



QUICK NOTE

## B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### Dạng 1. Áp dụng công thức cộng

Một số trường hợp rút gọn nên nhớ:

$$\odot \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos \left( x - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$\odot \sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) = 2 \cos \left( x - \frac{\pi}{3} \right).$$

$$\odot \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) = 2 \cos \left( x - \frac{\pi}{6} \right).$$

### 1. Ví dụ mẫu

**VÍ DỤ 1 (NB).** Không dùng máy tính, hãy tính  $\cos 105^\circ$  và  $\cot \frac{\pi}{12}$ .

**VÍ DỤ 2 (NB).** Chứng minh rằng  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right)$ .

**VÍ DỤ 3 (TH).** Tính  $\sin \left( a + \frac{\pi}{4} \right)$ , biết  $\sin a = \frac{12}{13}$  và  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ .

**VÍ DỤ 4 (VDT).** Không sử dụng máy tính, hãy tính  $P = \cos 10^\circ \cos 35^\circ - \cos 55^\circ \cos 80^\circ$ .

**VÍ DỤ 5 (VDT).** Chứng minh giá trị của biểu thức

$$P = \sin \left( \frac{\pi}{6} - \alpha \right) + \sin \left( \frac{\pi}{6} + \alpha \right) - \cos \alpha$$

không phụ thuộc vào  $\alpha$ .

**VÍ DỤ 6 (VDC).** Một thiết bị trễ kỹ thuật số lặp lại tín hiệu đầu vào bằng cách lặp lại tín hiệu đó trong một khoảng thời gian cố định sau khi nhận được tín hiệu. Nếu một thiết bị như vậy nhận được nốt thuần  $f_1(t) = 5 \sin t$  và phát lại nốt thuần  $f_2(t) = 5 \cos t$  thì âm kết hợp là  $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ , trong đó  $t$  là biến thời gian. Chứng tỏ rằng âm kết hợp viết được dưới dạng  $f(t) = k \sin(t + \varphi)$ , tức là âm kết hợp là sóng hình sin. Hãy xác định biên độ âm  $k$  và pha ban đầu  $\varphi$  ( $-\pi < \varphi < \pi$ ) của sóng âm.

### 2. Bài tập rèn luyện

**BÀI 1 (NB).** Tính các giá trị lượng giác của góc  $75^\circ$ .

**BÀI 2 (NB).** Chứng minh rằng  $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$ .

**BÀI 3 (TH).** Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{\cos \frac{5\pi}{18} \cos \frac{\pi}{9} + \sin \frac{5\pi}{18} \sin \frac{\pi}{9}}{\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{10}}$ .

**BÀI 4 (TH).** Tính  $\tan \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$  biết  $\cos x = \frac{2}{3}$  và  $0 < x < \pi$ .

**BÀI 5 (TH).** Tính  $\sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right)$  biết  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ .

**BÀI 6 (VDT).** Không sử dụng máy tính, hãy tính  $P = \cos 20^\circ \cos 40^\circ - \sin 140^\circ \sin 160^\circ$ .

**BÀI 7 (VDT).** Cho tam giác  $ABC$  có  $\cos B = \frac{3}{5}$ ,  $\cos C = \frac{\sqrt{21}}{5}$ . Chứng minh rằng

$$\sin A = \sin B \cos C + \cos B \sin C$$

và tính  $\sin A$ .

**BÀI 8 (VDT).** Với giả thiết các biểu thức đều có nghĩa, chứng minh rằng

$$\cot(a + b) = \frac{\cot a \cot b - 1}{\cot a + \cot b}.$$

**BÀI 9 (VDC).** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa có phương trình  $x_1(t) = 2\sqrt{3} \sin \left( 4\pi t + \frac{\pi}{6} \right)$  và  $x_2(t) = 2 \cos \left( 4\pi t + \frac{\pi}{6} \right)$ . Chứng tỏ rằng phương trình dao động tổng hợp của vật đó  $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$  viết được dưới dạng  $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ , tức là dao động tổng hợp của vật đó là dao động điều hòa. Hãy xác định biên độ  $A$ , tần số góc  $\omega$  và pha ban đầu  $\varphi$  ( $-\pi < \varphi < \pi$ ) của dao động tổng hợp.

### 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Với mọi  $a, b$ , ta có  $\sin(a - b)$  bằng

- (A)  $\sin a \sin b - \cos a \cos b$ . (B)  $\sin b \cos a - \sin a \cos b$ .  
(C)  $\sin a \cos b - \cos a \sin b$ . (D)  $\sin a \cos b + \cos a \sin b$ .

**CÂU 2.** Biết rằng  $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ , khi đó giá trị  $\cos \frac{7\pi}{12}$  bằng

- (A)  $\cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4}$ . (B)  $\cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4}$ .  
(C)  $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4}$ . (D)  $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4}$ .

**CÂU 3.** Thu gọn  $\sin a \sin b - \cos a \cos b$ , ta được

- (A)  $-\cos(a + b)$ . (B)  $\cos(a - b)$ . (C)  $\cos(a + b)$ . (D)  $-\cos(a - b)$ .

**CÂU 4.** Với điều kiện các biểu thức đều xác định, biểu thức nào sau đây bằng  $\tan(a - b)$ ?

- (A)  $\tan a \cot b - \tan b \cot a$ . (B)  $\frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$ .  
(C)  $\frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$ . (D)  $\frac{1 - \tan a \tan b}{\tan a + \tan b}$ .

