

Bài 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

QUICK NOTE

1

Xác định vectơ chỉ phương của DT, điểm thuộc DT

- Vectơ chỉ phương \vec{u} của đường thẳng Δ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ .
Nếu Δ có một vectơ chỉ phương là \vec{u} thì $k \cdot \vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ .
- Nếu có hai vectơ \vec{n}_1 và \vec{n}_2 cùng vuông góc với Δ thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2]$.
- PTĐT Δ dạng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$.
- PTĐT Δ dạng: $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} (a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0)$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$.

! Chú ý:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.
- Cho điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và đường thẳng Δ có phương trình

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$

Khi đó

$$M \in \Delta \Leftrightarrow \frac{x_M - x_0}{a} = \frac{y_M - y_0}{b} = \frac{z_M - z_0}{c};$$

$$M \notin \Delta \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_M - x_0}{a} \neq \frac{y_M - y_0}{b} \\ \frac{x_M - x_0}{a} \neq \frac{z_M - z_0}{c} \\ \frac{y_M - y_0}{b} \neq \frac{z_M - z_0}{c} \end{cases}.$$

- Cho điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và đường thẳng Δ có phương trình

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct. \end{cases}$$

Khi đó

$$M \in \Delta \Leftrightarrow t = \frac{x_M - x_0}{a} = \frac{y_M - y_0}{b} = \frac{z_M - z_0}{c}; M \notin \Delta \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{x_M - x_0}{a} \neq \frac{y_M - y_0}{b} \\ t = \frac{x_M - x_0}{a} \neq \frac{z_M - z_0}{c} \\ t = \frac{y_M - y_0}{b} \neq \frac{z_M - z_0}{c} \end{cases}.$$

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$. (B) $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$. (C) $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$. (D) $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x - 3}{2} = \frac{y - 4}{-5} = \frac{z + 1}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

QUICK NOTE

Ⓐ $\vec{u}_2 = (2; 4; -1)$. Ⓑ $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$. Ⓒ $\vec{u}_3 = (2; 5; 3)$. Ⓓ $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$.

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$. Ⓑ $\vec{u}_4 = (-1; 1; -2)$. Ⓒ $\vec{u}_2 = (-3; 1; 5)$. Ⓓ $\vec{u}_1 = (1; -1; -2)$.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu không phải là vectơ chỉ phương của d ?

Ⓐ $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$. Ⓑ $\vec{u}_2 = (3; -6; -9)$. Ⓒ $\vec{u}_3 = (1; -2; -3)$. Ⓓ $\vec{u}_4 = (-2; 4; 3)$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$ làm một vectơ chỉ phương?

Ⓐ $(Q): x - y + 2 = 0$. Ⓑ $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
Ⓒ $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$. Ⓓ $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u} = (-2; 4; 5)$ là một vectơ chỉ phương?

Ⓐ $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$.

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u} = (-2; 4; 5)$ là một vectơ chỉ phương?

Ⓐ $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$.

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Ⓐ $\vec{d} = (-1; 1; 2)$. Ⓑ $\vec{a} = (-1; 0; -2)$. Ⓒ $\vec{b} = (-1; 0; 2)$. Ⓓ $\vec{c} = (1; 2; 2)$.

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 ?

Ⓐ $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$. Ⓑ $\vec{u}_1 = (0; 2; 0)$. Ⓒ $\vec{u}_2 = (1; 2; 0)$. Ⓓ $\vec{u}_3 = (1; 0; 0)$.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

Ⓐ $Q(2; 1; 1)$. Ⓑ $M(1; 2; 3)$. Ⓒ $P(2; 1; -1)$. Ⓓ $N(1; -2; 3)$.

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$?

Ⓐ $P(-1; 2; 1)$. Ⓑ $Q(1; -2; -1)$. Ⓒ $N(-1; 3; 2)$. Ⓓ $M(1; 2; 1)$.

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{z-2}{-5} = \frac{y+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d ?

Ⓐ $N(4; 2; -1)$. Ⓑ $Q(2; 5; 1)$. Ⓒ $M(4; 2; 1)$. Ⓓ $P(2; -5; 1)$.

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$.

Ⓐ $N(1; 5; 2)$. Ⓑ $Q(-1; 1; 3)$. Ⓒ $M(1; 1; 3)$. Ⓓ $P(1; 2; 5)$.

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$. Đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

Ⓐ $K(1; -1; 1)$. Ⓑ $E(1; 1; 2)$. Ⓒ $H(1; 2; 0)$. Ⓓ $F(0; 1; 2)$.

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$?

QUICK NOTE

- Ⓐ $Q(-1; 1; 3)$. Ⓑ $P(1; 2; 5)$. Ⓒ $N(1; 5; 2)$. Ⓓ $M(1; 1; 3)$.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{-1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (3; 4; 1)$ là một vectơ chỉ phương.		
b) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (-3; -4; 1)$ là một vectơ chỉ phương.		
c) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (3; 4; -1)$ là một vectơ chỉ phương.		
d) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (-6; -8; 2)$ là một vectơ chỉ phương.		

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm $M(7; -3; -1)$ thuộc đường thẳng d .		
b) Điểm $N(-1; 1; -5)$ thuộc đường thẳng d .		
c) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = (4; -2; 3)$ là một vectơ chỉ phương.		
d) Đường thẳng d nhận $\vec{u} = -(-4; 2; -3)$ là một vectơ chỉ phương.		

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm $Q(2; -1; 2)$ thuộc đường thẳng d .		
b) Điểm $P(1; 2; 3)$ thuộc đường thẳng d .		
c) Điểm $M(-1; -2; -3)$ thuộc đường thẳng d .		
d) Điểm $N(-2; 1; -2)$ thuộc đường thẳng d .		

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Điểm $M(-3; 5; 3)$ không thuộc đường thẳng d .		
b) Điểm $N(1; 3; -1)$ không thuộc đường thẳng d .		
c) Điểm $P(3; 5; 3)$ không thuộc đường thẳng d .		
d) Điểm $Q(1; 2; -3)$ không thuộc đường thẳng d .		

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0), B(1; 1; 2)$ và $C(2; 3; 1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$.		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
b) Đường thẳng đi qua hai điểm B, C có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.		
c) Điểm $M(2; 3; 1)$ không thuộc đường thẳng BC .		
d) Điểm $N(3; 5; 0)$ không thuộc đường thẳng BC .		

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$.		
b) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-3}$.		
c) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{3}$.		
d) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-3}$.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 22. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -2; 1), N(0; 1; 3)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng qua hai điểm M, N có dạng $\vec{u} = (a; b; 2)$. Tìm $a + b$.

KQ:

CÂU 23. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $B(1; 1; 1), C(3; 4; 0)$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với BC có dạng $(a; b; -1)$. Tìm $a + b$.

KQ:

CÂU 24. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $(a; b; 2)$. Tìm $a + b$.

KQ:

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - 2y - z + 2024 = 0$ và $(Q): x - 2y + 2025 = 0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) có dạng $(a; 1; c)$. Tìm $a + c$.

KQ:

CÂU 26. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z - 2024 = 0$ và $\vec{a} = (1; 1; 0)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và song song vectơ \vec{a} có dạng $(a; 1; c)$. Tìm $a + c$.

KQ:

2 Xét vị trí tương đối hai ĐT

Trong không gian, hai vectơ được gọi là cùng phương khi giá của chúng cùng song song với một đường thẳng.
Trong không gian, ba vectơ được gọi là đồng phẳng khi giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.
Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3), \vec{c} = (c_1; c_2; c_3)$

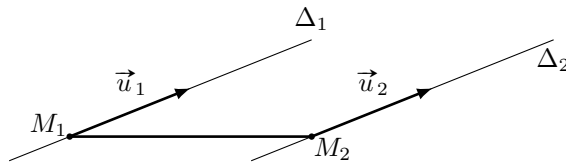
☉ Hai \vec{a}, \vec{b} cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$.

QUICK NOTE

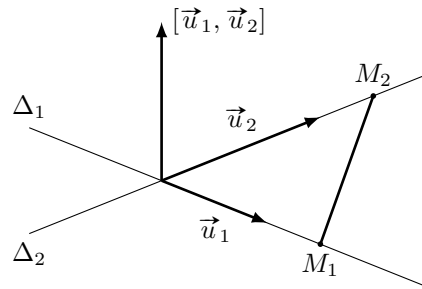
- ☑ Hai \vec{a}, \vec{b} không cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \neq \vec{0}$.
- ☑ Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.
- ☑ Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} \neq 0$.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1, M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có

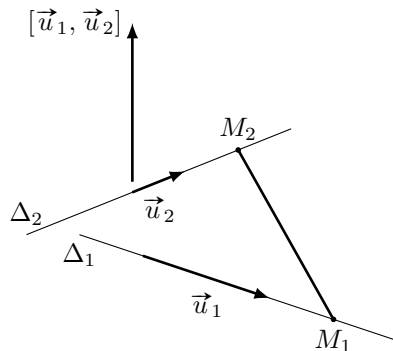
- ☑ $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2} \text{ cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] = \vec{0} \end{cases}$.
- ☑ $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2} \text{ không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] \neq \vec{0} \end{cases}$.



