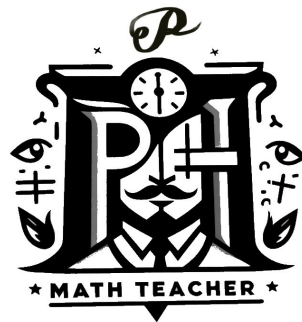


Ngày làm đề: ...../...../.....

**ÔN TẬP HÈ**  
**ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I – ĐỀ 4**  
**LỚP TOÁN THẦY PHÁT**  
Thời gian làm bài:...



**Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một phương án.**

**CÂU 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = -x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .  
(B) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; 2)$ .  
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .  
(D) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .

**CÂU 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$		$1$		$+\infty$	
	$-\infty$		$-2$		

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- (A)  $-1$ . (B)  $2$ . (C)  $-2$ . (D)  $1$ .

**CÂU 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau.

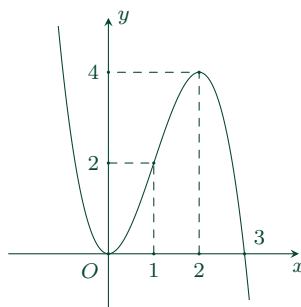
$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$		$4$		$2$	
	$2$		$-5$		

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  bằng

- (A)  $6$ . (B)  $9$ . (C)  $-3$ . (D)  $-1$ .

**CÂU 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[0; 3]$  bằng

- (A)  $4$ . (B)  $2$ . (C)  $3$ . (D)  $0$ .



**CÂU 5.** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2024x + 2025}{x - 5}$  là

- (A)  $y = 2025$ . (B)  $y = 2024$ . (C)  $y = 1$ . (D)  $y = -5$ .

**CÂU 6.** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{15x - 6}{10x + 5}$  là

- (A)  $x = \frac{3}{2}$ . (B)  $x = -\frac{6}{5}$ . (C)  $x = -\frac{1}{2}$ . (D)  $x = \frac{2}{5}$ .

**ĐIỂM:**

"It's not how much time you have, it's how you use it."

**QUICK NOTE**

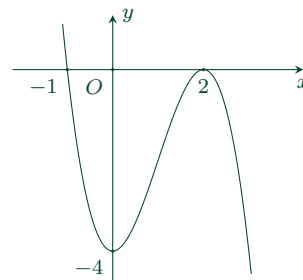
QUICK NOTE

**CÂU 7.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x}$  là đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- (A)  $y = -x - 1$ . (B)  $y = x - 1$ . (C)  $y = -x + 1$ . (D)  $y = x + 1$ .

**CÂU 8.** Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?

- (A)  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ . (B)  $y = x^3 - 4$ .  
(C)  $y = x^2 - 4$ . (D)  $y = -x^2 - 4$ .



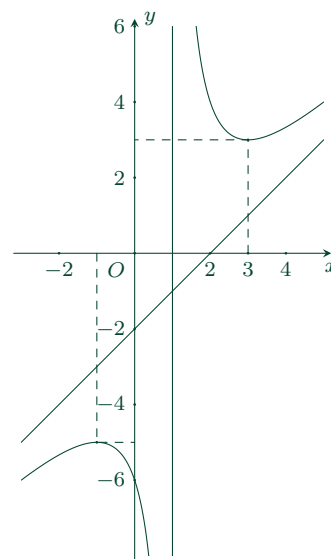
**CÂU 9.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
$y'$		-	-
$y$	2	$+\infty$	2

- (A)  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ . (B)  $y = \frac{2x-5}{x-2}$ . (C)  $y = \frac{2x+1}{x+2}$ . (D)  $y = \frac{2x-1}{x+2}$ .

**CÂU 10.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- (A)  $y = -x^3 + x^2 - 2x + 1$ . (B)  $y = \frac{x^2 - x + 3}{x - 1}$ .  
(C)  $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$ . (D)  $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$ .



**CÂU 11.** Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã nhận thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có  $n$  con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là  $P(n) = 800 - 20n$  (g). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

- (A) 19. (B) 20. (C) 21. (D) 22.

**CÂU 12.** Hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$  đạt cực đại tại điểm

- (A)  $x = -1$ . (B)  $x = 1$ . (C)  $x = 3$ . (D)  $x = -3$ .

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

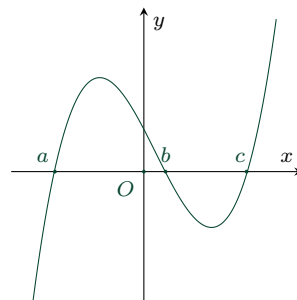
**CÂU 13.** Cho hàm số  $y = 2x^3 + x^2 - \frac{1}{2}x - 3$  có đồ thị (C).

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ .		
b) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ .		

QUICK NOTE

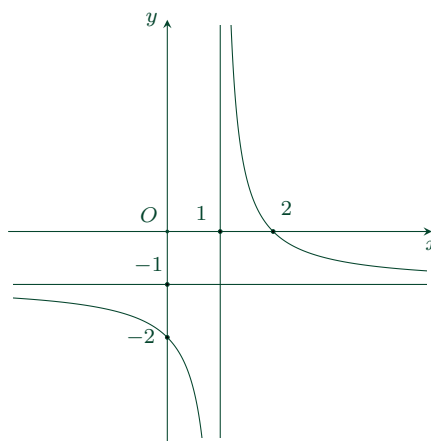
Mệnh đề	Đ	S
c) Hàm số không có cực trị.		
d) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = m$ tại 3 điểm khi và chỉ khi $-\frac{329}{108} < m < -\frac{11}{4}$ .		

**CÂU 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt  $a, b, c$  ( $a < b < c$ ) như hình bên.



Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; a)$ .		
b) Hàm số có 2 điểm cực trị.		
c) Giá trị cực đại của hàm số là $f(b)$ .		
d) Biết $f(b) < 0$ . Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.		

**CÂU 15.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx-1}$  có đồ thị như hình vẽ bên. Các khẳng định sau là đúng hay sai?



Mệnh đề	Đ	S
a) $b = -2$ .		
b) $a + b + c = 2$ .		
c) Phương trình $f(x) = 1$ có duy nhất một nghiệm.		
d) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; -1)$ là tâm đối xứng.		

**CÂU 16.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số có cực trị khi và chỉ khi $m \geq 0$ .		
b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x + m + 1$ .		
c) Với $m = 1$ , hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ .		
d) Tổng các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(3; 5)$ bằng 6.		

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 17.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = (m - 1)x^3 - (m - 1)x^2 + 3x + 2024$  đồng biến trên tập xác định? KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) = x(x - 1)^2(x - 2)^3$ . Hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2x + 2)$  có bao nhiêu điểm cực trị? KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 19.** Tìm  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x - m}{x + 1}$  trên đoạn  $[1; 3]$  bằng  $\sqrt{2}$  (làm tròn đến hàng phần chục). KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 20.** Chị Hà dự định sử dụng hết  $4 \text{ m}^2$  kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)? KQ: 

--	--	--	--

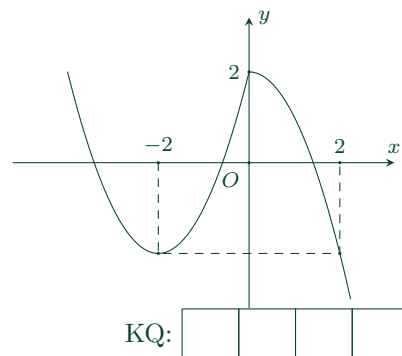
QUICK NOTE

**CÂU 21.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + (2 - m)x + 2m + 1}$  có đúng hai đường tiệm cận?

KQ: 

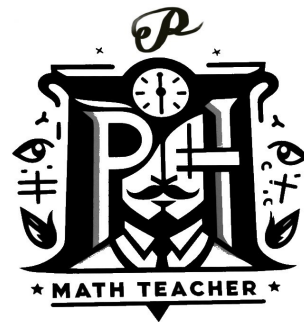
--	--	--	--

**CÂU 22.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + 6x$  đồng biến trên khoảng  $(a; b)$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $b - a$  bằng bao nhiêu?



Ngày làm đề: ...../...../.....

**ÔN TẬP HÈ**  
**ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG II — ĐỀ 5**  
**LỚP TOÁN THẦY PHÁT**  
Thời gian làm bài:...



**Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một phương án.**

**CÂU 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Có bao nhiêu vectơ có điểm đầu là  $A$  và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện?

- ☐ A 1. ☐ B 2. ☐ C 3. ☐ D 4.

**CÂU 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hai vectơ nào dưới đây có giá cùng nằm trong mặt phẳng  $(ABCD)$ ?

- ☐ A  $\overrightarrow{DD'}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ . ☐ B  $\overrightarrow{AD'}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ . ☐ C  $\overrightarrow{AD'}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ . ☐ D  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ .

**CÂU 3.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh là  $a$ . Hai vectơ nào dưới đây có cùng độ dài?

- ☐ A  $\overrightarrow{DD'}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ . ☐ B  $\overrightarrow{AD'}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ . ☐ C  $\overrightarrow{AD'}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ . ☐ D  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ .

**CÂU 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh là  $a$ . Vectơ nào bằng vectơ  $\overrightarrow{D'C'}$ ?

- ☐ A  $\overrightarrow{DD'}$ . ☐ B  $\overrightarrow{AD}$ . ☐ C  $\overrightarrow{AB}$ . ☐ D  $\overrightarrow{CD}$ .

**CÂU 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -1; 2)$  và  $B(2; 1; -4)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

- ☐ A  $(1; 2; -6)$ . ☐ B  $(1; 0; -6)$ . ☐ C  $(-1; -2; 6)$ . ☐ D  $(3; 0; -2)$ .

**CÂU 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho biểu diễn của vectơ  $\vec{a}$  qua các vectơ đơn vị là  $\vec{a} = 2\vec{i} + k - 3\vec{j}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  là

- ☐ A  $(2; -3; 1)$ . ☐ B  $(1; -3; 2)$ . ☐ C  $(2; 1; -3)$ . ☐ D  $(1; 2; -3)$ .

**CÂU 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  với các đỉnh có tọa độ là  $A(3; 1; 2)$ ,  $B(1; 0; 1)$ ,  $C(2; 3; 0)$ . Tọa độ đỉnh  $D$  là

- ☐ A  $D(1; 1; 0)$ . ☐ B  $D(0; 2; -1)$ . ☐ C  $D(4; 4; 1)$ . ☐ D  $D(1; 3; -1)$ .

**CÂU 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{a} = (-3; 2; 1)$  và điểm  $A(4; 6; -3)$ . Tọa độ điểm  $B$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$  là

- ☐ A  $(-1; -8; 2)$ . ☐ B  $(7; 4; -4)$ . ☐ C  $(1; 8; -2)$ . ☐ D  $(-7; -4; 4)$ .

**CÂU 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a} = (1; 2; 3)$ ,  $\vec{b} = (-2; 0; 1)$ ,  $\vec{c} = (-1; 0; 1)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$ .

- ☐ A  $\vec{n} = (6; 2; 6)$ . ☐ B  $\vec{n} = (6; 2; -6)$ . ☐ C  $\vec{n} = (0; 2; 6)$ . ☐ D  $\vec{n} = (-6; 2; 6)$ .

