# Bài 2. HÀM SỐ BẬC HAI

# A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

# 1. Khái niệm hàm số bậc hai

Hàm số bậc hai theo biến x là hàm số cho bởi công thức  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$  với a, b, c là các số thực và  $a \neq 0$ .

Tập xác đinh của hàm số bậc hai là  $\mathscr{D} = \mathbb{R}$ .

# 2. Đồ thị của hàm số bậc hai

- $oldsymbol{oldsymbol{\oslash}}$  Đồ thị hàm số bậc hai  $y=ax^2+bx+c~(a\neq 0)$  là một đường parabol có **đỉnh**  $I\left(-rac{b}{2a};-rac{\Delta}{4a}
  ight),$  có **trục đối xứng** là đường thẳng  $x=-rac{b}{2a}.$  Parabol này quay bề lõm lên trên nếu a>0, xuống dưới nếu a<0.
- $oldsymbol{\Theta}$  Để vẽ đường parabol  $y=ax^2+bx+c$  ta tiến hành theo các bước sau
- a) Xác định tọa độ đỉnh  $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right);$
- b) Vẽ trực đối xứng  $x = -\frac{b}{2a}$ ;
- c) Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có) và một vài điểm đặc biệt trên parabol;
- d) Vẽ Parabol.

### Nhận xét.

Với $a > 0$	Với $a < 0$
Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ ;	Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ ;
Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ ;	Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ ;
$-\frac{\Delta}{4a}$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số.	$-rac{\Delta}{4a}$ là giá trị lớn nhất của hàm số.

# B. CÁC DANG TOÁN



Tập xác định, bảng biến thiên, tính đơn điệu, GTLN, GTNN của hàm số bác hai

	Với $a > 0$	
x	$-\infty$ $-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$+\infty$ $\frac{-\Delta}{4a}$	+∞

	Với $a < 0$	
x	$-\infty$ $-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$\frac{-\Delta}{4a}$	$-\infty$

<b>VÍ DU 1.</b> Xét	sư biến	thiên	của hàm	$s\hat{o} y$	$y = x^2 - $	2x + 3
---------------------	---------	-------	---------	--------------	--------------	--------

**VÍ DỤ 2.** Xét tính đơn điệu của hàm số 
$$y = -x^2 + 2x - 3$$
.

**VÍ DỤ 3.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số 
$$y = x^2 - 4x + 5$$
.

**VÍ DỤ 4.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số 
$$y = -\sqrt{2}x^2 + 4x$$
.



### ĐIỂM:

"Only in the darkness can you see the stars."

-Martin Luther King Jr.-

## QUICK NOTE


•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	

٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠
•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	•	٠

### **QUICK NOTE**

Xác định hàm số bậc hai

Ta thực hiện theo các bước sau. **Bước 1:** Giả sử parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$  với  $a \neq 0$ .

**Bước 2:** Dựa vào giả thiết đề bài để xác định a, b, c. Một số giả thiết thường gặp ở bước này và cách xử lí.

- $\odot$  Parabol đi qua điểm  $M(x_0; y_0) \Rightarrow y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$ .
- $igoplus ext{Parabol có trục đối xứng } x = x_0 \Rightarrow x_0 = -\frac{b}{2a}.$
- Parabol có đỉnh  $I(x_0;y_0)\Rightarrow \begin{cases} x_0=-\frac{b}{2a}\\ y_0=-\frac{\Delta}{4a} \text{ hoặc } y_0=ax_0^2+bx_0+c \end{cases}$
- $m{\odot}$  Parabol có giá trị nhỏ nhất (hoặc giá trị lớn nhất) bằng  $y_0 \Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ y_0=-\frac{\Delta}{4a} \end{cases}$  $\left( \text{hoặc } \begin{cases} a < 0 \\ y_0 = -\frac{\Delta}{A} \end{cases} \right).$

Bước 3: Kết luận.

**VÍ DỤ 1.** Xác định parabol  $y = ax^2 + bx + 3$ , biết rằng parabol đi qua hai điểm A(1,2) và B(-2;11).

**VÍ DỤ 2.** Cho parabol (P):  $y = -x^2 + bx + c$ . Xác định b, c biết (P) đi qua điểm M(-2;4)và có trực đối xứng x=-2.

### Đồ thi của hàm số bác hai

Để vẽ đường parabol  $y = ax^2 + bx + c$  ta tiến hành theo các bước sau

- a) Xác định tọa độ đỉnh  $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right);$
- b) Vẽ trục đối xứng  $x = -\frac{b}{2a}$ ;
- c) Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có) và một vài điểm đặc biệt trên parabol;
- d) Vẽ Parabol.

**VÍ DỤ 1.** Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = x^2 - 2x$ .

**VÍ DỤ 2.** Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$ .

### Bài toán tương giao

- O pựa vào các công thức cần nhớ để tìm tọa độ của đỉnh, giao điểm của parabol với các trực tọa độ. Tuy nhiên, khi tìm tọa độ của đỉnh I thì ta chỉ cần tìm hoành độ  $x_0 = -\frac{b}{2a}$ . Rồi sau đó thế  $x_0$  vào hàm số ban đầu để tìm  $y_0 = a{x_0}^2 + bx_0 + c$  là
- $oldsymbol{\Theta}$  Dựa vào phương trình hoành độ giao điểm để xác định giao điểm của parabol (P)với đường thẳng.

**VÍ DỤ 1.** Cho hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  có đồ thị là parabol (P). Tìm tọa độ của đỉnh, giao điểm của đồ thị với trục tung và trục hoành.

**VÍ DỤ 2.** Cho hàm số  $y = -x^2 - 3x + 1$  có đồ thị là parabol (P). Tìm tọa độ của đỉnh, giao

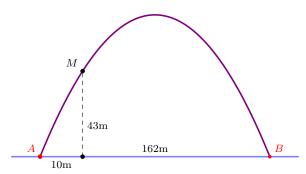
điểm của đồ thị với trục tung và trục hoành.



### Bài toán thực tế liên quan đến hàm số bậc hai

**VÍ DỤ 1.** Một viên bi rơi tự do từ độ cao 19,6 m xuống mặt đất. Độ cao h (mét) so với mặt đất của viên bi trong khi rơi phụ thuộc vào thời gian t (giây) theo công thức  $h = 19,6-4,9t^2$ ,  $h,t \ge 0$ . Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi rơi viên bi chạm đất?

**VÍ DỤ 2.** Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (đây căng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy xác tính độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng).



# C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

# 1. Tập xác định, bảng biến thiên, tính đơn điệu, GTLN-GTNN

**BÀI 1.** Lập bảng biến thiên của hàm số  $y = x^2 + 6x + 5$ .

**BÀI 2.** Lập bảng biến thiên của hàm số  $y = x^2 + 4x + 3$ .

# 2. Xác đinh hàm số bâc hai

**BÀI 3.** Cho hàm số  $y = x^2 + ax + b$ . Tìm các hệ số a, b biết đồ thị hàm số đi qua hai điểm M(-1;0) và N(-2;-1).

**BÀI 4.** Xác định Parapol (P):  $y = ax^2 + bx + c$  biết (P) đi qua ba điểm A(1;1), B(-3;2), C(2;5).

**BÀI 5.** Tìm parabol  $y = ax^2 + bx + 3$ , biết rằng parabol đó

a) đi qua điểm P(-3; 9) và có trục đối xứng x = -1;

b) có đỉnh I(-2; 19).

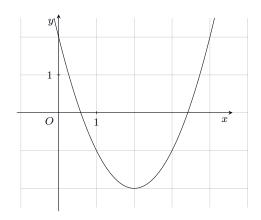
# 3. Đồ thị của hàm số bậc hai

**BÀI 6.** Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = -x^2 + 4x - 3$ .

**BÀI 7.** Cho hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$ . Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

### **BÀI 8.**

Xác định dấu của các hệ số a, b, c và dấu của biệt thức  $\Delta = b^2 - 4ac$  của hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c$ , biết đồ thị của nó có dạng như hình bên.

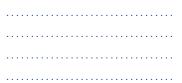


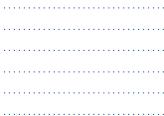
$\sim$ 11		- 1	$\sim$ T	
	16 K	INI		
OLU.	ICK	- 1	$\smile$ 1	15

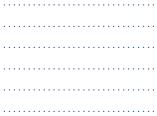
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
							•			•																							











# VNPmath - 0962940819 • **QUICK NOTE**

# 4. Bài toán tương giao

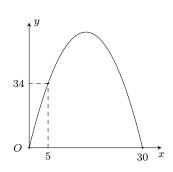
**BÀI 9.** Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số  $y = x^2 - x + 1$  và y = 2x - 1.

**BÀI 10.** Tìm tham số m để (P):  $y = x^2 - 2x$  cắt đường thẳng y = m tại hai điểm phân biêt.

# 5. Bài toán thực tế liên quan

### **BÀI 11.**

Tháp cầu vượt hai tầng Ngã ba Huế là điểm nhấn kiến trúc mới cho đô thị Đà Nẵng, có hình parabol. Một nhóm học sinh muốn đo chiều cao của tháp bằng cách lập một hệ trục tọa độ sao cho một chân tháp đi qua gốc tọa độ, chân kia của tháp có tọa độ (30;0), và đo được một điểm M trên tháp có tọa độ (5; 34). Tính chiều cao của tháp.



BÀI 12. Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao 1 m, sau đó 1 giây nó đạt độ cao 10 m và 3.5 giây nóở độ cao 6,25 m. Hỏi độ cao cao nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu mét?

BÀI 13. Một rap chiếu phim có sức chứa 1 000 người. Với giá vé là 40 000 đồng, trung bình sẽ có khoảng 300 người đến rạp xem phim mỗi ngày. Để tăng số lượng vé bán ra, rạp chiếu phim đã khảo sát thị trường và thấy rằng nếu giá vé cứ giảm 10 000 đồng thì sẽ có thêm 100 người đến rạp mỗi ngày.

- a) Tìm công thức của hàm số R(x) mô tả doanh thu từ tiền bán vé mỗi ngày của rạp chiếu phim khi giá vé là x nghìn đồng.
- b) Tìm mức giá vé để doanh thu từ tiền bán vé mỗi ngày của rạp là lớn nhất

BÀI 14. Một hòn đá được ném lên trên theo phương thẳng đứng. Khi bỏ qua sức cản không khí, chuyển động của hòn đá tuân theo phương trình sau

$$y = -4.9t^2 + mt + n,$$

với m, n là các hằng số. Ở đây t=0 là thời điểm hòn đá được ném lên, y(t) là độ cao của hòn đá tại thời điểm t (giây) sau khi ném và y = 0 ứng với bóng chạm đất.

- a) Tìm phương trình chuyển động của hòn đá, biết rằng điểm ném cách mặt đất 1,5 m và thời gian để hòn đá đạt độ cao lớn nhất là 1,2 giây sau khi ném.
- b) Tìm độ cao của hòn đá sau 2 giây kể từ khi bắt đầu ném.
- c) Sau bao lâu kể từ khi ném, hòn đá rơi xuống mặt đất (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

# D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Hàm số nào sau đây là hàm số bậc hai?

$$\bigcirc y = x^2 - 1.$$

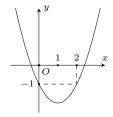
Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?

**A** 
$$y = -x^2 - 2x + 3$$
. **B**  $y = x^2 + 2x - 2$ .

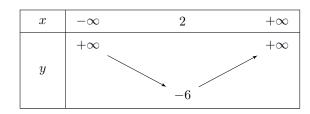
**B** 
$$y = x^2 + 2x - 2$$

$$\mathbf{c}$$
  $y = 2x^2 - 4x - 2$ .

$$\mathbf{D}$$
  $y = x^2 - 2x - 1$ .



**CÂU 3.** Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào?



 $\mathbf{A}$   $y = -x^2 + 4x + 2$ .

**B**)  $y = x^2 - 4x - 2$ .

 $\mathbf{C}$   $y = x^2 - 4x + 1$ .

 $\mathbf{D} y = x^2 - 4x + 2.$ 

**CÂU 4.** Tọa độ đỉnh của đồ thị hàm số  $y = 2x^2 + 5x - 7$  là  $\left(\frac{-5}{4}; \frac{-81}{8}\right)$ . **B**  $\left(\frac{-5}{4}; \frac{-81}{2}\right)$ . **C**  $\left(\frac{-5}{2}; \frac{-81}{2}\right)$ . **D**  $\left(\frac{-5}{2}; \frac{-81}{4}\right)$ .

**CÂU 5.** Cho hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$  có đồ thị (P), tọa độ đỉnh I của nó 

**CÂU 6.** Parabol  $y = x^2 + 5x + 6$  có tọa độ đỉnh là  $\left(5; \frac{1}{2}\right)$ .

- $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{4}\right)$ .

**CÂU 7.** Hoành độ đỉnh của parabol (P):  $y = 2x^2 - 4x + 3$  bằng

- $(\mathbf{A})-2.$

- **(D)** 1.

**CÂU 8.** Đường thẳng nào sau đây là trục đối xứng của đồ thị hàm số  $y = 2x^2 + 8x + 5$ ?

- **(B)** x = 2.
- (**c**) x = 4.

- $(\mathbf{D})(-3;-1).$

**CÂU 10.** Cho hàm số  $y = -x^2 - 2x + 8$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên (2;3).
- (B) Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; -1)$ .
- (**c**) Hàm số đồng biến trên  $(-1; +\infty)$ .
- (**D**) hàm số đồng biến trên (-4; 2).

**CÂU 11.** Cho hàm số  $y = x^2 - 2x - 1$ , mệnh đề nào sai?

- (A) Hàm số đồng biến trên  $(1; +\infty)$ .
- (B) Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .
- $\bigcirc$  Đồ thị hàm số có đỉnh I(1;-2).
- $\bigcirc$  Đồ thi hàm số có trục đối xứng x=-2.

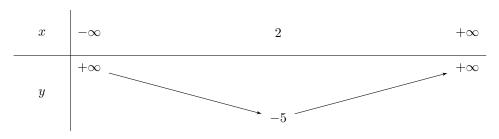
**CÂU 12.** Cho hàm số  $y = x^2 - 2x - 3$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Hàm số nghich biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .
- (B) Đồ thị hàm số là parabol có đỉnh I(2; -3).
- (**c**) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .
- $\bigcirc$  Đồ thi hàm số cắt truc tung tai M(3;0).

**CÂU 13.** Cho hàm số:  $y = x^2 - 2x - 1$ , mệnh đề nào sai?

- $\triangle$  Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .
- **B**) Đồ thị hàm số có đỉnh I(1; -2).
- (C) Hàm số đồng biến trên  $(1; +\infty)$ .
- $\bigcirc$  Đồ thị hàm số có trục đối xứng: x = -2.

CÂU 14. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?



IICK		O-
	- 1	

$(\mathbf{A})$	u	=	$-x^2$	+	4x

**B**) 
$$y = -x^2 + 4x - 9$$
.

$$\mathbf{C}$$
  $y = x^2 - 4x - 1$ .

$$\mathbf{D}$$
  $y = x^2 - 4x - 5$ .

**CÂU 15.** Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số  $y = x^2 + 2(b+6)x + 4$  đồng biến trên khoảng  $(6; +\infty)$ .

$$\bigcirc b > 0.$$

**B**) 
$$b = -12$$
.

**(c)** 
$$b \ge -12$$
.

$$b \ge -9$$
.

