Gọi tôi là: .... Ngày làm đề: ...../...../........

ÔN TẬP CHƯƠNG I - KTGK1

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 4

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

ĐIỂM: ____________

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-2; 0)$. (B) $(0; +\infty)$. (C) $(-\infty; 2)$. (D) $(0; 2)$.

CÂU 2. Cho hàm số $y = 27x^3 + 108x^2 - 81x + 189$. Điểm cực tiểu của hàm số là

(A) -3. (B) $\frac{1}{3}$. (C) 175. (D) 675.

CÂU 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$ là

(A) $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 0$. (B) $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$. (C) $\max\limits_{[1;3]} f(x) = -6$. (D) $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 5$.

CÂU 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

(A) 46. (B) 64. (C) 3. (D) $\sqrt{2}$.

CÂU 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

(A) $y = 1$. (B) $y = 2$. (C) $x = 1$. (D) $x = 2$.

CÂU 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

(A) $x = 1$. (B) $y = 2$. (C) $x = 2$. (D) $x = -1$.

CÂU 7. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x+2}$?

(A) $y = 2x$. (B) $y = 2$. (C) $y = 2x - 7$. (D) $x = -2$.

CÂU 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty; -2)$. (B) $(0; +\infty)$. (C) $(-3; 1)$. (D) $(-2; 0)$.

CÂU 9. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1

Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

(A) $y = \frac{x-3}{x-1}$. (B) $y = \frac{-x+2}{x-1}$. (C) $y = \frac{x+2}{x+1}$. (D) $y = \frac{x+2}{x-1}$.

QUICK NOTE

CÂU 10. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x}{1 - x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(B) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

(C) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

(D) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

CÂU 11. Cho chuyển động được xác định bởi phương trình $s(t) = 3t^3 + 4t^2 - t$, trong đó t được tính bằng giây (s) và $s(t)$ được tính bằng mét. Vận tốc của chuyển động khi $t = 4\,\text{s}$ bằng

(A) 175 m/s. (B) 41 m/s. (C) 176 m/s. (D) 20 m/s.

CÂU 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)$ với mọi số thực x. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Cho các hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2025$ và $g(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.		
b) Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.		
c) Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x = 0$.		
d) Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = g(x)$ cũng đi qua điểm $N(2; 2)$.		

CÂU 14. Cho các hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ và $h(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ là 0.		
b) Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ lần lượt là a, b. Khi đó giá trị của $27a - b$ bằng 13.		
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = h(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là 3.		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f\big(h(x)\big)$ trên khoảng $(1; 3)$ là -9.		

CÂU 15. Cho các hàm số $f(x) = \dfrac{x - 2}{x + 3}$ và $g(x) = \dfrac{x^2 - 3x}{x + 1}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.		
b) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.		
c) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 4$.		
d) Đồ thị hàm số $y = g\big(f(x)\big)$ không có đường tiệm cận xiên nào cả.		

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, có bảng biến thiên như sau:

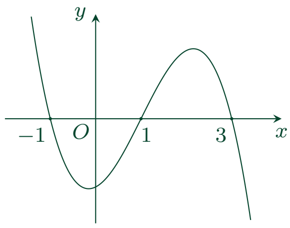
x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y=f(x)$ có cực đại nhỏ hơn cực tiểu.		
b) Hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-x-1}{x-2}$ có bảng biến thiên như trên.		
c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ luôn có đúng 1 tiệm cận đứng.		
d) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ luôn có 1 hoặc 2 tiệm cận xiên.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(-1)=f(3)=0$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ có dạng như hình bên đây. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $\{a;b\}$ thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\left[f(x)\right]^2$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$?



KQ:

CÂU 18. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x+5$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu lần lượt là A và B. Gọi I là giao điểm của AB với trục Ox. Đặt tỷ số $\dfrac{IA}{IB}=\dfrac{b}{c}$ tối giản $(b,c\in\mathbb{N})$. Tính $T=b+c$.

KQ:

CÂU 19. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{3\sin x+2}{\sin x+1}$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$. Xác định giá trị làm tròn đến hàng phần mười của biểu thức M^2+m^2.

KQ:

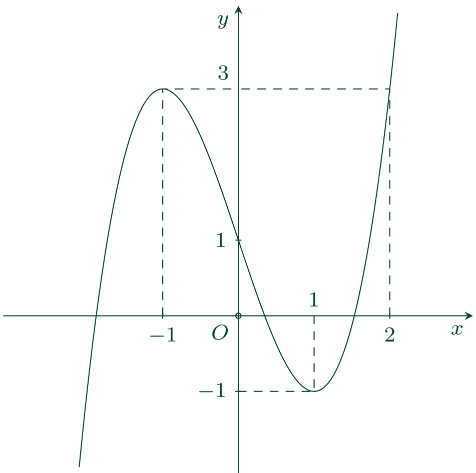
CÂU 20. Vận tốc của một tàu con thoi từ lúc cất cánh tại thời điểm $t=0\,\text{s}$ cho đến thời điểm $t=126\,\text{s}$ được cho bởi công thức $v(t)=0{,}001302t^3-0{,}09029t^2+83$ (vận tốc được tính bằng đơn vị ft/s). Gọi $v_{\min}$ là vận tốc nhỏ nhất của tàu con thoi. Xác định kết quả làm tròn đến hàng phần mười của $v_{\min}$.

KQ:

CÂU 21.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Xét hàm số $g(x)=f(x^3+x-1)+m^2+2m$. Gọi S là tập hợp chứa các giá trị thực của m để $\max\limits_{[0;1]} g(x)=3$.

Tính tổng các phần tử của tập S.



KQ:

CÂU 22. Ông A muốn xây dựng một bình chứa nước hình trụ có thể tích 150 m^3. Đáy làm bằng bê tông giá 100 nghìn VNĐ/m^2, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn VNĐ/m^2, nắp bằng nhôm không gỉ giá 120 nghìn VNĐ/m^2. Tìm chiều cao của bình để chi phí xây dựng là thấp nhất?

KQ:

QUICK NOTE

Gọi tôi là: .... Ngày làm đề: ...../...../.......

ÔN TẬP CHƯƠNG I - KTGK1

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 5

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

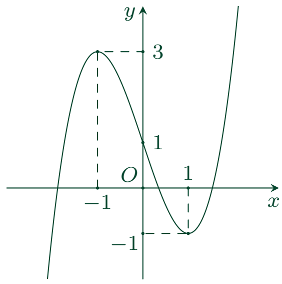
ĐIỂM:

"It's not how much time you have, it's how you use it."

QUICK NOTE

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



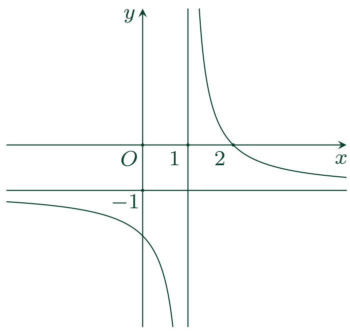
A. $y = -x^3 + 2x - 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = 2x^3 - 6x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

CÂU 2. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong các hệ số a, b, c có bao nhiêu số dương?



