NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN

Bài 1. NGUYÊN HÀM

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

B. KIẾN THỰC CẦN NẮM

1. Định nghĩa nguyên hàm

Cho hàm số f(x) xác định trên khoảng K. Hàm số F(x) được gọi là nguyên hàm của hàm số f(x) nếu F'(x) = f(x) với mọi $x \in K$.

Nhận xét: Nếu F(x) là một nguyên hàm của f(x) thì F(x) + C, $(C \in \mathbb{R})$ cũng là nguyên hàm của f(x).

Ký hiệu $\int f(x) dx = F(x) + C$.

2. Một số tính chất của nguyên hàm

$$\bigcirc$$
 $\int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx \quad (a \in \mathbb{R}, a \neq 0).$

3. Một số nguyên hàm cơ bản

Nguyên hàm của hàm số cơ bản	Nguyên hàm mở rộng
$\int a \cdot \mathrm{d}x = ax + C, a \in \mathbb{R}$	
$\int x^{\alpha} dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$	$\int (ax+b)^{\alpha} dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{\mathrm{d}x}{x} = \ln x + C, x \neq 0$	$\int \frac{\mathrm{d}x}{ax+b} = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b + C$ $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{ax+b}} = \frac{2}{a} \sqrt{ax+b} + C, x > 0$
$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C, x > 0$	$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{ax+b}} = \frac{2}{a}\sqrt{ax+b} + C, x > 0$
$\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2} = -\frac{1}{x} + C, x \neq 0$	$\int \frac{\mathrm{d}x}{(ax+b)^2} = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$
$\int \frac{\mathrm{d}x}{x^{\alpha}} = -\frac{1}{(\alpha - 1)x^{\alpha - 1}} + C$	$\int \frac{\mathrm{d}x}{(ax+b)^{\alpha}} = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{(\alpha-1)} \cdot (ax+b)^{\alpha-1} + C$ $\int e^{ax+b} \mathrm{d}x = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$
$\int e^x \mathrm{d}x = e^x + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$
$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^{\alpha x+\beta} dx = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{a^{\alpha x+\beta}}{\ln a} + C$
$\int \cos x \mathrm{d}x = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) \mathrm{d}x = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax+b) + C$
$\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) \mathrm{d}x = -\frac{1}{a} \cdot \cos(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} \mathrm{d}x = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \cdot \tan(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} \mathrm{d}x = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cdot \cot(ax+b) + C$

Nhận xét: $[F(ax+b)]' = af(ax+b) \Rightarrow \int f(ax+b) dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C.$



ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

$\mathbf{O}\mathbf{T}\mathbf{I}$	TOTZ	NIO	
wu	ICK	\perp NU	

\frown	ш	\sim I	/	XЦ.	\frown	76
ရ	UJI	C.		м	\cup	IΕ

C. PHÂN LOAI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TÂP

Dạng 1. Sử dụng định nghĩa nguyên hàm và bảng nguyên hàm

1. Các ví du

VÍ DU 1. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a)
$$f(x) = 4x^3 + x + 5$$
.

b)
$$f(x) = 3x^2 - 2x$$
.

c)
$$f(x) = \frac{1}{x^5} + x^2$$
.

d)
$$f(x) = \frac{1}{x^3} + x^2 - 1$$
.

VÍ DU 2. Tính

a)
$$I = \int (x^2 - 3x)(x+1)dx$$
. b) $I = \int (x-1)(x^2+2)dx$. c) $I = \int (2x+1)^5 dx$

d)
$$I = \int (2x - 10)^{2020} dx$$
. e) $I = \int (3x^2 + \frac{1}{x} - 2) dx$. f) $I = \int (3x^2 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}) dx$.

g)
$$I = \int \frac{x^2 - 3x + 1}{x} dx$$
. h) $I = \int \frac{2x^2 - 6x + 3}{x} dx$. i) $I = \int \frac{1}{2x - 1} dx$.

h)
$$I = \int \frac{2x^2 - 6x + 3}{x} dx$$

$$i) \quad I = \int \frac{1}{2x - 1} \mathrm{d}x.$$

$$j) I = \int \frac{2}{3 - 4x} dx$$

k)
$$I = \int \frac{1}{(2x-1)^2} dx$$

j)
$$I = \int \frac{2}{3 - 4x} dx$$
. k) $I = \int \frac{1}{(2x - 1)^2} dx$. l) $I = \int \left[\frac{12}{(x - 1)^2} + \frac{2}{2x - 3} \right] dx$.

m)
$$I = \int \frac{3}{4x^2 + 4x + 1} dx$$
. n) $I = \int \frac{4}{x^2 + 6x + 9} dx$. o) (*) $I = \int \frac{2x - 1}{(x + 1)^2} dx$.

n)
$$I = \int \frac{4}{x^2 + 6x + 9} dx$$

o) (*)
$$I = \int \frac{2x-1}{(x+1)^2} dx$$

VÍ DU 3. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a)
$$I = \int (\sin x - \cos x) dx$$
. b) $I = \int (3\cos x - 2\sin x) dx$. c) $I = \int (2\sin 2x - 3\cos 6x) dx$.

$$d) I = \int \sin x \cos x \, dx.$$

d)
$$I = \int \sin x \cos x \, dx$$
. e) $I = \int \cos \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \, dx$. f) $I = \int \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{3}\right) \, dx$.

f)
$$I = \int \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{3}\right) dx$$
.

g)
$$I = \int (\sin x - \cos x)^2 dx$$
. h) $I = \int (\cos x + \sin x)^2 dx$.

VÍ DU 4. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a)
$$I = \int \frac{1}{\sin^2 x} \, \mathrm{d}x$$
.

a)
$$I = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx$$
. b) $I = \int \frac{6}{\cos^2 3x} dx$.

c)
$$I = \int (\tan x + \cot x)^2 dx$$
.

$$d) I = \int \sin^2 x \, dx.$$

d)
$$I = \int \sin^2 x \, dx$$
. e) $I = \int \cos^2 2x \, dx$.

f)
$$I = \int \sin 4x \cos x \, dx$$
.

VÍ DU 5. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a)
$$I = \int e^{2x} dx$$
.

a)
$$I = \int e^{2x} dx$$
. b) $I = \int e^{1-2x} dx$.

c)
$$I = \int (2x - e^{-x}) dx$$
.

d)
$$I = \int e^x (1 - 3e^{-2x}) dx$$
. e) $I = \int (3 - e^x)^2 dx$.

e)
$$I = \int (3 - e^x)^2 dx$$

f)
$$I = \int (2 + e^{3x})^2 dx$$
.

g)
$$I = \int 2^{2x+1} dx$$
.

h)
$$I = \int 4^{1-2x} \, \mathrm{d}x$$
.

i)
$$I = \int 3^x \cdot 5^x \, \mathrm{d}x$$
.

j)
$$I = \int 4^x \cdot 3^{x-1} dx$$
. k) $I = \int \frac{dx}{e^{2-5x}}$.

$$k) I = \int \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^{2-5x}}$$

1)
$$I = \int \frac{\mathrm{d}x}{2^{3-2x}}$$
.

m)
$$I = \int \frac{4^{x+1} \cdot 3^{x-1}}{2^x} dx$$
. n) $I = \int \frac{4^{2x-1} \cdot 6^{x-1}}{3^x} dx$.

$$I = \int \frac{4^{2x-1} \cdot 6^{x-1}}{3^x} \, \mathrm{d}x$$

2. Câu hỏi trắc nghiêm

CÂU 1. Cho hàm số F(x) là một nguyên hàm của hàm số f(x) trên K. Các mệnh đề sau,

$$\mathbf{B}\left(\int f(x)\,\mathrm{d}x\right)' = f(x).$$

$$\mathbf{C}\left(\int f(x)\,\mathrm{d}x\right)' = f'(x).$$

CÂU 2. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số f(x) = 2x + 6 là

B
$$x^2 + 6x + C$$
.

$$(c)$$
2 $x^2 + C$.

$$(\mathbf{D})2x^2 + 6x + C.$$

CÂU 3. $\int x^2 dx$ bằng

$$\bigcirc$$
 $2x + C$.

$$\frac{1}{2}x^3 + C.$$

$$(\mathbf{C})x^3 + C.$$

$$\bigcirc$$
 $3x^3 + C.$

$$\frac{x^3}{3} + x + C$$

$$\bigcirc 6x + C.$$

$$\mathbf{D}x^3 + x + C.$$

CÂU 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

(A)
$$\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$$
. (B) $3x^2 + 1 + C$. (C) $x^3 + x + C$.

B
$$3x^2 + 1 + C$$
.

$$\bigcirc x^3 + x + C$$

$$\bigcirc x^4 + x^2 + C$$

CÂU 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

$$\mathbf{C}$$
 $x^5 + x^3 + C$

$$\bigcirc 4x^3 + 2x + C$$

CÂU 7. Hàm số nào trong các hàm số sau đây không là nguyên hàm của hàm số $y=x^{2022}$?

$$\frac{x^{2023}}{2023} + 1$$

$$\frac{x^{2023}}{2023}$$

$$y = 2022x^{2021}.$$

CÂU 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024$ là

$$\bigcirc$$
 $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + C$

CÂU 9. Tìm nguyên F(x) của hàm số f(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)?

$$\mathbf{A} F(x) = \frac{x^4}{4} - 6x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 6x + C.$$

$$\mathbf{B} F(x) = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + C.$$

$$\mathbf{B})F(x) = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + C.$$

$$\mathbf{C}$$
 $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 6x + C.$

CÂU 10. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (5x+3)^5$.

$$(5x+3)^6 + C$$

$$(5x+3)^6 + C.$$
 $(B)(5x+3)^4 + C.$

$$\bigcirc \frac{(5x+3)^6}{30} + C$$

$$(5x+3)^6 + C.$$
 $(5x+3)^4 + C.$

CÂU 11. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

B
$$\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$$

$$\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$$

CÂU 12. Tính $\int \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} dx$.

(A)
$$\frac{4}{15}x\sqrt[15]{x}^7 + C$$
. (B) $\frac{8}{15}x\sqrt[15]{x}^7 + C$. (C) $\frac{8}{15}x\sqrt[15]{x} + C$. (D) $\frac{4}{15}x\sqrt[15]{x} + C$.

B
$$\frac{8}{15}x\sqrt[15]{x^7} + C$$

$$\frac{8}{15}x\sqrt[15]{x} + C$$

$$\frac{4}{15}x\sqrt[15]{x} + C$$

CÂU 13. Tính $\int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx$.

$$\mathbf{A} x \sqrt[5]{x} - 2x \sqrt[17]{x^5} + \sqrt[4]{x^3} + C.$$

B
$$\frac{4}{5}x\sqrt[5]{x} - \frac{24}{17}x\sqrt[17]{x^5} + \frac{4}{2}\sqrt[4]{x^3} + C$$

$$\mathbf{C}$$
 $x\sqrt[5]{x} - \frac{24}{17}x\sqrt[17]{x^5} + \sqrt[4]{x^3} + C.$

$$\begin{array}{c} \textbf{ B} \ \frac{4}{5} x \sqrt[5]{x} - \frac{24}{17} x \sqrt[17]{x^5} + \frac{4}{3} \sqrt[4]{x^3} + C. \\ \textbf{ D} \ \frac{4}{5} x \sqrt[5]{x} - 2 x \sqrt[17]{x^5} + \frac{4}{3} \sqrt[4]{x^3} + C. \end{array}$$

CÂU 14. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

QUICK NOTE

٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•





i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	ì	ì	ì	ì	ì	ì	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	ì	ì	



\sim 11	$1 \sim V$	MO.	
ΘU	ICK	NO.	ш

CÂU 15. Trên khoảng $(0; +\infty)$, cho hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\mathbf{B} \int f(x) \, \mathrm{d}x = \int \sqrt{x^3} \, \mathrm{d}x.$$

CÂU 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A)
$$\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$$
.

B
$$\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$$

CÂU 17. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int (\sqrt[3]{x^2} + x - 2) dx = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + \frac{1}{2}x^2 - 2x + C.$		
b) $\int \frac{1}{2023x^{2024}} \mathrm{d}x = \frac{1}{2023^2x^{2023}} + C.$		
c) $\int (2x - 2024)^2 dx = x - 1012 + C$.		
d) $\int \left(\frac{1}{4}x^4 + 4x^3\right) dx = \frac{1}{20}x^5 + \frac{4}{3}x^4 + C.$		

CÂU 18. Cho các mệnh đề sau đây

Mệnh đề	Đ	S
a) $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + \frac{1}{x}$.		
b) $F(x) = \frac{(5x+3)^6}{6} + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (5x+3)^5$.		
c) $F(x) = \frac{3}{2}x\sqrt{x} + \frac{4}{3}x\sqrt[3]{x} + \frac{5}{4}x\sqrt[4]{x} + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$.		
d) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2024x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - 2024x}{x}$.		

CÂU 19. Hệ số của x^2 trong nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + 3^x + 3x - 2$ là KQ:

CÂU 20. Hệ số của x^3 trong nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x)=mx^3-3x^2+\frac{4m}{x^3}+\frac{5}{2x}-7m$ (m là tham số) là



CÂU 21. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}$. Tổng hệ số của biến x là



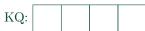
CÂU 22. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \frac{(x^2 - 1)^2}{x^2}$. Tổng hệ số của bậc 3 và bậc 1 là (làm tròn đến hàng phần chục).

KQ:				
-----	--	--	--	--

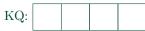
CÂU 23. Tính $\int \left(\frac{(1-x)^3}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần trăm).

$IZ \cap .$			
NQ:			
•		1	

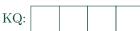
CÂU 24. Tính $\int \left(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[5]{x^4}\right) dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần trăm).



CÂU 25. Tính $\int (\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1) dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).



CÂU 26. Tính $\int \left(2\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).



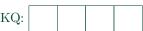
CÂU 27. Tính $\int \frac{1}{\sqrt{2x} + \sqrt{3x}} dx = a \left(\sqrt{b} - \sqrt{c} \right) \sqrt{x}$. Giá trị của tổng a + b + c là



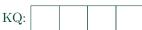
CÂU 28. Tính $\int \frac{1}{\sqrt{5x} - \sqrt{3x}} dx = (\sqrt{a} + \sqrt{b}) \sqrt{x} + C$. Giá trị a + b bằng



CÂU 29. Tính $\int (x^2 - 1)^3 dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).



CÂU 30. Tính $\int (2-x^2)^4 dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).



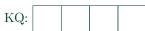
CÂU 31. Tính $\int (x-\sqrt[3]{x})^2 dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).



CÂU 32. Tính $\int \left(\frac{x^2+2\sqrt[3]{x}}{x}\right)^2 dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).



CÂU 33. Tìm m để $F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.



CÂU 34. Tìm a,b,c để $F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{x^2-4x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x-2)\sqrt{x^2-4x}$. Giá trị biểu thức a+b+c bằng.



CÂU 35. Tìm a,b,c để $F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{2x-3}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}$. Giá trị biểu thức a+b+c bằng

KQ:		

CÂU 36. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

(A) f ()		1	
\mathbf{A} $J_2(x)$	=	\sin^2	r

B
$$f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$$
. **C** $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. **D** $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

$$\mathbf{C}f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$$

CÂU 37. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

$$\bigcirc \int f(x) \mathrm{d}x = x + \cos x + C.$$

CÂU 38. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2}$

$$\mathbf{A}F(x) = 2\cos\frac{x}{2} + C.$$

$$\mathbf{B}F(x) = \frac{1}{2}(1 + \sin x) + C.$$

$$\mathbf{D}F(x) = \frac{1}{2}(1 - \sin x) + C.$$

$$\mathbf{C}F(x) = 2\sin\frac{x}{2} + C.$$

$$\mathbf{D}F(x) = \frac{1}{2}(1 - \sin x) + C$$

CÂU 39. Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

$$\bigcirc \int f(x) \mathrm{d}x = x - \tan x + C.$$

CÂU 40. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

$$\mathbf{A}\sin x + 3x^2 + C.$$

B)
$$-\sin x + 3x^2 + C$$
.

$$(\mathbf{c})\sin x + 6x^2 + C$$

$$\bigcirc$$
 $-\sin x + C$

CÂU 41. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x + 3x$.

B
$$\int (2\sin x + 3x) dx = 2\cos x + 3x^2 + C.$$

CÂU 42. Tính
$$\int (x - \sin x) dx$$
.

$$\frac{1}{2} + \sin x + C$$
. $\frac{1}{2} + \cos x + C$. $\frac{1}{2} - \cos x + C$. $\frac{1}{2} + \cos x + C$. $\frac{1}{2} + \cos x + C$.

$$\mathbf{B}\frac{x^2}{2} - \cos x + C$$

$$\mathbf{c} \frac{x^2}{2} - \sin x + C$$

$$\mathbf{D}\frac{x^2}{2} + \cos x + C.$$

CÂU 43. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

$$\mathbf{A} x^3 + \cos x + C$$

$$\mathbf{C}x^3 - \cos x + C.$$

$$\bigcirc 6x - \cos x + C.$$

CÂU 44. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$ là

$$\mathbf{B} - \frac{1}{x^2} - \cos x + C.$$

$$\mathbf{C} \ln |x| + \cos x + C.$$

$$\mathbf{D} \ln |x| - \cos x + C.$$

CÂU 45. Cho $\int f(x) dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

$$\mathbf{B})f(x) = -\cos x$$

$$\mathbf{C}f(x) = \sin x.$$

CÂU 46. Cho hàm số $f(x) = \int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

$$\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = -\frac{1}{2} \sin x + C.$$

$$\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = -\frac{1}{2} \cos x + C.$$

CÂU 47. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
a) $\int (2 + \cot^2 x) \mathrm{d}x = x - \cot x + C.$		
b) $\int \left(1 - \cos^2 \frac{x}{2}\right) dx = \frac{1}{2} (x + \sin x) + C.$		

Mệnh đề	Ð	S
c) $\int \left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^2 dx = x + \cos x + C.$		
d) $\int \left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 dx = x - \cos x + C.$		

CÂU 48. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = 2024 - 2\sin^2\frac{x}{2}$. Hệ số của biến x là

CÂU 49. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} == a \cot x + C$. Giá trị a là

CÂU 50. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{1}{2}\tan^2 x = \frac{x^3}{a} + bx^2 + \frac{1}{c}x + \frac{1}{c$ $d \tan x + C$. Giá trị của a + b + c + d là

KQ:

CÂU 51. Tính $I = \int x \left(1 - \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{2}\right) dx$. Hệ số của hạng tử $\cos x$ của I là

CÂU 52. Tính $\int x^2 \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{\tan^2 x}{x^2}\right) \, \mathrm{d}x = \frac{x^m}{n} + \frac{x^p}{q} + x + r \tan x + C.$ Giá trị biểu thức $P = \frac{m}{m} + \frac{p}{a} + 2r \text{ là}$

CÂU 53. Tính $T = \int x \left(2024 - \frac{1}{x^3} + \frac{\sin x}{x} \right) dx$. Hệ số của hạng tử $\cos x$ của T là

CÂU 54. Tính $R = \int x^3 \left[\frac{\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^2}{x^3} - 2x + \frac{1}{x^{2024}} \right] dx = ax + b\cos x + cx^5 - ax + b\cos x + b\cos x + cx^5 - ax + b\cos x + b\cos x + cx^5 - ax + b\cos x + b\cos x + cx^5 - ax + b\cos x + b\cos x + cx^5 - ax + b\cos x + b\cos x$

 $\frac{1}{d\cdot x^{2020}}+C.$ Giá trịa+b+c+d+7là (làm tròn đến hàng đơn vị)

CÂU 55. Tính $\int x^2 \left| \frac{1}{x^2 \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{3}{x^3} - \frac{4}{x^4} \right| dx = a \cot x + b \ln |x| + \frac{c}{x} + C$. Giá trị a+b+c là

CÂU 57. Nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x-1}$ là

- **(a)** $2e^{2x-1} + C$. **(b)** $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$. **(c)** $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$. **(d)** $\frac{1}{2}e^x + C$.

CÂU 58. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

CÂU 59. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

\sim 11	$1 \sim V$	MO.	
ยบ	ICK	NO.	ш

CÂU 61. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là

CÂU 62. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{-x}$ là

$$\bigcirc A - \frac{3^{-x}}{\ln 3} + C.$$
 $\bigcirc B - 3^{-x} + C.$

B)
$$-3^{-x} + C$$

$$\bigcirc -3^{-x} \ln 3 + C.$$
 $\bigcirc \frac{3^{-x}}{\ln 2} + C.$

$$\mathbf{D} \frac{3^{-x}}{\ln 3} + C.$$

CÂU 63. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x + 2x$.

B
$$\int (3^x + 2x) \, dx = 3^x \ln 3 + x^2 + C$$

$$\int \int (3^x + 2x) \, dx = 3^x \ln 3 + x + C.$$

CÂU 64. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2x$ là

$$\mathbf{B})e^x - x^2 + C.$$

$$\frac{1}{x+1}e^x - x^2 + C.$$

CÂU 65. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right)$.

$$\int f(x) \, \mathrm{d}x = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C$$

CÂU 66. Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là

$$(\mathbf{A})2e^x + \tan x + C. \quad ($$

$$\bigcirc$$
 $2e^x - \tan x + C$

A
$$2e^x + \tan x + C$$
. **B** $2e^x - \tan x + C$. **C** $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C$. **D** $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C$.

CÂU 67. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{3}$

CÂU 68. Khẳng định nào dưới đây đúng?

CÂU 69. Cho hàm số $f(x) = 1 + e^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

B
$$\int f(x) \, \mathrm{d}x = x + 2e^{2x} + C.$$

CÂU 70. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	\mathbf{S}
$\mathbf{a)} \int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln x + C.$		
$\begin{array}{c} \mathbf{b}) \int \frac{1}{\cos^2 x} \mathrm{d}x = \tan x + \\ C. \end{array}$		

Mệnh đề	Đ	S
$\begin{array}{ccc} \mathbf{c}) & \int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x + \\ & C. \end{array}$		
$\mathbf{d)} \int e^x \mathrm{d}x = e^x + C.$		

CÂU 71. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
$\mathbf{a)} \int \cos x \mathrm{d}x = \sin x + C.$		
b) $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C.$		

Mệnh đề	Đ	S
$\mathbf{c)} \int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln x + C.$		
d) $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$		

CÂU 72. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
a) $\int 2^x dx = 2^x \ln 2 + C$.		
b) $\int e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} + C.$		
c) $\int e^x (e^x - 1) dx = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x + C$.		
$\mathbf{d}) \int e^{3x} \cdot 3^x dx = \frac{(3e^3)^x}{3 + \ln 3} + C.$		

CÂU 73. Biết rằng $\int (2^x + 3^x) dx = \frac{2^x}{\ln a} + \frac{3^x}{\ln b} + C$, $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính P = a + b.

KQ:

CÂU 74. Cho $\int e^{3x+2024} \, \mathrm{d}x = \frac{a}{b} e^{cx+d} + C$ với $a,b,c,d \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giãn . Tính giá trị của biểu thức P = a+b-c+d.

KQ:

CÂU 75. Biết rằng $\int 3^{x+2} \cdot 2^{2x+1} \, \mathrm{d}x = \frac{a \cdot 12^x}{b \ln 2 + c \ln 3} + C \text{ với } a, b, c \in \mathbb{Z}.$ Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{a}{b+c}.$

KQ:

CÂU 76. Biết rằng $\int (3^x + 5^x)^2 dx = \frac{9^x}{a \ln 3} + \frac{30^x}{b \ln 5 + c \ln 2 + d \ln 3} + \frac{25^x}{e \ln 5} + C$. Tính giá trị của biểu thức P = a + b + c + d + e.

KQ:

CÂU 77. Cho $\int \frac{e^{3x}+1}{e^x+1} \, \mathrm{d}x = \frac{a}{b}e^{2x}+ce^x+dx+C \text{ với } a,b,c,d \in \mathbb{Z} \text{ và } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giãn. Tính giá trị của biểu thức } P=a^2+b^2+c^2+d^2.$

KQ:

CÂU 78. Biết rằng $\int (e^x + e^{-x})^2 dx = \frac{1}{m}e^{2x} + \frac{1}{n}e^{-2x} + px + C$ với $m, m, p \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức P = m + n + p.

KQ:

CÂU 79. Biết rằng $\int \frac{e^{2x}-1}{1-e^{-x}} dx = \frac{1}{m}e^{nx} + pe^x + C$ với $m,m,p \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức P=m+n-p.

KQ:

CÂU 80. Biết rằng $F(x) = (ax+b) \cdot e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (4x-1) \cdot e^x$. Tính giá trị biểu thức P = a + b.

KQ:

CÂU 81. Biết rằng $F(x) = 8e^x + \frac{na^x}{\ln a} + p\cos x$ (với $m, n, p \in \mathbb{Z}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = me^x + 2a^x - 2\sin x$. Tính giá trị của biểu thức P = m + n + p.

IICK	NO	
ш		13

CÂU 82. Biết rằng $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{-2x}$ (với $a,b,c\in\mathbb{R}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (-2x^2 + 8x - 7)e^{-2x}$. Tính giá trị biểu thức P = a + b + c.

KQ:

Dang 2. Tìm nguyên hàm khi biết giá tri nguyên hàm

Phương pháp: Tìm $F(x) = \int f(x) dx$. Sau đó dựa vào $F(x_0) = a$ để suy ra C.

CÂU 1. Hàm số F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn F(-2) = 0. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

$$(A) F(x) = \ln\left(-\frac{x}{2}\right), \forall x \in (-\infty; 0).$$

$$\mathbf{B}$$
 $F(x) = \ln |x| + C$, $\forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

$$\mathbf{C}$$
 $F(x) = \ln|x| + \ln 2, \forall x \in (-\infty; 0).$

$$(\mathbf{D})F(x) = \ln(-x) + C, \forall x \in (-\infty; 0)$$
 với C là một số thực bất kì.

CÂU 2. Biết F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và F(0) = 0. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

CÂU 3. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = 2^x + x + 1$. Biết F(0) = 1. Giá trị của F(-1) bằng

$$\mathbf{A}F(-1) = \frac{1}{2\ln 2}.$$

B
$$F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \ln 2}$$
.
D $F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\ln 2}$.

(a)
$$F(-1) = \frac{1}{2 \ln 2}$$
.
(c) $F(-1) = 1 + \frac{1}{2 \ln 2}$.

$$\mathbf{D}F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{2 \ln 2}{\ln 2}.$$

CÂU 4. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thoả mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

$$\mathbf{A}F(x) = -\cos x + \sin x + 3.$$

$$\mathbf{B}F(x) = -\cos x + \sin x - 1.$$

$$\mathbf{C}F(x) = -\cos x + \sin x + 1.$$

$$(\mathbf{D})F(x) = \cos x - \sin x + 3.$$

CÂU 5. Cho F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tim F(x).

$$A $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$$$

B
$$F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$$
.

$$\mathbf{A} F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}.$$

$$\mathbf{C} F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}.$$

CÂU 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi} & x \geq 1 \\ 3x^2-2 & \text{khi} & x < 1 \end{cases}$, giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb R$

thỏa mãn F(0)=2. Giá trị của F(-1)+2F(2) bằng

$$\bigcirc$$
6.

