

Bài 3. THỂ TÍCH CỦA KHỐI ĐA DIỆN

QUICK NOTE

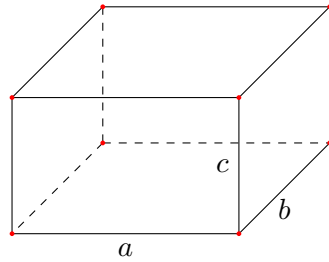
A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN CẦN NĂM

1. THỂ TÍCH CỦA KHỐI HỘP CHỮ NHẬT

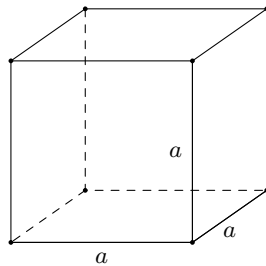
ĐỊNH LÝ 3.1. Thể tích của một khối hình hộp chữ nhật bằng tích số của ba kích thước.

Như vậy:

-Với khối hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c thì $V = a \cdot b \cdot c$.



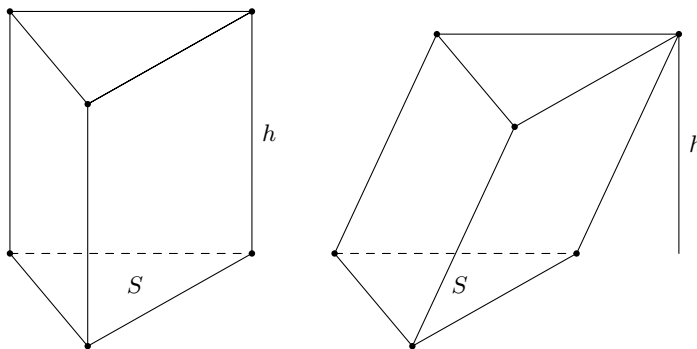
-Khối lập phương có cạnh bằng a thì $V = a^3$.



2. THỂ TÍCH CỦA KHỐI LĂNG TRỤ

ĐỊNH LÝ 3.2. Thể tích của một khối lăng trụ bằng tích của diện tích đáy và chiều cao.

Như vậy: Với khối lăng trụ có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h ta có: $V = S \cdot h$.

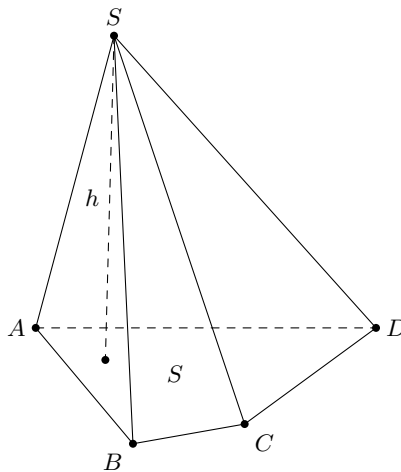


3. THỂ TÍCH CỦA KHỐI CHÓP

ĐỊNH LÝ 3.3. Thể tích của một khối chóp bằng $\frac{1}{3}$ tích của diện tích đáy và chiều cao.

Như vậy: Với khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h ta có: $V = \frac{1}{3} S \cdot h$

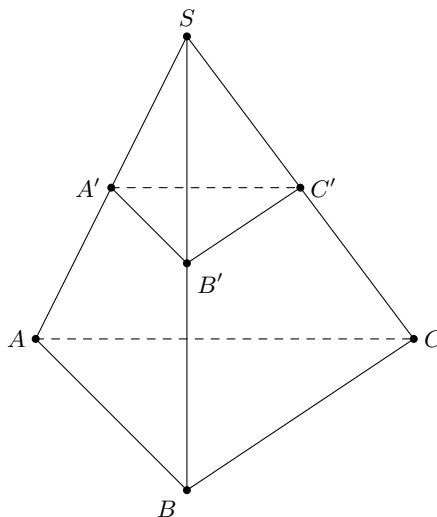
QUICK NOTE



4. TỈ SỐ THỂ TÍCH TỨ DIỆN

Cho khối tứ diện $SABC$ và A', B', C' là các điểm tùy ý lần lượt thuộc SA, SB, SC ta có:

$$\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$



B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Khối lăng trụ đứng có chiều cao hay cạnh đáy.

1. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Đáy của lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác vuông cân tại A , có cạnh $BC = a\sqrt{2}$, biết $A'B = 3a$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

VÍ DỤ 2. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên bằng $4a$ và đường chéo $5a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

VÍ DỤ 3. Đáy của lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác đều cạnh $a = 4$ và biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

VÍ DỤ 4. Một tấm bìa hình vuông có cạnh 44 cm, người ta cắt bỏ đi ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một cái hộp chữ nhật không có nắp. Tính thể tích các hộp này.

