QUICK NOTE

# ĐẠI SỐ TỔ HỢP

## Bài 1. QUY TẮC ĐẾM

## A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

### 1. Quy tắc cộng

Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo một trong hai phương án khác nhau

- Phương án một có $n_1$ cách thực hiện,
- Phương án hai có $n_2$ cách thực hiện.

Khi đó, số cách thực hiện công việc sẽ là $\boxed{\mathbf{n_1+n_2}}$ cách.

### 2. Quy tắc nhân

Giả sử một công việc nào đó phải hoàn thành qua hai công đoạn liên tiếp nhau

- Công đoạn một có $m_1$ cách thực hiện,
- Với mỗi cách thực hiện công đoạn một, có $m_2$ cách thực hiện công đoạn hai.

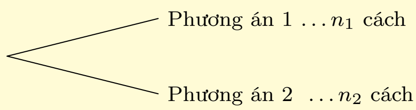
Khi đó, số cách thực hiện công việc là $\boxed{\mathbf{m_1\cdot m_2}}$ cách.

## B. CÁC DẠNG TOÁN

**Dạng 1. Bài toán sử dụng quy tắc cộng**

ĐỊNH NGHĨA 1.1. Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo một trong hai phương án khác nhau:

- Phương án một có $n_1$ cách thực hiện,
- Phương án hai có $n_2$ cách thực hiện.




Khi đó, số cách thực hiện công việc sẽ là $n_1+n_2$ cách.

*- Ta áp dụng quy tắc cộng cho một công việc có nhiều phương án khi các phương án đó phải rời nhau, không phụ thuộc vào nhau (độc lập với nhau).*
*- Nếu $A$ và $B$ là các tập hợp hữu hạn không giao nhau, thì $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$.*

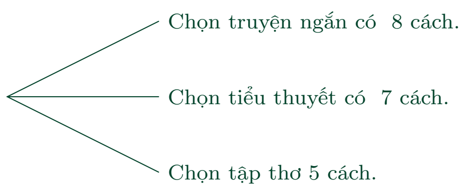
### 1. Ví dụ minh hoạ

**VÍ DỤ 1.** Trên giá sách có 8 cuốn truyện ngắn, 7 cuốn tiểu thuyết và 5 tập thơ (tất cả đều khác nhau). Vẽ sơ đồ hình cây minh hoạ và cho biết bạn Phong có bao nhiêu cách chọn một cuốn để đọc vào ngày cuối tuần.

**Lời giải.**

Để chọn một cuốn để đọc bạn Phong có thể thực hiện theo một trong ba phương án sau

- Chọn một truyện ngắn có 8 cách.
- Chọn một tiểu thuyết có 7 cách.
- Chọn một tập thơ có 5 cách.




Theo quy tắc cộng ta có $8+7+5=20$ cách. □

**VÍ DỤ 2.** Giả sử từ tỉnh $C$ đến tỉnh $D$ có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa hoặc máy bay. Mỗi ngày có 6 chuyến ô tô, 4 chuyến tàu hỏa và 2 chuyến máy bay. Số cách lựa chọn chuyến đi từ tỉnh $C$ đến tỉnh $D$ là ..................................................

**Lời giải.**

Để đi từ $C$ đến $D$ có 3 phương án lựa chọn:

- Đi bằng ô tô có 6 cách chọn.

QUICK NOTE

- Đi bằng tàu hỏa có 4 cách chọn.
- Đi bằng máy bay có 2 cách chọn.

Theo quy tắc cộng, có $6 + 4 + 2 = 12$ cách chọn. □

**VÍ DỤ 3.** Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

**Lời giải.**

- Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.
- Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo quy tắc cộng, ta có $5 + 4 = 9$ cách chọn mua áo. □

**VÍ DỤ 4.** Một hộp có 12 viên bi trắng, 10 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Một em bé muốn chọn 1 viên bi để chơi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

**Lời giải.**

Để chọn 1 viên bi để chơi có các phương án

a) Chọn 1 viên bi trắng có 12 cách.

b) Chọn 1 viên bi xanh có 10 cách.

c) Chọn 1 viên bi đỏ có 8 cách.

Theo quy tắc cộng, số cách để chọn 1 viên bi để chơi là $12 + 10 + 8 = 30$ cách. □

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Một hộp có 10 viên bi trắng, 8 viên bi xanh và 9 viên bi đỏ. Một em bé muốn chọn 1 viên bi để chơi thì có số cách chọn là

**Lời giải.**

Để chọn 1 viên bi để chơi có các phương án

- Chọn 1 viên bi trắng có 10 cách.
- Chọn 1 viên bi xanh có 8 cách.
- Chọn 1 viên bi đỏ có 9 cách.

Theo quy tắc cộng, số cách để chọn 1 viên bi để chơi là $10 + 8 + 9 = 27$ cách. □

**BÀI 2.** Một học sinh thi cuối kỳ có thể chọn một trong ba loại đề: đề dễ có 48 câu hỏi, đề trung bình có 40 câu hỏi và đề khó có 32 câu hỏi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một câu hỏi từ các đề thi trên?

**Lời giải.**

Số cách chọn 1 câu hỏi từ đề dễ là 48 cách.
Số cách chọn 1 câu hỏi từ đề trung bình là 40 cách.
Số cách chọn 1 câu hỏi từ đề khó là 32 cách.
Vậy số cách chọn 1 câu hỏi là $48 + 40 + 32 = 120$ cách. □

**BÀI 3.** Có 8 quyển sách Toán, 7 quyển sách Lí, 5 quyển sách Hóa. Một học sinh chọn 1 quyển trong bất kỳ 3 loại trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

**Lời giải.**

Để chọn 1 quyển sách trong 3 loại sách, ta có các phương án

a) Chọn 1 quyển sách Toán có 8 cách.

b) Chọn 1 quyển sách Lí có 7 cách.

c) Chọn 1 quyển sách Hóa có 5 cách.

Theo quy tắc cộng, số cách để chọn 1 viên bi để chơi là $8 + 7 + 5 = 20$ cách. □

**BÀI 4.** Một nhà hàng có 3 loại rượu, 4 loại bia và 6 loại nước ngọt. Thực khách cần chọn đúng một loại thức uống. Hỏi có mấy cách chọn?

**Lời giải.**

Chọn rượu có 3 cách, chọn bia có 4 cách, chọn nước ngọt có 6 cách.
Vậy có $3 + 4 + 6 = 13$ cách chọn. □

QUICK NOTE

**BÀI 5.** Một lớp có 40 học sinh, đăng ký chơi ít nhất một trong hai môn thể thao là bóng đá và cầu lông. Có 30 em đăng ký môn bóng đá, 25 em đăng ký môn cầu lông. Hỏi có bao nhiêu em đăng ký cả hai môn thể thao?

**Lời giải.**

Số em học sinh đăng ký cả hai môn thể thao là $30 + 25 - 40 = 15$ học sinh. □

**BÀI 6.** Trong một trường THPT A, khối 11 mỗi học sinh tham gia một trong hai câu lạc bộ Toán và Tin học. Có 160 em tham gia câu lạc bộ Toán, 140 em tham gia câu lạc bộ Tin học, 50 em tham gia cả hai câu lạc bộ. Hỏi khối 11 có bao nhiêu học sinh?

**Lời giải.**

Số học sinh khối 11 là $160 + 140 - 50 = 250$ học sinh. □

**BÀI 7.** Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu cách chọn đề tài?

**Lời giải.**

Mỗi thí sinh có các 4 phương án chọn đề tài:

- Chọn đề tài về lịch sử có 8 cách chọn.
- Chọn đề tài về thiên nhiên có 7 cách chọn.
- Chọn đề tài về con người có 10 cách chọn.
- Chọn đề tài về văn hóa có 6 cách chọn.

Theo quy tắc cộng, có $8 + 7 + 10 + 6 = 31$ cách chọn đề tài. □

**BÀI 8.** Lớp $11A$ có 30 học sinh và lớp $11B$ có 32 học sinh, có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh từ 2 lớp trên để tham gia đội công tác xã hội?

**Lời giải.**

- Chọn học sinh lớp $11A$ có 30 cách chọn.
- Chọn học sinh lớp $11B$ có 32 cách chọn.

Vậy có $30 + 32 = 62$ cách chọn. □

**BÀI 9.** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

**Lời giải.**

- Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.
- Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo quy tắc cộng, ta có $280 + 325 = 605$ cách chọn. □

**BÀI 10.** Một bó hoa gồm có 5 bông hồng trắng, 6 bông hồng đỏ và 7 bông hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy một bông hoa?

**Lời giải.**

- Chọn bông hồng trắng có 5 cách chọn.
- Chọn bông hồng đỏ có 6 cách chọn.
- Chọn bông hồng vàng có 7 cách chọn.

Vậy có $5 + 6 + 7 = 18$ cách chọn. □

**BÀI 11.** Giả sử từ tỉnh $A$ đến tỉnh $B$ có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa và 3 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn chuyến đi từ tỉnh $A$ đến tỉnh $B$?

**Lời giải.**

Để đi từ $A$ đến $B$ có 3 phương án lựa chọn:

- Đi bằng ô tô có 10 cách chọn.
- Đi bằng tàu hỏa có 5 cách chọn.
- Đi bằng máy bay có 3 cách chọn.

Theo quy tắc cộng, có $10 + 5 + 3 = 18$ cách chọn. □

QUICK NOTE

## 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Có 10 cuốn sách Toán khác nhau, 11 cuốn sách Văn khác nhau và 7 cuốn sách Anh văn khác nhau. Một học sinh được chọn 1 quyển sách trong các quyển sách trên. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn?

(A) 26. (B) 20. (C) 28. (D) 32.

**Lời giải.**

Theo quy tắc cộng, ta có $10 + 11 + 7 = 28$ (cách).

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 2.** Một nhà hàng có 3 loại rượu, 4 loại bia và 5 loại nước uống. Một thực khách muốn lựa chọn một loại đồ uống thì có bao nhiêu cách chọn?

(A) 7. (B) 15. (C) 12. (D) 60.

**Lời giải.**

- Nếu thực khách chọn rượu làm đồ uống thì có 3 cách chọn.
- Nếu thực khách chọn bia làm đồ uống thì có 4 cách chọn.
- Nếu thực khách chọn 5 loại nước uống còn lại làm đồ uống thì có 5 cách chọn.

Như vậy thực khách có tất cả $3 + 4 + 5 = 12$ cách chọn.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 3.** Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh của tổ đó đi trực nhật?

(A) 10. (B) 20. (C) 11. (D) 30.

**Lời giải.**

Số cách chọn một học sinh của tổ là $5 + 6 = 11$.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 4.** Từ một nhóm học sinh gồm 7 nam và 9 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

(A) 16. (B) 7. (C) 9. (D) 63.

**Lời giải.**

Áp dụng quy tắc cộng ta có số cách chọn một học sinh là $7 + 9 = 16$ cách.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 5.** Lớp $11A$ có 26 học sinh nam và 19 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh lớp $11A$ để làm lớp trưởng?

(A) 26. (B) 19. (C) 45. (D) 494.

**Lời giải.**

Số cách chọn một học sinh làm lớp trưởng từ 45 học sinh của lớp $11A$ là 45 cách chọn.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 6.** Một lớp có 39 bạn nam và 10 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bạn phụ trách quỹ lớp?

(A) 390. (B) 10. (C) 49. (D) 39.

**Lời giải.**

Tổng cộng lớp có 49 bạn nên sẽ có 49 cách chọn một bạn phụ trách quỹ lớp.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 7.** Trên giá sách có 5 quyển sách Tiếng Anh khác nhau, 6 quyển sách Toán khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Việt khác nhau. Số cách chọn 1 quyển sách là

(A) 240. (B) 19. (C) 6. (D) 8.

**Lời giải.**

Có 5 cách chọn một quyển sách Tiếng Anh, 6 cách chọn một quyển sách Toán và 8 cách chọn một quyển sách Tiếng Việt. Vậy có $5 + 6 + 8 = 19$ cách chọn một quyển sách.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 8.** Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp $11A$ hoặc lớp $12B$. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp $11A$ có 31 học sinh tiên tiến và lớp $12B$ có 22 học sinh tiên tiến?

(A) 682. (B) 31. (C) 9. (D) 53.

**Lời giải.**

QUICK NOTE

- Nếu chọn một học sinh lớp $11A$ có 31 cách.
- Nếu chọn một học sinh lớp $12B$ có 22 cách.

Theo quy tắc cộng, ta có $31 + 22 = 53$ cách chọn.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 9.** Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh?

(A) 45. (B) 20. (C) 500. (D) 25.

**Lời giải.**

Có $25 + 20 = 45$ cách chọn 1 học sinh.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 10.** Trên giá sách có 10 quyển sách Toán khác nhau, 11 quyển sách Văn khác nhau và 7 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một quyển sách trong các quyển sách nói trên?

(A) 32. (B) 26. (C) 20. (D) 28.

**Lời giải.**

Có 10 cách để chọn 1 quyển sách Toán, 11 cách để chọn 1 quyển sách Văn và 7 cách để chọn 1 quyển sách Tiếng Anh nên theo quy tắc cộng có 28 cách chọn một quyển sách trong các quyển sách nói trên.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 11.** Một người vào cửa hàng ăn nhưng chỉ đủ tiền mua 1 món ăn. Thực đơn gồm 5 món cơm, 6 món mì và 3 món cháo. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn món?

(A) 5. (B) 3. (C) 14. (D) 6.

**Lời giải.**

Có 5 cách chọn cơm, 6 cách chọn mì và 3 cách chọn cháo.
Vậy có tất cả $5 + 6 + 3 = 14$ cách chọn món.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 12.** Có 8 quyển sách khác nhau và 6 quyển vở khác nhau. Số cách chọn một trong các quyển đó là

(A) 8. (B) 14. (C) 6. (D) 48.

**Lời giải.**

Để chọn được 1 quyển sách hoặc vở, ta có hai phương án
**Phương án 1.** Chọn được quyển sách có 8 cách.
**Phương án 2.** Chọn được quyển vở có 6 cách.
Do đó theo quy tắc cộng có $8 + 6 = 13$ cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 13.** Một lớp học có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn, 4 học sinh giỏi Anh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh giỏi bất kì?

(A) 7. (B) 16. (C) 12. (D) 140.

**Lời giải.**

Để chọn được 1 học sinh giỏi, ta có ba phương án
**Phương án 1.** Chọn học sinh giỏi Toán có 7 cách.
**Phương án 2.** Chọn học sinh giỏi Văn có 5 cách.
**Phương án 3.** Chọn học sinh giỏi Anh có 4 cách.
Do đó theo quy tắc cộng có $7 + 5 + 4 = 16$ cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 14.** Giả sử bố bạn An muốn mua một chiếc xe hiệu Vision hoặc SH. Biết rằng xe máy hiệu Vision có 5 màu khác nhau, xe máy hiệu SH có 9 màu khác nhau. Hỏi bố bạn An có bao nhiêu sự lựa chọn?

(A) 9. (B) 14. (C) 5. (D) 45.

**Lời giải.**

Có 5 loại xe Vision và 9 loại xe SH nên theo quy tắc cộng sẽ có 14 cách chọn mua một chiếc xe.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 15.** Một cô gái có 2 cái mũ màu trắng, 3 cái mũ màu xanh và 5 cái mũ màu vàng, tất cả các cái mũ đều khác kiểu. Hỏi cô gái này có bao nhiêu cách chọn một cái mũ để đội đi dạo?

QUICK NOTE

Ⓐ 5. Ⓑ 10. Ⓒ 30. Ⓓ 6.

**Lời giải.**

Theo quy tắc cộng ta có $2+3+5=10$ cách chọn một cái mũ.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 16.** Một bạn muốn đi từ tỉnh $A$ tới tỉnh $B$ trong một ngày nhất định. Biết rằng trong ngày hôm đó từ tỉnh $A$ đến tỉnh $B$ có 14 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu. Hỏi bạn đó có bao nhiêu sự lựa chọn để đi từ $A$ đến $B$?

Ⓐ 70. Ⓑ 19. Ⓒ 14. Ⓓ 5.

**Lời giải.**

Để đi từ $A$ đến $B$ có thể chọn đi ô tô hoặc đi tàu nên theo quy tắc cộng ta có 19 cách chọn.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 17.** Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số từ 7 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

Ⓐ 1. Ⓑ 9. Ⓒ 6. Ⓓ 3.

**Lời giải.**

Mỗi quả cầu được đánh một số khác nhau, nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần.

Số quả cầu là $6+3=9$.

Tương ứng với 9 cách.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 18.** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Ⓐ 605. Ⓑ 280. Ⓒ 325. Ⓓ 45.

**Lời giải.**

- Chọn một học sinh nam có 280 cách.
- Chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Vậy có $280+325=605$ cách chọn.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 19.** Giả sử một công việc có thể được tiến hành theo hai phương án $A$ và $B$. Phương án $A$ có thể thực hiện bằng $n$ cách, phương án $B$ có thể thực hiện bằng $m$ cách không trùng với cách nào của phương án $A$. Khi đó

Ⓐ Công việc có thể được thực hiện bằng $m \cdot n$ cách.

Ⓑ Công việc có thể được thực hiện bằng $m+n$ cách.

Ⓒ Công việc có thể được thực hiện bằng $\frac{1}{2}(m+n)$ cách.

Ⓓ Công việc có thể được thực hiện bằng $\frac{1}{2} \cdot m \cdot n$ cách.

**Lời giải.**

Theo quy tắc cộng có $m+n$ cách.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 20.** Từ một bó hoa hồng gồm 3 bông hồng trắng, 5 bông hồng đỏ và 6 bông hồng vàng, có bao nhiêu cách chọn ra một bông hồng?

Ⓐ 11. Ⓑ 90. Ⓒ 14. Ⓓ 8.

**Lời giải.**

Ta có

- Chọn một bông hồng trắng có 3 cách.
- Chọn một bông hồng đỏ có 5 cách.
- Chọn một bông hồng vàng có 6 cách.

Theo quy tắc cộng, ta có $3+5+6=14$ cách chọn một bông hồng.

Chọn đáp án (C) □

**BẢNG ĐÁP ÁN**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. C | 2. C | 3. C | 4. A | 5. C | 6. C | 7. B | 8. D | 9. A | 10. D |
| 11. C | 12. B | 13. B | 14. B | 15. B | 16. B | 17. B | 18. A | 19. B | 20. C |

QUICK NOTE

### Dạng 2. Bài toán sử dụng quy tắc nhân

Giả sử một công việc được hoàn thành qua $k$ công đoạn liên tiếp.

- Công đoạn thứ nhất có $n_1$ cách thực hiện, ứng với mỗi cách đó.
- Công đoạn thứ hai có $n_2$ cách thực hiện, ứng với mỗi cách đó.
- Công đoạn thứ ba có $n_3$ cách thực hiện, ứng với mỗi cách đó.
- .........
- Công đoạn thứ $k$ có $n_k$ cách thực hiện, ứng với mỗi cách đó.

Khi đó để hoàn thành công việc ban đầu ta có $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdots n_k$ cách thực hiện.

## 1. Ví dụ minh hoạ

**VÍ DỤ 1.** Bạn An có 4 áo sơ-mi khác màu và 3 quần dài khác nhau. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn ra một bộ đồ?

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn một áo sơ-mi sẽ có tương ứng 3 cách chọn quần dài.
Do đó, bạn An có 4 cách chọn áo sơ-mi và 3 cách chọn quần dài.

Áp dụng quy tắc nhân ta có $4 \cdot 3 = 12$ (cách chọn). □

**VÍ DỤ 2.** Một trường phổ thông có 12 học sinh chuyên tin và 18 học sinh chuyên toán. Thành lập một đoàn gồm hai người dự hội nghị sao cho có một học sinh chuyên tin và một học sinh chuyên toán. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đoàn như trên?

**Lời giải.**

Để có một đoàn đi dự hội nghị phải có đồng thời một học sinh chuyên tin và một học sinh chuyên toán.
Mỗi cách chọn một học sinh chuyên tin trong số 12 học sinh chuyên tin sẽ có 18 cách chọn một học sinh chuyên toán trong 18 học sinh chuyên toán.
Theo quy tắc nhân ta có $12 \cdot 18 = 216$ (cách). □

**VÍ DỤ 3.** Từ Quảng Trị đến Quảng Ngãi có 4 con đường và có 6 con đường từ Quảng Ngãi đến TPHCM. Hỏi có bao nhiêu con đường khác nhau để đi từ Quảng Trị đến TPHCM qua Quảng Ngãi?

**Lời giải.**

- Số cách chọn đường đi từ Quảng Trị đến Quảng Ngãi là 4.
- Số cách chọn đường đi từ Quảng Ngãi đến TPHCM là 6.

Vậy có $4 \cdot 6 = 24$ (cách chọn). □

**VÍ DỤ 4.** Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau được tạo từ các chữ số trong tập $A$?

**Lời giải.**

Gọi số tự nhiên có ba chữ số cần tìm là $\overline{abc}$, trong đó

- $a$ có 5 cách chọn.
- $b$ có 4 cách chọn.
- $c$ có 3 cách chọn.

Vậy có $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ (số). □

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Cho tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau được tạo từ các chữ số trong tập $A$?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$.
Do các chữ số đôi một khác nhau nên có 5 cách chọn $a \neq 0$; 5 cách chọn $b$; 4 cách chọn $c$; 3

QUICK NOTE

cách chọn $d$ và 2 cách chọn $e$.
Vậy có $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 600$ (số). □

**BÀI 2.** Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$. Từ $A$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$.
Do chia hết cho 5 nên có 1 cách chọn $e = 5$.
Đồng thời, do các chữ số đôi một khác nhau nên có 6 cách chọn $a$; 5 cách chọn $b$; 4 cách chọn $c$ và 3 cách chọn $d$.
Vậy có $1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ (số). □

**BÀI 3.** Có bao nhiêu biển đăng kí xe ô tô nếu mỗi biển số chứa một dãy ba chữ cái (trong bảng 26 chữ cái tiếng Anh), tiếp sau là bốn chữ số?

**Lời giải.**

Giả sử mỗi biển số xe có dạng $a_1a_2a_3b_1b_2b_3b_4$, trong đó $a_i$ $(i = \overline{1,3})$ là các chữ cái và $b_j$ $(j = \overline{1,4})$ là các số.
Do các chữ cái có thể giống nhau nên có 26 cách chọn $a_1$, 26 cách chọn $a_2$, 26 cách chọn $a_3$.
Đồng thời, do các số có thể giống nhau nên có 10 cách chọn $b_1$, 10 cách chọn $b_2$, 10 cách chọn $b_3$ và 10 cách chọn $b_4$.
Vậy có $26^3 \cdot 10^4 = 175760000$ số. □

**BÀI 4.** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số bắt đầu bằng chữ số lẻ và các chữ số đôi một khác nhau?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$.
Do bắt đầu bằng chữ số lẻ nên có 5 cách chọn $a$.
Đồng thời, do các chữ số đôi một khác nhau nên có 9 cách chọn $b$ và 8 cách chọn $c$.
Vậy có $5 \cdot 9 \cdot 8 = 360$ (số). □

**BÀI 5.** Từ các số $1; 2; \ldots; 9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau, bắt đầu bằng chữ số lẻ và kết thúc bằng chữ số chẵn?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$.
Do kết thúc bằng chữ số chẵn nên có 4 cách chọn $d$.
Do bắt đầu bằng chữ số lẻ nên có 5 cách chọn $a$.
Đồng thời, do các chữ số đôi một khác nhau nên có 7 cách chọn $b$ và 6 cách chọn $c$.
Vậy có $4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 6 = 840$ (số). □

**BÀI 6.** Từ các số $0; 4; 5; 7; 8; 9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau và lớn hơn 5000?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$.
Do số cần tìm lớn hơn 5000 nên có 4 cách chọn $a \in \{5; 7; 8; 9\}$.
Đồng thời, do các chữ số khác nhau nên có 5 cách chọn $b$; 4 cách chọn $c$ và 3 cách chọn $d$.
Vậy có $4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 240$ (số). □

**BÀI 7.** Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau được viết từ các số $1; 2; 3; 4; 5$, trong đó ba chữ số đầu là ba chữ số lẻ và hai chữ số cuối là hai chữ số chẵn?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$.
Do số cần tìm có ba chữ số đầu là ba chữ số lẻ nên có 3 cách chọn $a$, 2 cách chọn $b$, 1 cách chọn $c$.
Đồng thời, do số cần tìm có hai chữ số cuối là hai chữ số chẵn nên có 2 cách chọn $d$ và 1 cách chọn $e$.
Vậy có $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 12$ (số). □

**BÀI 8.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; \ldots; 8; 9\}$. Từ $A$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcdefg}$.

- **TH1:** $g = 0$ Do các chữ số đôi một khác nhau nên có 9 cách chọn $a$; 8 cách chọn $b$; 7 cách chọn $c$; 6 cách chọn $d$; 5 cách chọn $e$ và 4 cách chọn $f$.
  Nên có $1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 60480$ (số).

QUICK NOTE

- **TH2:** $g \in \{2; 4; 6; 8\}$ Do các chữ số đôi một khác nhau nên có 4 cách chọn $g$; 8 cách chọn $a \neq 0$; 8 cách chọn $b$; 7 cách chọn $c$; 6 cách chọn $d$; 5 cách chọn $e$ và 4 cách chọn $f$.
  Nên có $4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 215040$ (số).

Vậy có $60480 + 215040 = 275520$ (số). □

**BÀI 9.** Có bao nhiêu số tự nhiên trong đó các chữ số khác nhau và nhỏ hơn 10000 được tạo thành từ năm chữ số 0, 1, 2, 3, 4?

**Lời giải.**

Các số cần tìm được bắt đầu từ các chữ số 1, 2, 3, 4 và có bốn, ba, hai, một chữ số.

- Số cần tìm có bốn chữ số là $\overline{abcd}$.
  Do các chữ số khác nhau nên có 4 cách chọn $a \neq 0$; 4 cách chọn $b$; 3 cách chọn $c$ và 2 cách chọn $d$.
  Nên có $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 96$ (số).
- Số cần tìm có ba chữ số là $\overline{abc}$.
  Do các chữ số khác nhau nên có 4 cách chọn $a \neq 0$; 4 cách chọn $b$ và 3 cách chọn $c$.
  Nên có $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ (số).
- Số cần tìm có hai chữ số là $\overline{ab}$.
  Do các chữ số khác nhau nên có $4 \neq 0$ cách chọn $a$ và 4 cách chọn $b$.
  Nên có $4 \cdot 4 = 16$ (số).
- Số cần tìm có một chữ số: 5 (số).

Vậy có $96 + 48 + 16 + 5 = 165$ (số). □

**BÀI 10.** Từ các số $0; 1; 2; 3; 4; 5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau và không bắt đầu bằng 123?

**Lời giải.**

- Gọi số tự nhiên có năm chữ số khác nhau có dạng $\overline{abcde}$.
  Ta có 5 cách chọn $a \neq 0$; 5 cách chọn $b$; 4 cách chọn $c$; 3 cách chọn $d$ và 2 cách chọn $e$.
  Nên có $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 600$ (số).
- Gọi số tự nhiên có năm chữ số khác nhau và bắt đầu bằng 123 có dạng $\overline{123b_1b_2}$.
  Ta có 3 cách chọn $b_1$ và 2 cách chọn $b_2$.
  Nên có $3 \cdot 2 = 6$ (số).

Vậy có $600 - 6 = 594$ số tự nhiên có năm chữ số khác nhau và không bắt đầu bằng 123. □

**BÀI 11.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

a) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 5 và chữ số 2 luôn có mặt đúng một lần?

b) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 3?

c) Tính tổng các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau mà các số này không có chữ số 0?

**Lời giải.**

a) Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$.

- **Trường hợp 1:** $e = 0$.
  - Ta có 1 cách chọn $e$.
  - Chữ số 2 có 4 vị trí đặt là $a$ hoặc $b$ hoặc $c$ hoặc $d$.
  - Ba chữ số còn lại có $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ (cách).

  Nên có $1 \cdot 4 \cdot 24 = 96$ (số).
- **Trường hợp 2:** $e = 5$, $a = 2$. Ta có 1 cách chọn $e$, 1 cách chọn $a$.
  Do các chữ số đôi một khác nhau nên có 4 cách chọn $b$, 3 cách chọn $c$ và 2 cách chọn $d$.
  Nên có $1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ (số).
- **Trường hợp 3:** $e = 5$, $a \neq 2$.
  - Ta có 1 cách chọn $e$, 3 cách chọn $a \neq 0$.

QUICK NOTE

— Chữ số 2 có 3 vị trí đặt là $b$ hoặc $c$ hoặc $d$.
— Hai chữ số còn lại có $3 \cdot 2 = 6$ (cách).

Nên có $1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6 = 54$ (số).

Vậy có $96 + 24 + 54 = 174$ (số).

b) Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$.
Xét các tập con gồm 3 phần tử của tập hợp $A$, ta thấy các tập hợp sau có tổng các phần tử là số chia hết cho 3 là

$$A_1 = \{0;1;2\},\ A_2 = \{0;1;5\},\ A_3 = \{0;2;4\},\ A_4 = \{0;4;5\},$$
$$A_5 = \{1;2;3\},\ A_6 = \{1;3;5\},\ A_7 = \{2;3;4\},\ A_8 = \{3;4;5\}.$$

- Khi $a, b, c, \in A_1, A_2, A_3, A_4$: mỗi trường hợp có 2 cách chọn $a \neq 0$, 2 cách chọn $b$ và 1 cách chọn $c$. Nên có $4 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 1) = 16$ (số).
- Khi $a, b, c, \in A_5, A_6, A_7, A_8$: mỗi trường hợp có 3 cách chọn $a$, 2 cách chọn $b$ và 1 cách chọn $c$. Nên có $4 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1) = 24$ (số).

Vậy có $16 + 24 = 40$ (số).

c) Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$.
Do các chữ số đôi một khác nhau mà các số này không có chữ số 0 nên có 5 cách chọn $a$, 4 cách chọn $b$, 3 cách chọn $c$, 2 cách chọn $d$ và 1 cách chọn $e$.
Nên có $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Gọi $S$ là tổng của 120 số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau vừa tìm được.
Mỗi chữ số 1, 2, 3, 4, 5 đều xuất hiện ở $a$, $b$, $c$, $d$, $e$ là 24 lần.
Mà $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ nên

$$S = 24 \cdot \left(15 \cdot 10^4 + 15 \cdot 10^3 + 15 \cdot 10^2 + 15 \cdot 10 + 15\right) = 3999960.$$

□

## 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có $m$ cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có $n$ cách thực hiện hành động thứ hai. Hỏi có bao nhiêu cách thực hiện công việc?

**A** $m + n$. **B** $m - n$. **C** $\dfrac{m}{n}$. **D** $m \cdot n$.

**Lời giải.**

Áp dụng qui tắc nhân.
Chọn đáp án D □

**CÂU 2.** Anh $A$ có 7 cái áo màu sắc khác nhau và 6 cái quần có kiểu khác nhau. Anh $A$ có thể chọn nhiều nhất bao nhiêu bộ quần áo?

**A** 7. **B** 13. **C** 6. **D** 42.

**Lời giải.**

Ứng với mỗi cái áo anh $A$ chọn được 6 kiểu quần.
Vậy anh $A$ có thể chọn nhiều nhất $6 \cdot 7 = 42$ bộ quần áo.
Chọn đáp án D □

**CÂU 3.** Để đi từ thị trấn $A$ đến thị trấn $C$ phải qua thị trấn $B$. Biết từ $A$ đến $B$ có 4 con đường, từ $B$ đến $C$ có 3 con đường. Khi đó số cách đi từ $A$ đến $C$ mà phải qua $B$ là:

**A** 6. **B** 7. **C** 15. **D** 12.

**Lời giải.**

Từ $A$ đến $B$ có 3 cách đi.
Từ $B$ đến $C$ có 4 cách đi.
Theo quy tắc nhân, từ $A$ đến $C$ phải qua $B$ có $3 \cdot 4 = 12$ cách.
Chọn đáp án D □

**CÂU 4.** An muốn mua một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có 8 màu khác nhau, các cây bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Vậy An có bao nhiêu cách chọn?

**A** 64. **B** 16. **C** 32. **D** 20.

**Lời giải.**

Số cách chọn mua một cây bút mực là 8 cách.
Số cách chọn mua một cây bút chì là 8 cách.
Nên theo quy tắc nhân thì An có $8 \cdot 8 = 64$ cách.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 5.** Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn 1 bạn nữ lớp 12A và 1 bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

**A** 320. **B** 630. **C** 36. **D** 1220.

**Lời giải.**

Để chọn 1 bạn nữ của lớp 12A ta có 20 cách.
Để chọn 1 bạn nam của lớp 12B ta có 16 cách.
Vậy theo quy tắc nhân ta có $20 \times 16 = 320$.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 6.** Một hộp có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng

**A** 7. **B** 81. **C** 64. **D** 12.

**Lời giải.**

Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng $3 \cdot 4 = 12$ (cách).
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 7.** Có hai kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn) và có ba kiểu dây (kim loại, da, nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ có một mặt và một dây?

**A** 8. **B** 7. **C** 5. **D** 6.

**Lời giải.**

Theo quy tắc nhân, số cách chọn ra một chiếc đồng hồ là $2 \cdot 3 = 6$.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 8.** Số các số tự nhiên gồm 3 chữ số được tạo thành từ 4 chữ số $0; 1; 2; 3$ là

**A** 56. **B** 96. **C** 52. **D** 48.

**Lời giải.**

Có 3 cách chọn chữ số hàng trăm, 4 cách chọn chữ số hàng chục, 4 cách chọn chữ số hàng đơn vị, nên số các số thoả mãn là $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 9.** Liên quan đến chuyên ngành bạn Linh muốn học ở bậc đại học, có 4 trường đại học, mỗi trường có 1 khoa và ở mỗi khoa đó có 3 ngành học về chuyên ngành bạn Linh muốn học. Hỏi bạn Linh có bao nhiêu lựa chọn?

**A** 64. **B** 12. **C** 81. **D** 7.

**Lời giải.**

Số cách chọn trường: 4 cách.
Số cách chọn khoa trong trường: 1 cách.
Số cách chọn ngành trong khoa: 3 cách.
Theo quy tắc nhân ta có $4 \cdot 1 \cdot 3 = 12$ cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 10.** Cho các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7. Khi đó có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số được thành lập từ các chữ số đã cho?

**A** 1296. **B** 360. **C** 24. **D** 720.

**Lời giải.**

Từ 6 chữ số tự nhiên đã cho, ta có 6 cách chọn chữ số hàng đơn vị, 6 cách chọn chữ số hàng chục, 6 cách chọn chữ số hàng trăm, 6 cách chọn chữ số hàng nghìn.
Theo quy tắc nhân suy ra số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $6^4 = 1296$ cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 11.** Đề kiểm tra học kì 1 môn Toán khối 11 ở một trường THPT gồm 2 phần tự luận và trắc nghiệm, trong đó phần tự luận có 13 đề, phần trắc nghiệm có 10 đề. Mỗi học sinh phải làm bài thi gồm một đề tự luận và một đề trắc nghiệm. Hỏi trường THPT đó có bao nhiêu cách chọn đề thi?

**A** 130. **B** 23. **C** 253. **D** 506.

**Lời giải.**

Số cách chọn một đề tự luận và một đề trắc nghiệm lần lượt là 13, 10.
Vậy số cách chọn đề thi là $13 \cdot 10 = 130$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 12.** Cho 6 chữ số $2, 3, 4, 5, 6, 7$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số lập từ 6 chữ số đó.

(A) 256. (B) 108. (C) 36. (D) 18.

**Lời giải.**

Gọi $\overline{a_1a_2a_3}$ là số tự nhiên cần lập.
Ta có $a_3$ có 3 cách chọn, $a_2, a_1$ có 6 cách.
Vậy có $3 \cdot 6 \cdot 6 = 108$.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 13.** Trong mặt phẳng, cho một đa giác lồi có 20 cạnh. Số đường chéo của đa giác là

(A) 340. (B) 380. (C) 190. (D) 170.

**Lời giải.**

Từ mỗi đỉnh của đa giác ta kẻ được 17 đường chéo.
Từ 20 đỉnh kẻ được $17 \cdot 20 = 340$ đường chéo.
Tuy nhiên, theo cách vẽ ở trên thì mỗi đường chéo của đa giác được kẻ 2 lần.
Vậy số đường chéo của đa giác là $\dfrac{340}{2} = 170$.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 14.** Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

(A) 6. (B) 7. (C) 5. (D) 8.

**Lời giải.**

Gọi số đỉnh của đa giác là $n$. Mà số cạnh bằng số đỉnh nên số cạnh của đa giác là $n$.
Cứ mỗi đỉnh nối với $(n-3)$ đỉnh còn lại tạo thành $(n-3)$ đường chéo nên số đường chéo của đa giác là $\dfrac{n(n-3)}{2}$ (do mỗi đường chéo được tính hai lần). Vì số đường chéo gấp đôi số cạnh nên

$$\frac{n(n-3)}{2} = 2n \Leftrightarrow n - 3 = 4 \Leftrightarrow n = 7.$$

Vậy đa giác có 7 cạnh.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 15.** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

(A) 1000. (B) 729. (C) 648. (D) 720.

**Lời giải.**

Gọi số cần lập là $\overline{abc}$ với $a \neq 0$.
Chọn $a$ có 9 cách.
Chọn $b$ có 9 cách.
Chọn $c$ có 8 cách.
Vậy có $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ số tự nhiên có ba chữ số khác nhau.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 16.** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà tất cả các chữ số đều là chữ số lẻ?

(A) 10. (B) 25. (C) 45. (D) 50.

**Lời giải.**

Tập hợp các chữ số lẻ là $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.
Số tự nhiên có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$.
Vì tất cả các chữ số đều là chữ số lẻ nên $a, b \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

- Vị trí $a$ có 5 cách chọn.
- Vị trí $b$ có 5 cách chọn.

Vậy có tất cả $5 \times 5 = 25$ số tự nhiên có hai chữ số mà tất cả các chữ số đều lẻ.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 17.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ tập $A$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

(A) 8232. (B) 1230. (C) 1260. (D) 2880.

**Lời giải.**

Gọi $\overline{abcde}$ $(a \neq 0)$ là số cần lập. Vì không có yêu cầu các chữ số phải khác nhau nên ta có:
Chọn $a$ có 6 cách.
Chọn $e$ có 4 cách.
Chọn các chữ số $b, c, d$ thì có 7 cách chọn mỗi chữ số.
Vậy có $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 = 8232$ (số).
Chọn đáp án A □

**CÂU 18.** Một phòng có 12 người. Cần lập một tổ đi công tác 3 người, một người làm tổ trưởng, một người làm tổ phó và một người là thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách lập?

**A** 220. **B** 1728. **C** 1230. **D** 1320.

**Lời giải.**

- Có 12 cách chọn một người làm tổ trưởng.
- Có 11 cách chọn một người làm tổ phó.
- Có 10 cách chọn một người làm thành viên.

Suy ra, số cách lập một tổ đi công tác 3 người bằng $12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$.
Chọn đáp án D □

**CÂU 19.** Giả sử có 8 vận động viên tham gia chạy thi. Nếu không kể trường hợp có hai vận động viên về đích cùng lúc thì có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra đối với các vị trí nhất, nhì, ba?

**A** 56. **B** 120. **C** 336. **D** 24.

**Lời giải.**
Vị trí thứ nhất có 8 khả năng, vị trí thứ nhì có 7 khả năng và vị trí thứ ba có 6 khả năng.
Vậy có $8 \times 7 \times 6 = 336$.
Chọn đáp án C □

**CÂU 20.** Cho đa giác đều 16 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác vuông có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đều đó?