**CÂU 5.** Cho  $a, b$  thỏa  $\tan a = \tan b = 2$ . Tính  $\tan(a + b)$ .

- (A)  $-\frac{4}{3}$ . (B)  $\frac{4}{3}$ . (C) 0. (D)  $\frac{3}{4}$ .

**CÂU 6.** Với  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  và  $\tan x$  xác định, biểu thức nào sau đây bằng  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ?

- (A)  $\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$ . (B)  $\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1}$ . (C)  $\frac{\tan x + 1}{\tan x - 1}$ . (D)  $\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$ .

**CÂU 7.** Biểu thức nào sau đây bằng  $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ ?

- (A)  $\frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$ . (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x$ .  
(C)  $\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$ . (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x$ .

**CÂU 8.** Thu gọn  $\sin x + \cos x$  ta được

- (A)  $\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ . (B)  $\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ . (C)  $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ . (D)  $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ .

**CÂU 9.** Cho  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  thỏa  $\sin x = \frac{7}{25}$ , giá trị của  $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  là

- (A)  $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{17\sqrt{2}}{50}$ . (B)  $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{17}{25}$ .  
(C)  $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{31}{25}$ . (D)  $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{17}{25}$ .

**CÂU 10.** Cho  $x \in [0; \pi]$  thỏa  $\cos x = \frac{3}{5}$ . Tính  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

- (A) 7. (B) -7. (C)  $\frac{1}{7}$ . (D)  $-\frac{1}{7}$ .

**CÂU 11.** Giá trị của biểu thức  $P = \frac{\sin \frac{2\pi}{13} \cos \frac{\pi}{13} - \cos \frac{2\pi}{13} \sin \frac{\pi}{13}}{\cos \frac{2\pi}{13} \cos \frac{\pi}{13} + \sin \frac{2\pi}{13} \sin \frac{\pi}{13}}$  là

- (A)  $\tan \frac{\pi}{13}$ . (B)  $\sin \frac{\pi}{13}$ . (C)  $\tan \frac{3\pi}{13}$ . (D)  $\sin \frac{3\pi}{13}$ .

**CÂU 12.** Giá trị của biểu thức  $P = \sin 10^\circ \cos 20^\circ + \sin 20^\circ \cos 10^\circ$  là

- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . (B)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ . (C)  $\frac{1}{2}$ . (D)  $-\frac{1}{2}$ .

**CÂU 13.** Cho  $a, b$  thỏa  $a + b \neq k\pi$ . Biểu thức nào sau đây bằng  $P = \cot(a + b)$ ?

- (A)  $\frac{\cos a \cos b - \sin a \sin b}{\sin a \cos b + \cos a \sin b}$ . (B)  $\frac{\cos a \cos b + \sin a \sin b}{\sin a \cos b + \cos a \sin b}$ .  
(C)  $\frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\cos a \cos b - \sin a \sin b}$ . (D)  $\frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\cos a \cos b + \sin a \sin b}$ .

**CÂU 14.** Cho  $a, b \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  thỏa mãn  $\sin a = \cos b = \frac{3}{5}$ . Khi đó  $\sin(a + b)$  bằng

- (A)  $\frac{24}{25}$ . (B) 1. (C) 0. (D)  $-\frac{7}{25}$ .

#### QUICK NOTE

## QUICK NOTE

**CÂU 15.** Biểu thức  $P = \cos 5^\circ \sin 70^\circ - \sin 175^\circ \sin 20^\circ$  có giá trị bằng với  
 (A)  $\sin 25^\circ$ . (B)  $\cos 25^\circ$ . (C)  $\sin 15^\circ$ . (D)  $\cos 15^\circ$ .

**CÂU 16.** Cho  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}$  và  $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1 + \sqrt{3}}{4}$ . Giá trị của  $\sin(\alpha - \beta)$  bằng  
 (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . (B)  $-\frac{3}{2}$ . (C)  $-\frac{1}{2}$ . (D)  $\frac{1}{2}$ .

**CÂU 17.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $\cos B = \frac{5}{13}$ . Tính  $\sin A$ .  
 (A)  $\frac{119}{169}$ . (B) 1. (C)  $\frac{120}{169}$ . (D)  $\frac{5}{13}$ .

**CÂU 18.** Cho  $a, b$  thỏa mãn  $\sin a = \frac{\sqrt{7}}{4}$  và  $\sin b = \frac{\sqrt{3}}{4}$ . Giá trị của  $\sin(a + b) \sin(a - b)$  là:  
 (A)  $\frac{1}{4}$ . (B)  $-\frac{1}{4}$ . (C)  $\frac{1}{2}$ . (D)  $-\frac{1}{2}$ .

**CÂU 19.** Cho  $\alpha \in \left[-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}\right]$  thỏa mãn  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ . Giá trị của  $\tan \alpha$  là  
 (A)  $2 - \sqrt{3}$ . (B)  $2 + \sqrt{3}$ . (C)  $-2 + \sqrt{3}$ . (D)  $\sqrt{3}$ .