- ☑ $\Delta_1 \text{ cắt } \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ không cùng phương} \\ \vec{u}_1, \vec{u}_2, \overrightarrow{M_1M_2} \text{ đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 0 \end{cases}$.



- ☑ Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \neq 0$.



A *Chú ý: Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta cũng có thể dựa vào các vectơ chỉ phương và phương trình của hai đường thẳng đó.*

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có PTTS:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = x_1 + a_1 t_1 \\ y = y_1 + b_1 t_1 \\ z = z_1 + c_1 t_1 \end{cases} \quad (t_1 \in \mathbb{R}), \quad \Delta_2 : \begin{cases} x = x_2 + a_2 t_2 \\ y = y_2 + b_2 t_2 \\ z = z_2 + c_2 t_2 \end{cases} \quad (t_2 \in \mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t_1, t_2 :
$$\begin{cases} x_1 + a_1 t_1 = x_2 + a_2 t_2 \\ y_1 + b_1 t_1 = y_2 + b_2 t_2 \\ z_1 + c_1 t_1 = z_2 + c_2 t_2 \end{cases} \quad (*).$$

Khi đó

QUICK NOTE

☑ $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với \vec{u}_2 và hệ (*) vô nghiệm.

☑ $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ (*) có vô số nghiệm.

☑ Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ (*) có nghiệm duy nhất.

☑ Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với \vec{u}_2 và hệ (*) vô nghiệm.

A Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó

$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$$

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 7 + 8t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ có vị trí

tương đối là

- ☐ A trùng nhau. ☐ B song song. ☐ C chéo nhau. ☐ D cắt nhau.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$

có vị trí tương đối là

- ☐ A trùng nhau. ☐ B song song. ☐ C chéo nhau. ☐ D cắt nhau.

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{-8}$ và $d': \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z}{12}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?

- ☐ A song song. ☐ B trùng nhau. ☐ C c. ☐ D chéo nhau.

CÂU 4. Hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 7 + 8t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ có vị trí tương đối là

- ☐ A trùng nhau. ☐ B song song. ☐ C chéo nhau. ☐ D cắt nhau.

CÂU 5. Trong không gian $ABCD.A'B'C'D'$, hai đường thẳng A và $B(a; 0; 0)$ có vị trí tương đối là

- ☐ A trùng nhau. ☐ B song song. ☐ C chéo nhau. ☐ D cắt nhau.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và $d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng d song song đường thẳng d' .		
b) Đường thẳng d trùng đường thẳng d' .		
c) Đường thẳng d cắt đường thẳng d' .		
d) Đường thẳng d chéo đường thẳng d' .		

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$.

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
a) Tọa độ giao điểm của d và d' là $I(1; -2; 4)$.		
b) Tọa độ giao điểm của d và d' là $I(1; 2; 4)$.		
c) Đường thẳng d cắt đường thẳng d' .		
d) Đường thẳng d chéo đường thẳng d' .		

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $d_4: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.		
b) Đường thẳng d_3 cắt đường thẳng d_2 .		
c) Đường thẳng d_4 không cắt đường thẳng d_1 .		
d) Đường thẳng d_3 cắt đường thẳng d_1 .		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, gọi $I(a; b; c)$ là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 3 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$. Tìm $a + b + c$.

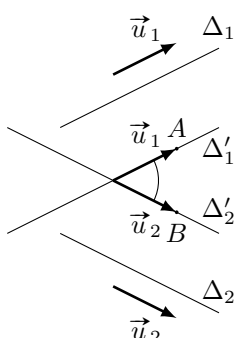
KQ:

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, biết hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ cắt nhau tại $I(a; b; c)$. Tính giá trị $a + b + c$.

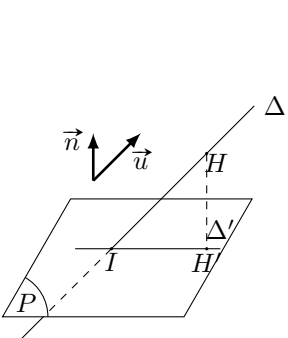
KQ:

3

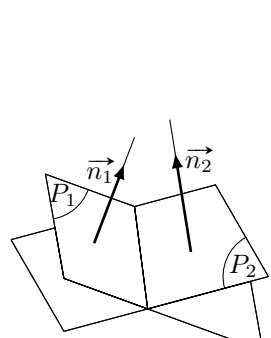
Góc giữa hai đường thẳng. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Góc giữa hai mặt phẳng.



$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2)| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|}$$



$$\sin(\Delta, (P)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$$



$$\cos((P_1), (P_2)) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

Chú ý :

- $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$.
- Hai đường thẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là 0° .
- Đường thẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng thì góc giữa chúng là 0° .
- Hai mặt phẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là 0° .

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

QUICK NOTE

CÂU 1. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB, CD . Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\cos \alpha = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|}$

C $\cos \alpha = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}|}{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}]}$

B $\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|}$

D $\cos \alpha = \frac{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}]}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|}$

CÂU 2. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$. Góc giữa hai đường

thẳng d_1 và d_2 là

- A** 30° . **B** 120° . **C** 150° . **D** 60° .

CÂU 3. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 5x + 11y + 2z - 4 = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

- A** 60° . **B** -30° . **C** 30° . **D** -60° .

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 3 = 0$.

Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A** 60° . **B** 30° . **C** 120° . **D** 45° .

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -\sqrt{3}x + y + 1 = 0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox .

- A** 60° . **B** 30° . **C** 120° . **D** 150° .

CÂU 6. Cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z + 2 = 0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 1 = 0$, $(\beta): x - 2z - 3 = 0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Khi đó

- A** 60° . **B** 45° . **C** 30° . **D** 90° .

CÂU 7. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 1 = 0$ và $(\beta): x + 2y - 2z - 3 = 0$. Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng

- A** $\frac{4}{9}$. **B** $-\frac{4}{9}$. **C** $\frac{4}{3\sqrt{3}}$. **D** $-\frac{4}{3\sqrt{3}}$.

CÂU 8. Hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc 60° ?

- A** $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - z - 2 = 0$.
B $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.
C $(P): 2x - 11y + 5z - 21 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 2 = 0$.
D $(P): 2x - 5y + 11z - 6 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

CÂU 9. Tính tổng các giá trị tham số m để mặt phẳng $(P): (m+2)x + 2my - mz + 5 = 0$ và $(Q): mx + (m-3)y + 2z - 3 = 0$ hợp với nhau một góc $\alpha = 90^\circ$.

- A** 6. **B** 4. **C** 8. **D** -4.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$ và $(Q): x - y + 2 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 135° .		
b) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 45° .		
c) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.		
d) Điểm $M(0; 5; 0)$ thuộc mặt phẳng (P) .		

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x - y - 5 = 0$, và biết hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(2; -1; -2)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
a) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 135° .		
b) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 45° .		
c) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 60° .		
d) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 120° .		

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$, $(Q): x - y - z - 2 = 1$, $(R): x + 2y + 2z - 2 = 0$. Gọi $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ lần lượt là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) , (Q) và (R) , (R) và (P) . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\alpha_1 > \alpha_3 > \alpha_2$.		
b) $\alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1$.		

Mệnh đề	Đ	S
c) $\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$.		
d) $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$.		

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) . Tính số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$.

KQ:

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z - 5 = 0$. Xét mặt phẳng $(Q): x + (2m - 1)z + 7 = 0$, với m là tham số thực. Tính tổng tất cả giá trị của m để (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$.

KQ:

CÂU 15. Biết mặt phẳng $(\alpha): (2m - 1)x - 3my + 2z + 3 = 0$ và $(\beta): mx + (m - 1)y + 4z - 5 = 0$ vuông góc với nhau. Tính tích tất cả các giá trị tìm được của tham số m .

