

TOẠ ĐỘ VECTƠ - BTTĐ PHÉP TOÁN VECTƠ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

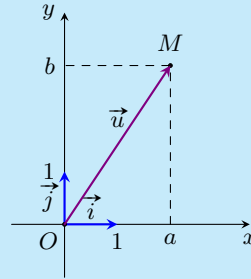
1. Tọa độ của vectơ

☑ Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm M được xác định như hình vẽ.

☑ Tọa độ vectơ \overrightarrow{OM} là tọa độ điểm M

$$M(a; b) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (a; b)$$

☑ Với mỗi vectơ \vec{u} , tọa độ vectơ \vec{u} là tọa độ điểm M trong đó $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$.



Chú ý.

☑ Vectơ \vec{i} có điểm gốc là O và có tọa độ $(1; 0)$ được gọi là vectơ đơn vị trên trục Ox .

☑ Vectơ \vec{j} có điểm gốc là O và có tọa độ $(0; 1)$ được gọi là vectơ đơn vị trên trục Oy .

Trong mặt phẳng tọa độ, ta có: $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} \Leftrightarrow \vec{u} = (a; b)$

Nhận xét: $\vec{u}(x; y) = \vec{v}(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$.

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

2. Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

Cho hai vectơ $\vec{u} = (x; y)$ và $\vec{v} = (x'; y')$. Khi đó

$$a) \vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y') \quad b) k\vec{u} = (kx; ky), \text{ với } k \in \mathbb{R}$$

Nhận xét.

☑ Vectơ $\vec{v}(x'; y')$ cùng phương với vectơ $\vec{u}(x; y) \neq \vec{0}$ khi và chỉ khi tồn tại số k sao cho $x' = kx, y' = ky$ (hay là $\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$ nếu $xy \neq 0$).

☑ Trung điểm M của đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

☑ Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là $\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

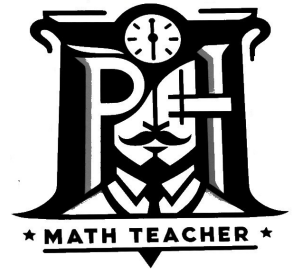
Cho $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Khi đó tích vô hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} được tính theo công thức sau $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$.

Nhận xét

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 = 0$$

$$\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 \text{ và } |\vec{a}|^2 = \vec{a}^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



ĐIỂM: _____

“Failure is not the opposite of success. It is a part of success.”

– Arianna Huffington –

QUICK NOTE

QUICK NOTE

⊙ Với $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$, $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$

B. CÁC VÍ DỤ

VÍ DỤ 1. Viết tọa độ các vectơ sau $\vec{a} = 3\vec{i} + 7\vec{j}$; $\vec{b} = \sqrt{2}\vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{c} = \frac{3}{4}\vec{i}$; $\vec{d} = \pi\vec{j}$.

VÍ DỤ 2. Viết vectơ \vec{u} dưới dạng $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ khi biết tọa độ của \vec{u} là $(5; 3)$, $(2; -1)$, $(4; 0)$, $(0; -\sqrt{3})$, $(0; 0)$.

VÍ DỤ 3. Cho $\vec{u} = (2; -1)$, $\vec{v} = (4; 5)$. Tính tọa độ các vectơ $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $3\vec{u}$, $5\vec{u} - 4\vec{v}$.

VÍ DỤ 4. Cho tam giác ABC có $A(-5; 6)$, $B(-4; -1)$, $C(4; 3)$.

- Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AC .
- Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

VÍ DỤ 5. Cho tam giác ABC biết $A(1; -1)$, $B(0; 3)$ và $G(\frac{1}{3}; 3)$ là trọng tâm. Tìm tọa độ điểm C .

VÍ DỤ 6. Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (3; -1)$. Hãy phân tích vectơ $\vec{c} = (-1; 5)$ theo hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

VÍ DỤ 7. Cho ba điểm $A(1; -1)$, $B(3; 5)$, $C(2; 2)$.

- Chứng minh rằng ba điểm A , B , C thẳng hàng.
- Tìm tọa độ điểm D trên Ox sao cho A , B , D thẳng hàng.

VÍ DỤ 8. Cho $A(1; 2)$, $B(-2; 1)$, $C(2; -1)$.

- Chứng minh tam giác ABC vuông tại A .
- Tính diện tích tam giác ABC .

VÍ DỤ 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; 3)$ và $B(3; -1)$. Tính góc giữa đường thẳng OA và AB .

VÍ DỤ 10. Cho tam giác ABC có $A(2; 4)$, $B(2; -2)$, $C(-4; 1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

BÀI 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các vectơ $\vec{a} = (3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tính $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$.

BÀI 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; -1)$, $\vec{b} = (0; 4)$ và $\vec{c} = (3; 3)$. Tìm hai số thực m, n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} - n\vec{b}$.

BÀI 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(-2; 3)$, $B(1; 2)$, $C(-1; -4)$.

- Tìm tọa độ điểm G là trọng tâm tam giác ABC . Tính chu vi tam giác ABC .
- Tìm tọa độ điểm K thuộc đoạn thẳng BC sao cho $2KB = 3KC$.

BÀI 4. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1; 3)$, $B(-4; -5)$ và $C(1; -2)$.

- Chứng tỏ A , B , C là ba đỉnh của một tam giác và tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .
- Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho $|2\vec{MA} + \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

BÀI 5. Trong mặt phẳng Oxy cho ba điểm $A(3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(6; 3)$. Tìm tọa độ điểm N thỏa mãn $2\vec{NB} + \vec{NC} - \vec{NA} = \vec{0}$.

BÀI 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $M(-1; 1)$, $N(1; 3)$, $P(-2; 5)$. Tìm tọa độ điểm E biết $\vec{PE} = 2\vec{MN}$.

QUICK NOTE

BÀI 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; 1)$, $B(2; 3)$, $C(5; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

BÀI 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho $M(3; -1)$, $N(1; 2)$ và $P(2; -4)$.

- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác MNP và tọa độ điểm Q sao cho tứ giác $MNGQ$ là hình bình hành.
- Tam giác ABC nhận các điểm M , N , P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , BC , CA . Tìm tọa độ các điểm A , B , C .

BÀI 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-3; 5)$, $B(-4; -3)$, $C(1; 1)$.

- Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- Tìm tọa độ điểm K thuộc trục hoành sao cho $KA + KB$ nhỏ nhất.

BÀI 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tính góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} trong mỗi trường hợp sau:

- $\vec{a} = (4; 3)$, $\vec{b} = (1; 7)$;
- $\vec{a} = (2; 5)$, $\vec{b} = (3; -7)$;
- $\vec{a} = (6; -8)$, $\vec{b} = (12; 9)$;
- $\vec{a} = (2; -6)$, $\vec{b} = (-3; 9)$.

BÀI 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$ và $\vec{v} = (k; -4)$. Tìm k để \vec{u} vuông góc với \vec{v} .

BÀI 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vectơ $\vec{u} = (4; 1)$, $\vec{v} = (1; 4)$ và $\vec{a} = \vec{u} + m \cdot \vec{v}$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để \vec{a} vuông góc với trục hoành.

BÀI 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 4)$ và $B(8; 4)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho tam giác ABC vuông tại C .

BÀI 14. Cho điểm $A(2; 3)$ và $B(5; -3)$.

- Tìm tọa độ điểm I sao cho $\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0}$.
- Tìm tọa độ điểm M sao cho $|2\vec{MA} + 3\vec{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm tọa độ điểm N sao cho $NA^2 + 2NB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Trong hệ tọa độ Oxy , biết $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$. Khi đó \vec{u} có tọa độ là

- ☐ A $(2; -1)$. ☐ B $(2; 1)$. ☐ C $(1; 2)$. ☐ D $(1; -2)$.

CÂU 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ của \vec{i} là bao nhiêu?

- ☐ A $\vec{i} = (0; 1)$. ☐ B $\vec{i} = (-1; 0)$. ☐ C $\vec{i} = (0; 0)$. ☐ D $\vec{i} = (1; 0)$.

CÂU 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(1; 3)$, $B(2; -5)$. Tìm tọa độ của vectơ \vec{AB} .

- ☐ A $\vec{AB} = (2; -15)$. ☐ B $\vec{AB} = (3; -2)$. ☐ C $\vec{AB} = (-1; 8)$. ☐ D $\vec{AB} = (1; -8)$.

CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; 3)$, $B(2; -3)$, $C(-2; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $5\vec{MA} - 2\vec{MB} = 4\vec{MC}$.

- ☐ A $M(3; 17)$. ☐ B $M(-3; -17)$. ☐ C $M(-9; -17)$. ☐ D $M(9; 17)$.

CÂU 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , biết $B(9; 7)$, $C(11; -1)$ và $M(1; 2)$ là trung điểm của AB . Tìm tọa độ trung điểm N của AC .

- ☐ A $N(2; -2)$. ☐ B $N(-2; 8)$. ☐ C $N(-2; 2)$. ☐ D $N(2; -8)$.

CÂU 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(0; 3)$, $B(4; 2)$. Tìm tọa độ điểm D thỏa mãn $\vec{OD} - 2\vec{DA} + 2\vec{DB} = \vec{0}$.

- ☐ A $(-8; 2)$. ☐ B $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. ☐ C $(-3; 3)$. ☐ D $(8; -2)$.

CÂU 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2; 3)$, $B(2; -5)$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Vectơ \vec{AI} có tọa độ là

- ☐ A $(1; -3)$. ☐ B $(0; 5)$. ☐ C $(0; -2)$. ☐ D $(0; -4)$.

QUICK NOTE

CÂU 8. Cho $A(1; 2)$ và $I(3; 4)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tọa độ của đỉnh B là

- (A) $(6; 5)$. (B) $(3; 2)$. (C) $(2; 3)$. (D) $(5; 6)$.

CÂU 9. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $G(2; -2)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC .

- (A) $C(8; -11)$. (B) $C(8; 11)$. (C) $C(-8; -11)$. (D) $C(12; 11)$.

CÂU 10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $B(-2; 3)$ và $C(3; -2)$. Điểm $I(a; b)$ thuộc BC sao cho với mọi điểm M không nằm trên đường thẳng BC thì $\overrightarrow{MI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{MB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{MC}$. Tính $S = a^2 + b^2$.

- (A) 1. (B) 0. (C) 4. (D) 5.

CÂU 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -1)$ và $\vec{b} = (3; 4)$. Tính tọa độ vectơ $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

- (A) $\vec{c} = (3; 3)$. (B) $\vec{c} = (2; 7)$. (C) $\vec{c} = (2; 1)$. (D) $\vec{c} = (6; 3)$.