**CÂU 20.** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa có phương trình  $x_1(t) = \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  và  $x_2(t) = \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ . Phương trình dao động tổng hợp của vật  $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$  được viết dưới dạng  $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ , tức là dao động tổng hợp của vật đó là dao động điều hòa. Hãy xác định pha ban đầu  $\varphi$  ( $-\pi < \varphi < \pi$ ) của dao động tổng hợp.  
 (A)  $\frac{\pi}{4}$ . (B)  $\frac{\pi}{12}$ . (C)  $\frac{5\pi}{12}$ . (D)  $-\frac{\pi}{4}$ .

## Dạng 2. Áp dụng công thức nhân đôi, hạ bậc

## 1. Ví dụ mẫu

**VÍ DỤ 1.** Biến đổi thành tích biểu thức sau

$$A = \sin 2x - \sin x + 2 \cos x - 1.$$

**VÍ DỤ 2.** Rút gọn các biểu thức (giả sử các góc làm cho biểu thức có nghĩa).

$$\text{a) } A = \frac{(1 + \sin 2a)(\cos a - \sin a)}{\cos 2a(\cos a + \sin a)}.$$

$$\text{b) } B = \frac{\sin a + \sin 2a}{\cos a + \cos 2a + 1}.$$

**VÍ DỤ 3.** Cho  $\cos a = \frac{5}{13}$  với  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ . Tính  $\sin 2a$ ,  $\cos 2a$ ,  $\tan 2a$ ,  $\sin\left(2a + \frac{\pi}{3}\right)$ ,  $\tan\left(2a - \frac{\pi}{6}\right)$ .

**VÍ DỤ 4.** Cho  $\sin 2a = \frac{3}{5}$  với  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ . Tính  $\tan a + \cot a$ ,  $\tan a - \cot a$ .

**VÍ DỤ 5.** Cho  $\sin a + \cos a = m$ ,  $(-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2})$ . Tính  $|\sin a - \cos a|$ .

**VÍ DỤ 6.** Rút gọn biểu thức  $P = \frac{3 - 4 \cos 2a + \cos 4a}{3 + 4 \cos 2a + \cos 4a}$ .

**VÍ DỤ 7.** Chứng minh các đẳng thức

$$\text{a) } \sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{4} \cos 4x + \frac{3}{4};$$

$$\text{b) } \sin^6 x + \cos^6 x = \frac{3}{8} \cos 4x + \frac{5}{8}.$$

## 2. Bài tập rèn luyện

**BÀI 1.** Biến đổi thành tích biểu thức  $B = \cos 2x + \cos x - \sin x$ .

**BÀI 2.** Rút gọn biểu thức (giả sử các góc làm cho biểu thức có nghĩa)

$$P = \frac{\cos 2x + \cos x + \sin x}{\cos x - \sin x + 1} - \cos x - \sin x + 2023$$

**BÀI 3.** Chọn  $\sin 4x = \frac{1}{2}$ . Tính giá trị biểu thức  $A = \sin x \cos^3 x - \cos x \sin^3 x$ .

**BÀI 4.** Biết  $\tan^2 x + \cot^2 x + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 7$ . Tính  $\sin^2 2x$ .

**BÀI 5.** Cho  $\cos a = -\frac{2}{3}$  với  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ . Biết  $S = \cos 2a + \sin 2a = m + n\sqrt{5}$  với  $m, n \in \mathbb{Q}$  và  $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$  là phân số tối giản. Tính  $p - q$ .

**BÀI 6.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \sin x \cos x \cos 2x$ .

b)  $B = \cos^4 2x - \sin^4 2x$ .

c)  $C = 4 \sin x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ . d)  $D = \sin 2x + \cos 2x - 2 \cos x (\sin x + \cos x) + 1$ .

**BÀI 7.** Cho  $\cos 2x = \frac{1}{3}$  Tính giá trị các biểu thức sau

a)  $A = \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ .

b)  $B = \frac{1 + \sin^2 x}{\cos^2 x}$ .

c)  $C = \frac{1 + \cot^2 x}{1 - \cot^2 x}$ .

d)  $D = \sin^6 x + \cos^6 x$ .

**BÀI 8.** Chứng minh đẳng thức  $\sin^6 x \cos^2 x + \sin^2 x \cos^6 x = \frac{1}{8} (1 - \cos^4 2x)$ .

**BÀI 9.** Chứng minh các đẳng thức sau

a)  $8 \sin^4 x = 3 - 4 \cos 2x + \cos 4x$ .

b)  $\sin 4x = 4 \sin x \cdot \cos x (1 - 2 \sin^2 x)$ .

**BÀI 10.** Chứng minh đẳng thức  $\frac{\sin x + \cos x - 1}{\sin x - \cos x + 1} = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ .

**BÀI 11.** Chứng minh đẳng thức  $\sin^2\left(\frac{\pi}{8} + x\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{8} - x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x$ .

**BÀI 12.** Chứng minh đẳng thức  $4 \cos^4 x - 2 \cos 2x - \frac{1}{4} \cos 4x = \frac{3}{2}$ .

**BÀI 13.** Chứng minh đẳng thức  $\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} - \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = 2 \tan 2x$  với  $x$  mà biểu thức có nghĩa.

**BÀI 14.** Chứng minh biểu thức

$$A = \cos^2 x + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$$

có giá trị không phụ thuộc vào biến số  $x$ .

**BÀI 15.** Cho tam giác  $ABC$  không tù, thỏa mãn điều kiện

$$\cos 2A + 2\sqrt{2} \cos B + 2\sqrt{2} \cos C = 3.$$

Xác định ba góc của tam giác.