**CÂU 10.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; 5; -1)$ ,  $B(7; x; 1)$  và  $C(9; 2; y)$ . Để  $A, B, C$  thẳng hàng thì  $x + y$  bằng

- ☐ A 5. ☐ B 6. ☐ C 4. ☐ D 7.

**CÂU 11.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , điểm  $M$  thuộc trục  $Ox$  và cách đều hai điểm  $A(4; 2; -1)$  và  $B(2; 1; 0)$  là

- ☐ A  $M(-4; 0; 0)$ . ☐ B  $M(5; 0; 0)$ . ☐ C  $M(4; 0; 0)$ . ☐ D  $M(-5; 0; 0)$ .

**CÂU 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 3; 4)$ ,  $B(1; 0; -2)$  và  $C(4; 0; 1)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

- ☐ A  $G(3; 0; 2)$ . ☐ B  $G(2; 1; 1)$ . ☐ C  $G(1; 1; 3)$ . ☐ D  $G(3; 0; -1)$ .

**Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

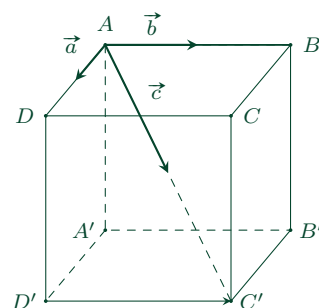
**ĐIỂM:**

"It's not how much time you have, it's how you use it."

**QUICK NOTE**

QUICK NOTE

**CÂU 13.** Một chất điểm ở vị trí  $A$  của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chất điểm chịu tác động bởi ba lực  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  lần lượt cùng hướng với  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC'}$  như hình vẽ bên. Độ lớn của lực  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$  tương ứng là 10 N, 10 N và  $10\sqrt{3}$  N.



Mệnh đề	Đ	S
a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ .		
b) $ \vec{a} + \vec{b}  = 20$ (N).		
c) $ \vec{a} + \vec{c}  =  \vec{b} + \vec{c} $ .		
d) $ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}  = 30$ (N).		

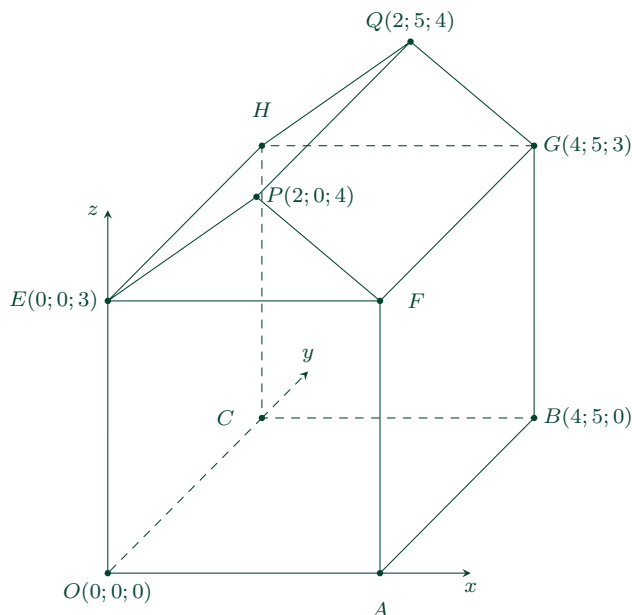
**CÂU 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; 3; 1)$ ,  $B(-1; 2; 0)$ ,  $C(1; 1; -2)$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ .		
b) $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$ .		
c) Gọi $D$ là đỉnh của hình bình hành $ABCD$ , khi đó $D(4; 2; -1)$ .		
d) $G$ là trọng tâm của tam giác $ABC$ , khi đó $OG = \frac{\sqrt{41}}{3}$ .		

**CÂU 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) Cho hai vectơ $\vec{u} = m\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ , $\vec{v} = m\vec{j} + 2\vec{i} + 4\vec{k}$ . Biết rằng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$ , khi đó $m = 5$ .		
b) Góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$ bằng $60^\circ$ .		
c) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(0; 0; 0)$ , $B(2; 0; 0)$ , $C(0; 2; 0)$ và $A'(0; 0; 2)$ . Góc giữa $BC'$ và $A'C$ bằng $90^\circ$ .		
d) Gọi $\varphi$ là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ (với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$ ), khi đó $\cos \varphi = \frac{ \vec{a}  \cdot  \vec{b} }{\vec{a} \cdot \vec{b}}$ .		

**CÂU 16.** Hình minh họa sơ đồ ngôi nhà Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



QUICK NOTE

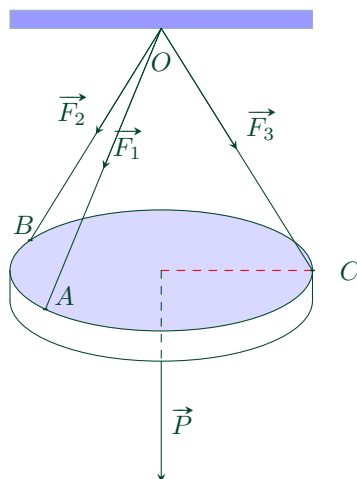
Mệnh đề	Đ	S
a) Tọa độ điểm $F(4; 0; 3)$ .		
b) Tọa độ vectơ $\vec{AH} = (4; 5; 3)$ .		
c) $\vec{AH} \cdot \vec{AF} = 3$ .		
d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng $FG$ , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn đến hàng phần mười của đơn vị độ).		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

**CÂU 17.** Cho hai vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  thỏa mãn  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$ ,  $|\vec{a} + \vec{b}| = 6$ . Tính  $|\vec{a} - \vec{b}|$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

KQ:

**CÂU 18.** Một chiếc đèn trang trí hình tròn được treo song song với mặt phẳng trần nhà nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  đôi một vuông góc (như hình vẽ dưới đây). Biết lực căng của sợi dây tương ứng trên mỗi dây  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  lần lượt là  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  thỏa mãn  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 16$  (N). Tính trọng lượng (đơn vị: N) của chiếc đèn đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



KQ:

**CÂU 19.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $B(2; 1; 0)$ ,  $C(1; 4; 5)$ . Điểm  $M(x; y; z)$  thuộc trục hoành sao cho  $MB = MC$ . Khi đó giá trị  $2x + y + z$  bằng bao nhiêu?

KQ:

**CÂU 20.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  tạo với nhau một góc  $120^\circ$ . Biết rằng  $|\vec{a}| = 4$ ;  $|\vec{b}| = 3$ , tính giá trị của biểu thức  $A = |\vec{a} - \vec{b}| + |\vec{a} + \vec{b}|$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

KQ:

**CÂU 21.** Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn.

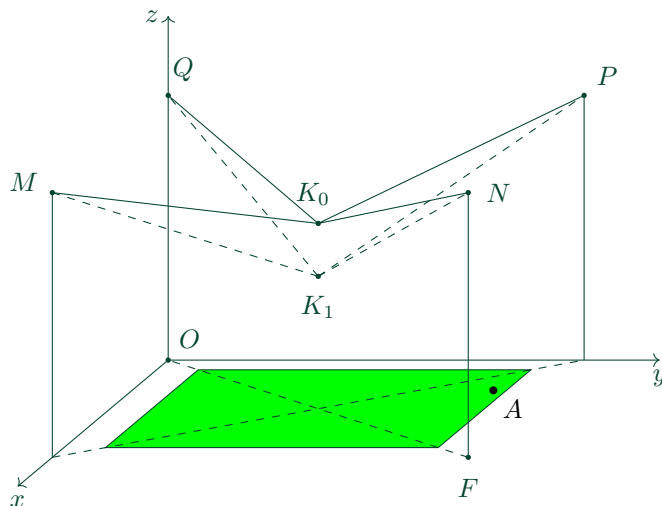
Mô hình thiết kế được xây dựng như sau

Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm  $M(90; 0; 30)$ ,  $N(90; 120; 30)$ ,  $P(0; 120; 30)$ ,  $Q(0; 0; 30)$ .

Giả sử  $K_0$  là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và  $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$ . Để theo dõi quả bóng đến vị trí  $A$ , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm  $K_1$  cao độ bằng 19.

Tọa độ của vectơ  $\vec{K_0K_1} = (a; b; c)$  với  $a, b, c$  là các số thực. Tính  $P = a + b - c$ .

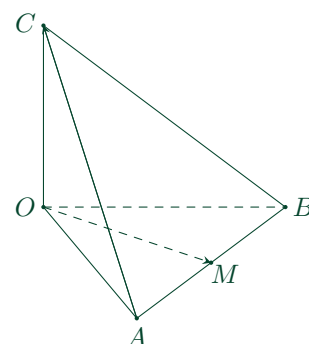
QUICK NOTE



KQ: 

--	--	--	--

**CÂU 22.** Cho tứ diện  $OABC$  có các cạnh  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và  $OA = OB = OC = 1$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Côsin của góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{OM}$  và  $\overrightarrow{AC}$  bằng  $-\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $Q = a \cdot b$ .



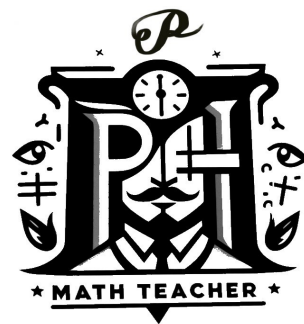
KQ: 

--	--	--	--



Ngày làm đề: ...../...../.....

**ÔN TẬP HÈ**  
**ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG III — ĐỀ 6**  
**LỚP TOÁN THẦY PHÁT**  
*Thời gian làm bài:...*



**Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một phương án.**

**CÂU 1.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	
Tần số	4	11	9	8	8	$n = 40$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

- (A) 5.                      (B) 40.                      (C) 6.                      (D) 25.

**CÂU 2.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	[3; 13)	[13; 23)	[23; 33)	[33; 43)	[43; 53)	
Tần số	8	7	10	6	9	$n = 40$

Tần số của nhóm 2 của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

- (A)** 6.                      **(B)** 7.                      **(C)** 9.                      **(D)** 40.

**CÂU 3.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng như hình bên. Tần số tích lũy  $cf_2$  của nhóm 2 của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

- A** 4.                  **B** 11.                  **C** 15.                  **D** 40.

Nhóm	[17; 21)	[21; 25)	[25; 29)	[29; 33)	[33; 37)	
Tần số	5	10	6	7	12	$n = 40$

**CÂU 4.** Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Giá trị đại diện của nhóm  $[60; 80)$  là

- Ⓐ 10.                      Ⓑ 20.                      Ⓒ 70.                      Ⓓ 40.

**CÂU 5.** Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h):

Tốc độ (km/h)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)
Số ô tô	4	11	7	8	8	2

Độ dài của nhóm  $[55; 60)$  là

- (A) 10.                      (B) 55.                      (C) 5.                      (D) 60.

**CÂU 6.** Người ta đếm số xe ô tô đi qua một trạm thu phí mỗi phút trong khoảng thời gian từ 9 giờ đến 9 giờ 30 phút sáng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số xe	[6; 10]	[11; 15]	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]
Số lần	5	9	3	9	4
Giá trị đại diện	8	13	18	23	28

Tính số trung bình công của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- Ⓐ 18,4.      Ⓑ 18,7.      Ⓒ 17,4.      Ⓓ 17,7.