VÍ DỤ 5. Cho hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a và có góc nhọn bằng 60° . Đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của lăng trụ. Tính thể tích của khối hộp.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ là

- A. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{6}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{3}$.

CÂU 2. Cho hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh đều bằng a . Thể tích khối lăng trụ đều là

- A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

CÂU 3. Nếu ba kích thước của một khối chữ nhật tăng lên 4 lần thì thể tích của nó tăng lên

- A. 4 lần. B. 16 lần. C. 64 lần. D. 192 lần.

CÂU 4. Cho một khối lập phương biết rằng khi tăng độ dài cạnh của khối lập phương thêm 2 cm thì thể tích của nó tăng thêm 98 cm^3 . Hỏi cạnh của khối lập phương đã cho bằng

- A. 3 cm. B. 4 cm. C. 5 cm. D. 6 cm.

CÂU 5. Một khối hộp chữ nhật (H) có các kích thước là a, b, c . Khối hộp chữ nhật (H') có các kích thước tương ứng lần lượt là $\frac{a}{2}, \frac{2b}{3}, \frac{3c}{4}$. Khi đó tỉ số thể tích $\frac{V(H')}{V(H)}$ là

- A. $\frac{1}{24}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

CÂU 6. Cho hình lập phương có độ dài đường chéo bằng $10\sqrt{2} \text{ cm}$. Thể tích của khối lập phương là

- A. 300 cm^3 . B. 900 cm^3 . C. 1000 cm^3 . D. 2700 cm^3 .

CÂU 7. Nếu ba kích thước của một khối hộp chữ nhật tăng lên k lần thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ

- A. tăng k lần. B. tăng k^2 lần. C. tăng k^3 lần. D. tăng $3k^3$ lần.

CÂU 8. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{8}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

CÂU 9. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = AC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = a^3\sqrt{2}$.

CÂU 10. Tính thể tích V của khối lập phương có các đỉnh là trọng tâm của các mặt của một khối bát diện đều cạnh a .

- A. $V = \frac{8a^3}{27}$. B. $V = \frac{a^3}{27}$. C. $V = \frac{16a^3\sqrt{2}}{27}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{27}$.

CÂU 11. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết tổng diện tích các mặt của hình lập phương bằng 150.

- A. $V = 25$. B. $V = 75$. C. $V = 125$. D. $V = 100$.

CÂU 12. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết đáy nội tiếp đường tròn có chu vi bằng 4π .

- A. $V = \pi^3$. B. $V = 8$. C. $V = 16\sqrt{2}$. D. $V = 2\sqrt{2}$.

QUICK NOTE

Dạng 2. Lăng trụ đứng có góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

QUICK NOTE

3. Các ví dụ

VÍ DỤ 1. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $A'B$ hợp với đáy ABC một góc 60° . Tính thể tích lăng trụ.

VÍ DỤ 2. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, biết BC' hợp với $(AA'C'C)$ một góc bằng 30° . Tính AC' và thể tích lăng trụ.

VÍ DỤ 3. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và đường chéo BD' của lăng trụ hợp với đáy $ABCD$ một góc 30° . Tính thể tích và tổng diện tích các mặt bên của lăng trụ.

VÍ DỤ 4. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$, biết AB' hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30° . Tính thể tích của hình hộp.

4. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại A . Cho $AC = AB = 2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Thể tích khối lăng trụ là

- A. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$; $AD = 2a$, đường thẳng $A'C$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $V = 2a^3\sqrt{15}$. B. $V = a^3\sqrt{15}$. C. $V = 2a^3\sqrt{3}$. D. $V = 4a^3\sqrt{3}$.

CÂU 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 10$ cm, $AD = 16$ cm. Biết rằng hợp với đáy một góc φ sao cho $\cos \varphi = \frac{8}{17}$. Tính thể tích khối hộp.

- A. 4800 cm^3 . B. 5200 cm^3 . C. 3400 cm^3 . D. 6500 cm^3 .

CÂU 4. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy a , góc của đường chéo với đáy là 60° . Tính thể tích khối lăng trụ

- A. $a^3\sqrt{6}$. B. $a^2\sqrt{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

CÂU 5. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng a và đường thẳng AA' hợp với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{32a^3}{9}$. B. $V = \frac{31a^3}{9}$. C. $V = \frac{30a^3}{9}$. D. $V = \frac{33a^3}{9}$.

CÂU 6. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng 1, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Góc giữa AC' và mặt phẳng $(ADD'A')$ bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. $V = \sqrt{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Dạng 3. Lăng trụ đứng có góc giữa hai mặt phẳng

VÍ DỤ 1. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $(A'BC)$ hợp với đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích lăng trụ.