**CÂU 16.** Cho hàm số  $y = -x^2 + 4x + 5$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

$$\max_{x \in (0;3)} y = 9.$$

$$\max_{x \in (0;3)} y = 8.$$

$$\min_{x \in (0:3)} y = 5.$$

**CÂU 17.** Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ m nhất của hàm số  $y = f(x) = x^2 - 3x$  trên đoạn [0; 2].

(A) 
$$M = -2$$
;  $m = -\frac{9}{4}$ .  
(C)  $M = 0$ ;  $m = -\frac{9}{4}$ .

**B** 
$$M = \frac{9}{4}$$
;  $m = 0$ .

$$\bigcirc M = 0; m = -\frac{9}{4}.$$

$$M = 2; m = -\frac{9}{4}.$$

**CÂU 18.** Tìm m đề hàm số  $y = x^2 - 2x + 2m + 3$  có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [2, 5] bằng -3.

$$(A) m = -9.$$

$$\bigcirc$$
  $m=0.$ 

$$(c) m = -3.$$

$$(\mathbf{D}) m = 1.$$

**CÂU 19.** Cho hàm số  $y = x^2 - 2(m+1)x + 3$  (với m là tham số). Trên đoạn [-2018; 2018]có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty;-1)$ ?

**CÂU 20.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số  $y = x^2 + (m-1)x + m$ 2m-1 đồng biến trên  $(-2;+\infty)$ . Khi đó tập hợp  $(-10;10)\cap S$  là tập hợp nào?

$$(A)$$
 (-10; 5).

$$(c)$$
 (5; 10).

$$(-10; 5]$$

**CÂU 21.** Parabol (P):  $y = ax^2 + bx + 1$  đi qua hai điểm A(1;4) và B(-1;2) là

**(A)** 
$$y = x^2 + 2x + 1$$
.

**B** 
$$y = 2x^2 + x + 1$$
.

$$\mathbf{c}$$
  $y = -x^2 + 4x + 1$ .

**(D)** 
$$y = -2x^2 - x + 1$$
.

**CÂU 22.** Parabol  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua A(0; -1), B(1; -1), C(-1; 1) có phương trình

$$u = x^2 - x - 1$$

$$\mathbf{B}) y = x^2 + x -$$

$$\bigcirc y = x^2 + x + 1$$

**(A)** 
$$y = x^2 - x - 1$$
. **(B)**  $y = x^2 + x - 1$ . **(C)**  $y = x^2 + x + 1$ . **(D)**  $y = x^2 - x + 1$ .

**CÂU 23.** Parabol  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua A(0,6) và có đỉnh I(-2,4) có phương trình là

**B** 
$$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$$
.

**©** 
$$y = x^2 + x + 4$$
.

**CÂU 24.** Cho (P):  $y = x^2 + bx + c$  có đỉnh I(-1;4). Tính M = 2b + c?

$$\mathbf{A}M = 7.$$

**B**) 
$$M = 9$$
.

$$(\mathbf{C})M = -3.$$

$$(D) M = -4.$$

**CÂU 25.** Parabol  $y = ax^2 - 4x + c$  nhận I(-2; -1) làm đỉnh, có phương trình là

$$\mathbf{A}$$
  $y = x^2 - 4x - 1$ .

**(B)** 
$$y = -x^2 - 4x - 5$$
.

$$\mathbf{c}$$
  $y = -x^2 - 4x - 13.$ 

$$\mathbf{D}$$
  $y = x^2 - 4x - 5$ .

**CÂU 26.** Cho Parabol (P):  $y = (m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3$ . Tìm m để (P) có đỉnh là S(-1;-2).

$$\frac{1}{3}$$
.

$$\frac{3}{2}$$
.

$$\bigcirc \frac{2}{3}$$
.

**CÂU 27.** Xác định hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  biết đồ thị hàm số đi qua điểm A(-1, -8) và có đỉnh I(2;1).

**B** 
$$y = x^2 - 4x + 3$$
.  
**D**  $y = x^2 - 2x - 1$ .

$$( \mathbf{c} ) y = -x^2 - 4x - 3.$$

**(D)** 
$$y = x^2 - 2x - 1$$
.

**CÂU 28.** Cho hàm số  $y = ax^2 + 2x + c$ , biết rằng hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 tại điểm x = -1. Khi đó giá trị của a và c là

(A) 
$$a = 1, c = 2$$
.

**(B)** 
$$a = 1, c = -2.$$

$$\mathbf{c}$$
  $a = -1, c = 2.$ 

$$(\mathbf{D}) a = 1, c = 5.$$

**CÂU 29.** Biết hàm số  $y = ax^2 + bx + c$   $(a \neq 0)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 3 tại x = 2 và có đồ thị hàm số đi qua điểm A(0;-1). Tính tổng S=a+b+c.

$$\bigcirc S = 4.$$

**(B)** 
$$S = 2$$
.

$$(c)$$
  $S = -4$ .

$$\bigcirc S = -1.$$

**QUICK NOTE** 

**CÂU 30.** Biết rằng parabol (P):  $y = ax^2 - bx + c$  cắt trực tung tại điểm có tung độ là 4, đi qua điểm A(3;7) và có trực đối xứng là đường thẳng x=2. Giá trị của biểu thức S=abc là

$$\bigcirc S = 8.$$

**B** 
$$S = -16$$
.

$$(c) S = -8.$$

$$\bigcirc S = 16.$$

**CÂU 31.** Xác định parabol (P):  $y = ax^2 + bx + c$ , biết rằng (P) có đỉnh I(2; -1) và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.

**B** 
$$y = -x^2 - 2x - 3$$
.

**CÂU 32.** Xác định parabol  $y = ax^2 + bx + c$   $(a \neq 0)$ , biết rằng đỉnh của parabol đó có tung độ bằng -25, đồng thời parabol đó cắt trực hoành tại hai điểm A(-4;0) và B(6;0).

**CÂU 33.** Cho các số nguyên a, c sao cho parabol  $y = ax^2 - 4x + c$  đi qua điểm M(4;2) và có tung độ đỉnh là -2. Tính tổng S = a + c.

$$\stackrel{\circ}{\mathbf{A}}S=3.$$

$$(\mathbf{B}) S = 4.$$

$$(c)$$
  $S = -1$ .

$$\bigcirc$$
  $S=1.$ 

**CÂU 34.** Tìm các số thực a, c (c > 0) sao cho parabol (P):  $y = ax^2 + 2x + c$  đi qua điểm M(2;3) và có tung độ đỉnh là 4.

$$(A)$$
  $a = 1, c = -5.$ 

**B**) 
$$a = -2, c = 7.$$

$$(c)$$
  $a = 2, c = -9.$ 

$$\bigcirc$$
  $a = -1, c = 3.$ 

**CÂU 35.** Cho Parabol (P):  $y=ax^2+bx+c$   $(a,b,c\in\mathbb{Z})$ . Biết (P) đi qua điểm A(1;-1), B(3;-11) và đỉnh của (P) có tung độ bằng  $-\frac{7}{8}$ . Tính S=a+b-c.

$$\bigcirc S = 3.$$

$$\bigcirc$$
  $S=5.$ 

$$S = 7.$$

$$\bigcirc$$
  $S=4.$ 

**CÂU 36.** Cho hàm số  $y = x^2 - 2(m+2)x - m + 3$  có đồ thị là parabol (P). Khi m thay đổi, đỉnh I của (P) luôn di chuyển trên một parabol cố định. Phương trình parabol đó là

$$\mathbf{A}$$
  $y = x^2 - 4x + 2$ .

**B** 
$$y = -x^2 - x + 5$$
.

$$\mathbf{c}$$
  $y = -x^2 + 4x - 3$ .

$$(\mathbf{D}) y = -x^2 - 5x - 1.$$

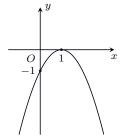
### CÂU 37.

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

**B** 
$$y = x^2 - 2x - 1$$
.

$$\mathbf{c}$$
  $y = -x^2 - 2x - 1$ .

$$\mathbf{D}$$
  $y = -x^2 + 2x + 3$ .



### **CÂU 38.**

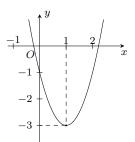
Cho hàm số  $y=ax^2+bx+c$  với  $(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$  có đồ thị như hình bên. Đồ thị bên là của hàm số nào?

$$(A) y = 2x^2 - 4x - 1.$$

**B**) 
$$y = x^2 - 4x - 1$$
.

$$\mathbf{C}$$
  $y = 2x^2 - 4x + 1$ .

$$\mathbf{D}$$
  $y = -2x^2 - 4x - 1$ .



### **CÂU 39.**

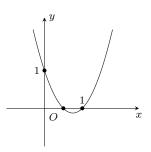
Hàm số nào trong 4 phương án liệt kê ở A, B, C, D dưới đây có đồ thị như hình bên?

$$\mathbf{A}$$
  $y = -x^2 + 3x - 1$ .

**B** 
$$y = -2x^2 + 3x - 1$$
.

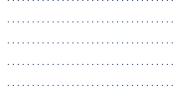
$$\mathbf{C}$$
  $y = 2x^2 - 3x + 1$ .

$$\int u = x^2 - 3x + 2.$$

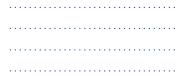


**CÂU 40.** Đồ thị hàm số  $y = 4x^2 - 3x - 1$  có dạng nào trong các dạng sau đây?

		<b>NI</b> /	- N I	OTE
w	ш	_K	N	OTF



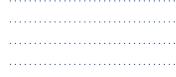


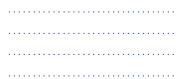


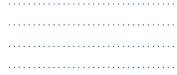




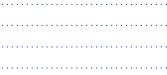


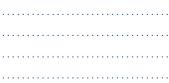




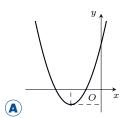


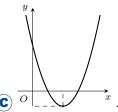


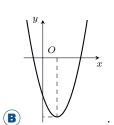


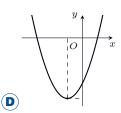




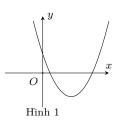


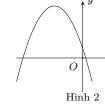


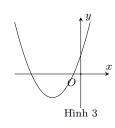


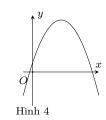


**CÂU 41.** Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  với a > 0, b > 0, c > 0. Đồ thị của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây?



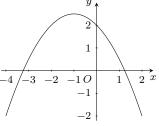


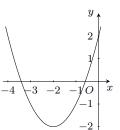


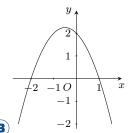


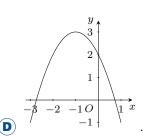
- (A) Hình (4).
- **B** Hình (3).
- **C** Hình (1).
- **D** Hình (2).

**CÂU 42.** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$  có đồ thị là hình nào dưới đây?





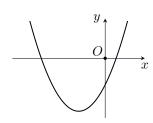




# (C) **CÂU 43.**

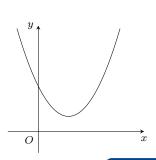
Nếu hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình vẽ thì dấu của các hệ số a, b, c là

- (A) a > 0, b < 0, c < 0.
- **B**) a > 0, b > 0, c > 0.
- $(\mathbf{c}) a < 0, \ b > 0, \ c > 0.$
- $(\mathbf{D}) a > 0, \ b > 0, \ c < 0.$



Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình bên. Khẳng đinh nào sau đây đúng?

- (A) a > 0, b < 0, c < 0.
- **B**) a < 0, b < 0, c > 0.
- (c) a > 0, b < 0, c > 0.
- $\mathbf{D}$  a > 0, b > 0, c > 0.

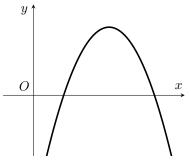


**QUICK NOTE** 

### CÂU 45.

Cho parabol (P):  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thi như hình vẽ dưới đây. Hãy tìm khẳng định đúng

- (A) a > 0; b > 0; c > 0.
- **B**) a > 0;  $b \ge 0$ ; c < 0.
- $(\mathbf{c}) a < 0; b > 0; c < 0.$
- $(\mathbf{D}) a < 0; b \le 0; c < 0.$



**CÂU 46.** Tìm số giao điểm của parabol (P):  $y = x^2 - 3x + 5$  với trục Ox.

- (A) 3.
- $(\mathbf{B})$  0.
- **(c)** 1.

**CÂU 47.** Giao điểm của parabol  $y = x^2 - 3x + 2$  với đường thẳng y = x - 1 là

- (A) (2; 1), (3; 2).
- **B**) (1; 0), (3; 2).
- $(\mathbf{C})(0;-1),(-2;-3).$   $(\mathbf{D})(-1;2),(2;1).$

**CÂU 48.** Tọa độ giao điểm của (P):  $y = x^2 - 4x$  với đường thẳng d: y = -x - 2 là

(A) M(0;-2); N(2;-4).

**B**) M(-1;-1); N(-2;0).

 $(\mathbf{C}) M(-3;1); N(3;-5).$ 

M(1;-3); N(2;-4).

**CÂU 49.** Parabol nào sau đây cắt truc hoành tai hai điểm phân biệt?

 $\mathbf{A}$   $y = -x^2 + 2x - 1$ .

**B**)  $y = x^2 - 2x + 3$ .

 $\mathbf{C}$   $y = -x^2 - 1$ .

 $\mathbf{D}$   $y = 2x^2 - 5x + 2$ .

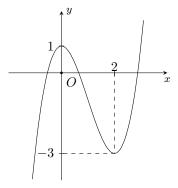
**CÂU 50.** Tổng tung độ hai giao điểm của parapol (P):  $y = x^2 - 5x + 6$  và đường thẳng (d): y = 2x - 2 bằng

- **(A)**  $7 + 2\sqrt{17}$ .
- **B**) 12.
- $(\mathbf{c}) 2\sqrt{17} 4.$
- **(D)** 10.

### CÂU 51.

Cho hàm số y = f(x) xác định trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ. Phương trình 2f(x) - 1 = 0 có bao nhiều nghiệm?

- (A) 1.
- **B** 3.
- $(\mathbf{C})$  2.
- **(D)** 4.



**CÂU 52.** Đồ thị hàm số  $y = x^2 + 5$  và y = -mx + 1 cắt nhau tại một điểm thì m bằng

 $(\mathbf{A}) m = 4 \text{ hoặc } m = -4.$ 

 $\mathbf{B}$  m=0 hoặc m=4.

(c) m = 0 hoặc m = -4.

 $(\mathbf{D}) m = 0 \text{ hoăc } m = -4 \text{ hoăc } m = 4.$ 

**CÂU 53.** Đồ thị hàm số  $y = x^2 + 5$  và y = -mx + 1 cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi

 $(\mathbf{A}) m > 4.$ 

**(B)** m < -4.

 $(\mathbf{C}) - 4 < m < 4.$ 

 $(\mathbf{D}) m > 4 \text{ hoăc } m < -4.$ 

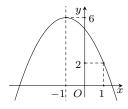
**CÂU 54.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đường thẳng y = mx - 3 không có điểm chung với Parabol  $y = x^2 + 1$ ?

- (A) 6.
- **(C)** 7.
- **(D)** 8.

**CÂU 55.** Cho hàm số  $y = -x^2 - 2x + 5$  có đồ thị bên

Tất cả giá trị của m để đường thẳng y=m cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt trong đó có đúng 1 điểm có hoành độ lớn hơn 1.

