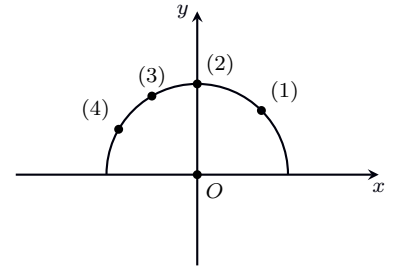


QUICK NOTE

QUICK NOTE

Trên nửa đường tròn đơn vị, vị trí nào trong các vị trí dưới đây xác định điểm M sao cho $\tan \widehat{xOM} = 1$.

- ☐ A Vị trí (1). ☐ B Vị trí (2).
☐ C Vị trí (3). ☐ D Vị trí (4).



CÂU 14. Khẳng định nào sau đây sai?

- ☐ A $\cos 75^\circ > \cos 50^\circ$. ☐ B $\sin 80^\circ > \sin 50^\circ$.
☐ C $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. ☐ D $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$.

CÂU 15. Tam giác ABC vuông tại A và có $AB = AC = a$. Tính độ dài đường trung tuyến BM của tam giác đã cho.

- ☐ A $BM = \frac{\sqrt{5}}{2}a$. ☐ B $BM = 1,5a$. ☐ C $BM = \sqrt{2}a$. ☐ D $BM = \sqrt{3}a$.

CÂU 16. Cho tam giác ABC có 3 cạnh là 4 cm, 8 cm và 6 cm. Tính diện tích tam giác ABC .

- ☐ A $3\sqrt{5} \text{ cm}^2$. ☐ B $2\sqrt{10} \text{ cm}^2$. ☐ C $2\sqrt{15} \text{ cm}^2$. ☐ D $3\sqrt{15} \text{ cm}^2$.

CÂU 17. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 30^\circ$, $\widehat{B} = 45^\circ$ và $AC = 10\sqrt{2}$. Độ dài cạnh BC là

- ☐ A 10. ☐ B $5\sqrt{2}$. ☐ C $\frac{5}{\sqrt{2}}$. ☐ D 5.

CÂU 18. Cho tam giác ABC có nửa chu vi $p = \frac{a+b+c}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- ☐ A $S = \sqrt{pabc}$. ☐ B $S = \frac{1}{2}ab \sin C$.
☐ C $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$. ☐ D $S = p(a+b+c)$.

CÂU 19. Tính diện tích của tam giác ABC có $b = 2$, $\widehat{B} = 30^\circ$, $\widehat{C} = 45^\circ$.

- ☐ A $2 + 2\sqrt{3}$. ☐ B 1. ☐ C $\sqrt{3}$. ☐ D $1 + \sqrt{3}$.

CÂU 20. Trong tam giác ABC có góc $\widehat{A} = 60^\circ$, $AC = 10$, $AB = 6$. Khi đó, độ dài cạnh BC là

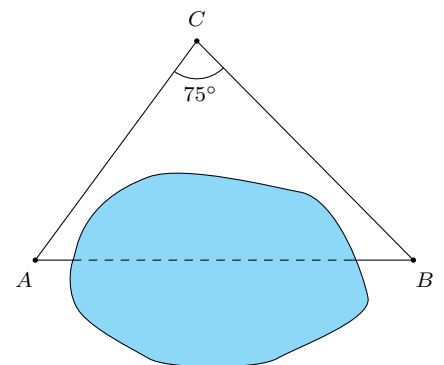
- ☐ A $2\sqrt{19}$. ☐ B 76. ☐ C 14. ☐ D $6\sqrt{2}$.

CÂU 21. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 7 \text{ cm}$, $CA = 8 \text{ cm}$. Giá trị của $\cos B$ là

- ☐ A $\frac{1}{2}$. ☐ B $\frac{1}{4}$. ☐ C $\frac{17}{32}$. ☐ D $\frac{11}{16}$.

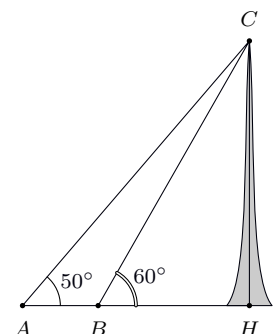
CÂU 22. Để đo khoảng cách từ A đến B ngang qua một cái hồ nước, người ta chọn điểm C , sau đó đo độ dài các cạnh AC , BC và góc C . Biết $AC = 112 \text{ m}$, $BC = 145 \text{ m}$, $\widehat{C} = 75^\circ$, khoảng cách từ A đến B gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- ☐ A 155 m. ☐ B 160 m. ☐ C 165 m. ☐ D 170 m.