VÍ DỤ 2. Đáy của lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác đều. Mặt $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° và diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ.

VÍ DỤ 3. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a và mặt phẳng (BDC') hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính thể tích lăng trụ.

VÍ DỤ 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 2a$; Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 60° và AC' hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30° . Tính thể tích khối hộp chữ nhật.

5. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh đáy $4\sqrt{3}$ dm. Biết mặt phẳng (BCD') hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. 325 dm^3 . B. 478 dm^3 . C. 576 dm^3 . D. 648 dm^3 .

CÂU 2. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, mặt bên $(A'BC)$ hợp với mặt đáy (ABC) một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

CÂU 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$. Biết rằng mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

CÂU 4. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng $A'BC$ và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

CÂU 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B ; $AC = 2a$. Biết rằng mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = a^3\sqrt{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

CÂU 6. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $AB = AC = a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Biết rằng mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

CÂU 7. Đáy của lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác đều. Mặt $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° và diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ

- A. $16\sqrt{3}$. B. $8\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $6\sqrt{3}$.

CÂU 8. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 60° , $A'C$ hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30° và $AA' = a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối hộp.

- A. $V = 2a^3\sqrt{6}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $V = 2a^3\sqrt{2}$. D. $V = a^3$.

CÂU 9. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BB' = AB = h$. Biết rằng mặt phẳng $(B'AC)$ hợp với mặt phẳng chứa đáy ABC một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. $V = \frac{h^3\sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{h^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{h^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V = \frac{h^3\sqrt{2}}{3}$.

QUICK NOTE

Dạng 4. Khối lăng trụ xiên

QUICK NOTE

VÍ DỤ 1. Cho lăng trụ xiên tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , biết cạnh bên là $a\sqrt{3}$ và hợp với đáy ABC một góc 60° . Tính thể tích lăng trụ.

VÍ DỤ 2. Cho hình lăng trụ xiên tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết AA' hợp với đáy (ABC) một góc 60° .

a) Chứng minh rằng $BB'C'C$ là hình chữ nhật.

b) Tính thể tích lăng trụ.

VÍ DỤ 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}$, $AD = \sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy các góc 45° và 60° . Tính thể tích khối hộp nếu biết cạnh bên bằng 1.

6. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , biết $A'O = a$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3}{4}$. **D.** $V = \frac{a^3}{6}$.

CÂU 2. Cho hình lăng trụ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên đáy ABC là trung điểm H của cạnh AC , đường thẳng $A'B$ tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. **D.** $V = a^3\sqrt{5}$.

CÂU 3. Một khối lăng trụ tam giác có các cạnh đáy bằng 13, 14, 15, cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° và có chiều dài bằng 8. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 340$. **B.** $V = 336$. **C.** $V = 274\sqrt{3}$. **D.** $V = 124\sqrt{3}$.

CÂU 4. Cho hình lăng trụ có đáy $ABCD.A'B'C'D'$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $A'B = 3a$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với tâm O của hình chữ nhật $ABCD$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = 2a^3\sqrt{6}$. **B.** $V = a^3\sqrt{6}$. **C.** $V = \frac{2}{3}a^3\sqrt{6}$. **D.** $V = 6a^3\sqrt{2}$.

CÂU 5. Cho hình lăng trụ có đáy $ABC.A'B'C'$ là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của C' trên (ABC) là trung điểm I của BC . Góc giữa AA' và BC là 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

CÂU 6. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh a và điểm A' cách đều các điểm A, B, C . Cạnh bên AA' tạo với mp đáy một góc 60° . Tính thể tích của lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

CÂU 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $\hat{A} = 60^\circ$. Chân đường vuông góc hạ từ B' xuống đáy $ABCD$ trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy. Cho $BB' = a$. Tính thể tích hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

CÂU 8. Cho (H) lăng trụ xiên $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc A' lên đáy trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $A'A$ hợp với đáy bằng 60° . Thể tích của (H) bằng

A. $3\sqrt{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

CÂU 9. Cho (H) lăng trụ xiên $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ và hợp đáy bằng 60° . Thể tích của (H) bằng

- A.** $3\sqrt{6}a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

CÂU 10. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên $mp(ABC)$ là trung điểm của cạnh BC . Tính theo a thể tích của khối chóp $A'.ABC$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$.

- A.** $V = \frac{a^3}{2}, \cos \varphi = \frac{1}{4}$. **B.** $V = \frac{a^3}{3}, \cos \varphi = \frac{1}{4}$.
C. $V = \frac{a^3}{2}, \cos \varphi = \frac{1}{2}$. **D.** $V = \frac{a^3}{3}, \cos \varphi = \frac{1}{2}$.

