

# Bài 1. MỆNH ĐỀ

## A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

### 1. Mệnh đề

Mệnh đề toán học (gọi tắt là mệnh đề) là một khẳng định về một sự kiện toán học hoặc đúng hoặc sai, không thể vừa đúng vừa sai.

- Mệnh đề thường được kí hiệu bằng các chữ cái in hoa. Ví dụ: Q: “6 chia hết cho 3”.

- Các câu hỏi, câu cảm thán, câu mệnh lệnh không phải là mệnh đề.
- Một câu chưa xác định được đúng hay sai nhưng chắc chắn nó chỉ đúng hoặc sai (không thể vừa đúng vừa sai) cũng là một mệnh đề. Ví dụ: “ $2^{2023^2+2023+1} + 1$  là số nguyên tố” là một mệnh đề.
- Trong thực tế, có những mệnh đề mà tính đúng sai của nó luôn gắn với một thời gian và địa điểm cụ thể: đúng ở thời gian hoặc địa điểm này nhưng sai ở thời gian hoặc địa điểm khác. Nhưng ở bất kì thời gian, địa điểm nào cũng luôn có giá trị chân lí hoặc đúng hoặc sai. Ví dụ: Số 1 là số tự nhiên nhỏ nhất. (Trong một số chương trình, tập số tự nhiên không bao gồm số 0. Tìm hiểu thêm ở topic: “Natural Number” trên Wikipedia)

### 2. Mệnh đề chứa biến

Những khẳng định mà tính đúng, sai của chúng phụ thuộc vào giá trị của biến gọi là mệnh đề chứa biến.

Ví dụ: Cho  $P(x) : x > x^2$  với  $x$  là số thực. Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này, do đó nó chưa phải là mệnh đề.

Tuy nhiên, khi thay  $x$  bởi những giá trị cụ thể thì ta được một mệnh đề, chẳng hạn,  $P(2)$  là mệnh đề sai,  $P\left(\frac{1}{2}\right)$  là mệnh đề đúng.

### 3. Mệnh đề phủ định

Cho mệnh đề  $P$ . Mệnh đề “Không phải  $P$ ” được gọi là mệnh đề phủ định của  $P$  và kí hiệu là  $\bar{P}$ .

- Mệnh đề  $P$  và mệnh đề phủ định  $\bar{P}$  là hai khẳng định trái ngược nhau. Nếu  $P$  đúng thì  $\bar{P}$  sai, nếu  $P$  sai thì  $\bar{P}$  đúng.
- Mệnh đề phủ định của  $P$  có thể diễn đạt theo nhiều cách khác nhau. Chẳng hạn, xét mệnh đề  $P$ : “2 là số chẵn”. Khi đó, mệnh đề phủ định của  $P$  có thể phát biểu là  $\bar{P}$ : “2 không phải là số chẵn” hoặc “2 là số lẻ”.

### 4. Mệnh đề kéo theo và mệnh đề đảo

Cho hai mệnh đề  $P$  và  $Q$ . Mệnh đề “Nếu  $P$  thì  $Q$ ” được gọi là mệnh đề kéo theo.

- Kí hiệu là  $P \Rightarrow Q$ .
- Mệnh đề kéo theo chỉ sai khi  $P$  đúng  $Q$  sai.
- $P \Rightarrow Q$  còn được phát biểu là “ $P$  kéo theo  $Q$ ”, “ $P$  suy ra  $Q$ ” hay “Vì  $P$  nên  $Q$ ”.

Trong toán học, định lí là một mệnh đề đúng, thường có dạng  $P \Rightarrow Q$ . Khi đó ta nói

- $P$  là giả thiết,  $Q$  là kết luận của định lí.
- $P$  là điều kiện đủ để có  $Q$ , còn  $Q$  là điều kiện cần để có  $P$ .

Cho mệnh đề kéo theo  $P \Rightarrow Q$ . Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ .

Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là một mệnh đề đúng.

## QUICK NOTE

## QUICK NOTE

## 5. Mệnh đề tương đương

Cho hai mệnh đề  $P$  và  $Q$ . Mệnh đề có dạng “ $P$  nếu và chỉ nếu  $Q$ ” được gọi là mệnh đề tương đương.

- ☉ Kí hiệu là  $P \Leftrightarrow Q$ .
- ☉ Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  đúng khi cả hai mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  cùng đúng hoặc cùng sai.  
(Hay  $P \Leftrightarrow Q$  đúng khi cả hai mệnh đề  $P$  và  $Q$  cùng đúng hoặc cùng sai).
- ☉  $P \Leftrightarrow Q$  còn được phát biểu là “ $P$  khi và chỉ khi  $Q$ ”, “ $P$  tương đương với  $Q$ ”, hay “ $P$  là điều kiện cần và đủ để có  $Q$ ”.

## 6. Mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall$ và $\exists$

- ☉ Kí hiệu  $\forall$  (với mọi): “ $\forall x \in X, P(x)$ ” hoặc “ $\forall x \in X : P(x)$ ”.
- ☉ Kí hiệu  $\exists$  (tồn tại): “ $\exists x \in X, P(x)$ ” hoặc “ $\exists x \in X : P(x)$ ”.



- ☉ Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in X, P(x)$ ” là mệnh đề “ $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ”.
- ☉ Phủ định của mệnh đề “ $\exists x \in X, P(x)$ ” là mệnh đề “ $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ”.

## B. CÁC DẠNG TOÁN

1

Xác định mệnh đề và xét tính đúng - sai của mệnh đề

### 1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề toán học?

- a) Hà Nội là Thủ đô của Việt Nam.
- b) Số  $\pi$  là một số hữu tỉ.
- c)  $x = 1$  có phải là nghiệm của phương trình  $x^2 - 1 = 0$  không?
- d) Phương trình  $3x^2 - 5x + 2 = 0$  có nghiệm nguyên.
- e)  $5 < 7 - 3$ .
- f) Đây là cách xử lí khôn ngoan!

**VÍ DỤ 2.** Trong các mệnh đề toán học sau đây, mệnh đề nào là một khẳng định đúng? Mệnh đề nào là một khẳng định sai?

- a)  $P$ : “Tổng hai góc đối của một tứ giác nội tiếp bằng  $180^\circ$ ”.
- b)  $Q$ : “7 là số chính phương”.
- c)  $R$ : “1 là số nguyên tố”.

### 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề toán học?

- a) Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm.
- b) Mọi số tự nhiên đều là số dương.
- c) Có sự sống ngoài Trái Đất.
- d) Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động.

**BÀI 2.** Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

- a)  $\pi < \frac{10}{3}$ .
- b) Phương trình  $3x + 7 = 0$  có nghiệm.
- c) Tồn tại số cộng với chính nó bằng 0.
- d) 2022 là hợp số.

**BÀI 3.** Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

- a) 1993 chia hết cho 3.                      b)  $\sqrt{12}$  là một số hữu tỉ.  
c) 9 là một số chính phương.              d)  $|-1997| \leq 0$ .

**BÀI 4.** Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

- a)  $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ .    b)  $(\sqrt{2} - \sqrt{18})^2 \geq 8$ .    c)  $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2$  là một số hữu tỉ.  
d)  $x = 2$  là một nghiệm của phương trình  $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$ .

**BÀI 5.** Thay dấu “?” bằng dấu “x” vào ô thích hợp trong bảng sau

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
Hãy đi nhanh lên!	?	?	?
$5 + 7 + 4 = 15$ .	?	?	?
Phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ có nghiệm.	?	?	?
$2^{10} - 1$ chia hết cho 11.	?	?	?
Có vô số số nguyên tố.	?	?	?
Bây giờ là mấy giờ?	?	?	?
$\sqrt{5}$ là số vô tỉ.	?	?	?

2

**Mệnh đề phủ định, mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo, tương đương**

**1. Ví dụ minh họa**

**VÍ DỤ 1.** Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

- a)  $P$ : “ $\sqrt{5}$  là số hữu tỉ”.  
b)  $Q$ : “Tổng ba góc trong một tam giác bằng  $180^\circ$ ”.  
c)  $R$ : “25 là một số chính phương”.  
d)  $T$ : “Hình vuông không phải là hình bình hành”.

**VÍ DỤ 2.** Cho tam giác  $ABC$ . Xét hai mệnh đề  $P$ : “tam giác  $ABC$  vuông” và  $Q$ : “ $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”. Phát biểu và cho biết mệnh đề sau đúng hay sai.

- a)  $P \Rightarrow Q$ .                      b)  $Q \Rightarrow P$ .

**VÍ DỤ 3.** Cho  $\triangle ABC$  có hai đường trung tuyến  $BM$ ,  $CN$ . Lập mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và mệnh đề đảo của nó, rồi xét tính đúng sai của chúng khi

- a)  $P$ : “Góc  $A$  tù” và  $Q$ : “Cạnh  $BC$  lớn nhất”.  
b)  $P$ : “ $BM = CN$ ” và  $Q$ : “tam giác  $ABC$  cân”.

**VÍ DỤ 4.** Cho định lý “Nếu  $MA \perp MB$  thì  $M$  thuộc đường tròn đường kính  $AB$ ”. Hãy xác định giả thiết của định lý, kết luận của định lý và dùng thuật ngữ “điều kiện cần”, “điều kiện đủ” để phát biểu lại định lý.