**BÀI 16.** Chứng minh rằng  $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1} = \frac{2}{3}$ .

**BÀI 17.** Chứng minh với mọi  $x, y, z$ , ta có

$$\cos^2 x + \cos^2 y - \cos^2 z - \cos^2(x + y + z) = 2 \cos(x + y) \sin(y + z) \sin(z + x).$$

### QUICK NOTE

QUICK NOTE

Dạng 3. Áp dụng công thức biến đổi tích thành tổng, tổng thành tích

1. Ví dụ mẫu

**VÍ DỤ 1.** Biến đổi các tổng sau thành tích

- a)  $A = \sin 5x + \sin 6x + \sin 7x + \sin 8x$ .      b)  $B = \sin x - \sin 3x + \sin 7x - \sin 5x$ .  
c)  $C = \cos 7x + \sin 3x + \sin 2x - \cos 3x$ .      d)  $D = \sin 35^\circ + \cos 40^\circ + \sin 55^\circ + \cos 20^\circ$ .

**VÍ DỤ 2.** Chứng minh đẳng thức  $\cos^3 a \cos 3a - \sin^3 a \sin 3a = \frac{3}{4} \cos 4a + \frac{1}{4}$ .

**VÍ DỤ 3.** Rút gọn các biểu thức sau

- a)  $A = \cos 11x \cos 3x - \cos 17x \cos 9x$ .      b)  $B = \sin 18x \cos 3x - \sin 19x \cos 4x$ .  
c)  $C = \sin x \sin 3x + \sin 4x \sin 8x$ .      d)  $D = \sin 2x \sin 6x - \cos x \cos 3x$ .  
e)  $E = \sin x \sin \left(\frac{\pi}{3} - x\right) \sin \left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ .      f)  $F = \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} - \sin x \sin 3x - \sin 2x \sin 3x$ .

**VÍ DỤ 4.** Cho  $\tan 3a = 2023$ . Tính giá trị biểu thức  $P = \frac{\sin 2a - \sin 3a + \sin 4a}{\cos 2a - \cos 3a + \cos 4a}$ .

**VÍ DỤ 5.** Rút gọn biểu thức  $S = 2 \sin x (\cos x + \cos 3x + \cos 5x)$ . Từ đó tính giá trị biểu thức

$$P = \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7}.$$

2. Bài tập rèn luyện

**BÀI 1.** Cho biểu thức  $A = \cos^2 a - \cos^2 3a - \sin 4a \cdot \sin 2a$ . Chứng minh  $A = 0$ .

**BÀI 2.** Cho  $\cos^2 x + \cos^2 y = m$ . Tính giá trị biểu thức  $P = \cos(x+y) \cdot \cos(x-y)$ .

**BÀI 3.** Biểu thức  $A = 5 + 4 \sin 2x \cos 2x$  nhận tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

**BÀI 4.** Chứng minh rằng với mọi tam giác  $ABC$  ta luôn có

$$\sin A + \sin B - \sin C = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$$

**BÀI 5.** Chứng minh rằng với mọi tam giác nhọn  $ABC$  ta luôn có

$$\frac{\sin A + \sin B - \sin C}{\cos A + \cos B - \cos C + 1} = \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}.$$

**BÀI 6.** Chứng minh rằng đẳng thức  $4 \cos x \cos \left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cos \left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \cos 3x$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

**BÀI 7.** Tính giá trị của biểu thức  $S = \cos^2 x + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} + x\right) + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} - x\right)$ .

**BÀI 8.** Chứng minh giá trị của biểu thức

$$A = \cos \left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cos \left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cos \left(\frac{\pi}{6} + x\right) \cos \left(\frac{3\pi}{4} + x\right)$$

không phụ thuộc vào giá trị của biến  $x$ .

**BÀI 9.** Cho  $\sin 2x = m$ ,  $(-1 \leq m \leq 1)$ . Tính theo  $m$  giá trị của biểu thức

$$S = \frac{1}{2} \left( \cos \left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) - \cos \left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \right) - \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{12} + 2x\right).$$

Vậy  $S = m$ .

**BÀI 10.** Cho  $a, b$  thỏa mãn  $\sin(2a+b) = 3 \sin b$ . Chứng minh rằng  $\tan(a+b) = 2 \tan a$ .

**BÀI 11.** Chứng minh trong tam giác  $ABC$ , ta luôn có

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C.$$

**BÀI 12.** Cho tam giác  $ABC$  có ba góc  $A, B, C$  thỏa mãn hệ thức  $\sin A = \cos B + \cos C$ . Chứng minh rằng tam giác  $ABC$  là tam giác vuông.

**BÀI 13.** Cho biểu thức  $T = \cos 2x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos x \cdot \sin 3x - \sin^2 x \cdot \cos 3x$ . Gọi  $S$  là tập các giá trị nguyên mà  $T$  nhận. Tìm  $S$ .

**BÀI 14.** Chứng minh đẳng thức

$$\frac{\sin a + \sin 3a + \sin 5a + \cdots + \sin(2n-1)a}{\cos a + \cos 3a + \cos 5a + \cdots + \cos(2n-1)a} = \tan na.$$

**BÀI 15.** Cho  $a, b$  là các góc thỏa mãn  $\begin{cases} \cos a + \cos b = m \\ \sin a + \sin b = n \end{cases}$  với  $m, n$  khác 0. Tính  $\sin(a+b)$ .