Dạng 5. Khối chóp có cạnh bên vuông góc với đáy

VÍ DỤ 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SB = SC = BC = CA = a$. Hai mặt (ABC) và (ASC) cùng vuông góc với (SBC) . Tính thể tích hình chóp.

VÍ DỤ 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$, biết SA vuông góc với đáy ABC và SB hợp với đáy một góc 60° .

a) Chứng minh các mặt bên là tam giác vuông.

b) Tính thể tích hình chóp.

VÍ DỤ 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . SA vuông góc với đáy (ABC) và (SBC) hợp với đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích hình chóp.

VÍ DỤ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a biết SA vuông góc với đáy $ABCD$ và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc 60° .

a) Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

b) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) .

7. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A.** $V = a^3$. **B.** $V = \frac{a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3}{4}$.

CÂU 2. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

CÂU 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A.** $V = a^3\sqrt{3}$. **B.** $V = \frac{a^3}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{8}$. D. $\frac{3a^3}{6}$.

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B biết $AB = a$; $AC = 2a$. $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{8}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

CÂU 7. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SB = a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

CÂU 8. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SC = a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{4a^2}{3}$.

CÂU 9. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $V = a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

CÂU 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$ và vuông góc với đáy ABC . Biết rằng tam giác ABC đều và mặt phẳng (SBC) hợp với đáy (ABC) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

CÂU 12. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) , đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$, góc giữa SB và (ABC) là 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

CÂU 13. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB tạo với mặt đáy một góc 45° . Biết $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. B. $V = \frac{a^3}{2\sqrt{3}}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

CÂU 14. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SB = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{8}$.

CÂU 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

QUICK NOTE

CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B ; $AB = a$, $SA \perp (ABC)$. Cạnh bên SB hợp với đáy một góc 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ tính theo a bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

CÂU 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh $2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABO$ là

- A. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

CÂU 18. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $BD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = a^3$.

CÂU 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , $BC = 2a\sqrt{3}$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

CÂU 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SBC) tạo với mặt đáy (ABC) một góc bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

CÂU 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy $ABCD$. Mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

CÂU 22. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{7}$.

CÂU 23. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $SA \perp (ABC)$ góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

CÂU 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . $AB = BC = a$, $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Dạng 6. Khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy

QUICK NOTE

VÍ DỤ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$.

a) Chứng minh rằng chân đường cao khối chóp trùng với trung điểm cạnh AB .

b) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

VÍ DỤ 2. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác đều, BCD là tam giác vuông cân tại D , $AD = a$, $(ABC) \perp (BCD)$ và AD hợp với (BCD) một góc 60° . Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

VÍ DỤ 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , có $BC = a$. Mặt bên SAC vuông góc với đáy, các mặt bên còn lại đều tạo với đáy một góc 45° .

a) Chứng minh rằng chân đường cao khối chóp trùng với trung điểm cạnh AC .

b) Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

8. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. a^3 .

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$. Mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{24}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$.

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a\sqrt{3}$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $12a^3$. B. $14a^3$. C. $15a^3$. D. $17a^3$.

CÂU 5. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$, biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60° .

- A. $V = 18a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{9a^3\sqrt{15}}{2}$. C. $V = 9a^3\sqrt{3}$. D. $V = 18a^3\sqrt{15}$.

CÂU 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Gọi I là trung điểm AC , tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° .

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

CÂU 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là trung điểm M của AC . Góc giữa SB và đáy bằng 60° . Thể tích $S.ABC$ là bao nhiêu?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

QUICK NOTE

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh AB , đường thẳng SC tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc tạo bởi cạnh SC và mặt phẳng đáy (ABC) bằng 30° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu S lên đáy là trung điểm H của cạnh AB , góc tạo bởi SD và đáy là 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{13}}{2}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$.

CÂU 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết $SD = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{7}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{13}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. D. $V = \frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$.

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; hình chiếu của S trên $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AB ; cạnh bên $SD = \frac{3a}{2}$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{7}}{3}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có SAB đều cạnh a , tam giác ABC cân tại C . Hình chiếu của S lên (ABC) là trung điểm của cạnh AB ; góc hợp bởi cạnh SC và mặt đáy là 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ tính theo a là

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

CÂU 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $2\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

CÂU 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $\triangle SAB$ đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Biết (SCD) tạo với $(ABCD)$ một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a$; $AD = a$. Tam giác SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $\frac{1}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{2}{3}a^3$.

CÂU 17. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $\triangle SAD$ cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $2a^3\sqrt{3}$.