KQ:

4

Lập PTĐT khi biết điểm và VTCP

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 2; 1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (5; 2; -3)$. Phương trình của d là

A $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$
B $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$
C $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$
D $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 0; 1)$ và $N(3; 2; -1)$. Đường thẳng MN có PTTS là

A $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$
B $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$
C $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$
D $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$

CÂU 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là PTCT của đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

A $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$
B $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$
C $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$
D $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng Oy có PTTS là

A $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$
B $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = 0 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

QUICK NOTE

(C)
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = t \end{cases}$$

(D)
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = 0 \end{cases}$$

CÂU 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, PTTS trục Oz là

(A) $z = 0.$

(B)
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t. \\ z = 0 \end{cases}$$

(C)
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0. \\ z = 0 \end{cases}$$

(D)
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0. \\ z = t \end{cases}$$

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, trục Ox có PTTS

(A) $x = 0.$

(B) $y + z = 0.$

(C)
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0. \\ z = t \end{cases}$$

(D)
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0. \\ z = 0 \end{cases}$$

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2; 1; -1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là

(A)
$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}.$$

(B)
$$\frac{x}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+3}{1}.$$

(C)
$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}.$$

(D)
$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}.$$

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A)
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 3t. \\ z = 1 - t \end{cases}$$

(B)
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t. \\ z = 1 - t \end{cases}$$

(C)
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 + 3t. \\ z = 1 + t \end{cases}$$

(D)
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - 2t. \\ z = -1 + t \end{cases}$$

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có PTTS là

(A)
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1. \\ z = 1 \end{cases}$$

(B)
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \\ z = 1 + t \end{cases}$$

(C)
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1. \\ z = 1 \end{cases}$$

(D)
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t. \\ z = 1 \end{cases}$$

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + z - 2 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A)
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2. \\ z = -1 + t \end{cases}$$

(B)
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t. \\ z = -1 \end{cases}$$

(C)
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t. \\ z = 1 - t \end{cases}$$

(D)
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t. \\ z = -t \end{cases}$$

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A)
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}.$$

(B)
$$\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}.$$

(C)
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}.$$

(D)
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$ cho $A(0; 0; 2)$, $B(2; 1; 0)$, $C(1; 2; -1)$ và $D(2; 0; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

(A)
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2. \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

(B)
$$\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2 + 2t. \\ z = 1 - t \end{cases}$$

(C)
$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t. \\ z = 2 + t \end{cases}$$

(D)
$$\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 2t. \\ z = 1 - t \end{cases}$$

CÂU 13. Đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng $x + z - 5 = 0$ và $x - 2y - z + 3 = 0$ thì có phương trình là

(A)
$$\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}.$$

(B)
$$\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}.$$

(C)
$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}.$$

(D)
$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-1}.$$

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$.

Mệnh đề

Đ

S

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
a) PTTS của đường thẳng d là $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$.		
b) PTTS của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.		
c) PTTS của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.		
d) PTTS của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.		

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -2; 1)$, $N(0; 1; 3)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) PTĐT qua hai điểm M, N là $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.		
b) PTĐT qua hai điểm M, N là $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.		
c) PTĐT qua hai điểm M, N là $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.		
d) PTĐT qua hai điểm M, N là $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{-2}$.		

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng có PTTS là $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$.

Mệnh đề	Đ	S
a) PTCT của đường thẳng d là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.		
b) PTCT của đường thẳng d là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.		
c) PTCT của đường thẳng d là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{1}$.		
d) PTCT của đường thẳng d là $\frac{1-x}{-2} = \frac{2-y}{1} = \frac{-z-3}{-1}$.		

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+4}{-2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

Khi đó

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$.		
b) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$.		
c) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.		

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
d) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d có phương trình là $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-1}$.		

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 3)$, $B(1; 3; 4)$ và $C(3; -1; 5)$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 - t \end{cases}$.		
b) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+3}{1}$.		
c) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{9}$.		
d) Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$.		

5

Lập PTĐT liên quan đến song song

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án **A, B, C, D**.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(-4; -3; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A , cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

- A** $\frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{-7}$. **B** $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$.
C $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$. **D** $\frac{x+8}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-10}{-7}$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 9 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{y-3} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Viết PTĐT Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P) .

- A** $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$. **B** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$.
C $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$. **D** $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{y-5} = \frac{z-2}{-5}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết PTĐT Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) .

- A** $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$. **B** $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.
C $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$. **D** $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+4}{2}$.

CÂU 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng (α) , (β) có phương trình là

- A** $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$. **B** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$.
C $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. **D** $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng Oxy có phương trình là

QUICK NOTE

(A) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

CÂU 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3; -1; 5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 4 = 0$, $(Q): 2x + y + z + 4 = 0$.

(A) $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{-3}$ (B) $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{-3}$
 (C) $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-3}$ (D) $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-3}$

CÂU 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

(A) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$ (B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$
 (C) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ (D) $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$; $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{-1}$; $d_3: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

(A) $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{6}$ (B) $\frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}$
 (C) $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{6}$ (D) $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}$

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 5 = 0$ và điểm $A(1; 1; -2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là

(A) $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-2}$ (B) $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$
 (C) $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$ (D) $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Xét các điểm A, B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P) . Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

- (A) Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-9; 8; -5)$.
 (B) Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-5; 8; -5)$.
 (C) Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; -5)$.
 (D) Một đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 5; -2)$.

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$ và $d': \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$.

Phương trình nào dưới đây là PTĐT thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

(A) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{-2}$ (B) $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+2}{2}$
 (C) $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{2}$ (D) $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-2}$

CÂU 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ và $x + y - 2z + 8 = 0$, điểm $A(2; -1; 3)$. PTĐT Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là

(A) $\frac{x+1}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-5}{2}$ (B) $\frac{x-2}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{2}$
 (C) $\frac{x-5}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{2}$ (D) $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{2}$

QUICK NOTE

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm A và mặt phẳng $(P): 3x - 2y - 3z - 7 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Phương trình nào sau đây là PTĐT Δ đi qua A , song song (P) và cắt đường thẳng d ?

- Ⓐ $\begin{cases} x = 3 + 11t \\ y = 2 - 54t \\ z = -4 + 47t \end{cases}$ Ⓑ $\begin{cases} x = 3 + 54t \\ y = 2 + 11t \\ z = -4 - 47t \end{cases}$ Ⓒ $\begin{cases} x = 3 + 47t \\ y = 2 + 54t \\ z = -4 + 11t \end{cases}$ Ⓓ $\begin{cases} x = 3 - 11t \\ y = 2 - 47t \\ z = -4 + 54t \end{cases}$

CÂU 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2z - 6 = 0$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$. Viết PTĐT Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d .

- Ⓐ $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{1}$ Ⓑ $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{1}$
Ⓒ $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$ Ⓓ $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{1}$

CÂU 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0, (Q): x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là PTĐT đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

- Ⓐ $\begin{cases} x = 1 + 1t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$ Ⓑ $\begin{cases} x = -1 + 1t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$ Ⓒ $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ Ⓓ $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

CÂU 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}, d_2: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -2t \\ z = -4 - t \end{cases}, d_3: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2 có phương trình là

- Ⓐ $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{6}$ Ⓑ $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}$
Ⓒ $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{6}$ Ⓓ $\frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}$

CÂU 17. Trong không gian, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 4 = 0$ và điểm $A(2; -1; 3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với (P) , biết Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$, đồng thời Δ đồng phẳng và không song song với Oz . Tính $\frac{a}{c}$.

- Ⓐ $\frac{a}{c} = 2$ Ⓑ $\frac{a}{c} = -2$ Ⓒ $\frac{a}{c} = -\frac{1}{2}$ Ⓓ $\frac{a}{c} = \frac{1}{2}$

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, viết PTTS của đường thẳng đi qua điểm $M(1; 3; -2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + y - 3 = 0$ và $(Q): 2x - y + z - 3 = 0$.

- Ⓐ $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$ Ⓑ $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 3 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$ Ⓒ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$ Ⓓ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$ và $d': \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là PTĐT thuộc mặt phẳng chứa d và d' , đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

- Ⓐ $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$ Ⓑ $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{-2}$
Ⓒ $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$ Ⓓ $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm PTĐT Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN .

QUICK NOTE

Ⓐ $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.
 Ⓒ $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$.

Ⓑ $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.
 Ⓓ $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN . Một véc-tơ chỉ phương của Δ là

Ⓐ $\vec{u} = (4; 5; -13)$. Ⓑ $\vec{u} = (2; 3; 2)$. Ⓒ $\vec{u} = (1; -1; 2)$. Ⓓ $\vec{u} = (-3; 5; 1)$.

CÂU 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -4 - t \\ z = 6 + 2t \end{cases}$

$d_2: \frac{x-5}{2} = \frac{y-11}{4} = \frac{z-5}{2}$. Đường thẳng d đi qua $A(5; -3; 5)$ cắt $d_1; d_2$ lần lượt ở B, C .

Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ $\frac{1}{2}$. Ⓓ $\frac{1}{3}$.