- (A) m > 2.
- **(B)** m < 1.
- (C) m < 2.
- **(D)** m > 1.



**CÂU 56.** Cho hàm số bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

♥ VNPmath - 0962940819 ♥
QUICK NOTE

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y	+∞	-1	-3	+∞

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn [-2018;2018] để phương trình f(x) - m - 4 = 0 có một nghiệm dương duy nhất.

- **(A)** 2026.
- **B**) 2020.
- **D** 2024.

**CÂU 57.** Một vật chuyển động với vận tốc  $v = 40 + 18t - t^2$  (m/s). Trong 20 giây đầu vận tốc lớn nhất của vật là bao nhiêu?

- (A) 121 m/s.
- (B) 212 m/s.
- (c) 40 m/s.
- $(\mathbf{D})4 \text{ m/s}.$

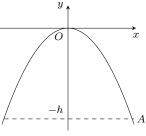
**CÂU 58.** Một quả bóng chày được đánh lên ở độ cao 3 feet (1 feet = 0, 3048 mét) so với mặt đất với vận tốc  $100 \text{ feet/giây và ở một góc } 45^{\circ} \text{ so với mặt đất. Đường đi của quả bóng}$ chày được cho bởi hàm số  $f(x) = -0.0032x^2 + x + 2$  trong đó f(x) là chiều cao của bóng chày (theo feet) và x là khoảng cách theo chiều ngang của quả bóng tính từ vị trí ban đầu của quả bóng được đánh lên (theo feet). Tính chiều cao tối đa mà bóng chày đạt được?

- (A) 78, 125 feet.
- (B) 79, 125 feet.
- (c) 80, 125 feet.
- (**D**) 81, 125 feet.

### CÂU 59.

Một chiếc cổng hình parabol có dạng của đồ thị hàm số y = $-\frac{1}{2}x^2$  và có chiều rộng d=8 m (hình minh họa). Hãy tính chiều cao h của cổng.

- **(A)** h = 8 m. **(B)** h = 9 m. **(C)** h = 7 m.
- **(D)** h = 5 m.



**CÂU 60.** Tìm m để Parabol (P):  $y=x^2-2(m+1)x+m^2-3$  cắt trực hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 \cdot x_2 = 1$ .

- (A) m = 2.
- (B) Không tồn tại m. (C) m = -2.
- $(\mathbf{D}) m = \pm 2.$

**CÂU 61.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$  biết f(0) = 0; f(1) = 3; f(2) = 8. Xét tính đúng sai của mỗi khẳng định sau

Mệnh đề	Ð	S
a) $a = 1; b = 2; c = 0.$		
<b>b)</b> $P = a \cdot b - 2c = 2.$		
c) Giá trị của hàm số tại điểm $x=-10$ là 120.		
d) Phương trình $f(x) = -1$ có nghiệm kép.		

**CÂU 62.** Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + c$   $(a \neq 0)$  có bảng biến thiên

٠.	9	1 000 1 0	(4 / 0) 00 04118 0	1011 0111011
	x	$-\infty$	2	$+\infty$
	y	$-\infty$	3	8

Mệnh đề	Ð	S
<b>a)</b> $a > 0$ .		
b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ .		

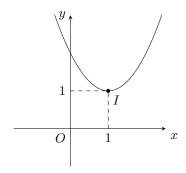
**QUICK NOTE** 

Mệnh đề	Ð	S
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ .		
<b>d)</b> $4a + 2b + c = 0$ .		

**CÂU 63.** Cho hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  có đồ thị là (P).

Mệnh đề	Đ	$\mathbf{S}$
a) Tọa độ đỉnh của đồ thị $(P)$ là $I(2;-1)$ .		
<b>b)</b> Đồ thị đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ .		
c) Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng $x=3$ .		
<b>d)</b> Đồ thị $(P)$ có dạng		
x		

**CÂU 64.** Cho hàm số  $y = x^2 + bx + c$  có đồ thị (P) như hình vẽ.



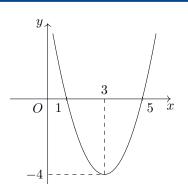
Mệnh đề	Ð	S
a) Trục đối xứng của đồ thị $(P)$ là $x=1$ .		
<b>b)</b> Đồ thị $(P)$ có đỉnh $I(1;1)$ .		
c) Đồ thị $(P)$ có phương trình $y = x^2 - 2x$ .		
<b>d)</b> Đồ thị $(P)$ và đường thẳng $(d)$ : $y=2x+2$ cắt nhau tại hai điểm $A$ và $B$ . Khi đó $AB=3\sqrt{5}$ .		

**CÂU 65.** Cho hàm số bậc hai y = f(x) = -(x - a)(x - b) có đồ thị là (P) (a < b). Biết (P) có đỉnh I(1;4). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
a) $a + 2b = 1$ .		
<b>b)</b> Đường thẳng $(d)$ : $y = x + 1$ luôn cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt.		
<b>c)</b> $f(x) > 0, \forall x \in (-1, 2).$		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}; 2 \end{bmatrix}$ là $\frac{7}{4}$ .		

CÂU 66. Cho hàm số bậc hai có đồ thị như hình vẽ

		V	1	N	_	1	1	K	J	Ш				L	<i>)</i> `	′	<u>ر</u>	_	. >		+1	J	0		`	_	_	7			
							(	ς	2	l	ı	ľ	c		k	7	ľ	١	ľ	c	)	T	ī								
							_	_	_	_	4		_	1		`				_	_	•									
Ì	١	i	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	ĺ	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	Ì	١
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•



Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề			
a) Đồ thị hàm số bậc hai có đỉnh là $(-4;3)$ .			
<b>b)</b> Hàm số nhận giá trị âm với mọi $x \in (1; 5)$ .			
c) Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi $m>-4$ .			
<b>d)</b> Đường thẳng $x=n$ cắt đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi $n>0$ .			

**CÂU 67.** Cho hàm số  $y = x^2 + 4x - 5$  có đồ thị (P). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề			
a) $(P)$ có trục đối xứng là $x=-2$ .			
<b>b)</b> $(P)$ cắt trực tung tại điểm có tung độ bằng $-5$ .			
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ bằng $-10$ .			
d) Với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d$ : $y = 4x - m$ cắt đồ thị $(P)$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$ .			

**CÂU 68.** Cho hàm số  $y=x^2-3x+1$  có đồ thị (P) và đường thẳng d:y=x-m. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
a) Đường thẳng $d$ luôn song song với đường thẳng $\Delta: y = x$ .		
<b>b)</b> Khi $m=2$ , đường thẳng $d$ cắt đồ thị $(P)$ tại hai điểm $(1;-1)$ và $(3;1)$ .		
c) Đường thẳng $d$ cắt đồ thị $(P)$ tại hai điểm khi và chỉ khi $m < \frac{5}{2}$ .		
<b>d)</b> Đường thẳng $d$ cắt đồ thị $(P)$ tại hai điểm có hoành độ trái dấu khi và chỉ khi $m<-1$ .		

**CÂU 69.** Cho hàm số  $y = x^2 + (2m - 1)x - m + 1$ , trong đó m là tham số.

Mệnh đề	Ð	S
<b>a)</b> $y = x^2 + (2m-1)x - m + 1$ không phải hàm số bậc hai một ẩn.		
<b>b)</b> Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2m+1;+\infty)$ .		
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{2m-1}{2}\right)$ .		
<b>d)</b> Với $m \geq 3$ thì hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$ .		

**CÂU 70.** Cho hàm số  $y = x^2 - 2(m-1)x - 3$  (với m là tham số).

Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
a) Hàm số đã cho là hàm số bậc hai.		

Mệnh đề	Ð	S
<b>b)</b> Đồ thị hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; m-1)$ .		
<b>c)</b> Đồ thị hàm số nghịch biến trên khoảng $(m-2; m+2)$ .		
<b>d)</b> Với $m < 2$ thì hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ .		

QUICK NOTE
 •••••
 •
 •••••

# LỜI GIẢI CHI TIẾT

# Bài 2. HÀM SỐ BẬC HAI

# A. KIẾN THỰC TRONG TÂM

# 1. Khái niệm hàm số bậc hai

Hàm số bậc hai theo biến x là hàm số cho bởi công thức  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$  với a, b, c là các số thực và  $a \neq 0$ . Tập xác định của hàm số bậc hai là  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

# 2. Đồ thị của hàm số bậc hai

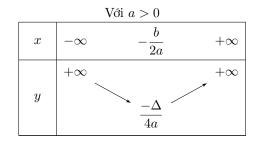
- ullet Đồ thị hàm số bậc hai  $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$  là một đường parabol có **đỉnh**  $I\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$ , có **trục đối xứng** là đường thẳng  $x = -\frac{b}{2a}$ Parabol này quay bề lõm lên trên nếu a>0, xuống dưới nếu a<0.
- $\odot$  Để vẽ đường parabol  $y = ax^2 + bx + c$  ta tiến hành theo các bước sau
- a) Xác định tọa độ đỉnh  $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right);$
- b) Vẽ trực đối xứng  $x = -\frac{b}{2a}$ ;
- c) Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có) và một vài điểm đặc biệt trên parabol;
- d) Vẽ Parabol.

Nhân xét.

Với $a > 0$	$V \acute{o}i \ a < 0$
Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ ;	Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ ;
Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ ;	Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ ;
$-\frac{\Delta}{4a}$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số.	$-rac{\Delta}{4a}$ là giá trị lớn nhất của hàm số.

# B. CÁC DẠNG TOÁN

# Tập xác định, bảng biến thiên, tính đơn điệu, GTLN, GTNN của hàm số bậc hai

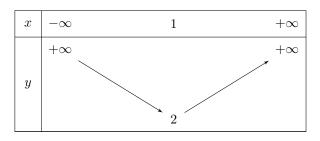


	Với $a < 0$	
x	$-\infty$ $-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$\frac{-\Delta}{4a}$	$-\infty$

**VÍ DỤ 1.** Xét sự biến thiên của hàm số  $y = x^2 - 2x + 3$ . 🗭 Lời giải.

- Tập xác định:  $\mathscr{D}=\mathbb{R}.$  Ta có  $x=-\frac{b}{2a}=1$  và  $y=-\frac{\Delta}{4a}=2.$

- Do a=1>0 nên hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty;1)$  và đồng biến trên khoảng  $(1;+\infty)$ .
- Bảng biến thiên



**VÍ DU 2.** Xét tính đơn điệu của hàm số  $y = -x^2 + 2x - 3$ .

### 🗭 Lời giải.

- Tập xác định:  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .
- Ta có  $x = -\frac{b}{2a} = 1$ .
- Do a = -1 < 0 nên hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$  và nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

**VÍ DỤ 3.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^2 - 4x + 5$ .

### D Lời giải.

Hàm số  $y = x^2 - 4x + 5$  có đồ thị là Parabol, bề lõm hướng lên.

Đồ thị hàm số có đỉnh I(2;1).

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y_{\min} = 1$  đạt tại x = 2.

**VÍ DỤ 4.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = -\sqrt{2}x^2 + 4x$ .

### 🗭 Lời giải.

Hàm số  $y = -\sqrt{2}x^2 + 4x$  có đồ thị là Parabol, bề lõm hướng xuống.

Đồ thị hàm số có đỉnh  $I(\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$ .

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số  $y_{\text{max}} = 2\sqrt{2}$  đạt tại  $x = \sqrt{2}$ .

# 2 Xác định hàm số bậc hai

Ta thực hiện theo các bước sau.

**Bước 1:** Giả sử parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$  với  $a \neq 0$ .

**Bước 2:** Dựa vào giả thiết đề bài để xác định a, b, c.

Một số giả thiết thường gặp ở bước này và cách xử lí.

- $\bigcirc$  Parabol đi qua điểm  $M(x_0; y_0) \Rightarrow y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$ .
- $igoplus ext{Parabol có trục đối xứng } x = x_0 \Rightarrow x_0 = -\frac{b}{2a}.$
- Parabol có đỉnh  $I(x_0;y_0)\Rightarrow \begin{cases} x_0=-rac{b}{2a} \\ y_0=-rac{\Delta}{4a} \text{ hoặc } y_0=ax_0^2+bx_0+c \end{cases}$

Bước 3: Kết luận.

**VÍ DỤ 1.** Xác định parabol  $y = ax^2 + bx + 3$ , biết rằng parabol đi qua hai điểm A(1;2) và B(-2;11).  $\textcircled{\textbf{p}}$  Lời giải.

Parabol (P):  $y = ax^2 + bx + 3$  ( $a \neq 0$ ). Ta có c = 3.

Vì (P) đi qua A(1;2) nên  $2 = a + b + 3 \Leftrightarrow a + b = -1$ . (1)

Vì (P) đi qua B(-2;11) nên  $11 = 4a - 2b + 3 \Leftrightarrow 4a - 2b = 8$ . (2)

Từ (1) và (2) ta có  $\begin{cases} a+b=-1\\ 4a-2b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1\\ b=-2. \end{cases}$ 

Vây parabol (P):  $y = x^2 - 2x + 3$ .

**VÍ DỤ 2.** Cho parabol (P):  $y = -x^2 + bx + c$ . Xác định b, c biết (P) đi qua điểm M(-2;4) và có trực đối xứng x = -2.  $\bigcirc$  Lời giải.

Parabol (P):  $y = -x^2 + bx + c$ . Ta có a = -1.

Vì (P) có trục đối xứng x=-2 nên  $-\frac{b}{2a}=-2\Leftrightarrow b=4a=4\cdot(-1)=-4.$ Vì  $M(-2;4)\in(P)$  nên  $4=-(-2)^2+b\cdot(-2)+c\Leftrightarrow 4=-4-2b+c\Leftrightarrow -2b+c=8.$  Mà b=-4 nên  $8+c=8\Leftrightarrow c=0.$ Vây (P):  $y = -x^2 - 4x$ .

### Đồ thi của hàm số bác hai

Để vẽ đường parabol  $y = ax^2 + bx + c$  ta tiến hành theo các bước sau

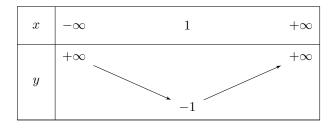
- a) Xác định tọa độ đỉnh  $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right);$
- b) Vẽ trực đối xứng  $x = -\frac{b}{2a}$ ;
- c) Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có) và một vài điểm đặc biệt trên parabol;
- d) Vẽ Parabol.

**VÍ DỤ 1.** Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = x^2 - 2x$ .

### 🗭 Lời giải.

Ta có a=1,b=-2,c=0. Suy ra tọa độ đỉnh là I(1;-1).

Vậy bảng biến thiên là



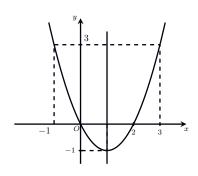
Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$  và đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

\*Vẽ đồ thị: Ta có đỉnh là I(1;-1) và trục đối xứng là x=1.

Bảng giá trị

x	-1	0	1	2	3
y	3	0	-1	0	3

Ta có đồ thi của hàm số  $y = x^2 - 2x$  là

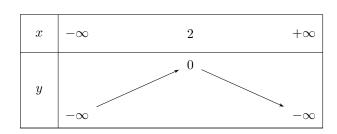


**VÍ DỤ 2.** Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$ .

### 🗩 Lời giải.

Ta có  $a=-\frac{1}{2},b=2,c=-2$ . Suy ra tọa độ đỉnh là I(2;0).