**VÍ DỤ 5.** Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  và cho biết tính đúng sai của nó.

- a)  $P$ : “Tứ giác  $ABCD$  là hình vuông” và  $Q$ : “Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi có  $AC = BD$ ”.  
b)  $P$ : “Điểm  $M$  nằm trên phân giác của góc  $xOy$ ” và  $Q$ : “Điểm  $M$  cách đều hai cạnh  $Ox$ ,  $Oy$ ”.  
c)  $P$ : “Tam giác  $ABC$  đều” và  $Q$ : “Tam giác  $ABC$  có ba đường cao bằng nhau”.

**QUICK NOTE**

## QUICK NOTE

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau

- a)  $A$ : “2022 chia hết cho 7”.
- b)  $B$ : “Tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6”.
- c)  $C$ : “Phương trình  $x^2 + x + 1 = 0$  vô nghiệm”.

**BÀI 2.** Hãy lập mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau đây và cho biết các mệnh đề phủ định đó đúng hay sai?

- a)  $A$ : “735 là số nguyên tố”.
- b)  $B$ : “Phương trình  $x^2 + 9x - 2011 = 0$  vô nghiệm”.
- c)  $C$ : “Đường tròn có một tâm đối xứng”.
- d)  $D$ : “Hai đường thẳng song song không có điểm chung”.

**BÀI 3.** Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo.

- a) Nếu một số chia hết cho 6 thì số đó chia hết cho 3.
- b) Nếu một số là số tự nhiên lẻ thì nó là số nguyên tố.
- c) Nếu  $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP}$  thì  $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ .

**BÀI 4.** Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề đảo.

- a) Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau.
- b) Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì nó có hai cạnh đối song song và bằng nhau.

**BÀI 5.** Hãy xác định giả thiết, kết luận đồng thời dùng thuật ngữ “điều kiện đủ”, để phát biểu các định lý sau

- a) Nếu  $a$  và  $b$  là hai số hữu tỉ thì tổng  $a + b$  cũng là số hữu tỉ.
- b) Nếu một số tự nhiên  $n$  có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì nó chia hết cho 9.

**BÀI 6.** Cho định lý “Cho số tự nhiên  $n$ , nếu  $n^5$  chia hết cho 5 thì  $n$  chia hết cho 5”. Định lý này được viết dưới dạng  $P \Rightarrow Q$ .

- a) Hãy xác định các mệnh đề  $P$  và  $Q$ .
- b) Phát biểu định lý trên bằng cách dùng thuật ngữ “điều kiện cần”.
- c) Phát biểu định lý trên bằng cách dùng thuật ngữ “điều kiện đủ”. Hãy phát biểu định lý đảo (nếu có) của định lý trên rồi dùng các thuật ngữ “điều kiện cần và điều kiện đủ” phát biểu gộp cả hai định lý thuận và đảo.

**BÀI 7.** Cho tam giác  $ABC$  với trung tuyến  $AM$ . Xét hai mệnh đề  $P$ : “Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ”.  $Q$ : “Trung tuyến  $AM$  bằng một nửa cạnh  $BC$ ”

- a) Hãy phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ . Mệnh đề này đúng hay sai?
- b) Hãy phát biểu mệnh đề  $Q \Rightarrow P$ . Mệnh đề này đúng hay sai?
- c) Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai?

**BÀI 8.** Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó.

- a)  $P$ : “Tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật” và  $Q$ : “Tứ giác  $ABCD$  có  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường”.
- b)  $P$ : “Hình thang  $ABCD$  nội tiếp một đường tròn” và  $Q$ : “Hình thang  $ABCD$  cân”.

**BÀI 9.** Hãy phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai nếu biết

- a)  $P$ : “ $a$  và  $b$  cùng chia hết cho  $c$ ” và  $Q$ : “ $a + b$  chia hết cho  $c$ ”.
- b)  $P$ : “ $a$  chia hết cho 3” và  $Q$ : “ $a$  chia hết cho 9”.
- c)  $P$ : “ $ABCD$  là hình chữ nhật” và  $Q$ : “Tứ giác  $ABCD$  có ba góc vuông”.

3

## Mệnh đề chứa biến- mệnh đề chứa kí hiệu $\forall$ và $\exists$

## QUICK NOTE

### 1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Xét câu “ $n$  là số chẵn”. (với  $n$  là số nguyên)

Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này. Tuy nhiên, với mỗi giá trị của  $n$  thuộc tập số nguyên, câu này cho ta một mệnh đề. Chẳng hạn,

- ☑ Với  $n = 1$  ta được mệnh đề “1 là số chẵn” (đây là mệnh đề sai).
- ☑ Với  $n = 2$  ta được mệnh đề “2 là số chẵn” (đây là mệnh đề đúng).

Ta nói rằng câu “ $n$  là số chẵn” là một mệnh đề chứa biến.

**VÍ DỤ 2.** Xét câu “ $x > 1$ ”. Hãy tìm hai giá trị thực của  $x$ , ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

**VÍ DỤ 3.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề chứa biến?

- a) 18 chia hết cho 9;
- b)  $3n$  chia hết cho 9.

**VÍ DỤ 4.** Cho mệnh đề  $P$ : “ $\forall x \in \mathbb{N} : x - 2 > 0$ ”. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$ . Xét tính đúng sai của mệnh đề  $\bar{P}$ .

**VÍ DỤ 5.** Viết mệnh đề phủ định của mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của nó.  
 $P$ : “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$ ”.

### 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Sử dụng kí hiệu “ $\forall$ ” để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

- a)  $P$ : “Với mọi số thực  $x, x^2 + 1 > 0$ ”.
- b)  $Q$ : “Với mọi số tự nhiên  $n, n^2 + n$  chia hết cho 6”.

**BÀI 2.** Sử dụng kí hiệu “ $\exists$ ” để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

- a)  $M$ : “Tồn tại số thực  $x$  sao cho  $x^3 = -8$ ”.
- b)  $N$ : “Tồn tại số nguyên  $x$  sao cho  $2x + 1 = 0$ ”.

**BÀI 3.** Bạn An nói “Mọi số thực đều có bình phương là một số không âm”. Bạn Bình phủ định lại câu nói của bạn An “Có một số thực mà bình phương của nó là một số âm”.

- a) Sử dụng kí hiệu “ $\forall$ ” để viết mệnh đề của bạn An.
- b) Sử dụng kí hiệu “ $\exists$ ” để viết mệnh đề của bạn Bình.

**BÀI 4.** Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau

- a)  $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$ .
- b)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$ .

**BÀI 5.** Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề phủ định đó

- a)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2x - 2$ .
- b)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 2x - 1$ .
- c)  $\exists x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} \geq 2$ .
- d)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$ .

**BÀI 6.** Trong tiết học môn Toán, Nam phát biểu: “Mọi số thực đều có bình phương khác 1”. Mai phát biểu: “Có một số thực mà bình phương của nó bằng 1”.

- a) Hãy cho biết bạn nào phát biểu đúng.
- b) Dùng kí hiệu  $\forall, \exists$  để viết lại các phát biểu của Nam và Mai dưới dạng mệnh đề.

**BÀI 7.** Phát biểu bằng lời mệnh đề sau và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 0$$

QUICK NOTE

## C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CUỐI BÀI

**CÂU 1.** Phát biểu nào dưới đây là mệnh đề?

- (A)  $2 + 3 = 9$ . (B) Phong cảnh đẹp quá!  
(C)  $5 - x = 7$ . (D) Bây giờ là mấy giờ?

**CÂU 2.** Các câu sau đây, câu nào **không** là mệnh đề?

- (A) Phương trình  $x^2 - x + 1 = 0$  vô nghiệm.  
(B)  $x + y > 1$ .  
(C) 12 không là số nguyên tố.  
(D) Hai phương trình  $x^2 - 4x + 3 = 0$  và  $2x^2 - \sqrt{x+3} = 0$  có nghiệm chung.

**CÂU 3.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề **đúng**?

- (A) Nếu  $a \geq b$  thì  $a^2 \geq b^2$ .  
(B) Nếu  $a$  chia hết cho 9 thì  $a$  chia hết cho 3.  
(C) Nếu bạn tự tin thì bạn thành công.  
(D) Nếu một tam giác có một góc bằng  $60^\circ$  thì tam giác đó đều.

**CÂU 4.** Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- (A) Phương trình  $x^2 + bx + c = 0$  có nghiệm  $\Leftrightarrow b^2 - 4c \geq 0$ .  
(B)  $\begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} \Leftrightarrow a > c$ .  
(C)  $\triangle ABC$  vuông tại  $A \Leftrightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ .  
(D)  $n^2$  chẵn  $\Leftrightarrow n$  chẵn.

**CÂU 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- (A)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x + 2 = 0$ . (B)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$ .  
(C)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ . (D)  $\forall x \in \mathbb{R}, |x + 1| \geq 0$ .

**CÂU 6.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo **đúng**?

- (A) Nếu số nguyên  $n$  có chữ số tận cùng là 5 thì số nguyên  $n$  chia hết cho 5.  
(B) Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.  
(C) Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau.  
(D) Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình thoi thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc với nhau.