**CÂU 7.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

**ĐIỂM:**

“It’s not how much time you have, it’s how you use it.”

### QUICK NOTE

QUICK NOTE

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[160; 163)	6	6
[163; 166)	11	17
[166; 169)	9	26
[169; 172)	7	33
[172; 175)	3	36
	$n = 36$	

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

A

$\frac{1802}{11}$

B

163.

C

9.

D

$\frac{329}{2}$

**CÂU 8.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40; 45)	5	5
[45; 50)	10	15
[50; 55)	7	22
[55; 60)	9	31
[60; 65)	7	38
[65; 70)	4	42
	$n = 42$	

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

A

$\frac{380}{7}$

B

50.

C

$\frac{42}{7}$

D

$\frac{105}{2}$

**CÂU 9.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A

10.

B

11.

C

12.

D

13.

**CÂU 10.** Mẫu số liệu đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h) được lập bằng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)
Giá trị đại diện	42,5	47,5	52,5	57,5	62,5	67,5
Tần số	4	11	7	8	8	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên gần bằng số nào dưới đây?

A

11,5.

B

12,3.

C

14,6.

D

23.

**CÂU 11.** Mỗi ngày bác An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A

3,39.

B

11,62.

C

0,1314.

D

0,36.

**CÂU 12.** Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng

A

33,91.

B

155,15.

C

55,68.

D

36,54.

**Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**CÂU 13.** Cho bảng số liệu sau:

Nhóm	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Tần số	6	6	4	1	1

Mệnh đề	Đ	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 25.		
b) Tần số của nhóm hai là 6.		
c) Tần số tích lũy của nhóm ba là 4.		
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm.		

**CÂU 14.** Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hồ	1	3	8	6	2

Mệnh đề	Đ	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 5.		
b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[16; 17)$ .		
c) Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là $[18; 19)$ .		
d) Tần số tích lũy của nhóm $[17; 18)$ là 18.		

**CÂU 15.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về lương của nhân viên trong phòng kế toán tổng hợp một công ty X như sau:

Lương (triệu đồng)	[6; 9)	[9; 12)	[12; 15)	[15; 18)	[18; 21)
Số nhân viên	6	5	3	2	1

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị đại diện của nhóm $[6; 9]$ là 7,5.		
b) Trung bình lương các nhân viên là 11,2 triệu đồng.		
c) Nhóm chứa trung vị là $[12; 15]$ .		
d) Độ dài nhóm $[15; 18]$ là 3.		

**CÂU 16.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của 45 học sinh lớp 9A như sau:

Nhóm	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)
Tần số	8	12	15	6	4

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị đại diện của nhóm [150; 155] là 152 cm.		
b) Chiều cao trung bình của học sinh là 155,94 cm.		
c) Phương sai của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm) là 36,04.		
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm) là 5,85.		

### Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

**CÂU 17.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm số tiền điện phải trả trong một tháng của các hộ gia đình ở một khu phố (đơn vị: ngàn đồng) như sau:

Nhóm	[375; 450)	[450; 525)	[525; 600)	[600; 675)	[675; 750)	[750; 825]
Tần số	6	15	10	6	9	4

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

KQ:				
-----	--	--	--	--

## QUICK NOTE

QUICK NOTE

**CÂU 18.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau:

Tuổi thọ	[2; 3,5)	[3,5; 5)	[5; 6,5)	[6,5; 8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

KQ:

**CÂU 19.** Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 38 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét) như sau:

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	
Tần số	4	10	14	6	4	$n = 38$

Tần số tích lũy của nhóm 4 bằng bao nhiêu?

KQ:

**CÂU 20.** Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Tính cân nặng trung bình của một quả mít.

KQ:

**CÂU 21.** Để đánh giá chất lượng dịch vụ taxi công nghệ của hãng X, người ta ghi lại thời gian chờ của các khách hàng được thể hiện trong bảng sau:

Thời gian chờ (phút)	[1; 2,5)	[2,5; 4)	[4; 5,5)	[5,5; 7)	[7; 8,5)
Lượng khách hàng (tần số)	10	5	23	6	3

Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

**CÂU 22.** Tìm hiểu thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của các bạn học sinh lớp 12A được ghi lại trong bảng sau:

Thời gian (giờ)	[0; 1,5)	[1,5; 3)	[3; 4,5)	[4,5; 6)
Số học sinh	8	12	6	4

Tìm phương sai của mẫu số liệu trên.

KQ:

# LỜI GIẢI CHI TIẾT

# ÔN TẬP HÈ

## ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — ĐỀ 4

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: ...

**Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một phương án.**

**CÂU 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = -x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ . (B) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; 2)$ .  
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ . (D) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .

**Lời giải.**

Do hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = -x^2 - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$  nên hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

Chọn đáp án (C) ☐

**CÂU 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$1$	$-2$	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- (A)  $-1$ . (B)  $2$ . (C)  $-2$ . (D)  $1$ .

**Lời giải.**

Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng  $-2$ .

Chọn đáp án (C) ☐

**CÂU 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$					

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  bằng

- (A)  $6$ . (B)  $9$ . (C)  $-3$ . (D)  $-1$ .

**Lời giải.**

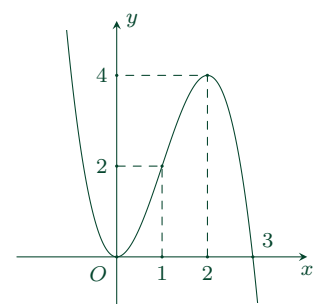
Trên  $\mathbb{R}$ , ta có giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  bằng  $4$  tại  $x = 0$  và giá trị nhỏ nhất bằng  $-5$  tại  $x = 2$ .

Khi đó tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  bằng  $-1$ .

Chọn đáp án (D) ☐

**CÂU 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[0; 3]$  bằng

- (A)  $4$ . (B)  $2$ . (C)  $3$ . (D)  $0$ .



**Lời giải.**

Từ đồ thị hàm số  $f(x)$  ta có  $\max_{[0;3]} f(x) = 4$  tại  $x = 2$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 5.** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2024x + 2025}{x - 5}$  là

- (A)**  $y = 2025$ .      **(B)**  $y = 2024$ .      **(C)**  $y = 1$ .      **(D)**  $y = -5$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2024x + 2025}{x - 5} = 2024$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2024x + 2025}{x - 5} = 2024$  nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là  $y = 2024$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**CÂU 6.** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{15x - 6}{10x + 5}$  là

- (A)**  $x = \frac{3}{2}$ .      **(B)**  $x = -\frac{6}{5}$ .      **(C)**  $x = -\frac{1}{2}$ .      **(D)**  $x = \frac{2}{5}$ .

**Lời giải.**

Điều kiện xác định  $x \neq -\frac{1}{2}$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} \frac{15x - 6}{10x + 5} = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} \frac{15x - 6}{10x + 5} = +\infty$  nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là  $x = -\frac{1}{2}$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**CÂU 7.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x}$  là đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- (A)**  $y = -x - 1$ .      **(B)**  $y = x - 1$ .      **(C)**  $y = -x + 1$ .      **(D)**  $y = x + 1$ .

**Lời giải.**

Ta có  $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} : x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 - 3x + 4}{x^2 + 2x} = -1$ .

Lại có  $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} - (-1)x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 4}{x + 2} = -1$ .

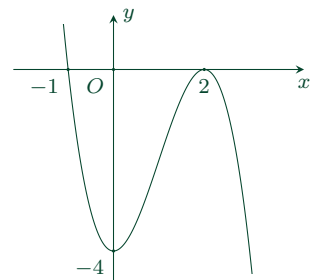
(Tương tự,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} : x \right) = -1$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} - (-1)x \right] = -1$ ).

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2}$  là đường thẳng có phương trình  $y = -x - 1$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 8.** Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?

- (A)**  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ .      **(B)**  $y = x^3 - 4$ .  
**(C)**  $y = x^2 - 4$ .      **(D)**  $y = -x^2 - 4$ .



**Lời giải.**

Xét dáng hình của đồ thị, ta loại được hàm số  $y = x^2 - 4$  và  $y = -x^2 - 4$ .

Do  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$  nên ta loại hàm số  $y = x^3 - 4$  và nhận hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**CÂU 9.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$y'$		$-$	$-$
$y$	$2$	$+\infty$	$2$

$\swarrow$        $\searrow$   
 $-\infty$        $2$

- (A)**  $y = \frac{2x + 1}{x - 2}$ .      **(B)**  $y = \frac{2x - 5}{x - 2}$ .      **(C)**  $y = \frac{2x + 1}{x + 2}$ .      **(D)**  $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$ .

**Lời giải.**

Từ bảng biến thiên, ta nhận thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 2$  là nên loại hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+2}$  và  $y = \frac{2x-1}{x+2}$ .  
Ta nhận thấy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên loại hàm số  $y = \frac{2x-5}{x-2}$  và nhận hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .  
Chọn đáp án **(A)** □

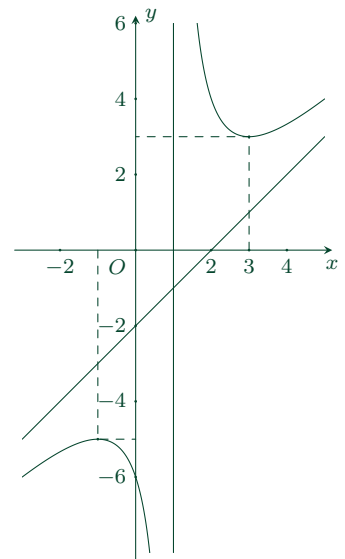
**CÂU 10.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

**(A)**  $y = -x^3 + x^2 - 2x + 1$ .

**(B)**  $y = \frac{x^2 - x + 3}{x - 1}$ .

**(C)**  $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$ .

**(D)**  $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$ .



**Lời giải.**

❑ Xét hàm số  $y = -x^3 + x^2 - 2x + 1$ . Vì đồ thị hàm số  $y = -x^3 + x^2 - 2x + 1$  không có đường tiệm cận. Suy ra phương án  $y = -x^3 + x^2 - 2x + 1$  sai.

❑ Xét hàm số  $y = \frac{x^2 - x + 3}{x - 1} = x + \frac{3}{x - 1}$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x - 1} = 0$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x - 1} = 0$ .

Do đó đường thẳng  $y = x$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Suy ra phương án  $y = \frac{x^2 - x + 3}{x - 1}$  sai.

❑ Xét hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1} = x - 2 + \frac{4}{x - 1}$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ .

Do đó đường thẳng  $x = 1$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x - 1} = 0$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x - 1} = 0$ .

Do đó đường thẳng  $y = x - 2$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Hơn nữa, đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-6$  nên suy ra phương án  $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$  đúng.

❑ Xét hàm số  $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$ . Vì đồ thị hàm số  $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$  không có đường tiệm cận xiên nên phương án  $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$  sai.

Chọn đáp án **(C)** □

**CÂU 11.** Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã nhận thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có  $n$  con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là  $P(n) = 800 - 20n$  (g). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

**(A)** 19.

**(B)** 20.

**(C)** 21.

**(D)** 22.

**Lời giải.**

Gọi  $F(n)$  là hàm cân nặng của  $n$  con cá sau vụ thu hoạch trên một đơn vị diện tích.