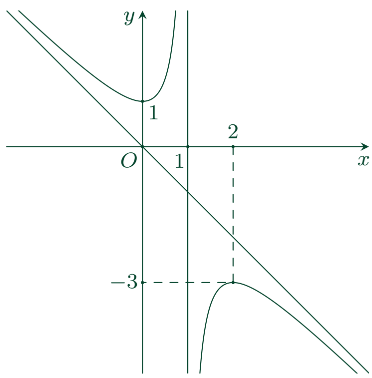
A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

CÂU 3. Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



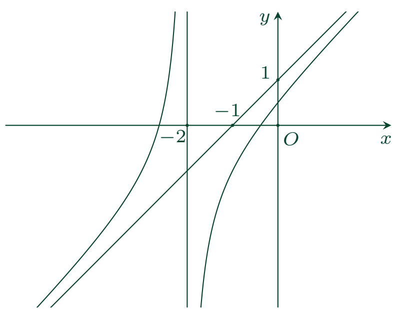
A. $y = \dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$.

B. $y = \dfrac{-x^2+x+2}{x-1}$.

C. $y = \dfrac{x^2-x+1}{-x+1}$.

D. $y = \dfrac{-x^2-x+1}{x-1}$.

CÂU 4. Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2+bx+1}{cx+2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị biểu thức $T = 2a + 3b - c$.



A. 9.

B. 10.

C. 8.

D. 11.

CÂU 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(2;+\infty)$. **B** $(0;2)$. **C** $(-3;1)$. **D** $(-\infty;1)$.

CÂU 6.

Hàm số $y=-x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

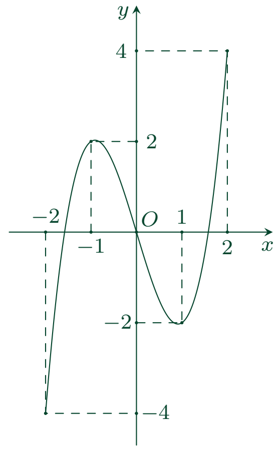
A $(0;4)$. **B** $(-\infty;0)$. **C** $(2;+\infty)$. **D** $(0;2)$.

CÂU 7.

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A $x=1$. **B** $x=-2$.

C $M(1;-2)$. **D** $M(-2;-4)$.

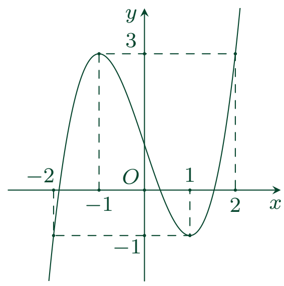


CÂU 8.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ là

A 1. **B** -1.

C -2. **D** 3.



CÂU 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-2x+3$ trên đoạn $[2;4]$ là

A 3. **B** -1. **C** 0. **D** 1.

CÂU 10. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+2x}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

A $x=1$. **B** $y=1$. **C** $x=2$. **D** $y=2$.

CÂU 11. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x+1}$ là

A $y=x-3$. **B** $y=x+1$. **C** $y=-3x+1$. **D** $x=-3y+1$.

CÂU 12. Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}+1}{3x-9\sqrt{x}+6}$ là

A 3. **B** 4. **C** 2. **D** 1.

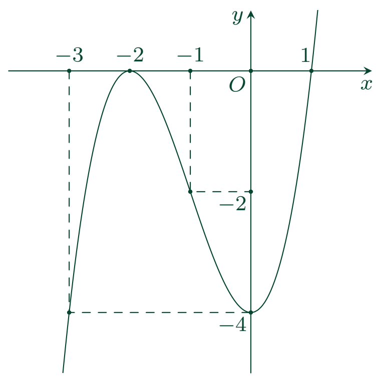
Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.		
b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.		
c) $f'(2) = 4$.		
d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.		

CÂU 14. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

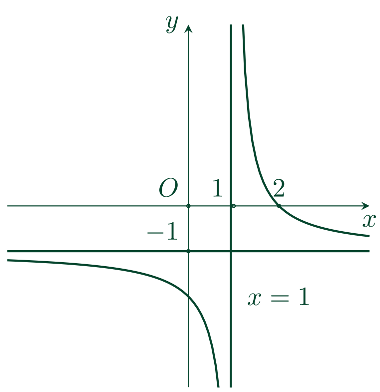
Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.		
b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.		
c) Giả sử hàm số đã cho có hai điểm cực trị là x_1; x_2. Khi đó giá trị $x_1 \cdot x_2 = -1$.		
d) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam giác ABC là 12 với $C(-1; 2)$.		

CÂU 15. Cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực).

Mệnh đề	Đ	S
a) Khi $m = 2$ thì giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$ là 4.		
b) Khi $m = 2$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$ là $\frac{7}{4}$.		
c) Khi $m < -1$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 4]$ là $y(4)$.		
d) Khi $\min\limits_{[2;4]} y = 3$ thì giá trị của tham số m là $1 \leq m < 3$.		

CÂU 16.

Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x+c}.(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó

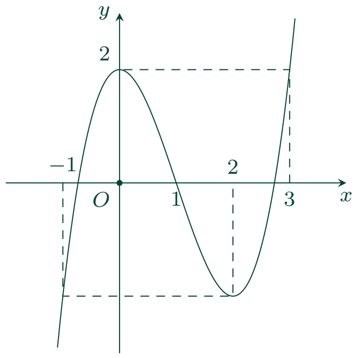


Mệnh đề	Đ	S
a) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -1$.		
b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$.		
c) $a + b + c = 1$.		
d) Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

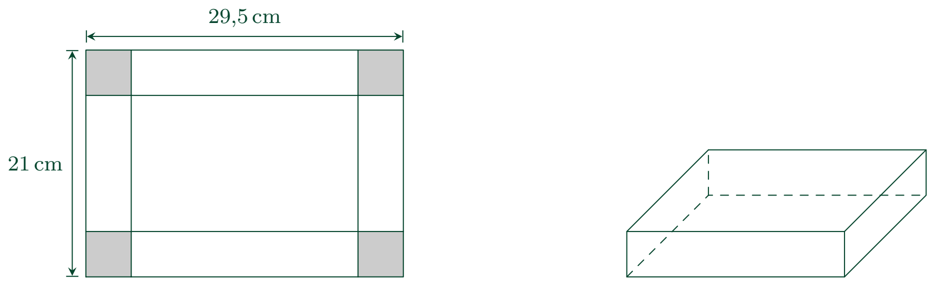
CÂU 17.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x-m) - \dfrac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$. Tính tổng tất cả các phần tử trong S.



KQ: | | | | |

CÂU 18. Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích thước 21 cm, 29,5 cm. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.



Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

CÂU 19. Điểm cực tiểu x_{CT} của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$ là

KQ: | | | | |

CÂU 20. Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 4x^2$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ $0; 1; a; b$. Tính $S = ab - a - b$. (làm tròn 2 chữ số thậm phân)

KQ: | | | | |

CÂU 21. Cho hàm số $y = \dfrac{x - m^2 - 1}{x - m}$ có bao nhiêu giá trị nguyên m thỏa mãn $\max\limits_{[0;4]} y = -6$.