CÂU 23. Để đo chiều cao CH của một tháp truyền thông, người ta chọn hai điểm quan sát A , B trên mặt đất (hình vẽ). Biết $\widehat{CAH} = 50^\circ$, $\widehat{CBH} = 60^\circ$ và $AB = 80 \text{ m}$, tính chiều cao của tháp.

- ☐ A 300,3 m. ☐ B 305,6 m. ☐ C 301,8 m. ☐ D 306,9 m.



QUICK NOTE

CÂU 24. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 135^\circ$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A** $S = \frac{1}{2}ca$. **B** $S = -\frac{\sqrt{2}}{4}ac$. **C** $S = \frac{\sqrt{2}}{4}bc$. **D** $S = \frac{\sqrt{2}}{4}ca$.

CÂU 25. Cho $\triangle ABC$ có $S = 84$, $a = 13$, $b = 14$, $c = 15$. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác trên là

- A** 8,125. **B** 130. **C** 8,5. **D** 8.

CÂU 26. Cho $\triangle ABC$ với các cạnh $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$. Gọi R , r , S lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và diện tích của tam giác ABC . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

- A** $S = \frac{abc}{4R}$. **B** $R = \frac{a}{\sin A}$. **C** $S = \frac{1}{2}ab \sin C$. **D** $a^2 + b^2 - c^2 = 2ac \cos C$.

CÂU 27. Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b + c = 2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A** $\cos B + \cos C = 2 \cos A$. **B** $\sin B + \sin C = 2 \sin A$. **C** $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$. **D** $\sin B + \cos C = 2 \sin A$.

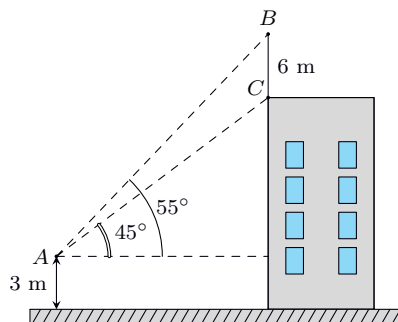
CÂU 28. Tam giác có độ dài ba cạnh là 3, 8, 9. Góc lớn nhất của tam giác có số đo bằng bao nhiêu?

- A** $93,5^\circ$. **B** $88,6^\circ$. **C** $99,6^\circ$. **D** $101,3^\circ$.

CÂU 29.

Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 6 m. Từ vị trí quan sát A cao 3 m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 55° và 45° so với phương ngang. Chiều cao của tòa nhà gần nhất với số nào dưới đây?

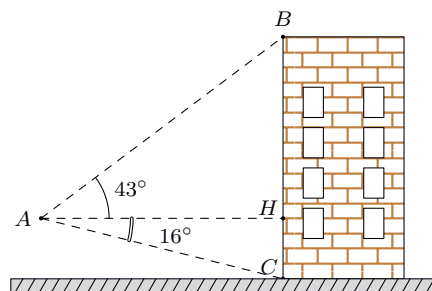
- A** 17 m. **B** 17,1 m. **C** 18,1 m. **D** 18 m.



CÂU 30.

Từ một vị trí quan sát A , một người nhìn đỉnh B và chân C của nhà cao tầng với các góc tương ứng là 43° và 16° so với phương nằm ngang. Biết chiều cao của tòa nhà là 18 m, tính khoảng cách từ A đến C (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

- A** 27 m. **B** 28 m. **C** 29 m. **D** 31 m.



CÂU 31. Cho tam giác ABC có $a = 49,4$; $b = 26,4$; $\widehat{C} = 47^\circ 20'$. Cạnh c gần bằng với số nào sau đây?

- A** 38. **B** 37. **C** 39. **D** 36.

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 32. Cho tam giác ABC . Các khẳng định sau đúng hay sai?