**CÂU 7.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo là **sai**?

- (A) Nếu tam giác  $ABC$  cân thì tam giác có hai cạnh bằng nhau.  
(B) Nếu  $a$  chia hết cho 6 thì  $a$  chia hết cho 2 và 3.  
(C) Nếu  $ABCD$  là hình bình hành thì  $AB$  song song với  $CD$ .  
(D) Nếu tứ giác có hai đường chéo vuông góc thì tứ giác đó là hình thoi.

**CÂU 8.** Cho mệnh đề  $P(x)$ : " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P(x)$  là

- (A) " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$ ". (B) " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ".  
(C) " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ". (D) " $x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ".

**CÂU 9.** Cho mệnh đề  $P$ : " $\exists x \in \mathbb{R}, x < \frac{1}{x}$ ". Xác định mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$ .

- (A)  $\bar{P}$ : " $\exists x \in \mathbb{R}, x \geq \frac{1}{x}$ ". (B)  $\bar{P}$ : " $\forall x \in \mathbb{R}, x > \frac{1}{x}$ ".  
(C)  $\bar{P}$ : " $\forall x \in \mathbb{R}, x \geq \frac{1}{x}$ ". (D)  $\bar{P}$ : " $\exists x \in \mathbb{R}, x > \frac{1}{x}$ ".

**CÂU 10.** Cách phát biểu nào sau đây **không** thể dùng để phát biểu mệnh đề  $A \Rightarrow B$ ?

- (A) Nếu  $A$  thì  $B$ . (B)  $A$  kéo theo  $B$ .

QUICK NOTE

- (C)  $A$  là điều kiện đủ để có  $B$ . (D)  $A$  là điều kiện cần để có  $B$ .

**CÂU 11.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- (A) Với mọi số thực  $x$ , nếu  $x < -2$  thì  $x^2 > 4$ .  
 (B) Với mọi số thực  $x$ , nếu  $x^2 < 4$  thì  $x < -2$ .  
 (C) Với mọi số thực  $x$ , nếu  $x < -2$  thì  $x^2 < 4$ .  
 (D) Với mọi số thực  $x$ , nếu  $x^2 > 4$  thì  $x > -2$ .

**CÂU 12.** Biết  $A$  là mệnh đề sai và  $B$  là mệnh đề đúng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $B \Rightarrow A$ . (B)  $B \Leftrightarrow A$ . (C)  $\bar{A} \Leftrightarrow \bar{B}$ . (D)  $B \Rightarrow \bar{A}$ .

**CÂU 13.** Cho  $P \Leftrightarrow Q$  là mệnh đề đúng. Khẳng định nào sau đây là sai?

- (A)  $\bar{P} \Leftrightarrow Q$  sai. (B)  $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$  đúng. (C)  $\bar{Q} \Leftrightarrow P$  sai. (D)  $\bar{P} \Leftrightarrow \bar{Q}$  sai.

**CÂU 14.** Cho  $A, B, C$  là ba mệnh đề đúng. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $A \Rightarrow (B \Rightarrow \bar{C})$ . (B)  $C \Rightarrow \bar{A}$ . (C)  $B \Rightarrow (\bar{A} \Rightarrow \bar{C})$ . (D)  $C \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ .

**CÂU 15.** Trong các mệnh đề nào sau đây mệnh đề nào sai?

- (A) Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một góc bằng nhau.  
 (B) Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông.  
 (C) Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại.  
 (D) Một tam giác là đều khi và chỉ khi chúng có hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng  $60^\circ$ .

**CÂU 16.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- (A) Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.  
 (B) Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.  
 (C) Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.  
 (D) Tích của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

**CÂU 17.** Cho mệnh đề chứa biến  $P(x)$ : " $x > x^3$ ". Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A)  $P(1)$  là mệnh đề sai. (B)  $P(1)$  là mệnh đề đúng.  
 (C)  $P(1)$  là mệnh đề vừa đúng vừa sai. (D)  $P(1)$  không phải là mệnh đề.

**CÂU 18.** Xét mệnh đề chứa biến  $P(x)$ : " $x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x \geq 0$ ". Tìm một giá trị của biến để được mệnh đề đúng.

- (A)  $x = \frac{1}{4}$ . (B)  $x = 3$ . (C)  $x = 1$ . (D)  $x = 0,5$ .

**CÂU 19.** Mệnh đề nào dưới đây sai?

- (A)  $x(1 - 2x) \leq \frac{1}{8}, \forall x$ . (B)  $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2 + 2} > \frac{5}{2}, \forall x$ .  
 (C)  $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \geq \frac{1}{3}, \forall x$ . (D)  $\frac{x}{x^2 + 1} \leq \frac{1}{2}, \forall x$ .

**CÂU 20.** Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A)  $\forall x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 4x + 4 > 0$ . (B)  $\exists x \in \mathbb{R}, (x - 1)^2 + (x + 1)^2 = 0$ .  
 (C)  $\exists x \in \mathbb{Q}, x < \frac{1}{x}$ . (D)  $\exists n \in \mathbb{N}, (1 + 2 + 3 + \dots + n) \vdots 11$ .

# LỜI GIẢI CHI TIẾT

## Bài 1. MỆNH ĐỀ

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Mệnh đề

Mệnh đề toán học (gọi tắt là mệnh đề) là một khẳng định về một sự kiện toán học **hoặc đúng hoặc sai, không thể vừa đúng vừa sai**.

☑ Mệnh đề thường được kí hiệu bằng các chữ cái in hoa. Ví dụ: Q: “6 chia hết cho 3”.

⚠ ☑ Các câu hỏi, câu cảm thán, câu mệnh lệnh không phải là mệnh đề.

☑ Một câu chưa xác định được đúng hay sai nhưng chắc chắn nó chỉ đúng hoặc sai (không thể vừa đúng vừa sai) cũng là một mệnh đề. Ví dụ: “ $2^{2023^2+2023+1} + 1$  là số nguyên tố” là một mệnh đề.

☑ Trong thực tế, có những mệnh đề mà tính đúng sai của nó luôn gắn với một thời gian và địa điểm cụ thể: đúng ở thời gian hoặc địa điểm này nhưng sai ở thời gian hoặc địa điểm khác. Nhưng ở bất kì thời gian, địa điểm nào cũng luôn có giá trị chân lí hoặc đúng hoặc sai. Ví dụ: Số 1 là số tự nhiên nhỏ nhất. (Trong một số chương trình, tập số tự nhiên không bao gồm số 0. Tìm hiểu thêm ở topic: “Natural Number” trên Wikipedia)

#### 2. Mệnh đề chứa biến

Những khẳng định mà tính đúng, sai của chúng phụ thuộc vào giá trị của biến gọi là **mệnh đề chứa biến**.

Ví dụ: Cho  $P(x) : x > x^2$  với  $x$  là số thực. Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này, do đó nó chưa phải là mệnh đề.

Tuy nhiên, khi thay  $x$  bởi những giá trị cụ thể thì ta được một mệnh đề, chẳng hạn,  $P(2)$  là mệnh đề sai,  $P\left(\frac{1}{2}\right)$  là mệnh đề đúng.

#### 3. Mệnh đề phủ định

Cho mệnh đề  $P$ . Mệnh đề “Không phải  $P$ ” được gọi là mệnh đề phủ định của  $P$  và kí hiệu là  $\bar{P}$ .

☑ Mệnh đề  $P$  và mệnh đề phủ định  $\bar{P}$  là hai khẳng định trái ngược nhau. Nếu  $P$  đúng thì  $\bar{P}$  sai, nếu  $P$  sai thì  $\bar{P}$  đúng.

☑ Mệnh đề phủ định của  $P$  có thể diễn đạt theo nhiều cách khác nhau. Chẳng hạn, xét mệnh đề  $P$ : “2 là số chẵn”. Khi đó, mệnh đề phủ định của  $P$  có thể phát biểu là  $\bar{P}$ : “2 không phải là số chẵn” hoặc “2 là số lẻ”.

#### 4. Mệnh đề kéo theo và mệnh đề đảo

Cho hai mệnh đề  $P$  và  $Q$ . Mệnh đề “Nếu  $P$  thì  $Q$ ” được gọi là mệnh đề kéo theo.

☑ Kí hiệu là  $P \Rightarrow Q$ .

☑ Mệnh đề kéo theo chỉ sai khi  $P$  đúng  $Q$  sai.

☑  $P \Rightarrow Q$  còn được phát biểu là “ $P$  kéo theo  $Q$ ”, “ $P$  suy ra  $Q$ ” hay “Vì  $P$  nên  $Q$ ”.

⚠ Trong toán học, định lí là một mệnh đề đúng, thường có dạng  $P \Rightarrow Q$ . Khi đó ta nói

☑  $P$  là giả thiết,  $Q$  là kết luận của định lí.

☑  $P$  là điều kiện đủ để có  $Q$ , còn  $Q$  là điều kiện cần để có  $P$ .

Cho mệnh đề kéo theo  $P \Rightarrow Q$ . Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ .

⚠ Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là một mệnh đề đúng.



## 5. Mệnh đề tương đương

Cho hai mệnh đề  $P$  và  $Q$ . Mệnh đề có dạng “ $P$  nếu và chỉ nếu  $Q$ ” được gọi là mệnh đề tương đương.