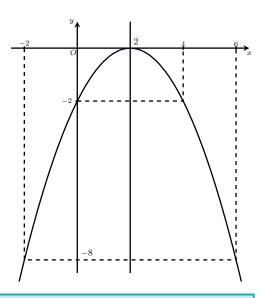
Vậy bảng biến thiên là



Do đó hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$  và nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ . \*Vẽ đồ thị: Ta có đỉnh là I(2;0) và truc đối xứng là x=2.

Bảng giá trị

Ta có đồ thị của hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$  là



# Bài toán tương giao

- O Dựa vào các công thức cần nhớ để tìm tọa độ của đỉnh, giao điểm của parabol với các trục tọa độ. Tuy nhiên, khi tìm tọa độ của đỉnh I thì ta chỉ cần tìm hoành độ  $x_0 = -\frac{b}{2a}$ . Rồi sau đó thế  $x_0$  vào hàm số ban đầu để tìm  $y_0 = a{x_0}^2 + bx_0 + c$  là tung độ của đỉnh I.
- O Dưa vào phương trình hoành đô giao điểm để xác đinh giao điểm của parabol (P) với đường thẳng.

**VÍ DỤ 1.** Cho hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  có đồ thị là parabol (P). Tìm tọa độ của đỉnh, giao điểm của đồ thị với trục tung và truc hoành.

### 🗭 Lời giải.

Từ đề ta có: a=1,b=-4,c=3. Vậy hoành độ của đỉnh I là:  $x_0=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\cdot 1}=2$ .

 $\Rightarrow y_0 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1. \text{ Vậy đỉnh } I(2; -1).$  Giao điểm của (P) và trục Oy: Cho  $x = 0 \Rightarrow y = 3$ . Vậy (P) cắt trục Oy tại điểm A(0; 3). Giao điểm của (P) với trục Ox: Xét phương trình:  $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \\ x = 3 \end{bmatrix}$ 

Vây (P) cắt truc Ox tai hai điểm B(1;0) và C(3;0).

**VÍ DỤ 2.** Cho hàm số  $y = -x^2 - 3x + 1$  có đồ thị là parabol (P). Tìm tọa độ của đỉnh, giao điểm của đồ thị với trục tung và trục hoành.

### Lời giải.

Từ đề ta có: a = -1, b = -3, c = 1. Vậy hoành độ của đỉnh I là:  $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{-2 \cdot 1} = -\frac{3}{2}$ .

 $\Rightarrow y_0 = -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 3\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) + 1 = \frac{13}{4}$ . Vậy đỉnh  $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{13}{4}\right)$ .

Giao điểm của (P) và trực Oy: Cho  $x = 0 \Rightarrow y = 1$ . Vậy (P) cắt trực Oy tại điển

Giao điểm của (P) với trục Ox: Xét phương trình:  $-x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} \end{bmatrix}$ .

Vậy (P) cắt trực Ox tại hai điểm  $B\left(\frac{-3+\sqrt{13}}{2};0\right)$  và  $C\left(\frac{-3-\sqrt{13}}{2};0\right)$ 

Bài toán thực tế liên quan đến hàm số bậc hai

**VÍ DỤ 1.** Một viên bi rơi tự do từ độ cao 19,6 m xuống mặt đất. Độ cao h (mét) so với mặt đất của viên bi trong khi rơi phụ thuộc vào thời gian t (giây) theo công thức  $h = 19.6 - 4.9t^2$ , h, t > 0. Hỏi sau bao nhiều giây kể từ khi rơi viên bi cham đất?

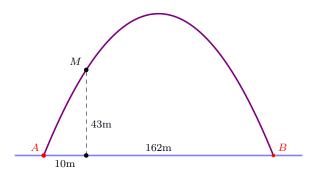
### 🗭 Lời giải.

Viên bi chạm đất ta có h = 0.

$$19.6 - 4.9t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = 2 \\ t = -2 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2.$$

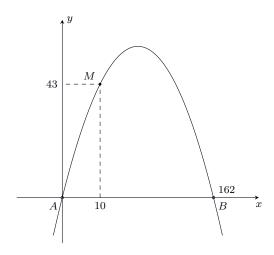
Vậy sau thời gian t = 2 s thì viên bi chạm đất.

VÍ DỤ 2. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có đô cao 43m so với mặt đất (điểm M), người tạ thả một sơi dây cham đất (dây căng theo phương vuông góc với đất). Vi trí cham đất của đầu sơi dây này cách cổng A một đoan 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy xác tính đô cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng).



### 🗭 Lời giải.

Chọn hệ trực Oxy như hình vẽ



Phương trình parabol (P) có dạng  $y = ax^2 + bx + c$ .

Phương trình (P) đi qua ba điểm  $A(0;0),\,B(162;0),\,M(10;43)$  nên ta có

Phương trình 
$$(P)$$
 đi qua ba điểm  $A(0;0)$ ,  $B(162;0)$ ,  $M(10;43)$  nên ta 
$$\begin{cases} c=0\\ 162^2a+162b+c=0\\ 10^2a+10b+c=43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{43}{1520}\\ b=\frac{3483}{760} \Rightarrow (P)\colon y=-\frac{43}{1520}x^2+\frac{3483}{760}\\ c=0 \end{cases}$$

Do đó chiều cao của cổng là  $h=-\frac{\Delta}{4a}=\frac{b^2-4ac}{4a}\approx 185,6m.$ 

# C. BÀI TẬP TỰ LUÂN

# 1. Tập xác định, bảng biến thiên, tính đơn điệu, GTLN-GTNN

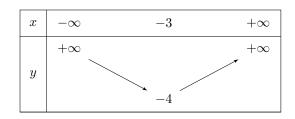
**BÀI 1.** Lập bảng biến thiên của hàm số  $y = x^2 + 6x + 5$ .

### Lời giải.

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

Đỉnh I(-3; -4).

Bảng biến thiên

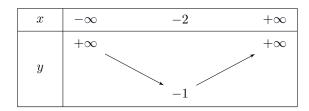


Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-3; +\infty)$  và nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -3)$ 

**BÀI 2.** Lập bảng biến thiên của hàm số  $y = x^2 + 4x + 3$ .

### 🗭 Lời giải.

Hàm số  $y = x^2 + 4x + 3$  có đỉnh I(-2; -1) nên có bảng biến thiên như sau



# 2. Xác định hàm số bậc hai

**BÀI 3.** Cho hàm số  $y = x^2 + ax + b$ . Tìm các hệ số a, b biết đồ thị hàm số đi qua hai điểm M(-1;0) và N(-2;-1).  $\bigcirc$  Lời giải.

Do đồ thị hàm số đã cho đi qua hai điểm M và N nên

$$\begin{cases} (-1)^2 - a + b = 0 \\ (-2)^2 - 2a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3. \end{cases}$$

**BÀI 4.** Xác định Parapol (P):  $y = ax^2 + bx + c$  biết (P) đi qua ba điểm A(1;1), B(-3;2), C(2;5).  $\bigcirc$  Lời giải.

Parapol (P) đi qua ba điểm A(1;1), B(-3;2), C(2;5) nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a+b+c=1\\ 9a-3b+c=2 \Leftrightarrow \\ 4a+2b+c=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{17}{20}\\ b=\frac{29}{20}\\ c=\frac{13}{10}. \end{cases}$$

Vậy 
$$(P)$$
:  $y = \frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x - \frac{13}{10}$ .

**BAI 5.** Tìm parabol  $y = ax^2 + bx + 3$ , biết rằng parabol đó

- a) đi qua điểm P(-3;9) và có trực đối xứng x=-1;
- b) có đỉnh I(-2; 19).

### Dùi giải.

a) Parabol nhận x=-1 làm trục đối xứng nên  $-\frac{b}{2a}=-1 \Leftrightarrow b=2a$ . Điểm P(-3;9) thuộc parabol nên  $9a-3b+3=9 \Leftrightarrow 3a-b=2$ . Do đó ta có  $\begin{cases} b=2a\\ 3a-b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2\\ b=4. \end{cases}$ 

Vậy parabol cần tìm là  $y = 2x^2 + 4x + 3$ 

b) Parabol có đỉnh là I(-2;19) nên ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2\\ 4a - 2b + 3 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4a\\ 2a - b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4\\ b = -16. \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là  $y = -4x^2 - 16x + 3$ .

# 3. Đồ thị của hàm số bậc hai

**BÀI 6.** Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = -x^2 + 4x - 3$ .

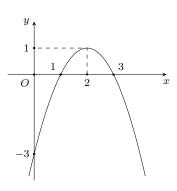
### Lời giải.

Ta có 
$$-\frac{b}{2a} = 2$$
,  $y(2) = 1$ .

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$		8

Đồ thị hàm số là parabol có đỉnh là điểm (2;1), trục đối xứng là đường thẳng x=2, cắt trục tung tại điểm (0;-3) và cắt trục hoành tại hai điểm (1;0), (3;0).



**BÀI 7.** Cho hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$ . Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

### 🗭 Lời giải.

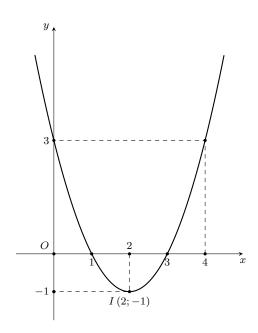
Xét hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  có đồ thị là parabol (P).

- $\ensuremath{ \bigodot}$  (P) có tọa độ đỉnh là I(2;-1) và trực đối xứng x=2.
- ❷ Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	+∞	-1	+∞

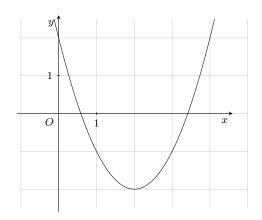
Hàm số đồng biến trên  $(2; +\infty)$  và nghịch biến trên  $(-\infty; 2)$ .

❷ Đồ thi



### **BÀI 8.**

Xác định dấu của các hệ số a, b, c và dấu của biệt thức  $\Delta = b^2 - 4ac$  của hàm số bâc hai  $y = ax^2 + bx + c$ , biết đồ thi của nó có dang như hình bên.



### 🗭 Lời giải.

Từ đồ thị của hàm số ta thấy:

- $\odot$  Đồ thị quay bề lõm lên trên nên a > 0.
- $\odot$  Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên c > 0.
- $oldsymbol{\Theta}$  Hoành độ đỉnh  $x=-rac{b}{2a}$  có giá trị dương nên a và b trái dấu. Vì a>0 nên b<0. Mặt khác, vì đồ thị hàm số cắt trục hoành Ox tại hai điểm phân biệt, tức là phương trình  $ax^2+bx+c=0$  có hai nghiệm phân biệt nên  $\Delta=b^2-4ac>0$ .

Vây a > 0, b < 0, c > 0 và  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ .

# 4. Bài toán tương giao

**BÀI 9.** Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số  $y = x^2 - x + 1$  và y = 2x - 1.  $\bigcirc$  **Lời giải.** 

- igotimes Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là  $x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=1\Rightarrow y=1\\ x=2\Rightarrow y=3 \end{bmatrix}$ .
- $\odot$  Vậy tọa độ giao điểm là: A(1;1), B(2;3).

**BÀI 10.** Tìm tham số m để (P):  $y = x^2 - 2x$  cắt đường thẳng y = m tại hai điểm phân biệt.

### 🗭 Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^2 - 2x = m \Leftrightarrow x^2 - 2x - m = 0. \tag{1}$$

Ta có  $\Delta' = 1 + m$ , (P) cắt đường thẳng y = m tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt

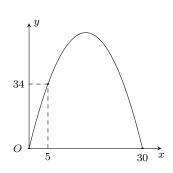
$$\Leftrightarrow 1 + m > 0 \Leftrightarrow m > -1.$$

Vậy m > -1.

# 5. Bài toán thực tế liên quan

### **BÀI 11.**

Tháp cầu vượt hai tầng Ngã ba Huế là điểm nhấn kiến trúc mới cho đô thị Đà Nẵng, có hình parabol. Một nhóm học sinh muốn đo chiều cao của tháp bằng cách lập một hệ trục tọa độ sao cho một chân tháp đi qua gốc tọa độ, chân kia của tháp có tọa độ (30;0), và đo được một điểm M trên tháp có tọa độ (5;34). Tính chiều cao của tháp.



### 🗭 Lời giải.

Giả sử parabol có phương trình  $y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ .

Parabol đi qua ba điểm O(0;0); M(5;34) và N(30;0) nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} c = 0 \\ 25a + 5b + c = 34 \\ 900a + 30b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{34}{125} \\ b = \frac{204}{25} \\ c = 0. \end{cases}$$

Từ đó, phương trình của parabol là  $y = -\frac{34}{125}x^2 + \frac{204}{25}x$ .

Parabol này có đỉnh  $I\left(15;\frac{306}{5}\right)$ , nên tháp có chiều cao  $h=\frac{306}{5}$ .

Vậy chiều cao của tháp là  $h = \frac{306}{5}$ .

**BÀI 12.** Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao 1 m, sau đó 1 giây nó đạt độ cao 10 m và 3,5 giây nó ở độ cao 6,25 m. Hỏi độ cao cao nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu mét?

### 🗭 Lời giải.

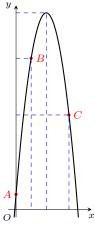
Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol nên phương trình có dạng (P):  $y = ax^2 + bx + c$ .

Chon hệ toa đô như hình vẽ. Với các điểm A(0;1), B(1;10), C(3.5;6.25), ta có

$$\begin{cases} A\left(0;1\right) \in (P) \\ B\left(1;10\right) \in (P) \\ C\left(3,5;6,25\right) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ a+b+c=10 \\ 12,25a+3,5b+c=6,25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=12 \\ c=1. \end{cases}$$

Suy ra phương trình parabol là  $y = -3x^2 + 12x + 1$ .

Parabol có đỉnh I(2;13). Khi đó quả bóng đạt vị trí cao nhất tại đỉnh tức  $h=13~\mathrm{m}$ .



**BÀI 13.** Một rạp chiếu phim có sức chứa 1 000 người. Với giá vé là 40 000 đồng, trung bình sẽ có khoảng 300 người đến rạp xem phim mỗi ngày. Để tăng số lượng vé bán ra, rạp chiếu phim đã khảo sát thị trường và thấy rằng nếu giá vé cứ giảm 10 000 đồng thì sẽ có thêm 100 người đến rạp mỗi ngày.

- a) Tìm công thức của hàm số R(x) mô tả doanh thu từ tiền bán vé mỗi ngày của rạp chiếu phim khi giá vé là x nghìn đồng.
- b) Tìm mức giá vé để doanh thu từ tiền bán vé mỗi ngày của rạp là lớn nhất

### 🗭 Lời giải.

a) Khi giá vé là x (nghìn đồng) thì số tiền giảm giá mỗi vé so với mức giá cũ là 40-x (nghìn đồng).

Số người tăng lên sau khi giảm giá vé là  $\frac{100(40-x)}{10} = 10(40-x)$ .