**A** 560. **B** 112. **C** 121. **D** 128.

**Lời giải.**
Chọn 2 đỉnh đối diện trong 16 đỉnh ta được 8 cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.
Khi đó, ta chọn 1 trong 14 đỉnh còn lại ta sẽ được một tam giác vuông tại đỉnh vừa chọn.
Vậy có tất cả $8 \times 14 = 112$ tam giác vuông tạo thành.
Chọn đáp án B □

**CÂU 21.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

**A** 108 số. **B** 228 số. **C** 36 số. **D** 144 số.

**Lời giải.**
Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ là số lẻ có 4 chữ số khác nhau, với $a_1, a_2, a_3, a_4 \in \{0; 1; 2; 3; 5; 8\} \Rightarrow a_4$ có 3 cách chọn, $a_1$ có 4 cách chọn, $a_2$ có 4 cách chọn và $a_3$ có 3 cách chọn.
Khi đó, có $4 \cdot 4 \cdot 3 = 144$ số thỏa mãn yêu cầu trên.
Gọi $\overline{b_1b_2b_3b_4}$ là số lẻ có 4 chữ số khác nhau, với $b_1, b_2, b_3, b_4 \in \{0; 1; 2; 5; 8\} \Rightarrow b_4$ có 2 cách chọn, $b_1$ có 3 cách chọn, $b_2$ có 3 cách chọn và $b_3$ có 2 cách chọn.
Do đó, có $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 36$ số thỏa mãn yêu cầu trên.
Vậy có tất cả $144 - 36 = 108$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án A □

**CÂU 22.** Gieo một con súc sắc 6 mặt cân đối 3 lần, có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra thỏa mãn điều kiện "Tổng số chấm xuất hiện trong 3 lần là số chẵn"?

**A** 162. **B** 54. **C** 108. **D** 27.

**Lời giải.**
Dù kết quả hai lần gieo đầu tiên như thế nào thì lần thứ ba cũng có 3 khả năng xảy ra để phù hợp với điều kiện "Tổng số chấm xuất hiện trong 3 lần là số chẵn".
Do đó, số kết quả thỏa mãn điều kiện trên là $6 \times 6 \times 3 = 108$.
Chọn đáp án C □

**CÂU 23.** Cho 5 chữ số $1, 2, 3, 4, 6$. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của tất cả các số lập được.

**A** 12321. **B** 21312. **C** 12312. **D** 21321.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

**Lời giải.**

Xét tập $X = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.
Số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập $X$ là $5 \times 4 \times 3 = 60$.
Do vai trò các chữ số là như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong tập $X$ tại mỗi hàng trăm, hàng chục, hàng đơn vị là $\dfrac{60}{5} = 12$.
Tổng các số lập được $S = (1 + 2 + 3 + 4 + 6) \times 12 \times 111 = 21312$.
Chọn đáp án (B) □

**BẢNG ĐÁP ÁN**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. D | 2. D | 3. D | 4. A | 5. A | 6. D | 7. D | 8. D | 9. B | 10. B |
| 11. A | 12. B | 13. D | 14. B | 15. C | 16. B | 17. A | 18. D | 19. C | 20. B |
| 21. A | 22. C | 23. B | | | | | | | |

**Dạng 3. Kết hợp quy tắc cộng và quy tắc nhân**

Hầu hết các bài toán đếm trong thực tế sẽ phức tạp và cần áp dụng cả hai quy tắc cộng và quy tắc nhân để giải bài toán.

## 1. Ví dụ minh hoạ

**VÍ DỤ 1.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số được lấy từ $A$ sao cho các chữ số

a) Khác nhau từng đôi một.

b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.

c) Khác nhau từng đôi một và nó là số chẵn.

d) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.

**Lời giải.**

a) Gọi số có bốn chữ số cần lập là $\overline{abcd}$ với $a \neq b \neq c \neq d$.

- Chọn chữ số $a$ có 7 cách do $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 7 cách do $b \neq a$.
- Chọn chữ số $c$ có 6 cách do $c \neq b$ và $c \neq a$.
- Chọn chữ số $d$ có 5 cách do $d \neq c$; $d \neq b$ và $d \neq a$.

Vậy theo quy tắc nhân có $7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1470$ số.

b) Gọi số có bốn chữ số cần lập là $\overline{abcd}$ với $a \neq b \neq c \neq d$.

- Chọn chữ số $d$ có 4 cách do $d \in \{1; 3; 5; 7\}$.
- Chọn chữ số $a$ có 6 cách do $a \neq d$ và $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 6 cách do $b \neq d$ và $b \neq a$.
- Chọn chữ số $c$ có 5 cách do $c \neq d$; $c \neq a$ và $c \neq b$.

Vậy theo quy tắc nhân có $4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 5 = 720$ số.

c) Gọi số có bốn chữ số cần lập là $\overline{abcd}$ với $a \neq b \neq c \neq d$.

(a) **Trường hợp 1.** Chữ số $d = 0$.
- Chọn chữ số $a$ có 7 cách do $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 6 cách do $b \neq a$ và $b \neq 0$.
- Chọn chữ số $c$ có 5 cách do $c \neq a$; $c \neq b$ và $c \neq 0$.

Theo quy tắc nhân có $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ số.

(b) **Trường hợp 2.** Chữ số $d \in \{2; 4; 6\}$ nên có 3 cách chọn.
- Chọn chữ số $a$ có 6 cách do $a \neq 0$ và $a \neq d$.

- Chọn chữ số $b$ có 6 cách do $b \neq a$ và $b \neq d$.
- Chọn chữ số $c$ có 5 cách do $c \neq a$; $c \neq b$ và $c \neq d$.

Theo quy tắc nhân có $3 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 5 = 540$ số.

Vậy theo quy tắc cộng có $210 + 540 = 750$ số.

d) Gọi số có bốn chữ số cần lập là $\overline{abcd}$ với $a \neq b \neq c \neq d$.

(a) **Trường hợp 1.** Chữ số $d = 0$.

- Chọn chữ số $a$ có 7 cách do $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 6 cách do $b \neq a$ và $b \neq 0$.
- Chọn chữ số $c$ có 5 cách do $c \neq a$; $c \neq b$ và $c \neq 0$.

Theo quy tắc nhân có $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ số.

(b) **Trường hợp 2.** Chữ số $d = 5$.

- Chọn chữ số $a$ có 6 cách do $a \neq 0$ và $a \neq 5$.
- Chọn chữ số $b$ có 6 cách do $b \neq a$ và $b \neq 5$.
- Chọn chữ số $c$ có 5 cách do $c \neq a$; $c \neq b$ và $c \neq 5$.

Theo quy tắc nhân có $6 \cdot 6 \cdot 5 = 180$ số.

Vậy theo quy tắc cộng có $210 + 180 = 390$ số.

□

**VÍ DỤ 2.** Cho tập hợp $X = \{0; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số được lấy từ $X$ sao cho các chữ số

a) Khác nhau từng đôi một.

b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.

c) Khác nhau từng đôi một và chia hết cho 2.

d) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.

**Lời giải.**

a) Gọi số có ba chữ số cần lập là $\overline{abc}$ với $a \neq b \neq c$.

- Chọn chữ số $a$ có 6 cách do $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 6 cách do $b \neq a$.
- Chọn chữ số $c$ có 5 cách do $c \neq b$ và $c \neq a$.

Vậy theo quy tắc nhân có $6 \cdot 6 \cdot 5 = 180$ số.

b) Gọi số có ba chữ số cần lập là $\overline{abc}$ với $a \neq b \neq c$.

- Chọn chữ số $c$ có 2 cách do $d \in \{3; 5\}$.
- Chọn chữ số $a$ có 5 cách do $a \neq c$ và $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 5 cách do $b \neq c$ và $b \neq a$.

Vậy theo quy tắc nhân có $2 \cdot 5 \cdot 5 = 50$ số.

c) Gọi số có ba chữ số cần lập là $\overline{abc}$ với $a \neq b \neq c$.

(a) **Trường hợp 1.** Chữ số $c = 0$.

- Chọn chữ số $a$ có 6 cách do $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 5 cách do $b \neq a$ và $b \neq 0$.

Theo quy tắc nhân có $6 \cdot 5 = 30$ số.

(b) **Trường hợp 2.** Chữ số $c \in \{2; 4; 6; 8\}$ nên có 4 cách chọn.

- Chọn chữ số $a$ có 5 cách do $a \neq 0$ và $a \neq c$.
- Chọn chữ số $b$ có 5 cách do $b \neq a$ và $b \neq c$.

Theo quy tắc nhân có $4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$ số.

Vậy theo quy tắc cộng có $30 + 100 = 130$ số.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

d) Gọi số có ba chữ số cần lập là $\overline{abc}$ với $a \neq b \neq c$.

(a) **Trường hợp 1.** Chữ số $c = 0$.

- Chọn chữ số $a$ có 6 cách do $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 5 cách do $b \neq a$ và $b \neq 0$.

Theo quy tắc nhân có $6 \cdot 5 = 30$ số.

(b) **Trường hợp 2.** Chữ số $d = 5$.

- Chọn chữ số $a$ có 5 cách do $a \neq 0$ và $a \neq 5$.
- Chọn chữ số $b$ có 5 cách do $b \neq a$ và $b \neq 5$.

Theo quy tắc nhân có $5 \cdot 5 = 25$ số.

Vậy theo quy tắc cộng có $25 + 30 = 55$ số.

□

**VÍ DỤ 3.** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập $E = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$?

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số tự nhiên $\overline{abcd}$ là số chẵn, gồm 4 chữ số đôi một khác nhau từ tập $E$ được thực hiện theo một trong các phương án sau:

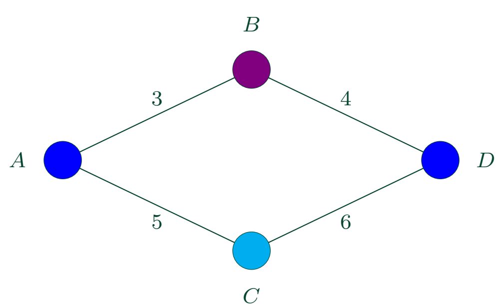
- Phương án 1: $d = 0$.
  - Công đoạn 1: Chọn $a \in E \setminus \{0\}$. Có 8 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $b \in E \setminus \{a; 0\}$. Có 7 cách.
  - Công đoạn 3: Chọn $c \in E \setminus \{a; b; 0\}$. Có 6 cách.

  Theo quy tắc nhân số cách chọn trong phương án này là $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$. (1)
- Phương án 2: $d \in \{2; 4; 6; 8\}$.
  - Công đoạn 1: Chọn $d \in \{2; 4; 6; 8\}$. Có 4 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $a \in E \setminus \{d; 0\}$. Có 7 cách.
  - Công đoạn 3: Chọn $b \in E \setminus \{a; d\}$. Có 7 cách.
  - Công đoạn 4: Chọn $c \in E \setminus \{a; d; b\}$. Có 6 cách.

  Theo quy tắc nhân số cách chọn trong phương án này là $4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 = 1176$. (2)
  Từ (1) và (2) theo quy tắc cộng, ta có số các số tự nhiên thỏa đề bài là $336 + 1176 = 1512$.

□

**VÍ DỤ 4.** Từ thành phố $A$ đến thành phố $B$ có 3 con đường, từ thành phố $B$ đến thành phố $D$ có 4 con đường, từ thành phố $A$ đến thành phố $C$ có 5 con đường, từ thành phố $C$ đến thành phố $D$ có 6 con đường, các con đường này đôi một khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn đường đi $A$ đến $D$ rồi trở về $A$ mà không có con đường nào được đi lặp trở lại, biết rằng không có con đường nào đi trực tiếp $B$ đến $C$ và đi trực tiếp từ $A$ đến $D$.




**Lời giải.**

Mỗi cách chọn đường đi từ $A$ đến $D$ rồi trở về $A$ mà không có con đường nào được đi lặp trở lại được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1: Đi theo hướng $A \longrightarrow B \longrightarrow D \longrightarrow B \longrightarrow A$.
  - Công đoạn 1: Chọn đường đi từ $A$ đến $B$. Có 3 cách.

QUICK NOTE

- Công đoạn 2: Chọn đường đi từ $B$ đến $D$. Có 4 cách.
- Công đoạn 3: Chọn đường đi từ $D$ trở về $B$ mà không đi lại con đường đã đi qua. Có 3 cách.
- Công đoạn 4: Chọn đường đi từ $B$ trở về $A$ mà không đi lại con đường đã đi qua. Có 2 cách.
  Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 72$. (1)

Phương án 2: Đi theo hướng $A \longrightarrow B \longrightarrow D \longrightarrow C \longrightarrow A$.

- Công đoạn 1: Chọn đường đi từ $A$ đến $B$. Có 3 cách.
- Công đoạn 2: Chọn đường đi từ $B$ đến $D$. Có 4 cách.
- Công đoạn 3: Chọn đường đi từ $D$ đến $C$. Có 6 cách.
- Công đoạn 4: Chọn đường đi từ $C$ đến $A$. Có 5 cách.
  Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 = 360$. (2)

Phương án 3: Đi theo hướng $A \longrightarrow C \longrightarrow D \longrightarrow B \longrightarrow A$.

- Công đoạn 1: Chọn đường đi từ $A$ đến $C$. Có 5 cách.
- Công đoạn 2: Chọn đường đi từ $C$ đến $D$. Có 6 cách.
- Công đoạn 3: Chọn đường đi từ $D$ đến $B$. Có 4 cách.
- Công đoạn 4: Chọn đường đi từ $B$ đến $A$. Có 3 cách.
  Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3 = 360$. (3)

Phương án 4: Đi theo hướng $A \longrightarrow C \longrightarrow D \longrightarrow C \longrightarrow A$.

- Công đoạn 1: Chọn đường đi từ $A$ đến $C$. Có 5 cách.
- Công đoạn 2: Chọn đường đi từ $C$ đến $D$. Có 6 cách.
- Công đoạn 3: Chọn đường đi từ $D$ trở về $cC$ mà không đi lại con đường đã đi qua. Có 5 cách.
- Công đoạn 4: Chọn đường đi từ $C$ trở về $A$ mà không đi lại con đường đã đi qua. Có 4 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $5 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 600$. (4)

Từ (1), (2), (3) và (4) theo quy tắc cộng, ta có số cách chọn đường đi thỏa yêu cầu đề bài là

$$72 + 360 + 360 + 600 = 1392.$$

□

**VÍ DỤ 5.** Có bao nhiêu cách chọn một vé Xổ số kiến thiết có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 0 hoặc không có chữ số 9?

**Lời giải.**

Gọi $A$ là tập hợp các vé Xổ số mà số ghi trên vé không có chữ số 0, $B$ là tập hợp các vé Xổ số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 9 thì $A \cup B$ là tập hợp các vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 0 hoặc không có chữ số 9 và $A \cap B$ là tập hợp các vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 0 và không có chữ số 9.
Vì $A \cap B \neq \varnothing$ nên $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

Tìm $n(A)$.
Số ghi trên vé là một dãy gồm 5 chữ số $abcde$. Vì số ghi trên vé không có chữ số 0 nên ở mỗi vị trí có 9 cách chọn. Suy ra $n(A) = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^5$.

Tìm $n(B)$.
Vì số dãy số ghi trên vé không có chữ số 9 và $a$ có thể bằng 0 nên mỗi vị trí $a, b, c, d, e)$ có có 9 cách chọn. Do đó, $n(B) = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^5$.

Tìm $n(A \cap B)$.
Mỗi cách chọn ra dãy số gồm 5 chữ số $abcde$ sao cho trong đó không có chữ số 0 và chữ số 9 được thực hiện qua 5 công đoạn, mỗi công đoạn có 8 cách chọn trong tập $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Suy ra $n(A \cap B) = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^5$.

Vậy số vé Xổ số thỏa đề bài là $n(A \cup B) = 2 \cdot 9^5 - 8^5 = 85330$. □

QUICK NOTE

**VÍ DỤ 6.** Từ tập $E = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và không lớn hơn 789?

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số tự nhiên $\overline{abc}$ là số chẵn gồm 3 chữ số đôi một khác nhau từ $E$ thỏa $\overline{abcd} \leq 789$ được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1: $\overline{abc} = \overline{7bc}$ với $b < 9$.
  - Công đoạn 1: Chọn $c \in \{2;4;6;8\}$. Có 4 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $b \in E\backslash\{9,7;c\}$. Có 6 cách.

  Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $4 \cdot 6 = 24$. (1)
- Phương án 2: $\overline{abc}$ với $a < 7, c = 8$
  - Công đoạn 1: Chọn $a \in \{1;2;3;4;5;6\}$. Có 6 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $b \in E\backslash\{8,a\}$. Có 7 cách.
    Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $6 \cdot 7 = 42$. (2)
- Phương án 3: $\overline{abc}$ với $a < 7, c \neq 8$.
  - Công đoạn 1: Chọn $c \in \{2;4;6\}$. Có 3 cách
  - Công đoạn 2: Chọn $a \in E\backslash\{7,8,9,c\}$. Có 5 cách.
  - Công đoạn 3: Chọn $b \in E\backslash\{a,c\}$. Có 7 cách.
    Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$. (3)

  Từ $(1), (2)$, và $(3)$ theo quy tắc cộng, ta có số các số thỏa đề là $24 + 42 + 105 = 171$.

□

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau trong đó phải có chữ số 2?

**Lời giải.**

Gọi $n = \overline{a_1a_2a_3a_4}$ là số cần tìm.

- Nếu $a_1 = 2$ thì $a_2$ có 7 cách chọn, $a_3$ có 6 cách chọn, $a_4$ có 5 cách chọn.
  Suy ra có $5 \cdot 6 \cdot 7 = 210$ số.
- Nếu $a_1 \neq 2$ và $a_2 = 2$ thì $a_1$ có 6 cách chọn (vì $a_1 \neq 0$), $a_3$ có 6 cách chọn, $a_4$ có 5 cách chọn.
  Suy ra có $5 \cdot 6 \cdot 6 = 180$ số.
  Tương tự đối với các trường hợp $a_3$, $a_4$ bằng 2 đều giống trường hợp $a_2 = 2$.

Suy ra số các số cần tìm là $210 + 180 \cdot 3 = 750$ số. □

**BÀI 2.** Cho các số 1, 2, 3, 4, 5.

a) Hãy tìm tất cả các số có ba chữ số khác nhau nằm trong khoảng $(300; 500)$.

b) Hãy tìm tất cả các số có ba chữ số nằm trong khoảng $(300; 500)$ (các chữ số không cần khác nhau).

**Lời giải.**

Số có ba chữ số có dạng $n = \overline{a_1a_2a_3}$.

a) Ta có $300 < n < 500$ nên $a_1$ chỉ có thể là 3 hoặc 4.

- Nếu $a_1 = 3$ thì $n = \overline{3a_2a_3}$. Khi đó,
  + $a_2$ có 4 cách chọn.
  + $a_3$ có 3 cách chọn.
  Do đó, có $4 \times 3 = 12$ số.
- Nếu $a_1 = 4$ thì $n = \overline{4a_2a_3}$. Khi đó,
  + $a_2$ có 4 cách chọn.
  + $a_3$ có 3 cách chọn.
  Do đó, có $4 \times 3 = 12$ số.

Vậy có tất cả $12 + 12 = 24$ số.

QUICK NOTE

b) Ta có $300 < n < 500$ nên $a_1 \in \{3, 4\}$. Kết hợp với các chữ số không cần khác nhau thì

- $a_1$ có 2 cách chọn.
- $a_2$ có 5 cách chọn.
- $a_3$ có 5 cách chọn.

Vậy có tất cả $2 \times 5 \times 5 = 50$ số.

□

**BÀI 3.** Từ các chữ số 0, 4, 5, 7, 9.

a) Có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau.

b) Có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau và lớn hơn 5000?

c) Có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số chia hết cho 5?

**Lời giải.**

a) Gọi số cần tìm là $n = \overline{a_1a_2a_3a_4}$.

- $a_1$ có 4 cách chọn (vì $a_1 \neq 0$).
- $a_2$ có 4 cách chọn.
- $a_3$ có 3 cách chọn.
- $a_4$ có 2 cách chọn.

Suy ra có $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 = 96$ số.

b) Số lớn hơn 5000 thì chữ số hàng nghìn $a_1 \geq 5$.

- Nếu $a_1 = 5$ thì $n = \overline{5a_2a_3a_4}$.
  Khi đó $a_2$ có 4 cách chọn, $a_3$ có 3 cách chọn, $a_4$ có 2 cách chọn.
  Suy ra có $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ số.
- Nếu $a_1 = 7$ hoặc $a_1 = 9$ thì cũng giống trường hợp $a_1 = 5$

Suy ra có tất cả $24 \cdot 3 = 72$ số lớn hơn 5000.

c) Số chia hết cho 5 phải có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 nên $a_4$ có 2 cách chọn.

- Nếu $a_4 = 0$ thì $n = \overline{a_1a_2a_30}$.
  Khi đó $a_1$ có 4 cách chọn, $a_2$ có 3 cách chọn, $a_3$ có 2 cách chọn.
  Suy ra có $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ số.
- Nếu $a_4 = 5$ thì $n = \overline{a_1a_2a_35}$.
  Khi đó $a_1$ có ba cách chọn (vì $a_1 \neq 0$), $a_2$ có 3 cách chọn, $a_3$ có hai cách chọn.
  Suy ra có $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ số.

Vậy có tất cả $24 + 18 = 42$ số.

□

**BÀI 4.** Một lớp học có 3 tổ. Tổ I gồm có 3 học sinh nam và 7 học sinh nữ; tổ II gồm có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ; tổ III gồm có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Cô giáo chủ nhiệm cần chọn ra một học sinh nam và một học sinh nữ để tham gia hoạt động tình nguyện. Hỏi cô giáo có bao nhiêu cách chọn, nếu cô muốn chọn hai em học sinh ở hai tổ khác nhau?

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn ra một học sinh nam và học sinh nữ thỏa yêu cầu đề bài được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- Phương án 1: Chọn nam tổ $I$ và nữ ở hai tổ còn lại.
  - Công đoạn 1: Chọn 1 học sinh nam trong tổ $I$. Có 3 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn 1 học sinh nữ từ hai tổ còn lại. Có 9 cách.
    Theo quy tắc nhân, số cách trong phương án này là $3 \times 9 = 27$ cách. (1)
- Phương án 2: Chọn nam tổ $II$ và nữ ở hai tổ còn lại.
  Tương tự phương án 1, ta có số cách trong phương án này là $5 \times 11 = 55$ cách. (2)

QUICK NOTE

- Phương án 3: Chọn nam tổ $III$ và nữ ở hai tổ còn lại. Có $6 \times 12 = 72$ cách. (3)

Từ (1), (2) và (3), theo quy tắc cộng, ta có tổng số cách chọn là $27 + 55 + 72 = 154$ cách. □

**BÀI 5.** Từ tập $E = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và số tự nhiên này lớn hơn 3452?

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số tự nhiên $\overline{abcd}$ gồm 4 chữ số phân khác nhau từ tập $E$ thỏa $\overline{abcd} > 3452$ được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- Phương án 1: $\overline{abcd} = \overline{345d}$ với $d > 2$.
  Vì $d$ có duy nhất một cách chọn là $d = 6$ nên phương án này có 1 số thỏa mãn. (1)
- Phương án 2: $\overline{abcd} = \overline{34cd}$ với $c > 5$.
  - Công đoạn 1: Chọn $c \in E$, $c > 5$. Có 1 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $d \in E \backslash \{3; 4; c\}$. Có 4 cách.
    Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $1 \cdot 4 = 4$. (2)
- Phương án 3: $\overline{abcd} = \overline{3bcd}$ với $b > 4$.
  - Công đoạn 1: Chọn $b \in \{5; 6\}$. Có 2 cách
  - Công đoạn 2: Chọn $c \in E \backslash \{3; b\}$. Có 5 cách.
  - Công đoạn 3: Chọn $d \in E \backslash \{3; b, c\}$. Có 4 cách.
    Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $2 \cdot 5 \cdot 4 = 40$. (3)
- Phương án 4: $\overline{abcd}$ với $a > 3$.
  - Công đoạn 1: Chọn $a \in \{4; 5; 6\}$. Có 3 cách
  - Công đoạn 2: Chọn $b \in E \backslash \{a\}$. Có 6 cách.
  - Công đoạn 3: Chọn $c \in E \backslash \{a; b\}$. Có 5 cách.
  - Công đoạn 4: Chọn $d \in E \backslash \{a; b; c\}$. Có 4 cách.
    Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 360$. (4)

  Từ (1), (2), (3) và (4) theo quy tắc cộng, ta có số các số thỏa đề là $1 + 4 + 40 + 360 = 405$.

□

**BÀI 6.** Từ tập $E = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 3?

**Lời giải.**

Các tập con gồm 4 phần tử của $E$ mà có tổng các chữ số chia hết cho 3 là
$\{0; 1; 2; 3\}, \{0; 1; 2; 6\}, \{0; 1; 3; 5\}, \{0; 1; 5; 6\}, 0; 2; 3; 4\}, \{0; 2; 4; 6\}, \{0; 3; 4; 5\}, \{0; 4; 5; 6\}$,
$\{1; 2; 3; 6\}, \{1; 2; 4; 5\}, \{1; 3; 4; 5\}, \{2; 3; 4; 6\}, \{3; 4; 5; 6\}$.
Mỗi cách lập ra số tự nhiên $\overline{abcd}$ gồm 4 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 3 được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1: Số $\overline{abcd}$ được tạo thành từ một tập con có chữ số 0.
  - Công đoạn 1: Chọn $a \neq 0$. Có 3 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $b$, $c$ phân biệt từ 3 số còn lại. Có $3 \cdot 2 = 6$ cách.
    Theo quy tắc nhân, số các số abcd được tạo thành từ một tập con có chữ số 0 là $3 \cdot 6 = 18$.

  Vì có 8 tập con chứa số 0 nên trong phương án này có $8 \cdot 18 = 144$ số. (1)
- Phương án 2: Số $\overline{abcd}$ được tạo thành từ một tập con không có chữ số 0.
  - Công đoạn 1: Chọn $a$. Có 4 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $b$, $c$ phân biệt từ 3 số còn lại. Có $3 \cdot 2 = 6$ cách.
    Theo quy tắc nhân, số các số $\overline{abcd}$ được tạo thành từ một tập con không có chữ số 0 là $4 \cdot 6 = 24$.

  Vì có 5 tập con không chứa số 0 nên trong phương án này có $5 \cdot 24 = 120$. (2)

Từ (1) và (2) theo quy tắc cộng ta có số các số thỏa đề là $144 + 120 = 264$. □

QUICK NOTE

**BÀI 7.** Có bao nhiêu cách chọn một vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé có chữ số 5 và có số chẵn?

**Lời giải.**

Gọi $x$ là số các vé số gồm 5 chữ số, còn $y$ là số vé số gồm 5 chữ số sao cho trong đó không có chữ số 5 hoặc không có chữ số chẵn thì $x-y$ là số các vé số gồm 5 chữ số trong đó có có số 5 và có chữ số chẵn.

- Tìm $x$.
  Mỗi số ghi trên vé số là một dãy số có 5 chữ số *abcde*, mỗi chữ số có thể bằng 0 và các chữ số có thể giống nhau nên theo quy tắc nhân, ta có $x = 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10 = 10^5$.

- Tìm $y$.
  Gọi $C$ là tập hợp các vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 5, $D$ là tập hợp các vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số chẵn thì $C\cup D$ là tập hợp các vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 5 hoặc không có chữ số chẵn và $C\cap D$ là tập hợp các vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 5 và không có chữ số chẵn (tức là các số ghi trên vé chỉ gồm các số trong tập $\{1;3;7;9\}$).

  — Áp dụng quy tắc nhân, ta tìm được

  $$n(C) = 9\cdot 9\cdot 9\cdot 9\cdot 9 = 9, n(D) = 5\cdot 5\cdot 5\cdot 5\cdot 5 = 5^5, n(C\cap D) = 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4 = 4^5.$$

  — Ta có $y = n(C\cup D) = n(C) + n(D) - n(C\cap D) = 9^5 + 5^5 - 4^5 = 61150.$

Vậy số các vé số thỏa đề bài là $x - y = 100000 - 38850$. □

## 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau?

A 136080. B 136800. C 1360800. D 138060.

**Lời giải.**

Số số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau là $9\times 9\times 8\times 7\times 6\times 5 = 136080$.

Chọn đáp án A □

**CÂU 2.** Bạn Anh muốn qua nhà bạn Bình để rủ Bình đến nhà bạn Châu chơi. Từ nhà Anh đến nhà Bình có 3 con đường. Từ nhà Bình đến nhà Châu có 5 con đường. Hỏi bạn Anh có bao nhiêu cách chọn đường đi từ nhà mình đến nhà bạn Châu?

A 6. B 15. C 4. D 8.

**Lời giải.**

Có 3 cách chọn một đường đi từ nhà Anh đến nhà Bình và có 5 cách chọn một đường đi từ nhà Bình đến nhà Châu. Do đó có $3\cdot 5 = 15$ cách để chọn một đường đi từ nhà Anh đến nhà Châu.

Chọn đáp án B □

**CÂU 3.** Bạn Mai có ba cái áo màu khác nhau và hai quần kiểu khác nhau. Hỏi Mai có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo?

A 10. B 20. C 6. D 5.

**Lời giải.**

Chọn một cái áo trong ba cái áo màu khác nhau, số cách chọn là 3.

Chọn một cái quần trong hai quần kiểu khác nhau, số cách chọn là 2.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn một bộ quần áo là $3\cdot 2 = 6$.

Chọn đáp án C □

**CÂU 4.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 60?

A 30. B 17. C 25. D 42.

**Lời giải.**

- Số cần tìm có 1 chữ số $\Rightarrow$ có 5 số thỏa mãn yêu cầu.
- Số cần tìm có 2 chữ số $\Rightarrow$ có $5\cdot 5 = 25$ số thỏa mãn yêu cầu.

Vậy có $5 + 25 = 30$ (số thỏa mãn yêu cầu).

Chọn đáp án A □

QUICK NOTE

**CÂU 5.** Từ các số của tập hợp $\{0;1;2;3;4;5\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ít nhất 5 chữ số và các chữ số đôi một phân biệt?

(A) 624. (B) 522. (C) 312. (D) 405.

**Lời giải.**

Theo đề bài ta cần tìm số các số tự nhiên chẵn có 6 chữ số và 5 chữ số đôi một phân biệt từ tập hợp đã cho.

a) Số tự nhiên có 6 chữ số có dạng $n = \overline{abcdef}$.

- Nếu $f = 0$ thì mỗi cách chọn chữ số cho các vị trí $a$, $b$, $c$, $d$, $e$ là một hoán vị của 5 phần tử 1, 2, 3, 4, 5. Do đó có 5! số.
- Nếu $f \in \{2;4\}$ thì $a \neq 0$ nên $a$ có 4 cách chọn và mỗi cách chọn chữ số cho các vị trí $b$, $c$, $d$, $e$ là một hoán vị của 4 phần tử còn lại. Do đó có $2 \times 4 \times 4!$ số.
  Vậy có tất cả $5! + 2 \times 4 \times 4! = 312$ số chẵn có 6 chữ số đôi một phân biệt.

b) Số tự nhiên có 5 chữ số có dạng $n = \overline{abcde}$.

- Nếu $e = 0$ thì mỗi cách chọn chữ số cho các vị trí $a$, $b$, $c$, $d$ là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử 1, 2, 3, 4, 5. Do đó có $\mathrm{A}_5^4$ số.
- Nếu $e \in \{2;4\}$ thì $a \neq 0$ nên $a$ có 4 cách chọn và mỗi cách chọn chữ số cho các vị trí $b$, $c$, $d$ là một chỉnh hợp chập 3 của 4 phần tử còn lại. Do đó có $2 \times 4 \times \mathrm{A}_4^3$ số.
  Như thế có tất cả $\mathrm{A}_5^4 + 2 \times 4 \times \mathrm{A}_4^3 = 312$ số chẵn có 5 chữ số đôi một phân biệt.

Vậy có tất cả $312 + 312 = 624$ số tự nhiên chẵn có ít nhất 5 chữ số và các chữ số đôi một phân biệt.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 6.** Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$, từ tập $A$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 2?

(A) 1230. (B) 2880. (C) 1260. (D) 8232.

**Lời giải.**

Gọi các số thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$, với $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in A$.

**Trường hợp 1**: $a_5 = 0$.

- Vị trí $a_1$ có 6 cách chọn từ tập $A \setminus \{0\}$.
- Vị trí $a_2$ có 5 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_1\}$.
- Vị trí $a_3$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_1; a_2\}$.
- Vị trí $a_4$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_1; a_2; a_3\}$.

Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ số.

**Trường hợp 2**: $a_5 \neq 0$.

- Vì số cần tìm chia hết cho 2 nên $a_5$ có 3 cách chọn từ tập $\{2;4;6\}$.
- Vị trí $a_1$ có 5 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_5\}$.
- Vị trí $a_2$ có 5 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_5; a_1\}$.
- Vị trí $a_3$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_5; a_1; a_2\}$.
- Vị trí $a_4$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_5; a_1; a_2; a_3\}$.

Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 900$ số.

Theo quy tắc cộng, số các số thỏa mãn bài toán là $360 + 900 = 1260$ số.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 7.** Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau?

(A) 160. (B) 156. (C) 752. (D) 240.

**Lời giải.**

Gọi các số thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$, với $a_1, a_2, a_3, a_4 \in A = \{0;1;2;3;4;5\}$.

**Trường hợp 1**: $a_4 = 0$.

Vị trí $a_1$ có 5 cách chọn từ tập $A \setminus \{0\}$.

Vị trí $a_2$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_1\}$.

Vị trí $a_3$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_1; a_2\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ số.
**Trường hợp 2**: $a_4 \neq 0$.
Vì số cần tìm là số chẵn nên $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $\{2; 4\}$.
Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_4\}$.
Vị trí $a_2$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_4; a_1\}$.
Vị trí $a_3$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_4; a_1; a_2\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 96$ số.
Theo quy tắc cộng, số các số thỏa mãn bài toán là $60 + 96 = 156$ số.
Chọn đáp án B □

**CÂU 8.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3?

A 108. B 228. C 36. D 144.

**Lời giải.**

Gọi các số thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$, với $a_1, a_2, a_3, a_4 \in A = \{0; 1; 2; 3; 5; 8\}$.
**Trường hợp 1**: $a_4 = 3$.
Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; 3\}$.
Vị trí $a_2$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_1; 3\}$.
Vị trí $a_3$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_1; a_2; 3\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ số.
**Trường hợp 2**: $a_1 = 3$.
Vì số cần tìm là số lẻ nên $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $\{1; 5\}$.
Vị trí $a_2$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{3; a_4\}$.
Vị trí $a_3$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{3; a_4; a_2\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$ số.
**Trường hợp 3**: $a_1 \neq 3$ và $a_4 \neq 3$.
Vì số cần tìm là số lẻ nên $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $\{1; 5\}$.
Vị trí $a_1$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; 3; a_4\}$.
Chọn 1 vị trí để đặt số 3, có 2 cách (vị trí $a_2$, $a_3$).
Vị trí cuối cùng có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_4; a_1; 3\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 36$ số.
Theo quy tắc cộng, số các số thỏa mãn bài toán là $48 + 24 + 36 = 108$ số.
Chọn đáp án A □

**CÂU 9.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có sáu chữ số và thỏa mãn điều kiện: sáu chữ số của mỗi số là khác nhau và chữ số hàng nghìn lớn hơn 2?

A 720. B 360. C 288. D 240.

**Lời giải.**

Gọi các số thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$, với $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
Vì số cần tìm có hàng nghìn lớn hơn 2 nên $a_3 \geq 3$.
**Trường hợp 1**: $a_3$ là số lẻ.
Vị trí $a_3$ có 2 cách chọn từ tập $\{3; 5\}$.
Vì số cần tìm là số chẵn nên $a_6$ có 3 cách chọn từ tập $\{2; 4; 6\}$.
Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6\}$.
Vị trí $a_2$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1\}$.
Vị trí $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2\}$.
Vị trí $a_5$ có 1 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2; a_3\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 144$ số.
**Trường hợp 2**: $a_3$ là số chẵn.
Vị trí $a_3$ có 2 cách chọn từ tập $\{4; 6\}$.
Vì số cần tìm là số chẵn nên $a_6$ có 2 cách chọn từ tập $\{2; 4; 6\} \setminus \{a_3\}$.
Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6\}$.
Vị trí $a_2$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1\}$.
Vị trí $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2\}$.
Vị trí $a_5$ có 1 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2; a_3\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$ số.
Theo quy tắc cộng, số các số thỏa mãn bài toán là $144 + 96 = 240$ số.
Chọn đáp án D □

QUICK NOTE

QUICK NOTE

**CÂU 10.** Xét mạng đường nối các tỉnh $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $G$, trong đó số viết trên một cạnh cho biết số con đường nối hai tỉnh nằm ở hai đầu mút của cạnh. Số cách đi từ tỉnh $A$ đến tỉnh $G$ là

(A) 23. (B) 252. (C) 2880. (D) 522.

**Lời giải.**

- Đi từ $A$ đến $D$.
  - Đi có qua $B$ có $2 \times 3 = 6$ cách.
  - Đi có qua $C$ có $3 \times 4 = 12$ cách.

  Theo quy tắc cộng có $6 + 12 = 18$ cách đi từ $A$ đến $D$.
- Đi từ $D$ đến $G$.
  - Đi có qua $E$ có $2 \times 5 = 10$ cách.
  - Đi có qua $F$ có $2 \times 2 = 4$ cách.

  Theo quy tắc cộng có $10 + 4 = 14$ cách đi từ $D$ đến $G$.

Theo quy tắc nhân có $18 \times 14 = 252$ cách đi từ $A$ đến $G$.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 11.** Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số đôi một khác nhau?

(A) 168. (B) 210. (C) 84. (D) 105.

**Lời giải.**
Gọi số tự nhiên cần tìm là $n = \overline{abc}$ với $a \neq 0$.

a) Trường hợp 1. Xét $n = \overline{ab0}$.
   - $a$ có 6 cách chọn vì $a \neq 0$.
   - $b$ có 5 cách chọn vì $b \neq 0, b \neq a$.

   Theo quy tắc nhân ta có $6 \times 5 = 30$ số cần tìm.

b) Trường hợp 2. Xét $n = \overline{abc}$ với $c \in \{2; 4; 6\}$.
   - $c$ có 3 cách chọn.
   - $a$ có 5 cách chọn vì $a \neq 0, a \neq c$.
   - $b$ có 5 cách chọn vì $b \neq a, b \neq c$.

   Theo quy tắc nhân ta có $3 \times 5 \times 5 = 75$ số cần tìm.

Theo quy tắc cộng ta có $30 + 75 = 105$ số cần tìm.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 12.** Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn hai thẻ sao cho tích hai số trên hai thẻ là số chẵn?

(A) 32. (B) 36. (C) 26. (D) 72.

**Lời giải.**
Trong 9 thẻ có 4 số chẵn và 5 số lẻ. Ta có các trường hợp sau:

- Cả 2 thẻ đều là số chẵn thì có $\dfrac{4 \times 3}{2} = 6$ cách.
- 1 thẻ là số chẵn, 1 thẻ là số lẻ thì có $4 \times 5 = 20$ cách.

Theo quy tắc cộng ta có $6 + 20 = 26$ cách.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 13.** Từ tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5, gồm năm chữ số khác nhau sao cho trong đó luôn có mặt các chữ số 1, 2, 3 và chúng đứng cạnh nhau ?

(A) 46. (B) 66. (C) 52. (D) 44.

**Lời giải.**

QUICK NOTE

- Trường hợp 1: Số cần tìm có dạng $\overline{123de}$.
  + Chọn $e \in \{0; 5\}$ có 2 cách chọn.
  + Chọn $d \in \{0; 4; 6; 5\} \setminus \{e\}$ có 3 cách chọn.
  + Có $2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$ số cần tìm.
- Trường hợp 2: Số cần tìm có dạng $\overline{a123e}$.
  + Chọn $e = 0$, $a = 5$, trường hợp này có $1 \cdot 6 \cdot 1 = 6$ số.
  + Chọn $e \in \{0; 5\}$, $a \in \{6; 4\}$, trường hợp này có $2 \cdot 6 \cdot 2 = 24$ số.
  Vậy trường hợp này có $6 + 24 = 30$ số.

Số các số cần tìm là $36 + 30 = 66$ số.
Chọn đáp án B

**CÂU 14.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

**A** 42. **B** 40. **C** 38. **D** 36.

**Lời giải.**

Số tự nhiên $x$ có dạng $\overline{abc}$ với $a$, $b$, $c \in A$ và đôi một phân biệt.
Vì số tạo ra chia hết cho 5 nên $c \in \{0; 5\}$.
Với $c = 0$, $b$ có 5 cách chọn, $a$ có 4 cách chọn nên $5 \times 4 = 20$ số cần tìm.
Với $c = 5$, số số $\overline{ab}$ thỏa mãn tiếp theo là $5 \times 4 - 4 = 16$.
Vậy có tất cả $20 + 16 = 36$ số.
Chọn đáp án D

**CÂU 15.** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm hai chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$?