KQ: | | | | |

CÂU 22. Biết tích các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \dfrac{2x-4}{x^2 + 2(m-2)x + m^2 + 1}$ có đúng 2 đường tiệm cận là $\dfrac{a}{b}$, $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P = a^2 + b^2$.

KQ: | | | | |

QUICK NOTE

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Gọi tôi là:..Ngày làm đề: ...../...../.......

ÔN TẬP CHƯƠNG I - KTGK1

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 4

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-2; 0)$. (B) $(0; +\infty)$. (C) $(-\infty; 2)$. (D) $(0; 2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

$y' \geq 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 2 \\ x \leq 0. \end{array}\right.$

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 2. Cho hàm số $y = 27x^3 + 108x^2 - 81x + 189$. Điểm cực tiểu của hàm số là

(A) -3. (B) $\frac{1}{3}$. (C) 175. (D) 675.

Lời giải.

Ta có $y' = 81x^2 + 216x - 81$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{3} \\ x = -3. \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-3		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy điểm cực tiểu của hàm số là $x_{\text{CT}} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$ là

(A) $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 0$. (B) $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$. (C) $\max\limits_{[1;3]} f(x) = -6$. (D) $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 5$.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 3]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 16x + 16$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \notin (1; 3) \\ x = \frac{4}{3} \in (1; 3). \end{array}\right.$

$f(1) = 0$; $f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}$; $f(3) = -6$.

Do đó $\max\limits_{x \in [1;3]} f(x) = f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

(A) 46. (B) 64. (C) 3. (D) $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 1$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$.

$f'(x) = 4x^3 - 8x$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin (1;3) \\ x = \sqrt{2} \in (1;3) \\ x = -\sqrt{2} \notin (1;3). \end{array}\right.$

$f(1) = -2$; $f\left(\sqrt{2}\right) = -3$; $f(3) = 46$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm đã cho trên đoạn $[1;3]$ bằng 46.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$ là

A $y = 1$. **B** $y = 2$. **C** $x = 1$. **D** $x = 2$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2x+3}{x-1} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2+\dfrac{3}{x}}{1-\dfrac{1}{x}} = 2$.

Vậy đồ thị của hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A $x = 1$. **B** $y = 2$. **C** $x = 2$. **D** $x = -1$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{2x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \left(2 + \dfrac{3}{x-1}\right) = +\infty$.

Vậy đồ thị của hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

Chọn đáp án (A) .... □

CÂU 7. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2-3x+1}{x+2}$?

A $y = 2x$. **B** $y = 2$. **C** $y = 2x - 7$. **D** $x = -2$.

Lời giải.

Ta có $y = f(x) = \dfrac{2x^2-3x+1}{x+2} = 2x - 7 + \dfrac{15}{x+2}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} [f(x) - (2x-7)] = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{15}{x+2} = 0$.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y = 2x - 7$.

Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;-2)$. **B** $(0;+\infty)$. **C** $(-3;1)$. **D** $(-2;0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-2;0)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 9. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	1	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	1

Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

A $y = \dfrac{x-3}{x-1}$. **B** $y = \dfrac{-x+2}{x-1}$. **C** $y = \dfrac{x+2}{x+1}$. **D** $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

Lời giải.

Bảng biến thiên được cung cấp có đặc điểm:

- Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$, loại $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.
- Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 1$, loại $y = \dfrac{-x+2}{x-1}$.
- $y' < 0$, $\forall x \neq 1$, trong khi $\left(\dfrac{x-3}{x-1}\right)' = \dfrac{2}{(x-1)^2} > 0$, $\forall x \neq 1$, loại $y = \dfrac{x-3}{x-1}$.

Chỉ có hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ thỏa mãn các đặc điểm trên.

Chọn đáp án D .... □

CÂU 10. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2-2x}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
C Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
D Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$y' = \dfrac{-x^2+2x-2}{(1-x)^2} = \dfrac{-(x-1)^2-1}{(1-x)^2} < 0$, $\forall x \in \mathscr{D}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án B .... □

CÂU 11. Cho chuyển động được xác định bởi phương trình $s(t) = 3t^3 + 4t^2 - t$, trong đó t được tính bằng giây (s) và $s(t)$ được tính bằng mét. Vận tốc của chuyển động khi $t = 4\,\text{s}$ bằng

A 175 m/s. **B** 41 m/s. **C** 176 m/s. **D** 20 m/s.

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = 9t^2 + 8t - 1$.

Vận tốc của chuyển động khi $t = 4\,\text{s}$ bằng $v(4) = 9 \cdot 4^2 + 8 \cdot 4 - 1 = 175$ m/s.

Chọn đáp án A .... □

CÂU 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)$ với mọi số thực x. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \text{(nghiệm kép)} \\ x = 1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↘		↗	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có một điểm cực tiểu duy nhất là $x = 1$.
Chọn đáp án B ....

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13. Cho các hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2025$ và $g(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.	X	
b) Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.		X
c) Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x = 0$.	X	
d) Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = g(x)$ cũng đi qua điểm $N(2; 2)$.	X	

Lời giải.

a) Đúng.

Với $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2025$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Từ đó, ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) Sai.

Hàm số $y = g(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$ có tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $y' = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ và $(2; 3)$.

c) Đúng.

Với $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2025$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Suy ra điểm cực đại của hàm số là $x = 0$.

d) Đúng.

Hàm số $y = g(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$ có tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $y' = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $g(x)$:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = g(x)$ là $A(1;0)$ và $B(3;4)$, cùng thuộc $AB\colon y = 2x - 2$.
Đường thẳng AB đó đi qua điểm $N(2;2)$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | .... □

CÂU 14. Cho các hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ và $h(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ là 0.	X	
b) Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ lần lượt là a, b. Khi đó giá trị của $27a - b$ bằng 13.		X
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = h(x)$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là 3.	X	
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f\big(h(x)\big)$ trên khoảng $(1;3)$ là -9.	X	

Lời giải.

a) Đúng.
Với $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 16x + 16$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 16x + 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \notin [-1;1] \\ x = \dfrac{4}{3} \notin [-1;1]. \end{array}\right.$

Do $\begin{cases} f(-1) = -34 \\ f(1) = 0 \end{cases}$ nên $\max\limits_{x\in[-1;1]} f(x) = 0$.

b) Sai.
Với $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 16x + 16$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 16x + 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \notin [1;3] \\ x = \dfrac{4}{3} \in [1;3]. \end{array}\right.$

Vì $\begin{cases} f(1) = 0 \\ f(\frac{4}{3}) = \dfrac{13}{27} \\ f(3) = -6 \end{cases}$ nên $\begin{cases} \max\limits_{x\in[1;3]} f(x) = \dfrac{13}{27} = a \\ \min\limits_{x\in[1;3]} f(x) = -6 = b \end{cases}$. Từ đó $27a - b = 19$.

c) Đúng.
Với $h(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$, ta có $h'(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$.