CÂU 7. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x\geq 1\\ 3x^2+2 & \text{khi } x<1. \end{cases}$ Giả sử F là nguyên hàm của hàm số f

trên \mathbb{R} thỏa mãn F(0) = 2. Giá trị của F(-1) + 2F(2) bằng

$$(\mathbf{C})10.$$

CÂU 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+2 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+1 & \text{khi } x < 1. \end{cases}$ Giả sử F là nguyên hàm của hàm số f

trên \mathbb{R} thỏa mãn F(0) = 2. Giá trị của F(-1) + 2F(2) bằng

CÂU 9. Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và f(1) = 3. Biết F(x) là nguyên hàm của f(x) thỏa mãn F(0) = 2, khi đó F(1) bằng

$$\bigcirc$$
 -3 .

CÁU 10. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \sin x$ và f(0) = 10. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

$$\mathbf{B}f(x) = 3x - 5\cos x + 2.$$

$$\bigcirc f(x) = 3x + 5\cos x + 5.$$

CÂU 11. Hàm số f(x) có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = 2e^{2x} + 1, \forall x; f(0) = 2$. Hàm f(x) là

B
$$y = 2e^x + 2$$
. **C** $y = e^{2x} + x + 2$. **D** $y = e^{2x} + x + 1$.

CÂU 12. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f'(x) = 2 - 5 \sin x$ và f(0) = 10. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

B)
$$f(x) = 2x - 5\cos x + 15$$
.

$$\mathbf{C}$$
 $f(x) = 2x + 5\cos x + 5.$

$$(\mathbf{D}) f(x) = 2x - 5\cos x + 10.$$

CÂU 13. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f'(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}$, f'(1) = 3, f(1) = 2, $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$.

Khi đó 2a + b bằng

$$-\frac{3}{2}$$
.

$$\bigcirc \frac{3}{2}$$
.

CÂU 14. Tìm một nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ $(x \neq 0)$, biết rằng

$$F(-1) = 1, F(1) = 4, f(1) = 0.$$

$$\mathbf{A} F(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4x} - \frac{7}{4}.$$

$$\mathbf{C} F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2x} + \frac{7}{4}.$$

B
$$F(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{7}{4}$$
.

$$\mathbf{C}F(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2x} + \frac{4}{7}.$$

CÂU 15. Cho hàm số f(x) xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{x+1}{x^2}, f(-2)=\frac{3}{2}$ và

 $f(2) = 2 \ln 2 - \frac{3}{2}. \text{ Giá trị của biểu thức } f(-1) + f(4) \text{ bằng}$ $\underbrace{6 \ln 2 - 3}_{4}. \qquad \underbrace{6 \ln 2 + 3}_{4}. \qquad \underbrace{6 \ln 2 + 3}_{4}. \qquad \underbrace{6 \ln 2 + 3}_{4}.$

$$\frac{8 \ln 2 + 3}{4}$$

CÂU 16. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Một nguyên hàm F(x) của hàm số f(x) thỏa mãn F(0) = 2024. Biết $F(x) = ax^2 + be^x + c$, giá trị của a + b + c là

KQ:

CÂU 17. Cho F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 1$ biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. Tính giá tri của $F(\pi)$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

KQ:

CÂU 18. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = (5x+3)^5$. Biết F(1) = 0. Tính giá trị của $\sqrt{|F(0)|}$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

KQ:

CÂU 19. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = x^3 - 4x + 5$. Biết F(1) = 3. Tính |F(0)|.

KQ:

CÂU 20. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = 3 - 5\cos x$. Biết $F(\pi) = 2$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

KQ:

CÂU 21. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{3-5x^2}{x}$. Biết F(e) = 1. Tính F(2). (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

KQ:

CÂU 22. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$. Biết $F(1) = \frac{3}{2}$. Tính F(-1).

CÂU 23. Cho F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$. Biết F(-2) = 0. Tính giá trị của F(2).

KQ:

QUICK NOTE	CÂU 24. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$. Bi	.ết F(1) =	= -2
***************************************	Tính $F(0)$.			
	KQ:			
		(π)		
	CÂU 25. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 1$. Biết $F(x) = \sin x + 1$.	$\left(\frac{\pi}{6}\right) =$	= 0.	Tính
	F(-1). (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)			
	KQ:			
	CÂU 26. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2024 - \sin^2 \frac{x}{2}$. Biết $F(x) = 2024 - \sin^2 \frac{x}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	= 2	2025
	Tính $\sqrt{ F(0) }$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)	(2)		
	KQ:			
		(#)		
	CÂU 27. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \sin^2 \frac{x}{4} \cdot \cos^2 \frac{x}{4}$. Biết $F(x)$	$\left(\frac{\pi}{3}\right) =$	= 0.	Tính
	giá trị của $F(\pi)$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)			
	KQ:			
	(2x+5) khi x > 1			
	CÂU 28. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1. \end{cases}$ Giả sử F là nguyên hàn	n của	$f \operatorname{tr}$	ên ℝ
	thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$.			
	KQ:			
			1	
	CÂU 29. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x$, thỏa mãn $F(x)=2^{x+1}$			
	trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + \dots + F(2018) + F(2019)$ có dạng $\frac{2^{2020} + a}{\ln b}$.	Giá f	trị c	$da \frac{a}{b}$
	là			U
	KQ:			
		$(\pi$,)	7
	CÂU 30. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. Biết F với mọi $k \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \cdots + F(2\pi)$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{+}$	$\kappa\pi$)	$= \kappa$
		$\frac{F(10\pi)}{\Gamma}$	·).	
	KQ:	\bot		
	CÂU 31. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb R$ và $f'(x) = 2024 - 2\sin^2 x$	$\frac{x}{2}$, $\forall x$;	
	$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2023\pi}{2}$. Tính giá trị của $f(0)$.	2		
	\27 2			
	KQ:			
	CÂU 32. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb R$ và $f'(x)=1+\mathrm{e}^{2x}, \ \forall x;$	f(0) =	= 2.	Tính
	giá trị của $f(2)$. (Làm tròn đến số thập phân thứ nhất)			
	KQ:			
	CÂU 33 Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb P$ và $f'(x) = 2^x \pm 2^x \ \forall x$	f(0) —	1
	CÂU 33. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = 2^x + 3^x$, $\forall x$ Tính giá trị của $f(1)$. (Làm tròn đến số thập phân thứ hai)	·, J(0)) —	$\ln 3$
	KQ:			
	KQ.			
	CÂU 34. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb R$ và $f'(x)=\mathrm{e}^{3x+2024}$	$\forall x$	thoâ	å må
	f(-675) = 1. Giá trị của $f(-674)$ bằng			
	KQ:			
	CÂU 35. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb R$ và $f'(x) = 3^{x+2} \cdot 2^{2x+1}$	$\forall x t$	hoả	mãn
	f(0) =			1
	Giá trị của $f(1)$ bằng		2	$2 \ln 2$
	KO:			

CÂU 36. Hàm số f(x) có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = (3^x + 5^x)^2$, $\forall x$ thoả mãn $f(0) = \frac{1}{\ln 5 + \ln 3 + \ln 2}$. Giá trị của f(1) bằng

KQ:

Dạng 3. Ứng dụng trong bài toán thực tiễn

Giả sử v(t) là vận tốc của vật M tại thời điểm t và s(t) là quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian t tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Ta có mối liên hệ giữa s(t) và v(t)như sau.

- Θ Đạo hàm của quãng đường là vận tốc s'(t) = v(t).
- igotimes Nguyên hàm của vận tốc là quãng đường $s(t)=\int v(t)\,\mathrm{d}t.$

Nếu gọi a(t) là gia tốc của vật M thì ta có mối liên hệ giữa v(t) và a(t) như sau.

- Θ Đạo hàm của vận tốc là gia tốc v'(t) = a(t).
- \odot Nguyên hàm của gia tốc là vận tốc $v(t) = \int a(t) dt$.

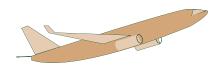
CÂU 1. Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc v(t) = -40t + 20 m/s, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi s(t) là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

(**A**)5 cm.

(B)7,5 m.

 $\frac{5}{2}$ m.

CÂU 2. Bạn Minh Hiền ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới với vận tốc chuyển động của máy báy là $v(t) = 3t^2 + 5$ (m/s). Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 4 đến giây thứ 10



(**A**) 36 m.

(**B**)252 m.

(**c**)1134 m.

(**D**)966 m.

CÂU 3. Một ô tô đang chạy với vận tốc 12 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc v(t) = -6t + 12 (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

(**A**) 24 m.

(B)12 m.

C)6 m.

 $(\mathbf{D})0.4 \text{ m}.$

CÂU 4. Một ô tô đang chạy với vận tốc 36 km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 1 + \frac{t}{3} \text{ (m/s}^2)$ tính quãng đường ô tô đi được sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc.

(A)S = 90 m.

(B) S = 246 m.

DS = 100 m.

CÂU 5. Một ca nô đang chạy trên hồ Tây với vận tốc 20 m/s thì hết xăng; từ thời điểm đó, ca nô chuyển động chậm dần đều với vận tốc v(t) = -5t + 20 (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc hết xăng. Hỏi từ lúc hết xăng đến lúc ca nô dừng hẳn thì ca nô đi được bao nhiều mét?

(**A**) 10 m.

(B)20 m.

(**C**)30 m.

(**D**)40 m.

CÂU 6. Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t)=3t+t^2$ (m²/s). Tính quãng đường vật đi được trong 10s kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

 $\frac{130}{3}$ m.

B $\frac{310}{3}$ m. **C** $\frac{3400}{3}$ m. **D** $\frac{4300}{3}$ m.

QUICK NOTE	CÂU 7. Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 m so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật $v(t) = 10t - t^2$, trong đó t (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $v(t)$ được tính theo đơn vị mét/phút (m/p). Nếu như vậy thì khi bắt đầu tiếp đất vận tốc v của khí cầu là (A) 5 m/p. (B) 7 m/p. (D) 3 m/p.
	CÂU 8. Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là 25 m/s, gia tốc trọng trường là 9,8 m/s². Quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn cho đến khi chạm đất gần bằng kết quả nào nhất trong các kết quả sau? (A) 30,78 m. (B) 31,89 m. (C) 32,43 m. (D) 33,88 m.
	A 50,78 m. D 51,89 m. D 52,45 m.
	CÂU 9. Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện đã xả lũ trong 40 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm t giây là $h'(t) = 10t + 500 \text{ (m}^3/\text{s)}$. Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ thoát nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là bao nhiêu? A $5 \cdot 10^4 \text{ m}^3$. B $4 \cdot 10^6 \text{ m}^3$. C $3 \cdot 10^7 \text{ m}^3$. D $6 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.
	CÂU 10. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được
	sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ (m³/s) và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là 150 m³. Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là 1100 m³. Hỏi thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là bao nhiều. A 8400 m³. B 7400 m³. D 4200 m³.
	CÂU 44 (C: 1/4) () 1\
	CÂU 11. Gọi $h(t)$ (m) là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng
	$h'(t) = \frac{1}{5} \sqrt[3]{t} \text{ (m/s)}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước
	được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
	(A) 2,64 m. (D) 1,64 m.
	CÂU 12. Sự sản sinh vi rút Zika ngày thứ t có số lượng là $N(t)$ con, biết $N'(t) = \frac{1000}{t}$ và
	lúc đầu đám vi rút có số lượng 250,000 con. Tính số lượng vi rút sau 10 ngày.
	(A) 272304 con. (B) 212302 con. (C) 242102 con. (D) 252302 con.
	CÂU 13. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì nhìn thấy chướng ngại vật trên
	đường cách đó 50 m, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển
	động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15$ (m/s), trong đó t (giây). Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh
	đến khi dùng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiều mét?
	KQ:
	CÂU 14. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 72 km/h thì nhìn thấy chướng ngại vật trên
	đường cách đó 40 m, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển
	động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t tính bằng giây. Gọi $s(t)$
	là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?
	KQ:
	CÂU 15. Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng từ mặt đất. Tại thời điểm
	t giây vận tốc của nó được cho bởi công thức $v(t) = 24.5 - 9.8t$ (m/s). Tính quãng đường viên đạn đi từ lúc bắn lên cho tới khi rơi xuống đất (<i>làm tròn tới hàng đơn vi</i>).
	KQ:
	CÂU 16. Mực nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một
	ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên (như hình
	vẽ). Tốc độ thay đổi của mực nước được xác định bởi hàm số $h'(t) = \frac{1}{90} (t^2 - 17t + 60)$,
	trong đó t tính bằng giờ $(0 \le t \le 24)$, $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm $t = 0$, mực nước trong hồ chứa cao 8 m. Mực nước trong hồ cao nhất là bao nhiêu?
	KQ:
	CÂU 17. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây keo (tính theo mét) sau khi trồng t năm. Biết rằng
	năm đầu tiên cây cao 1,5 m, trong những năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{t}}$

KQ:				
-----	--	--	--	--

CÂU 18. Người ta bơm nước vào một bồn chứa, lúc đầu bồn không chứa nước, mức nước ở bồn chứa sau khi bơm phụ thuộc vào thời gian bơm nước theo một hàm số h = h(t) trong đó h tính bằng cm, t tính bằng giây. Biết rằng $h'(t) = \sqrt[3]{2t}$ (cm/s). Mức nước ở bồn sau khi bơm được 13 giây là bao nhiêu? (kết quả làm tròn tới hàng đơn v_i).



CÂU 19. Khi quan sát một đám vi khuẩn trong phòng thí nghiệm người ta thấy tại ngày thứ t có số lượng là N(t). Biết rằng $N'(t) = \frac{1500}{t}$ và tại ngày thứ nhất số lượng vi khuẩn là 5000 con. Tính số lượng vi khuẩn tại ngày thứ 12 (*làm tròn đến hàng đơn vi*).

	gaon		
KQ:			

CÂU 20. Vi khuẩn HP (Helicobacter pylori) gây đau dạ dày, tại ngày thứ t với số lượng là F(t). Biết $F'(t)=\frac{600}{t}$ và ban đầu bệnh nhân có 2000 con vi khuẩn. Sau 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày (lấy xấp xỉ tới hàng đơn vị)? Biết rằng nếu phát hiện sớm khi số lượng không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa.

KQ:				
-----	--	--	--	--

D. NGUYÊN HÀM HÀM ẨN

Cần nhớ các công thức đạo hàm của hàm hợp

- $\int f'(x) dx = f(x) + C$
- $f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) = [f(x) \cdot g(x)]'$
- $\frac{f'(x) \cdot g(x) f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} = \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]'$
- $\frac{f'(x)}{f(x)} = \left[\ln f(x)\right]'$
- $-\frac{f'(x)}{f^2(x)} = \left[\frac{1}{f(x)}\right]'$
- $-\frac{f'(x)}{f^n(x)} = \left[\frac{1}{(n-1)[f(x)]^{n-1}}\right]'$
- $n \cdot f'(x) \cdot f^{n-1}(x) = [f^n(x)]'$
- $f'(x) = \left[2\sqrt{f(x)}\right]'$

Dang 4.

1. Điều kiện hàm ẩn có dạng

$$\begin{bmatrix} f'(x) = g(x) \cdot h[f(x)] \\ f'(x) \cdot h[f(x)] = g(x). \end{bmatrix}$$

Phương pháp giải

Chú ý: Ngoài việc nguyên hàm hai vế, ta có thể lấy tích phân hai vế (tùy câu hỏi của bài toán)

											•	•	•	•	•				

٠			٠	٠		٠	٠		٠		٠		٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠		٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠		
٠	٠	٠	٠	٠	٠			٠		٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠		
	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	

	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	٠
•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•

		•												•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠

\sim 11	IICK	~	_

UICK NOTE	2.	Điều kiện	hàm	ẩn	có d	dang

$$u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x)$$

Phương pháp giải Dễ dàng thấy rằng u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = [u(x)f(x)]'. Do dó $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x) \Leftrightarrow [u(x)f(x)]' = h(x).$ Suy ra $u(x)f(x) = \int h(x)dx$.

Từ đây ta dễ dàng tính được f(x).

$$\mathbf{B}f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$$

$$\mathbf{C}f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$$

$$\mathbf{D}f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4.$$

B
$$f^2(2) = \frac{332}{15}$$
.

$$\mathbf{C}f^2(2) = \frac{324}{15}.$$

CÂU 3. Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm liên tục trên đoạn [-2;1] thỏa mãn f(0) = 3 và $(f(x))^2 \cdot f'(x) = 3x^2 + 4x + 2$. Giá trị f(1) là

$$\bigcirc 2\sqrt[3]{42}.$$

B)
$$2\sqrt[3]{15}$$
.

$$(\mathbf{C})\sqrt[3]{42}.$$

$$\bigcirc$$
 $\sqrt[3]{15}$.

CÂU 4. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{3}$ và $f'(x)=x\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của f(1) bằng

$$\mathbf{A} f(1) = -\frac{2}{3}.$$

$$\mathbf{C}f(1) = -\frac{7}{6}.$$

B
$$f(1) = -\frac{2}{9}$$
. **C** $f(1) = -\frac{7}{6}$. **D** $f(1) = -\frac{11}{6}$.

CÂU 5. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{25}$ và $f'(x)=4x^3\left[f(x)\right]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá

$$\mathbf{B} - \frac{1}{40}$$
.

$$\bigcirc$$
 $-\frac{41}{400}$. \bigcirc $-\frac{1}{10}$.

$$\bigcirc$$
 $-\frac{1}{10}$

CÂU 6. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{5}$ và $f'(x) = x^3 [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của f(1) bằng

$$A - \frac{4}{35}$$

$$\mathbf{B} - \frac{71}{20}$$
.

$$\mathbf{c} - \frac{79}{20}$$
.

CÂU 7. Cho hàm số y=f(x) thỏa mãn $f(2)=-\frac{4}{19}$ và $f'(x)=x^3f^2(x)$ $\forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị

$$-\frac{2}{3}$$
.

$$-\frac{1}{2}$$
.

$$\bigcirc$$
 $-\frac{3}{4}$

CÂU 8. Cho hàm số f(x) > 0 xác định và liên tục trên \mathbb{R} đồng thời thỏa mãn $f(0) = \frac{1}{2}$, $f'(x) = -\mathrm{e}^x f^2(x), \, \forall x \in \mathbb{R}.$ Tính giá trị của $f(\ln 2)$

$$\mathbf{B}f(\ln 2) = \frac{1}{3}.$$

$$\mathbf{C}f(\ln 2) = \ln 2 + \frac{1}{2}.$$

CÂU 9. Cho hàm số $f(x) \neq 0$ thỏa mãn điều kiện $f'(x) = (2x+3)f^2(x)$ và $f(0) = -\frac{1}{2}$ Biết rằng tổng $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2024) + f(2025) = \frac{a}{b}$ với $(a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*)$ và $\frac{a}{b}$ là

$$\frac{a}{b} < -1$$

$$\bigcirc \frac{a}{b} > 1.$$

$$a + b = 1010.$$

CÂU 10. Cho hàm số y=f(x) đồng biến trên $(0;+\infty);\ y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(3) = \frac{4}{9}$ và $[f'(x)]^2 = xf(x)$. Tính f(8).

$$(A) f(8) = \frac{43 - 24\sqrt{3}}{9}.$$

$$\mathbf{C}f(8) = \frac{43 - \sqrt[3]{3}}{3}.$$

$$D f(8) = \frac{43 + \sqrt{3}}{3}.$$

CÂU 11. Cho hàm số f(x) > 0 với mọi $x \in \mathbb{R}$, f(0) = 1 và $f(x) = \sqrt{x} \cdot f'(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

☑ NGUYÊN HÀM	- TÍCH PHÂN			VNPmath - 0962940819
lack A f(3) < 2.	B $2 < f(3) < 4$.	f(3) > 6.	$\bigcirc 4 < f(3) < 6.$	QUICK NOTE
	n số $f(x)$ có đạo hàm cất $1, f'(x) < 0, [f'(x)]^2 = f$ $ (B) (-2; 0). $	$f''(x), \forall x \in [0; 1].$ Gia	1] đồng thời thỏa mãn cá trị $f'(2)$ thuộc khoảng \bigcirc	các
	a số $f(x)$ đồng biến có đạ $x) + [f'(x)]^2 = 0$. Biết $f(x) = 0$.	$f(0) = 1, f(2) = e^6.$ K	rên đoạn $[0;2]$ và thỏa m Khi đó $f(1)$ bằng $\mathbf{D}e^2$.	ıãn
	iá trị của $T = f^2(2)$ bằn		$(\mathbf{D}) = x^3 - 2x, \ \forall x \in \mathbb{R}$ $(\mathbf{D}) \frac{26}{15}.$	và
CÂU 15. Cho hàn	10	10	$= 2x^2 - x + 1, \ \forall x \in \mathbb{R}$ $\boxed{\mathbf{D}} 10.$	
•	n số $y = f(x)$ thỏa mãn	2	= 1. Tính giá trị $f(2)$. (A	Kết
	n số $f(x) \neq 0$, liên tưới $\forall x \in [1; 2]$. Tính $f(2)$.		và thỏa mãn $f(1) = KQ$:	3,
trên khoảng $(0; +\infty)$	o) thỏa mãn $f'(x) = (2x)$	$(x+1)f^2(x), \forall x > 0$	a có đạo hàm $f'(x)$ liên và $f(1) = -\frac{1}{2}$. Tính giá quả làm tròn đến hàng c	trį
	a số $f(x)$ thỏa mãn $f(0)$: ng bao nhiêu? ($K\acute{e}t$ $qu\acute{a}$		$= 2^{x} [f(x)]^{2} \text{ với mọi } x \in$ $h \hat{a} n \text{ trăm}).$ $KQ:$	R.
	số $y = f(x)$ đồng biến và $f(0) = 2$. Tính $f(2)$. (K		trên \mathbb{R} thỏa mãn $(f'(x))^2$ n hàng phần trăm).	2 =
			trên $(0; +\infty)$ và thỏa muả làm tròn đến hàng ph	
CÂU 22. Cho hàm	n số $f(x)$ có đạo hàm trê	èn $\mathbb R$ thỏa mãn $\mathrm{e}^{f(x)}$	$KQ: $ $-\frac{x}{f'(x)} = 0, \forall x \in \mathbb{R}. E$	Biết ·····
$f(1) = 1$, tính $f(e^2$) (kết quả làm tròn đến	hàng phần trăm).	KQ:	
	số $f(x)$ nhận giá trị dươ $(k\acute{e}t\ qu\'{a}\ làm\ tròn\ đến\ hà$		$(f'(x))^3 = e^x (f(x))^3$)) ² ,
	n số $y = f(x)$ có đạo $[x, y] - 1]^4 = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và j		\mathbb{R} và thỏa mãn điều krị của $f(2)$.	iện

		NOT	_
Юn	ICK	NOI	E

KQ:

Dang 5.

1. Điều kiên hàm ẩn có dang

$$A(x)f(x) + B(x)f'(x) = h(x) \quad (1)$$

Phương pháp giải

 \odot Ta cần nhân thêm một lượng u(x) vào (1) để tao thành $u'(x)f(x) + u(x)f'(x) = u(x) \cdot h(x)$ và lúc này.

$$u'(x)f(x) + u(x)f'(x) = u(x) \cdot h(x) \Leftrightarrow [u(x)f(x)]' = u(x) \cdot h(x)$$

$$\Rightarrow \int [u(x)f(x)] dx = \int u(x) \cdot h(x)dx \Rightarrow u(x)f(x) = \int u(x) \cdot h(x) dx$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\int u(x) \cdot h(x) dx}{u(x)}$$

- \odot Cách tìm u(x).
 - u(x) được chọn sao cho $\begin{cases} u'(x) = A(x) \\ u(x) = B(x). \end{cases}$

Suy ra

$$\frac{u'(x)}{u(x)} = \frac{A(x)}{B(x)} \Rightarrow \int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \int \frac{A(x)}{B(x)} dx$$
$$\Rightarrow \ln|u(x)| = \int \frac{A(x)}{B(x)} dx \Rightarrow u(x) = e^{\int \frac{A(x)}{B(x)} dx}$$

Tóm lại phương pháp giải A(x)f(x) + B(x)f'(x) = h(x) (1) như sau.

- **② Bước 1.** Tìm u(x). $u(x) = e^{\int \frac{A(x)}{B(x)} dx}$
- **8 Bước 2.** Nhân u(x) vào (1) suy ra $f(x) = \frac{\int u(x) \cdot h(x) dx}{u(x)}$.

Môt số dang đặc biệt của (1).

a) Điều kiện hàm ẩn có dạng $\begin{cases} f'(x) + f(x) = h(x) \\ f'(x) - f(x) = h(x). \end{cases}$

Phương pháp giải.

 $\bigcirc f'(x) + f(x) = h(x).$ Nhân hai vế với e^x ta được

$$e^x \cdot f'(x) + e^x \cdot f(x) = e^x \cdot h(x) \Leftrightarrow [e^x \cdot f(x)]' = e^x \cdot h(x).$$

Suy ra $e^x \cdot f(x) = \int e^x \cdot h(x) dx$.

Từ đây ta dễ dàng tính được f(x).

 $\bigcirc f'(x) - f(x) = h(x).$ Nhân hai vế với e^{-x} ta được

$$e^{-x} \cdot f'(x) - e^{-x} \cdot f(x) = e^{-x} \cdot h(x) \Leftrightarrow [e^{-x} \cdot f(x)]' = e^{-x} \cdot h(x).$$

Suy ra $e^{-x} \cdot f(x) = \int e^{-x} \cdot h(x) dx$. Từ đây ta dễ dàng tính được f(x).

b) Điều kiện hàm ẩn có dạng $f'(x) + p(x) \cdot f(x) = h(x)$.

Phương pháp giải.

Nhân hai vế với $e^{\int p(x) dx}$ ta được

$$f'(x) \cdot e^{\int p(x) dx} + p(x) \cdot e^{\int p(x) dx} \cdot f(x) = h(x) \cdot e^{\int p(x) dx}$$

$$\Leftrightarrow \left[f(x) \cdot e^{\int p(x) dx} \right]' = h(x) \cdot e^{\int p(x) dx}.$$

Suv ra $f(x) \cdot e^{\int p(x) dx} = \int e^{\int p(x) ex} h(x) dx$. Từ đây ta dễ dàng tính được f(x).

CÂU 1. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và f(0) = 2. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^x$ là

$$\bigcirc$$
 $x^2 + x + C$.

B)
$$2x^2 + 2x + C$$

$$2x^2 + x + C$$

B
$$2x^2 + 2x + C$$
. **C** $2x^2 + x + C$. **D** $\frac{1}{2}x^2 + 2x + C$.

CÂU 2. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) + 2x \cdot f(x) = e^{-x^2}, \forall x \in \mathbb{R}$ va f(0) = 0. Tinh f(1).

$$\mathbf{A} f(1) = e^2.$$

B
$$f(1) = -\frac{1}{e}$$
. **C** $f(1) = \frac{1}{e^2}$.

$$f(1) = \frac{1}{e^2}$$

$$\mathbf{D}f(1) = \frac{1}{e}$$

CÂU 3. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = -2 \ln 2$ và $x \cdot (x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Biết $f(2) = a + b \cdot \ln 3$ $(a, b \in \mathbb{Q})$. Giá trị $2(a^2 + b^2)$

$$\frac{27}{4}$$

$$\bigcirc \frac{3}{4}$$
.

$$\bigcirc \frac{9}{2}$$
.