### 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Đẳng thức nào sau đây đúng?

☐ A  $\cos 2x = 1 - 2 \cos^2 x$ .

☐ B  $\cos x \sin y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) - \sin(x-y)]$ .

☐ C  $\sin^2 x = \frac{1 - 2 \cos x}{2}$ .

☐ D  $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$  với  $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

**CÂU 2.** Cho  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ . Giá trị của  $\sin 2\alpha$  bằng

☐ A  $\sin 2\alpha = \frac{120}{169}$ .

☐ B  $\sin 2\alpha = -\frac{120}{169}$ .

☐ C  $\sin 2\alpha = \frac{60}{169}$ .

☐ D  $\sin 2\alpha = -\frac{60}{169}$ .

**CÂU 3.** Cho  $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ . Khi đó  $\cos 2\alpha$  bằng

☐ A  $\frac{1}{8}$ .

☐ B  $\frac{\sqrt{7}}{4}$ .

☐ C  $-\frac{1}{8}$ .

☐ D  $-\frac{\sqrt{7}}{4}$ .

**CÂU 4.** Cho  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{5}{4}$ . Khi đó  $\sin 2\alpha$  có giá trị bằng

☐ A  $\frac{5}{2}$ .

☐ B 2.

☐ C  $\frac{3}{32}$ .

☐ D  $\frac{9}{16}$ .

**CÂU 5.** Rút gọn biểu thức  $P = \frac{\cos a - \cos 5a}{\sin 4a + \sin 2a}$  (với  $\sin 4a + \sin 2a \neq 0$ ) ta được

☐ A  $P = 2 \cot a$ .

☐ B  $P = 2 \cos a$ .

☐ C  $P = 2 \tan a$ .

☐ D  $P = 2 \sin a$ .

**CÂU 6.** Cho  $\cos x = -\frac{3}{5}$ . Tính  $\cos 2x$ .

☐ A  $\cos 2x = -\frac{7}{25}$ .

☐ B  $\cos 2x = -\frac{3}{10}$ .

☐ C  $\cos 2x = -\frac{8}{9}$ .

☐ D  $\cos 2x = \frac{7}{25}$ .

**CÂU 7.** Cho  $\sin 2\alpha = -\frac{1}{2}$ , thì  $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$  có giá trị bằng

☐ A 18.

☐ B 12.

☐ C 14.

☐ D 16.

**CÂU 8.** Cho  $\cot \alpha = 15$  thì  $\sin 2\alpha$  bằng

☐ A  $\frac{11}{113}$ .

☐ B  $\frac{15}{113}$ .

☐ C  $\frac{17}{113}$ .

☐ D  $\frac{13}{113}$ .

**CÂU 9.** Khi  $\cos \alpha = \frac{3}{4}$  thì tích số  $16 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{3\alpha}{2}$  là một số nguyên. Số nguyên này bằng

☐ A 6.

☐ B 7.

☐ C 5.

☐ D 8.

**CÂU 10.** Tìm khẳng định sai.

☐ A  $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x$ .

☐ B  $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cos 4x$ .

☐ C  $\sin^4 x - \cos^4 x = -\cos 2x$ .

☐ D  $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x$ .

**CÂU 11.** Cho  $\sin x \cdot \cos^5 x - \cos x \cdot \sin^5 x = \frac{1}{4}$ . Khi đó  $\cos 4x$  bằng

☐ A  $\frac{1}{2}$ .

☐ B  $-\frac{1}{2}$ .

☐ C 0.

☐ D 1.

**CÂU 12.** Cho  $\cos a = \frac{3}{5}$ ,  $\cos b = \frac{2}{5}$ . Tính  $M = \cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ .

☐ A  $M = -\frac{12}{25}$ .

☐ B  $M = \frac{12}{25}$ .

☐ C  $M = -\frac{13}{25}$ .

☐ D  $M = \frac{13}{25}$ .

**CÂU 13.** Cho  $\sin \alpha = m$ . Tính

#### QUICK NOTE

QUICK NOTE

$$P = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(\pi - \alpha) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos(\pi - \alpha) + \sin^2(\alpha + 2018\pi).$$

- (A)  $P = m^2 + 2$ . (B)  $P = m^2 - 2$ . (C)  $P = m^2 + 1$ . (D)  $P = m + 1$ .

**CÂU 14.** Cho  $\tan \frac{\alpha}{2} = 2$ . Giá trị của biểu thức  $P = \frac{1 + 2020 \sin \alpha}{1 - 2015 \sin \alpha}$  là

- (A)  $\frac{1616}{1612}$ . (B)  $-\frac{1617}{1611}$ . (C)  $-\frac{1615}{1611}$ . (D)  $-\frac{1616}{1612}$ .

**CÂU 15.** Cho  $\sin x \cdot \cos^5 x - \cos x \cdot \sin^5 x = \frac{1}{4}$ . Khi đó  $\cos 4x$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}$ . (B)  $-\frac{1}{2}$ . (C) 0. (D) 1.