CÂU 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; -2)$, $B(0; -1)$, $C(3; 0)$. Tìm tọa độ điểm G sao cho với điểm M bất kì ta luôn có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

- (A) $G\left(\frac{4}{3}; -2\right)$. (B) $G\left(\frac{5}{3}; -1\right)$. (C) $G\left(\frac{7}{3}; -2\right)$. (D) $G\left(\frac{4}{3}; -1\right)$.

CÂU 13. Cho ba điểm $A(2; 5)$, $B(1; 1)$, $C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

- (A) $E(-2; -3)$. (B) $E(3; -3)$. (C) $E(-3; 3)$. (D) $E(-3; -3)$.

CÂU 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tìm tọa độ của điểm P .

- (A) $P(0; 2)$. (B) $P(0; 10)$. (C) $P(0; 4)$. (D) $P(2; 0)$.

CÂU 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A , B , M thẳng hàng với $A(2; -3)$ và $B(3; 4)$.

- (A) $(1; 0)$. (B) $\left(\frac{17}{7}; 0\right)$. (C) $\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$. (D) $(4; 0)$.

CÂU 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (-1; 2)$ và $\vec{b} = (0; -2)$. Xác định tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

- (A) $(-1; 0)$. (B) $(2; 1)$. (C) $(-1; 4)$. (D) $(0; -4)$.

CÂU 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; -4)$ và $B(-4; 2)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- (A) $I(-2; -2)$. (B) $I(-1; -1)$. (C) $I(2; 2)$. (D) $I(1; 1)$.

CÂU 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; 3)$, $B(4; 2)$, $C(-2; 0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- (A) $G(5; 5)$. (B) $G\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$. (C) $G\left(1; \frac{5}{3}\right)$. (D) $G\left(1; \frac{1}{3}\right)$.

CÂU 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 2)$ và $B(3; 7)$. Tọa độ của \overrightarrow{AB} là

- (A) $(2; -1)$. (B) $(2; 1)$. (C) $(4; -3)$. (D) $(2; 5)$.

CÂU 20. Trong mặt phẳng với Oxy , cho ba điểm $A(1; 3)$, $B(-1; 2)$, $C(-2; 1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ là

- (A) $(-5; -3)$. (B) $(1; 1)$. (C) $(-1; 2)$. (D) $(4; 0)$.

CÂU 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Biết $A(1; -1)$, $B(5; -3)$ và $C \in Oy$, trọng tâm $G \in Ox$. Tọa độ điểm C là

- (A) $(0; 2)$. (B) $(2; 0)$. (C) $(0; -4)$. (D) $(0; 4)$.

CÂU 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\overrightarrow{OA} = (1; 2)$ và $\overrightarrow{OB} = (2; 1)$, biết $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$. Khi đó độ dài vectơ \overrightarrow{OM} là

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

CÂU 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 1)$, $\vec{b} = (1; -3)$ và $\vec{c} = (0; 2)$. Tính tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

- (A) $\vec{u} = (-1; 6)$. (B) $\vec{u} = (3; 0)$. (C) $\vec{u} = (-1; 0)$. (D) $\vec{u} = (3; 6)$.

QUICK NOTE

CÂU 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(-3; 2)$, $J(-1; 3)$, $K(4; -3)$. Tìm tọa độ điểm L để tứ giác $IJKL$ là hình bình hành.

- (A) $L(2; -4)$. (B) $L(0; 2)$. (C) $L(6; -2)$. (D) $L(-8; 8)$.

CÂU 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trọng tâm $G(0; 7)$, $A(-1; 4)$, $B(2; 5)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

- (A) $(1; 12)$. (B) $(-1; 12)$. (C) $(3; 1)$. (D) $(2; 12)$.

CÂU 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (m; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1)$. Tìm các giá trị của m để hai vectơ \vec{a} và \vec{b} cùng phương.

- (A) $m = -6$. (B) $m = 12$. (C) $m = \frac{3}{4}$. (D) $m = \frac{1}{4}$.

CÂU 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(3; 4)$, $B(4; 1)$, $C(2; -3)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- (A) $\left(3; \frac{2}{3}\right)$. (B) $(7; 2)$. (C) $(9; 2)$. (D) $(-1; 1)$.

CÂU 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $E(3; -2)$, $F(-1; -3)$. Tìm tọa độ điểm G thuộc trục hoành sao cho G thuộc đường thẳng EF .

- (A) $G\left(-\frac{11}{5}; 0\right)$. (B) $G(11; 0)$. (C) $G\left(0; -\frac{11}{4}\right)$. (D) $G\left(0; -\frac{11}{2}\right)$.

CÂU 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(1; -5)$, $B(2; 3)$, $C(-3; 3)$. Tọa độ tâm I của hình bình hành là

- (A) $(1; 1)$. (B) $(-1; 1)$. (C) $(1; -1)$. (D) $(-1; -1)$.

CÂU 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 3)$, $I(1; -2)$. Xác định tọa độ điểm B để I là trung điểm của AB .

- (A) $(0; -7)$. (B) $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. (C) $(1; 2)$. (D) $(-2; 1)$.

CÂU 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác $\triangle ABC$ có $M(1; 0)$, $N(2; 2)$, $P(-1; 3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB . Tọa độ của đỉnh A là

- (A) $(4; -1)$. (B) $(0; 1)$. (C) $(0; 5)$. (D) $(-2; 1)$.

CÂU 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; -2)$, $B(0; 4)$, $C(4; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $\vec{CM} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$.

- (A) $(7; 27)$. (B) $(11; 30)$. (C) $(-7; 0)$. (D) $(15; 6)$.

CÂU 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có $A(1; -2)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -2)$ sao cho $S_{ABN} = 3S_{ANC}$ là

- (A) $N\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$. (B) $N\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$. (C) $N\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. (D) $N\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

CÂU 34. Cho hai vectơ $\vec{a} = (3; 2)$, $\vec{b} = (-2; 4)$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- (A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$. (B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-6; 8)$. (C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -14$. (D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$.

CÂU 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- (A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -30$. (B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. (C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$. (D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 43$.

CÂU 36. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (4; 3)$ và $\vec{c} = (2; 3)$. Giá trị của biểu thức $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ bằng bao nhiêu?

- (A) 18. (B) 0. (C) 28. (D) 2.

CÂU 37. Cho $A(1; 2)$, $B(-1; 1)$ và $C(5; -1)$. Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

- (A) 7. (B) 5. (C) -7. (D) -5.

CÂU 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(2; 10)$. Tính tích vô hướng $\vec{AO} \cdot \vec{OB}$.

- (A) $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = -4$. (B) $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = 0$. (C) $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = 4$. (D) $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = 16$.

CÂU 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; -1)$ và $\vec{b} = (4; -3)$. Tính cosin của góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

- (A) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

QUICK NOTE

C $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

CÂU 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; 5)$ và $\vec{b} = (3; -7)$. Tính (\vec{a}, \vec{b}) .

A 90° .

B 120° .

C 135° .

D 45° .

CÂU 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; 3)$ và $\vec{b} = (4; 1)$. Tìm vectơ \vec{d} biết $\vec{a} \cdot \vec{d} = 4$ và $\vec{b} \cdot \vec{d} = -2$.

A $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$.

B $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$.

C $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$.

D $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$.

CÂU 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1; -1)$, $B(3; 1)$, $C(6; 0)$. Tính $\cos \widehat{B}$.

A $\cos \widehat{B} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B $\cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C $\cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D $\cos \widehat{B} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

CÂU 43. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; -1)$, $B(4; 2)$ và $C(4; -2)$. Hỏi góc \widehat{ABC} có số đo độ bằng bao nhiêu?

A 30° .

B 45° .

C 60° .

D 90° .

CÂU 44. Cho $\vec{u} = (1; -2)$, $\vec{v} = (-2; 1)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$.

B $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

C $|\vec{u}| = \sqrt{5}$.

D $\vec{u} \perp \vec{v}$.

CÂU 45. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(2; 1)$, $B(2; -3)$ và $C(3; 2)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A Tam giác ABC là tam giác nhọn.

B Tam giác ABC là tam giác đều.

C Tam giác ABC là tam giác tù.

D Tam giác ABC là tam giác vuông.

CÂU 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(-8; 0)$, $B(0; 4)$, $C(2; 0)$ và $D(-3; -5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A Hai góc \widehat{BAD} và \widehat{BCD} phụ nhau.

B Góc \widehat{BCD} là góc nhọn.

C $\cos(\vec{AB}, \vec{AD}) = \cos(\vec{CB}, \vec{CD})$.

D Hai góc \widehat{BAD} và \widehat{BCD} bù nhau.

CÂU 47. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $AD = 3$. Khi đó $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ bằng

A 0.

B 12.

C 5.

D -1.

CÂU 48. Cặp vectơ nào sau đây vuông góc với nhau?

A $\vec{a}_1 = (-4; -6)$ và $\vec{a}_2 = (3; 2)$.

B $\vec{b}_1 = (3; -4)$ và $\vec{b}_2 = (-3; 4)$.

C $\vec{c}_1 = (-4; -6)$ và $\vec{c}_2 = (-3; 2)$.

D $\vec{d}_1 = (5; -3)$ và $\vec{d}_2 = (3; -5)$.

CÂU 49. Cho tam giác ABC có $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $C(2; -2)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

A $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

B $H(2; 4)$.

C $H\left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

D $H(1; 3)$.

CÂU 50. Trong mặt phẳng tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (3; -5)$. Tìm số thực m sao cho $m\vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với $\vec{i} + \vec{j}$.

A $m = -2$.

B $m = 2$.

C $m = 3$.

D $m = \frac{5}{2}$.

CÂU 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$ và trực tâm $H(5; 0)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

A $C(6; -2)$.

B $C(4; -2)$.

C $C(5; -2)$.

D $C(4; -1)$.

CÂU 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; 0)$, $B(3; 0)$ và $C(2; 6)$. Gọi $H(a; b)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tính $a + 6b$.

A $a + 6b = 5$.

B $a + 6b = 6$.

C $a + 6b = 7$.

D $a + 6b = 8$.

CÂU 53. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 3)$, $B(-6; 2)$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) là

A 6.

B 5.

C $\sqrt{50}$.

D $\frac{\sqrt{50}}{2}$.