Số người đến rạp chiếu phim mỗi ngày sau khi giảm giá là

$$300 + 10(40 - x) = 700 - 10x.$$

Công thức của hàm số R(x) mô tả doanh thu từ tiền bán vé mỗi ngày khi giá vé là x (nghìn đồng) là

$$R(x) = x(700 - 10x) = -10x^2 + 700x$$
 (nghìn đồng).

b) Hàm số  $R(x) = -10x^2 + 700x$  đạt giá tri lớn nhất tại x - 35. Khi đó

$$R(35) = 12\ 250.$$

Vậy doanh thu lớn nhất mà rạp chiếu có thể thu được mỗi ngày là 12 250 000 đồng khi giá bán mỗi vé là 35 000 đồng.

**BÀI 14.** Một hòn đá được ném lên trên theo phương thẳng đứng. Khi bỏ qua sức cản không khí, chuyển động của hòn đá tuân theo phương trình sau

$$y = -4.9t^2 + mt + n,$$

với m, n là các hằng số. Ở đây t=0 là thời điểm hòn đá được ném lên, y(t) là độ cao của hòn đá tại thời điểm t (giây) sau khi ném và y=0 ứng với bóng chạm đất.

- a) Tìm phương trình chuyển động của hòn đá, biết rằng điểm ném cách mặt đất 1,5 m và thời gian để hòn đá đạt độ cao lớn nhất là 1,2 giây sau khi ném.
- b) Tìm độ cao của hòn đá sau 2 giây kể từ khi bắt đầu ném.
- c) Sau bao lâu kể từ khi ném, hòn đá rơi xuống mặt đất (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

### Lời giải.

a) Theo giả thiết điểm ném ở độ cao 1,5 m so với mặt đất nên n=1,5.

Hòn đá đạt đô cao lớn nhất khi  $t=-\frac{m}{2\cdot(-4,9)}=\frac{m}{9,8}$ 

Theo đề bài ta có  $\frac{m}{9.8} = 1.2 \Leftrightarrow m = 11.76$ .

Vậy phương trình chuyển động của hòn đá là  $y = -4.9t^2 + 11.76t + 1.5$ .

- b) Khi t = 2 ta có  $y = -4.9 \cdot 2^2 + 11.76 \cdot 2 + 1.5 = 5.42$ . Vậy sau 2 giây, hòn đá có độ cao là 5,42 m.
- c) Hòn đá rơi xuống mặt đất tức là y=0. Xét phương trình

$$-4.9t^2 + 11.76t + 1.5 = 0 \Leftrightarrow t \approx 2.52 \text{ hoăc } t \approx -0.12 \text{ (loai)}.$$

Vậy sau khoảng 2,52 giây kể từ khi ném thì hòn đá rơi xuống mặt đất.

# D. BÀI TÂP TRẮC NGHIÊM

CÂU 1. Hàm số nào sau đây là hàm số bậc hai?

**B** 
$$y = 3x - 4$$
.

$$\bigcirc y = x^2 - 1.$$

🗭 Lời giải.

Hàm số bậc hai có dạng:  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $(a \neq 0)$  nên  $y = x^2 - 1$  là hàm số bậc hai.

Chon đáp án (C).

CÂU 2.

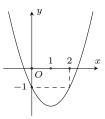
Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?

$$(A) y = -x^2 - 2x + 3$$

**B** 
$$y = x^2 + 2x - 2$$

(a) 
$$y = -x^2 - 2x + 3$$
. (b)  $y = x^2 + 2x - 2$ . (c)  $y = 2x^2 - 4x - 2$ . (d)  $y = x^2 - 2x - 1$ .

$$\mathbf{D}$$
  $y = x^2 - 2x - 1$ 

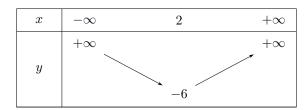


Lời giải.

Đồ thị hàm số cắt trực tung tại điểm (0;-1) suy ra hàm số cần tìm là  $y=x^2-2x-1$ .

Chon đáp án (D).....

CÂU 3. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào?



$$\mathbf{A}$$
  $y = -x^2 + 4x + 2$ .

**B**) 
$$y = x^2 - 4x - 2$$
.

$$\mathbf{C}$$
  $y = x^2 - 4x + 1$ .

$$\mathbf{D}$$
  $y = x^2 - 4x + 2$ .

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -6 tại x=2.

Do đó bảng biến thiên là của hàm số  $y = x^2 - 4x - 2$ .

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 4.** Tọa độ đỉnh của đồ thị hàm số  $y = 2x^2 + 5x - 7$  là **A**  $\left(\frac{-5}{4}; \frac{-81}{8}\right)$ . **B**  $\left(\frac{-5}{4}; \frac{-81}{2}\right)$ . **C**  $\left(\frac{-5}{2}; \frac{-81}{2}\right)$ .

$$\left(\frac{-5}{4}; \frac{-81}{8}\right).$$

$$\left(\frac{-5}{4}; \frac{-81}{2}\right)$$

$$\mathbf{C}\left(\frac{-5}{2}; \frac{-81}{2}\right).$$

$$\bigcirc \left(\frac{-5}{2}; \frac{-81}{4}\right)$$

🗭 Lời giải.

Đồ thị của hàm số  $y = ax^2 + bx + c$   $(a \neq 0)$  là Parabol có đỉnh  $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$ . Từ đây, ta có đỉnh của đồ thị hàm số  $y=2x^2+5x-7 \text{ là } I\left(\frac{-5}{4};\frac{-81}{8}\right).$ 

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 5.** Cho hàm số bậc hai  $y = ax^2 + bx + c$   $(a \neq 0)$  có đồ thị (P), tọa độ đỉnh I của nó được xác định bởi công thức

**B** 
$$I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{2a}\right)$$
. **c**  $I\left(-\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ .

$$\bigcirc$$
  $I\left(-\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ 

$$left$$
  $I\left(\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ .

Lời giải.

Tọa độ đỉnh của parabol (P) là  $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ .

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 6.** Parabol  $y = x^2 + 5x + 6$  có tọa độ đỉnh là

$$\bigcirc \left(\frac{5}{2}; \frac{1}{4}\right).$$

$$\bigcirc \hspace{-3pt} \left(-\frac{5}{2};-\frac{1}{4}\right).$$

🗭 Lời giải.

Tọa độ đỉnh của parabol là:  $\begin{cases} x=-\frac{b}{2a}=-\frac{5}{2}\\ y=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{5}{2};-\frac{1}{4}\right).$ 

Chọn đáp án  $\bigcirc$ 

**CÂU 7.** Hoành độ đỉnh của parabol (P):  $y = 2x^2 - 4x + 3$  bằng

$$\bigcirc$$
  $-2$ .

Dùi giải.

Ta có  $x_I = -\frac{b}{2a} = 1$ . Vậy hoành độ đỉnh của (P) là  $x_I = 1$ .

Chọn đáp án  $\boxed{\mathbb{D}}$ ..... $\square$ 

**CÂU 8.** Đường thẳng nào sau đây là truc đối xứng của đồ thi hàm số  $y = 2x^2 + 8x + 5$ ?

$$\mathbf{A}$$
  $x = -2$ .

$$(\mathbf{B}) x = 2.$$

$$(c) x = 4.$$

$$(D) x = -4.$$

D Lời giải.

Trục đối xứng của đồ thị hàm số  $y = 2x^2 + 8x + 5$  là đường thẳng  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot 2} = -2$ .

Chọn đáp án iga(A).....

**CÂU 9.** Hàm số  $y = x^2 + 3x + 7$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

$$(-\infty; -\frac{3}{2})^{\circ}.$$

$$\mathbf{C}(-\infty;+\infty).$$

$$\bigcirc$$
  $(-3;-1).$ 

🗭 Lời giải.

Ta có  $-\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}$ . Vì hệ số a = 1 > 0 nên hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .

Chọn đáp án  $\fbox{B}$ .....

**CÂU 10.** Cho hàm số  $y = -x^2 - 2x + 8$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên (2;3).

 $\blacksquare$  Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; -1)$ .

**C** Hàm số đồng biến trên  $(-1; +\infty)$ .

 $\bigcirc$  hàm số đồng biến trên (-4; 2).

Lời giải.

Ta có tọa độ đỉnh I(-1;9).

Hệ số  $a=-1 \Rightarrow$  hàm số đồng biến trên  $(-\infty;-1)$  và nghịch biến trên  $(-1;+\infty)$ .

Từ đó suy ra hàm số nghịch biến trên (2; 3).

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 11.** Cho hàm số  $y = x^2 - 2x - 1$ , mệnh đề nào sai?

 $\triangle$  Hàm số đồng biến trên  $(1; +\infty)$ .

**B**) Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .

 $\bigcirc$  Đồ thị hàm số có đỉnh I(1;-2).

 $\bigcirc$  Đồ thị hàm số có trực đối xứng x=-2.

Dùi giải.

Ta có a = 1 > 0; b = -2; c = -1.

Hàm số đồng biến trên  $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$  hay  $(1; +\infty)$ .

Hàm số nghịch biến trên  $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$  hay  $(-\infty; 1)$ .

Tọa độ đỉnh  $I\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$  hay I(1;-2).

Đồ thị hàm số có trực đối xứng là x = 1.

Chọn đáp án  $\bigcirc$ D......

**CÂU 12.** Cho hàm số  $y = x^2 - 2x - 3$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- $\triangle$  Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .
- ullet Đồ thị hàm số là parabol có đỉnh I(2; -3).
- (**c**) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .
- (**D**) Đồ thị hàm số cắt trực tung tại M(3;0).

🗭 Lời giải.

Hàm số có dạng  $y = ax^2 + bx + c$ , với a = 1 > 0, nên đồ thị hàm số là parabol có toạ độ đỉnh dạng  $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$  là I(1;0), suy ra hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ , đồng biến trên  $(1; +\infty)$ ; đồ thị cắt trực tung tại điểm N(0; -3).

Chọn đáp án (C).....

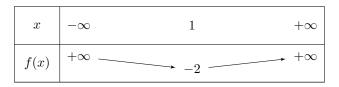
- **CÂU 13.** Cho hàm số:  $y = x^2 2x 1$ , mệnh đề nào sai?
  - (A) Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .

  - **C**) Hàm số đồng biến trên  $(1; +\infty)$ .

- (B) Đồ thị hàm số có đỉnh I(1; -2).
- $\bigcirc$  Đồ thị hàm số có trực đối xứng: x=-2.

### 🗭 Lời giải.

Ta có bảng biến thiên của hàm số  $y = x^2 - 2x - 1$ . Bảng biến thiên

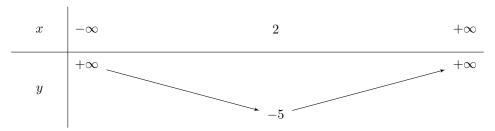


Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy A, B, C đúng.

Đồ thị hàm số có trực đối xứng x = 1 nên D sai.

Chọn đáp án (D).....

CÂU 14. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?



$$(A) y = -x^2 + 4x.$$

**B**) 
$$y = -x^2 + 4x - 9$$
.

$$(c)$$
  $y = x^2 - 4x - 1$ .

$$\bigcirc y = x^2 - 4x - 5.$$

### 🗭 Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiến ta thấy hệ số a > 0, do đó loại phương án " $y = -x^2 + 4x$ " và " $y = -x^2 + 4x - 9$ ". Xét hàm số  $y = x^2 - 4x - 1$ .

Tọa độ đỉnh của hàm số trên là  $I = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow I(2; -5).$ 

Chọn đáp án (C)..... **CÂU 15.** Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số  $y = x^2 + 2(b+6)x + 4$  đồng biến trên khoảng  $(6; +\infty)$ .

**B** 
$$b = -12$$
.

**(c)** 
$$b \ge -12$$
.

**(D)** 
$$b \ge -9$$
.

### 🗭 Lời giải.

Vì hệ số a=1>0 và hoành độ đỉnh của parabol là x=-(b+6) nên hàm số đồng biến trên khoảng  $(-b-6;+\infty)$ . Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(6; +\infty)$  thì  $-(b+6) \le 6 \Leftrightarrow b \ge -12$ .

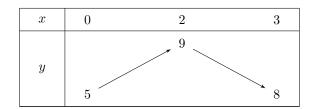
**CÂU 16.** Cho hàm số  $y = -x^2 + 4x + 5$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

$$\lim_{x \in (0:3)} y = 8.$$

$$\sum_{x \in (0.3)} y = 8.$$

### 🗭 Lời giải.

Ta có bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta thấy  $\max_{x \in (0;3)} y = 9$ .

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 17.** Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ m nhất của hàm số  $y = f(x) = x^2 - 3x$  trên đoạn [0; 2].

$$M = -2; m = -\frac{9}{4}.$$

**B** 
$$M = \frac{9}{4}$$
;  $m = 0$ .

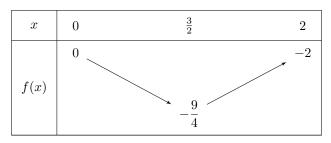
$$\bigcirc M = 0; m = -\frac{9}{4}.$$

$$\mathbf{D}M = 2; m = -\frac{9}{4}.$$

🗭 Lời giải.

Hàm số  $y = f(x) = x^2 - 3x$  có đồ thị là một Parabol, có đỉnh  $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{9}{4}\right)$ .

Do a=1>0 nên hàm số trên có bảng biến thiên trên [0;2] như sau



Từ bảng biến thiên suy ra  $M=0; m=-\frac{9}{4}.$ 

Chon đáp án (C).....

**CÂU 18.** Tìm m đề hàm số  $y = x^2 - 2x + 2m + 3$  có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [2;5] bằng -3.

(A) m = -9.

(c) m = -3.

🗭 Lời giải.

Parabol  $y = x^2 - 2x + 2m + 3$  có a = 1 > 0 và đỉnh I(1; 2m + 2) nên hàm số  $y = x^2 - 2x + 2m + 3$  đồng biến trên khoảng

Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^2 - 2x + 2m + 3$  trên đoạn [2, 5] bằng  $y(2) = 2m + 3 = -3 \Rightarrow m = -3$ .

**CÂU 19.** Cho hàm số  $y = x^2 - 2(m+1)x + 3$  (với m là tham số). Trên đoạn [-2018; 2018] có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ ?

**A** 2019.

**(B)** 2018.

**(c)** 2021.

(**D**) 2020.

🗭 Lời giải.

Ta có  $a=1>0 \Rightarrow$  hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ .

Để hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  thì  $-1 < \frac{-b}{2a} \Leftrightarrow -1 < \frac{2(m+1)}{2} \Leftrightarrow m > -2$ .

Mà  $m \in [-2018; 2018]$  nên  $m \in (-2; 2018]$ , do  $m \in \mathbb{Z}$  suy ra  $m \in \{-1; 0; \dots; 2018\}$ .

Do đó có 2020 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 20.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số  $y = x^2 + (m-1)x + 2m - 1$  đồng biến trên  $(-2; +\infty)$ . Khi đó tập hợp  $(-10;10) \cap S$  là tập hợp nào?

(A)(-10;5).

**(B)** [5; 10).

(c) (5; 10).

 $(\mathbf{D})(-10;5].$ 

Lời giải.

Hàm số có hệ số a=1>0 nên hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(-\infty;\frac{1-m}{2}\right)$  và đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{1-m}{2};+\infty\right)$ .

Do đó, để hàm số đồng biến trên  $(-2; +\infty)$  thì  $\frac{1-m}{2} \le -2 \Leftrightarrow m \ge 5$ .

Suy ra  $S = [5; +\infty)$ .

Khi đó tập hợp  $(-10; 10) \cap S = [5; 10)$ .

