vậy có tất cả 8 giá trị nguyên của x thoả mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 48. Trên tập hợp số phức, gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+az+b=0$ và z_3, z_4 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+cz+d=0$ với a, b, c, $d\in\mathbb{Z}$. Biết rằng $z_1+z_3=3+4i$ và $z_2\cdot z_4=-8-6i$. Khi đó $ac+b+d$ bằng

A 9. **B** 84. **C** 41. **D** 34.

Lời giải.

- **Trường hợp 1**: Nếu cả hai phương trình đều có nghiệm thực, khi đó z_1+z_3 là số thực (loại).
- **Trường hợp 2**: Nếu một phương trình có nghiệm thực và một phương trình có nghiệm không là số thực.
Giả sử phương trình (1) có nghiệm thực $z_1=x$ và $z_2=y$ và phương trình (2) có nghiệm không phải là số thực, khi đó
$$z_3=(3-x)+4i=\overline{z_4}=\overline{\left(\frac{-8-6i}{y}\right)}=-\frac{8}{y}+\frac{6}{y}i\Leftrightarrow\begin{cases}3-x=-\dfrac{8}{y}\\4=\dfrac{6}{y}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{25}{3}\\y=\dfrac{3}{2}\end{cases}\Rightarrow -a=x+y\notin\mathbb{Z}\text{ (loại)}.$$
- **Trường hợp 3**: Nếu cả hai phương trình có nghiệm không là số thực, khi đó $z_2=\overline{z_1}$, $z_4=\overline{z_3}$.
Đặt $z_1=x+yi$; $z_3=m+ni\Rightarrow z_2=\overline{z_1}=x-yi$; $z_4=\overline{z_3}=m-ni$, ta có hệ
$$\begin{cases}x+m+(y+n)i=3+4i\\(x-yi)(m-ni)=mx-ny-(nx+my)i=-8-6i\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+m=3\\y+n=4\\mx-ny=-8\\nx+my=6\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4;\ y=2;\ m=-1;\ n=2\\x=-1;\ y=2;\ m=4;\ n=2.\end{array}\right.$$
Với bộ nghiệm đầu tiên ta có $a=-(z_1+z_2)=-8$; $b=z_1z_2=20$; $c=-(z_3+z_4)=2$; $d=z_3z_4=5\Rightarrow ac+b+d=-16+20+5=9$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 49. Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-6	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f\left(\left|f^2(x)+6f(x)\right|+m\right)$ có đúng 15 điểm cực trị?

A 5. **B** 8. **C** 7. **D** 6.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị là $x=-2$; $x=4$.
Hàm số $u(x)=\left|f^2(x)+6f(x)\right|+m$; $h(x)=f^2(x)+6f(x)\Rightarrow u(x)=|h(x)|+m$.

Ta có $h'(x)=2f(x)f'(x)+6f'(x)=2f'(x)\left[f(x)+3\right]\Rightarrow h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=4\\x=a\in(-\infty;-2)\\x=b\in(-2;4)\\x=c\in(4;+\infty).\end{array}\right.$

Ta có $f(-2)=0\Rightarrow h(-2)=0$; $f(4)=-6\Rightarrow h(4)=0$; $f(a)=f(b)=f(c)=-3\Rightarrow h(a)=h(b)=h(c)=-9$.
Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau

x	$-\infty$		a	-2	b	4	c		$+\infty$
$h(x)$	$+\infty$	0	9; -9	0	9; -9	0	9; -9	0	$+\infty$; $y=0$
$u(x)$	$+\infty$	m	$9+m$	m	$9+m$	m	$9+m$	m	$+\infty$

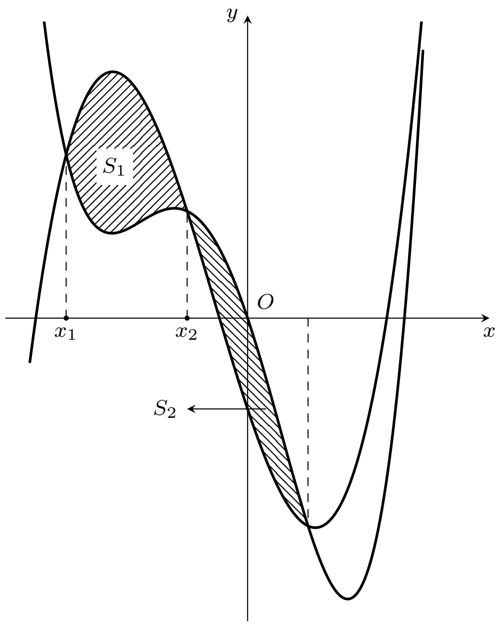
Hàm số $g(x)=f[u(x)]$ có đúng 15 điểm cực trị khi $f'[u(x)]$ có đúng $15-7=8$ lần đổi dấu trên $\mathbb{R}\setminus\{a,-2,b,4,c\}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -2 \\ m<4<9+m \end{cases} \Leftrightarrow -2\le m<4.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;\ldots;3\}$.
Có tất cả 6 giá trị nguyên của m thoả mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 50.

Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ và $g(x)=bx^3+mx^2+dx+n$ với a, b, c, d, e, m, n là các số thực có đồ thị cắt nhau tại bốn điểm phân biệt trong đó có hai hoành độ giao điểm x_1, x_2 như hình vẽ Gọi S_1, S_2 là diện tích các hình phẳng trong hình vẽ, khi $S_1=6-4\sqrt{2}$ và $S_2=12$ thì $\dfrac{x_1}{x_2}$ thuộc khoảng nào dưới đây?



A $\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$. **B** $\left(\dfrac{5}{2};4\right)$. **C** $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **D** $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$.

Lời giải.

Theo giả thiết, phương trình hoành độ giao điểm $ax^4+(c-m)x^2+e-n=0$ có bốn nghiệm x_1; x_2; $-x_2$; $-x_1$ $(x_1<x_2<0)$ (do hàm số chẵn nên giao với trục hoành tại các điểm có hoành độ là số đối của nhau).
Do đó $ax^4+(c-m)x^2+e-n=a\left(x^2-x_1^2\right)\left(x^2-x_2^2\right)$.
Vì vậy

$$S_1=-a\int_{x_1}^{x_2}\left(x^2-x_1^2\right)\left(x^2-x_2^2\right)\,\mathrm{d}x=a\left[\frac{2}{15}x_2^3\left(x_2^2-5x_1^2\right)-\frac{2}{15}x_1^3\left(x_1^2-5x_2^2\right)\right]=6-4\sqrt{2}.\quad(1)$$

Và $S_2=-a\displaystyle\int_{x_2}^{-x_2}\left(x^2-x_1^2\right)\left(x^2-x_2^2\right)\,\mathrm{d}x=\frac{4a}{15}x_2^3\left(x_2^2-5x_1^2\right)=12.\quad(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $ax_2^3\left(x_2^2-5x_1^2\right)=45$; $ax_1^3\left(x_1^2-5x_2^2\right)=30\sqrt{2}$.
Suy ra $\dfrac{x_2^3\left(x_2^2-5x_1^2\right)}{x_1^3\left(x_1^2-5x_2^2\right)}=\dfrac{45}{30\sqrt{2}}\Rightarrow\dfrac{1-5t^2}{t^5-5t^3}=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}\Rightarrow t=\sqrt{2}$ với $t=\dfrac{x_1}{x_2}>1$.
Chọn đáp án (C) □

Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 5 — ĐỀ 5

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 4.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án D □

CÂU 2. Giao điểm của đồ hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ với trục tung có tung độ là

A 0. **B** -1. **C** 1. **D** 3.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đồ hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ với trục tung là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = x^3 - 3x^2 - 1 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án B □

CÂU 3. Số phức $z = 5\mathrm{i}$ có số phức liên hợp là

A -5. **B** $-5\mathrm{i}$. **C** 5. **D** $5\mathrm{i}$.

Lời giải.

Số phức $z = 5\mathrm{i}$ có số phức liên hợp là $-5\mathrm{i}$.

Chọn đáp án B □

CÂU 4. Trong không gian cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A Điểm $Q(2; 2; 3)$. **B** Điểm $N(2; -2; -3)$. **C** Điểm $M(1; 2; -3)$. **D** Điểm $P(1; 2; 3)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm Q vào phương trình của đường thẳng d ta được: $\begin{cases} 2 = 2 + t \\ 2 = -2 + 2t \\ 3 = -3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \\ t = -2. \end{cases}$

Thay tọa độ điểm N vào phương trình của đường thẳng d ta được: $\begin{cases} 2 = 2 + t \\ -2 = -2 + 2t \\ -3 = -3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \\ t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 0.$

Thay tọa độ điểm M vào phương trình của đường thẳng d ta được: $\begin{cases} 1 = 2 + t \\ 2 = -2 + 2t \\ -3 = -3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \\ t = 0. \end{cases}$

Thay tọa độ điểm M vào phương trình của đường thẳng d ta được: $\begin{cases} 1 = 2 + t \\ 2 = -2 + 2t \\ 3 = -3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \\ t = -2. \end{cases}$

Vậy đường thẳng d đi qua điểm N.

Chọn đáp án B □

CÂU 5. Cho khối lăng trụ tứ giác đều có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 6. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ 8. Ⓑ 72. Ⓒ 36. Ⓓ 24.

Lời giải.

Diện tích của đáy của lặng trụ là $S = 2^2 = 4$.
Chiều cao của lặng trụ là $h = 6$.
Vậy thể tích của lăng trụ đã cho là $V = S \cdot h = 24$.
Chọn đáp án D □

CÂU 6. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

Ⓐ $(0; +\infty)$. Ⓑ $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ⓒ $\mathbb{R}$. Ⓓ $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $(0; +\infty)$.
Chọn đáp án A □

CÂU 7. $\int \sqrt[3]{x}\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ $-\dfrac{3}{2\sqrt[3]{x^2}} + C$. Ⓑ $\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + C$. Ⓒ $\dfrac{4}{3}\sqrt[3]{x^4} + C$. Ⓓ $\dfrac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + C$.

Lời giải.

Ta có $\int \sqrt[3]{x}\,\mathrm{d}x = \int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \dfrac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + C$.
Chọn đáp án D □

CÂU 8. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{2021} = 1, u_{2023} = 9$ khi đó u_{2022} bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ -3.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_{2021} = u_1 + 2020d \\ u_{2023} = u_1 + 2022d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2020d = 1 \\ u_1 + 2022d = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -8079 \\ d = 4. \end{cases}$
Vậy $u_{2022} = u_1 + 2021d = 5$.
Chọn đáp án A □

CÂU 9. Nghiệm của phương trình $2^{x-5} = 8$ là

Ⓐ $x = -4$. Ⓑ $x = 8$. Ⓒ $x = 4$. Ⓓ $x = 1$.

Lời giải.

Ta có $2^{x-5} = 8 \Leftrightarrow x - 5 = 3 \Leftrightarrow x = 8$.
Chọn đáp án B □

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = (-2; 1; 3)$ khi đó $2\vec{a}$ là

Ⓐ $(-4; 2; 6)$. Ⓑ $(0; 3; 5)$. Ⓒ $(-4; -1; -1)$. Ⓓ $(4; -2; -6)$.

Lời giải.

Ta có $2\vec{a} = (-4; 2; 6)$.
Chọn đáp án A □

CÂU 11. Trong mặt phẳng toạ độ, điểm $M(-3; 2)$ biểu diễn số phức nào dưới đây?

Ⓐ $z_1 = -3 + 2i$. Ⓑ $z_2 = 2 - 3i$. Ⓒ $z_3 = -3 - 2i$. Ⓓ $z_4 = 2 + 3i$.

Lời giải.

Điểm $M(-3, 2)$ biểu diễn số phức $z = -3 + 2i$.
Chọn đáp án A □

CÂU 12. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

Ⓐ $S_{\text{tp}} = \pi r(r + l)$. Ⓑ $S_{\text{tp}} = 2\pi rl$. Ⓒ $S_{\text{tp}} = 2\pi r(r + l)$. Ⓓ $S_{\text{tp}} = \pi rl$.

Lời giải.

Ta có:

$$S_{\text{tp}} = S_{\text{xq}} + S_{\text{đáy}} = \pi rl + \pi r^2 = \pi r(r + l).$$

Chọn đáp án A □

CÂU 13. Với mọi số thực a dương, $\log_2(2a)$ bằng

Ⓐ $\dfrac{1}{2}\log_2 a$. Ⓑ $\log_2 a + 1$. Ⓒ $\log_2 a - 1$. Ⓓ $2\log_2 a$.

Lời giải.

Ta có:

$$\log_2(2a) = 1 + \log_2 a.$$

Chọn đáp án B □

CÂU 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-5;1)$. **B** $(-\infty;1)$. **C** $(-5;+\infty)$. **D** $(-1;2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta kết luận hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$.

Chọn đáp án D □

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận véctơ $\vec{a}=(-2;1;3)$ là một véc-tơ pháp tuyến?

A $-2x+y+3z=0$. **B** $2x+y+3z=0$. **C** $2x-y+3z=0$. **D** $x+3y-2z=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng $-2x+y+3z=0$ nhận véc-tơ $\vec{a}=(-2;1;3)$ là 1 véc-tơ pháp tuyến.

Chọn đáp án A □

CÂU 16. Nếu $\int\limits_{-1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x=-1$ và $\int\limits_{-1}^{3} g(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_{-1}^{3}[3f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A 8. **B** 0. **C** -6. **D** 6.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_{-1}^{3}[3f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x=3\int\limits_{-1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{3} g(x)\,\mathrm{d}x=3\cdot(-1)+3=0$.

Chọn đáp án B □

CÂU 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A $(1;7)$. **B** $(-\infty;9)$. **C** $(1;9)$. **D** $(9;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x-1)<3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1<8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x<9 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<9$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là $(1;9)$.

Chọn đáp án C □

CÂU 18. Môđun của số phức $z=4-2i$ bằng

A 12. **B** $2\sqrt{5}$. **C** 20. **D** $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $z=4-2i \Rightarrow |z|=|4-2i|=\sqrt{16+4}=2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án B □

CÂU 19. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{-2x}+\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-2\mathrm{e}^{-2x}+\cos x+C$.

B $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}+\cos x+C$.

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-2\mathrm{e}^{-2x}-\cos x+C$.

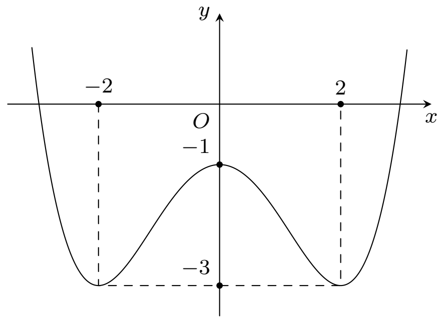
D $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}-\cos x+C$.

Lời giải.

Ta có $\int\left(\mathrm{e}^{-2x}+\sin x\right)\mathrm{d}x=\int \mathrm{e}^{-2x}\,\mathrm{d}x+\int \sin x\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}-\cos x+C$.

Chọn đáp án D □

CÂU 20. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



Ⓐ -2. Ⓑ -1.

Ⓒ -3. Ⓓ 2.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -3.

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 21. Số hoán vị của tập hợp gồm 10 phần tử là

Ⓐ $10!$. Ⓑ 10^2. Ⓒ 10. Ⓓ $9!$.

Lời giải.

Số hoán vị của tập hợp gồm 10 phần tử là $10!$.

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 22. Số phức z thỏa mãn $(2 - i) \cdot \overline{z} = 3 - 4i$ có phần ảo bằng

Ⓐ 2. Ⓑ -1. Ⓒ 1. Ⓓ -2.

Lời giải.

Ta có $(2 - i) \cdot \overline{z} = 3 - 4i \Leftrightarrow \overline{z} = \dfrac{3 - 4i}{2 - i} = 2 - i \Rightarrow z = 2 + i$.

Suy ra số phức z thỏa mãn $(2 - i) \cdot \overline{z} = 3 - 4i$ có phần ảo bằng 1.

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 23. Nếu $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x = -1$ thì $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + \sin x]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 0. Ⓑ $-\dfrac{\pi}{2} - 1$. Ⓒ -2. Ⓓ 2.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + \sin x]\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,\mathrm{d}x = -1 - \cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -1 - (0 - 1) = 0.$

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 24. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{x + 1}$ có tiệm cận ngang $y = a$ và tiệm cận đứng $x = b$. Tính tổng $a + b$.

Ⓐ $a + b = 1$. Ⓑ $a + b = 0$. Ⓒ $a + b2$. Ⓓ $a + b = 3$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{x + 1}$ có tiệm cận ngang $y = a$ và tiệm cận đứng $x = b$ nên $a = 2$, $b = -1$.

Do đó $a + b = 2 - 1 = 1$.

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; -2)$ và $B(3; 1; 6)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

Ⓐ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 80$. Ⓑ $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 20$.

Ⓒ $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 80$. Ⓓ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 20$.

Lời giải.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(1; 1; 2)$, bán kính $R = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{\sqrt{16 + 0 + 64}}{2} = \sqrt{20}$.

Phương trình mặt cầu là $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 20$.

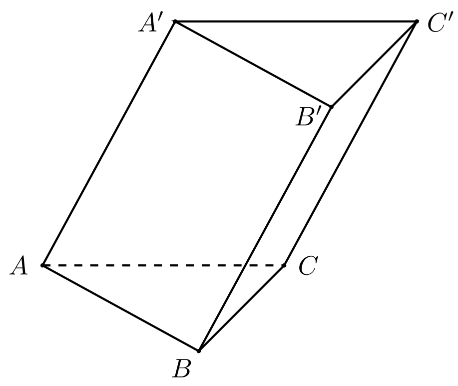
Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 26. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BC bằng

Ⓐ 90°. Ⓑ 30°. Ⓒ 45°. Ⓓ 60°.

Lời giải.

Ta có $AC \parallel A'C'$ nên góc giữa $A'C'$ và BC bằng góc giữa AC và BC.
Mà $\triangle ABC$ là tam giác đều nên góc cần tìm là 60°.



Chọn đáp án (D) □

CÂU 27. Với mọi số thực a, b thỏa mãn $2^a \cdot 8^b = 16$, khẳng định nào dưới đây đúng?

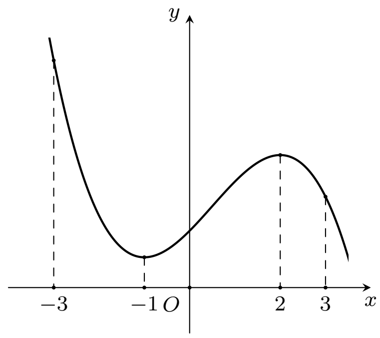
A $3ab = 4$. **B** $a + 3b = 4$. **C** $a^{3b}=4$. **D** $a - 3b = 4$.

Lời giải.

Ta có $2^a \cdot 8^b = 16 \Leftrightarrow 2^a \cdot 2^{3b} = 2^4 \Leftrightarrow 2^{a+3b} = 2^4 \Leftrightarrow a + 3b = 4$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 28.
Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

A $f(2)$. **B** $f(-1)$. **C** $f(-3)$. **D** $f(3)$.



Lời giải.

Quan sát đồ thị hàm số trên đoạn $[-3; 3]$ ta thấy $f(-1)$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua điểm $M(2; -1; 3)$ và vuông góc với trục Ox có phương trình là

A $x + 2 = 0$. **B** $-y + 3z = 0$. **C** $x - 2 = 0$. **D** $z - 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và nhận véc-tơ $\vec{i} = (1; 0; 0)$ là véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$1(x - 2) + 0(y + 1) + 0(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 30. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$ là

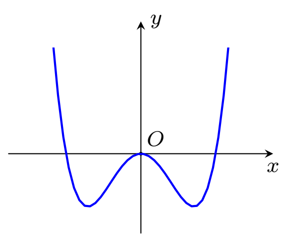
A $y' = \dfrac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$. **B** $y' = \dfrac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$. **C** $y' = \dfrac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$. **D** $y' = \dfrac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức đạo hàm ta có $y' = \dfrac{5}{2}x^{\frac{5}{2}-1} = \dfrac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 31. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

A $y = \dfrac{3x + 1}{x + 2}$. **B** $y = x^2 + 2x$. **C** $y = 2x^3 - x^2$. **D** $y = x^4 - 2x^2$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta có đây là đồ thị của hàm trùng phương, nên đó là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 32. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$. Ⓑ $y=x^3-x$. Ⓒ $y=x^4-2x^2$. Ⓓ $y=x^3+x$.

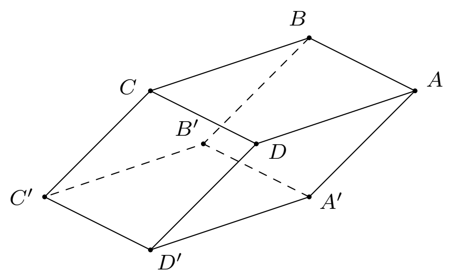
Lời giải.

Xét hàm số $y=x^3+x$ ta có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$ và $y'=3x^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.
Vậy hàm số $y=x^3+x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 33.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 6 và các góc tại đỉnh A đều bằng 60° (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(A'B'C'D')$ bằng

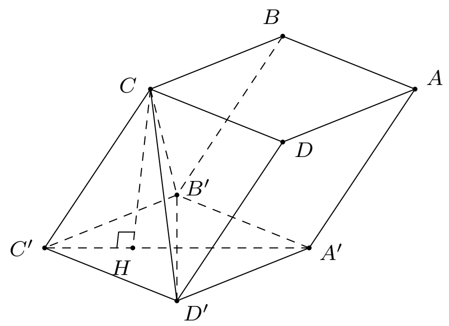
Ⓐ 3. Ⓑ $2\sqrt{6}$. Ⓒ $3\sqrt{3}$. Ⓓ 2.



Lời giải.

Ta có các góc tại đỉnh A đều bằng 60° nên $\widehat{B'C'C}=\widehat{B'C'D'}=\widehat{D'C'C}=60^\circ$.
Mặt khác tất cả các cạnh của hình hộp đều bằng 6 nên $\triangle CC'B'$, $\triangle CC'D'$, $\triangle B'C'D'$ là các tam giác đều cạnh bằng 6.
Khi đó tứ diện $CB'C'D'$ là tứ diện đều, nên gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên $(A'B'C'D')$ thì H là trọng tâm $\triangle B'C'D'$.
Ta được $\mathrm{d}\left(C',(A'B'C'D')\right)=CH$.
Tam giác CHC' vuông tại H nên

$$CH=\sqrt{C'C^2-C'H^2}=\sqrt{6^2-\left(\frac{2}{3}\cdot 3\sqrt{3}\right)^2}=2\sqrt{6}.$$



Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 34. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC=4a$ và $SB=\sqrt{6}a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}a^3$. Ⓑ $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. Ⓒ $16a^3$. Ⓓ $\dfrac{16}{3}a^3$.

Lời giải.

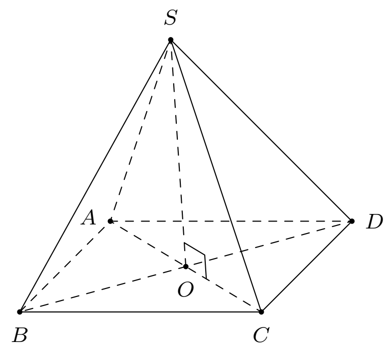
$S.ABCD$ là hình chóp đều nên chiều cao hình chóp là $h=SO$.

Tam giác SBO vuông tại O nên $SO=\sqrt{SB^2-BO^2}=\sqrt{\left(\sqrt{6}a\right)^2-(2a)^2}=a\sqrt{2}$.

$AC=4a\Rightarrow AB=\dfrac{AC}{\sqrt{2}}=\dfrac{4a}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}a$.

Diện tích mặt đáy $ABCD$ là $B=\left(2\sqrt{2}a\right)^2=8a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}\cdot 8a^2\cdot a\sqrt{2}=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^3$.



Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 35. Cho tập $X=\{-5;-4;-3;-2;-1;1;2;3;4;5\}$. Chọn 2 số phân biệt từ tập X. Tính xác suất để tổng 2 số được chọn là một số âm.

Ⓐ $\dfrac{4}{9}$. Ⓑ $\dfrac{5}{9}$. Ⓒ $\dfrac{2}{3}$. Ⓓ $\dfrac{2}{9}$.

Lời giải.

Chọn 2 số từ tập X nên không gian mẫu có $n(\Omega)=\mathrm{C}_{10}^2=45$ kết quả đồng khả năng xảy ra.
Gọi biến cố A : "Chọn được 2 số có tổng là một số âm".

- Trường hợp 1: Chọn được cả 2 số đều âm, có C_5^2 cách chọn.
- Trường hợp 2: Chọn được 1 số âm và 1 số dương. Để tổng 2 số là một số thì ta có 4 trường hợp để chọn số âm là -5; -4; -3; -2. Ứng với chọn số âm -5, ta có 4 cách chọn 1 số dương thuộc $\{1;2;3;4\}$. Ứng với chọn số âm -4 ta có 3 cách chọn 1 số dương thuộc $\{1;2;3\}$. Ứng với chọn số âm -3 ta có 2 cách chọn số dương thuộc $\{1;2\}$. Ứng với chọn số âm -2 chỉ có 1 cách chọn số dương là số 1.
  Vậy trường hợp 2 có $4+3+2+1=10$ cách chọn.

Suy ra $n(A) = \mathrm{C}_5^2 + 10 = 20$.

Xác suất của A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{20}{45} = \dfrac{4}{9}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 36. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{\sin^3 x + 1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0;\pi)$ là

(A) $-\cos x - \cot x + C$. (B) $\cos x - \cot x + C$. (C) $-\cos x + \cot x + C$. (D) $\cos x + \cot x + C$.

Lời giải.

Ta có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \frac{\sin^3 x + 1}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x = \int \left(\sin x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)\mathrm{d}x = -\cos x - \cot x + C.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y+z-1=0$ và $(\beta): x-y-z+2=0$ có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\vec{u}_1 = (1;2;-3)$. (B) $\vec{u}_2 = (0;-1;3)$. (C) $\vec{u}_3 = (1;-2;3)$. (D) $\vec{u}_4 = (1;2;3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha = (1;2;1)$.
Mặt phẳng (β) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\beta = (1;-1;-1)$.

Vì $d = (\alpha) \cap (\beta)$ nên đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ thỏa $\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n}_\alpha \\ \vec{u} \perp \vec{n}_\beta. \end{cases}$

Suy ra $\vec{u} = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (-1;2;-3) = -(1;-2;3)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 38. Một thùng đựng nước có dạng hình hộp chữ nhật có chiều cao là 90 cm, đáy thùng là hình chữ nhật có chiều rộng là 50 cm và chiều dài là 80 cm. Trong thùng có chứa nước, mực nước so với đáy thùng có chiều cao là 40 cm. Khi đặt vào thùng một khối trụ bằng thép có chiều cao bằng chiều cao của thùng và bán kính đáy là 20 cm theo phương thẳng đứng thì chiều cao của mực nước so với đáy thùng là bao nhiêu?

(A) 58,32 cm. (B) 48,32 cm. (C) 78,32 cm. (D) 68,32 cm.

Lời giải.

Giả sử chiều cao mực nước so với đáy thùng lúc sau là h cm.
Từ giả thiết ta có
Thể tích nước ban đầu + thể tích khối trụ (chiều cao h) = thể tích hộp chữ nhật (chiều cao h).
Vậy

$$80 \cdot 50 \cdot 40 + \pi 20^2 \cdot h = 80 \cdot 50 \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{400}{10-\pi} \approx 58{,}323 \text{ cm}.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 2z - 2 = 0$. Đường thẳng d qua A cắt trục hoành tại điểm M và cắt mặt phẳng (P) tại điểm N sao cho A là trung điểm MN có phương trình là

(A) $\dfrac{x-2}{5} = \dfrac{y-3}{6} = \dfrac{z+1}{-2}$. (B) $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z+1}{-1}$. (C) $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{6} = \dfrac{z+1}{-2}$. (D) $\dfrac{x-2}{-4} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải.

Gọi $M(m;0;0) \in Ox \Rightarrow N(4-m;6;-2)$.
Vì $N \in (P) \Leftrightarrow 2(4-m) - 6 - 4 - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$.
nên $\overrightarrow{AM} = (-4;-3;1) = -(4;3;-1)$.
Vậy $AM\colon \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z+1}{-1}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 40. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ (với a, b là các tham số thực). Có nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1 + i| = 1$ và $|z_2 + 2 - i| = 1$?

(A) 3. (B) 2. (C) 5. (D) 4.

Lời giải.

- Trường hợp 1: Nếu $\Delta = a^2 - 4b \geq 0$ thì các nghiệm z_1, z_2 của phương trình là các số thực x, y. Khi đó
$\begin{cases} |z_1 + 1 + i| = 1 \\ |z_2 + 2 - i| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + 1 = 1 \\ (y+2)^2 + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a = x + y = -3 \\ b = xy = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2. \end{cases}$

Trường hợp 2: Nếu $\Delta = a^2 - 4b < 0$ thì các nghiệm z_1, z_2 của phương trình là các số phức $z_1 = x + yi \Rightarrow z_2 = \bar{z}_1 = x - yi$. Khi đó

$$\begin{cases} |z_1 + 1 + i| = 1 \\ |z_2 + 2 - i| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + (y+1)^2 = 1 \\ (x+2)^2 + (y+1)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{3}{2} \\ (y+1)^2 = \dfrac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\dfrac{3}{2}, y = -1 \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a = z_1 + z_2 = 2x = -3 \\ b = z_1 z_2 = x^2 + y^2 = 4 \pm \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \pm \sqrt{3}. \end{cases}$$

Vậy có 3 cặp số phức $(a; b)$ thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án (A)

CÂU 41. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có đúng 4 số nguyên x thoả mãn $\log_2 x \cdot \log_3 \left(\dfrac{6x}{y}\right) \leq 0$?

(A) 7 . (B) 13. (C) 6. (D) 12.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0; y > 0$. Biến đổi về cùng một cơ số chẳng hạn cơ số 2

$$\log_2 x \cdot \log_3 2 \log_2 \left(\frac{6x}{y}\right) \leq 0 \Leftrightarrow \log_2 x \left(\log_2 x - \log_2 \left(\frac{y}{6}\right)\right) \leq 0 (*)$$

Trường hợp 1.
Nếu $\log_2 \left(\dfrac{y}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow y = 6 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow \log_2 x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow S_x = \{1\}$ (loại).

Trường hợp 2.
Nếu $\log_2 \left(\dfrac{y}{6}\right) > 0 \Leftrightarrow \dfrac{y}{6} > 1 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 0 \leq \log_2 x \leq \log_2 \left(\dfrac{y}{6}\right) \Rightarrow S_x = \left[1; \dfrac{y}{6}\right]$ chứa đúng 4 số nguyên x là các số $1, \ldots, 4 \Leftrightarrow 4 \leq \dfrac{y}{6} < 5 \Rightarrow y \in \{24, \ldots, 29\}$.

Trường hợp 3.
Nếu $\log_2 \left(\dfrac{y}{6}\right) < 0 \Leftrightarrow 0 < \dfrac{y}{6} < 1 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow \log_2 \left(\dfrac{y}{6}\right) \leq \log_2 x \leq 0 \Rightarrow S_x = \left[\dfrac{y}{6}; 1\right] \subset [0; 1]$ (loại).

Vậy $y \in \{24, \ldots, 29\}$.

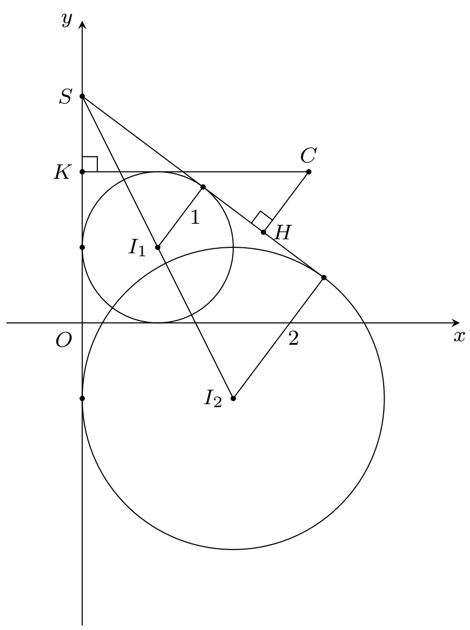
Chọn đáp án (C)

CÂU 42. Xét hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1 - 1 - i| = 1; |z_2 - 2 + i| = 2$ và số phức z sao cho $(z - z_1)\left(\overline{z - z_2}\right)$ là số thực; $\left(\overline{z - z_1}\right)(1 + i - z_1)$ và $\left(\overline{z - z_2}\right)(2 - i - z_2)$ là các số thuần ảo. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 3 - 2i|$ bằng

(A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $|z_1 - 1 - i| = 1 \Rightarrow A(z_1) \in (C_1)$ có tâm $I_1(1; 1), R_1 = 1$ và $|z_2 - 2 + i| = 2 \Rightarrow B(z_2) \in (C_2)$ có tâm $I_2(2; -1), R_2 = 2$.
Gọi $M(z)$ khi đó $(z - z_1)\left(\overline{z - z_2}\right)$ là số thực nên $M \in AB$.
Và $\left(\overline{z - z_1}\right)(1 + i - z_1) = \left(\overline{z_1 - z}\right)(z_1 - (1 + i))$ là số thuần ảo nên $AM \perp AI_1$
Và $\left(\overline{z - z_2}\right)(2 - i - z_2) = \left(\overline{z_2 - z}\right)(z_2 - (2 - i))$ là số thuần ảo nên $BM \perp BI_2$.
Kết hợp ba điều trên suy ra M nằm trên đường thẳng d là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (C_1) và (C_2).



Vì $1 = R_2 - R_1 < I_1I_2 = \sqrt{5} < R_1 + R_2 = 3 \Rightarrow (\mathrm{C}_1), (\mathrm{C}_2)$ cắt nhau nên tiếp tuyến chung d cắt I_1I_2 tại điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{SI_1} = \dfrac{R_1}{R_2}\overrightarrow{SI_2} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{SI_2} \Rightarrow S(0;3) \Rightarrow d : ax + b(y-3) = 0$.

Vì $\mathrm{d}(I_1, d) = R_1 \Leftrightarrow \dfrac{|a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 1 \Leftrightarrow (a-2b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 3b^2 - 4ab = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \Rightarrow d_1 : x = 0 \\ 4a = 3b \Rightarrow d_2 : 3x + 4y - 12 = 0. \end{array}\right.$

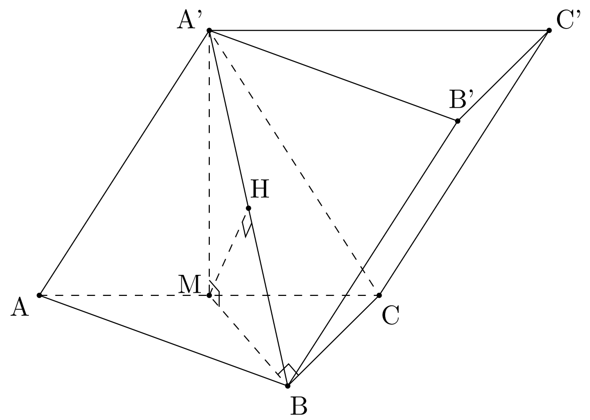
Gọi $C(3;2)$, khi đó $P = |z - 3 - 2i| = MC \geq \min\{\mathrm{d}(C, d_1), \mathrm{d}(C, d_2)\} = \min\{3, 1\} = 1$.

Chọn đáp án D □

CÂU 43. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của cạnh AC. Biết tam giác MBC vuông cân tại B, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $2a$. Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và đáy bằng $45°$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $2\sqrt{2}a^3$. **B** $\sqrt{2}a^3$. **C** $3\sqrt{2}a^3$. **D** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.