CÂU 54. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (4; -8)$. Vectơ nào sau đây không vuông góc với \vec{a}

QUICK NOTE

- ☐ **A** $\vec{b} = (-1; 2)$.
 ☐ **B** $\vec{b} = (-2; -1)$.
 ☐ **C** $\vec{b} = (2; 1)$.
 ☐ **D** $\vec{b} = (4; 2)$.

CÂU 55. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(1; 2)$, $N(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm P trên trục Ox sao cho tam giác MNP vuông tại M ?

- ☐ **A** $P(0; 3)$.
 ☐ **B** $P(-1; 0)$.
 ☐ **C** $P(3; 0)$.
 ☐ **D** $P(0; -1)$.

CÂU 56. Trong mặt phẳng Oxy cho vectơ $\vec{u} = (2; -4)$ và $\vec{v} = (x; 3)$. Tìm giá trị của x để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- ☐ **A** 6.
 ☐ **B** -2.
 ☐ **C** 0.
 ☐ **D** -1.

CÂU 57. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1; 1)$, $B(1; 3)$ và $C(1; -1)$. Hãy chọn phát biểu đúng.

- ☐ **A** Tam giác ABC vuông tại C .
 ☐ **B** Tam giác ABC vuông cân tại A .
☐ **C** Tam giác ABC có ba góc đều nhọn.
 ☐ **D** Tam giác ABC vuông tại B .

CÂU 58. Cho hai điểm $A(-6; 3)$, $B(4; 1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc tia Oy sao cho tam giác ABC vuông tại C .

- ☐ **A** $(0; 7)$.
 ☐ **B** $(7; 0)$.
 ☐ **C** $(0; -3)$.
 ☐ **D** $(0; -3)$ và $(0; 7)$.

CÂU 59. Tìm m để hai vectơ $\vec{a} = (1; -3)$, $\vec{b} = (m^2; 4)$ vuông góc với nhau.

- ☐ **A** $m = 12$.
 ☐ **B** $m = 2\sqrt{3}$.
 ☐ **C** $m = -2\sqrt{3}$.
 ☐ **D** $m = \pm 2\sqrt{3}$.

CÂU 60. Cho tam giác ABC , với $A(0; 3)$, $B(x; 1)$, $C(4; 1)$. Tìm x để tam giác ABC vuông tại A .

- ☐ **A** $x = -2$.
 ☐ **B** $x = 1$.
 ☐ **C** $x = 0$.
 ☐ **D** $x = -1$.

CÂU 61. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $C(2; -2)$. Tìm mệnh đề sai.

- ☐ **A** A, B, C không thẳng hàng.
 ☐ **B** Tam giác ABC vuông cân tại A .
☐ **C** $\cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{3}{5}$.
 ☐ **D** Độ dài $AB = AC = 3\sqrt{5}$.

CÂU 62. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 3)$, $B(-2; 1)$. Điểm C thuộc trục Ox sao cho $\triangle ABC$ vuông tại C có thể nhận tọa độ là

- ☐ **A** $C(3; 0)$.
 ☐ **B** $C(-3; 0)$.
 ☐ **C** $C(-1; 0)$.
 ☐ **D** $C(2; 0)$.

CÂU 63. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trục tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh A và B có tọa độ là $A(-2; 2)$, $B(3; 5)$. Tọa độ của đỉnh C là

- ☐ **A** $\left(-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$.
 ☐ **B** $\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$.
 ☐ **C** $\left(\frac{3}{4}; \frac{11}{4}\right)$.
 ☐ **D** $\left(-\frac{3}{4}; \frac{11}{4}\right)$.

CÂU 64. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, $B(3; 4)$, $C(0; -2)$. Tìm tọa độ trục tâm H của tam giác ABC .

- ☐ **A** $H(-1; 3)$.
 ☐ **B** $H(-9; 7)$.
 ☐ **C** $H(9; -7)$.
 ☐ **D** $H(3; -1)$.

CÂU 65. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC vuông tại A với $A(-1; 0)$ và $B(-3; 0)$. Tọa độ điểm C là:

- ☐ **A** $(-3; -1)$.
 ☐ **B** $(-2; -2)$.
 ☐ **C** $(-2; 0)$.
 ☐ **D** $(-1; -3)$.

CÂU 66. Cho hình vuông $ABCD$, biết đỉnh $A(1; -1)$, $B(3; 0)$ và đỉnh C có tọa độ dương. Tìm tọa độ C .

- ☐ **A** $C(4; -2)$.
 ☐ **B** $C(4; 2)$.
 ☐ **C** $C(2; 4)$.
 ☐ **D** $C(2; 2)$.

CÂU 67. Cho $A(1; -2)$, $B(-1; -1)$. Tìm M trục Ox sao cho tam giác ABM vuông tại A .

- ☐ **A** $M(-3; 0)$.
 ☐ **B** $M(-2; 0)$.
 ☐ **C** $M(2; 0)$.
 ☐ **D** $M(3; 0)$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

TOA ĐỘ VECTƠ - BTTĐ PHÉP TOÁN VECTƠ

E. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

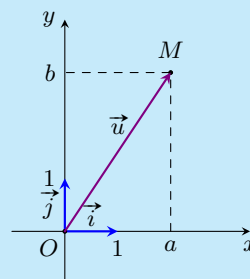
1. Tọa độ của vectơ

☑ Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm M được xác định như hình vẽ.

☑ Tọa độ vectơ \overrightarrow{OM} là tọa độ điểm M

$$M(a; b) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (a; b)$$

☑ Với mỗi vectơ \vec{u} , tọa độ vectơ \vec{u} là tọa độ điểm M trong đó $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$.



Chú ý.

☑ Vectơ \vec{i} có điểm gốc là O và có tọa độ $(1; 0)$ được gọi là vectơ đơn vị trên trục Ox .

☑ Vectơ \vec{j} có điểm gốc là O và có tọa độ $(0; 1)$ được gọi là vectơ đơn vị trên trục Oy .

Trong mặt phẳng tọa độ, ta có: $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} \Leftrightarrow \vec{u} = (a; b)$

Nhận xét: $\vec{u}(x; y) = \vec{v}(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$.

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

2. Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

Cho hai vectơ $\vec{u} = (x; y)$ và $\vec{v} = (x'; y')$. Khi đó

a) $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$

b) $k\vec{u} = (kx; ky)$, với $k \in \mathbb{R}$

Nhận xét.

☑ Vectơ $\vec{v}(x'; y')$ cùng phương với vectơ $\vec{u}(x; y) \neq \vec{0}$ khi và chỉ khi tồn tại số k sao cho $x' = kx$, $y' = ky$ (hay là $\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$ nếu $xy \neq 0$).

☑ Trung điểm M của đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

☑ Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là $\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Cho $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Khi đó tích vô hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} được tính theo công thức sau $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$.

Nhận xét

☑ $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 = 0$

☑ $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2$ và $|\vec{a}|^2 = \vec{a}^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

$$\textcircled{c} \quad AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\textcircled{c} \quad \text{Với } \vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}, \quad \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

F. CÁC VÍ DỤ

VÍ DỤ 1. Viết tọa độ các vectơ sau $\vec{a} = 3\vec{i} + 7\vec{j}$; $\vec{b} = \sqrt{2}\vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{c} = \frac{3}{4}\vec{i}$; $\vec{d} = \pi\vec{j}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = (3; 7)$, $\vec{b} = (\sqrt{2}; -3)$, $\vec{c} = (\frac{3}{4}; 0)$, $\vec{d} = (0; \pi)$.

VÍ DỤ 2. Viết vectơ \vec{u} dưới dạng $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ khi biết tọa độ của \vec{u} là $(5; 3)$, $(2; -1)$, $(4; 0)$, $(0; -\sqrt{3})$, $(0; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = 5\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{u} = 4\vec{i}$, $\vec{u} = -\sqrt{3}\vec{j}$, $\vec{u} = 0\vec{i} + 0\vec{j} = \vec{0}$.

VÍ DỤ 3. Cho $\vec{u} = (2; -1)$, $\vec{v} = (4; 5)$. Tính tọa độ các vectơ $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $3\vec{u}$, $5\vec{u} - 4\vec{v}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (6; 4)$, $\vec{u} - \vec{v} = (-2; -6)$, $3\vec{u} = (6; -3)$.

Ta có $5\vec{u} = (10; -5)$, $4\vec{v} = (16; 20)$ nên $5\vec{u} - 4\vec{v} = (-6; -25)$.

VÍ DỤ 4. Cho tam giác ABC có $A(-5; 6)$, $B(-4; -1)$, $C(4; 3)$.

- Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AC .
- Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải.

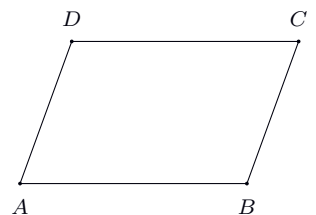
- Gọi $I(x_I; y_I)$. Vì I là trung điểm của của AC nên

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-5 + 4}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{6 + 3}{2} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

Vậy $I(-\frac{1}{2}; \frac{9}{2})$.

- Gọi $D(x; y)$, ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -7)$, $\overrightarrow{DC} = (4 - x; 3 - y)$.

$$\begin{aligned} ABCD \text{ là hình bình hành khi } \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{DC} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 4 - x \\ -7 = 3 - y \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases} \text{ Vậy } D(3; 10). \end{aligned}$$



VÍ DỤ 5. Cho tam giác ABC biết $A(1; -1)$, $B(0; 3)$ và $G(\frac{1}{3}; 3)$ là trọng tâm. Tìm tọa độ điểm C .

Lời giải.

Gọi $C(x; y)$. Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \\ \Rightarrow &\begin{cases} \frac{1}{3} = \frac{1 + 0 + x}{3} \\ 3 = \frac{-1 + 3 + y}{3} \end{cases} \\ \Rightarrow &\begin{cases} x = 0 \\ y = 7 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $C(0; 7)$.

VÍ DỤ 6. Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (3; -1)$. Hãy phân tích vectơ $\vec{c} = (-1; 5)$ theo hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

Lời giải.

Giả sử $\vec{c} = k\vec{a} + m\vec{b} = (k + 3m; 2k - m)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} k + 3m = -1 \\ 2k - m = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ m = -1 \end{cases}.$$

Vậy $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

VÍ DỤ 7. Cho ba điểm $A(1; -1)$, $B(3; 5)$, $C(2; 2)$.

- Chứng minh rằng ba điểm A , B , C thẳng hàng.
- Tìm tọa độ điểm D trên Ox sao cho A , B , D thẳng hàng.

Lời giải.

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 6)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 3)$.