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 21.** Parabol (P):  $y = ax^2 + bx + 1$  đi qua hai điểm A(1;4) và B(-1;2) là

 $\mathbf{A}$   $y = x^2 + 2x + 1$ .

**B**)  $y = 2x^2 + x + 1$ .

 $\mathbf{D}$   $y = -2x^2 - x + 1$ .

Dùi giải.

 $(P) \text{ di qua } A(1;4) \text{ và } B(-1;2) \text{ nên ta có hệ } \begin{cases} 4=a+b+1 \\ 2=a-b+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}.$ 

Suy ra (P):  $y = 2x^2 + x + 1$ .

Chon đáp án (B).....

**CÂU 22.** Parabol  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua A(0; -1), B(1; -1), C(-1; 1) có phương trình là  $\mathbf{B}$   $y = x^2 - x - 1$ .  $\mathbf{C}$   $y = x^2 + x + 1$ .  $\mathbf{D}$   $y = x^2 - x + 1$ .

Parabol  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua A(0; -1), B(1; -1), C(-1; 1) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} c=-1\\ a+b+c=-1 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1\\ b=-1\\ c=-1. \end{cases}$$

Vậy parabol có phương trình là  $y = x^2 - x - 1$ .

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 23.** Parabol  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua A(0;6) và có đỉnh I(-2;4) có phương trình là

**A** 
$$y = x^2 + 2x + 6$$
.

**©** 
$$y = x^2 + x + 4$$
.

$$\bigcirc y = x^2 + 6x + 6.$$

🗭 Lời giải.

Parabol có đỉnh I(-2;4) nên ta có  $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2 \\ 4 = a \cdot (-2)^2 - b \cdot 2 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b = 0 \\ 4a - 2b + c = 4 \end{cases}$ 

Parabol đi qua A(0;6) nên ta có c=6

Từ (1) và (2) ta có 
$$\begin{cases} 4a - b = 0 \\ 4a - 2b + 6 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \\ c = 6. \end{cases}$$

Vậy phương trình parabol cần tìm là:  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$ .

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 24.** Cho (P):  $y = x^2 + bx + c$  có đỉnh I(-1; 4). Tính M = 2b + c?

$$\bigcirc$$
  $M=7.$ 

$$\bigcirc$$
  $M=9.$ 

$$\bigcirc M = -3$$

$$(D) M = -4.$$

Lời giải.

Ta có  $x_I = \frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow b = 2$ 

Thay I(-1; 4) vào (P) ta được  $4 = (-1)^2 + 2(-1) + c \Rightarrow c = 5$ 

Từ đó  $M = 2 \cdot 2 + 5 = 9$ .

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 25.** Parabol  $y = ax^2 - 4x + c$  nhận I(-2; -1) làm đỉnh, có phương trình là

**(A)** 
$$y = x^2 - 4x - 1$$
.

**B**) 
$$y = -x^2 - 4x - 5$$
.

**©** 
$$y = -x^2 - 4x - 13$$
. **D**  $y = x^2 - 4x - 5$ .

$$\mathbf{D}$$
  $y = x^2 - 4x - 5$ .

Lời giải.

$$I(-2;-1) \text{ là đỉnh của parabol } y = ax^2 - 4x + c \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{2a} = -2 \\ a \cdot (-2)^2 + 4 \cdot 2 + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -5. \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm có phương trình là  $y = -x^2 - 4x - 5$ 

Chon đáp án (B).....

**CÂU 26.** Cho Parabol (P):  $y = (m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3$ . Tìm m để (P) có đỉnh là S(-1; -2).

$$\frac{1}{3}$$
.

$$lackbox{\textbf{B}} 0.$$

$$\frac{3}{2}$$
.

$$\frac{2}{3}$$

🗭 Lời giải.

Điều kiện  $m \neq 1$ .

Ta có trục đối xứng của đồ thị hàm số là  $x = -1 \Leftrightarrow \frac{m-2}{m-1} = -1 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$ 

Thử lại với  $m=\frac{3}{2}$  ta có hàm số  $y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}$  có tọa độ đỉnh là S(-1;-2).

**CÂU 27.** Xác định hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  biết đồ thị hàm số đi qua điểm A(-1; -8) và có đỉnh I(2; 1). **(A)**  $y = -x^2 + 4x - 3$ . **(B)**  $y = x^2 - 4x + 3$ . **(C)**  $y = -x^2 - 4x - 3$ . **(D)**  $y = x^2 - 2x - 1$ .

$$(\mathbf{A}) y = -x^2 + 4x - 3.$$

$$\mathbf{R}$$
  $y = r^2 - 4r + 3$ 

(C) 
$$y = -x^2 - 4x - 3$$
.

$$(\mathbf{D})y = x^2 - 2x - 1$$

🗭 Lời giải.

Từ giả thiết, suy ra

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2\\ a - b + c = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1\\ b = 4\\ c = -3. \end{cases}$$

**CÂU 28.** Cho hàm số  $y = ax^2 + 2x + c$ , biết rằng hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 tại điểm x = -1. Khi đó giá trị của avà c là

$$\mathbf{A}$$
  $a = 1, c = 2.$ 

**B** 
$$a = 1, c = -2.$$

$$a = -1, c = 2.$$

$$\bigcirc$$
  $a = 1, c = 5.$ 

Lời giải.

Thay x = -1, y = 1 vào phương trình hàm số đã cho ta được  $1 = a \cdot (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + c \Leftrightarrow a + c = 3$ .

Vì hàm số bậc 2 có giá trị nhỏ nhất nên a > 0.

Hàm bậc 2 đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x=-\frac{b}{2a}=\frac{-2}{2a}=-1 \Leftrightarrow a=1 \Rightarrow c=2.$ 

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 29.** Biết hàm số  $y=ax^2+bx+c$   $(a\neq 0)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 3 tại x=2 và có đồ thị hàm số đi qua điểm A(0;-1). Tính tổng S=a+b+c.

$$\bigcirc S = 4.$$

$$\bigcirc S = 2$$

$$(c)$$
  $S = -4.$ 

$$(D) S = -1.$$

🗭 Lời giải.

Hàm số  $y = ax^2 + bx + c$   $(a \neq 0)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 3 tại x = 2 và có đồ thị hàm số đi qua điểm A(0; -1) nên ta có:

$$\begin{cases} a < 0 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ c = -1 \\ a = -1 \\ b = 4 \end{cases}.$$

 $V_{ay} S = a + b + c = 2.$ 

Chon đáp án B.....

**CÂU 30.** Biết rằng parabol (P):  $y = ax^2 - bx + c$  cắt trực tung tại điểm có tung độ là 4, đi qua điểm A(3;7) và có trực đối xứng là đường thẳng x=2. Giá trị của biểu thức S=abc là

$$\stackrel{\smile}{\mathbf{A}} S = 8.$$

**B** 
$$S = -16$$
.

$$(c) S = -8.$$

$$(D) S = 16.$$

Lời giải.

- $\Theta$  Parabol cắt trực tung tại điểm có tung độ là 4 nên c=4.
- $\odot$  Parabol đi qua điểm A(3;7) nên có phương trình 9a 3b + c = 7.
- igoplus Parabol có trực đối xứng là đường thẳng x=2 nên  $\frac{\sigma}{2\pi}=2$ .
- igotimes Ta được hệ phương trình  $\begin{cases} 9a-3b+c=7 \\ b=4a \\ c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-4 \\ c=4 \end{cases}$

Vâv S = abc = 16.

Chon đáp án (D).

**CÂU 31.** Xác định parabol (P):  $y = ax^2 + bx + c$ , biết rằng (P) có đỉnh I(2; -1) và cắt trực tung tại điểm có tung độ bằng -3.

**B** 
$$y = -x^2 - 2x - 3$$
. **C**  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3$ . **D**  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$ .

🗭 Lời giải.

(P) cắt trực tung tại điểm có tung độ bằng -3, suy ra c = -3. (1)

(P) có đỉnh 
$$I(2;-1)$$
, suy ra 
$$\begin{cases} -1 = 4a + 2b + c \\ -\frac{b}{2a} = 2. \end{cases}$$
 (2)

Từ (1) và hệ (2), ta tìm được  $a=-\frac{1}{2},\,b=2,\,c=-3.$ 

Vây 
$$(P)$$
:  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3$ .

**CÂU 32.** Xác định parabol  $y = ax^2 + bx + c$   $(a \neq 0)$ , biết rằng đỉnh của parabol đó có tung độ bằng -25, đồng thời parabol đó cắt trực hoành tại hai điểm A(-4;0) và B(6;0).

Lời giải.

Vì parabol đó cắt trục hoành tại hai điểm A(-4;0) và B(6;0) nên trục đối xứng của nó có phương trình là x=1. Do đó parabol có đỉnh I(1; -25). Từ đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 16a - 4b + c = 0 \\ 36a + 6b + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -24. \end{cases}$$

Vậy parabol có phương trình  $y = x^2 - 2x - 24$ .

**CÂU 33.** Cho các số nguyên a, c sao cho parabol  $y = ax^2 - 4x + c$  đi qua điểm M(4;2) và có tung độ đỉnh là -2. Tính tổng S = a + c.

**B** 
$$S = 4$$
.

$$(c) S = -1.$$

$$(\mathbf{D}) S = 1.$$

### 🗭 Lời giải.

Parabol P đi qua điểm M(4;2) nên ta có  $2 = 16a - 16 + c \Leftrightarrow c = 18 - 16a$ .

Tung độ đỉnh là -2 nên  $-16 + 4ac = -2.4a \Leftrightarrow -16 + 4a(18 - 16a) + 8a = 0 \Leftrightarrow 4a^2 - 5a + 1 = 0 \Leftrightarrow a = 1$  hoặc  $a = \frac{1}{4}$  (loại) Với a = 1 suy ra c = 2. Vậy S = a + c = 3.

Chon đáp án (A).....

**CÂU 34.** Tìm các số thực a, c (c > 0) sao cho parabol  $(P): y = ax^2 + 2x + c$  đi qua điểm M(2;3) và có tung độ đỉnh là

$$\mathbf{A}$$
  $a = 1, c = -5.$ 

**B** 
$$a = -2, c = 7.$$
 **C**  $a = 2, c = -9.$  **D**  $a = -1, c = 3.$ 

$$a = 2, c = -9.$$

$$\bigcirc$$
  $a = -1, c = 3.$ 

### 🗭 Lời giải.

$$\text{Diểm } M(2;3) \in (P) \Leftrightarrow 3 = a \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + c \Leftrightarrow c = -1 - 4a \tag{1}.$$

(P) có tung độ đỉnh bằng 4 khi và chỉ khi 
$$-\frac{\Delta}{4a} = 4$$
.  

$$\Leftrightarrow \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = 4 \Leftrightarrow -(2^2 - 4ac) = 16a \Leftrightarrow ac - 1 = 4a$$
(2)

Thay (1) vào (2), ta được: 
$$a(-1-4a)-1=4a\Leftrightarrow -4a^2-5a-1=0\Leftrightarrow \begin{bmatrix} a=-1\Rightarrow c=3 \text{ (nhận)}\\ a=-\frac{1}{4}\Rightarrow c=0 \text{ (loại)} \end{bmatrix}$$

**CÂU 35.** Cho Parabol (F). g -  $\tilde{\Phi} \text{ bằng } -\frac{7}{8}. \text{ Tính } S = a+b-c.$  B S = 5.**CÂU 35.** Cho Parabol (P):  $y=ax^2+bx+c$   $(a,b,c\in\mathbb{Z})$ . Biết (P) đi qua điểm A(1;-1), B(3;-11) và đỉnh của (P) có tung

$$\bigcirc S = 3.$$

$$\bigcirc S = 5.$$

$$(c)$$
  $S = 7.$ 

$$\bigcirc S = 4.$$

### Lời giải.

Vì (P) đi qua điểm A(1;-1), B(3;-11) và đỉnh của (P) có tung độ bằng  $-\frac{7}{9}$ , ta có

$$\begin{cases}
-1 = a + b + c \\
-11 = 9a + 3b + c \\
-\frac{7}{8} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}
\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}
c = -a - b - 1 \\
-11 = 9a + 3b - a - b - 1 \\
7a = 2 \left[b^2 - 4a(-a - b - 1)\right]
\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}
c = -a - b - 1 \\
4a + b = -5 \\
8a^2 + 2b^2 + 8ab + a = 0
\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}
c = -a - b - 1 \\
b = -4a - 5 \\
8a^2 + 2(-4a - 5)^2 + 8a(-4a - 5) + a = 0
\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}
c = -a - b - 1 \\
b = -4a - 5 \\
8a^2 + 41a + 50 = 0
\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}
a = -2 \in \mathbb{Z} \\
a = -\frac{25}{8} \notin \mathbb{Z} \text{ (loại)} \\
b = 3 \\
c = -2.
\end{cases}$$

Vậy S = a + b - c = 3.

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 36.** Cho hàm số  $y = x^2 - 2(m+2)x - m + 3$  có đồ thị là parabol (P). Khi m thay đổi, đỉnh I của (P) luôn di chuyển trên một parabol cố định. Phương trình parabol đó là

$$\mathbf{A}$$
  $y = x^2 - 4x + 2$ .

**B** 
$$y = -x^2 - x + 5$$
.

$$y = -x^2 + 4x - 3$$

**©** 
$$y = -x^2 + 4x - 3$$
. **D**  $y = -x^2 - 5x - 1$ .

### 🗭 Lời giải.

Toa độ đỉnh I của parabol (P) là  $\begin{cases} x_I = m+2 & (1) \\ y_I = (m+2)^2 - 2(m+2)^2 - m+3 & (2) \end{cases}.$ 

Từ (1) suy ra  $m = x_I - 2$ , thay vào (2) ta

$$y_I = x_I^2 - 2x_I^2 - x_I + 5 \Leftrightarrow y_I = -x_I^2 - x_I + 5.$$

Vậy I luôn di chuyển trên parabol cố định có phương trình  $y = -x^2 - x + 5$ .

Chon đáp án (B).....

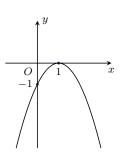
### **CÂU 37.**

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

**B** 
$$y = x^2 - 2x - 1$$
.

(a) 
$$y = -x^2 + 2x - 1$$
. (b)  $y = x^2 - 2x - 1$ . (c)  $y = -x^2 - 2x - 1$ . (d)  $y = -x^2 + 2x + 3$ .

$$\bigcirc y = -x^2 + 2x + 3$$



### Lời giải.

Đồ thị có bề lõm quay xuống, đỉnh I(1;0).

Giao của đồ thị với trục tung là (0;-1). Nên đồ thị hàm số cần tìm là  $y=-x^2+2x-1$ .

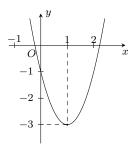
Chọn đáp án  $\stackrel{\frown}{\mathsf{A}}$ .....  $\square$ 

### **CÂU 38.**

Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  với  $(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$  có đồ thị như hình bên. Đồ thị bên là của hàm số nào?

**B**) 
$$y = x^2 - 4x - 1$$
.

$$\mathbf{D}$$
  $y = -2x^2 - 4x - 1$ .