Ta có M là trung điểm của cạnh AC, $C \in (A'BC)$ nên $\mathrm{d}(A, (A'BC)) = 2\mathrm{d}(M, (A'BC)) = 2a \Leftrightarrow \mathrm{d}(M, (A'BC)) = a$.
Vì $SM \perp (ABC)$, $MB \perp BC$ nên $SB \perp BC \Rightarrow BC \perp (A'MB)$.
Kẻ $MH \perp A'B, (H \in A'B) \Rightarrow MH \perp (A'BC) \Rightarrow MH = \mathrm{d}(M, (A'BC)) = a$

$\begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ MB \perp BC, MB \subset (ABC) \\ A'B \perp BC, A'B \subset (A'BC) \end{cases} \Rightarrow$ góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) bằng góc $\widehat{A'BM} = 45°$.

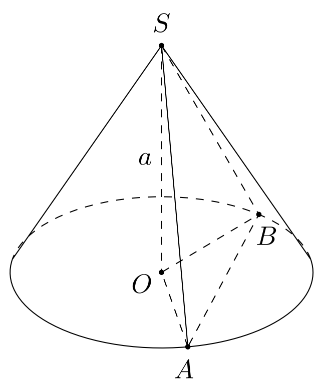
Do đó $\triangle A'MB$ vuông cân tại M và $\triangle MHB$ vuông cân tại H.
Suy ra $A'M = MB = MH\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.
Vì vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'M = 2S_{\triangle BCM} \cdot A'M = MB \cdot BC \cdot A'M = a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a^3$.

Chọn đáp án A □

CÂU 44. Cho hình nón đỉnh S và có đáy là hình tròn tâm O. Biết rằng chiều cao của nón bằng a, bán kính đáy của nón bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S và cắt nón theo dây cung $AB = 2\sqrt{3}a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SOAB$ bằng

A $5\pi a^2$. **B** $17\pi a^2$. **C** $7\pi a^2$. **D** $26\pi a^2$.

Lời giải.



$\triangle AOB$ có $OA = OB = 2a$, $AB = 2\sqrt{3}a$.

$\Rightarrow \cos\widehat{AOB} = \dfrac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OA \cdot OB} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{AOB} = 120^\circ$.

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle AOB$

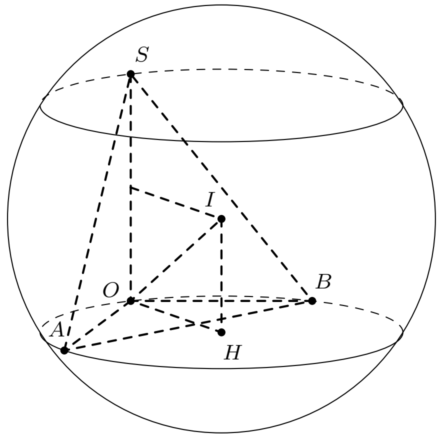
$\Rightarrow r = \dfrac{AB}{2\sin\widehat{AOB}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{2\sin 120^\circ} = 2a$.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SOAB$.

Vì $SO \perp (OAB)$ nên $h = \mathrm{d}(I, (OAB)) = \dfrac{1}{2}SO = \dfrac{a}{2}$.

Gọi R là bán kính mặt cầu, ta có $R^2 = r^2 + h^2 = 4a^2 + \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{17a^2}{4}$.

Vì vậy $S = 4\pi R^2 = 17\pi a^2$.



Chọn đáp án (B) □

CÂU 45. Cho hàm số $f(x)$ bậc năm có bốn điểm cực trị là x_1, x_2, x_3, x_4 sao cho $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$. Gọi $g(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị qua bốn điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \dfrac{f'(x)}{f(x) - g(x)}$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -1$; $x = 0$ bằng

(A) $5\ln 2$. **(B)** $5\ln 5$. **(C)** $5\ln 6$. **(D)** $5\ln 3$.

Lời giải.

Xét $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots \Rightarrow f'(x) = na_n x^{n-1} + (n-1)a_{n-1}x^{n-2} + \cdots$ có $n-1$ điểm cực trị là $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{n-1}$ và $g(x)$ là đường cong qua $n-1$ điểm cực trị của đồ thị hàm số đa thức $f(x)$.

Dùng phép chia đa thức ta có

$f(x) = \dfrac{1}{n}\left[x + \dfrac{a_{n-1}}{na_n}\right]f'(x) + g(x) = \dfrac{1}{n}\left[x - \dfrac{1}{n-1}(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{n-1})\right]f'(x) + g(x)$, trong đó $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{n-1}$ là các nghiệm của $f'(x) = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{n-1} = -\dfrac{(n-1)a_{n-1}}{na_n}$.

Vì vậy $\dfrac{f'(x)}{f(x) - g(x)} = \dfrac{n}{x - \dfrac{1}{n-1}(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{n-1})}$.

Áp dụng với $n = 5$ và $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \Rightarrow \dfrac{f'(x)}{f(x) - g(x)} = \dfrac{5}{x - \dfrac{1}{4}}$.

$\Rightarrow S = \displaystyle\int_{-1}^{0} \left|\dfrac{5}{x - \frac{1}{4}}\right| \mathrm{d}x = 5\ln 5$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 46. Cho hàm số $f(x)$ là hàm bậc ba có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Xét $g(x) = f(f(x) + m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ để phương trình $g'(x) = 0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt?

(A) 11. **(B)** 4. **(C)** 6. **(D)** 13.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = f'(x) \cdot f'(f(x) + m)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f'(f(x) + m) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \\ f(x) + m = -1 \\ f(x) + m = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \\ f(x) + 1 = -m \\ f(x) - 2 = -m. \end{array}\right.$$

$g'(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} -m < -7 \\ -m > 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 7 \\ m < -2. \end{array}\right.$

Vì $m \in [-10; 10] \Rightarrow m \in \{-10; -9; \cdots; -1; 8; 9; 10\}$. Vậy có 13 giá trị nguyên của m.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(m;n)$ với $m+n\le 16$ sao cho tồn tại 4 số thực x thoả mãn

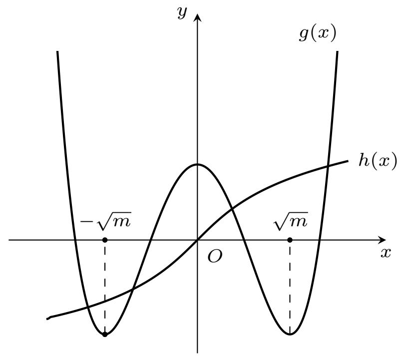
$$x^4-2mx^2+1=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)^{4n}?$$

(A) 43. (B) 57. (C) 54. (D) 66.

Lời giải.

Đưa về phương trình: $x^4-2mx^2+1=4n\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$.

Với m, n là các số nguyên dương thì đồ thị của hai hàm số $g(x)=x^4-2mx^2+1$; $h(x)=4n\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ có dạng như hình vẽ



Vậy để phương trình có bốn nghiệm phân biệt

$$g(-\sqrt{m})<h(-\sqrt{m})\Leftrightarrow 1-m^2<4n\ln(\sqrt{m+1}-\sqrt{m})\Leftrightarrow n<\frac{1}{4\ln(\sqrt{m+1}-\sqrt{m})}.$$

Kết hợp với $m+n\le 16\Rightarrow 54$ cặp số nguyên dương $(m;n)$ thoả mãn.

Dò bảng $f(m)=\dfrac{1-m^2}{4\ln(\sqrt{m+1}-\sqrt{m})}$ trên đoạn $[1;15]$ với Step? bằng 1.

TH1: Nếu $m\in\{1,2\}\Rightarrow f(m)<1\le n$ không có cặp số nguyên dương nào thoả mãn.

TH2: Nếu

- $m=3\Rightarrow n<1{,}52\Rightarrow n\in\{1\}$; $m=4\Rightarrow n<2{,}6\Rightarrow n\in\{1,2\}$.
- $m=5\Rightarrow n<3{,}9\Rightarrow n\in\{1,2,3\}$; $m=6\Rightarrow n<5{,}4\Rightarrow n\in\{1,\dots,5\}$.
- $m=7\Rightarrow n<7{,}1\Rightarrow n\in\{1,\dots,7\}$; $m=8\Rightarrow n<8{,}94\Rightarrow n\in\{1,\dots,8\}$.
- $m=9\Rightarrow n<10{,}999\Rightarrow n\in\{1,\dots,7\}$; $m=10\Rightarrow n<13{,}3\Rightarrow n\in\{1,\dots,6\}$.

TH3: Nếu $m\in\{11,\dots,15\}\Rightarrow f(m)>15\ge n\Rightarrow n\in\{1,\dots,16-m\}\Rightarrow \sum\limits_{m=11}^{15}(16-m)=15$ cặp.

Vậy có tất cả $39+15=54$ cặp số nguyên dương thoả mãn.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(-\sqrt{2};\sqrt{2})\setminus\{0\}$ thoả mãn $f'(x)+x\left(\mathrm{e}^{f(x)}+2+\mathrm{e}^{-f(x)}\right)=0$. Biết $f(1)=0$, giá trị của $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ bằng

(A) $\ln 7$. (B) $\ln 5$. (C) $\ln 6$. (D) $\ln 3$.

Lời giải.

Biến đổi giả thiết về đúng dạng tích của $f(x)$ và $f'(x)$:

$$f'(x)+x\left(\mathrm{e}^{f(x)}+2+e^{-f(x)}\right)=0\Leftrightarrow\frac{f'(x)}{\mathrm{e}^{f(x)}+2+\mathrm{e}^{-f(x)}}+x=0\Leftrightarrow\frac{f'(x)\cdot e^{f(x)}}{\left(\mathrm{e}^{f(x)}+1\right)^2}=-x.$$

Cho $f(1)=0$, tính $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ nên ta lấy tích phân hai vế từ $\dfrac{1}{2}$ đến 1 ta được VP $=\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1}-x\,\mathrm{d}x=-\frac{3}{8}$.

Tích phân vế trái:

$$\mathrm{VT}=\int_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{f'(x)\cdot\mathrm{e}^{f(x)}}{\left(\mathrm{e}^{f(x)}+1\right)^2}\mathrm{d}x=\int_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{\mathrm{d}\left(\mathrm{e}^{f(x)}\right)}{\left(\mathrm{e}^{f(x)}+1\right)^2}=-\left.\frac{1}{\mathrm{e}^{f(x)}+1}\right|_{\frac{1}{2}}^{1}=-\frac{1}{\mathrm{e}^{f(1)}+1}+\frac{1}{\mathrm{e}^{f\left(\frac{1}{2}\right)}+1}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{\mathrm{e}^{f\left(\frac{1}{2}\right)}+1}.$$

Vậy $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{e^{f\left(\frac{1}{2}\right)+1}}=-\dfrac{3}{8}\Leftrightarrow e^{f\left(\frac{1}{2}\right)}=7\Leftrightarrow f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\ln 7$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(2;\dfrac{9}{2};-2\right)$, $B\left(4;\dfrac{7}{2};0\right)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-6}{1}=\dfrac{z-1}{4}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I qua hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng d. Bán kính của (S) có giá trị nhỏ nhất bằng

(A) $\dfrac{6\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{2}$. (B) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. (C) $\dfrac{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{2}$. (D) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

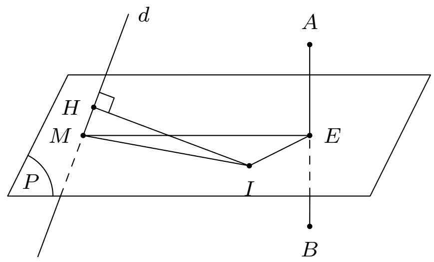
Lời giải.

Bài toán mặt cầu đi qua hai điểm A và B tiếp xúc với đường thẳng d. Về mặt tổng quát hoàn toàn xử lý được thông qua tính toán đại số và giải tích (tham khảo cách 2). Xử lý hình học có thể giải quyết được cho trường hợp AB và d đồng phẳng tức $AB \parallel d$ hoặc $AB\cap d=C$.

Gọi I là tâm và bán kính R. Ta có $d\cap AB=C(1;5;-3)$.

Vì $IA=IB=R\Rightarrow I\in(P)\colon 2x-y+2z=0$ là mặt phẳng trung trực của AB có $E(3;4-1)$ là trung điểm AB.

Ta có $IE=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{R^2-\dfrac{9}{4}}$.



Ta có $d\cap(P)=M(2;6;1)$ và ME là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (P);

$\vec{n}_p=(2;-1;2)$, $\vec{u}_d=(1;1;4)\Rightarrow \sin(d,(P))=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow (d,(P))=45^\circ$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm I lên đường thẳng d.

$$\begin{aligned}
\Rightarrow R=IH=IM\sin\widehat{HMI} &\geq (EM-EI)\sin\widehat{HMI}=\left(3-\sqrt{R^2-\frac{9}{4}}\right)\sin\widehat{HMI}\\
&\geq \left(3-\sqrt{R^2-\frac{9}{4}}\right)\sin 45^0\\
\Rightarrow R &\geq \frac{3-\sqrt{R^2-\frac{9}{4}}}{\sqrt{2}}\\
\Rightarrow R &\geq 3\sqrt{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2}.
\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi M, I, E thẳng hàng theo thứ tự và $MI=R\sqrt{2}=\left(3\sqrt{2}-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)\sqrt{2}=6-\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$.

Cách 2: Ta có $IA=IB=R\Rightarrow I\in(P)\colon 2x-y+2z=0$ là mặt phẳng trung trực của AB và (S) tiếp xúc với d $\Rightarrow I\in(Q)\colon x+y+4z+18t=0$ (thầy chọn $18t$ để lát giải hệ tìm giao điểm cho toạ độ gọn hơn chút) là mặt phẳng vuông góc với d.

Khi đó $I\left(x;x-6t;-\dfrac{1}{2}x-3t\right)=(P)\cap(Q)$ và $d\cap(Q)=H\left(-t+\dfrac{4}{3};-t+\dfrac{16}{3};-4t-\dfrac{5}{3}\right)$, với H là hình chiếu vuông của điểm I trên đường thẳng d.

Ta được

$$\begin{aligned}
&R=IA=IH\\
\Leftrightarrow\ &(x-2)^2+\left(x-6t-\frac{9}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}x-3t+2\right)^2=\left(x+t-\frac{4}{3}\right)^2+\left(x-5t-\frac{16}{3}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}x+t+\frac{5}{3}\right)^2\\
\Leftrightarrow\ &\frac{9}{4}x^2+45t^2-9xt-15x+42t+\frac{113}{4}=\frac{9}{4}x^2+27t^2-9xt-15x+54t+33\\
\Leftrightarrow\ &18t^2-12t-\frac{19}{4}=0.
\end{aligned}$$

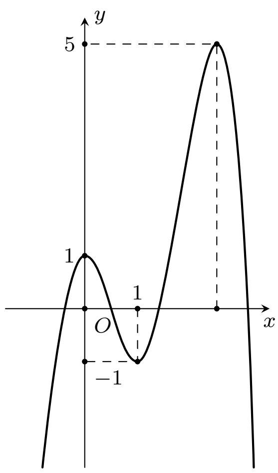
Khi đó

$$R^2=\frac{9}{4}x^2+27t^2-9xt-15x+54t+33$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{9}{4}x^2 - (9t+15)x + 27t^2 + 54t + 33\\
&\geq -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(9t+15)^2 - 9\left(27t^2+54t+33\right)}{9}\\
&= \frac{99 \pm 36\sqrt{6}}{4} \text{ với } 18t^2 - 12t - \frac{19}{4} = 0\\
\Rightarrow R_{\min} &= \sqrt{\frac{99-36\sqrt{6}}{4}} = \frac{6\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{2}.
\end{aligned}
$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 50. Cho hàm số da thức $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-30;30]$ để hàm số $g(x) = [f(x+m)]^2 - mf(x+m)$ có đúng 2 điểm cực đại?

A 38. **B** 36. **C** 37. **D** 35.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty \Rightarrow g(x)$ có đúng 2 điểm cực đại thì $g(x)$ có bảng biến thiên dạng như hình vẽ

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	↗	↘	↗	↘	↗	$+\infty$

Vậy $g(x)$ có đúng 5 điểm cực trị khi
$g'(x) = 2f(x+m)f'(x+m) - mf'(x+m) = f'(x+m)\left[2f(x+m)-m\right] = 2f'(x+m)\left[f(x+m) - \frac{m}{2}\right]$ đổi dấu đúng 5 lần $\Leftrightarrow 2f'(t)\left[f(t) - \frac{m}{2}\right]$ đổi dấu đúng 5 lần $\Leftrightarrow f(t) - \frac{m}{2}$ đổi dấu đúng 2 lần trên $\mathbb{R} \setminus \{0, a, b\}$, trong đó $x = 0, x = a, x = b$ là các điểm cực trị của $f(x)$ và đặt $t = x + m$. Dựa vào đồ thị, ta thấy yêu cầu bài toán tương đương

$$
\left[\begin{aligned} &1 \leq \frac{m}{2} < 5\\ &\frac{m}{2} \leq -1 \end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &2 \leq m < 10\\ &m \leq -2 \end{aligned}\right. \Rightarrow m \in \{-30, \cdots -2, 2, \cdots 9\}.
$$

Vậy có $29 + 8 = 37$ số nguyên m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (C) □

1. D	**2. B**	**3. B**	**4. B**	**5. D**	**6. A**	**7. D**	**8. A**	**9. B**	**10. A**
11. A	**12. A**	**13. B**	**14. D**	**15. A**	**16. B**	**17. C**	**18. B**	**19. D**	**20. C**
21. A	**22. C**	**23. A**	**24. A**	**25. D**	**26. D**	**27. B**	**28. B**	**29. C**	**30. C**
31. D	**32. D**	**33. B**	**34. B**	**35. A**	**36. A**	**37. C**	**38. A**	**39. B**	**40. A**
41. C	**42. D**	**43. A**	**44. B**	**45. B**	**46. D**	**47. C**	**48. B**	**49. A**	**50. C**

Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

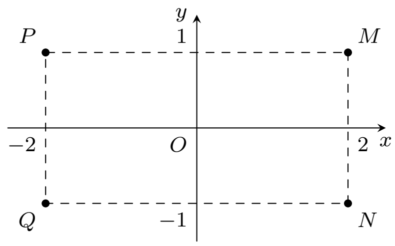
ĐỀ ÔN TẬP SỐ 6 — ĐỀ 6

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1.
Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - i$?

(A) Điểm P. (B) Điểm Q. (C) Điểm M. (D) Điểm N.



Lời giải.

Số phức $z = 2 - i$ được biểu diễn bởi điểm $N(2; -1)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $A(1; 2; -2)$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

(A) 2. (B) 3. (C) 9. (D) 1.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu $R = OA = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = 3$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 3. Nghiệm của phương trình $\log_2(x + 8) = 5$ là

(A) $x = 17$. (B) $x = 2$. (C) $x = 40$. (D) $x = 24$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x + 8) = 5 \Leftrightarrow x + 8 = 2^5 \Leftrightarrow x = 24$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x - y - z + 3 = 0$. Véc-tơ nào sau đây không là một véc-tơ pháp tuyến của (α)?

(A) $\vec{n}_4 = \left(1; \dfrac{-1}{2}; \dfrac{-1}{2}\right)$. (B) $\vec{n}_1 = (2; -1; -1)$. (C) $\vec{n}_3 = (6; -2; -3)$. (D) $\vec{n}_2 = (-2; 1; 1)$.

Lời giải.

Véc-tơ không là một véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_3 = (6; -2; -3)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 5. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

(A) -2. (B) -3. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng -3.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 6. Cho $\displaystyle\int_1^2 2f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\displaystyle\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) 2. (C) 5. (D) 6.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^2 2f(x)\,\mathrm{d}x = 2 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 1$.

Khi đó $\displaystyle\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 1 + 3 = 4$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 7. Một tổ gồm 10 học sinh gồm 4 nam 6 nữ. Số cách chọn hai học sinh gồm cả nam và nữ là

(A) $C_4^1 \cdot C_6^1$. (B) $C_4^1 + C_6^1$. (C) C_{10}^2. (D) A_{10}^2.

Lời giải.

Số cách chọn hai học sinh gồm cả nam và nữ là $C_4^1 \cdot C_6^1$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 8. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

(A) $x = 2$ và $y = 1$. (B) $x = 1$ và $y = 2$. (C) $x = -1$ và $y = 2$. (D) $x = 1$ và $y = -3$.

Lời giải.

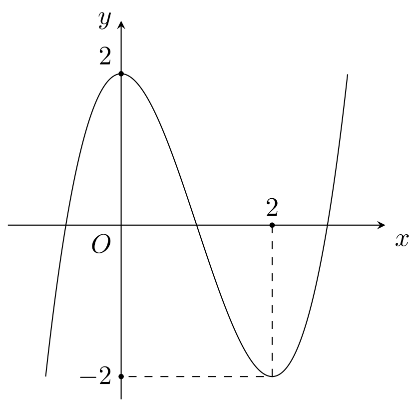
Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = 1$ và $y = 2$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 9.

Cho hàm số $f(x)$ bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty; 2)$. (B) $(-2; +\infty)$. (C) $(0; 2)$. (D) $(2; +\infty)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 10. Cho khối lăng trụ có chiều cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$. Thể tích của khối lăng trụ đó là

(A) $12a^3$. (B) $4a^3$. (C) $12a^2$. (D) $4a^2$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ là $V = 4a^2 \cdot 3a = 12a^3$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 11. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Mô đun của số phức $w = (1+i)z$ là

(A) $|w| = \sqrt{37}$. (B) $|w| = 4$. (C) $|w| = \sqrt{26}$. (D) $|w| = 5$.

Lời giải.

Ta có $w = (1+i)z = 5 - i \Rightarrow |w| = \sqrt{26}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 12. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r, chiều cao bằng h. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $h = \sqrt{2}r$. (B) $h = 2r$. (C) $r = h$. (D) $r = 2h$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh$.
Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đ} = 2\pi rh + 2\pi r^2$.
Theo giả thiết ta có $S_{\text{tp}} = 2S_{xq} \Leftrightarrow 2\pi rh + 2\pi r^2 = 4\pi rh \Leftrightarrow 2\pi r^2 = 2\pi rh \Leftrightarrow r = h$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ là

(A) $2e^{2x} + C$. (B) $2xe^{2x} + C$. (C) $\dfrac{1}{2}e^{2x} + C$. (D) $\dfrac{1}{2}e^{x} + C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int e^{2x}\,dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 14. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ đi qua điểm nào dưới đây?

Ⓐ $Q(0; -4)$. Ⓑ $N(-4; 0)$. Ⓒ $M(0; 4)$. Ⓓ $P(-1; 1)$.

Lời giải.

* Ta có $y(0) = -4$ suy ra đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ đi qua điểm $Q(0; -4)$.

* Ta có $y(-4) = -136$ suy ra đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ không đi qua điểm $N(-4; 0)$.

* Ta có $y(0) = -4$ suy ra đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ không đi qua điểm $M(0; 4)$.

* Ta có $y(-1) = -13$ suy ra đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ không đi qua điểm $P(-1; 1)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 15. Trên khoảng $(0; +\infty)$, hàm số $y = \log_3 x$ có đạo hàm là

Ⓐ $y' = \dfrac{x}{\ln 3}$. Ⓑ $y' = x \ln 3$. Ⓒ $y' = \dfrac{1}{x \ln 3}$. Ⓓ $y' = \dfrac{\ln 3}{x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \dfrac{1}{x \ln 3}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 16. Cho các số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = -5 + 4i$, khi đó $z_1 + z_2$ bằng

Ⓐ $-8 + 6i$. Ⓑ $2 - 2i$. Ⓒ $8 - 6i$. Ⓓ $-2 + 2i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = -2 + 2i$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 17. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x \geq 2$ là

Ⓐ $\left(\dfrac{1}{4}; +\infty\right)$. Ⓑ $\left[\dfrac{1}{4}; +\infty\right)$. Ⓒ $\left[\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$. Ⓓ $\left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải.

$4^x \geq 2 \Leftrightarrow 2^{2x} \geq 2 \Leftrightarrow 2x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{1}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của d có tọa độ là

Ⓐ $(2; 1; 1)$. Ⓑ $(2; -1; 1)$. Ⓒ $(1; 2; 3)$. Ⓓ $(2; 0; 0)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 19. Với mọi số thực a dương, $\log_3(3a^2)$ bằng

Ⓐ $1 + 2\log_3 a$. Ⓑ $3\log_3 a$. Ⓒ $2 + 3\log_3 a$. Ⓓ $1 + \log_3 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(3a^2) = \log_3 3 + \log_3 a^2 = 1 + 2\log_3 a$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 20. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và công bội $q = 6$. Giá trị của u_2 bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 11. Ⓒ 3. Ⓓ 30.

Lời giải.

Ta có $u_2 = qu_1 = 6 \cdot 5 = 30$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 21. Đường kính của khối cầu có thể tích $36\pi a^3$ bằng

Ⓐ $3a$. Ⓑ $2a$. Ⓒ $6a$. Ⓓ $4a$.

Lời giải.

Ta có $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow R^3 = \dfrac{3 \cdot V}{4\pi} \Leftrightarrow R^3 = \dfrac{3 \cdot 36\pi a^3}{4\pi} = 27a^3 \Leftrightarrow R = 3a$.

Vậy đường kính khối cầu đã cho là $6a$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 22. Một khối chóp có diện tích đáy bằng $3\sqrt{2}$ và thể tích bằng $\sqrt{50}$. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A $\frac{5}{3}$. **B** 10. **C** 5. **D** $\frac{10}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}B \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot \sqrt{50}}{3\sqrt{2}} = 5$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $M(1;2;-1)$ đồng thời vuông góc mặt phẳng $2x+3y+4z+1=0$ có phương trình là

A $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{4}$. **B** $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+4}{-1}$. **C** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{4}$. **D** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{-1}$.

Lời giải.

Vì $d \perp (P)\colon 2x+3y+4z+1=0$ nên vec-tơ chỉ phương của d chính là vec-tơ pháp tuyến của (P) hay $\vec{u}_d = \vec{n}_{(P)} = (2;3;4)$.

Khi đó đường thẳng d đi qua điểm M nhận $\vec{n}_{(P)} = (2;3;4)$ làm vec-tơ chỉ phương có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{4}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số là

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị cực đại của hàm số là 3.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, cho vec-tơ $\vec{u} = (1;1;-2)$, $\vec{v} = \left(1;0;2+\sqrt{6}\right)$. Góc giữa hai vec-tơ đã cho bằng

A 45°. **B** 120°. **C** 135°. **D** 60°.

Lời giải.

Gọi φ là góc giữa hai vec-tơ $\vec{u}, \vec{v}$.

Ta có $\cos\varphi = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} = \frac{1\cdot 1 + 1\cdot 0 - 2\cdot\left(2+\sqrt{6}\right)}{\sqrt{1^2+1^2+(-2)^2}\cdot\sqrt{1^2+0^2+\left(2+\sqrt{6}\right)^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 135^\circ$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 26. Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}} + (x-1)^{-3}$ là

A $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B** $(0;1)$. **C** $(0;+\infty)\setminus\{1\}$. **D** $(0;+\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x > 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1. \end{cases}$

Vậy tập xác định $\mathscr{D} = (0;1)\setminus\{1\}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 27. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A $y = x^4 - 1$. **B** $y = -x^3 + x^2 - 5x$. **C** $y = \frac{x+3}{3x-1}$. **D** $y = x^2 + 3x + 2$.

Lời giải.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì

- Tập xác định của nó phải là $\mathbb{R} \Rightarrow$ loại C.
- Đạo hàm $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

với phương án C, ta có $y' = -3x^2 + 4x - 4 \leq 0, \forall x$

Chọn đáp án B

CÂU 28. Nếu $\displaystyle\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\displaystyle\int\limits_2^3 [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x = 1$ thì $\displaystyle\int\limits_2^3 g(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. B. -2. C. 2. D. 3.

Lời giải.

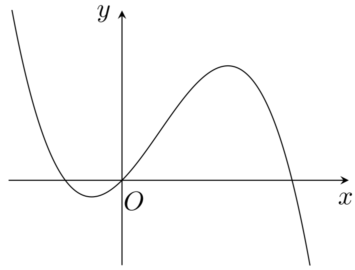
Ta có $\displaystyle\int\limits_2^3 [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x = 1 \Leftrightarrow \int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_2^3 g(x)\mathrm{d}x = 1 \Leftrightarrow \int\limits_2^3 g(x)\mathrm{d}x = 1 - \int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x = -2.$

Chọn đáp án B

CÂU 29.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + cx + d$, $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.



Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ x_1, x_2, x_3 nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$-\infty$	↗	y_{ct}	↘	$y_{\text{cđ}}$	↗	y_{ct}	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án C

CÂU 30. Xét $u = x^2, v = \sin x$, khi đó $\displaystyle\int u\mathrm{d}v$ bằng

A. $x^2 \sin x - \displaystyle\int 2x \sin x \mathrm{d}x$. B. $x^2 \sin x + \displaystyle\int 2x \sin x \mathrm{d}x$. C. $x^2 \sin x - \displaystyle\int x^2 \cos x \mathrm{d}x$. D. $x^2 \sin x + \displaystyle\int x^2 \cos x \mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có: $\displaystyle\int u\mathrm{d}v = u \cdot v - \int v\mathrm{d}u$

Do đó: $\displaystyle\int u\mathrm{d}v = \int x^2\mathrm{d}(\sin x) = x^2 \sin x - \int 2x \sin x \mathrm{d}x.$

Chọn đáp án A

CÂU 31. Trên đoạn $[-4; -1]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = -4$. D. $x = -3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 16x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \notin [-4; -1] \\ x = 2 \notin [-4; -1] \end{array}\right.$.

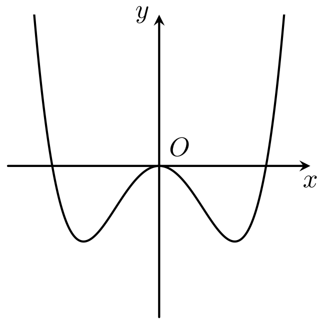
Khi đó $y(-4) = 141$, $y(-2) = -3$, $y(-1) = 6 \Rightarrow \min\limits_{x \in [-4; -1]} y = y(-2) = -3$.

Chọn đáp án A

CÂU 32.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ?

Ⓐ $y = -x^4 + 2x^2$. Ⓑ $y = x^4 + 2x^2$. Ⓒ $y = 2x^3 - x^2$. Ⓓ $y = x^4 - 2x^2$.



Lời giải.

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$ và có 3 điểm cực trị nên $b < 0$.
Trong các phương án chỉ có phương án $y = x^4 - 2x^2$ thoả mãn.

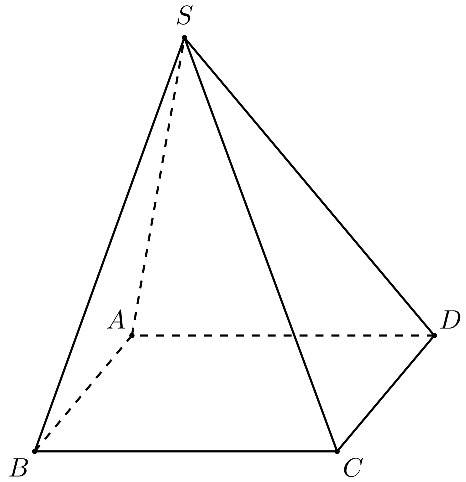
Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành và mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S. Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

Ⓐ $60°$. Ⓑ $90°$. Ⓒ $30°$. Ⓓ $45°$.

Lời giải.

Vì tam giác SAB vuông cân tại S nên ta có $\widehat{SAB} = 45°$.
Vì $CD \parallel AB$ nên $(SA, CD) = (SA, AB) = \widehat{SAB} = 45°$.



Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ B đến (SCD) bằng

Ⓐ $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Ⓑ $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. Ⓒ $a\sqrt{2}$. Ⓓ a.

Lời giải.

Vì $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel (SCD)$, do đó $\mathrm{d}(B, (SCD)) = \mathrm{d}(A, (SCD))$

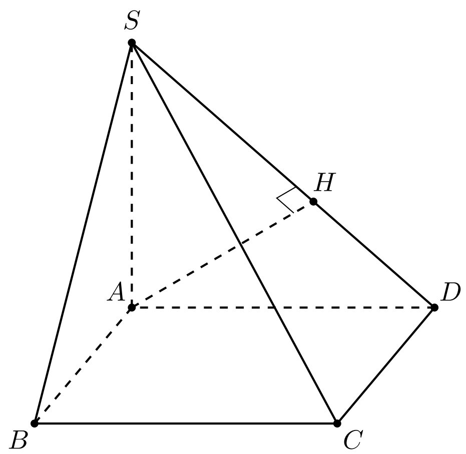
Từ giả thiết ta có $\begin{cases} SA \perp CD \\ AD \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$.

Hạ $AH \perp SD$, khi đó $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$, do đó $\mathrm{d}(A, (SCD)) = AH$

Trong tam giác SAD vuông tại A, đường cao AH, ta có

$$AH = \frac{AS \cdot AD}{\sqrt{AS^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy $\mathrm{d}(B, (SCD)) = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 35. Cho hai số thực dương a và b thoả mãn $\ln(4a) = 2\ln(a+b) - \ln b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $2ab = a + b$. Ⓑ $-2ab = a + b$. Ⓒ $4a + b = (a+b)^2$. Ⓓ $a = b$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có

$$\begin{aligned}
& \ln(4a) = 2\ln(a+b) - \ln b \\
\Leftrightarrow\ & \ln 4a = \ln \frac{(a+b)^2}{b} \\
\Leftrightarrow\ & 4ab = (a+b)^2 \\
\Leftrightarrow\ & (a-b)^2 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & a = b.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

CÂU 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x = 2-t \\ y = 3 \\ z = -1+t \end{cases}$ và $d_2\colon \begin{cases} x = 3+t \\ y = 2-t \\ z = -1 \end{cases}$. Mặt phẳng chứa hai đường d_1, d_2 có phương trình là

A $x+y+z-4=0$. **B** $x-y-z+2=0$. **C** $x+y+z+4=0$. **D** $x-y-z-2=0$.

Lời giải.

d_1 đi qua điểm $A(2;3;-1)$ và có VTCP $\vec{u}_1 = (-1;0;1)$.
d_2 đi qua điểm $B(3;2;-1)$ và có VTCP $\vec{u}_2 = (1;-1;0)$.
Mặt phẳng (P) chứa d_1, d_2 có VTPT $\vec{u}_{(P)} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1;1;1)$ và đi qua $A(2;3;-1)$.
$\Rightarrow (P)\colon 1(x-2)+1(y-3)+1(z+1) = 0 \Leftrightarrow x+y+z-4=0$.
Chọn đáp án A □

CÂU 37. Một lớp học có 12 nam và 13 nữ. Chọn ngẫu nhiên từ lớp học đó có 5 học sinh. Xác suất 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 bạn nữ bằng

A $\frac{13}{25}$. **B** $\frac{793}{805}$. **C** $\frac{12}{805}$. **D** $\frac{12}{25}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gia mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{25}^5$.
Gọi A là biến cố 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 bạn nữ.
$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố 5 học sinh được không có bạn nữ.
Ta có $n\left(\overline{A}\right) = \mathrm{C}_{12}^5$.
$\Rightarrow P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{\mathrm{C}_{12}^5}{\mathrm{C}_{25}^5} = \dfrac{12}{805}$.
$\Rightarrow P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{12}{805} = \dfrac{793}{805}$.
Chọn đáp án B □

CÂU 38. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $3\log_8(x+1) - \log_2(86-x) \geq 1$?

A 28. **B** 85. **C** 29. **D** 86.

Lời giải.