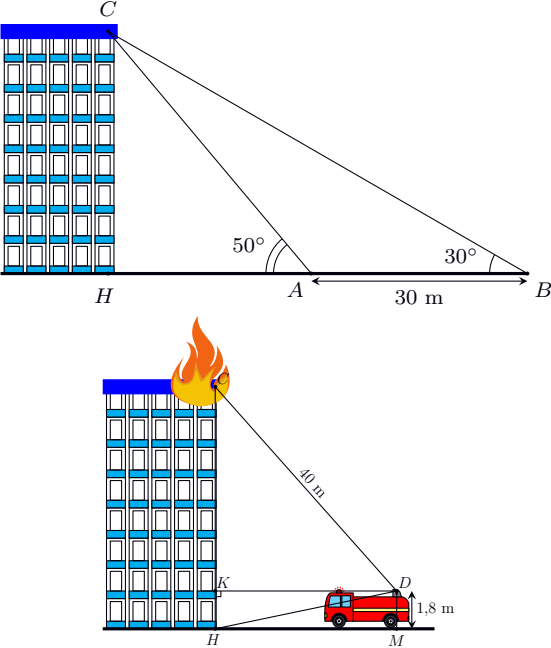
Mệnh đề	Đ	S
a) $\sin A = \sin(B + C)$.		
b) $R = c \sin C$.		
c) $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$.		
d) $S = 2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.		

CÂU 33. Cho tam giác ABC có $BC = 8$, $CA = 7$, $AB = 5$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 5$.

QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
a) $\cos A < 0$.		
b) Chu vi của tam giác ABC bằng 10.		
c) Độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh A là $h_a = \frac{5\sqrt{3}}{4}$.		
d) Độ dài đoạn thẳng AM bằng 5.		

CÂU 34. Hai người dân đứng cách nhau 30 m cùng nhìn lên đỉnh của một tòa nhà theo góc nhìn lần lượt là 30° và 50° (tham khảo hình vẽ).

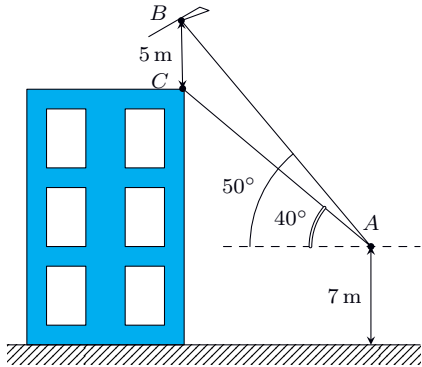


Các mệnh đề sau đúng hay sai? (Các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Mệnh đề	Đ	S
a) Gọi góc nhìn từ đỉnh tòa nhà về hai phía A và B nơi hai người dân đang đứng là góc \widehat{ACB} thì \widehat{ACB} có số đo bằng 30° .		
b) Khoảng cách từ vị trí người A tới nóc của tòa nhà là 43,9 m.		
c) Chiều cao của tòa nhà là khoảng 30 m.		
d) Vì gặp sự cố nên tầng trên cùng của tòa nhà đang bị cháy. Để cứu hộ đám cháy, một xe cứu hỏa đã tiếp cận dưới chân tòa nhà và chân thang đứng cách mặt đất 1,8 m, chiều dài tối đa của thang xếp là 40 m. Để tiếp cận được đám cháy thì chân thang của xe cứu hỏa phải đứng cách chân tòa một khoảng xa nhất là 21,7 m.		

CÂU 35. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m. Từ một vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 50° và 40° so với phương nằm ngang (hình vẽ bên) (các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Mệnh đề	Đ	S
a) Góc $\widehat{ACB} = 130^\circ$.		
b) $AC \approx 18,5$ (m).		
c) $CD \approx 12,8$ (m).		
d) Chiều cao của tòa nhà là 19,8 (m).		



Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 36. Cho $\tan x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 25(\sin^4 x + \cos^4 x)$.

KQ:

CÂU 37. Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{5}{6}$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = 2 \sin(180^\circ - \alpha) \cdot \cot \alpha + \cos(180^\circ - \alpha) \cdot \tan \alpha \cdot \cot(180^\circ - \alpha).$$

KQ:

CÂU 38. Cho tam giác ABC có các cạnh a, b, c thỏa mãn điều kiện $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$. Tính số đo của góc C theo đơn vị độ.

KQ:

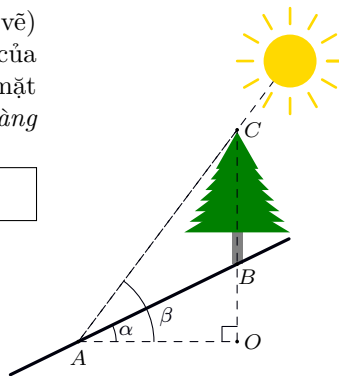
CÂU 39. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^\circ$; $\widehat{B} = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{BC}{AC}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

CÂU 40.