- ☑ Kí hiệu là  $P \Leftrightarrow Q$ .
- ☑ Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  đúng khi cả hai mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  cùng đúng hoặc cùng sai. (Hay  $P \Leftrightarrow Q$  đúng khi cả hai mệnh đề  $P$  và  $Q$  cùng đúng hoặc cùng sai).
- ☑  $P \Leftrightarrow Q$  còn được phát biểu là “ $P$  khi và chỉ khi  $Q$ ”, “ $P$  tương đương với  $Q$ ”, hay “ $P$  là điều kiện cần và đủ để có  $Q$ ”.

## 6. Mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall$ và $\exists$

- ☑ Kí hiệu  $\forall$  (với mọi): “ $\forall x \in X, P(x)$ ” hoặc “ $\forall x \in X : P(x)$ ”.
- ☑ Kí hiệu  $\exists$  (tồn tại): “ $\exists x \in X, P(x)$ ” hoặc “ $\exists x \in X : P(x)$ ”.



- ☑ Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in X, P(x)$ ” là mệnh đề “ $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ”.
- ☑ Phủ định của mệnh đề “ $\exists x \in X, P(x)$ ” là mệnh đề “ $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ”.

## B. CÁC DẠNG TOÁN

1

### Xác định mệnh đề và xét tính đúng - sai của mệnh đề

### 1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề toán học?

- a) Hà Nội là Thủ đô của Việt Nam.
- b) Số  $\pi$  là một số hữu tỉ.
- c)  $x = 1$  có phải là nghiệm của phương trình  $x^2 - 1 = 0$  không?
- d) Phương trình  $3x^2 - 5x + 2 = 0$  có nghiệm nguyên.
- e)  $5 < 7 - 3$ .
- f) Đây là cách xử lí khôn ngoan!

🗨 **Lời giải.**

- a) Phát biểu “Hà Nội là Thủ đô của Việt Nam” là mệnh đề nhưng không phải là mệnh đề toán học.
- b) Phát biểu “Số  $\pi$  là một số hữu tỉ” là một mệnh đề toán học.
- c) Phát biểu “ $x = 1$  có phải là nghiệm của phương trình  $x^2 - 1 = 0$  không?” là một câu hỏi nên không phải là một mệnh đề toán học.
- d) Phát biểu “Phương trình  $3x^2 - 5x + 2 = 0$  có nghiệm nguyên” là một mệnh đề toán học.
- e) Phát biểu “ $5 < 7 - 3$ ” là một mệnh đề toán học.
- f) Phát biểu “Đây là cách xử lí khôn ngoan!” là một câu cảm thán nên không phải là một mệnh đề toán học.

**VÍ DỤ 2.** Trong các mệnh đề toán học sau đây, mệnh đề nào là một khẳng định đúng? Mệnh đề nào là một khẳng định sai?

- a)  $P$ : “Tổng hai góc đối của một tứ giác nội tiếp bằng  $180^\circ$ ”.
- b)  $Q$ : “7 là số chính phương”.
- c)  $R$ : “1 là số nguyên tố”.

🗨 **Lời giải.**

Mệnh đề  $P$  là mệnh đề đúng.  
Mệnh đề  $Q$  và  $R$  là mệnh đề sai.

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề toán học?

- a) Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm.
- b) Mọi số tự nhiên đều là số dương.
- c) Có sự sống ngoài Trái Đất.
- d) Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động.

**Lời giải.**

- ☑ Phát biểu “Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm” là mệnh đề toán học.
- ☑ Phát biểu “Mọi số tự nhiên đều là số dương” là mệnh đề toán học.
- ☑ Phát biểu “Có sự sống ngoài Trái Đất” là mệnh đề nhưng không là mệnh đề toán học.
- ☑ Phát biểu “Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động” là mệnh đề nhưng không là mệnh đề toán học.

**BÀI 2.** Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

- a)  $\pi < \frac{10}{3}$ .
- b) Phương trình  $3x + 7 = 0$  có nghiệm.
- c) Tồn tại số cộng với chính nó bằng 0.
- d) 2022 là hợp số.

**Lời giải.**

- a) Mệnh đề “ $\pi < \frac{10}{3}$ ” là mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề “Phương trình  $3x + 7 = 0$  có nghiệm” là mệnh đề đúng vì  $3x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{3}$ .
- c) Mệnh đề “Tồn tại số cộng với chính nó bằng 0” là mệnh đề đúng vì  $0 + 0 = 0$ .
- d) Mệnh đề “2022 là hợp số” là mệnh đề đúng vì 2022 có ít nhất 3 ước là 1; 2 và 2022.

**BÀI 3.** Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

- a) 1993 chia hết cho 3.
- b)  $\sqrt{12}$  là một số hữu tỉ.
- c) 9 là một số chính phương.
- d)  $|-1997| \leq 0$ .

**Lời giải.**

- a) Mệnh đề “1993 chia hết cho 3” là mệnh đề sai vì 1993 chia 3 dư 1.
- b) Mệnh đề “ $\sqrt{12}$  là một số hữu tỉ” là mệnh đề sai vì  $\sqrt{12}$  là một số vô tỉ.
- c) Mệnh đề “9 là một số chính phương” là mệnh đề đúng vì  $\sqrt{9} = 3$ .
- d) Mệnh đề “ $|-1997| \leq 0$ ” là mệnh đề sai vì  $|-1997| = 1997 > 0$ .

**BÀI 4.** Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

- a)  $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ .
- b)  $(\sqrt{2} - \sqrt{18})^2 \geq 8$ .
- c)  $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2$  là một số hữu tỉ.
- d)  $x = 2$  là một nghiệm của phương trình  $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$ .

**Lời giải.**

- a) Mệnh đề “ $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ ” là mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề “ $(\sqrt{2} - \sqrt{18})^2 \geq 8$ ” là mệnh đề đúng vì  $(\sqrt{2} - \sqrt{18})^2 = 8$ .
- c) Mệnh đề “ $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2$  là một số hữu tỉ” là mệnh đề đúng vì  $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2 = 27$ .
- d) Mệnh đề “ $x = 2$  là một nghiệm của phương trình  $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$ ” là mệnh đề sai vì  $x = 2$  vi phạm điều kiện xác định của phương trình.

**BÀI 5.** Thay dấu “?” bằng dấu “x” vào ô thích hợp trong bảng sau

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
Hãy đi nhanh lên!	?	?	?
$5 + 7 + 4 = 15$ .	?	?	?
Phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ có nghiệm.	?	?	?
$2^{10} - 1$ chia hết cho 11.	?	?	?
Có vô số số nguyên tố.	?	?	?
Bây giờ là mấy giờ?	?	?	?
$\sqrt{5}$ là số vô tỉ.	?	?	?

**Lời giải.**

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
Hãy đi nhanh lên!	x		
$5 + 7 + 4 = 15$ .			x
Phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ có nghiệm.		x	
$2^{10} - 1$ chia hết cho 11.		x	
Có vô số số nguyên tố.		x	
Bây giờ là mấy giờ?	x		
$\sqrt{5}$ là số vô tỉ.		x	

2

**Mệnh đề phủ định, mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo, tương đương**

## 1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

- $P$ : “ $\sqrt{5}$  là số hữu tỉ”.
- $Q$ : “Tổng ba góc trong một tam giác bằng  $180^\circ$ ”.
- $R$ : “25 là một số chính phương”.
- $T$ : “Hình vuông không phải là hình bình hành”.

**Lời giải.**

- Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$  là  $\overline{P}$ : “ $\sqrt{5}$  không phải là số hữu tỉ”.  
Đây là một mệnh đề đúng vì  $\sqrt{5}$  không thể biểu diễn dưới dạng  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$ .
- Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $Q$  là  $\overline{Q}$ : “Tổng ba góc trong tam giác không bằng  $180^\circ$ ”.  
Đây là một mệnh đề sai.
- Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $R$  là  $\overline{R}$ : “25 không phải là một số chính phương”.  
Đây là một mệnh đề sai.
- Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $T$  là  $\overline{T}$ : “Hình vuông là hình bình hành”.  
Đây là một mệnh đề đúng.

**VÍ DỤ 2.** Cho tam giác  $ABC$ . Xét hai mệnh đề  $P$ : “tam giác  $ABC$  vuông” và  $Q$ : “ $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”. Phát biểu và cho biết mệnh đề sau đúng hay sai.

- $P \Rightarrow Q$ .
- $Q \Rightarrow P$ .

**Lời giải.**

- Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là “Nếu tam giác  $ABC$  vuông thì  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”.  
Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  sai vì chưa chắc tam giác  $ABC$  đã vuông tại  $A$ .
- Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là “Nếu tam giác  $ABC$  có  $AB^2 + AC^2 = BC^2$  thì tam giác vuông”.  
Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  đúng (theo định lý Py-ta-go).

**VÍ DỤ 3.** Cho  $\triangle ABC$  có hai đường trung tuyến  $BM, CN$ . Lập mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và mệnh đề đảo của nó, rồi xét tính đúng sai của chúng khi

- a)  $P$ : “Góc  $A$  tù” và  $Q$ : “Cạnh  $BC$  lớn nhất”.
- b)  $P$ : “ $BM = CN$ ” và  $Q$ : “tam giác  $ABC$  cân”.