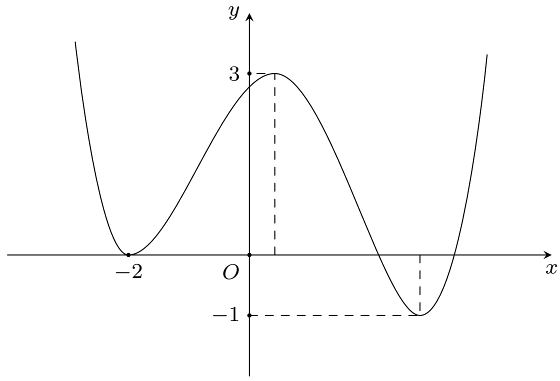
Điều kiện $\begin{cases} x+1>0 \\ 86-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 86$.
Ta có

$$\begin{aligned}
& 3\log_8(x+1) - \log_2(86-x) \geq 1 \\
\Leftrightarrow\ & 3\log_{2^3}(x+1) - \log_2(86-x) \geq 1 \\
\Leftrightarrow\ & \log_2(x+1) - \log_2(86-x) \geq 1 \\
\Leftrightarrow\ & \log_2\left(\frac{x+1}{86-x}\right) \geq 1 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{x+1}{86-x} \geq 2 \\
\Leftrightarrow\ & x+1 \geq 2(86-x) \quad (\text{vì } 86-x>0) \\
\Leftrightarrow\ & x \geq 57.
\end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện, ta được $57 \leq x < 86$.
Vậy có 29 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán. □

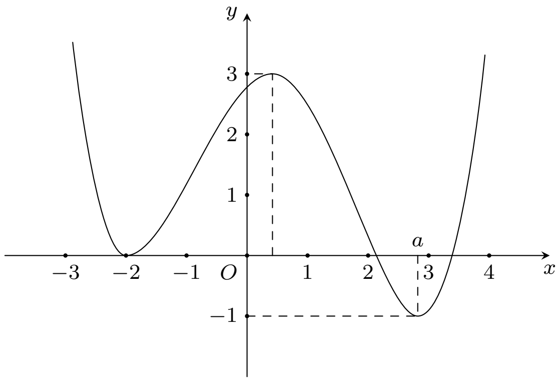
CÂU 39.

Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số thực m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)+9x^2+6mx+m^2+5$ bằng 4 ?



Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

Lời giải.



Có $g(x)=f\left(x^2-2\right)+9x^2+6mx+m^2+5=f\left(x^2-2\right)+(3x+m)^2+5\geq -1+0+5=4$.
vì $f\left(x^2-2\right)\geq -1, \forall x$ và $(3x+m)^2\geq 0, \forall x$.

Vậy $\min_{\mathbb{R}} g(x)=4 \Leftrightarrow \begin{cases} f\left(x^2-2\right)=-1 \\ 3x+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2=a>0 \\ 3x+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{a+2};\ m=-3\sqrt{a+2} \\ x=-\sqrt{a+2};\ m=3\sqrt{a+2}. \end{array}\right.$

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn. □

CÂU 40. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x, tồn tại đúng 2 số thực y thoả mãn

$$(1+x+y)^6 \mathrm{e}^{9y-y^2}=\mathrm{e}^{2x(x+y)}?$$

Ⓐ 2. Ⓑ 14. Ⓒ 11. Ⓓ 12.

Lời giải.

Có $(1+x+y)^6 \mathrm{e}^{9y-y^2}=\mathrm{e}^{2x(x+y)} \Leftrightarrow 6\ln|1+x+y|=2x(x+y)+y^2-9y$.
$\Leftrightarrow g(y)=2x(x+y)+y^2-9y-6\ln|1+x+y|=0$.
$\Rightarrow g'(y)=2x+2y-9-\dfrac{6}{1+x+y}=0 \Leftrightarrow x+y=5; x+y=-\dfrac{3}{2}$.

Bảng biến thiên

y	$-\infty$	$-x-1{,}5$		$-x-1$		$-x+5$	$+\infty$
$g'(y)$	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$
$g(y)$	$+\infty$ ↘	$g(-x-1{,}5)$	↗ $+\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$g(-x+5)$	↗ $+\infty$

Phương trình có đúng 2 nghiệm khi $\left[\begin{array}{l} g(-x+5)=g(-x-1{,}5)=0 \\ \begin{cases} g(-x+5)<0 \\ g(-x-1{,}5)>0 \end{cases} \\ \begin{cases} g(-x+5)>0 \\ g(-x-1{,}5)<0. \end{cases} \end{array}\right. \quad (*)$

Ta có $g(-x-1,5)=\left(-\dfrac{3}{2}-x\right)^2-9\left(-\dfrac{3}{2}-x\right)-3x-6\left(\dfrac{1}{2}\right)\leq 0 \Rightarrow x\in\{-5,-4\}$.

Vậy $(*) \Leftrightarrow x\in\{-11,\ldots,2\}\backslash\{-5,-4\}$. Có 12 số nguyên thoả mãn.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 41. Xét hai số phức z, w thoả mãn $|z+2-i|=2$; $|w-z|=\sqrt{2}|w-2+i|$ và $(z-w)(\overline{z+2-i})$ là số thuần ảo. Giá trị lớn nhất của $P=|(w-z)(w-4-i)|$ bằng

(A) $56+36\sqrt{2}$. (B) $58+36\sqrt{2}$. (C) $72+56\sqrt{2}$. (D) $72+58\sqrt{2}$.

Lời giải.

Vì $|z+2-i|=2$ nên $M(z)\in(C)$ có tâm $I(-2;1)$, $R=2$.

Gọi $N(w)$ và đặt $z=a+bi$ và $w=x+yi$.

Vì $(z-w)(\overline{z+2-i})=(z-w)(\overline{z-(-2+i)})$ là số thuần ảo nên $MN\perp MI$

$\Leftrightarrow MN^2+MI^2=IN^2 \Leftrightarrow MN^2+R^2=IN^2 \Leftrightarrow (x-a)^2+(y-b)^2+4=(x+2)^2+(y-1)^2.$ (1)

Và $|w-z|=\sqrt{2}|w-2+i| \Leftrightarrow (x-a)^2+(y-b)^2=2\left[(x-2)^2+(y+1)^2\right]$. (2)

Kết hợp (1), (2) suy ra $2\left[(x-2)^2+(y+1)^2\right]+4=(x+2)^2+(y-1)^2 \Leftrightarrow (x-6)^2+(y+3)^2=36$.

Do đó $N\in(T)$ có tâm $J(6;-3)$, $R=6$.

Khi đó $P=|(w-z)(w-4-i)|=|w-z|\cdot|w-4-i|=\sqrt{2}|w-2+i|\cdot|w-4-i|=\sqrt{2}NA\cdot NB$ với $A(2;-1)$, $B(4;1)$.

Ta có $JA=JB=\sqrt{20}$; $AB=2\sqrt{2}$; $JE=3\sqrt{2}$ với E là trung điểm AB.

Khi đó $NA\cdot NB\le\dfrac{NA^2+NB^2}{2}=NE^2+\dfrac{1}{4}AB^2\le(JE+JN)^2+\dfrac{1}{4}AB^2=(3\sqrt{2}+6)^2+2=56+36\sqrt{2}$.

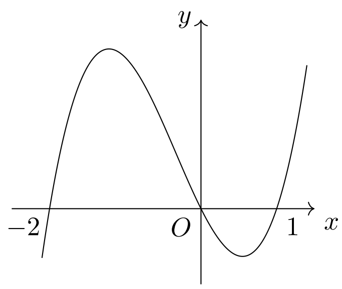
Do đó $\max P=72+56\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 42.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Khi $\displaystyle\int_{-2}^{1}|f(x)|\,\mathrm{d}x=50$ và $\displaystyle\int_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\displaystyle\int_{1}^{2}\left(x^3+x\right)f'\left(x^2-3\right)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 25. (B) 20. (C) -25. (D) -20.



Lời giải.

Đổi biến $t=x^2-3\Rightarrow \mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x\Rightarrow x=1\Rightarrow t=-2; x=2\Rightarrow t=1$.

Ta có $I=\displaystyle\int_{-2}^{1}(t+4)\cdot f'(t)\cdot\frac{1}{2}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_{-2}^{1}(t+4)\mathrm{d}\left(f(t)\right)=\frac{1}{2}\left[(t+4)f(t)\Big|_{-2}^{1}-\int_{-2}^{1}f(t)\mathrm{d}t\right]$

$$=\frac{1}{2}\left[5f(1)-2f(-2)-\int_{-2}^{1}f(t)\mathrm{d}t\right]=-\frac{1}{2}\int_{-2}^{1}f(t)\mathrm{d}t.$$

Quan sát đồ thị đã cho có

$$50=\int_{-2}^{1}|f(x)|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{0}|f(x)|\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}|f(x)|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x-\int_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x+5\Rightarrow\int_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x=45.$$

Do đó $I=-\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{-2}^{1}f(t)\mathrm{d}t=-\frac{1}{2}\left[\int_{-2}^{0}f(t)\mathrm{d}t+\int_{0}^{1}f(t)\mathrm{d}t\right]=-\frac{1}{2}[45-5]=-20$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 43. Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng 120°. Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 5. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là

(A) $S_{xq}=50\pi\sqrt{3}$. (B) $S_{xq}=27\pi\sqrt{3}$. (C) $S_{xq}=36\pi\sqrt{3}$. (D) $S_{xq}=45\pi\sqrt{3}$.

Lời giải.

Góc ở đỉnh là 120° nên $\widehat{OSA}=60^\circ\Rightarrow SA=\dfrac{OA}{\sin 60^\circ}\Rightarrow l=\dfrac{2}{\sqrt{3}}r$. (1)

Thiết diện là tam giác SAB vuông nên vuông cân tại S và $AB=SA\sqrt{2}=SB\sqrt{2}=l\sqrt{2}$.

Gọi M là trung điểm AB thì $SO\perp OM$; $AB\perp OM$, khi đó

$\mathrm{d}(SO,AB)=OM=\sqrt{OA^2-AM^2}=\sqrt{r^2-\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{r^2-\dfrac{l^2}{2}}=5.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $r=5\sqrt{3}\Rightarrow l=10\Rightarrow S_{xq}=\pi rl=50\pi\sqrt{3}$. □

CÂU 44. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm cạnh BC, hình chiếu vuông góc của S lên đáy là trung điểm I của AM. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy bằng $45°$; khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SB bằng 6. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A $180\sqrt{5}$. **B** $72\sqrt{2}$. **C** $108\sqrt{3}$. **D** $468\sqrt{13}$.

Lời giải.

Đặt $AB = AC = x,\ (x > 0) \Rightarrow BC = x\sqrt{2}$.

Có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow ((SBC),(ABC)) = \widehat{SMI} = 45° \Rightarrow SI = IM = \dfrac{AM}{2} = \dfrac{BC}{4} = \dfrac{x\sqrt{2}}{4}$.

Dựng hình bình hành $IMBH$.

Khi đó $AM \parallel BH \Rightarrow AM \parallel (SBH) \Rightarrow \mathrm{d}(AM, SB) = \mathrm{d}(AM,(SBH)) = \mathrm{d}(I,(SBH))$.

Ta có $IM \perp BC \Rightarrow IH \perp BH$ kẻ $IK \perp SH \Rightarrow IK \perp (SBH)$.

Có $\dfrac{1}{IK^2} = \dfrac{1}{IS^2} + \dfrac{1}{IH^2} \Rightarrow \dfrac{1}{6^2} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{x\sqrt{2}}{4}\right)^2} + \dfrac{1}{\left(\dfrac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2} \Rightarrow x = 6\sqrt{10}$.

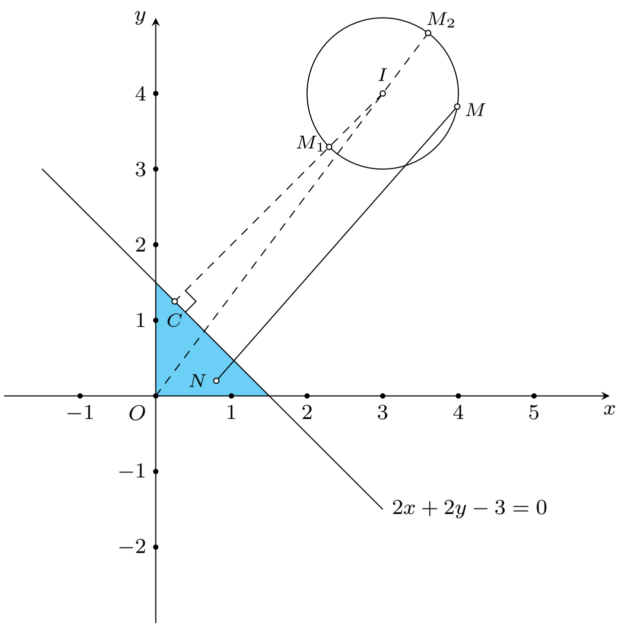
Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{ABC} \cdot SI = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot x \cdot x \cdot \dfrac{x\sqrt{2}}{4} = \dfrac{x^3\sqrt{2}}{24} = \dfrac{\sqrt{2}(6\sqrt{10})^3}{24} = 180\sqrt{5}$.

Chọn đáp án A □

CÂU 45. Xét hai số thực a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 6a + 8b - 24$ và hai số thực không âm x và y thỏa mãn $4x + y \cdot 2^{\sqrt{2x+2y+1}} \leq 6$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a-x)^2 + (b-y)^2$ bằng

A $\dfrac{20 + 11\sqrt{2}}{4}$. **B** $\dfrac{321}{8}$. **C** $\dfrac{417 - 44\sqrt{2}}{8}$. **D** $\dfrac{209 - 4\sqrt{61}}{4}$.

Lời giải.



Ta có $a^2 + b^2 = 6a + 8b - 24 \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-4)^2 = 1 \Rightarrow M(a;b) \in (C)$ có tâm $I(3;4)$, $R = 1$.

Xét $4x + y \cdot 2^{\sqrt{2x+2y+1}} \leq 6$. Đặt $t = \sqrt{2x + 2y + 1}, (t \geq 1, \forall x, y \geq 0) \Rightarrow 2x + 2y + 1 = t^2 \Rightarrow 2x = t^2 - 2y - 1$.

Bất phương trình trở thành $g(t) = 2(t^2 - 2y - 1) + y \cdot 2^t - 6 \leq 0\ (*)$.

Có $g'(t) = 4t + y \cdot 2^t \ln 2 \geq 4 \cdot 1 + 0 = 4, \forall t \geq 1 \Rightarrow g(t)$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ và nhận thấy $g(2) = 0 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow g(t) \leq g(2) \Leftrightarrow t \leq 2 \Leftrightarrow 2x + 2y + 1 \leq 4 \Leftrightarrow 2x + 2y - 3 \leq 0$.

Do đó điểm $N(x;y)$ thỏa mãn $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 2y - 3 \leq 0$ là tam giác vuông OAB với $A\left(\dfrac{3}{2}; 0\right)$ và $B\left(0; \dfrac{3}{2}\right)$.

Khi đó $P = (a-x)^2 + (b-y)^2 = MN^2$ và

$MN \geq IN - IM = IN - R = IN - 1 \geq \mathrm{d}(I,d) - 1 = \dfrac{11}{2\sqrt{2}} - 1$. Dấu bằng xảy ra khi M trùng M_1, N trùng C.

Và $MN \leq IN + IM = IN + R = IN + 1 \leq \max\{IO, IA, IB\} + 1 = \max\{5, \dfrac{\sqrt{73}}{2}, \dfrac{\sqrt{61}}{2}\} + 1 = 5 + 1 = 6$.

Dấu bằng xảy ra khi M trùng M_2, N trùng O.

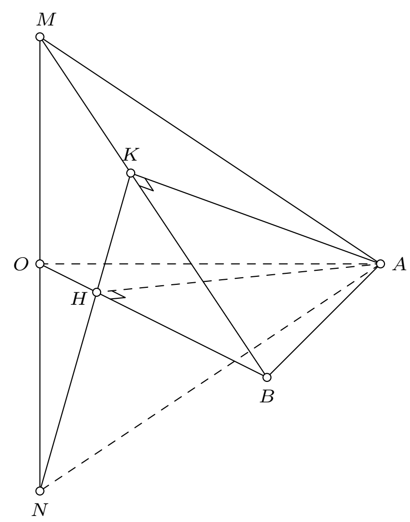
Vậy $\max P + \min P = 6^2 + \left(\dfrac{11}{2\sqrt{2}} - 1\right)^2 = \dfrac{417 - 44\sqrt{2}}{8}$.

Chọn đáp án C □

CÂU 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(1;2;0)$ và điểm M di động trên tia Oz. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên OB và MB. Đường thẳng HK cắt trục Oz tại điểm N. Khi thể tích khối tứ diện $ABMN$ nhỏ nhất thì mặt phẳng (AHK) có dạng $ax+by+cz-4=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

(A) -1. (B) 5. (C) 1. (D) -4.

Lời giải.



Ta có $A(2;1;0)$, $B(1;2;0) \Rightarrow A,\ B \in (Oxy)$.

Có $\begin{cases} AK \perp MB \\ AH \perp OB;\ AH \perp OM \Rightarrow AH \perp (OBM) \Rightarrow AH \perp MB \end{cases}$

$\Rightarrow MB \perp (AHK)$.

Gọi $M(0;0;m)$, $(m>0)$ thuộc tia Oz khi đó $\overrightarrow{MB} = (1;2;-m)$

$\Rightarrow (AHK)\colon 1(x-2)+2(y-1)-mz=0$.

$\Rightarrow N = HK \cap Oz = (AHK) \cap Oz \Rightarrow N\left(0;0;-\dfrac{4}{m}\right)$.

$$\text{Ta có } V_{ABMN} = V_{M.OAB} + V_{N.OAB} = \frac{1}{3}S_{OAB}\cdot OM + \frac{1}{3}S_{OAB}\cdot ON$$
$$= \frac{1}{3}S_{OAB}(OM+ON) = \frac{1}{3}S_{OAB}\cdot MN$$

Vậy V_{ABMN} nhỏ nhất khi MN nhỏ nhất.

Ta có $MN = m + \dfrac{4}{m} \geq 2\sqrt{m\cdot\dfrac{4}{m}} = 4$.

Dấu bằng xảy ra khi $m = \dfrac{4}{m} \Rightarrow m = 2$.

Vậy $(AHK)\colon x+2y-2z-4=0 \Rightarrow a+b+c = 1+2-2 = 1$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 47. Cho hàm số $f(x) = 2x^3+ax^2+bx+c$ có hai điểm cực trị là x_1, x_2 sao cho $f(x_2) = f(x_1)+64$. Gọi $y = g(x)$ là đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

(A) 8. (B) 16. (C) 24. (D) 32.

Lời giải.

Đặt $x_1 = m$, $x_2 = n \Rightarrow f(n)-f(m) = 64$ và khi đó $f'(x) = 6x^2+2ax+b = 6(x-m)(x-n)$.

Ta có $f(n)-f(m) = \displaystyle\int_m^n 6(x-m)(x-n)\,\mathrm{d}x = (m-n)^3 = 64 \Rightarrow m-n = 4$.

Đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm bậc ba sẽ cắt đồ thị tại điểm thứ ba là điểm uốn của đồ thị hàm bậc ba và là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị.

Vậy $f(x)-g(x) = 2(x-m)(x-n)\left(x-\dfrac{m+n}{2}\right)$.

Suy ra $S = \displaystyle\int_n^m \left|2(x-m)(x-n)\left(x-\frac{m+n}{2}\right)\right|\mathrm{d}x = \frac{1}{16}(m-n)^4 = \frac{1}{16}\cdot 4^4 = 16$.

Chú ý: Bước tính S các em chọn tùy ý chẳng hạn $m=4; n=0 \Rightarrow S = \displaystyle\int_0^4 \left|2(x-4)(x-0)\left(x-\frac{4+0}{2}\right)\right|\mathrm{d}x = 16$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-4)^2+(y+3)^2+(z+6)^2 = 42$. Có bao nhiêu điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy), với toạ độ là các số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến vuông góc với nhau và cùng vuông góc với trục hoành?

(A) 13. (B) 9. (C) 4. (D) 8.

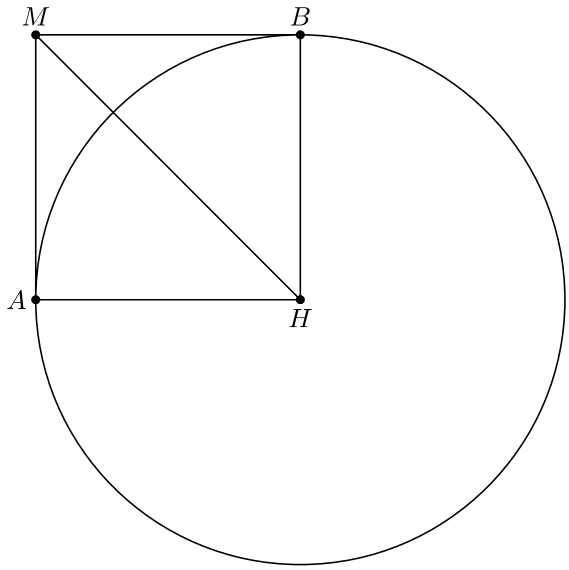
Lời giải.

Mặt cầu đã cho có tâm $I(4;-3;-6)$, $R = \sqrt{42}$.

Gọi $M(a;b;0) \in (Oxy)$, $(a, b \in \mathbb{Z})$. Gọi hai tiếp tuyến thoả mãn là MA, MB với A, B là các tiếp điểm.

Vì $MA \perp Ox; MB \perp Ox \Rightarrow (MAB) \perp Ox \Rightarrow (MAB)\colon x-a=0$.

Khi đó $(MAB)\cap(S) = (C)$ có tâm H là hình chiếu của I lên (MAB); $R_{(C)} = \sqrt{R^2-\mathrm{d}^2(I,(MAB))}$ và MA, MB là tiếp tuyến kẻ từ M đến (C).



Vì $MA \perp MB \Rightarrow MAHB$ là hình vuông nên $MA = \dfrac{MH}{\sqrt{2}}$.

Khi đó $MAHB$ là hình vuông tâm I.

Suy ra $MI^2 = MA^2 + AI^2 = MA^2 + R^2 = \dfrac{MH^2}{2} + R^2$

$$= \dfrac{MI^2 - IH^2}{2} + R^2 = \dfrac{MI^2 - \mathrm{d}^2(I,(MAB))}{2} + R^2$$

$\Leftrightarrow MI^2 = 2R^2 - \mathrm{d}^2(I,(MAB))$

$\Leftrightarrow (a-4)^2 + (b+3)^2 + 6^2 = 84 - (a-4)^2 \Leftrightarrow 2(a-4)^2 + (b+3)^2 = 48$ Vì $a, b \in \mathbb{Z}$ nên $2(a-4)^2 \leq 48 \Leftrightarrow (a-4)^2 \leq 24 \Rightarrow (a-4)^2 \in \{0;1;4;9;16\} \Rightarrow a \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$.

Thay vào ta suy ra $(a;b) = (0;-7);(0;1);(8;-7);(8;1)$.

Chọn đáp án C □

CÂU 49. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + 2mz + n^2 + 5 = 0$ (với m, n là tham số thực). Có bao nhiêu cặp số $(m;n)$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phức z_1, z_2 sao cho các điểm biểu diễn của z_1, z_2, $z_3 = 1$, $z_4 = 5$ là bốn đỉnh của một hình vuông?

A 4. **B** 2. **C** 3. **D** 1.

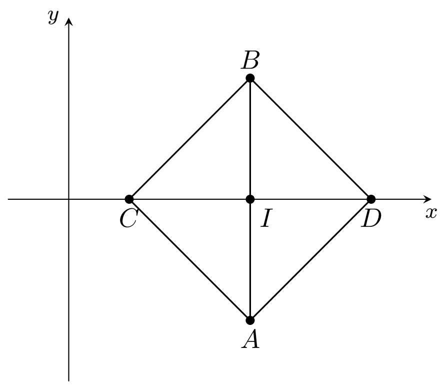
Lời giải.

Xét $\Delta' = m^2 - n^2 - 5$.

TH 1. Nếu $\Delta' \geq 0 \Rightarrow A(z_1), B(z_2), C(z_3), D(z_4) \in Ox$ không tạo thành hình vuông.

TH 2.

Nếu $\Delta' < 0 \Rightarrow z_1 = -m - \sqrt{n^2+5-m^2} \cdot i$; $z_2 = -m + \sqrt{n^2+5-m^2} \cdot i$.
Khi đó $A\left(-m; -\sqrt{n^2+5-m^2}\right)$, $B\left(-m; \sqrt{n^2+5-m^2}\right)$, $C(1;0)$, $D(5;0)$.
Ta có $C, D \in Ox$; $A, B \in d : x = -m$ đối xứng với nhau qua trục hoành. Do đó hình vuông tạo bởi bốn điểm này nếu có là $ACBD$.
Trước tiên $AB \cap CD = I(-m;0) \equiv I(3;0) \Rightarrow m = -3$ (tại trung điểm mỗi đường). Khi đó rõ ràng $ACBD$ là một hình thoi.
Vậy để là hình vuông thì cần thêm điều kiện $AB = CD = 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{n^2+5-m^2} = 4$ kết hợp với $m = -3 \Rightarrow (m;n) = \left(-3;-2\sqrt{2}\right)$; $\left(-3;2\sqrt{2}\right)$.

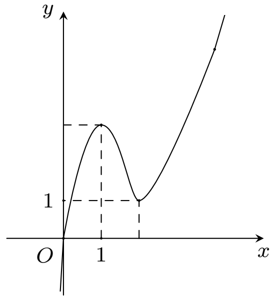


Chọn đáp án B □

CÂU 50.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)=0$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=\left|f(x^2)-2x\right|$ là

A 2. **B** 1. **C** 3. **D** 0.



Lời giải.

Xét $h(x)=f(x^2)-2x$.

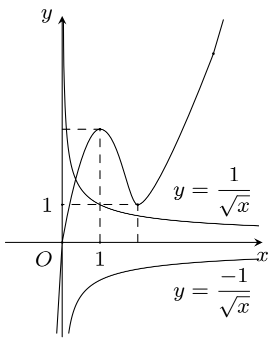
Ta có $h'(x)=2xf'(x^2)-2=2\left(xf'(x^2)-1\right)$.

- Dễ thấy $x=0$ không phải là nghiệm phương trình $h'(x)=0$.
- Xét $x\neq 0$, ta có

$$h'(x)=0\Leftrightarrow xf'(x^2)-1=0\Leftrightarrow f'(x^2)=\frac{1}{x}.\qquad (*)$$

Đặt $t=x^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{t}\\ x=-\sqrt{t}\end{array}\right.$. Khi đó, $(*)$ trở thành $\left[\begin{array}{l}f'(t)=\dfrac{1}{\sqrt{t}}\\ f'(t)=\dfrac{-1}{\sqrt{t}}.\end{array}\right.$

Vẽ chung đồ thị ba hàm số $y=f'(x)$, $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ và $y=\dfrac{-1}{\sqrt{x}}$ trên cùng hệ tọa độ Oxy.



Từ đồ thị, ta thấy phương trình $f'(t)=\dfrac{1}{\sqrt{t}}$ có 1 nghiệm duy nhất $t=t_0\in(0;1)$;

phương trình $f'(t)=-\dfrac{1}{\sqrt{t}}$ vô nghiệm.

Suy ra phương trình $h'(x)=0$ có 1 nghiệm $x=\sqrt{t_0}$.

x	$-\infty$		0		$\sqrt{t_0}$		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$h(x)$	↘		0	↘	$h(\sqrt{t_0})$	↗		↗	$+\infty$ $y=0$

Ta có $h(0)=f(0)=0$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ suy ra hàm số $y=|h(x)|$ có hai điểm cực tiểu.

Chọn đáp án (A) □

1. D	**2. B**	**3. D**	**4. C**	**5. B**	**6. A**	**7. A**	**8. B**	**9. D**	**10. A**
11. C	**12. C**	**13. C**	**14. A**	**15. C**	**16. D**	**17. C**	**18. B**	**19. A**	**20. D**
21. C	**22. C**	**23. A**	**24. D**	**25. C**	**26. C**	**27. B**	**28. B**	**29. C**	**30. A**
31. A	**32. D**	**33. D**	**34. A**	**35. D**	**36. A**	**37. B**	**38. C**	**39. D**	**40. D**
41. C	**42. D**	**43. A**	**44. A**	**45. C**	**46. C**	**47. B**	**48. C**	**49. B**	**50. A**

Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

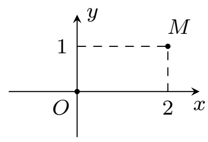
ĐỀ ÔN TẬP SỐ 7 — ĐỀ 7

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1.
Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ là

(A) $1-2i$. (B) $2-i$. (C) $2+i$. (D) $1+2i$.



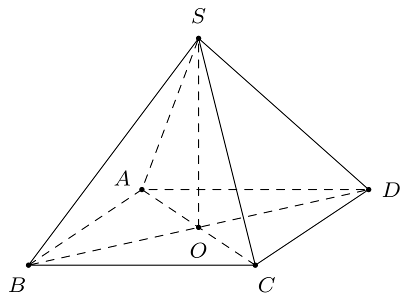
Lời giải.
Theo hình vẽ, điểm M biểu diễn số phức $z=2+i$.
Vậy $\overline{z}=2-i$.
Chọn đáp án (B)

CÂU 2. Thể tích của khối chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $3a$ là

(A) $18a^3$. (B) $12a^3$. (C) $4a^3$. (D) $6a^3$.

Lời giải.
Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD}=(2a)^2=4a^2$.
Vậy thể tích của khối chóp đều $S.ABCD$ là

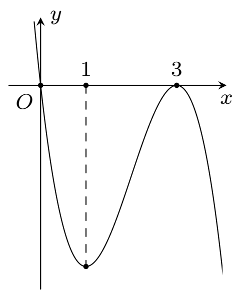
$$V=\frac{1}{3}\cdot S_{ABCD}\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 4a^2\cdot 3a=4a^3.$$



Chọn đáp án (C)

CÂU 3.
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm như hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(1;3)$. (B) $(-\infty;0)$. (C) $(0;1)$. (D) $(3:+\infty)$.



Lời giải.
Từ hình vẽ ta có $f'(x)>0$ khi $x<0$.
Vậy hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
Chọn đáp án (B)

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}$. Một véc-tơ chỉ phương của d là

(A) $\vec{u}_1=(2;-1;3)$. (B) $\vec{u}_2=(-1;1;-2)$. (C) $\vec{u}_3=(-1;2;-1)$. (D) $\vec{u}_4=(2;3;-1)$.

Lời giải.
Một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_1=(2;-1;3)$.
Chọn đáp án (A)

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng toạ độ (Oxy) có phương trình là

(A) $z=0$. (B) $x+y=0$. (C) $x=0$. (D) $y=0$.

Lời giải.
Mặt phẳng toạ độ (Oxy) có phương trình là $z=0$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-2x}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $y = 1$. (B) $y = 2$. (C) $y = -2$. (D) $y = -1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -2$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -2$ nên đường thẳng $y = -2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; -2; 3)$ và $\vec{v} = (2; -2; 1)$. Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

(A) 9. (B) 1. (C) 3. (D) -1.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 2 + (-2) \cdot (-2) + 3 \cdot 1 = 9$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 8. Diện tích của mặt cầu bán kính $r = 2$ bằng

(A) $\dfrac{32\pi}{3}$. (B) 16π. (C) 2π. (D) 4π.

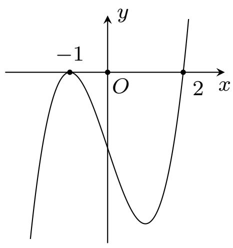
Lời giải.

Diện tích của mặt cầu là $S = 4\pi r^2 = 16\pi$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 9.

Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.



Lời giải.

Từ đồ thị ta có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $f(x)$ có một điểm cực trị.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x < 2$ là

(A) $(-\infty; 9)$. (B) $(0; 9)$. (C) $(0; 6)$. (D) $(9; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\log_3 x < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (0; 9)$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 11. Cho hai số phức $z_1 = -2 - 3i$, $z_2 = 4 + 5i$, khi đó $z_1 + z_2$ bằng

(A) $-2 - 2i$. (B) $2 + 2i$. (C) $-2 + 2i$. (D) $2 - 2i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = (-2 - 3i) + (4 + 5i) = 2 + 2i$.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 12. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 2$ và $u_3 = 3$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

(A) $\dfrac{2}{3}$. (B) 1. (C) $\dfrac{3}{2}$. (D) -1.

Lời giải.

Ta có $u_3 = u_2 \cdot q \Rightarrow q = \dfrac{u_3}{u_2} = \dfrac{3}{2}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 13. Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}$ là

(A) $\ln(-x)+C$. (B) $-\ln x+C$. (C) $\ln x+C$. (D) $-\dfrac{1}{x^2}+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int\limits_3^5 f(x)\,\mathrm{d}\frac{1}{x}=\ln|x|+C=\ln x+C$, với $x\in(0;+\infty)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

(A) $x=3$. (B) $x=-3$. (C) $x=-1$. (D) $x=1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 15. Nghiệm của phương trình $4^{x+1}=16$ là

(A) $x=2$. (B) $x=5$. (C) $x=-1$. (D) $x=1$.

Lời giải.

Phương trình $4^{x+1}=16\Leftrightarrow 4^{x+1}=4^2\Leftrightarrow x=1$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ có bán kính bằng

(A) 25. (B) 5. (C) 14. (D) 225.

Lời giải.

Dựa vào phương trình mặt cầu ta được có bán kính mặt cầu là $R=5$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 17. Số chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử là

(A) C_{10}^3. (B) A_{10}^3. (C) 10^3. (D) 3^{10}.

Lời giải.

Số chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử là A_{10}^3.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 18. Với mọi số thực dương a, $3^{\log_{27} a}$ bằng

(A) $3a$. (B) a^3. (C) $a^{\frac{1}{3}}$. (D) $\dfrac{a}{3}$.

Lời giải.

Với mọi số thực dương a, ta có $3^{\log_{27} a}=3^{3\log_3 a}=\left(3^{\log_3 a}\right)^3=a^3$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 19. Nếu $\displaystyle\int\limits_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x=15$ thì $\displaystyle\int\limits_5^3 3\cdot f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 45. (B) -5. (C) -45. (D) 5.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int\limits_5^3 3\cdot f(x)\,\mathrm{d}x=-3\int\limits_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x=-3\cdot(15)=-45$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d qua điểm $M(-1;2;3)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;3)$ có phương trình là

A $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=2-t\\ z=3-3t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=2-t\\ z=3+3t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=2-t\\ y=-1+2t\\ z=-3+3t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=2+2t\\ y=-1-t\\ z=3+3t\end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d qua điểm $M(-1;2;3)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;3)$ có phương trình là

$$d\colon \begin{cases}x=-1+2t\\ y=2-t\\ z=3+3t.\end{cases}$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 21. Hàm số nào dưới đây có tập xác định là khoảng $(0;+\infty)$?

A $y=x^{-5}$. **B** $y=x^{\frac{1}{5}}$. **C** $y=5^x$. **D** $y=x^5$.

Lời giải.

Ta có

- $y=x^{-5}$ có mũ $\alpha=-5$ nguyên âm nên hàm số xác định khi $x\neq 0$. Vậy tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.
- $y=x^{\frac{1}{5}}$ có mũ $\alpha=\dfrac{1}{5}$ không nguyên nên hàm số xác định khi $x>0$. Vậy tập xác định là $(0;+\infty)$.
- $y=5^x$ là hàm số mũ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- $y=x^5$ có mũ $\alpha=5$ nguyên dương nên hàm số có nghĩa với mọi $x\in\mathbb{R}$, do đó tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 22.

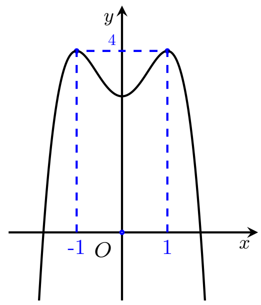
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?