Trên sườn đồi có một cái cây thẳng đứng (tham khảo hình vẽ) đổ bóng dài $AB = 39,5$ mét xuống đồi. Biết góc nghiêng của sườn đồi là $\alpha = 26^\circ$ so với phương ngang và góc nâng của mặt trời là $\beta = 50^\circ$. Tính chiều cao BC của cây (làm tròn đến hàng đơn vị).

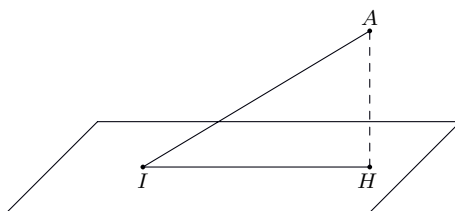
KQ:



CÂU 41. Giả sử ở những giây đầu tiên, máy bay ở Hình 1 bay theo một đường thẳng tạo với mặt đất một góc 21° với vận tốc 240 km/h. Hình 2 mô tả mặt đất là một phần mặt phẳng, máy bay bay ở vị trí I đến vị trí A . Độ cao AH của máy bay so với mặt đất sau khi máy bay rời khỏi mặt đất 3 giây là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



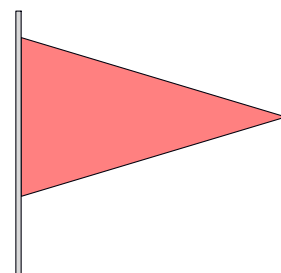
Hình 1



Hình 2

KQ:

CÂU 42. Một lá cờ hình tam giác cân có độ dài cạnh bên là 90 cm và góc ở đỉnh tam giác cân là 35° . Tính diện tích của lá cờ đó (đơn vị: cm^2) với kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



KQ:

Phần IV. Câu hỏi tự luận.

CÂU 43. Chứng minh biểu thức sau độc lập với đối với x .

$$P = \frac{\tan^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}.$$

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 44. Cho tam giác ABC , chứng minh rằng $\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$.

CÂU 45. Cho tam giác ABC có thỏa mãn $AC = 15$, $AB = 10$ và $\sin B = \frac{\sin A + \sin C}{\cos A + \cos C}$.
Tìm độ dài đoạn BC .

CÂU 46. Cho tam giác ABC có trọng tâm G và độ dài ba cạnh AB , BC , CA lần lượt là 15, 18, 27.

a) Tính diện tích và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

b) Tính diện tích tam giác GBC .

CÂU 47. Cho $\cos \alpha = -\frac{5}{9}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α .

CÂU 48. Cho tam giác ABC , chứng minh rằng $\cot A + \cot B + \cot C \geq \sqrt{3}$.

CÂU 49. Cho tam giác ABC có $AB = 6$, $AC = 8$ và $\hat{A} = 60^\circ$.

a) Tính diện tích tam giác ABC .

b) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính diện tích tam giác IBC .

CÂU 50. Có hai tàu A và B nằm cùng phía với đường bờ biển (giả sử đường bờ biển là một đường thẳng). Biết tàu A , tàu B lần lượt cách đường bờ biển là 3 hải lý và 6 hải lý; khoảng cách giữa hai tàu A và B là 5 hải lý. Người ta muốn xây dựng một trạm nhiên liệu dọc theo đường bờ biển. Hỏi phải đặt trạm nhiên liệu cách tàu A bao nhiêu hải lý để tổng khoảng cách từ trạm nhiên liệu đến hai tàu A và B là ngắn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Gọi tôi là: Ngày làm đề:/...../.....

ÔN TẬP KTX 2

TOÁN 10 — ĐỀ 2

LỚP TOÁN THẦY PHÁT

Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian phát đề.

Phần I. Mỗi câu hỏi học sinh chọn một trong bốn phương án A, B, C, D.

CÂU 1. Giá trị lượng giác nào sau đây là số dương?

☒ A $\sin 120^\circ$.

☐ B $\cos 137^\circ$.

☐ C $\tan 160^\circ$.

☐ D $\cot 160^\circ$.

Lời giải.

Ta có $90^\circ < 120^\circ < 180^\circ$ nên $\sin 120^\circ > 0$.

Do $90^\circ < 137^\circ < 180^\circ$ nên $\cos 137^\circ < 0$.

Ngoài ra, $90^\circ < 160^\circ < 180^\circ$ nên $\tan 160^\circ < 0$ và $\cot 160^\circ < 0$.