**A** 5. **B** 15. **C** 13. **D** 22.

**Lời giải.**

Số tự nhiên thỏa mãn có dạng $\overline{ab}$. Vì cần số chẵn nên $b \in \{0; 2; 4\}$.
Với $b = 0 \Rightarrow a \in \{1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow 5$ số.
Với $b \neq 0 \Rightarrow b$ có 2 cách chọn là $2, 4$; $a$ có 4 cách chọn.
Khi đó số các số cần tìm là $2 \times 4 = 8$ số.
Vậy có tất cả $8 + 5 = 13$ số.
Chọn đáp án C

**CÂU 16.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

**A** 36. **B** 62. **C** 54. **D** 42.

**Lời giải.**

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập $A$ có thể lập được 6 số có một chữ số.
Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $a$, $b \in A$.
Trong đó:
- $a$ được chọn từ tập $A$ (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn
- $b$ được chọn từ tập $A$ (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6 \times 6 = 36$ số có hai chữ số.
Vậy, từ $A$ có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.
Chọn đáp án D

**CÂU 17.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

**A** 156. **B** 144. **C** 96. **D** 134.

**Lời giải.**

Đặt $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $a$, $b$, $c$, $d \in A$.
Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d = \{0, 2, 4\}$.
TH1. Nếu $d = 0$, số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó:
- $a$ được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn
- $b$ được chọn từ tập $A \setminus \{0, a\}$ nên có 4 cách chọn.
- $c$ được chọn từ tập $A \setminus \{0, a, b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$.
TH2. Nếu $d = \{2, 4\} \Rightarrow d$: có 2 cách chọn.
Khi đó $a$ có 4 cách chọn (khác 0 và $d$), $b$ có 4 cách chọn và $c$ có 3 cách chọn.
Như vậy, ta có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số cần tìm như trên.
Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm.
Chọn đáp án A

QUICK NOTE

**CÂU 18.** Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$. Từ tập $A$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

(A) 600. (B) 432. (C) 679. (D) 523.

**Lời giải.**

Gọi $x = \overline{abcde}$ là số cần lập, $e \in \{0;5\}$, $a \neq 0$.

- $e = 0 \Rightarrow e$ có 1 cách chọn, cách chọn $a, b, c, d$ tương ứng là $6, 5, 4, 3$. Trường hợp này có $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ số.
- $e = 5 \Rightarrow e$ có 1 cách chọn, cách chọn $a, b, c, d$ tương ứng là $5, 5, 4, 3$. Trường hợp này có $5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$ số.

Vậy có 660 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

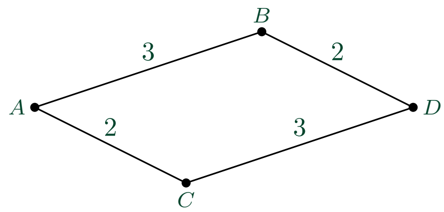
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 19.** Từ thành phố $A$ đến thành phố $B$ có 3 con đường, từ thành phố $A$ đến thành phố $C$ có 2 con đường, từ thành phố $B$ đến thành phố $D$ có 2 con đường, từ thành phố $C$ đến thành phố $D$ có 3 con đường, không có con đường nào nối từ thành phố $C$ đến thành phố $B$. Hỏi có bao nhiêu con đường đi từ thành phố $A$ đến thành phố $D$.

(A) 6. (B) 12. (C) 18. (D) 36.

**Lời giải.**

Số cách đi từ $A$ đến $D$ bằng cách đi từ $A$ đến $B$ rồi đến $D$ là $3 \times 2 = 6$.
Số cách đi từ $A$ đến $D$ bằng cách đi từ $A$ đến $C$ rồi đến $D$ là $2 \times 3 = 6$.
Nên có: $6 + 6 = 12$ cách.




Chọn đáp án (B) □

**CÂU 20.** Số 1746360 có bao nhiêu ước số nguyên?

(A) 120. (B) 240. (C) 60. (D) 480.

**Lời giải.**

Ta có $1746360 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11$.
Mỗi ước nguyên dương của 1746360 có dạng $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d \cdot 11^e$ với $a \in \{0;1;2;3\}$, $b \in \{0;1;2;3;4\}$, $c \in \{0;1\}$, $d \in \{0;1;2\}$ và $e \in \{0;1\}$.
Suy ra có $4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 240$ ước nguyên dương của 1746360.
Vậy số 1746360 có 480 ước số nguyên.

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 21.** Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 7, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và luôn chứa một bộ phận là "35"?

(A) 60. (B) 70. (C) 52. (D) 56.

**Lời giải.**

TH 1. Số có dạng $\overline{35ab}$.

(a) $a$ có 5 cách chọn.
(b) $b$ có 4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân thì ta có $5 \cdot 4 = 20$ số.

TH 2. Số có dạng $\overline{a35b}$ hoặc $\overline{ab35}$.

(a) $a$ có 4 cách chọn.
(b) $b$ có 4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân thì ta có $4 \cdot 4 \cdot 2 = 32$ số.

Theo quy tắc cộng ta có $20 + 32 = 52$ số.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 22.** Bình $A$ chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình $B$ chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình $C$ chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau?

(A) 180. (B) 60. (C) 150. (D) 120.

**Lời giải.**

Mỗi cách lấy ra từ mỗi bình 1 quả cầu sao cho 3 quả cầu lấy ra có cùng màu được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1: Ba quả cầu lấy ra cùng màu xanh, có $3 \times 4 \times 5 = 60$ cách lấy.
- Phương án 2: Ba quả cầu lấy ra cùng màu đỏ, có $4 \times 3 \times 5 = 60$ cách lấy.
- Phương án 3: Ba quả cầu lấy ra cùng màu trắng, có $5 \times 6 \times 2 = 60$ cách lấy.

Vậy có tất cả $60 + 60 + 60 = 180$ cách lấy quả cầu thoả mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 23.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số được viết từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số đó chia hết cho 15?

(A) 132. (B) 432. (C) 234. (D) 243.

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $N = \overline{a_1a_2a_3a_4}$.
Do $N$ chia hết cho 15 nên $N$ phải chia hết cho 3 và 5, nên $a_4$ phải bằng 5 và $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ phải chia hết cho 3.
Do vai trò các chữ số $a_1$, $a_2$, $a_3$ là như nhau, mỗi chữ số $a_1$ và $a_2$ có 9 cách chọn nên ta xét các trường hợp

- Nếu $a_1 + a_2 + a_4 = 3k$ thì $a_3 \in \{3; 6; 9\}$ có 3 cách chọn.
- Nếu $a_1 + a_2 + a_4 = 3k + 1$ thì $a_3 \in \{2; 5; 8\}$ có 3 cách chọn.
- Nếu $a_1 + a_2 + a_4 = 3k + 2$ thì $a_3 \in \{1; 4; 7\}$ có 3 cách chọn.

Vậy trong phương án thì $a_3$ có 3 cách chọn.
Vậy có tất cả $1 \times 9^2 \times 3 = 243$ số thỏa mãn.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 24.** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm ba chữ số khác nhau?

(A) 328. (B) 500. (C) 360. (D) 405.

**Lời giải.**

Đặt $E = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.
Mỗi cách lập ra số tự nhiên $\overline{abc}$ là số chẵn, gồm 3 chữ số phân biệt từ tập $E$ được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- Phương án 1: $c = 0$.
  - Công đoạn 1: Chọn $a \in E \setminus \{0\}$. Có 9 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $b \in E \setminus \{a; 0\}$. Có 8 cách.

  Theo quy tắc nhân số cách chọn trong phương án này là $9 \cdot 8 = 72$. (1)
- Phương án 2: $c \in \{2; 4; 6; 8\}$.
  - Công đoạn 1: Chọn $c \in \{2; 4; 6; 8\}$. Có 4 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $a \in E \setminus \{c; 0\}$. Có 8 cách.
  - Công đoạn 3: Chọn $b \in E\{a, c\}$. Có 8 cách.

  Theo quy tắc nhân số cách chọn trong phương án này là $4 \cdot 8 \cdot 8 = 256$. (2)
  Từ (1) và (2) theo quy tắc cộng, ta có số các số tự nhiên thỏa đề bài là $72 + 256 = 328$.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 25.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt và chia hết cho 3?

(A) 34. (B) 30. (C) 48. (D) 40.

**Lời giải.**

Giả sử số tự nhiên cần lập có dạng $\overline{abc}$.
Để số lập được chia hết cho 3 thì $a + b + c$ phải chia hết cho 3.
Khi đó $a, b, c$ thuộc các tập hợp sau đây

$$\{0; 1; 2\}, \{0; 1; 5\}, \{0; 2; 4\}, \{0; 4; 5\}, \{1; 2; 3\}, \{1; 3; 5\}, \{2; 3; 4\}, \{3; 4; 5\}.$$

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Suy ra có $4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40$ số chia hết cho 3.
Vậy ta có 40 số thoả yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 26.** Từ các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 500?

(A) 120. (B) 80. (C) 60. (D) 45.

**Lời giải.**

Mỗi các lập số tự nhiên bé hơn 500 từ các chữ số đã cho được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- Phương án 1: Số có một chữ số: Có 5 cách lập.
- Phương án 2: Số có 2 chữ số có $5 \cdot 5 = 25$ cách.
- Phương án 3: Số có 3 chữ số chữ số. Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ khi đó chữ số $a$ nhỏ hơn bằng 4 và các chữ số $b$, $c$ được chọn tùy ý.
  $a \in \{1; 3\}$: có 2 cách chọn.
  $b$ có 5 cách chọn, $c$ có 5 cách chọn.
  Vậy có $2 \cdot 5 \cdot 5 = 50$ cách.

Theo quy tắc cộng ta có số các số thỏa đề bài là $5 + 25 + 50 = 80$.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 27.** Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?

(A) 249. (B) 1500. (C) 3204. (D) 2942.

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số $\overline{abcdef}$ thỏa đề bài được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1: Số cần tìm có dạng $\overline{154def}$.
  — Công đoạn 1: Chọn $d$. Có 7 cách chọn.
  — Công đoạn 2: Chọn $e$. Có 6 cách chọn.
  — Công đoạn 3: Chọn $f$. Có 5 cách chọn.
  Theo quy tắc nhân, phương án này có $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ cách chọn.
- Phương án 2: Số cần tìm có dạng $\overline{a154ef}$.
  — Công đoạn 1: Chọn $a$. Có 6 cách chọn.
  — Công đoạn 2: Chọn $e$. Có 6 cách chọn.
  — Công đoạn 3: Chọn $f$. Có 5 cách chọn.
  Theo quy tắc nhân, phương án này có $6 \cdot 6 \cdot 5 = 180$ cách chọn.
- Phương án 3: Số cần tìm có dạng $\overline{ab154f}$.
  Tương tự phương án 2, có 180 cách chọn.
- Phương án 4: Số cần tìm có dạng $\overline{abc154}$.
  Tương tự phương án 2, có 180 cách chọn.

Do vị trí số 1 và 4 có vai trò như nhau nên tất cả có $(210 + 3 \cdot 180) \cdot 2 = 1500$ cách chọn.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 28.** Từ các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 379?

(A) 30. (B) 60. (C) 12. (D) 20.

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số $\overline{abc} < 379$ được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1. $\overline{abc}$ với $a < 3$.
  — Công đoạn 1: Chọn $a < 3$. Có 1 cách chọn.
  — Công đoạn 2: Chọn $b$. Có 4 cách chọn.
  — Công đoạn 3: Chọn $c$. Có 3 cách chọn.
  Theo quy tắc nhân, phương án này có $1 \cdot 4 \cdot 3 = 12$ số. (1)
- Phương án 2. $\overline{abc} = \overline{3bc}$ với $b < 7$.

QUICK NOTE

— Công đoạn 1. Chọn $b$. Có 2 cách chọn.

— Công đoạn 2. Chọn $c$. Có 3 cách chọn.
Theo quy tắc nhân, phương án này có $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ số. (2)

- Phương án 3: $\overline{abc} = \overline{37c}$ với $c < 9$.
Vì $c \in \{1; 5\}$ nên có 2 cách chọn $c$. Phương án này có 2 số thỏa mãn. (3)

Từ (1), (2) và (3), theo quy tắc cộng, ta có số các số thỏa đề bài là $12 + 6 + 2 = 20$ số.
Chọn đáp án D

**CÂU 29.** Xếp 6 người $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho $A$ và $F$ không ngồi cạnh nhau?

A 260. B 480. C 460. D 240.

**Lời giải.**

Để xếp 6 người $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ vào một ghế dài sao cho $A$ và $F$ không ngồi cạnh nhau, ta có 2 phương án sau:

- Phương án 1: $A$ ở hai đầu ghế, có 2 cách chọn vị trí cho $A$. Tiếp đến chọn vị trí cho $F$, có 4 cách chọn. Xếp 4 người còn lại có 4! cách xếp.
Suy ra có $2 \cdot 4 \cdot 4! = 192$ cách.

- Phương án 2: $A$ không ngồi ở hai đầu ghế, có 4 cách chọn vị trí cho $A$. Tiếp đến chọn vị trí cho $F$, có 3 cách chọn. Xếp 4 người còn lại có 4! cách xếp.
Suy ra có $4 \cdot 3 \cdot 4! = 288$ cách.

Vậy có $192 + 288 = 480$ cách sắp xếp thỏa mãn bài toán.
**Cách khác:**
Xếp 6 người vào ghế ta có $6! = 720$ cách.
Ta xếp $A$ và $F$ ngồi cạnh nhau như sau

- Xem hai người $A$ và $F$ là nhóm $X$. Xếp nhóm $X$ và 4 người $B$, $C$, $D$ vào ghế, có 5! cách.

- $A$ và $F$ có thể đổi chỗ cho nhau, nên có 2 cách đổi chỗ cho $A$ và $F$.

- Khi đó có $5! \cdot 2 = 240$ cách xếp hai người $A$ và $F$ ngồi cạnh nhau.

Vậy có $720 - 240 = 480$ cách xếp sao cho $A$ và $F$ không ngồi cạnh nhau.
Chọn đáp án B

**CÂU 30.** Từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 15?

A 200. B 240. C 222. D 120.

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde}$, thỏa mãn các chữ số đều khác nhau.
Để chia hết cho 15 thì phải chia hết cho 3 và 5. Do đó tận cùng phải là 0 hoặc 5.

**Phương án 1.** $e = 0$, khi đó $a + b + c + d$ phải chia hết cho 3. Suy ra ta có các cặp gồm $\{1, 2, 3, 6\}$; $\{1, 2, 4, 5\}$; $\{1, 3, 5, 6\}$;$\{2, 3, 4, 6\}$; $\{3, 4, 5, 6\}$.
Phương án này có $5 \times 4! = 120$ cách.

**Phương án 2.** $e = 5$, khi đó $a + b + c + d$ phải chia cho 3 dư 1. Suy ra ta có các cặp gồm $\{0, 1, 2, 4\}$; $\{0, 1, 3, 6\}$; $\{0, 3, 4, 6\}$; $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 4, 6\}$.
Suy ra có $3 \times 3 \times 3! + 2 \times 4! = 102$.

Vậy có tất cả là $120 + 102 = 222$ cách.
Chọn đáp án C

**CÂU 31.** Từ các chữ số 0, 1, 2 có thể thành lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 9 chữ số và là bội số của 3 đồng thời bé hơn $2 \cdot 10^8$?

A 4374. B 2187. C 6561. D 3645.

**Lời giải.**

Gọi số thỏa mãn bài có dạng $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9}$ trong đó $a_i \in \{0; 1; 2\}$ và các $a_i$ không đồng thời bằng 0.
Vì $A < 2 \cdot 10^8$ nên $a_1 = 1 \Rightarrow a_1$ có 1 cách chọn.
Các chữ số từ $a_2$ đến $a_8$ đều có 3 cách chọn.
Khi đó $a_1 + a_2 + \ldots + a_8$ có thể chia hết cho 3 hoặc chia cho 3 dư 1 hoặc chia cho 3 dư 2.

QUICK NOTE

+ Nếu $a_1 + a_2 + \ldots + a_8$ chia hết cho 3 thì $a_9 = 0$.
+ Nếu $a_1 + a_2 + \ldots + a_8$ chia cho 3 dư 1 thì $a_9 = 2$.
+ Nếu $a_1 + a_2 + \ldots + a_8$ chia cho 3 dư 2 thì $a_9 = 1$.
$\Rightarrow$ chữ số $a_9$ có đúng 1 cách chọn.
Vậy có $1.3^7.1 = 2187$ số cần tìm.
Chọn đáp án B

**CÂU 32.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có sáu chữ số và thỏa mãn điều kiện: sáu chữ số của mỗi số là khác nhau và chữ số hàng nghìn lớn hơn 2?

**A** 240. **B** 720. **C** 360. **D** 288.

**Lời giải.**

Gọi các số thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$, với $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Vì số cần tìm có hàng nghìn lớn hơn 2 nên $a_3 \geq 3$. Mỗi cách lập ra số thỏa đề bài được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- **Phương án 1**: $a_3$ là số lẻ.
Vị trí $a_3$ có 2 cách chọn từ tập $\{3; 5\}$.
Vì số cần tìm là số chẵn nên $a_6$ có 3 cách chọn từ tập $\{2; 4; 6\}$.
Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6\}$.
Vị trí $a_2$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1\}$.
Vị trí $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2\}$.
Vị trí $a_5$ có 1 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2; a_3\}$.
Theo quy tắc nhân, số các trong phương án này là $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 144$ số. (1)

- **Phương án 2**: $a_3$ là số chẵn.
Vị trí $a_3$ có 2 cách chọn từ tập $\{4; 6\}$.
Vì số cần tìm là số chẵn nên $a_6$ có 2 cách chọn từ tập $\{2; 4; 6\} \setminus \{a_3\}$.
Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6\}$.
Vị trí $a_2$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1\}$.
Vị trí $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2\}$.
Vị trí $a_5$ có 1 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2; a_3\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số trong phương án này là $2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$ số. (2)

Từ (1) và (2) theo quy tắc cộng, số các số thỏa mãn bài toán là $144 + 96 = 240$ số.
Chọn đáp án A

**CÂU 33.** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a,\ b,\ c \in \{0; 1; \ldots; 6\}$, sao cho $a < b < c$?

**A** 120. **B** 20. **C** 40. **D** 30.

**Lời giải.**

Vì $a \neq 0$ nên $a \geq 1$. Do $a < b < c$ và $c \leq 6$ nên $a = \{1;\ 2;\ 3;\ 4\}$.

- Phương án 1. Với $a = 1$:
  - Xét $b = 2 \Rightarrow c \geq 3$, do đó có 4 số thỏa mãn.
  - Xét $b = 3 \Rightarrow c \geq 4$, do đó có 3 số thỏa mãn.
  - Xét $b = 4 \Rightarrow c \geq 5$, do đó có 2 số thỏa mãn.
  - Xét $b = 5 \Rightarrow c \geq 6$, do đó có 1 số thỏa mãn.
- Phương án 2. Với $a = 2$:
  - Xét $b = 3 \Rightarrow c \geq 4$, do đó có 3 số thỏa mãn.
  - Xét $b = 4 \Rightarrow c \geq 5$, do đó có 2 số thỏa mãn.
  - Xét $b = 5 \Rightarrow c \geq 6$, do đó có 1 số thỏa mãn.
- Phương án 3. Với $a = 3$:
  - Xét $b = 4 \Rightarrow c \geq 5$, do đó có 2 số thỏa mãn.
  - Xét $b = 5 \Rightarrow c \geq 6$, do đó có 1 số thỏa mãn.
- Phương án 4. Với $a = 4 \Rightarrow b = 5$ và $c = 6$, do đó có 1 số thỏa mãn.

Vậy có tất cả $(4 + 3 + 2 + 1) + (3 + 2 + 1) + (2 + 1) + 1 = 20$ số.
Chọn đáp án B

**CÂU 34.** Một túi có 14 viên bi gồm 5 viên màu trắng được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4; 3 viên màu xanh được đánh số từ 1 đến 3 và 2 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 2. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số?

(A) 184. (B) 120. (C) 243. (D) 190.

**Lời giải.**

Số viên bi được đánh số 1, 2, 3, 4, 5 lần lượt là 4, 4, 3, 2, 1.
Vì ba viên bi từng đôi khác số nên khi chọn, ta có thể có những phương án sau:

$$(1,2,3);(1,2,4);(1,2,5);(1,3,4);(1,3,5);(1,4,5);(2,3,4);(2,3,5);(2,4,5);(3,4,5).$$

- Phương án $(1,2,3)$: Vì số viên bi được đánh số $1,2,3$ lần lượt là 4, 4, 3 nên số cách chọn ba viên bi trong phương án này là 48 cách.
- Tương tự, những phương án còn lại lần lượt có số cách chọn là 48, 32, 16, 24, 12, 8, 24, 12, 8, 6.

Vậy có tổng cộng $48+32+16+24+12+8+24+12+8+6=190$ cách.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 35.** Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

(A) 1350. (B) 1768. (C) 2024. (D) 1771.

**Lời giải.**

Số cách rút ra ba thẻ, sao cho trong ba thẻ đó luôn có ít nhất hai thẻ mà số ghi trên hai thẻ đó là hai số tự nhiên liên tiếp, ta có các phương án .

- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 1; 2, thì thẻ thứ 3 ta có 24 cách rút.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 2; 3, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 1, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 3; 4, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 2, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 24; 25, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 23, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 25; 26, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 24, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.

Từ đó suy ra, có $24+23\times 24=576$ cách rút ra ba thẻ sao cho trong ba thẻ luôn có ít nhất hai thẻ mà số ghi trên hai thẻ đó là hai số tự nhiên liên tiếp.
Vậy số cách rút ra ba thẻ mà trong hai thẻ bất kỳ lấy ra có hai số tương ứng luôn hơn kém nhau ít nhất hai đơn vị là $n(\Omega)-576=2024$.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 36.** Xếp 6 người $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho $A$ và $F$ không ngồi cạnh nhau?

(A) 460. (B) 480. (C) 260. (D) 240.

**Lời giải.**

Mỗi cách sắp xếp 6 người $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ vào một ghế dài sao cho $A$ và $F$ không ngồi cạnh nhau được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1: $A$ ở hai đầu ghế, có 2 cách chọn vị trí cho $A$. Tiếp đến chọn vị trí cho $F$, có 4 cách chọn. Xếp 4 người còn lại có 4! cách xếp.
  Suy ra có $2\cdot 4\cdot 4!=192$ cách.
- Phương án 2: $A$ không ngồi ở hai đầu ghế, có 4 cách chọn vị trí cho $A$. Tiếp đến chọn vị trí cho $F$, có 3 cách chọn. Xếp 4 người còn lại có 4! cách xếp.
  Suy ra có $4\cdot 3\cdot 4!=288$ cách.

Vậy có $192+288=480$ cách sắp xếp thỏa mãn bài toán.
**Cách khác:**
Xếp 6 người vào ghế ta có $6!=720$ cách.
Ta xếp $A$ và $F$ ngồi cạnh nhau như sau

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- Xem hai người $A$ và $F$ là nhóm $X$. Xếp nhóm $X$ và 4 người $B$, $C$, $D$ vào ghế, có $5!$ cách.
- $A$ và $F$ có thể đổi chỗ cho nhau, nên có 2 cách đổi chỗ cho $A$ và $F$.
- Khi đó có $5! \cdot 2 = 240$ cách xếp hai người $A$ và $F$ ngồi cạnh nhau.

Vậy có $720 - 240 = 480$ cách xếp sao cho $A$ và $F$ không ngồi cạnh nhau.
Chọn đáp án B □

**CÂU 37.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có chữ số 3?

**A** 108. **B** 144. **C** 228. **D** 36.

**Lời giải.**

Gọi các số thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$, với $a_1, a_2, a_3, a_4 \in A = \{0; 1; 2; 3; 5; 8\}$.

- Phương án 1: Xét $a_4 = 3$.
  Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; 3\}$.
  Vị trí $a_2$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_1; 3\}$.
  Vị trí $a_3$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_1; a_2; 3\}$.
  Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ số.
- Phương án 2: Xét $a_1 = 3$.
  Vì số cần tìm là số lẻ nên $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $\{1; 5\}$.
  Vị trí $a_2$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{3; a_4\}$.
  Vị trí $a_3$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{3; a_4; a_2\}$.
  Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$ số.
- Phương án 3: Xét $a_1 \neq 3$ và $a_4 \neq 3$.
  Vì số cần tìm là số lẻ nên $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $\{1; 5\}$.
  Vị trí $a_1$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; 3; a_4\}$.
  Chọn 1 vị trí để đặt số 3, có 2 cách (vị trí $a_2$, $a_3$).
  Vị trí cuối cùng có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_4; a_1; 3\}$.
  Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 36$ số.

Theo quy tắc cộng, số các số thỏa mãn bài toán là $48 + 24 + 36 = 108$ số.
Chọn đáp án A □

**CÂU 38.** Từ tập $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt trong đó luôn có chữ số 2?

**A** 114. **B** 144. **C** 58. **D** 228.

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số tự nhiên $\overline{abc}$ gồm 3 chữ số phân biệt từ $E$ sao cho trong đó luôn có chữ số 2 được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- Phương án 1: Xét $\overline{abc} = \overline{ab2}$.
  - Công đoạn 1: Chọn $a \in E \setminus \{0; 2\}$. Có 6 cách.
  - Công đoạn 2. Chọn $b \in$ E $\setminus \{2; a\}$. Có 6 cách.
    Theo quy tác nhân, số cách chọn trong phương án này là $6 \cdot 6 = 36$ cách. (1)
- Phương án 2: Xét $\overline{abc} = \overline{a2c}$.
  - Công đoạn 1: Chọn $a \in E \setminus \{0; 2\}$. Có 6 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $c \in E \setminus \{2; a\}$. Có 6 cách.
    Theo quy tác nhân, số cách chọn trong phương án này là $6 \cdot 6 = 36$ cách (2)
- Phương án 3: Xét $\overline{abc} = \overline{2bc}$.
  - Công đoạn 1: Chọn $b \in E \setminus \{2\}$. Có 7 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $c \in E \setminus \{2; a\}$. Có 6 cách.
    Theo quy tác nhân, số cách chọn trong phương án này là $7 \cdot 6 = 42$ cách. (3)

Từ (1), (2) và (3) theo quy tắc cộng, ta có số các số thỏa đề bài là $36 + 36 + 42 = 114$.

QUICK NOTE

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 39.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 6 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập $A$, đồng thời có đúng 3 chữ số lẻ và 3 chữ số lẻ đó đứng cạnh nhau?

**(A)** 48. **(B)** 4464. **(C)** 240. **(D)** 1440.

**Lời giải.**

Giả sử số cần tìm gồm 3 chữ số lẻ $l_1$, $l_2$, $l_3$ và 3 chữ số chẵn $c_1$, $c_2$, $c_3$. Ta thấy rằng các chữ số $l_1$, $l_2$, $l_3$ được chọn ngẫu nhiên đôi một khác nhau trong tập hợp con của $A$ gồm các chữ số lẻ $\{1; 3; 5; 7\}$ và các chữ số $c_1$, $c_2$, $c_3$ được chọn ngẫu nhiên đôi một khác nhau trong tập hợp con của $A$ gồm các chữ số chẵn $\{0; 2; 4; 6\}$.

Vì tập $A$ có chữ số 0 nên mỗi cách laapj ra số thỏa đề bài được thực hiện theo một trong các phương án sau:

a) **Phương án** 1: Số tự nhiên lập thành có dạng $\overline{l_1l_2l_3c_1c_2c_3}$.
Theo thứ tự từ trái qua phải, $l_1$ có 4 cách chọn, $l_2$ có 3 cách chọn và $l_3$ có 2 cách chọn.
Tương tự, $c_1$ có 4 cách chọn, $c_2$ có 3 cách chọn và $c_3$ có 2 cách chọn.
Phương án này, ta có $4 \times 3 \times 2 \times 4 \times 3 \times 2 = 576$ số thỏa mãn đề.

b) **Phương án** 2: Số tự nhiên lập thành có dạng $\overline{c_1l_1l_2l_3c_2c_3}$ hoặc $\overline{c_1c_2l_1l_2l_3c_3}$.
Ở cả hai dạng này, theo thứ tự từ trái qua phải, vì $c_1 \neq 0$ nên $c_1$ có 3 cách chọn, $c_2$ có 3 cách chọn và $c_3$ có 2 cách chọn. Chữ số lẻ $l_1$ có 4 cách chọn, $l_2$ có 3 cách chọn và $l_3$ có 2 cách chọn.
Phương án này, ta có $2 \times (3 \times 3 \times 2 \times 4 \times 3 \times 2) = 864$ số thỏa mãn đề.

Vậy, ta có tổng cộng $576 + 864 = 1440$ số thỏa đề.

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 40.** Cho 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Có thể tạo ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, trong đó có mặt đủ 3 chữ số 2, 3 và 4?

**(A)** 25056. **(B)** 2376. **(C)** 27216. **(D)** 25592.

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số $\overline{abcde}$ thỏa mãn đề bài được thực hiện theo một trong các phương án sau:

a) **Phương án** 1: Xét $a \notin \{2; 3; 4\}$.

- Có 6 cách chọn $a$ (trừ các số $\{0; 2; 3; 4\}$).
- Có $4 \cdot 3 \cdot 2$ cách chọn vị trí cho các số 2, 3 và 4.
- Có 6 cách chọn một số vào vị trí còn lại (trừ $a$ và các số $\{2; 3; 4\}$).

b) **Phương án** 2: Xét $a \in \{2, 3, 4\}$.

- Có 3 cách chọn $a$.
- Có $4 \cdot 3$ cách chọn vị trí cho 2 trong 3 số 2, 3 và 4.
- Có $7 \cdot 6$ cách chọn hai số vào hai vị trí còn lại.

Vậy có $6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 + 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 6 = 2376$ số thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 41.** Trong mặt phẳng, cho hai đường thẳng phân biệt $a$ và $b$ song song với nhau. Trên đường thẳng $a$ lấy 5 điểm phân biệt $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ và trên đường thẳng $b$ lấy 5 điểm phân biệt $G$, $H$, $I$, $J$, $K$ sao cho $AB = BC = CD = DE = GH = HI = IJ = JK = 20$ cm. Có bao nhiêu hình bình hành có 4 đỉnh là 4 điểm trong 10 điểm nói trên?

**(A)** 30. **(B)** 210. **(C)** 16. **(D)** 100.

**Lời giải.**

Đặt $x = 20$ cm. Mỗi cách lập ra hình bình hành thỏa đề bài được thực thiện theo một trong các phương án sau

- **Phương án** 1: Hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $x$.
Có 4 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $a$.
Có 4 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $b$.
Theo quy tắc nhân, ta có $4 \times 4 = 16$ cách chọn hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $x$. (1)

QUICK NOTE

- **Phương án** 2: Hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $2x$.
  Có 3 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $a$.
  Có 3 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $b$.
  Theo quy tắc nhân, ta có $3 \times 3 = 9$ cách chọn hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $2x$. (2)
- **Phương án** 3: Hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $3x$.
  Có 2 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $a$.
  Có 2 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $b$.
  Theo quy tắc nhân, ta có $2 \times 2 = 4$ cách chọn hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $3x$. (3)
- **Phương án** 4: Hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $4x$.
  Có 1 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $a$.
  Có 1 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $b$.
  Do đó, phương án này có $1 \times 1 = 1$ cách chọn hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $4x$. (4)

Từ (1), (2), (3) và (4), theo quy tắc cộng, ta có số cách tạo ra hình bình hành từ các điểm đã cho là $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ cách.
Chọn đáp án A □

BẢNG ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. A | 2. B | 3. C | 4. A | 5. A | 6. C | 7. B | 8. A | 9. D | 10. C |
| 11. D | 12. C | 13. B | 14. D | 15. C | 16. D | 17. A | 18. A | 19. B | 20. D |
| 21. C | 22. A | 23. D | 24. A | 25. D | 26. B | 27. B | 28. D | 29. B | 30. C |
| 31. B | 32. A | 33. B | 34. D | 35. C | 36. B | 37. A | 38. A | 39. D | 40. B |
| | | | | 41. A | | | | | |

# Bài 2. HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP

## A. HOÁN VỊ

ĐỊNH NGHĨA 2.1. Một hoán vị của một tập hợp có $n$ phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự $n$ phần tử đó (với $n$ là một số tự nhiên, $n \geq 1$ ).
Số các hoán vị của tập hợp có $n$ phần tử, kí hiệu là P, được tính bằng công thức

$$\mathrm{P}_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1.$$

*Kí hiệu $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$ là $n!$ (đọc là $n$ giai thừa), ta có $\mathrm{P}_n = n!$. Chẳng hạn $\mathrm{P}_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.*
*Quy ước $0! = 1$.*

**VÍ DỤ 7.** Từ các chữ số 5, 6, 7 và 8 có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau?
**Lời giải.**
Mỗi cách sắp xếp bốn chữ số đã cho để lập thành một số có bốn chữ số khác nhau là một hoán vị của bốn chữ số đó.
Vậy số các số có bốn chữ số khác nhau có thể lập được là $\mathrm{P}_4 = 4! = 24$. □

**VÍ DỤ 8.** Trong một cuộc thi điền kinh gồm 8 vận động viên chạy trên 8 đường chạy. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các vận động viên vào các đường chạy đó?
**Lời giải.**
Mỗi cách sắp xếp các vận động viên trên đường chạy là một vị của 8 vận động viên đó.
Vậy số cách sắp xếp là $\mathrm{P}_8 = 8! = 40320$. □

## B. CHỈNH HỢP

ĐỊNH NGHĨA 2.2. Một chỉnh hợp chập $k$ của $n$ là một cách sắp xếp có thứ tự $k$ phần tử từ một tập hợp $n$ phần tử (với $k$, $n$ là các số tự nhiên, $1 \leq k \leq n$).
Số các chỉnh hợp chập $k$ của $n$, kí hiệu là $\mathrm{A}_n^k$, được tính bằng công thức

$$\mathrm{A}_n^k = n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1) \text{ hay } \mathrm{A}_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \; (1 \leq k \leq n).$$

**VÍ DỤ 9.** Một lớp có 35 học sinh, giáo viên cần chọn lần lượt 4 học sinh trồng bốn cây khác nhau để tham gia lễ phát động Tết trồng cây của trường. Hỏi giáo viên có bao nhiêu cách chọn?

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn lần lượt 4 trong 35 học sinh để trồng bốn cây khác nhau là một chỉnh hợp chập 4 của 35.
Vậy số cách chọn là $\mathrm{A}_{35}^4 = 1256640$. □

**VÍ DỤ 10.** Trong một giải đua ngựa gồm 15 con ngựa, người ta chỉ quan tâm đến 3 con ngựa: con nhanh nhất, nhanh nhì và nhanh thứ ba. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

**Lời giải.**

Mỗi kết quả có thể xảy ra là một chỉnh hợp chập 3 của 15.
Vậy số các kết quả có thể xảy ra là $\mathrm{A}_{15}^3 = 2730$. □

- *Hoán vị sắp xếp tất cả các phần tử của tập hợp, còn chỉnh hợp chọn ra một số phần tử và sắp xếp chúng.*
- *Mỗi hoán vị của $n$ phần tử cũng chính là một chỉnh hợp chập $n$ của $n$ phần tử đó. Vì vậy $\mathrm{P}_n = \mathrm{A}_n^n$.*

## C. TỔ HỢP

ϟ ĐỊNH NGHĨA 2.3. Một tổ hợp chập $k$ của $n$ là một cách chọn $k$ phần tử từ một tập hợp $n$ phần tử (với $k$, $n$ là các số tự nhiên, $0 \le k \le n$).
Số các tổ hợp chập $k$ của $n$, kí hiệu là $\mathrm{C}_n^k$, được tính bằng công thức

$$\mathrm{C}_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}\ (0 \le k \le n).$$

- $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{\mathrm{A}_n^k}{k!}$.
- *Chỉnh hợp và tổ hợp có điểm giống nhau là đều chọn một số phần tử trong một tập hợp, nhưng khác nhau ở chỗ, chỉnh hợp là chọn có xếp thứ tự, còn tổ hợp là chọn không xếp thứ tự.*

**VÍ DỤ 11.** Có 9 bạn học sinh muốn chơi cờ cá ngựa, nhưng mỗi ván chỉ có 4 người chơi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 bạn chơi cờ cá ngựa?

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn 4 bạn trong 9 bạn học sinh là một tổ hợp chập 4 của 9. Vậy số cách chọn 4 bạn chơi cờ cá ngựa là $C_9^4 = \dfrac{9!}{4!5!} = 126$. □

**VÍ DỤ 12.** Trong ngân hàng đề kiểm tra cuối học kì II môn Vật lí có 10 câu lí thuyết và 30 câu bài tập. Người ta chọn ra 2 câu lí thuyết và 3 câu bài tập trong ngân hàng đề để tạo thành một đề thi. Hỏi có bao nhiêu cách lập đề thi gồm 5 câu hỏi theo cách chọn như trên?

**Lời giải.**

Chọn 2 câu lý thuyết trong 10 câu lý thuyết có $\mathrm{C}_{10}^2 = 45$ cách.
Chọn 3 câu bài tập trong 30 câu bài tập có $\mathrm{C}_{40}^3 = 4060$ cách.
Vậy có tất cả $45 \cdot 4060 = 182700$ cách lập một đề thi. □

## D. ỨNG DỤNG HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP VÀO CÁC BÀI TOÁN ĐẾM

Các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp liên quan mật thiết với nhau và là những khái niệm cốt lõi của các phép đếm. Rất nhiều bài toán đếm liên quan đến việc lựa chọn, việc sắp xếp, vì vậy các công thức tính $\mathrm{P}_n$, $\mathrm{A}_n^k$, $\mathrm{C}_n^k$ sẽ được dùng rất nhiều.

**VÍ DỤ 13.** Một đội bóng gồm 11 cầu thủ được xếp thành một hàng ngang để chụp hình.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Hỏi có bao nhiêu cách chọn và sắp thứ tự 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ trên để đá luân lưu 11 m?

**Lời giải.**

QUICK NOTE

QUICK NOTE

a) Mỗi cách sắp xếp là một hoán vị của 11 cầu thủ.
Số cách sắp xếp là $P_{11} = 11! = 39\,916\,800$ cách.

b) Mỗi cách chọn là một chỉnh hợp chập 5 của 11 phần tử.
Số cách chọn là $\mathrm{A}_{11}^5 = 55\,440$ cách.

□

**VÍ DỤ 14.** Một lớp có 30 học sinh.

a) Có bao nhiêu cách chọn ra ban cán sự lớp gồm 6 học sinh?

b) Có bao nhiêu cách chọn ra ban cán sự lớp gồm có 1 lớp trưởng và 1 lớp phó và 4 thành viên?

**Lời giải.**

a) Mỗi cách chọn là một tổ hợp chập 6 của 30 phần tử.
Số cách chọn là $\mathrm{C}_{30}^6 = 593\,775$ cách.

b)
- Chọn 1 học sinh làm lớp trưởng từ 30 học sinh: Có 30 cách.
- Chọn 1 học sinh làm lớp phó từ 29 học sinh: Có 29 cách.
- Chọn 4 học sinh là thành viên từ 28 học sinh: Có $\mathrm{C}_{28}^4 = 20\,475$ cách.

Theo quy tắc nhân có $30 \cdot 29 \cdot 20\,475 = 17\,813\,250$ cách thỏa yêu cầu bài toán.

□

**VÍ DỤ 15.** Cho 7 con tem khác nhau và 5 bì thư khác nhau. Chọn ra 3 con tem và chọn ra 3 bì thư để dán chúng lại với nhau, mỗi bì thư dán 1 con tem. Hỏi có bao nhiêu cách dán?

**Lời giải.**

- Số cách chọn 3 con tem là $\mathrm{C}_7^3 = 35$ cách.
- Số cách chọn 3 bì thư là $\mathrm{C}_5^3 = 10$ cách.
- Số cách dán 3 con tem vào 3 bì thư là $3! = 6$ cách.

Vậy theo quy tắc nhân, có $35 \cdot 10 \cdot 6 = 2\,100$ cách thỏa yêu cầu bài toán. □

## E. SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY

Ta có thể dùng máy tính cầm tay để tính số các hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp.