A $y=x^3-3x+3$.

B $y=x^4-2x^2+3$.

C $y=-x^3+3x+3$.

D $y=-x^4+2x^2+3$.



Lời giải.

- Hình vẽ bên có dạng đồ thị hàm bậc bốn $y=ax^4+bx^2+c$ nên loại $y=x^3-3x+3$ và $y=-x^3+3x+3$.
- Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$ chọn $y=-x^4+2x^2+3$.

Chọn đáp án (D) □

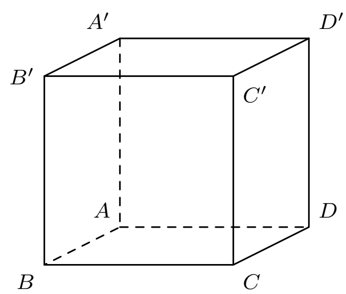
CÂU 23. Thể tích của khối lập phương bằng 64 thì độ dài cạnh khối lập phương đó bằng

A $4\sqrt{2}$. **B** 4. **C** 32. **D** 8.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương cạnh a là

$$V=a^3=64\Leftrightarrow a=\sqrt[3]{64}=4.$$



Chọn đáp án (B) □

CÂU 24. Mô-đun của số phức $z = 5 - 3i$ bằng

Ⓐ 8. Ⓑ $\sqrt{34}$. Ⓒ $2\sqrt{2}$. Ⓓ 34.

Lời giải.

Ta có $|z| = |5 - 3i| = \sqrt{5^2 + (-3)^2} = \sqrt{34}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 25. Nếu $\int\limits_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\int\limits_2^3 [2 - f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ -2. Ⓑ 6. Ⓒ 2. Ⓓ -6.

Lời giải.

Ta có

$$\int\limits_2^3 [2 - f(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_2^3 2\,\mathrm{d}x - \int\limits_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2x\Big|_2^3 - \int\limits_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2(3-2) - 4 = -2.$$

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin 4x$ là

Ⓐ $x^2 + \frac{1}{4}\cos 4x + C$. Ⓑ $x^2 + 4\cos 4x + C$. Ⓒ $x^2 - \frac{1}{4}\cos 4x + C$. Ⓓ $x^2 - 4\cos 4x + C$.

Lời giải.

Ta có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (2x + \sin 4x)\,\mathrm{d}x = x^2 - \frac{1}{4}\cos 4x + C.$$

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 27. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)(2z - \overline{z}) = 8 - 4i$. Số phức $\overline{z}$ là

Ⓐ $2 - 6i$. Ⓑ $2 + 2i$. Ⓒ $2 + 6i$. Ⓓ $2 - 2i$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \overline{z} = a - bi, a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned}
& (1+i)(2z - \overline{z}) = 8 - 4i \\
\Leftrightarrow\ & (1+i)\left(2(a+bi) - (a-bi)\right) = 8 - 4i \Leftrightarrow (1+i)(a+3bi) = 8 - 4i \\
\Leftrightarrow\ & (a - 3b) + (a + 3b)i = 8 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b = 8 \\ a + 3b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2. \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy $z = 2 - 2i \Rightarrow \overline{z} = 2 + 2i$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua $A(2;-2;-1)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): x - y + 2z + 5 = 0$ có phương trình là

Ⓐ $x - y + 2z + 2 = 0$. Ⓑ $x - y - 2z - 6 = 0$. Ⓒ $x - y + 2z - 2 = 0$. Ⓓ $-x + y + 2z - 2 = 0$.

Lời giải.

Ta có $(\alpha): \begin{cases} \text{đi qua } A(2;-2;-1) \\ (\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(\beta)} = (1;-1;2). \end{cases}$

Phương trình mặt phẳng (α) là

$$1(x-2) - 1(y+2) + 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 2 = 0.$$

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 29. Đạo hàm của hàm số $y = 8^x$ là

Ⓐ $y' = \frac{8^x}{\ln 8}$. Ⓑ $y' = 8^x \ln 8$. Ⓒ $y' = x8^x \ln 8$. Ⓓ $x8^{x-1}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(a^x)' = a^x \ln a$. Ta có $y' = (8^x)' = 8^x \ln 8$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 30. Xét $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x \sin x\,\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t = \cos x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} t^7\,\mathrm{d}t$. **B** $I=-\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} t^7\,\mathrm{d}t$. **C** $I=\int\limits_0^{1} t^7\,\mathrm{d}t$. **D** $I=-\int\limits_0^{1} t^7\,\mathrm{d}t$.

Lời giải.

Đặt $t=\cos x \Rightarrow \mathrm{d}t=-\sin x\,\mathrm{d}x \Rightarrow \sin x\mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$.
Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1; x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=0$.
Khi đó

$$I=\int\limits_1^0 t^7(-\mathrm{d}t)=\int\limits_0^1 t^7\,\mathrm{d}t.$$

Chọn đáp án C

CÂU 31. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ với trục tung là

A $(0;2)$. **B** $(0;-2)$. **C** $(1;0)$. **D** $(-1;0)$.

Lời giải.

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Ta có $x=0\Rightarrow y=2$.
Vậy tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là $(0;2)$.

Chọn đáp án A

CÂU 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)(x+4)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Trên đoạn $[-4;2]$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A $x=-4$. **B** $x=1$. **C** $x=2$. **D** $x=-2$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=-4.\end{array}\right.$

x	-4		1		2
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Vậy trên đoạn $[-4;2]$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=1$.

Chọn đáp án B

CÂU 33. Với mọi số thực dương a, b thỏa mãn $\log_3 a+2\log_3 b=2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A $ab^2=6$. **B** $a+b^2=9$. **C** $a+b^2=6$. **D** $ab^2=9$.

Lời giải.

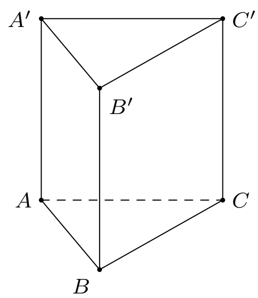
Với mọi số thực dương a, b, ta có $\log_3 a+2\log_3 b=2\Leftrightarrow \log_3\left(ab^2\right)=2\Leftrightarrow ab^2=9$.

Chọn đáp án D

CÂU 34.

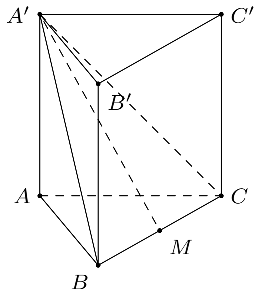
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB=AA'=4$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C'$ bằng

A 90°. **B** 30°. **C** 45°. **D** 60°.



Lời giải.

Vì $B'C' \parallel BC$ nên $(A'B, B'C') = (A'B, BC)$.
Ta có $\triangle A'AB = \triangle A'AC$ (c-g-c) suy ra $A'B = A'C$. Do đó $\triangle BA'C$ cân tại A'.
Gọi M là trung điểm BC suy ra $A'M \perp BC$.
Xét tam giác $A'AB$ vuông cân tại A có $AB = AA' = 4 \Rightarrow A'B = 4\sqrt{2}$.
Xét tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 4 \Rightarrow BC = 4\sqrt{2}$.
Suy ra tam giác $A'BC$ đều. Do đó $(A'B, BC) = \widehat{A'BC} = 60^\circ$.



Chọn đáp án (D)

CÂU 35. Một cái cốc nước hình trụ có chiều cao bằng 12 cm, bán kính đáy bằng 3 cm. Người ta đổ vào cốc một lượng nước sao cho chiều cao mực nước là 4 cm (so với đáy cốc), sau đó bỏ vào cốc một quả cầu kim loại có bán kính bằng 2 cm thì chiều cao mực nước trong cốc tăng thêm bao nhiêu cm? (giả sử độ dày đáy và thành cốc không đáng kể)

A 1,19 cm. **B** 5,19 cm. **C** 5,77 cm. **D** 2,77 cm.

Lời giải.

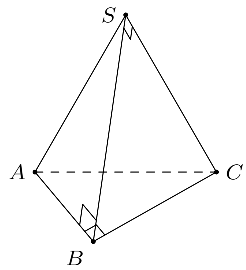
Thể tích nước trong cốc là $V_{\text{nước}} = \pi R^2_{\text{trụ}} \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 36\pi \text{ cm}^3$.
Thể tích quả cầu là $V_{\text{cầu}} = \dfrac{4}{3}\pi R^3_{\text{cầu}} = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 2^3 \approx 10{,}67\pi \text{ cm}^3$.
Thể tích nước và quả cầu là $V = V_{\text{nước}} + V_{\text{cầu}} = 36\pi + 10{,}67\pi = 46{,}67\pi \text{ cm}^3$.
Gọi x cm là chiều cao mực nước trong cốc sau khi bỏ một quả cầu vào cốc. Ta có

$$V = \pi R^2 \cdot x \Rightarrow x = \frac{V}{\pi R^2} = \frac{46{,}67\pi}{\pi \cdot 3^2} = 5{,}19.$$

Vậy chiều cao mực nước trong cốc tăng thêm là $5{,}19 - 4 = 1{,}19$ cm.
Chọn đáp án (A)

CÂU 36.
Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại B, tam giác SAB vuông tại B, tam giác SBC vuông tại S. Biết $AB = a$, $SA = 2a$, $BC = 4a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A $\sqrt{13}a$. **B** $\sqrt{15}a$. **C** $4a$. **D** $\sqrt{11}a$.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp BS \end{cases}$ suy ra $AB \perp (SBC) \Rightarrow AB \perp SC$. Mà $SC \perp SB$ nên $SC \perp (SAB)$.
Do đó $\mathrm{d}(C, (SAB)) = SC$.
Xét tam giác SBC vuông tại S có $SC = \sqrt{BC^2 - SB^2} = \sqrt{BC^2 - (SA^2 - AB^2)} = \sqrt{(4a)^2 - ((2a)^2 - a^2)} = \sqrt{13}a$.
Chọn đáp án (A)

CÂU 37. Chọn ngẫu nhiên hai số trong 40 số nguyên dương đầu tiên. Tính xác suất để hai số được chọn có tổng là một số chia hết cho 3.

A $\dfrac{1}{10}$. **B** $\dfrac{13}{60}$. **C** $\dfrac{1}{3}$. **D** $\dfrac{7}{30}$.

Lời giải.

Số cách chọn ngẫu nhiên là C_{40}^2. Với 40 số nguyên dương đầu tiên chia thành 3 nhóm:

- Nhóm (1) chia hết cho 3 là các số $3; 6; \ldots; 39$ gồm 13 số.
- Nhóm (2) chia cho 3 dư 1 là các số $1; 4; \ldots; 40$ gồm 14 số.
- Nhóm (3) chia cho 3 dư 2 là các số $2; 5; \ldots; 38$ gồm 13 số.

Để tổng hai số là một số chia hết cho 3 có các khả năng sau: cả hai số thuộc nhóm (1); hoặc một số thuộc nhóm (2) và một số thuộc nhóm (3).
Xác suất cần tính là $\mathrm{P} = \dfrac{\mathrm{C}_{13}^2 + \mathrm{C}_{14}^1 \cdot \mathrm{C}_{13}^1}{\mathrm{C}_{40}^2} = \dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x+2y-2z-1=0$. Biết mặt phẳng (P) chứa Δ và tạo với (α) một góc nhỏ nhất có phương trình dạng $7x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ là

(A) -3. (B) -23. (C) 3. (D) -5.

Lời giải.

Ta có $A(1;0;-1)\in\Delta$; một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta=(-1;2;1)$; một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P=(7;b;c)$.

Vì $\Delta\subset(P)$ nên $\begin{cases}A(1;0;-1)\in(P)\\ \vec{u}_\Delta\perp\vec{n}_P\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7-c+d=0\\-7+2b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=7-2b\\d=-2b\end{cases}\Rightarrow\vec{n}_P=(7;b;7-2b)$.

Khi đó $\cos((P),(\alpha))=g(b)=\dfrac{|7+2b-2(7-2b)|}{3\sqrt{49+b^2+(7-2b)^2}}\le\max\limits_{\mathbb{R}}g(b)=g(10)=\dfrac{\sqrt{318}}{18}$.

Suy ra $((P),(\alpha))\ge\arccos\dfrac{\sqrt{318}}{18}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $b=10\Rightarrow c=-13$; $d=-20\Rightarrow b+c+d=-23$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 39. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$ $(a,\,b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số $(a;b)$ để phương trình đã cho có hai nghiệm là $z_1=3m-2-\left(m^3+m^2\right)\cdot i$ và $z_2=m^3+2m\cdot i$ (với m là tham số thực)?

(A) 2. (B) 4. (C) 1. (D) 3.

Lời giải.

TH1. Nếu $z_1,\,z_2\in\mathbb{R}$ thì $\begin{cases}m^3+m^2=0\\2m=0\end{cases}\Leftrightarrow m=0\Rightarrow\begin{cases}z_1=-2\\z_2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-(z_1+z_2)=2\\b=z_1z_2=0.\end{cases}$

TH2. Nếu $z_1,\,z_2\notin\mathbb{R}$ thì $z_2=\overline{z}_1\Leftrightarrow\begin{cases}m^3=3m-2\\2m=m^3+m^2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&m=1\\&m=-2.\end{aligned}\right.$

Khi $m=1\Rightarrow z_1=1-2i$; $z_2=1+2i\Rightarrow\begin{cases}a=-(z_1+z_2)=-2\\b=z_1z_2=5.\end{cases}$

Khi $m=-2\Rightarrow z_1=-8+4i$; $z_2=-8-4i\Rightarrow\begin{cases}a=-(z_1+z_2)=16\\b=z_1z_2=80.\end{cases}$

Vậy có 3 cặp số $(a;b)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 40. Cho một hình nón đỉnh S có độ dài đường sinh bằng 10 cm, bán kính đáy bằng 6 cm. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng song song với đáy của nón thu được một hình nón (N) đỉnh S có chiều cao bằng $\dfrac{16}{5}$ cm. Diện tích xung quanh của (N) bằng

(A) $\dfrac{192\pi}{25}$ cm^2. (B) $\dfrac{48\pi}{5}$ cm^2. (C) $\dfrac{768\sqrt{34}\pi}{625}$ cm^2. (D) $\dfrac{768\pi}{25}$ cm^2.

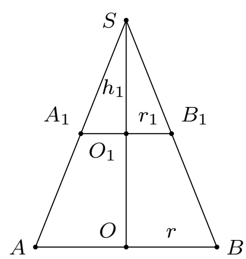
Lời giải.

Hình nón ban đầu có $r=6$ cm; $\ell=10$ cm; $h=\sqrt{\ell^2-r^2}=8$ cm.

Gọi $r_1,\,h_1,\,\ell_1$ lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và độ dài đường sinh của (N).

Theo Ta-lét có $\dfrac{r_1}{r}=\dfrac{h_1}{h}\Leftrightarrow r_1=\dfrac{h_1}{h}\cdot r=\dfrac{\frac{16}{5}}{8}\cdot 6=\dfrac{12}{5}$ cm.

Do đó $\ell_1=\sqrt{r_1^2+h_1^2}=\sqrt{\left(\dfrac{12}{5}\right)^2+\left(\dfrac{16}{5}\right)^2}=4\text{cm}\Rightarrow S_{\text{xq}}=\pi r_1\ell_1=\pi\cdot\dfrac{12}{5}\cdot 4=\dfrac{48\pi}{5}$ cm^2.



Chọn đáp án (B) □

CÂU 41. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{mx-6\sqrt{x+2}}{x+3}$, $(m\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $\min\limits_{[2;7]}|f(x)|\le 1$?

(A) 1. (B) 7. (C) 2. (D) 6.

Lời giải.

Ta có

$$\min_{[2;7]}|f(x)| \le 1 \Leftrightarrow \left|\frac{mx-6\sqrt{x+2}}{x+3}\right| \le 1 \text{ có nghiệm } x \in [2;7]$$
$$\Leftrightarrow -1 \le \frac{mx-6\sqrt{x+2}}{x+3} \le 1 \text{ có nghiệm } x \in [2;7]$$
$$\Leftrightarrow g(x) = \frac{-x-3+6\sqrt{x+2}}{x} \le m \le h(x) = \frac{x+3+6\sqrt{x+2}}{x} \text{ có nghiệm } x \in [2;7]$$
$$\Leftrightarrow \min_{[2;7]} g(x) = g(7) = \frac{8}{7} \le m \le \max_{[2;7]} h(x) = h(2) = \frac{17}{2} \Rightarrow m \in \{2, \ldots, 8\}.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 42. Có bao nhiêu số nguyên dương b sao cho ứng với mỗi b có không quá 31 số nguyên a thoả mãn

$$\log_{4b}\left(\frac{a^3}{2^{10}b^2}\right) \le \log_a \frac{b}{16}?$$

A 8. **B** 4. **C** 5. **D** 7.

Lời giải.

Với số nguyên dương b điều kiện của bất phương trình là $0 < a \ne 1$, kết hợp với xét a nguyên nên $a \ge 2$.
Đổi Cơ Số logarit về cơ số 2 ta được

$$\log_{4b}\left(\frac{a^3}{2^{10}b^2}\right) \le \log_a \frac{b}{16} \Leftrightarrow \frac{3\log_2 a - 10 - 2\log_2 b}{2+\log_2 b} \le \frac{\log_2 b - 4}{\log_2 a}.$$

Đặt $x = \log_2 a; y = \log_2 b, (x, y > 0)$.
Suy ra $\dfrac{3x-10-2y}{y+2} \le \dfrac{y-4}{x} \Leftrightarrow (y+2)(y-4) \ge x(3x-10-2y) \Leftrightarrow 3x^2-(2y+10)x-(y+2)(y-4) \le 0$ có hai nghiệm đối với x là $y+2; \dfrac{4-y}{3}$ và $y+2 > \dfrac{4-y}{3}, \forall y > 0$.
Do đó

$$\frac{4-y}{3} \le x \le y+2 \Leftrightarrow \log_2 \sqrt[3]{\frac{16}{b}} \le \log_2 a \le \log_2(4b) \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{16}{b}} \le a \le 4b \Rightarrow S_a = \left[\sqrt[3]{\frac{16}{b}}; 4b\right]$$

chứa tối đa 31 số nguyên là các số $4b, 4b-1, \ldots, 4b-30 \Leftrightarrow 4b-31 < \sqrt[3]{\dfrac{16}{b}} \Rightarrow b \in \{1, \ldots, 8\}$.

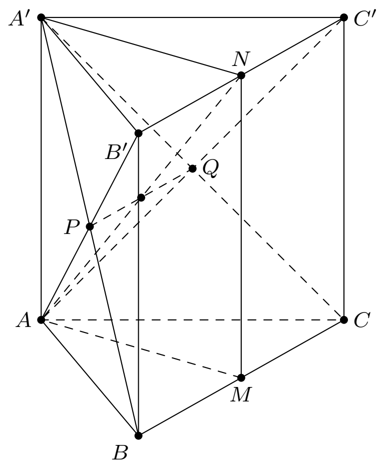
Chọn đáp án (A) □

CÂU 43. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(AB'C')$ bằng 90°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $2\sqrt{3}a^3$. **B** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}a^3$. **C** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **D** $\dfrac{8\sqrt{3}}{9}a^3$.

Lời giải.

Ta có $(A'BC) \cap (AB'C') = PQ \parallel BC \parallel B'C'$.
Gọi M, N lần lượt là trung điểm $BC, B'C'$ khi đó $(AMNA') \perp BC \parallel B'C' \parallel PQ$.



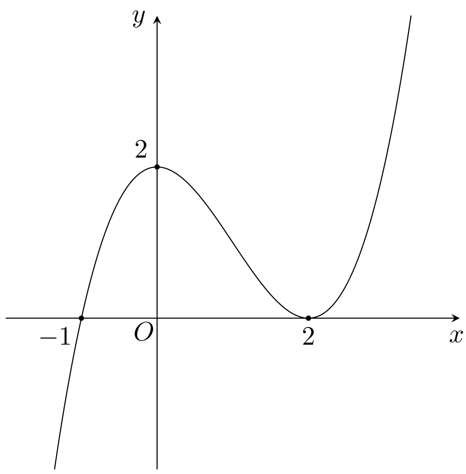
Nên $\left(\widehat{(A'BC), (AB'C')}\right) = \widehat{(AN, A'M)} = 90^\circ \Rightarrow AMNA'$ là hình vuông nên

$$AM = AA' = 2a \Rightarrow BC = \frac{2}{\sqrt{3}}AM = \frac{4}{\sqrt{3}}a.$$

Vậy $V_{ABC\cdot A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \dfrac{\sqrt{3}}{4}\left(\dfrac{4a}{\sqrt{3}}\right)^2 2a = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}a^3$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 44. Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



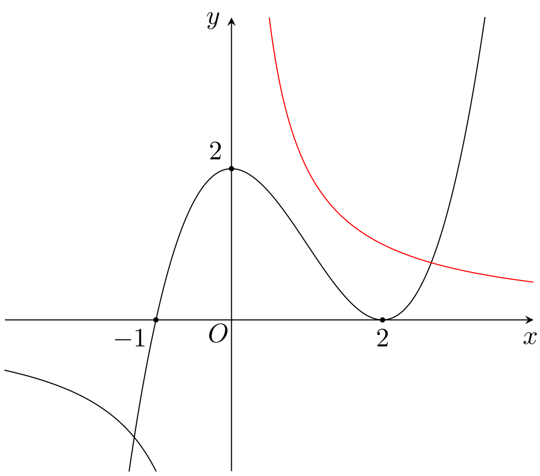
Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(x \cdot f(x)) = 0$ là

(A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$. Do đó

$$f'(x \cdot f(x)) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \cdot f(x) = 0 \\ x \cdot f(x) = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0; x = -1; x = 2 \\ f(x) = \dfrac{2}{x} \Rightarrow \text{có hai nghiệm.} \end{array}\right.$$



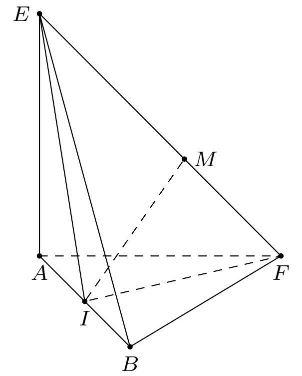
Vậy phương trình $f'(x \cdot f(x)) = 0$ có 5 nghiệm.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;2)$ và $B(5;13;10)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB. Xét điểm M di động trên (S) sao cho tiếp tuyến của (S) tại M cắt các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và B lần lượt tại E và F. Khi AE vuông góc với BF và $ME = \dfrac{5}{2}MF$ thì độ dài đoạn OE có giá trị nhỏ nhất bằng

(A) $5\sqrt{6}$. (B) $\sqrt{105}$. (C) $6\sqrt{5}$. (D) $3\sqrt{30}$.

Lời giải.



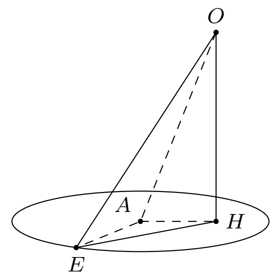
Mặt cầu (S) có tâm $I(3;9;6)$, bán kính $R = IA = \sqrt{2^2+4^2+4^2} = 6$.
Đầu tiên, ta sẽ đi tìm quỹ tích điểm E dựa trên giả thiết đề cho.
Gọi (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A.
Khi đó (P) qua $A(1;5;2)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (4;8;8) = 4(1;2;2)$ nên có phương trình $x+2y+2z-15=0$.

Vì EA, EM, FB, FM là các tiếp tuyến của (S) nên $\begin{cases} EA = EM = a \\ FB = FM = b. \end{cases}$

Theo giả thiết, $EM = \dfrac{5}{2}FM$ nên $a = \dfrac{5}{2}b$.
Lại có $EF = ME + MF = a + b$.

Do $AE \perp BF$, $AE \perp AB$ nên $AE \perp (ABF) \Rightarrow AE \perp AF$.
Suy ra $AE^2 + AF^2 = EF^2 \Leftrightarrow AE^2 + AB^2 + BF^2 = (ME+MF)^2$
$\Leftrightarrow a^2 + 4R^2 + b^2 = (a+b)^2 \Leftrightarrow ab = 2R^2 = 72$.
Kết hợp điều kiện $a = \dfrac{5}{2}b$, suy ra $a = 6\sqrt{5}$, $b = \dfrac{12}{\sqrt{5}} \Rightarrow AE = 6\sqrt{5}$.
Gọi H là hình chiếu của O lên (P), suy ra $OH = \mathrm{d}(O,(P)) = 5$ và

$$\begin{aligned} OE = \sqrt{OH^2+HE^2} &\geq \sqrt{OH^2+(AE-AH)^2} = \sqrt{OH^2+(AE-AH)^2} \\ &= \sqrt{OH^2+\left(AE-\sqrt{OA^2-OH^2}\right)^2} \\ &= \sqrt{5^2+\left(6\sqrt{5}-\sqrt{1^2+5^2+2^2-5^2}\right)^2} = 5\sqrt{6}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án (A) □

CÂU 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \dfrac{1}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ và $f(1) = 2$, $f(-1) = 3$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ sao cho $F(1) = 4$, $F(-\mathrm{e}) = 5$, khi đó $F(\mathrm{e}) + F(-1)$ bằng

A $-\mathrm{e}$. **B** $12 - 5\mathrm{e}$. **C** $10 - \mathrm{e}$. **D** $5\mathrm{e} + 6$.

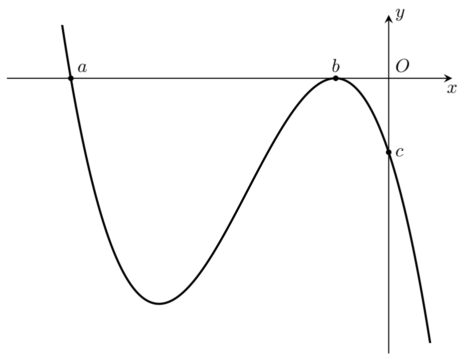
Lời giải.
Ta có

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f'(x)\,\mathrm{d}x = \ln|x| + C = \begin{cases} \ln x + 2, & x > 0 \\ \ln(-x) + 3, & x < 0 \end{cases} \quad (f(1) = 2, f(-1) = 3). \\ &\Rightarrow F(\mathrm{e}) = F(1) + \int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x;\ F(-1) = F(-\mathrm{e}) + \int_{-\mathrm{e}}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x. \\ &\Rightarrow F(\mathrm{e}) + F(-1) = 4 + 5 + \int_1^{\mathrm{e}} [\ln x + 2]\,\mathrm{d}x + \int_{-\mathrm{e}}^{-1} [\ln(-x) + 3]\,\mathrm{d}x \\ &= 9 + (2\mathrm{e} - 1) + (3\mathrm{e} - 2) = 5\mathrm{e} + 6. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 47.
Xét các số thực âm a, b, c sao cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = |f(xf(x)) - c|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 15. **B** 14. **C** 11. **D** 13.

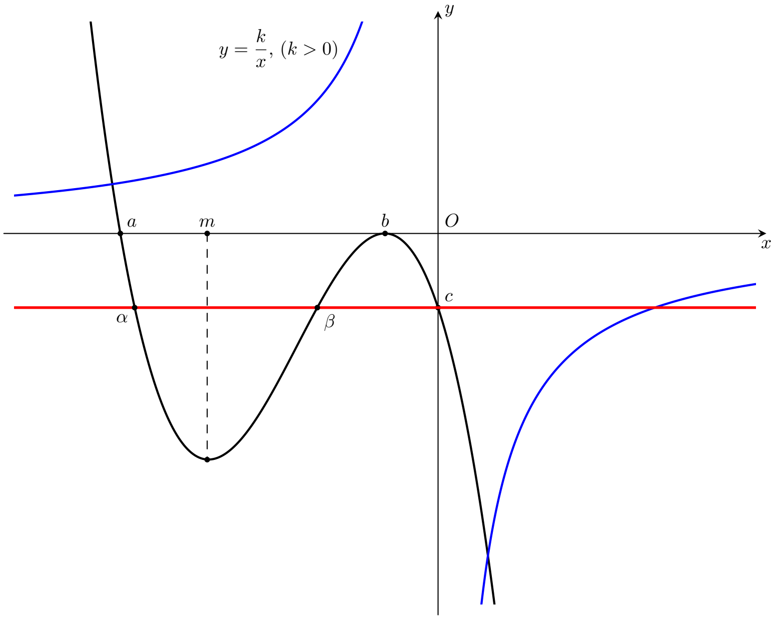


Lời giải.
Xét hàm số $u(x) = f(xf(x)) - c \Rightarrow g(x) = |u(x)|$, ta đếm số lần đổi dấu của $u(x)$ và $u'(x)$.
Ta có $f(x) = k\cdot(x-a)(x-b)^2$, $\left(\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow k < 0\right)$ và có hai điểm cực trị $x = m$; $x = b$.

Đường thẳng $y = c$ cắt đồ thị $f(x)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ α; β; 0 nên

$$f(x) - c = k \cdot x(x-\alpha)(x-\beta)$$
$$\Rightarrow \quad u(x) = k \cdot xf(x)(xf(x)-\alpha)(xf(x)-\beta).$$

Ta có $xf(x)$ đổi dấu khi qua các điểm $x = 0$; $x = a$ và mỗi phương trình $xf(x) = \alpha \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{\alpha}{x}$ $xf(x) = \beta \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{\beta}{x}$ đều có hai nghiệm phân biệt.



Nên $u(x)$ có $2+2+2 = 6$ lần đổi dấu.

Xét $u'(x) = (f(x) + xf'(x)) \cdot f'(xf(x)) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) + xf'(x) = 0 \\ xf(x) = m \\ xf(x) = b. \end{array}\right.$

Mỗi phương trình $xf(x) = m \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{m}{x}$; $xf(x) = b \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{b}{x}$ có hai nghiệm phân biệt.

Và

$$\begin{aligned} f(x) + xf'(x) &= k(x-a)(x-b)^2 + kx \cdot \left[(x-b)^2 + 2(x-a)(x-b)\right] \\ &= k(x-b)[(x-a)(x-b) + x(3x-2a-b)] \\ &= k(x-b)\left[4x^2 - (3a+2b)x + ab\right] \end{aligned}$$

có ba nghiệm phân biệt.

Nên $u'(x)$ có $3+2+2 = 7$ lần đổi dấu, do đó $u(x)$ có 7 điểm cực trị.

Vậy hàm số $g(x) = |u(x)|$ có $6 + 7 = 13$ điểm cực trị.

Xem lại số điểm cực trị của hàm tuyệt đối $|u(x)|$!

Chọn đáp án D □

CÂU 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a tồn tại số thực b thoả mãn

$$3^b + 4a^2 \cdot 3^{-b} - \left(\frac{5}{3}\right)^b = 2\sqrt{3}a?$$

A 14. **B** 6. **C** 7. **D** 11.

Lời giải.

Cách 1. Biến đổi giả thiết thành

$$3^b + 4a^2 \cdot 3^{-b} - \left(\frac{5}{3}\right)^b = 2\sqrt{3}a \Leftrightarrow 9^b + 4a^2 - 5^b = 2\sqrt{3}a \cdot 3^b$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(3^b - \sqrt{3}a\right)^2 = 5^b - a^2 \Leftrightarrow 3^b - \sqrt{3}a = \pm\sqrt{5^b - a^2} = \pm t,\ (t \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{3}a \pm t = 3^b \\ a^2+t^2 = 5^b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{5^b}\sin x \\ t = \sqrt{5^b}\cos x \\ \sqrt{3}\sin x \pm \cos x = \left(\dfrac{3}{\sqrt{5}}\right)^b \\ x \in \left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]\end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad a = \left(\sqrt{5}\right)^{\log_{\frac{3}{\sqrt{5}}}(\sqrt{3}\sin x \pm \cos x)} \sin x \Rightarrow a \in \{0,\ldots,6\}.$$

Cách 2.

$$4a^2 - 2a\cdot 3^{b+\frac{1}{2}} + 9^b - 5^b = 0 \Rightarrow \Delta'_a = 3\cdot 9^b - 4\left(9^b - 5^b\right) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 9^b \leq 4\cdot 5^b \Leftrightarrow \left(\frac{9}{5}\right)^b \leq 4$$

$$\Leftrightarrow \quad b \leq \log_{\frac{9}{5}} 4 \Rightarrow a^2 \leq 5^b \leq 5^{\log_{\frac{9}{5}} 4} \approx 44,52 \Rightarrow a \in \{\pm 6,\ldots,0\}.$$

Hoặc đánh giá

$$3^b = \sqrt{3}a \pm \sqrt{5^b - a^2} \leq \sqrt{(3+1)\left(a^2 + 5^b - a^2\right)} = \sqrt{4\cdot 5^b}$$

$$\Rightarrow \quad 9^b \leq 4\cdot 5^b \Leftrightarrow \left(\frac{9}{5}\right)^b \leq 4 \Leftrightarrow b \leq \log_{\frac{9}{5}} 4$$

$$\Rightarrow \quad a^2 \leq 5^{\log_{\frac{9}{5}} 4} \approx 44,52 \Rightarrow a \in \{\pm 6,\ldots,0\}.$$

Ta cần thử lại

— Nếu

$$a \in \{-6,\ldots,-1\} \quad \Rightarrow \quad \left(3^b + \sqrt{3}\right)^2 \leq \left(3^b - \sqrt{3}a\right)^2 = 5^b - a^2 \leq 5^b - 1.$$
$$4a^2 - 2a\cdot 3^{b+\frac{1}{2}} + 9^b - 5^b \geq 9^b - 5^b + 2.3^{b+\frac{1}{2}} + 4$$
$$\Rightarrow \quad 9^b - 5^b + 2\cdot 3^{b+\frac{1}{2}} + 4 \leq 0.$$

Điều này vô lí vì với $b < 0 \Rightarrow VT > 4 - 5^b > 3 > 0$ và với $b \geq 0 \Rightarrow VT > 9^b - 5^b \geq 0$

— Nếu $a \in \{0,\ldots,6\}$ thử trực tiếp (SHIFT SOLVE) nhận.

Cách 3. Để ý phương trình đã cho là phương trình bậc hai đối với ẩn a, vậy

$$3^b + 4a^2\cdot 3^{-b} - \left(\frac{5}{3}\right)^b = 2\sqrt{3}a \Leftrightarrow 4a^2 - 2\cdot 3^{b+\frac{1}{2}}a + 9^b - 5^b = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad a = \frac{3^{b+\frac{1}{2}} \pm \sqrt{3^{2b+1} - 4\left(9^b - 5^b\right)}}{4} \Rightarrow a \in \{0,\ldots,6\}.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 49. Xét hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1 - 2z_2| = 3$ và $|3z_1 + z_2| = 2$. Khi $|z_1 - \sqrt{3}iz_2 + i|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $|z_1 - z_2|$ bằng

(A) $\dfrac{17\sqrt{2}}{7}$. **(B)** $\dfrac{2\sqrt{43}}{7}$. **(C)** $\dfrac{2\sqrt{31}}{7}$. **(D)** $\dfrac{\sqrt{170}}{7}$.

Lời giải.

Đặt $a = z_1 - 2z_2$ và $b = 3z_1 + 2z_2$, suy ra $z_1 = \dfrac{a+2b}{7}$, $z_2 = \dfrac{b-3a}{7}$ và $|a| = 3$, $|b| = 2$.