Cho $h'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin (1;+\infty) \\ x = 2 \in (1;+\infty). \end{array}\right.$

x	1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = h(x)$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là 3.

d) **Đúng**.

Với $t = h(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$, ta có $h'(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$.

Cho $h'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin (1;3) \\ x = 2 \in (1;3). \end{array}\right.$

x	1		2		3
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$\frac{7}{2}$

Như thế đặt $t = h(x)$, $x \in (1;3)$ thì $t \in [3;+\infty)$ và $y = f(t) = t^3 - 8t^2 + 16t - 9$.
Ta có $f'(t) = 3t^2 - 16t + 16$.

Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 16t + 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 4 \in [3;+\infty) \\ x = \dfrac{4}{3} \notin [3;+\infty). \end{array}\right.$

t	3		4		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-6	$\searrow$	-9	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $\min\limits_{1<x<3} f\big(h(x)\big) = \min\limits_{t \geq 3} f(t) = f(4) = -9$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | .... □

CÂU 15. Cho các hàm số $f(x) = \dfrac{x-2}{x+3}$ và $g(x) = \dfrac{x^2 - 3x}{x+1}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.	X	
b) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.	X	
c) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 4$.	X	
d) Đồ thị hàm số $y = g\big(f(x)\big)$ không có đường tiệm cận xiên nào cả.	X	

Lời giải.

a) **Đúng**.

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{x-2}{x+3} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1 - \dfrac{2}{x}}{1 + \dfrac{3}{x}} = 1$ nên đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+3}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

b) **Đúng**.

Ta có $\lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{x^2 - 3x}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1^+} \left(x - 4 + \dfrac{4}{x+1}\right) = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

c) **Đúng**.

Ta có $y = \dfrac{x^2 - 3x}{x+1} = x - 4 + \dfrac{4}{x+1}$ nên $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(\dfrac{x^2 - 3x}{x+1} - (x-4)\right) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{4}{x+1} = 0$.

Vậy đường thẳng $y = x - 4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x}{x+1}$.

d) Đúng.

Ta có $y = g\big(f(x)\big) = \dfrac{\big(f(x)\big)^2 - 3\big(f(x)\big)}{f(x)+1}$ nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g\big(f(x)\big) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{\big(f(x)\big)^2 - 3\big(f(x)\big)}{f(x)+1}$.

Mà $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x-2}{x+3} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1-\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{3}{x}} = 1$ nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g\big(f(x)\big) = \dfrac{1^2 - 3\cdot 1}{1+1} = -1$.

Vậy $(C)\colon y = g\big(f(x)\big)$ có tiệm cận ngang $y=-1$ mà không có tiệm cận xiên.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d đúng | ....□

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y=f(x)$ có cực đại nhỏ hơn cực tiểu.	X	
b) Hàm số $f(x) = \dfrac{x^2-x-1}{x-2}$ có bảng biến thiên như trên.	X	
c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ luôn có đúng 1 tiệm cận đứng.	X	
d) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ luôn có 1 hoặc 2 tiệm cận xiên.		X

Lời giải.

a) Đúng.
Hàm số $y=f(x)$ có cực đại bằng 1 và cực tiểu bằng 5 nên cực đại nhỏ hơn cực tiểu.

b) Đúng.
Xét hàm số $y = \dfrac{x^2-x-1}{x-2}$ có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $y' = \dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$ và $y'=0 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $y = \dfrac{x^2-x-1}{x-2}$ đúng như bảng biến thiên được cung cấp.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

c) Đúng.
Tại mọi $x_0 \neq 2$, bảng biến thiên hàm số thể hiện $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$ nên $x = x_0$ không là tiệm cận của đồ thị hàm số.

Và chỉ có $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$ nên chỉ có $x=2$ là tiệm cận đứng duy nhất của đồ thị hàm số.

d) Sai.
Không có đủ cơ sở nào để khẳng định được hàm số $y=f(x)$ có 1 tiệm cận xiên.

Ít nhất có hàm số $f(x) = \dfrac{(x-2)^6 - 5(x-2)^4 + 15(x-2)^2 + 24(x-2) + 5}{8(x-2)}$

$$\begin{aligned} \text{Có } f'(x) &= \frac{1}{8}\left[5(x-2)^4 - 15(x-2)^2 + 15 - \frac{5}{(x-2)^2}\right] \\ &= \frac{5}{8}\cdot\frac{\left(x^2-4x+3\right)^3}{(x-2)^2}. \end{aligned}$$

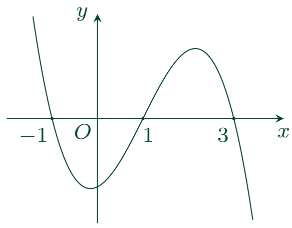
Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ này đúng như bảng biến thiên được cung cấp nhưng đồ thị hàm số không hề có tiệm cận xiên do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | .... □

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(-1) = f(3) = 0$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình bên đây. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $\{a; b\}$ thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \left[f(x)\right]^2$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$?



Đáp án: | 4 | 8 | | |

Lời giải.

Từ đồ thị và giả thiết, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\searrow$	

Như thế $f(x) \le 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Với $y = \left[f(x)\right]^2$, ta có $y' = \left[\left(f(x)\right)^2\right]' = 2f(x) \cdot f'(x)$.

Bảng xét dấu của $y' = \left[\left(f(x)\right)^2\right]'$:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$-$		$-$	0	$-$	
$\left[\left(f(x)\right)^2\right]'$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Như vậy hàm số $y = \left[f(x)\right]^2$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$.

Từ đó, số cặp số nguyên $\{a; b\}$ là số cách chọn 2 từ 3 số $\{1; 2; 3\}$ hoặc từ 10 số $\{-10; -9; \ldots; -1\}$.

Số cặp số $\{a; b\}$ là $\mathrm{C}_3^2 + \mathrm{C}_{10}^2 = 48$.

CÂU 18. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu lần lượt là A và B. Gọi I là giao điểm của AB với trục Ox. Đặt tỷ số $\dfrac{IA}{IB} = \dfrac{b}{c}$ tối giản $(b, c \in \mathbb{N})$. Tính $T = b + c$.

Đáp án: | 1 | 6 | | |

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6x - 9$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3. \end{array}\right.$

Với $x = -1$ ta có $y = y(-1) = 10$. Đặt $A(-1; 10)$.

Với $x = 3$ ta có $y = y(3) = -22$. Đặt $B(3; -22)$.

Vì AB cắt Ox tại I nên $\dfrac{IA}{IB} = \dfrac{\mathrm{d}(A, Ox)}{\mathrm{d}(B, Ox)} = \dfrac{|y_A|}{|y_B|} = \dfrac{10}{22} = \dfrac{5}{11}$.

Như vậy $b = 5$ và $c = 11$ nên $T = b + c = 16$.

CÂU 19. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{3\sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$. Xác định giá trị làm tròn đến hàng phần mười của biểu thức $M^2 + m^2$.

Đáp án: 10,3

Lời giải.

Đặt $t = \sin x$, ta có $x \in \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ nên $t \in [0; 1]$.