### Lời giải.

- a)  $P$ : “Góc  $A$  tù” và  $Q$ : “Cạnh  $BC$  lớn nhất”.
- ☑ Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là “Nếu góc  $A$  tù thì cạnh  $BC$  lớn nhất”. Đây là mệnh đề đúng.
  - ☑ Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là “Nếu cạnh  $BC$  lớn nhất thì  $A$  là góc tù”. Đây là mệnh đề sai ( $A$  vẫn có thể là góc nhọn hoặc góc vuông).
- b)  $P$ : “ $BM = CN$ ” và  $Q$ : “tam giác  $ABC$  cân”.
- ☑ Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là “Nếu  $BM = CN$  thì tam giác  $ABC$  cân”. Đây là một mệnh đề đúng.
  - ☑ Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là “Nếu tam giác  $ABC$  cân thì  $BM = CN$ ”. Đây là một mệnh đề sai vì chưa chắc tam giác  $ABC$  đã cân tại  $A$ .

**VÍ DỤ 4.** Cho định lý “Nếu  $MA \perp MB$  thì  $M$  thuộc đường tròn đường kính  $AB$ ”. Hãy xác định giả thiết của định lý, kết luận của định lý và dùng thuật ngữ “điều kiện cần”, “điều kiện đủ” để phát biểu lại định lý.

### Lời giải.

Giả thiết của định lý là  $MA \perp MB$ .

Kết luận của định lý là  $M$  thuộc đường tròn đường kính  $AB$ .

- ☑ Điều kiện cần để  $MA \perp MB$  là  $M$  thuộc đường tròn đường kính  $AB$ .
- ☑ Điều kiện đủ để  $M$  thuộc đường tròn đường kính  $AB$  là  $MA \perp MB$ .

**VÍ DỤ 5.** Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  và cho biết tính đúng sai của nó.

- a)  $P$ : “Tứ giác  $ABCD$  là hình vuông” và  $Q$ : “Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi có  $AC = BD$ ”.
- b)  $P$ : “Điểm  $M$  nằm trên phân giác của góc  $xOy$ ” và  $Q$ : “Điểm  $M$  cách đều hai cạnh  $Ox, Oy$ ”.
- c)  $P$ : “Tam giác  $ABC$  đều” và  $Q$ : “Tam giác  $ABC$  có ba đường cao bằng nhau”.

### Lời giải.

- a) Mệnh đề tương đương  $P \Leftrightarrow Q$  là “Tứ giác  $ABCD$  là hình vuông khi và chỉ khi tứ giác  $ABCD$  là hình thoi có  $AC = BD$ ”. Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  đúng vì mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là hai mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề tương đương  $P \Leftrightarrow Q$  là “Điểm  $M$  nằm trên phân giác của góc  $xOy$  khi và chỉ khi điểm  $M$  cách đều hai cạnh  $Ox, Oy$ ”. Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  đúng vì mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  là hai mệnh đề đúng.
- c) Mệnh đề tương đương  $P \Leftrightarrow Q$  là “Tam giác  $ABC$  đều khi và chỉ khi ba đường cao bằng nhau”. Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  đúng vì hai mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  là hai mệnh đề đúng.

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau

- a)  $A$ : “2022 chia hết cho 7”.
- b)  $B$ : “Tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6”.
- c)  $C$ : “Phương trình  $x^2 + x + 1 = 0$  vô nghiệm”.

### Lời giải.

- a) Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $A$  là  $\bar{A}$ : “2022 không chia hết cho 7”.
- b) Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $B$  là  $\bar{B}$ : “Tích của ba số tự nhiên liên tiếp không chia hết cho 6”.
- c) Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $C$  là  $\bar{C}$ : “Phương trình  $x^2 - x + 1 = 0$  có nghiệm”.

**BÀI 2.** Hãy lập mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau đây và cho biết các mệnh đề phủ định đó đúng hay sai?

- a)  $A$ : “735 là số nguyên tố”.
- b)  $B$ : “Phương trình  $x^2 + 9x - 2011 = 0$  vô nghiệm”.
- c)  $C$ : “Đường tròn có một tâm đối xứng”.

d)  $D$ : “Hai đường thẳng song song không có điểm chung”.

**Lời giải.**

a) Phủ định của mệnh đề  $A$  là  $\bar{A}$ : “Số 735 không phải là số nguyên tố”. Đây là mệnh đề đúng vì  $735 : 5$ .

b) Phủ định của mệnh đề  $B$  là  $\bar{B}$ : “Phương trình  $x^2 + 9x - 2022 = 0$  có nghiệm”. Đây là mệnh đề đúng vì  $a = 1$  và  $c = -2022$  trái dấu.

c) Phủ định của mệnh đề  $C$  là  $\bar{C}$ : “Không phải đường tròn có một tâm đối xứng”. Đây là một mệnh đề sai.

d) Phủ định của mệnh đề  $D$  là  $\bar{D}$ : “Hai đường thẳng song song có điểm chung”. Đây là mệnh đề sai.

**BÀI 3.** Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo.

a) Nếu một số chia hết cho 6 thì số đó chia hết cho 3.

b) Nếu một số là số tự nhiên lẻ thì nó là số nguyên tố.

c) Nếu  $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP}$  thì  $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ .

**Lời giải.**

a) Nếu một số chia hết cho 3 thì số đó chia hết cho 6. Đây là mệnh đề sai.

b) Nếu một số là số nguyên tố thì nó là số lẻ. Đây là mệnh đề sai vì 2 là số nguyên tố chẵn.

c) Nếu  $\triangle ABC \sim \triangle MNP$  thì  $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP}$ . Đây là mệnh đề đúng.

**BÀI 4.** Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề đảo.

a) Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau.

b) Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì nó có hai cạnh đối song song và bằng nhau.

**Lời giải.**

a) Nếu hai tam giác có diện tích bằng nhau thì nó bằng nhau.  
Đây là một mệnh đề sai.

b) Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai cạnh đối song song và bằng nhau thì nó là hình bình hành.  
Đây là mệnh đề đúng.

**BÀI 5.** Hãy xác định giả thiết, kết luận đồng thời dùng thuật ngữ “điều kiện đủ”, để phát biểu các định lý sau

a) Nếu  $a$  và  $b$  là hai số hữu tỉ thì tổng  $a + b$  cũng là số hữu tỉ.

b) Nếu một số tự nhiên  $n$  có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì nó chia hết cho 9.

**Lời giải.**

a) Giả thiết của định lý là “ $a$  và  $b$  là hai số hữu tỉ”.

Kết luận của định lý là “tổng  $a + b$  là số hữu tỉ”.

Phát biểu định lý dưới dạng điều kiện đủ “Điều kiện đủ để tổng  $a + b$  là số hữu tỉ là cả hai số  $a$  và  $b$  đều là số hữu tỉ”.

b) Giả thiết của định lý là “Một số tự nhiên  $n$  có tổng các chữ số chia hết cho 9”.

Kết luận của định lý là “ $n$  chia hết cho 9”.

Phát biểu định lý dưới dạng điều kiện đủ “Điều kiện đủ để  $n$  chia hết cho 9 là tổng các chữ số của  $n$  chia hết cho 9”.

**BÀI 6.** Cho định lý “Cho số tự nhiên  $n$ , nếu  $n^5$  chia hết cho 5 thì  $n$  chia hết cho 5”. Định lý này được viết dưới dạng  $P \Rightarrow Q$ .

a) Hãy xác định các mệnh đề  $P$  và  $Q$ .

b) Phát biểu định lý trên bằng cách dùng thuật ngữ “điều kiện cần”.

c) Phát biểu định lý trên bằng cách dùng thuật ngữ “điều kiện đủ”. Hãy phát biểu định lý đảo (nếu có) của định lý trên rồi dùng các thuật ngữ “điều kiện cần và điều kiện đủ” phát biểu cả hai định lý thuận và đảo.

**Lời giải.**

a)  $P$ : “ $n$  là số tự nhiên và  $n^5$  chia hết cho 5”,  $Q$ : “ $n$  chia hết cho 5”.

- b) Với  $n$  là số tự nhiên,  $n$  chia hết cho 5 là điều kiện cần để  $n^5$  chia hết cho 5.
- c) Với  $n$  là số tự nhiên,  $n^5$  chia hết cho 5 là điều kiện đủ để  $n$  chia hết cho 5.
- d) ☒ Định lí đảo “Cho số tự nhiên  $n$ , nếu  $n$  chia hết cho 5 thì  $n^5$  chia hết cho 5”.

☒ Phát biểu gộp cả hai định lí “Điều kiện cần và đủ để  $n$  chia hết cho 5 là  $n^5$  chia hết cho 5”.

**BÀI 7.** Cho tam giác  $ABC$  với trung tuyến  $AM$ . Xét hai mệnh đề  
 $P$ : “Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ”.  $Q$ : “Trung tuyến  $AM$  bằng một nửa cạnh  $BC$ ”

- a) Hãy phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ . Mệnh đề này đúng hay sai?
- b) Hãy phát biểu mệnh đề  $Q \Rightarrow P$ . Mệnh đề này đúng hay sai?
- c) Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai?