6

Lập PTĐT liên quan đến vuông góc

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 0 \\ z = 1 - t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết PTĐT Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

Ⓐ $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Ⓑ $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.
 Ⓒ $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. Ⓓ $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + 6t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

Ⓐ $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$. Ⓑ $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.
 Ⓒ $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$. Ⓓ $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

QUICK NOTE

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$ cho $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. PTĐT qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

$$\textcircled{A} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3} \quad \textcircled{B} \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4} \\ \textcircled{C} \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3} \quad \textcircled{D} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$$

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$ cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-1}$. PTĐT d đi qua A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2 .

$$\textcircled{A} \frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{2} \quad \textcircled{B} \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{3} \\ \textcircled{C} \frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-3}{3} \quad \textcircled{D} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$$

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$

$d': \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là PTĐT đi qua M , vuông góc với d và d' ?

$$\textcircled{A} \frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{14} = \frac{z-2}{9} \quad \textcircled{B} \frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9} \\ \textcircled{C} \frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{14} \quad \textcircled{D} \frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$$

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d . Phương trình nào sau đây là PTTS của Δ ?

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3 - 5t \\ z = 3 - 7t \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 5 - 5t \\ z = 4 - 7t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - 5t \\ z = -4 - 7t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 7 - 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$$

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Viết PTĐT d đi qua A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 .

$$\textcircled{A} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1} \quad \textcircled{B} \frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{5} \\ \textcircled{C} \frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1} \quad \textcircled{D} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$$

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 7 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{-4}$; $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng $d_1; d_2$ có phương trình là

$$\textcircled{A} \frac{x+7}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{3} \quad \textcircled{B} \frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3} \\ \textcircled{C} \frac{x+4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3} \quad \textcircled{D} \frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$$

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(0; 1; 1)$, vuông góc với đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và cắt đường thẳng $(d_2): \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$

$\frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$. Phương trình của (Δ) là?

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$$

QUICK NOTE

CÂU 14. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết PTĐT Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

- (A) $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. (B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
(C) $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. (D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

- (A) $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$. (B) $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.
(C) $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. (D) $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d . Đường thẳng d' có phương trình là

- (A) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{1}$. (B) $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$.
(C) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$. (D) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

CÂU 17. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ có phương trình

- (A) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}$. (B) $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.
(C) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$. (D) $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

CÂU 18. Cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$ và $(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2) . Phương trình nào sau đây là phương trình của (Δ) ?

- (A) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$. (B) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$.
(C) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2}$. (D) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào?

- (A) $(0;1;3)$. (B) $(2;3;3)$. (C) $(5;6;8)$. (D) $(1;-2;0)$.

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

- (A) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2t \\ z=t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+2t \end{cases}$.

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d có phương trình là

- (A) $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. (B) $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.
(C) $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. (D) $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

CÂU 22. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là PTĐT đi qua M , vuông góc với Δ và Δ' ?

QUICK NOTE

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

CÂU 23. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$

và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2 ?

$$\textcircled{A} 2x - y + 2z + 13 = 0. \quad \textcircled{B} 2x + y + 2z - 22 = 0. \\ \textcircled{C} 2x - y + 2z - 13 = 0. \quad \textcircled{D} 2x - y + 2z + 22 = 0.$$

CÂU 24. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 1)$, $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng OAB có phương trình là

$$\textcircled{A} \frac{x + \frac{2}{9}}{1} = \frac{y - \frac{2}{9}}{-2} = \frac{z + \frac{5}{9}}{2}. \quad \textcircled{B} \frac{x + 1}{1} = \frac{y - 8}{-2} = \frac{z - 4}{2}. \\ \textcircled{C} \frac{x + \frac{1}{3}}{1} = \frac{y - \frac{5}{3}}{-2} = \frac{z - \frac{11}{6}}{2}. \quad \textcircled{D} \frac{x + 1}{1} = \frac{y - 3}{-2} = \frac{z + 1}{2}.$$

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong (P) cắt và vuông góc với d có phương trình là

$$\textcircled{A} \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}. \quad \textcircled{B} \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}. \\ \textcircled{C} \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}. \quad \textcircled{D} \frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}.$$

CÂU 26. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$

và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

$$\textcircled{A} \frac{x + \frac{13}{5}}{1} = \frac{y - \frac{9}{5}}{1} = \frac{z - \frac{4}{5}}{\frac{1}{2}}. \quad \textcircled{B} \frac{x - \frac{1}{5}}{1} = \frac{y + \frac{3}{5}}{1} = \frac{z + \frac{2}{5}}{1}. \\ \textcircled{C} \frac{x - \frac{7}{5}}{1} = \frac{y + 1}{1} = \frac{z - \frac{2}{5}}{1}. \quad \textcircled{D} \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}.$$

CÂU 27. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 0 \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$$

CÂU 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$. PTTS của đường thẳng Δ đi qua $A(0; -1; 4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là

$$\textcircled{A} \Delta: \begin{cases} x = 5t \\ y = -1 + t \\ z = 4 + 5t \end{cases} \quad \textcircled{B} \Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 - 2t \end{cases} \\ \textcircled{C} \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = 4 + t \end{cases} \quad \textcircled{D} \Delta: \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$$

CÂU 29. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x+2}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

$$\textcircled{A} M(0; -2; -5). \quad \textcircled{B} N(1; -1; -4). \quad \textcircled{C} P(2; 0; 1). \quad \textcircled{D} Q(3; 1; -4).$$

QUICK NOTE

CÂU 30. Trong KG $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính đoạn OM .

- (A) $OM = \frac{\sqrt{14}}{2}$. (B) $OM = \sqrt{5}$. (C) $OM = 2\sqrt{35}$. (D) $OM = \sqrt{35}$.

CÂU 31. Trong KG $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1; 0; 2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- (A) $P(2; -1; 1)$. (B) $Q(0; -1; 1)$. (C) $N(0; -1; 2)$. (D) $M(-1; -1; 1)$.

CÂU 32. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d . Tọa độ điểm B là

- (A) $(6; -7; 0)$. (B) $(3; -2; -1)$. (C) $(-3; 8; -3)$. (D) $(0; 3; -2)$.

CÂU 33. Trong KG $Oxyz$, cho $(P): x - 2y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A . Điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ đường sao cho $AM = \sqrt{6}$. Khi đó tổng $S = 2016a + b - c$ là

- (A) 2018. (B) 2019. (C) 2017. (D) 2020.

CÂU 34. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$; $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5; -3; 5)$ lần lượt cắt d_1 và d_2 tại B và C . Độ dài BC là

- (A) $\sqrt{19}$. (B) 19. (C) $3\sqrt{2}$. (D) $2\sqrt{5}$.

CÂU 35. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(3; 3; -2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- (A) 3. (B) $\sqrt{6}$. (C) 4. (D) 2.

CÂU 36. Cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(0; 0; 2)$, $C(2; 3; -2)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = t. \end{cases}$

Biết điểm $M(a; b; c)$ với $a > 0$ thuộc mặt phẳng (ABC) sao cho $AM \perp \Delta$ và $AM = \sqrt{14}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$.

- (A) -1. (B) 5. (C) 7. (D) -6.

CÂU 37. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d . Tọa độ điểm B là

- (A) $(3; -2; -1)$. (B) $(-3; 8; -3)$. (C) $(0; 3; -2)$. (D) $(6; -7; 0)$.

CÂU 38. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 0; -1)$. Gọi d_2 là đường thẳng đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v} = (a; 1; 2)$. Giá trị của a sao cho đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 là

- (A) $a = -1$. (B) $a = 2$. (C) $a = 0$. (D) $a = 1$.

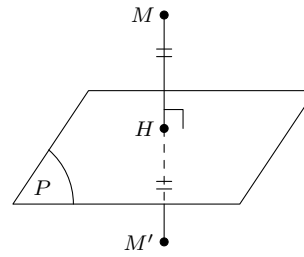
7

PTĐT liên quan điểm đối xứng và hình chiếu

1. Tìm hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$
Viết PTĐT MH qua M và vuông góc với (P) , khi đó: $H = d \cap (P)$ thỏa

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \\ z = ? \end{cases} \Rightarrow H$$

QUICK NOTE

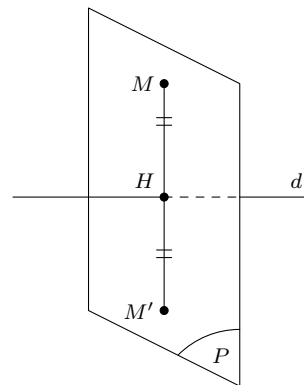


Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $(P) \Rightarrow H$ là trung điểm của MM' .

2. Tìm hình chiếu H của điểm M lên đường thẳng d

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d , khi đó $H = d \cap (P)$ thỏa

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \\ z = ? \end{cases} \Rightarrow H$$



Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $d \Rightarrow H$ là trung điểm của MM' .