QUICK NOTE

CÂU 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều; mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAB vuông tại S , $SA = a\sqrt{3}$, $SB = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

CÂU 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ABC tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = AC = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC . Mặt phẳng (SAB) hợp với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

CÂU 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , có $BC = a$; Mặt bên (SAC) vuông góc với đáy, các mặt bên còn lại đều tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3}{12}$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{24}$.

CÂU 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $2a^3\sqrt{3}$.

CÂU 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SAB là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm AB . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{a^3}{18}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

CÂU 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{3a}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $V = 2a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = 3a^3\sqrt{3}$.

CÂU 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh đáy là hình vuông cạnh $2a$. SAD là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4a^3\sqrt{15}}{5}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{5}$. D. $6a^3\sqrt{3}$.

Dạng 7. Khối chóp đều

VÍ DỤ 1. Có Cho chóp tam giác đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Chứng minh rằng chân đường cao kẻ từ S của hình chóp là tâm của tam giác đều ABC . Tính thể tích chóp đều $S.ABC$.

VÍ DỤ 2. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng a .

a) Chứng minh rằng $S.ABCD$ là chóp tứ giác đều.

b) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

VÍ DỤ 3. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a , M là trung điểm DC .

a) Tính thể tích khối tứ diện đều $ABCD$.

b) Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) . Suy ra thể tích hình chóp $MABC$.

9. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao của hình chóp là $a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

CÂU 2. Tính thể tích của chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

CÂU 3. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

CÂU 4. Thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng 2 là

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $2\sqrt{2}$.

CÂU 5. Kim tự tháp Kê – ôp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao $147m$, cạnh đáy dài $230m$. Thể tích của nó là

- A. $2592100 m^3$. B. $2592100 m^2$. C. $7776300 m^3$. D. $3888150 m^3$.

CÂU 6. Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của (H) bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

CÂU 7. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho

- A. $V = 4\sqrt{7}a^3$. B. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

CÂU 9. Cho hình chóp đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm SB, SC . Biết $(AMN) \perp (SBC)$. Khi đó $V_{S.ABC}$ là

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{15}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$.

CÂU 10. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$.

CÂU 11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 12. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3a$. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $3a^3\sqrt{6}$.

CÂU 13. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $\frac{2a}{3}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{81}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{81}$. C. $\frac{a^3}{81}$. D. $\frac{4a^3}{81}$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 14. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa cạnh bên và mặt đáy là 45° . Thể tích hình chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

CÂU 15. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp đó là

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

CÂU 16. Tính thể tích của khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° .

- A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $2a^3$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $6a^3$.

CÂU 17. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích của khối chóp đó là

- A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

CÂU 18. Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a , các mặt bên tạo với đáy một góc α . Thể tích khối chóp đó là

- A. $\frac{a^3}{2} \sin \alpha$. B. $\frac{a^3}{2} \tan \alpha$. C. $\frac{a^3}{6} \cot \alpha$. D. $\frac{a^3}{6} \tan \alpha$.

CÂU 19. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b . Thể tích của khối chóp là

- A. $\frac{a^2}{4} \sqrt{3b^2 - a^2}$. B. $\frac{a^2}{12} \sqrt{3b^2 - a^2}$. C. $\frac{a^2}{6} \sqrt{3b^2 - a^2}$. D. $a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}$.

CÂU 20. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng φ . Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2} \tan \varphi$. B. $\frac{a^3}{6} \tan \varphi$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6} \tan \varphi$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6} \cot \varphi$.

CÂU 21. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt đáy một góc φ . Tính thể tích của khối chóp đó.

- A. $\frac{a^3 \tan \varphi}{12}$. B. $\frac{a^3 \tan \varphi}{6}$. C. $\frac{a^3 \cot \varphi}{12}$. D. $\frac{a^3 \cot \varphi}{6}$.

CÂU 22. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

CÂU 23. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

CÂU 24. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ có diện tích 16cm^2 , diện tích một mặt bên là $8\sqrt{3}\text{cm}^2$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{32\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$. B. $V = \frac{32\sqrt{13}}{3}\text{cm}^3$.
C. $V = \frac{32\sqrt{11}}{3}\text{cm}^3$. D. $V = \frac{32\sqrt{15}}{3}\text{cm}^3$.

CÂU 25. Cho một hình chóp tứ giác đều có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy bằng 60° và diện tích xung quanh bằng $8a^2$. Tính diện tích S của mặt đáy hình chóp.

- A. $4a^2\sqrt{3}$. B. $4a^2$. C. $2a^2$. D. $2a^2\sqrt{3}$.

Dạng 8. Khối chóp và phương pháp tỉ số thể tích

VÍ DỤ 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$. SA vuông góc với đáy ABC , $SA = a$.

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

b) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , mặt phẳng (α) qua AG và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Tính thể tích khối chóp $S.AMN$.