### 🗭 Lời giải.

Đồ thị hàm số đi qua điểm (0;-1) và có tọa độ đỉnh là (1;-3). Ta có

$$\begin{cases} 0 \cdot a + 0 \cdot b + c = -1 \\ 1^2 \cdot a + 1 \cdot b + c = -3 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -1 \\ a + b + c = -3 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \Rightarrow y = 2x^2 - 4x - 1. \\ c = -1 \end{cases}$$

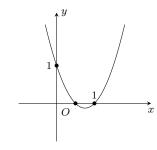
### CÂU 39.

Hàm số nào trong 4 phương án liệt kê ở A, B, C, D dưới đây có đồ thi như hình bên?

**B** 
$$y = -2x^2 + 3x - 1$$
.

$$(c)$$
  $y = 2x^2 - 3x + 1.$ 

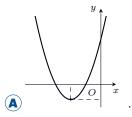
$$\bigcirc y = x^2 - 3x + 2.$$

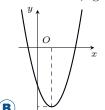


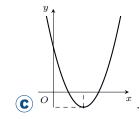
### 🗭 Lời giải.

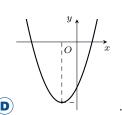
- $\odot$  Đồ thị hàm số  $y = -x^2 + 3x 1$  cắt trục tung tại điểm có tọa độ (0; -1) nên không thỏa.
- $\odot$  Đồ thị hàm số  $y = -2x^2 + 3x 1$  cắt trực tung tại điểm có tọa độ (0; -1) nên không thỏa.
- $\odot$  Đồ thị hàm số  $y = x^2 3x + 2$  cắt trực tung tại điểm có tọa độ (0; 2) nên không thỏa.
- $\odot$  Đồ thị hàm số  $y = 2x^2 3x + 1$  cắt trục tung tại điểm có tọa độ (0;1) và cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ  $(\frac{1}{2};0)$ và (1;0) nên thỏa mãn.

**CÂU 40.** Đồ thị hàm số  $y = 4x^2 - 3x - 1$  có dạng nào trong các dạng sau đây?









### 🗭 Lời giải.

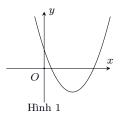
Tọa độ đỉnh của Parabol  $S\left(\frac{3}{8}; -\frac{25}{16}\right)$ .

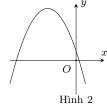
Trục đối xứng  $x = \frac{3}{8} > 0$ .

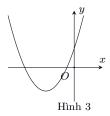
Đồ thị cắt trục Oy tại điểm A(0; -1).

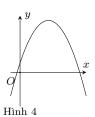
Chọn đáp án (B).....

**CÂU 41.** Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  với a > 0, b > 0, c > 0. Đồ thị của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây?









(A) Hình (4).

**B** Hình (3).

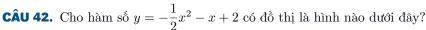
**C** Hình (1).

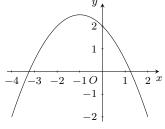
(**D**) Hình (2).

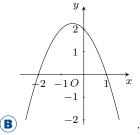
### 🗭 Lời giải.

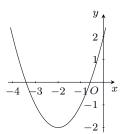
Dựa vào hình dáng đồ thị, vì a > 0 nên loại hình (2) và hình (4).

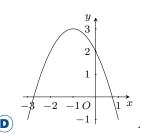
Vì b > 0 nên  $-\frac{b}{a} < 0$ , do đó đính của parabol nằm bên trái trực tung, do đó chọn hình (3).











### (C) 🗭 Lời giải.

Vì  $a = -\frac{1}{2} < 0$  nên đồ thị quay bề lõm xuống dưới.

Phương trình hoành độ giao điểm  $-\frac{1}{2}x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} x = -1 + \sqrt{5} \approx 1,23 > 1 \\ x = -1 - \sqrt{5} \approx -3,23 < -3. \end{bmatrix}$ 

Chọn đáp án (A).....

### **CÂU 43.**

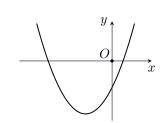
Nếu hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình vẽ thì dấu của các hệ số a, b, c là

(A) a > 0, b < 0, c < 0.

**(B)** a > 0, b > 0, c > 0.

 $\mathbf{c}$  a < 0, b > 0, c > 0.

 $(\mathbf{D}) a > 0, b > 0, c < 0.$ 



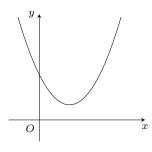
### 🗭 Lời giải.

- $\odot$  Bề lõm của parabol hướng lên nên a > 0.
- $\Theta$  Parabol cắt trực tung tại điểm có tung độ âm nên c < 0.
- $\odot$  Đỉnh của parabol có hoành độ âm nên  $-\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$ .

### **CÂU 44.**

Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) a > 0, b < 0, c < 0. (B) a < 0, b < 0, c > 0. (C) a > 0, b < 0, c > 0. (D) a > 0, b > 0, c > 0.



### 🗭 Lời giải.

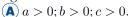
Dựa vào đồ thị  $y = ax^2 + bx + c$  ta có

- $\odot$  Đồ thị có bề lõm hướng lên trên nên a > 0.
- $\Theta$  Đồ thị cắt trực tung tại điểm có tung độ dương nên c > 0.
- $\odot$  Trục đối xứng của đồ thị nằm bên phải Oy nên  $-\frac{b}{2a} > 0$ . Mà a > 0 nên b < 0.

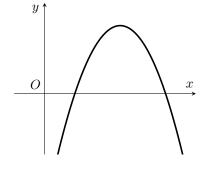
Chon đáp án (C).....

### CÂU 45.

Cho parabol (P):  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hãy tìm khẳng định đúng



**B** 
$$a > 0; b \ge 0; c < 0.$$



### Lời giải.

- $\odot$  Đồ thị hướng bề lõm xuống dưới  $\Rightarrow a < 0$ .
- ullet Đồ thị có đỉnh có hoành độ dương  $\Rightarrow -\frac{b}{2a} > 0 \stackrel{a \leq 0}{\Leftrightarrow} b > 0$ .

Suy ra chon "a < 0; b > 0; c < 0".

Chon đáp án C

**CÂU 46.** Tìm số giao điểm của parabol (P):  $y = x^2 - 3x + 5$  với trục Ox.

 $(\mathbf{D})2.$ 

### 🗭 Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) với Ox là  $x^2 - 3x + 5 = 0$  có  $\Delta = 9 - 20 = -11 < 0$  nên phương trình vô nghiêm.

Vậy không có giao điểm của (P) với Ox.

Chọn đấp án (B)....

**CÂU 47.** Giao điểm của parabol  $y = x^2 - 3x + 2$  với đường thẳng y = x - 1 là

(A) (2; 1), (3; 2).

**B**) (1; 0), (3; 2).

 $(\mathbf{D})(-1;2),(2;1).$ 

### D Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm:  $x^2 - 3x + 2 = x - 1 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 3 \Rightarrow y = 2. \end{bmatrix}$ 

**CÂU 48.** Tọa độ giao điểm của (P):  $y = x^2 - 4x$  với đường thẳng d: y = -x - 2 là

(A) M(0;-2); N(2;-4). (B) M(-1;-1); N(-2;0). (C) M(-3;1); N(3;-5). (D) M(1;-3); N(2;-4).

# 🗭 Lời giải.

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiêm của phương trình

$$x^{2} - 4x = -x - 2 \Leftrightarrow x^{2} - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \\ x = 2. \end{bmatrix}$$

Vậy tọa độ giao điểm là M(1; -3); N(2; -4).

Chọn đáp án (D).....

CÂU 49. Parabol nào sau đây cắt trực hoành tại hai điểm phân biệt?

$$(A) y = -x^2 + 2x - 1.$$

**B** 
$$y = x^2 - 2x + 3$$
.

$$\mathbf{c}$$
  $y = -x^2 - 1$ .

$$\mathbf{D}$$
  $y = 2x^2 - 5x + 2$ .

D Lời giải.

Ta có  $2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{bmatrix}$  nên parabol  $y = 2x^2 - 5x + 2$  cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Chọn đáp án (D).....

**CÂU 50.** Tổng tung độ hai giao điểm của parapol (P):  $y = x^2 - 5x + 6$  và đường thẳng (d): y = 2x - 2 bằng  $\bigcirc$  (P) (P)

### 🗭 Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của parapol (P):  $y = x^2 - 5x + 6$  và đường thẳng (d): y = 2x - 2:

$$x^{2} - 5x + 6 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^{2} - 7x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = \frac{7 - \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{7 + \sqrt{17}}{2} \end{bmatrix}.$$

$$x = \frac{7 - \sqrt{17}}{2} \Rightarrow y = 2x - 2 = 5 - \sqrt{17}$$
$$x = \frac{7 + \sqrt{17}}{2} \Rightarrow y = 2x - 2 = 5 + \sqrt{17}$$

Tổng tung độ hai giao điểm bằng 10.

Chọn đáp án D.....

### CÂU 51.

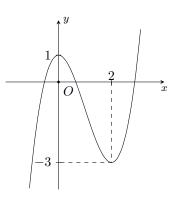
Cho hàm số y = f(x) xác định trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ. Phương trình 2f(x) - 1 = 0 có bao nhiêu nghiệm?

**A** 1.

**B** 3.

 $\bigcirc$  2.

**D**)4.



### 🗭 Lời giải.

Ta có  $2f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}$ .

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng  $y = \frac{1}{2}$  cắt đồ thị hàm số y = f(x) tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình 2f(x) - 1 = 0 có 3 nghiệm phân biệt.

**CÂU 52.** Đồ thị hàm số  $y=x^2+5$  và y=-mx+1 cắt nhau tại một điểm thì m bằng

(A) m=4 hoặc m=-4.

 $\mathbf{B}$  m=0 hoặc m=4.

(**c**) m = 0 hoặc m = -4.

 $\mathbf{D}$  m=0 hoặc m=-4 hoặc m=4.

### Lời giải.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm  $x^2 + 5 = -mx + 1 \Leftrightarrow x^2 + mx + 4 = 0$ . Phương trình có một nghiệm khi và chỉ khi  $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 4$ .

Chọn đáp án (A)

**CÂU 53.** Đồ thị hàm số  $y=x^2+5$  và y=-mx+1 cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi

- (A) m > 4.
- **B** m < -4.
- (c) -4 < m < 4.
- $(\mathbf{D}) m > 4 \text{ hoặc } m < -4.$

### 🗭 Lời giải.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm  $x^2 + 5 = -mx + 1 \Leftrightarrow x^2 + mx + 4$ .

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi  $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 > 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m > 4 \\ m < -4. \end{bmatrix}$ 

**CÂU 54.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đường thẳng y = mx - 3 không có điểm chung với Parabol  $y = x^2 + 1$ ?

**A** 6. **B** 9. **C** 7.

🗭 Lời giải.

(1)

Phương trình hoành độ giao điểm:  $x^2 + 1 = mx - 3 \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 = 0$ .

Ta có  $\Delta = (-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = m^2 - 16$ .

Để đường thẳng và Parabol không có điểm chung thì phương trình (1) vô nghiệm

 $\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4 \Rightarrow m \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}.$ 

**CÂU 55.** Cho hàm số  $y = -x^2 - 2x + 5$  có đồ thi bên

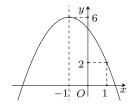
Tất cả giá trị của m để đường thẳng y=m cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt trong đó có đúng 1 điểm có hoành độ lớn hơn 1.

(A) m > 2.

**(B)** m < 1.

(c) m < 2.

**(D)** m > 1.



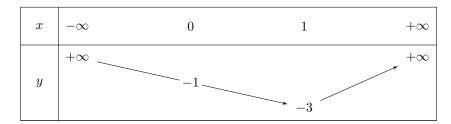
### 🗭 Lời giải.

Ta có: x > 1 thì  $-x^2 < -1$ ; -2x < -2, suy ra:  $y = -x^2 - 2x + 5 < 2$ . Vây m < 2.

Cách 2: Nhìn trên đồ thị ta thấy với x > 1 thì y < 2 hay m < 2.

Chọn đáp án (C).....

**CÂU 56.** Cho hàm số bâc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  có bảng biến thiên như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn [-2018;2018] để phương trình f(x)-m-4=0 có một nghiệm dương duy nhất.

(A) 2026.

**B**) 2020.

(c) 2025.

(D) 2024.

### 🗭 Lời giải.

Phương trình  $f(x) - m - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = m + 4$  có một nghiệm dương duy nhất khi và chỉ khi đồ thị hàm số y = f(x) cắt đường thẳng y = m + 4 cắt nhau tại duy nhất một điểm có hoành độ dương

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} m+4=-3\\ m+4\geq -1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m=-7\\ m\geq -5. \end{bmatrix}$$

Do m thuộc đoạn [-2018; 2018] và nguyên nên có 2024 giá trị thỏa mãn.

Chon đáp án (D).....

**CÂU 57.** Một vật chuyển động với vận tốc  $v = 40 + 18t - t^2$  (m/s). Trong 20 giây đầu vận tốc lớn nhất của vật là bao nhiêu?

**A** 121 m/s.

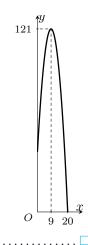
**B**) 212 m/s.

(c) 40 m/s.

 $\bigcirc$  4 m/s.

### D Lời giải.

Đồ thi của hàm vân tốc v có dang Parabol bề lõm hướng xuống dưới. Đỉnh của Parabol là I(9;121). Do đó trong đoan [0; 20], vân tốc lớn nhất của vật là 121 m/s.



**CÂU 58.** Một quả bóng chày được đánh lên ở độ cao 3 feet (1 feet = 0,3048 mét) so với mặt đất với vận tốc 100 feet/giây và ở một góc  $45^{\circ}$  so với mặt đất. Đường đi của quả bóng chày được cho bởi hàm số  $f(x) = -0.0032x^2 + x + 2$  trong đó f(x) là chiều cao của bóng chày (theo feet) và x là khoảng cách theo chiều ngang của quả bóng tính từ vị trí ban đầu của quả bóng được đánh lên (theo feet). Tính chiều cao tối đa mà bóng chày đạt được?

(A) 78, 125 feet.

(B) 79, 125 feet.

(c) 80, 125 feet.

(**D**) 81, 125 feet.

### Lời giải.

Chiều cao tối đa h của quả bóng là tung độ đỉnh của đồ thị hàm số  $f(x) = -0,0032x^2 + x + 2$ .

Ta tính được h = 80, 125.

Chọn đáp án  $\overline{(C)}$ .....

### CÂU 59.

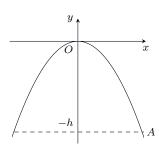
Một chiếc cổng hình parabol có dạng của đồ thị hàm số  $y=-\frac{1}{2}x^2$  và có chiều rộng d=8 m (hình minh họa). Hãy tính chiều cao h của cổng.

(A) h = 8 m.

**(B)** h = 9 m.

(c) h = 7 m.

 $(\mathbf{D}) h = 5 \text{ m}.$ 



### 🗭 Lời giải.

Đường thẳng d: y = 8 cắt (P) tại A(4; -h).

Diểm 
$$A \in (P) \Rightarrow -h = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 \Rightarrow h = 8\text{m}.$$

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 60.** Tìm m để Parabol (P):  $y = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3$  cắt truc hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 \cdot x_2 = 1$ .

 $(\mathbf{A}) m = 2.$ 

(B) Không tồn tại m. (C) m = -2.