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; -4; -1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ bằng

- (A) $\sqrt{14}$. (B) $\sqrt{6}$. (C) $2\sqrt{14}$. (D) $2\sqrt{6}$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(1; 0; 1)$ lên đường thẳng $(\Delta): \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ là

- (A) $(2; 4; 6)$. (B) $(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3})$. (C) $(0; 0; 0)$. (D) $(\frac{2}{7}; \frac{4}{7}; \frac{6}{7})$.

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(-4; 0; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 3t \\ z = -2t \end{cases}$. Gọi

$H(a; b; c)$ là hình chiếu của M lên Δ . Tính $a + b + c$.

- (A) 5. (B) -1. (C) -3. (D) 7.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$ là

- (A) $(-2; 1; 1)$. (B) $(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{3})$. (C) $(1; 1; -2)$. (D) $(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4})$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1; 0; 3)$ theo phương vectơ $\vec{v} = (1; -2; 1)$ trên mặt phẳng $(P): x - y + z + 2 = 0$ có tọa độ là

- (A) $(2; -2; -2)$. (B) $(-1; 0; 1)$. (C) $(-2; 2; 2)$. (D) $(1; 0; -1)$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x - 2y + z - 35 = 0$ và điểm $A(-1; 3; 6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P) , tính OA' .

- (A) $OA' = 5\sqrt{3}$. (B) $OA' = \sqrt{46}$. (C) $OA' = \sqrt{186}$. (D) $OA' = 3\sqrt{26}$.

QUICK NOTE

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) , véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d' là

- (A) $\vec{u}_3 = (5; -6; -13)$. (B) $\vec{u}_2 = (5; -4; -3)$.
(C) $\vec{u}_4 = (5; 16; 13)$. (D) $\vec{u}_1 = (5; 16; -13)$.

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+4}{3} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z-2}{-1}$. Viết PTĐT d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (α) .

- (A) $\frac{x}{11} = \frac{y+5}{-17} = \frac{z-4}{-2}$. (B) $\frac{x}{11} = \frac{y-5}{-17} = \frac{z+4}{-2}$.
(C) $\frac{x}{11} = \frac{y-5}{-17} = \frac{z-4}{2}$. (D) $\frac{x}{11} = \frac{y-5}{-17} = \frac{z-4}{2}$.

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x + 3 = 0$?

- (A) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

- (A) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. (B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+5}{1}$.
(C) $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. (D) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+1}{1}$. Viết PTĐT d' là hình chiếu vuông góc của d lên (P) .

- (A) $d': \frac{x+2}{7} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{2}$. (B) $d': \frac{x-2}{7} = \frac{y}{-5} = \frac{z-1}{2}$.
(C) $d': \frac{x+2}{7} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{2}$. (D) $d': \frac{x-2}{7} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{2}$.

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+1}{1}$. Viết PTĐT d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P) .

- (A) $d': \frac{x+2}{7} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{2}$. (B) $d': \frac{x-2}{7} = \frac{y}{-5} = \frac{z-1}{2}$.
(C) $d': \frac{x+2}{7} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{2}$. (D) $d': \frac{x-2}{7} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{2}$.

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 6 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình là

- (A) $\frac{x+1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{5}$. (B) $\frac{x}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-1}{5}$.
(C) $\frac{x+5}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{5}$. (D) $\frac{x}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-1}{5}$.

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là đường thẳng d' . Trong các điểm sau điểm nào thuộc đường thẳng d' ?

- (A) $M(2; 5; -4)$. (B) $P(1; 3; -1)$. (C) $N(1; -1; 3)$. (D) $Q(2; 7; -6)$.

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P) , d' nhận $\vec{u} = (a; b; 2019)$ làm một véc-tơ chỉ phương. Xác định tổng $a + b$.

- (A) 2019. (B) -2019. (C) 2018. (D) -2020.

QUICK NOTE

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}), \Delta: \frac{x-3}{1} =$

$\frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$. Gọi d' và Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P) . Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ' . Biểu thức $a + b \cdot c$ bằng

- (A) 4. (B) 5. (C) 3. (D) 6.

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$. Tìm tọa độ

điểm H là hình chiếu của A lên đường thẳng Δ .

- (A) $H\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$. (B) $H(1; 1; 1)$. (C) $H(0; 0; -1)$. (D) $H(1; 1; 0)$.

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Tìm tọa

độ hình chiếu A' của A trên (d) .

- (A) $A'(2; 3; 1)$. (B) $A'(-2; 3; 1)$. (C) $A'(2; -3; 1)$. (D) $A'(2; -3; -1)$.

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3; 2; 0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

- (A) $(-1; 0; 4)$. (B) $(7; 1; -1)$. (C) $(2; 1; -2)$. (D) $(0; 2; -5)$.

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; 1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z = 0$.

- (A) $M'\left(2; \frac{5}{2}; 3\right)$. (B) $M'(1; 3; 5)$. (C) $M'\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{3}{2}\right)$. (D) $M'(3; 1; 2)$.

CÂU 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(1; 2; 4)$ qua mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 2z - 3 = 0$ có tọa độ là

- (A) $(-3; 0; 0)$. (B) $(-1; 1; 2)$. (C) $(-1; -2; -4)$. (D) $(2; 1; 2)$.

CÂU 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P)

có phương trình là

- (A) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}$. (B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{7}$.
(C) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{7}$. (D) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{7}$.

CÂU 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương

trình là

- (A) $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. (B) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
(C) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. (D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

CÂU 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình là $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{3}$. Biết điểm $M(a; b; c)$ thuộc Δ và M có tung độ âm và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2. Xác định giá trị $T = a + b + c$.

- (A) $T = -1$. (B) $T = 11$. (C) $T = -13$. (D) $T = 1$.

CÂU 25. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a; b; c)$ thuộc d sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$, biết $c < 0$.

- (A) $M\left(\frac{1}{6}; \frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$. (B) $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$.
(C) $M(-1; 0; -3)$. (D) $M(2; 3; 3)$.

8

Ứng dụng của đường thẳng trong không gian

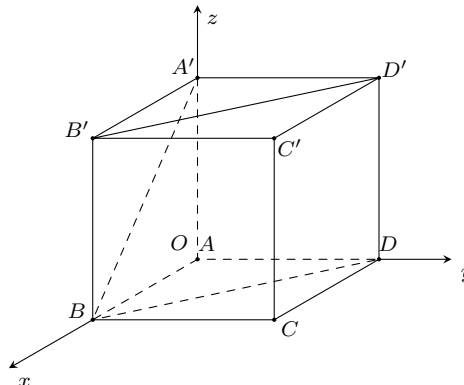
QUICK NOTE

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , gọi α là góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, tính $\sin \alpha$.

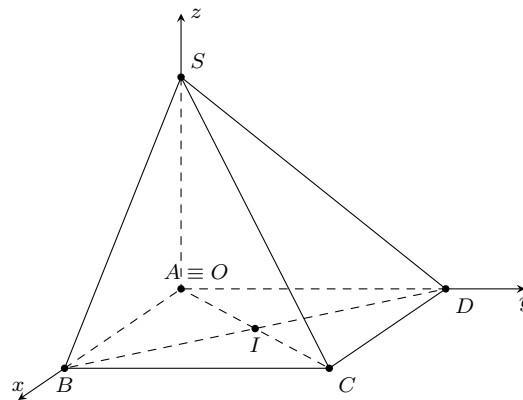
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{5}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
(C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.



CÂU 2.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Nếu $\tan \alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

- (A) 30° . (B) 60° . (C) 45° . (D) 90° .



CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Tính tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) .

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\frac{2\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

CÂU 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SB và SD . Tính cosin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (AEF) và (ABC) .

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\sqrt{3}$. (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 5. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc tạo bởi hai véc-tơ \vec{BC} và \vec{OM} bằng

- (A) 135° . (B) 150° . (C) 120° . (D) 60° .

CÂU 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA bằng

- (A) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{5}$. (B) $\arccos \frac{\sqrt{5}}{5}$. (C) $\arccos \frac{\sqrt{5}}{3}$. (D) $\arccos \frac{\sqrt{15}}{5}$.

CÂU 7. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, tam giác ABD đều. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $C'D'$, biết rằng $MN \perp B'D$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt đáy $(ABCD)$, khi đó $\cos \alpha$ bằng

- (A) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. (B) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$. (D) $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

CÂU 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAB) là tam giác đều và vuông góc với $(ABCD)$. Tính $\cos \varphi$ với φ là góc tạo bởi (SAC) và (SCD) .

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{7}$. (B) $\frac{\sqrt{6}}{7}$. (C) $\frac{5}{7}$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{7}$.