Xét hàm $f(t) = \dfrac{3t + 2}{t + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ có $f'(t) = \dfrac{1}{(t+1)^2} > 0$, $\forall t \in [0; 1]$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;1]$.
Từ đó ta có $M = \max\limits_{[0;1]} f(t) = f(1) = \dfrac{5}{2}$ và $m = \min\limits_{[0;1]} f(t) = f(0) = 2$.
Khi đó, $M^2 + m^2 = \left(\dfrac{5}{2}\right)^2 + 2^2 = \dfrac{41}{4} = 10{,}25 \approx 10{,}3$.

CÂU 20. Vận tốc của một tàu con thoi từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0\,\text{s}$ cho đến thời điểm $t = 126\,\text{s}$ được cho bởi công thức $v(t) = 0{,}001302t^3 - 0{,}09029t^2 + 83$ (vận tốc được tính bằng đơn vị ft/s). Gọi $v_{\min}$ là vận tốc nhỏ nhất của tàu con thoi. Xác định kết quả làm tròn đến hàng phần mười của $v_{\min}$.

Đáp án: 18,7

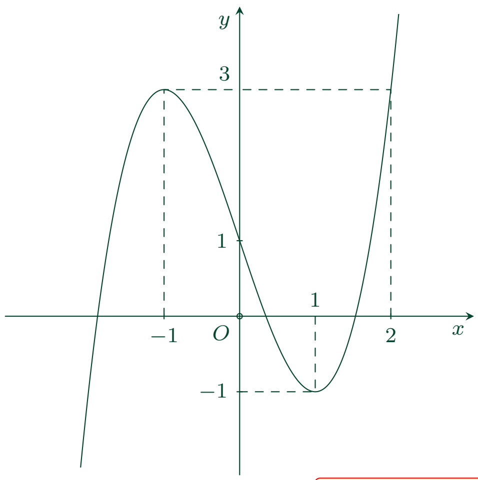
Lời giải.
Hàm số $v(t) = 0{,}001302t^3 - 0{,}09029t^2 + 83$ liên tục trên đoạn $[0;126]$.
Ta có $v'(t) = 0{,}003906t^2 - 0{,}18058t$.

Cho $v'(t) = 0 \Leftrightarrow 0{,}003906t^2 - 0{,}18058t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = \dfrac{0{,}18058}{0{,}003906}. \end{array}\right.$

Trên đoạn $[0;126]$, ta có $v(0) = 83$; $v\left(\dfrac{0{,}18058}{0{,}003906}\right) \approx 18{,}67301185$; $v(126) \approx 1254{,}045512$.

Tàu con thoi đạt vận tốc nhỏ nhất bằng $v\left(\dfrac{0{,}18058}{0{,}003906}\right) \approx 18{,}7$ ft/s.

CÂU 21.
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Xét hàm số $g(x) = f(x^3 + x - 1) + m^2 + 2m$. Gọi S là tập hợp chứa các giá trị thực của m để $\max\limits_{[0;1]} g(x) = 3$. Tính tổng các phần tử của tập S.



Đáp án: −2

Lời giải.
Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ và $f(1) = -1$; $f(-1) = 3$.

Ta có $g'(x) = (3x^2 + 1)f'(x^3 + x - 1)$; $f'(x^3 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 + x - 1 = -1 \\ x^3 + x - 1 = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Mặt khác $g(0) = f(-1) + m^2 + 2m = m^2 + 2m + 3$ và $g(1) = f(1) + m^2 + 2m = m^2 + 2m - 1$.
Vì $g(0) > g(1)$ nên $\max\limits_{[0;1]} g(x) = g(0)$.

Theo giả thiết suy ra $m^2 + 2m + 3 = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -2. \end{array}\right.$

Suy ra $S = \{-2; 2\}$.
Vậy tổng các phần tử của tập S bằng -2.

CÂU 22. Ông A muốn xây dựng một bình chứa nước hình trụ có thể tích 150 m^3. Đáy làm bằng bê tông giá 100 nghìn VNĐ/m^2, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn VNĐ/m^2, nắp bằng nhôm không gỉ giá 120 nghìn VNĐ/m^2. Tìm chiều cao của bình để chi phí xây dựng là thấp nhất?

Đáp án: 6,58

Lời giải.
Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của bình chứa hình trụ $(r, h > 0)$.
Khi đó $V = pr^2h = 150\text{m}^3 \Rightarrow h = \dfrac{150}{\pi r^2}$.
Tổng chi phí xây dựng là $P(r) = 100 \cdot S_{\text{đáy bình}} + 90S_{\text{xung quanh}} + 120 \cdot S_{\text{nắp bình}}$.
$\Rightarrow P(r) = 220S_{\text{đáy}} + 90S_{\text{xung quanh}} = 220\pi r^2 + 90(2\pi rh) = 220\pi r^2 + \dfrac{27000}{r}$.
Bài toán trở thành tìm $\min P(r) =$ với $r > 0$.

Ta có $P'(r) = 440\pi r - \dfrac{27000}{r^2}$, $P'(r) = 0 \Leftrightarrow r_o = \sqrt[3]{\dfrac{675}{11\pi}}$.
Lập bảng biến thiên, ta được

r	0		r_0		$+\infty$
$P'(r)$		$-$	0	$+$	
$P(r)$		$\searrow$	$\min P(r)$	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy yêu cầu bài toán
$\Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{675}{11\pi}}$ và $h = \dfrac{150}{\pi\left(\sqrt[3]{\dfrac{675}{11\pi}}\right)^2} \approx 6{,}58$.

Gọi tôi là:..Ngày làm đề: ...../...../........

ÔN TẬP CHƯƠNG I - KTGK1

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 5

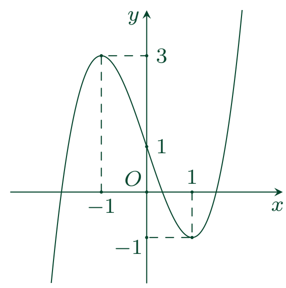
LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: 90 phút

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1.

Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



(A) $y = -x^3 + 2x - 1$. (B) $y = -x^3 + 3x + 1$.

(C) $y = 2x^3 - 6x + 1$. (D) $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải.

Quan sát đồ thị, ta thấy

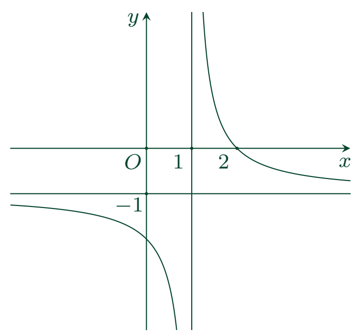
- Đây là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có $a > 0$.
- Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $(-1; 3)$ và $(1; -1)$.

Vậy đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Chọn đáp án (D) .... □

CÂU 2.

Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong các hệ số a, b, c có bao nhiêu số dương?



(A) 0. (B) 2.

(C) 1. (D) 3.

Lời giải.