 $(\mathbf{D}) m = \pm 2.$ 

### 🗭 Lời giải.

 $\Delta' = 2m + 4 > 0 \Leftrightarrow m > -2.$ 

 $x_1 \cdot x_2 = m^2 - 3 = 1 \Rightarrow m = \pm 2$ . Vậy m = 2.

Chọn đáp án (A).....

**CÂU 61.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$  biết f(0) = 0; f(1) = 3; f(2) = 8. Xét tính đúng sai của mỗi khẳng định sau

Mệnh đề	Ð	S
<b>a)</b> $a = 1; b = 2; c = 0.$	X	
<b>b)</b> $P = a \cdot b - 2c = 2$ .	X	
c) Giá trị của hàm số tại điểm $x=-10$ là 120.		X
d) Phương trình $f(x) = -1$ có nghiệm kép.	X	

### Lời giải.

a) Vì 
$$f(0) = 0$$
 nên ta có

$$0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 0.$$

Do đó hàm số đã cho có dạng  $y = ax^2 + bx$ .

Vì f(1) = 3 nên ta có

$$3 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 \Rightarrow a + b = 3$$
.

Vì f(2) = 8 nên ta có

$$8 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 \Rightarrow 4a + 2b = 8.$$

Do đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a+b=3\\ 4a+2b=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1\\ b=2. \end{cases}$$

- **b)** Ta có  $P = a \cdot b 2c = 1 \cdot 2 2 \cdot 0 = 2$ .
- c) Hàm số đã cho có dạng  $y = x^2 + 2x$ . Do đó ta có  $f(-10) = (-10)^2 - 2 \cdot 10 = 80$ .
- d) Ta có

$$f(x) = -1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = -1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Chọn đáp án a đúng b đúng c sai d đúng

**CÂU 62.** Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + c$   $(a \neq 0)$  có bảng biến thiên

$c(\alpha)$	) 00 001.	ig bien union	
x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

Mệnh đề		S
<b>a)</b> $a > 0$ .		X
<b>b)</b> Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ .	X	

Mệnh đề	Đ	S
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ .	X	
<b>d)</b> $4a + 2b + c = 0$ .		X

### 🗭 Lời giải.

- a) Từ bảng biến thiên, ta có a = < 0.
- **b)** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .
- d) Vì đồ thị có đỉnh I(2;3) nên  $a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 3 \Leftrightarrow 4a + 2b + c = 3$ .

Chọn đáp án a sai b đúng c đúng d sai ....

**CÂU 63.** Cho hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  có đồ thị là (P).

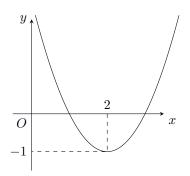
Mệnh đề	Ð	S
a) Tọa độ đỉnh của đồ thị $(P)$ là $I(2;-1)$ .	X	
<b>b)</b> Đồ thị đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ .		X
c) Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng $x=3$ .		X
<b>d)</b> Đồ thị $(P)$ có dạng		
x		X

### 🗭 Lời giải.

- a) Ta có
  - $\ensuremath{ \bigodot}$  Hoành độ đỉnh I là  $x_I = -\frac{b}{2a} = 2.$
  - **②** Tung độ đỉnh I là  $y_I = 2^2 4 \cdot 2 + 3 = -1$ .

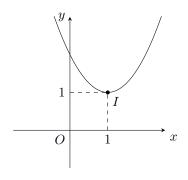
Vậy I(2; -1).

- **b)** Thế x=0, y=0 vào phương trình  $y=x^2-4x+3$ , ta có  $0=0^2-4\cdot 0+3$ , sai. Vậy  $O\notin (P)$ .
- c) Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng  $x = -\frac{b}{2a} = 2$ .
- **d)** Đồ thị của hàm số (P) là



Chọn đáp án a đúng b sai c sai d sai ...

**CÂU 64.** Cho hàm số  $y = x^2 + bx + c$  có đồ thị (P) như hình vẽ.



Mệnh đề	Ð	S
a) Trục đối xứng của đồ thị $(P)$ là $x=1$ .	X	
<b>b)</b> Đồ thị $(P)$ có đỉnh $I(1;1)$ .	X	
c) Đồ thị $(P)$ có phương trình $y = x^2 - 2x$ .		X
d) Đồ thị $(P)$ và đường thẳng $(d)$ : $y = 2x + 2$ cắt nhau tại hai điểm $A$ và $B$ . Khi đó $AB = 3\sqrt{5}$ .		X

### 🗭 Lời giải.

- a) Trục đối xứng của đồ thị (P) là x=1.
- **b)** Đồ thị (P) có đỉnh I(1;1)
- c) Vì (P) có đỉnh I(1;1) nên
  - $\bigcirc$  Đỉnh  $I(1;1) \in (P) \Rightarrow 1 = 1 + b + c. (1)$
  - $m{\Theta}$  Hoành độ đỉnh  $x=\frac{-b}{2a}=1 \Leftrightarrow b=-2a=-2.$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra b=-2, c=2. Vậy (P) :  $y=x^2-2x+2$ 

d) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d)

$$x^{2} - 2x + 2 = 2x + 2 \Leftrightarrow x^{2} - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \Rightarrow y = 2\\ x = 4 \Rightarrow y = 10. \end{bmatrix}$$

Suy ra A(0;2), B(4;10),  $\overrightarrow{AB} = (4;8) \Rightarrow AB = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$ .

Chọn đáp án a đúng b đúng c sai d sai ......□

**CÂU 65.** Cho hàm số bậc hai y = f(x) = -(x - a)(x - b) có đồ thị là (P) (a < b). Biết (P) có đỉnh I(1; 4). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
a) $a + 2b = 1$ .		X
<b>b)</b> Đường thẳng $(d)$ : $y = x + 1$ luôn cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt.	X	

Mệnh đề	Ð	S
<b>c)</b> $f(x) > 0, \forall x \in (-1, 2).$	X	
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\left[-\frac{1}{2};2\right]$ là $\frac{7}{4}$ .	X	

### 🗭 Lời giải.

Ta có (P):  $y = -x^2 + (a+b)x - ab$ . Vì (P) có đỉnh I(1;4) nên ta có

$$\begin{cases} 4 = -1 + (a+b) - ab \\ \frac{a+b}{2} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab = -3 \\ a+b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a(2-a) = -3$$

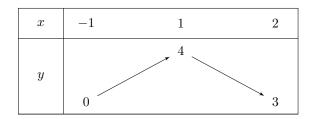
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} a = -1 \Rightarrow b = 3 \text{ (nhận)} \\ a = 3 \Rightarrow b = -1 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

- a) Sai. Ta có a + 2b = 5.
- b) Đúng. Ta có (P):  $y = -(x+1)(x-3) = -x^2 + 2x + 3$ . Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d)

$$-x^{2} + 2x + 3 = x + 1 \Leftrightarrow -x^{2} + x + 2 = 0$$
  $\begin{bmatrix} x = -1 \\ x = 2. \end{bmatrix}$ 

Vậy đường thẳng (d): y = x + 1 luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

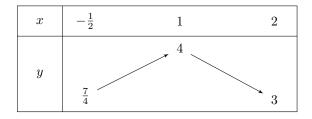
c) Đúng. Vì (P):  $y = -x^2 + 2x + 3$  có đỉnh I(1;4) và bề lõm quay xuống nên ta có bảng biến thiên sau



Vậy  $f(x) > 0, \forall x \in (-1, 2).$ 

### d) Đúng.

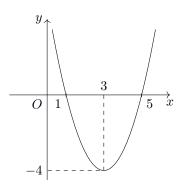
Vì (P):  $y = -x^2 + 2x + 3$  có đỉnh I(1;4) và bề lõm quay xuống nên ta có bảng biến thiên sau



Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên  $\left[-\frac{1}{2};2\right]$  là  $\frac{7}{4}.$ 

Chọn đáp án a sai b đúng c đúng d đúng .....

**CÂU 66.** Cho hàm số bậc hai có đồ thị như hình vẽ



Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
a) Đồ thị hàm số bậc hai có đỉnh là $(-4;3)$ .		X
<b>b)</b> Hàm số nhận giá trị âm với mọi $x \in (1;5)$ .	X	
c) Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi $m>-4$ .	X	
<b>d)</b> Đường thẳng $x=n$ cắt đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi $n>0$ .		X

### 🗭 Lời giải.

- a) Đồ thị hàm số bậc hai có đỉnh là (3; -4)
- b) Hàm số nhận giá trị âm với mọi  $x \in (1;5)$  vì trên (1;5) đồ thị nằm dưới trục hoành.
- c) Đường thẳng y=m cắt đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi m>-4
- d) Đường thẳng x = n luôn cắt đồ thị hàm số bậc hai với mọi n.

Chọn đáp án a sai b đúng c đúng d sai .....

**CÂU 67.** Cho hàm số  $y = x^2 + 4x - 5$  có đồ thị (P). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
a) $(P)$ có trục đối xứng là $x=-2$ .	X	
<b>b)</b> $(P)$ cắt trực tung tại điểm có tung độ bằng $-5$ .	X	
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ bằng $-10$ .		X
d) Với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d$ : $y = 4x - m$ cắt đồ thị $(P)$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$ .	X	

### 🗭 Lời giải.

- a) (P) có trục đối xứng là x=-2
- **b)** (P) cắt trực tung tại điểm có tung độ bằng -5.
- c) Xét hàm số  $y = f(x) = x^2 + 4x 5$ , có a > 0 nên giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^2 + 4x 5$  là  $y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(-2) = -9$ .
- d) Phương trình hoành độ giao điểm của d: y = 4x m và đồ thị là  $x^2 + 4x 5 = 4x m \Leftrightarrow x^2 m + 5 = 0$ . Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt khi  $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 5$ .  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$

Áp dụng hệ thức Vi-ét cho phương trình, ta có 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 5. \end{cases}$$

Khi đó 
$$x_1^2 + x_2^2 = 5 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5$$
. Suy ra  $0^2 - 2(m - 5) = 5 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$ .

Chọn đáp án a đúng b đúng c sai d đúng .....

**CÂU 68.** Cho hàm số  $y = x^2 - 3x + 1$  có đồ thị (P) và đường thẳng d: y = x - m. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Ð	S
a) Đường thẳng $d$ luôn song song với đường thẳng $\Delta: y = x$ .		X
<b>b)</b> Khi $m=2$ , đường thẳng $d$ cắt đồ thị $(P)$ tại hai điểm $(1;-1)$ và $(3;1)$ .	X	
c) Đường thẳng $d$ cắt đồ thị $(P)$ tại hai điểm khi và chỉ khi $m < \frac{5}{2}$ .		X
d) Đường thẳng $d$ cắt đồ thị $(P)$ tại hai điểm có hoành độ trái dấu khi và chỉ khi $m < -1$ .	X	

### 🗭 Lời giải.

- a) Khi m=0 thì d trùng với  $\Delta$ .
- **b)** Với m=2, d: y=x-2. Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^{2} - 3x + 1 = x - 2 \Leftrightarrow x^{2} - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \\ x = 3. \end{bmatrix}$$

Suy ra đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm (1; -1) và (3; 1).

c) Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^{2} - 3x + 1 = x - m \Leftrightarrow x^{2} - 4x + m + 1 = 0.$$
 (1)

Đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m - 1 > 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

d) Đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm có hoành độ trái dấu khi và chỉ khi phương trình  $x^2 - 4x + m + 1 = 0$  có hai nghiệm trái dấu  $\Leftrightarrow m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$ .

Chọn đáp án a sai b đúng c sai d đúng .....

**CÂU 69.** Cho hàm số  $y = x^2 + (2m - 1)x - m + 1$ , trong đó m là tham số.

Mệnh đề	Ð	1	$\mathbf{S}$
a) $y = x^2 + (2m - 1)x - m + 1$ không phải hàm số bậc hai một ẩn.		]	X
<b>b)</b> Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2m+1;+\infty)$ .		-	X
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{2m-1}{2}\right)$ .	X		
<b>d)</b> Với $m \geq 3$ thì hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$ .	X		

### 🗩 Lời giải.

- a) Vì  $a = 1 \neq 0$  nên hàm số đã cho là hàm số bậc hai một ẩn.
- b) Bảng biên thiên của hàm số.

x	$-\infty$ $-\frac{2m-1}{2}$ -	+∞
y	+∞	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên  $\left(-\frac{2m-1}{2}; +\infty\right)$ .

- c) Hàm nghịch biến trên  $\left(-\infty; -\frac{2m-1}{2}\right)$ .
- d) Hàm số đồng biến trên  $(-1; +\infty)$  thì  $-\frac{2m-1}{2} \le -1 \Leftrightarrow 2m-1 \ge 2 \Leftrightarrow m \ge 1$ . Vậy với  $m \ge 3$  thì hàm số đồng biến trên  $(-1; +\infty)$ .

Chọn đáp án a sai b sai c đúng d đúng .....

**CÂU 70.** Cho hàm số  $y = x^2 - 2(m-1)x - 3$  (với m là tham số).

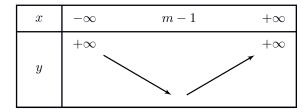
Mệnh đề	Ð	$\mathbf{S}$
a) Hàm số đã cho là hàm số bậc hai.	X	
<b>b)</b> Đồ thị hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; m-1)$ .		X
c) Đồ thị hàm số nghịch biến trên khoảng $(m-2; m+2)$ .		X
d) Với $m < 2$ thì hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ .	X	

### 🗭 Lời giải.

Tập xác định  $\mathscr{D}=\mathbb{R}.$ 

Ta có hoành độ đỉnh  $x = -\frac{b}{2a} = m - 1$ .

Do a=1>0nên ta có bảng biến thiên như sau



- a) Vì  $a=1\neq 0$  nên hàm số đã cho là hàm số bậc hai.
- **b)** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(m-1; +\infty)$ .
- c) Vì m-2 < m-1 < m+2 nên hàm số không nghịch biến trên khoảng (m-2; m+2)
- d) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$  thì  $m-1 \le 1 \Leftrightarrow m \le 2$ . Vậy m < 2 thì hàm số đồng biến trên  $(2; +\infty)$ .

Chọn đáp án a đúng b sai c sai d đúng .....

# 

Bài 2.	Hàm Số Bậc Hai	1
A	Kiến thức trọng tâm	1
B	Các dạng toán	1
	Dạng 1. Tập xác định, bảng biến thiên, tính đơn điệu, GTLN, GTNN của hàm số bậc hai	1
	Dạng 2. Xác định hàm số bậc hai	2
	Dạng 3. Đồ thị của hàm số bậc hai	
	Dạng 4. Bài toán tương giao	
	Dạng 5. Bài toán thực tế liên quan đến hàm số bậc hai	
	Bài tập tự luận	3
	Bài tập trắc nghiệm	4
LỜI GIẢI CHI TIẾT		14
Bài 2.	Hàm Số Bậc Hai	14
A	Kiến thức trọng tâm	14
B	Các dạng toán	14
	Dạng 1. Tập xác định, bảng biến thiên, tính đơn điệu, GTLN, GTNN của hàm số bậc hai	14
	🗁 Dạng 2. Xác định hàm số bậc hai	15
	Dạng 3. Đồ thị của hàm số bậc hai	16
	Dạng 4. Bài toán tương giao	
	Dạng 5. Bài toán thực tế liên quan đến hàm số bậc hai	17
	Bài tập tự luận	18
	Bài tập trắc nghiệm	23