- **Hoán vị**
  Để tính $n!$ ta ấn phím theo trình tự sau:
  Ấn số $n$, ấn phím q u, sau đó ấn phím =. Khi đó, kết quả sẽ hiển thị ở dòng kết quả.
- **Chỉnh hợp**
  Để tính $\mathrm{A}_n^k$ ta ấn phím theo trình tự sau:
  Ấn số $n$, ấn phím q O, ấn số $k$, sau đó ấn phím =. Khi đó, kết quả sẽ hiển thị ở dòng kết quả.
- **Tổ hợp**
  Để tính $\mathrm{C}_n^k$ ta ấn phím theo trình tự sau:
  Ấn số $n$, ấn phím q P, ấn số $k$, sau đó ấn phím =. Khi đó, kết quả sẽ hiển thị ở dòng kết quả.

### 1. Bài tập tự luận

**BÀI 8.** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau đôi một được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

**Lời giải.**

Số các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau đôi một được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là $\mathrm{A}_6^3$. □

**BÀI 9.** Một lớp có 30 bạn học sinh trong đó có 3 cán sự lớp. Hỏi có bao nhiêu cách cử 4 bạn học sinh đi dự đại hội đoàn trường sao cho trong 4 học sinh có ít nhất một cán sự lớp?

**Lời giải.**

Chọn tùy ý 4 học sinh trong 30 học sinh có số cách là $\mathrm{C}_{30}^4$ cách.
Chọn tùy ý 4 học sinh trong 27 học sinh không trong ban cán sự lớp có số cách là $\mathrm{C}_{27}^4$ cách.
Vậy số cách chọn 4 bạn học sinh đi dự đại hội đoàn trường sao cho trong 4 học sinh có ít nhất một cán sự lớp là $\mathrm{C}_{30}^4 - \mathrm{C}_{27}^4 = 9\,855$ cách. □

QUICK NOTE

**BÀI 10.** Một tổ có 10 học sinh, trong đó có bạn An và Bình. Có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh đó thành một hàng ngang, biết rằng 2 bạn An và Bình luôn ở vị trí hai đầu hàng?

**Lời giải.**

Xếp An và Bình ở hai đầu hàng có 2! cách.
Xếp 8 bạn còn lại có 8! cách.
Vậy có tất cả $2 \cdot 8!$ cách. □

**BÀI 11.** Tổ 1 có 3 bạn nam, 2 bạn nữ. Có bao nhiêu cách xếp tổ 1 thành một hàng ngang sao cho các bạn nam đứng cạnh nhau và các bạn nữ đứng cạnh nhau?

**Lời giải.**

Coi 3 bạn nam là một nhóm, 2 bạn nữ là một nhóm.
Khi đó, số cách xếp tổ 1 thành một hàng ngang sao cho các bạn nam đứng cạnh nhau và các bạn nữ đứng cạnh nhau là $2! \cdot 3! \cdot 2! = 24$ cách. □

**BÀI 12.** Một đoàn tàu có 7 toa đỗ ở sân ga. Có năm hành khách bước lên tàu. Có bao nhiêu trường hợp có thể xảy ra về cách chọn toa tàu của năm hành khách, biết rằng không có toa nào chứa nhiều hơn một hành khách?

**Lời giải.**

Mỗi trường hợp là một chỉnh hợp chập 5 của 7 phần tử.
Số trường hợp thỏa yêu cầu bài toán là $\mathrm{A}_7^5 = 2\,520$ trường hợp. □

**BÀI 13.** Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau chọn từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ sao cho mỗi số lập được luôn có mặt chữ số 3?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $x = \overline{abc}$.
Có $\mathrm{C}_3^1 = 3$ cách chọn vị trí để đặt chữ số 3 vào $x$.
Có $\mathrm{A}_4^2$ chọn hai chữ số vào hai vị trí còn lại của $x$.
Vậy có $3 \cdot \mathrm{A}_4^2 = 36$ số. □

**BÀI 14.** Trong một lớp học có 10 học sinh có hoàn cảnh khó khăn. Hội phụ huynh chọn ra 5 học sinh bất kì trong số 10 học sinh đó để trao 5 phần quà khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách trao quà?

**Lời giải.**

Mỗi cách trao quà là một chỉnh hợp chập 5 của 10 phần tử.
Số cách trao quà là $\mathrm{A}_{10}^5 = 30240$. □

**BÀI 15.** Có bao nhiêu cách xếp bốn bạn Lan, Bình, Chung, Duyên ngồi vào một bàn dài gồm có 4 chỗ?

**Lời giải.**

Số cách xếp bốn bạn Lan, Bình, Chung, Duyên ngồi vào một bàn dài gồm có 4 chỗ là số hoán vị của 4 người.
Vậy số cách là $\mathrm{P}_4 = 4! = 24$ cách. □

**BÀI 16.** Có 12 học sinh gồm 5 nam và 7 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ 12 học sinh đó ra 3 học sinh gồm 2 nam và 1 nữ?

**Lời giải.**

Chọn 2 học sinh nam trong 5 học sinh nam có $\mathrm{C}_5^2$ cách.
Chọn 1 học sinh nữ trong 7 học sinh nữ có 7 cách.
Vậy số cách chọn 3 học sinh gồm 2 nam và 1 nữ là $7 \cdot \mathrm{C}_5^2 = 70$. □

**BÀI 17.** Trên mặt phẳng cho bốn điểm phân biệt $A$, $B$, $C$, $D$ trong đó không có bất kì ba điểm nào thẳng hàng. Từ các điểm đã cho có thể thành lập được bao nhiêu tam giác?

**Lời giải.**

Chọn 3 điểm trong 4 điểm $A$, $B$, $C$, $D$ để tạo thành một tam giác.
Mỗi tam giác được tạo thành là một tổ hợp chập 3 của 4 phần tử.
Vậy số tam giác được tạo thành là $\mathrm{C}_4^3 = 4$ tam giác. □

**BÀI 18.** Một lớp học có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách thành lập một đội văn nghệ gồm 6 người, trong đó có ít nhất 4 nam?

**Lời giải.**

Xét các trường hợp sau

- Chọn 4 nam, 2 nữ có $\mathrm{C}_{30}^4 \cdot \mathrm{C}_{15}^2$ cách.
- Chọn 5 nam, 1 nữ có $\mathrm{C}_{30}^5 \cdot \mathrm{C}_{15}^1$ cách.
- Chọn 6 nam, 0 nữ có $\mathrm{C}_{30}^6 \cdot \mathrm{C}_{15}^0$ cách.

QUICK NOTE

- Vậy tổng số cách chọn thỏa mãn đề bài là $C_{30}^4 \cdot C_{15}^2 + C_{30}^5 \cdot C_{15}^1 + C_{30}^6 \cdot C_{15}^0 = 5\,608\,890$ cách.

□

**BÀI 19.** Có 5 cuốn sách Toán học khác nhau và 3 cuốn sách Sinh học khác nhau.

a) Có bao nhiêu cách xếp các cuốn này thành một dãy trên giá sách?

b) Nếu yêu cầu thêm các cuốn sách cùng môn phải được xếp cạnh nhau thì có bao nhiêu cách xếp?

**Lời giải.**

a) Mỗi cách sắp xếp 8 cuốn sách thành một dãy trên giá là một hoán vị của 8 cuốn này. Do đó, có $8! = 40\,320$ cách sắp xếp.

b) Có 5! cách sắp xếp 5 cuốn sách Toán học cạnh nhau để thành một dãy. Có 3! cách sắp xếp 3 cuốn sách Sinh học cạnh nhau để thành một dãy. Có 2! cách sắp xếp 2 dãy trên cạnh nhau để thành một dãy mới. Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số cách sắp xếp các cuốn sách tên thành một dãy sao chso các sách cùng môn được xếp cạnh nhau là $5!3!2! = 1\,440$ (cách xếp).

□

**BÀI 20.** Một ga tàu hoả có 6 đường nhánh, mỗi nhánh chỉ đỗ được một đoàn tàu. Hiện các đường nhánh đều đang trống và có 3 đoàn tàu sắp vào ga. Có bao nhiêu cách bố trí nhánh đỗ cho 3 đoàn tàu?

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn 3 đường nhánh và bố trí nhánh đỗ cho 3 đoàn tàu là một chỉnh hợp chập 3 của 6 đường nhánh. Do đó, số cách bố trí là $A_6^3 = 120$ (cách). □

**BÀI 21.** Một bệnh viện có 12 bác sĩ nội khoa và 10 bác sĩ ngoại khoa. Bệnh viện cần cử 5 bác sĩ tham gia vào đội y tế cứu trợ thiên tai

a) Cần cử 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa. Có bao nhiêu lựa chọn?

b) Cần cử ít nhất 2 bác sĩ nội khoa và ít nhất 2 bác sĩ ngoại khoa. Có bao nhiêu lựa chọn?

**Lời giải.**

a) Mỗi cách chọn 3 trong 12 bác sĩ nội khoa là một tổ hợp chập 3 của 12 bác sĩ này. Do đó, có $C_{12}^3$ cách chọn 3 trong 12 bác sĩ nội khoa. Có $C_{10}^2$ cách chọn 2 trong 10 bác sĩ ngoại khoa. Áp dụng quy tắc nhân, số cách cử 5 bác sĩ trong đó có 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa là $C_{12}^3 \cdot C_{10}^2 = 220 \cdot 45 = 9\,900$ (cách).

b) Có hai phương án thức hiện

- *Phương án 1:* Chọn 2 bác sĩ nội khoa và 3 bác sĩ ngoại khoa, có $C_{12}^3 \cdot C_{10}^2$ cách chọn.
- *Phương án 2:* Chọn 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa, có $C_{12}^3 \cdot C_{10}^2$ cách chọn.

  Áp dụng quy tắc cộng, số cách cử 5 bác sĩ trong đó có ít nhất 2 bác sĩ nội khoa và ít nhất 2 bác sĩ ngoại khoa là $C_{12}^3 \cdot C_{10}^2 + C_{12}^3 \cdot C_{10}^2 = 66 \cdot 120 + 220 \cdot 45 = 17\,820$ (cách).

□

**BÀI 22.** Trong một lô 100 sản phẩm, có 97 chính phẩm (sản phẩm đạt tiêu chuẩn) và 3 thứ phẩm (sản phẩm không đạt tiêu chuẩn). Từ 100 sản phẩm này, có bao nhiêu cách lấy ra 3 sản phẩm mà

a) 3 sản phẩm lấy được bất kì?

b) trong đó có 2 chính phẩm và 1 thứ phẩm?

c) trong đó có ít nhất một thứ phẩm?

**Lời giải.**

a) Mỗi cách lấy 3 sản phẩm từ 100 sản phẩm là một tổ hợp chập 3 của 100 sản phẩm. Do đó, số cách lấy 3 sản phẩm bất kì là $C_{100}^3 = 161\,700$ (cách).

QUICK NOTE

b) Có $C_{97}^2$ cách lấy 2 chính phẩm từ 97 chính phẩm. Có $C_3^1$ cách lấy 1 thứ phẩm từ 3 thứ phẩm. Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số cách lấy 2 chính phẩm và 1 thứ phẩm là $C_{97}^2 \cdot C_3^1 = 4\,656 \cdot 3 = 13\,968$ (cách).

c) Trong 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất 1 thứ phẩm trong 3 trường hợp sau đây

- *Trường hợp 1:* Có đúng 1 thứ phẩm.
  Trường hợp này có $C_{97}^2 \cdot C_3^1 = 4\,656 \cdot 3 = 13\,968$ cách lấy
- *Trường hợp 2:* Có đúng 2 thứ phẩm.
  Trường hợp này có $C_{97}^1 \cdot C_3^2 = 291$ cách lấy.
- *Trường hợp 3:* Có đúng 3 thứ phẩm.
  Trường hợp nhày có $C_3^3 = 1$ cách lấy.

Áp dụng quy tắc cộng, số cách lấy 3 sản phẩm có ít nhất 1 thứ phẩm là

$$13\,968 + 291 + 1 = 12\,260\,(\text{cách}).$$

*Cách khác:* Có thể giải bài toán bằng cách tìm phần bù. Số cách lấy 3 sản phẩm đều là chính phẩm là $C_{97}^3$. Từ đó, số cách lấy 3 sản phẩm trong đó có ít nhất một thứ phẩm là $C_{100}^3 - C_{97}^3 = 161\,700 - 147\,440 = 14\,260$ (cách). □

**BÀI 23.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên

a) Có bốn chữ số khác nhau?

b) Có bốn chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

c) Có bốn chữ số khác nhau và lớn hơn 4 500?

**Lời giải.**

a) Để lập số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau từ 6 chữ số đã cho, ta chọn 4 trong 6 chữ số đó và sắp xếp theo một thứ tự. Dó đó, có thể coi mối số đó là một chỉnh hợp chập 4 của 6 chữ số đó. Do đó, có $A_6^4 = 360$ số.

b) Để số được lập chia hết cho 5, chữ só tận cùng của nó phải chia hết cho 5. Vậy chữ số tận cùng là 5. Có $A_5^3$ cách nhọn 3 trong 5 chữ số còn lại để viết các chữ số còn lại. Vậy có $A_5^3 = 60$ số mà số đó chia hết cho 5.

c) Kí hiệu $\overline{abcd}$ là số tự nhiên có bốn chữ số thoả mãn yêu cầu.
Vì $\overline{abcd} > 4\,500$ nên $a \geq 4$.

- *Trường hợp 1:* $a = 4$. Khi đó để $\overline{abcd} > 4\,500$ điều kiện cần và đủ là $b \geq 5$. Có hai cách chọn chữ số $b$ (5 hoặc 6). Có $A_4^2$ cách chọn hai chữ số còn lại.
  Do đó, trường hợp này có $2 \cdot A_4^2 = 24$ số thoả mãn.
- *Trường hợp 2:* $a \geq 5$. Khi đó, đương nhiên $\overline{abcd} > 4\,500$. Có hai cách chọn chữ số $a$ (5 hoặc 6). Có $A_5^3$ cách chọn ba chữ só còn lại.
  Dó đó trường hợp nhày có $2 \cdot A_5^3 = 120$ số thoả mãn.
  Áp dụng quy tắc cộng, có $24 + 120 = 144$ số tự nhiên thoả mãn yêu cầu.

□

**BÀI 24.** Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau tạo ra từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ trong đó bắt buộc phải có 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ?

**Lời giải.**

Gọi số tạo thành là $\overline{abcde}$ (các chữ số $a$, $b$, $c$, $d$ đôi một khác nhau).
Lấy 3 chữ số chẵn trong các chữ số $2, 4, 6, 8$ có $C_4^3$ cách.
Lấy 2 chữ số lẻ trong các chữ số $1, 3, 5, 7$ có $C_4^2$ cách.
Hoán vị 5 chữ số vừa lấy (3 chẵn, 2 lẻ) vào 5 vị trí $a, b, c, d, e$ có $5!$ cách.
Theo quy tắc nhân có $C_4^3 \cdot C_4^2 \cdot 5! = 2\,880$ số cần tìm. □

**BÀI 25.** Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 người gồm 3 nam và 2 nữ vào một hàng ghế gồm 7 ghế để 3 nam ngồi kề nhau, 2 nữ ngồi kề nhau?

**Lời giải.**

Xét 3 loại ghế gồm 1 ghế 3 chỗ ngồi, 1 ghế 2 chỗ ngồi và 2 ghế 1 chỗ ngồi.
Chọn 2 trong 4 vị trí để xếp loại ghế 2 và 3 chỗ ngồi có $A_4^2$ cách.
Xếp 3 nam vào loại ghế 3 chỗ ngồi có $3!$ cách.
Xếp 2 nữ vào loại ghế 2 chỗ ngồi có $2!$ cách.
Theo quy tắc nhân có $A_4^2 \cdot 3! \cdot 2! = 144$ cách xếp. □

QUICK NOTE

**BÀI 26.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau, trong đó phải có mặt chữ số 2?

**Lời giải.**

Gọi $x = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ là số cần tìm.
Xếp chữ số 2 vào một trong 5 vị trí có 5 cách.
Số cách chọn 4 chữ số khác nhau để sắp xếp vào 4 vị trí còn lại là $\mathrm{A}_6^4$.
Vậy có $5 \cdot \mathrm{A}_6^4 = 1\,800$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán. □

**BÀI 27.** Hỏi có bao nhiêu cách xếp cho 10 học sinh đứng thành một hàng ngang sao cho 3 em học sinh An, Bình, Châu không đứng cạnh nhau?

**Lời giải.**

Xem 3 em An, Bình, Châu là một nhóm $X$.
Xếp 10 học sinh thành hàng ngang có $10!$ cách.
Xếp 7 học sinh và nhóm $X$ có $8!$ cách. Xếp 3 học sinh trong nhóm $X$ có $3!$ cách. Suy ra có $8! \cdot 3!$ cách xếp sao cho An, Bình và Châu đứng cạnh nhau.
Vậy số cách xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán là $10! - 8! \cdot 3! = 3\,386\,880$ cách. □

## CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

**CÂU 42.** Cho $k, n \in \mathbb{N}$ và $1 \leq k \leq n$. Chọn khẳng định **sai**.

Ⓐ $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. Ⓑ $n! = n(n-1)!$.
Ⓒ $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n}{(n-k)!}$. Ⓓ $\mathrm{P}_n = n!$.

**Lời giải.**

Ta có $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. Do đó, khẳng định sai là $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n}{(n-k)!}$.
Chọn đáp án Ⓒ □

**CÂU 43.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

Ⓐ 42. Ⓑ 12. Ⓒ 24. Ⓓ $4^4$.

**Lời giải.**

Mỗi số như vậy là một hoán vị của 4 phần tử.
Vậy có thể lập được $4! = 24$ số thỏa mãn đề bài.
Chọn đáp án Ⓒ □

**CÂU 44.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?

Ⓐ 90000. Ⓑ 15120. Ⓒ 27216. Ⓓ 30240.

**Lời giải.**

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau có dạng $\overline{abcde}$.
Khi đó $a$ có 9 cách chọn và 4 chữ số còn lại có $\mathrm{A}_9^4$ cách chọn.
Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau là $9 \cdot \mathrm{A}_9^4 = 27216$.
Chọn đáp án Ⓒ □

**CÂU 45.** Số cách sắp xếp 4 nam sinh và 3 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 7 chỗ ngồi là

Ⓐ $7!$. Ⓑ $4!3!$. Ⓒ $12!$. Ⓓ $4! + 3!$.

**Lời giải.**

Số cách sắp xếp 4 nam sinh và 3 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 7 chỗ ngồi là số hoán vị của 7 phần tử.
Vậy có $7!$ cách.
Chọn đáp án Ⓐ □

**CÂU 46.** Một nhóm học tập có 5 bạn $A$, $B$, $C$, $D$, $E$. Tìm số cách phân công một bạn quét lớp, một bạn lau bảng và một bạn sắp bàn ghế (mỗi bạn chỉ làm nhiều nhất một công việc).

Ⓐ $\mathrm{C}_5^3$. Ⓑ $\mathrm{P}_5^3$. Ⓒ $\mathrm{A}_5^3$. Ⓓ $\mathrm{A}_3^5$.

**Lời giải.**

Số cách phân công là chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử. Vậy có $\mathrm{A}_5^3$ cách.
Chọn đáp án Ⓒ □

QUICK NOTE

**CÂU 47.** Có bao nhiêu cách xếp một nhóm học sinh gồm 4 bạn nam và 6 bạn nữ thành một hàng ngang?

(A) 10!. (B) 4!. (C) 6! · 4!. (D) 6!.

**Lời giải.**

Xếp 10 học sinh (gồm 4 nam và 6 nữ) thành một hàng có 10! cách.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 48.** Trong mặt phẳng, cho 10 điểm phân biệt. Có thể lập được bao nhiêu véc-tơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập 10 điểm đã cho là

(A) 20. (B) 10. (C) 45. (D) 90.

**Lời giải.**

Số các véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập 10 điểm đã cho là $\mathrm{A}_{10}^{2} = 90$ véc-tơ.

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 49.** Lớp 11A có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một học sinh làm lớp trưởng?

(A) 25! + 20! cách. (B) 45! cách. (C) 45 cách. (D) 500 cách.

**Lời giải.**

Chọn một học sinh làm lớp trưởng có $\mathrm{C}_{45}^{1} = 45$ cách.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 50.** Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ 20 học sinh của lớp 11A đi lao động?

(A) 1860480 cách. (B) 120 cách. (C) 15504 cách. (D) 100 cách.

**Lời giải.**

Chọn 5 học sinh từ 20 học sinh của lớp 11A đi lao động có $\mathrm{C}_{20}^{5} = 15504$ cách.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 51.** Một hộp chứa 10 quả cầu phân biệt. Số cách lấy ra từ hộp đó cùng lúc 3 quả cầu là

(A) 120. (B) 10. (C) 60. (D) 720.

**Lời giải.**

Số cách chọn 3 quả cầu từ hộp là $\mathrm{C}_{10}^{3} = 120$ cách.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 52.** Tổ 1 của lớp 11A gồm 6 bạn nam và 2 bạn nữ. Để chọn một đội lao động trong tổ, cần chọn một bạn nữ và ba bạn nam. Số cách chọn như vậy là

(A) 21. (B) 60. (C) 40. (D) 120.

**Lời giải.**

Số cách chọn một đội lao động gồm 3 nam và 1 nữ là $\mathrm{C}_{6}^{3} \cdot \mathrm{C}_{2}^{1} = 40$ cách.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 53.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

(A) 630. (B) 360. (C) 4096. (D) 72.

**Lời giải.**

Chọn 4 số từ 6 số tự nhiên đã cho, sau đó hoán vị 4 số đã chọn.

Vì thế số cách chọn một số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau chính là chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử.

Vậy có $\mathrm{A}_{6}^{4} = 360$ cách chọn.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 54.** Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

(A) $\mathrm{C}_{7}^{3}$. (B) $\mathrm{A}_{7}^{3}$. (C) $\dfrac{7!}{3!}$. (D) 7.

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là tổ hợp chập 3 của 7.

Vậy có $\mathrm{C}_{7}^{3}$ cách chọn.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 55.** Một lớp gồm 30 học sinh, trong đó có 14 nam và 16 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh trong lớp đi tập văn nghệ sao cho trong 5 học sinh được chọn có đúng 2 nữ?

(A) $\mathrm{C}_{30}^{5} - \mathrm{C}_{14}^{2}$. (B) $\mathrm{C}_{14}^{3} \cdot \mathrm{C}_{16}^{2}$. (C) $\mathrm{C}_{16}^{2}$. (D) $\mathrm{A}_{14}^{3} \cdot \mathrm{A}_{16}^{2}$.

**Lời giải.**

QUICK NOTE

Chọn 3 học sinh nam trong số 14 học sinh nam có $C_{14}^3$ cách.
Chọn 2 học sinh nữ trong số 16 học sinh nữ có $C_{16}^2$ cách.
Vậy có tất cả $C_{14}^3 \cdot C_{16}^2$ cách chọn 5 học sinh thỏa mãn bài toán.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 56.** Có 4 nam và 4 nữ xếp thành một hàng ngang. Số cách sắp xếp để nam nữ đứng xen kẽ là

(A) 24. (B) 48. (C) 576. (D) 1152.

**Lời giải.**

Ta đánh số các vị trí trên hàng ngang từ 1 đến 8.

- Tại các vị trí đánh số chẵn ta xếp học sinh nữ, các vị trí đánh số lẻ xếp học sinh nam khi đó nam và nữ đứng xen kẽ nhau.
Có $4! \times 4!$ cách xếp.
- Tại các vị trí đánh số lẻ ta xếp học sinh nữ, các vị trí đánh số chẵn xếp học sinh nam khi đó nam và nữ đứng xen kẽ nhau.
Có $4! \times 4!$ cách xếp.

Vậy có $4! \times 4! + 4! \times 4! = 1152$ cách xếp.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 57.** Với $k$ và $n$ là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (B) $C_n^k = \dfrac{n!}{k!}$.

(C) $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. (D) $C_n^k = \dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

**Lời giải.**

Theo định nghĩa trong sách giáo khoa, thì mệnh đề đúng là "$C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$".

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 58.** Có bao nhiêu cách lấy ngẫu nhiên cùng lúc 3 quả cầu từ một hộp chứa 10 quả cầu khác nhau.

(A) $P_2$. (B) $C_{10}^3$. (C) $P_{10}$. (D) $A_{10}^2$.

**Lời giải.**

Số cách chọn 3 quả cầu từ 10 quả cầu là tổ hợp chập 3 của 10 là $C_{10}^3$.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 59.** Số đường chéo của đa giác lồi 10 cạnh là

(A) 35. (B) $7^{10}$. (C) 45. (D) $10^{10}$.

**Lời giải.**

Số đường chéo của đa giác 10 cạnh là $C_{10}^2 - 10 = 35$ cạnh.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 60.** Tổ 1 của lớp 10A gồm 6 bạn nam và 4 bạn nữ. Để chọn một đội lao động trong tổ, cần chọn một bạn nữ và ba bạn nam. Số cách chọn như vậy là

(A) 21. (B) 60. (C) 40. (D) 120.

**Lời giải.**

Số cách chọn một đội lao động gồm 3 nam và 1 nữ là $C_6^3 \cdot C_2^1 = 40$ cách.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 61.** Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

(A) 42. (B) 12. (C) 24. (D) $4^4$.

**Lời giải.**

Mỗi số như vậy là một hoán vị của 4 phần tử. Vậy có thể lập được $4! = 24$ số thỏa mãn đề bài.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 62.** Bạn Khỏe muốn đi tập Gym, nếu đi buổi tối thì có 5 phòng tập, đi buổi sáng thì có 3 phòng tập, bạn ấy tập 2 buổi 1 tuần và tập ở phòng nào cũng được. Hỏi bạn ấy có thể có bao nhiêu cách chọn lịch tập?

(A) 30. (B) 28. (C) 24. (D) 15.

**Lời giải.**

- Nếu 2 buổi đều vào buổi sáng, có $C_5^2$ cách.
- Nếu 2 buổi đều vào buổi tối, có $C_3^2$ cách.
- Nếu 1 buổi sáng, 1 buổi tối có $5 \cdot 3$ cách.

Vậy có $C_5^2 + C_3^2 + 5 \cdot 3 = 28$ cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 63.** Cho các chữ số $1; 2; 3; 4; 6; 8$. Từ các chữ số đó lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau sao cho luôn có mặt chữ số 4?

**A** 36. **B** 55. **C** 60. **D** 90.

**Lời giải.**
Số cách số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau từ các chữ số trên là $A_6^3$ số.
Số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau mà không có mặt chữ số 4 từ các chữ số trên là $A_5^3$ số.
Vậy số các số luôn có mặt chữ số 4 là $A_6^3 - A_5^3 = 60$ số.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 64.** Một hộp đựng 5 viên bi xanh, 9 viên bi đỏ, 6 viên bi vàng. Số cách chọn ra 3 viên bi có đủ cả ba màu là

**A** $C_5^1 \cdot A_9^1 \cdot C_6^1$. **B** $A_5^1 \cdot A_9^1 \cdot A_6^1$. **C** $C_5^1 \cdot C_9^1 \cdot C_6^1$. **D** $5! \cdot 9! \cdot 6!$.

**Lời giải.**
Chọn 3 viên bi có đủ cả 3 màu là một việc có 3 bước:

- Bước 1. Chọn 1 viên bi màu xanh: Có $C_5^1$ cách.
- Bước 2. Chọn 1 viên bi màu đỏ: Có $C_9^1$ cách.
- Bước 3. Chọn 1 viên bi màu vàng: Có $C_6^1$ cách.

Theo quy tắc nhân, có $C_5^1 \cdot C_9^1 \cdot C_6^1$ cách chọn 3 viên bi có đủ cả 3 màu.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 65.** Có 8 quả bóng màu đỏ, 5 quả bóng màu vàng, 3 quả bóng màu xanh. Có bao nhiêu cách chọn từ đó ra 4 quả bóng sao cho có đúng 2 quả bóng màu đỏ?

**A** 874 cách. **B** 478 cách. **C** 784 cách. **D** 847 cách.

**Lời giải.**
Việc chọn 4 quả bóng thỏa mãn đề bài gồm có 2 bước sau:

- Bước 1. Chọn 2 quả màu đỏ: Có $C_8^2 = 28$ cách.
- Bước 2. Chọn 2 quả trong 8 quả (gồm 5 quả màu xanh và 3 quả màu vàng): Có $C_8^2 = 28$ cách.

Theo quy tắc nhân, có $28 \cdot 28 = 784$ cách chọn 4 quả bóng sao cho có đúng 2 quả màu đỏ.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 66.** Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự. Mỗi ông chồng bắt tay chỉ một lần với mọi người trừ vợ mình, các bà vợ không ai bắt tay với nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cái bắt tay?

**A** 78. **B** 234. **C** 185. **D** 312.

**Lời giải.**
Có 13 cặp vợ chồng nên có 26 người tham dự buổi lễ.
Hai người bắt tay với nhau thì có : $C_{26}^2$ cái bắt tay.
Có 13 cái bắt tay giữa người chồng và bà vợ mình.
Có $C_{13}^2$ cái bắt tay của các bà vợ.
Vậy có: $C_{26}^2 - 13 - C_{13}^2 = 234$ cái bắt tay.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 67.** Một tổ có 15 học sinh trong đó có 9 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chia tổ thành 3 nhóm mỗi nhóm có đúng 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ.

**A** 1260. **B** 6. **C** 151200. **D** 15120.

**Lời giải.**
Để chia tổ thành 3 nhóm:

- Nhóm 1: có $C_9^3 \cdot C_6^2$ cách.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- Nhóm 2: có $C_6^3 \cdot C_4^2$ cách.
- Nhóm 3: có 1 cách.

Vậy có : $C_9^3 \cdot C_6^2 \cdot C_9^3 \cdot C_4^2 = 151\,200$.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 68.** Giải bóng đá Vô địch quốc gia Việt Nam 2018 (Nuti Cafe V.League 2018) có 14 đội bóng tham dự theo thể thức vòng tròn tính điểm lượt đi - lượt về (nghĩa là 2 đội bất kỳ sẽ đấu với nhau đúng 2 trận). Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu diễn ra trong cả giải đấu đó?

(A) 91 trận. (B) 196 trận. (C) 182 trận. (D) 98 trận.

**Lời giải.**

Mỗi trận đấu là một chỉnh hợp chập 2 của 14 phần tử.
Tổng số trận là $A_{14}^2 = 182$ trận.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 69.** Một lớp học có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách thành lập một đội văn nghệ gồm 6 người, trong đó có ít nhất 4 nam?

(A) 412 803. (B) 2 783 638. (C) 5 608 890. (D) 763 806.

**Lời giải.**

- Chọn 4 nam, 2 nữ có $C_{30}^4 \cdot C_{15}^2$ cách.
- Chọn 5 nam, 1 nữ có $C_{30}^5 \cdot C_{15}^1$ cách.
- Chọn 6 nam, 0 nữ có $C_{30}^6 \cdot C_{15}^0$ cách.
- Vậy tổng số cách chọn thỏa mãn đề bài là $C_{30}^4 \cdot C_{15}^2 + C_{30}^5 \cdot C_{15}^1 + C_{30}^6 \cdot C_{15}^0 = 5\,608\,890$.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 70.** Lớp học có 40 học sinh, cô giáo có bao nhiêu cách chọn ra 3 bạn lên bảng làm 3 bài tập khác nhau.

(A) 15 680. (B) 59 280. (C) 9 880. (D) 29 640.

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn 3 học sinh trong 40 học sinh lên làm ba bài tập khác nhau là một chỉnh hợp chập 3 của 40 phần tử.
Vậy có $A_{40}^3 = 59\,280$.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 71.** Cho tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập $A$ và nhỏ hơn 50 000?

(A) 22 296. (B) 10 246. (C) 27 216. (D) 12 096.

**Lời giải.**

Gọi $\overline{abcde}$ là số cần lập khi đó $a \in \{1, 2, 3, 4\}$ và mỗi bộ 4 chữ số $b, c, d, e$ tương ứng với một chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử.
Vậy có $4.A_9^4 = 12\,096$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 72.** Trong đề cương ôn tập môn toán có 15 câu hỏi Đại số và 10 câu hỏi Hình học. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên 5 câu hỏi có cả Đại số và Hình học để lập một đề kiểm tra 15 phút?

(A) 3 255. (B) 49 875. (C) 53 130. (D) 756 756.

**Lời giải.**

Số cách chọn 5 câu hỏi từ đề cương là $C_{25}^5$.
Số cách chọn 5 câu hỏi từ đề cương chỉ có câu đại là $C_{15}^5$.
Số cách chọn 5 câu hỏi từ đề cương chỉ có câu hình là $C_{10}^5$.
Số cách chọn 5 câu hỏi có cả Đại số và Hình học để lập một đề kiểm tra là $C_{25}^5 - C_{15}^5 - C_{10}^5 = 49\,875$.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 73.** Một bó hoa có 14 bông hoa gồm 3 bông màu hồng, 5 bông màu xanh, còn lại là màu vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 7 bông hoa, trong đó phải có đủ 3 màu?

(A) 3 058. (B) 129. (C) 3 432. (D) 3 060.

**Lời giải.**

Ta có

QUICK NOTE

- Số cách chọn 7 bông hoa từ 14 bông hoa là $\mathrm{C}_{14}^{7}$.
- Số bông hoa màu vàng là $14-3-5=6$.
- Do số lượng mỗi loại hoa đều bé hơn 7 nên ta có số cách chọn 7 bông hoa không có đủ cả 3 màu là
$$\mathrm{C}_{3+5}^{7}+\mathrm{C}_{5+6}^{7}+\mathrm{C}_{6+3}^{7}=\mathrm{C}_{8}^{7}+\mathrm{C}_{11}^{7}+\mathrm{C}_{9}^{7}=374.$$
- Suy ra số cách chọn 7 bông hoa có đủ 3 màu là $\mathrm{C}_{14}^{7}-374=3\,058$.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 74.** Có sáu quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 5 và 7 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 7. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra ba quả cầu vừa khác màu, vừa khác số?

**A** 125. **B** 210. **C** 120. **D** 64.

**Lời giải.**

Ta chọn 3 quả cầu theo thứ tự như sau:

- Chọn 1 quả cầu đỏ từ 5 quả cầu đỏ có $\mathrm{C}_{5}^{1}=5$ cách.
- Chọn 1 quả cầu xanh có $\mathrm{C}_{5}^{1}=5$ cách (do quả cầu xanh cần đánh số khác quả cầu màu đỏ được lấy trước đó).
- Chọn 1 quả cầu vàng có $\mathrm{C}_{5}^{1}=5$ cách (do quả cầu vàng cần đánh số khác quả màu đỏ và màu xanh được lấy trước đó).
- Vậy số cách chọn thỏa mãn đề bài là $5\cdot 5\cdot 5=125$.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 75.** Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng không ngồi cạnh nhau?

**A** 24. **B** 72. **C** 12. **D** 48.

**Lời giải.**

Gọi $A$ là số cách sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi $\Rightarrow A=5!$ cách.
Gọi $B$ là số cách sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi sao cho bạn An và bạn Dũng cạnh nhau.
Bó cụm bạn An và bạn Dũng lại xem như 1 người.

- **Bước 1.** Xếp cụm bạn An, bạn Dũng và 3 bạn còn lại ta có $4!$ cách.
- **Bước 2.** Đổi chỗ hai bạn An và Dũng ta có $2!$ cách.

Theo quy tắc nhân ta có $B=4!\times 2!$ cách.
Vậy số sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng không ngồi cạnh nhau là $A-B=5!-4!\times 2!=72$ cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 76.** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau?

**A** 4 500. **B** 2 296. **C** 50 000. **D** 2 520.

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $n=\overline{abcd}$.

TH1: $d=0$.

- Chọn $a,b,c$ có $\mathrm{A}_{9}^{3}=504$.

TH2: $d\neq 0$.

- Chọn $d$ trong các số $2;4;6;8$ có 4 cách.
- Chọn $a$ $(a\neq 0, a\neq d)$ có 8 cách.
- Chọn $b,c$ trong 8 số còn lại có $\mathrm{A}_{8}^{2}$ cách.

Trong trường hợp này có $4\cdot 8\cdot \mathrm{A}_{8}^{2}=1\,792$ số.

QUICK NOTE

Vậy có $504 + 1\,792 = 2\,296$ số tự nhiên chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 77.** Một tổ học sinh có 10 bạn xếp thành hàng ngang, trong đó có 2 bạn Học và Hành luôn muốn đứng cạnh nhau, còn bạn Chơi thì không muốn đứng cạnh bạn nào trong 2 bạn đó, hỏi có bao nhiêu cách xếp thỏa mãn các nguyện vọng của 3 bạn trên?

(A) $564\,480$. (B) $10\,886\,400$. (C) $645\,120$. (D) $2\,177\,280$.

**Lời giải.**

Trước hết xếp 7 bạn không phải ba bạn Học, Hành, Chơi. Có $7!$ cách.
7 bạn này tạo ra 8 khoảng trống, chọn ra 2 khoảng trống cho Học-Hành và Chơi. Có $\mathrm{C}_8^2$ cách.
Vì Hoc-Hành có thể đổi chỗ cho Chơi và Học-Hành có thể đổi chỗ cho nhau. Có $2! \cdot 2!$ cách.
Theo quy tắc nhân ta có $7! \cdot 2! \cdot 2! \cdot \mathrm{C}_8^2 = 564\,480$ cách.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 78.** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp $10T$, 3 học sinh lớp $10H$ và 5 học sinh lớp $10A$ thành một hàng ngang. Tính số cách xếp 10 học sinh trên sao cho không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.

(A) $36\,360$. (B) $63\,360$. (C) $66\,033$. (D) $33\,066$.

**Lời giải.**

Đầu tiên ta xếp 5 học sinh lớp $10A$ thành một hàng có $5! = 120$ cách.
Giữa 5 học sinh này có 4 khoảng trống và 2 khoảng trống ở hai đầu mút, ta đánh số vị trí các khoảng trống từ trái sang phải là $1; 2; 3; 4; 5; 6$ như hình dưới.

$$1 - A - 2 - A - 3 - A - 4 - A - 5 - A - 6$$

Vì hai học sinh cùng lớp không đứng cạnh nhau nên các vị trí $2; 3; 4; 5$ phải có học sinh lớp $10T, 10H$. Nhưng tổng học sinh hai lớp đó là 5 nên có một học sinh sẽ đứng ở vị trí 1 hoặc 6 hoặc đứng ghép với một học sinh lớp khác trong các vị trí $2; 3; 4; 5$. Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Xếp 5 học sinh $10T, 10H$ vào các vị trí $1; 2; 3; 4; 5$ có $5! = 120$ cách.

TH2: Xếp 5 học sinh $10T, 10H$ vào các vị trí $2; 3; 4; 5; 6$ có $5! = 120$ cách.

TH3: Ghép một học sinh $10T$ và một học sinh $10H$ thành một cặp có $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ cách.
Xem cặp này như là một học sinh đặc biệt.
Xếp 4 học sinh vào các vị trí $2; 3; 4; 5$ có $4!$ cách.
Trường hợp này có $12 \cdot 4! = 288$ cách.

Vậy có $120 \cdot (120 + 120 + 288) = 63\,360$ cách xếp.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 79.** Cho $2\,019$ điểm phân biệt nằm trên một đường tròn. Hỏi có thể lập được tất cả bao nhiêu tam giác có đỉnh là các điểm đã cho ở trên?

(A) $2\,019^3$. (B) $6\,057$. (C) $\mathrm{C}_{2\,019}^3$. (D) $\mathrm{A}_{2\,019}^3$.

**Lời giải.**

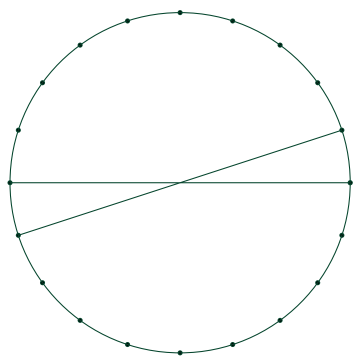
Vì $2\,019$ điểm trên nằm trên một đường tròn nên không có 3 điểm nào thẳng hàng.
Cứ 3 điểm không thẳng hàng tạo thành 1 tam giác.
Do đó, từ $2\,019$ điểm đã cho có thể lập được $\mathrm{C}_{2\,019}^3$ tam giác.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 80.** Cho đa giác đều có 20 cạnh, nối các đỉnh lại để được các tam giác, số tam giác vuông là

(A) 180. (B) 120. (C) 200. (D) 90.