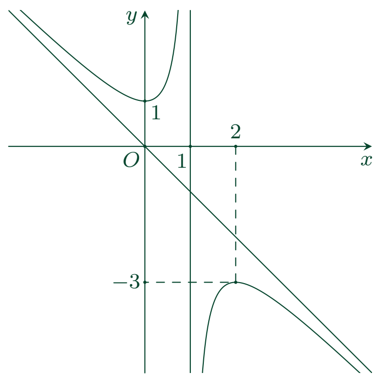
- Tiệm cận đứng $x = \dfrac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow c = 1$.
- Tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c} = -1 \Leftrightarrow a = -c \Rightarrow a = -1$.
- Đồ thị cắt trục hoành tại $x = 2$ nên $2a + b = 0$ hay $b = -2a = 2$.

Vậy có hai số dương.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 3.

Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



(A) $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$.

(B) $y=\dfrac{-x^2+x+2}{x-1}$.

(C) $y=\dfrac{x^2-x+1}{-x+1}$.

(D) $y=\dfrac{-x^2-x+1}{x-1}$.

Lời giải.

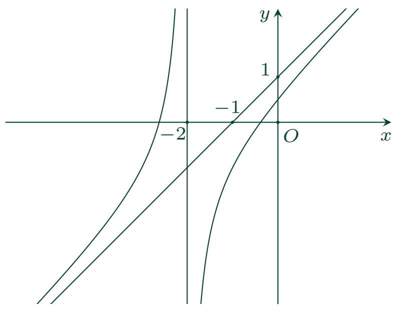
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.
- Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y=-x$.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;-3)$.

Vậy đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{-x+1}$.

Chọn đáp án (C) .... □

CÂU 4.

Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+1}{cx+2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị biểu thức $T=2a+3b-c$.



(A) 9.

(B) 10.

(C) 8.

(D) 11.

Lời giải.

- Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-2$. Suy ra $-\dfrac{2}{c}=-2\Leftrightarrow c=1$.
- Đồ thị có tiệm cận xiên đi qua hai điểm $(0;1)$ và $(-1;0)$ nên có phương trình
$$\frac{x}{-1}+\frac{y}{1}=1\Leftrightarrow y=x+1.$$

Khi đó ta có

- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{ax^2+bx+1}{x\left(x+2\right)}=1\Leftrightarrow a=1;$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+bx+1}{x+2}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(b-2\right)x+1}{x+2}=b-2=1\Leftrightarrow b=3.$

Vậy $T=2a+3b-c=2+9-1=10$.

Chọn đáp án (B) .... □

CÂU 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(2;+\infty)$. Ⓑ $(0;2)$. Ⓒ $(-3;1)$. Ⓓ $(-\infty;1)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số, ta có hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án B ☐

CÂU 6.

Hàm số $y=-x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(0;4)$. Ⓑ $(-\infty;0)$. Ⓒ $(2;+\infty)$. Ⓓ $(0;2)$.

Lời giải.

Ta có $y'=-3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2. \end{array}\right.$

Hàm số đồng biến khi $y'>0 \Leftrightarrow 0<x<2$.

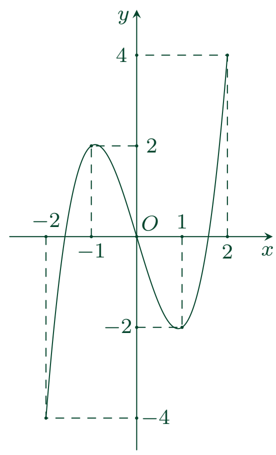
Chọn đáp án D ☐

CÂU 7.

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

Ⓐ $x=1$. Ⓑ $x=-2$.

Ⓒ $M(1;-2)$. Ⓓ $M(-2;-4)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $M(1;-2)$.

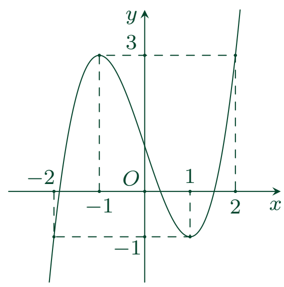
Chọn đáp án C ☐

CÂU 8.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ là

Ⓐ 1. Ⓑ -1.

Ⓒ -2. Ⓓ 3.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)=-1$.

Chọn đáp án B ☐

CÂU 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-2x+3$ trên đoạn $[2;4]$ là

Ⓐ 3. Ⓑ -1. Ⓒ 0. Ⓓ 1.

Lời giải.

- $y'=\left(x^2-2x+3\right)'=2x-2$;
- $y'=0 \Leftrightarrow 2x-2=0 \Leftrightarrow x=1 \notin [2;4]$.

Ta có $y(2)=3$; $y(4)=11$.

Vậy $\min\limits_{[2;4]} y=y(2)=3$.

Chọn đáp án A ☐

CÂU 10. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+2x}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

Ⓐ $x=1$. Ⓑ $y=1$. Ⓒ $x=2$. Ⓓ $y=2$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1+2x}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\frac{1}{x}+2}{1-\frac{1}{x}}=2$.

Nên $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án D ....

CÂU 11. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x+1}$ là

A $y=x-3$. B $y=x+1$. C $y=-3x+1$. D $x=-3y+1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Phương trình đường tiệm cận xiên có dạng $y=ax+b$.

Trong đó

- $a=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-2x+3}{x^2+x}=1$;
- $b=\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-ax]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2-2x+3}{x+1}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x+3}{x+1}=-3$.

Ta cũng có

- $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$;
- $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=-3$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-(x-3)]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{6}{x+1}=0$.

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x-3$.

Chọn đáp án A ....

CÂU 12. Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}+1}{3x-9\sqrt{x}+6}$ là

A 3. B 4. C 2. D 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=[0;+\infty)\setminus\{1;4\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x}+1}{3x-9\sqrt{x}+6}=0$.

Nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$.

- $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{x}+1}{3x-9\sqrt{x}+6}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{x}+1}{3\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=+\infty$;
- $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{\sqrt{x}+1}{3x-9\sqrt{x}+6}=-\infty$.

Suy ra đường thẳng $x=1$ là 1 tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

- $\lim\limits_{x\to4^+}\dfrac{\sqrt{x}+1}{3\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=+\infty$;
- $\lim\limits_{x\to4^-}\dfrac{\sqrt{x}+1}{3x-9\sqrt{x}+6}=-\infty$.

Suy ra đường thẳng $x=4$ là 1 tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

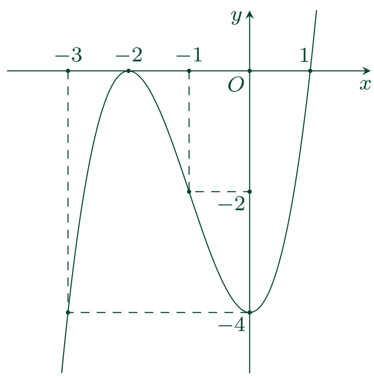
Vậy tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.

Chọn đáp án A ....