QUICK NOTE

CÂU 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ bằng

- (A) 60° . (B) 30° . (C) 45° . (D) 75° .

CÂU 10. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC , biết $MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó giá trị sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{5}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$. (D) $\sqrt{3}$.

CÂU 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB' . Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN) .

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{5}$. (B) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. (C) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$. (D) $\frac{4\sqrt{2}}{13}$.

CÂU 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

- (A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB và CD . Tính sin góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) .

- (A) $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. (B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. (C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{\sqrt{55}}{10}$.

CÂU 14. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° . Cosin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

- (A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\frac{\sqrt{41}}{41}$. (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

CÂU 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông. Cho tam giác SAB vuông tại S và góc SBA bằng 30° . Mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng đáy. Gọi M, N là trung điểm AB, BC . Tìm cosin góc tạo bởi hai đường thẳng (SM, DN) .

- (A) $\frac{2}{\sqrt{5}}$. (B) $\frac{1}{\sqrt{5}}$. (C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

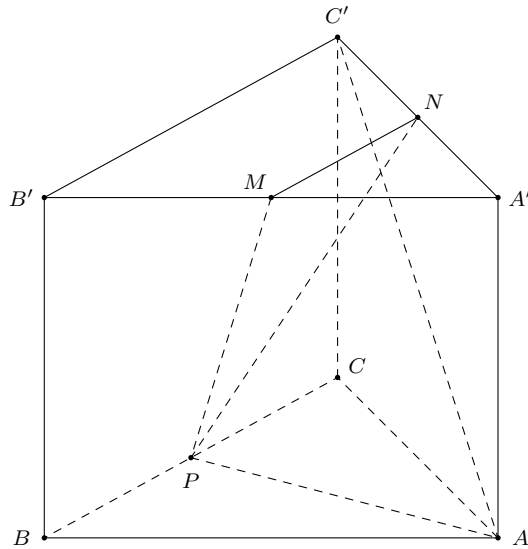
CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD . Góc giữa mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SB bằng

- (A) 45° . (B) 90° . (C) 120° . (D) 60° .

CÂU 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính sin α với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) .

- (A) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{8}$. (B) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. (D) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

CÂU 18. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng



QUICK NOTE

- (A) $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.
 (B) $\frac{18\sqrt{13}}{65}$.
 (C) $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.
 (D) $\frac{\sqrt{13}}{65}$.

CÂU 19. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC' . Số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

- (A) 60° .
 (B) 30° .
 (C) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{4}$.
 (D) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$.

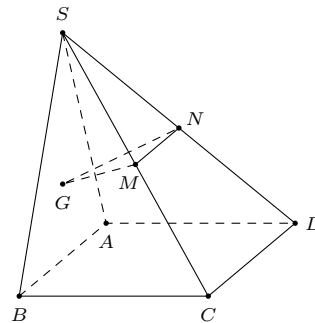
CÂU 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

- (A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$.
 (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.
 (D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 21.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính cô-sin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

- (A) $\frac{2\sqrt{39}}{39}$.
 (B) $\frac{\sqrt{3}}{6}$.
 (C) $\frac{2\sqrt{39}}{13}$.
 (D) $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

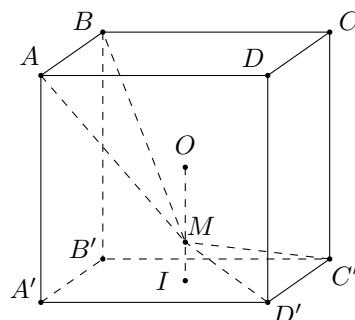


CÂU 22. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$ và góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và cạnh bên $BB' = a$. Gọi I là trung điểm của CC' . Tính cô-sin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{10}$.
 (B) $\frac{\sqrt{30}}{10}$.
 (C) $\frac{\sqrt{30}}{30}$.
 (D) $\frac{\sqrt{10}}{30}$.

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ).



QUICK NOTE

Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) (kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

CÂU 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $A'H = a\sqrt{5}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos \varphi$. Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

KQ:

CÂU 25. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $A'B$ và K là hình chiếu vuông góc của A trên $A'D$. Góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và $(ABB'A')$ bằng bao nhiêu độ?

KQ:

CÂU 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC' . Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) , tính $\cos \alpha$. Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

KQ:

CÂU 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$, tam giác SAB và tam giác SCB lần lượt vuông tại A , C . Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng $2a$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) . Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

KQ:

CÂU 28. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân đỉnh A . Biết $BC = a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$, cạnh bên $AA' = a$. Gọi M là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{CC'}$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'M)$, khi đó tính $\sin \alpha$. Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

KQ:

CÂU 29. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $BC = 3$, $CD = 4$, $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90^\circ$. Góc giữa đường thẳng AD và BC bằng 60° . Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) . Kết quả viết ở dạng thập phân làm tròn đến hàng phần trăm.

KQ:

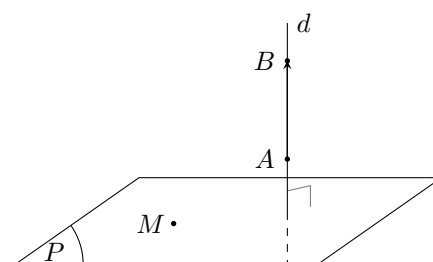
9

Viết PTMP biết vị trí tương đối với đường thẳng

☉ Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng d (hoặc vuông góc với đường thẳng AB)

Phương pháp:

$(P): \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{Vectơ pháp tuyến } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \overrightarrow{AB}. \end{cases}$



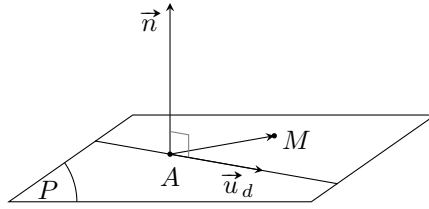
QUICK NOTE

Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M \notin d$.

Phương pháp:

Chọn điểm $A \in d$ và một vectơ chỉ phương \vec{u}_d . Tính $[\vec{AM}, \vec{u}_d]$.

Phương trình mặt phẳng (P) : $\begin{cases} \text{Đi qua } M \\ \text{có vectơ pháp tuyến } \vec{n} = [\vec{AM}, \vec{u}_d] \end{cases}$



Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d ?

- (A) $(T): x + y + 2z + 1 = 0$. (B) $(P): x - 2y + z + 1 = 0$.
(C) $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$. (D) $(R): x + y + z + 1 = 0$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ là

- (A) $x + y + z + 1 = 0$. (B) $x - y - z = 1$.
(C) $x + y + z = 1$. (D) $x + y + z = 0$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là

- (A) $2x - y + z - 3 = 0$. (B) $2x - y + 2z - 6 = 0$.
(C) $2x - y + z + 3 = 0$. (D) $2x - y - z + 3 = 0$.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

- (A) $m = 2$. (B) $m = -52$. (C) $m = 52$. (D) $m = -2$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O , song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- (A) $x + 2y + z = 0$. (B) $x - 2y + z = 0$.
(C) $x + 2y + z - 4 = 0$. (D) $x - 2y + z + 4 = 0$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 0; -2)$ và đi qua điểm $M(1; -3; 2)$, $d_2: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax + by + cz + 11 = 0$. Giá trị $a + 2b + 3c$ bằng

- (A) -42 . (B) -32 . (C) 11 . (D) 20 .

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là

- (A) $-2x - y + 9z - 36 = 0$. (B) $2x - y - z = 0$.
(C) $6x + 9y + z + 8 = 0$. (D) $6x + 9y + z - 8 = 0$.

CÂU 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 0)$, mặt phẳng $(Q): x + y - 4z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t \\ z = 5 - t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A , song song với d và vuông góc với (Q) là

- (A) $3x + y + z - 1 = 0$. (B) $3x - y - z + 1 = 0$.
(C) $x + 3y + z - 3 = 0$. (D) $x + y + z - 1 = 0$.

QUICK NOTE

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$ chéo nhau. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

(A) $(P): x + 5y + 8z - 16 = 0.$

(B) $(P): x + 5y + 8z + 16 = 0.$

(C) $(P): x + 4y + 6z - 12 = 0.$

(D) $(P): 2x + y - 6 = 0.$

CÂU 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$, $B(0; -1; 2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A , O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó?

(A) $\vec{n} = (1; -1; -1).$ (B) $\vec{n} = (1; -1; -3).$ (C) $\vec{n} = (1; -1; 5).$ (D) $\vec{n} = (1; -1; -5).$

CÂU 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d là

(A) $(P): 5x + 2y + 4z - 5 = 0.$

(B) $(P): 2x + 1y + 2z - 1 = 0.$

(C) $(P): 5x - 2y - 4z - 5 = 0.$

(D) $(P): 2x + 1y + 2z - 2 = 0.$

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

(A) $2y - 2z + 1 = 0.$ (B) $2y - 2z - 1 = 0.$ (C) $2x - 2z + 1 = 0.$ (D) $2x - 2z - 1 = 0.$

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d có dạng $3x + by + cz + d = 0$. Tính $b^2 + cd$.