VÍ DỤ 2. Cho tam giác ABC vuông cân ở A và $AB = a$. Trên đường thẳng qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABC) lấy điểm D sao cho $CD = a$. Mặt phẳng qua C vuông góc với BD , cắt BD tại F và cắt AD tại E .

a) Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

b) Chứng minh $CE \perp (ABD)$.

c) Tính thể tích khối tứ diện $CDEF$.

VÍ DỤ 3. Cho khối chóp tứ giác đều $ABCD$. Một mặt phẳng (α) đi qua A, B và trung điểm M của SC . Tính tỉ số thể tích của hai phần khối chóp bị phân chia bởi mặt phẳng đó.

VÍ DỤ 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ đáy hình vuông cạnh a . Cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm SC . Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD , cắt SB tại E và cắt SD tại F .

a) Hãy xác định mặt phẳng $(AEMF)$.

b) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

c) Tính thể tích khối chóp $S.AEMF$.

VÍ DỤ 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi B', D' là hình chiếu của A lên SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' .

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

b) Chứng minh $SC \perp (AB'D')$.

c) Tính thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$.

10. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Tỉ số thể tích $\frac{V_{MUK}}{V_{MNPQ}}$ là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{8}$.

CÂU 2. Cho hình chóp $S.ABC$. Trên 3 cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy 3 điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{2}SA; SB' = \frac{1}{2}SB, SC' = \frac{1}{2}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỷ số $\frac{V'}{V}$ là

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{16}$.

CÂU 3. Cho tứ diện $ABCD$, hai điểm M và N lần lượt trên hai cạnh AB và AD sao cho $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{3}; \frac{AN}{ND} = \frac{1}{4}$, khi đó tỉ số $\frac{V_{ACMN}}{V_{ABCD}}$ bằng

- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{16}$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- CÂU 4.** Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.
- A. 4. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{4}$.
- CÂU 5.** Cho khối chóp $O.ABC$. Trên ba cạnh OA, OB, OC lần lượt lấy ba điểm sao cho $2OA' = OA, 4OB' = OB, 3OC' = OC$. Tính tỉ số $\frac{V_{O.A'B'C'}}{V_{O.ABC}}$.
- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{24}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{32}$.
- CÂU 6.** Cho tứ diện $ABCD$ có B' là trung điểm AB , C' thuộc đoạn AC và thỏa mãn $2AC' = C'C$. Trong các số dưới đây, số nào ghi giá trị tỉ số thể tích giữa khối tứ diện $AB'C'D$ và phần còn lại của khối tứ diện $ABCD$?
- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{5}$.
- CÂU 7.** Cho khối chóp $S.ACB$. Gọi G là trọng tâm giác SBC . Mặt phẳng (α) qua AG và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại I, J . Gọi $V_{S.AIJ}, V_{S.ABC}$ lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $SAIJ$ và $SABC$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = 1$. B. $\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = \frac{2}{3}$. C. $\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = \frac{4}{9}$. D. $\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = \frac{8}{27}$.
- CÂU 8.** Cho khối chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ bằng
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{16}$.
- CÂU 9.** Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và trung điểm M của SC . Tỉ số thể tích của hai phần khối chóp bị phân chia bởi mặt phẳng đó là
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{3}{5}$.
- CÂU 10.** Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi V' là thể tích của khối tứ diện có các đỉnh là trọng tâm của các mặt của khối tứ diện $ABCD$. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.
- A. $\frac{V'}{V} = \frac{8}{27}$. B. $\frac{V'}{V} = \frac{23}{27}$. C. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{27}$. D. $\frac{V'}{V} = \frac{4}{27}$.
- CÂU 11.** Cho tứ diện có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.
- A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. C. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.
- CÂU 12.** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có M là trung điểm của SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $NS = 2NC$. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối chóp $A.BMNC$ và $S.AMN$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. D. $\frac{V_1}{V_2} = 3$.
- CÂU 13.** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi (α) là mặt phẳng qua A và song song với BC . (α) cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Tính tỉ số $\frac{SM}{SB}$ biết (α) chia khối chóp thành 2 phần có thể tích bằng nhau.
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.
- CÂU 14.** Hình chóp $S.ACB$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a, AC = a\sqrt{2}, AB = 3a$. Gọi M, N là hình chiếu vuông góc của A lên các cạnh SB và SC .

Đặt $k = \frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}}$, khi đó giá trị của k là

- A. $\frac{1}{\sqrt{30}}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{30}$. D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi $M; N$ lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tỷ lệ thể tích của $\frac{V_{SABCD}}{V_{SAMND}}$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 4. D. $\frac{3}{8}$.