**Lời giải.**

Ta đếm số hình chữ nhật được tạo thành từ các đỉnh của đa giác đều, khi đó số tam giác vuông nhiều gấp bốn lần số hình chữ nhật.
Với hai đường chéo bất kỳ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác, ta được một hình chữ nhật.
Vì có 10 đường chéo như vậy, số hình chữ nhật tạo thành là $\mathrm{C}_{10}^2 = 45$.
Vậy số tam giác vuông tạo thành là $45 \cdot 4 = 180$ tam giác.



Chọn đáp án (A) □

QUICK NOTE

BẢNG ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 42. C | 43. C | 44. C | 45. A | 46. C | 47. A | 48. D | 49. C | 50. C | 51. A |
| 52. C | 53. B | 54. A | 55. B | 56. D | 57. A | 58. B | 59. A | 60. C | 61. C |
| 62. B | 63. C | 64. C | 65. C | 66. B | 67. C | 68. C | 69. C | 70. B | 71. D |
| 72. B | 73. A | 74. A | 75. B | 76. B | 77. A | 78. B | 79. C | 80. A | |

# LỜI GIẢI CHI TIẾT

# ĐẠI SỐ TỔ HỢP

## Bài 1. QUY TẮC ĐẾM

## A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

### 1. Quy tắc cộng

Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo một trong hai phương án khác nhau

- Phương án một có $n_1$ cách thực hiện,
- Phương án hai có $n_2$ cách thực hiện.

Khi đó, số cách thực hiện công việc sẽ là $\boxed{\mathbf{n_1+n_2}}$ cách.

### 2. Quy tắc nhân

Giả sử một công việc nào đó phải hoàn thành qua hai công đoạn liên tiếp nhau

- Công đoạn một có $m_1$ cách thực hiện,
- Với mỗi cách thực hiện công đoạn một, có $m_2$ cách thực hiện công đoạn hai.

Khi đó, số cách thực hiện công việc là $\boxed{\mathbf{m_1\cdot m_2}}$ cách.

## B. CÁC DẠNG TOÁN

**Dạng 4. Bài toán sử dụng quy tắc cộng**

ĐỊNH NGHĨA 1.1. Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo một trong hai phương án khác nhau:

- Phương án một có $n_1$ cách thực hiện,
- Phương án hai có $n_2$ cách thực hiện.

Phương án 1 $\ldots n_1$ cách

Phương án 2 $\ldots n_2$ cách

Khi đó, số cách thực hiện công việc sẽ là $n_1+n_2$ cách.

*- Ta áp dụng quy tắc cộng cho một công việc có nhiều phương án khi các phương án đó phải rời nhau, không phụ thuộc vào nhau (độc lập với nhau).*
*- Nếu $A$ và $B$ là các tập hợp hữu hạn không giao nhau, thì $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$.*

### 1. Ví dụ minh hoạ

**VÍ DỤ 1.** Trên giá sách có 8 cuốn truyện ngắn, 7 cuốn tiểu thuyết và 5 tập thơ (tất cả đều khác nhau). Vẽ sơ đồ hình cây minh hoạ và cho biết bạn Phong có bao nhiêu cách chọn một cuốn để đọc vào ngày cuối tuần.

**Lời giải.**

Để chọn một cuốn để đọc bạn Phong có thể thực hiện theo một trong ba phương án sau

- Chọn một truyện ngắn có 8 cách.
- Chọn một tiểu thuyết có 7 cách.
- Chọn một tập thơ có 5 cách.

Chọn truyện ngắn có 8 cách.

Chọn tiểu thuyết có 7 cách.

Chọn tập thơ 5 cách.

Theo quy tắc cộng ta có $8+7+5=20$ cách.

□

**VÍ DỤ 2.** Giả sử từ tỉnh $C$ đến tỉnh $D$ có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa hoặc máy bay. Mỗi ngày có 6 chuyến ô tô, 4 chuyến tàu hỏa và 2 chuyến máy bay. Số cách lựa chọn chuyến đi từ tỉnh $C$ đến tỉnh $D$ là ........................

**Lời giải.**

Để đi từ $C$ đến $D$ có 3 phương án lựa chọn:

- Đi bằng ô tô có 6 cách chọn.
- Đi bằng tàu hỏa có 4 cách chọn.
- Đi bằng máy bay có 2 cách chọn.

Theo quy tắc cộng, có $6+4+2=12$ cách chọn. □

**VÍ DỤ 3.** Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

**Lời giải.**

- Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.
- Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo quy tắc cộng, ta có $5+4=9$ cách chọn mua áo. □

**VÍ DỤ 4.** Một hộp có 12 viên bi trắng, 10 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Một em bé muốn chọn 1 viên bi để chơi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

**Lời giải.**

Để chọn 1 viên bi để chơi có các phương án

a) Chọn 1 viên bi trắng có 12 cách.

b) Chọn 1 viên bi xanh có 10 cách.

c) Chọn 1 viên bi đỏ có 8 cách.

Theo quy tắc cộng, số cách để chọn 1 viên bi để chơi là $12+10+8=30$ cách. □

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Một hộp có 10 viên bi trắng, 8 viên bi xanh và 9 viên bi đỏ. Một em bé muốn chọn 1 viên bi để chơi thì có số cách chọn là

**Lời giải.**

Để chọn 1 viên bi để chơi có các phương án

- Chọn 1 viên bi trắng có 10 cách.
- Chọn 1 viên bi xanh có 8 cách.
- Chọn 1 viên bi đỏ có 9 cách.

Theo quy tắc cộng, số cách để chọn 1 viên bi để chơi là $10+8+9=27$ cách. □

**BÀI 2.** Một học sinh thi cuối kỳ có thể chọn một trong ba loại đề: đề dễ có 48 câu hỏi, đề trung bình có 40 câu hỏi và đề khó có 32 câu hỏi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một câu hỏi từ các đề thi trên?

**Lời giải.**

Số cách chọn 1 câu hỏi từ đề dễ là 48 cách.
Số cách chọn 1 câu hỏi từ đề trung bình là 40 cách.
Số cách chọn 1 câu hỏi từ đề khó là 32 cách.
Vậy số cách chọn 1 câu hỏi là $48+40+32=120$ cách. □

**BÀI 3.** Có 8 quyển sách Toán, 7 quyển sách Lí, 5 quyển sách Hóa. Một học sinh chọn 1 quyển trong bất kỳ 3 loại trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

**Lời giải.**

Để chọn 1 quyển sách trong 3 loại sách, ta có các phương án

a) Chọn 1 quyển sách Toán có 8 cách.

b) Chọn 1 quyển sách Lí có 7 cách.

c) Chọn 1 quyển sách Hóa có 5 cách.

Theo quy tắc cộng, số cách để chọn 1 viên bi để chơi là $8+7+5=20$ cách. □

**BÀI 4.** Một nhà hàng có 3 loại rượu, 4 loại bia và 6 loại nước ngọt. Thực khách cần chọn đúng một loại thức uống. Hỏi có mấy cách chọn?

**Lời giải.**

Chọn rượu có 3 cách, chọn bia có 4 cách, chọn nước ngọt có 6 cách.
Vậy có $3+4+6=13$ cách chọn. □

**BÀI 5.** Một lớp có 40 học sinh, đăng ký chơi ít nhất một trong hai môn thể thao là bóng đá và cầu lông. Có 30 em đăng ký môn bóng đá, 25 em đăng ký môn cầu lông. Hỏi có bao nhiêu em đăng ký cả hai môn thể thao?

**Lời giải.**

Số em học sinh đăng ký cả hai môn thể thao là $30 + 25 - 40 = 15$ học sinh. □

**BÀI 6.** Trong một trường THPT A, khối 11 mỗi học sinh tham gia một trong hai câu lạc bộ Toán và Tin học. Có 160 em tham gia câu lạc bộ Toán, 140 em tham gia câu lạc bộ Tin học, 50 em tham gia cả hai câu lạc bộ. Hỏi khối 11 có bao nhiêu học sinh?

**Lời giải.**

Số học sinh khối 11 là $160 + 140 - 50 = 250$ học sinh. □

**BÀI 7.** Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu cách chọn đề tài?

**Lời giải.**

Mỗi thí sinh có các 4 phương án chọn đề tài:

- Chọn đề tài về lịch sử có 8 cách chọn.
- Chọn đề tài về thiên nhiên có 7 cách chọn.
- Chọn đề tài về con người có 10 cách chọn.
- Chọn đề tài về văn hóa có 6 cách chọn.

Theo quy tắc cộng, có $8 + 7 + 10 + 6 = 31$ cách chọn đề tài. □

**BÀI 8.** Lớp $11A$ có 30 học sinh và lớp $11B$ có 32 học sinh, có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh từ 2 lớp trên để tham gia đội công tác xã hội?

**Lời giải.**

- Chọn học sinh lớp $11A$ có 30 cách chọn.
- Chọn học sinh lớp $11B$ có 32 cách chọn.

Vậy có $30 + 32 = 62$ cách chọn. □

**BÀI 9.** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

**Lời giải.**

- Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.
- Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo quy tắc cộng, ta có $280 + 325 = 605$ cách chọn. □

**BÀI 10.** Một bó hoa gồm có 5 bông hồng trắng, 6 bông hồng đỏ và 7 bông hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy một bông hoa?

**Lời giải.**

- Chọn bông hồng trắng có 5 cách chọn.
- Chọn bông hồng đỏ có 6 cách chọn.
- Chọn bông hồng vàng có 7 cách chọn.

Vậy có $5 + 6 + 7 = 18$ cách chọn. □

**BÀI 11.** Giả sử từ tỉnh $A$ đến tỉnh $B$ có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa và 3 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn chuyến đi từ tỉnh $A$ đến tỉnh $B$?

**Lời giải.**

Để đi từ $A$ đến $B$ có 3 phương án lựa chọn:

- Đi bằng ô tô có 10 cách chọn.
- Đi bằng tàu hỏa có 5 cách chọn.
- Đi bằng máy bay có 3 cách chọn.

Theo quy tắc cộng, có $10 + 5 + 3 = 18$ cách chọn. □

## 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Có 10 cuốn sách Toán khác nhau, 11 cuốn sách Văn khác nhau và 7 cuốn sách Anh văn khác nhau. Một học sinh được chọn 1 quyển sách trong các quyển sách trên. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn?

(A) 26. (B) 20. (C) 28. (D) 32.

**Lời giải.**

Theo quy tắc cộng, ta có $10 + 11 + 7 = 28$ (cách).

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 2.** Một nhà hàng có 3 loại rượu, 4 loại bia và 5 loại nước uống. Một thực khách muốn lựa chọn một loại đồ uống thì có bao nhiêu cách chọn?

(A) 7. (B) 15. (C) 12. (D) 60.

**Lời giải.**

- Nếu thực khách chọn rượu làm đồ uống thì có 3 cách chọn.
- Nếu thực khách chọn bia làm đồ uống thì có 4 cách chọn.
- Nếu thực khách chọn 5 loại nước uống còn lại làm đồ uống thì có 5 cách chọn.

Như vậy thực khách có tất cả $3 + 4 + 5 = 12$ cách chọn.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 3.** Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh của tổ đó đi trực nhật?

(A) 10. (B) 20. (C) 11. (D) 30.

**Lời giải.**

Số cách chọn một học sinh của tổ là $5 + 6 = 11$.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 4.** Từ một nhóm học sinh gồm 7 nam và 9 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

(A) 16. (B) 7. (C) 9. (D) 63.

**Lời giải.**

Áp dụng quy tắc cộng ta có số cách chọn một học sinh là $7 + 9 = 16$ cách.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 5.** Lớp $11A$ có 26 học sinh nam và 19 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh lớp $11A$ để làm lớp trưởng?

(A) 26. (B) 19. (C) 45. (D) 494.

**Lời giải.**

Số cách chọn một học sinh làm lớp trưởng từ 45 học sinh của lớp $11A$ là 45 cách chọn.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 6.** Một lớp có 39 bạn nam và 10 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bạn phụ trách quỹ lớp?

(A) 390. (B) 10. (C) 49. (D) 39.

**Lời giải.**

Tổng cộng lớp có 49 bạn nên sẽ có 49 cách chọn một bạn phụ trách quỹ lớp.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 7.** Trên giá sách có 5 quyển sách Tiếng Anh khác nhau, 6 quyển sách Toán khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Việt khác nhau. Số cách chọn 1 quyển sách là

(A) 240. (B) 19. (C) 6. (D) 8.

**Lời giải.**

Có 5 cách chọn một quyển sách Tiếng Anh, 6 cách chọn một quyển sách Toán và 8 cách chọn một quyển sách Tiếng Việt. Vậy có $5 + 6 + 8 = 19$ cách chọn một quyển sách.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 8.** Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp $11A$ hoặc lớp $12B$. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp $11A$ có 31 học sinh tiên tiến và lớp $12B$ có 22 học sinh tiên tiến?

(A) 682. (B) 31. (C) 9. (D) 53.

**Lời giải.**

- Nếu chọn một học sinh lớp $11A$ có 31 cách.
- Nếu chọn một học sinh lớp $12B$ có 22 cách.

Theo quy tắc cộng, ta có $31 + 22 = 53$ cách chọn.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 9.** Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh?
(A) 45. (B) 20. (C) 500. (D) 25.

**Lời giải.**
Có $25 + 20 = 45$ cách chọn 1 học sinh.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 10.** Trên giá sách có 10 quyển sách Toán khác nhau, 11 quyển sách Văn khác nhau và 7 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một quyển sách trong các quyển sách nói trên?
(A) 32. (B) 26. (C) 20. (D) 28.

**Lời giải.**
Có 10 cách để chọn 1 quyển sách Toán, 11 cách để chọn 1 quyển sách Văn và 7 cách để chọn 1 quyển sách Tiếng Anh nên theo quy tắc cộng có 28 cách chọn một quyển sách trong các quyển sách nói trên.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 11.** Một người vào cửa hàng ăn nhưng chỉ đủ tiền mua 1 món ăn. Thực đơn gồm 5 món cơm, 6 món mì và 3 món cháo. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn món?
(A) 5. (B) 3. (C) 14. (D) 6.

**Lời giải.**
Có 5 cách chọn cơm, 6 cách chọn mì và 3 cách chọn cháo.
Vậy có tất cả $5 + 6 + 3 = 14$ cách chọn món.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 12.** Có 8 quyển sách khác nhau và 6 quyển vở khác nhau. Số cách chọn một trong các quyển đó là
(A) 8. (B) 14. (C) 6. (D) 48.

**Lời giải.**
Để chọn được 1 quyển sách hoặc vở, ta có hai phương án
**Phương án 1.** Chọn được quyển sách có 8 cách.
**Phương án 2.** Chọn được quyển vở có 6 cách.
Do đó theo quy tắc cộng có $8 + 6 = 13$ cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 13.** Một lớp học có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn, 4 học sinh giỏi Anh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh giỏi bất kì?
(A) 7. (B) 16. (C) 12. (D) 140.

**Lời giải.**
Để chọn được 1 học sinh giỏi, ta có ba phương án
**Phương án 1.** Chọn học sinh giỏi Toán có 7 cách.
**Phương án 2.** Chọn học sinh giỏi Văn có 5 cách.
**Phương án 3.** Chọn học sinh giỏi Anh có 4 cách.
Do đó theo quy tắc cộng có $7 + 5 + 4 = 16$ cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 14.** Giả sử bố bạn An muốn mua một chiếc xe hiệu Vision hoặc SH. Biết rằng xe máy hiệu Vision có 5 màu khác nhau, xe máy hiệu SH có 9 màu khác nhau. Hỏi bố bạn An có bao nhiêu sự lựa chọn?
(A) 9. (B) 14. (C) 5. (D) 45.

**Lời giải.**
Có 5 loại xe Vision và 9 loại xe SH nên theo quy tắc cộng sẽ có 14 cách chọn mua một chiếc xe.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 15.** Một cô gái có 2 cái mũ màu trắng, 3 cái mũ màu xanh và 5 cái mũ màu vàng, tất cả các cái mũ đều khác kiểu. Hỏi cô gái này có bao nhiêu cách chọn một cái mũ để đội đi dạo?
(A) 5. (B) 10. (C) 30. (D) 6.

**Lời giải.**
Theo quy tắc cộng ta có $2 + 3 + 5 = 10$ cách chọn một cái mũ.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 16.** Một bạn muốn đi từ tỉnh $A$ tới tỉnh $B$ trong một ngày nhất định. Biết rằng trong ngày hôm đó từ tỉnh $A$ đến tỉnh $B$ có 14 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu. Hỏi bạn đó có bao nhiêu sự lựa chọn để đi từ $A$ đến $B$?
(A) 70. (B) 19. (C) 14. (D) 5.

**Lời giải.**

Để đi từ $A$ đến $B$ có thể chọn đi ô tô hoặc đi tàu nên theo quy tắc cộng ta có 19 cách chọn.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 17.** Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số từ 7 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

**A** 1. **B** 9. **C** 6. **D** 3.

**Lời giải.**

Mỗi quả cầu được đánh một số khác nhau, nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần.
Số quả cầu là $6 + 3 = 9$.
Tương ứng với 9 cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 18.** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

**A** 605. **B** 280. **C** 325. **D** 45.

**Lời giải.**

- Chọn một học sinh nam có 280 cách.
- Chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Vậy có $280 + 325 = 605$ cách chọn.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 19.** Giả sử một công việc có thể được tiến hành theo hai phương án $A$ và $B$. Phương án $A$ có thể thực hiện bằng $n$ cách, phương án $B$ có thể thực hiện bằng $m$ cách không trùng với cách nào của phương án $A$. Khi đó

**A** Công việc có thể được thực hiện bằng $m \cdot n$ cách.
**B** Công việc có thể được thực hiện bằng $m + n$ cách.
**C** Công việc có thể được thực hiện bằng $\frac{1}{2}(m + n)$ cách.
**D** Công việc có thể được thực hiện bằng $\frac{1}{2} \cdot m \cdot n$ cách.

**Lời giải.**

Theo quy tắc cộng có $m + n$ cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 20.** Từ một bó hoa hồng gồm 3 bông hồng trắng, 5 bông hồng đỏ và 6 bông hồng vàng, có bao nhiêu cách chọn ra một bông hồng?

**A** 11. **B** 90. **C** 14. **D** 8.

**Lời giải.**

Ta có

- Chọn một bông hồng trắng có 3 cách.
- Chọn một bông hồng đỏ có 5 cách.
- Chọn một bông hồng vàng có 6 cách.

Theo quy tắc cộng, ta có $3 + 5 + 6 = 14$ cách chọn một bông hồng.
Chọn đáp án (C) □

## Dạng 5. Bài toán sử dụng quy tắc nhân

Giả sử một công việc được hoàn thành qua $k$ công đoạn liên tiếp.

- Công đoạn thứ nhất có $n_1$ cách thực hiện, ứng với mỗi cách đó.
- Công đoạn thứ hai có $n_2$ cách thực hiện, ứng với mỗi cách đó.
- Công đoạn thứ ba có $n_3$ cách thực hiện, ứng với mỗi cách đó.
- .........
- Công đoạn thứ $k$ có $n_k$ cách thực hiện, ứng với mỗi cách đó.

Khi đó để hoàn thành công việc ban đầu ta có $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdots n_k$ cách thực hiện.

## 1. Ví dụ minh hoạ

**VÍ DỤ 1.** Bạn An có 4 áo sơ-mi khác màu và 3 quần dài khác nhau. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn ra một bộ đồ?

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn một áo sơ-mi sẽ có tương ứng 3 cách chọn quần dài.
Do đó, bạn An có 4 cách chọn áo sơ-mi và 3 cách chọn quần dài.
Áp dụng quy tắc nhân ta có $4 \cdot 3 = 12$ (cách chọn). □

**VÍ DỤ 2.** Một trường phổ thông có 12 học sinh chuyên tin và 18 học sinh chuyên toán. Thành lập một đoàn gồm hai người dự hội nghị sao cho có một học sinh chuyên tin và một học sinh chuyên toán. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đoàn như trên?

**Lời giải.**

Để có một đoàn đi dự hội nghị phải có đồng thời một học sinh chuyên tin và một học sinh chuyên toán.
Mỗi cách chọn một học sinh chuyên tin trong số 12 học sinh chuyên tin sẽ có 18 cách chọn một học sinh chuyên toán trong 18 học sinh chuyên toán.
Theo quy tắc nhân ta có $12 \cdot 18 = 216$ (cách). □

**VÍ DỤ 3.** Từ Quảng Trị đến Quảng Ngãi có 4 con đường và có 6 con đường từ Quảng Ngãi đến TPHCM. Hỏi có bao nhiêu con đường khác nhau để đi từ Quảng Trị đến TPHCM qua Quảng Ngãi?

**Lời giải.**

- Số cách chọn đường đi từ Quảng Trị đến Quảng Ngãi là 4.
- Số cách chọn đường đi từ Quảng Ngãi đến TPHCM là 6.

Vậy có $4 \cdot 6 = 24$ (cách chọn). □

**VÍ DỤ 4.** Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau được tạo từ các chữ số trong tập $A$?

**Lời giải.**

Gọi số tự nhiên có ba chữ số cần tìm là $\overline{abc}$, trong đó

- $a$ có 5 cách chọn.
- $b$ có 4 cách chọn.
- $c$ có 3 cách chọn.

Vậy có $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ (số). □

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Cho tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau được tạo từ các chữ số trong tập $A$?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$.
Do các chữ số đôi một khác nhau nên có 5 cách chọn $a \neq 0$; 5 cách chọn $b$; 4 cách chọn $c$; 3 cách chọn $d$ và 2 cách chọn $e$.
Vậy có $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 600$ (số). □

**BÀI 2.** Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$. Từ $A$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$.
Do chia hết cho 5 nên có 1 cách chọn $e = 5$.
Đồng thời, do các chữ số đôi một khác nhau nên có 6 cách chọn $a$; 5 cách chọn $b$; 4 cách chọn $c$ và 3 cách chọn $d$.
Vậy có $1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ (số). □

**BÀI 3.** Có bao nhiêu biển đăng kí xe ô tô nếu mỗi biển số chứa một dãy ba chữ cái (trong bảng 26 chữ cái tiếng Anh), tiếp sau là bốn chữ số?

**Lời giải.**

Giả sử mỗi biển số xe có dạng $a_1a_2a_3b_1b_2b_3b_4$, trong đó $a_i$ $(i = \overline{1,3})$ là các chữ cái và $b_j$ $(j = \overline{1,4})$ là các số.
Do các chữ cái có thể giống nhau nên có 26 cách chọn $a_1$, 26 cách chọn $a_2$, 26 cách chọn $a_3$.
Đồng thời, do các số có thể giống nhau nên có 10 cách chọn $b_1$, 10 cách chọn $b_2$, 10 cách chọn $b_3$ và 10 cách chọn $b_4$.
Vậy có $26^3 \cdot 10^4 = 175760000$ số. □

**BÀI 4.** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số bắt đầu bằng chữ số lẻ và các chữ số đôi một khác nhau?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$.
Do bắt đầu bằng chữ số lẻ nên có 5 cách chọn $a$.
Đồng thời, do các chữ số đôi một khác nhau nên có 9 cách chọn $b$ và 8 cách chọn $c$.
Vậy có $5 \cdot 9 \cdot 8 = 360$ (số). □

**BÀI 5.** Từ các số $1; 2; \ldots; 9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau, bắt đầu bằng chữ số lẻ và kết thúc bằng chữ số chẵn?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$.
Do kết thúc bằng chữ số chẵn nên có 4 cách chọn $d$.
Do bắt đầu bằng chữ số lẻ nên có 5 cách chọn $a$.
Đồng thời, do các chữ số đôi một khác nhau nên có 7 cách chọn $b$ và 6 cách chọn $c$.
Vậy có $4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 6 = 840$ (số). □

**BÀI 6.** Từ các số $0; 4; 5; 7; 8; 9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau và lớn hơn 5000?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$.
Do số cần tìm lớn hơn 5000 nên có 4 cách chọn $a \in \{5; 7; 8; 9\}$.
Đồng thời, do các chữ số khác nhau nên có 5 cách chọn $b$; 4 cách chọn $c$ và 3 cách chọn $d$.
Vậy có $4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 240$ (số). □

**BÀI 7.** Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau được viết từ các số $1; 2; 3; 4; 5$, trong đó ba chữ số đầu là ba chữ số lẻ và hai chữ số cuối là hai chữ số chẵn?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$.
Do số cần tìm có ba chữ số đầu là ba chữ số lẻ nên có 3 cách chọn $a$, 2 cách chọn $b$, 1 cách chọn $c$.
Đồng thời, do số cần tìm có hai chữ số cuối là hai chữ số chẵn nên có 2 cách chọn $d$ và 1 cách chọn $e$.
Vậy có $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 12$ (số). □

**BÀI 8.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; \ldots; 8; 9\}$. Từ $A$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $\overline{abcdefg}$.

- **TH1:** $g = 0$ Do các chữ số đôi một khác nhau nên có 9 cách chọn $a$; 8 cách chọn $b$; 7 cách chọn $c$; 6 cách chọn $d$; 5 cách chọn $e$ và 4 cách chọn $f$.
  Nên có $1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 60480$ (số).
- **TH2:** $g \in \{2; 4; 6; 8\}$ Do các chữ số đôi một khác nhau nên có 4 cách chọn $g$; 8 cách chọn $a \neq 0$; 8 cách chọn $b$; 7 cách chọn $c$; 6 cách chọn $d$; 5 cách chọn $e$ và 4 cách chọn $f$.
  Nên có $4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 215040$ (số).

Vậy có $60480 + 215040 = 275520$ (số). □

**BÀI 9.** Có bao nhiêu số tự nhiên trong đó các chữ số khác nhau và nhỏ hơn 10000 được tạo thành từ năm chữ số 0, 1, 2, 3, 4?

**Lời giải.**

Các số cần tìm được bắt đầu từ các chữ số 1, 2, 3, 4 và có bốn, ba, hai, một chữ số.

- Số cần tìm có bốn chữ số là $\overline{abcd}$.
  Do các chữ số khác nhau nên có 4 cách chọn $a \neq 0$; 4 cách chọn $b$; 3 cách chọn $c$ và 2 cách chọn $d$.
  Nên có $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 96$ (số).
- Số cần tìm có ba chữ số là $\overline{abc}$.
  Do các chữ số khác nhau nên có 4 cách chọn $a \neq 0$; 4 cách chọn $b$ và 3 cách chọn $c$.
  Nên có $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ (số).
- Số cần tìm có hai chữ số là $\overline{ab}$.
  Do các chữ số khác nhau nên có $4 \neq 0$ cách chọn $a$ và 4 cách chọn $b$.
  Nên có $4 \cdot 4 = 16$ (số).
- Số cần tìm có một chữ số: 5 (số).

Vậy có $96 + 48 + 16 + 5 = 165$ (số). □

**BÀI 10.** Từ các số $0; 1; 2; 3; 4; 5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau và không bắt đầu bằng 123?

**Lời giải.**

- Gọi số tự nhiên có năm chữ số khác nhau có dạng $\overline{abcde}$.
  Ta có 5 cách chọn $a \neq 0$; 5 cách chọn $b$; 4 cách chọn $c$; 3 cách chọn $d$ và 2 cách chọn $e$.
  Nên có $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 600$ (số).

- Gọi số tự nhiên có năm chữ số khác nhau và bắt đầu bằng 123 có dạng $\overline{123b_1b_2}$.
  Ta có 3 cách chọn $b_1$ và 2 cách chọn $b_2$.
  Nên có $3 \cdot 2 = 6$ (số).

Vậy có $600 - 6 = 594$ số tự nhiên có năm chữ số khác nhau và không bắt đầu bằng 123. □

**BÀI 11.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

a) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 5 và chữ số 2 luôn có mặt đúng một lần?

b) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 3?

c) Tính tổng các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau mà các số này không có chữ số 0?

**Lời giải.**

a) Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$.

- **Trường hợp 1:** $e = 0$.
  - Ta có 1 cách chọn $e$.
  - Chữ số 2 có 4 vị trí đặt là $a$ hoặc $b$ hoặc $c$ hoặc $d$.
  - Ba chữ số còn lại có $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ (cách).

  Nên có $1 \cdot 4 \cdot 24 = 96$ (số).
- **Trường hợp 2:** $e = 5$, $a = 2$. Ta có 1 cách chọn $e$, 1 cách chọn $a$.
  Do các chữ số đôi một khác nhau nên có 4 cách chọn $b$, 3 cách chọn $c$ và 2 cách chọn $d$.
  Nên có $1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ (số).
- **Trường hợp 3:** $e = 5$, $a \neq 2$.
  - Ta có 1 cách chọn $e$, 3 cách chọn $a \neq 0$.
  - Chữ số 2 có 3 vị trí đặt là $b$ hoặc $c$ hoặc $d$.
  - Hai chữ số còn lại có $3 \cdot 2 = 6$ (cách).

  Nên có $1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6 = 54$ (số).

Vậy có $96 + 24 + 54 = 174$ (số).

b) Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$.
Xét các tập con gồm 3 phần tử của tập hợp $A$, ta thấy các tập hợp sau có tổng các phần tử là số chia hết cho 3 là

$$A_1 = \{0; 1; 2\},\ A_2 = \{0; 1; 5\},\ A_3 = \{0; 2; 4\},\ A_4 = \{0; 4; 5\},$$
$$A_5 = \{1; 2; 3\},\ A_6 = \{1; 3; 5\},\ A_7 = \{2; 3; 4\},\ A_8 = \{3; 4; 5\}.$$

- Khi $a, b, c, \in A_1, A_2, A_3, A_4$: mỗi trường hợp có 2 cách chọn $a \neq 0$, 2 cách chọn $b$ và 1 cách chọn $c$. Nên có $4 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 1) = 16$ (số).
- Khi $a, b, c, \in A_5, A_6, A_7, A_8$: mỗi trường hợp có 3 cách chọn $a$, 2 cách chọn $b$ và 1 cách chọn $c$. Nên có $4 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1) = 24$ (số).

Vậy có $16 + 24 = 40$ (số).

c) Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$.
Do các chữ số đôi một khác nhau mà các số này không có chữ số 0 nên có 5 cách chọn $a$, 4 cách chọn $b$, 3 cách chọn $c$, 2 cách chọn $d$ và 1 cách chọn $e$.
Nên có $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Gọi $S$ là tổng của 120 số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau vừa tìm được.
Mỗi chữ số 1, 2, 3, 4, 5 đều xuất hiện ở $a$, $b$, $c$, $d$, $e$ là 24 lần.
Mà $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ nên

$$S = 24 \cdot \left(15 \cdot 10^4 + 15 \cdot 10^3 + 15 \cdot 10^2 + 15 \cdot 10 + 15\right) = 3999960.$$

□

## 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có $m$ cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có $n$ cách thực hiện hành động thứ hai. Hỏi có bao nhiêu cách thực hiện công việc?

(A) $m + n$. (B) $m - n$. (C) $\frac{m}{n}$. (D) $m \cdot n$.

**Lời giải.**

Áp dụng qui tắc nhân.

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 2.** Anh $A$ có 7 cái áo màu sắc khác nhau và 6 cái quần có kiểu khác nhau. Anh $A$ có thể chọn nhiều nhất bao nhiêu bộ quần áo?

(A) 7. (B) 13. (C) 6. (D) 42.

**Lời giải.**

Ứng với mỗi cái áo anh $A$ chọn được 6 kiểu quần.
Vậy anh $A$ có thể chọn nhiều nhất $6 \cdot 7 = 42$ bộ quần áo.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 3.** Để đi từ thị trấn $A$ đến thị trấn $C$ phải qua thị trấn $B$. Biết từ $A$ đến $B$ có 4 con đường, từ $B$ đến $C$ có 3 con đường. Khi đó số cách đi từ $A$ đến $C$ mà phải qua $B$ là:

(A) 6. (B) 7. (C) 15. (D) 12.

**Lời giải.**

Từ $A$ đến $B$ có 3 cách đi.
Từ $B$ đến $C$ có 4 cách đi.
Theo quy tắc nhân, từ $A$ đến $C$ phải qua $B$ có $3 \cdot 4 = 12$ cách.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 4.** An muốn mua một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có 8 màu khác nhau, các cây bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Vậy An có bao nhiêu cách chọn?

(A) 64. (B) 16. (C) 32. (D) 20.

**Lời giải.**

Số cách chọn mua một cây bút mực là 8 cách.
Số cách chọn mua một cây bút chì là 8 cách.
Nên theo quy tắc nhân thì An có $8 \cdot 8 = 64$ cách.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 5.** Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn 1 bạn nữ lớp 12A và 1 bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

(A) 320. (B) 630. (C) 36. (D) 1220.

**Lời giải.**

Để chọn 1 bạn nữ của lớp 12A ta có 20 cách.
Để chọn 1 bạn nam của lớp 12B ta có 16 cách.
Vậy theo quy tắc nhân ta có $20 \times 16 = 320$.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 6.** Một hộp có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng

(A) 7. (B) 81. (C) 64. (D) 12.

**Lời giải.**

Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng $3 \cdot 4 = 12$ (cách).
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 7.** Có hai kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn) và có ba kiểu dây (kim loại, da, nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ có một mặt và một dây?

(A) 8. (B) 7. (C) 5. (D) 6.

**Lời giải.**

Theo quy tắc nhân, số cách chọn ra một chiếc đồng hồ là $2 \cdot 3 = 6$.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 8.** Số các số tự nhiên gồm 3 chữ số được tạo thành từ 4 chữ số $0; 1; 2; 3$ là

(A) 56. (B) 96. (C) 52. (D) 48.

**Lời giải.**

Có 3 cách chọn chữ số hàng trăm, 4 cách chọn chữ số hàng chục, 4 cách chọn chữ số hàng đơn vị, nên số các số thoả mãn là $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 9.** Liên quan đến chuyên ngành bạn Linh muốn học ở bậc đại học, có 4 trường đại học, mỗi trường có 1 khoa và ở mỗi khoa đó có 3 ngành học về chuyên ngành bạn Linh muốn học. Hỏi bạn Linh có bao nhiêu lựa chọn?

(A) 64. (B) 12. (C) 81. (D) 7.

**Lời giải.**

Số cách chọn trường: 4 cách.
Số cách chọn khoa trong trường: 1 cách.
Số cách chọn ngành trong khoa: 3 cách.
Theo quy tắc nhân ta có $4 \cdot 1 \cdot 3 = 12$ cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 10.** Cho các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7. Khi đó có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số được thành lập từ các chữ số đã cho?

(A) 1296. (B) 360. (C) 24. (D) 720.

**Lời giải.**

Từ 6 chữ số tự nhiên đã cho, ta có 6 cách chọn chữ số hàng đơn vị, 6 cách chọn chữ số hàng chục, 6 cách chọn chữ số hàng trăm, 6 cách chọn chữ số hàng nghìn.
Theo quy tắc nhân suy ra số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $6^4 = 1296$ cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 11.** Đề kiểm tra học kì 1 môn Toán khối 11 ở một trường THPT gồm 2 phần tự luận và trắc nghiệm, trong đó phần tự luận có 13 đề, phần trắc nghiệm có 10 đề. Mỗi học sinh phải làm bài thi gồm một đề tự luận và một đề trắc nghiệm. Hỏi trường THPT đó có bao nhiêu cách chọn đề thi?

(A) 130. (B) 23. (C) 253. (D) 506.

**Lời giải.**

Số cách chọn một đề tự luận và một đề trắc nghiệm lần lượt là 13, 10.
Vậy số cách chọn đề thi là $13 \cdot 10 = 130$.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 12.** Cho 6 chữ số $2, 3, 4, 5, 6, 7$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số lập từ 6 chữ số đó.

(A) 256. (B) 108. (C) 36. (D) 18.

**Lời giải.**

Gọi $\overline{a_1a_2a_3}$ là số tự nhiên cần lập.
Ta có $a_3$ có 3 cách chọn, $a_2, a_1$ có 6 cách.
Vậy có $3 \cdot 6 \cdot 6 = 108$.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 13.** Trong mặt phẳng, cho một đa giác lồi có 20 cạnh. Số đường chéo của đa giác là

(A) 340. (B) 380. (C) 190. (D) 170.

**Lời giải.**

Từ mỗi đỉnh của đa giác ta kẻ được 17 đường chéo.
Từ 20 đỉnh kẻ được $17 \cdot 20 = 340$ đường chéo.
Tuy nhiên, theo cách vẽ ở trên thì mỗi đường chéo của đa giác được kẻ 2 lần.
Vậy số đường chéo của đa giác là $\dfrac{340}{2} = 170$.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 14.** Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

(A) 6. (B) 7. (C) 5. (D) 8.

**Lời giải.**

Gọi số đỉnh của đa giác là $n$. Mà số cạnh bằng số đỉnh nên số cạnh của đa giác là $n$.
Cứ mỗi đỉnh nối với $(n-3)$ đỉnh còn lại tạo thành $(n-3)$ đường chéo nên số đường chéo của đa giác là $\dfrac{n(n-3)}{2}$ (do mỗi đường chéo được tính hai lần). Vì số đường chéo gấp đôi số cạnh nên

$$\frac{n(n-3)}{2} = 2n \Leftrightarrow n - 3 = 4 \Leftrightarrow n = 7.$$

Vậy đa giác có 7 cạnh.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 15.** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

Ⓐ 1000. Ⓑ 729. Ⓒ 648. Ⓓ 720.

**Lời giải.**

Gọi số cần lập là $\overline{abc}$ với $a \neq 0$.
Chọn $a$ có 9 cách.
Chọn $b$ có 9 cách.
Chọn $c$ có 8 cách.
Vậy có $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ số tự nhiên có ba chữ số khác nhau.
Chọn đáp án C □

**CÂU 16.** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà tất cả các chữ số đều là chữ số lẻ?

Ⓐ 10. Ⓑ 25. Ⓒ 45. Ⓓ 50.

**Lời giải.**

Tập hợp các chữ số lẻ là $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.
Số tự nhiên có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$.
Vì tất cả các chữ số đều là chữ số lẻ nên $a, b \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

- Vị trí $a$ có 5 cách chọn.
- Vị trí $b$ có 5 cách chọn.

Vậy có tất cả $5 \times 5 = 25$ số tự nhiên có hai chữ số mà tất cả các chữ số đều lẻ.
Chọn đáp án B □

**CÂU 17.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ tập $A$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

Ⓐ 8232. Ⓑ 1230. Ⓒ 1260. Ⓓ 2880.

**Lời giải.**

Gọi $\overline{abcde}$ $(a \neq 0)$ là số cần lập. Vì không có yêu cầu các chữ số phải khác nhau nên ta có:
Chọn $a$ có 6 cách.
Chọn $e$ có 4 cách.
Chọn các chữ số $b, c, d$ thì có 7 cách chọn mỗi chữ số.
Vậy có $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 = 8232$ (số).
Chọn đáp án A □

**CÂU 18.** Một phòng có 12 người. Cần lập một tổ đi công tác 3 người, một người làm tổ trưởng, một người làm tổ phó và một người là thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách lập?

Ⓐ 220. Ⓑ 1728. Ⓒ 1230. Ⓓ 1320.

**Lời giải.**

- Có 12 cách chọn một người làm tổ trưởng.
- Có 11 cách chọn một người làm tổ phó.
- Có 10 cách chọn một người làm thành viên.

Suy ra, số cách lập một tổ đi công tác 3 người bằng $12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$.
Chọn đáp án D □

**CÂU 19.** Giả sử có 8 vận động viên tham gia chạy thi. Nếu không kể trường hợp có hai vận động viên về đích cùng lúc thì có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra đối với các vị trí nhất, nhì, ba?

Ⓐ 56. Ⓑ 120. Ⓒ 336. Ⓓ 24.

**Lời giải.**

Vị trí thứ nhất có 8 khả năng, vị trí thứ nhì có 7 khả năng và vị trí thứ ba có 6 khả năng.
Vậy có $8 \times 7 \times 6 = 336$.
Chọn đáp án C □

**CÂU 20.** Cho đa giác đều 16 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác vuông có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đều đó?

Ⓐ 560. Ⓑ 112. Ⓒ 121. Ⓓ 128.