KQ:

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0; 1; 0)$ và chứa đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ có dạng $3x + ay + bz - c = 0$. Tính $a + b + c$.

KQ:

CÂU 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 3; 2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm A và vuông góc với đường thẳng d có dạng $ax + by + 10z + c = 0$. Tính c .

KQ:

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ có dạng $ax + by + cz + 1 = 0$. Tính $a^2 + b^2 + c^2$.

KQ:

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 3t - 1 \\ z = 2t + 1 \end{cases}$ và $\Delta: \begin{cases} x = m + 3 \\ y = 3m - 2 \\ z = 2m + 1 \end{cases}$ có dạng $x + ay + bz + c = 0$. Tính $P = a + 2b + 3c$.

KQ:

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau

$$d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3} \text{ và } d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t. \end{cases}$$

Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d' có dạng $ax + by + cz + 8 = 0$. Tính $T = a - b + 3c$.

KQ:

CÂU 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 7)$, $B(5; 5; 1)$ và mặt phẳng (P): $2x - y - z + 4 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM . (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

KQ:

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1 , Δ_2 tương ứng tại H , K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (h; k; 1)$. Tính giá trị $h - k$.

KQ:

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 2)$, $B(-3; -1; 0)$ và mặt phẳng (P): $x + y + 3z - 14 = 0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy).

KQ:

CÂU 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng (α): $x + 2y - 3z - 3 = 0$. Gọi M là giao điểm của d và (α), A thuộc d sao cho $AM = \sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α).

KQ:

10

Lập PTMP liên quan đến góc

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 0; 1)$, đường thẳng d qua điểm A và tạo với trục Oy góc 45° . PTĐT d là

- (A) $\begin{cases} \frac{x+2}{2} = \frac{y}{\sqrt{5}} = \frac{z-1}{-1} \\ \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-\sqrt{5}} = \frac{z-1}{-1} \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} \frac{x-2}{2} = \frac{y}{\sqrt{5}} = \frac{z+1}{-1} \\ \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-\sqrt{5}} = \frac{z+1}{-1} \end{cases}$
- (C) $\begin{cases} \frac{x+2}{2} = \frac{y}{\sqrt{5}} = \frac{z-1}{-1} \\ \frac{x-2}{2} = \frac{y}{\sqrt{5}} = \frac{z+1}{-1} \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-\sqrt{5}} = \frac{z-1}{-1} \\ \frac{x-2}{2} = \frac{y}{\sqrt{5}} = \frac{z+1}{-1} \end{cases}$

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $4x - 7y + z + 25 = 0$ và đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Gọi d'_1 là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P). Đường thẳng d_2 nằm trong (P) tạo với d_1 , d'_1 các góc bằng nhau, d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (a; b; c)$. Tính $\frac{a+2b}{c}$.

- (A) $\frac{a+2b}{c} = \frac{2}{3}$
 (B) $\frac{a+2b}{c} = 0$
 (C) $\frac{a+2b}{c} = \frac{1}{3}$
 (D) $\frac{a+2b}{c} = 1$

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$, $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$.

Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận véc-tơ $\vec{n} = (1; b; c)$ làm một véc-tơ pháp tuyến. Xác định tích $b \cdot c$.

- (A) -4 hoặc 0
 (B) 4 hoặc 0
 (C) -4
 (D) 4

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa

QUICK NOTE

QUICK NOTE

đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 45° . Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

- (A) $M(3; 2; 1)$. (B) $N(3; 2; -1)$. (C) $P(3; -1; 2)$. (D) $M(3; -1; -2)$.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $BC = 3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng (α): $x + z - 3 = 0$. Biết đỉnh C có cao độ âm. Tính hoành độ đỉnh A .

- (A) $\frac{3}{2}$. (B) 3 . (C) $\frac{9}{2}$. (D) $\frac{5}{2}$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua $A(2; 1; -1)$ tạo với trục Oz một góc 30° ?

- (A) $\sqrt{2}(x-2) + (y-1) - (z-2) - 3 = 0$. (B) $(x-2) + \sqrt{2}(y-1) - (z+1) - 2 = 0$.
(C) $2(x-2) + (y-1) - (z-2) = 0$. (D) $2(x-2) + (y-1) - (z-1) - 2 = 0$.

CÂU 7. Cho mặt phẳng (α): $3x - 2y + 2z - 5 = 0$ và điểm $A(1; -2; 2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc 45° .

- (A) Vô số. (B) 1 . (C) 2 . (D) 4 .

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 8. Số các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng (P): $2x - z + 1 = 0$ góc 45° bằng

KQ:

--	--	--	--

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có dạng $ax + by + cz = 0$. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng

KQ:

--	--	--	--

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 1 = 0$, (Q): $x + my + (m-1)z + 2024 = 0$. Khi hai mặt phẳng (P), (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

KQ:

--	--	--	--

CÂU 11. Cho hai điểm $A(1; -1; 1)$; $B(2; -2; 4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa A , B và tạo với mặt phẳng (α): $x - 2y + z - 7 = 0$ một góc 60° ?

KQ:

--	--	--	--

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; 1)$, $B(6; -2; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{7}$ có dạng $ax + by + cz + d = 0$ với $d \neq 0$. Khi đó $\frac{d}{a}$ bằng

KQ:

--	--	--	--

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, biết mặt phẳng (P): $ax + by + cz + d = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(1; 0; 0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60° . Tính giá trị $a + b + c$. (Kết quả lấy đến hàng phần chục)

KQ:

--	--	--	--

11

Khoảng cách

a) Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

- ☑ Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm M_0 có véc-tơ chỉ phương \vec{u}_d được xác định bởi công thức $d(M, d) = \frac{|\overrightarrow{M_0M}, \vec{u}_d|}{|\vec{u}_d|}$.

- ☑ Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

QUICK NOTE

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng

- ☉ Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.
- ☉ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau: d đi qua điểm M và có véc-tơ chỉ phương \vec{u} và d' đi qua điểm M' và có véc-tơ chỉ phương \vec{u}' là $d(d') = \frac{|\left[\vec{u}, \vec{u}'\right] \cdot \overrightarrow{M'M}|}{\left|\left[\vec{u}, \vec{u}'\right]\right|}$.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; -4; -1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

- bằng
- (A) $\sqrt{14}$. (B) $\sqrt{6}$. (C) $2\sqrt{14}$. (D) $2\sqrt{6}$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và điểm $A(2; -1; 0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng

- (A) $\sqrt{7}$. (B) $\frac{\sqrt{7}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{21}}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

CÂU 3. Khoảng cách từ điểm $H(1; 0; 3)$ đến đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 3 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt

phẳng $(P): z - 3 = 0$ lần lượt là $d(H, d_1)$ và $d(H, (P))$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- (A) $d(H, d_1) > d(H, (P))$. (B) $d(H, (P)) > d(H, d_1)$.
(C) $d(H, d_1) = 6 \cdot d(H, (P))$. (D) $d(H, (P)) = 1$.

CÂU 4. Tính khoảng cách giữa mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z - 4 = 0$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 4t \\ z = -t \end{cases}$

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{4}{3}$. (C) 0. (D) 2.

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P) .

- (A) $d = 2$. (B) $d = \frac{5}{3}$. (C) $d = \frac{2}{3}$. (D) $d = \frac{1}{3}$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$ bằng

- (A) $2\sqrt{3}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. (D) $\sqrt{3}$.

CÂU 7. Trong KG $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$ bằng

- (A) 1. (B) 0. (C) 3. (D) 2.

CÂU 8. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-2}$. Điểm M thuộc đường thẳng d sao cho M cách A một khoảng bằng $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm M là

- (A) $(5; 1; 2)$ và $(6; 9; 2)$. (B) $(5; 1; 2)$ và $(-1; -8; -4)$.
(C) $(5; -1; 2)$ và $(1; -5; 6)$. (D) $(5; 1; 2)$ và $(1; -5; 6)$.

CÂU 9. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = m \end{cases}$. Gọi

QUICK NOTE

S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$.

Tính tổng các phần tử của S .

- (A) -11. (B) 12. (C) -12. (D) 11.

CÂU 10. Trong KG $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$. (B) $\frac{12}{5}$. (C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. (D) 3.