Vì $\frac{2}{1} = \frac{6}{3}$ nên \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} cùng phương do đó ba điểm A , B , C thẳng hàng.

b) Vì $D \in Ox$ nên $D(x; 0)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 6)$, $\overrightarrow{AD} = (x - 1; 1)$.

Ba điểm A , B , D thẳng hàng khi $\frac{x-1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow x - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$. Vậy $D\left(\frac{4}{3}; 0\right)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 8. Cho $A(1; 2)$, $B(-2; 1)$, $C(2; -1)$.

- Chứng minh tam giác ABC vuông tại A .
- Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải.

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -3)$, $\overrightarrow{BC} = (4; -2)$.

Suy ra $AB = \sqrt{(-3)^2 + 1} = \sqrt{10}$, $AC = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$, $BC = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20}$.

Ta thấy $AB^2 + AC^2 = 10 + 10 = 20 = BC^2$ nên tam giác ABC vuông tại A .

b) Vì tam giác ABC vuông tại A nên diện tích là $\frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 5$.

VÍ DỤ 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; 3)$ và $B(3; -1)$. Tính góc giữa đường thẳng OA và AB .

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AO} = (-1; -3)$ và $\overrightarrow{AB} = (2; -4)$.

$$\text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AB}) = \frac{\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}}{AO \cdot AB} = \frac{-1 \cdot 2 + (-3) \cdot (-4)}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{20}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AO} và \overrightarrow{AB} bằng góc $\widehat{BAO} = 45^\circ$. Do đó góc giữa đường thẳng OA và đường thẳng AB bằng 45° .

VÍ DỤ 10. Cho tam giác ABC có $A(2; 4)$, $B(2; -2)$, $C(-4; 1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-6; 3)$, $\overrightarrow{AB} = (0; -6)$.

Giả sử tọa độ trực tâm H của $\triangle ABC$ là $H(x; y)$, ta có

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ CH \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6(x - 2) + 3(y - 4) = 0 \\ 0(x + 4) - 6(y - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}.$$

Vậy trực tâm của tam giác ABC là $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

G. BÀI TẬP VẬN DỤNG

BÀI 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các vectơ $\vec{a} = (3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tính $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$.

Lời giải.

Ta có $3\vec{a} = (9; 3)$ và $-2\vec{b} = (2; -4)$ nên $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b} = (11; -1)$.

BÀI 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; -1)$, $\vec{b} = (0; 4)$ và $\vec{c} = (3; 3)$. Tìm hai số thực m , n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} - n\vec{b}$.

Lời giải.

Ta có $m\vec{a} = (2m; -m)$, $n\vec{b} = (0; 4n) \Rightarrow m\vec{a} - n\vec{b} = (2m; -m - 4n)$.

$$\text{Mà } \vec{c} = m\vec{a} - n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2m \\ 3 = -m - 4n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = -\frac{9}{8} \end{cases}.$$

BÀI 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(-2; 3)$, $B(1; 2)$, $C(-1; -4)$.

a) Tìm tọa độ điểm G là trọng tâm tam giác ABC . Tính chu vi tam giác ABC .

b) Tìm tọa độ điểm K thuộc đoạn thẳng BC sao cho $2KB = 3KC$.

 **Lời giải.**

a) Điểm G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (3; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10} \\ \overrightarrow{BC} = (-2; -6) \Rightarrow BC = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} = 2\sqrt{10} \Rightarrow P_{ABC} = 3\sqrt{10} + 5\sqrt{2}. \\ \overrightarrow{CA} = (-1; 7) \Rightarrow CA = \sqrt{(-1)^2 + 7^2} = 5\sqrt{2} \end{cases}$

b) K thuộc đoạn BC nên

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{KC} &= \vec{0} \Leftrightarrow 2(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OK}) + 3(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OK}) = \vec{0} \\ &\Rightarrow \overrightarrow{OK} = \frac{2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC}}{5} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x_K = \frac{2x_B + 3x_C}{5} = -\frac{1}{5} \\ y_K = \frac{2y_B + 3y_C}{5} = -\frac{8}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tọa độ cần tìm là $K\left(-\frac{1}{5}; -\frac{8}{5}\right)$.

BÀI 4. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1; 3)$, $B(-4; -5)$ và $C(1; -2)$.

a) Chứng tỏ A, B, C là ba đỉnh của một tam giác và tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

b) Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

c) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

 **Lời giải.**

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -8)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -5)$.

Vì $\frac{-3}{2} \neq \frac{-8}{-5}$ nên hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} không cùng phương. Từ đó suy ra A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{(-1) + (-4) + 1}{3} = -\frac{4}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{3 + (-5) + (-2)}{3} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy $G\left(-\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.

b) Giả sử $H(x; y)$ là trực tâm của tam giác ABC .

Ta có $\overrightarrow{BH} = (x + 4; y + 5)$, $\overrightarrow{CH} = (x - 1; y + 2)$, $\overrightarrow{AB} = (-3; -8)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -5)$.

Vì H là trực tâm tam giác ABC nên

$$\begin{aligned} \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CH} \\ \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BH} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CH} = 0 \\ \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BH} = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (-3) \cdot (x-1) + (-8) \cdot (y+2) = 0 \\ 2 \cdot (x+4) + (-5) \cdot (y+5) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 8y = -13 \\ 2x - 5y = 17 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{71}{31} \\ y = -\frac{77}{31} \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $H\left(\frac{71}{31}; -\frac{77}{31}\right)$.

c) Gọi $M(x; 0)$ là điểm thuộc trục hoành, ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (-1-x; 3) \\ \overrightarrow{MC} = (1-x; -2) \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = (-1-3x; 4).$$

Nên

$$\begin{aligned} |2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| &= \sqrt{(-1-3x)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{(1+3x)^2 + 4^2} \geq 4. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $1+3x=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$. Khi đó $M\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$.

BÀI 5. Trong mặt phẳng Oxy cho ba điểm $A(3; 4)$, $B(2; 1)$, $C(6; 3)$. Tìm tọa độ điểm N thỏa mãn $2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} - \overrightarrow{NA} = \vec{0}$.

Lời giải.

Giả sử $N(x; y)$. Ta có $\overrightarrow{NB} = (2-x; 1-y)$, $\overrightarrow{NC} = (6-x; 3-y)$, $\overrightarrow{NA} = (3-x; 4-y)$.

Khi đó

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} - \overrightarrow{NA} = \vec{0} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2(2-x) + (6-x) - (3-x) = 0 \\ 2(1-y) + (3-y) - (4-y) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 7-2x=0 \\ 1-2y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy, $N\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là điểm cần tìm.

BÀI 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $M(-1; 1)$, $N(1; 3)$, $P(-2; 5)$. Tìm tọa độ điểm E biết $\overrightarrow{PE} = 2\overrightarrow{MN}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; 2)$.

$$\overrightarrow{PE} = 2\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E + 2 = 4 \\ y_E - 5 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 2 \\ y_E = 9 \end{cases}.$$

Vậy $E(2; 9)$.

BÀI 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; 1)$, $B(2; 3)$, $C(5; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

Lời giải.

$$\text{Tứ giác } ABDC \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 5 = 1 \\ y_D + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 1 \end{cases}.$$

Vậy $D(6; 1)$ là điểm cần tìm.

BÀI 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho $M(3; -1)$, $N(1; 2)$ và $P(2; -4)$.

a) Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác MNP và tọa độ điểm Q sao cho tứ giác $MNGQ$ là hình bình hành.

b) Tam giác ABC nhận các điểm M , N , P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , BC , CA . Tìm tọa độ các điểm A , B , C .

Lời giải.

a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác MNP là

$$G = \left(\frac{3+1+2}{3}; \frac{-1+2-4}{3} \right) = (2; -1).$$

Gọi $Q(x; y)$.

Vì tứ giác $MNGQ$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NG}$.

Ta có $\overrightarrow{MQ} = (x-3; y+1)$ và $\overrightarrow{NG} = (1; -3)$. Từ (1) suy ra

$$\begin{cases} x-3=1 \\ y+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-4. \end{cases}$$

Vậy $Q(4; -4)$.

b) Gọi $C(c_1; c_2)$, theo đề bài thì tứ giác $MNCP$ là hình bình hành nên

$$\begin{cases} c_1 + x_M = x_N + x_P \\ c_2 + y_M = y_N + y_P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 1 + 2 - 3 = 0 \\ c_2 = 2 + (-4) - (-1) = -1. \end{cases}$$

Vậy $C(0; -1)$.

Gọi $B(b_1; b_2)$, vì N là trung điểm CB nên

$$\begin{cases} b_1 = 2x_N - c_1 \\ b_2 = 2y_N - c_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 2 \cdot 1 - 0 = 2 \\ b_2 = 2 \cdot 2 - (-1) = 5. \end{cases}$$

Vậy $B(2; 5)$.

Gọi $A(a_1; a_2)$, vì M là trung điểm AB nên

$$\begin{cases} a_1 = 2x_M - b_1 \\ a_2 = 2y_M - b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \cdot 3 - 2 = 4 \\ a_2 = 2 \cdot (-1) - 5 = -7. \end{cases}$$

Vậy $A(4; -7)$.

BÀI 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-3; 5)$, $B(-4; -3)$, $C(1; 1)$.

a) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

b) Tìm tọa độ điểm K thuộc trục hoành sao cho $KA + KB$ nhỏ nhất.

Lời giải.

a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (-1; -8) = (1 - x_D; 1 - y_D) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_D = -1 \\ 1 - y_D = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 9. \end{cases}$$

Vậy $D(2; 9)$ là điểm cần tìm.

b) Gọi $K(a; 0)$ là điểm cần tìm.

Ta có $KA + KB \geq AB$.

Dấu “=” xảy ra khi A, K, B thẳng hàng.

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (a+3; -5) = k(-1; -8) \Leftrightarrow \begin{cases} a+3 = -k \\ -5 = -8k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{29}{8} \\ k = \frac{5}{8}. \end{cases}$$

Vậy $K\left(-\frac{29}{8}; 0\right)$ thỏa yêu cầu bài toán.