Ta có  $F(n) = (800 - 20n) \cdot n = 800n - 20n^2$ .

Để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất thì cân nặng của  $n$  con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ là lớn nhất.

Bài toán trở thành tìm  $n \in \mathbb{N}^*$  sao cho  $F(n)$  đạt giá trị lớn nhất.

Ta có  $F'(n) = 800 - 40n$ .

Cho  $F'(n) = 0 \Leftrightarrow 800 - 40n = 0 \Leftrightarrow n = 20$ .

Ta có bảng biến thiên



$n$	$-\infty$	20	$+\infty$
$F'(n)$	+	0	-
$F(n)$	$-\infty$	8000	$-\infty$

Vậy phải thả 20 con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất.

Chọn đáp án (B).....

**CÂU 12.** Hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$  đạt cực đại tại điểm

(A)  $x = -1$ .

(B)  $x = 1$ .

(C)  $x = 3$ .

(D)  $x = -3$ .

**Lời giải.**

Ta có  $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$ .

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$6$	$-26$	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực đại tại  $x = -1$ .

Chọn đáp án (A).....

**Phần II.** Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**CÂU 13.** Cho hàm số  $y = 2x^3 + x^2 - \frac{1}{2}x - 3$  có đồ thị (C).

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ .	X	
b) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ .		X
c) Hàm số không có cực trị.		X
d) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = m$ tại 3 điểm khi và chỉ khi $-\frac{329}{108} < m < -\frac{11}{4}$ .	X	

**Lời giải.**

Ta có  $y' = 6x^2 + 2x - \frac{1}{2}$ .

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 2x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{6}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$-\frac{11}{4}$	$-\frac{329}{108}$	$+\infty$	

a) Đúng.

Tập xác định  $\mathbb{R}$ .

b) Sai.

☑ Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -\frac{1}{2})$  và  $(\frac{1}{6}; +\infty)$ .

☑ Hàm số nghịch biến trên  $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{6})$ .

c) Sai.

Hàm số đạt cực đại tại  $x_{CD} = -\frac{1}{2}$ ,  $y_{CD} = -\frac{11}{4}$ ; hàm số đạt cực tiểu tại  $x_{CT} = \frac{1}{6}$ ,  $y_{CT} = -\frac{329}{108}$ .

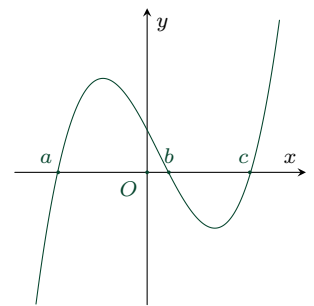
d) Đúng.

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số cắt đường thẳng  $y = m$  tại 3 điểm khi và chỉ khi  $-\frac{329}{108} < m < -\frac{11}{4}$ .

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c sai ☐ d đúng ..... □

**CÂU 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt  $a, b, c$  ( $a < b < c$ ) như hình bên.

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; a)$ .		X
b) Hàm số có 2 điểm cực trị.		X
c) Giá trị cực đại của hàm số là $f(b)$ .	X	
d) Biết $f(b) < 0$ . Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.	X	



💬 Lời giải.

Ta có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = b \\ x = c. \end{cases}$

$x$	$-\infty$	$a$	$b$	$c$	$+\infty$	
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$+$
$y$	$+\infty$		$f(a)$	$f(b)$	$f(c)$	$+\infty$

a) Sai.

Theo bảng biến thiên, hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty; a)$ .

b) Sai.

Theo bảng biến thiên, hàm số  $y = f(x)$  có 3 điểm cực trị.

c) Đúng.

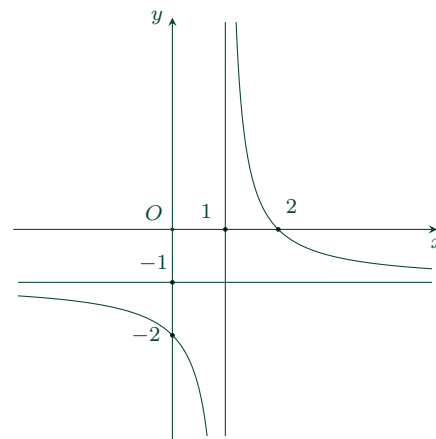
Theo bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số là  $f(b)$ .

d) Đúng.

Do  $f(b) < 0$  nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d đúng ..... □

**CÂU 15.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx-1}$  có đồ thị như hình vẽ bên. Các khẳng định sau là đúng hay sai?



Mệnh đề	Đ	S
a) $b = -2$ .		X
b) $a + b + c = 2$ .	X	
c) Phương trình $f(x) = 1$ có duy nhất một nghiệm.	X	
d) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; -1)$ là tâm đối xứng.	X	

**Lời giải.**

a) Sai.

Vì điểm  $(0; -2)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nên ta có  $\frac{b}{-1} = -2 \Leftrightarrow b = 2$ .

b) Đúng.

Vì điểm  $(0; -2)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nên ta có  $\frac{b}{-1} = -2 \Leftrightarrow b = 2$ .

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận ngang  $y = \frac{a}{c}$  và tiệm cận đứng  $x = \frac{1}{c}$ , do đó

$$\begin{cases} \frac{a}{c} = -1 \\ \frac{1}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = 1. \end{cases}$$

Vậy  $a + b + c = 2$ .

c) Đúng.

Vẽ đường thẳng  $y = 1$  trên mặt phẳng tọa độ, ta thấy đường thẳng  $y = 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại duy nhất một điểm.

d) Đúng.

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng  $y = -1$  làm tiệm cận ngang và  $x = 1$  là tiệm cận đứng, do đó điểm  $(1; -1)$  là tâm đối xứng của đồ thị.

Chọn đáp án ☐ a sai ☒ b đúng ☐ c đúng ☐ d đúng

**CÂU 16.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số có cực trị khi và chỉ khi $m \geq 0$ .		X
b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x + m + 1$ .	X	
c) Với $m = 1$ , hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ .		X
d) Tổng các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(3; 5)$ bằng 6.		X

**Lời giải.**

a) Sai.

$$\text{Có } y' = \frac{x^2 - 2x - m + 1}{(x - 1)^2}.$$

Hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi phương trình  $x^2 - 2x - m + 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt khác 1  $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1^2 - 2 \cdot 1 - m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$ .

b) Đúng.

$$\text{Ta có } y = x + m + 1 + \frac{m}{x - 1}.$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x + m + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{m}{x - 1} = 0.$$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận xiên  $y = x + m + 1$ .

c) Sai.

Với  $m = 1$ , hàm số trở thành  $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$  không xác định trên khoảng  $(0; 2)$  nên không nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

d) Sai.

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(3; 5)$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 1 \geq 0, \forall x \in (3; 5) \Leftrightarrow m \leq x^2 - 2x + 1, \forall x \in (3; 5)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \min_{[3; 5]} (x^2 - 2x + 1).$$

Xét hàm  $g(x) = x^2 - 2x + 1$  có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$		$g(1)$	

Từ bảng biến thiên suy ra  $m \leq g(3) \Leftrightarrow m \leq 4$ .

Vì  $m$  nguyên dương nên  $m \in \{1; 2; 3; 4\}$ .

Vậy tổng các giá trị  $m$  thỏa mãn yêu cầu đề bài bằng 10.

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai

### Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

**CÂU 17.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = (m - 1)x^3 - (m - 1)x^2 + 3x + 2024$  đồng biến trên tập xác định?

Đáp án:

#### Lời giải.

Tập xác định  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = 3(m - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3$ .

Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3(m - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

✓ Nếu  $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ . Khi đó  $y' \geq 0 \Leftrightarrow 3 \geq 0$  luôn đúng  $\forall x \in \mathbb{R}$ .  
Suy ra  $m = 1$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

✓ Nếu  $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ .  
Khi đó

$$3(m - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m - 1)^2 - 9(m - 1) \leq 0 \\ a = m - 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m \leq 10 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 10 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Mà  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ .

Vậy có tất cả 9 giá trị nguyên của tham số  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**CÂU 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) = x(x - 1)^2(x - 2)^3$ . Hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2x + 2)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

Đáp án:

#### Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$				$+\infty$

Ta có  $g'(x) = (2x - 2)f'(x^2 - 2x + 2)$ .

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \\ f'(x^2 - 2x + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x + 2 = 0 \\ x^2 - 2x + 2 = 1 \\ x^2 - 2x + 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$	
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+		
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$+\infty$

Vậy hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2x + 2)$  có 3 điểm cực trị.

**CÂU 19.** Tìm  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x-m}{x+1}$  trên đoạn  $[1; 3]$  bằng  $\sqrt{2}$  (làm tròn đến hàng phần chục).

**Đáp án:** - 1 , 8

**Lời giải.**

Ta có  $y' = \frac{1+m}{(x+1)^2}$ .

✔ Trường hợp 1:  $1+m > 0 \Leftrightarrow m > -1$ .

Khi đó  $y' > 0, \forall x \in [1; 3]$  nên hàm số  $y = \frac{x-m}{x+1}$  đồng biến trên đoạn  $[1; 3]$ .

Suy ra  $\max_{[1;3]} y = y(3) = \frac{3-m}{4} = \sqrt{2} \Leftrightarrow m = 3 - 4\sqrt{2}$  (loại).

✔ Trường hợp 2:  $1+m < 0 \Leftrightarrow m < -1$ .

Khi đó  $y' < 0, \forall x \in [1; 3]$  nên hàm số  $y = \frac{x-m}{x+1}$  nghịch biến trên đoạn  $[1; 3]$ .

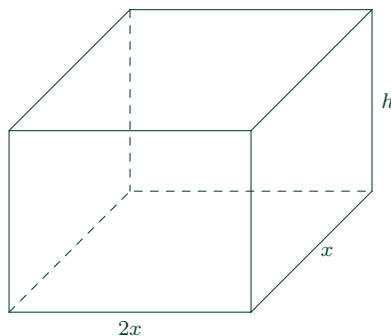
Suy ra  $\max_{[1;3]} y = y(1) = \frac{1-m}{2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow m = 1 - 2\sqrt{2} \approx -1,8$  (thỏa mãn).

Vậy  $m = 1 - 2\sqrt{2} \approx -1,8$  là giá trị cần tìm.

**CÂU 20.** Chị Hà dự định sử dụng hết  $4 \text{ m}^2$  kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Đáp án:** 0,73

**Lời giải.**



Giả sử bể cá có kích thước như hình vẽ, với  $x, h > 0$ .

Theo đề bài ta có  $2x^2 + 2xh + 4xh = 4 \Leftrightarrow h = \frac{4-2x^2}{6x}$ .

Do  $x > 0, h > 0$  nên  $4 - 2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{2}$ .

Thể tích của bể cá là  $V = 2x^2h = \frac{4x-2x^3}{3} = f(x)$ , với  $x \in (0; \sqrt{2})$ .

Ta có  $f'(x) = \frac{4}{3} - 2x^2$ .

Cho  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{3} - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3}$  (vì  $x > 0$ ).

Bảng biến thiên

$x$	0	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$\sqrt{2}$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$\frac{8\sqrt{6}}{27}$	0

Vậy bể cá có dung tích lớn nhất bằng  $\frac{8\sqrt{6}}{27} \text{ m}^3 \approx 0,73 \text{ m}^3$ .