CÂU 4. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn $f(1) = 2 \ln 2 + 1$, x(x + 1) $1)f'(x) + (x+2)f(x) = x(x+1), \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}.$ Biết $f(2) = a + b \ln 3$, với a, b là hai số hữu tỉ. Tính $T = a^2 - b$.

(B) $T = \frac{3}{16}$.

(C) $T = \frac{3}{2}$.

$$T = -\frac{3}{16}.$$

$$CT = \frac{3}{2}$$
.

$$\mathbf{D}T = 0.$$

CÂU 5. Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) + \frac{f(x)}{x} = 4x^2 + 3x$ và f(1) = 2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số y = f(x)tại điểm có hoành độ x=2 là

$$\mathbf{A}$$
 $y = -16x - 20$.

$$\bigcirc y = 16x + 20.$$

$$\bigcirc y = -16x + 20.$$

CÂU 6. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}$. Biết $f(1) = \frac{1}{2}$. Tính f(4).



CÂU 7. Cho hàm số f(x) thỏa mãn f(1) = 4 và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$ với mọi x > 0. Giá trị của f(2) bằng

(**A**) 5.

(**B**)10.

 $(\mathbf{C})20.$

CÂU 8. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $3x \cdot f(x) - x^2 \cdot f'(x) = 2f^2(x)$, với $f(x) \neq 0$, $\forall x \in (0; +\infty)$ và $f(1) = \frac{1}{3}$. Gọi M, mlần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số y=f(x) trên đoạn [1;2]. Tính M+m.

 $\mathbf{A} \frac{\mathbf{c}}{10}$

 $\bigcirc \frac{5}{3}$.

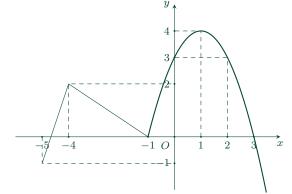
$$\bigcirc \frac{7}{3}$$
.

CÂU 9. Cho F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^2} (x^3 - 4x)$. Hàm số $F(x^2 + x)$ có bao nhiêu điểm cực tri?

(**A**) 6.

 $(\mathbf{C})3.$

CÂU 10. Cho hàm số thi của hàm số Đồ y = f'(x) trên [-5; 3] như hình vẽ (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$). Biết f(0) = 0, giá trị của 2f(-5) + 3f(2) bằng $\frac{35}{3}$. **B** $\frac{109}{3}$. **C** $\frac{35}{3}$



LỜI GIẢI CHI TIẾT

NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN

Bài 1. NGUYÊN HÀM

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

B. KIẾN THỰC CẦN NẮM

1. Định nghĩa nguyên hàm

Cho hàm số f(x) xác định trên khoảng K. Hàm số F(x) được gọi là nguyên hàm của hàm số f(x) nếu F'(x) = f(x) với mọi $x \in K$.

Nhận xét: Nếu F(x) là một nguyên hàm của f(x) thì F(x) + C, $(C \in \mathbb{R})$ cũng là nguyên hàm của f(x).

Ký hiệu $\int f(x) dx = F(x) + C$.

2. Một số tính chất của nguyên hàm

$$\bigcirc \int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx \quad (a \in \mathbb{R}, a \neq 0).$$

3. Một số nguyên hàm cơ bản

Nguyên hàm của hàm số cơ bản	Nguyên hàm mở rộng
$\int a \cdot dx = ax + C, a \in \mathbb{R}$	
$\int x^{\alpha} dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$	$\int (ax+b)^{\alpha} dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{\mathrm{d}x}{x} = \ln x + C, x \neq 0$	$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b + C$ $\int \frac{dx}{\sqrt{ax+b}} = \frac{2}{a} \sqrt{ax+b} + C, x > 0$ $\int \frac{dx}{dx} = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b + C$
$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C, x > 0$	$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{ax+b}} = \frac{2}{a}\sqrt{ax+b} + C, x > 0$
$\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2} = -\frac{1}{x} + C, x \neq 0$	$\int \frac{1}{(ax+b)^2} = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$
$\int \frac{\mathrm{d}x}{x^{\alpha}} = -\frac{1}{(\alpha - 1)x^{\alpha - 1}} + C$	$\int \frac{\mathrm{d}x}{(ax+b)^{\alpha}} = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{(\alpha-1)} \cdot (ax+b)^{\alpha-1} + C$ $\int e^{ax+b} \mathrm{d}x = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$
$\int e^x \mathrm{d}x = e^x + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$
$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^{\alpha x + \beta} dx = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{a^{\alpha x + \beta}}{\ln a} + C$
$\int \cos x \mathrm{d}x = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) \mathrm{d}x = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax+b) + C$
$\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) \mathrm{d}x = -\frac{1}{a} \cdot \cos(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} \mathrm{d}x = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} \mathrm{d}x = \frac{1}{a} \cdot \tan(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} \mathrm{d}x = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cdot \cot(ax+b) + C$

Nhận xét:
$$[F(ax+b)]' = af(ax+b) \Rightarrow \int f(ax+b) dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C.$$

C. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Sử dụng định nghĩa nguyên hàm và bảng nguyên hàm

1. Các ví dụ

VÍ DU 1. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a)
$$f(x) = 4x^3 + x + 5$$
.

b)
$$f(x) = 3x^2 - 2x$$
.

c)
$$f(x) = \frac{1}{x^5} + x^2$$
.

d)
$$f(x) = \frac{1}{x^3} + x^2 - 1$$
.

🗩 Lời giải.

a) Ta có
$$F(x) = \int f(x) dx = \int (4x^3 + x + 5) dx = x^4 + \frac{x^2}{2} + 5x + C.$$

b) Ta có
$$F(x) = \int f(x) dx = \int (3x^2 - 2x) dx = x^3 - x^2 + C$$
.

c) Ta có
$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x^{-5} + x^2) dx = -\frac{x^{-4}}{4} + \frac{x^3}{3} + C.$$

d) Ta có
$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x^{-3} + x^2 - 1) dx = -\frac{x^{-2}}{2} + \frac{x^3}{3} - x$$
.

VÍ DU 2. Tính

a)
$$I = \int (x^2 - 3x)(x+1)dx$$
.

b)
$$I = \int (x-1)(x^2+2)dx$$
.

c)
$$I = \int (2x+1)^5 dx$$

d)
$$I = \int (2x - 10)^{2020} dx$$
.

e)
$$I = \int \left(3x^2 + \frac{1}{x} - 2\right) dx$$
.

f)
$$I = \int \left(3x^2 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx$$
.

g)
$$I = \int \frac{x^2 - 3x + 1}{x} dx$$
.

h)
$$I = \int \frac{2x^2 - 6x + 3}{x} dx$$
.

$$i) \quad I = \int \frac{1}{2x - 1} \mathrm{d}x.$$

$$j) I = \int \frac{2}{3 - 4x} dx.$$

k)
$$I = \int \frac{1}{(2x-1)^2} dx$$
.

l)
$$I = \int \left[\frac{12}{(x-1)^2} + \frac{2}{2x-3} \right] dx.$$

m)
$$I = \int \frac{3}{4x^2 + 4x + 1} \, \mathrm{d}x.$$

n)
$$I = \int \frac{4}{x^2 + 6x + 9} \, \mathrm{d}x.$$

o) (*)
$$I = \int \frac{2x-1}{(x+1)^2} dx$$
.

🗩 Lời giải.

a) Phân phối được:
$$I = \int (x^3 - 2x^2 - 3x) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + C$$
.

b) Phân phối được:
$$I = \int (x^3 - x^2 + 2x - 2) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - 2x + C$$
.

c)
$$I = \int (2x+1)^5 dx = \frac{1}{2} \frac{(2x+1)^6}{6} + C.$$

d)
$$I = \int (2x - 10)^{2020} dx = \frac{1}{2} \frac{(2x - 10)^{2021}}{2021} + C.$$

e) Ta có
$$I = \int \left(3x^2 + \frac{1}{x} - 2\right) dx = x^3 + \ln|x| - 2x + C.$$

f) Ta có
$$I = \int \left(3x^2 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx = x^3 - 2\ln|x| + \frac{1}{x} + C.$$

g) Ta có
$$I = \int \frac{x^2 - 3x + 1}{x} dx = \int \left(x - 3 + \frac{1}{x}\right) dx = x^2 - 3x + \ln|x| + C.$$

h) Ta có
$$I = \int \frac{2x^2 - 6x + 3}{x} dx = \int \left(2x - 6 + \frac{3}{x}\right) dx = x^2 - 6x + 3\ln|x| + C.$$

i) Ta có
$$I = \int \frac{1}{2x-1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x-1| + C.$$

j) Ta có
$$I = \int \frac{2}{3-4x} dx = 2 \cdot \frac{1}{-4} \cdot \ln|3-4x| + C = -\frac{1}{2} \ln|3-4x| + C.$$

k)
$$I = \int \frac{1}{(2x-1)^2} dx = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2x-1} + C = \frac{-1}{4x-2} + C.$$

1)
$$I = \int \left[\frac{12}{(x-1)^2} + \frac{2}{2x-3} \right] dx = -\frac{12}{1} \cdot \frac{1}{x-1} + \frac{2}{2} \ln|2x-3| + C = \frac{-12}{x-1} + \ln|2x-3| + C.$$

m)
$$I = \int \frac{1}{4x^2 + 4x + 1} dx = \int \frac{1}{(2x+1)^2} dx = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2x+1} + C = \frac{-1}{4x+2} + C.$$

n)
$$I = \int \frac{4}{x^2 + 6x + 9} dx = \int \frac{4}{(x+3)^2} dx = -\frac{4}{1} \cdot \frac{1}{x+3} + C = \frac{-4}{x+3} + C.$$

o)
$$I = \int \frac{2x+2-3}{(x+1)^2} dx = \int \left[\frac{2(x+1)}{(x+1)^2} - \frac{3}{(x+1)^2} \right] dx = \int \frac{2}{x+1} dx - \int \frac{3}{(x+1)^2} dx.$$

 $I = 2\ln|x+1| - \frac{-3}{x+1} + C = 2\ln|x+1| + \frac{3}{x+1} + C.$

p)
$$I = \int \frac{2x-2}{(2x+1)^2} dx = \int \left[\frac{2x+1}{(2x+1)^2} - \frac{3}{(2x+1)^2} \right] dx = \int \frac{1}{2x+1} dx - \int \frac{3}{(2x+1)^2} dx.$$

 $I = \frac{1}{2} \ln|2x+1| - \frac{-3}{2(2x+1)} + C \Rightarrow I = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + \frac{3}{2(2x+1)} + C.$

VÍ DU 3. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a)
$$I = \int (\sin x - \cos x) dx$$
.

b)
$$I = \int (3\cos x - 2\sin x) \, dx$$
.

b)
$$I = \int (3\cos x - 2\sin x) dx$$
. c) $I = \int (2\sin 2x - 3\cos 6x) dx$.

d)
$$I = \int \sin x \cos x \, dx$$
.

e)
$$I = \int \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) dx$$
.

f)
$$I = \int \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{3}\right) dx$$
.

g)
$$I = \int (\sin x - \cos x)^2 dx$$
. h) $I = \int (\cos x + \sin x)^2 dx$.

h)
$$I = \int (\cos x + \sin x)^2 dx$$
.

D Lời giải.

a)
$$I = \int (\sin x - \cos x) dx = -\cos x - \sin x + C.$$

b)
$$I = \int (3\cos x - 2\sin x) dx = 3\sin x + 2\cos x + C$$
.

c)
$$I = \int (2\sin 2x - 3\cos 6x) dx = -\cos 2x - \frac{1}{2}\sin 6x + C.$$

d)
$$I = \frac{1}{2} \int \sin 2x \, dx = -\frac{1}{4} \cos 2x + C$$

e)
$$I = \int \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) dx = \int \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}\right) dx = \sqrt{3}\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2} + C.$$

f)
$$I = \int \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{3}\right) dx = \int \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\frac{x}{3} - \frac{1}{2}\sin\frac{x}{3}\right) dx = \frac{3\sqrt{3}}{2}\sin\frac{x}{3} + \frac{3}{2}\cos\frac{x}{3} + C.$$

g)
$$I = \int (\sin x - \cos x)^2 dx = \int (1 - \sin 2x) dx = x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$$
.

h)
$$I = \int (\cos x + \sin x)^2 dx = \int (1 + \sin 2x) dx = x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$$
.

i)
$$I = \int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

j)
$$I = \int (\cos^4 x - \sin^4 x) dx = \int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

VÍ DU 4. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a)
$$I = \int \frac{1}{\sin^2 x} \, \mathrm{d}x$$
.

b)
$$I = \int \frac{6}{\cos^2 3x} \, \mathrm{d}x$$
.

c)
$$I = \int (\tan x + \cot x)^2 dx$$
.

$$d) I = \int \sin^2 x \, dx.$$

e)
$$I = \int \cos^2 2x \, \mathrm{d}x$$
.

f)
$$I = \int \sin 4x \cos x \, \mathrm{d}x$$
.

🗩 Lời giải.

a)
$$I = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) dx = \tan x + \cot x + C.$$

b)
$$I = \int \frac{6}{\cos^2 3x} dx = 2 \tan 3x + C$$
.

c)
$$I = \int (\tan x + \cot x)^2 dx = \int (\tan^2 x + \cot^2 x + 1) dx$$

= $\int (\tan^2 x + 1 + \cot^2 x + 1 - 1) dx = \tan x - \cot x - x + C$.

VÍ DU 5. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau

a)
$$I = \int e^{2x} dx$$
.

b)
$$I = \int e^{1-2x} dx$$
.

c)
$$I = \int (2x - e^{-x}) dx$$
.

d)
$$I = \int e^x (1 - 3e^{-2x}) dx$$
.

e)
$$I = \int (3 - e^x)^2 dx$$
.

f)
$$I = \int (2 + e^{3x})^2 dx$$
.

g)
$$I = \int 2^{2x+1} dx$$
.

h)
$$I = \int 4^{1-2x} \, \mathrm{d}x$$
.

i)
$$I = \int 3^x \cdot 5^x \, \mathrm{d}x$$
.

$$j) I = \int 4^x \cdot 3^{x-1} \, \mathrm{d}x.$$

$$k) I = \int \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^{2-5x}}.$$

1)
$$I = \int \frac{\mathrm{d}x}{2^{3-2x}}$$
.

m)
$$I = \int \frac{4^{x+1} \cdot 3^{x-1}}{2^x} \, \mathrm{d}x.$$

n)
$$I = \int \frac{4^{2x-1} \cdot 6^{x-1}}{3^x} \, \mathrm{d}x.$$

🗩 Lời giải.

a) Ta có
$$I = \int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C.$$

b) Ta có
$$I = \int e^{1-2x} dx = -\frac{1}{2}e^{1-2x} + C.$$

c)
$$I = \int (2x - e^{-x}) dx = x^2 + e^{-x} + C.$$

d) Ta có
$$I = \int e^x (1 - 3e^{-2x}) dx = \int (e^x - 3e^{-x}) dx = e^x + 3e^{-x} + C.$$

e)
$$I = \int (3 - e^x)^2 dx = \int (9 - 6e^x + e^{2x}) dx = 9x - 6e^x + \frac{1}{2}e^{2x} + C.$$

f) Ta có
$$I = \int (2 + e^{3x})^2 dx = \int (4 + 4e^{3x} + e^{6x}) dx = 4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C.$$

g) Ta có
$$I = \int 2^{2x+1} dx = \frac{2^{2x+1}}{2 \ln 2} + C.$$

h) Ta có
$$I = \int 4^{1-2x} dx = -\frac{4^{1-2x}}{2\ln 4} + C.$$

i) Ta có
$$I = \int 15^x dx = \frac{15^x}{\ln 15} + C.$$

j) Ta có
$$I = \frac{1}{3} \int 12^x dx = \frac{12^x}{3 \ln 12} + C.$$

k)
$$I = \int e^{5x-2} dx = \frac{e^{5x-2}}{5} + C.$$

l) Ta có
$$I = \int 2^{2x-3} dx = \frac{2^{2x-3}}{2 \ln 2} + C.$$

m) Ta có
$$I = \int \frac{4^{x+1} \cdot 3^{x-1}}{2^x} dx = \frac{4}{3} \int 6^x dx = \frac{4 \cdot 6^x}{3 \cdot \ln 6} + C.$$

n) Ta có
$$I = \int \frac{4^{2x-1} \cdot 6^{x-1}}{3^x} dx = \frac{1}{24} \int 32^x dx = \frac{32^x}{24 \ln 32} + C = \frac{2^{5x}}{120 \ln 2} + C.$$

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hàm số F(x) là một nguyên hàm của hàm số f(x) trên K. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

$$\bigcirc \left(\int f(x) \, \mathrm{d}x \right)' = F'(x)$$

🗭 Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$ nên phương án $\left(\int f(x) dx\right)' = f'(x)$ sai.

CÂU 2. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số f(x) = 2x + 6 là

$$\mathbf{A}$$
 $x^2 + C$

B
$$x^2 + 6x + C$$
.

$$(c)$$
2 $x^2 + C$

$$\bigcirc 2x^2 + 6x + C.$$

🗭 Lời giải.

$$\int (2x+6) \, \mathrm{d}x = x^2 + 6x + C.$$

Chọn đáp án (B).....

CÂU 3. $\int x^2 dx$ bằng

$$\bigcirc$$
 $2x + C$.

B
$$\frac{1}{3}x^3 + C$$
.

$$\mathbf{C}$$
 $x^3 + C$.

$$\bigcirc$$
 $3x^3 + C.$

🗩 Lời giải.

Ta có
$$\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$$
.

Chọn đáp án (B).

CÂU 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

B
$$\frac{x^3}{3} + x + C$$
.

$$\bigcirc 6x + C.$$

🗩 Lời giải.

$$\int (3x^2 + 1) \, \mathrm{d}x = x^3 + x + C.$$

CÂU 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

B
$$3x^2 + 1 + C$$
.

$$(c)x^3 + x + C.$$

$$\mathbf{D}x^4 + x^2 + C.$$

$$\int (x^3 + x^2) \, \mathrm{d}x = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C.$$

CÂU 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

$$\mathbf{C}$$
 $x^5 + x^3 + C$.

$$\int f(x) dx = \int (x^4 + x^2) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C.$$

CÂU 7. Hàm số nào trong các hàm số sau đây không là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2022}$? $\underbrace{ \frac{x^{2023}}{2023} + 1} _{2023} + 1.$ $\underbrace{ \frac{x^{2023}}{2023}} _{2023} .$ $\underbrace{ \mathbf{C}} y = 2022x^{2021}.$

$$\mathbf{C}y = 2022x^{2021}$$

Ta có $\int x^{2022} dx = \frac{x^{2023}}{2023} + C$, C là hằng số nên $y = 2022x^{2021}$ không là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2022}$.

CÂU 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024$ là

$$\mathbf{\hat{c}} \frac{1}{12} x^4 - \frac{3}{3} x^3 + \frac{x^2}{2} - 2024x + C.$$

$$\mathbf{B} \frac{1}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2024x + C.$$

Sử dụng công thức $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ ta được

$$\int \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024\right) dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^4}{4} - 2 \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2024x + C$$
$$= \frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2024x + C.$$

Chọn đáp án (C)....

CÂU 9. Tìm nguyên F(x) của hàm số f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)?

$$\mathbf{A}F(x) = \frac{x^4}{4} - 6x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 6x + C.$$

B
$$F(x) = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + C$$
.

$$\mathbf{C}F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 6x + C.$$

🗭 Lời giải.

Ta có $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ nên

$$F(x) = \int (x^3 + 6x^2 + 11x + 6) dx = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 6x + C.$$

CÂU 10. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (5x+3)^5$.

$$(5x+3)^6 + C.$$

B
$$(5x+3)^4+C$$
.

$$(5x+3)^6 + C.$$

$$f(x) = (5x+3)^5 \Rightarrow \int f(x) dx = \int (5x+3)^5 dx = \frac{1}{5} \cdot \frac{(5x+3)^6}{6} + C = \frac{(5x+3)^6}{30} + C.$$

CÂU 11. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

B
$$\int_{a}^{b} f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$$

$$\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$$

$$\bigcirc \int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$$

Ta có
$$\int \left(x^2 + \frac{2}{x^2}\right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$$

Chọn đáp án A...

CÂU 12. Tính $\int \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} dx$.

$$\frac{4}{15}x \sqrt[15]{x^7} + C.$$

B
$$\frac{8}{15}x \sqrt[15]{x}^7 + C.$$
 C $\frac{8}{15}x \sqrt[15]{x} + C.$

$$\frac{8}{15}x\sqrt[15]{x} + C$$

🗩 Lời giải.

$$\int \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \, dx = \int \sqrt{x\sqrt{x \cdot x^{\frac{1}{2}}}} \, dx = \int \sqrt{x \cdot x^{\frac{3}{4}}} \, dx = \int x^{\frac{7}{8}} \, dx$$
$$= \frac{x^{\frac{7}{8}+1}}{\frac{7}{8}+1} + C = \frac{8}{15}x^{\frac{15}{8}}\sqrt{x^7} + C.$$

Chọn đáp án (B).....

CÂU 13. Tính $\int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{4\sqrt{x}} dx$.

$$\mathbf{c}$$
 $x\sqrt[5]{x} - \frac{24}{17}x\sqrt[17]{x^5} + \sqrt[4]{x^3} + C.$

$$\begin{array}{c} \textbf{ (B)} \ \frac{4}{5} x \sqrt[5]{x} - \frac{24}{17} x \sqrt[17]{x^5} + \frac{4}{3} \sqrt[4]{x^3} + C. \\ \textbf{ (D)} \ \frac{4}{5} x \sqrt[5]{x} - 2 x \sqrt[17]{x^5} + \frac{4}{3} \sqrt[4]{x^3} + C. \end{array}$$

🗩 Lời giải.

$$\int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} \, dx = \int \frac{x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{2}{3}} + 1}{x^{\frac{1}{4}}} \, dx = \int \left(\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}} - 2\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{4}}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}\right) \, dx$$
$$= \int \left(x^{\frac{1}{4}} - 2x^{\frac{5}{12}} + x^{-\frac{1}{4}}\right) \, dx = \frac{4}{5}x\sqrt[5]{x} - \frac{24}{17}x\sqrt[17]{x^5} + \frac{4}{3}\sqrt[4]{x^3} + C.$$

CÂU 14. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C.$$

Ta có
$$f(x) = x^2 + 4$$
 nên $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$.

$$f(x) dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C.$$

Ta có
$$\int f(x) dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + C.$$

CÂU 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

B
$$\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$$
.

$$\bigcirc \int f(x) dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x^2}\right) dx.$$

B
$$\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$$

D $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

Ta có
$$\int f(x) dx = \int \frac{x^4 + 2}{x^2} dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x^2}\right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$$

CÂU 17. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int (\sqrt[3]{x^2} + x - 2) dx = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + \frac{1}{2}x^2 - 2x + C.$	X	
b) $\int \frac{1}{2023x^{2024}} \mathrm{d}x = \frac{1}{2023^2x^{2023}} + C.$	X	
c) $\int (2x - 2024)^2 dx = x - 1012 + C$.		X
d) $\int \left(\frac{1}{4}x^4 + 4x^3\right) dx = \frac{1}{20}x^5 + \frac{4}{3}x^4 + C.$	X	

🗩 Lời giải.

$$\int (\sqrt[3]{x^2} + x - 2) \, dx = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + \frac{1}{2}x^2 - 2x + C.$$

$$\int \frac{1}{2023x^{2024}} \, dx = \frac{1}{2023} \int x^{-2024} \, dx = \frac{1}{2023^2x^{2023}} + C.$$

$$\int (2x - 2024)^2 \, dx = \frac{(2x - 2024)^3}{3} + C.$$

$$\int \left(\frac{1}{4}x^4 + 4x^3\right) \, dx = \frac{1}{20}x^5 + \frac{4}{3}x^4 + C.$$

Chọn đáp án a đúng b đúng c sai d đúng

CÂU 18. Cho các mệnh đề sau đây

Mệnh đề	Đ	\mathbf{S}
a) $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + \frac{1}{x}$.	X	
b) $F(x) = \frac{(5x+3)^6}{6} + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (5x+3)^5$.		X
c) $F(x) = \frac{3}{2}x\sqrt{x} + \frac{4}{3}x\sqrt[3]{x} + \frac{5}{4}x\sqrt[4]{x} + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$.		X
d) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2024x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - 2024x}{x}$.	X	

🗩 Lời giải.

a) **Đúng**. Vì
$$f(x) = x^3 - 3x + \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow F(x) = \int f(x)dx = \int (x^3 - 3x + \frac{1}{x})dx$$

$$= \int x^3 dx - 3 \int x dx + \int \frac{1}{x} dx = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$$

b) Sai. Vì
$$f(x) = (5x+3)^5$$

$$\Rightarrow F(x) = \int f(x)dx = \int (5x+3)^5 dx$$

$$= \int (5x+3)^5 \frac{d(5x+3)}{5} = \frac{(5x+3)^6}{30} + C.$$

c) Sai. Vì
$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$$

$$\Rightarrow F(x) = \int \left(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}\right) dx = \int \left(x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{4}}\right) dx$$

$$= \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + C = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + \frac{4}{5}x\sqrt[4]{x} + C.$$

d) **Đúng.**
$$f(x) = \frac{x^3 - 2024x}{x} \Rightarrow F(x) = \int \frac{x^3 - 2024x}{x} dx = \int (x^2 - 2024) dx$$

= $\frac{1}{3}x^3 - 2024x + C$.

Chọn đáp án a đúng b sai c sai d đúng

CÂU 19. Hệ số của x^2 trong nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + 3^x + 3x - 2$ là

Đáp án: 1,5

D Lời giải.

$$F(x) = \int \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + 3^x + 3x - 2\right) dx = 4\sqrt{x} + \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{3}{2}x^2 - 2x + C.$$

CÂU 20. Hệ số của x^3 trong nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = mx^3 - 3x^2 + \frac{4m}{x^3} + \frac{5}{2x} - 7m$ (m là tham số) là

Đáp án: -1

D Lời giải.

$$F(x) = \int \left(mx^3 - 3x^2 + \frac{4m}{x^3} + \frac{5}{2x} - 7m \right) dx = \frac{m}{4}x^4 - x^3 - \frac{2m}{x^2} - \frac{5}{2}\ln|x| - 7mx + C$$

CÂU 21. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}$. Tổng hệ số của biến x là

Đáp án: -1

D Lời giải.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right) dx = \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx - \int \frac{2}{\sqrt[3]{x}} = \int x^{\frac{-1}{2}} dx - \int 2x^{\frac{-1}{3}} dx$$
$$= \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - 2 \cdot \frac{x^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + C = 2x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{2}{3}} + C = 2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x^2} + C.$$

CÂU 22. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \frac{(x^2-1)^2}{r^2}$. Tổng hệ số của bậc 3 và bậc 1 là (làm tròn đến hàng phần chục).