BÀI 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tính góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} trong mỗi trường hợp sau:

a) $\vec{a} = (4; 3)$, $\vec{b} = (1; 7)$;

c) $\vec{a} = (6; -8)$, $\vec{b} = (12; 9)$;

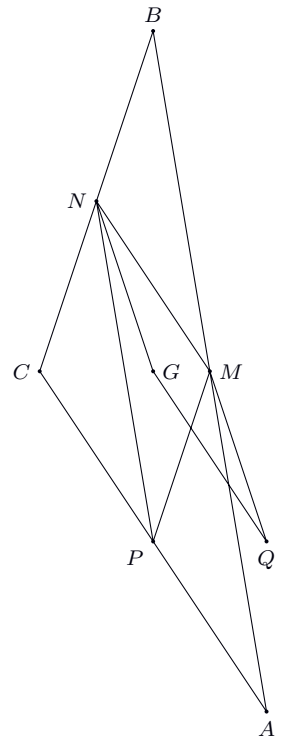
b) $\vec{a} = (2; 5)$, $\vec{b} = (3; -7)$;

d) $\vec{a} = (2; -6)$, $\vec{b} = (-3; 9)$.

Lời giải.

$$a) \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{4 \cdot 1 + 3 \cdot 7}{\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{25}{5\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Suy ra góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là 45° .



$$b) \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)}{\sqrt{2^2 + 5^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-7)^2}} = \frac{-29}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{58}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Suy ra góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là 135° .

$$c) \vec{a} \cdot \vec{b} = 6 \cdot 12 + (-8) \cdot 9 = 0 \text{ Suy ra góc giữa hai vectơ } \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ là } 90^\circ.$$

$$d) \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot (-3) + (-6) \cdot 9}{\sqrt{2^2 + (-6)^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + 9^2}} = \frac{-60}{\sqrt{40} \cdot \sqrt{90}} = -1.$$

Suy ra góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là 180° .

BÀI 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$ và $\vec{v} = (k; -4)$. Tìm k để \vec{u} vuông góc với \vec{v} .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}k + (-5)(-4) = 0 \Leftrightarrow k = -40.$$

BÀI 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vectơ $\vec{u} = (4; 1)$, $\vec{v} = (1; 4)$ và $\vec{a} = \vec{u} + m \cdot \vec{v}$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để \vec{a} vuông góc với trục hoành.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \vec{a} = \vec{u} + m\vec{v} = (4 + m; 1 + 4m).$$

$$\text{Trục hoành có vectơ đơn vị là } \vec{i} = (1; 0).$$

$$\vec{a} \text{ vuông góc với trục hoành} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{i} = 0 \Leftrightarrow 4 + m = 0 \Leftrightarrow m = -4.$$

BÀI 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 4)$ và $B(8; 4)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho tam giác ABC vuông tại C .

Lời giải.

$$\text{Ta có } C \in Ox \Rightarrow C(c; 0) \text{ và } \begin{cases} \overrightarrow{CA} = (-2 - c; 4) \\ \overrightarrow{CB} = (8 - c; 4) \end{cases}$$

$$\triangle ABC \text{ vuông tại } C \text{ nên } \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Rightarrow (-2 - c)(8 - c) + 4 \cdot 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 6 \\ c = 0. \end{cases}$$

Vậy $C(6; 0)$ hoặc $C(0; 0)$.

BÀI 14. Cho điểm $A(2; 3)$ và $B(5; -3)$.

$$a) \text{ Tìm tọa độ điểm } I \text{ sao cho } \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}.$$

$$b) \text{ Tìm tọa độ điểm } M \text{ sao cho } |2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}| \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

$$c) \text{ Tìm tọa độ điểm } N \text{ sao cho } NA^2 + 2NB^2 \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Lời giải.

$$a) \text{ Gọi } I(x; y).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{IA} = (2 - x; 3 - y) \text{ và } \overrightarrow{IB} = (5 - x; -3 - y).$$

$$\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x + 2(5 - x) = 0 \\ 3 - y + 2(-3 - y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1. \end{cases}$$

Vậy $I(4; -1)$.

$$b) \text{ Gọi } M(a; b).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} = (2 - a; 3 - b) \text{ và } \overrightarrow{MB} = (5 - a; -3 - b).$$

$$|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}| = \sqrt{(4 - 5a)^2 + (6 - 9b)^2}.$$

Để $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $(4 - 5a)^2 + (6 - 9b)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } (4 - 5a)^2 + (6 - 9b)^2 \geq 0.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } 4 - 5a = 0 \text{ và } 6 - 9b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4}{5} \\ b = \frac{2}{3}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } M\left(\frac{4}{5}; \frac{2}{3}\right).$$

$$c) \text{ Gọi } N(p; q).$$

$$\text{Ta có } NA^2 = (2 - p)^2 + (3 - q)^2 \text{ và } NB^2 = (5 - p)^2 + (-3 - q)^2.$$

$$NA^2 + 2NB^2 = (2 - p)^2 + (3 - q)^2 + 2[(5 - p)^2 + (-3 - q)^2] = 3p^2 + 3q^2 - 24p + 6q + 81 = 3(p - 4)^2 + 3(q + 1)^2 + 30.$$

Để $NA^2 + 2NB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $3(p - 4)^2 + 3(q + 1)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{Khi đó } 3(p - 4)^2 = 0 \text{ và } 3(q + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} p = 4 \\ q = -1. \end{cases}$$

Vậy $N(4; -1)$.

H. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

CÂU 1. Trong hệ tọa độ Oxy , biết $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$. Khi đó \vec{u} có tọa độ là

- (A) $(2; -1)$. (B) $(2; 1)$. (C) $(1; 2)$. (D) $(1; -2)$.

Lời giải.

\vec{u} có tọa độ là $(2; -1)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ của \vec{i} là bao nhiêu?

- (A) $\vec{i} = (0; 1)$. (B) $\vec{i} = (-1; 0)$. (C) $\vec{i} = (0; 0)$. (D) $\vec{i} = (1; 0)$.

Lời giải.

Ta có vectơ đơn vị $\vec{i} = (1; 0)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(1; 3)$, $B(2; -5)$. Tìm tọa độ của vectơ \overrightarrow{AB} .

- (A) $\overrightarrow{AB} = (2; -15)$. (B) $\overrightarrow{AB} = (3; -2)$. (C) $\overrightarrow{AB} = (-1; 8)$. (D) $\overrightarrow{AB} = (1; -8)$.

Lời giải.

Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (1; -8)$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; 3)$, $B(2; -3)$, $C(-2; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $5\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = 4\overrightarrow{MC}$.

- (A) $M(3; 17)$. (B) $M(-3; -17)$. (C) $M(-9; -17)$. (D) $M(9; 17)$.

Lời giải.

Giả sử $M(a; b)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{MA} = (1-a; 3-b) \\ \overrightarrow{MB} = (2-a; -3-b) \\ \overrightarrow{MC} = (-2-a; 1-b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5\overrightarrow{MA} = (5-5a; 15-5b) \\ 2\overrightarrow{MB} = (4-2a; -6-2b) \\ 4\overrightarrow{MC} = (-8-4a; 4-4b) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } 5\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = 4\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-5a-4+2a = -8-4a \\ 15-5b+6+2b = 4-4b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -9 \\ b = -17 \end{cases}$$

Vậy $M(-9; -17)$.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , biết $B(9; 7)$, $C(11; -1)$ và $M(1; 2)$ là trung điểm của AB . Tìm tọa độ trung điểm N của AC .

- (A) $N(2; -2)$. (B) $N(-2; 8)$. (C) $N(-2; 2)$. (D) $N(2; -8)$.

Lời giải.

$$\text{Vì } M(1; 2) \text{ là trung điểm của } AB \text{ nên ta có } \begin{cases} x_A = 2x_M - x_B = -7 \\ y_A = 2y_M - y_B = -3 \end{cases} \Rightarrow A(-7; -3).$$

$$\text{Mặt khác } N \text{ là trung điểm của } AC \text{ nên } \begin{cases} x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = 2 \\ y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow N(2; -2).$$

Chọn đáp án (A) □

CÂU 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(0; 3)$, $B(4; 2)$. Tìm tọa độ điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{OD} - 2\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$.

- (A) $(-8; 2)$. (B) $(2; \frac{5}{2})$. (C) $(-3; 3)$. (D) $(8; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-4; 1)$.

$$\overrightarrow{OD} - 2\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{BA} = (-8; 2).$$

Suy ra tọa độ điểm D là $(-8; 2)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2; 3)$, $B(2; -5)$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Vectơ \overrightarrow{AI} có tọa độ là

- (A) $(1; -3)$. (B) $(0; 5)$. (C) $(0; -2)$. (D) $(0; -4)$.

Lời giải.

Vì I là trung điểm của đoạn thẳng AB nên điểm I có tọa độ là $(2; -1)$.

Suy ra $\vec{AI} = (0; -4)$.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 8. Cho $A(1; 2)$ và $I(3; 4)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tọa độ của đỉnh B là

- A** $(6; 5)$. **B** $(3; 2)$. **C** $(2; 3)$. **D** $(5; 6)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} x_B = 2x_I - x_A \\ y_B = 2y_I - y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = 6 \end{cases}$. Vậy $B(5; 6)$.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 9. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $G(2; -2)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC .

- A** $C(8; -11)$. **B** $C(8; 11)$. **C** $C(-8; -11)$. **D** $C(12; 11)$.

Lời giải.

G là trọng tâm tam giác ABC nên

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - (x_A + x_B) \\ y_C = 3y_G - (y_A + y_B) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 6 - (-4 + 2) = 8 \\ y_C = -6 - (1 + 4) = -11 \end{cases} \Rightarrow C(8; -11).$$

Chọn đáp án **A** □

CÂU 10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $B(-2; 3)$ và $C(3; -2)$. Điểm $I(a; b)$ thuộc BC sao cho với mọi điểm M không nằm trên đường thẳng BC thì $\vec{MI} = \frac{2}{5}\vec{MB} + \frac{3}{5}\vec{MC}$. Tính $S = a^2 + b^2$.

- A** 1. **B** 0. **C** 4. **D** 5.

Lời giải.

Giả sử $\vec{IB} = k\vec{IC}$. Khi đó $\vec{IM} + \vec{MB} = k\vec{IM} + k\vec{MC} \Rightarrow \vec{MI} = \frac{1}{1-k}\vec{MB} + \frac{-k}{1-k}\vec{MC}$.

Do $\vec{MI} = \frac{2}{5}\vec{MB} + \frac{3}{5}\vec{MC}$ nên ta có $\begin{cases} \frac{1}{1-k} = \frac{2}{5} \\ -k = \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow k = -\frac{3}{2}$.

Vậy $\vec{BI} = \frac{3}{5}\vec{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_I = x_B + \frac{3}{5}x_{BC} \\ y_I = y_B + \frac{3}{5}y_{BC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 0 \end{cases}$.

Vậy $a^2 + b^2 = 1$.