**CÂU 16.** Cho  $\cos a = \frac{3}{5}$ ,  $\cos b = \frac{2}{5}$ . Tính  $M = \cos(a + b) \cdot \cos(a - b)$ .

- (A)  $M = -\frac{12}{25}$ . (B)  $M = \frac{12}{25}$ . (C)  $M = -\frac{13}{25}$ . (D)  $M = \frac{13}{25}$ .

**CÂU 17.** Giá trị của biểu thức  $I = \frac{\cos 5x + \cos 3x}{\sin 5x - \sin 3x}$ , biết  $\tan x = \frac{1}{3}$  là

- (A)  $I = \frac{1}{3}$ . (B)  $I = -\frac{1}{3}$ . (C)  $I = 3$ . (D)  $I = -3$ .

**CÂU 18.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Biết  $\sin \alpha + 2 \cos \alpha = -1$ . Tính giá trị  $\sin 2\alpha$ .

- (A)  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ . (B)  $\frac{24}{25}$ . (C)  $-\frac{2\sqrt{6}}{5}$ . (D)  $-\frac{24}{25}$ .

**CÂU 19.** Cho  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{5}$  với  $2\pi < x < \frac{5\pi}{2}$ . Giá trị của  $\sin 2x$  bằng

- (A)  $\frac{4\sqrt{6}}{25}$ . (B)  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ . (C)  $-\frac{4\sqrt{6}}{25}$ . (D)  $-\frac{2\sqrt{6}}{5}$ .

**CÂU 20.** Nếu biết  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$  ( $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ),  $\cos \beta = \frac{3}{5}$  ( $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ) thì giá trị đúng của  $\cos(\alpha - \beta)$  là

- (A)  $\frac{16}{65}$ . (B)  $-\frac{18}{65}$ . (C)  $-\frac{16}{65}$ . (D)  $\frac{56}{65}$ .

**CÂU 21.** Nếu  $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ) thì  $\sin 2\alpha$  bằng

- (A)  $\frac{\pi}{2}$ . (B) 1. (C)  $-\frac{1}{3}$ . (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**CÂU 22.** Cho  $\cos a = \frac{3}{5}$ ,  $\cos b = \frac{2}{5}$ . Tính  $M = \cos(a + b) \cdot \cos(a - b)$ .

- (A)  $M = -\frac{12}{25}$ . (B)  $M = \frac{12}{25}$ . (C)  $M = -\frac{13}{25}$ . (D)  $M = \frac{13}{25}$ .

**CÂU 23.** Cho hai góc nhọn  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $\begin{cases} 3 \sin 2x - \sin 2y = 0 \\ 6 \cos^2 x - 2 \sin^2 y = 5 \end{cases}$ . Khi đó số đo góc  $2x + y$  gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau

- (A)  $60^\circ$ . (B)  $90^\circ$ . (C)  $75^\circ$ . (D)  $180^\circ$ .

**CÂU 24.** Nếu  $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$  và  $0 < x < \pi$  thì  $\tan x = -\frac{a + \sqrt{b}}{3}$ , ( $a; b \in \mathbb{Z}$ ). Tính  $S = a + b$

- (A)  $S = 3$ . (B)  $S = -11$ . (C)  $S = 11$ . (D)  $S = -3$ .

**CÂU 25.** Biết rằng  $\tan \alpha$ ,  $\tan \beta$  là các nghiệm của phương trình  $x^2 - px + q = 0$ . Giá trị của biểu thức  $A = \cos^2(\alpha + \beta) + p \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta) + q \sin^2(\alpha + \beta)$  bằng

- (A)  $q$ . (B)  $p$ . (C)  $\frac{p}{q}$ . (D) 1.

Dạng 4. Kết hợp nhiều công thức lượng giác

1. Ví dụ mẫu

**VÍ DỤ 1 (VDT).** Chứng minh rằng  $4 \cos x \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \cos 3x$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

**VÍ DỤ 2 (VDT).** Chứng minh rằng với mọi  $a \in \mathbb{R}$ :  $\cos^3 a \cos 3a - \sin^3 a \sin 3a = \frac{3}{4} \cos 4a + \frac{1}{4}$ .



**VÍ DỤ 3 (VDT).** Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau đây không phụ thuộc vào biến số  $x$ :

$$S = \cos^2 x + \cos^2 \left( \frac{2\pi}{3} + x \right) + \cos^2 \left( \frac{2\pi}{3} - x \right).$$

**VÍ DỤ 4 (VDT).** Rút gọn biểu thức  $A = 2 \sin x (\cos x + \cos 3x + \cos 5x)$ .

Từ đó tính giá trị biểu thức  $T = \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7}$ .

**VÍ DỤ 5 (VDT).** Tính giá trị biểu thức  $A = \sin^2 10^\circ + \cos 70^\circ \cos 50^\circ$ .

## 2. Bài tập rèn luyện

**BÀI 1 (VDT).** Chứng minh các đẳng thức sau đây:

a)  $\cos a + \cos b + \sin(a+b) = 4 \cos \frac{a+b}{2} \cos \left( \frac{\pi}{4} - \frac{a}{2} \right) \sin \left( \frac{\pi}{4} + \frac{b}{2} \right)$

b)  $\sin^2 a + \sin^2 b + 2 \sin a \sin b \cos(a+b) = \sin^2(a+b)$

c)  $\sin \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right) \cos \left( x - \frac{\pi}{6} \right) - \cos \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right) \cos \left( \frac{2\pi}{3} - x \right) = \cos x$