CÂU 16. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên 3 cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy 3 điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA; SB' = \frac{1}{4}SB; SC' = \frac{1}{2}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỷ số $\frac{V'}{V}$ là

- A. 12. B. $\frac{1}{12}$. C. 24. D. $\frac{1}{24}$.

CÂU 17. Xét khối hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng đi qua A , trọng tâm G của tam giác SBC và song song với BC chia khối chóp thành hai phần, tính tỉ số thể tích (số lớn chia số bé) của chúng.

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{4}{3}$.

CÂU 18. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$ thể tích của hai khối chóp $S.MNCD$ và khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{V'}{V} = \frac{3}{8}$. B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. C. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

CÂU 19. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có M là trung điểm của SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $NS = 2NC$, P là điểm trên cạnh SA sao cho $PA = 2PS$. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $BMNP$ và $SABC$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{9}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

CÂU 20. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có M là trung điểm SB , N là điểm trên SC sao cho $NS = 2NC$. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối chóp $A.BMNC$ và $S.AMN$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. D. $\frac{V_1}{V_2} = 3$.

CÂU 21. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có M là trung điểm SB , N là điểm trên SC sao cho $NS = 2NC$, là điểm trên SA sao cho $PA = 2PS$. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối chóp $BMNP$ và $S.ABC$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{9}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

CÂU 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và trung điểm M của SC . Mặt phẳng (α) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{8}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{8}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$.

CÂU 23. Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi N là trung điểm SB, M là điểm đối xứng với B qua A . Mặt phẳng (MNC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{7}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{11}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{9}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{13}$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 24. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỷ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng

- A. $\frac{7}{5}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{6}{5}$.

CÂU 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' sao cho $SA = 2SA'; SB = 3SB'; SC = 4SC'$, mặt phẳng $(A'B'C')$ cắt cạnh SD tại D' , gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'; S.ABCD$. Khi đó $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{1}{24}$. B. $\frac{1}{26}$. C. $\frac{7}{12}$. D. $\frac{7}{24}$.

CÂU 26. Cho tứ diện $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc SA và SB sao cho $MA = 2SM, SN = 2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC . Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó (H_1) chứa điểm S , (H_2) chứa điểm A ; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

CÂU 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = a$. Điểm M thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k$. Xác định k sao cho mặt phẳng (BMC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau.

- A. $k = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$. B. $k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. C. $k = \frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$. D. $k = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$.

CÂU 28. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có M là trung điểm của SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $NS = 2NC$, P là điểm trên cạnh SA sao cho $PA = 2PS$. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $BMNP$ và $SABC$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{9}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

CÂU 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hai mặt bên $(SAB), (SAD)$ cùng vuông góc với mặt đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối chóp $S.AHK$ và $S.ACD$ với H, K lần lượt là trung điểm SC, SD . Tính độ dài đường cao h của khối chóp $S.ABCD$ và tỉ số $k = \frac{V_1}{V_2}$.

- A. $h = a; k = \frac{1}{4}$. B. $h = a; k = \frac{1}{6}$. C. $h = 2a; k = \frac{1}{8}$. D. $h = 2a; k = \frac{1}{3}$.

Dạng 9. Ôn tập khối chóp và lăng trụ

VÍ DỤ 1. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và đáy bằng 60° và M là trung điểm của SB .

- a) Tính thể tích khối chóp $SABCD$.
b) Tính thể tích khối chóp $MBCD$.

VÍ DỤ 2. Cho hình chóp tam giác S_{ABC} có $AB = 5a, BC = 6a, CA = 7a$. Các mặt bên SAB, SBC, SCA tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp.

VÍ DỤ 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a\sqrt{3}, AD = a, AA' = a$, O là giao điểm của AC và BD .

- a) Tính thể tích khối hộp chữ nhật, khối chóp $OA'B'C'D'$.
- b) Tính thể tích khối $OBB'C'$.
- c) Tính độ dài đường cao đỉnh C' của tứ diện $OBB'C'$.

VÍ DỤ 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính thể tích khối tứ diện $ACB'D'$.

VÍ DỤ 5. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bằng a .

- a) Tính thể tích khối tứ diện $A'B'BC$.
- b) Gọi E là trung điểm cạnh AC , mặt phẳng $(A'B'E)$ cắt BC tại F . Tính thể tích khối $CA'B'FE$.

11. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC = 4, BD = 2$. Mặt chéo SBD nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SB = \sqrt{3}, SD = 1$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $V = 2\sqrt{3}$. C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Tính thể tích khối tứ diện $ACB'D'$.

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{6}$. D. $\frac{V}{5}$.

CÂU 3. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = 3; SB = 4; SC = 5; \widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $5\sqrt{3}$. C. 10. D. 15.