**Lời giải.**

Chọn 2 đỉnh đối diện trong 16 đỉnh ta được 8 cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.
Khi đó, ta chọn 1 trong 14 đỉnh còn lại ta sẽ được một tam giác vuông tại đỉnh vừa chọn.
Vậy có tất cả $8 \times 14 = 112$ tam giác vuông tạo thành.
Chọn đáp án B □

**CÂU 21.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 108 số. B. 228 số. C. 36 số. D. 144 số.

**Lời giải.**

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ là số lẻ có 4 chữ số khác nhau, với $a_1, a_2, a_3, a_4 \in \{0;1;2;3;5;8\} \Rightarrow a_4$ có 3 cách chọn, $a_1$ có 4 cách chọn, $a_2$ có 4 cách chọn và $a_3$ có 3 cách chọn.
Khi đó, có $4 \cdot 4 \cdot 3 = 144$ số thỏa mãn yêu cầu trên.
Gọi $\overline{b_1b_2b_3b_4}$ là số lẻ có 4 chữ số khác nhau, với $b_1, b_2, b_3, b_4 \in \{0;1;2;5;8\} \Rightarrow b_4$ có 2 cách chọn, $b_1$ có 3 cách chọn, $b_2$ có 3 cách chọn và $b_3$ có 2 cách chọn.
Do đó, có $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 36$ số thỏa mãn yêu cầu trên.
Vậy có tất cả $144 - 36 = 108$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án A □

**CÂU 22.** Gieo một con súc sắc 6 mặt cân đối 3 lần, có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra thỏa mãn điều kiện "Tổng số chấm xuất hiện trong 3 lần là số chẵn"?

A. 162. B. 54. C. 108. D. 27.

**Lời giải.**

Dù kết quả hai lần gieo đầu tiên như thế nào thì lần thứ ba cũng có 3 khả năng xảy ra để phù hợp với điều kiện "Tổng số chấm xuất hiện trong 3 lần là số chẵn".
Do đó, số kết quả thỏa mãn điều kiện trên là $6 \times 6 \times 3 = 108$.
Chọn đáp án C □

**CÂU 23.** Cho 5 chữ số $1, 2, 3, 4, 6$. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của tất cả các số lập được.

A. 12321. B. 21312. C. 12312. D. 21321.

**Lời giải.**

Xét tập $X = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.
Số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập $X$ là $5 \times 4 \times 3 = 60$.
Do vai trò các chữ số là như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong tập $X$ tại mỗi hàng trăm, hàng chục, hàng đơn vị là $\dfrac{60}{5} = 12$.
Tổng các số lập được $S = (1 + 2 + 3 + 4 + 6) \times 12 \times 111 = 21312$.
Chọn đáp án B □

## Dạng 6. Kết hợp quy tắc cộng và quy tắc nhân

Hầu hết các bài toán đếm trong thực tế sẽ phức tạp và cần áp dụng cả hai quy tắc cộng và quy tắc nhân để giải bài toán.

## 1. Ví dụ minh hoạ

**VÍ DỤ 1.** Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số được lấy từ $A$ sao cho các chữ số

a) Khác nhau từng đôi một.

b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.

c) Khác nhau từng đôi một và nó là số chẵn.

d) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.

**Lời giải.**

a) Gọi số có bốn chữ số cần lập là $\overline{abcd}$ với $a \neq b \neq c \neq d$.

- Chọn chữ số $a$ có 7 cách do $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 7 cách do $b \neq a$.
- Chọn chữ số $c$ có 6 cách do $c \neq b$ và $c \neq a$.
- Chọn chữ số $d$ có 5 cách do $d \neq c$; $d \neq b$ và $d \neq a$.

Vậy theo quy tắc nhân có $7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1470$ số.

b) Gọi số có bốn chữ số cần lập là $\overline{abcd}$ với $a \neq b \neq c \neq d$.

- Chọn chữ số $d$ có 4 cách do $d \in \{1;3;5;7\}$.

- Chọn chữ số $a$ có 6 cách do $a \neq d$ và $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 6 cách do $b \neq d$ và $b \neq a$.
- Chọn chữ số $c$ có 5 cách do $c \neq d$; $c \neq a$ và $c \neq b$.

Vậy theo quy tắc nhân có $4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 5 = 720$ số.

c) Gọi số có bốn chữ số cần lập là $\overline{abcd}$ với $a \neq b \neq c \neq d$.

(a) **Trường hợp 1.** Chữ số $d = 0$.
- Chọn chữ số $a$ có 7 cách do $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 6 cách do $b \neq a$ và $b \neq 0$.
- Chọn chữ số $c$ có 5 cách do $c \neq a$; $c \neq b$ và $c \neq 0$.

Theo quy tắc nhân có $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ số.

(b) **Trường hợp 2.** Chữ số $d \in \{2; 4; 6\}$ nên có 3 cách chọn.
- Chọn chữ số $a$ có 6 cách do $a \neq 0$ và $a \neq d$.
- Chọn chữ số $b$ có 6 cách do $b \neq a$ và $b \neq d$.
- Chọn chữ số $c$ có 5 cách do $c \neq a$; $c \neq b$ và $c \neq d$.

Theo quy tắc nhân có $3 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 5 = 540$ số.

Vậy theo quy tắc cộng có $210 + 540 = 750$ số.

d) Gọi số có bốn chữ số cần lập là $\overline{abcd}$ với $a \neq b \neq c \neq d$.

(a) **Trường hợp 1.** Chữ số $d = 0$.
- Chọn chữ số $a$ có 7 cách do $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 6 cách do $b \neq a$ và $b \neq 0$.
- Chọn chữ số $c$ có 5 cách do $c \neq a$; $c \neq b$ và $c \neq 0$.

Theo quy tắc nhân có $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ số.

(b) **Trường hợp 2.** Chữ số $d = 5$.
- Chọn chữ số $a$ có 6 cách do $a \neq 0$ và $a \neq 5$.
- Chọn chữ số $b$ có 6 cách do $b \neq a$ và $b \neq 5$.
- Chọn chữ số $c$ có 5 cách do $c \neq a$; $c \neq b$ và $c \neq 5$.

Theo quy tắc nhân có $6 \cdot 6 \cdot 5 = 180$ số.

Vậy theo quy tắc cộng có $210 + 180 = 390$ số.

□

**VÍ DỤ 2.** Cho tập hợp $X = \{0; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số được lấy từ $X$ sao cho các chữ số

a) Khác nhau từng đôi một.

b) Khác nhau từng đôi một và nó là số lẻ.

c) Khác nhau từng đôi một và chia hết cho 2.

d) Khác nhau đôi một và chia hết cho 5.

**Lời giải.**

a) Gọi số có ba chữ số cần lập là $\overline{abc}$ với $a \neq b \neq c$.

- Chọn chữ số $a$ có 6 cách do $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 6 cách do $b \neq a$.
- Chọn chữ số $c$ có 5 cách do $c \neq b$ và $c \neq a$.

Vậy theo quy tắc nhân có $6 \cdot 6 \cdot 5 = 180$ số.

b) Gọi số có ba chữ số cần lập là $\overline{abc}$ với $a \neq b \neq c$.

- Chọn chữ số $c$ có 2 cách do $d \in \{3; 5\}$.
- Chọn chữ số $a$ có 5 cách do $a \neq c$ và $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 5 cách do $b \neq c$ và $b \neq a$.

Vậy theo quy tắc nhân có $2 \cdot 5 \cdot 5 = 50$ số.

c) Gọi số có ba chữ số cần lập là $\overline{abc}$ với $a \neq b \neq c$.

(a) **Trường hợp 1.** Chữ số $c = 0$.

- Chọn chữ số $a$ có 6 cách do $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 5 cách do $b \neq a$ và $b \neq 0$.

Theo quy tắc nhân có $6 \cdot 5 = 30$ số.

(b) **Trường hợp 2.** Chữ số $c \in \{2; 4; 6; 8\}$ nên có 4 cách chọn.

- Chọn chữ số $a$ có 5 cách do $a \neq 0$ và $a \neq c$.
- Chọn chữ số $b$ có 5 cách do $b \neq a$ và $b \neq c$.

Theo quy tắc nhân có $4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$ số.

Vậy theo quy tắc cộng có $30 + 100 = 130$ số.

d) Gọi số có ba chữ số cần lập là $\overline{abc}$ với $a \neq b \neq c$.

(a) **Trường hợp 1.** Chữ số $c = 0$.

- Chọn chữ số $a$ có 6 cách do $a \neq 0$.
- Chọn chữ số $b$ có 5 cách do $b \neq a$ và $b \neq 0$.

Theo quy tắc nhân có $6 \cdot 5 = 30$ số.

(b) **Trường hợp 2.** Chữ số $d = 5$.

- Chọn chữ số $a$ có 5 cách do $a \neq 0$ và $a \neq 5$.
- Chọn chữ số $b$ có 5 cách do $b \neq a$ và $b \neq 5$.

Theo quy tắc nhân có $5 \cdot 5 = 25$ số.

Vậy theo quy tắc cộng có $25 + 30 = 55$ số.

□

**VÍ DỤ 3.** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập $E = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$?

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số tự nhiên $\overline{abcd}$ là số chẵn, gồm 4 chữ số đôi một khác nhau từ tập $E$ được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- Phương án 1: $d = 0$.

  — Công đoạn 1: Chọn $a \in E \setminus \{0\}$. Có 8 cách.

  — Công đoạn 2: Chọn $b \in E \setminus \{a; 0\}$. Có 7 cách.

  — Công đoạn 3: Chọn $c \in E \setminus \{a; b; 0\}$. Có 6 cách.

  Theo quy tắc nhân số cách chọn trong phương án này là $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$. (1)

- Phương án 2: $d \in \{2; 4; 6; 8\}$.

  — Công đoạn 1: Chọn $d \in \{2; 4; 6; 8\}$. Có 4 cách.

  — Công đoạn 2: Chọn $a \in E \setminus \{d; 0\}$. Có 7 cách.

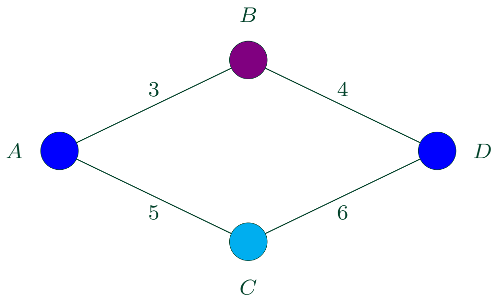
  — Công đoạn 3: Chọn $b \in E \setminus \{a; d\}$. Có 7 cách.

  — Công đoạn 4: Chọn $c \in E \setminus \{a; d; b\}$. Có 6 cách.

  Theo quy tắc nhân số cách chọn trong phương án này là $4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 = 1176$. (2)
  Từ (1) và (2) theo quy tắc cộng, ta có số các số tự nhiên thỏa đề bài là $336 + 1176 = 1512$.

□

**VÍ DỤ 4.** Từ thành phố $A$ đến thành phố $B$ có 3 con đường, từ thành phố $B$ đến thành phố $D$ có 4 con đường, từ thành phố $A$ đến thành phố $C$ có 5 con đường, từ thành phố $C$ đến thành phố $D$ có 6 con đường, các con đường này đôi một khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn đường đi $A$ đến $D$ rồi trở về $A$ mà không có con đường nào được đi lặp trở lại, biết rằng không có con đường nào đi trực tiếp $B$ đến $C$ và đi trực tiếp từ $A$ đến $D$.




**Lời giải.**

Mỗi cách chọn đường đi từ $A$ đến $D$ rồi trở về $A$ mà không có con đường nào được đi lặp trở lại được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1: Đi theo hướng $A \longrightarrow B \longrightarrow D \longrightarrow B \longrightarrow A$.
  - Công đoạn 1: Chọn đường đi từ $A$ đến $B$. Có 3 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn đường đi từ $B$ đến $D$. Có 4 cách.
  - Công đoạn 3: Chọn đường đi từ $D$ trở về $B$ mà không đi lại con đường đã đi qua. Có 3 cách.
  - Công đoạn 4: Chọn đường đi từ $B$ trở về $A$ mà không đi lại con đường đã đi qua. Có 2 cách.
    Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 72$. (1)
- Phương án 2: Đi theo hướng $A \longrightarrow B \longrightarrow D \longrightarrow C \longrightarrow A$.
  - Công đoạn 1: Chọn đường đi từ $A$ đến $B$. Có 3 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn đường đi từ $B$ đến $D$. Có 4 cách.
  - Công đoạn 3: Chọn đường đi từ $D$ đến $C$. Có 6 cách.
  - Công đoạn 4: Chọn đường đi từ $C$ đến $A$. Có 5 cách.
    Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 = 360$. (2)
- Phương án 3: Đi theo hướng $A \longrightarrow C \longrightarrow D \longrightarrow B \longrightarrow A$.
  - Công đoạn 1: Chọn đường đi từ $A$ đến $C$. Có 5 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn đường đi từ $C$ đến $D$. Có 6 cách.
  - Công đoạn 3: Chọn đường đi từ $D$ đến $B$. Có 4 cách.
  - Công đoạn 4: Chọn đường đi từ $B$ đến $A$. Có 3 cách.
    Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3 = 360$. (3)
- Phương án 4: Đi theo hướng $A \longrightarrow C \longrightarrow D \longrightarrow C \longrightarrow A$.
  - Công đoạn 1: Chọn đường đi từ $A$ đến $C$. Có 5 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn đường đi từ $C$ đến $D$. Có 6 cách.
  - Công đoạn 3: Chọn đường đi từ $D$ trở về $cC$ mà không đi lại con đường đã đi qua. Có 5 cách.
  - Công đoạn 4: Chọn đường đi từ $C$ trở về $A$ mà không đi lại con đường đã đi qua. Có 4 cách.

  Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $5 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 600$. (4)

Từ (1), (2), (3) và (4) theo quy tắc cộng, ta có số cách chọn đường đi thỏa yêu cầu đề bài là

$$72 + 360 + 360 + 600 = 1392.$$

□

**VÍ DỤ 5.** Có bao nhiêu cách chọn một vé Xổ số kiến thiết có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 0 hoặc không có chữ số 9?

**Lời giải.**

Gọi $A$ là tập hợp các vé Xổ số mà số ghi trên vé không có chữ số 0, $B$ là tập hợp các vé Xổ số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 9 thì $A \cup B$ là tập hợp các vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 0 hoặc không có chữ số 9 và $A \cap B$ là tập hợp các vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 0 và không có chữ số 9.
Vì $A \cap B \neq \varnothing$ nên $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

- Tìm $n(A)$.
  Số ghi trên vé là một dãy gồm 5 chữ số $abcde$. Vì số ghi trên vé không có chữ số 0 nên ở mỗi vị trí có 9 cách chọn. Suy ra $n(A) = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^5$.

- Tìm $n(B)$.
  Vì số dãy số ghi trên vé không có chữ số 9 và $a$ có thể bằng 0 nên mỗi vị trí $a, b, c, d, e)$ có có 9 cách chọn. Do đó, $n(B) = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^5$.
- Tìm $n(A \cap B)$.
  Mỗi cách chọn ra dãy số gồm 5 chữ số $abcde$ sao cho trong đó không có chữ số 0 và chữ số 9 được thực hiện qua 5 công đoạn, mỗi công đoạn có 8 cách chọn trong tập $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Suy ra $n(A \cap B) = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^5$.

Vậy số vé Xổ số thỏa đề bài là $n(A \cup B) = 2 \cdot 9^5 - 8^5 = 85330$. □

**VÍ DỤ 6.** Từ tập $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và không lớn hơn 789?

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số tự nhiên $\overline{abc}$ là số chẵn gồm 3 chữ số đôi một khác nhau từ $E$ thỏa $\overline{abcd} \leq 789$ được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1: $\overline{abc} = \overline{7bc}$ với $b < 9$.
  - Công đoạn 1: Chọn $c \in \{2; 4; 6; 8\}$. Có 4 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $b \in E \backslash \{9, 7; c\}$. Có 6 cách.

  Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $4 \cdot 6 = 24$. (1)
- Phương án 2: $\overline{abc}$ với $a < 7, c = 8$
  - Công đoạn 1: Chọn $a \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có 6 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $b \in E \backslash \{8, a\}$. Có 7 cách.
    Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $6 \cdot 7 = 42$. (2)
- Phương án 3: $\overline{abc}$ với $a < 7, c \neq 8$.
  - Công đoạn 1: Chọn $c \in \{2; 4; 6\}$. Có 3 cách
  - Công đoạn 2: Chọn $a \in E \backslash \{7, 8, 9, c\}$. Có 5 cách.
  - Công đoạn 3: Chọn $b \in E \backslash \{a, c\}$. Có 7 cách.
    Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$. (3)

  Từ $(1), (2)$, và $(3)$ theo quy tắc cộng, ta có số các số thỏa đề là $24 + 42 + 105 = 171$.

□

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau trong đó phải có chữ số 2?

**Lời giải.**

Gọi $n = \overline{a_1a_2a_3a_4}$ là số cần tìm.

- Nếu $a_1 = 2$ thì $a_2$ có 7 cách chọn, $a_3$ có 6 cách chọn, $a_4$ có 5 cách chọn.
  Suy ra có $5 \cdot 6 \cdot 7 = 210$ số.
- Nếu $a_1 \neq 2$ và $a_2 = 2$ thì $a_1$ có 6 cách chọn (vì $a_1 \neq 0$), $a_3$ có 6 cách chọn, $a_4$ có 5 cách chọn.
  Suy ra có $5 \cdot 6 \cdot 6 = 180$ số.
  Tương tự đối với các trường hợp $a_3$, $a_4$ bằng 2 đều giống trường hợp $a_2 = 2$.

Suy ra số các số cần tìm là $210 + 180 \cdot 3 = 750$ số. □

**BÀI 2.** Cho các số 1, 2, 3, 4, 5.

a) Hãy tìm tất cả các số có ba chữ số khác nhau nằm trong khoảng $(300; 500)$.

b) Hãy tìm tất cả các số có ba chữ số nằm trong khoảng $(300; 500)$ (các chữ số không cần khác nhau).

**Lời giải.**

Số có ba chữ số có dạng $n = \overline{a_1a_2a_3}$.

a) Ta có $300 < n < 500$ nên $a_1$ chỉ có thể là 3 hoặc 4.

- Nếu $a_1 = 3$ thì $n = \overline{3a_2a_3}$. Khi đó,
  + $a_2$ có 4 cách chọn.
  + $a_3$ có 3 cách chọn.
  Do đó, có $4 \times 3 = 12$ số.

- Nếu $a_1 = 4$ thì $n = \overline{4a_2a_3}$. Khi đó,
  + $a_2$ có 4 cách chọn.
  + $a_3$ có 3 cách chọn.
  Do đó, có $4 \times 3 = 12$ số.

Vậy có tất cả $12 + 12 = 24$ số.

b) Ta có $300 < n < 500$ nên $a_1 \in \{3, 4\}$. Kết hợp với các chữ số không cần khác nhau thì

- $a_1$ có 2 cách chọn.
- $a_2$ có 5 cách chọn.
- $a_3$ có 5 cách chọn.

Vậy có tất cả $2 \times 5 \times 5 = 50$ số.

□

**BÀI 3.** Từ các chữ số 0, 4, 5, 7, 9.

a) Có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau.

b) Có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau và lớn hơn 5000?

c) Có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số chia hết cho 5?

**Lời giải.**

a) Gọi số cần tìm là $n = \overline{a_1a_2a_3a_4}$.

- $a_1$ có 4 cách chọn (vì $a_1 \neq 0$).
- $a_2$ có 4 cách chọn.
- $a_3$ có 3 cách chọn.
- $a_4$ có 2 cách chọn.

Suy ra có $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 = 96$ số.

b) Số lớn hơn 5000 thì chữ số hàng nghìn $a_1 \geq 5$.

- Nếu $a_1 = 5$ thì $n = \overline{5a_2a_3a_4}$.
  Khi đó $a_2$ có 4 cách chọn, $a_3$ có 3 cách chọn, $a_4$ có 2 cách chọn.
  Suy ra có $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ số.
- Nếu $a_1 = 7$ hoặc $a_1 = 9$ thì cũng giống trường hợp $a_1 = 5$

Suy ra có tất cả $24 \cdot 3 = 72$ số lớn hơn 5000.

c) Số chia hết cho 5 phải có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 nên $a_4$ có 2 cách chọn.

- Nếu $a_4 = 0$ thì $n = \overline{a_1a_2a_30}$.
  Khi đó $a_1$ có 4 cách chọn, $a_2$ có 3 cách chọn, $a_3$ có 2 cách chọn.
  Suy ra có $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ số.
- Nếu $a_4 = 5$ thì $n = \overline{a_1a_2a_35}$.
  Khi đó $a_1$ có ba cách chọn (vì $a_1 \neq 0$), $a_2$ có 3 cách chọn, $a_3$ có hai cách chọn.
  Suy ra có $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ số.

Vậy có tất cả $24 + 18 = 42$ số.

□

**BÀI 4.** Một lớp học có 3 tổ. Tổ I gồm có 3 học sinh nam và 7 học sinh nữ; tổ II gồm có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ; tổ III gồm có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Cô giáo chủ nhiệm cần chọn ra một học sinh nam và một học sinh nữ để tham gia hoạt động tình nguyện. Hỏi cô giáo có bao nhiêu cách chọn, nếu cô muốn chọn hai em học sinh ở hai tổ khác nhau?

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn ra một học sinh nam và học sinh nữ thỏa yêu cầu đề bài được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- Phương án 1: Chọn nam tổ $I$ và nữ ở hai tổ còn lại.
  — Công đoạn 1: Chọn 1 học sinh nam trong tổ $I$. Có 3 cách.
  — Công đoạn 2: Chọn 1 học sinh nữ từ hai tổ còn lại. Có 9 cách.
  Theo quy tắc nhân, số cách trong phương án này là $3 \times 9 = 27$ cách. (1)

- Phương án 2: Chọn nam tổ $II$ và nữ ở hai tổ còn lại.
  Tương tự phương án 1, ta có số cách trong phương án này là $5 \times 11 = 55$ cách. (2)

- Phương án 3: Chọn nam tổ $III$ và nữ ở hai tổ còn lại. Có $6 \times 12 = 72$ cách. (3)

Từ (1), (2) và (3), theo quy tắc cộng, ta có tổng số cách chọn là $27 + 55 + 72 = 154$ cách. □

**BÀI 5.** Từ tập $E = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và số tự nhiên này lớn hơn 3452?

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số tự nhiên $\overline{abcd}$ gồm 4 chữ số phân khác nhau từ tập $E$ thỏa $\overline{abcd} > 3452$ được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- Phương án 1: $\overline{abcd} = \overline{345d}$ với $d > 2$.
  Vì $d$ có duy nhất một cách chọn là $d = 6$ nên phương án này có 1 số thỏa mãn. (1)

- Phương án 2: $\overline{abcd} = \overline{34cd}$ với $c > 5$.

  — Công đoạn 1: Chọn $c \in E$, $c > 5$. Có 1 cách.

  — Công đoạn 2: Chọn $d \in E \backslash \{3; 4; c\}$. Có 4 cách.
  Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $1 \cdot 4 = 4$. (2)

- Phương án 3: $\overline{abcd} = \overline{3bcd}$ với $b > 4$.

  — Công đoạn 1: Chọn $b \in \{5; 6\}$. Có 2 cách

  — Công đoạn 2: Chọn $c \in E \backslash \{3; b\}$. Có 5 cách.

  — Công đoạn 3: Chọn $d \in E \backslash \{3; b, c\}$. Có 4 cách.
  Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $2 \cdot 5 \cdot 4 = 40$. (3)

- Phương án 4: $\overline{abcd}$ với $a > 3$.

  — Công đoạn 1: Chọn $a \in \{4; 5; 6\}$. Có 3 cách

  — Công đoạn 2: Chọn $b \in E \backslash \{a\}$. Có 6 cách.

  — Công đoạn 3: Chọn $c \in E \backslash \{a; b\}$. Có 5 cách.

  — Công đoạn 4: Chọn $d \in E \backslash \{a; b; c\}$. Có 4 cách.
  Theo quy tắc nhân, số cách chọn trong phương án này là $3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 360$. (4)

  Từ (1), (2), (3) và (4) theo quy tắc cộng, ta có số các số thỏa đề là $1 + 4 + 40 + 360 = 405$.

□

**BÀI 6.** Từ tập $E = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 3?

**Lời giải.**

Các tập con gồm 4 phần tử của $E$ mà có tổng các chữ số chia hết cho 3 là
$\{0; 1; 2; 3\}, \{0; 1; 2; 6\}, \{0; 1; 3; 5\}, \{0; 1; 5; 6\}, 0; 2; 3; 4\}, \{0; 2; 4; 6\}, \{0; 3; 4; 5\}, \{0; 4; 5; 6\}$,
$\{1; 2; 3; 6\}, \{1; 2; 4; 5\}, \{1; 3; 4; 5\}, \{2; 3; 4; 6\}, \{3; 4; 5; 6\}$.
Mỗi cách lập ra số tự nhiên $\overline{abcd}$ gồm 4 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 3 được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1: Số $\overline{abcd}$ được tạo thành từ một tập con có chữ số 0.

  — Công đoạn 1: Chọn $a \neq 0$. Có 3 cách.

  — Công đoạn 2: Chọn $b$, $c$ phân biệt từ 3 số còn lại. Có $3 \cdot 2 = 6$ cách.
  Theo quy tắc nhân, số các số abcd được tạo thành từ một tập con có chữ số 0 là $3 \cdot 6 = 18$.

  Vì có 8 tập con chứa số 0 nên trong phương án này có $8 \cdot 18 = 144$ số. (1)

- Phương án 2: Số $\overline{abcd}$ được tạo thành từ một tập con không có chữ số 0.

  — Công đoạn 1: Chọn $a$. Có 4 cách.

  — Công đoạn 2: Chọn $b$, $c$ phân biệt từ 3 số còn lại. Có $3 \cdot 2 = 6$ cách.
  Theo quy tắc nhân, số các số $\overline{abcd}$ được tạo thành từ một tập con không có chữ số 0 là $4 \cdot 6 = 24$.

  Vì có 5 tập con không chứa số 0 nên trong phương án này có $5 \cdot 24 = 120$. (2)

Từ (1) và (2) theo quy tắc cộng ta có số các số thỏa đề là $144 + 120 = 264$. □

**BÀI 7.** Có bao nhiêu cách chọn một vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé có chữ số 5 và có số chẵn?

**Lời giải.**

Gọi $x$ là số các vé số gồm 5 chữ số, còn $y$ là số vé số gồm 5 chữ số sao cho trong đó không có chữ số 5 hoặc không có chữ số chẵn thì $x - y$ là số các vé số gồm 5 chữ số trong đó có có số 5 và có chữ số chẵn.

- Tìm $x$.
  Mỗi số ghi trên vé số là một dãy số có 5 chữ số $abcde$, mỗi chữ số có thể bằng 0 và các chữ số có thể giống nhau nên theo quy tắc nhân, ta có $x = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5$.

- Tìm $y$.
  Gọi $C$ là tập hợp các vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 5, $D$ là tập hợp các vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số chẵn thì $C \cup D$ là tập hợp các vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 5 hoặc không có chữ số chẵn và $C \cap D$ là tập hợp các vé số có 5 chữ số mà số ghi trên vé không có chữ số 5 và không có chữ số chẵn (tức là các số ghi trên vé chỉ gồm các số trong tập $\{1; 3; 7; 9\}$).

  — Áp dụng quy tắc nhân, ta tìm được

  $$n(C) = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9, n(D) = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^5, n(C \cap D) = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5.$$

  — Ta có $y = n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D) = 9^5 + 5^5 - 4^5 = 61150$.

Vậy số các vé số thỏa đề bài là $x - y = 100000 - 38850$. □

## 3. Bài tập trắc nghiệm

**CÂU 1.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau?

(A) 136080. (B) 136800. (C) 1360800. (D) 138060.

**Lời giải.**

Số số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau là $9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 136080$.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 2.** Bạn Anh muốn qua nhà bạn Bình để rủ Bình đến nhà bạn Châu chơi. Từ nhà Anh đến nhà Bình có 3 con đường. Từ nhà Bình đến nhà Châu có 5 con đường. Hỏi bạn Anh có bao nhiêu cách chọn đường đi từ nhà mình đến nhà bạn Châu?

(A) 6. (B) 15. (C) 4. (D) 8.

**Lời giải.**

Có 3 cách chọn một đường đi từ nhà Anh đến nhà Bình và có 5 cách chọn một đường đi từ nhà Bình đến nhà Châu. Do đó có $3 \cdot 5 = 15$ cách để chọn một đường đi từ nhà Anh đến nhà Châu.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 3.** Bạn Mai có ba cái áo màu khác nhau và hai quần kiểu khác nhau. Hỏi Mai có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo?

(A) 10. (B) 20. (C) 6. (D) 5.

**Lời giải.**

Chọn một cái áo trong ba cái áo màu khác nhau, số cách chọn là 3.
Chọn một cái quần trong hai quần kiểu khác nhau, số cách chọn là 2.
Theo quy tắc nhân, số cách chọn một bộ quần áo là $3 \cdot 2 = 6$.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 4.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 60?

(A) 30. (B) 17. (C) 25. (D) 42.

**Lời giải.**

- Số cần tìm có 1 chữ số $\Rightarrow$ có 5 số thỏa mãn yêu cầu.
- Số cần tìm có 2 chữ số $\Rightarrow$ có $5 \cdot 5 = 25$ số thỏa mãn yêu cầu.

Vậy có $5 + 25 = 30$ (số thỏa mãn yêu cầu).
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 5.** Từ các số của tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ít nhất 5 chữ số và các chữ số đôi một phân biệt?

(A) 624. (B) 522. (C) 312. (D) 405.

**Lời giải.**

Theo đề bài ta cần tìm số các số tự nhiên chẵn có 6 chữ số và 5 chữ số đôi một phân biệt từ tập hợp đã cho.

a) Số tự nhiên có 6 chữ số có dạng $n = \overline{abcdef}$.

- Nếu $f = 0$ thì mỗi cách chọn chữ số cho các vị trí $a$, $b$, $c$, $d$, $e$ là một hoán vị của 5 phần tử 1, 2, 3, 4, 5. Do đó có $5!$ số.
- Nếu $f \in \{2; 4\}$ thì $a \neq 0$ nên $a$ có 4 cách chọn và mỗi cách chọn chữ số cho các vị trí $b$, $c$, $d$, $e$ là một hoán vị của 4 phần tử còn lại. Do đó có $2 \times 4 \times 4!$ số.
  Vậy có tất cả $5! + 2 \times 4 \times 4! = 312$ số chẵn có 6 chữ số đôi một phân biệt.

b) Số tự nhiên có 5 chữ số có dạng $n = \overline{abcde}$.

- Nếu $e = 0$ thì mỗi cách chọn chữ số cho các vị trí $a$, $b$, $c$, $d$ là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử 1, 2, 3, 4, 5. Do đó có $\mathrm{A}_5^4$ số.
- Nếu $e \in \{2; 4\}$ thì $a \neq 0$ nên $a$ có 4 cách chọn và mỗi cách chọn chữ số cho các vị trí $b$, $c$, $d$ là một chỉnh hợp chập 3 của 4 phần tử còn lại. Do đó có $2 \times 4 \times \mathrm{A}_4^3$ số.
  Như thế có tất cả $\mathrm{A}_5^4 + 2 \times 4 \times \mathrm{A}_4^3 = 312$ số chẵn có 5 chữ số đôi một phân biệt.

Vậy có tất cả $312 + 312 = 624$ số tự nhiên chẵn có ít nhất 5 chữ số và các chữ số đôi một phân biệt.
Chọn đáp án A □

**CÂU 6.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, từ tập $A$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 2?

**A** 1230. **B** 2880. **C** 1260. **D** 8232.

**Lời giải.**

Gọi các số thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$, với $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in A$.
**Trường hợp 1**: $a_5 = 0$.

- Vị trí $a_1$ có 6 cách chọn từ tập $A \setminus \{0\}$.
- Vị trí $a_2$ có 5 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_1\}$.
- Vị trí $a_3$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_1; a_2\}$.
- Vị trí $a_4$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_1; a_2; a_3\}$.

Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ số.
**Trường hợp 2**: $a_5 \neq 0$.

- Vì số cần tìm chia hết cho 2 nên $a_5$ có 3 cách chọn từ tập $\{2; 4; 6\}$.
- Vị trí $a_1$ có 5 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_5\}$.
- Vị trí $a_2$ có 5 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_5; a_1\}$.
- Vị trí $a_3$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_5; a_1; a_2\}$.
- Vị trí $a_4$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_5; a_1; a_2; a_3\}$.

Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 900$ số.
Theo quy tắc cộng, số các số thỏa mãn bài toán là $360 + 900 = 1260$ số.
Chọn đáp án C □

**CÂU 7.** Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau?

**A** 160. **B** 156. **C** 752. **D** 240.

**Lời giải.**

Gọi các số thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$, với $a_1, a_2, a_3, a_4 \in A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.
**Trường hợp 1**: $a_4 = 0$.
Vị trí $a_1$ có 5 cách chọn từ tập $A \setminus \{0\}$.
Vị trí $a_2$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_1\}$.
Vị trí $a_3$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_1; a_2\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ số.
**Trường hợp 2**: $a_4 \neq 0$.
Vì số cần tìm là số chẵn nên $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $\{2; 4\}$.
Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; a_4\}$.
Vị trí $a_2$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_4; a_1\}$.
Vị trí $a_3$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_4; a_1; a_2\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 96$ số.
Theo quy tắc cộng, số các số thỏa mãn bài toán là $60 + 96 = 156$ số.
Chọn đáp án B □

**CÂU 8.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3?

Ⓐ 108. Ⓑ 228. Ⓒ 36. Ⓓ 144.

**Lời giải.**

Gọi các số thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$, với $a_1, a_2, a_3, a_4 \in A = \{0; 1; 2; 3; 5; 8\}$.
**Trường hợp 1**: $a_4 = 3$.
Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; 3\}$.
Vị trí $a_2$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_1; 3\}$.
Vị trí $a_3$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_1; a_2; 3\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ số.
**Trường hợp 2**: $a_1 = 3$.
Vì số cần tìm là số lẻ nên $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $\{1; 5\}$.
Vị trí $a_2$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{3; a_4\}$.
Vị trí $a_3$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{3; a_4; a_2\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$ số.
**Trường hợp 3**: $a_1 \neq 3$ và $a_4 \neq 3$.
Vì số cần tìm là số lẻ nên $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $\{1; 5\}$.
Vị trí $a_1$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; 3; a_4\}$.
Chọn 1 vị trí để đặt số 3, có 2 cách (vị trí $a_2$, $a_3$).
Vị trí cuối cùng có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_4; a_1; 3\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 36$ số.
Theo quy tắc cộng, số các số thỏa mãn bài toán là $48 + 24 + 36 = 108$ số.
Chọn đáp án Ⓐ □

**CÂU 9.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có sáu chữ số và thỏa mãn điều kiện: sáu chữ số của mỗi số là khác nhau và chữ số hàng nghìn lớn hơn 2?

Ⓐ 720. Ⓑ 360. Ⓒ 288. Ⓓ 240.

**Lời giải.**

Gọi các số thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$, với $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
Vì số cần tìm có hàng nghìn lớn hơn 2 nên $a_3 \geq 3$.
**Trường hợp 1**: $a_3$ là số lẻ.
Vị trí $a_3$ có 2 cách chọn từ tập $\{3; 5\}$.
Vì số cần tìm là số chẵn nên $a_6$ có 3 cách chọn từ tập $\{2; 4; 6\}$.
Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6\}$.
Vị trí $a_2$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1\}$.
Vị trí $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2\}$.
Vị trí $a_5$ có 1 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2; a_3\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 144$ số.
**Trường hợp 2**: $a_3$ là số chẵn.
Vị trí $a_3$ có 2 cách chọn từ tập $\{4; 6\}$.
Vì số cần tìm là số chẵn nên $a_6$ có 2 cách chọn từ tập $\{2; 4; 6\} \setminus \{a_3\}$.
Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6\}$.
Vị trí $a_2$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1\}$.
Vị trí $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2\}$.
Vị trí $a_5$ có 1 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2; a_3\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$ số.
Theo quy tắc cộng, số các số thỏa mãn bài toán là $144 + 96 = 240$ số.
Chọn đáp án Ⓓ □

**CÂU 10.** Xét mạng đường nối các tỉnh $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $G$, trong đó số viết trên một cạnh cho biết số con đường nối hai tỉnh nằm ở hai đầu mút của cạnh. Số cách đi từ tỉnh $A$ đến tỉnh $G$ là

Ⓐ 23. Ⓑ 252. Ⓒ 2880. Ⓓ 522.

**Lời giải.**

- Đi từ $A$ đến $D$.
  - Đi có qua $B$ có $2 \times 3 = 6$ cách.
  - Đi có qua $C$ có $3 \times 4 = 12$ cách.

  Theo quy tắc cộng có $6 + 12 = 18$ cách đi từ $A$ đến $D$.
- Đi từ $D$ đến $G$.
  - Đi có qua $E$ có $2 \times 5 = 10$ cách.

— Đi có qua $F$ có $2 \times 2 = 4$ cách.

Theo quy tắc cộng có $10 + 4 = 14$ cách đi từ $D$ đến $G$.

Theo quy tắc nhân có $18 \times 14 = 252$ cách đi từ $A$ đến $G$.
Chọn đáp án C □

**CÂU 11.** Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số đôi một khác nhau?

**A** 168. **B** 210. **C** 84. **D** 105.

**Lời giải.**

Gọi số tự nhiên cần tìm là $n = \overline{abc}$ với $a \neq 0$.

a) Trường hợp 1. Xét $n = \overline{ab0}$.

- $a$ có 6 cách chọn vì $a \neq 0$.
- $b$ có 5 cách chọn vì $b \neq 0, b \neq a$.

Theo quy tắc nhân ta có $6 \times 5 = 30$ số cần tìm.

b) Trường hợp 2. Xét $n = \overline{abc}$ với $c \in \{2; 4; 6\}$.

- $c$ có 3 cách chọn.
- $a$ có 5 cách chọn vì $a \neq 0, a \neq c$.
- $b$ có 5 cách chọn vì $b \neq a, b \neq c$.

Theo quy tắc nhân ta có $3 \times 5 \times 5 = 75$ số cần tìm.

Theo quy tắc cộng ta có $30 + 75 = 105$ số cần tìm.
Chọn đáp án D □

**CÂU 12.** Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn hai thẻ sao cho tích hai số trên hai thẻ là số chẵn?

**A** 32. **B** 36. **C** 26. **D** 72.

**Lời giải.**

Trong 9 thẻ có 4 số chẵn và 5 số lẻ. Ta có các trường hợp sau:

- Cả 2 thẻ đều là số chẵn thì có $\dfrac{4 \times 3}{2} = 6$ cách.
- 1 thẻ là số chẵn, 1 thẻ là số lẻ thì có $4 \times 5 = 20$ cách.

Theo quy tắc cộng ta có $6 + 20 = 26$ cách.
Chọn đáp án C □

**CÂU 13.** Từ tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5, gồm năm chữ số khác nhau sao cho trong đó luôn có mặt các chữ số 1, 2, 3 và chúng đứng cạnh nhau ?

**A** 46. **B** 66. **C** 52. **D** 44.

**Lời giải.**

- Trường hợp 1: Số cần tìm có dạng $\overline{123de}$.
  + Chọn $e \in \{0; 5\}$ có 2 cách chọn.
  + Chọn $d \in \{0; 4; 6; 5\} \setminus \{e\}$ có 3 cách chọn.
  + Có $2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$ số cần tìm.
- Trường hợp 2: Số cần tìm có dạng $\overline{a123e}$.
  + Chọn $e = 0$, $a = 5$, trường hợp này có $1 \cdot 6 \cdot 1 = 6$ số.
  + Chọn $e \in \{0; 5\}$, $a \in \{6; 4\}$, trường hợp này có $2 \cdot 6 \cdot 2 = 24$ số.
  Vậy trường hợp này có $6 + 24 = 30$ số.

Số các số cần tìm là $36 + 30 = 66$ số.
Chọn đáp án B □

**CÂU 14.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

**A** 42. **B** 40. **C** 38. **D** 36.

**Lời giải.**

Số tự nhiên $x$ có dạng $\overline{abc}$ với $a$, $b$, $c \in A$ và đôi một phân biệt.
Vì số tạo ra chia hết cho 5 nên $c \in \{0; 5\}$.
Với $c = 0$, $b$ có 5 cách chọn, $a$ có 4 cách chọn nên $5 \times 4 = 20$ số cần tìm.
Với $c = 5$, số số $\overline{ab}$ thỏa mãn tiếp theo là $5 \times 4 - 4 = 16$.
Vậy có tất cả $20 + 16 = 36$ số.
Chọn đáp án D □

**CÂU 15.** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm hai chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$?