Chọn đáp án **A** □

CÂU 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -1)$ và $\vec{b} = (3; 4)$. Tính tọa độ vectơ $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

- A** $\vec{c} = (3; 3)$. **B** $\vec{c} = (2; 7)$. **C** $\vec{c} = (2; 1)$. **D** $\vec{c} = (6; 3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (6; 3)$.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; -2)$, $B(0; -1)$, $C(3; 0)$. Tìm tọa độ điểm G sao cho với điểm M bất kỳ ta luôn có $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$.

- A** $G\left(\frac{4}{3}; -2\right)$. **B** $G\left(\frac{5}{3}; -1\right)$. **C** $G\left(\frac{7}{3}; -2\right)$. **D** $G\left(\frac{4}{3}; -1\right)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$. Do đó $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$, suy ra G là trọng tâm của tam giác ABC . Vậy $G\left(\frac{4}{3}; -1\right)$.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 13. Cho ba điểm $A(2; 5)$, $B(1; 1)$, $C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho $\vec{AE} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC}$.

- A** $E(-2; -3)$. **B** $E(3; -3)$. **C** $E(-3; 3)$. **D** $E(-3; -3)$.

Lời giải.

Gọi $E(x_E; y_E)$ là điểm cần tìm.

Ta có

$$\overrightarrow{AE} = (x_E - 2; y_E - 5)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-1; -4)$$

$$\overrightarrow{AC} = (1; -2).$$

$$\Rightarrow 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = (-5; -8), \text{ do đó}$$

$$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E - 2 = -5 \\ y_E - 5 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -3 \\ y_E = -3 \end{cases} \Rightarrow E(-3; -3).$$

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tìm tọa độ của điểm P .

(A) $P(0; 2)$.

(B) $P(0; 10)$.

(C) $P(0; 4)$.

(D) $P(2; 0)$.

Lời giải.

Do $P \in Oy$ nên $P(0; y_P)$.

Trọng tâm $G \in Ox$ nên $G(x_G; 0)$.

Do G là trọng tâm của tam giác MNP nên $\begin{cases} x_M + x_N + x_P = 3x_G \\ y_M + y_N + y_P = 3y_G \end{cases}$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} 1 + 5 + 0 = 3x_G \\ -1 - 3 + y_P = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 6 \\ y_P = 4 \end{cases}$$

Vậy $P(0; 4)$.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng với $A(2; -3)$ và $B(3; 4)$.

(A) $(1; 0)$.

(B) $\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

(C) $\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$.

(D) $(4; 0)$.

Lời giải.

Vì điểm M nằm trên trục hoành nên ta giả sử M có tọa độ $(x; 0)$. Để A, B, M thẳng hàng thì \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{AB} cùng phương.

Do đó tồn tại k sao cho $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} x - 2 = k(3 - 2) \\ 3 = k(4 + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{7} \\ x = \frac{17}{7} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (-1; 2)$ và $\vec{b} = (0; -2)$. Xác định tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$.

(A) $(-1; 0)$.

(B) $(2; 1)$.

(C) $(-1; 4)$.

(D) $(0; -4)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (-1; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; -4)$ và $B(-4; 2)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

(A) $I(-2; -2)$.

(B) $I(-1; -1)$.

(C) $I(2; 2)$.

(D) $I(1; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Tọa độ trung điểm } I \text{ của đoạn thẳng } AB \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + (-4)}{2} = -1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4 + 2}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow I(-1; -1).$$

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; 3)$, $B(4; 2)$, $C(-2; 0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

(A) $G(5; 5)$.

(B) $G\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

(C) $G\left(1; \frac{5}{3}\right)$.

(D) $G\left(1; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Ta có $G = \left(\frac{1+4-2}{3}; \frac{3+2+0}{3} \right) = \left(1; \frac{5}{3} \right)$.

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 2)$ và $B(3; 7)$. Tọa độ của \overrightarrow{AB} là

- A** $(2; -1)$. **B** $(2; 1)$. **C** $(4; -3)$. **D** $(2; 5)$.

Lời giải.

Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (3 - 1; 7 - 2) = (2; 5)$.

Chọn đáp án **D**.....

CÂU 20. Trong mặt phẳng với Oxy , cho ba điểm $A(1; 3)$, $B(-1; 2)$, $C(-2; 1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ là

- A** $(-5; -3)$. **B** $(1; 1)$. **C** $(-1; 2)$. **D** $(4; 0)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} = (1; 1)$.

Chọn đáp án **B**.....

CÂU 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Biết $A(1; -1)$, $B(5; -3)$ và $C \in Oy$, trọng tâm $G \in Ox$. Tọa độ điểm C là

- A** $(0; 2)$. **B** $(2; 0)$. **C** $(0; -4)$. **D** $(0; 4)$.

Lời giải.

Gọi $C(0; m)$ và $G(n; 0)$.

Do G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} 1 + 5 + 0 = 3n \\ -1 - 3 + m = 3 \cdot 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = 2. \end{cases}$

Vậy $C(0; 4)$.

Chọn đáp án **D**.....

CÂU 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\overrightarrow{OA} = (1; 2)$ và $\overrightarrow{OB} = (2; 1)$, biết $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$. Khi đó độ dài vectơ \overrightarrow{OM} là

- A** 4. **B** 1. **C** 3. **D** 2.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1; 2) \Rightarrow A(1; 2)$; $\overrightarrow{OB} = (2; 1) \Rightarrow B(2; 1)$.

Từ đẳng thức $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$, suy ra B là trung điểm của đoạn MA .

Gọi $M(a; b)$, ta có $\begin{cases} 2 = \frac{a+1}{2} \\ 1 = \frac{b+2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \end{cases}$ nên $M(3; 0)$.

Vậy $|\overrightarrow{OM}| = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3$.

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 1)$, $\vec{b} = (1; -3)$ và $\vec{c} = (0; 2)$. Tính tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

- A** $\vec{u} = (-1; 6)$. **B** $\vec{u} = (3; 0)$. **C** $\vec{u} = (-1; 0)$. **D** $\vec{u} = (3; 6)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (-2 + 1 + 0; 1 - 3 + 2) \Rightarrow \vec{u} = (-1; 0)$.

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(-3; 2)$, $J(-1; 3)$, $K(4; -3)$. Tìm tọa độ điểm L để tứ giác $IJKL$ là hình bình hành.

- A** $L(2; -4)$. **B** $L(0; 2)$. **C** $L(6; -2)$. **D** $L(-8; 8)$.

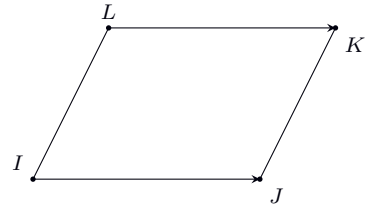
Lời giải.

Tứ giác $IJKL$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$.

Gọi $L(x; y)$.

Do $\overrightarrow{IJ} = (2; 1)$ và $\overrightarrow{LK} = (4 - x; -3 - y)$ nên

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 4 - x \\ 1 = -3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -4. \end{cases}$$



Vậy điểm cần tìm là $L(2; -4)$.

Chọn đáp án **A** □

CÂU 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trọng tâm $G(0; 7)$, $A(-1; 4)$, $B(2; 5)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

- A** $(1; 12)$. **B** $(-1; 12)$. **C** $(3; 1)$. **D** $(2; 12)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ y_C = 12. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm C là $(-1; 12)$.

Chọn đáp án **B** □

CÂU 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (m; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1)$. Tìm các giá trị của m để hai vectơ \vec{a} và \vec{b} cùng phương.

- A** $m = -6$. **B** $m = 12$. **C** $m = \frac{3}{4}$. **D** $m = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Để \vec{a} cùng phương \vec{b} thì $\frac{m}{2} = \frac{3}{-1} \Leftrightarrow m = -6$.

Chọn đáp án **A** □

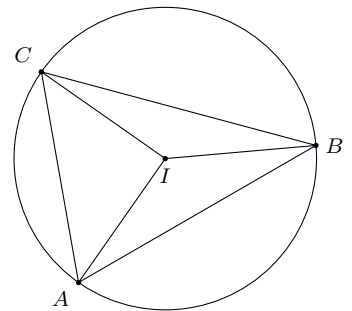
CÂU 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(3; 4)$, $B(4; 1)$, $C(2; -3)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A** $(3; \frac{2}{3})$. **B** $(7; 2)$. **C** $(9; 2)$. **D** $(-1; 1)$.

Lời giải.

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , khi đó ta có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} AI = BI \\ AI = CI \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2} \\ \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x - 6y = -8 \\ 2x + 14y = 12 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -1 \\ y = 1. \end{cases} \end{aligned}$$



Vậy ta có $I(-1; 1)$.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $E(3; -2)$, $F(-1; -3)$. Tìm tọa độ điểm G thuộc trục hoành sao cho G thuộc đường thẳng EF .

- A** $G(-\frac{11}{5}; 0)$. **B** $G(11; 0)$. **C** $G(0; -\frac{11}{4})$. **D** $G(0; -\frac{11}{2})$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{EF} = (-4; -1)$.

Lấy $G(x; 0) \in Ox$.

Để $G \in EF$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{EG} = (x-3; 2)$ và \overrightarrow{EF} cùng phương, khi đó ta có

$$\frac{x-3}{-4} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow -x+3 = -8 \Leftrightarrow x = 11.$$

Vậy ta có $G(11; 0)$.

Chọn đáp án **(B)** ☐

CÂU 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(1; -5)$, $B(2; 3)$, $C(-3; 3)$. Tọa độ tâm I của hình bình hành là

(A) $(1; 1)$.

(B) $(-1; 1)$.

(C) $(1; -1)$.

(D) $(-1; -1)$.

Lời giải.

Do I là tâm hình bình hành $ABCD$ nên I là trung điểm của AC .

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1-3}{2} = -1 \\ y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-5+3}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow I(-1; -1).$$

Chọn đáp án **(D)** ☐

CÂU 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 3)$, $I(1; -2)$. Xác định tọa độ điểm B để I là trung điểm của AB .

(A) $(0; -7)$.

(B) $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

(C) $(1; 2)$.

(D) $(-2; 1)$.

Lời giải.

Gọi $B(x, y)$. Khi đó ta có:
$$\begin{cases} \frac{2+x}{2} = 1 \\ \frac{3+y}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -7 \end{cases}.$$

Vậy $B(0; -7)$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

CÂU 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác $\triangle ABC$ có $M(1; 0)$, $N(2; 2)$, $P(-1; 3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB . Tọa độ của đỉnh A là

(A) $(4; -1)$.

(B) $(0; 1)$.