**CÂU 21.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + (2 - m)x + 2m + 1}$  có đúng hai đường tiệm cận?

Đáp án:

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + (2 - m)x + 2m + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{1 + (2 - m)\frac{1}{x} + (2m + 1)\frac{1}{x^2}} = 1.$$

Suy ra đồ thị của hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang  $y = 1$ , do vậy đồ thị đó có đúng hai đường tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng  $\Leftrightarrow$  phương trình  $x^2 + (2 - m)x + 2m + 1 = 0$  (\*) có nghiệm kép hoặc có một nghiệm  $x = -1$  và một nghiệm khác 1 hoặc có một nghiệm  $x = 1$  và một nghiệm khác  $-1$ .

☑ Trường hợp 1: Phương trình (\*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow (2 - m)^2 - 4(2m + 1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 12m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 12. \end{cases}$$

☑ Trường hợp 2: Phương trình (\*) một có nghiệm  $x = 1$  và một nghiệm khác  $-1$

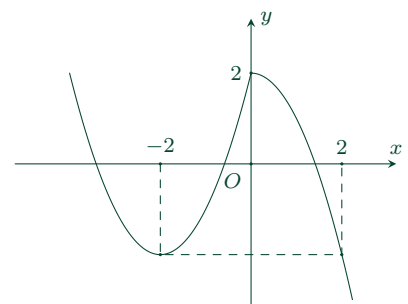
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -4.$$

☑ Trường hợp 3: Phương trình (\*) một có nghiệm  $x = -1$  và một nghiệm khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy có 3 giá trị của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $m = -4, m = 0, m = 12$ .

**CÂU 22.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + 6x$  đồng biến trên khoảng  $(a; b)$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $b - a$  bằng bao nhiêu?

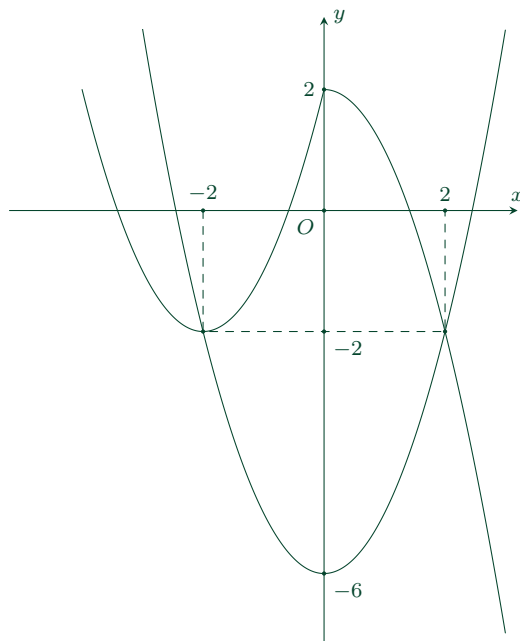


Đáp án:

**Lời giải.**

Ta có  $y = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + 6x$  nên  $y' = f'(x) - x^2 + 6$ .

Quan sát đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  và parabol  $(P): y = x^2 - 6$  trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ.

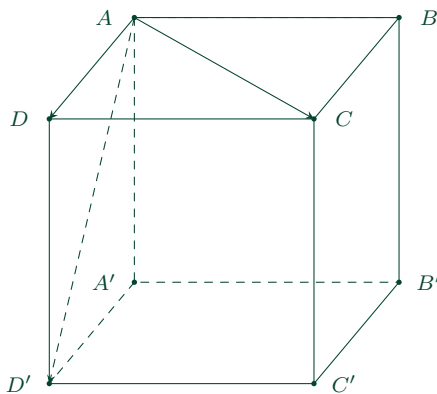


Từ đồ thị ta có  $y' = f'(x) - x^2 + 6 > 0 \Leftrightarrow f'(x) > x^2 - 6 \Leftrightarrow -2 < x < 2$ .

Vậy hàm số  $y = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + 6x$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 2)$ .







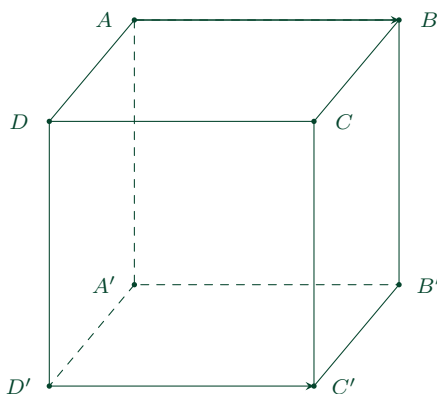
Vì  $|\overrightarrow{AD'}| = |\overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$  nên hai vectơ  $\overrightarrow{AD'}$  và  $\overrightarrow{AC}$  có cùng độ dài.

Chọn đáp án **C**.....

**CÂU 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh là  $a$ . Vectơ nào bằng vectơ  $\overrightarrow{D'C'}$ ?

- A**  $\overrightarrow{DD'}$ .      **B**  $\overrightarrow{AD}$ .      **C**  $\overrightarrow{AB}$ .      **D**  $\overrightarrow{CD}$ .

**Lời giải.**



Vì hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{D'C'}$  có cùng hướng và cùng độ dài nên  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$ .

Chọn đáp án **C**.....

**CÂU 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -1; 2)$  và  $B(2; 1; -4)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

- A**  $(1; 2; -6)$ .      **B**  $(1; 0; -6)$ .      **C**  $(-1; -2; 6)$ .      **D**  $(3; 0; -2)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 1 - (-1); -4 - 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; 2; -6)$ .

Chọn đáp án **A**.....

**CÂU 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho biểu diễn của vectơ  $\vec{a}$  qua các vectơ đơn vị là  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  là

- A**  $(2; -3; 1)$ .      **B**  $(1; -3; 2)$ .      **C**  $(2; 1; -3)$ .      **D**  $(1; 2; -3)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} = 2 \cdot \vec{i} - 3 \cdot \vec{j} + 1 \cdot \vec{k}$  nên  $\vec{a} = (2; -3; 1)$ .

Chọn đáp án **A**.....

**CÂU 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  với các đỉnh có tọa độ là  $A(3; 1; 2)$ ,  $B(1; 0; 1)$ ,  $C(2; 3; 0)$ . Tọa độ đỉnh  $D$  là

- A**  $D(1; 1; 0)$ .      **B**  $D(0; 2; -1)$ .      **C**  $D(4; 4; 1)$ .      **D**  $D(1; 3; -1)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 3 = 1 \\ y_D - 1 = 3 \\ z_D - 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 4 \\ z_D = 1 \end{cases} \Rightarrow D(4; 4; 1)$ .

Chọn đáp án **C**.....

**CÂU 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{a} = (-3; 2; 1)$  và điểm  $A(4; 6; -3)$ . Tọa độ điểm  $B$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$  là

- A**  $(-1; -8; 2)$ .      **B**  $(7; 4; -4)$ .      **C**  $(1; 8; -2)$ .      **D**  $(-7; -4; 4)$ .

**Lời giải.**

Đặt  $B(x; y; z)$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} = (x - 4; y - 6; z + 3)$ .

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{AB} = \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = -3 \\ y - 6 = 2 \\ z + 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \\ z = -2. \end{cases}$$

Vậy  $B(1; 8; -2)$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**CÂU 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a} = (1; 2; 3)$ ,  $\vec{b} = (-2; 0; 1)$ ,  $\vec{c} = (-1; 0; 1)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$ .

- (A)**  $\vec{n} = (6; 2; 6)$ . **(B)**  $\vec{n} = (6; 2; -6)$ . **(C)**  $\vec{n} = (0; 2; 6)$ . **(D)**  $\vec{n} = (-6; 2; 6)$ .

**Lời giải.**

Vì  $2\vec{c} = (-2; 0; 2)$  và  $-3\vec{i} = (-3; 0; 0)$  nên  $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$  có tọa độ  $(-6; 2; 6)$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... ☐

**CÂU 10.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; 5; -1)$ ,  $B(7; x; 1)$  và  $C(9; 2; y)$ . Để  $A, B, C$  thẳng hàng thì  $x + y$  bằng

- (A)** 5. **(B)** 6. **(C)** 4. **(D)** 7.

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (4; x - 5; 2)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (6; -3; y + 1)$ .

Vì  $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$  nên  $A, B, C$  thẳng hàng khi  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  cùng phương

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = k \cdot 6 \\ x - 5 = k \cdot (-3) \\ 2 = k(y + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ x = 3 \\ y = 2. \end{cases}$$

Vậy  $x + y = 5$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... ☐

**CÂU 11.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , điểm  $M$  thuộc trục  $Ox$  và cách đều hai điểm  $A(4; 2; -1)$  và  $B(2; 1; 0)$  là

- (A)**  $M(-4; 0; 0)$ . **(B)**  $M(5; 0; 0)$ . **(C)**  $M(4; 0; 0)$ . **(D)**  $M(-5; 0; 0)$ .

**Lời giải.**

$M \in Ox \Rightarrow M(x; 0; 0)$ . Ta có  $\overrightarrow{MA} = (4 - x; 2; -1)$ ,  $\overrightarrow{MB} = (2 - x; 1; 0)$ .

$M$  cách đều hai điểm  $A, B$  khi

$$MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{(4 - x)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{(2 - x)^2 + 1^2 + 0^2} \Leftrightarrow x = 4$$

Chọn đáp án **(C)** ..... ☐

**CÂU 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 3; 4)$ ,  $B(1; 0; -2)$  và  $C(4; 0; 1)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

- (A)**  $G(3; 0; 2)$ . **(B)**  $G(2; 1; 1)$ . **(C)**  $G(1; 1; 3)$ . **(D)**  $G(3; 0; -1)$ .

**Lời giải.**

Tọa độ trọng tâm của tam giác  $ABC$  là  $G(2; 1; 1)$ .

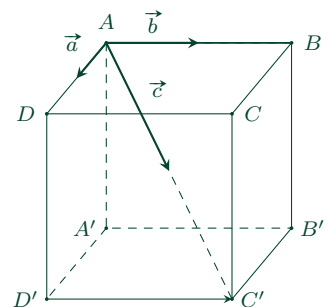
Chọn đáp án **(B)** ..... ☐

**Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**CÂU 13.** Một chất điểm ở vị trí  $A$  của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chất điểm chịu tác động bởi ba lực  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  lần lượt cùng hướng với  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC'}$  như hình vẽ bên. Độ lớn của lực  $\vec{a}, \vec{b}$  và  $\vec{c}$  tương ứng là 10 N, 10 N và  $10\sqrt{3}$  N.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ .		X
b) $ \vec{a} + \vec{b}  = 20$ (N).		X

Mệnh đề	Đ	S
c) $ \vec{a} + \vec{c}  =  \vec{b} + \vec{c} $ .	X	
d) $ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}  = 30$ (N).	X	



**Lời giải.**

Xét hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  với cạnh bằng  $x > 0$ , ta có  $AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = x\sqrt{3}$ .

Vì  $\triangle ADC'$  vuông tại  $D$  nên  $\cos(\vec{a}, \vec{c}) = \cos \widehat{DAC'} = \frac{AD}{AC'} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Tương tự,  $\triangle ABC'$  vuông tại  $B$  nên  $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \cos \widehat{BAC'} = \frac{AB}{AC'} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

a) Sai.