 $\overline{\text{Dáp án: }}-1,6$

Dèi giải.

$$\int f(x) dx = \int \frac{(x^2 - 1)^2}{x^2} dx = \int \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2} dx = \int \left(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}\right) dx$$
$$= \frac{x^3}{3} - 2x - \frac{1}{x} + C.$$

CÂU 23. Tính $\int \left(\frac{(1-x)^3}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,55

$$\int \left(\frac{\left(1-x\right)^{3}}{\sqrt[3]{x}}\right) dx = \int \frac{1-3x+3x^{2}-x^{3}}{x^{\frac{1}{3}}} dx = \int \left(x^{\frac{-1}{3}}-3x^{\frac{2}{3}}+3x^{\frac{5}{3}}-x^{\frac{8}{3}}\right) dx$$

$$= \frac{x^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}}-3\frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}}+3\frac{x^{\frac{8}{3}}}{\frac{8}{3}}-\frac{x^{\frac{11}{3}}}{\frac{11}{3}}+C=\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}-\frac{9}{5}x^{\frac{5}{3}}+\frac{9}{8}x^{\frac{8}{3}}-\frac{3}{11}x^{\frac{11}{3}}+C.$$

CÂU 24. Tính $\int \left(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[5]{x^4}\right) dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,58

D Lời giải.

$$\int \left(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[5]{x^4}\right) dx = \int \left(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{4}{5}}\right) dx = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} - \frac{x^{\frac{7}{4}}}{\frac{7}{4}} + \frac{x^{\frac{9}{5}}}{\frac{9}{5}} + C$$

$$= \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} - \frac{4}{7}x^{\frac{7}{4}} + \frac{5}{9}x^{\frac{9}{5}} + C.$$

CÂU 25. Tính $\int (\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1) dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: 1,4

$$\begin{array}{l} \text{($\sqrt{x}+1$) } (x-\sqrt{x}+1) = (\sqrt{x}+1) \left[x-(\sqrt{x}-1) \right] = x \left(\sqrt{x}+1 \right) - (\sqrt{x}+1) \left(\sqrt{x}-1 \right) \\ = x \sqrt{x} + x - (x-1) = x \sqrt{x}+1. \\ \text{Do dó} \int \left(\sqrt{x}+1 \right) \left(x-\sqrt{x}+1 \right) \, \mathrm{d}x = \int \left(x \sqrt{x}+1 \right) \, \mathrm{d}x = \int \left(x^{\frac{3}{2}}+1 \right) \, \mathrm{d}x \\ = \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + x + C. \end{array}$$

CÂU 26. Tính $\int \left(2\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right) dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: -3,1

D Lời giải.

$$\int \left(2\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right) dx = \int \left(2x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{-1}{3}}\right) dx = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{9}{2}x^{\frac{2}{3}} + C = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x^3} - \frac{9}{2}\sqrt[3]{x^2} + C.$$

CÂU 27. Tính
$$\int \frac{1}{\sqrt{2x} + \sqrt{3x}} dx = a \left(\sqrt{b} - \sqrt{c} \right) \sqrt{x}$$
. Giá trị của tổng $a + b + c$ là

Đáp án: 7

D Lời giải.

Ta có:
$$\frac{1}{\sqrt{2x} + \sqrt{3x}} = \frac{\sqrt{3x} - \sqrt{2x}}{\left(\sqrt{3x} - \sqrt{2x}\right)\left(\sqrt{3x} + \sqrt{2x}\right)} = \frac{\sqrt{3x} - \sqrt{2x}}{x} = \frac{\sqrt{x}}{x}\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)$$
$$= \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)x^{\frac{-1}{2}}.$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{2x} + \sqrt{3x}} dx = \int \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)x^{\frac{-1}{2}} dx = \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = 2\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\sqrt{x}.$$

CÂU 28. Tính
$$\int \frac{1}{\sqrt{5x} - \sqrt{3x}} dx = (\sqrt{a} + \sqrt{b})\sqrt{x} + C$$
. Giá trị $a + b$ bằng

Đáp án: 8

$$\frac{1}{\sqrt{5x} - \sqrt{3x}} = \frac{\sqrt{5x} + \sqrt{3x}}{\left(\sqrt{5x} - \sqrt{3x}\right)\left(\sqrt{5x} + \sqrt{3x}\right)} = \frac{\sqrt{5x} + \sqrt{3x}}{2x} = \frac{\sqrt{x}}{2x}\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right).$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{5x} - \sqrt{3x}} dx = \int \frac{\sqrt{x}}{2x}\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right) dx = \frac{\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)}{2} \int x^{\frac{-1}{2}} dx = \frac{\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)}{2} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}.$$

$$= \left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)\sqrt{x} + C.$$

CÂU 29. Tính $\int (x^2-1)^3 dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: -0.5

🗩 Lời giải.

$$\int (x^2 - 1)^3 dx = \int (x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1) dx = \frac{x^7}{7} - 3\frac{x^5}{5} + x^3 - x + C.$$

CÂU 30. Tính $\int (2-x^2)^4 dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: 9,1

🗩 Lời giải.

Sử dụng khai triển theo nhị thức Newton, ta có:

$$(2-x^2)^4 = x^8 - 8x^6 + 24x^4 - 32x^2 + 16.$$

Do dó
$$\int (2-x^2)^4 dx = \int (x^8 - 8x^6 + 24x^4 - 32x^2 + 16) dx$$

$$= \frac{x^8}{9} - \frac{8}{7}x^7 + \frac{24}{5}x^5 - \frac{32}{3}x^3 + 16x + C.$$

CÂU 31. Tính $\int (x-\sqrt[3]{x})^2 dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: -1,1

🗩 Lời giải.

$$(x - \sqrt[3]{x})^2 = x^2 - 2x\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x^2} = x^2 - 2x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{2}{3}}.$$

$$\int (x - \sqrt[3]{x})^2 dx = \int (x^2 - 2x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{2}{3}}) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{6}{7}x^{\frac{7}{3}} - \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + C.$$

CÂU 32. Tính $\int \left(\frac{x^2+2\sqrt[3]{x}}{x}\right)^2 dx$. Giá trị tổng hệ số chứa biến là (làm tròn đến hàng phần chục).

 $\overline{\text{Dáp án: } -8,7}$

🗩 Lời giải.

$$\text{Ta có: } \left(\frac{x^2 + 2\sqrt[3]{x}}{x} \right)^2 = \frac{x^4 + 4x^2\sqrt[3]{x} + 4\sqrt[3]{x^2}}{x^2} = x^2 + 4x^{\frac{1}{3}} + 4x^{\frac{-4}{3}}.$$

$$\int \left(\frac{x^2 + 2\sqrt[3]{x}}{x} \right)^2 dx = \int \left(x^2 + 4x^{\frac{1}{3}} + 4x^{\frac{-4}{3}} \right) dx = \frac{x^3}{3} + 4\frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + 4\frac{x^{\frac{-1}{3}}}{\frac{-1}{3}} + C.$$

$$= \frac{1}{3}x^3 + 3x^{\frac{4}{3}} - 12x^{\frac{-1}{3}} + C.$$

CÂU 33. Tìm m để $F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

Đáp án: 1

🗩 Lời giải.

$$\int f(x) dx = \int (3x^2 + 10x - 4) dx = x^3 + 5x^2 - 4x + C.$$
 Suy ra $m = 1$.

CÂU 34. Tìm a,b,c để $F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{x^2-4x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x-2)\sqrt{x^2-4x}$. Giá trị biểu thức a+b+c bằng.

Đáp án: -1

🗩 Lời giải.

Dặt
$$t = \sqrt{x^2 - 4x} \Rightarrow t^2 = x^2 - 4x \Rightarrow 2t \, dt = (2x - 4) \, dx = 2 (x - 2) \, dx.$$

$$\Rightarrow dx = \frac{2t \, dt}{2 (x - 2)} = \frac{t \, dt}{x - 2}.$$

$$\int (x - 2)\sqrt{x^2 - 4x} \, dx = \int t \cdot t \cdot dt = \int t^2 \, dt = \frac{1}{3} t^3 + C = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 - 4x)^3} + C$$

$$= \frac{1}{3} \left(x^2 - 4x\right) \sqrt{x^2 - 4x} + C = \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x\right) \sqrt{x^2 - 4x} + C.$$

$$\text{Vậy } a = \frac{1}{3}; \ b = -\frac{4}{3}; \ c = 0.$$

CÂU 35. Tìm a, b, c để $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$. Giá trị biểu thức a + b + c bằng

Đáp án: 3

🗭 Lời giải.

Theo định nghĩa nguyên hàm thì F'(x) = f(x).

$$F'(x) = (2ax+b)\sqrt{2x-3} + (ax^2 + bx + c)\frac{2}{2\sqrt{2x-3}}$$

$$= \frac{(2ax+b)(2x-3) + ax^2 + bx + c}{\sqrt{2x-3}}$$

$$= \frac{5ax^2 + (-6a+3b)x - 3b + c}{\sqrt{2x-3}}.$$

Từ đó ta có $\frac{5ax^2 + (-6a + 3b)x - 3b + c}{\sqrt{2x - 3}} = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}.$ Sử dụng phương pháp đồng nhất hệ số, ta được

$$\begin{cases} 5a = 20 \\ -6a + 3b = -30 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \end{cases} \\ -3b + c = 7. \end{cases}$$

CÂU 36. Hàm số $F(x)=\cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

$$\mathbf{B} f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$$

B
$$f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$$
. **C** $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.

$$\mathbf{D}f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Có $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ suy ra $F(x) = \cot x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$

CÂU 37. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

🗩 Lời giải.

Ta có $\int f(x)dx = \int (1+\sin x) dx = \int 1dx + \int \sin x dx = x - \cos x + C.$

CÂU 38. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2}$

B
$$F(x) = \frac{1}{2}(1 + \sin x) + C.$$

$$\mathbf{C}F(x) = 2\sin\frac{x}{2} + C.$$

Ta có: $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2} \Rightarrow F(x) = \int \cos^2 \frac{x}{2} dx = \int \frac{1 + \cos x}{2} dx = \frac{1}{2} \int (1 + \cos x) dx$ $=\frac{1}{2}(1+\sin x)+C.$

Chon đáp án (B)...

CÂU 39. Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

🗭 Lời giải.

$$\int f(x)dx = \int \left(1 - \frac{1}{\cos^2 x}\right)dx = x - \tan x + C.$$

CÂU 40. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

$$\mathbf{A}\sin x + 3x^2 + C.$$

$$\mathbf{B} - \sin x + 3x^2 + C.$$

$$\bigcirc \sin x + 6x^2 + C.$$

$$\bigcirc$$
 $-\sin x + C.$

Dèi giải.

Ta có $\int f(x)dx = \int (\cos x + 6x) dx = \sin x + 3x^2 + C.$

CÂU 41. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x + 3x$.

B
$$\int (2\sin x + 3x) dx = 2\cos x + 3x^2 + C.$$

P Lời giải.

$$\int (2\sin x + 3x) \, dx = -2\cos x + \frac{3}{2}x^2 + C$$

CÂU 42. Tính $\int (x - \sin x) dx$.

$$\mathbf{c} \frac{x^2}{2} - \sin x + C.$$

$$\mathbf{D}\frac{x^2}{2} + \cos x + C.$$

🗭 Lời giải.

Ta có
$$\int_{-\infty}^{\infty} (x - \sin x) dx = \frac{x^2}{2} + \cos x + C.$$

Chọn đáp án D.....

CÂU 43. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

$$\mathbf{A}x^3 + \cos x + C.$$

$$(\mathbf{D})6x - \cos x + C.$$

Lời giải.

Ta có
$$\int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C.$$

Chọn đáp án (C).....

CÂU 44. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$ là

$$\mathbf{B} - \frac{1}{r^2} - \cos x + C.$$

$$\bigcirc \ln|x| + \cos x + C.$$

$$\mathbf{D} \ln |x| - \cos x + C.$$

Dòi aiải.

Ta có
$$\int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{x} + \sin x\right) dx = \int \frac{1}{x} dx + \int \sin x dx = \ln|x| - \cos x + C.$$

Chọn đáp án (D).....

CÂU 45. Cho $\int f(x) dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

$$\mathbf{B}f(x) = -\cos x.$$

$$\bigcirc f(x) = \sin x.$$

🗩 Lời giải.

Áp dụng công thức $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$. Suy ra $f(x) = \sin x$.

Chọn đáp án (C).....

CÂU 46. Cho hàm số $f(x) = \int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

$$\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = -\frac{1}{2} \sin x + C.$$

$$\int \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \int \sin x \, dx = -\frac{1}{2} \cos x + C.$$

Chon đáp án (D)......

CÂU 47. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
a) $\int (2 + \cot^2 x) dx = x - \cot x + C.$	X	
b) $\int \left(1 - \cos^2 \frac{x}{2}\right) dx = \frac{1}{2} (x + \sin x) + C.$		X

Mệnh đề	Đ	S
c) $\int \left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^2 dx = x + \cos x + C.$		X
d) $\int \left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 dx = x - \cos x + C.$		X

🗩 Lời giải.

a) Đúng. Vì
$$\int (2 + \cot^2 x) dx$$

= $\int (1 + 1 + \cot^2 x) dx = \int (1 + \frac{1}{\sin^2 x}) dx = x - \cot x + C$.

b) Sai. Vì
$$\int \left(1 - \cos^2 \frac{x}{2}\right) dx = \int \sin^2 \frac{x}{2} dx = \int \frac{1 - \cos x}{2} dx = \frac{1}{2} (x - \sin x) + C.$$

c) Sai. Vì
$$\int \left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^2 dx = \int (1 + \sin x) dx = x - \cos x + C$$
.

d) Sai. Vì
$$\int \left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 dx = \int (1 - \sin x) dx = x + \cos x + C.$$

Chọn đáp án a đúng b sai c sai d sai

CÂU 48. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = 2024 - 2\sin^2\frac{x}{2}$. Hệ số của biến x là

Đáp án: 2023

🗩 Lời giải.

$$\Rightarrow F(x) = \int \left(2024 - 2\sin^2\frac{x}{2}\right) dx = \int (2023 + \cos x) dx = 2023x - \sin x + C.$$

CÂU 49. Tìm nguyên hàm
$$F(x)$$
 của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} == a \cot x + C$. Giá trị a là

 \int Đáp án: -4

🗭 Lời giải.

Ta có
$$\frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{1}{\left(\sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{\sin x}{2}\right)^2} = \frac{4}{\sin^2 x}$$

$$F(x) = \int f(x) \, dx = \int \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} \, dx = \int \frac{4}{\sin^2 x} = -4 \cot x + C.$$

CÂU 50. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^2-2x+\frac{1}{2}\tan^2x=\frac{x^3}{a}+bx^2+\frac{1}{c}x+d\tan x+C$. Giá trị của a+b+c+d là

Đáp án: 6,5

🗩 Lời giải.

$$F(x) = \int f(x) dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{1}{2}\tan^2 x\right) dx = \int \left(\frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{1}{2}\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right) dx$$

$$= \int \left[\frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{1}{2}\left(\frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x}\right)\right] dx = \int \left[\frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right)\right] dx$$

$$= \frac{x^3}{9} - x^2 + \frac{1}{2}(\tan x - x) + C = \frac{x^3}{9} - x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\tan x + C.$$

CÂU 51. Tính $I=\int x\left(1-\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{2}\right)\,\mathrm{d}x$. Hệ số của hạng tử $\cos x$ của I là

Đáp án: -1

🗭 Lời giải.

Đáp án: Ta có
$$x\left(1-\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{2}\right)=x\left(1-\frac{1-\cos x}{4}\right)=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}x\cos x.$$

$$\int x\left(1-\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{2}\right)\,\mathrm{d}x=\int\left(\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}x\cos x\right)\,\mathrm{d}x=\int\frac{3}{4}x\,\mathrm{d}x+\int\frac{1}{4}x\cos x\,\mathrm{d}x$$

$$=\frac{3}{8}x^2+C_1+\frac{1}{4}\int x\cos x\,\mathrm{d}x.$$
Dặt
$$\begin{cases} u=x\Rightarrow\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ dv=\cos x\,\mathrm{d}x\Rightarrow v=\sin x. \end{cases}$$
Sử dụng phương pháp tích phân từng phần, ta có
$$\int x\cos x\,\mathrm{d}x=x\sin x+\int\sin x\,\mathrm{d}x=x\sin x-\cos x+C_2.$$
Vây
$$\int x\left(1-\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{2}\right)\,\mathrm{d}x=\frac{3}{8}x^2+x\sin x-\cos x+C.$$

CÂU 52. Tính $\int x^2 \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{\tan^2 x}{x^2}\right) \, \mathrm{d}x = \frac{x^m}{n} + \frac{x^p}{q} + x + r \tan x + C.$ Giá trị biểu thức $P = \frac{m}{n} + \frac{p}{q} + 2r$ là

Đáp án: 0

🗭 Lời giải.

$$\int x^2 \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{\tan^2 x}{x^2} \right) dx = \int \left(x^2 + x - \tan^2 x \right) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - (\tan x - x) + C$$
$$= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x - \tan x + C.$$

CÂU 53. Tính $T = \int x \left(2024 - \frac{1}{x^3} + \frac{\sin x}{x} \right) dx$. Hệ số của hạng tử $\cos x$ của T là

Đáp án: -1

🗩 Lời giải.

$$\int x \left(2024 - \frac{1}{x^3} + \frac{\sin x}{x} \right) dx = \int \left(2024x - \frac{1}{x^2} + \sin x \right) dx = 1012x^2 + \frac{1}{x} - \cos x + C.$$

CÂU 54. Tính
$$R = \int x^3 \left[\frac{\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^2}{x^3} - 2x + \frac{1}{x^{2024}} \right] dx = ax + b\cos x + cx^5 - \frac{1}{d \cdot x^{2020}} + C.$$
 Giá trị $a + b + c + d + 7$

là (làm tròn đến hàng đơn vị)

Đáp án: 2025

Dèi giải.

Ta có

$$x^{3} \left[\frac{\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^{2}}{x^{3}} - 2x + \frac{1}{x^{2024}} \right] = \left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^{2} - 2x^{4} + x^{-2021}$$

$$= \sin^{2}\frac{x}{2} + \cos^{2}\frac{x}{2} + 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} - 2x^{4} + x^{-2021}$$

$$= 1 + 2\sin x - 2x^{4} + x^{-2021}.$$

Khi đó

$$\int x^3 \left[\frac{\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^2}{x^3} - 2x + \frac{1}{x^{2024}} \right] dx = \int \left(1 + 2\sin x - 2x^4 + x^{-2021}\right) dx$$
$$= x - 2\cos x - \frac{2}{5}x^5 - \frac{1}{2020x^{2020}} + C.$$

CÂU 55. Tính
$$\int x^2 \left[\frac{1}{x^2 \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{3}{x^3} - \frac{4}{x^4} \right] dx = a \cot x + b \ln|x| + \frac{c}{x} + C$$
. Giá trị $a + b + c$ là

Đáp án: 3

🗩 Lời giải.

$$\frac{\text{Ta có}}{\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{1}{\left(\sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{\sin x}{2}\right)^2} = \frac{4}{\sin^2 x}.$$

$$x^2 \left[\frac{1}{x^2 \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{3}{x^3} - \frac{4}{x^4} \right] = \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2} = \frac{4}{\sin^2 x} + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2}.$$

$$\int x^2 \left[\frac{1}{x^2 \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{3}{x^3} - \frac{4}{x^4} \right] dx = \int \left(\frac{4}{\sin^2 x} + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2} \right) dx$$
$$= -4 \cot x + 3 \ln|x| + \frac{4}{x} + C.$$

CÂU 56. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ là hàm số nào sau đây?

VNPmath - 0962940819

$$\mathbf{A}$$
 $3e^x + C$.

$$\bigcirc \frac{1}{3}e^x + C.$$

$$\mathbf{D} 3e^{3x} + C.$$

🗩 Lời giải.

Cách 1:
$$\int e^{3x} dx = \int (e^3)^x dx = \frac{(e^3)^x}{\ln e^3} + C = \frac{e^{3x}}{3} + C.$$

Cách 2 (Trắc nghiệm): $\int e^{3x} dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C$, với C là hằng số bất kì.

Chọn đáp án (B).....

CÂU 57. Nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x-1}$ là

$$\bigcirc 2e^{2x-1} + C.$$

$$\frac{1}{2}e^{2x-1} + C.$$

🗩 Lời giải.

Cách 1:
$$\int_{a}^{b} e^{2x-1} dx = \int_{a}^{b} e^{-1} (e^{2})^{x} dx = e^{-1} \frac{(e^{2})^{x}}{\ln e^{2}} + C = \frac{e^{2x-1}}{2} + C.$$

Cách 2:
$$\int e^{2x-1} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x-1} d(2x-1) = \frac{1}{2} e^{2x-1} + C.$$

Chon đáp án (C)....

CÂU 58. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

P Lời giải.

Ta có
$$\int f(x) dx = \int (e^x + 2) dx = e^x + 2x + C.$$

CÂU 59. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

Ta có
$$\int f(x) dx = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C.$$

Chọn đáp án (A).....

CÂU 60. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

₽ Lời giải.

Ta có
$$\int 7^x \, \mathrm{d}x = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$$

CÂU 61. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là

$$\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$$

🗩 Lời giải.

Ta có
$$\int 2^x \, \mathrm{d}x = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$$

Chọn đáp án (C)...

CÂU 62. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{-x}$ là

$$-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$$

B)
$$-3^{-x} + C$$
.

$$(\mathbf{c}) - 3^{-x} \ln 3 + C.$$

$$\bigcirc \frac{3^{-x}}{\ln 3} + C.$$

Ta có
$$\int 3^{-x} dx = \int (3^{-1})^x dx = -\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C.$$

CÂU 63. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x + 2x$.

A
$$\int (3^x + 2x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x^2 + C.$$
C $\int (3^x + 2x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x + C.$

$$(3^{x} + 2x) dx = \frac{3^{x}}{\ln 3} + x + C$$

□ Lời aiải.

Ta có
$$\int (3^x + 2x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x^2 + C.$$

Chọn đáp án (A).

CÂU 64. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2x$ là

$$(\mathbf{A})e^x + x^2 + C.$$

$$\bigcirc \frac{1}{x+1}e^x - x^2 + C.$$
 $\bigcirc e^x - 2 + C.$

$$\bigcirc e^x - 2 + C.$$

🗭 Lời giải.

Ta có
$$\int (e^x - 2x) dx = e^x - x^2 + C$$
.

Chọn đáp án (B).....

CÂU 65. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2017 - \frac{2018e^{-x}}{r^5} \right)$.

B
$$\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C.$$

🗩 Lời giải.

$$\int f(x) dx = \int e^x \left(2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right) dx$$
$$= \int \left(2017e^x - \frac{2018}{x^5} \right) dx$$
$$= 2017e^x + \frac{504.5}{x^4} + C$$

Chọn đáp án (C)...

CÂU 66. Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right)$ là

$$\bigcirc 2e^x - \frac{1}{\cos x} + C.$$

🗭 Lời giải.

Ta có
$$\int y \, dx = \int e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) \, dx = \int \left(2e^x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) \, dx = 2e^x + \tan x + C.$$

Chọn đáp án (A)....

CÂU 67. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.

CÂU 67. Tìm họ nguyên hàm của l
$$\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$$
C
$$\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$$
D Lời giải.

$$\frac{3}{3} - \frac{3}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$$

$$\frac{\mathbf{B}}{3} \frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$$

Ta có
$$\int \left(x^2 - 3^x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$$

Chọn đáp án (C)...

CÂU 68. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A)
$$\int e^x dx = xe^x + C$$
. (B) $\int e^x dx = e^{x+1} + C$. (C) $\int e^x dx = -e^{x+1} + C$. (D) $\int e^x dx = e^x + C$.

🗅 Lời giải.

Ta có
$$\int e^x dx = e^x + C$$
.

Chọn đáp án (D)....

CÂU 69. Cho hàm số $f(x) = 1 + e^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

B
$$\int f(x) dx = x + 2e^{2x} + C$$
.

$$\bigcirc$$
 $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C.$

🗩 Lời giải.

Ta có
$$\int (1 + e^{2x}) dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C.$$

Chọn đáp án \bigcirc

CÂU 70. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
$\mathbf{a)} \int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln x + C.$		X
$\mathbf{b)} \int \frac{1}{\cos^2 x} \mathrm{d}x = \tan x + C.$	X	

Mệnh đề	Đ	\mathbf{S}
$\mathbf{c)} \int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x + C.$	X	
$\mathbf{d}) \int e^x \mathrm{d}x = e^x + C.$	X	

🗩 Lời giải.

a) Ta có
$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$
.

b) Ta có
$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$$

c) Ta có
$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$$
.

d) Ta có
$$\int e^x dx = e^x + C$$
.

Chọn đáp án a sai b đúng c đúng d đúng

CÂU 71. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
$\mathbf{a)} \int \cos x \mathrm{d}x = \sin x + C.$	X	
b) $\int x^e \mathrm{d}x = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C.$	X	

Mệnh đề	Đ	S
$\mathbf{c)} \int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln x + C.$	X	
d) $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.		X

🗩 Lời giải.

a) Ta có
$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$
.

b) Ta có
$$\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$$

c) Ta có
$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$
.

$$\mathbf{d)} \text{ Ta có } \int e^x \, \mathrm{d}x = e^x + C.$$

Chọn đáp án a đúng b đúng c đúng d sai

CÂU 72. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\int 2^x dx = 2^x \ln 2 + C$.		X
b) $\int e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} + C.$	X	

Mệnh đề	Ð	S
c) $\int e^x (e^x - 1) dx = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x + C.$		X
d) $\int e^{3x} \cdot 3^x dx = \frac{(3e^3)^x}{3 + \ln 3} + C.$	X	

🗩 Lời giải.

a) Ta có
$$\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$$
.

b) Ta có
$$\int e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} + C$$

c) Ta có
$$\int e^x (e^x - 1) dx = \int (e^{2x} - e^x) dx = \frac{1}{2} e^{2x} - e^x + C.$$

d) Ta có
$$\int e^{3x} \cdot 3^x \, dx = \int (3e^3)^x \, dx = \frac{(3e^3)^x}{\ln(3e^3)} + C = \frac{(3e^3)^x}{3 + \ln(3)} + C.$$

Chọn đáp án a sai b đúng c sai d đúng

CÂU 73. Biết rằng
$$\int (2^x + 3^x) dx = \frac{2^x}{\ln a} + \frac{3^x}{\ln b} + C$$
, $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $P = a + b$.

Đáp án: 5

Ta có
$$\int (2^x + 3^x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C.$$

CÂU 74. Cho $\int e^{3x+2024} \, \mathrm{d}x = \frac{a}{b} e^{cx+d} + C$ với $a,b,c,d \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giãn . Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{a}{b} e^{x}$

Đáp án: 2025

🗩 Lời giải.

Ta có
$$\int e^{3x+2024} dx = \frac{1}{3}e^{3x+2024} + C.$$

Do đó $a=1,\,b=3,\,c=3,\,d=2024 \Rightarrow P=a+b-c+d=1+3-3+2024=2025.$

CÂU 75. Biết rằng $\int 3^{x+2} \cdot 2^{2x+1} dx = \frac{a \cdot 12^x}{b \ln 2 + c \ln 3} + C$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{a}{b+c}$.