Khi đó

$$\begin{aligned} P &= |z_1 - \sqrt{3}iz_2 + i| = \left|\frac{a+2b}{7} - \sqrt{3}i\cdot\frac{b-3a}{7} + i\right| \\ &= \frac{1}{7}\left|a\left(1+3\sqrt{3}i\right) + b\left(2-\sqrt{3}i\right) + 7i\right| \\ &\geq \frac{1}{7}\left[\left|a(1+3\sqrt{3}i) + b(2-\sqrt{3})i\right| - |7i|\right] \\ &\geq \frac{1}{7}\left[\left|a(1+3\sqrt{3}i)\right| - \left|b(2-\sqrt{3}i)\right| - |7i|\right]\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{7}\left(6\sqrt{7}-2\sqrt{7}-7\right)=\frac{4\sqrt{7}-7}{7}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} a\left(1+3\sqrt{3}i\right)=-6\sqrt{7}i \\ b\left(2-\sqrt{3}i\right)=2\sqrt{7}i. \end{cases}$

Suy ra $|z_1-z_2|=\left|\dfrac{4a+b}{7}\right|=\dfrac{1}{7}\left|4\left(\dfrac{-6\sqrt{7}i}{1+3\sqrt{3}i}\right)+\dfrac{2\sqrt{7}i}{2-\sqrt{3}i}\right|=\dfrac{2\sqrt{43}}{7}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 50. Cho hàm số $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ sao cho hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ có bốn điểm cực trị là -3; 1; $\dfrac{4-2\sqrt{13}}{3}$ và $\dfrac{4+2\sqrt{13}}{3}$. Gọi $h(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị đi qua bốn điểm cực trị của hàm số $g(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=g(x)$, $y=h(x)$ và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ bằng

A $\dfrac{419}{12}-30\ln 2$. **B** $\dfrac{421}{12}-36\ln 2$. **C** $\dfrac{587}{12}-36\ln 2$. **D** $\dfrac{701}{12}-30\ln 2$.

Lời giải.

Do $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ có bốn điểm cực trị là -3; 1; $\dfrac{4-2\sqrt{13}}{3}$ và $\dfrac{4+2\sqrt{13}}{3}$ nên

$$g'(x)=\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}=\frac{x\left(4x^3+3ax^2+2bx+c\right)-\left(x^4+ax^3+bx^2+cx+d\right)}{x^2}=\frac{(x+3)(x-1)\left(3x^2-8x-12\right)}{x^2}.$$

Các điểm cực trị $(x;y)$ của đồ thị $g(x)$ cùng nằm trên đường cong $y=\dfrac{f'(x)}{(x)'}=f'(x)$.

Do $f'(x)$ là hàm số bậc ba nên $h(x)=f'(x)$.

Suy ra $g(x)=h(x)\Leftrightarrow\dfrac{f(x)-xf'(x)}{x}=0$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=g(x)$ và $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ là

$$S=\int_1^2|g(x)-h(x)|\,\mathrm{d}x=\int_1^2\left|\frac{(x+3)(x-1)(3x^2-8x-12)}{x}\right|\mathrm{d}x=\frac{587}{12}-36\ln 2.$$

Chọn đáp án (C) □

1. B	2. C	3. B	4. A	5. A	6. C	7. A	8. B	9. A	10. B
11. B	12. C	13. C	14. A	15. D	16. B	17. B	18. B	19. C	20. B
21. B	22. D	23. B	24. B	25. A	26. C	27. B	28. C	29. B	30. C
31. A	32. B	33. D	34. D	35. A	36. A	37. C	38. B	39. D	40. B
41. B	42. A	43. B	44. C	45. A	46. D	47. D	48. C	49. B	50. C

Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

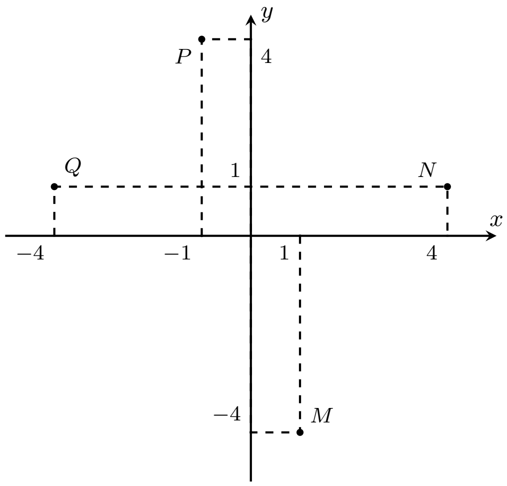
ĐỀ ÔN TẬP SỐ 8 — ĐỀ 8

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1.
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm M, N, P, Q như bên cạnh, số phức $z = 1 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm

(A) N. (B) P. (C) Q. (D) M.



Lời giải.
Theo hình vẽ, ta có điểm biểu diễn số phức $z = 1 - 4i$ là điểm $M(1; -4)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 5.

Lời giải.
Ta có $f'(x)$ đổi dấu 4 lần nên có 4 điểm cực trị.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 3. Thể tích của khối cầu có bán kính $r = 3$ bằng

(A) 9π. (B) $4\pi^3$. (C) 108π. (D) 36π.

Lời giải.
Ta có $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4\pi}{3} \cdot 27 = 36\pi$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 4. Số phức liên hợp của số phức $z = 5 - 2i$ là

(A) $\overline{z} = 5 + 2i$. (B) $\overline{z} = 2 + 5i$. (C) $\overline{z} = -5 - 2i$. (D) $\overline{z} = -2 - 5i$.

Lời giải.
Số phức liên hợp của số phức $z = 5 - 2i$ là $\overline{z} = 5 + 2i$.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 2)$ và bán kính $R = 3$. Phương trình của mặt cầu (S) là

(A) $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$.
(B) $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$.
(C) $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.
(D) $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 2)$ và bán kính $R = 3$ nên có phương trình là $(S)\colon (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 6. Đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ cắt trục Ox tại điểm nào dưới đây?

Ⓐ $M(0;-1)$. Ⓑ $N(-1;0)$. Ⓒ $P(0;1)$. Ⓓ $Q(1;0)$.

Lời giải.

Ta có $\dfrac{x+1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Do đó hàm số đã cho cắt trục Ox tại $N(-1;0)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;2)$. Ⓑ $(-\infty;1)$. Ⓒ $(1;+\infty)$. Ⓓ $(1;3)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;1)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 8. Phần ảo của số phức $z = 5 - 2i$ là

Ⓐ $2i$. Ⓑ $-2i$. Ⓒ -2. Ⓓ 2.

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 5 - 2i$ là -2.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2) > 2$ là

Ⓐ $(4;+\infty)$. Ⓑ $(2;+\infty)$. Ⓒ $(6;+\infty)$. Ⓓ $(2;6)$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x-2) > 2 \Leftrightarrow x - 2 > 2^2 \Leftrightarrow x > 6$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 10. Nghiệm của phương trình $2^{2x} = 8$ là

Ⓐ $x = \dfrac{3}{2}$. Ⓑ $x = \dfrac{2}{3}$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = 3$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x} = 8 \Leftrightarrow 2x = \log_2 8 = 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 11. Thể tích của khối hộp có chiều cao $h = 5$, diện tích đáy $B = 3$ bằng

Ⓐ 15. Ⓑ 5. Ⓒ 5π. Ⓓ $\dfrac{15}{2}$.

Lời giải.

Thể tích của khối hộp có chiều cao $h = 5$, diện tích đáy $B = 3$ là $V = Bh = 15$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 12. Cho $f(2) = 4$, $f(0) = 1$, khi đó $\displaystyle\int_0^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

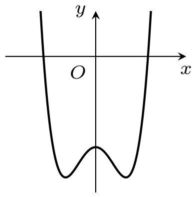
Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 5. Ⓓ 3.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_0^2 f'(x)\,\mathrm{d}x = f(x)\Big|_0^2 = f(2) - f(0) = 4 - 1 = 3$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 13. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



Ⓐ $y=-x^3+3x$. Ⓑ $y=x^3-3x-3$. Ⓒ $y=x^4-2x^2-3$. Ⓓ $y=-x^4+2x^2-3$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với hệ số $a>0$, $b<0$. Suy ra $y=x^4-2x^2-3$.

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 14. Thể tích của khối chóp tứ giác có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, chiều cao $h=3$ bằng

Ⓐ 12. Ⓑ 4. Ⓒ 6. Ⓓ 18.

Lời giải.

Diện tích đáy $B=2^2=4$. Thể tích của khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}Bh=4$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 15. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3$ là

Ⓐ $3x^2+C$. Ⓑ $\dfrac{1}{4}x^4+C$. Ⓒ $4x^4+C$. Ⓓ $\dfrac{1}{2}x^2+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^4}{4}+C$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 16. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=2$, công sai $d=3$. Số hạng thứ tư của cấp số cộng đã cho là

Ⓐ $u_4=18$. Ⓑ $u_4=11$. Ⓒ $u_4=54$. Ⓓ $u_4=9$.

Lời giải.

Ta có $u_4=u_1+3d=2+3\cdot 3=11$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 17. Tập xác định của hàm số $y=(2x-1)^{\frac{1}{3}}$ là

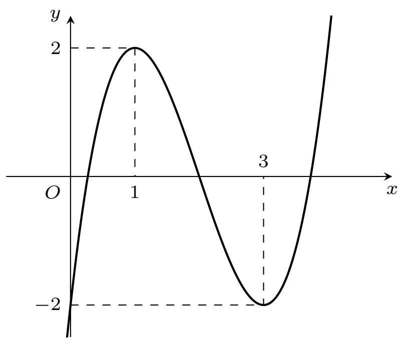
Ⓐ $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. Ⓑ $(-\infty;+\infty)$. Ⓒ $\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. Ⓓ $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $2x-1>0\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$. Vậy tập xác định của hàm số $\mathscr{D}=\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Chọn đáp án Ⓓ □

CÂU 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

Ⓐ $x=1$. Ⓑ $x=3$. Ⓒ $x=2$. Ⓓ $x=-2$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị, hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=1$.

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 19. Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_a\sqrt{a}$ bằng

Ⓐ $\dfrac{1}{2}$. Ⓑ $-\dfrac{1}{2}$. Ⓒ -2. Ⓓ 2.

Lời giải.

Ta có $\log_a \sqrt{a} = \log_a a^{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2}\log_a a = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{1}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $M(0;-1;-2)$. **(B)** $P(3;2;1)$. **(C)** $N(0;1;-2)$. **(D)** $Q(0;1;2)$.

Lời giải.

Tọa độ điểm $N(0;1;-2)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng d nên d đi qua N.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2+t \\ z = 3+4t \end{cases}$ có một véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n}_3 = (2;1;4)$. **(B)** $\vec{n}_2 = (1;2;-3)$. **(C)** $\vec{n}_4 = (-2;1;4)$. **(D)** $\vec{n}_1 = (1;2;3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2+t \\ z = 3+4t \end{cases}$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_4 = (-2;1;4)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-2;4)$ và $B(1;1;2)$ có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\vec{u}_2 = (4;-1;6)$. **(B)** $\vec{u}_1 = (2;-3;2)$. **(C)** $\vec{u}_3 = (-2;3;2)$. **(D)** $\vec{u}_4 = \left(2;-\dfrac{1}{2};3\right)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;3;-2) = -\vec{u}_1$ với $\vec{u}_1 = (2;-3;2)$.

Vậy $\vec{u}_1 = (2;-3;2)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng trên.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 23. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4}{x+2}$ là

(A) $x = 2$. **(B)** $x = -2$. **(C)** $y = 0$. **(D)** $y = 2$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x \to (-2)^+} y = +\infty$ nên $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 24. Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh $\ell = 5$, bán kính đáy $r = 3$ bằng

(A) 30π. **(B)** 15π. **(C)** 48π. **(D)** 24π.

Lời giải.

Ta có $S_{\text{xq}} = \pi r \ell = 15\pi$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 25. Hàm số nào dưới đây có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$?

(A) $y = 3^x$. **(B)** $y = x^{\frac{1}{3}}$. **(C)** $y = x^{-3}$. **(D)** $y = \log_3 x$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^{-3}$ có số mũ -3 nguyên âm nên điều kiện là $x \neq 0$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 26. Một tổ hợp chập 2 của tập $S = \{1;2;3;4;5\}$ là

(A) C_5^2. **(B)** A_5^2. **(C)** $\{1;2\}$. **(D)** $(1;2)$.

Lời giải.

Một tổ hợp chập 2 của tập $S = \{1;2;3;4;5\}$ là $\{1;2\}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, toạ độ của véc-tơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k} - \vec{j}$ là

(A) $(2;3;-1)$. **(B)** $(-1;3;2)$. **(C)** $(2;-1;3)$. **(D)** $(-1;2;3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k} - \vec{j} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ nên $\vec{a} = (2;-1;3)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 28. Cho $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = -6$ và $\int\limits_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$, khi đó $\int\limits_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A -9. **B** 3. **C** 9. **D** -3.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 3-(-6) = 9$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 29. Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y = x^3+3x^2-1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A $x=-2$. **B** $x=1$. **C** $x=0$. **D** $x=-1$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-2;1]$.

Ta có $y' = 3x^2+6x, y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in(-2;1) \\ x=-2\notin(-2;1). \end{array}\right.$

Ta có $y(-2)=3$, $y(0)=-1$, $y(1)=2$.

Vậy $\min\limits_{[-2;1]} y = y(0) = -1$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 30. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên gồm hai chữ số được lập từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số được chọn gồm hai chữ số phân biệt bằng

A $\frac{5}{6}$. **B** $\frac{1}{2}$. **C** $\frac{1}{6}$. **D** $\frac{5}{12}$.

Lời giải.

Số tự nhiên có hai chữ số được lập từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$ có $6\cdot 6 = 36$ số.
Số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$ có $6\cdot 5 = 30$ số.
Gọi A là biến cố: "Chọn được số có hai chữ số phân biệt".
Xác suất biến cố A là

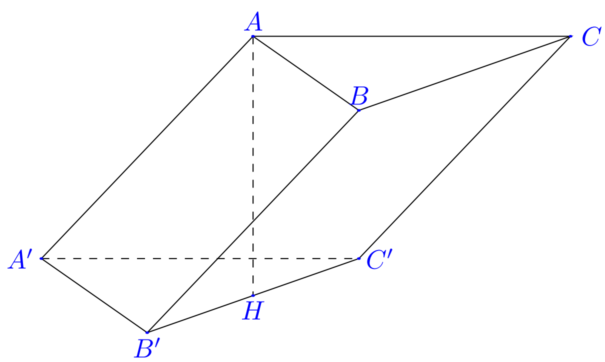
$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 31.

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm H của $B'C'$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ bằng

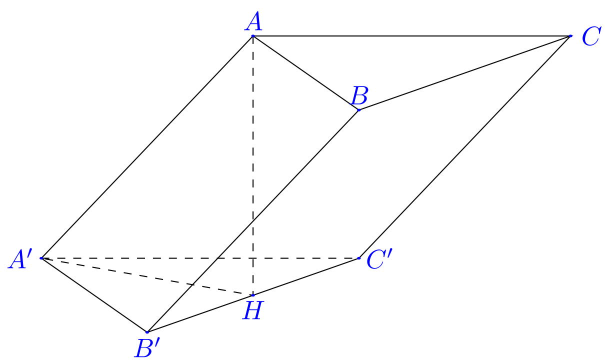
A $60°$. **B** $45°$. **C** $30°$. **D** $90°$.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} B'C' \perp AH \\ B'C' \perp A'H \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (A'H'A)$.

Suy ra $B'C' \perp A'A$ hay góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ bằng $90°$.



Chọn đáp án (D) □

CÂU 32. Cho F là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$, khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\int e^x \cdot f(2e^x - 1)\,dx = F(2e^x - 1) + C$.
Ⓑ $\int e^x \cdot f(2e^x - 1)\,dx = 2F(2e^x - 1) + C$.
Ⓒ $\int e^x \cdot f(2e^x - 1)\,dx = \frac{1}{2}F(2e^x - 1) + C$.
Ⓓ $\int e^x \cdot f(2e^x - 1)\,dx = -\frac{1}{2}F(2e^x - 1) + C$.

Lời giải.

Xét $I = \int e^x \cdot f(2e^x - 1)\,dx$.

Đặt $t = 2e^x - 1 \Rightarrow dt = 2e^x\,dx$.

Thay vào I ta được $I = \int \frac{1}{2}f(t)\,dt = \frac{1}{2}F(t) + C = \frac{1}{2}F(2e^x - 1) + C$.

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-2; 0)$. Ⓑ $(0; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; -2)$. Ⓓ $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

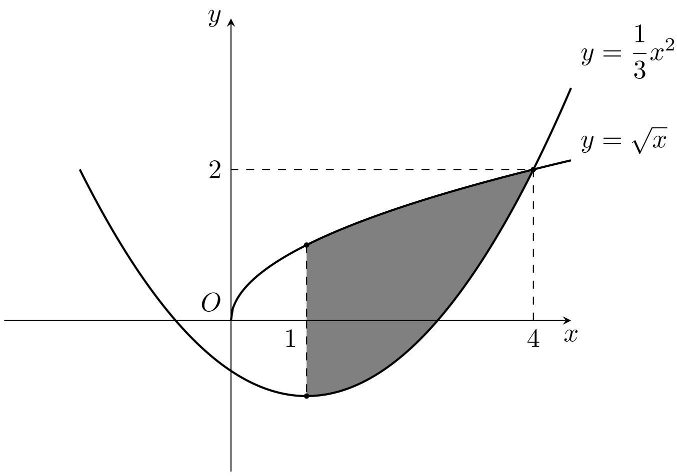
Với hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2), \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x^2(x+2) \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x \leq -2. \end{array}\right.$

Vậy hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 34. Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$, $y = \sqrt{x}$ và đường thẳng $x = 1$ được tính bởi công thức



Ⓐ $S = \int\limits_1^4 \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - \sqrt{x}\right) dx$.
Ⓑ $S = \frac{1}{3}\int\limits_1^4 \left(3\sqrt{x} - x^2 + 2x + 2\right) dx$.
Ⓒ $S = \int\limits_0^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}\right) dx$.
Ⓓ $S = \int\limits_0^4 \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - \sqrt{x}\right) dx$.

Lời giải.

Theo hình vẽ ta có diện tích phần tô đậm là

$$S = \int\limits_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}\right) dx = \frac{1}{3}\int\limits_1^4 \left(3\sqrt{x} - x^2 + 2x + 2\right) dx.$$

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 35. Cho a và b là hai số thực dương khác 1 thỏa mãn $\sqrt{a} = \sqrt[3]{b}$. Tính giá trị $\log_a b$.

Ⓐ $\log_a b = \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$. Ⓑ $\log_a b = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}}$. Ⓒ $\log_a b = \frac{3}{2}$. Ⓓ $\log_a b = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có a và b là hai số thực dương thoả $\sqrt{a} = \sqrt[3]{b} \Leftrightarrow b = a^{\frac{3}{2}}$.

Ta được

$$\log_a b = \log_a a^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 36. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a \cdot 2i + b(3+i) = 6+8i$. Tổng $a+b$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) 4. (D) 7.

Lời giải.

Ta có $2ai + b(3+i) = 6+8i \Leftrightarrow 3b + (2a+b)i = 6+8i$.
Theo định nghĩa hai số phức bằng nhau ta được

$$\begin{cases}3b=6\\2a+b=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\b=2\end{cases} \Rightarrow a+b=5.$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-1)$ trên mặt phẳng $(P)\colon x+2y-3z+6=0$ là điểm $H(a;b;c)$. Tổng $a+b+c$ bằng

(A) -3. (B) -4. (C) 0. (D) 2.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng qua M và vuông góc mặt phẳng (P).

Phương trình tham số đường thẳng d: $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t,\ (t\in\mathbb{R}).\\z=-1-3t\end{cases}$

Hình chiếu vuông góc của điểm M trên (P) là giao điểm của d và (P).
Thay d vào (P) ta được

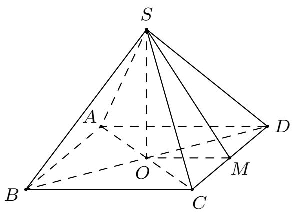
$$(1+t)+2(2+2t)-3(-1-3t)+6=0 \Leftrightarrow 14t+14=0 \Leftrightarrow t=-1.$$

Vậy toạ độ $H(0;0;2)$ hay $a+b+c=2$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 38. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4, mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc 30°. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

(A) $2\sqrt{3}$. (B) $4\sqrt{3}$. (C) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. (D) 2.

Lời giải.



Gọi O là tâm mặt đáy và M là trung điểm cạnh CD.
Khi đó $SM \perp CD$ và $OM \perp CD$.
Do đó góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SMO} = 30^\circ$.
Ta có $OM = 2$, $SO = OM \cdot \tan 30^\circ = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.
Vì $AC = 2OC$ nên

$$\mathrm{d}(A,(SCD)) = 2\mathrm{d}(O,(SCD)) = 2\cdot\frac{SO\cdot OM}{\sqrt{SO^2+OM^2}} = 2.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 39. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $\log_2\left(x^2\right)+\log_3\left(x^3\right) \geq \log_2 x\cdot\log_3 x - 4$?

(A) 27. (B) 134. (C) 26. (D) 133.

Lời giải.

Điều kiện $x>0$. Khi đó

$$\begin{aligned}
& \log_2\left(x^2\right)+\log_3\left(x^3\right) \geq \log_2 x\cdot\log_3 x-4\\
\Leftrightarrow\ & 2\log_2 x+3\log_3 x \geq \log_2 x\cdot\log_3 x-4\\
\Leftrightarrow\ & 2\log_2 x+\frac{3\log_2 x}{\log_2 3} \geq \log_2 x\cdot\frac{\log_2 x}{\log_2 3}-4\\
\Leftrightarrow\ & \log_2^2 x-(2\log_2 3+3)\log_2 x-4\log_2 3 \leq 0\\
\Leftrightarrow\ & -0{,}897 \leq \log_2 x \leq 7{,}067\\
\Leftrightarrow\ & 0{,}536 \leq x \leq 134{,}056.
\end{aligned}$$

Vì x nguyên nên $x \in \{1;2;3;\ldots;134\}$.
Vậy có 134 số nguyên thỏa bài toán.
Chọn đáp án (B) □

CÂU 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \cos x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\pi^2}{8} + 1$. Khi đó $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A $\frac{\pi}{2}$. **B** $\frac{\pi}{2} + 1$. **C** $\frac{\pi}{2} - 1$. **D** 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \cos x + 1 \Rightarrow f(x) = \sin x + x + C$.

Khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + x + C)\,\mathrm{d}x = \left(-\cos x + \frac{x^2}{2} + Cx\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{8} + C \cdot \frac{\pi}{2} + 1$.

Vì $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\pi^2}{8} + 1$ nên $\frac{\pi^2}{8} + C \cdot \frac{\pi}{2} + 1 = \frac{\pi^2}{8} + 1 \Rightarrow C = 0$.

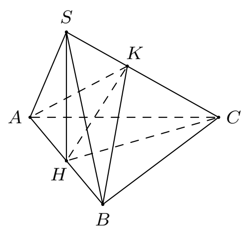
Do đó $f(x) = \sin x + x$. Vậy $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + 1$.

Chọn đáp án B □

CÂU 41. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của cạnh AB. Biết $SC = 3a$ và góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 90^0. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A $2a^3$. **B** $\frac{1}{2}a^3$. **C** $4a^3$. **D** $3a^3$.

Lời giải.



Đặt $AB = BC = CA = x$, $(x > 0)$.

Gọi AK là đường cao của tam giác SAC. Vì $\triangle SAC = \triangle SBC$ (c-c-c) nên BK cũng là đường cao của tam giác SBC.

Ta có $AK \perp SC$, $BK \perp SC \Rightarrow ((SAC), (SBC)) = \widehat{AKB} = 90^0$.

Do đó $KH = \frac{AB}{2} = \frac{x}{2}$.

Ta có $CH = \frac{\sqrt{3}x}{2} \Rightarrow SH = \sqrt{SC^2 - CH^2} = \sqrt{9a^2 - \frac{3}{4}x^2}$.

và $HK = \frac{HS \cdot HC}{SC} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}x\sqrt{9a^2 - \frac{3}{4}x^2}}{3a} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2\sqrt{2}a \Rightarrow SH = \sqrt{3}a$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}(2\sqrt{2}a)^2 \cdot \sqrt{3} = 2a^3$.

Chọn đáp án A □

CÂU 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(3;0;5)$ và hai đường thẳng $d_1\colon \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$; $d_2\colon \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3t \end{cases}$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua E, cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại các điểm A và B sao cho $AB = \sqrt{6}$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A $M(1;2;3)$. **B** $Q(3;2;-1)$. **C** $P(1;-2;3)$. **D** $N(2;-1;3)$.

Lời giải.

Gọi $A(a+2; a+2; -a) \in d_1$, $B(b+2; 2b-1; -3b) \in d_2$.

Ta có $AB^2 = (b-a)^2 + (2b-a-3)^2 + (a-3b)^2 = 6 \Leftrightarrow 3a^2 + 6a(1-2b) + 14b^2 - 12b + 3 = 0$.

Phương trình trên có $\Delta'_a = 9(1-2b)^2 - 3\left(14b^2 - 12b + 3\right) = -6b^2 \leq 0$.

Do vậy để tồn tại a thoả mãn phương trình thì $b = 0 \Rightarrow 3a^2 + 6a + 3 = 0 \Leftrightarrow a = -1$.

Khi đó $A(1;1;1)$, $B(2;-1;0) \Rightarrow \vec{n}_P = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}\right] = (-9;-6;3) = -3(3;2;-1)$.

Vậy $(P)\colon 3x + 2y - z - 4 = 0$ đi qua điểm $M(1;2;3)$.

Chọn đáp án A □

CÂU 43. Trên tập số phức, cho phương trình $z^2 + az + b = 0$, $(a, b \in \mathbb{R})$. Có bao nhiêu số phức w sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm là $z_1 = (6-i)w - 2i$ và $z_2 = (\overline{w} - 5 + i)|w|$?

A 4. **B** 3. **C** 6. **D** 5.

Lời giải.

TH1: Nếu $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$ thì

$z_1 = (6-i)w - 2i = (6-i)(x+yi) - 2i$ có phần ảo bằng 0, suy ra $-x + 6y - 2 = 0$.

$z_2 = (\overline{w} - 5 + i)|w| = \sqrt{x^2+y^2}\,[(x-5) + (1-y)i]$ có phần ảo bằng 0, suy ra $(1-y)\sqrt{x^2+y^2} = 0$.

Giải hệ $\begin{cases} -x + 6y - 2 = 0 \\ (1-y)\sqrt{x^2+y^2} = 0 \end{cases}$ ta được $x = 4$; $y = 1 \Rightarrow w = 4 + i$.

TH2: Nếu $z_1,\ z_2 \notin \mathbb{R}$ thì
$z_1 = \overline{z_2} \Leftrightarrow (6-i)w - 2i = (w-5-i)|w| = tw - 5t - ti,\ (t = |w|,\ (t \geq 0)).$
$\Leftrightarrow w[(t-6)+i] = 5t + (t-2)i \Rightarrow t\left[(t-6)^2+1\right] = 25t^2 + (t-2)^2$
$\Leftrightarrow t(t^2 - 12t + 37) = 26t^2 - 4t + 4 \Leftrightarrow t^3 - 38t^2 + 41t - 4 = 0$
$\Rightarrow t = 1;\ t \approx 0{,}11\ ;\ t \approx 36{,}89$ tương ứng 3 số phức w.
Vậy có tất cả 4 số phức w thoả mãn.
Chọn đáp án (A) □

CÂU 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12,\ \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(-1) = 2$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = \left|f\left(x^4 - 2x^2\right) - m\right|$ có ít nhất 9 điểm cực trị là

(A) 27. (B) 20. (C) 26. (D) 19.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = -1;\ x = 2$.
Xét $u(x) = f\left(x^4 - 2x^2\right) - m$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1	0	1		$+\infty$
$x^4 - 2x^2$	$+\infty$	2	-1	0	-1	2	$+\infty$
$u(x)$	$+\infty$	$-25-m$	$2-m$	$-5-m$	$2-m$	$-25-m$	$+\infty$

Trong đó $f(2) = 2 + \displaystyle\int_{-1}^{2} 6\left(x^2 - x - 2\right)\,\mathrm{d}x = -25$; $f(0) = 2 + \displaystyle\int_{-1}^{0} 6\left(x^2 - x - 2\right)\,\mathrm{d}x = -5$.
Vậy $g(x) = |u(x)|$ có ít nhất 9 điểm cực trị khi $u(x)$ có ít nhất 4 lần đổi dấu

$$\Leftrightarrow -25 - m < 0 < 2 - m \Leftrightarrow -25 < m < 2 \Rightarrow m \in \{-24, -23, \ldots, 1\}.$$

Chọn đáp án (C) □

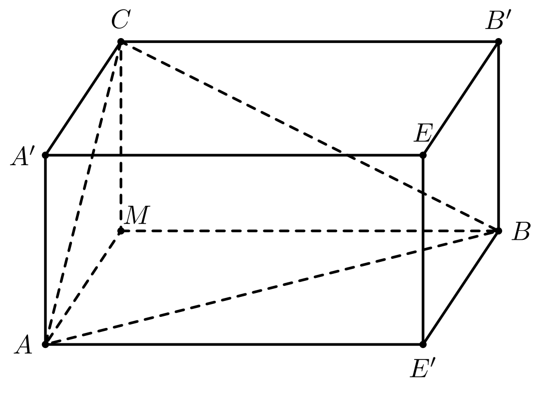
CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;0;5)$ và mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 81$. Xét các điểm A, B, C di động trên (S) sao cho MA, MB, MC đôi một vuông góc và gọi E là đỉnh đối diện với đỉnh M của hình hộp chữ nhật có ba cạnh MA, MB, MC. Khoảng cách từ E đến mặt phẳng (Oxy) có giá trị lớn nhất bằng

(A) 21. (B) 15. (C) 17. (D) 19.

Lời giải.

- **Cách 1:**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;4)$, $R = 9$ và $IM = 3$, $IA = IB = IC = R = 9$.
Theo tính chất hình hộp ta có



$$\begin{aligned} & \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \\ \Leftrightarrow\ & \overrightarrow{IE} - \overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IM} \\ \Leftrightarrow\ & \overrightarrow{IE} + 2\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} \end{aligned}$$

Bình phương hai vế ta có

$$IE^2 + 4IM^2 + 4\cdot\overrightarrow{IE}\cdot\overrightarrow{IM} = 3R^2 + 2\left(\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IB}\cdot\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IC}\cdot\overrightarrow{IA}\right).$$

Sử dụng tích vô hướng của hai véctơ chung gốc dạng

$$\overrightarrow{OX}\cdot\overrightarrow{OY} = \frac{OX^2 + OY^2 - XY^2}{2}.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} & IE^2 + 4IM^2 + 4\cdot\overrightarrow{IE}\cdot\overrightarrow{IM} \\ =\ & 3R^2 + \left(IA^2 + IB^2 - AB^2\right) + \left(IB^2 + IC^2 - BC^2\right) + \left(IC^2 + IA^2 - CA^2\right) \\ \Leftrightarrow\ & 3IE^2 + 6IM^2 - 2EM^2 = 9R^2 - \left(AB^2 + BC^2 + CA^2\right) \\ \Leftrightarrow\ & IE^2 + 2IM^2 = 3R^2 + \frac{1}{3}\left[2EM^2 - \left(AB^2 + BC^2 + CA^2\right)\right]. \end{aligned}$$

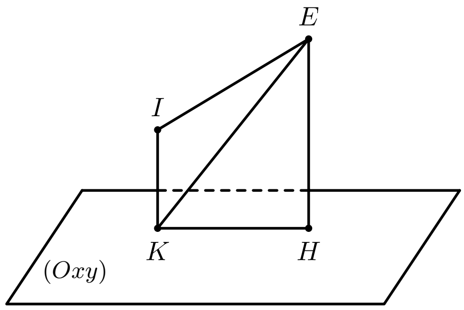
Mặt khác theo tính chất hình hộp chữ nhật thì

- $ME^2 = MA^2 + MB^2 + MC^2$.
- $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 2\left(MA^2 + MB^2 + MC^2\right)$.

Do đó $IE^2 + 2IM^2 = 3R^2 \Rightarrow IE = \sqrt{3R^2 - 2IM^2} = \sqrt{3 \cdot 81 - 2 \cdot 9} = 15$.

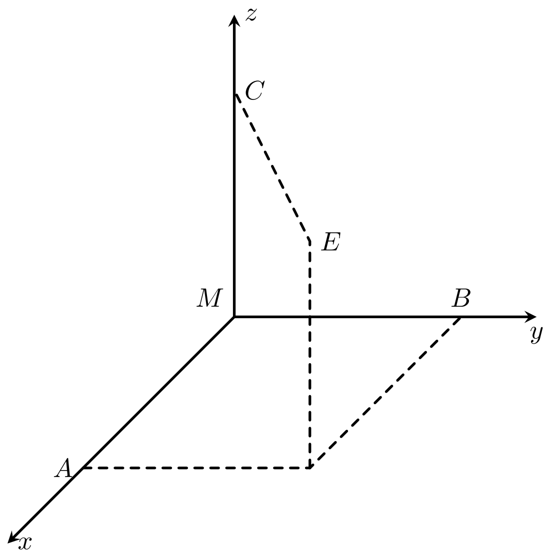
Gọi H là hình chiếu của E lên mặt phẳng (Oxy).
$K(1;-2;0)$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oxy).

Khi đó $d(E;(Oxy)) = EDH \leq EK \leq IK + IE = d(I;(Oxy)) + IE = 4 + 5 = 19$.
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv K(1;-2;0)$ và E, I, K thẳng hàng theo thứ tự.
Hay $\overrightarrow{EI} = \dfrac{EI}{IK}\overrightarrow{IK} = \dfrac{15}{4}\overrightarrow{IK} = \dfrac{15}{4}(0;0;-4) \Rightarrow E(1;-2;19)$.



Cách 2:

Chọn hệ trục toạ độ mới sao cho $M(0;0;0)$, $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c) \Rightarrow E(a;b;c)$ và $I(x;y;z)$.
Theo giả thiết $IM = 3$, $IA = IB = IC = R = 9$. Ta có hệ
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ (x-a)^2 + y^2 + z^2 = 81 \\ x^2 + (y-b)^2 + z^2 = 81 \\ x^2 + y^2 + (z-c)^2 = 81. \end{cases}$$
$\Rightarrow IE^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = 3 \cdot 81 - 2 \cdot 9 = 225 \Rightarrow IE = 15$.
Các bước còn lại làm như ở cách 1.

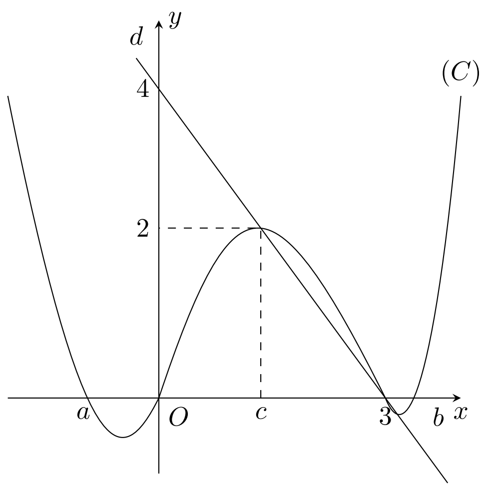


Chọn đáp án (B)

CÂU 46.

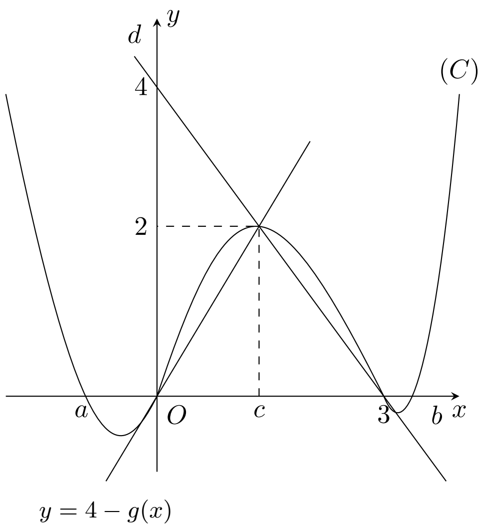
Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Đường thẳng $d\colon y = g(x)$ là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 3$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $\dfrac{f(x)-4}{g(x)-4} = \dfrac{g(x)}{f(x)}$ là

A 7. **B** 4. **C** 5. **D** 6.



Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} f(x) \neq 0 \\ g(x) - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \notin \{a;0;3;b\} \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \notin \{a;0;3;b\}$ trong đó a, b là các hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành như hình vẽ



Đặt $a=f(x)$; $b=g(x) \Rightarrow \dfrac{a-4}{b-4}=\dfrac{b}{a} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ a=4-b \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=g(x) \\ f(x)=4-g(x). \end{array}\right.$

Đường thẳng $y=g(x)$ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt trong đó hai điểm có hoành độ là $x=c$, $x=3$.

Đường thẳng $y=4-g(x)$ qua hai điểm $(0;0)$, $(c;2)$ cắt (C) tại bốn điểm phân biệt trong đó có hai điểm có hoành độ là $x=0$, $x=c$.

Đối chiếu với điều kiện suy ra phương trình có tất cả $(3+4)-2-1=4$ nghiệm.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 47. Xét hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|\ z_1-2z_2=4\ |$ và $|\ 3z_1+z_2\ |=5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|\ 5z_1-3z_2\ |+|\ z_1+5z_2\ |$, khi đó M^2-m^2 bằng

(A) 325. (B) 125. (C) 247. (D) 100.

Lời giải.

Đặt $a=z_1-2z_2$, $b=3z_1+z_2 \Rightarrow \begin{cases} 5z_1-3z_2=2a+b \\ z_1+5z_2=b-2a \\ |a|=4 \\ |b|=5. \end{cases}$

Khi đó $P=|\ 2a+b\ |+|\ b-2a\ |$.

Gọi A, B là điểm biểu diễn hai số phức a và b.

Khi đó $|\ a\ |=|\ \overrightarrow{OA}\ |=4$; $|\ b\ |=|\ \overrightarrow{OB}\ |=5$ và

$$|\ 2a+b\ |^2=\left(2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)^2=4\overrightarrow{OA}^2+\overrightarrow{OB}+4\overrightarrow{OA}\overrightarrow{OB}=64+25+4OA\cdot OB\cos(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})=89+80x$$

$$|\ b-2a\ |^2=\left(-2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)^2=4\overrightarrow{OA}^2+\overrightarrow{OB}-4\overrightarrow{OA}\overrightarrow{OB}=64+25-4OA\cdot OB\cos(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})=89-80x$$

Trong đó $x=\cos(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})\in[-1;1]$.

Vậy $P=g(x)=\sqrt{89+80x}+\sqrt{89-80x}$.

Tập xác định $\mathscr{D}=[-1;1]$. $g'(x)=\dfrac{80}{2\sqrt{89+80x}}-\dfrac{80}{\sqrt{89-80x}}$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \sqrt{89-80x}-\sqrt{89+90x}=0 \Leftrightarrow x=0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$
$f'(x)$			$+$	0	$-$		
$f(x)$		16	$\nearrow$	$2\sqrt{89}$	$\searrow$	16	

$\Rightarrow M = \max\limits_{[-1;1]} g(x) = g(0) = 2\sqrt{89}$.

$m = \min\limits_{[-1;1]} g(x) = g(\pm 1) = 16$.

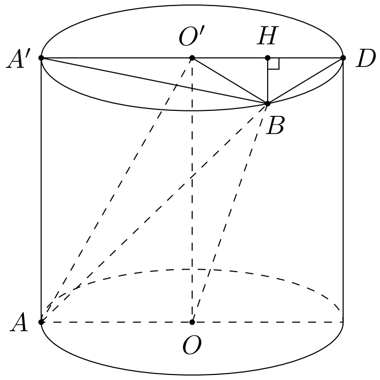
$\Rightarrow M^2 - m^2 = \left(2\sqrt{89}\right)^2 - 16^2 = 100$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 48. Cho hình trụ có bán kính đáy và chiều cao cùng bằng $2a$ và hai đường tròn đáy tâm O và O'. Xét hai điểm A, B lần lượt di động trên đường tròn tâm O và đường tròn đáy tâm O' sao cho AB tạo với OO' góc α $(0 < \alpha < 90^\circ)$. Khi thể tích khối tứ diện $OAO'B$ đạt giá trị lớn nhất thì $\tan\alpha$ bằng

(A) $\sqrt{2}$. (B) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. (C) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$. (D) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.



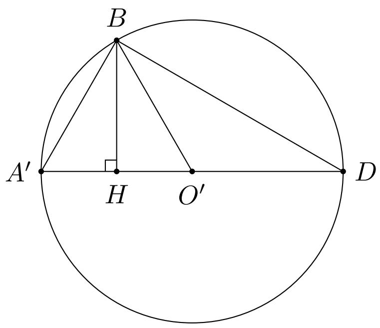
Ta có $r = h = 2a$. Hạ đường sinh AA'.

Khi đó $OO' \parallel AA' \Rightarrow \alpha = \widehat{(AB, OO')} = \widehat{(AB, AA')} = \widehat{A'AB}$.

Kẻ $BH \perp O'A' \Rightarrow BH \perp (OAO')$.

Ta có

$$\begin{aligned} V_{OAO'B'} &= \frac{1}{3} S_{\triangle OAO'} \cdot d(B, (OAO')) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OO' \cdot BH = \frac{2a^2}{3} \cdot BH. \end{aligned}$$



Do đó thể tích khối tứ diện $OAO'B$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $BH_{\max}$.

Ta có $BH \le BO' = r = 2a$.

Dấu "=" xảy ra khi $H \equiv O' \Rightarrow \triangle ABD$ vuông cân tại B.

Suy ra $A'B = \sqrt{2}r = 2\sqrt{2}a$.

Xét $\triangle A'AB$ có $\tan\alpha = \dfrac{A'B}{AA'} = \dfrac{2\sqrt{2}a}{2a} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 49. Có bao nhiêu số nguyên $a \in [-30; 30]$ sao cho ứng với mỗi a có không quá 5 số nguyên x thoả mãn $4^{x-13} + 4^{x+1-13} \le \log_3(1+x) - \log_3(x+a+1)$?

(A) 23. (B) 53. (C) 22. (D) 54.

Lời giải.

- **Trường hợp 1.** Nếu $a \ge 0 \Rightarrow$ VP ≤ 0, VT > 0. Do đó $S_x = \varnothing$ không chứa số nguyên nào nên thoả mãn.

- **Trường hợp 2.** Nếu $a < 0$ điều kiện của bất phương trình $\begin{cases} x > -1 \\ x < -a-1 \end{cases} \Leftrightarrow x > -a-1$.

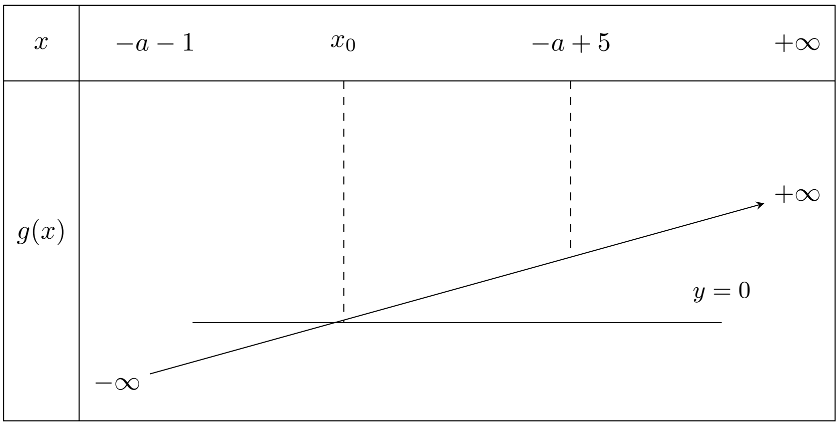
  Bất phương trình tương đương $g(x) = 4^{x-13} + 4^{a+x-13} - \log_3(1+x) + \log_3(a+x+1) \le 0$.

  Ta có

$$\begin{aligned} g'(x) &= 4^{x-3}\ln 4 + 4^{x+a-13}\ln 4 - \frac{1}{(x+1)\ln 3} + \frac{1}{(x+a+1)\ln 3} \\ &= 4^{x-13}\ln 4 + 4^{x+1-13}\ln 4 - \frac{1}{\ln 3} \cdot \frac{a}{(x+1)(x+a+1)} > 0, \end{aligned}$$

  $\forall a < 0$, $\forall x > -a-1$

  Bảng biến thiên



Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S_x = (-1-a; x_0]$ chứa tối đa 5 số nguyên là

$$-a; -a+1; -a+2; -a+3; -a+4$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \quad x_0 < -a+5\\
&\Leftrightarrow \quad g(-a+5) > 0\\
&\Leftrightarrow \quad 4^{-a-8} + 4^{-8} - \log_3(-a+6) + \log_3 6 > 0\\
&\Rightarrow \quad a \in \{-30; \cdots; -8\}.
\end{aligned}$$

Vậy $a \in \{-30; \cdots; -8; 0; \cdots 30\}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 50. Cho hàm số $f(x) = x^4 + bx^2 + c$ sao cho hàm số $g(x) = \dfrac{f(x)}{x^2+1}$ đạt cực trị tại điểm $x = -1$. Gọi $y = h(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị qua tất cả các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = g(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = g(x)$ và $y = h(x)$ bằng

(A) $\dfrac{64}{15}$. (B) $2\pi - \dfrac{8}{3}$. (C) $\dfrac{128}{15}$. (D) $4\pi - \dfrac{16}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
g'(x) &= \frac{f'(x)\cdot(x^2+1) - 2x\cdot f(x)}{(x^2+1)^2}\\
&= \frac{(x^2+1)(4x^3+2bx) - 2x(x^4+bx^2+c)}{(x^2+1)^2}\\
&= \frac{2x\left[(x^2+1)(2x^2+b) - x^4 - bx^2 - c\right]}{(x^2+1)^2}\\
&= \frac{2x(x^4+2x^2+b-c)}{(x^2+1)^2}
\end{aligned}$$

có nghiệm $x = -1 \Rightarrow 3 + b - c = 0 \Leftrightarrow b - c = -3$.
Suy ra $(x^2+1)\cdot f'(x) - 2x\cdot f(x) = 2x(x^4+2x^2-3)$.
Các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = g(x)$ cùng thuộc đường cong
$y = \dfrac{(f(x))'}{(x^2+1)'} = \dfrac{f'(x)}{2x} = \dfrac{4x^3+2bx}{2x} = 2x^2 + b$ có bậc hai nên $h(x) = \dfrac{f'(x)}{2x} = 2x^2 + b$.
Xét

$$\begin{aligned}
g(x) = h(x) \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{f'(x)}{2x} - \frac{f(x)}{x^2+1} = 0\\
&\Leftrightarrow \quad \frac{(x^2+1)\cdot f'(x) - 2x\cdot f(x)}{2x(x^2+1)} = 0\\
&\Leftrightarrow \quad \frac{x^4+2x^2-3}{x^2+1} = 0\\
&\Leftrightarrow \quad x = \pm 1.
\end{aligned}$$

Do đó

$$\begin{aligned} S &= \int\limits_{-1}^{1} |\, g(x) - h(x) \,|\, \mathrm{d}x \\ &= \int\limits_{-1}^{1} \left| \frac{x^4 + 2x^2 - 3}{x^2+1} \right| \mathrm{d}x \\ &= \int\limits_{-1}^{1} \frac{|\, x^4 + 2x^2 - 3 \,|}{x^2+1} \mathrm{d}x \\ &= \int\limits_{-1}^{1} -\left(x^2 + 1 - \frac{4}{x^2+1} \right) \mathrm{d}x \\ &= \int\limits_{-1}^{1} \left(-x^2 - 1 + \frac{4}{x^2+1} \right) \mathrm{d}x \\ &= \left(-\frac{x^3}{3} - x \right) \Bigg|_{1}^{1} + \int\limits_{-1}^{1} \frac{4}{x^2+1} \mathrm{d}x \\ &= -\frac{8}{3} + I. \end{aligned}$$

$I = \int\limits_{-1}^{1} \frac{4}{x^2+1} \mathrm{d}x$

Đặt $x = \tan t \Rightarrow \mathrm{d}x = (1 + \tan^2 t)\mathrm{d}t$.

Đổi cận $\begin{cases} x = -1 \Rightarrow t = -\dfrac{\pi}{4} \\ x = 1 \Rightarrow t = \dfrac{\pi}{4}. \end{cases}$.

$$\begin{aligned} I &= \int\limits_{-1}^{1} \frac{4}{x^2+1} \mathrm{d}x \\ &= \int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{4(1+\tan^2 t)}{1+\tan^2 t} \mathrm{d}t \\ &= \int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 4\mathrm{d}t \\ &= 4t \Bigg|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = 2\pi. \end{aligned}$$

Do đó $S = 2\pi - \dfrac{8}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

1. D	2. C	3. D	4. A	5. D	6. B	7. B	8. C	9. C	10. A
11. A	12. D	13. C	14. B	15. B	16. B	17. D	18. A	19. A	20. C
21. C	22. B	23. B	24. B	25. C	26. C	27. C	28. C	29. C	30. A
31. D	32. C	33. C	34. B	35. D	36. A	37. D	38. D	39. B	40. B
41. A	42. A	43. A	44. C	45. B	46. B	47. D	48. A	49. D	50. B

Ngày làm đề: ...../...../........

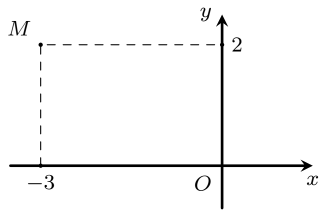
TỔNG ÔN THPTQG 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 9 — ĐỀ 9

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1.
Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



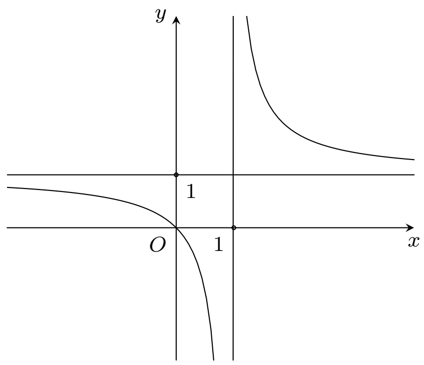
(A) $z = -2 + 3i$. (B) $z = -3 + 2i$. (C) $z = 3 - 2i$. (D) $z = 2 - 3i$.

Lời giải.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z = -3 + 2i$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 2. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



(A) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. (B) $y = \dfrac{x}{x+1}$. (C) $y = \dfrac{x}{x-1}$. (D) $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số có $x = 1$ là tiệm cận đứng, $y = 1$ là tiệm cận ngang và điểm $O(0; 0)$ thuộc đồ thị. Do đó, đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x}{x-1}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 3. Tập nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = 27$ là

(A) $\{1\}$. (B) $\{5\}$. (C) $\{2\}$. (D) $\{4\}$.

Lời giải.

Ta có

$$3^{2x-1} = 27 \Leftrightarrow 2x - 1 = \log_3 27 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = 27$ là $\{2\}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 4. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x + 2)$ là

(A) $[-2; +\infty)$. (B) $(-2; +\infty)$. (C) $(2; +\infty)$. (D) $[2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_3(x + 2)$ là $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = -16$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

(A) 6. (B) -6. (C) -8. (D) -2.

Lời giải.

Ta có $q^3 = \dfrac{u_4}{u_1} = \dfrac{-16}{2} = -8 \Rightarrow q = -2$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;5)$, $B(3;-5;1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A $(2;-2;6)$. **B** $(2;-4;-2)$. **C** $(1;-1;3)$. **D** $(4;-8;-4)$.

Lời giải.

Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là $(1;-1;3)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 7. Cho $\displaystyle\int\limits_0^1 f(x)dx = -4$, khi đó $-2\displaystyle\int\limits_0^1 f(x)dx$ bằng

A -2. **B** 2. **C** -8. **D** 8.

Lời giải.

Vì $\displaystyle\int\limits_0^1 f(x)dx = -4$ nên $-2\displaystyle\int\limits_0^1 f(x)dx = -2\cdot(-4) = 8$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A -2. **B** 1. **C** 0. **D** -3.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 1.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết $\displaystyle\int\limits_0^9 f(x)dx = 9$ và $F(0) = 3$. Khi đó giá trị $F(9)$ là

A $F(9) = -12$. **B** $F(9) = 12$. **C** $F(9) = -6$. **D** $F(9) = 6$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int\limits_0^9 f(x)dx = 9 \Leftrightarrow F(9) - F(0) = 9 \Leftrightarrow F(9) - 3 = 9 \Rightarrow F(9) = 12$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

A $(P_1)\colon x+y+z=0$. **B** $(P_2)\colon x+y+z-1=0$.

C $(P_3)\colon x-2y+z=0$. **D** $(P_4)\colon x+2y+z-1=0$.

Lời giải.

Thay $x=1$; $y=-2$; $z=1$ vào phương trình của $(P_1)\colon x+y+z=0$ ta được $1+(-2)+1=0 \Leftrightarrow 0=0$ (luôn đúng).
Vậy mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-2;1)$ là $(P_1)\colon x+y+z=0$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

A $(P_1)\colon x+y+z=0$. **B** $(P_2)\colon x+y+z-1=0$.

C $(P_3)\colon x-2y+z=0$. **D** $(P_4)\colon x+2y+z-1=0$.

Lời giải.

Do $1-2+1=0$ nên $M \in (P_1)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 12. Môđun của số phức $z = 2 + 2i$ bằng

Ⓐ 8. Ⓑ $2\sqrt{2}$. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Lời giải.

Ta có $|z| = |2 + 2i| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 13. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = -1 + 3i$. Số phức $z_1 + z_2$ có phần ảo bằng

Ⓐ $4i$. Ⓑ 1. Ⓒ i. Ⓓ 4.

Lời giải.

Số phức $z_1 + z_2 = 1 + 4i$ có phần ảo bằng 4.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 3. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Lời giải.

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc toạ độ O và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là

Ⓐ $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. Ⓑ $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Ⓒ $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. Ⓓ $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM} = (0;0;2) \Rightarrow R = 2$.

Vậy mặt cầu có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 16. Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 3 học sinh vào một dãy ghế dài gồm 5 ghế trống, mỗi học sinh ngồi một ghế?

Ⓐ $5!$. Ⓑ A_5^3. Ⓒ C_5^3. Ⓓ 5^3.

Lời giải.

Số cách xếp chỗ ngồi cho 3 học sinh vào một dãy ghế dài gồm 5 ghế trống là A_5^3.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 17. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

Ⓐ 10. Ⓑ 30. Ⓒ 90. Ⓓ 15.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}Bh = 10$ (đvtt).

Chọn đáp án (A) □

CÂU 18. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = -4$.

Lời giải.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng $x = 1$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{-5}$ là

Ⓐ $-5x^{-6} + C$. Ⓑ $-4x^{-4} + C$. Ⓒ $\dfrac{1}{4}x^{-4} + C$. Ⓓ $-\dfrac{1}{4}x^{-4} + C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int x^{-5}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{4}x^{-4} + C$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 20. Một hình nón có bán kính đáy $r = 3$ cm và độ dài đường sinh $l = 4$ cm. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

(A) $12\pi\text{cm}^2$. (B) $48\pi\text{cm}^2$. (C) $24\pi\text{cm}^2$. (D) $36\pi\text{cm}^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = 12\pi$ cm^2.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 21. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-4}{2x+2}$ cắt trục hoành tại điểm có tung độ bằng

(A) 4. (B) -2. (C) 0. (D) -4.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-4}{2x+2}$ cắt trục hoành tại điểm có tung độ bằng 0.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\overrightarrow{u_3} = (1; -2; -1)$. (B) $\overrightarrow{u_4} = (1; 2; 3)$. (C) $\overrightarrow{u_1} = (1; 2; 1)$. (D) $\overrightarrow{u_2} = (1; -2; 1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 1) \Rightarrow \overrightarrow{u_3} = -\vec{u}$ là véc-tơ chỉ phương của d.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 23. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

(A) a^6. (B) $a^{\frac{3}{2}}$. (C) $a^{\frac{2}{3}}$. (D) $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2+5\right) \geq \log_2(2x+8)$ là

(A) $[-1; 3]$. (B) $(-4; -1] \cup [3; +\infty)$. (C) $(-1; 3)$. (D) $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 + 5 > 0 \\ 2x + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > -4$.

$\log_2\left(x^2+5\right) \geq \log_2(2x+8) \Leftrightarrow x^2+5 \geq 2x+8 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{array}\right.$. Kết hợp với điều kiện, ta được $\left[\begin{array}{l} -4 < x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-4; -1] \cup [3; +\infty)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(2; -1; 1)$ có phương trình tham số là

(A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (2-1; -1-2; 1-(-1)) = (1; -3; 2)$.

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 26. Một mặt cầu có bán kính bằng $2r$ thì diện tích của nó bằng

(A) $4\pi r^2$. (B) $\dfrac{4}{3}\pi r^3$. (C) $\dfrac{32}{3}\pi r^3$. (D) $16\pi r^2$.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu đã cho là $S = 4\pi(2r)^2 = 16\pi r^2$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 27. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 5i$, khi đó $z_1 \cdot \overline{z_2}$ bằng

(A) $-8 - 9i$. (B) $8 - 9i$. (C) $8 + 9i$. (D) $-8 + 9i$.

Lời giải.

Ta có $\overline{z_2} = 2 + 5i \Rightarrow z_1 \cdot \overline{z_2} = (1 + 2i)(2 + 5i) = -8 + 9i$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 28. Đạo hàm của hàm số $y = 5^{2x}$ là

(A) $y' = 5^{2x} \ln 25$. (B) $y' = \dfrac{5^{2x}}{\ln 5}$. (C) $y' = 5^{2x} \ln 5$. (D) $y' = \dfrac{5^{2x}}{\ln 25}$.

Lời giải.

$y = 5^{2x} \Rightarrow y' = 5^{2x} \cdot \ln 5 \cdot (2x)' = 5^{2x} \cdot 2 \ln 5 = 5^{2x} \ln 5^2 = 5^{2x} \ln 25$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

(A) 11. (B) 12. (C) 10. (D) 13.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [0; 2] \\ x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{array}\right.$.

$f(0) = 3$; $f(1) = 2$; $f(2) = 11$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 11.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 30. Chọn ngẫu nhiên hai số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để hai số được chọn có tổng là một số lẻ bằng

(A) $\dfrac{8}{15}$. (B) $\dfrac{11}{15}$. (C) $\dfrac{4}{15}$. (D) $\dfrac{1}{7}$.

Lời giải.

Tập hợp gồm 15 số nguyên dương đầu tiên là $\{1; 2; 3; \cdots; 15\}$.

Số cách chọn 2 số nguyên trong 15 số nguyên dương đầu tiên là C_{15}^2 cách.

Để tổng hai số được chọn có tổng là một số lẻ thì trong hai số đó phải có 1 số chẵn và một số lẻ:

- Chọn 1 số chẵn thuộc A có 7 cách.
- Chọn 1 số lẻ thuộc A có 8 cách.

Chọn 2 số thuộc A để tổng hai số được chọn có tổng là một số lẻ có $7 \cdot 8 = 56$ cách.

Xác suất cần tìm là $\dfrac{56}{\mathrm{C}_{15}^2} = \dfrac{8}{15}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 31. Biết rằng $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$. Tính $\log_{45} 4$ theo a và b ta được kết quả nào dưới đây?

(A) $\dfrac{2b + a}{2}$. (B) $2ab$. (C) $\dfrac{2}{2a + b}$. (D) $\dfrac{2a + b}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{45} 4 = \dfrac{1}{\log_4 45} = \dfrac{2}{\log_2 (5 \cdot 9)} = \dfrac{2}{\log_2 5 + 2 \log_2 3} = \dfrac{2}{2a + b}$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -1; 2)$, $B(4; -1; -1)$, $C(2; 0; 2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình

(A) $3x - 3y + z - 14 = 0$. (B) $3x - 2y + z - 8 = 0$. (C) $3x + 3y + z - 8 = 0$. (D) $2x + 3y - z + 8 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3), \overrightarrow{AC} = (-1; 1; 0)$.

Gọi $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 3; 1)$.

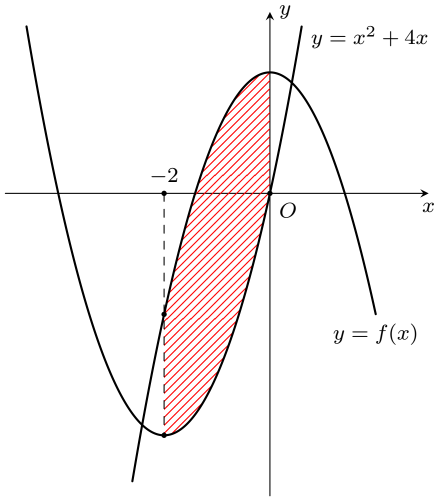
Khi đó mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là mặt phẳng đi qua điểm A và nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến. Suy ra (ABC) có phương trình :

$$3 \cdot (x - 3) + 3 \cdot (y + 1) + 1 \cdot (z - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 3y + z - 8 = 0.$$

Chọn đáp án (C) □

CÂU 33. Diện tích hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x), y = x^2 + 4x$ và hai đường thẳng $x = -2; x = 0$. Biết $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{4}{3}$, diện tích hình phẳng (H) là

(A) $\dfrac{7}{3}$. (B) $\dfrac{16}{3}$. (C) $\dfrac{4}{3}$. (D) $\dfrac{20}{3}$.



Lời giải.

Diện tích hình (H) là

$$S = \int\limits_{-2}^{0} \left[f(x) - \left(x^2+4x\right)\right] \mathrm{d}x$$
$$= \int\limits_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{-2}^{0} \left(x^2+4x\right) \mathrm{d}x$$
$$= \frac{4}{3} - \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2\right)\Bigg|_{-2}^{0}$$
$$= \frac{4}{3} + \frac{(-2)^3}{3} + 2(-2)^2 = \frac{20}{3}$$

Vậy diện tích hình (H) là $S = \dfrac{20}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 34. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3. Gọi M là trung điểm cạnh AA'. Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng

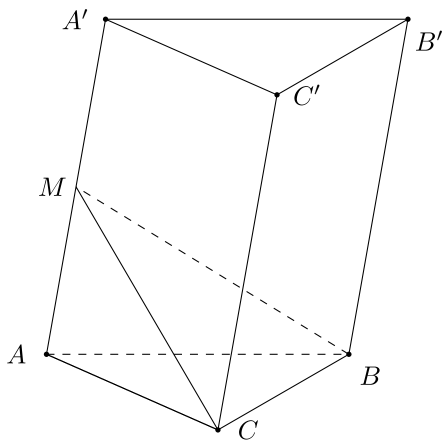
(A) $\dfrac{a^3}{3}$. (B) $\dfrac{a^3}{4}$. (C) $\dfrac{a^3}{2}$. (D) $\dfrac{a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi h, h' lần lượt là đường cao hạ từ đỉnh A và M xuống mặt phẳng $(A'B'C')$.

Vì M là trung điểm của AA' suy ra $h' = \dfrac{h}{2}$.

Khi đó $V_{M.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot h' = \dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot \dfrac{h}{2} = \dfrac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{a^3}{6}$.



Chọn đáp án (D) □

CÂU 35. Xét $u = \ln(x+1)$ và $v = x^2$, khi đó $\int\limits_0^1 u\,\mathrm{d}v$ bằng

(A) $x^2\ln(x+1)\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 2x\ln(x+1)\,\mathrm{d}x$.

(B) $x^2\ln(x+1)\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 \dfrac{x^2}{x+1}\,\mathrm{d}x$.

Ⓒ $x^2\ln(x+1)\Big|_0^1+\int\limits_0^1 2x\ln(x+1)\,\mathrm{d}x.$ Ⓓ $x^2\ln(x+1)\Big|_0^1+\int\limits_0^1 \dfrac{x^2}{x+1}\,\mathrm{d}x.$

Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}u=\dfrac{\mathrm{d}x}{x+1}$ suy ra

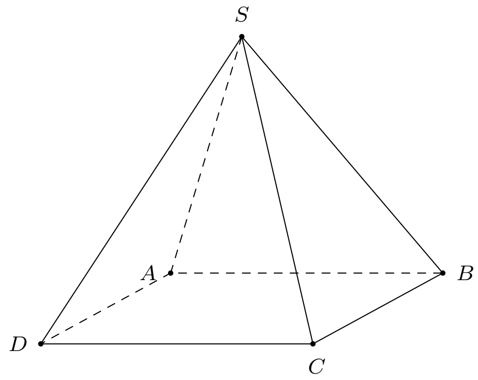
$$\int\limits_0^1 u\,\mathrm{d}v=uv\Big|_0^1-\int\limits_0^1 v\,\mathrm{d}u=x^2\ln(x+1)\Big|_0^1-\int\limits_0^1\frac{x^2}{x+1}\,\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 36.

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

Ⓐ 30°. Ⓑ 45°. Ⓒ 60°. Ⓓ 90°.



Lời giải.

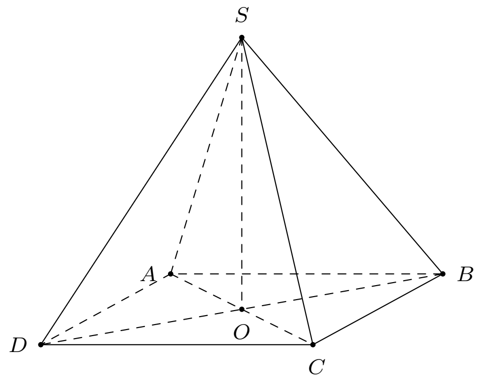
Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$ suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $(SC,OC)=\widehat{SCO}$.

Trong tam giác vuông SOC ta có $\cos\widehat{OCS}=\dfrac{OC}{SC}=\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $\widehat{SCO}=60^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60°.

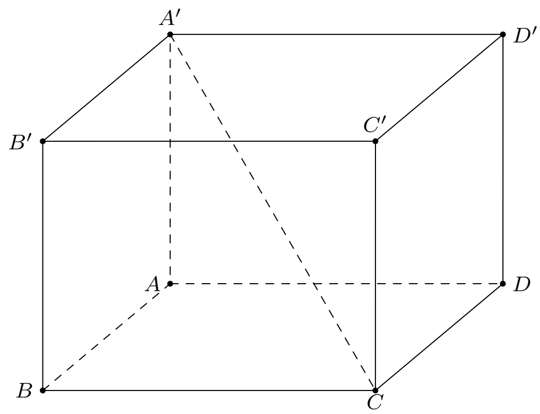


Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 37.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=2$ và $AA'=2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và AB bằng

Ⓐ $\sqrt{2}$. Ⓑ 2. Ⓒ $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. Ⓓ $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$.



Lời giải.

Ta có $AB \parallel CD$ suy ra $\mathrm{d}(AB, A'C) = \mathrm{d}[AB, (A'CD)] = \mathrm{d}[A, (A'CD)]$.

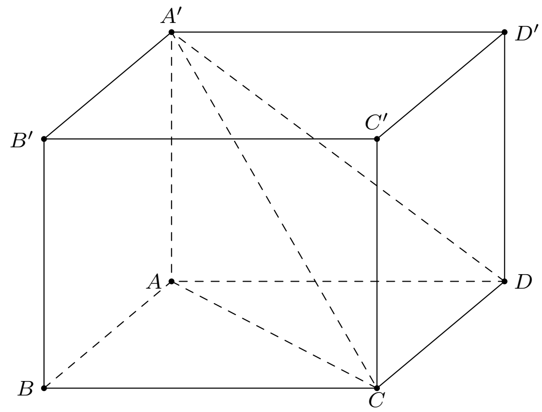
Mà $S_{\triangle ACD} = \dfrac{1}{2}AD \cdot CD = 2$ nên $V_{A'ACD} = \dfrac{1}{3}A'A \cdot S_{\triangle ACD} = \dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Ta lại có: $A'C = \sqrt{AC^2 + AA'^2} = 2$; $A'D = \sqrt{AD^2 + AA'^2} = 2\sqrt{3}$.

Suy ra $S_{\triangle A'CD} = \sqrt{(3+\sqrt{3})(\sqrt{3}+1)(3-\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)} = \sqrt{12}$.

Khi đó $\mathrm{d}[A, (A'CD)] = \dfrac{3V_{A'ACD}}{S_{\triangle A'CD}} = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và AB bằng $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án (C) □

CÂU 38. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'[f(x)+2] = 0$ là

(A) 6. (B) 5. (C) 4. (D) 3.

Lời giải.

$f'[f(x)+2] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)+2 = -1 \\ f(x)+2 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = -3 \\ f(x) = 0. \end{array}\right.$

Ta có

- $f(x) = -3 \Rightarrow$ phương trình có 2 nghiệm.
- $f(x) = 0 \Rightarrow$ phương trình có 3 nghiệm.

Vậy $f'[f(x)+2] = 0$ có 5 nghiệm.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên m, $(m \geq 2)$ sao cho có không quá 4 số nguyên x thỏa mãn $m^{-x} \cdot 3^{x^2} < 1$?

(A) 241. (B) 79. (C) 242. (D) 80.

Lời giải.

Xét $\quad m^{-x} \cdot 3^{x^2} < 1$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{m^2} \cdot (3^x)^x < 1$

$\Leftrightarrow 3^x)^x < m^2$.

Trường hợp 1. $x > 0$, khi đó $\quad 3^x < m$

$\Leftrightarrow x < \log_3 m$

$\Rightarrow x \in (0; \log_3 m)$.

Theo yêu cầu bài toán $\Rightarrow 0 < \log_3 m \leq 5$.

$\Rightarrow 1 < m \leq 243$.

Mà $m \geq 2$, m nguyên do đó $m \in \{2; 3; \ldots; 243\}$.

Trường hợp 2. $x < 0$, khi đó $\quad 3^x > m$

$\Leftrightarrow x > \log_3 m$

$\Rightarrow x \in (\log_3 m; 0)$.

Yêu cầu bài toán $\Rightarrow -5 \leq \log_3 m < 0$.

$\Rightarrow \dfrac{1}{242} \leq m < 1$ (loại).

Chọn đáp án (C) □

CÂU 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\ln(x+1)$, $\forall x\in(-1;+\infty)$. Khi $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=0$ thì $f(0)$ bằng.

(A) $-\dfrac{5}{4}+2\ln 2$. (B) $\dfrac{3}{4}-2\ln 2$. (C) $\dfrac{5}{4}-2\ln 2$. (D) $-\dfrac{3}{4}+2\ln 2$.

Lời giải.

- Ta có $f'(x)=\ln(x+1)\Rightarrow f(x)=\displaystyle\int \ln(x+1)\,\mathrm{d}x$.

  Đặt $\begin{cases} u=\ln(x+1)\Rightarrow \mathrm{d}u=\dfrac{1}{x+1}\\ dv=dx\Rightarrow v=x.\end{cases}$

  $$\begin{aligned}\Rightarrow f(x)&=x\cdot\ln(x+1)-\int\frac{x}{x+1}\,\mathrm{d}x\\ &=x\cdot\ln(x+1)-\int\left(x-\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x\\ &=x\cdot\ln(x+1)-x+\ln(x+1)+\mathrm{C}\\ &=(x+1)\cdot\ln(x+1)-x+\mathrm{C}.\end{aligned}$$

- Đặt $F(x)=\displaystyle\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=F(1)-F(0)$.

- Xét $$\begin{aligned}\int f(x)\,\mathrm{d}x&=\int[(x+1)\cdot\ln(x+1)-x+\mathrm{C}]\\ &=\int(x+1)\cdot\ln(x+1)\,\mathrm{d}x-\frac{x^2}{2}+\mathrm{C}x.\end{aligned}$$

- Đặt $I=\displaystyle\int(x+1)\cdot\ln(x+1)\,\mathrm{d}x$.