(C) $(0; 5)$.

(D) $(-2; 1)$.

Lời giải.

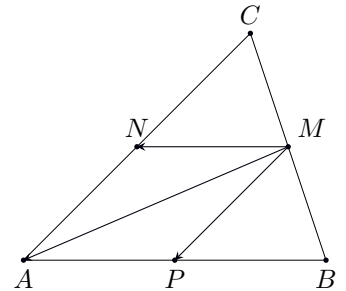
Gọi $A(x_A; y_A)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (1; 2)$, $\overrightarrow{MP} = (-2; 3)$. Do đó $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = (-1; 5)$.

Vì $PMNA$ là hình bình hành nên

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MA} &= \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (-1; 5) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - 1 = -1 \\ y_A - 0 = 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 0 \\ y_A = 5 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $A(0; 5)$.



Chọn đáp án **(C)** ☐

CÂU 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; -2)$, $B(0; 4)$, $C(4; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

(A) $(7; 27)$.

(B) $(11; 30)$.

(C) $(-7; 0)$.

(D) $(15; 6)$.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 6)$, $\overrightarrow{AC} = (3; 5)$.

Suy ra $2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} = (-11; -3)$ và $\overrightarrow{CM} = (x-4; y-3)$.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = -11 \\ y-3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 0 \end{cases}.$$

Vậy $M(-7; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

CÂU 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có $A(1; -2)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -2)$ sao cho $S_{ABN} = 3S_{ANC}$ là

A $N\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$.

B $N\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

C $N\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

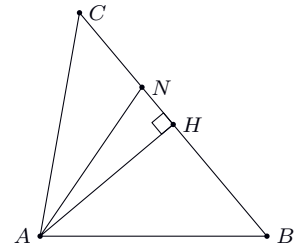
D $N\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Gọi $N(x_N; y_N)$, AH là đường cao của tam giác ABC , ta có

$$S_{ABN} = 3S_{ANC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BN = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot AH \cdot CN \Leftrightarrow BN = 3CN.$$

Do N nằm trên cạnh BC nên \overrightarrow{BN} ngược chiều với \overrightarrow{CN} , suy ra



$$\overrightarrow{BN} = -3\overrightarrow{CN} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_B = -3(x_N - x_C) \\ y_N - y_B = -3(y_N - y_C) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{x_B + 3x_C}{4} = -\frac{1}{4} \\ y_N = \frac{y_B + 3y_C}{4} = -\frac{3}{4} \end{cases}.$$

Vậy tọa độ điểm N cần tìm là $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

Chọn đáp án **B**. □

CÂU 34. Cho hai vectơ $\vec{a} = (3; 2)$, $\vec{b} = (-2; 4)$. Hãy chọn khẳng định đúng.

A $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$.

B $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-6; 8)$.

C $\vec{a} \cdot \vec{b} = -14$.

D $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$.

Lời giải.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-2) + 2 \cdot 4 = 2.$$

Chọn đáp án **A**. □

CÂU 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

A $\vec{a} \cdot \vec{b} = -30$.

B $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$.

C $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$.

D $\vec{a} \cdot \vec{b} = 43$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $\vec{a} = (4; 6)$ và $\vec{b} = (3; -7)$.

$$\text{Suy ra } \vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot 3 + 6 \cdot (-7) = -30.$$

Chọn đáp án **A**. □

CÂU 36. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (4; 3)$ và $\vec{c} = (2; 3)$. Giá trị của biểu thức $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ bằng bao nhiêu?

A 18.

B 0.

C 28.

D 2.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} + \vec{c} = (6; 6)$.

$$\text{Vậy } \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = 1 \cdot 6 + 2 \cdot 6 = 18.$$

Chọn đáp án **A**. □

CÂU 37. Cho $A(1; 2)$, $B(-1; 1)$ và $C(5; -1)$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

A 7.

B 5.

C -7.

D -5.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (-2; -1), \overrightarrow{AC} = (4; -3).$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-2) \cdot 4 + (-1) \cdot (-3) = -5.$$

Chọn đáp án **D**. □

CÂU 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(2; 10)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB}$.

A $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -4$.

B $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$.

C $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$.

D $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = 16$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AO} = (-3; 1)$, $\overrightarrow{OB} = (2; 10)$. Suy ra $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OB} = -3 \cdot 2 + 1 \cdot 10 = 4$.

Chọn đáp án **C**. □

CÂU 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; -1)$ và $\vec{b} = (4; -3)$. Tính cosin của góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

A $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

B $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2 \cdot 4 + (-1) \cdot (-3)}{\sqrt{4+1} \cdot \sqrt{16+9}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án **A** □

CÂU 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2; 5)$ và $\vec{b} = (3; -7)$. Tính (\vec{a}, \vec{b}) .

A 90° .

B 120° .

C 135° .

D 45° .

Lời giải.

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)}{\sqrt{2^2 + 5^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-7)^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Suy ra: $(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$

Chọn đáp án **C** □

CÂU 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; 3)$ và $\vec{b} = (4; 1)$. Tìm vectơ \vec{d} biết $\vec{a} \cdot \vec{d} = 4$ và $\vec{b} \cdot \vec{d} = -2$.

A $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$.

B $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right)$.

C $\vec{d} = \left(\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$.

D $\vec{d} = \left(-\frac{5}{7}; -\frac{6}{7}\right)$.

Lời giải.

Gọi $\vec{d} = (x; y)$. Từ giả thiết, ta có hệ $\begin{cases} -2x + 3y = 4 \\ 4x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{7} \\ y = \frac{6}{7} \end{cases}$

Chọn đáp án **B** □

CÂU 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1; -1)$, $B(3; 1)$, $C(6; 0)$. Tính $\cos \widehat{B}$.

A $\cos \widehat{B} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B $\cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C $\cos \widehat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D $\cos \widehat{B} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

$\vec{BA} = (-4; -2)$, $\vec{BC} = (3; 1)$.

$\cos \widehat{B} = \cos(\vec{BA}, \vec{BC}) = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{(-4) \cdot 3 + (-2) \cdot 1}{\sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 43. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; -1)$, $B(4; 2)$ và $C(4; -2)$. Hỏi góc \widehat{ABC} có số đo độ bằng bao nhiêu?

A 30° .

B 45° .

C 60° .

D 90° .

Lời giải.

Ta có $\vec{BA} = (-3; -3) \Rightarrow BA = 3\sqrt{2}$.

$\vec{BC} = (0; -4) \Rightarrow BC = 4$.

$\cos \widehat{ABC} = \cos(\vec{BA}, \vec{BC}) = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{BA \cdot BC} = \frac{12}{3\sqrt{2} \cdot 4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{ABC} = 45^\circ$

Chọn đáp án **B** □

CÂU 44. Cho $\vec{u} = (1; -2)$, $\vec{v} = (-2; 1)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$.

B $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

C $|\vec{u}| = \sqrt{5}$.

D $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot (-2) + (-2) \cdot 1 \neq 0 \Rightarrow \vec{u} \not\perp \vec{v}$.

Chọn đáp án **D** □

CÂU 45. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(2; 1)$, $B(2; -3)$ và $C(3; 2)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A Tam giác ABC là tam giác nhọn.

B Tam giác ABC là tam giác đều.

C Tam giác ABC là tam giác tù.

D Tam giác ABC là tam giác vuông.

Lời giải.

Ta có $\vec{AB} = (0; -4) \Rightarrow AB = 4$;

$\vec{AC} = (1; 1) \Rightarrow AC = \sqrt{2}$;

$$\overrightarrow{BC} = (1; 5) \Rightarrow BC = \sqrt{26}.$$

Ta nhận thấy: $AB \neq AC \neq BC$ nên tam giác ABC không phải là tam giác đều.

Ta có $AB^2 + AC^2 = 4^2 + (\sqrt{2})^2 = 18 \neq 26 = BC^2$ suy ra tam giác ABC không phải là tam giác vuông.

Cạnh dài nhất là BC nên góc lớn nhất là góc A . Ta tính góc A .

$$\cos \hat{A} = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{0 \cdot 1 - 4 \cdot 1}{4\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} < 0 \Rightarrow \hat{A} \text{ tù.}$$

Chọn đáp án **C**.....□

CÂU 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(-8; 0)$, $B(0; 4)$, $C(2; 0)$ và $D(-3; -5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A Hai góc \widehat{BAD} và \widehat{BCD} phụ nhau.

B Góc \widehat{BCD} là góc nhọn.

C $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})$.

D Hai góc \widehat{BAD} và \widehat{BCD} bù nhau.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (8; 4), \overrightarrow{AD} = (5; -5), \overrightarrow{CB} = (-2; 4), \overrightarrow{CD} = (-5; 5).$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{8 \cdot 5 + 4 \cdot (-5)}{\sqrt{8^2 + 4^2} \cdot \sqrt{5^2 + 5^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{(-2) \cdot (-5) + 4 \cdot (-5)}{\sqrt{2^2 + 4^2} \cdot \sqrt{5^2 + 5^2}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**.....□

CÂU 47. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $AD = 3$. Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ bằng

A 0.

B 12.

C 5.

D -1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } AB \perp AD \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0.$$

Chọn đáp án **A**.....□

CÂU 48. Cặp vectơ nào sau đây vuông góc với nhau?

A $\vec{a}_1 = (-4; -6)$ và $\vec{a}_2 = (3; 2)$.

B $\vec{b}_1 = (3; -4)$ và $\vec{b}_2 = (-3; 4)$.

C $\vec{c}_1 = (-4; -6)$ và $\vec{c}_2 = (-3; 2)$.

D $\vec{d}_1 = (5; -3)$ và $\vec{d}_2 = (3; -5)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \vec{c}_1 \cdot \vec{c}_2 = 0 \text{ nên } \vec{c}_1 \perp \vec{c}_2.$$

Chọn đáp án **C**.....□

CÂU 49. Cho tam giác ABC có $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $C(2; -2)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

A $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

B $H(2; 4)$.

C $H\left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

D $H(1; 3)$.

Lời giải.

Giả sử tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là $H(x; y)$. Ta có

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0(x+4) - 6(y-1) = 0 \\ 6(x-2) - 3(y-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy tọa độ trực tâm của tam giác ABC là $H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Chọn đáp án **A**.....□

CÂU 50. Trong mặt phẳng tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (3; -5)$. Tìm số thực m sao cho $m\vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với $\vec{i} + \vec{j}$.

A $m = -2$.

B $m = 2$.

C $m = 3$.