Đáp án: 6

Ta có
$$\int 3^{x+2} \cdot 2^{2x+1} dx = \int 3^2 \cdot 3^x \cdot 2 \cdot 4^x dx = \int 18 \cdot 12^x dx = 18 \cdot \frac{12^x}{\ln 12} + C = \frac{18 \cdot 12^x}{2 \ln 2 + \ln 3} + C.$$

Do đó $a = 18, b = 2, c = 1 \Rightarrow P = \frac{a}{b+c} = \frac{18}{2+1} = 6.$

CÂU 76. Biết rằng $\int (3^x + 5^x)^2 dx = \frac{9^x}{a \ln 3} + \frac{30^x}{b \ln 5 + c \ln 2 + d \ln 3} + \frac{25^x}{e \ln 5} + C$. Tính giá trị của biểu thức P = a + b + c + d + e.

Đáp án: 7

🗭 Lời giải.

$$\int (3^{x} + 5^{x}) dx = \int (9^{x} + 30^{x} + 25^{x}) dx$$

$$= \frac{9^{x}}{\ln 9} + \frac{30^{x}}{\ln 30 + \ln 25} + C$$

$$= \frac{9^{x}}{2 \ln 3} + \frac{30^{x}}{\ln 5 + \ln 2 + \ln 3} + \frac{25^{x}}{2 \ln 5} + C.$$

Do đó $a=2,\,b=c=d=1,\,e=2\Rightarrow P=a+b+c+d+e=7.$

CÂU 77. Cho $\int \frac{e^{3x}+1}{e^x+1} \, \mathrm{d}x = \frac{a}{b} e^{2x} + c e^x + dx + C \text{ với } a,b,c,d \in \mathbb{Z} \text{ và } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giãn. Tính giá trị của biểu thức}$ $P = a^2 + b^2 + c^2 + d^2.$

Đáp án: 7

₽ Lời giải

Ta có
$$\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx = \int \frac{(e^x + 1)(e^{2x} - e^x + 1)}{e^x + 1} dx = \int (e^{2x} - e^x + 1) dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x + C.$$

Do đó $a = d = 1, b = 2, c = -1 \Rightarrow P = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 7.$

CÂU 78. Biết rằng $\int (e^x + e^{-x})^2 dx = \frac{1}{m}e^{2x} + \frac{1}{n}e^{-2x} + px + C$ với $m, m, p \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức P = m + n + p.

Đáp án: 2

Ta có
$$\int (e^x + e^{-x})^2 dx = \int (e^{2x} + e^{-2x} + 2) dx = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{2x} + 2x + C.$$

Do đó $m = p = 2, n = -2 \Rightarrow P = m + n + p = 2.$

CÂU 79. Biết rằng $\int \frac{e^{2x}-1}{1-e^{-x}} dx = \frac{1}{m}e^{nx} + pe^x + C$ với $m, m, p \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức P = m + n - p.

Đáp án: 5

Ta có
$$\int \frac{e^{2x} - 1}{1 - e^{-x}} dx = \int \frac{e^x (e^x - 1)(e^x + 1)}{e^x - 1} dx = \int e^x (e^x - 1) dx$$

= $\int (e^{2x} - e^x) dx = \frac{1}{2} e^{2x} - e^x + C$.

Do đó $m = n = 2, p = -1 \Rightarrow P = m + n - p = 5.$

CÂU 80. Biết rằng $F(x) = (ax+b) \cdot e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (4x-1) \cdot e^x$. Tính giá trị biểu thức P = a+b. Đáp án: -1

Dòi giải.

Ta có
$$F'(x) = a \cdot e^x + (ax+b) \cdot e^x = e^x (ax+a+b)$$
.
Mà $F'(x) = f(x) \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a+b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -5. \end{cases}$

CÂU 81. Biết rằng $F(x) = 8e^x + \frac{na^x}{\ln a} + p\cos x$ (với $m, n, p \in \mathbb{Z}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = me^x + 2a^x - 2\sin x$. Tính giá trị của biểu thức P = m + n + p.

Đáp án: 12

D Lời giải.

Ta có
$$F'(x) = 8e^x + \frac{na^x}{\ln a} \cdot \ln a - p \sin x = 8e^x + na^x - p \sin x.$$

Mà $F'(x) = f(x) \Rightarrow m = 8, n = 2, p = 2.$
Vây $P = m + n + p = 12.$

CÂU 82. Biết rằng $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{-2x}$ (với $a,b,c\in\mathbb{R}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(-2x^2+8x-7)e^{-2x}$ Tính giá tri biểu thức P = a + b + c.

Đáp án: -7

$$\begin{array}{l} \text{$ \square$ \textbf{L\'oi gi\'ai.} \\ \text{Ta c\'o } F'(x) = (2ax+b)e^{-2x} - 2(ax^2+bx+c)e^{-2x} = \left[-2ax^2+2(a-b)x+b-2c\right]e^{-2x}. \\ \text{Mà } F'(x) = f(x) \Rightarrow \begin{cases} -2a = -2 \\ 2(a-b) = 8 \Rightarrow \\ b - 2c = 7 \end{cases} \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = -5. \end{cases} \\ \text{Vậy } P = a+b+c = 1-3-5 = -7. \end{array}$$

Dang 2. Tìm nguyên hàm khi biết giá tri nguyên hàm

Phương pháp: Tìm $F(x) = \int f(x) dx$. Sau đó dựa vào $F(x_0) = a$ để suy ra C.

CÂU 1. Hàm số F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn F(-2) = 0. Khẳng định nào sau đây đúng?

$$(A) F(x) = \ln\left(-\frac{x}{2}\right), \forall x \in (-\infty; 0).$$

$$(\mathbf{B})F(x) = \ln|x| + C, \forall x \in (-\infty; 0)$$
 với C là một số thực bất kì.

$$\mathbf{D} F(x) = \ln(-x) + C, \forall x \in (-\infty; 0)$$
 với C là một số thực bất kì.

D Lời giải.

Ta có
$$F(x) = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C = \ln(-x) + C, \forall x \in (-\infty; 0).$$

Lại có
$$F(-2) = 0 \Rightarrow \ln 2 + C = 0 \Rightarrow C = -\ln 2$$
.

Do đó
$$F(x) = \ln(-x) - \ln 2 = \ln\left(-\frac{x}{2}\right)$$
.

Chọn đáp án (A).....

CÂU 2. Biết F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và F(0) = 0. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

(A) 2.

(B)6.

 $(\mathbf{C})8.$

 $(\mathbf{D})4.$

Ta có
$$F(x) = \int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C.$$

Lai có
$$F(0) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{2}$$
.

Do đó
$$F(\ln 3) = \frac{1}{2}e^{2\ln 3} - \frac{1}{2} = 4.$$

Chọn đáp án \bigcirc D.....

CÂU 3. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = 2^x + x + 1$. Biết F(0) = 1. Giá trị của F(-1) bằng $\mathbf{F}(-1) = \frac{1}{2 \ln 2}$. $\mathbf{E} F(-1) = \frac{1}{2 \ln 2}$. $\mathbf{E} F(-1) = 1 + \frac{1}{2 \ln 2}$. $\mathbf{E} F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\ln 2}$.

$$(A) F(-1) = \frac{1}{2 \ln 2}.$$

$$\mathbf{B}F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\ln 2}.$$

$$\mathbf{C}F(-1) = 1 + \frac{1}{2\ln 2}.$$

$$\mathbf{D}F(-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\ln 2}.$$

■ Lời giải.

Ta có
$$F(x) = \int (2^x + x + 1) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + x + C.$$

Lai có
$$F(0) = 1 \Rightarrow \frac{1}{\ln 2} + C = 1 \Rightarrow C = 1 - \frac{1}{\ln 2}$$
.

Lại có
$$F(0) = 1 \Rightarrow \frac{1}{\ln 2} + C = 1 \Rightarrow C = 1 - \frac{1}{\ln 2}.$$

Do đó $F(-1) = \frac{1}{2\ln 2} + \frac{1}{2} - 1 + 1 - \frac{1}{\ln 2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\ln 2}.$

CÂU 4. Tìm nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thoả mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

$$(\mathbf{A})F(x) = -\cos x + \sin x + 3.$$

$$\mathbf{B})F(x) = -\cos x + \sin x - 1.$$

$$\mathbf{C}F(x) = -\cos x + \sin x + 1.$$

$$(\mathbf{D})F(x) = \cos x - \sin x + 3.$$

Dòi giải.

Ta có
$$F(x) = \int (\sin x + \cos x) dx = -\cos x + \sin x + C.$$

Lại có
$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Rightarrow -\cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2} + C = 2 \Rightarrow C = 1.$$

Do đó
$$F(x) = -\cos x + \sin x + 1$$
.

CAU 5. Cho
$$F'(x)$$
 là một nguyên hàm của hàm

$$(A) F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}.$$

$$\mathbf{B}F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}.$$

$$\mathbf{D}F(x) = e^x + x^2 - \frac{1}{2}$$

🗭 Lời giải.

Ta có
$$F(x) = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C.$$

Lại có
$$F(0) = \frac{3}{2} \Rightarrow 1 + C = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{1}{2}$$
.

Do đó
$$F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$$
.

CÂU 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{khi} & x \ge 1 \\ 3x^2 - 2 & \text{khi} & x < 1 \end{cases}$, giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb R$ thỏa mãn F(0) = 2. Giá trị của

$$F(-1) + 2F(2)$$
 bằng

🗩 Lời giải.

Ta có
$$\int (2x-1) dx = x^2 - x + C_1$$
 và $\int (3x^2 - 2) dx = x^3 - 2x + C_2$.

Ta có
$$\int (2x-1) dx = x^2 - x + C_1$$
 và $\int (3x^2 - 2) dx = x^3 - 2x + C_2$.
Suy ra $F(x) = \int f(x) dx = \begin{cases} x^2 - x + C_1 & \text{khi} & x \ge 1 \\ x^3 - 2x + C_2 & \text{khi} & x < 1. \end{cases}$ Lại có $F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2$.

Mặt khác hàm số F là nguyên hàm của f trên $\mathbb R$ nên y=F(x) liên tục tại x=1.

Suy ra
$$\lim_{x \to 1^+} F(x) = \lim_{x \to 1^-} F(x) \Rightarrow C_1 = 1$$
.
Khi đó ta có $F(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{khi } x \ge 1 \\ x^3 - 2x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F(-1) = 3 \\ F(2) = 3. \end{cases}$

Vậy F(-1) + 2F(2) = 9.

CÂU 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1. \end{cases}$ Giả sử Flà nguyên hàm của hàm số f trên $\mathbb R$ thỏa mãn F(0)=2. Giá

trị của F(-1) + 2F(2) bằng

🗩 Lời giải.

Khi
$$x \ge 1$$
 thì $F(x) = \int f(x) dx = \int (2x+3) dx = x^2 + 3x + C_1$.

Khi
$$x < 1$$
 thì $F(x) = \int f(x) dx = \int (3x^2 + 2) dx = x^3 + 2x + C_2$.

Theo giả thiết $F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2$.

Ta có $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = f(1) = 5$ nên hàm số f(x) liên tục tại x=1.

Suy ra hàm số f(x) liên tục trên \mathbb{R} .

Do đó hàm số F(x) liên tục trên $\mathbb{R} \Rightarrow \lim_{x \to 1^+} F(x) = \lim_{x \to 1^-} F(x) \Rightarrow C_1 + 4 = C_2 + 3 \Rightarrow C_1 = 1$.

Vậy $F(-1) + 2F(2) = -3 + C_2 + 2(10 + C_1) = 21$.

Chon đáp án (D).....

CÂU 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+2 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+1 & \text{khi } x < 1. \end{cases}$ Giả sử F là nguyên hàm của hàm số f trên $\mathbb R$ thỏa mãn F(0) = 2. Giá

trị của F(-1) + 2F(2) bằng

(A) 18.

(B)20.

(C)9.

(D)24.

P Lời giải.

 $F \text{ là nguyên hàm của } f \text{ trên } \mathbb{R} \text{ nên } F(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + C_1 & \text{khi } x \ge 1 \\ x^3 + x + C_2 & \text{khi } x < 1. \end{cases}$

Ta có $F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2$. (1)

Do *F* liên tục tại x = 1 nên $\lim_{x \to 1^+} F(x) = \lim_{x \to 1^-} F(x) = F(1)$.

$$\Leftrightarrow C_1 + 3 = C_2 + 2 \stackrel{\text{(1)}}{\Leftrightarrow} C_1 + 3 = 4 \Leftrightarrow C_1 = 1.$$
 Do đó
$$F(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & \text{khi } x \ge 1 \\ x^3 + x + 2 & \text{khi } x < 1. \end{cases}$$

Suy ra F(-1) + 2F(2) = 18.

Chọn đáp án (A).....

CÂU 9. Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và f(1) = 3. Biết F(x) là nguyên hàm của f(x) thỏa mãn F(0) = 2, khi đó F(1) bằng

(A) - 3.

 $(\mathbf{C})2.$

 $(\mathbf{D})7.$

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) = 4x^3 + 2x + C_1.$

Mà $f(1) = 3 \Rightarrow 3 = 6 + C_1 \Rightarrow C_1 = -3 \Rightarrow f(x) = 4x^3 + 2x - 3 \Rightarrow F(x) = x^4 + x^2 - 3x + C_2$.

Lại có $F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2 \Rightarrow F(x) = x^4 + x^2 - 3x + 2$.

Do đó F(1) = 1.

Cách khác:

Ta có
$$F(1) = \int_{0}^{1} f(x) dx + F(0) = \int_{0}^{1} (4x^{3} + 2x - 3) dx + 2 = -1 + 2 = 1.$$

Chọn đáp án (B).....

CAU 10. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và f(0) = 10. Mệnh đề nào dưới đây **đúng?**

(A) $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$. (B) $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$. (C) $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$. (D) $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$.

🗩 Lời giải.

Ta có $f(x) = \int (3 - 5\sin x) dx = 3x + 5\cos x + C$.

Theo giả thiết f(0) = 10 nên $5 + C = 10 \Rightarrow C = 5$.

 $V_{\text{ay}} f(x) = 3x + 5\cos x + 5.$

Chọn đáp án (C).....

CÂU 11. Hàm số f(x) có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = 2e^{2x} + 1, \forall x; f(0) = 2$. Hàm f(x) là

 $(A) y = 2e^x + 2x.$

(B) $y = 2e^x + 2$.

 $(\mathbf{C})y = e^{2x} + x + 2.$

Dòi giải.

Ta có $\int f'(x) dx = \int (2e^{2x} + 1) dx = e^{2x} + x + C.$

Suy ra $f(x) = e^{2x} + x + C$.

Theo bài ra ta có $f(0) = 2 \Rightarrow 1 + C = 2 \Leftrightarrow C = 1$.

Vây $f(x) = e^{2x} + x + 1$.

Chọn đáp án (D).....

CÂU 12. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f'(x) = 2 - 5\sin x$ và f(0) = 10. Mệnh đề nào dưới đây **đúng?**

 $(\mathbf{A}) f(x) = 2x + 5\cos x + 3.$ **(B)** $f(x) = 2x - 5\cos x + 15$. **(C)** $f(x) = 2x + 5\cos x + 5$. **(D)** $f(x) = 2x - 5\cos x + 10$.

🗩 Lời giải.

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2 - 5\sin x) dx = 2x + 5\cos x + C.$

Mà f(0) = 10 nên $5 + C = 10 \Rightarrow C = 5$.

Vậy $f(x) = 2x + 5\cos x + 5$.

Chọn đáp án (C).....

CÂU 13. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f'(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}$, f'(1) = 3, f(1) = 2, $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$. Khi đó 2a + b bằng

🗩 Lời giải.

Ta có $f'(1) = 3 \Rightarrow a + b = 3$. (1)

Hàm số có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$, các điểm $x = 1, x = \frac{1}{2}$ đều thuộc $(0; +\infty)$ nên

 $f(x) = \int f'(x) dx = \int (ax^2 + \frac{b}{x^3}) dx = \frac{ax^3}{3} - \frac{b}{2x^2} + C.$

 $(2) f(1) = 2 \Rightarrow \frac{a}{2} - \frac{b}{2} + C = 2.$ (2)

 $\Theta f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{a}{24} - 2b + C = -\frac{1}{12}.$ (3)

 $\text{Từ (1), (2) và (3) ta được hệ phương trình } \begin{cases} a+b=3 \\ \frac{a}{3}-\frac{b}{2}+C=2 \\ \frac{a}{24}-2b+C=-\frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ C=\frac{11}{6} \end{cases}$

Vậy $2a + b = 2 \cdot 2 + 1 = 5$

Chọn đáp án (C).....

CÂU 14. Tìm một nguyên hàm F(x) của hàm số $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ $(x \neq 0)$, biết rằng F(-1) = 1, F(1) = 4, f(1) = 0.

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int \left(ax + \frac{b}{r^2} \right) dx = \frac{1}{2}ax^2 - \frac{b}{r} + C.$

Theo bài ra $\begin{cases} F(-1) = 1 \\ F(1) = 4 \\ f(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a + b + C = 1 \\ \frac{1}{2}a - b + C = 4 \\ \frac{3}{2}a - \frac{3}{2}a -$

Vây $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2x} + \frac{7}{4}$.

Chọn đáp án \bigcirc ...

CÂU 15. Cho hàm số f(x) xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{x+1}{x^2}, f(-2)=\frac{3}{2}$ và $f(2)=2\ln 2-\frac{3}{2}$. Giá trị của biểu

thức f(-1) + f(4) bằng $\underbrace{6 \ln 2 - 3}_{4}.$

B $\frac{6 \ln 2 + 3}{4}$.

 $\frac{8 \ln 2 + 3}{4}$.

Có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{x+1}{x^2} dx = \ln x - \frac{1}{x} + C.$

Tìm được $f(x) = \begin{cases} \ln|x| - \frac{1}{x} + C_1 & \text{khi } x < 0 \\ \ln|x| - \frac{1}{x} + C_2 & \text{khi } x > 0. \end{cases}$

Do $f(-2) = \frac{3}{2} \Rightarrow \ln 2 + \frac{1}{2} + C_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow C_1 = 1 - \ln 2$.

Do $f(2) = 2 \ln 2 - \frac{3}{2} \Rightarrow \ln 2 - \frac{1}{2} + C_2 = 2 \ln 2 - \frac{3}{2} \Rightarrow C_2 = \ln 2 - 1.$

Suy ra
$$f(x) = \begin{cases} \ln|x| - \frac{1}{x} + 1 - \ln 2 & \text{khi } x < 0 \\ \ln|x| - \frac{1}{x} + \ln 2 - 1 & \text{khi } x > 0. \end{cases}$$

Vây
$$f(-1) + f(4) = (2 - \ln 2) + \left(\ln 4 - \frac{1}{4} + \ln 2 - 1\right) = \frac{8 \ln 2 + 3}{4}.$$

Chon đáp án (C)......

CÂU 16. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Một nguyên hàm F(x) của hàm số f(x) thỏa mãn F(0) = 2024. Biết F(x) = 2024. $ax^2 + be^x + c$, giá trị của a + b + c là

Đáp án: 2025

🗭 Lời giải.

Ta có
$$\int f(x) dx = \int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C.$$

Có
$$F(x)$$
 là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 2024$.
Tìm được
$$\begin{cases} F(x) = x^2 + e^x + C \\ F(0) = 2024 \end{cases} \Rightarrow 1 + C = 2024 \Leftrightarrow C = 2023.$$

Vậy a + b + c = 2025.

CÂU 17. Cho F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 1$ biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. Tính giá trị của $F(\pi)$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Đáp án: 4,48

Dòi giải.

$$F(x) = \int (\sin x + 1) dx = x - \cos x + C.$$

Do
$$F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{6} - \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + C = 0 \Leftrightarrow C = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$$
.

Suy ra
$$F(x) = x - \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$$
.

Vâv $F(\pi) = 4.48$.

CÂU 18. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = (5x+3)^5$. Biết F(1) = 0. Tính giá trị của $\sqrt{|F(0)|}$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Đáp án: 93,3

D Lời giải.

Ta có
$$F(x) = \int f(x) dx = \int (5x+3)^5 dx = \frac{(5x+3)^6}{30} + C.$$

Do
$$F(1) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{(5 \cdot 1 + 3)^6}{30} + C \Rightarrow C = -\frac{131072}{15}$$
.
Suy ra $F(x) = \frac{(5x + 3)^6}{30} - \frac{131072}{15}$.
Do đó $F(0) = \frac{(5 \cdot 0 + 3)^6}{30} - \frac{131072}{15} = -\frac{52283}{6}$.

Suy ra
$$F(x) = \frac{(5x+3)^6}{20} - \frac{131072}{15}$$
.

Do đó
$$F(0) = \frac{(5 \cdot 0 + 3)^6}{30} - \frac{131072}{15} = -\frac{52283}{6}$$

CÂU 19. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = x^3 - 4x + 5$. Biết F(1) = 3. Tính |F(0)|.

Đáp án: 0,25

♣ Lời aiải.

Ta có
$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x^3 - 4x + 5) dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 5x + C.$$

Do
$$F(1) = 3 \Rightarrow 3 = \frac{1^4}{4} - 2 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 + C \Rightarrow C = -\frac{1}{4}$$
.

Suy ra
$$F(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 5x - \frac{1}{4}$$
.

CÂU 20. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = 3 - 5\cos x$. Biết $F(\pi) = 2$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Đáp án: -7,7

Lời giải.

Ta có
$$F(x) = \int f(x) dx = \int (3 - 5\cos x) dx = 3x - 5\sin x + C$$
.
Do $F(\pi) = 2 \Rightarrow 2 = 3\pi - 5\sin \pi + C \Rightarrow C = -3\pi + 2$.
Suy ra $F(x) = 3x - 5\sin x - 3\pi + 2$.

 $Vay F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -7.7.$

CÂU 21. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{3-5x^2}{x}$. Biết F(e) = 1. Tính F(2). (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Đáp án: 8,55

🗩 Lời giải.

Hàm số
$$f(x) = \frac{3-5x^2}{x} = \frac{3}{x} - 5x$$
.
Có $F(x) = \int f(x) dx = \int \left(\frac{3}{x} - 5x\right) dx = 3\ln|x| - \frac{5}{2}x^2 + C$.
Do $F(e) = 1 \Rightarrow 1 = 3\ln|e| - \frac{5}{2}e^2 + C \Rightarrow C = \frac{5}{2}e^2 - 2$.
Suy ra $F(x) = 3\ln|x| - \frac{5}{2}x^2 + \frac{5}{2}e^2 - 2$.
Vây $F(2) = 8,55$.

CÂU 22. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$. Biết $F(1) = \frac{3}{2}$. Tính F(-1).

Đáp án: 1,5

🗩 Lời giải.

Hàm số
$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x} = x + \frac{1}{x}$$
.
Có $F(x) = \int f(x) dx = \int \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x| + C$.
Do $F(1) = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1^2}{2} + \ln|1| + C \Rightarrow C = 1$.
Suy ra $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x| + 1$.
Vậy $F(-1) = \frac{(-1)^2}{2} + \ln|-1| + 1 = \frac{3}{2} = 1,5$.

CÂU 23. Cho F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^3-1}{x^2}$. Biết F(-2)=0. Tính giá trị của F(2).

Đáp án: 1

🗩 Lời giải.

Hàm số
$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2} = x - \frac{1}{x^2}$$
.
Có $F(x) = \int f(x) dx = \int \left(x - \frac{1}{x^2}\right) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + C$.
Do $F(-2) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{(-2)^2}{2} + \frac{1}{(-2)} + C \Rightarrow C = -\frac{3}{2}$.
Suy ra $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{3}{2}$.
Vậy $F(2) = 1$.

CÂU 24. Cho F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$. Biết F(1) = -2. Tính F(0).

Đáp án: -4,4

🗩 Lời giải.

Hàm số
$$f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}$$
.
Có $F(x) = \int f(x) dx = \int \left(x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}\right) dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + 2\sqrt{x} + C$.
Do $F(1) = -2 \Rightarrow -2 = \frac{2}{5} \cdot 1^{\frac{5}{2}} + 2\sqrt{1} + C \Rightarrow C = -\frac{22}{5}$.
Suy ra $F(x) = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + 2\sqrt{x} - \frac{22}{5}$.
Vậy $F(0) = -4,4$.

CÂU 25. Cho F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 1$. Biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. Tính F(-1). (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Đáp án: -1,2

Dòi qiải.

Ta có
$$F(x) = \int f(x) dx = \int (\sin x + 1) dx = -\cos x + x + C.$$

Do $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow 0 = -\cos\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + C \Rightarrow C = -\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$
Suy ra $F(x) = -\cos x + x - \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$

CÂU 26. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x)=2024-\sin^2\frac{x}{2}$. Biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2025$. Tính $\sqrt{|F(0)|}$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Đáp án: 34

🗩 Lời giải.

Vây F(-1) = -1,2.

$$\begin{split} & \text{H\`{a}m s\'{o}} \ f(x) = 2024 - \sin^2\frac{x}{2} = 2024 - \frac{1-\cos x}{2} = \frac{4047 + \cos x}{2}. \\ & \text{C\'{o}} \ F(x) = \int f(x) \, \mathrm{d}x = \int \left(\frac{4047 + \cos x}{2}\right) \, \mathrm{d}x = \frac{1}{2}(4047x + \sin x) + C. \\ & \text{Do} \ F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2025 \Rightarrow 2025 = \frac{1}{2}(4047 \cdot \frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}) + C \Rightarrow C = -\frac{4047}{4}\pi + \frac{4049}{2}. \\ & \text{Suy ra} \ F(x) = \frac{1}{2}(4047x + \sin x) - \frac{4047}{4}\pi + \frac{4049}{2}. \\ & \text{V\^{a}y} \ \sqrt{|F(0)|} = 34. \end{split}$$

CÂU 27. Cho F(x) là một nguyên hàm của $f(x) = \sin^2 \frac{x}{4} \cdot \cos^2 \frac{x}{4}$. Biết $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$. Tính giá trị của $F(\pi)$. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Đáp án: 0,37

D Lời giải.

Hàm số
$$f(x) = \sin^2 \frac{x}{4} \cdot \cos^2 \frac{x}{4} = \frac{1}{8}(1 - \cos x).$$

Có $F(x) = \int f(x) \, \mathrm{d}x = \int \frac{1}{8}(1 - \cos x) \, \mathrm{d}x = \frac{1}{8}(x - \sin x) + C.$
Do $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{3}\right) + C \Rightarrow C = -\frac{\pi}{24} + \frac{\sqrt{3}}{16}.$
Suy ra $F(x) = \frac{1}{8}(x - \sin x) - \frac{\pi}{24} + \frac{\sqrt{3}}{16}.$
Vậy $F(\pi) = 0.37.$

CÂU 28. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{khi } x \ge 1 \\ 3x^2 + 4 & \text{khi } x < 1. \end{cases}$ Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb R$ thỏa mãn F(0) = 2. Giá trị của

Đáp án: 27

Dèi giải.