**Lời giải.**

- a) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là “Nếu tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  thì trung tuyến  $AM$  bằng một nửa cạnh  $BC$ ”.  
 Đây là mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là “Nếu trung tuyến  $AM$  bằng một nửa cạnh  $BC$  thì tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ”.  
 Đây là mệnh đề đúng.
- c) Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  là “Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  khi và chỉ khi trung tuyến  $AM$  bằng một nửa cạnh  $BC$ ”.  
 Mệnh đề tương đương  $P \Leftrightarrow Q$  đúng vì  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  là hai mệnh đề đúng.

**BÀI 8.** Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó.

- a)  $P$ : “Tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật” và  $Q$ : “Tứ giác  $ABCD$  có  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường”.
- b)  $P$ : “Hình thang  $ABCD$  nội tiếp một đường tròn” và  $Q$ : “Hình thang  $ABCD$  cân”.

**Lời giải.**

- a) Mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là  $Q \Rightarrow P$ : “Nếu tứ giác  $ABCD$  có  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường thì nó là hình chữ nhật”.  
 Đây là một mệnh đề sai vì tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường thì nó chỉ là hình bình hành, chưa đủ điều kiện để là hình chữ nhật.
- b) Mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là  $Q \Rightarrow P$ : “Nếu  $ABCD$  là hình thang cân thì  $ABCD$  nội tiếp một đường tròn”.  
 Đây là một mệnh đề đúng vì hình thang cân có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$ .

**BÀI 9.** Hãy phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai nếu biết

- a)  $P$ : “ $a$  và  $b$  cùng chia hết cho  $c$ ” và  $Q$ : “ $a + b$  chia hết cho  $c$ ”.
- b)  $P$ : “ $a$  chia hết cho 3” và  $Q$ : “ $a$  chia hết cho 9”.
- c)  $P$ : “ $ABCD$  là hình chữ nhật” và  $Q$ : “Tứ giác  $ABCD$  có ba góc vuông”.

**Lời giải.**

- a) Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$ : “ $a$  và  $b$  cùng chia hết cho  $c$  nếu và chỉ nếu  $a + b$  chia hết cho  $c$ ”.  
 Đây là mệnh đề sai vì mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  đúng nhưng mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là sai.
- b) Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$ : “ $a$  chia hết cho 3 nếu và chỉ nếu  $a$  chia hết cho 9”.  
 Đây là mệnh đề sai vì mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là mệnh đề đúng còn mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là mệnh đề sai.
- c) Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$ : “ $ABCD$  là hình chữ nhật khi và chỉ khi nó có ba góc vuông”.  
 Đây là một mệnh đề đúng vì mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  là hai mệnh đề đúng.

## 1. Ví dụ minh họa

**VÍ DỤ 1.** Xét câu “ $n$  là số chẵn”. (với  $n$  là số nguyên)

Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này. Tuy nhiên, với mỗi giá trị của  $n$  thuộc tập số nguyên, câu này cho ta một mệnh đề. Chẳng hạn,

- ☑ Với  $n = 1$  ta được mệnh đề “1 là số chẵn” (đây là mệnh đề sai).
- ☑ Với  $n = 2$  ta được mệnh đề “2 là số chẵn” (đây là mệnh đề đúng).

Ta nói rằng câu “ $n$  là số chẵn” là một mệnh đề chứa biến.

**VÍ DỤ 2.** Xét câu “ $x > 1$ ”. Hãy tìm hai giá trị thực của  $x$ , ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

☞ **Lời giải.**

- a) Cho  $x = 2$  ta được mệnh đề đúng.
- b) Cho  $x = 0$  ta được mệnh đề sai.

**VÍ DỤ 3.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề chứa biến?

- a) 18 chia hết cho 9;
- b)  $3n$  chia hết cho 9.

☞ **Lời giải.**

- a) Câu “18 chia hết cho 9” là mệnh đề nhưng không phải là mệnh đề chứa biến.
- b) Câu “ $3n$  chia hết cho 9” là mệnh đề chứa biến, kí hiệu là  $P(n)$ : “ $3n$  chia hết cho 9”.

**VÍ DỤ 4.** Cho mệnh đề  $P$ : “ $\forall x \in \mathbb{N} : x - 2 > 0$ ”. Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$ . Xét tính đúng sai của mệnh đề  $\bar{P}$ .

☞ **Lời giải.**

Ta có  $\bar{P}$ : “ $\exists x \in \mathbb{N} : x - 2 \leq 0$ ”.

Đây là mệnh đề đúng, vì với  $x = 0$  thì  $x - 2 = -2 < 0$ .

**VÍ DỤ 5.** Viết mệnh đề phủ định của mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của nó.  
 $P$ : “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$ ”.

☞ **Lời giải.**

Mệnh đề  $P$  có thể phát biểu là “Tồn tại một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0”.

Phủ định của mệnh đề  $P$  là “Không tồn tại một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0”.

Tức là “Mọi số thực mà bình phương của nó cộng với 1 khác 0”.

Ta có thể viết mệnh đề phủ định của  $P$  là  $\bar{P}$ : “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0$ ”. Mệnh đề phủ định này đúng.

## 2. Bài tập tự luận

**BÀI 1.** Sử dụng kí hiệu “ $\forall$ ” để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

- a)  $P$ : “Với mọi số thực  $x, x^2 + 1 > 0$ ”.
- b)  $Q$ : “Với mọi số tự nhiên  $n, n^2 + n$  chia hết cho 6”.

☞ **Lời giải.**

- a)  $P$ : “Với mọi số thực  $x, x^2 + 1 > 0$ ”.  
 Mệnh đề được viết là  $P$ : “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$ ”.  
 Xét một số thực  $x$  tùy ý, ta phải chứng tỏ rằng  $x^2 + 1 > 0$ .  
 Thật vậy, ta có  $x^2 + 1 \geq 1 > 0$ .  
 Vậy mệnh đề  $P$  là mệnh đề đúng.

- b)  $Q$ : “Với mọi số tự nhiên  $n, n^2 + n$  chia hết cho 6”.  
 Mệnh đề được viết là  $Q$ : “ $\forall n \in \mathbb{N}, (n^2 + n) : 6$ ”.  
 Để chứng minh mệnh đề  $Q$  là sai, ta cần chỉ ra một giá trị cụ thể của  $n$  để nhận được mệnh đề sai.  
 Thật vậy, chọn  $n = 1$ , ta thấy  $n^2 + n = 2$  không chia hết cho 6.  
 Vậy mệnh đề  $Q$  là mệnh đề sai.

**BÀI 2.** Sử dụng kí hiệu “ $\exists$ ” để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

- a)  $M$ : “Tồn tại số thực  $x$  sao cho  $x^3 = -8$ ”.
- b)  $N$ : “Tồn tại số nguyên  $x$  sao cho  $2x + 1 = 0$ ”.

**Lời giải.**

- a)  $M$ : “Tồn tại số thực  $x$  sao cho  $x^3 = -8$ ”.  
 Mệnh đề được viết là  $M$ : “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^3 = -8$ ”. Để chứng tỏ mệnh đề  $M$  là đúng, ta cần chỉ ra một giá trị cụ thể của  $x$  để nhận được mệnh đề đúng.  
 Thật vậy, chọn  $x = -2$ , ta thấy  $(-2)^3 = -8$ .  
 Vậy mệnh đề  $M$  là mệnh đề đúng.  
 Mệnh đề  $N$ : “ $\exists x \in \mathbb{Z}, 2x + 1 = 0$ ”.
- b)  $N$ : “Tồn tại số nguyên  $x$  sao cho  $2x + 1 = 0$ ”.  
 Để chứng minh mệnh đề  $N$  là sai, ta phải chứng tỏ rằng với số nguyên  $x$  tùy ý thì  $2x + 1 \neq 0$ .  
 Thật vậy, xét một số nguyên  $x$  tùy ý, ta có  $2x + 1 \neq 0$ .  
 Vì thế mệnh đề  $N$  là mệnh đề sai.

**BÀI 3.** Bạn An nói “Mọi số thực đều có bình phương là một số không âm”. Bạn Bình phủ định lại câu nói của bạn An “Có một số thực mà bình phương của nó là một số âm”.

- a) Sử dụng kí hiệu “ $\forall$ ” để viết mệnh đề của bạn An.  
 b) Sử dụng kí hiệu “ $\exists$ ” để viết mệnh đề của bạn Bình.

**Lời giải.**

- a) “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ ”.  
 b) “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ ”.

**BÀI 4.** Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau

- a)  $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$ .  
 b)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$ .

**Lời giải.**

- a) Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$ ” là mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{R}, |x| < x$ ”.  
 b) Phủ định của mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$ ” là mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0$ ”.

**BÀI 5.** Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề phủ định đó

- a)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2x - 2$ .  
 b)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 2x - 1$ .  
 c)  $\exists x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} \geq 2$ .  
 d)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$ .