CÂU 11. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ và $d': \frac{x}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

Khi đó khoảng cách giữa d và d' bằng

- (A) $\frac{13\sqrt{30}}{30}$. (B) $\frac{\sqrt{30}}{3}$. (C) $\frac{9\sqrt{30}}{10}$. (D) 0.

CÂU 12. Trong KG $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng

- (A) $\frac{\sqrt{87}}{6}$. (B) $\frac{\sqrt{174}}{6}$. (C) $\frac{\sqrt{174}}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{87}}{3}$.

CÂU 13. Trong KG $Oxyz$, tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 tới mặt phẳng (P) . Với $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{3}$; $d_2: \frac{-x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $(P): 2x + 4y - 4z - 3 = 0$.

- (A) $\frac{4}{3}$. (B) $\frac{7}{6}$. (C) $\frac{13}{6}$. (D) $\frac{5}{3}$.

CÂU 14. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng

- (A) $\frac{2}{3}$. (B) $\frac{8}{3}$. (C) $\frac{2}{9}$. (D) 1.

CÂU 15. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Gọi M là giao điểm của d và (P) , Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc với d và cách M một khoảng bằng $\sqrt{42}$. PTĐT Δ là

- (A) $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+4}{1}$. (B) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{1}$.
(C) $\frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+5}{1}$. (D) $\frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-5}{1}$.

CÂU 16. Trong KG $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 6)$ và $D(1; 1; 1)$. Gọi Δ là đường thẳng qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $(4; 3; 7)$. (B) $(-1; -2; 1)$. (C) $(7; 5; 3)$. (D) $(3; 4; 3)$.

CÂU 17. Trong KG $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1; -2; 1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

- (A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{1}{5}$. (C) $\frac{1}{\sqrt{5}}$. (D) $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

CÂU 18. Trong KG $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$, mặt phẳng $(P): x - z - 1 = 0$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$. Gọi $d_1; d_2$ là các đường thẳng đi qua A , nằm trong (P) và đều có

khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{2}{3}$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua A , cắt d và song song với mặt phẳng (P) . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ .

QUICK NOTE

(A) $\sqrt{3}$.

(B) $\frac{16}{3}$.

(C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t, t \in \mathbb{R} \text{ cắt mặt phẳng } (P): x + \\ z = 2 - t \end{cases}$

$y + z - 3 = 0$ tại điểm I . Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta \perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a; b; c)$ (với $a + b > c$) của điểm I trên đường thẳng Δ .

(A) $M(2; 5; -4)$.

(B) $M(6; -3; 0)$.

(C) $M(5; 2; -4)$.

(D) $M(-3; 6; 0)$.

CÂU 21. Trong KG $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 3; 1)$, $B(0; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 4t \end{cases}$.

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P): x + ay + bz + c = 0$ ($c > 0$) song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng hai lần khoảng cách từ d_2 đến (P) . Giá trị của $a + b + c$ bằng

(A) 14.

(B) 6.

(C) -4.

(D) -6.

12

VTTĐ của ĐT và MP

CÂU 1. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tọa độ điểm M là

(A) $M(2; 0; -1)$.

(B) $M(5; -1; -3)$.

(C) $M(1; 0; 1)$.

(D) $M(-1; 1; 1)$.

CÂU 2. Trong KG $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0; y_0; z_0)$. Giá trị tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

(A) 1.

(B) 2.

(C) 5.

(D) -2.

CÂU 3. Trong KG $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ và $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Gọi

$M(a; b; c)$ là tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (ABC) . Tổng $S = a + b + c$ là

(A) -7.

(B) 11.

(C) 5.

(D) 6.

CÂU 4. Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) d cắt và không vuông góc với (P) .

(B) d vuông góc với (P) .

(C) d song song với (P) .

(D) d nằm trong (P) .

CÂU 5. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

(A) $d \subset (Q)$.

(B) $d \parallel (Q)$.

(C) d cắt (Q) .

(D) $d \perp (Q)$.

CÂU 6. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

(A) $d \parallel (P)$.

(B) $d \subset (P)$.

(C) d cắt (P) .

(D) $d \perp (P)$.

QUICK NOTE

- CÂU 7.** Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Số giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là
- (A) Vô số. (B) 1. (C) Không có. (D) 2.
- CÂU 8.** Trong KG $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d : \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P) : 3x + 5y - z - 2 = 0$ là
- (A) $M(0; 2; 3)$. (B) $M(0; 0; -2)$. (C) $M(0; 0; 2)$. (D) $M(0; -2; -3)$.
- CÂU 9.** Giao điểm của mặt phẳng $(P) : x + y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ là
- (A) $(1; 1; 0)$. (B) $(0; 2; 4)$. (C) $(0; 4; 2)$. (D) $(2; 0; 3)$.
- CÂU 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P) : x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tìm tọa độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .
- (A) $A(3; 5; 3)$. (B) $A(1; 3; 1)$. (C) $A(-3; 5; 3)$. (D) $A(1; 2; -3)$.
- CÂU 11.** Trong KG $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P) : 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0; y_0; z_0)$. Giá trị tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng
- (A) 1. (B) 2. (C) 5. (D) -2.
- CÂU 12.** Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -3 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
- (A) $(4; -3; 0)$. (B) $(2; -2; 0)$. (C) $(0; -1; -1)$. (D) $(-2; 0; -2)$.
- CÂU 13.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Gọi $M(a; b; c)$ là tọa độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (ABC) . Tính tổng $S = a + b - c$.
- (A) 6. (B) 5. (C) -7. (D) 11.
- CÂU 14.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4; 5; 2)$ lên mặt phẳng $(P) : y + 1 = 0$ là điểm có tọa độ
- (A) $(-4; -1; 2)$. (B) $(-4; 1; 2)$. (C) $(0; -1; 0)$. (D) $(0; 1; 0)$.
- CÂU 15.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P) : 3x + 5y - z - 2 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) .
- (A) $(1; 0; 1)$. (B) $(0; 0; -2)$. (C) $(1; 1; 6)$. (D) $(12; 9; 1)$.
- CÂU 16.** Trong KG $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P) : 11x + my + nz - 16 = 0$. Biết $\Delta \subset (P)$, tính giá trị của $T = m + n$.
- (A) $T = 2$. (B) $T = -2$. (C) $T = 14$. (D) $T = -14$.
- CÂU 17.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x - my - 2z + 19 = 0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d \parallel (\alpha)$ là
- (A) $\{1\}$. (B) \emptyset . (C) $\{1; 2\}$. (D) $\{2\}$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P) : 2x + y - m^2z + m = 0$

- (A) $m = 1$. (B) $m \in \emptyset$. (C) $m \in \{-1; 1\}$. (D) $m = -1$.

CÂU 19. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2y + 3z - 4 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x-m}{1} = \frac{y+2m}{3} = \frac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng Oyz .

- (A) $m = \frac{4}{5}$. (B) $m = -1$. (C) $m = 1$. (D) $m = \frac{12}{17}$.

CÂU 20. Trong KG $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x + my - 3z + m - 2 = 0$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì d cắt (P)

- (A) $m \neq \frac{1}{2}$. (B) $m = -1$. (C) $m = \frac{1}{2}$. (D) $m \neq -1$.

CÂU 21. Trong không gian (P) , cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P) : m^2x - 2my + (6 - 3m)z - 5 = 0$. Tìm m để $d \parallel (P)$.

- (A) $\begin{cases} m = 1 \\ m = -6 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} m = -1 \\ m = 6 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} m = -1 \\ m = -6 \end{cases}$. (D) \emptyset .

CÂU 22. Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m) : mx + 2y + nz + 1 = 0$ và $(Q_m) : x - my + nz + 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : 4x - y - 6z + 3 = 0$.

- (A) $m + n = 0$. (B) $m + n = 2$. (C) $m + n = 1$. (D) $m + n = 3$.

QUICK NOTE

MỤC LỤC

Bài 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG	1
Dạng 1. Xác định vectơ chỉ phương của DT, điểm thuộc DT.....	1
Dạng 2. Xét vị trí tương đối hai DT.....	4
Dạng 3. Góc giữa hai đường thẳng. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Góc giữa hai mặt phẳng.....	7
Dạng 4. Lập PTĐT khi biết điểm và VTCP.....	9
Dạng 5. Lập PTĐT liên quan đến song song.....	12
Dạng 6. Lập PTĐT liên quan đến vuông góc.....	15
Dạng 7. PTĐT liên quan điểm đối xứng và hình chiếu.....	19
Dạng 8. Ứng dụng của đường thẳng trong không gian.....	23
Dạng 9. Viết PTMP biết vị trí tương đối với đường thẳng.....	26
Dạng 10. Lập PTMP liên quan đến góc.....	29
Dạng 11. Khoảng cách.....	30
Dạng 12. VTTĐ của DT và MP.....	33