Ta có
$$f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \ge 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F(x) = x^2+5x+C_1 & \text{khi } x \ge 1 \\ F(x) = x^3+4x+C_2 & \text{khi } x < 1. \end{cases}$$

Vì F(x) liên tục trên \mathbb{R} nên F(x) liên tục tại x=1 nên:

$$\lim_{x \to 1^{+}} F(x) = \lim_{x \to 1^{-}} F(x) = F(1) \Rightarrow 6 + C_1 = 7 \Rightarrow C_1 = 1.$$

$$\lim_{x \to 1^{+}} F(x) = \lim_{x \to 1^{-}} F(x) = F(1) \Rightarrow 6 + C_{1} = 7 \Rightarrow C_{1} = 1.$$
Vậy ta có
$$\begin{cases} F(x) = x^{2} + 5x + 1 & \text{khi } x \ge 1 \\ F(x) = x^{3} + 4x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow F(-1) + 2F(2) = 27.$$

CÂU 29. Gọi F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + \frac{1}{\ln 2}$ $\cdots + F(2018) + F(2019)$ có dạng $\frac{2^{2020} + a}{\ln b}$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ là

 $\overline{\text{Dáp án: }}-0.5$

Dòi qiải.

Ta có
$$\int f(x) dx = \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$$

$$F(x)$$
 là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, ta có $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + C$ mà $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. $\Rightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$.

$$T = F(0) + F(1) + \dots + F(2018) + F(2019)$$

$$= \frac{1}{\ln 2} (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2018} + 2^{2019})$$

$$= \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{2^{2020} - 1}{2 - 1}$$

$$= \frac{2^{2020} - 1}{\ln 2}.$$

Vây
$$\frac{a}{b} = -\frac{1}{2} = -0.5$$

CÂU 30. Cho F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. Biết $F\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = k$ với mọi $k \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \dots + F(10\pi)$.

Đáp án: 44

🗩 Lời giải.

$$\text{Suy ra } F(x) = \begin{cases} \tan x + C_0, & x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \\ \tan x + C_1, & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \\ \tan x + C_2, & x \in \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right) \\ \dots \\ \tan x + C_9, & x \in \left(\frac{17\pi}{2}; \frac{19\pi}{2}\right) \\ \tan x + C_{10}, & x \in \left(\frac{19\pi}{2}; \frac{21\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F\left(\frac{\pi}{4} + 0\pi\right) = 1 + C_0 = 0 \Rightarrow C_0 = -1 \\ F\left(\frac{\pi}{4} + \pi\right) = 1 + C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = 0 \\ F\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi\right) = 1 + C_2 = 2 \Rightarrow C_2 = 1 \\ \dots \\ F\left(\frac{\pi}{4} + 9\pi\right) = 1 + C_9 = 9 \Rightarrow C_9 = 8 \\ F\left(\frac{\pi}{4} + 10\pi\right) = 1 + C_{10} = 0 \Rightarrow C_{10} = 9. \end{cases}$$

Vậy

$$T = F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \dots + F(10\pi)$$

= $\tan 0 - 1 + \tan \pi + \tan 2\pi + 1 + \dots + \tan 10\pi + 9$
= 44

CÂU 31. Hàm số f(x) có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = 2024 - 2\sin^2\frac{x}{2}, \forall x;$ $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2023\pi}{2}$. Tính giá trị của f(0).

Đáp án: -1

$$f(x) = \int \left(2024 - 2\sin^2\frac{x}{2}\right) dx = \int (2023 + \cos x) dx = 2023x + \sin x + C.$$

Tìm được
$$f(x) = 2023x + \sin x + C$$
. Do $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2023\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{2023\pi}{2} = 2023 \cdot \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} + C \Leftrightarrow C = -1$. Vậy $f(x) = 2023x + \sin x - 1$.

Do đó f(0) = -1.

CÂU 32. Hàm số f(x) có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = 1 + e^{2x}$, $\forall x$; f(0) = 2. Tính giá trị của f(2). (Làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

Đáp án: 30,8

D Lời giải.

Hàm số
$$f(x) = \int (1 + e^{2x}) dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C.$$

Do
$$f(0) = 2 \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{2} + C \Leftrightarrow C = \frac{3}{2}$$
.

Suy ra
$$f(x) = x + \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{3}{2}$$
.

Vav f(2) = 30.8

CÂU 33. Hàm số f(x) có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = 2^x + 3^x$, $\forall x; f(0) = \frac{1}{\ln 3}$. Tính giá trị của f(1). (Làm tròn đến số thập phân thứ hai)

Đáp án: 4,17

Dèi giải.

Hàm số
$$f(x) = \int (2^x + 3^x) dx = \int 2^x dx + \int 3^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C.$$

$$f(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C.$$
Do $f(0) = \frac{1}{\ln 3} \Leftrightarrow \frac{1}{\ln 3} = \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 3} + C \Leftrightarrow C = -\frac{1}{\ln 2}$
Suy ra $f(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 2}.$
Vậy $f(1) = 4,17.$

CÂU 34. Hàm số f(x) có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = e^{3x+2024}$, $\forall x$ thoả mã f(-675) = 1. Giá trị của f(-674) bằng

Đáp án: 3,34

🗩 Lời giải.

Hàm số
$$f(x)$$
 có đạo hàm $f'(x) = e^{3x+2024}$.
Ta có $f(x) = \int e^{3x+2024} dx = \frac{1}{3}e^{3x+2024} + C$.
Suy ra $f(x) = \frac{1}{3}e^{3x+2024} + C$.
Với $f(-675) = 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{3}e^{3\cdot(-675)+2024} + C \Rightarrow C = 1 - \frac{1}{3e}$.
Vậy $f(x) = \frac{1}{3}e^{3x+2024} + 1 - \frac{1}{3e}$.
Giá trị $f(-274) = \frac{1}{3}e^2 + 1 - \frac{1}{3e} = 3,34$.

CÂU 35. Hàm số f(x) có đạo hàm liên tục trên $\mathbb R$ và $f'(x)=3^{x+2}\cdot 2^{2x+1}, \ \forall x$ thoả mãn f(0)Giá trị của f(1) bằng

Đáp án: 80,4

Dòi qiải.

Hàm số
$$f(x)$$
 có đạo hàm $f'(x) = 3^{x+2} \cdot 2^{2x+1}$.
Ta có $f(x) = \int 3^{x+2} \cdot 2^{2x+1} dx = \int 3^2 \cdot 3^x \cdot 2 \cdot 4^x dx = 18 \int 12^x dx = 18 \cdot \frac{12^x}{\ln 12} + C$.
Suy ra $f(x) = 18 \cdot \frac{12^x}{\ln 12} + C$.
Với $f(0) = \frac{1}{2 \ln 2} \Rightarrow \frac{1}{2 \ln 2} = 18 \frac{1}{\ln 12} + C \Rightarrow C = \frac{1}{2 \ln 2} - \frac{18}{2 \ln 2 + \ln 3}$.
Vậy $f(x) = 18 \cdot \frac{12^x}{\ln 12} + \frac{1}{2 \ln 2} - \frac{18}{2 \ln 2 + \ln 3}$.
Giá trị $f(1) = 18 \cdot \frac{12}{\ln 12} + \frac{1}{2 \ln 2} - \frac{18}{2 \ln 2 + \ln 3} = \frac{216}{\ln 12} + \frac{1}{\ln 4} - \frac{18}{\ln 4 + \ln 3} = 80,4$.

CÂU 36. Hàm số f(x) có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và $f'(x) = (3^x + 5^x)^2$, $\forall x$ $f(0) = \frac{1}{\ln 5 + \ln 3 + \ln 2}$. Giá trị của f(1) bằng

Đáp án: 19,9

🗩 Lời giải.

Hàm số
$$f(x)$$
 có đạo hàm $f'(x) = (3^x + 5^x)^2$.
Ta có $f(x) = \int (3^x + 5^x)^2 dx$

$$= \int (9^x + 30^x + 25^x) dx$$

$$= \frac{9^x}{\ln 9} + \frac{30^x}{\ln 30} + \frac{25^x}{\ln 25} + C$$

$$= \frac{9^x}{2\ln 3} + \frac{30^x}{\ln 5 + \ln 3 + \ln 2} + \frac{25^x}{2\ln 5} + C.$$
Suy ra $f(x) = \frac{9^x}{2\ln 3} + \frac{30^x}{\ln 5 + \ln 3 + \ln 2} + \frac{25^x}{2\ln 5} + C.$

$$\begin{split} \text{V\'oi } f(0) &= \frac{1}{\ln 5 + \ln 3 + \ln 2} \\ &\Rightarrow \frac{1}{\ln 5 + \ln 3 + \ln 2} = \frac{1}{2 \ln 3} + \frac{1}{\ln 5 + \ln 3 + \ln 2} + \frac{1}{2 \ln 5} + C \\ &\Leftrightarrow C = -\frac{1}{2 \ln 3} - \frac{1}{2 \ln 5}. \\ \text{V\^ay } f(x) &= \frac{9^x}{2 \ln 3} + \frac{1}{\ln 5 + \ln 3 + \ln 2} + \frac{25^x}{2 \ln 5} - \frac{1}{2 \ln 3} - \frac{1}{2 \ln 5} \\ &= \frac{9^x}{\ln 9} + \frac{30^x}{\ln 30} + \frac{25^x}{\ln 25} - \frac{1}{\ln 9} - \frac{1}{\ln 25}. \\ \text{Giá trị của } f(1) &= \frac{9}{\ln 9} + \frac{30}{\ln 30} + \frac{25}{\ln 25} - \frac{1}{\ln 9} - \frac{1}{\ln 25} \\ &= \frac{8}{\ln 9} + \frac{30}{\ln 30} + \frac{24}{\ln 25} \\ &= 19.9. \end{split}$$

Dạng 3. Ứng dụng trong bài toán thực tiễn

Giả sử v(t) là vận tốc của vật M tại thời điểm t và s(t) là quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian t tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Ta có mối liên hệ giữa s(t) và v(t) như sau.

- Θ Đạo hàm của quãng đường là vận tốc s'(t) = v(t).
- \odot Nguyên hàm của vận tốc là quãng đường $s(t) = \int v(t) dt$.

Nếu gọi a(t) là gia tốc của vật M thì ta có mối liên hệ giữa v(t) và a(t) như sau.

- Θ Đạo hàm của vận tốc là gia tốc v'(t) = a(t).
- \odot Nguyên hàm của gia tốc là vận tốc $v(t) = \int a(t) dt$.

CÂU 1. Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc v(t) = -40t + 20 m/s, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi s(t)là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

$$\bigcirc \frac{5}{2}$$
 m.

🗩 Lời giải.

Ta có v(t) = -40t + 20.

Suy ra
$$s(t) = \int v(t) dt = \int (-40t + 20) dt = -20t^2 + 20t + C.$$

Chọn t = 0 suy ra $s(0) = 0 \Rightarrow C = 0$.

Khi đó $s(t) = -20t^2 + 20t$.

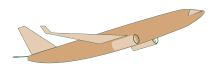
Khi xe dừng hẳn $v(t) = 0 \Leftrightarrow -40t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 0.5$.

Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được

 $s(0,5) = -20 \cdot (0,5)^2 + 20 \cdot 0,5 = 5 \text{ m}.$

Chọn đáp án (D).....

CÂU 2. Bạn Minh Hiền ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới với vận tốc chuyển động của máy báy là $v(t) = 3t^2 + 5$ (m/s). Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là



(**A**)36 m.

(**B**)252 m.

(**c**)1134 m.

 $(\mathbf{D})966 \text{ m}.$

Dài giải.

Ta có $v(t) = 3t^2 + 5$.

$$\Rightarrow s(t) = \int v(t) dt = \int (3t^2 + 5) dt = t^3 + 5t + C.$$

 $\Rightarrow s(t) = t^3 + 5t + C$

Chọn $t = 0 \Rightarrow s(0) = 0 \Rightarrow C = 0$.

$$\Rightarrow s(t) = t^3 + 5t.$$

Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 4 là $s(4) = 4^3 + 5 \cdot 4 = 84$ (m).

Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 10 là $s(10) = 10^3 + 5 \cdot 10 = 1050$ (m).

Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là s(10) - s(4) = 966 (m).

Chon đáp án D.....

CÂU 3. Một ô tô đang chạy với vận tốc 12 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc v(t) = -6t + 12 (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

Dài giải.

Ta có

$$v(t) = -6t + 12$$

$$\Rightarrow s(t) = \int v(t) dt$$

$$\Leftrightarrow s(t) = \int (-6t + 12) dt$$

$$\Leftrightarrow s(t) = -3t^2 + 12t + C.$$

Chọn $t = 0 \Rightarrow s(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow s(t) = -3t^2 + 12t$.

Khi xe dùng hẳn thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow -6t + 12 = 0 \Rightarrow t = 2$.

Từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn thì ô tô còn di chuyển được quãng đường là

$$S = s(2) - s(0) = s(2) = -3 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 = 12$$
 (m).

Chọn đáp án \fbox{B}

CÂU 4. Một ô tô đang chạy với vận tốc 36 km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 1 + \frac{t}{3} \text{ (m/s}^2)$ tính quãng đường ô tô đi được sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc.

$$(A)S = 90 \text{ m}.$$

B
$$S = 246 \text{ m}.$$

$$\mathbf{C}S = 58 \text{ m}.$$

$$(\mathbf{D})S = 100 \text{ m}.$$

🗩 Lời giải.

Đổi $36 \text{ km/h} = 36 \cdot \frac{1000}{3600} = 10 \text{ m/s}.$

Ta có $a(t) = 1 + \frac{t}{3}$.

$$\Rightarrow v(t) = \int a(t) dt = \int \left(1 + \frac{t}{3}\right) dt = t + \frac{1}{6}t^2 + C.$$

Từ lúc bắt đầu tăng tốc thì vận tốc của xe là 10 m/s nên ta có

$$v(0) = 10$$

$$\Rightarrow C = 10$$

$$\Rightarrow v(t) = t + \frac{1}{6}t^2 + 10$$

$$\Rightarrow s(t) = \int v(t) dt$$

$$\Rightarrow s(t) = \int (t + \frac{1}{6}t^2 + 10)$$

$$\Rightarrow s(t) = \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{18} + 10t + C_1.$$

Quãng đường tính từ lúc xe bắt đầu tăng tốc nên $s(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$.

Vây
$$s(6) = \frac{6^2}{2} + \frac{6^3}{18} + 10 \cdot 6 = 90 \text{ (m)}.$$

Chọn đáp án (A).....

CÂU 5. Một ca nô đang chạy trên hồ Tây với vận tốc 20 m/s thì hết xăng; từ thời điểm đó, ca nô chuyển động chậm dần đều với vận tốc v(t) = -5t + 20 (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc hết xăng. Hỏi từ lúc hết xăng đến lúc ca nô dừng hẳn thì ca nô đi được bao nhiêu mét?

$$(B)20 \text{ m}.$$

🗭 Lời giải.

Ta có v(t) = -5t + 20.

$$\Rightarrow s(t) = \int v(t) dt = \int (-5t + 20) dt = -\frac{5}{2}t^2 + 20t + C.$$

Chọn $t = 0 \Rightarrow s(0) = 0 \Rightarrow C = 0$. Suy ra $s(t) = -\frac{5}{2}t^2 + 20t$.

Khi xe dừng hẳn thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + 20 = 0 \Rightarrow t = 4$ (s).

Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được $s=-\frac{5}{2}\cdot 4^2+20\cdot 4=40$ (m).

CÂU 6. Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = 3t + t^2$ (m²/s). Tính quãng đường vật đi được trong 10s kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

$$\frac{130}{3}$$
 m.

$$\frac{310}{3}$$
 m.

$$\frac{3400}{3}$$
 m.

$$\bigcirc \frac{4300}{3}$$
 m.

Dòi giải.

Ta có $a(t) = 3t + t^2$

$$\Rightarrow v(t) = \int a(t) dt = \int (3t + t^2) dt = \frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 + C.$$

Từ lúc bắt đầu tăng tốc thì vận tốc của xe là 10 m/s nên ta có

 $v(0) = 10 \Rightarrow C = 10.$

$$\Rightarrow v(t) = \frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 + 10.$$

$$\Rightarrow s(t) = \int_{0}^{2} v(t) dt = \int_{0}^{2} (\frac{3}{2}t^{2} + \frac{1}{3}t^{3} + 10) dt = \frac{1}{2}t^{3} + \frac{1}{12}t^{4} + 10t + C_{1}.$$

Quãng đường tính từ lúc xe bắt đầu tăng tốc nên
$$s(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$
.
Vây $s(10) = \frac{1}{2} \cdot 10^3 + \frac{1}{12} \cdot 10^4 + 10 \cdot 10 = \frac{4300}{3}$ m.

Chọn đáp án (D).....

CÂU 7. Tai một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 m so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật $v(t) = 10t - t^2$, trong đó t (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, v(t) được tính theo đơn vị mét/phút (m/p). Nếu như vậy thì khi bắt đầu tiếp đất vận tốc v của khí cầu là

 $(\mathbf{A})5 \text{ m/p}.$

🗩 Lời giải.

 $Ta có v(t) = 10t - t^2.$

$$\Rightarrow s(t) = \int v(t) dt = \int (10t - t^2) dt = 5t^2 - \frac{1}{3}t^3 + C.$$

Từ lúc bắt đầu giảm độ cao thì khinh khí cầu ở độ cao $162~\mathrm{m}$ nên ta có

$$s(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow s(t) = 5t^2 - \frac{1}{3}t^3.$$

mà
$$s(t) = 162 \Rightarrow 5t^2 - \frac{1}{3}t^3 = 162 \Leftrightarrow t = 9 \text{ (s)}.$$

Suy ra vận tốc khi chạm đất của khinh khí cầu là

$$v(9) = 10 \cdot 9 - 9^2 = 9 \text{ (m/p)}.$$

CÂU 8. Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là 25 m/s, gia tốc trọng trường là 9,8 m/s². Quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn cho đến khi chạm đất gần bằng kết quả nào nhất trong các kết quả sau?

(**A**)30,78 m.

🗩 Lời giải.

Ta có $a(t) = -9.8 \text{ (m/s}^2).$

$$\Rightarrow v(t) = \int a(t) dt = \int (-9.8) dt = -9.8t + C.$$

Từ lúc bắt đầu bắn viên đạn thì viên đạn có vận tốc 25 m/s nên ta có

$$v(0) = 25 \Rightarrow C = 25 \Rightarrow v(t) = -9.8t + 25.$$

$$\Rightarrow s(t) = \int v(t) dt = \int (-9.8t + 25) dt = -4.9t^2 + 25t + C_1.$$

Ta có $s(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$.

$$s(t) = -4.9t^2 + 25t.$$

Tới khi vận tốc viên đạn bằng không thì ta có $v(t)=0 \Rightarrow -9.8t+25=0 \Leftrightarrow t\approx 2.55$ s. Suy ra quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn cho đến khi chạm đất là

duọc từ lưc ban cho den khi chạm dat là
$$S = 2 \cdot (-4.9 \cdot (2.55)^2 + 25 \cdot 2.55) \approx 31.89 \text{ m}.$$

CÂU 9. Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện đã xả lũ trong 40 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm t giây là $h'(t) = 10t + 500 \text{ (m}^3/\text{s)}$. Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ thoát nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là bao nhiêu?

\bigcirc 5.	10^{4}	m^3 .
(==)	10	TII .

(B)
$$4 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$
.

$$\bigcirc$$
 3 · 10⁷ m³.

$$(\mathbf{D})6 \cdot 10^6 \text{ m}^3.$$

🗩 Lời giải.

Ta có h'(t) = 10t + 500.

$$\Rightarrow h(t) = \int_{0}^{\infty} (10t + 500) \, dx = 5t^2 + 500t + C.$$

$$\Rightarrow h(t) = 5t^2 + 500t + C.$$

Chọn
$$t = 0 \Rightarrow h(0) = 0 \Rightarrow C = 0$$
.

$$\Rightarrow h(t) = 5t^2 + 500t.$$

Thủy điện đã xả lũ trong 40 phút=2400 giây thì thoát đi một lượng nước là

$$h(2400) = 5 \cdot 2400^2 + 500 \cdot 2400 = 3 \cdot 10^7 \text{ (m}^3).$$

Chon đáp án (C)...

CÂU 10. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi h(t) là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ (m³/s) và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là 150 m³. Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là 1100 m³. Hỏi thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là bao nhiêu.

$$\bigcirc$$
 8400 m³.

$$(B)7400 \text{ m}^3.$$

$$\bigcirc$$
 6000 m³.

$$\bigcirc$$
 4200 m³.

Dòi giải.

Ta có $h'(t) = 3at^2 + bt$.

$$\Rightarrow h(t) = \int \left(3at^2 + bt\right) dt = at^3 + \frac{1}{2}bt^2 + C.$$

$$\Rightarrow h(t) = at^3 + \frac{1}{2}bt^2 + C$$

$$\Rightarrow h(t) = at^3 + \frac{1}{2}bt^2 + C.$$
 Chọn $t = 0 \Rightarrow h(0) = 0 \Rightarrow C = 0.$

$$\Rightarrow h(t) = at^3 + \frac{1}{2}bt^2.$$

Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là 150 m³ là $h(5) = 150 \Leftrightarrow 125a + \frac{25}{2}b = 150$. (1)

Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là 1100 m³ là $h(10) = 1100 \Leftrightarrow 1000a + 50b = 1100$. (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ
$$\begin{cases} 125a + \frac{25}{2}b = 150 \\ 1000a + 50b = 1100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$$

$$\Rightarrow h(t) = t^3 + t^2.$$

Thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là $h(20) = 20^3 + 20^2 = 8400 \text{ (m}^3)$.

Chọn đáp án (A).....

CÂU 11. Gọi h(t) (m) là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t) = \frac{1}{\epsilon} \sqrt[3]{t}$ (m/s) và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

(A) 2,64 m.

Dòi giải.

Ta có $h'(t) = \frac{1}{5} \sqrt[3]{t}$.

$$\Rightarrow h(t) = \int \frac{1}{5} \sqrt[3]{t} \, dx = \frac{1}{5} \int t^{\frac{1}{3}} \, dx = \frac{1}{5} \frac{t^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} + C = \frac{3}{20} t \sqrt[3]{t} + C.$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{3}{20}t\sqrt[3]{t} + C$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{3}{20}t\sqrt[3]{t} + C$$
Chọn $t = 0 \Rightarrow h(0) = 0 \Rightarrow C = 0$.
$$\Rightarrow h(t) = \frac{3}{20}t\sqrt[3]{t}.$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{3}{20}t\sqrt[3]{t}.$$

Mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây $h(6) = \frac{3}{20} \cdot 6\sqrt[3]{6} \approx 1,64$ (m).

CÂU 12. Sự sản sinh vi rút Zika ngày thứ t có số lượng là N(t) con, biết $N'(t) = \frac{1000}{t}$ và lúc đầu đám vi rút có số lượng 250,000 con. Tính số lượng vi rút sau 10 ngày.

(A) 272304 con.

🗩 Lời giải.

Ta có $N'(t)=\frac{1000}{}$

$$\Rightarrow N(t) = \int \frac{1000}{t} dt = 1000 \ln|t| + C.$$

$$\Rightarrow N(t) = 1000 \ln|t| + C.$$

Chọn $t = 1 \Rightarrow N(1) = 250000 \Rightarrow C = 250000$.

 $\Rightarrow N(t) = 1000 \ln|t| + 250000.$

Số lương vi rút sau 10 ngày là $N(10) = 1000 \ln 10 + 250000 \approx 252302$ (con).

Chọn đáp án (D).....

CÂU 13. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động châm dần đều với vân tốc v(t) = -3t + 15 (m/s), trong đó t (giây). Goi s(t) là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

Đáp án: 37,5

Lời giải.

Quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của v(t) nên

$$s(t) = \int v(t) dx = \int (-3t + 15) dx = -\frac{3t^2}{2} + 15t + C.$$

$$\Rightarrow s(t) = -\frac{3t^2}{2} + 15t + C.$$
Chọn $t = 0 \Rightarrow s(0) = 0$

$$\Rightarrow C = 0$$

$$\Rightarrow s(t) = -\frac{3t^2}{2} + 15t$$

Khi xe dừng hẳn thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t + 15 = 0 \Rightarrow t = 5$ (s).

Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là 5 giây

Sau khi đạp phanh đến khi dừng hẳn, xe đi được quãng đường

$$s(5) = -\frac{3.5^2}{2} + 15 \cdot 5 = 37.5$$
 (m).

CÁU 14. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 72 km/h thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó 40 m, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc v(t) = -10t + 20 (m/s), trong đó t tính bằng giây. Gọi s(t) là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiệu mét?

Đáp án: 20

Dèi giải.

Quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của v(t) nên

$$s(t) = \int v(t) dx = \int (-10t + 20) dx = -5t^2 + 20t + C.$$

$$\Rightarrow s(t) = -5t^2 + 20t + C.$$
Chọn $t = 0 \Rightarrow s(0) = 0.$

$$\Rightarrow C = 0.$$

$$\Rightarrow C = 0.$$

$$\Rightarrow s(t) = -5t^2 + 20t.$$

Khi xe dừng hẳn thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 20 = 0 \Rightarrow t = 2$ (s).

Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là 2 giây.

Sau khi đạp phanh đến khi dùng hẳn, xe đi được quãng đường

$$s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20$$
 (m).

CÂU 15. Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng từ mặt đất. Tại thời điểm t giây vận tốc của nó được cho bởi công thức v(t) = 24.5 - 9.8t (m/s). Tính quãng đường viên đạn đi từ lúc bắn lên cho tới khi rơi xuống đất (*làm tròn tới* hàng đơn vị).

Đáp án: 61

P Lời giải.

Quãng đường viên đạn đi được là
$$s(t) = \int (24.5 - 9.8t) \, \mathrm{dx} = 24.5t - 4.9t^2 + C.$$

$$\Rightarrow s(t) = 24.5t - 4.9t^2 + C.$$
 Chọn $t = 0 \Rightarrow s(0) = 0.$
$$\Rightarrow C = 0.$$

$$\Rightarrow s(t) = 24.5t - 4.9t^2.$$

Khi viên đạt đạt độ cao lớn nhất thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow 24, 5 - 9, 8t = 0 \Leftrightarrow t = 2,5$ (s).

Quãng đường viên đan đi từ lúc bắn lên cho tới khi rơi xuống đất là

$$2 \cdot s(2,5) = 2(24,5 \cdot 2,5 - 4,9 \cdot 2,5^2) = 61,25 \approx 61 \text{ (m)}.$$

CÂU 16. Mực nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên (như hình vẽ). Tốc độ thay đổi của mực nước được xác định bởi hàm số $h'(t) = \frac{1}{90} (t^2 - 17t + 60)$, trong đó t tính bằng giờ $(0 \le t \le 24)$, h'(t) tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm t = 0, mực nước trong hồ chứa cao 8 m. Mực nước trong hồ cao nhất là bao nhiêu?

Đáp án: 20,8

Dòi qiải.

Ta có
$$h'(t) = \frac{1}{90} (t^2 - 17t + 60).$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{1}{90} \int (t^2 - 17t + 60) dt = \frac{1}{90} (\frac{1}{3}t^3 - \frac{17}{2}t^2 + 60t) + C.$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{1}{90} (\frac{1}{3}t^3 - \frac{17}{2}t^2 + 60t) + C.$$

Tại thời điểm
$$t = 0$$
, mực nước trong hồ chứa cao 8 nên $h(0) = 8 \Rightarrow C = 8$. $\Rightarrow h(t) = \frac{1}{90} \left(\frac{1}{3} t^3 - \frac{17}{2} t^2 + 60t \right) + 8 (0 \le t \le 24)$.