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.		X
b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.		X
c) $f'(2) = 4$.		X
d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.	X	

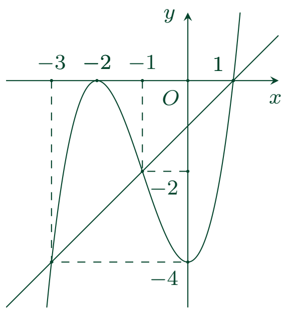
Lời giải.

a) **Sai**.
Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geq 0$ với $\forall x \geq 1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

b) **Sai**.
Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần qua $x = 1$ nên hàm số có một điểm cực trị.

c) **Sai**.
Từ đồ thị ta có hàm số $f'(x)$ có dạng: $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$.
Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua $(0; -4)$ nên $-4 = a(0+2)^2(0-1) \Leftrightarrow a = 1$.
Vậy $f'(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f'(2) = (2+2)^2(2-1) = 16$.

d) **Đúng**.
Ta có $g'(x) = f'(x) - x + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$.
Vẽ đường thẳng $y = x - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



Khi đó $f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(-3)$	$\nearrow$	$g(-1)$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Ta có hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ nên $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c sai | d đúng | .... □

CÂU 14. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Mệnh đề	Đ	S

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.	X	
b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.		X
c) Giả sử hàm số đã cho có hai điểm cực trị là x_1; x_2. Khi đó giá trị $x_1 \cdot x_2 = -1$.	X	
d) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam giác ABC là 12 với $C(-1; 2)$.		X

Lời giải.

a) Đúng.
Ta có $y' = 3x^2 - 3$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y(-1) = 3 \\ y(1) = -1. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.

b) Sai.
Vì từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

c) Đúng.
Vì $x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot (-1) = -1$.

d) Sai.
Vì $A(-1; 3)$, $B(1; -1)$, $C(-1; 2)$ nên

- $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}$;
- $\left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1$;
- $\cos\widehat{BAC} = \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \dfrac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2}} = \dfrac{2 \cdot 0 + (-4)(-1)}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}\sqrt{0^2 + (-1)^2}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.
- $\sin\widehat{BAC} = \sqrt{1 - \cos^2\widehat{BAC}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.
- $S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin\widehat{BAC} = \dfrac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 1 \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{5} = 1$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | .... □

CÂU 15. Cho hàm số $y = \dfrac{x + m}{x - 1}$ (m là tham số thực).

Mệnh đề	Đ	S
a) Khi $m = 2$ thì giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$ là 4.	X	
b) Khi $m = 2$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$ là $\dfrac{7}{4}$.	X	
c) Khi $m < -1$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 4]$ là $y(4)$.		X
d) Khi $\min\limits_{[2;4]} y = 3$ thì giá trị của tham số m là $1 \leq m < 3$.		X

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \dfrac{-1 - m}{(x - 1)^2}$.

a) Đúng.
Khi $m = 2$ thì $y' = \dfrac{-1-2}{(x-1)^2} = \dfrac{-3}{(x-1)^2} < 0\ \forall x \in \mathscr{D} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định, do đó hàm số cũng nghịch biến trên $[2;5]$.
Vậy $\max\limits_{[2;5]} y = y(2) = 4$.

b) Đúng.
Khi $m = 2$ thì $y' = \dfrac{-1-2}{(x-1)^2} = \dfrac{-3}{(x-1)^2} < 0\ \forall x \in \mathscr{D} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định, do đó hàm số cũng nghịch biến trên $[2;5]$.
Vậy $\min\limits_{[2;5]} y = y(5) = \dfrac{7}{4}$.

c) Sai.
Với $m < -1 \Rightarrow -1-m > 0 \Rightarrow y' > 0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên trên từng khoảng xác định, do đó hàm số cũng đồng biến trên $[2;4]$ suy ra $\min\limits_{[2;4]} y = y(2)$.

d) Sai.

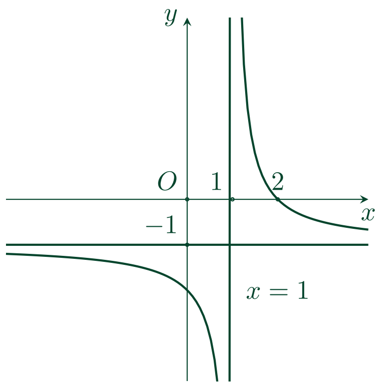
- Trường hợp 1.
$-1-m > 0 \Leftrightarrow m < -1 \Rightarrow y' > 0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $[2;4]$.
Khi đó $\min\limits_{[2;4]} y = y(2) \Leftrightarrow 3 = 2+m \Leftrightarrow m = 1$ (không thoả mãn).
- Trường hợp 2.
$-1-m < 0 \Leftrightarrow m > -1 \Rightarrow y' < 0$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $[2;4]$.

Khi đó $\min\limits_{[2;4]} y = y(4) \Leftrightarrow 3 = \dfrac{4+m}{3} \Leftrightarrow m = 5$ (thoả mãn).
Suy ra $m \notin [1;3)$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | .... □

CÂU 16.

Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x+c}.(a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó



Mệnh đề	Đ	S
a) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -1$.	X	
b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$.	X	
c) $a+b+c = 1$.		X
d) Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định.		X

Lời giải.

a) Đúng.
Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang.

b) Đúng.
Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng.

c) Đúng.
Dựa vào đồ thị hàm số ta có

- Tiệm cận ngang $y = -1 \Rightarrow a = -1$.
- Tiệm cận đứng $x = 1 \Rightarrow c = -1$.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;0)$ nên $0 = \dfrac{-2+b}{2-1} \Rightarrow b = 2$.

Vậy $a+b+c = -1+2-1 = 0$.

d) **Sai**.

Ta có $y=\dfrac{-x+2}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\neq 1$.

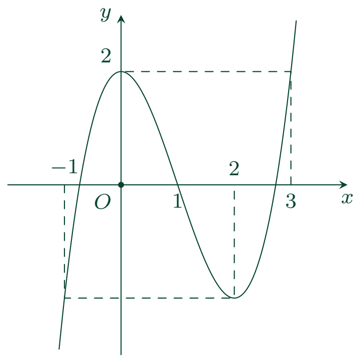
Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | .... □

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 17.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(x-m)-\dfrac{1}{2}(x-m-1)^2+2019$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$. Tính tổng tất cả các phần tử trong S.



Đáp án: 14

Lời giải.

Xét hàm số $g(x)=f(x-m)-\dfrac{1}{2}(x-m-1)^2+2019$.

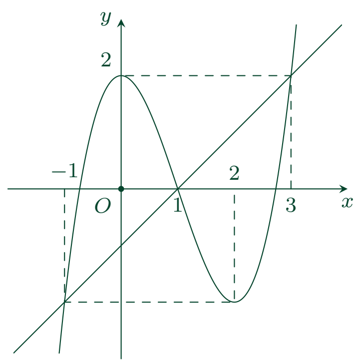
$g'(x)=f'(x-m)-(x-m-1)$.

Xét phương trình $g'(x)=0$. (1)

Đặt $x-m=t$, phương trình (1) trở thành $f'(t)-(t-1)=0\Leftrightarrow f'(t)=t-1$. (2)

Nghiệm của phương trình (2) là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và $y=t-1$.