  Đặt $\begin{cases} u=\ln(x+1)\Rightarrow \mathrm{d}u=\dfrac{1}{x+1}\\ dv=(x+1)\,\mathrm{d}x\Longrightarrow v=\dfrac{x^2}{2}+x.\end{cases}$

  $$\begin{aligned}I&=\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\cdot\ln(x+1)-\frac{1}{2}\int\frac{x^2+2x}{x+1}\,\mathrm{d}x\\ &=\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\cdot\ln(x+1)-\frac{1}{2}\int\left[(x+1)-\frac{1}{x+1}\right]\mathrm{d}x\\ &=\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\cdot\ln(x+1)-\frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}+x-\ln(x+1)\right]\\ &=\left(\frac{x^2}{2}+x+\frac{1}{2}\right)\cdot\ln(x+1)-\frac{x^2}{4}-\frac{x}{2}.\end{aligned}$$

- Khi đó $F(x)=\left(\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{1}{2}\right)\cdot\ln(x+1)-\dfrac{3}{4}x^2-\dfrac{x}{2}+\mathrm{C}x$.

- $F(1)=2\cdot\ln 2-\dfrac{5}{4}+\mathrm{C}$.

- $F(0)=0$.

- Ta có $F(x)=0\Leftrightarrow F(1)-F(0)=0\Rightarrow \mathrm{C}=\dfrac{5}{4}-2\cdot\ln 2$.

  $\Rightarrow f(x)=(x+1)\cdot\ln(x+1)-x+\dfrac{5}{4}-2\cdot\ln 2$.

  $\Rightarrow f(0)=\dfrac{5}{4}-2\ln 2$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-2=0$. Xét điểm M thuộc (P) và điểm N thuộc d sao cho $\overrightarrow{OM}=-2\overrightarrow{ON}$, khi đó MN bằng.

(A) $\sqrt{21}$. (B) $3\sqrt{105}$. (C) $\sqrt{105}$. (D) $3\sqrt{21}$.

Lời giải.

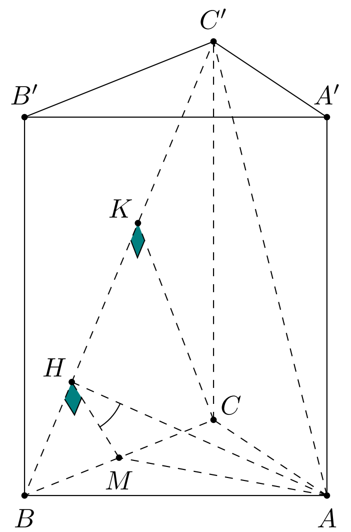
Gọi $N(2t+1;-2t+2;t-1) \in d \Rightarrow \overrightarrow{OM} = -2\overrightarrow{ON} = (-4t-2;4t-4;-2t+2)$.
Mặt khác $M \in (P) \Leftrightarrow (-4t-2)+(4t-4)+(-2t+2)-2=0 \Leftrightarrow t=-3$.
$\Rightarrow M(10;-16;8)$, $N(-5;8;-4) \Rightarrow MN = 3\sqrt{105}$.

Chọn đáp án B

CÂU 42. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$. Côsin góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.

A $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. B $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. D $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.



Với $AB = BC = CA = 2a$, đặt $CC' = x$, $(x>0)$.
Gọi M là trung điểm BC và kẻ $MH \perp BC' \Rightarrow BC' \perp (AMH) \Rightarrow ((ABC'),(BCC'B')) = \widehat{AHM}$.
Ta có $\cos\widehat{AHM} = \dfrac{1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\widehat{AHM} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\widehat{AHM}} - 1} = \sqrt{11} \Rightarrow \cot\widehat{AHM} = \dfrac{1}{\sqrt{11}}$.
Vậy $MH = AM \cdot \widehat{AHM} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2a \cdot \dfrac{1}{\sqrt{11}} = \sqrt{\dfrac{3}{11}}a$.
Kẻ $CK \perp BC' \Rightarrow MH \parallel CK \Rightarrow MH = \dfrac{1}{2}CK = \dfrac{CB \cdot CC'}{2\sqrt{CB^2+CC'^2}} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}$.
Suy ra $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}} = \sqrt{\dfrac{3}{11}}a \Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot CC' = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2a)^2 \cdot \dfrac{\sqrt{6}}{2}a = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}a^3$.

Chọn đáp án C

CÂU 43. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - x - 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-20;20]$ để hàm số $g(x) = f(2x^3 - 3x^2 - 12x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$ là

A 19. B 18. C 16. D 13.

Lời giải.

Ta có $g(x) = f(2x^3 - 3x^2 - 12x + m)$
$g'(x) = \left(6x^2 - 6x - 12\right) \cdot f'\left(2x^3 - 3x^2 - 12x + m\right)$.
Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2) \Leftrightarrow g'(x) \le 0$, $\forall x \in (-1;2)$.
Ta xét $6x^2 - 6x - 12 \le 0$, $\forall x \in (-1;2)$.
$\Rightarrow f'\left(2x^3 - 3x^2 - 12x + m\right) \ge 0$, $\forall x \in (-1;2)$ (1).
Mặt khác $f'(x) \ge 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge 2 \\ x \le -1. \end{array}\right.$
Do đó (1) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^3 - 3x^2 - 12x + m \ge 2 \\ 2x^3 - 3x^2 - 12x + m \le -1 \end{array}\right.$, $\forall x \in (-1;2)$ (2).
Đặt hàm số $u(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + m$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;2]$ như sau

$$\begin{array}{c|ccc} x & -1 & & 2 \\ \hline u'(x) & & - & \\ \hline u(x) & m+7 & \searrow & m-20 \end{array}$$

Vậy (2) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-20 \geq 2 \\ m+7 \leq -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 22 \\ m \leq -8 \end{array}\right. \Rightarrow m \in \{-20; \ldots; -8\}$.

Chọn đáp án D □

CÂU 44. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0, (a, b \in \mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp $(a; b)$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phức là z_1, z_2 thoả mãn $(2z_1+z_2)\overline{z}_1 = 5+2\sqrt{2}i$?

A 2. B 3. C 4. D 1.

Lời giải.

- Cách 1.
  Xét $\Delta = a^2-4b$.
  Trường hợp 1. Nếu $\Delta \geq 0 \Rightarrow z_1,\ z_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow (2z_1+z_2)\overline{z}_1 \in \mathbb{R} \neq 5+2\sqrt{2}i$ (loại)
  Trường hợp 2. Nếu $\Delta < 0 \Rightarrow z_{1,2} = \dfrac{-a \pm \sqrt{4b-a^2}\cdot i}{2}$.
  Khi đó
  $$\begin{aligned}(2z_1+z_2)\overline{z}_1 &= 2z_1\overline{z}_1 + z_2\overline{z}_1 \\ &= 2|z_1|^2 + z_2^2 \\ &= 2b + \frac{1}{4}\left[a^2 - \left(4b-a^2\right) \pm 2a\sqrt{4b-a^2}\cdot i\right] \\ &= b + \frac{1}{2}a^2 \pm \frac{1}{2}a\sqrt{4b-a^2}\cdot i \\ &= 5+2\sqrt{2}i \Leftrightarrow \begin{cases} b+\dfrac{1}{2}a^2 = 5 & (1) \\ a\sqrt{4b-a^2} = \pm 4\sqrt{2} & (2). \end{cases}\end{aligned}$$
  Từ (1) $\Rightarrow a^2 = 10-2b$; (2) $\Rightarrow a^2\left(4b-a^2\right) = 32$.
  $\Rightarrow (10-2b)(4b-10+2b) = 32 \Leftrightarrow -12b^2+80b-132 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \\ b = \dfrac{11}{3} \Rightarrow a^2 = \dfrac{8}{3} \end{array}\right. \Rightarrow (a; b) = (\pm 2; 3); \left(\pm\sqrt{\dfrac{8}{3}}; \dfrac{11}{3}\right)$.

- Cách 2. Xét tương tự Cách 1, ở Trường hợp 2 đặt $z_1 = x+yi$, $(x,\ y \in \mathbb{R}) \Rightarrow z_2 = \overline{z}_1 = x-yi$ khi đó
  $(2z_1+z_2)\overline{z_1} = 5+2\sqrt{2}i \Leftrightarrow [2(x+yi)+(x-yi)](x-yi) = 5+2\sqrt{2}i$
  $\Leftrightarrow (3x+yi)(x-yi) = 5+2\sqrt{2}i \Leftrightarrow 3x^2+y^2-2xy = 5+2\sqrt{2}i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+y^2 = 5 & (1) \\ -2xy = 2\sqrt{2} & (2). \end{cases}$
  Từ (2) $\Rightarrow y = -\dfrac{\sqrt{2}}{x}$ thay vào (1) $\Rightarrow 3x^2+\dfrac{2}{x^2} = 5 \Leftrightarrow 3x^4-5x^2+2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 1 \\ x^2 = \dfrac{2}{3} \end{array}\right. \Rightarrow (x; y) = \left(-1; \sqrt{2}\right)$; $\left(1; -\sqrt{2}\right)$; $\left(-\sqrt{\dfrac{2}{3}}; \sqrt{3}\right)$; $\left(\sqrt{\dfrac{2}{3}}; -\sqrt{3}\right)$.
  Với mỗi cặp $(x; y)$ theo vi-ét có $\begin{cases} a = -(z_1+z_2) = -2x \\ b = z_1z_2 = x^2+y^2 \end{cases} \Rightarrow$ có 1 cặp $(a; b)$ tương ứng.
  Vậy có 4 cặp $(a; b)$ thoả mãn.

Chọn đáp án C □

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 4)$. Gọi (S_1), (S_2) là hai mặt cầu có cùng tâm I, bán kính lần lượt là $R_1 = 3$ và $R_2 = \sqrt{33}$. Xét điểm A di động trên (S_1) và ba điểm B, C, D di động trên (S_2) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A $36\sqrt{3}$. B $16\sqrt{3}$. C $12\sqrt{3}$. D $48\sqrt{3}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ mới sao cho $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $C(0; b; 0)$, $D(0; 0; c)$ (để đảm bảo $A.BCD$ là một tứ diện vuông tại A) và $I(x; y; z)$ khi đó từ giả thiết

$IA = R_1 = 3$; $IB = IC = ID = R_2 = \sqrt{33}$ ta có hệ $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=9 \\ (x-a)^2+y^2+z^2=33 \\ x^2+(y-b)^2+z^2=33 \\ x^2+y^2+(z-c)^2=33 \end{cases} \Rightarrow x = \dfrac{a}{2} - \dfrac{12}{a}; y = \dfrac{b}{2} - \dfrac{12}{b}; z = \dfrac{c}{2} - \dfrac{12}{c}$.

$\Rightarrow \left(\dfrac{a}{2} - \dfrac{12}{a}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{2} - \dfrac{12}{b}\right)^2 + \left(\dfrac{c}{2} - \dfrac{12}{c}\right)^2 = 9 \Leftrightarrow \dfrac{1}{4}\left(a^2+b^2+c^2\right) + 144\left(\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}\right) = 45$.

Ta có $V_{A.BCD} = \dfrac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \dfrac{1}{6}|abc| = t$, $(t > 0) \Rightarrow a^2b^2c^2 = 36t^2$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

- $a^2+b^2+c^2 \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} = 3\sqrt[3]{36t^2}$
- $\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2} \geq 3\sqrt[3]{\dfrac{1}{a^2b^2c^2}} = \dfrac{3}{\sqrt[3]{36t^2}}$.

$\Rightarrow 45 \geq \dfrac{3}{4}\sqrt[4]{36t^2} + \dfrac{144 \cdot 3}{\sqrt[3]{36t^2}} \Rightarrow 4\sqrt{3} \leq t \leq 32\sqrt{3} \Rightarrow t_{\max} + t_{\min} = 36\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 46. Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc hai đường tròn đáy của (T) sao cho khoảng cách và góc giữa AB và trục của (T) bằng $2a$ và $60°$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A $48\sqrt{6}\pi a^3$. **B** $24\sqrt{2}\pi a^3$. **C** $16\sqrt{6}\pi a^3$. **D** $24\sqrt{6}\pi a^3$.

Lời giải.

Hạ đường sinh BB' và gọi M là trung điểm AB' ta có $OO' \parallel BB' \Rightarrow (OO', AB) = (BB', AB) = \widehat{ABB'} = 60°$.

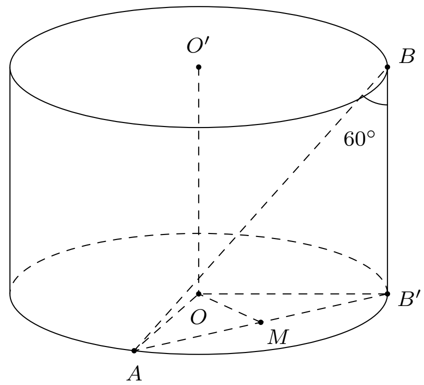
Ta có $OM \perp AB'$ và $OM \perp BB'$ nên $OM \perp (ABB')$. Do đó

$$\mathrm{d}(OO', AB) = \mathrm{d}(O, (ABB')) = OM = 2a.$$

Ta có $AB' = 2AM = 2\sqrt{OA^2 - OM^2} = 2\sqrt{12a^2 - 4a^2} = 4\sqrt{2}a$.

$h = BB' = AB' \cot 60° = \dfrac{4\sqrt{6}a}{3}$.

Vậy $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 12a^2 \cdot \dfrac{4\sqrt{6}a}{3} = 16\sqrt{6}\pi a^3$.



Chọn đáp án (C) □

CÂU 47. Cho đường thẳng $d\colon y = g(x)$ cắt đồ thị (C) của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + cx + d$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ là $x_0 = -1$, x_1, x_2 và $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2} \dfrac{f(x) - g(x)}{x+1}\mathrm{d}x = -\dfrac{9}{2}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

A $\dfrac{71}{6}$. **B** $\dfrac{37}{12}$. **C** $\dfrac{24}{7}$. **D** $\dfrac{45}{4}$.

Lời giải.

Gọi $g(x) = mx + n \Rightarrow f(x) - g(x) = x^3 - 2x^2 + cx + d - (mx+n) = (x+1)(x-x_1)(x-x_2)$.

$$\Rightarrow \int_{x_1}^{x_2} \dfrac{f(x) - g(x)}{x+1}\mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2} (x-x_1)(x-x_2)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{6}(x_1 - x_2)^3.$$

Do đó $\dfrac{1}{6}(x_1 - x_2)^3 = -\dfrac{9}{2} \Leftrightarrow x_1 - x_2 = -3$.

Mặt khác $f(x) - g(x) = x^3 - 2x^2 + cx + d - (mx+n)$ có ba nghiệm x_0, x_1, x_2 nên theo vi-ét ta có

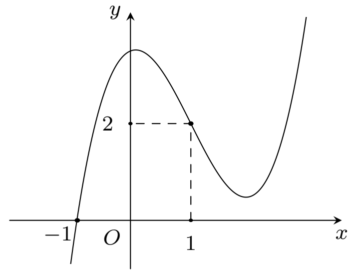
$$x_0 + x_1 + x_2 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 3.$$

$\Rightarrow f(x) - g(x) = (x+1)x(x-3) \Rightarrow S = \displaystyle\int_{-1}^{3} |(x+1)x(x-3)|\,\mathrm{d}x = \dfrac{71}{6}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 48.

Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị đạo hàm như hình vẽ. Trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};5\pi\right)$, hàm số $g(x)=f(\sin x-1)+\dfrac{1}{4}\cos 2x$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

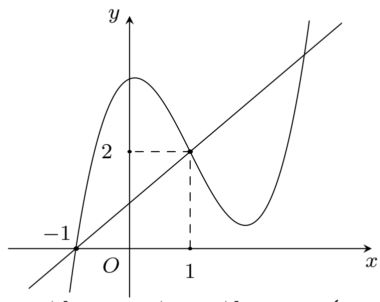


A 6. **B** 4. **C** 7. **D** 5.

Lời giải.

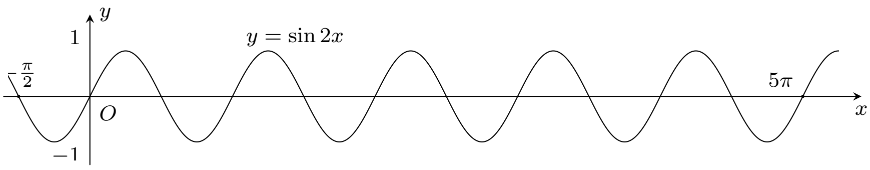
Ta có

$$\begin{aligned} g'(x) &= \cos x\cdot f'(\sin x-1)-\frac{1}{2}\sin 2x=\cos x\left[f'(\sin x-1)-\sin x\right] \\ &= \cos x\left[f'(\sin x-1)-(\sin x-1+1)\right] \end{aligned}$$



Vẽ thêm đường thẳng $y=x+1$.
Ta có $f'(x)-(x+1)$ cùng dấu với $(x+1)(x-1)(x-a)$, $(a>1)$.

Nên g'(x) cùng dấu với $\cos x(\sin x-1+1)(\sin x-1-1)(\sin x-1-a)=\cos x\sin x(\sin x-2)[\sin x-(1+a)]$ cùng dấu với $\cos x\sin x=\dfrac{1}{2}\sin 2x$ (do $(\sin x-2)[\sin x-(1+a)]>0$).
Ta lại có $\sin 2x$ đổi dấu từ âm sang dương 5 lần trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};5\pi\right)$ nên hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực tiểu.



Chọn đáp án D

CÂU 49. Có bao nhiêu số nguyên $y\in[-30;30]$ sao cho ứng với mỗi y tồn tại ít nhất 12 số nguyên x thỏa mãn

$$\left(9x^2+9\right)\left(3^{2xy-y}-3^{x^2-1}\right)\geq\frac{x^2-2xy+y-1}{2xy-y+2}?$$

A 49. **B** 10. **C** 51. **D** 12.

Lời giải.

$$\left(9x^2+9\right)\left(3^{2xy-y}-3^{x^2-1}\right)\geq\frac{x^2-2xy+y-1}{2xy-y+2}\Leftrightarrow 3^{2xy-y+2}-3^{x^2+1}\geq\frac{x^2-2xy+y-1}{(x^2+1)(2xy-y+2)}.$$

Đặt $a=2xy-y+2$; $b=x^2+1$, $(b\geq 1)\Rightarrow 3^a-3^b\geq\dfrac{b-a}{ab}=\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\Leftrightarrow 3^a-\dfrac{1}{a}\geq 3^b-\dfrac{1}{b}\quad(*)$

Hàm số $g(t)=3^t-\dfrac{1}{t}$ có $g'(t)=3^t\ln 3+\dfrac{1}{t^2}>0,\forall t\neq 0$ nên đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$; $(0;+\infty)$.

TH1. Nếu $a>0\Rightarrow a,b\in(0;+\infty)$. Khi đó $(*)\Leftrightarrow g(a)\geq g(b)\Leftrightarrow a\geq b$.

TH2. Nếu $a<0$ khi đó giả sử tồn tại các số ngyên x, y thỏa mãn đề bài khi đó ta cũng có a, $b\in\mathbb{Z}\Rightarrow a\leq -1;b\geq 1\Rightarrow g(a)\leq g(-1)=\dfrac{4}{3}$; $g(b)\geq g(1)=2$ nên sẽ không thỏa mãn $(*)$.

Vậy tóm lại điều kiện là $a\geq a\Leftrightarrow 2xy-y+2\geq x^2+1\Leftrightarrow(x-y)^2\leq y^2-y+1\Leftrightarrow x-y\in\left[-\sqrt{y^2-y+1};\sqrt{y^2-y+1}\right]$ chứa ít nhất 12 số nguyên $x\Leftrightarrow$ chứa ít nhất 12 số nguyên $x-y$ là các số $-6,\ldots,6\Leftrightarrow\sqrt{y^2-y+1}\geq 6\Rightarrow y\in\{-30,\ldots,-6,7,\ldots 30\}$.
Chọn đáp án A

CÂU 50. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+2|+|z_1-1|+|z_1-\overline{z_1}-2|=5$ và $|i\cdot z_2+3-2i|=2$. Khi $|z_1-z_2|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|i\cdot z_1+z_2-1|$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{65}}{5}$. **B** $\dfrac{\sqrt{185}}{5}$. **C** $\dfrac{\sqrt{290}}{5}$. **D** $\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Đặt $z_1=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2. Ta có

$$|z_1+2|+|z_1-1|+|z_1-\overline{z_1}-2|=5\Leftrightarrow\sqrt{(x-2)^2+y^2}+\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{4y^2+4}=5.\quad(*)$$

Mặt khác

$$VT_{(*)} \geq \sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{4} = |x+2| + |1-x| + 2 \geq |(x+2)+(1-x)| + 2 = 5 = VP_{(*)}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} y = 0 \\ (x+2)(1-x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ -2 \leq x \leq 1 \end{cases}$. Vậy M thuộc đoạn AB với $A(-2;0)$, $B(1;0)$.

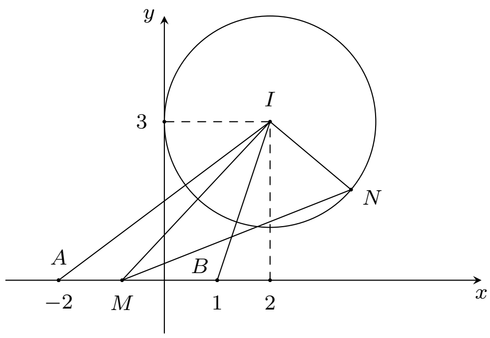
Và $|i \cdot z_2 + 3 - 2i| = 2 \Leftrightarrow \left|i\left(z_2 + \dfrac{3}{i} - 2\right)\right| = 2 \Leftrightarrow |z_2 - 2 - 3i| = 2.$

Vậy N thuộc đường tròn tâm $I(2;3)$, bán kính $R = 2$.

Khi đó $|z_1 - z_2| = MN \leq IM + IN = IM + R \leq \max\{IA, IB\} + R = \max\left\{5, \sqrt{10}\right\} + 2 = 5 + 2 = 7.$

Dấu bằng xảy ra khi M trùng $A(-2;0)$. Suy ra $z_1 = -2$ và A, I, N thẳng hàng theo thứ tự. Do đó

$$\overrightarrow{IN} = \frac{IN}{AI}\overrightarrow{AI} = \frac{2}{5}(4;3) \Rightarrow N\left(\frac{18}{5};\frac{21}{5}\right) \Rightarrow z_2 = \frac{18}{5} + \frac{21}{5}i.$$



Khi đó $|i \cdot z_1 + z_2 - 1| = \left|-2i + \dfrac{18}{5} + \dfrac{21}{5}i - 1\right| = \dfrac{\sqrt{290}}{5}.$

Chọn đáp án C

1. B	2. C	3. C	4. B	5. D	6. C	7. D	8. B	9. B	10. A
11. A	12. B	13. D	14. C	15. B	16. B	17. A	18. A	19. D	20. A
21. C	22. A	23. B	24. B	25. A	26. D	27. D	28. A	29. A	30. A
31. C	32. C	33. D	34. D	35. B	36. C	37. C	38. B	39. C	40. C
41. B	42. C	43. D	44. C	45. A	46. C	47. A	48. D	49. A	50. C

Ngày làm đề: ...../...../........

TỔNG ÔN THPTQG 2023

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 10 — ĐỀ 10

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là

A $S_{xq} = rl$. **B** $S_{xq} = 2\pi rl$. **C** $S_{xq} = \pi rl$. **D** $S_{xq} = 2\pi l$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là $S_{xq} = 2\pi rl$.

Chọn đáp án B □

CÂU 2. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$, công bội $q = 3$ thì u_3 bằng

A 5. **B** 27 . **C** 8. **D** -9.

Lời giải.

Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$, công bội $q = 3$ thì $u_3 = u_1 \cdot q^2 = (-1) \cdot 3^2 = -9$.

Chọn đáp án D □

CÂU 3. Biết $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = -3$ và $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,dx = 4$, khi đó $\displaystyle\int_0^1 (f(x) - g(x))\,dx$ bằng

A -7. **B** 7. **C** -12. **D** 1.

Lời giải.

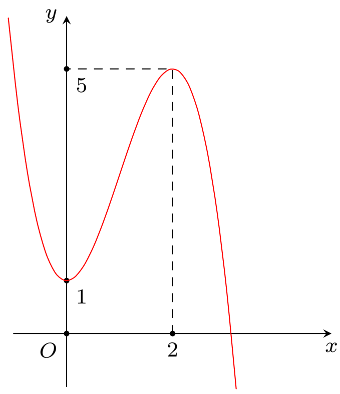
Ta có $\displaystyle\int_0^1 (f(x) - g(x))\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx - \int_0^1 g(x)\,dx = -3 - 4 = -7$.

Chọn đáp án A □

CÂU 4.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A $x = 1$. **B** $x = 0$. **C** $x = 5$. **D** $x = 2$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

Chọn đáp án B □

CÂU 5. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ có tọa độ là

A $(3; 2)$. **B** $(3; -2)$. **C** $(-2; 3)$. **D** $(2; -3)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ có tọa độ là $(2; -3)$.

Chọn đáp án D □

CÂU 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{1-x}$ là

A $y = 1$. **B** $y = 2$. **C** $y = -1$. **D** $y = -2$.

Lời giải.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{1-x}$ là $y = -2$.

Chọn đáp án D □

CÂU 7. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Khi đó $(1+2i)z$ có phần ảo bằng

Ⓐ 7. Ⓑ 4. Ⓒ $4i$. Ⓓ $7i$.

Lời giải.

Ta có số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $(1+2i)z = (1+2i)(3-2i) = 3 - 2i + 6i - 4i^2 = 7 + 4i$ có phần ảo bằng $4i$.

Chọn đáp án Ⓒ

CÂU 8. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(a^4\right)$ bằng

Ⓐ $4 + \log_3 a$. Ⓑ $\frac{1}{4} + \log_3 a$. Ⓒ $4\log_3 a$. Ⓓ $\frac{1}{4}\log_3 a$.

Lời giải.

Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(a^4\right) = 4\log_3 a$.

Chọn đáp án Ⓒ

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;-3)$?

Ⓐ $x + 2y - 3z - 1 = 0$. Ⓑ $x + 2y + 3z + 1 = 0$. Ⓒ $x - 2y + 3z - 3 = 0$. Ⓓ $2x - 3y + z + 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng $x + 2y - 3z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;-3)$.

Chọn đáp án Ⓐ

CÂU 10. Nghiệm của phương trình $\log_4(2x) = 3$ là

Ⓐ $x = 6$. Ⓑ $x = \frac{7}{2}$. Ⓒ $x = 32$. Ⓓ $x = 64$.

Lời giải.

Nghiệm của phương trình $\log_4(2x) = 3 \Leftrightarrow 2x = 4^3 \Leftrightarrow x = 32$.

Chọn đáp án Ⓒ

CÂU 11. Thể tích của một khối chóp có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng $4a$ là

Ⓐ $12a^3$. Ⓑ $4a^3$. Ⓒ $3a^3$. Ⓓ $6a^3$.

Lời giải.

$$V_{\text{Chóp}} = \frac{1}{3}\cdot h \cdot S = \frac{1}{3}\cdot 4a \cdot 3a^2 = 4a^3.$$

Chọn đáp án Ⓑ

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-1}$?

Ⓐ $M(2;3;-1)$. Ⓑ $N(1;-1;-2)$. Ⓒ $P(-1;-1;-2)$. Ⓓ $Q(-1;1;2)$.

Lời giải.

Với $x = -1; y = 1; z = 2$ thì

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-1} = 0.$$

Chọn đáp án Ⓓ

CÂU 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;2)$. Ⓑ $(1;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;1)$. Ⓓ $(1;3)$.

Lời giải.

Ta có: $y' < 0\, \forall x \in (1;3)$ nên hàm số nghịch biến trên $(1;3)$.

Chọn đáp án Ⓓ

CÂU 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$ là

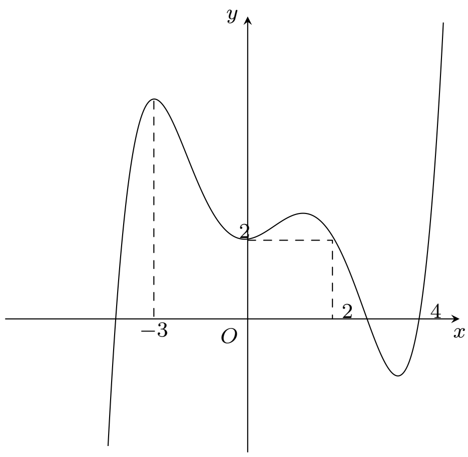
Ⓐ $-\frac{1}{3}\cos 3x + C$. Ⓑ $-\cos 3x + C$. Ⓒ $\cos 3x + C$. Ⓓ $\frac{1}{3}\cos 3x + C$.

Lời giải.

Ta có
$$\int \sin 3x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int \sin 3x\,\mathrm{d}(3x) = \frac{-1}{3}\cos 3x$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 15. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;4]$ bằng

(A) $f(2)$. (B) $f(-3)$. (C) $f(4)$. (D) $f(0)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có: $\max\limits_{[-3;4]} f(x) = f(-3)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 16. Cho khối hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh bằng a, độ dài cạnh bên bằng $3a$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

(A) $9a^3$. (B) a^3. (C) $3a^3$. (D) $\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải.

Theo đề bài ta có:
Đáy là hình vuông cạnh bằng a nên diện tích đáy $B = a^2$.
Độ dài cạnh bên bằng $3a$ nên chiều cao $h = 3a$.
Suy ra $V = Bh = a^2 \cdot 3a = 3a^3$.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 17. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{1-x} \geq 2$ là

(A) $(0;+\infty)$. (B) $[0;+\infty)$. (C) $(-\infty;0)$. (D) $(-\infty;0]$.

Lời giải.

Ta có $2^{1-x} \geq 2 \Leftrightarrow 1-x \geq 1 \Leftrightarrow x \leq 0$.
Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;0]$.
Chọn đáp án (D) □

CÂU 18. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một phân biệt được thành lập từ các chữ số $1,2,3,4,5$?

(A) 5^5. (B) A_5^1. (C) $5!$. (D) C_5^1.

Lời giải.

Số các số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một phân biệt được thành lập từ các chữ số $1,2,3,4,5$ là số hoán vị của 5 phần tử.
Vậy có $5!$ số.
Chọn đáp án (C) □

CÂU 19. Biết $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -2$ và $\int\limits_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$, khi đó $\int\limits_0^5 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 2. (B) 10. (C) 6. (D) -4.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^5 2f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int\limits_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 2\left[\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x\right] = 2(-2+3) = 2$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $\dfrac{z_1}{z_2}$ bằng

Ⓐ $-\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$. Ⓑ $\dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}i$. Ⓒ $-1 + 3i$. Ⓓ $\dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}i$.

Lời giải.

Ta có $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{1+2i}{1-i} = \dfrac{(1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \dfrac{-1+3i}{2} = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$, tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ là

Ⓐ $(7; 4; -4)$. Ⓑ $(-1; -8; 2)$. Ⓒ $(1; 8; -2)$. Ⓓ $(-7; -4; 4)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA} = (1; 8; -2)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 22. Nếu $f(3) = 2$ và $\displaystyle\int_1^3 f'(x)\,\mathrm{d}x = 6$ thì $f(1)$ bằng

Ⓐ 4. Ⓑ -4. Ⓒ 8. Ⓓ 3.

Lời giải.

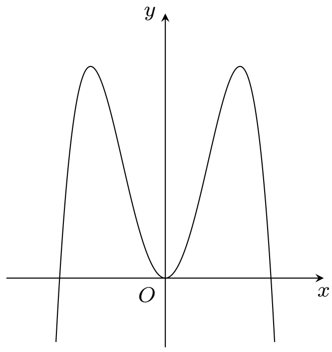
$$\int_1^3 f'(x)\,\mathrm{d}x = 6 \Leftrightarrow f(x)\Big|_1^3 = 6 \Leftrightarrow f(3) - f(1) = 6 \Leftrightarrow f(1) = f(3) - 6 = 2 - 6 = -4.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 23.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ bên?

Ⓐ $y = x^4 - 4x^2$. Ⓑ $y = -x^4 + 4x^2$. Ⓒ $y = -x^3 + 2x$. Ⓓ $y = x^3 - 2x$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị của hàm số ta loại $y = x^4 - 4x^2$, $y = -x^3 + 2x$, $y = x^3 - 2x$ và chọn $y = -x^4 + 4x^2$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 24. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-x}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ là

Ⓐ $(0; -1)$. Ⓑ $(0; 1)$. Ⓒ $(1; 0)$. Ⓓ $(1; 1)$.

Lời giải.

Cho $x = 0 \Rightarrow y = 1$. Suy ra đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-x}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ là $(0; 1)$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2; 1; 2)$ bán kính bằng 3 là

Ⓐ $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 3$. Ⓑ $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Ⓒ $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 9$. Ⓓ $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu có tâm $I(2; 1; 2)$ bán kính bằng 3 là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 26. Tập xác định của hàm số $y = \log(3 - x)$ là

Ⓐ $(0; 3)$. Ⓑ $(3; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; 3)$. Ⓓ $(-3; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log(3 - x)$ xác định khi $3 - x > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 27. Một khối cầu có thể tích bằng $\dfrac{9\pi}{2}$ thì đường kính của nó bằng

Ⓐ $\frac{3}{2}$. Ⓑ $\frac{2}{3}$. Ⓒ $\frac{4}{3}$. Ⓓ 3.

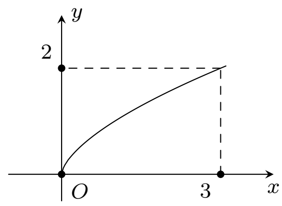
Lời giải.

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow \frac{9\pi}{2} = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R^3 = \frac{27}{8} \Rightarrow R = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 28. Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $y = x^\alpha$ có đồ thị như hình bên, khi đó α bằng

Ⓐ $\log_3 2$. Ⓑ $\log_2 3$. Ⓒ $\frac{2}{3}$. Ⓓ $\frac{3}{2}$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ đi qua điểm $A(3;2)$ nên ta có $2 = 3^\alpha \Rightarrow \alpha = \log_3 2$.

Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường $\Delta : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ có phương trình là

Ⓐ $2x+2y+z+3=0$. Ⓑ $x-2y-z=0$. Ⓒ $2x+2y+z-3=0$. Ⓓ $x-2y-z-3=0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường Δ.
Khi đó véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $(2;2;1)$.
Phương trình mặt phẳng (α): $2(x-1)+2(y-1)+1(z+1)=0$ hay $2x+2y+z-3=0$.

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 30. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 12x + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

Ⓐ $-\infty;3$. Ⓑ $(-3;4)$. Ⓒ $(4;\infty)$. Ⓓ $(-4;3)$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - x - 12$.

$y' > 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 12 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \\ x < -3. \end{array}\right.$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(4;+\infty)$.

Chọn đáp án Ⓒ □

CÂU 31. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$, $z_2 = 2 - 4i$, khi đó mô-đun của số phức $z_1 + z_1 \cdot z_2$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ $\frac{\sqrt{5}}{5}$. Ⓒ $5\sqrt{5}$. Ⓓ $\sqrt{5}$.

Lời giải.

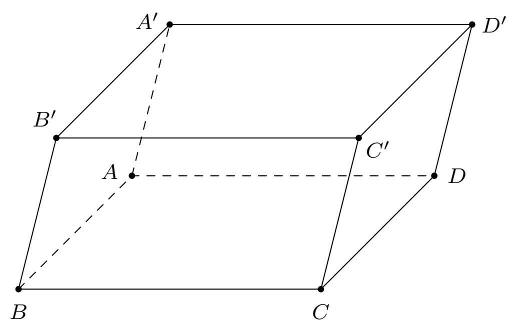
Ta có $z_1 + z_1 \cdot z_2 = 2 - i + (2-i)(2+4i) = 10 + 5i$.
Suy ra $|z_1 + z_1 \cdot z_2| = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

CÂU 32.