CÂU 4. Cho khối chóp $S.ABC$ có đường cao $SA = 2a$, tam giác ABC vuông ở C có $AB = 2a$, góc $\widehat{CAB} = 30^\circ$. Gọi H là hình chiếu của A trên SC . Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (SAC) . Tính thể tích khối chóp $H.AB'B$.

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{7}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{6a^3\sqrt{3}}{7}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{7}$.

CÂU 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . Tam giác ABC đều. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Đường thẳng SD hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 30° . Tính thể tích khối chóp $SABCD$ theo a .

- A. $V = \frac{a^8\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

CÂU 6. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $BA = BC = 1, AD = 2$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SB . Tính thể tích khối đa diện $SAHCD$

- A. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{4\sqrt{2}}{9}$. C. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{2\sqrt{2}}{9}$.

CÂU 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh Q . Cạnh bên $AA' = a$ hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của AB . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^8\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . SA vuông góc với $(ABCD)$, $AB = a, SA = a\sqrt{2}$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD . Tính thể tích khối chóp $OHAK$ theo a .

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^8}{27}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^8}{27}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^8}{13}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^8}{13}$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 9. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Mặt phẳng quay quanh AG cắt các cạnh SB, SC theo thứ tự tại M, N . Gọi V_1 là thể tích tứ diện $SAMN$; V là thể tích tứ diện $SABC$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\min \frac{V_1}{V} = \frac{4}{7}; \max \frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}.$

B. $\min \frac{V_1}{V} = \frac{4}{9}; \max \frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}.$

C. $\min \frac{V_1}{V} = \frac{4}{7}; \max \frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}.$

D. $\min \frac{V_1}{V} = \frac{4}{9}; \max \frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}.$

CÂU 10. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = SA = SB = SC = a$. Ta có SA, SB, SC cùng tạo với đáy một góc α . Xác định $\cos \alpha$ để thể tích hình chóp lớn nhất.

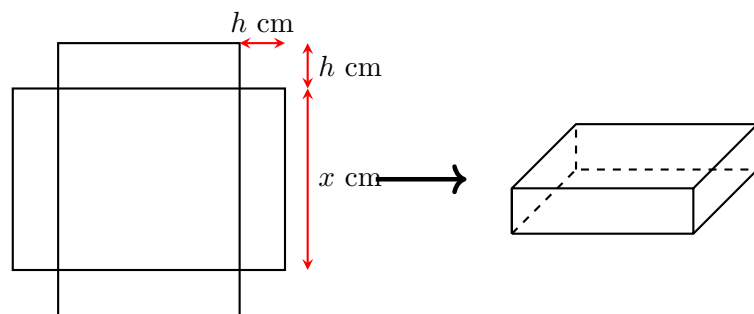
A. $\cos \alpha = \frac{5}{2\sqrt{3}}.$

B. $\cos \alpha = \frac{5}{2\sqrt{2}}.$

C. $\cos \alpha = \frac{7}{2\sqrt{2}}.$

D. $\cos \alpha = \frac{7}{2\sqrt{3}}.$

CÂU 11. Một hộp không nắp được làm từ một tấm bìa các tông. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x cm, đường cao là h cm và có thể tích là 500 cm^3 . Tìm x sao cho diện tích mảnh bìa các tông là nhỏ nhất.



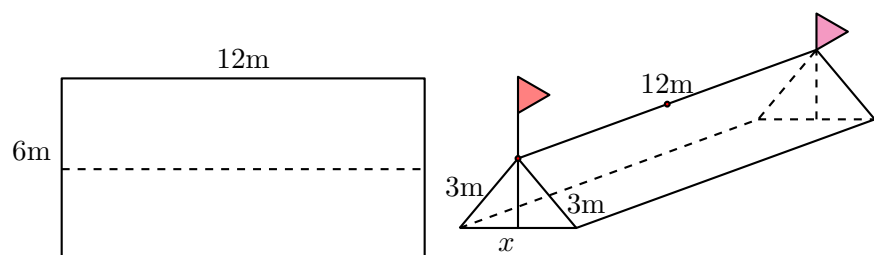
A. 5 cm.

B. 10 cm.

C. 15 cm.

D. 20 cm.

CÂU 12. Trong một đợt tổ chức cho học sinh tham gia dã ngoại ngoài trời. Để có thể có chỗ nghỉ ngơi trong quá trình tham quan dã ngoại, các bạn học sinh đã dựng trên mặt đất bằng phẳng 1 chiếc lều bằng bạt từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là 12 m và chiều rộng là 6 m bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau x m (xem hình vẽ). Tìm x để khoảng không gian phía trong lều là lớn nhất?



A. $x = 2.$

B. $x = 4.$

C. $x = 3\sqrt{2}.$

D. $x = 3\sqrt{3}.$