D $m = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } m\vec{a} + \vec{b} = (-m+3; 2m-5) \text{ và } \vec{i} + \vec{j} = (1; 1).$$

$$m\vec{a} + \vec{b} \text{ vuông góc với } \vec{i} + \vec{j} \Leftrightarrow (m\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{i} + \vec{j}) = 0 \Leftrightarrow m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2.$$

Chọn đáp án **B**.....□

CÂU 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$ và trực tâm $H(5; 0)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

A $C(6; -2)$.

B $C(4; -2)$.

C $C(5; -2)$.

D $C(4; -1)$.

Lời giải.

Gọi tọa độ đỉnh $C(x; y)$. Ta có $\overrightarrow{AC} = (x + 3; y + 2)$, $\overrightarrow{BC} = (x - 5; y - 2)$, $\overrightarrow{AH} = (8; 2)$, $\overrightarrow{BH} = (0; -2)$.
 Vì H là trực tâm tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(x - 5) + 2(y - 2) = 0 \\ -2(y + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -2 \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** ☐

CÂU 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; 0)$, $B(3; 0)$ và $C(2; 6)$. Gọi $H(a; b)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tính $a + 6b$.

- A** $a + 6b = 5$. **B** $a + 6b = 6$. **C** $a + 6b = 7$. **D** $a + 6b = 8$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AH} = (a + 3; b)$, $\overrightarrow{BC} = (-1; 6)$, $\overrightarrow{BH} = (a - 3; b)$ và $\overrightarrow{AC} = (5; 6)$.
 H là trực tâm tam giác ABC khi và chỉ khi

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3 + 6b = 0 \\ 5a - 15 + 6b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{5}{6} \end{cases}$$

Suy ra $a + 6b = 7$.

Chọn đáp án **C** ☐

CÂU 53. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 3)$, $B(-6; 2)$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) là

- A** 6. **B** 5. **C** $\sqrt{50}$. **D** $\frac{\sqrt{50}}{2}$.

Lời giải.

Dễ thấy $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ nên tam giác OAB vuông tại O . Do đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là $\frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{50}}{2}$.

Chọn đáp án **D** ☐

CÂU 54. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (4; -8)$. Vectơ nào sau đây không vuông góc với \vec{a}

- A** $\vec{b} = (-1; 2)$. **B** $\vec{b} = (-2; -1)$. **C** $\vec{b} = (2; 1)$. **D** $\vec{b} = (4; 2)$.

Lời giải.

Hai vectơ vuông góc nhau khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, khi đó vectơ $\vec{a} = (4; -8)$ sẽ không vuông góc với vectơ $\vec{b} = (-1; 2)$.

Chọn đáp án **A** ☐

CÂU 55. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(1; 2)$, $N(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm P trên trục Ox sao cho tam giác MNP vuông tại M

- A** $P(0; 3)$. **B** $P(-1; 0)$. **C** $P(3; 0)$. **D** $P(0; -1)$.

Lời giải.

Điểm P trên trục Ox có tọa độ là $P(x_P; 0)$.

Có $\overrightarrow{MP} = (x_P - 1; -2)$ và $\overrightarrow{MN} = (2; 2)$.

Để tam giác MNP vuông tại M thì $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow 2(x_P - 1) - 4 = 0 \Leftrightarrow x_P = 3$.

Vậy điểm cần tìm là $P(3; 0)$.

Chọn đáp án **C** ☐

CÂU 56. Trong mặt phẳng Oxy cho vectơ $\vec{u} = (2; -4)$ và $\vec{v} = (x; 3)$. Tìm giá trị của x để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- A** 6. **B** -2. **C** 0. **D** -1.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow 2 \cdot x = (-4) \cdot 3 \Leftrightarrow x = 6$. Vậy $x = 6$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **A** ☐

CÂU 57. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1; 1)$, $B(1; 3)$ và $C(1; -1)$. Hãy chọn phát biểu đúng.

- A** Tam giác ABC vuông tại C . **B** Tam giác ABC vuông cân tại A .
C Tam giác ABC có ba góc đều nhọn. **D** Tam giác ABC vuông tại B .

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2)$ và $\overrightarrow{AC} = (2; -2)$ suy ra

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 - 4 = 0 \\ AB = AC = 2\sqrt{2}. \end{cases}$$

Vậy tam giác ABC vuông cân tại A .

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 58. Cho hai điểm $A(-6; 3)$, $B(4; 1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc tia Oy sao cho tam giác ABC vuông tại C .

- (A)** $(0; 7)$. **(B)** $(7; 0)$. **(C)** $(0; -3)$. **(D)** $(0; -3)$ và $(0; 7)$.

Lời giải.

Gọi $C(0; c) \in Oy$. Vì C thuộc tia Oy nên $c > 0$.

Ta có $\overrightarrow{CA} = (-6; 3 - c)$, $\overrightarrow{CB} = (4; 1 - c)$.

Tam giác ABC vuông tại C khi và chỉ khi $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$

$$\Leftrightarrow (-6) \cdot 4 + (3 - c)(1 - c) = 0 \Leftrightarrow c^2 - 4c - 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 7 & (\text{nhận}) \\ c = -3 & (\text{loại}). \end{cases}$$

Vậy $C(0; 7)$.

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 59. Tìm m để hai vectơ $\vec{a} = (1; -3)$, $\vec{b} = (m^2; 4)$ vuông góc với nhau.

- (A)** $m = 12$. **(B)** $m = 2\sqrt{3}$. **(C)** $m = -2\sqrt{3}$. **(D)** $m = \pm 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot m^2 + (-3) \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 60. Cho tam giác ABC , với $A(0; 3)$, $B(x; 1)$, $C(4; 1)$. Tìm x để tam giác ABC vuông tại A .

- (A)** $x = -2$. **(B)** $x = 1$. **(C)** $x = 0$. **(D)** $x = -1$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (4; -2)$. Tam giác ABC vuông tại A nên

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow 4x + (-2) \cdot (-2) = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 61. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $C(2; -2)$. Tìm mệnh đề **sai**.

- (A)** A, B, C không thẳng hàng. **(B)** Tam giác ABC vuông cân tại A .
(C) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{3}{5}$. **(D)** Độ dài $AB = AC = 3\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (6; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (6; -3)$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 36 - 9 = 27 \neq 0$.

Suy ra tam giác ABC không vuông tại A .

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 62. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 3)$, $B(-2; 1)$. Điểm C thuộc trục Ox sao cho $\triangle ABC$ vuông tại C có thể nhận tọa độ là

- (A)** $C(3; 0)$. **(B)** $C(-3; 0)$. **(C)** $C(-1; 0)$. **(D)** $C(2; 0)$.

Lời giải.

$$\text{Vì } C \in Ox \text{ nên } C(x; 0) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{CA} = (2 - x; 3) \\ \overrightarrow{CB} = (-2 - x; 1). \end{cases}$$

$$\triangle ABC \text{ vuông tại } C \text{ nên } \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow (2 - x)(-2 - x) + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vậy $C(-1; 0)$ hoặc $C(1; 0)$.

Chọn đáp án **(C)** □

CÂU 63. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh A và B có tọa độ là $A(-2; 2)$, $B(3; 5)$. Tọa độ của đỉnh C là

- (A)** $\left(-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$. **(B)** $\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$. **(C)** $\left(\frac{3}{4}; \frac{11}{4}\right)$. **(D)** $\left(-\frac{3}{4}; \frac{11}{4}\right)$.

Lời giải.

Giả sử $C(x; y)$. Khi đó $\overrightarrow{OC} = (x; y)$, $\overrightarrow{AB} = (5; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (x + 2; y - 2)$ và $\overrightarrow{OB} = (3; 5)$. Do O là trực tâm tam giác ABC nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 3y = 0 \\ 3(x + 2) + 5(y - 2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{4} \\ y = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Vậy $C\left(-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** \square

CÂU 64. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, $B(3; 4)$, $C(0; -2)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

(A) $H(-1; 3)$.

(B) $H(-9; 7)$.

(C) $H(9; -7)$.

(D) $H(3; -1)$.

Lời giải.

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm của tam giác ABC . Khi đó ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 6y = 15 \\ x + 4y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = 7 \end{cases}$$

Vậy $H(-9; 7)$.

Chọn đáp án **(B)** \square

CÂU 65. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC vuông tại A với $A(-1; 0)$ và $B(-3; 0)$. Tọa độ điểm C là:

(A) $(-3; -1)$.

(B) $(-2; -2)$.

(C) $(-2; 0)$.

(D) $(-1; -3)$.

Lời giải.

Ta có $A, B \in Ox$ do đó $\triangle ABC$ vuông tại A khi và chỉ khi $x_C = x_A = -1$.

Chọn đáp án **(D)** \square

CÂU 66. Cho hình vuông $ABCD$, biết đỉnh $A(1; -1)$, $B(3; 0)$ và đỉnh C có tọa độ dương. Tìm tọa độ C .

(A) $C(4; -2)$.

(B) $C(4; 2)$.

(C) $C(2; 4)$.

(D) $C(2; 2)$.

Lời giải.

Gọi $C(x; y)$ với $x > 0$, $y > 0$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 1)$, $\overrightarrow{BC} = (x - 3; y)$.

$$ABCD \text{ là hình vuông nên } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ AB = BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x - 3) + y = 0 \\ AB^2 = BC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ (x - 3)^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ (x - 3)^2 + (6 - 2x)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ 5x^2 - 30x + 40 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases} \text{ (loại)} \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy $C(2; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** \square

CÂU 67. Cho $A(1; -2)$, $B(-1; -1)$. Tìm M trục Ox sao cho tam giác ABM vuông tại A .

(A) $M(-3; 0)$.

(B) $M(-2; 0)$.

(C) $M(2; 0)$.

(D) $M(3; 0)$.

Lời giải.

M thuộc trục Ox cho nên $M(m; 0)$, $\overrightarrow{AB} = (-2; 1)$ và $\overrightarrow{AM} = (m - 1; 2)$. Tam giác ABM vuông tại A suy ra

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow -2m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2.$$

Chọn đáp án **(C)** \square

MỤC LỤC

Ⓐ	Tóm tắt lý thuyết.....	1
Ⓑ	Các ví dụ.....	2
Ⓒ	Bài tập vận dụng.....	2
Ⓓ	Bài tập trắc nghiệm.....	3

LỜI GIẢI CHI TIẾT

8

Ⓔ	Tóm tắt lý thuyết.....	8
Ⓕ	Các ví dụ.....	9
Ⓖ	Bài tập vận dụng.....	10
Ⓗ	Bài tập trắc nghiệm.....	15