**Lời giải.**

- a)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2x - 2$ .  
 Mệnh đề này sai vì phương trình  $x^2 - 2x + 2 = 0$  vô nghiệm trên tập số thực.
- b)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 > 2x - 1$ .  
 Mệnh đề này đúng vì với  $x = 2$  thì  $2^2 > 2 \cdot 2 - 1$ .
- c)  $\forall x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} < 2$ .  
 Mệnh đề này sai vì với  $x = 1$  thì  $1 + \frac{1}{1} = 2$ .
- d)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$ .  
 Mệnh đề này đúng vì  $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

**BÀI 6.** Trong tiết học môn Toán, Nam phát biểu: “Mọi số thực đều có bình phương khác 1”. Mai phát biểu: “Có một số thực mà bình phương của nó bằng 1”.

- a) Hãy cho biết bạn nào phát biểu đúng.  
 b) Dùng kí hiệu  $\forall, \exists$  để viết lại các phát biểu của Nam và Mai dưới dạng mệnh đề.



**Lời giải.**

- a) Bạn Mai phát biểu là đúng vì có số 1 bình phương lên bằng 1.
- b) Nam phát biểu “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 1$ ”.
- Mai phát biểu “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 1$ ”.

**BÀI 7.** Phát biểu bằng lời mệnh đề sau và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 0$$

**Lời giải.**

Mọi số thực bình phương lên và cộng cho một luôn không dương.  
 Đây là một mệnh đề sai vì  $0^2 + 1 = 1 > 0$ .

## C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CUỐI BÀI

**CÂU 1.** Phát biểu nào dưới đây là mệnh đề?

- ☐ A  $2 + 3 = 9$ . ☐ B Phong cảnh đẹp quá!. ☐ C  $5 - x = 7$ . ☐ D Bây giờ là mấy giờ?.

**Lời giải.**

“ $2 + 3 = 9$ ” là mệnh đề sai.  
 “Phong cảnh đẹp quá!” không là mệnh đề vì đây là câu cảm thán.  
 “ $5 - x = 7$ ” là mệnh đề chứa biến.  
 “Bây giờ là mấy giờ?” không là mệnh đề vì đây là câu nghi vấn.

Chọn đáp án ☒ A ..... □

**CÂU 2.** Các câu sau đây, câu nào **không** là mệnh đề?

- ☐ A Phương trình  $x^2 - x + 1 = 0$  vô nghiệm.
- ☐ B  $x + y > 1$ .
- ☐ C 12 không là số nguyên tố.
- ☐ D Hai phương trình  $x^2 - 4x + 3 = 0$  và  $2x^2 - \sqrt{x+3} = 0$  có nghiệm chung.

**Lời giải.**

“Phương trình  $x^2 - x + 1 = 0$  vô nghiệm” là mệnh đề sai.  
 “12 không là số nguyên tố” là mệnh đề đúng.  
 “Hai phương trình  $x^2 - 4x + 3 = 0$  và  $2x^2 - \sqrt{x+3} = 0$  có nghiệm chung” là mệnh đề đúng.  
 “ $x + y > 1$ ” là mệnh đề chứa biến.

Chọn đáp án ☒ B ..... □

**CÂU 3.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề **đúng**?

- ☐ A Nếu  $a \geq b$  thì  $a^2 \geq b^2$ .
- ☐ B Nếu  $a$  chia hết cho 9 thì  $a$  chia hết cho 3.
- ☐ C Nếu bạn tự tin thì bạn thành công.
- ☐ D Nếu một tam giác có một góc bằng  $60^\circ$  thì tam giác đó đều.

**Lời giải.**

☒ Mệnh đề “Nếu  $a \geq b$  thì  $a^2 \geq b^2$ ” là một mệnh đề sai vì  $b \leq a < 0$  thì  $a^2 \leq b^2$ .

☒ Mệnh đề “Nếu  $a$  chia hết cho 9 thì  $a$  chia hết cho 3” là mệnh đề đúng.

$$\text{Vì } a : 9 \Rightarrow \begin{cases} a = 9n, n \in \mathbb{Z} \\ 9 : 3 \end{cases} \Rightarrow a : 3.$$

☒ “Nếu bạn tự tin thì bạn thành công” chưa là mệnh đề vì chưa khẳng định được tính đúng, sai.

☒ Mệnh đề “Nếu một tam giác có một góc bằng  $60^\circ$  thì tam giác đó đều” là mệnh đề sai vì chưa đủ điều kiện để khẳng định một tam giác là đều.

Chọn đáp án ☒ B ..... □

**CÂU 4.** Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- (A) Phương trình  $x^2 + bx + c = 0$  có nghiệm  $\Leftrightarrow b^2 - 4c \geq 0$ . (B)  $\begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} \Leftrightarrow a > c$ .  
(C)  $\Delta ABC$  vuông tại  $A \Leftrightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ . (D)  $n^2$  chẵn  $\Leftrightarrow n$  chẵn.

**Lời giải.**

Xét mệnh đề  $\begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} \Leftrightarrow a > c$ , ta có

☑  $\begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} \Rightarrow a > c$  đúng.

☑  $a > c \Rightarrow \begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases}$  sai. Chẳng hạn  $a = 5; c = 3; b = 1$  thì  $5 > 3 \Rightarrow \begin{cases} 5 > 1 \\ 1 > 3 \end{cases}$  vô lý.

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- (A)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x + 2 = 0$ . (B)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$ . (C)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ . (D)  $\forall x \in \mathbb{R}, |x + 1| \geq 0$ .

**Lời giải.**

Mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ ” sai, vì  $x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Chọn đáp án (C) ..... □

**CÂU 6.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo **đúng**?

- (A) Nếu số nguyên  $n$  có chữ số tận cùng là 5 thì số nguyên  $n$  chia hết cho 5.  
(B) Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.  
(C) Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau.  
(D) Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình thoi thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc với nhau.

**Lời giải.**

☑ Mệnh đề đảo của mệnh đề “Nếu số nguyên  $n$  có chữ số tận cùng là 5 thì số nguyên  $n$  chia hết cho 5” là “Nếu số nguyên  $n$  chia hết cho 5 thì số nguyên  $n$  có chữ số tận cùng là 5”. Mệnh đề này sai vì số nguyên  $n$  cũng có thể có chữ số tận cùng là 0.

☑ Mệnh đề đảo của mệnh đề “Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành” là “Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường”. Mệnh đề này đúng.

☑ Mệnh đề đảo của mệnh đề “Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau” là “Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau thì tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật”. Mệnh đề này sai vì hình thang cân cũng có hai đường chéo bằng nhau, nhưng không là hình chữ nhật.

☑ Mệnh đề đảo của mệnh đề “Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình thoi thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc” là “Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc thì tứ giác  $ABCD$  là hình thoi”. Mệnh đề này sai.

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 7.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo là **sai**?

- (A) Nếu tam giác  $ABC$  cân thì tam giác có hai cạnh bằng nhau.  
(B) Nếu  $a$  chia hết cho 6 thì  $a$  chia hết cho 2 và 3.  
(C) Nếu  $ABCD$  là hình bình hành thì  $AB$  song song với  $CD$ .  
(D) Nếu tứ giác có hai đường chéo vuông góc thì tứ giác đó là hình thoi.

**Lời giải.**

Mệnh đề đảo của mệnh đề “Nếu  $ABCD$  là hình bình hành thì  $AB$  song song với  $CD$ ” là “Nếu tứ giác  $ABCD$  có  $AB$  song song với  $CD$  thì  $ABCD$  là hình bình hành”. Mệnh đề này sai vì tứ giác  $ABCD$  có thể là hình thang có hai đáy là  $AB$  và  $CD$ .

Chọn đáp án (C) ..... □

**CÂU 8.** Cho mệnh đề  $P(x)$ : “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ”. Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P(x)$  là

- (A) “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$ ”. (B) “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ”.

☐ “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ”.

☐ “ $x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ”.

**Lời giải.**

Phủ định của mệnh đề  $P(x)$  là  $\overline{P(x)}$ : “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ”.

Chọn đáp án ☒ ..... ☐

**CÂU 9.** Cho mệnh đề  $P$ : “ $\exists x \in \mathbb{R}, x < \frac{1}{x}$ ”. Xác định mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$ .

☐  $\overline{P}$ : “ $\exists x \in \mathbb{R}, x \geq \frac{1}{x}$ ”.

☐  $\overline{P}$ : “ $\forall x \in \mathbb{R}, x > \frac{1}{x}$ ”.

☐  $\overline{P}$ : “ $\forall x \in \mathbb{R}, x \geq \frac{1}{x}$ ”.

☐  $\overline{P}$ : “ $\exists x \in \mathbb{R}, x > \frac{1}{x}$ ”.

**Lời giải.**

Phủ định của mệnh đề  $P$ : “ $\exists x \in \mathbb{R}, x < \frac{1}{x}$ ” là mệnh đề  $\overline{P}$ : “ $\forall x \in \mathbb{R}, x \geq \frac{1}{x}$ ”.

Chọn đáp án ☒ ..... ☐

**CÂU 10.** Cách phát biểu nào sau đây **không** thể dùng để phát biểu mệnh đề  $A \Rightarrow B$ ?

☐ Nếu  $A$  thì  $B$ .

☐  $A$  kéo theo  $B$ .

☐  $A$  là điều kiện đủ để có  $B$ .

☐  $A$  là điều kiện cần để có  $B$ .

**Lời giải.**

$A$  là điều kiện cần để có  $B$  dùng để phát biểu mệnh đề  $B \Rightarrow A$ .