A 5. B 15. C 13. D 22.

**Lời giải.**

Số tự nhiên thỏa mãn có dạng $\overline{ab}$. Vì cần số chẵn nên $b \in \{0; 2; 4\}$.
Với $b = 0 \Rightarrow a \in \{1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow 5$ số.
Với $b \neq 0 \Rightarrow b$ có 2 cách chọn là $2, 4$; $a$ có 4 cách chọn.
Khi đó số các số cần tìm là $2 \times 4 = 8$ số.
Vậy có tất cả $8 + 5 = 13$ số.
Chọn đáp án C □

**CÂU 16.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A 36. B 62. C 54. D 42.

**Lời giải.**

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập $A$ có thể lập được 6 số có một chữ số.
Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $a, b \in A$.
Trong đó:
- $a$ được chọn từ tập $A$ (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn
- $b$ được chọn từ tập $A$ (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6 \times 6 = 36$ số có hai chữ số.
Vậy, từ $A$ có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.
Chọn đáp án D □

**CÂU 17.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A 156. B 144. C 96. D 134.

**Lời giải.**

Đặt $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $a, b, c, d \in A$.
Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d = \{0, 2, 4\}$.
TH1. Nếu $d = 0$, số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó:
- $a$ được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn
- $b$ được chọn từ tập $A \setminus \{0, a\}$ nên có 4 cách chọn.
- $c$ được chọn từ tập $A \setminus \{0, a, b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$.
TH2. Nếu $d = \{2, 4\} \Rightarrow d$: có 2 cách chọn.
Khi đó $a$ có 4 cách chọn (khác 0 và $d$), $b$ có 4 cách chọn và $c$ có 3 cách chọn.
Như vậy, ta có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số cần tìm như trên.
Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm.
Chọn đáp án A □

**CÂU 18.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ tập $A$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

A 600. B 432. C 679. D 523.

**Lời giải.**

Gọi $x = \overline{abcde}$ là số cần lập, $e \in \{0; 5\}, a \neq 0$.

- $e = 0 \Rightarrow e$ có 1 cách chọn, cách chọn $a, b, c, d$ tương ứng là $6, 5, 4, 3$.
  Trường hợp này có $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ số.
- $e = 5 \Rightarrow e$ có 1 cách chọn, cách chọn $a, b, c, d$ tương ứng là $5, 5, 4, 3$.
  Trường hợp này có $5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$ số.

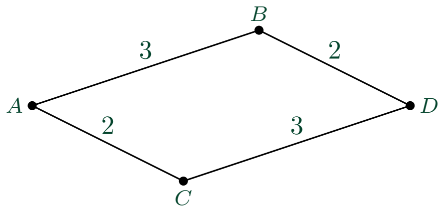
Vậy có 660 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án A □

**CÂU 19.** Từ thành phố $A$ đến thành phố $B$ có 3 con đường, từ thành phố $A$ đến thành phố $C$ có 2 con đường, từ thành phố $B$ đến thành phố $D$ có 2 con đường, từ thành phố $C$ đến thành phố $D$ có 3 con đường, không có con đường nào nối từ thành phố $C$ đến thành phố $B$. Hỏi có bao nhiêu con đường đi từ thành phố $A$ đến thành phố $D$.

A 6. B 12. C 18. D 36.

**Lời giải.**

Số cách đi từ $A$ đến $D$ bằng cách đi từ $A$ đến $B$ rồi đến $D$ là $3 \times 2 = 6$.
Số cách đi từ $A$ đến $D$ bằng cách đi từ $A$ đến $C$ rồi đến $D$ là $2 \times 3 = 6$.
Nên có: $6 + 6 = 12$ cách.




Chọn đáp án (B) □

**CÂU 20.** Số 1746360 có bao nhiêu ước số nguyên?

(A) 120. (B) 240. (C) 60. (D) 480.

**Lời giải.**

Ta có $1746360 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11$.
Mỗi ước nguyên dương của 1746360 có dạng $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d \cdot 11^e$ với $a \in \{0;1;2;3\}$, $b \in \{0;1;2;3;4\}$, $c \in \{0;1\}$, $d \in \{0;1;2\}$ và $e \in \{0;1\}$.
Suy ra có $4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 240$ ước nguyên dương của 1746360.
Vậy số 1746360 có 480 ước số nguyên.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 21.** Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 7, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và luôn chứa một bộ phận là "35"?

(A) 60. (B) 70. (C) 52. (D) 56.

**Lời giải.**

TH 1. Số có dạng $\overline{35ab}$.

(a) $a$ có 5 cách chọn.
(b) $b$ có 4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân thì ta có $5 \cdot 4 = 20$ số.

TH 2. Số có dạng $\overline{a35b}$ hoặc $\overline{ab35}$.

(a) $a$ có 4 cách chọn.
(b) $b$ có 4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân thì ta có $4 \cdot 4 \cdot 2 = 32$ số.

Theo quy tắc cộng ta có $20 + 32 = 52$ số.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 22.** Bình $A$ chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình $B$ chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình $C$ chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau?

(A) 180. (B) 60. (C) 150. (D) 120.

**Lời giải.**

Mỗi cách lấy ra từ mỗi bình 1 quả cầu sao cho 3 quả cầu lấy ra có cùng màu được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1: Ba quả cầu lấy ra cùng màu xanh, có $3 \times 4 \times 5 = 60$ cách lấy.
- Phương án 2: Ba quả cầu lấy ra cùng màu đỏ, có $4 \times 3 \times 5 = 60$ cách lấy.
- Phương án 3: Ba quả cầu lấy ra cùng màu trắng, có $5 \times 6 \times 2 = 60$ cách lấy.

Vậy có tất cả $60 + 60 + 60 = 180$ cách lấy quả cầu thoả mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 23.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số được viết từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số đó chia hết cho 15?

(A) 132. (B) 432. (C) 234. (D) 243.

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $N = \overline{a_1a_2a_3a_4}$.
Do $N$ chia hết cho 15 nên $N$ phải chia hết cho 3 và 5, nên $a_4$ phải bằng 5 và $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ phải chia hết cho 3.
Do vai trò các chữ số $a_1$, $a_2$, $a_3$ là như nhau, mỗi chữ số $a_1$ và $a_2$ có 9 cách chọn nên ta xét các trường hợp

- Nếu $a_1 + a_2 + a_4 = 3k$ thì $a_3 \in \{3;6;9\}$ có 3 cách chọn.

- Nếu $a_1+a_2+a_4=3k+1$ thì $a_3\in\{2;5;8\}$ có 3 cách chọn.
- Nếu $a_1+a_2+a_4=3k+2$ thì $a_3\in\{1;4;7\}$ có 3 cách chọn.

Vậy trong phương án thì $a_3$ có 3 cách chọn.
Vậy có tất cả $1\times 9^2\times 3=243$ số thỏa mãn.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 24.** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm ba chữ số khác nhau?

(A) 328. (B) 500. (C) 360. (D) 405.

**Lời giải.**

Đặt $E=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.
Mỗi cách lập ra số tự nhiên $\overline{abc}$ là số chẵn, gồm 3 chữ số phân biệt từ tập $E$ được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- Phương án 1: $c=0$.
  - Công đoạn 1: Chọn $a\in E\setminus\{0\}$. Có 9 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $b\in E\setminus\{a;0\}$. Có 8 cách.

  Theo quy tắc nhân số cách chọn trong phương án này là $9\cdot 8=72$. (1)
- Phương án 2: $c\in\{2;4;6;8\}$.
  - Công đoạn 1: Chọn $c\in\{2;4;6;8\}$. Có 4 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $a\in E\setminus\{c;0\}$. Có 8 cách.
  - Công đoạn 3: Chọn $b\in E\{a,c\}$. Có 8 cách.

  Theo quy tắc nhân số cách chọn trong phương án này là $4\cdot 8\cdot 8=256$. (2)
  Từ (1) và (2) theo quy tắc cộng, ta có số các số tự nhiên thỏa đề bài là $72+256=328$.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 25.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt và chia hết cho 3?

(A) 34. (B) 30. (C) 48. (D) 40.

**Lời giải.**

Giả sử số tự nhiên cần lập có dạng $\overline{abc}$.
Để số lập được chia hết cho 3 thì $a+b+c$ phải chia hết cho 3.
Khi đó $a,b,c$ thuộc các tập hợp sau đây

$$\{0;1;2\},\ \{0;1;5\},\ \{0;2;4\},\ \{0;4;5\},\ \{1;2;3\},\ \{1;3;5\},\ \{2;3;4\},\ \{3;4;5\}.$$

Suy ra có $4\cdot 2\cdot 2\cdot 1+4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=40$ số chia hết cho 3.
Vậy ta có 40 số thoả yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 26.** Từ các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 500?

(A) 120. (B) 80. (C) 60. (D) 45.

**Lời giải.**

Mỗi các lập số tự nhiên bé hơn 500 từ các chữ số đã cho được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- Phương án 1: Số có một chữ số: Có 5 cách lập.
- Phương án 2: Số có 2 chữ số có $5\cdot 5=25$ cách.
- Phương án 3: Số có 3 chữ số chữ số. Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ khi đó chữ số $a$ nhỏ hơn bằng 4 và các chữ số $b$, $c$ được chọn tùy ý.
  $a\in\{1;3\}$: có 2 cách chọn.
  $b$ có 5 cách chọn, $c$ có 5 cách chọn.
  Vậy có $2\cdot 5\cdot 5=50$ cách.

Theo quy tắc cộng ta có số các số thỏa đề bài là $5+25+50=80$.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 27.** Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?

Ⓐ 249. Ⓑ 1500. Ⓒ 3204. Ⓓ 2942.

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số $\overline{abcdef}$ thỏa đề bài được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1: Số cần tìm có dạng $\overline{154def}$.
  - Công đoạn 1: Chọn $d$. Có 7 cách chọn.
  - Công đoạn 2: Chọn $e$. Có 6 cách chọn.
  - Công đoạn 3: Chọn $f$. Có 5 cách chọn.

  Theo quy tắc nhân, phương án này có $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ cách chọn.
- Phương án 2: Số cần tìm có dạng $\overline{a154ef}$.
  - Công đoạn 1: Chọn $a$. Có 6 cách chọn.
  - Công đoạn 2: Chọn $e$. Có 6 cách chọn.
  - Công đoạn 3: Chọn $f$. Có 5 cách chọn.

  Theo quy tắc nhân, phương án này có $6 \cdot 6 \cdot 5 = 180$ cách chọn.
- Phương án 3: Số cần tìm có dạng $\overline{ab154f}$.
  Tương tự phương án 2, có 180 cách chọn.
- Phương án 4: Số cần tìm có dạng $\overline{abc154}$.
  Tương tự phương án 2, có 180 cách chọn.

Do vị trí số 1 và 4 có vai trò như nhau nên tất cả có $(210 + 3 \cdot 180) \cdot 2 = 1500$ cách chọn.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 28.** Từ các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 379?

Ⓐ 30. Ⓑ 60. Ⓒ 12. Ⓓ 20.

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số $\overline{abc} < 379$ được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1. $\overline{abc}$ với $a < 3$.
  - Công đoạn 1: Chọn $a < 3$. Có 1 cách chọn.
  - Công đoạn 2: Chọn $b$. Có 4 cách chọn.
  - Công đoạn 3: Chọn $c$. Có 3 cách chọn.

  Theo quy tắc nhân, phương án này có $1 \cdot 4 \cdot 3 = 12$ số. (1)
- Phương án 2. $\overline{abc} = \overline{3bc}$ với $b < 7$.
  - Công đoạn 1. Chọn $b$. Có 2 cách chọn.
  - Công đoạn 2. Chọn $c$. Có 3 cách chọn.

  Theo quy tắc nhân, phương án này có $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ số. (2)
- Phương án 3: $\overline{abc} = \overline{37c}$ với $c < 9$.
  Vì $c \in \{1; 5\}$ nên có 2 cách chọn $c$. Phương án này có 2 số thỏa mãn. (3)

Từ (1), (2) và (3), theo quy tắc cộng, ta có số các số thỏa đề bài là $12 + 6 + 2 = 20$ số.

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 29.** Xếp 6 người $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho $A$ và $F$ không ngồi cạnh nhau?

Ⓐ 260. Ⓑ 480. Ⓒ 460. Ⓓ 240.

**Lời giải.**

Để xếp 6 người $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ vào một ghế dài sao cho $A$ và $F$ không ngồi cạnh nhau, ta có 2 phương án sau:

- Phương án 1: $A$ ở hai đầu ghế, có 2 cách chọn vị trí cho $A$. Tiếp đến chọn vị trí cho $F$, có 4 cách chọn. Xếp 4 người còn lại có 4! cách xếp.
  Suy ra có $2 \cdot 4 \cdot 4! = 192$ cách.
- Phương án 2: $A$ không ngồi ở hai đầu ghế, có 4 cách chọn vị trí cho $A$. Tiếp đến chọn vị trí cho $F$, có 3 cách chọn. Xếp 4 người còn lại có 4! cách xếp.
  Suy ra có $4 \cdot 3 \cdot 4! = 288$ cách.

Vậy có $192 + 288 = 480$ cách sắp xếp thỏa mãn bài toán.
**Cách khác:**
Xếp 6 người vào ghế ta có $6! = 720$ cách.
Ta xếp $A$ và $F$ ngồi cạnh nhau như sau

- Xem hai người $A$ và $F$ là nhóm $X$. Xếp nhóm $X$ và 4 người $B$, $C$, $D$ vào ghế, có $5!$ cách.
- $A$ và $F$ có thể đổi chỗ cho nhau, nên có 2 cách đổi chỗ cho $A$ và $F$.
- Khi đó có $5! \cdot 2 = 240$ cách xếp hai người $A$ và $F$ ngồi cạnh nhau.

Vậy có $720 - 240 = 480$ cách xếp sao cho $A$ và $F$ không ngồi cạnh nhau.
Chọn đáp án B □

**CÂU 30.** Từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 15?
**A** 200. **B** 240. **C** 222. **D** 120.

**Lời giải.**
Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde}$, thỏa mãn các chữ số đều khác nhau.
Để chia hết cho 15 thì phải chia hết cho 3 và 5. Do đó tận cùng phải là 0 hoặc 5.

**Phương án 1.** $e = 0$, khi đó $a + b + c + d$ phải chia hết cho 3. Suy ra ta có các cặp gồm
$\{1, 2, 3, 6\}$; $\{1, 2, 4, 5\}$; $\{1, 3, 5, 6\}$;$\{2, 3, 4, 6\}$; $\{3, 4, 5, 6\}$.
Phương án này có $5 \times 4! = 120$ cách.

**Phương án 2.** $e = 5$, khi đó $a + b + c + d$ phải chia cho 3 dư 1. Suy ra ta có các cặp gồm
$\{0, 1, 2, 4\}$; $\{0, 1, 3, 6\}$; $\{0, 3, 4, 6\}$; $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 4, 6\}$.
Suy ra có $3 \times 3 \times 3! + 2 \times 4! = 102$.

Vậy có tất cả là $120 + 102 = 222$ cách.
Chọn đáp án C □

**CÂU 31.** Từ các chữ số 0, 1, 2 có thể thành lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 9 chữ số và là bội số của 3 đồng thời bé hơn $2 \cdot 10^8$?
**A** 4374. **B** 2187. **C** 6561. **D** 3645.

**Lời giải.**
Gọi số thỏa mãn bài có dạng $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9}$ trong đó $a_i \in \{0; 1; 2\}$ và các $a_i$ không đồng thời bằng 0.
Vì $A < 2 \cdot 10^8$ nên $a_1 = 1 \Rightarrow a_1$ có 1 cách chọn.
Các chữ số từ $a_2$ đến $a_8$ đều có 3 cách chọn.
Khi đó $a_1 + a_2 + \ldots + a_8$ có thể chia hết cho 3 hoặc chia cho 3 dư 1 hoặc chia cho 3 dư 2.
+ Nếu $a_1 + a_2 + \ldots + a_8$ chia hết cho 3 thì $a_9 = 0$.
+ Nếu $a_1 + a_2 + \ldots + a_8$ chia cho 3 dư 1 thì $a_9 = 2$.
+ Nếu $a_1 + a_2 + \ldots + a_8$ chia cho 3 dư 2 thì $a_9 = 1$.
$\Rightarrow$ chữ số $a_9$ có đúng 1 cách chọn.
Vậy có $1.3^7.1 = 2187$ số cần tìm.
Chọn đáp án B □

**CÂU 32.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có sáu chữ số và thỏa mãn điều kiện: sáu chữ số của mỗi số là khác nhau và chữ số hàng nghìn lớn hơn 2?
**A** 240. **B** 720. **C** 360. **D** 288.

**Lời giải.**
Gọi các số thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$, với $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
Vì số cần tìm có hàng nghìn lớn hơn 2 nên $a_3 \geq 3$. Mỗi cách lập ra số thỏa đề bài được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- **Phương án 1**: $a_3$ là số lẻ.
  Vị trí $a_3$ có 2 cách chọn từ tập $\{3; 5\}$.
  Vì số cần tìm là số chẵn nên $a_6$ có 3 cách chọn từ tập $\{2; 4; 6\}$.
  Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6\}$.
  Vị trí $a_2$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1\}$.
  Vị trí $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2\}$.
  Vị trí $a_5$ có 1 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2; a_3\}$.
  Theo quy tắc nhân, số các trong phương án này là $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 144$ số. (1)
- **Phương án 2**: $a_3$ là số chẵn.
  Vị trí $a_3$ có 2 cách chọn từ tập $\{4; 6\}$.
  Vì số cần tìm là số chẵn nên $a_6$ có 2 cách chọn từ tập $\{2; 4; 6\} \setminus \{a_3\}$.
  Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6\}$.

Vị trí $a_2$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1\}$.
Vị trí $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2\}$.
Vị trí $a_5$ có 1 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_3; a_6; a_1; a_2; a_3\}$.
Theo quy tắc nhân, số các số trong phương án này là $2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$ số. (2)

Từ (1) và (2) theo quy tắc cộng, số các số thỏa mãn bài toán là $144 + 96 = 240$ số.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 33.** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a$, $b$, $c$ $\in$ $\{0; 1; \ldots; 6\}$, sao cho $a < b < c$?

**A** 120. **B** 20. **C** 40. **D** 30.

**Lời giải.**

Vì $a \neq 0$ nên $a \geq 1$. Do $a < b < c$ và $c \leq 6$ nên $a = \{1; 2; 3; 4\}$.

- Phương án 1. Với $a = 1$:
  - Xét $b = 2 \Rightarrow c \geq 3$, do đó có 4 số thỏa mãn.
  - Xét $b = 3 \Rightarrow c \geq 4$, do đó có 3 số thỏa mãn.
  - Xét $b = 4 \Rightarrow c \geq 5$, do đó có 2 số thỏa mãn.
  - Xét $b = 5 \Rightarrow c \geq 6$, do đó có 1 số thỏa mãn.
- Phương án 2. Với $a = 2$:
  - Xét $b = 3 \Rightarrow c \geq 4$, do đó có 3 số thỏa mãn.
  - Xét $b = 4 \Rightarrow c \geq 5$, do đó có 2 số thỏa mãn.
  - Xét $b = 5 \Rightarrow c \geq 6$, do đó có 1 số thỏa mãn.
- Phương án 3. Với $a = 3$:
  - Xét $b = 4 \Rightarrow c \geq 5$, do đó có 2 số thỏa mãn.
  - Xét $b = 5 \Rightarrow c \geq 6$, do đó có 1 số thỏa mãn.
- Phương án 4. Với $a = 4 \Rightarrow b = 5$ và $c = 6$, do đó có 1 số thỏa mãn.

Vậy có tất cả $(4 + 3 + 2 + 1) + (3 + 2 + 1) + (2 + 1) + 1 = 20$ số.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 34.** Một túi có 14 viên bi gồm 5 viên màu trắng được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4; 3 viên màu xanh được đánh số từ 1 đến 3 và 2 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 2. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số?

**A** 184. **B** 120. **C** 243. **D** 190.

**Lời giải.**

Số viên bi được đánh số 1, 2, 3, 4, 5 lần lượt là 4, 4, 3, 2, 1.
Vì ba viên bi từng đôi khác số nên khi chọn, ta có thể có những phương án sau:

$$(1,2,3); (1,2,4); (1,2,5); (1,3,4); (1,3,5); (1,4,5); (2,3,4); (2,3,5); (2,4,5); (3,4,5).$$

- Phương án $(1,2,3)$: Vì số viên bi được đánh số $1, 2, 3$ lần lượt là 4, 4, 3 nên số cách chọn ba viên bi trong phương án này là 48 cách.
- Tương tự, những phương án còn lại lần lượt có số cách chọn là 48, 32, 16, 24, 12, 8, 24, 12, 8, 6.

Vậy có tổng cộng $48 + 32 + 16 + 24 + 12 + 8 + 24 + 12 + 8 + 6 = 190$ cách.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 35.** Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

**A** 1350. **B** 1768. **C** 2024. **D** 1771.

**Lời giải.**

Số cách rút ra ba thẻ, sao cho trong ba thẻ đó luôn có ít nhất hai thẻ mà số ghi trên hai thẻ đó là hai số tự nhiên liên tiếp, ta có các phương án .

- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 1; 2, thì thẻ thứ 3 ta có 24 cách rút.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 2; 3, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 1, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.

- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 3; 4, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 2, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 24; 25, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 23, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 25; 26, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 24, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.

Từ đó suy ra, có $24 + 23 \times 24 = 576$ cách rút ra ba thẻ sao cho trong ba thẻ luôn có ít nhất hai thẻ mà số ghi trên hai thẻ đó là hai số tự nhiên liên tiếp.
Vậy số cách rút ra ba thẻ mà trong hai thẻ bất kỳ lấy ra có hai số tương ứng luôn hơn kém nhau ít nhất hai đơn vị là $n(\Omega) - 576 = 2024$.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 36.** Xếp 6 người $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho $A$ và $F$ không ngồi cạnh nhau?

**A** 460. **B** 480. **C** 260. **D** 240.

**Lời giải.**

Mỗi cách sắp xếp 6 người $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ vào một ghế dài sao cho $A$ và $F$ không ngồi cạnh nhau được thực hiện theo một trong các phương án sau

- Phương án 1: $A$ ở hai đầu ghế, có 2 cách chọn vị trí cho $A$. Tiếp đến chọn vị trí cho $F$, có 4 cách chọn. Xếp 4 người còn lại có 4! cách xếp.
  Suy ra có $2 \cdot 4 \cdot 4! = 192$ cách.
- Phương án 2: $A$ không ngồi ở hai đầu ghế, có 4 cách chọn vị trí cho $A$. Tiếp đến chọn vị trí cho $F$, có 3 cách chọn. Xếp 4 người còn lại có 4! cách xếp.
  Suy ra có $4 \cdot 3 \cdot 4! = 288$ cách.

Vậy có $192 + 288 = 480$ cách sắp xếp thỏa mãn bài toán.
**Cách khác:**
Xếp 6 người vào ghế ta có $6! = 720$ cách.
Ta xếp $A$ và $F$ ngồi cạnh nhau như sau

- Xem hai người $A$ và $F$ là nhóm $X$. Xếp nhóm $X$ và 4 người $B$, $C$, $D$ vào ghế, có 5! cách.
- $A$ và $F$ có thể đổi chỗ cho nhau, nên có 2 cách đổi chỗ cho $A$ và $F$.
- Khi đó có $5! \cdot 2 = 240$ cách xếp hai người $A$ và $F$ ngồi cạnh nhau.

Vậy có $720 - 240 = 480$ cách xếp sao cho $A$ và $F$ không ngồi cạnh nhau.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 37.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có chữ số 3?

**A** 108. **B** 144. **C** 228. **D** 36.

**Lời giải.**

Gọi các số thỏa mãn bài toán có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$, với $a_1, a_2, a_3, a_4 \in A = \{0; 1; 2; 3; 5; 8\}$.

- Phương án 1: Xét $a_4 = 3$.
  Vị trí $a_1$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; 3\}$.
  Vị trí $a_2$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_1; 3\}$.
  Vị trí $a_3$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_1; a_2; 3\}$.
  Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ số.
- Phương án 2: Xét $a_1 = 3$.
  Vì số cần tìm là số lẻ nên $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $\{1; 5\}$.
  Vị trí $a_2$ có 4 cách chọn từ tập $A \setminus \{3; a_4\}$.
  Vị trí $a_3$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{3; a_4; a_2\}$.
  Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$ số.
- Phương án 3: Xét $a_1 \neq 3$ và $a_4 \neq 3$.
  Vì số cần tìm là số lẻ nên $a_4$ có 2 cách chọn từ tập $\{1; 5\}$.
  Vị trí $a_1$ có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{0; 3; a_4\}$.
  Chọn 1 vị trí để đặt số 3, có 2 cách (vị trí $a_2$, $a_3$).
  Vị trí cuối cùng có 3 cách chọn từ tập $A \setminus \{a_4; a_1; 3\}$.
  Theo quy tắc nhân, số các số thỏa mãn bài toán trong trường hợp này là $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 36$ số.

Theo quy tắc cộng, số các số thỏa mãn bài toán là $48 + 24 + 36 = 108$ số.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 38.** Từ tập $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt trong đó luôn có chữ số 2?

(A) 114. (B) 144. (C) 58. (D) 228.

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số tự nhiên $\overline{abc}$ gồm 3 chữ số phân biệt từ $E$ sao cho trong đó luôn có chữ số 2 được thực hiện theo một trong các phương án sau:

- Phương án 1: Xét $\overline{abc} = \overline{ab2}$.
  - Công đoạn 1: Chọn $a \in E \setminus \{0; 2\}$. Có 6 cách.
  - Công đoạn 2. Chọn $b \in \mathrm{E} \setminus \{2; a\}$. Có 6 cách.
    Theo quy tác nhân, số cách chọn trong phương án này là $6 \cdot 6 = 36$ cách. (1)
- Phương án 2: Xét $\overline{abc} = \overline{a2c}$.
  - Công đoạn 1: Chọn $a \in E \setminus \{0; 2\}$. Có 6 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $c \in E \setminus \{2; a\}$. Có 6 cách.
    Theo quy tác nhân, số cách chọn trong phương án này là $6 \cdot 6 = 36$ cách (2)
- Phương án 3: Xét $\overline{abc} = \overline{2bc}$.
  - Công đoạn 1: Chọn $b \in E \setminus \{2\}$. Có 7 cách.
  - Công đoạn 2: Chọn $c \in E \setminus \{2; a\}$. Có 6 cách.
    Theo quy tác nhân, số cách chọn trong phương án này là $7 \cdot 6 = 42$ cách. (3)

Từ (1), (2) và (3) theo quy tắc cộng, ta có số các số thỏa đề bài là $36 + 36 + 42 = 114$.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 39.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 6 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập $A$, đồng thời có đúng 3 chữ số lẻ và 3 chữ số lẻ đó đứng cạnh nhau?

(A) 48. (B) 4464. (C) 240. (D) 1440.

**Lời giải.**

Giả sử số cần tìm gồm 3 chữ số lẻ $l_1$, $l_2$, $l_3$ và 3 chữ số chẵn $c_1$, $c_2$, $c_3$. Ta thấy rằng các chữ số $l_1$, $l_2$, $l_3$ được chọn ngẫu nhiên đôi một khác nhau trong tập hợp con của $A$ gồm các chữ số lẻ $\{1; 3; 5; 7\}$ và các chữ số $c_1$, $c_2$, $c_3$ được chọn ngẫu nhiên đôi một khác nhau trong tập hợp con của $A$ gồm các chữ số chẵn $\{0; 2; 4; 6\}$.
Vì tập $A$ có chữ số 0 nên mỗi cách laapj ra số thỏa đề bài được thực hiện theo một trong các phương án sau:

a) **Phương án** 1: Số tự nhiên lập thành có dạng $\overline{l_1 l_2 l_3 c_1 c_2 c_3}$.
Theo thứ tự từ trái qua phải, $l_1$ có 4 cách chọn, $l_2$ có 3 cách chọn và $l_3$ có 2 cách chọn.
Tương tự, $c_1$ có 4 cách chọn, $c_2$ có 3 cách chọn và $c_3$ có 2 cách chọn.
Phương án này, ta có $4 \times 3 \times 2 \times 4 \times 3 \times 2 = 576$ số thỏa mãn đề.

b) **Phương án** 2: Số tự nhiên lập thành có dạng $\overline{c_1 l_1 l_2 l_3 c_2 c_3}$ hoặc $\overline{c_1 c_2 l_1 l_2 l_3 c_3}$.
Ở cả hai dạng này, theo thứ tự từ trái qua phải, vì $c_1 \neq 0$ nên $c_1$ có 3 cách chọn, $c_2$ có 3 cách chọn và $c_3$ có 2 cách chọn. Chữ số lẻ $l_1$ có 4 cách chọn, $l_2$ có 3 cách chọn và $l_3$ có 2 cách chọn.
Phương án này, ta có $2 \times (3 \times 3 \times 2 \times 4 \times 3 \times 2) = 864$ số thỏa mãn đề.

Vậy, ta có tổng cộng $576 + 864 = 1440$ số thỏa đề.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 40.** Cho 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Có thể tạo ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, trong đó có mặt đủ 3 chữ số 2, 3 và 4?

(A) 25056. (B) 2376. (C) 27216. (D) 25592.

**Lời giải.**

Mỗi cách lập ra số $\overline{abcde}$ thỏa mãn đề bài được thực hiện theo một trong các phương án sau:

a) **Phương án** 1: Xét $a \notin \{2; 3; 4\}$.
- Có 6 cách chọn $a$ (trừ các số $\{0; 2; 3; 4\}$).
- Có $4 \cdot 3 \cdot 2$ cách chọn vị trí cho các số 2, 3 và 4.
- Có 6 cách chọn một số vào vị trí còn lại (trừ $a$ và các số $\{2; 3; 4\}$).

b) **Phương án** 2: Xét $a \in \{2, 3, 4\}$.
- Có 3 cách chọn $a$.

- Có $4 \cdot 3$ cách chọn vị trí cho 2 trong 3 số 2, 3 và 4.
- Có $7 \cdot 6$ cách chọn hai số vào hai vị trí còn lại.

Vậy có $6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 + 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 6 = 2376$ số thỏa mãn bài toán.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 41.** Trong mặt phẳng, cho hai đường thẳng phân biệt $a$ và $b$ song song với nhau. Trên đường thẳng $a$ lấy 5 điểm phân biệt $A$, $B$, $C$, $D$, $E$ và trên đường thẳng $b$ lấy 5 điểm phân biệt $G$, $H$, $I$, $J$, $K$ sao cho $AB = BC = CD = DE = GH = HI = IJ = JK = 20$ cm. Có bao nhiêu hình bình hành có 4 đỉnh là 4 điểm trong 10 điểm nói trên?

**(A)** 30. **(B)** 210. **(C)** 16. **(D)** 100.

**Lời giải.**

Đặt $x = 20$ cm. Mỗi cách lập ra hình bình hành thỏa đề bài được thực thiện theo một trong các phương án sau

- **Phương án** 1: Hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $x$.
  Có 4 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $a$.
  Có 4 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $b$.
  Theo quy tắc nhân, ta có $4 \times 4 = 16$ cách chọn hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $x$. (1)
- **Phương án** 2: Hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $2x$.
  Có 3 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $a$.
  Có 3 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $b$.
  Theo quy tắc nhân, ta có $3 \times 3 = 9$ cách chọn hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $2x$. (2)
- **Phương án** 3: Hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $3x$.
  Có 2 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $a$.
  Có 2 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $b$.
  Theo quy tắc nhân, ta có $2 \times 2 = 4$ cách chọn hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $3x$. (3)
- **Phương án** 4: Hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $4x$.
  Có 1 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $a$.
  Có 1 cách chọn một cạnh trên đường thẳng $b$.
  Do đó, phương án này có $1 \times 1 = 1$ cách chọn hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $4x$. (4)

Từ (1), (2), (3) và (4), theo quy tắc cộng, ta có số cách tạo ra hình bình hành từ các điểm đã cho là $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ cách.
Chọn đáp án (A) □

# Bài 2. HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP

## A. HOÁN VỊ

**ĐỊNH NGHĨA 2.1.** Một hoán vị của một tập hợp có $n$ phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự $n$ phần tử đó (với $n$ là một số tự nhiên, $n \geq 1$ ).
Số các hoán vị của tập hợp có $n$ phần tử, kí hiệu là P, được tính bằng công thức

$$\mathrm{P}_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1.$$

*Kí hiệu $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$ là $n!$ (đọc là $n$ giai thừa), ta có $\mathrm{P}_n = n!$. Chẳng hạn $\mathrm{P}_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Quy ước $0! = 1$.*

**VÍ DỤ 7.** Từ các chữ số 5, 6, 7 và 8 có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau?

**Lời giải.**

Mỗi cách sắp xếp bốn chữ số đã cho để lập thành một số có bốn chữ số khác nhau là một hoán vị của bốn chữ số đó.
Vậy số các số có bốn chữ số khác nhau có thể lập được là $\mathrm{P}_4 = 4! = 24$. □

**VÍ DỤ 8.** Trong một cuộc thi điền kinh gồm 8 vận động viên chạy trên 8 đường chạy. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các vận động viên vào các đường chạy đó?

**Lời giải.**

Mỗi cách sắp xếp các vận động viên trên đường chạy là một vị của 8 vận động viên đó.
Vậy số cách sắp xếp là $\mathrm{P}_8 = 8! = 40320$. □

## B. CHỈNH HỢP

**ĐỊNH NGHĨA 2.2.** Một chỉnh hợp chập $k$ của $n$ là một cách sắp xếp có thứ tự $k$ phần tử từ một tập hợp $n$ phần tử (với $k$, $n$ là các số tự nhiên, $1 \leq k \leq n$).
Số các chỉnh hợp chập $k$ của $n$, kí hiệu là $\mathrm{A}_n^k$, được tính bằng công thức

$$\mathrm{A}_n^k = n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1) \text{ hay } \mathrm{A}_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \, (1 \leq k \leq n).$$

**VÍ DỤ 9.** Một lớp có 35 học sinh, giáo viên cần chọn lần lượt 4 học sinh trồng bốn cây khác nhau để tham gia lễ phát động Tết trồng cây của trường. Hỏi giáo viên có bao nhiêu cách chọn?

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn lần lượt 4 trong 35 học sinh để trồng bốn cây khác nhau là một chỉnh hợp chập 4 của 35.
Vậy số cách chọn là $\mathrm{A}_{35}^4 = 1256640$. □

**VÍ DỤ 10.** Trong một giải đua ngựa gồm 15 con ngựa, người ta chỉ quan tâm đến 3 con ngựa: con nhanh nhất, nhanh nhì và nhanh thứ ba. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

**Lời giải.**

Mỗi kết quả có thể xảy ra là một chỉnh hợp chập 3 của 15.
Vậy số các kết quả có thể xảy ra là $\mathrm{A}_{15}^3 = 2730$. □

- *Hoán vị sắp xếp tất cả các phần tử của tập hợp, còn chỉnh hợp chọn ra một số phần tử và sắp xếp chúng.*
- *Mỗi hoán vị của n phần tử cũng chính là một chỉnh hợp chập n của n phần tử đó. Vì vậy* $\mathrm{P}_n = \mathrm{A}_n^n$.

## C. TỔ HỢP

**ĐỊNH NGHĨA 2.3.** Một tổ hợp chập $k$ của $n$ là một cách chọn $k$ phần tử từ một tập hợp $n$ phần tử (với $k$, $n$ là các số tự nhiên, $0 \le k \le n$).
Số các tổ hợp chập $k$ của $n$, kí hiệu là $\mathrm{C}_n^k$, được tính bằng công thức

$$\mathrm{C}_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}\ (0 \le k \le n).$$

- $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{\mathrm{A}_n^k}{k!}$.
- *Chỉnh hợp và tổ hợp có điểm giống nhau là đều chọn một số phần tử trong một tập hợp, nhưng khác nhau ở chỗ, chỉnh hợp là chọn có xếp thứ tự, còn tổ hợp là chọn không xếp thứ tự.*

**VÍ DỤ 11.** Có 9 bạn học sinh muốn chơi cờ cá ngựa, nhưng mỗi ván chỉ có 4 người chơi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 bạn chơi cờ cá ngựa?

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn 4 bạn trong 9 bạn học sinh là một tổ hợp chập 4 của 9. Vậy số cách chọn 4 bạn chơi cờ cá ngựa là $C_9^4 = \dfrac{9!}{4!5!} = 126$. □

**VÍ DỤ 12.** Trong ngân hàng đề kiểm tra cuối học kì II môn Vật lí có 10 câu lí thuyết và 30 câu bài tập. Người ta chọn ra 2 câu lí thuyết và 3 câu bài tập trong ngân hàng đề để tạo thành một đề thi. Hỏi có bao nhiêu cách lập đề thi gồm 5 câu hỏi theo cách chọn như trên?

**Lời giải.**

Chọn 2 câu lý thuyết trong 10 câu lý thuyết có $\mathrm{C}_{10}^2 = 45$ cách.
Chọn 3 câu bài tập trong 30 câu bài tập có $\mathrm{C}_{40}^3 = 4060$ cách.
Vậy có tất cả $45 \cdot 4060 = 182700$ cách lập một đề thi. □

## D. ỨNG DỤNG HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP VÀO CÁC BÀI TOÁN ĐẾM

Các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp liên quan mật thiết với nhau và là những khái niệm cốt lõi của các phép đếm. Rất nhiều bài toán đếm liên quan đến việc lựa chọn, việc sắp xếp, vì vậy các công thức tính $\mathrm{P}_n$, $\mathrm{A}_n^k$, $\mathrm{C}_n^k$ sẽ được dùng rất nhiều.

**VÍ DỤ 13.** Một đội bóng gồm 11 cầu thủ được xếp thành một hàng ngang để chụp hình.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

b) Hỏi có bao nhiêu cách chọn và sắp thứ tự 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ trên để đá luân lưu 11 m?

**Lời giải.**

a) Mỗi cách sắp xếp là một hoán vị của 11 cầu thủ.
Số cách sắp xếp là $P_{11} = 11! = 39\,916\,800$ cách.

b) Mỗi cách chọn là một chỉnh hợp chập 5 của 11 phần tử.
Số cách chọn là $\mathrm{A}_{11}^5 = 55\,440$ cách.

□

**VÍ DỤ 14.** Một lớp có 30 học sinh.

a) Có bao nhiêu cách chọn ra ban cán sự lớp gồm 6 học sinh?

b) Có bao nhiêu cách chọn ra ban cán sự lớp gồm có 1 lớp trưởng và 1 lớp phó và 4 thành viên?

**Lời giải.**

a) Mỗi cách chọn là một tổ hợp chập 6 của 30 phần tử.
Số cách chọn là $C_{30}^6 = 593\,775$ cách.

b)
- Chọn 1 học sinh làm lớp trưởng từ 30 học sinh: Có 30 cách.
- Chọn 1 học sinh làm lớp phó từ 29 học sinh: Có 29 cách.
- Chọn 4 học sinh là thành viên từ 28 học sinh: Có $C_{28}^4 = 20\,475$ cách.

Theo quy tắc nhân có $30 \cdot 29 \cdot 20\,475 = 17\,813\,250$ cách thỏa yêu cầu bài toán.

□

**VÍ DỤ 15.** Cho 7 con tem khác nhau và 5 bì thư khác nhau. Chọn ra 3 con tem và chọn ra 3 bì thư để dán chúng lại với nhau, mỗi bì thư dán 1 con tem. Hỏi có bao nhiêu cách dán?

**Lời giải.**

- Số cách chọn 3 con tem là $C_7^3 = 35$ cách.
- Số cách chọn 3 bì thư là $C_5^3 = 10$ cách.
- Số cách dán 3 con tem vào 3 bì thư là $3! = 6$ cách.

Vậy theo quy tắc nhân, có $35 \cdot 10 \cdot 6 = 2\,100$ cách thỏa yêu cầu bài toán. □

# E. SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY

Ta có thể dùng máy tính cầm tay để tính số các hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp.