Ta có đồ thị các hàm số $y=f'(t)$ và $y=t-1$ như sau



Căn cứ đồ thị các hàm số ta có phương trình (2) có nghiệm là $\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=1\\t=3\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=m-1\\x=m+1\\x=m+3.\end{array}\right.$

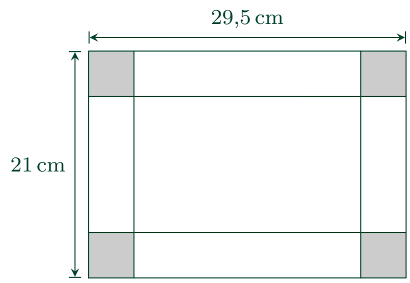
Ta có bảng biến thiên của $y=g(x)$

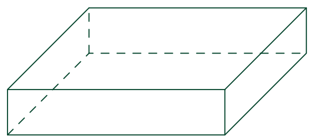
x	$-\infty$		$m-1$		$m+1$		$m+3$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗		↘		↗	$+\infty$

Để hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$ cần $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m-1\leq 5\\m+1\geq 6\end{cases}\\m+3\leq 5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5\leq m\leq 6\\m\leq 2.\end{array}\right.$

Vì $m\in\mathbb{N}^*\Rightarrow S=\{1;2;5;6\}\Rightarrow$ Tổng các phần tử trong S bằng 14.

CÂU 18. Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích thước 21 cm, 29,5 cm. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.





Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 4,03

Lời giải.

Gọi cạnh của hình vuông bị cắt ở bốn góc là x.
Điều kiện $0 < 2x < 21 \Leftrightarrow 0 < x < 10,5$, đơn vị cm.
Ta có kích thước của khối hộp chữ nhật là x; $21 - 2x$; $29,5 - 2x$.
Thể tích của khối hộp là $V = (21 - 2x) \cdot (29,5 - 2x) \cdot x = 619,5x - 101x^2 + 4x^3 = f(x)$.
Thể tích khối hộp lớn nhất khi hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất.
Xét hàm số $f(x) = 619,5x - 101x^2 + 4x^3$ trên khoảng $(0; 10,5)$

$$f'(x) = 12x^2 - 202x + 619,5 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 \approx 4,03 \\ x_2 \approx 12,80. \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên

x	0		x_1		$10,5$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$f(x_1)$	$\searrow$	$f(10,5)$

Suy ra $\max\limits_{(0;10,5)} f(x) = f(x_1)$.
Vậy cạnh của hình vuông xấp xỉ 4,03 cm.

CÂU 19. Điểm cực tiểu x_{CT} của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$ là

Đáp án: 1

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9 = 0$.
$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y(1) = -5 \\ y(-3) = 27. \end{array}\right.$
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	27	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $x = 1$ là điểm cực tiểu.

CÂU 20. Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 4x^2$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ $0; 1; a; b$. Tính $S = ab - a - b$. (làm tròn 2 chữ số thậm phân)

Đáp án: 0,67

Lời giải.

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)=3x^4-4x^2$ lần lượt tại các điểm A, B có hoành độ $0;1$ nên $y_A=f(0)=0$; $y_B=f(1)=-1$.
$\Rightarrow A(0;0)$, $B(1;-1)$.
Suy ra phương trình đường thẳng d là $y=-x$.
Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là

$$\begin{aligned}
& 3x^4-4x^2=-x\\
\Leftrightarrow\ & 3x^4-4x^2+x=0\\
\Leftrightarrow\ & x\left(3x^3-4x+1\right)=0\\
\Leftrightarrow\ & x(x-1)\left(3x^2+3x-1\right)=0\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x=0\\ x-1=0\\ 3x^2+3x-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=1\\ x=\dfrac{-3-\sqrt{21}}{6}\\ x=\dfrac{-3+\sqrt{21}}{6}.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Từ đó suy ra $a=\dfrac{-3-\sqrt{21}}{6}; b=\dfrac{-3+\sqrt{21}}{6}\Rightarrow S=ab-a-b=\dfrac{2}{3}$.
Nhận xét: Do biểu thức S đối xứng nên ta có thể áp dụng định lí Vi-ét để tính nhanh hơn
Cụ thể a, b là nghiệm của phương trình $3x^2+3x-1=0$ nên $ab=-\dfrac{1}{3}$; $a+b=-1$.
Từ đó suy ra $S=ab-a-b=ab-(a+b)=-\dfrac{1}{3}-(-1)=\dfrac{2}{3}\approx 0{,}67$.

CÂU 21. Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2-1}{x-m}$ có bao nhiêu giá trị nguyên m thỏa mãn $\max\limits_{[0;4]} y=-6$.

Đáp án: 1

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.
Ta có $y'=\dfrac{m^2-m+1}{(x-m)^2}>0$, $\forall x\in\mathscr{D}$ (do $m^2-m+1=\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0$, $\forall m\in\mathbb{R}$).
Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;m)$ và $(m;+\infty)$.
Khi đó $\max\limits_{[0;4]} y=y(4)$.
Để hàm số đã cho có giá trị lớn nhất trên $[0;4]$ bằng -6 thì

$$\begin{cases} m\notin[0;4]\\ y(4)=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\notin[0;4]\\ \dfrac{3-m^2}{4-m}=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\notin[0;4]\\ m^2+6m-27=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\notin[0;4]\\ \left[\begin{array}{l} m=3\\ m=-9.\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m=-9.$$

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

CÂU 22. Biết tích các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x^2+2(m-2)x+m^2+1}$ có đúng 2 đường tiệm cận là $\dfrac{a}{b}$, $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P=a^2+b^2$.

Đáp án: 8 5

Lời giải.

Đặt $f(x)=x^2+2(m-2)x+m^2+1$.
Dễ thấy đồ thị không có tiệm cận xiên.
Đồ thị có 1 tiệm cận ngang là $y=0$ do $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-4}{x^2+2(m-2)x+m^2+1}=0$.
Do đó, để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì đồ thị hàm số chỉ có đúng 1 đường tiệm cận đứng.

Khi đó, $f(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x=2$ hoặc $f(x)=0$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\Delta' > 0\\ f(2)=0\end{cases}\\ \Delta' = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(m-2)^2-m^2-1>0\\ 4+2(m-2)\cdot 2+m^2+1=0\end{cases}\\ (m-2)^2-m^2-1=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}-4m+3>0\\ m^2+4m-3=0\end{cases}\\ -4m+3=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m<\dfrac{3}{4}\\ m=-2\pm\sqrt{7}\end{cases}\\ m=\dfrac{3}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-2\pm\sqrt{7}\\ m=\dfrac{3}{4}.\end{array}\right.$$

Vậy tích tất cả các giá trị thực của tham số m là $P=\left(-2+\sqrt{7}\right)\cdot\left(-2-\sqrt{7}\right)\cdot\dfrac{3}{4}=-3\cdot\dfrac{3}{4}=\dfrac{-9}{4}$.
Do đó $a=-9$, $b=4$ nên $P=a^2+b^2=81+4=85$.