Ta có
$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow t^2 - 17t + 60 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = 5 \\ t = 12. \end{bmatrix}$$

Lập bảng biến thiên:

x	0		5		12		24
h'(x)		+	0	_	0	+	
h(x)	8		1019 108		$\frac{44}{5}$		104 5

Mực nước trong hồ cao nhất: $\frac{104}{5} = 20.8 \text{ m}$

CÂU 17. Gọi h(t) là chiều cao của cây keo (tính theo mét) sau khi trồng t năm. Biết rằng năm đầu tiên cây cao 1,5 m, trong những năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{t}}$ (mét/năm). Sau bao nhiều năm cây cao được 3 m ($k\acute{e}t~qu \mathring{a}$ làm tròn tới hàng phần trăm).

Đáp án: 2,73

D Lời giải.

Ta có
$$h'(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{t}}$$
.
 $\Rightarrow h(t) = \int \frac{1}{\sqrt[4]{t}} dt = \int t^{-\frac{1}{4}} dt = \frac{t^{-\frac{1}{4}+1}}{-\frac{1}{4}+1} + C = \frac{4}{3} \sqrt[4]{t^3} + C$.
 $\Rightarrow h(t) = \frac{4}{3} \sqrt[4]{t^3} + C$.

Năm đầu tiên cây cao 1,5 m nên $h(1) = 1,5 \Leftrightarrow 1,5 = \frac{4}{3}\sqrt[4]{1} + C \Rightarrow C = \frac{1}{6}$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{4}{3}\sqrt[4]{t^3} + \frac{1}{6}.$$

Cây cao được 3 m nên $h(t) = 3 \Leftrightarrow \frac{4}{3}\sqrt[4]{t^3} + \frac{1}{6} = 3 \Leftrightarrow \sqrt[4]{t^3} = \frac{17}{8} \Rightarrow t \approx 2,73$ (m).

CÂU 18. Người ta bơm nước vào một bồn chứa, lúc đầu bồn không chứa nước, mức nước ở bồn chứa sau khi bơm phụ thuộc vào thời gian bơm nước theo một hàm số h=h(t) trong đó h tính bằng cm, t tính bằng giây. Biết rằng $h'(t)=\sqrt[3]{2t}$ (cm/s). Mức nước ở bồn sau khi bơm được 13 giây là bao nhiêu? (kết quả làm tròn tới hàng đơn vị).

Đáp án: 23

🗩 Lời giải.

Ta có
$$h'(t) = \sqrt[3]{2t}$$
 (cm/s).

$$\Rightarrow h(t) = \int_{\Omega} \sqrt[3]{2t} \, dt = \sqrt[3]{2} \int t^{\frac{1}{3}} \, dt = \sqrt[3]{2} \frac{t^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} + C = \frac{3\sqrt[3]{2}}{4} \sqrt[3]{t^4} + C.$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{3}{4}\sqrt[3]{t^4} + C.$$

Lúc đầu bồn không chứa nước nên $h(0) = 0 \Rightarrow C = 0$.

$$\Rightarrow h(t) = \frac{3}{4} \sqrt[3]{t^4} \text{ (cm)}.$$

Mức nước ở bồn sau khi bơm được 13 giây là $h(t) = \frac{3}{4} \sqrt[3]{13^4} \approx 23$ cm.

CÂU 19. Khi quan sát một đám vi khuẩn trong phòng thí nghiệm người ta thấy tại ngày thứ t có số lượng là N(t). Biết rằng $N'(t) = \frac{1500}{t}$ và tại ngày thứ nhất số lượng vi khuẩn là 5000 con. Tính số lượng vi khuẩn tại ngày thứ 12 (*làm tròn đến hàng đơn vị*).

Đáp án: 8727

🗩 Lời giải.

Ta có
$$N'(t) = \frac{1500}{t}$$
.

$$\Rightarrow N(t) = \int \frac{1500}{t} dt = 1500 \cdot \ln t + C.$$

 $\Rightarrow N(t) = 1500 \ln t + C.$ Tại ngày thứ nhất số lượng vi khuẩn là 5000 con nên

 $N(1) = 5000 \Rightarrow C = 5000 \Rightarrow N(t) = 1500 \ln t + 5000 \text{ (con)}.$

Số lượng vi khuẩn tại ngày thứ 12 là $N(12) = 1500 \ln 12 + 5000 \approx 8727$ con.

CÂU 20. Vi khuẩn HP (Helicobacter pylori) gây đau dạ dày, tại ngày thứ t với số lượng là F(t). Biết $F'(t) = \frac{600}{t}$ và ban đầu bệnh nhân có 2000 con vi khuẩn. Sau 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày (lấy xấp xỉ tới hàng đơn vị)? Biết rằng nếu phát hiện sớm khi số lượng không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa.

Đáp án: 3625

Lời giải.

Ta có

$$F'(t) = \frac{600}{t}$$

$$\Leftrightarrow F(t) = \int \frac{600}{t} dt$$

$$\Leftrightarrow F(t) = 600 \cdot \ln t + C.$$

Tại ngày thứ nhất số lượng vi khuẩn là 2000 con nên

$$F(1) = 2000 \Rightarrow C = 2000.$$

$$\Rightarrow F(t) = 600 \ln t + 2000$$

Số lượng vi khuẩn sau 15 ngày là $F(15) = 600 \ln 15 + 2000 \approx 3625$ (con).

D. NGUYÊN HÀM HÀM ẨN

Cần nhớ các công thức đao hàm của hàm hợp

$$f'(x) dx = f(x) + C$$

$$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) = [f(x) \cdot g(x)]'$$

$$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} = \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]'$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = [\ln f(x)]'$$

$$-\frac{f'(x)}{f^2(x)} = \left[\frac{1}{f(x)}\right]'$$

$$-\frac{f'(x)}{f^n(x)} = \left[\frac{1}{(n-1)[f(x)]^{n-1}}\right]'$$

$$n \cdot f'(x) \cdot f^{n-1}(x) = [f^n(x)]'$$

$$\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = \left[2\sqrt{f(x)}\right]'$$

Dang 4.

1. Điều kiên hàm ẩn có dang

$$\begin{bmatrix} f'(x) = g(x) \cdot h[f(x)] \\ f'(x) \cdot h[f(x)] = g(x). \end{bmatrix}$$

$$f'(x) = g(x) \Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{h[f(x)]} dx = \int g(x) dx \Leftrightarrow \int \frac{d[f(x)]}{h[f(x)]} = \int g(x) dx.$$

Chú ý: Ngoài việc nguyên hàm hai vế, ta có thể lấy tích phân hai vế (tùy câu hỏi của bài toán)

2. Điều kiên hàm ấn có dang

$$u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x)$$

Phương pháp giải Dễ dàng thấy rằng u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = [u(x)f(x)]'.

Do dó $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x) \Leftrightarrow [u(x)f(x)]' = h(x).$

Suy ra $u(x)f(x) = \int h(x)dx$.

Từ đây ta dễ dàng tính được f(x).

CÂU 1. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ và $f'(x)\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2} = 1$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

$$\mathbf{C} f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$$

D Lời giải.

Ta có
$$f'(x)\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2} = 1$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\frac{1}{4}\sin^2}x$$

$$\Rightarrow f(x) = 4 \int \frac{1}{\sin^2 x} dx.$$

Tìm được $f(x) = -4 \cot x + C$. Với $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ thì C = 4.

Với
$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$$
 thì $C = 4$.

Suy ra
$$f(x) = -4 \cot x + 4$$
.

Suy ra
$$f(x) = -4 \cot x + 4$$
.
Vây $f(\frac{\pi}{2}) = -4 \cot \frac{\pi}{2} + 4 = 4$.

Chọn đáp án (D).....

CÂU 2. Cho hàm số y = f(x) thỏa mãn $f'(x) \cdot f(x) = x^4 + x^2$. Biết f(0) = 2. Tính $f^2(2)$.

B
$$f^2(2) = \frac{332}{15}$$
. **C** $f^2(2) = \frac{324}{15}$.

$$\mathbf{C}f^2(2) = \frac{324}{15}.$$

Dòi giải.

Ta có
$$f'(x) \cdot f(x) = x^4 + x^2 \Leftrightarrow f(x) df(x) = (x^4 + x^3) dx$$

$$\Leftrightarrow \int f'(x) \cdot f(x) dx = \int (x^4 + x^2) dx + C$$

$$\Rightarrow \frac{f^2(x)}{2} = \frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + C.$$

Do
$$f(0) = 2 \Rightarrow \frac{f^2(0)}{2} = \frac{0^5}{5} + \frac{0^3}{3} + C \Rightarrow C = 2.$$

Vây
$$f^2(2) = 2\left(\frac{32}{5} + \frac{8}{3} + 2\right) = \frac{332}{15}$$

CÂU 3. Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm liên tục trên đoạn [-2;1] thỏa mãn f(0) = 3 và $(f(x))^2 \cdot f'(x) = 3x^2 + 4x + 2$. Giá trị f(1) là

(A) $2\sqrt[3]{42}$.

B) $2\sqrt[3]{15}$.

 $(\mathbf{C})\sqrt[3]{42}$.

(D) $\sqrt[3]{15}$.

P Lời giải.

Ta có $(f(x))^2 \cdot f'(x) = 3x^2 + 4x + 2$ (*).

Lấy nguyên hàm 2 vế của phương trình trên ta được

$$\int f(x)^{2} \cdot f'(x) dx = \int (3x^{2} + 4x + 2) dx \quad \Leftrightarrow \quad \int (f(x))^{2} df(x) = x^{3} + 2x^{2} + 2x + C$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{(f(x))^{3}}{3} = x^{3} + 2x^{2} + 2x + C$$

$$\Leftrightarrow \quad (f(x))^{3} = 3(x^{3} + 2x^{2} + 2x + C) \quad (1).$$

Theo đề bài
$$f(0)=3\stackrel{(1)}{\Rightarrow}(f(0))^3=3(0^3+2.0^2+2\cdot 0+C)$$
 $\Leftrightarrow 27=3C$ $\Leftrightarrow C=9.$

Suy ra
$$(f(x))^3 = 3(x^3 + 2x^2 + 2x + 9) \Rightarrow f(x) = \sqrt[3]{3(x^3 + 2x^2 + 2x + 9)}$$
.

Vây $f(1) = \sqrt[3]{42}$.

Chọn đáp án C

🗩 Lời giải.

Từ hệ thức đề cho: $f'(x) = x [f(x)]^2$ (1), suy ra $f'(x) \ge 0$ với mọi $x \in [1; 2]$ Do đó f(x) là hàm không giảm trên đoạn [1; 2], ta có $f(x) \le f(2) < 0$ với mọi $x \in [1; 2]$

Cách 1. Lấy nguyên hàm

Ta có
$$f'(x) = x [f(x)]^2 \Rightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = x$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{1}{f(x)}\right)' = x$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{f(x)}\right)' = -x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f(x)} = \int (-x)dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f(x)} = -\frac{x^2}{2} + C.$$
Mà $f(2) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{f(2)} = -2 + C$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -2 + C$$

$$\Rightarrow C = -1.$$
Tìm được $\frac{1}{f(x)} = -\frac{x^2}{2} - 1.$
Cho nên $\frac{1}{f(1)} = -\frac{1}{2} - 1 \Leftrightarrow f(1) = -\frac{2}{3}.$

Cách 2. Chia 2 vế hệ thức (1) cho $[f(x)]^2$, ta được $\frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = x, \forall x \in [1; 2]$. Lấy tích phân 2 vế trên đoạn [1; 2] hệ thức vừa tìm được, ta được:

$$\int_{1}^{2} \frac{f'(x)}{[f(x)]^{2}} dx = \int_{1}^{2} x dx \Rightarrow \int_{1}^{2} \frac{1}{[f(x)]^{2}} df(x) = \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{f(x)} \Big|_{1}^{2} = \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f(1)} - \frac{1}{f(2)} = \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f(1)} = \frac{1}{f(2)} + \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow f(1) = \frac{2f(2)}{2 + 3f(2)}.$$

Với
$$f(2) = -\frac{1}{3}$$
 thì $f(1) = \frac{2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)}{2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)} = -\frac{2}{3}$.

Chọn đáp án (A).....

CÂU 5. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của f(1) bằng

B
$$-\frac{1}{40}$$
.

$$\bigcirc$$
 $-\frac{41}{400}$.

$$\bigcirc$$
 $-\frac{1}{10}$

Ta có
$$f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2 \Rightarrow -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = -4x^3$$
$$\Rightarrow \left[\frac{1}{f(x)}\right]' = -4x^3$$
$$\Rightarrow \frac{1}{f(x)} = -x^4 + C.$$

Với
$$f(2) = -\frac{1}{25} \text{ thì } \frac{1}{f(2)} = -2^4 + C \Leftrightarrow -25 = -16 + C \Leftrightarrow C = -9.$$

Suy ra
$$f(x) = -\frac{1}{x^4 + 9}$$
.
Vây $f(1) = -\frac{1}{10}$.

Vậy
$$f(1) = -\frac{1}{10}$$
.

CÂU 6. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{5}$ và $f'(x) = x^3 [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của f(1) bằng

$$\mathbf{A} - \frac{4}{35}$$
.

B
$$-\frac{71}{20}$$
.

$$\bigcirc$$
 $-\frac{79}{20}$.

Ta có
$$f'(x) = x^3 [f(x)]^2 \Rightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x^3$$

$$\Rightarrow \int_1^2 \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int_1^2 x^3 dx$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} \Big|_1^2 = \frac{1}{4} \cdot (2^4 - 1^4)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(1)} = \frac{15}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{f(1)} = \frac{4 + 15f(2)}{4f(2)}$$

$$\Leftrightarrow f(1) = \frac{4f(2)}{4 + 15f(2)} = \frac{4 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)}{4 + 15 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)} = -\frac{4}{5}.$$

Vây $f(1) = -\frac{4}{5}$.

Chọn đáp án (D

CÂU 7. Cho hàm số y = f(x) thỏa mãn $f(2) = -\frac{4}{19}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x) \, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của f(1) bằng

$$\bigcirc -\frac{2}{3}$$
.

B
$$-\frac{1}{2}$$
.

$$\bigcirc$$
 -1.

 $\mathbf{A} - \frac{2}{3}$. \mathbf{p} Lời giải.

Ta có
$$f'(x) = x^3 f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x^3$$

$$\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int x^3 dx$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = \frac{x^4}{4} + C.$$
Với $f(2) = -\frac{4}{9}$ thì $\frac{19}{4} = \frac{16}{4} + C \Rightarrow C = \frac{3}{4}.$

Với
$$f(2) = -\frac{4}{9}$$
 thì $\frac{19}{4} = \frac{16}{4} + C \Rightarrow C = \frac{3}{4}$

Tìm được
$$f(x) = -\frac{4}{x^4 + 3}$$
.

$$V_{ay} f(1) = -1$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 8. Cho hàm số f(x) > 0 xác định và liên tục trên \mathbb{R} đồng thời thỏa mãn $f(0) = \frac{1}{2}$, $f'(x) = -e^x f^2(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của $f(\ln 2)$.

$$\mathbf{B}f(\ln 2) = \frac{1}{3}.$$

$$\mathbf{C}f(\ln 2) = \ln 2 + \frac{1}{2}$$

$$\mathbf{C} f(\ln 2) = \ln 2 + \frac{1}{2}.$$
 $\mathbf{D} f(\ln 2) = \ln^2 2 + \frac{1}{2}.$

🗩 Lời giải.

Ta có
$$f'(x) = -e^x f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = -e^x \text{ (do } f(x) > 0)$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int (-e^x) dx$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{f(x)} = -e^x + C$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{e^x - C}.$$

Với
$$f(0) = \frac{1}{2} \text{ thì } \frac{1}{e^0 - C} = \frac{1}{2} \Rightarrow C = -1.$$

Suy ra
$$f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$$
.

Vậy
$$f(\ln 2) = \frac{1}{e^{\ln 2} + 1} = \frac{1}{3}$$

Chọn đáp án (B).....

CÂU 9. Cho hàm số $f(x) \neq 0$ thỏa mãn điều kiện $f'(x) = (2x+3)f^2(x)$ và $f(0) = -\frac{1}{2}$. Biết rằng tổng f(1) + f(2) + f(3) + f(3) $\cdots + f(2024) + f(2025) = \frac{a}{b}$ với $(a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*)$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\bigcirc \frac{a}{b} < -1.$$

$$\bigcirc \frac{a}{b} > 1.$$

D Lời giải.

Ta có
$$f'(x) = (2x+3)f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = 2x+3$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int (2x+3) dx$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = x^2 + 3x + C.$$

Với
$$f(0) = -\frac{1}{2}$$
, thì $-\frac{1}{-\frac{1}{2}} = 0^2 + 3 \cdot 0 + C \Rightarrow C = 2$

Suy ra
$$f(x) = -\frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1}$$

Tổng
$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2024) + f(2025) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2026} = -\frac{506}{1013}$$

Do $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a = -506, b = 1013 \Rightarrow b - a = 1519.$

Chon đáp án (D).....

CÂU 10. Cho hàm số y=f(x) đồng biến trên $(0;+\infty);\ y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(3) = \frac{4}{9} \text{ và } [f'(x)]^2 = xf(x). \text{ Tính } f(8).$

$$(A) f(8) = \frac{43 - 24\sqrt{3}}{9}$$

(A)
$$f(8) = \frac{43 - 24\sqrt{3}}{9}$$
. (B) $f(8) = \frac{43 + 24\sqrt{3}}{9}$. (C) $f(8) = \frac{43 - \sqrt{3}}{3}$.

$$c f(8) = \frac{43 - \sqrt{3}}{3}.$$

$$D f(8) = \frac{43 + \sqrt{3}}{3}.$$

🗩 Lời giải.

Với $\forall x \in (0; +\infty)$ thì y = f(x) > 0; x + 1 > 0

Hàm số y = f(x) đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên $f'(x) \ge 0, \forall x \in (0; +\infty)$

Ta có
$$[f'(x)]^2 = xf(x) \Rightarrow f'(x) = \sqrt{xf(x)}$$

$$\Rightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow 2\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{1}{2}\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{f(x)} = \frac{1}{2}\int \sqrt{x}dx$$

$$\Rightarrow \sqrt{f(x)} = \frac{1}{3}\sqrt{x^3} + C.$$

Với
$$f(3) = \frac{4}{9}$$
, thì $\sqrt{f(3)} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3^3} + C \Leftrightarrow \frac{2}{3} = \sqrt{3} + C \Leftrightarrow C = \frac{2 - \sqrt{3}}{3}$

Tim được
$$\sqrt{f(x)} = \frac{1}{3}\sqrt{x^3} + \frac{2 - 3\sqrt{3}}{3} \Rightarrow f(x) = \left(\frac{1}{3}\sqrt{x^3} + \frac{2 - 3\sqrt{3}}{3}\right)^2$$
.

Vây $f(8) = \frac{43 - 24\sqrt{3}}{9}$.

Chọn đáp án (A).....

CÂU 11. Cho hàm số f(x) > 0 với mọi $x \in \mathbb{R}$, f(0) = 1 và $f(x) = \sqrt{x} \cdot f'(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

B)
$$2 < f(3) < 4$$
.

$$(c)$$
 $f(3) > 6.$

$$\bigcirc$$
 4 < $f(3)$ < 6.

🗩 Lời giải.

Ta có
$$f(x) = \sqrt{x} \cdot f'(x) \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow \ln f(x) = \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$\Leftrightarrow \ln f(x) = 2\sqrt{x} + C$$

$$\Leftrightarrow f(x) = e^{2\sqrt{x} + C}.$$

Với f(0) = 1 thì $\ln f(0) = 2\sqrt{0} + C \Leftrightarrow C = 0$.

Suy ra $f(x) = e^{2\sqrt{x}}$.

Vây $f(3) = e^{2\sqrt{3}} > 6$.

Chọn đáp án \bigcirc . \Box

CÂU 12. Cho hàm số f(x) có đạo hàm cấp hai trên đoạn [0;1] đồng thời thỏa mãn các điều kiện f'(0) = -1, f'(x) < 0, $[f'(x)]^2 = f''(x)$, $\forall x \in [0;1]$. Giá trị f'(2) thuộc khoảng

$$(-2;0).$$

$$\bigcirc$$
 $(-3; -2).$

🗩 Lời giải.

Ta có

$$\left[f'(x)\right]^2 = f''(x) \Leftrightarrow \frac{f''(x)}{\left[f'(x)\right]^2} = 1 \Leftrightarrow -\left(\frac{1}{f'(x)}\right)' = 1 \Rightarrow \frac{1}{f'(x)} = -\int \mathrm{d}x \Leftrightarrow \frac{1}{f'(x)} = -x + C.$$

Mà $f'(0) = -1 \Rightarrow C = -1$ suy ra

$$\frac{1}{f'(x)} = -x - 1 \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x+1} \Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án \fbox{B}

CÂU 13. Cho hàm số f(x) đồng biến có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn [0;2] và thỏa mãn $[f(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) + [f'(x)]^2 = 0$. Biết f(0) = 1, $f(2) = e^6$. Khi đó f(1) bằng

$$\mathbf{A} e^{\frac{3}{2}}$$
.

$$(\mathbf{B})e^3$$
.

$$\mathbf{c}^{\frac{5}{2}}$$
.

$$\mathbf{D}$$
) e^2 .

🗩 Lời giải.

Theo đề bài, ta có

$$[f(x)]^{2} - f(x) \cdot f''(x) + [f'(x)]^{2} = 0 \Rightarrow \frac{f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^{2}}{[f(x)]^{2}} = 1$$
$$\Rightarrow \left[\frac{f'(x)}{f(x)}\right]' = 1$$
$$\Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = x + C$$
$$\Rightarrow \ln f(x) = \frac{x^{2}}{2} + Cx + D.$$

Mà
$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(2) = e^6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 2 \\ D = 0. \end{cases}$$

Suy ra $f(x) = e^{\frac{x^2}{2} + 2x} \Rightarrow f(1) = e^{\frac{5}{2}}$. Chọn đáp án \bigcirc

CÂU 14. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) =$ \mathbb{R} và f(0) = f'(0) = 1. Giá trị của $T = f^2(2)$ bằng $\frac{43}{30}$. $\mathbf{c} \frac{43}{15}$. $\bigcirc \frac{26}{15}$.

🗭 Lời giải.

Ta có

$$(f'(x))^{2} + f(x) \cdot f''(x) = x^{3} - 2x \Leftrightarrow (f(x) \cdot f'(x))' = x^{3} - 2x$$
$$\Rightarrow f(x) \cdot f'(x) = \int (x^{3} - 2x) dx$$
$$\Rightarrow f(x) \cdot f'(x) = \frac{1}{4}x^{4} - x^{2} + C.$$

Từ f(0) = f'(0) = 1 suy ra C = 1. Do đó $f(x) \cdot f'(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^2 + 1$. Lai có

$$2f(x) \cdot f'(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 2 \Leftrightarrow (f^2(x))' = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 2$$
$$\Rightarrow f^2(x) = \int (\frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 2) dx$$
$$\Rightarrow f^2(x) = \frac{1}{10}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 2x + C.$$

Vì f(0) = 1 nên C = 1. Do đó $f^2(x) = \frac{1}{10}x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 2x + 1$.

 $V_{\text{ay}} T = \frac{43}{15}.$

Chọn đáp án (C)....

CÂU 15. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 2x^2 - x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và f(0) = f'(0) = 3. Giá trị của $[f(1)]^2$ bằng

 $\frac{19}{2}$. (A) 28. (**D**)10.

P Lời giải.

Ta có $[f(x)f'(x)]' = [f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x)$.

Do đó theo giả thiết ta được $[f(x)f'(x)]' = 2x^2 - x + 1$.

Suy ra $f(x)f'(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} + x + C$.

Hơn nữa f(0) = f'(0) = 3 suy ra C = 9

Tương tự vì $[f^2(x)]' = 2f(x)f'(x)$ nên $[f^2(x)]' = 2(\frac{2}{2}x^3 - \frac{x^2}{2} + x + 9)$.

Suy ra $f^2(x) = \int 2\left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} + x + 9\right) dx = \frac{1}{3}x^4 - \frac{x^3}{3} + x^2 + 18x + C.$

Vì f(0) = 3 nên C = 9 suy ra $f^2(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{x^3}{3} + x^2 + 18x + 9$.

Do đó $[f(1)]^2 = 28.$

Chọn đáp án (A)....

CÂU 16. Cho hàm số y = f(x) thỏa mãn $y' = xy^2$ và f(-1) = 1. Tính giá trị f(2). (Kết quả làm tròn đến hàng phần $m u \grave{\sigma} i$).

Đáp án: 20,1

Dòi giải.

Ta có
$$y' = xy^2 \Rightarrow \frac{y'}{y} = x^2 \Rightarrow \int \frac{y'}{y} dx = \int x^2 dx \Leftrightarrow \ln y = \frac{x^3}{3} + C \Leftrightarrow y = e^{\frac{x^3}{3} + C}.$$
 Theo giả thiết $f(-1) = 1$ nên $e^{-\frac{1}{3} + C} = 1 \Leftrightarrow C = \frac{1}{3}.$

Do đó
$$y = f(x) = e^{\frac{x^3}{3} + \frac{1}{3}}$$
.
Vậy $f(2) = e^3 \approx 20,1$.

CÂU 17. Cho hàm số $f(x) \neq x^2 \cdot f'(x) = f^2(x)$ với $\forall x \in [1; 2]$. Tính f(2). liên

Đáp án: -6

🗩 Lời giải.

Ta có

$$x^{2} \cdot f'(x) = f^{2}(x) \Rightarrow \frac{f'(x)}{f^{2}(x)} = \frac{1}{x^{2}} \Rightarrow \left(-\frac{1}{f(x)}\right)' = \frac{1}{x^{2}}$$

$$\Rightarrow \int_{1}^{2} \left(-\frac{1}{f(x)}\right)' dx = \int_{1}^{2} \frac{1}{x^{2}} dx$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{1}{f(x)}\right)\Big|_{1}^{2} = -\frac{1}{x}\Big|_{1}^{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(1)} = -\frac{1}{2} + 1$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(1)} = \frac{1}{2}.$$

Vì
$$f(1) = 3 \Rightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow f(2) = -6.$$

CÂU 18. Cho hàm số y=f(x) thỏa mãn $f(x)<0, \forall x>0$ và có đạo hàm f'(x) liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)=(2x+1)f^2(x), \forall x>0$ và $f(1)=-\frac{1}{2}.$ Tính giá trị của biểu thức $T=f(1)+f(2)+\ldots+f(2023)+f(2024).$ ($K\acute{e}t$ quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án: -1

🗩 Lời giải.

Ta có

$$f'(x) = (2x+1)f^{2}(x) \Rightarrow \frac{f'(x)}{f^{2}(x)} = 2x+1$$
$$\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^{2}(x)} dx = \int (2x+1) dx$$
$$\Rightarrow -\frac{1}{f(x)} = x^{2} + x + C.$$

$$\operatorname{M\`a} f(1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{-1}{x^2 + x} = \frac{1}{x + 1} - \frac{1}{x}.$$

$$\begin{cases}
f(1) = \frac{1}{2} - 1 \\
f(2) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \\
f(3) = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \\
\dots \\
f(2024) = \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024}.$$

$$\Rightarrow T = f(1) + f(2) + \dots + f(2024) = -1 + \frac{1}{2025} = -\frac{2024}{2025} \approx -1.$$

CÂU 19. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f(0) = 1 - \ln 2$ và $e^x f'(x) = 2^x [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của f(1) bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,42

Dèi giải.