**BÀI 2 (VDT).** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào biến số  $x$ :

$$A = \cos \left( \frac{\pi}{3} - x \right) \cos \left( \frac{\pi}{4} + x \right) + \cos \left( \frac{\pi}{6} + x \right) \cos \left( \frac{3\pi}{4} + x \right).$$

**BÀI 3 (TH).** Rút gọn các biểu thức sau đây:

a)  $A = \frac{\cos 4a - \cos 2a}{\sin 4a - \sin 2a};$

b)  $B = \frac{\sin a - 2 \sin 2a + \sin 3a}{\cos a - 2 \cos 2a + \cos 3a}.$

**BÀI 4 (VDT).** Rút gọn các biểu thức:

a)  $A = 4 \sin \frac{x}{3} \sin \frac{x+\pi}{3} \sin \frac{x-\pi}{3};$

b)  $B = \frac{\cos^2 a - \cos^2 b}{\sin(a-b)}.$

**BÀI 5.** Tính giá trị các biểu thức:

a)  $A = \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7};$

b)  $B = \tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ.$

## 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Rút gọn biểu thức  $M = \cos^4 15^\circ - \sin^4 15^\circ$ .

(A)  $M = 1.$

(B)  $M = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

(C)  $M = \frac{1}{4}.$

(D)  $M = 0.$

**CÂU 2.** Tính giá trị của biểu thức  $M = \cos^4 15^\circ - \sin^4 15^\circ + \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ .

(A)  $M = \sqrt{3}.$

(B)  $M = \frac{1}{2}.$

(C)  $M = \frac{1}{4}.$

(D)  $M = 0.$

**CÂU 3.** Tính giá trị của biểu thức  $M = \cos^6 15^\circ - \sin^6 15^\circ$ .

(A)  $M = 1.$

(B)  $M = \frac{1}{2}.$

(C)  $M = \frac{1}{4}.$

(D)  $M = \frac{15\sqrt{3}}{32}.$

**CÂU 4.** Giá trị của biểu thức  $\cos \frac{\pi}{30} \cos \frac{\pi}{5} + \sin \frac{\pi}{30} \sin \frac{\pi}{5}$  là

(A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}.$

(B)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}.$

(C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}.$

(D)  $\frac{1}{2}.$

**CÂU 5.** Giá trị của biểu thức  $P = \frac{\sin \frac{5\pi}{18} \cos \frac{\pi}{9} - \sin \frac{\pi}{9} \cos \frac{5\pi}{18}}{\cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{12}}$  là

(A)  $1.$

(B)  $\frac{1}{2}.$

(C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}.$

(D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}.$

**CÂU 6.** Giá trị đúng của biểu thức  $\frac{\tan 225^\circ - \cot 81^\circ \cdot \cot 69^\circ}{\cot 261^\circ + \tan 201^\circ}$  bằng

(A)  $\frac{1}{\sqrt{3}}.$

(B)  $-\frac{1}{\sqrt{3}}.$

(C)  $\sqrt{3}.$

(D)  $-\sqrt{3}.$

### QUICK NOTE

QUICK NOTE

- CÂU 7.** Giá trị của biểu thức  $M = \sin \frac{\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{7\pi}{24} \sin \frac{11\pi}{24}$  bằng  
 (A)  $\frac{1}{2}$ . (B)  $\frac{1}{4}$ . (C)  $\frac{1}{8}$ . (D)  $\frac{1}{16}$ .
- CÂU 8.** Giá trị của biểu thức  $M = \sin \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6}$  là  
 (A)  $\frac{1}{32}$ . (B)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$ . (C)  $\frac{\sqrt{3}}{16}$ . (D)  $\frac{\sqrt{3}}{32}$ .
- CÂU 9.** Tính giá trị của biểu thức  $M = \cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$ .  
 (A)  $M = \frac{1}{16} \cos 10^\circ$ . (B)  $M = \frac{1}{2} \cos 10^\circ$ . (C)  $M = \frac{1}{4} \cos 10^\circ$ . (D)  $M = \frac{1}{8} \cos 10^\circ$ .
- CÂU 10.** Tính giá trị của biểu thức  $M = \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ .  
 (A)  $M = 0$ . (B)  $M = -\frac{1}{2}$ . (C)  $M = 1$ . (D)  $M = 2$ .
- CÂU 11.** Rút gọn biểu thức  $M = \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} + \alpha \right) - \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)$ .  
 (A)  $M = \sin 2\alpha$ . (B)  $M = \cos 2\alpha$ . (C)  $M = -\cos 2\alpha$ . (D)  $M = -\sin 2\alpha$ .
- CÂU 12.** Gọi  $M = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$  thì  
 (A)  $M = 2 \cos 2x (\cos x + 1)$ . (B)  $M = 4 \cos 2x \cdot \left( \frac{1}{2} + \cos x \right)$ .  
 (C)  $M = \cos 2x (2 \cos x - 1)$ . (D)  $M = \cos 2x (2 \cos x + 1)$ .
- CÂU 13.** Rút gọn biểu thức  $M = \frac{\sin 3x - \sin x}{2 \cos^2 x - 1}$ .  
 (A)  $\tan 2x$ . (B)  $\sin x$ . (C)  $2 \tan x$ . (D)  $2 \sin x$ .
- CÂU 14.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{2 \cos^2 x + \cos x - 1}$ .  
 (A)  $\cos x$ . (B)  $2 \cos x - 1$ . (C)  $2 \cos x$ . (D)  $\cos x - 1$ .
- CÂU 15.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x} + \cos 2x$ .  
 (A) 0. (B)  $2 \cos^2 x$ . (C) 2. (D)  $\cos 2x$ .
- CÂU 16.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha}$ .  
 (A)  $\sin 2\alpha$ . (B)  $\cos 2\alpha$ . (C)  $\tan 2\alpha$ . (D)  $\cot 2\alpha$ .
- CÂU 17.** Khi  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  thì biểu thức  $A = \frac{\sin^2 2\alpha + 4 \sin^4 \alpha - 4 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{4 - \sin^2 2\alpha - 4 \sin^2 \alpha}$  có giá trị bằng:  
 (A)  $\frac{1}{3}$ . (B)  $\frac{1}{6}$ . (C)  $\frac{1}{9}$ . (D)  $\frac{1}{12}$ .
- CÂU 18.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sin 2\alpha + \sin \alpha}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha}$ .  
 (A)  $\tan \alpha$ . (B)  $2 \tan \alpha$ . (C)  $\tan 2\alpha + \tan \alpha$ . (D)  $\tan 2\alpha$ .
- CÂU 19.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{1 - \sin a - \cos 2a}{\sin 2a - \cos a}$ .  
 (A) 1. (B)  $\tan a$ . (C)  $\frac{5}{2}$ . (D)  $2 \tan a$ .
- CÂU 20.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sin x + \sin \frac{x}{2}}{1 + \cos x + \cos \frac{x}{2}}$  được  
 (A)  $\tan \frac{x}{2}$ . (B)  $\cot x$ . (C)  $\tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - x \right)$ . (D)  $\sin x$ .