- **Hoán vị**
  Để tính $n!$ ta ấn phím theo trình tự sau:
  Ấn số $n$, ấn phím q u, sau đó ấn phím =. Khi đó, kết quả sẽ hiển thị ở dòng kết quả.
- **Chỉnh hợp**
  Để tính $A_n^k$ ta ấn phím theo trình tự sau:
  Ấn số $n$, ấn phím q O, ấn số $k$, sau đó ấn phím =. Khi đó, kết quả sẽ hiển thị ở dòng kết quả.
- **Tổ hợp**
  Để tính $C_n^k$ ta ấn phím theo trình tự sau:
  Ấn số $n$, ấn phím q P, ấn số $k$, sau đó ấn phím =. Khi đó, kết quả sẽ hiển thị ở dòng kết quả.

## 1. Bài tập tự luận

**BÀI 8.** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau đôi một được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

**Lời giải.**

Số các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau đôi một được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là $A_6^3$. □

**BÀI 9.** Một lớp có 30 bạn học sinh trong đó có 3 cán sự lớp. Hỏi có bao nhiêu cách cử 4 bạn học sinh đi dự đại hội đoàn trường sao cho trong 4 học sinh có ít nhất một cán sự lớp?

**Lời giải.**

Chọn tùy ý 4 học sinh trong 30 học sinh có số cách là $C_{30}^4$ cách.
Chọn tùy ý 4 học sinh trong 27 học sinh không trong ban cán sự lớp có số cách là $C_{27}^4$ cách.
Vậy số cách chọn 4 bạn học sinh đi dự đại hội đoàn trường sao cho trong 4 học sinh có ít nhất một cán sự lớp là $C_{30}^4 - C_{27}^4 = 9\,855$ cách. □

**BÀI 10.** Một tổ có 10 học sinh, trong đó có bạn An và Bình. Có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh đó thành một hàng ngang, biết rằng 2 bạn An và Bình luôn ở vị trí hai đầu hàng?

**Lời giải.**

Xếp An và Bình ở hai đầu hàng có $2!$ cách.
Xếp 8 bạn còn lại có $8!$ cách.
Vậy có tất cả $2 \cdot 8!$ cách. □

**BÀI 11.** Tổ 1 có 3 bạn nam, 2 bạn nữ. Có bao nhiêu cách xếp tổ 1 thành một hàng ngang sao cho các bạn nam đứng cạnh nhau và các bạn nữ đứng cạnh nhau?

**Lời giải.**

Coi 3 bạn nam là một nhóm, 2 bạn nữ là một nhóm.
Khi đó, số cách xếp tổ 1 thành một hàng ngang sao cho các bạn nam đứng cạnh nhau và các bạn nữ đứng cạnh nhau là $2! \cdot 3! \cdot 2! = 24$ cách. □

**BÀI 12.** Một đoàn tàu có 7 toa đỗ ở sân ga. Có năm hành khách bước lên tàu. Có bao nhiêu trường hợp có thể xảy ra về cách chọn toa tàu của năm hành khách, biết rằng không có toa nào chứa nhiều hơn một hành khách?

**Lời giải.**

Mỗi trường hợp là một chỉnh hợp chập 5 của 7 phần tử.
Số trường hợp thỏa yêu cầu bài toán là $\mathrm{A}_7^5 = 2\,520$ trường hợp. □

**BÀI 13.** Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau chọn từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ sao cho mỗi số lập được luôn có mặt chữ số 3?

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $x = \overline{abc}$.
Có $\mathrm{C}_3^1 = 3$ cách chọn vị trí để đặt chữ số 3 vào $x$.
Có $\mathrm{A}_4^2$ chọn hai chữ số vào hai vị trí còn lại của $x$.
Vậy có $3 \cdot \mathrm{A}_4^2 = 36$ số. □

**BÀI 14.** Trong một lớp học có 10 học sinh có hoàn cảnh khó khăn. Hội phụ huynh chọn ra 5 học sinh bất kì trong số 10 học sinh đó để trao 5 phần quà khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách trao quà?

**Lời giải.**

Mỗi cách trao quà là một chỉnh hợp chập 5 của 10 phần tử.
Số cách trao quà là $\mathrm{A}_{10}^5 = 30240$. □

**BÀI 15.** Có bao nhiêu cách xếp bốn bạn Lan, Bình, Chung, Duyên ngồi vào một bàn dài gồm có 4 chỗ?

**Lời giải.**

Số cách xếp bốn bạn Lan, Bình, Chung, Duyên ngồi vào một bàn dài gồm có 4 chỗ là số hoán vị của 4 người.
Vậy số cách là $\mathrm{P}_4 = 4! = 24$ cách. □

**BÀI 16.** Có 12 học sinh gồm 5 nam và 7 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ 12 học sinh đó ra 3 học sinh gồm 2 nam và 1 nữ?

**Lời giải.**

Chọn 2 học sinh nam trong 5 học sinh nam có $\mathrm{C}_5^2$ cách.
Chọn 1 học sinh nữ trong 7 học sinh nữ có 7 cách.
Vậy số cách chọn 3 học sinh gồm 2 nam và 1 nữ là $7 \cdot \mathrm{C}_5^2 = 70$. □

**BÀI 17.** Trên mặt phẳng cho bốn điểm phân biệt $A$, $B$, $C$, $D$ trong đó không có bất kì ba điểm nào thẳng hàng. Từ các điểm đã cho có thể thành lập được bao nhiêu tam giác?

**Lời giải.**

Chọn 3 điểm trong 4 điểm $A$, $B$, $C$, $D$ để tạo thành một tam giác.
Mỗi tam giác được tạo thành là một tổ hợp chập 3 của 4 phần tử.
Vậy số tam giác được tạo thành là $\mathrm{C}_4^3 = 4$ tam giác. □

**BÀI 18.** Một lớp học có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách thành lập một đội văn nghệ gồm 6 người, trong đó có ít nhất 4 nam?

**Lời giải.**

Xét các trường hợp sau

- Chọn 4 nam, 2 nữ có $\mathrm{C}_{30}^4 \cdot \mathrm{C}_{15}^2$ cách.
- Chọn 5 nam, 1 nữ có $\mathrm{C}_{30}^5 \cdot \mathrm{C}_{15}^1$ cách.
- Chọn 6 nam, 0 nữ có $\mathrm{C}_{30}^6 \cdot \mathrm{C}_{15}^0$ cách.
- Vậy tổng số cách chọn thỏa mãn đề bài là $\mathrm{C}_{30}^4 \cdot \mathrm{C}_{15}^2 + \mathrm{C}_{30}^5 \cdot \mathrm{C}_{15}^1 + \mathrm{C}_{30}^6 \cdot \mathrm{C}_{15}^0 = 5\ 608\ 890$ cách.

□

**BÀI 19.** Có 5 cuốn sách Toán học khác nhau và 3 cuốn sách Sinh học khác nhau.

a) Có bao nhiêu cách xếp các cuốn này thành một dãy trên giá sách?

b) Nếu yêu cầu thêm các cuốn sách cùng môn phải được xếp cạnh nhau thì có bao nhiêu cách xếp?

**Lời giải.**

a) Mỗi cách sắp xếp 8 cuốn sách thành một dãy trên giá là một hoán vị của 8 cuốn này. Do đó, có $8! = 40\,320$ cách sắp xếp.

b) Có 5! cách sắp xếp 5 cuốn sách Toán học cạnh nhau để thành một dãy. Có 3! cách sắp xếp 3 cuốn sách Sinh học cạnh nhau để thành một dãy. Có 2! cách sắp xếp 2 dãy trên cạnh nhau để thành một dãy mới. Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số cách sắp xếp các cuốn sách tên thành một dãy sao chso các sách cùng môn được xếp cạnh nhau là $5!3!2! = 1\,440$ (cách xếp).

□

**BÀI 20.** Một ga tàu hoả có 6 đường nhánh, mỗi nhánh chỉ đỗ được một đoàn tàu. Hiện các đường nhánh đều đang trống và có 3 đoàn tàu sắp vào ga. Có bao nhiêu cách bố trí nhánh đỗ cho 3 đoàn tàu?

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn 3 đường nhánh và bố trí nhánh đỗ cho 3 đoàn tàu là một chỉnh hợp chập 3 của 6 đường nhánh. Do đó, số cách bố trí là $A_6^3 = 120$ (cách). □

**BÀI 21.** Một bệnh viện có 12 bác sĩ nội khoa và 10 bác sĩ ngoại khoa. Bệnh viện cần cử 5 bác sĩ tham gia vào đội y tế cứu trợ thiên tai

a) Cần cử 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa. Có bao nhiêu lựa chọn?

b) Cần cử ít nhất 2 bác sĩ nội khoa và ít nhất 2 bác sĩ ngoại khoa. Có bao nhiêu lựa chọn?

**Lời giải.**

a) Mỗi cách chọn 3 trong 12 bác sĩ nội khoa là một tổ hợp chập 3 của 12 bác sĩ này. Do đó, có $C_{12}^3$ cách chọn 3 trong 12 bác sĩ nội khoa. Có $C_{10}^2$ cách chọn 2 trong 10 bác sĩ ngoại khoa. Áp dụng quy tắc nhân, số cách cử 5 bác sĩ trong đó có 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa là $C_{12}^3 \cdot C_{10}^2 = 220 \cdot 45 = 9\,900$ (cách).

b) Có hai phương án thức hiện

- *Phương án 1:* Chọn 2 bác sĩ nội khoa và 3 bác sĩ ngoại khoa, có $C_{12}^3 \cdot C_{10}^2$ cách chọn.
- *Phương án 2:* Chọn 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa, có $C_{12}^3 \cdot C_{10}^2$ cách chọn.

Áp dụng quy tắc cộng, số cách cử 5 bác sĩ trong đó có ít nhất 2 bác sĩ nội khoa và ít nhất 2 bác sĩ ngoại khoa là $C_{12}^3 \cdot C_{10}^2 + C_{12}^3 \cdot C_{10}^2 = 66 \cdot 120 + 220 \cdot 45 = 17\,820$ (cách).

□

**BÀI 22.** Trong một lô 100 sản phẩm, có 97 chính phẩm (sản phẩm đạt tiêu chuẩn) và 3 thứ phẩm (sản phẩm không đạt tiêu chuẩn). Từ 100 sản phẩm này, có bao nhiêu cách lấy ra 3 sản phẩm mà

a) 3 sản phẩm lấy được bất kì?

b) trong đó có 2 chính phẩm và 1 thứ phẩm?

c) trong đó có ít nhất một thứ phẩm?

**Lời giải.**

a) Mỗi cách lấy 3 sản phẩm từ 100 sản phẩm là một tổ hợp chập 3 của 100 sản phẩm. Do đó, số cách lấy 3 sản phẩm bất kì là $C_{100}^3 = 161\,700$ (cách).

b) Có $C_{97}^2$ cách lấy 2 chính phẩm từ 97 chính phẩm. Có $C_3^1$ cách lấy 1 thứ phẩm từ 3 thứ phẩm. Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số cách lấy 2 chính phẩm và 1 thứ phẩm là $C_{97}^2 \cdot C_3^1 = 4\,656 \cdot 3 = 13\,968$ (cách).

c) Trong 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất 1 thứ phẩm trong 3 trường hợp sau đây

- *Trường hợp 1:* Có đúng 1 thứ phẩm.
  Trường hợp này có $C_{97}^2 \cdot C_3^1 = 4\,656 \cdot 3 = 13\,968$ cách lấy
- *Trường hợp 2:* Có đúng 2 thứ phẩm.
  Trường hợp này có $C_{97}^1 \cdot C_3^2 = 291$ cách lấy.
- *Trường hợp 3:* Có đúng 3 thứ phẩm.
  Trường hợp nhày có $C_3^3 = 1$ cách lấy.

Áp dụng quy tắc cộng, số cách lấy 3 sản phẩm có ít nhất 1 thứ phẩm là

$$13\,968 + 291 + 1 = 12\,260\,(\text{cách}).$$

*Cách khác:* Có thể giải bài toán bằng cách tìm phần bù. Số cách lấy 3 sản phẩm đều là chính phẩm là $C_{97}^3$. Từ đó, số cách lấy 3 sản phẩm trong đó có ít nhất một thứ phẩm là $C_{100}^3 - C_{97}^3 = 161\,700 - 147\,440 = 14\,260$ (cách). □

**BÀI 23.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên

a) Có bốn chữ số khác nhau?

b) Có bốn chữ só khác nhau và chia hết cho 5?

c) Có bốn chữ số khác nhau và lớn hơn 4 500?

**Lời giải.**

a) Để lập số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau từ 6 chữ số đã cho, ta chọn 4 trong 6 chữ số đó và sắp xếp theo một thứ tự. Dó đó, có thể coi mối số đó là một chỉnh hợp chập 4 của 6 chữ số đó. Do đó, có $\mathrm{A}_6^4 = 360$ số.

b) Để số được lập chia hết cho 5, chữ só tận cùng của nó phải chia hết cho 5. Vậy chữ số tận cùng là 5. Có $\mathrm{A}_5^3$ cách nhọn 3 trong 5 chữ số còn lại để viết các chữ số còn lại. Vậy có $\mathrm{A}_5^3 = 60$ số mà số đó chia hết cho 5.

c) Kí hiệu $\overline{abcd}$ là só tự nhiên có bốn chữ só thoả mãn yêu cầu.
Vì $\overline{abcd} > 4\,500$ nên $a \geq 4$.

- *Trường hợp 1:* $a = 4$. Khi đó để $\overline{abcd} > 4\,500$ điều kiện cần và đủ là $b \geq 5$. Có hai cách chọn chữ số $b$ (5 hoặc 6). Có $\mathrm{A}_4^2$ cách chọn hai chữ số còn lại.
  Do đó, trường hợp này có $2 \cdot \mathrm{A}_4^2 = 24$ số thoả mãn.
- *Trường hợp 2:* $a \geq 5$. Khi đó, đương nhiên $\overline{abcd} > 4\,500$. Có hai cách chọn chữ số $a$ (5 hoặc 6). Có $\mathrm{A}_5^3$ cách chọn ba chữ só còn lại.
  Dó đó trường hợp nhày có $2 \cdot \mathrm{A}_5^3 = 120$ số thoả mãn.
  Áp dụng quy tắc cộng, có $24 + 120 = 144$ số tự nhiên thoả mãn yêu cầu.

□

**BÀI 24.** Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau tạo ra từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ trong đó bắt buộc phải có 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ?

**Lời giải.**

Gọi số tạo thành là $\overline{abcde}$ (các chữ số $a$, $b$, $c$, $d$ đôi một khác nhau).
Lấy 3 chữ số chẵn trong các chữ số $2, 4, 6, 8$ có $\mathrm{C}_4^3$ cách.
Lấy 2 chữ số lẻ trong các chữ số $1, 3, 5, 7$ có $\mathrm{C}_4^2$ cách.
Hoán vị 5 chữ số vừa lấy (3 chẵn, 2 lẻ) vào 5 vị trí $a, b, c, d, e$ có $5!$ cách.
Theo quy tắc nhân có $\mathrm{C}_4^3 \cdot \mathrm{C}_4^2 \cdot 5! = 2\,880$ số cần tìm. □

**BÀI 25.** Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 người gồm 3 nam và 2 nữ vào một hàng ghế gồm 7 ghế để 3 nam ngồi kề nhau, 2 nữ ngồi kề nhau?

**Lời giải.**

Xét 3 loại ghế gồm 1 ghế 3 chỗ ngồi, 1 ghế 2 chỗ ngồi và 2 ghế 1 chỗ ngồi.
Chọn 2 trong 4 vị trí để xếp loại ghế 2 và 3 chỗ ngồi có $\mathrm{A}_4^2$ cách.
Xếp 3 nam vào loại ghế 3 chỗ ngồi có $3!$ cách.
Xếp 2 nữ vào loại ghế 2 chỗ ngồi có $2!$ cách.
Theo quy tắc nhân có $\mathrm{A}_4^2 \cdot 3! \cdot 2! = 144$ cách xếp. □

**BÀI 26.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau, trong đó phải có mặt chữ số 2?

**Lời giải.**

Gọi $x = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ là số cần tìm.
Xếp chữ số 2 vào một trong 5 vị trí có 5 cách.
Số cách chọn 4 chữ số khác nhau để sắp xếp vào 4 vị trí còn lại là $\mathrm{A}_6^4$.
Vậy có $5 \cdot \mathrm{A}_6^4 = 1\,800$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán. □

**BÀI 27.** Hỏi có bao nhiêu cách xếp cho 10 học sinh đứng thành một hàng ngang sao cho 3 em học sinh An, Bình, Châu không đứng cạnh nhau?

**Lời giải.**

Xem 3 em An, Bình, Châu là một nhóm $X$.
Xếp 10 học sinh thành hàng ngang có $10!$ cách.
Xếp 7 học sinh và nhóm $X$ có $8!$ cách. Xếp 3 học sinh trong nhóm $X$ có $3!$ cách. Suy ra có $8! \cdot 3!$ cách xếp sao cho An, Bình và Châu đứng cạnh nhau.
Vậy số cách xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán là $10! - 8! \cdot 3! = 3\,386\,880$ cách. □

## CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

**CÂU 42.** Cho $k, n \in \mathbb{N}$ và $1 \leq k \leq n$. Chọn khẳng định **sai**.

(A) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.
(B) $n! = n(n-1)!$.
(C) $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n}{(n-k)!}$.
(D) $\mathrm{P}_n = n!$.

**Lời giải.**

Ta có $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. Do đó, khẳng định sai là $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 43.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

(A) 42. (B) 12. (C) 24. (D) $4^4$.

**Lời giải.**

Mỗi số như vậy là một hoán vị của 4 phần tử.
Vậy có thể lập được $4! = 24$ số thỏa mãn đề bài.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 44.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?

(A) 90000. (B) 15120. (C) 27216. (D) 30240.

**Lời giải.**

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau có dạng $\overline{abcde}$.
Khi đó $a$ có 9 cách chọn và 4 chữ số còn lại có $\mathrm{A}_9^4$ cách chọn.
Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau là $9 \cdot \mathrm{A}_9^4 = 27216$.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 45.** Số cách sắp xếp 4 nam sinh và 3 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 7 chỗ ngồi là

(A) $7!$. (B) $4!3!$. (C) $12!$. (D) $4! + 3!$.

**Lời giải.**

Số cách sắp xếp 4 nam sinh và 3 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 7 chỗ ngồi là số hoán vị của 7 phần tử.
Vậy có $7!$ cách.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 46.** Một nhóm học tập có 5 bạn $A$, $B$, $C$, $D$, $E$. Tìm số cách phân công một bạn quét lớp, một bạn lau bảng và một bạn sắp bàn ghế (mỗi bạn chỉ làm nhiều nhất một công việc).

(A) $\mathrm{C}_5^3$. (B) $\mathrm{P}_5^3$. (C) $\mathrm{A}_5^3$. (D) $\mathrm{A}_3^5$.

**Lời giải.**

Số cách phân công là chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử. Vậy có $\mathrm{A}_5^3$ cách.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 47.** Có bao nhiêu cách xếp một nhóm học sinh gồm 4 bạn nam và 6 bạn nữ thành một hàng ngang?

(A) $10!$. (B) $4!$. (C) $6! \cdot 4!$. (D) $6!$.

**Lời giải.**

Xếp 10 học sinh (gồm 4 nam và 6 nữ) thành một hàng có $10!$ cách.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 48.** Trong mặt phẳng, cho 10 điểm phân biệt. Có thể lập được bao nhiêu véc-tơ khác $\overrightarrow{0}$, có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập 10 điểm đã cho là

(A) 20. (B) 10. (C) 45. (D) 90.

**Lời giải.**

Số các véc-tơ khác $\overrightarrow{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập 10 điểm đã cho là $\mathrm{A}_{10}^2 = 90$ véc-tơ.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 49.** Lớp 11A có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một học sinh làm lớp trưởng?

(A) $25! + 20!$ cách. (B) $45!$ cách. (C) 45 cách. (D) 500 cách.

**Lời giải.**

Chọn một học sinh làm lớp trưởng có $\mathrm{C}_{45}^1 = 45$ cách.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 50.** Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh từ 20 học sinh của lớp 11A đi lao động?

(A) 1860480 cách. (B) 120 cách. (C) 15504 cách. (D) 100 cách.

**Lời giải.**

Chọn 5 học sinh từ 20 học sinh của lớp 11A đi lao động có $\mathrm{C}_{20}^5 = 15504$ cách.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 51.** Một hộp chứa 10 quả cầu phân biệt. Số cách lấy ra từ hộp đó cùng lúc 3 quả cầu là

(A) 120. (B) 10. (C) 60. (D) 720.

**Lời giải.**

Số cách chọn 3 quả cầu từ hộp là $\mathrm{C}_{10}^3 = 120$ cách.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 52.** Tổ 1 của lớp 11A gồm 6 bạn nam và 2 bạn nữ. Để chọn một đội lao động trong tổ, cần chọn một bạn nữ và ba bạn nam. Số cách chọn như vậy là

(A) 21. (B) 60. (C) 40. (D) 120.

**Lời giải.**

Số cách chọn một đội lao động gồm 3 nam và 1 nữ là $C_6^3 \cdot C_2^1 = 40$ cách.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 53.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

(A) 630. (B) 360. (C) 4096. (D) 72.

**Lời giải.**

Chọn 4 số từ 6 số tự nhiên đã cho, sau đó hoán vị 4 số đã chọn.

Vì thế số cách chọn một số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau chính là chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử.

Vậy có $A_6^4 = 360$ cách chọn.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 54.** Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

(A) $C_7^3$. (B) $A_7^3$. (C) $\dfrac{7!}{3!}$. (D) 7.

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là tổ hợp chập 3 của 7.

Vậy có $C_7^3$ cách chọn.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 55.** Một lớp gồm 30 học sinh, trong đó có 14 nam và 16 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh trong lớp đi tập văn nghệ sao cho trong 5 học sinh được chọn có đúng 2 nữ?

(A) $C_{30}^5 - C_{14}^2$. (B) $C_{14}^3 \cdot C_{16}^2$. (C) $C_{16}^2$. (D) $A_{14}^3 \cdot A_{16}^2$.

**Lời giải.**

Chọn 3 học sinh nam trong số 14 học sinh nam có $C_{14}^3$ cách.

Chọn 2 học sinh nữ trong số 16 học sinh nữ có $C_{16}^2$ cách.

Vậy có tất cả $C_{14}^3 \cdot C_{16}^2$ cách chọn 5 học sinh thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 56.** Có 4 nam và 4 nữ xếp thành một hàng ngang. Số cách sắp xếp để nam nữ đứng xen kẽ là

(A) 24. (B) 48. (C) 576. (D) 1152.

**Lời giải.**

Ta đánh số các vị trí trên hàng ngang từ 1 đến 8.

- Tại các vị trí đánh số chẵn ta xếp học sinh nữ, các vị trí đánh số lẻ xếp học sinh nam khi đó nam và nữ đứng xen kẽ nhau.
  Có $4! \times 4!$ cách xếp.
- Tại các vị trí đánh số lẻ ta xếp học sinh nữ, các vị trí đánh số chẵn xếp học sinh nam khi đó nam và nữ đứng xen kẽ nhau.
  Có $4! \times 4!$ cách xếp.

Vậy có $4! \times 4! + 4! \times 4! = 1152$ cách xếp.

Chọn đáp án (D) □

**CÂU 57.** Với $k$ và $n$ là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (B) $C_n^k = \dfrac{n!}{k!}$. (C) $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. (D) $C_n^k = \dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

**Lời giải.**

Theo định nghĩa trong sách giáo khoa, thì mệnh đề đúng là "$C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$".

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 58.** Có bao nhiêu cách lấy ngẫu nhiên cùng lúc 3 quả cầu từ một hộp chứa 10 quả cầu khác nhau.

(A) $P_2$. (B) $C_{10}^3$. (C) $P_{10}$. (D) $A_{10}^2$.

**Lời giải.**

Số cách chọn 3 quả cầu từ 10 quả cầu là tổ hợp chập 3 của 10 là $C_{10}^3$.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 59.** Số đường chéo của đa giác lồi 10 cạnh là

(A) 35. (B) $7^{10}$. (C) 45. (D) $10^{10}$.

**Lời giải.**

Số đường chéo của đa giác 10 cạnh là $C_{10}^2 - 10 = 35$ cạnh.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 60.** Tổ 1 của lớp 10A gồm 6 bạn nam và 4 bạn nữ. Để chọn một đội lao động trong tổ, cần chọn một bạn nữ và ba bạn nam. Số cách chọn như vậy là

(A) 21. (B) 60. (C) 40. (D) 120.

**Lời giải.**

Số cách chọn một đội lao động gồm 3 nam và 1 nữ là $C_6^3 \cdot C_2^1 = 40$ cách.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 61.** Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

(A) 42. (B) 12. (C) 24. (D) $4^4$.

**Lời giải.**

Mỗi số như vậy là một hoán vị của 4 phần tử. Vậy có thể lập được $4! = 24$ số thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 62.** Bạn Khỏe muốn đi tập Gym, nếu đi buổi tối thì có 5 phòng tập, đi buổi sáng thì có 3 phòng tập, bạn ấy tập 2 buổi 1 tuần và tập ở phòng nào cũng được. Hỏi bạn ấy có thể có bao nhiêu cách chọn lịch tập?

(A) 30. (B) 28. (C) 24. (D) 15.

**Lời giải.**

- Nếu 2 buổi đều vào buổi sáng, có $C_5^2$ cách.
- Nếu 2 buổi đều vào buổi tối, có $C_3^2$ cách.
- Nếu 1 buổi sáng, 1 buổi tối có $5 \cdot 3$ cách.

Vậy có $C_5^2 + C_3^2 + 5 \cdot 3 = 28$ cách.

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 63.** Cho các chữ số $1; 2; 3; 4; 6; 8$. Từ các chữ số đó lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau sao cho luôn có mặt chữ số 4?

(A) 36. (B) 55. (C) 60. (D) 90.

**Lời giải.**

Số cách số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau từ các chữ số trên là $A_6^3$ số.

Số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau mà không có mặt chữ số 4 từ các chữ số trên là $A_5^3$ số.

Vậy số các số luôn có mặt chữ số 4 là $A_6^3 - A_5^3 = 60$ số.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 64.** Một hộp đựng 5 viên bi xanh, 9 viên bi đỏ, 6 viên bi vàng. Số cách chọn ra 3 viên bi có đủ cả ba màu là

(A) $C_5^1 \cdot A_9^1 \cdot C_6^1$. (B) $A_5^1 \cdot A_9^1 \cdot A_6^1$. (C) $C_5^1 \cdot C_9^1 \cdot C_6^1$. (D) $5! \cdot 9! \cdot 6!$.

**Lời giải.**

Chọn 3 viên bi có đủ cả 3 màu là một việc có 3 bước:

- Bước 1. Chọn 1 viên bi màu xanh: Có $C_5^1$ cách.
- Bước 2. Chọn 1 viên bi màu đỏ: Có $C_9^1$ cách.
- Bước 3. Chọn 1 viên bi màu vàng: Có $C_6^1$ cách.

Theo quy tắc nhân, có $C_5^1 \cdot C_9^1 \cdot C_6^1$ cách chọn 3 viên bi có đủ cả 3 màu.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 65.** Có 8 quả bóng màu đỏ, 5 quả bóng màu vàng, 3 quả bóng màu xanh. Có bao nhiêu cách chọn từ đó ra 4 quả bóng sao cho có đúng 2 quả bóng màu đỏ?

(A) 874 cách. (B) 478 cách. (C) 784 cách. (D) 847 cách.

**Lời giải.**

Việc chọn 4 quả bóng thỏa mãn đề bài gồm có 2 bước sau:

- Bước 1. Chọn 2 quả màu đỏ: Có $C_8^2 = 28$ cách.
- Bước 2. Chọn 2 quả trong 8 quả (gồm 5 quả màu xanh và 3 quả màu vàng): Có $C_8^2 = 28$ cách.

Theo quy tắc nhân, có $28 \cdot 28 = 784$ cách chọn 4 quả bóng sao cho có đúng 2 quả màu đỏ.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 66.** Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự. Mỗi ông chồng bắt tay chỉ một lần với mọi người trừ vợ mình, các bà vợ không ai bắt tay với nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cái bắt tay?

(A) 78. (B) 234. (C) 185. (D) 312.

**Lời giải.**

Có 13 cặp vợ chồng nên có 26 người tham dự buổi lễ.
Hai người bắt tay với nhau thì có : $C_{26}^2$ cái bắt tay.
Có 13 cái bắt tay giữa người chồng và bà vợ mình.
Có $C_{13}^2$ cái bắt tay của các bà vợ.
Vậy có: $C_{26}^2 - 13 - C_{13}^2 = 234$ cái bắt tay.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 67.** Một tổ có 15 học sinh trong đó có 9 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chia tổ thành 3 nhóm mỗi nhóm có đúng 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ.

(A) 1260. (B) 6. (C) 151200. (D) 15120.

**Lời giải.**

Để chia tổ thành 3 nhóm:

- Nhóm 1: có $C_9^3 \cdot C_6^2$ cách.
- Nhóm 2: có $C_6^3 \cdot C_4^2$ cách.
- Nhóm 3: có 1 cách.

Vậy có : $C_9^3 \cdot C_6^2 \cdot C_9^3 \cdot C_4^2 = 151\,200$.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 68.** Giải bóng đá Vô địch quốc gia Việt Nam 2018 (Nuti Cafe V.League 2018) có 14 đội bóng tham dự theo thể thức vòng tròn tính điểm lượt đi - lượt về (nghĩa là 2 đội bất kỳ sẽ đấu với nhau đúng 2 trận). Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu diễn ra trong cả giải đấu đó?

(A) 91 trận. (B) 196 trận. (C) 182 trận. (D) 98 trận.

**Lời giải.**

Mỗi trận đấu là một chỉnh hợp chập 2 của 14 phần tử.
Tổng số trận là $A_{14}^2 = 182$ trận.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 69.** Một lớp học có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách thành lập một đội văn nghệ gồm 6 người, trong đó có ít nhất 4 nam?

(A) 412 803. (B) 2 783 638. (C) 5 608 890. (D) 763 806.

**Lời giải.**

- Chọn 4 nam, 2 nữ có $C_{30}^4 \cdot C_{15}^2$ cách.
- Chọn 5 nam, 1 nữ có $C_{30}^5 \cdot C_{15}^1$ cách.
- Chọn 6 nam, 0 nữ có $C_{30}^6 \cdot C_{15}^0$ cách.
- Vậy tổng số cách chọn thỏa mãn đề bài là $C_{30}^4 \cdot C_{15}^2 + C_{30}^5 \cdot C_{15}^1 + C_{30}^6 \cdot C_{15}^0 = 5\,608\,890$.

Chọn đáp án (C) □

**CÂU 70.** Lớp học có 40 học sinh, cô giáo có bao nhiêu cách chọn ra 3 bạn lên bảng làm 3 bài tập khác nhau.

(A) 15 680. (B) 59 280. (C) 9 880. (D) 29 640.

**Lời giải.**

Mỗi cách chọn 3 học sinh trong 40 học sinh lên làm ba bài tập khác nhau là một chỉnh hợp chập 3 của 40 phần tử.
Vậy có $A_{40}^3 = 59\,280$.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 71.** Cho tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập $A$ và nhỏ hơn 50 000?

(A) 22 296. (B) 10 246. (C) 27 216. (D) 12 096.

**Lời giải.**

Gọi $\overline{abcde}$ là số cần lập khi đó $a \in \{1, 2, 3, 4\}$ và mỗi bộ 4 chữ số $b, c, d, e$ tương ứng với một chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử.
Vậy có $4.A_9^4 = 12\,096$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (D) □

**CÂU 72.** Trong đề cương ôn tập môn toán có 15 câu hỏi Đại số và 10 câu hỏi Hình học. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên 5 câu hỏi có cả Đại số và Hình học để lập một đề kiểm tra 15 phút?

(A) 3 255. (B) 49 875. (C) 53 130. (D) 756 756.

**Lời giải.**

Số cách chọn 5 câu hỏi từ đề cương là $C_{25}^5$.
Số cách chọn 5 câu hỏi từ đề cương chỉ có câu đại là $C_{15}^5$.
Số cách chọn 5 câu hỏi từ đề cương chỉ có câu hình là $C_{10}^5$.
Số cách chọn 5 câu hỏi có cả Đại số và Hình học để lập một đề kiểm tra là $C_{25}^5 - C_{15}^5 - C_{10}^5 = 49\,875$.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 73.** Một bó hoa có 14 bông hoa gồm 3 bông màu hồng, 5 bông màu xanh, còn lại là màu vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 7 bông hoa, trong đó phải có đủ 3 màu?

(A) 3 058. (B) 129. (C) 3 432. (D) 3 060.

**Lời giải.**

Ta có

- Số cách chọn 7 bông hoa từ 14 bông hoa là $C_{14}^7$.
- Số bông hoa màu vàng là $14 - 3 - 5 = 6$.
- Do số lượng mỗi loại hoa đều bé hơn 7 nên ta có số cách chọn 7 bông hoa không có đủ cả 3 màu là
$$C_{3+5}^7 + C_{5+6}^7 + C_{6+3}^7 = C_8^7 + C_{11}^7 + C_9^7 = 374.$$
- Suy ra số cách chọn 7 bông hoa có đủ 3 màu là $C_{14}^7 - 374 = 3\,058$.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 74.** Có sáu quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 5 và 7 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 7. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra ba quả cầu vừa khác màu, vừa khác số?

(A) 125. (B) 210. (C) 120. (D) 64.

**Lời giải.**

Ta chọn 3 quả cầu theo thứ tự như sau:

- Chọn 1 quả cầu đỏ từ 5 quả cầu đỏ có $C_5^1 = 5$ cách.
- Chọn 1 quả cầu xanh có $C_5^1 = 5$ cách (do quả cầu xanh cần đánh số khác quả cầu màu đỏ được lấy trước đó).
- Chọn 1 quả cầu vàng có $C_5^1 = 5$ cách (do quả cầu vàng cần đánh số khác quả màu đỏ và màu xanh được lấy trước đó).
- Vậy số cách chọn thỏa mãn đề bài là $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 75.** Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng không ngồi cạnh nhau?

(A) 24. (B) 72. (C) 12. (D) 48.

**Lời giải.**

Gọi $A$ là số cách sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi $\Rightarrow A = 5!$ cách.
Gọi $B$ là số cách sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi sao cho bạn An và bạn Dũng cạnh nhau.
Bó cụm bạn An và bạn Dũng lại xem như 1 người.

- **Bước 1.** Xếp cụm bạn An, bạn Dũng và 3 bạn còn lại ta có 4! cách.
- **Bước 2.** Đổi chỗ hai bạn An và Dũng ta có 2! cách.

Theo quy tắc nhân ta có $B = 4! \times 2!$ cách.
Vậy số sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng không ngồi cạnh nhau là $A - B = 5! - 4! \times 2! = 72$ cách.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 76.** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau?

(A) 4 500. (B) 2 296. (C) 50 000. (D) 2 520.

**Lời giải.**

Gọi số cần tìm là $n = \overline{abcd}$.

TH1: $d = 0$.

- Chọn $a, b, c$ có $\mathrm{A}_9^3 = 504$.

TH2: $d \neq 0$.

- Chọn $d$ trong các số $2; 4; 6; 8$ có 4 cách.
- Chọn $a$ $(a \neq 0, a \neq d)$ có 8 cách.
- Chọn $b, c$ trong 8 số còn lại có $\mathrm{A}_8^2$ cách.

Trong trường hợp này có $4 \cdot 8 \cdot \mathrm{A}_8^2 = 1\,792$ số.

Vậy có $504 + 1\,792 = 2\,296$ số tự nhiên chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 77.** Một tổ học sinh có 10 bạn xếp thành hàng ngang, trong đó có 2 bạn Học và Hành luôn muốn đứng cạnh nhau, còn bạn Chơi thì không muốn đứng cạnh bạn nào trong 2 bạn đó, hỏi có bao nhiêu cách xếp thỏa mãn các nguyện vọng của 3 bạn trên?

**A** $564\,480$. **B** $10\,886\,400$. **C** $645\,120$. **D** $2\,177\,280$.

**Lời giải.**
Trước hết xếp 7 bạn không phải ba bạn Học, Hành, Chơi. Có $7!$ cách.
7 bạn này tạo ra 8 khoảng trống, chọn ra 2 khoảng trống cho Học-Hành và Chơi. Có $\mathrm{C}_8^2$ cách.
Vì Hoc-Hành có thể đổi chỗ cho Chơi và Học-Hành có thể đổi chỗ cho nhau. Có $2! \cdot 2!$ cách.
Theo quy tắc nhân ta có $7! \cdot 2! \cdot 2! \cdot \mathrm{C}_8^2 = 564\,480$ cách.
Chọn đáp án (A) □

**CÂU 78.** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp $10T$, 3 học sinh lớp $10H$ và 5 học sinh lớp $10A$ thành một hàng ngang. Tính số cách xếp 10 học sinh trên sao cho không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.

**A** $36\,360$. **B** $63\,360$. **C** $66\,033$. **D** $33\,066$.

**Lời giải.**
Đầu tiên ta xếp 5 học sinh lớp $10A$ thành một hàng có $5! = 120$ cách.
Giữa 5 học sinh này có 4 khoảng trống và 2 khoảng trống ở hai đầu mút, ta đánh số vị trí các khoảng trống từ trái sang phải là $1; 2; 3; 4; 5; 6$ như hình dưới.

$$1 - A - 2 - A - 3 - A - 4 - A - 5 - A - 6$$

Vì hai học sinh cùng lớp không đứng cạnh nhau nên các vị trí $2; 3; 4; 5$ phải có học sinh lớp $10T, 10H$. Nhưng tổng học sinh hai lớp đó là 5 nên có một học sinh sẽ đứng ở vị trí 1 hoặc 6 hoặc đứng ghép với một học sinh lớp khác trong các vị trí $2; 3; 4; 5$. Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Xếp 5 học sinh $10T, 10H$ vào các vị trí $1; 2; 3; 4; 5$ có $5! = 120$ cách.

TH2: Xếp 5 học sinh $10T, 10H$ vào các vị trí $2; 3; 4; 5; 6$ có $5! = 120$ cách.

TH3: Ghép một học sinh $10T$ và một học sinh $10H$ thành một cặp có $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ cách.
Xem cặp này như là một học sinh đặc biệt.
Xếp 4 học sinh vào các vị trí $2; 3; 4; 5$ có $4!$ cách.
Trường hợp này có $12 \cdot 4! = 288$ cách.

Vậy có $120 \cdot (120 + 120 + 288) = 63\,360$ cách xếp.
Chọn đáp án (B) □

**CÂU 79.** Cho $2\,019$ điểm phân biệt nằm trên một đường tròn. Hỏi có thể lập được tất cả bao nhiêu tam giác có đỉnh là các điểm đã cho ở trên?

**A** $2\,019^3$. **B** $6\,057$. **C** $\mathrm{C}_{2\,019}^3$. **D** $\mathrm{A}_{2\,019}^3$.

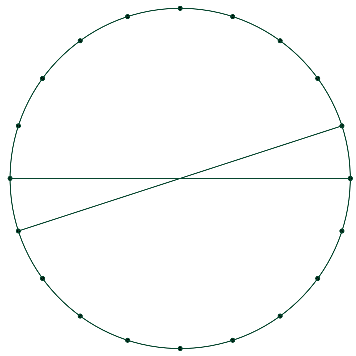
**Lời giải.**
Vì $2\,019$ điểm trên nằm trên một đường tròn nên không có 3 điểm nào thẳng hàng.
Cứ 3 điểm không thẳng hàng tạo thành 1 tam giác.
Do đó, từ $2\,019$ điểm đã cho có thể lập được $\mathrm{C}_{2\,019}^3$ tam giác.
Chọn đáp án (C) □

**CÂU 80.** Cho đa giác đều có 20 cạnh, nối các đỉnh lại để được các tam giác, số tam giác vuông là

**A** 180. **B** 120. **C** 200. **D** 90.

**Lời giải.**

Ta đếm số hình chữ nhật được tạo thành từ các đỉnh của đa giác đều, khi đó số tam giác vuông nhiều gấp bốn lần số hình chữ nhật.
Với hai đường chéo bất kỳ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác, ta được một hình chữ nhật.
Vì có 10 đường chéo như vậy, số hình chữ nhật tạo thành là $C_{10}^2 = 45$.
Vậy số tam giác vuông tạo thành là $45 \cdot 4 = 180$ tam giác.



Chọn đáp án (A) □

# MỤC LỤC