Giả sử  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{d}$ . Theo quy tắc hình bình hành thì  $\vec{d}$  cùng hướng với  $\vec{AC}$  nên  $\vec{d}$  không cùng phương với  $\vec{AC'}$ . Suy ra  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$  là sai.

b) Sai.

Ta có  $(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 10^2 + 10^2 + 0 = 200$ , suy ra  $|\vec{a} + \vec{b}| = 10\sqrt{2}$ .

c) Đúng.

Ta có

$$\checkmark (\vec{a} + \vec{c})^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + (10\sqrt{3})^2 = 600.$$

Suy ra  $|\vec{a} + \vec{c}| = \sqrt{600}$ .

$$\checkmark (\vec{b} + \vec{c})^2 = |\vec{b}|^2 + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + (10\sqrt{3})^2 = 600.$$

Suy ra  $|\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{600}$ .

$$\text{Vậy } |\vec{a} + \vec{c}| = |\vec{b} + \vec{c}|.$$

d) Đúng.

Giả sử lực tổng hợp là  $\vec{m}$ , tức là  $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ . Do đó

$$\begin{aligned} |\vec{m}|^2 &= (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 \\ \Leftrightarrow |\vec{m}|^2 &= \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + 2\vec{c} \cdot \vec{a} \\ \Leftrightarrow |\vec{m}|^2 &= 10^2 + 10^2 + (10\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 2 \cdot 10 \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \Leftrightarrow |\vec{m}|^2 &= 900. \end{aligned}$$

Suy ra cường độ lực tổng hợp  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  bằng 30 N.

Chọn đáp án a sai b sai c đúng d đúng ..... □

**CÂU 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; 3; 1)$ ,  $B(-1; 2; 0)$ ,  $C(1; 1; -2)$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ .	X	
b) $\vec{AB} = (3; -1; -1)$ .		X
c) Gọi $D$ là đỉnh của hình bình hành $ABCD$ , khi đó $D(4; 2; -1)$ .	X	
d) $G$ là trọng tâm của tam giác $ABC$ , khi đó $OG = \frac{\sqrt{41}}{3}$ .	X	

**Lời giải.**

a) Đúng.

Vì  $A(2; 3; 1)$  nên  $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ .

b) Sai.

$\vec{AB} = (-3; -1; -1)$ .

c) Đúng.

Gọi  $D(x; y; z)$ . Khi đó  $\vec{AB} = (-3; -1; -1)$  và  $\vec{DC} = (1 - x; 1 - y; -2 - z)$ .

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình bình hành nên } \vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = 1 - x \\ -1 = 1 - y \\ -1 = -2 - z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = -1. \end{cases}$$

Vậy  $D(4; 2; -1)$ .

d) Đúng.

Gọi  $G(x; y; z)$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Khi đó

$$\begin{cases} x = \frac{2-1+1}{3} = \frac{2}{3} \\ y = \frac{3+2+1}{3} = 2 \\ z = \frac{1+0-2}{3} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy  $G\left(\frac{2}{3}; 2; -\frac{1}{3}\right)$  nên  $OG = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{41}}{3}$ .

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d đúng ..... ☐

**CÂU 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ .

Mệnh đề	Đ	S
a) Cho hai vectơ $\vec{u} = m\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ , $\vec{v} = m\vec{j} + 2\vec{i} + 4\vec{k}$ . Biết rằng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$ , khi đó $m = 5$ .	X	
b) Góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$ bằng $60^\circ$ .		X
c) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(0; 0; 0)$ , $B(2; 0; 0)$ , $C(0; 2; 0)$ và $A'(0; 0; 2)$ . Góc giữa $BC'$ và $A'C$ bằng $90^\circ$ .	X	
d) Gọi $\varphi$ là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ (với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$ ), khi đó $\cos \varphi = \frac{ \vec{a}  \cdot  \vec{b} }{\vec{a} \cdot \vec{b}}$ .		X

**Lời giải.**

a) Đúng.

Từ giả thiết ta có  $\vec{u} = (m; 2; -3)$ ,  $\vec{v} = (2; m; 4)$ .  
Do đó  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8 \Leftrightarrow 2m + 2m - 3 \cdot 4 = 8 \Leftrightarrow m = 5$ .

b) Sai.

Ta có  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ$ .

c) Đúng.

Gọi  $C'(x; y; z)$ , vì  $ABC.A'B'C'$  là hình lăng trụ đứng nên  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} \Leftrightarrow \begin{cases} x-0=0 \\ y-2=0 \\ z-0=2 \end{cases}$

Từ đó ta có  $B(2; 0; 0)$ ,  $C'(0; 2; 2)$  nên  $\overrightarrow{BC'} = (-2; 2; 2)$ .

Vì  $A'(0; 0; 2)$  và  $C(0; 2; 0)$  nên  $\overrightarrow{A'C} = (0; 2; -2)$ .

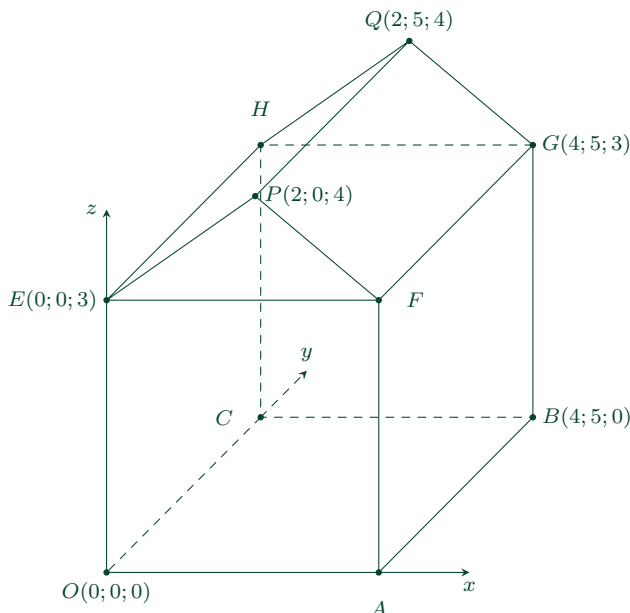
Từ đó suy ra  $\overrightarrow{BC'} \cdot \overrightarrow{A'C} = 0$  nên góc giữa  $BC'$  và  $A'C$  bằng  $90^\circ$ .

d) Sai.

Công thức tính cosin của góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  (với  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khác  $\vec{0}$ ) là  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ .

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c đúng ☐ d sai ..... ☐

**CÂU 16.** Hình minh họa sơ đồ ngôi nhà Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



Mệnh đề	Đ	S
a) Tọa độ điểm $F(4;0;3)$ .	X	
b) Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$ .		X
c) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$ .		X
d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng $FG$ , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn đến hàng phần mười của đơn vị độ).	X	

**Lời giải.**

**a) Đúng.**

Vì nền nhà là hình chữ nhật nên  $OACB$  là hình chữ nhật, suy ra  $x_A = x_B = 4, y_C = y_B = 5$ .  
Do điểm  $A$  nằm trên trục  $Ox$  nên tọa độ điểm  $A(4;0;0)$ ; điểm  $C$  nằm trên trục  $Oy$  nên tọa độ điểm  $C(0;5;0)$ .  
Tường nhà là hình chữ nhật nên  $OCHE$  là hình chữ nhật, suy ra  $y_H = y_C = 5, z_H = z_E = 3$ .  
Do  $H$  nằm trên mặt phẳng  $(Oyz)$  nên tọa độ điểm  $H(0;5;3)$ .  
Tứ giác  $OAFE$  là hình chữ nhật nên  $x_F = x_A = 4, z_F = z_E = 3$ .  
Do  $F$  nằm trên mặt phẳng  $(Oxz)$  nên tọa độ điểm  $F(4;0;3)$ .

**b) Sai.**

Ta có tọa độ vectơ  $\overrightarrow{AH} = (-4;5;3)$ .

**c) Sai.**

Ta có  $\overrightarrow{AF} = (0;0;3)$ . Suy ra  $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$ .

**d) Đúng.**

Để tính góc dốc của mái nhà, ta tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$ .

Do mặt phẳng  $(Ozx)$  vuông góc với hai mặt phẳng  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  nên  $\widehat{PFE}$  là góc phẳng nhị diện cần tìm.

Ta có  $\overrightarrow{FP} = (-2;0;1), \overrightarrow{FE} = (-4;0;0)$  suy ra

$$\cos \widehat{PFE} = \cos (\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|} = \frac{(-2)(-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Do đó,  $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$ .

Vậy góc dốc mái nhà khoảng  $26,6^\circ$ .

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c sai ☐ d đúng

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

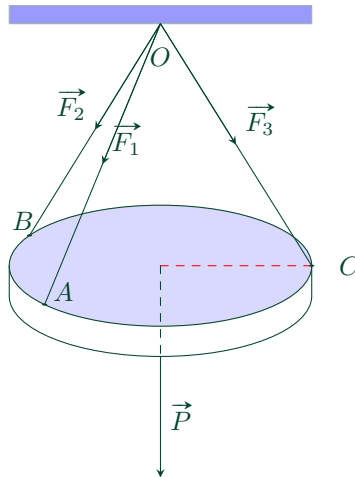
**CÂU 17.** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{a} + \vec{b}| = 6$ . Tính  $|\vec{a} - \vec{b}|$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 3,74

**Lời giải.**

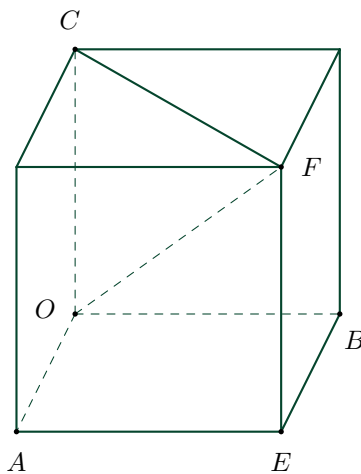
Ta có  $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a}\vec{b} + |\vec{b}|^2 \Rightarrow 2\vec{a}\vec{b} = |\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 11$ .  
 $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a}\vec{b} + |\vec{b}|^2 = 9 - 11 + 16 = 14 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{14} \approx 3,74$ .

**CÂU 18.** Một chiếc đèn trang trí hình tròn được treo song song với mặt phẳng trần nhà nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc (như hình vẽ dưới đây). Biết lực căng của sợi dây tương ứng trên mỗi dây  $OA, OB, OC$  lần lượt là  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  thỏa mãn  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 16$  (N). Tính trọng lượng (đơn vị: N) của chiếc đèn đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Đáp án: 27,7

**Lời giải.**



Gọi  $P$  là trọng lượng của đèn, ta có  $P = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| = |\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}|$ .

Vẽ hình vuông  $OAEF$ , ta có  $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OE}$  (quy tắc hình bình hành).

Vẽ hình chữ nhật  $OCFE$ , ta có  $\vec{OC} + \vec{OE} = \vec{OF}$  (quy tắc hình bình hành).

Suy ra  $P = |\vec{OF}| = OF$ .

Xét hình vuông  $OAEF$ , cạnh bằng 16 và có đường chéo  $OE = 16\sqrt{2}$ .