Dạng 5. Nhận dạng tam giác

☞ Một số lưu ý khi giả thiết cho  $A, B, C$  là ba góc của một tam giác

- $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow (A + B)$  và  $C$  bù nhau, tương tự với  $(B + C)$  và  $A, \dots$
- $\frac{A}{2} + \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = 90^\circ \Rightarrow \left( \frac{A}{2} + \frac{B}{2} \right)$  và  $\frac{C}{2}$  phụ nhau, tương tự với  $\left( \frac{B}{2} + \frac{C}{2} \right)$  và  $\frac{A}{2}, \dots$

QUICK NOTE

- Các góc  $A, B, C$  đều có số đo trong khoảng  $(0^\circ; 180^\circ)$ .
- Các góc  $\frac{A}{2}, \frac{B}{2}, \frac{C}{2}$  đều là các góc nhọn nên có các giá trị lượng giác đều dương.

☑ Phương pháp:

- Biến đổi, dẫn đến  $\sin A = 1$  hoặc  $\cos A = 0$  sẽ có  $A = 90^\circ$ .
- Nếu  $a^2 + b^2 = c^2$  thì  $C = 90^\circ$ .
- Nếu  $\sin(A - B) = 0$  hoặc  $\cos(A - B) = 1$  thì  $A = B$ , suy ra tam giác cân.
- Tam giác cân mà có một góc bằng  $60^\circ$  là tam giác đều.

## 1. Ví dụ mẫu

**VÍ DỤ 1.** Chứng minh rằng  $\triangle ABC$  vuông khi  $\sin A \sin C = \cos A \cos C$ .

**VÍ DỤ 2.** Chứng minh rằng  $\triangle ABC$  cân khi  $2 \sin A \sin B = 1 + \cos C$ . (1)

**VÍ DỤ 3.** Tam giác  $ABC$  là tam giác gì nếu  $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$  ?

## 2. Bài tập rèn luyện

**BÀI 1.** Trong tam giác  $ABC$ , biết:  $3 \sin A + 4 \cos B = 6$  và  $4 \sin B + 3 \cos A = 1$ . Tính góc  $C$ .

**BÀI 2.** Chứng minh rằng tam giác  $ABC$  đều nếu

$$\cos A \cos B \cos C = \frac{1}{8}.$$

**BÀI 3.** Chứng minh  $\triangle ABC$  cân nếu:  $\sin C = 2 \sin A \sin B \tan \frac{C}{2}$ .

**BÀI 4.** Chứng minh điều kiện cần và đủ để  $\triangle ABC$  vuông là:

$$\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}.$$

**BÀI 5.** Cho  $\frac{\sin A + \sin B + \sin C}{\sin A + \sin B - \sin C} = \cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2}$ . Chứng minh  $\triangle ABC$  cân.

**BÀI 6.** Chứng minh tam giác  $ABC$  vuông nếu:  $\sin B + \sin C = \cos B + \cos C$ .

# MỤC LỤC

<b>Bài 2. Công thức lượng giác</b>	<b>1</b>
<b>(A)</b> Tóm tắt lý thuyết	1
<b>(B)</b> Các dạng toán thường gặp	2
Dạng 1. Áp dụng công thức cộng	2
Dạng 2. Áp dụng công thức nhân đôi, hạ bậc	4
Dạng 3. Áp dụng công thức biến đổi tích thành tổng, tổng thành tích	6
Dạng 4. Kết hợp nhiều công thức lượng giác	8
Dạng 5. Nhận dạng tam giác	10