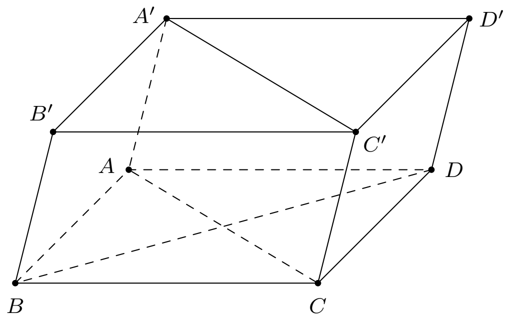
Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Góc giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

Ⓐ 30°. Ⓑ 60°. Ⓒ 45°. Ⓓ 90°.



Lời giải.

Ta có $BD \perp AC$, mà $AC \parallel A'C'$ nên $BD \perp A'C'$.
Vậy góc giữa BD và $A'C'$ bằng $90°$.



Chọn đáp án (D)

CÂU 33. Số nghiệm của phương trình $\left(x^2-2x-3\right)\log_2 x = 0$ là

(A) 0. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $\left(x^2-2x-3\right)\log_2 x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-2x-3=0 \\ \log_2 x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right. \\ \begin{cases} x>0 \\ x=1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \\ x=1. \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.
Chọn đáp án (C)

CÂU 34. Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

(A) $\dfrac{1}{22}$. (B) $\dfrac{5}{12}$. (C) $\dfrac{2}{7}$. (D) $\dfrac{7}{44}$.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ 12 quả cầu nên $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3$.
Gọi biến cố A: "Lấy được 3 quả cầu xanh"$\Rightarrow n(A) = \mathrm{C}_5^3$.
Vậy xác suất của A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_5^3}{\mathrm{C}_{12}^3} = \dfrac{1}{22}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;-3;2)$, $B(6;1;-7)$, $C(2;8;-1)$. Đường thẳng qua gốc tọa độ O và trọng tâm tam giác ABC có phương trình là

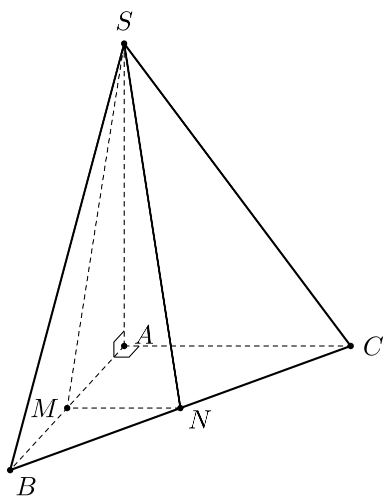
(A) $\dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-3}$. (B) $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-1}$. (C) $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{-1}$. (D) $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z}{-1}$.

Lời giải.

Tam giác ABC có trọng tâm $G(4;2;-2)$.
Ta có $\overrightarrow{OG} = (4;2;-2) = 2(2;1;-2)$.
Đường thẳng đi qua O có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;-1)$ có phương trình là $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-1}$.

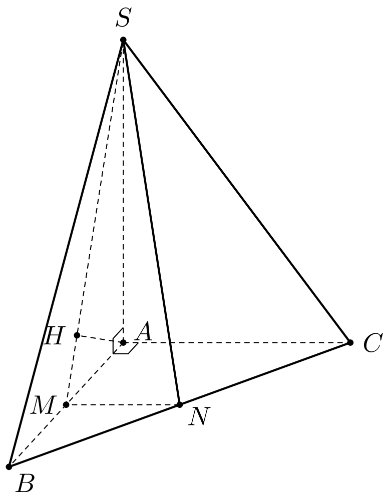
Chọn đáp án (B)

CÂU 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$ và cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SMN) bằng



Ⓐ $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. Ⓑ $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. Ⓒ $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Ⓓ $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.



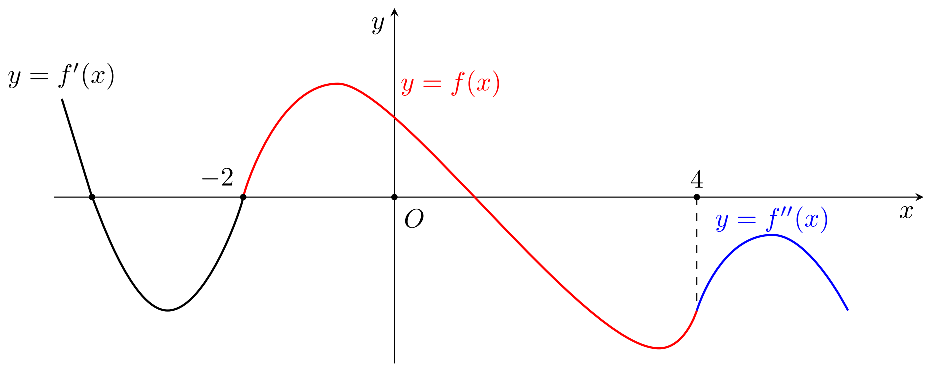
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SM.
Vì MN là đường trung bình của $\triangle ABC$ nên $MN \parallel AC$ (1).
Mặt khác $\begin{cases} AC \perp SA \\ AC \perp AB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAB)$ (2).
Từ (1) và (2) suy ra $MN \perp (SAB)$ do đó $MN \perp AH$.
Suy ra $AH \perp (SMN)$; $AM = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{a}{2}$.
Khi đó $\mathrm{d}\left(A, (SMN)\right) = AH = \dfrac{SA \cdot AI}{\sqrt{SA^2 + AI^2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.
Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 37. Tìm nguyên hàm $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+4}}$ bằng cách đặt $t = \sqrt{x+4}$ ta thu được nguyên hàm nào?

Ⓐ $\displaystyle\int \frac{2\,\mathrm{d}t}{t^2-4}$. Ⓑ $\displaystyle\int \frac{2t\,\mathrm{d}t}{t^2-4}$. Ⓒ $\displaystyle\int \frac{2\,\mathrm{d}t}{(t^2-4)\,t}$. Ⓓ $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}t}{t^2-4}$.

Lời giải.
Ta có $t = \sqrt{x+4} \Rightarrow t^2 = x + 4 \Rightarrow 2t\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}x$.
Khi đó $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+4}} = \int \frac{2t\,\mathrm{d}t}{(t^2-4)\,t} = \int \frac{2\,\mathrm{d}t}{t^2-4}$.
Chọn đáp án Ⓐ □

CÂU 38. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $(-\infty; -2]$; đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên $[-2; 4]$; đồ thị hàm số $y = f''(x)$ trên $[4; +\infty)$.



Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 4.

Lời giải.
Từ đồ thị, ta có

- Hàm số $y = f(x)$ có một cực tiểu thuộc khoảng $(-2; 4)$.

- Phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm $x = a \in (-\infty; -2]$.
  Bảng biến thiên

x	$-\infty$		a		-2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

  Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ chỉ có một cực đại thuộc $(-\infty; -2]$.

- Phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm $x = b \in [4; +\infty)$ và có bảng biến thiên

x	4		b		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$-$	
$f'(x)$		$\searrow$	$f'(b)$	$\searrow$	

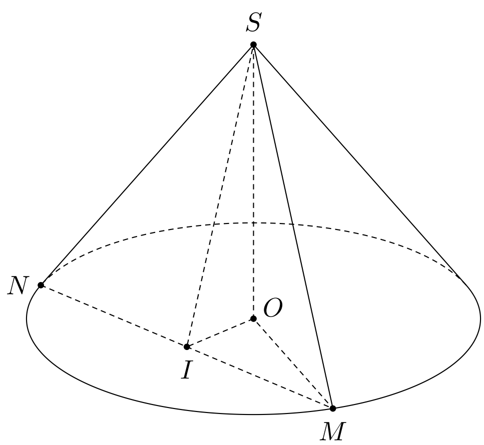
  Hàm số $y = f'(x)$ luôn nghịch biến trên $[4; +\infty)$ nên hàm số $y = f(x)$ không có cực tiểu trong khoảng này.
  Vậy hàm số $y = f(x)$ có một cực tiểu.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 39. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60°, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A $8\sqrt{7}\pi a^2$. **B** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **C** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **D** $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải.



Gọi thiết diện là $\triangle SMN$ như hình vẽ và I là trung điểm của dây cung MN, O là tâm đường tròn đáy của hình nón (N).

Từ giả thiết, ta có $\widehat{SIO} = 60^\circ$ và $l = SM = 4a$; $SI = \dfrac{SM\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$.

ΔSOI vuông tại O có $SO = SI \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}a \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3a$.

ΔSOM vuông tại O có $r = OM = \sqrt{SM^2 - SO^2} = \sqrt{16a^2 - 9a^2} = \sqrt{7}a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón (N) là $S_{\text{xq}} = \pi r l = \pi \cdot \sqrt{7}a \cdot 4a = 4\sqrt{7}\pi a^2$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 40. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho có không quá 8 số nguyên x thỏa mãn $\log_2(4x+m) > 2\log_2(x-2)$?

A 24. **B** 37. **C** 23. **D** 36.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x > 2 \\ 4x + m > 0. \end{cases}$

Khi đó $\log_2(4x+m) > 2\log_2(x-2) \Rightarrow \log_2(4x+m) > \log_2(x-2)^2$

$\Rightarrow 4x + m > x^2 - 4x + 4 \Rightarrow m > x^2 - 8x + 4$ $(*)$

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 8x + 4$ trên khoảng $(2; +\infty)$.
$f'(x) = 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4$.
Bảng biến thiên

x	2		4		10
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	-8	$\searrow$	-12	$\nearrow$	24

Để có không quá 8 giá trị nguyên của x thì $x \in (2; 10]$. Khi đó $f(2) = -8$; $f(10) = 24$.
Từ $(*)$ suy ra $-8 < m \leq 24$.
Vậy có 24 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (A)

CÂU 41. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + az + \frac{5}{4}a^2 = 0$ (với a là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình đã cho có hai nghiệm là z_1, z_2 sao cho các điểm biểu diễn số phức $z_0 = 1 - i, z_1, z_2$ là ba đỉnh của một tam giác có diện tích nhỏ hơn 4 ?

A 5. **B** 6. **C** 3. **D** 4.

Lời giải.

Xét $\Delta = a^2 - 4 \cdot \dfrac{5a^2}{4} = -4a^2$. Gọi $A(z_1), B(z_2), C(z_0)$
TH1: Nếu $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow a = 0 \Rightarrow z_1 = z_2 \Rightarrow A \equiv B \Rightarrow A, B, C$ không tạo thành tam giác (loại)
TH2: Nếu $\Delta < 0 \Leftrightarrow a \neq 0 \Rightarrow z_1 = \dfrac{-a - 2a \cdot i}{2}; z_2 = \dfrac{-a + 2a \cdot i}{2} \Rightarrow A\left(-\dfrac{a}{2}; -a\right), B\left(-\dfrac{a}{2}; a\right)$
Khi đó $AB = 2|a|; AB: x = -\dfrac{a}{2}, C(1; -1) \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB \cdot d(C, AB) = |a|\left|1 + \dfrac{a}{2}\right| = \left|a + \dfrac{a^2}{2}\right|$

Điều kiện $0 < S_{ABC} < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < a + \dfrac{a^2}{2} < 4 \\ a + \dfrac{a^2}{2} \neq 0 \end{cases} \Rightarrow a \in \{-3, -1, 1\}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 42. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$		-3				1				2		$+\infty$
y'	$+\infty$	$\searrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $f\left(\dfrac{1}{2}f(x) - 1\right) = 2x + 2$ có tối đa bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A 5. **B** 4. **C** 3. **D** 2.

Lời giải.

Đặt $t = \dfrac{1}{2}f(x) - 1 \Leftrightarrow f(x) = 2t + 2$ và phương trình trở thành $f(t) = 2x + 2$

$$\Rightarrow f(x) - f(t) = 2t - 2x \Leftrightarrow f(t) + 2t = f(x) + 2x(*)$$

Hàm số $g(a) = f(a) + 2a$ có $g'(a) = f'(a) + 2 \geq 0, \forall a \in \mathbb{R}$ (quan sát bảng biến thiên của $f'(x)$) nên $g(a)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ do đó $(*) \Leftrightarrow g(t) = g(x) \Leftrightarrow t = x$
Vậy đưa về phương trình $f(x) = 2x + 2 \Leftrightarrow h(x) = f(x) - 2x - 2 = 0$.
Ta có $h'(x) = f'(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2 \Leftrightarrow x = -3; x = 1; x = 2$.
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-3)$	$\searrow$			$f(2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $h(x)=0$ có tối đa 3 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$; $d_2\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A\,(1;0;1)$ lần lượt cắt d_2, d_2 tại B và C. Độ dài BC bằng

A $\dfrac{7\sqrt{6}}{4}$. **B** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **C** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$. **D** $\dfrac{7\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $B\in d_1 \Rightarrow B\,(1+b;-1-b;2b)$ và $C\in d_2\Rightarrow C\,(c;1+2c;c)$.
Vì d đi qua $A\,(1;0;1)$ lần lượt cắt d_2, d_2 tại B và C nên ta có A,B,C thẳng hàng. Khi đó

$$\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow (b;-1-b;2b-1)=k\,(c-1;1+2c;c-1)\Leftrightarrow \begin{cases} b= & k(c-1)\\ -1-b= & k(1+2c)\\ 2b-1= & k(c-1)\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} b=1\\ kc=-\dfrac{1}{3}\\ k=-\dfrac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} b=1\\ c=\dfrac{1}{4}\\ k=-\dfrac{4}{3}.\end{cases}$$

Do đó $B\,(2;-2;2)$, $C\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{4}\right)\Rightarrow BC=\dfrac{7\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=xe^{x-a}$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=-e^{-a}-1$ (với a là tham số thực). Khi $\displaystyle\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x=4$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A $a\in(-2;-1)$. **B** $a\in(-1;0)$. **C** $a\in(0;1)$. **D** $a\in(1;2)$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int f'(x)\,\mathrm{d}x=\int xe^{x-a}\,\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=e^{x-a}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=e^{x-a}\end{cases}$.

$\Rightarrow f(x)=\displaystyle\int xe^{x-a}\,\mathrm{d}x=xe^{x-a}-\int e^{x-a}\,\mathrm{d}x=xe^{x-a}-e^{x-a}+C$.

Vì $f(0)=-e^{-a}-1\Rightarrow C=-1$ nên $f(x)=xe^{x-a}-e^{x-a}-1$.

Do đó $\displaystyle\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^a\left(xe^{x-a}-e^{x-a}-1\right)\mathrm{d}x=\int_0^a xe^{x-a}\,\mathrm{d}x-\int_0^a e^{x-a}\,\mathrm{d}x-\int_0^a \mathrm{d}x=$

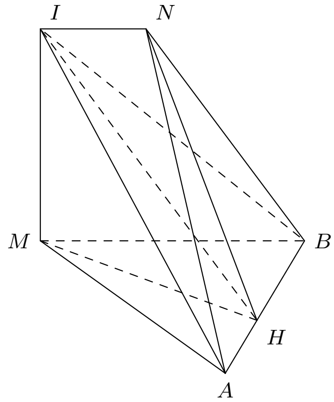
$=\left.\left(xe^{x-a}-2e^{x-a}-x\right)\right|_0^a=-2+2e^{-a}=4\Leftrightarrow e^{-a}=3\Leftrightarrow a=-\ln 3\approx -1{,}09\in(-2;-1)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=\dfrac{1}{2}$. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a;b)$ sao cho tồn tại hai điểm $A(a;0;0)$ và $B(0;b;0)$ để có hai mặt phẳng vuông góc với nhau cùng đi qua A, B và tiếp xúc với (S)?

A 5. **B** 7. **C** 8. **D** 6.

Lời giải.



Mặt cầu đã cho có tâm $I=(2;3;1)$, $R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Gọi hai mặt phẳng qua A, B và tiếp xúc với (S) tại M, N.

Goi H là hình chiếu của I lên $AB \Rightarrow \begin{cases} AB \perp IH, AB \perp IM \Rightarrow AB \perp (IHM) \\ AB \perp IH, AB \perp IN \Rightarrow AB \perp (IHN). \end{cases}$

$\Rightarrow (IHM) \equiv (IHN)$ và $((MAB),(NAB))=(HM,HN)$.

Vì $((MAB),(NAB))=90^\circ \Rightarrow \widehat{MHN}=90^\circ$

$\Rightarrow MINH$ là hình vuông do đó $IH=\sqrt{2}R=1$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-a;b;0)$, $\overrightarrow{IA}=(a-2;-3;-1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{IA}\right]=(-b;-a;3a+2b-ab)$.

$$\Rightarrow IH=\mathrm{d}(I,AB)=\frac{\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{IA}]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}=1 \Leftrightarrow \frac{b^2+a^2+(3a+2b-ab)^2}{a^2+b^2}=1$$

$$\Leftrightarrow 3a+2b-ab=0 \Leftrightarrow b(a-2)=3a \Rightarrow b=\frac{3a}{a-2}=\frac{3(a-2)+6}{a-2}=3+\frac{6}{a-2}\in\mathbb{Z}.$$

$\Rightarrow a-2\in\{\pm1,\pm2,\pm3,\pm6\} \Rightarrow 8$ cặp số nguyên $(a;b)$ thoả mãn.

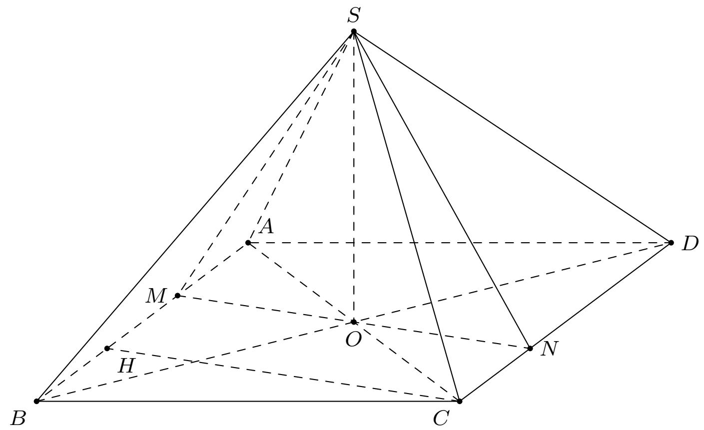
Nhận xét: Nếu đề bài yêu cầu hai điểm A và B phân biệt hoặc có đúng hai mặt phẳng vuông góc với nhau cùng đi qua A,B và tiếp xúc với (S) thì các em loại đi trường hợp A,B trùng nhau tức cặp $(a;b)=(0;0)$.

Chọn đáp án C □

CÂU 46. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, $AB=a$, $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm O. Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau, thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{21}a^3}{6}$. B. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải.



Cách 1

Ta có $O=AC\cap BD \Rightarrow SO\perp(ABCD)$ và $S_{ABCD}=2S_{ABC}=BA\cdot BC\cdot\sin\widehat{ABC}=\sqrt{3}a^2$.

Và $AB \parallel CD$; $AB\subset(SAB)$; $CD\subset(SCD) \Rightarrow (SAB)\cap(SCD)=Sx \parallel AB \parallel CD$.

Kẻ đường thẳng qua O vuông góc với AB, CD lần lượt tại M, $N \Rightarrow Sx \parallel AB \parallel CD \perp (SMN)$.

Khi đó $((SAB),(SCD))=(SM,SN)=90^\circ \Leftrightarrow \widehat{MSN}=90^\circ \Rightarrow SO=\dfrac{MN}{2}=\dfrac{CH}{2}=\dfrac{CB\cdot\sin 60^\circ}{2}=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Khi đó $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}\cdot SO=\dfrac{1}{3}\cdot\sqrt{3}a^2\cdot\dfrac{\sqrt{3}\cdot a}{2}=\dfrac{a^3}{2}$.

Cách 2

Nếu các em gắn trục tọa độ $Oxyz$ thì chỉ ra $AB=a$, $BC=2a$, $\widehat{ABC}=60^\circ \Rightarrow AC=\sqrt{3}a \Rightarrow AB\perp AC$.

Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho Ox, Oy lần lượt trủng với các tia AB, AC và Oz qua A củng hướng với tia OS.

Khi đó toạ độ các điểm là $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0;\sqrt{3};0)$;

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=(-1;\sqrt{3};0) \Rightarrow D(-1;\sqrt{3};0)$ và $O\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right) \Rightarrow S\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};h\right)$.

Ta có $\vec{n}_{(SAB)}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AS}]=\left(0;-h;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\vec{n}_{(SCD)}=[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{SD}]=\left(0;h;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Vậy $(SAB)\perp(SCD) \Leftrightarrow -h^2+\dfrac{3}{4}=0 \Rightarrow h=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SO=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}\cdot SO=\dfrac{1}{3}\cdot\sqrt{3}a^2\cdot\dfrac{\sqrt{3}a}{2}=\dfrac{a^3}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 47. Cho đường thẳng $d\colon y = g(x)$ cắt đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3, $(x_1 < x_2 < x_3)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$; $y = g(x)$; $x = x_1$; $x = x_2$ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$; $y = g(x)$; $x = x_2$; $x = x_3$. Khi $S_1 = 2S_2$ thì $\dfrac{x_1 - x_2}{x_2 - x_3}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(1; \dfrac{4}{3}\right)$. (B) $\left(\dfrac{4}{3}; \dfrac{3}{2}\right)$. (C) $\left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{8}{5}\right)$. (D) $\left(\dfrac{8}{5}; 2\right)$.

Lời giải.

Theo giả thiết có $f(x) - g(x) = k(x-a)(x-b)(x-c)$, $(a < b < c)$ ở đây $x_1 = a$; $x_2 = b$; $x_3 = c$ để thao tác cho gọn. Giả sử $k > 0$ ta cần tính $t = \dfrac{a-b}{b-c}$, $(t > 0)$.

Ta có $S_1 = k\displaystyle\int_a^b (x-a)(x-b)(x-c)\,\mathrm{d}x = \frac{k}{12}(a-b)^3(a+b-2c)$ và

$S_2 = -k\displaystyle\int_b^c (x-a)(x-b)(x-c)\,\mathrm{d}x = -\frac{k}{12}(b-c)^3(b+c-2a)$.

Suy ra

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a+b-2c}{2a-b-c}\left(\frac{a-b}{b-c}\right)^3 = \frac{(a-b)+2(b-c)}{2(a-b)+(b-c)}\left(\frac{a-b}{b-c}\right)^3 = 2 \Leftrightarrow \frac{t+2}{2t+1}t^3 = 2 \Leftrightarrow t^4 + 2t^3 - 4t - 2 = 0 \Rightarrow t \approx 1{,}2966.$$

Để tính S_1, S_2 các em thực hiện như sau:

Đã biết $\displaystyle\int_a^b (x-a)(x-b)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{6}(a-b)^3$;

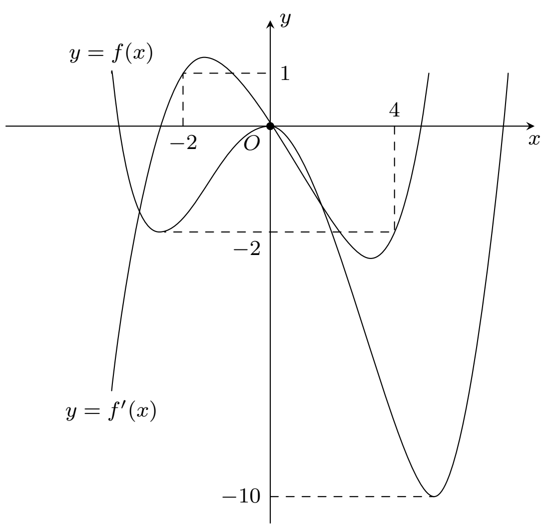
$\mathrm{d}[(x-a)(x-b)] = (2x-(a+b))\,\mathrm{d}x$ vậy phân tích $x - c = \dfrac{1}{2}[(2x-(a+b)) + (a+b-2c)]$ khi đó

$$\begin{aligned}
\frac{S_1}{k} &= \frac{1}{2}\int_a^b (x-a)(x-b)(2x-(a+b))\,\mathrm{d}x + \frac{1}{2}(a+b-2c)\int_a^b (x-a)(x-b)\,\mathrm{d}x\\
&= \frac{1}{2}\int_a^b (x-a)(x-b)\,\mathrm{d}[(x-a)(x-b)] + \frac{1}{2}(a+b-2c)\cdot\frac{1}{6}(a-b)^3\\
&= \frac{1}{4}[(x-a)(x-b)]^2\Big|_b^a + \frac{1}{12}(a-b)^3(a+b-2c) = \frac{1}{12}(a-b)^3(a+b-2c).
\end{aligned}$$

để tính S_2 chỉ việc thay đổi vai trò a, b trong S_1 lần lượt bởi b, c ta có $S_2 = -\dfrac{k}{12}(b-c)^3(b+c-2a)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, hình vẽ bên là đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = f'(x)$.



Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f[f(x) - m + 1] + \frac{1}{4}[f(x) - m + 1]^2$ có 11 điểm cực trị là

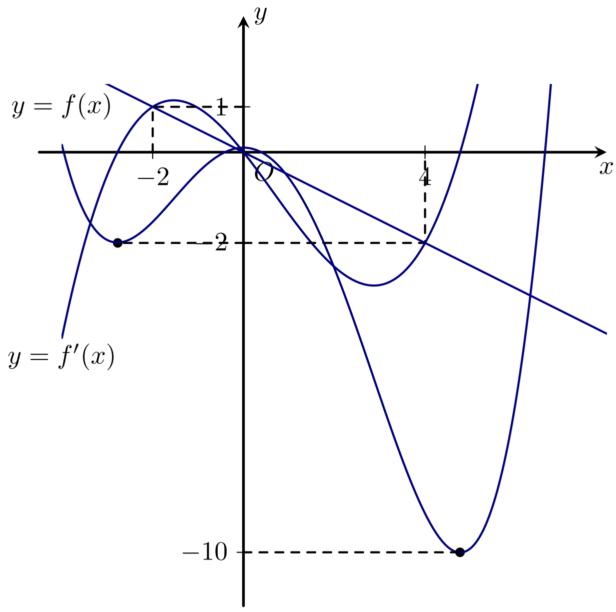
A 3. **B** -2. **C** 4. **D** -1.

Lời giải.

Ta có yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow g'(x) = f'(x)\left[f'(f(x) - m + 1) + \frac{1}{2}(f(x) - m + 1)\right]$ có 11 lần đổi dấu

$\Leftrightarrow f'\left[f(x) - m + 1\right] + \frac{1}{2}(f(x) - m + 1)$ có 8 lần đổi dấu.

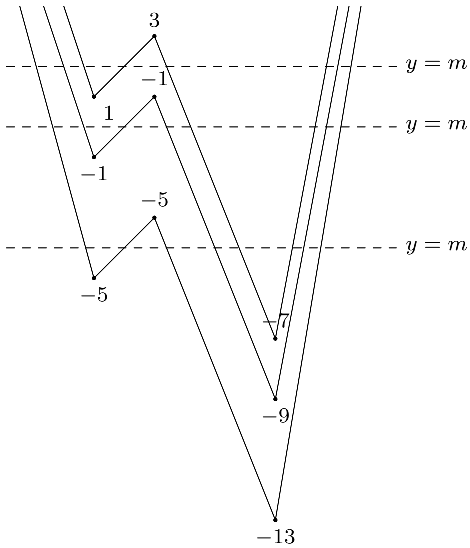
Vẽ thêm đường thẳng $y = -\frac{x}{2}$ qua các điểm $(-2; 1)$; $(0; 0)$; $(4; -2)$ suy ra $f'(x) + \frac{1}{2}x$ cùng dấu với $(x + 2)x(x - 4)$.



Do đó $f'(f(x) - m + 1) + \frac{1}{2}(f(x) - m + 1)$ cùng dấu với $(f(x) - m + 3)(f(x) - m + 1)(f(x) - m - 3)$.

Xét $(f(x) - m + 3)(f(x) - m + 1)(f(x) - m - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) - 3 = m \\ f(x) + 1 = m \\ f(x) + 3 = m. \end{array}\right.$

Vẽ bảng biến thiên của ba hàm số $y = f(x) - 3$; $y = f(x) + 1$; $y = f(x) + 3$.



Suy ra điều kiện là $\left[\begin{array}{l} -5 < m < -3 \\ -1 < m < 1 \\ 1 < m < 3 \end{array}\right. \Rightarrow m \in \{-4, 0, 2\} \Rightarrow \sum m = -4 + 0 + 2 = -2.$

Cách 2: Xét $h(x) = f(x) + \frac{1}{4}x^2; u(x) = f(x) - m + 1 \Rightarrow g(x) = h[u(x)]$.

Ta có $h'(x) = f'(x) + \frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -\frac{x}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right. \Rightarrow h(x)$ có ba điểm cực trị $\left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 4. \end{array}\right.$

Hàm số $u(x) = f(x) - m + 1$ có ba điểm cực trị nên ycbt $\Leftrightarrow h'[u(x)]$ đổi dấu $11 - 3 = 8$ lần $\Leftrightarrow (u(x)+2)u(x)(u(x)-4)$ đổi dấu 8 lần, các bước sau thực hiện tương tự cách 1.

Chọn đáp án B □

CÂU 49. Có bao nhiêu số nguyên x, $(x \geq -20)$ sao cho ứng với mỗi x tồn tại đúng hai cặp số thực $(y; z)$ thỏa mãn $\log_2\left(2y^2 + z^2\right) = \log_3\left(y^3 + 2z^3\right) = x$?

A 29. **B** 21. **C** 32. **D** 22.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} 2y^2 + z^2 = 2^x \\ y^3 + 2z^3 = 3^x \end{cases} \Rightarrow \dfrac{\left(2y^2+z^2\right)^3}{\left(y^3+2z^3\right)^2} = \left(\dfrac{8}{9}\right)^x.$

Mặt khác $\dfrac{\left(2y^2+z^2\right)^3}{\left(y^3+2z^3\right)^2} = g(a) = \dfrac{\left(2a^2+1\right)^3}{\left(a^3+2\right)^2}, \left(a = \dfrac{y}{z}\right).$

Ta có $g'(a) = \dfrac{12a\left(2a^2+1\right)^2\left(a^3+2\right)^2 - 6a^2\left(a^3+2\right)\left(2a^2+1\right)^3}{\left(a^3+2\right)^4} = \dfrac{6a\left(2a^2+1\right)^2(4-a)}{\left(a^3+2\right)^3}.$

Bảng biến thiên

a	$-\infty$		$-\sqrt[3]{2}$		0		4		$+\infty$
$g'(a)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(a)$	8	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$\frac{1}{3}$	↗	$\frac{33}{4}$	↘	8

Suy ra $\left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{4} < \left(\dfrac{8}{9}\right)^x \leq 8 \\ \left(\dfrac{8}{9}\right)^x > \dfrac{33}{4} \end{array}\right. \Rightarrow x \in \{-20; \ldots; 11\}.$

Chọn đáp án C □

CÂU 50. Xét hai số phức z_1, z_2 thảo mãn $|z_1| = |z_2 - 4 - 4i| = \dfrac{1}{2}$ và số phức z thỏa mãn $|2z + 2 - 5i| = |2z + 3 - 6i|4$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 3z_1 - \overline{z_1}| + |z - z_2|$ bằng

A $\dfrac{17}{2}$. **B** $\dfrac{13}{2}$. **C** $\dfrac{11}{2}$. **D** $\dfrac{15}{2}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$

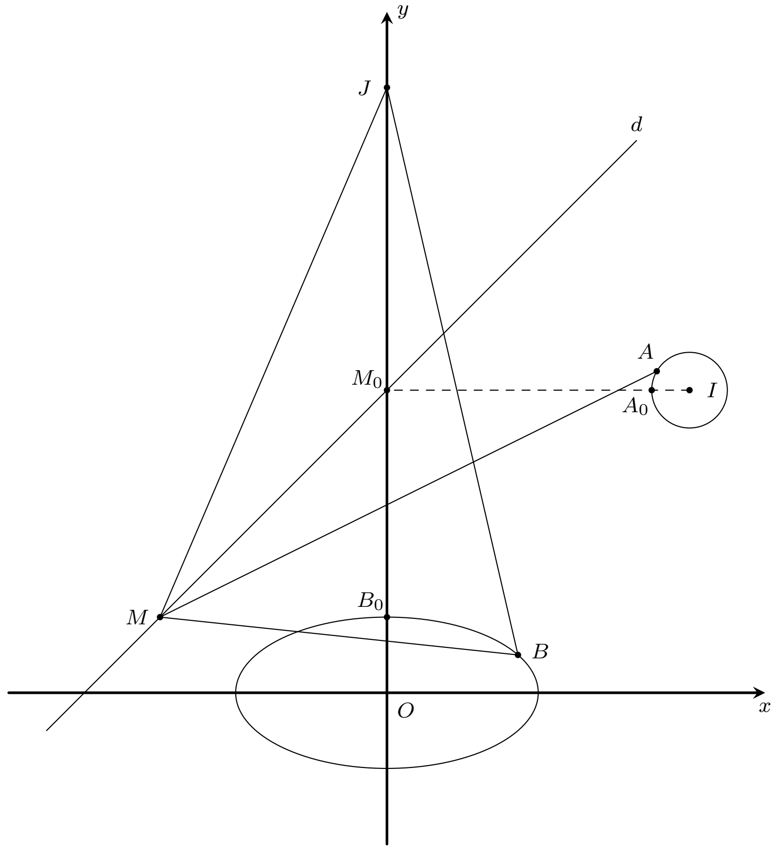
$$\begin{aligned} \Rightarrow |2z + 2 - 5i| = |2z + 3 - 6i| &\Leftrightarrow (2x+2)^2 + (2y-5)^2 = (2x+3)^2 + (2y-6)^2 \\ &\Leftrightarrow x - y + 4 = 0 \\ &\Rightarrow M(z) \in d\colon x - y + 4 = 0. \end{aligned}$$

và $|z_2 - 4 - 4i| = \dfrac{1}{2} \Rightarrow A(z_2) \in (C)$ có tâm $I(4; 4)$, $R = \dfrac{1}{2}$.

Đặt $z_1 = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow |z - 3z_1 - \overline{z_1}| = |z - (4a + 2bi)| = MB$, $B(4a + 2bi)$.

Vì $|z_1| = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \dfrac{x_B^2}{16} + \dfrac{y_B^2}{4} = \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \dfrac{x_B^2}{4} + \dfrac{y_B^2}{1} = 1$

$\Rightarrow B \in (E)$ có độ dài trục lớn $2a = 4$; độ dài trục nhỏ $2b = 2$.



Khi đó $P = MA + MB \geq (MI - IA) + MB = (MI - R) + MB = (MI + MB) - \dfrac{1}{2}$

$$= (MJ + MB) - \frac{1}{2} \geq JB - \frac{1}{2} \geq JB_0 - \frac{1}{2}$$

$$= 8 - 1 - \frac{1}{2} = \frac{13}{2}$$

trong đó $J(0; 8)$; $B_0(0; 1)$.
Dấu bằng xảy ra khi $B \equiv B_0$; $M \equiv M_0$; $A \equiv A_0$.
Chọn đáp án B

1. B	2. D	3. A	4. B	5. D	6. D	7. C	8. C	9. A	10. C
11. B	12. D	13. D	14. A	15. B	16. C	17. D	18. C	19. A	20. A
21. C	22. B	23. B	24. B	25. D	26. C	27. A	28. A	29. C	30. C
31. B	32. D	33. C	34. A	35. B	36. A	37. A	38. C	39. D	40. A
41. C	42. C	43. A	44. A	45. C	46. D	47. A	48. B	49. C	50. B

MỤC LỤC