Từ giả thiết ta có $f'(x) = \frac{2^x}{e^x} [f(x)]^2$ với mọi $x \in (1, 2]$.

Do đó $f(x) \ge f(1) = 1 > 0$ với mọi $x \in [1; 2]$.

Xét với mọi $x \in [1;2]$ ta có

$$e^{x} f'(x) = 2^{x} [f(x)]^{2} \Rightarrow f'(x) = \frac{2^{x}}{e^{x}} [f(x)]^{2}$$

$$\Rightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^{2}} = \left(\frac{2}{e}\right)^{x}$$

$$\Rightarrow -\left(\frac{1}{f(x)}\right)' = -\left(\frac{2}{e}\right)^{x}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{f(x)}\right)' = -\left(\frac{2}{e}\right)^{x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f(x)} = -\int \left(\frac{2}{e}\right)^{x} dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f(x)} = -\frac{\left(\frac{2}{e}\right)^{x}}{\ln\frac{2}{e}} + C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f(x)} = \frac{\left(\frac{2}{e}\right)^{x}}{1 - \ln 2} + C.$$

Mà
$$f(0) = 1 - \ln 2 \Rightarrow C = 0$$
.

Do đó $\frac{1}{f(x)} = \frac{\left(\frac{2}{e}\right)^x}{1 - \ln 2} \Rightarrow f(x) = \frac{1 - \ln 2}{\left(\frac{2}{e}\right)^x} = \frac{(1 - \ln 2)e^x}{2^x}$.

Vậy
$$f(1) = \frac{e - e \ln 2}{2} \approx 0.42.$$

CÂU 20. Cho hàm số y = f(x) đồng biến và có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $(f'(x))^2 = f(x) \cdot e^x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và f(0) = 2. Tính f(2). (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 9,81

🗩 Lời giải.

Vì hàm số y = f(x) đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb R$ đồng thời f(0) = 2 nên $f'(x) \ge 0$ và f(x) > 0 với mọi $x \in [0; +\infty).$

Từ giả thiết $(f'(x))^2 = f(x) \cdot e^x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ suy ra $f'(x) = \sqrt{f(x)} \cdot e^{\frac{x}{2}}$, $\forall x \in [0; +\infty)$.

Do đó
$$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}, \forall x \in [0; +\infty).$$

Lấy nguyên hàm hai vế, ta được $\sqrt{f(x)}=e^{\frac{x}{2}}+C,\, \forall x\in[0;+\infty)$ với C là hằng số.

Kết hợp với f(0) = 2, ta được $C = \sqrt{2} - 1$.

Suy ra
$$f(2) = (e + \sqrt{2} - 1)^2 \approx 9.81$$
.

CÂU 21. Giả sử hàm số y = f(x) liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn f(1) = 1, $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x}$, với mọi x > 0. Tính f(5) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 4,17

🗩 Lời giải.

Ta có

$$f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x} \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{3x}}$$
$$\Rightarrow \ln f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$
$$\Rightarrow \ln f(x) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{x} + C$$
$$\Rightarrow f(x) = e^{\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{x} + C}.$$

Mà
$$f(1) = 1$$
 nên $1 = e^{\frac{2}{\sqrt{3}} + C} \Rightarrow C = -\frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow f(x) = e^{\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{3}}}$.

Suy ra
$$f(5) = e^{\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{5} - \frac{2}{\sqrt{3}}} = e^{\frac{2\sqrt{5} - 2}{\sqrt{3}}} \approx 4.17.$$

CÂU 22. Cho hàm số f(x) có đạo hàm trên $\mathbb R$ thỏa mãn $\mathrm{e}^{f(x)} - \frac{x}{f'(x)} = 0$, $\forall x \in \mathbb R$. Biết f(1) = 1, tính $f\left(\mathrm{e}^2\right)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 3,38

Dèi giải.

Ta có

$$e^{f(x)} - \frac{x}{f'(x)} = 0 \Rightarrow f'(x)e^{f(x)} = x$$
$$\Leftrightarrow (e^{f(x)})' = x$$
$$\Leftrightarrow e^{f(x)} = \int x \, dx$$
$$\Leftrightarrow e^{f(x)} = \frac{x^2}{2} + C.$$

Mà
$$f(1) = 1$$
 nên $e = \frac{1}{2} + C \Rightarrow C = e - \frac{1}{2}$.
Do đó $e^{f(x)} = \frac{x^2}{2} + e - \frac{1}{2} \Rightarrow e^{f(e^2)} = \frac{e^4}{2} + e - \frac{1}{2} \Rightarrow f(e^2) = \ln\left(\frac{e^4}{2} + e - \frac{1}{2}\right) \approx 3,38$.

CÂU 23. Cho hàm số f(x) nhận giá trị dương và thỏa mãn f(0) = 1, $(f'(x))^3 = e^x (f(x))^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính f(3) (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Ðáp án: 20,1

Dài giải.

Ta có

$$(f'(x))^{3} = e^{x}(f(x))^{2}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) = \sqrt[3]{e^{x}} \cdot \sqrt[3]{(f(x))^{2}} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt[3]{(f(x))^{2}}} = \sqrt[3]{e^{x}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt[3]{(f(x))^{2}}} = \sqrt[3]{e^{x}} \Leftrightarrow f'(x) \cdot (f(x))^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{e^{x}}$$

$$\Leftrightarrow 3\left[(f(x))^{\frac{1}{3}}\right]' = \sqrt[3]{e^{x}} \Leftrightarrow \left[(f(x))^{\frac{1}{3}}\right]' = \frac{1}{3}\sqrt[3]{e^{x}}$$

$$\Leftrightarrow (f(x))^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\int \sqrt[3]{e^{x}} \, dx \Leftrightarrow (f(x))^{\frac{1}{3}} = e^{\frac{x}{3}} + C.$$

Vì f(0) = 1 nên $1 = 1 + C \Rightarrow C = 0 \Rightarrow (f(x))^{\frac{1}{3}} = e^{\frac{x}{3}} \Rightarrow f(x) = e^{x}$. Vây $f(3) = e^{3} \approx 20.1$.

CÂU 24. Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm liên tục trên $\mathbb R$ và thỏa mãn điều kiện $x^6 \left(f'(x)\right)^3 + 27 \left[f(x) - 1\right]^4 = 0$, $\forall x \in \mathbb R$ và f(1) = 0. Tính giá trị của f(2).

Đáp án: -7

Dòi giải.

Ta có

$$x^{6} (f'(x))^{3} + 27 [f(x) - 1]^{4} = 0 \Leftrightarrow x^{6} (f'(x))^{3} = -27 (f(x) - 1)^{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(f'(x))^{3}}{(f(x) - 1)^{4}} = -\frac{27}{x^{6}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(f'(x))^{3}}{(f(x) - 1)^{3} (f(x) - 1)} = -\frac{27}{x^{6}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{(f(x) - 1) \sqrt[3]{f(x) - 1}} = -\frac{3}{x^{2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{-3 (f(x) - 1) \sqrt[3]{f(x) - 1}} = \frac{1}{x^{2}}$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{1}{\sqrt[3]{f(x) - 1}}\right]' = \frac{1}{x^{2}}$$

Do đó
$$\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{f(x)-1}}\right)' dx = \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C.$$
Suv ra $\frac{1}{x^2} = -\frac{1}{x^2} + C$

Suy ra $\frac{1}{\sqrt[3]{f(x)-1}} = -\frac{1}{x} + C.$

Ta có $f(1) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = 1 - x^3$. Khi đó f(2) = -7.

CÂU 25. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $[xf'(x)]^2 + 1 = x^2 [1 - f(x).f''(x)]$ với mọi x dương. Biết f(1) = f'(1) = 1. Tính giá trị $f^2(2)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 3,39

🗩 Lời giải.

Với mọi x dương, ta có

$$[xf'(x)]^{2} + 1 = x^{2} [1 - f(x) \cdot f''(x)]; x > 0 \Leftrightarrow x^{2} \cdot [f'(x)]^{2} + 1 = x^{2} [1 - f(x) \cdot f''(x)]$$
$$\Leftrightarrow [f'(x)]^{2} + \frac{1}{x^{2}} = 1 - f(x) \cdot f''(x)$$
$$\Leftrightarrow [f'(x)]^{2} + f(x) \cdot f''(x) = 1 - \frac{1}{x^{2}}$$
$$\Leftrightarrow [f(x) \cdot f'(x)]' = 1 - \frac{1}{x^{2}}.$$

Do đó
$$\int [f(x) \cdot f'(x)]' dx = \int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx \Rightarrow f(x) \cdot f'(x) = x + \frac{1}{x} + C.$$

Vì $f(1) = f'(1) = 1 \Rightarrow 1 = 2 + C \Leftrightarrow C = -1.$

Vì
$$f(1) = f'(1) = 1 \Rightarrow 1 = 2 + C \Leftrightarrow C = -1$$
.
Nên $\int f(x) \cdot f'(x) dx = \int \left(x + \frac{1}{x} - 1\right) dx \Leftrightarrow \int f(x) d(f(x)) = \int \left(x + \frac{1}{x} - 1\right) dx$.

Suy ra
$$\frac{f^2(x)}{2} = \frac{x^2}{2} + \ln x - x + C$$
.

Vì
$$f(1) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - 1 + C \Leftrightarrow C = 1.$$

Vây
$$\frac{f^2(x)}{2} = \frac{x^2}{2} + \ln x - x + 1 \Rightarrow f^2(2) = 2\ln 2 + 2 \approx 3,39.$$

Dang 5.

1. Điều kiện hàm ẩn có dạng

$$A(x)f(x) + B(x)f'(x) = h(x) \quad (1)$$

Phương pháp giải

$$\Rightarrow \int [u(x)f(x)] dx = \int u(x) \cdot h(x)dx \Rightarrow u(x)f(x) = \int u(x) \cdot h(x) dx$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{\int u(x) \cdot h(x) dx}{u(x)}$$

 \odot Cách tìm u(x).

u(x) được chọn sao cho $\begin{cases} u'(x) = A(x) \\ u(x) = B(x). \end{cases}$ Suy ra

$$\frac{u'(x)}{u(x)} = \frac{A(x)}{B(x)} \Rightarrow \int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \int \frac{A(x)}{B(x)} dx$$
$$\Rightarrow \ln|u(x)| = \int \frac{A(x)}{B(x)} dx \Rightarrow u(x) = e^{\int \frac{A(x)}{B(x)} dx}$$

Tóm lại phương pháp giải A(x)f(x) + B(x)f'(x) = h(x) (1) như sau.

- **Outside** Buốc 1. Tìm u(x). $u(x) = e^{\int \frac{A(x)}{B(x)} dx}$.
- $oldsymbol{\Theta}$ Bước 2. Nhân u(x) vào (1) suy ra $f(x) = \frac{\int u(x) \cdot h(x) \, \mathrm{d}x}{u(x)}$.

Môt số dang đặc biệt của (1).

a) Điều kiện hàm ẩn có dạng $\begin{cases} f'(x) + f(x) = h(x) \\ f'(x) - f(x) = h(x). \end{cases}$

Phương pháp giải.

f'(x) + f(x) = h(x).Nhân hai vế với e^x ta được

$$e^x \cdot f'(x) + e^x \cdot f(x) = e^x \cdot h(x) \Leftrightarrow [e^x \cdot f(x)]' = e^x \cdot h(x).$$

Suy ra $e^x \cdot f(x) = \int e^x \cdot h(x) dx$.

Từ đây ta dễ dàng tính được f(x).

Nhân hai vế với e^{-x} ta được

$$e^{-x} \cdot f'(x) - e^{-x} \cdot f(x) = e^{-x} \cdot h(x) \Leftrightarrow [e^{-x} \cdot f(x)]' = e^{-x} \cdot h(x).$$

Suy ra $e^{-x} \cdot f(x) = \int e^{-x} \cdot h(x) dx$.

Từ đây ta dễ dàng tính được f(x).

b) Điều kiện hàm ẩn có dạng $f'(x) + p(x) \cdot f(x) = h(x)$.

Phương pháp giải.

Nhân hai vế với $e^{\int p(x) dx}$ ta được

$$f'(x) \cdot e^{\int p(x) dx} + p(x) \cdot e^{\int p(x) dx} \cdot f(x) = h(x) \cdot e^{\int p(x) dx}$$

$$\Leftrightarrow \left[f(x) \cdot e^{\int p(x) dx} \right]' = h(x) \cdot e^{\int p(x) dx}.$$

Suy ra $f(x) \cdot e^{\int p(x) dx} = \int e^{\int p(x)ex} h(x) dx$.

Từ đây ta dễ dàng tính được f(x).

CĂU 1. Cho hàm số f(x) thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và f(0) = 2. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^x$ là

$$\bigcirc$$
 (A) $x^2 + x + C$.

B)
$$2x^2 + 2x + C$$
. **C**) $2x^2 + x + C$.

Dèi giải.

Ta có

$$f(x) + f'(x) = e^{-x} \Leftrightarrow f(x)e^{x} + f'(x)e^{x} = 1$$
$$\Leftrightarrow (f(x)e^{x})' = 1$$
$$\Rightarrow f(x)e^{x} = \int x \, dx$$
$$\Leftrightarrow f(x)e^{x} = x + C.$$

Vì f(0) = 2 nên C = 2.

Suy ra
$$f(x)e^x = x + 2 \Rightarrow \int f(x)e^x dx = \int (x+2) dx = \frac{1}{2}x^2 + 2x + C.$$

CÂU 2. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) + 2x \cdot f(x) = e^{-x^2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và f(0) = 0. Tính f(1).

$$\mathbf{A} f(1) = e^2.$$

$$\mathbf{B}f(1) = -\frac{1}{e}$$

Lời giải.

Ta có

$$f'(x) + 2x \cdot f(x) = e^{-x^2}$$

$$\Leftrightarrow e^{x^2} f'(x) + 2x \cdot e^{x^2} \cdot f(x) = 1$$

$$\Leftrightarrow \left(e^{x^2} \cdot f(x) \right)' = 1$$

$$\Rightarrow \int \left(e^{x^2} \cdot f(x) \right)' dx = \int dx$$

$$\Rightarrow e^{x^2} \cdot f(x) = x + C$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x + C}{e^{x^2}}.$$

Vì $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0$. Do đó $f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$.

Vậy $f(1) = \frac{1}{2}$.

CÂU 3. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = -2 \ln 2$ và $x \cdot (x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Biết $f(2) = a + b \cdot \ln 3$ $(a, b \in \mathbb{Q})$. Giá trị $2(a^2 + b^2)$ là

 \mathbf{C} $\frac{3}{4}$.

 $\bigcirc \frac{9}{2}$.

🗭 Lời giải.

Chia cả hai vế của biểu thức $x \cdot (x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$ cho $(x+1)^2$ ta có

$$\frac{x}{x+1} \cdot f'(x) + \frac{1}{(x+1)^2} f(x) = \frac{x}{x+1} \Leftrightarrow \left[\frac{x}{x+1} \cdot f(x) \right]' = \frac{x}{x+1}.$$

Do đó

$$\frac{x}{x+1} \cdot f(x) = \int \left[\frac{x}{x+1} \cdot f(x) \right]' dx = \int \frac{x}{x+1} dx = \int \left(1 - \frac{1}{x+1} \right) dx = x - \ln|x+1| + C.$$

Do $f(1) = -2 \ln 2$ nên ta có $\frac{1}{2} \cdot f(1) = 1 - \ln 2 + C \Leftrightarrow -\ln 2 = 1 - \ln 2 + C \Leftrightarrow C = -1$.

Khi đó $f(x) = \frac{x+1}{r}(x - \ln|x+1| - 1).$

Vậy ta có $f(2) = \frac{3}{2}(2 - \ln 3 - 1) = \frac{3}{2}(1 - \ln 3) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\ln 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}, b = -\frac{3}{2}$

Suy ra $2(a^2 + b^2) = 2\left| \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \right| = 9.$

Chon đáp án B....

CÂU 4. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn $f(1) = 2 \ln 2 + 1$, x(x+1)f'(x) + (x+2)f(x) = x(x+1), $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$. Biết $f(2) = a + b \ln 3$, với a, b là hai số hữu tỉ. Tính $T = a^2 - b$.

B $T = \frac{21}{16}$.

 $T = \frac{3}{2}$.

 $\mathbf{D}T=0.$

🗩 Lời giải.

Ta có

$$x(x+1)f'(x) + (x+2)f(x) = x(x+1) \Leftrightarrow f'(x) + \frac{x+2}{x(x+1)}f(x) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x+1}f'(x) + \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{x^2}{x+1}f(x)\right]' = \frac{x^2}{x+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x+1}f(x) = \int \frac{x^2}{x+1}dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x+1}f(x) = \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| + c$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{x+1}{x^2} \left(\frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| + c\right).$$

 $T\grave{u} f(1) = 2\ln 2 + 1 \Leftrightarrow c = 1.$

Từ đó
$$f(x) = \frac{x+1}{x^2} \left(\frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| + 1 \right).$$

$$\Rightarrow f(2) = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \ln 3.$$
 Nen
$$\begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

Vậy
$$T = a^2 - b = -\frac{3}{16}$$
.

Chọn đáp án $\stackrel{\frown}{\mathsf{A}}$

CÂU 5. Cho hàm số y=f(x) có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)+\frac{f(x)}{x}=4x^2+3x$ và f(1)=2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số y=f(x) tại điểm có hoành độ x=2 là

$$\mathbf{A}$$
 $y = -16x - 20$.

B)
$$y = 16x - 20$$
.

$$\bigcirc y = 16x + 20.$$

$$\mathbf{D}y = -16x + 20.$$

🗭 Lời giải.

$$f'(x) + \frac{f(x)}{x} = 4x^2 + 3x \Leftrightarrow xf'(x) + f(x) = 4x^3 + 3x^2 \Leftrightarrow (x.f(x))' = 4x^3 + 3x^2.$$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được $xf(x) = \int (4x^3 + 3x^2) dx = x^4 + x^3 + C$.

Với x = 1 ta có f(1) = 2 + C.

Theo đề bài ta có: $f(1) = 2 \Leftrightarrow 2 + C = 2 \Leftrightarrow C = 0$.

Vậy $xf(x) = x^4 + x^3 \Leftrightarrow f(x) = x^3 + x^2$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2x$, f'(2) = 16, f(2) = 12.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số y=f(x) tại điểm có hoành độ x=2 là

$$y = 16(x - 2) + 12 \Leftrightarrow y = 16x - 20.$$

Chọn đáp án \fbox{B}

CÂU 6. Cho hàm số y = f(x) liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}$. Biết $f(1) = \frac{1}{2}$. Tính f(4).

A 24.

Dùi giải.

Trên khoảng $(0; +\infty)$ ta có

$$2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x}f'(x) + \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot f(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x} \cdot f(x))' = \frac{3}{2}x^2$$

$$\Rightarrow \int (\sqrt{x} \cdot f(x))' dx = \int \frac{3}{2}x^2 dx$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} \cdot f(x) = \frac{1}{2}x^3 + C. \quad (*)$$

Mà $f(1) = \frac{1}{2}$ nên từ (*) có

$$\sqrt{1} \cdot f(1) = \frac{1}{2} \cdot 1^3 + C \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + C \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2 \sqrt{x}}{2}.$$

Vậy $f(4) = \frac{4^2 \cdot \sqrt{4}}{2} = 16.$

Chọn đấp án $ar{\mathbb{D}}$

CÂU 7. Cho hàm số f(x) thỏa mãn f(1) = 4 và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$ với mọi x > 0. Giá trị của f(2) bằng **(A)** 5. **(B)** 10. **(C)** 20. **(D)** 15.

Dèi giải.

Ta có

$$f(x) - xf'(x) = -2x^3 - 3x^2 \Leftrightarrow \frac{1 \cdot f(x) - x \cdot f'(x)}{x^2} = \frac{-2x^3 - 3x^2}{x^2}$$
$$\Leftrightarrow \left[\frac{f(x)}{x}\right]' = 2x + 3.$$

Suy ra $\frac{f(x)}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số g(x) = 2x + 3.

Ta có
$$\int (2x+3) dx = x^2 + 3x + C, C \in \mathbb{R}.$$

Do đó
$$\frac{f(x)}{x} = x^2 + 3x + C_1$$
 (1) với $C_1 \in \mathbb{R}$.

Vì f(1) = 4 theo giả thiết, nên thay x = 1 vào hai vế của (1) ta thu được $C_1 = 0$, từ đó $f(x) = x^3 + 3x^2$.

Vây f(2) = 20.

Chọn đáp án (C)

CÂU 8. Cho f(x) $3x \cdot f(x) - x^2 \cdot f'(x) = 2f^2(x)$, với $f(x) \neq 0$, $\forall x \in (0; +\infty)$ và $f(1) = \frac{1}{3}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số y=f(x) trên đoạn [1; 2]. Tính M+m.

$$\frac{9}{10}$$
.

$$\frac{21}{10}$$
.

$$\frac{5}{3}$$
.

$$\bigcirc \frac{7}{3}$$

P Lời giải.

Ta có

$$3x \cdot f(x) - x^2 \cdot f'(x) = 2f^2(x) \Rightarrow 3x^2 \cdot f(x) - x^3 \cdot f'(x) = 2x \cdot f^2(x)$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2 \cdot f(x) - x^3 \cdot f'(x)}{f^2(x)} = 2x, f(x) \neq 0, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x^3}{f(x)}\right)' = 2x$$

$$\Rightarrow \frac{x^3}{f(x)} = \int 2x \, \mathrm{d}x = x^2 + C.$$

Mà
$$f(1) = \frac{1}{3} \Rightarrow C = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 2}$$
.
Ta có $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 2} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^4 + 6x^2}{(x^2 + 2)^2} > 0, \forall x \in (0; +\infty)$.

Ta có
$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{(x^2 + 2)^2} > 0, \forall x \in (0; +\infty)$$

Vậy, hàm số
$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 2}$$
 đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Mà
$$[1;2] \subset (0;+\infty)$$
 nên hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x^2+2}$ đồng biến trên đoạn $[1;2]$.

Suy ra
$$M = f(2) = \frac{4}{3}$$
, $m = f(1) = \frac{1}{3}$.

Vậy
$$M+m=\frac{5}{3}$$
.

Chọn đáp án
$$\stackrel{\circ}{\mathbb{C}}$$
.

CÂU 9. Cho F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^2} (x^3 - 4x)$. Hàm số $F(x^2 + x)$ có bao nhiều điểm cực trị?

(A) 6.

🗭 Lời giải.

Ta có F'(x) = f(x). Khi đó

$$F'(x^{2} + x) = f(x^{2} + x) \cdot (x^{2} + x)'$$

$$= (2x + 1)(x^{2} + x) e^{(x^{2} + x)^{2}} [(x^{2} + x)^{2} - 4]$$

$$= (2x + 1)x(x + 1)e^{(x^{2} + x)^{2}} (x^{2} + x - 2)(x^{2} + x + 2)$$

$$= (2x + 1)x(x + 1)(x + 2)(x - 1)(x^{2} + x + 2) e^{(x^{2} + x)^{2}}$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -2\\ x = \frac{-1}{2}\\ x = 1\\ x = -1\\ x = 0. \end{bmatrix}$$

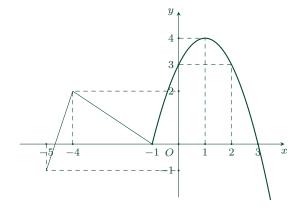
 $F'(x^2+x)=0$ có 5 nghiệm đơn nên $F(x^2+x)$ có 5 điểm cực trị.

10. Cho hàm số y = f(x). Đồ thị của hàm số f'(x) trên [-5;3] như hình vẽ (phần đồ thị là một phần của parabol $ax^2 + bx + c$). Biết f(0) = 0, giá trị của 2f(-5) + 3f(2)bằng





$$\bigcirc \frac{35}{3}$$



Dèi giải.

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ qua các điểm (2; 3), (1; 4), (0; 3), (-1; 0), (3; 0) nên xác định được $y = -x^2 + 2x + 3$, $\forall x \ge -1$ suy ra $f(x) = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x + C_1$.

Mà
$$f(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0, f(x) = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x.$$

Có
$$f(-1) = -\frac{5}{3}$$
, $f(2) = \frac{22}{3}$. (1)

Đồ thị f'(x) trên đoạn [-4; -1] qua các điểm (-4; 2), (-1; 0).

Nên
$$f'(x) = -\frac{2}{3}(x+1) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\left(\frac{x^2}{2} + x\right) + C_2.$$

Mà
$$f(-1) = -\frac{5}{3} \Leftrightarrow C_2 = -\frac{5}{3} + \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{2} \right) = -2 \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3} \left(\frac{x^2}{2} + x \right) - 2$$
, hay $f(-4) = -\frac{14}{3}$.

Dồ thị
$$f'(x)$$
 trên đoạn $[-5; -4]$ qua các điểm $(-4; 2), (-5; -1)$.
Nên $f'(x) = 3x + 14 \Rightarrow f(x) = \frac{3x^2}{2} + 14x + C_3$.

$$\text{Mà } f(-4) = -\frac{14}{3} \Leftrightarrow \frac{3 \cdot (-4)^2}{2} + 14 \cdot (-4) + C_3 = -\frac{14}{3} \text{ suy ra } C_3 = \frac{82}{3}.$$

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{3x^2}{2} + 14x + \frac{82}{3} \Rightarrow f(-5) = -\frac{31}{6}. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được } 2f(-5) + 3f(2) = -\frac{31}{3} + 22 = \frac{35}{3}.$$

Ta có
$$f(x) = \frac{3x^2}{2} + 14x + \frac{82}{3} \Rightarrow f(-5) = -\frac{31}{6}$$
. (2)

Từ (1) và (2) ta được
$$2f(-5) + 3f(2) = -\frac{31}{3} + 22 = \frac{35}{3}$$

Chon đáp án (C).....

NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN				
Bài 1.	NGUYÊN HÀM	1		
A	Tóm tắt lý thuyết	1		
B	Kiến thức cần nắm			
	Phân loại và phương pháp giải bài tập			
	Dạng 1.Sử dụng định nghĩa nguyên hàm và bảng nguyên hàm			
	Dạng 2.Tìm nguyên hàm khi biết giá trị nguyên hàm			
	Dạng 3.Ứng dụng trong bài toán thực tiễn	13		
	NGUYÊN HÀM HÀM ẨN			
	► Dạng 4.			
	► Dạng 5.	18		
LỜI GIẢI CHI TIẾT		20		
NGUYÊN HÀM VÀ	ΓÍCH PHÂN	20		
Bài 1.	NGUYÊN HÀM	20		
A	Tóm tắt lý thuyết	20		
B	Kiến thức cần nắm	20		
C	Phân loại và phương pháp giải bài tập	21		
	Dạng 1.Sử dụng định nghĩa nguyên hàm và bảng nguyên hàm	21		
	Dạng 2.Tìm nguyên hàm khi biết giá trị nguyên hàm			
	Dạng 3. Ứng dụng trong bài toán thực tiễn			
	NGUYÊN HÀM HÀM ẤN	53		
	Dạng 4.			
	► Dang 5.			