Chọn đáp án ☒ ..... ☐

**CÂU 11.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

☐ Với mọi số thực  $x$ , nếu  $x < -2$  thì  $x^2 > 4$ .

☐ Với mọi số thực  $x$ , nếu  $x^2 < 4$  thì  $x < -2$ .

☐ Với mọi số thực  $x$ , nếu  $x < -2$  thì  $x^2 < 4$ .

☐ Với mọi số thực  $x$ , nếu  $x^2 > 4$  thì  $x > -2$ .

**Lời giải.**

Mệnh đề “Với mọi số thực  $x$ , nếu  $x^2 < 4$  thì  $x < -2$ ” sai. Chẳng hạn  $x = 1 \Rightarrow x^2 = 1 < 4$  nhưng  $1 > -2$ .

Mệnh đề “Với mọi số thực  $x$ , nếu  $x < -2$  thì  $x^2 < 4$ ” sai. Chẳng hạn  $x = -3 < -2$  nhưng  $x^2 = 9 > 4$ .

Mệnh đề “Với mọi số thực  $x$ , nếu  $x^2 > 4$  thì  $x > -2$ ” sai. Chẳng hạn  $x = -3 \Rightarrow x^2 = 9 > 4$  nhưng  $-3 < -2$ .

Chọn đáp án ☒ ..... ☐

**CÂU 12.** Biết  $A$  là mệnh đề sai và  $B$  là mệnh đề đúng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

☐  $B \Rightarrow A$ .

☐  $B \Leftrightarrow A$ .

☐  $\overline{A} \Leftrightarrow \overline{B}$ .

☐  $B \Rightarrow \overline{A}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overline{A}$  và  $B$  đúng nên  $B \Rightarrow \overline{A}$  là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án ☒ ..... ☐

**CÂU 13.** Cho  $P \Leftrightarrow Q$  là mệnh đề đúng. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

☐  $\overline{P} \Leftrightarrow Q$  sai.

☐  $\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$  đúng.

☐  $\overline{Q} \Leftrightarrow P$  sai.

☐  $\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$  sai.

**Lời giải.**

Ta có  $P \Leftrightarrow Q$  đúng nên  $P \Rightarrow Q$  đúng và  $Q \Rightarrow P$  đúng.

Do đó  $\overline{P} \Rightarrow \overline{Q}$  đúng và  $\overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$  đúng.

Vậy  $\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$  đúng.

Chọn đáp án ☒ ..... ☐

**CÂU 14.** Cho  $A, B, C$  là ba mệnh đề đúng. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

☐  $A \Rightarrow (B \Rightarrow \overline{C})$ .

☐  $C \Rightarrow \overline{A}$ .

☐  $B \Rightarrow (\overline{A} \Rightarrow \overline{C})$ .

☐  $C \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $A, B, C$  là ba mệnh đề đúng nên

☒  $B \Rightarrow \overline{C}$  sai và  $A \Rightarrow (B \Rightarrow \overline{C})$  sai.

☒  $\overline{A}$  sai và  $C \Rightarrow \overline{A}$  sai.

☒  $\overline{A} \Rightarrow C$  đúng và  $B \Rightarrow (\overline{A} \Rightarrow C)$  sai.

☒  $A \Rightarrow B$  đúng và  $C \Rightarrow (A \Rightarrow B)$  đúng.

Chọn đáp án ☒ ..... ☐

**CÂU 15.** Trong các mệnh đề nào sau đây mệnh đề nào **sai**?

- ☐ A Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một góc bằng nhau.
- ☐ B Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông.
- ☐ C Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại.
- ☐ D Một tam giác là đều khi và chỉ khi chúng có hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng  $60^\circ$ .

**Lời giải.**

Mệnh đề “Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại” sai. Chẳng hạn tam giác có  $A = 60^\circ$ ,  $B = 70^\circ$ ,  $C = 50^\circ$  nhưng tam giác  $ABC$  không là tam giác vuông.

Chọn đáp án ☒ C

**CÂU 16.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- ☐ A Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
- ☐ B Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
- ☐ C Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.
- ☐ D Tích của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

**Lời giải.**

Mệnh đề “Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn” sai. Ví dụ:  $3 + 5 = 8$  là số chẵn nhưng 3 và 5 là hai số lẻ.

Mệnh đề “Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn” sai. Ví dụ:  $2 \cdot 3 = 6$  là số chẵn nhưng 3 là số lẻ.

Mệnh đề “Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ” sai. Ví dụ:  $1 + 3 = 4$  là số chẵn nhưng 1, 3 là hai số lẻ.

Chọn đáp án ☒ D

**CÂU 17.** Cho mệnh đề chứa biến  $P(x)$ : “ $x > x^3$ ”. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- ☐ A  $P(1)$  là mệnh đề sai.
- ☐ B  $P(1)$  là mệnh đề đúng.
- ☐ C  $P(1)$  là mệnh đề vừa đúng vừa sai.
- ☐ D  $P(1)$  không phải là mệnh đề.

**Lời giải.**

Mệnh đề  $P(1)$ : “ $1 > 1^3$ ” sai.

Chọn đáp án ☒ A

**CÂU 18.** Xét mệnh đề chứa biến  $P(x)$ : “ $x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x \geq 0$ ”. Tìm một giá trị của biến để được mệnh đề đúng.

- ☐ A  $x = \frac{1}{4}$ .
- ☐ B  $x = 3$ .
- ☐ C  $x = 1$ .
- ☐ D  $x = 0,5$ .

**Lời giải.**

☒ Với  $x = \frac{1}{4}$  ta có  $P\left(\frac{1}{4}\right)$ : “ $\left(\frac{1}{4}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 0$ ” là mệnh đề sai.

☒ Với  $x = 3$  ta có  $P(3)$ : “ $3^2 - 2 \cdot 3 \geq 0$ ” là mệnh đề đúng.

☒ Với  $x = 1$  ta có  $P(1)$ : “ $1^2 - 2 \cdot 1 \geq 0$ ” là mệnh đề sai.

☒ Với  $x = 0,5$  ta có  $P(0,5)$ : “ $0,5^2 - 2 \cdot 0,5 \geq 0$ ” là mệnh đề sai.

Chọn đáp án ☒ B

**CÂU 19.** Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- ☐ A  $x(1 - 2x) \leq \frac{1}{8}, \forall x$ .
- ☐ B  $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2 + 2} > \frac{5}{2}, \forall x$ .
- ☐ C  $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \geq \frac{1}{3}, \forall x$ .
- ☐ D  $\frac{x}{x^2 + 1} \leq \frac{1}{2}, \forall x$ .

**Lời giải.**

Ta có

☒  $x(1 - 2x) \leq \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 \geq 0$  (đúng).

☒  $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \geq \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3(x^2 - x + 1) - (x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2(x - 1)^2}{x^2 + x + 1} \geq 0$  (đúng).

☑  $\frac{x}{x^2+1} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0$  (đúng).

☑ Với  $x=0$  dễ thấy  $0^2+2+\frac{1}{0^2+2} > \frac{5}{2}$  sai.

Chọn đáp án (B) ..... □

**CÂU 20.** Mệnh đề nào sau đây sai?

(A)  $\forall x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 4x + 4 > 0$ .

(B)  $\exists x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 + (x+1)^2 = 0$ .

(C)  $\exists x \in \mathbb{Q}, x < \frac{1}{x}$ .

(D)  $\exists n \in \mathbb{N}, (1+2+3+\dots+n) \vdots 11$ .

🗨️ **Lời giải.**

☑ Mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 4x + 4 > 0$ ” đúng vì  $3x^2 - 4x + 4 = 2x^2 + (x-2)^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

☑ Mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{Q}, x < \frac{1}{x}$ ” đúng vì với  $x = \frac{1}{2}$  thì  $x < \frac{1}{x}$ .

☑ Mệnh đề “ $\exists n \in \mathbb{N}, (1+2+3+\dots+n) \vdots 11$ ” đúng vì với  $n=10$  thì  $1+2+\dots+10 = 5 \cdot 11 \vdots 11$ .

☑ Mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 + (x+1)^2 = 0$ ” sai vì  $(x-1)^2 + (x+1)^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Chọn đáp án (B) ..... □

# MỤC LỤC

<b>Bài 1. Mệnh đề</b>	<b>1</b>
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết	1
Ⓑ Các dạng toán	2
Dạng 1. Xác định mệnh đề và xét tính đúng - sai của mệnh đề	2
Dạng 2. Mệnh đề phủ định, mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo, tương đương	3
Dạng 3. Mệnh đề chứa biến- mệnh đề chứa kí hiệu $\forall$ và $\exists$	5
Ⓒ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CUỐI BÀI	6

## LỜI GIẢI CHI TIẾT **8**

<b>Bài 1. Mệnh đề</b>	<b>8</b>
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết	8
Ⓑ Các dạng toán	9
Dạng 1. Xác định mệnh đề và xét tính đúng - sai của mệnh đề	9
Dạng 2. Mệnh đề phủ định, mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo, tương đương	11
Dạng 3. Mệnh đề chứa biến- mệnh đề chứa kí hiệu $\forall$ và $\exists$	14
Ⓒ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CUỐI BÀI	17