Xét tam giác vuông  $OEF$ , vuông tại  $E$ , có  $OF = \sqrt{OE^2 + EF^2} = \sqrt{(16\sqrt{2})^2 + 16^2} = 16\sqrt{3} \approx 27,7$ .

Vậy  $P \approx 27,7$  N.

**CÂU 19.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $B(2; 1; 0), C(1; 4; 5)$ . Điểm  $M(x; y; z)$  thuộc trục hoành sao cho  $MB = MC$ . Khi đó giá trị  $2x + y + z$  bằng bao nhiêu?

Đáp án: - 3 7

**Lời giải.**

Do điểm  $M \in Ox$  nên  $M(x; 0; 0)$ , ta có

$$\begin{aligned} MB = MC &\Leftrightarrow MB^2 = MC^2 \Leftrightarrow (2-x)^2 + 1^2 + 0^2 = (1-x)^2 + 4^2 + 5^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = x^2 - 2x + 42 \Leftrightarrow x = -\frac{37}{2}. \end{aligned}$$

Vậy  $M\left(-\frac{37}{2}; 0; 0\right) \Rightarrow 2x + y + z = -37$ .

**CÂU 20.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  tạo với nhau một góc  $120^\circ$ . Biết rằng  $|\vec{a}| = 4$ ;  $|\vec{b}| = 3$ , tính giá trị của biểu thức  $A = |\vec{a} - \vec{b}| + |\vec{a} + \vec{b}|$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 9,69

**Lời giải.**

Ta có  $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 16 - 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 120^\circ + 9 = 37$ .

Tương tự  $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 16 + 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 120^\circ + 9 = 13$ .

Do đó  $A = |\vec{a} - \vec{b}| + |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{37} + \sqrt{13} \approx 9,69$ .

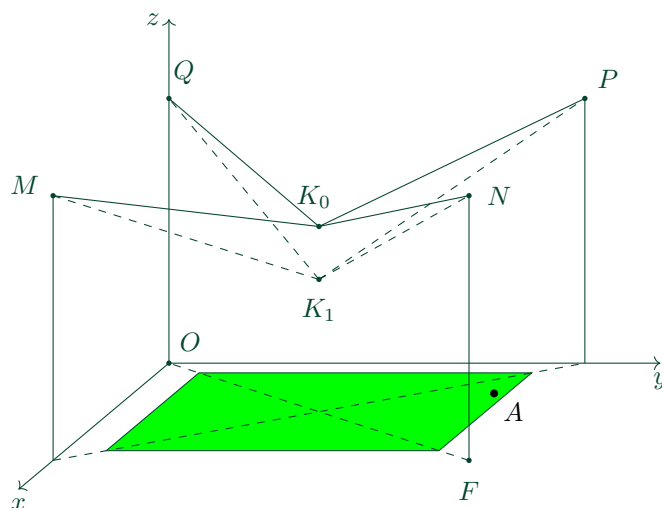
**CÂU 21.** Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn.

Mô hình thiết kế được xây dựng như sau

Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm  $M(90; 0; 30)$ ,  $N(90; 120; 30)$ ,  $P(0; 120; 30)$ ,  $Q(0; 0; 30)$ .

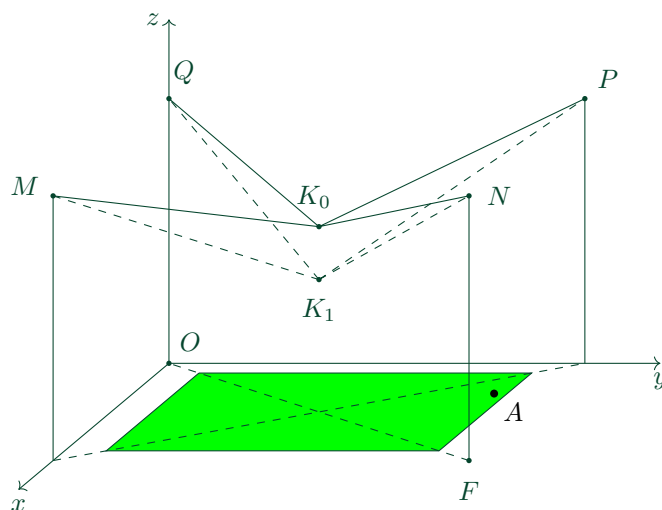
Giả sử  $K_0$  là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và  $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$ . Để theo dõi quả bóng đến vị trí A, camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm  $K_1$  cao độ bằng 19.

Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{K_0K_1} = (a; b; c)$  với  $a, b, c$  là các số thực. Tính  $P = a + b - c$ .



Đáp án: 6

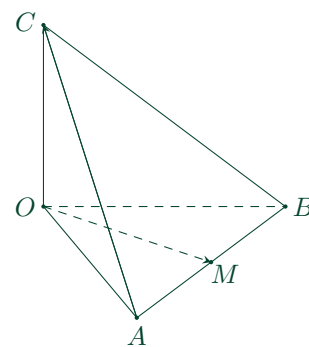
**Lời giải.**



Gọi  $K_0(x; y; 25)$  và  $K_1(x; y; 19)$  suy ra  $\overrightarrow{K_0K_1} = (0; 0; -6)$ .

Vậy  $a = 0$ ,  $b = 0$ ,  $c = -6$  nên  $P = a + b - c = 6$ .

**CÂU 22.** Cho tứ diện  $OABC$  có các cạnh  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và  $OA = OB = OC = 1$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Côsin của góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{OM}$  và  $\overrightarrow{AC}$  bằng  $-\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $Q = a \cdot b$ .



Đáp án:

**Lời giải.**

Đặt  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ .

Khi đó,  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$  và  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$ .

Ta có  $\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{AC}|}$ .

Mặt khác, do  $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$  và  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \vec{c} - \vec{a}$  nên

$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{a}) = \frac{1}{2}(\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a}^2 + \vec{b} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{a}) = -\frac{1}{2}.$$

Ta có  $AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = \sqrt{2}$ ,  $OM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{OA^2 + OB^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Từ đó  $\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{1}{2}$  nên  $a = 1$  và  $b = 2$ .

Vậy  $Q = a \cdot b = 2$ .



# ÔN TẬP HÈ

## ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG III — ĐỀ 6

### LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian làm bài: ...

**Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một phương án.**

**CÂU 1.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	
Tần số	4	11	9	8	8	$n = 40$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

**A** 5.

**B** 40.

**C** 6.

**D** 25.

**Lời giải.**

Ta có đầu mút trái của nhóm 1 là  $a_1 = 40$ , đầu mút phải của nhóm 5 là  $a_6 = 65$ .

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

$$R = a_6 - a_1 = 65 - 40 = 25.$$

Chọn đáp án **D** □

**CÂU 2.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	[3; 13)	[13; 23)	[23; 33)	[33; 43)	[43; 53)	
Tần số	8	7	10	6	9	$n = 40$

Tần số của nhóm 2 của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

**A** 6.

**B** 7.

**C** 9.

**D** 40.

**Lời giải.**

Tần số của nhóm 2 của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là  $n_2 = 7$ .

Chọn đáp án **B** □

**CÂU 3.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng như hình bên. Tần số tích lũy  $cf_2$  của nhóm 2 của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

**A** 4.

**B** 11.

**C** 15.

**D** 40.

Nhóm	[17; 21)	[21; 25)	[25; 29)	[29; 33)	[33; 37)	
Tần số	5	10	6	7	12	$n = 40$

**Lời giải.**

Ta có  $cf_2 = n_1 + n_2 = 15$ .

Chọn đáp án **C** □

**CÂU 4.** Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Giá trị đại diện của nhóm [60; 80) là

**A** 10.

**B** 20.

**C** 70.

**D** 40.

**Lời giải.**

Giá trị đại diện của nhóm [60; 80) là  $\frac{60 + 80}{2} = 70$ .

Chọn đáp án **C** □

**CÂU 5.** Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h):

Tốc độ (km/h)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)
Số ô tô	4	11	7	8	8	2

Độ dài của nhóm [55; 60) là

**A** 10.

**B** 55.

**C** 5.

**D** 60.

**Lời giải.**

Độ dài của nhóm [55; 60) là  $60 - 55 = 5$ .  
Chọn đáp án **C**.....

**CÂU 6.** Người ta đếm số xe ô tô đi qua một trạm thu phí mỗi phút trong khoảng thời gian từ 9 giờ đến 9 giờ 30 phút sáng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số xe	[6; 10]	[11; 15]	[16; 20]	[21; 25]	[26; 30]
Số lần	5	9	3	9	4
Giá trị đại diện	8	13	18	23	28

Tính số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

**A** 18,4.

**B** 18,7.

**C** 17,4.

**D** 17,7.

**Lời giải.**

Số xe trung bình đi qua trạm trong mỗi phút xấp xỉ bằng

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 8 + 9 \cdot 13 + 3 \cdot 18 + 9 \cdot 23 + 4 \cdot 28}{30} = 17,7.$$

Chọn đáp án **D**.....

**CÂU 7.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[160; 163)	6	6
[163; 166)	11	17
[166; 169)	9	26
[169; 172)	7	33
[172; 175)	3	36
	$n = 36$	

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

**A**  $\frac{1802}{11}$ .

**B** 163.

**C** 9.

**D**  $\frac{329}{2}$ .

**Lời giải.**

Số phần tử của mẫu là  $n = 36$ .  
Ta có  $\frac{n}{4} = \frac{36}{4} = 9$  mà  $6 < 9 < 17$ . Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 9.  
Xét nhóm 2 là nhóm [163; 166) có  $s = 163$ ,  $h = 3$ ,  $n_2 = 11$  và nhóm 1 là nhóm [160; 163) có  $cf_1 = 6$ .  
Tứ phân vị thứ nhất là

$$Q_1 = s + \left( \frac{9 - cf_1}{n_2} \right) \cdot h = 163 + \left( \frac{9 - 6}{11} \right) \cdot 3 = \frac{1802}{11}.$$

Chọn đáp án **A**.....

**CÂU 8.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40; 45)	5	5
[45; 50)	10	15
[50; 55)	7	22
[55; 60)	9	31
[60; 65)	7	38
[65; 70)	4	42
	$n = 42$	

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

**A**  $\frac{380}{7}$ .

**B** 50.

**C**  $\frac{42}{7}$ .

**D**  $\frac{105}{2}$ .

**Lời giải.**

Số phần tử của mẫu là  $n = 42$ .  
Ta có  $\frac{n}{2} = \frac{42}{2} = 21$  mà  $15 < 21 < 22$ . Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21.

Xét nhóm 3 là nhóm  $[50; 55)$  có  $r = 50$ ,  $d = 5$ ,  $n_3 = 7$  và nhóm 2 là nhóm  $[45; 50)$  có  $cf_2 = 15$ .

Tứ phân vị thứ hai là

$$Q_2 = r + \left( \frac{21 - cf_2}{n_3} \right) \cdot d = 50 + \left( \frac{21 - 15}{7} \right) \cdot 5 = \frac{380}{7}.$$

Chọn đáp án (A) □

**CÂU 9.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

(A) 10.

(B) 11.

(C) 12.

(D) 13.

**Lời giải.**

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{20}$  là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó  $x_1, x_2 \in [5; 7)$ ;  $x_3, \dots, x_9 \in [7; 9)$ ;  $x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11)$ ;  $x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13)$ ;  $x_{20} \in [13; 15)$ .

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu thuộc nhóm  $[9; 11)$ .

Ta có  $n = 20$ ,  $n_m = 7$ ,  $C = 9$ ,  $u_m = 9$ ,  $u_{m+1} = 11$ . Khi đó

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - 9}{7} \cdot (11 - 9) = \frac{75}{7} \approx 11.$$

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 10.** Mẫu số liệu đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h) được lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)
Giá trị đại diện	42,5	47,5	52,5	57,5	62,5	67,5
Tần số	4	11	7	8	8	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên gần bằng số nào dưới đây?

(A) 11,5.

(B) 12,3.

(C) 14,6.

(D) 23.

**Lời giải.**

Số phần tử của mẫu là  $n = 40$ .

Ta có  $\frac{n}{4} = \frac{40}{4} = 10$ . Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10.

Xét nhóm 2 là nhóm  $[45; 50)$  có  $r = 45$ ;  $d = 5$ ;  $n_2 = 11$  và nhóm 1 là nhóm  $[40; 45)$  có  $cf_1 = 4$ .

Áp dụng công thức, ta có  $Q_1$  của mẫu số liệu là

$$Q_1 = 45 + \left( \frac{10 - 4}{11} \right) \cdot 5 \approx 47,7 \text{ (km/h)}.$$

Ta có  $\frac{3n}{4} = 30$ . Suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 30.

Xét nhóm 4 là nhóm  $[55; 60)$  có  $r = 55$ ;  $d = 5$ ;  $n_4 = 8$  và nhóm 3 là nhóm  $[50; 55)$  có  $cf_3 = 22$ .

Áp dụng công thức, ta có  $Q_3$  của mẫu số liệu là

$$Q_3 = 55 + \left( \frac{30 - 22}{8} \right) \cdot 5 = 60 \text{ (km/h)}.$$

Do đó  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 60 - \frac{525}{11} = \frac{135}{11} \approx 12,3$ .

Chọn đáp án (B) □

**CÂU 11.** Mỗi ngày bác An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

(A) 3,39.

(B) 11,62.

(C) 0,1314.

(D) 0,36.

**Lời giải.**

Ta có bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{3(2,85 - 3,39)^2 + 6(3,15 - 3,39)^2 + 5(3,45 - 3,39)^2 + 4(3,75 - 3,39)^2 + 2(4,05 - 3,39)^2}{20} = 0,1314.$$

Chọn đáp án **C** ..... □

**CÂU 12.** Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng

- A** 33,91.
- B** 155,15.
- C** 55,68.
- D** 36,54.

🗨️ **Lời giải.**

Ta có bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 75 + 10 \cdot 125 + 9 \cdot 175 + 4 \cdot 225 + 2 \cdot 275}{30} = 155.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{5 \cdot (75 - 155)^2 + 10 \cdot (125 - 155)^2 + 9 \cdot (175 - 155)^2 + 4 \cdot (225 - 155)^2 + 2 \cdot (275 - 155)^2}{30} = 3\,100.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{3\,100} \approx 55,68.$$

Chọn đáp án **C** ..... □

**Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**CÂU 13.** Cho bảng số liệu sau:

Nhóm	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Tần số	6	6	4	1	1

Mệnh đề	<b>Đ</b>	<b>S</b>
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 25.	X	
b) Tần số của nhóm hai là 6.	X	
c) Tần số tích lũy của nhóm ba là 4.		X
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm.		X

🗨️ **Lời giải.**

- a) **Đúng.**  
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là  $R = 45 - 20 = 25$ .
- b) **Đúng.**  
Tần số của nhóm hai (nhóm [25; 30)) là 6.

c) Sai.

Tần số tích lũy của nhóm ba là  $6 + 6 + 4 = 16$ .

d) Sai.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai

**CÂU 14.** Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Mệnh đề	Đ	S
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 5.	X	
b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [16; 17).	X	
c) Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [18; 19).		X
d) Tần số tích lũy của nhóm [17; 18) là 18.	X	

**Lời giải.**

a) Đúng.

Khoảng biến thiên  $R = 19 - 14 = 5$ .

b) Đúng.

Cỡ mẫu là  $1 + 3 + 8 + 6 + 2 = 20$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{20}$  là tuổi thọ của 20 con hổ được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_5 + x_6}{2} \in [16; 17)$  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [16; 17).

c) Sai.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [17; 18)$ . Do đó nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [17; 18).

d) Đúng.

Tần số tích lũy của nhóm [17; 18) là  $1 + 3 + 8 + 6 = 18$ .

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng

**CÂU 15.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về lương của nhân viên trong phòng kế toán tổng hợp một công ty X như sau:

Lương (triệu đồng)	[6; 9)	[9; 12)	[12; 15)	[15; 18)	[18; 21)
Số nhân viên	6	5	3	2	1

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị đại diện của nhóm [6; 9) là 7,5.	X	
b) Trung bình lương các nhân viên là 11,2 triệu đồng.	X	
c) Nhóm chứa trung vị là [12; 15).		X
d) Độ dài nhóm [15; 18) là 3.	X	

**Lời giải.**

a) Đúng.

Giá trị đại diện của nhóm [6; 9) là  $\frac{6 + 9}{2} = 7,5$ .

b) Đúng.

Trung bình lương các nhân viên là

$$\bar{x} = \frac{1}{17}(6 \cdot 7,5 + 5 \cdot 10,5 + 3 \cdot 13,5 + 2 \cdot 16,5 + 19,5) = 11,2 \text{ (triệu đồng)}.$$

- c) Sai.  
Phòng kế toán có 17 nhân viên. Vì  $x_9 \in [9; 12]$  nên nhóm này chứa trung vị.
- d) Đúng.  
Độ dài nhóm  $[15; 18]$  là  $18 - 15 = 3$ .

Chọn đáp án 

a đúng | b đúng | c sai | d đúng

 .....

**CÂU 16.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của 45 học sinh lớp 9A như sau:

Nhóm	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)
Tần số	8	12	15	6	4

Mệnh đề	Đ	S
a) Giá trị đại diện của nhóm $[150; 155)$ là 152 cm.		X
b) Chiều cao trung bình của học sinh là 155,94 cm.	X	
c) Phương sai của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm) là 36,04.		X
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần trăm) là 5,85.	X	

**Lời giải.**

- a) Sai.  
Giá trị đại diện của nhóm  $[150; 155)$  là  $\frac{150 + 155}{2} = 152,5$ .
- b) Đúng.  
Ta có bảng giá trị đại diện như sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[145; 150)	147,5	8
[150; 155)	152,5	12
[155; 160)	157,5	15
[160; 165)	162,5	6
[165; 170)	167,5	4

Chiều cao trung bình của học sinh là

$$\bar{x} = \frac{147,5 \cdot 8 + 152,5 \cdot 12 + 157,5 \cdot 15 + 162,5 \cdot 6 + 167,5 \cdot 4}{45} = \frac{2\,807}{18} \approx 155,94.$$

- c) Sai.  
Phương sai của mẫu số liệu là
- $$s^2 = \frac{8(147,5 - 155,94)^2 + 12(152,5 - 155,94)^2 + \dots + 4(167,5 - 155,94)^2}{45} = \frac{2\,774}{81} \approx 34,25.$$
- d) Đúng.  
Độ lệch chuẩn  $s = \sqrt{s^2} \approx 5,85$ .

Chọn đáp án 

a sai | b đúng | c sai | d đúng

 .....

**Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.**

**CÂU 17.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm số tiền điện phải trả trong một tháng của các hộ gia đình ở một khu phố (đơn vị: ngàn đồng) như sau:

Nhóm	[375; 450)	[450; 525)	[525; 600)	[600; 675)	[675; 750)	[750; 825]
Tần số	6	15	10	6	9	4

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Đáp án: 

4 | 5 | 0 |

**Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $R = a_7 - a_1 = 825 - 375 = 450$ .

**CÂU 18.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau:

Tuổi thọ	[2; 3,5)	[3,5; 5)	[5; 6,5)	[6,5; 8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

Đáp án: 6

### Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là  $8 - 2 = 6$ .

**CÂU 19.** Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 38 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét) như sau:

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	
Tần số	4	10	14	6	4	$n = 38$

Tần số tích lũy của nhóm 4 bằng bao nhiêu?

Đáp án: 3 4

### Lời giải.

Ta có bảng số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[30; 40)	4	4
[40; 50)	10	14
[50; 60)	14	28
[60; 70)	6	34
[70; 80)	4	38

Vậy tần số tích lũy của nhóm 4 là 34.

**CÂU 20.** Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Tính cân nặng trung bình của một quả mít.

Đáp án: 8,72

### Lời giải.

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 5 + 12 \cdot 7 + 19 \cdot 9 + 9 \cdot 11 + 4 \cdot 13}{50} = 8,72.$$

Vậy cân nặng trung bình của một quả mít là 8,72 kg.

**CÂU 21.** Để đánh giá chất lượng dịch vụ tài xế công nghệ của hãng X, người ta ghi lại thời gian chờ của các khách hàng được thể hiện trong bảng sau:

Thời gian chờ (phút)	[1; 2,5)	[2,5; 4)	[4; 5,5)	[5,5; 7)	[7; 8,5)
Lượng khách hàng (tần số)	10	5	23	6	3

Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 3,03

### Lời giải.

Cỡ mẫu là  $n = 10 + 5 + 23 + 6 + 3 = 47$ .

Gọi  $x_1, \dots, x_{47}$  là thời gian chờ của 47 khách hàng và giả sử số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $x_{12}$  nên nhóm chứa  $Q_1$  là nhóm  $[2,5; 4)$ .

$$\text{Khi đó } Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{1 \cdot 47}{4} - 10}{5} \cdot 1,5 = 3,025 \approx 3,03.$$

**CÂU 22.** Tìm hiểu thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của các bạn học sinh lớp 12A được ghi lại trong bảng sau:

Thời gian (giờ)	[0; 1,5)	[1,5; 3)	[3; 4,5)	[4,5; 6)
Số học sinh	8	12	6	4

Tìm phương sai của mẫu số liệu trên.

Đáp án: 2,16

### Lời giải.

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu, ta có:

Thời gian (giờ)	$[0; 1,5)$	$[1,5; 3)$	$[3; 4,5)$	$[4,5; 6)$
Giá trị đại diện	0,75	2,25	3,75	5,25
Số học sinh	8	12	6	4

Thời gian sử dụng điện thoại trung bình của các bạn lớp 12A là

$$\bar{x} = \frac{1}{30} (8 \cdot 0,75 + 12 \cdot 2,25 + 6 \cdot 3,75 + 4 \cdot 5,25) = 2,55.$$

Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$s^2 = \frac{1}{30} (8 \cdot 0,75^2 + 12 \cdot 2,25^2 + 6 \cdot 3,75^2 + 4 \cdot 5,25^2) - 2,55^2 = 2,16.$$



## MỤC LỤC

Đề 4: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	1
Đề 5: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG II — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	5
Đề 6: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG III — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	9

## LỜI GIẢI CHI TIẾT 13

Đề 4: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	14
Đề 5: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG II — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	24
Đề 6: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG III — LỚP TOÁN THẦY PHÁT	33