Chọn đáp án ☒ A □

CÂU 2. Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính $\cos \alpha$.

☒ A $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

☐ B $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

☐ C $\cos \alpha = \frac{5}{3}$.

☐ D $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Mặt khác $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

Chọn đáp án ☒ B □

CÂU 3. Cho $x \in (0^\circ; 90^\circ)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

☒ A $\sin x > 0$.

☐ B $\cos x > 0$.

☐ C $\tan x > 0$.

☐ D $\cot x > 0$.

Lời giải.

$$\text{Khi } x \in \left(\frac{5\pi}{2}; 3\pi\right) \text{ thì } \begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \\ \tan x < 0 \\ \cot x < 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án ☒ A □

CÂU 4. Trên nửa đường tròn đơn vị cho góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ và $\cos \alpha < 0$. Tính $\tan \alpha$.

☒ A $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

☐ B $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

☐ C $-\frac{2}{5}$.

☐ D 1.

Lời giải.

Ta có $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ suy ra $\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án ☒ A □

CÂU 5. Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ và $0 < x < 90^\circ$. Tính giá trị của $\sin x$

☒ A $\sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{-6}$.

☐ B $\sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{6}$.

☐ C $\sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4}$.

☐ D $\sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{4}$.

Lời giải.

Vì $0 < x < 90^\circ$ nên $\sin x > 0$. Ta có

$$\begin{aligned}\sin^2 x + \cos^2 x = 1 &\Leftrightarrow \sin^2 x + \left(\frac{1}{2} - \sin x\right)^2 = 1 \\&\Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x - \frac{3}{4} = 0 \\&\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{4} \text{ (loại).} \end{cases}\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 6. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau?

- A** $\sin 156^\circ \cdot \cos 70^\circ < 0$. **B** $\tan 137^\circ \cdot \tan 156^\circ < 0$. **C** $\tan 150^\circ \cdot \cot 85^\circ < 0$. **D** $\sin 110^\circ \cdot \cos 110^\circ > 0$.

Lời giải.

a) Do $\begin{cases} \sin 156^\circ > 0 \\ \cos 70^\circ > 0 \end{cases}$ nên $\sin 156^\circ \cdot \cos(-70^\circ) > 0$.

b) Do $\begin{cases} \tan 137^\circ < 0 \\ \tan 156^\circ < 0 \end{cases}$ nên $\tan 137^\circ \cdot \tan 156^\circ > 0$.

c) Do $\begin{cases} \tan 150^\circ > 0 \\ \cot 85^\circ > 0 \end{cases}$ nên $\tan 150^\circ \cdot \cot 85^\circ < 0$.

d) Do $\begin{cases} \sin 110^\circ > 0 \\ \cos 110^\circ < 0 \end{cases}$ nên $\sin 110^\circ \cdot \cos 110^\circ < 0$.

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 7. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A** $\sqrt{1 - \sin^2 140^\circ} = \cos 140^\circ$. **B** $\sqrt{1 - \cos^2 140^\circ} = \sin 140^\circ$.
C $\sqrt{\frac{1}{\cos^2 140^\circ} - 1} = \tan 140^\circ$. **D** $\frac{1}{\sqrt{\tan^2 140^\circ + 1}} = \cos 140^\circ$.

Lời giải.

Do $140^\circ \in (90^\circ; 180^\circ)$ nên $\begin{cases} \sin 140^\circ > 0 \\ \cos 140^\circ < 0 \\ \tan 140^\circ < 0 \\ \cot 140^\circ < 0 \end{cases}$ nên $\begin{cases} \sqrt{1 - \sin^2 140^\circ} = -\cos 140^\circ \\ \sqrt{1 - \cos^2 140^\circ} = \sin 140^\circ \\ \sqrt{\frac{1}{\cos^2 140^\circ} - 1} = -\tan 140^\circ \\ \frac{1}{\sqrt{\tan^2 140^\circ + 1}} = -\cos 140^\circ. \end{cases}$

Chọn đáp án **B**.....

CÂU 8. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A** $\cos 0^\circ = 1$. **B** $\sin 0^\circ = 0$. **C** $\cos 120^\circ = \frac{2}{\sqrt{2}}$. **D** $\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Mệnh đề sai là $\cos 120^\circ = \frac{2}{\sqrt{2}}$ vì $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 9. Cho α là góc tù. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?

- A** $\sin \alpha < 0$. **B** $\cos \alpha > 0$. **C** $\tan \alpha < 0$. **D** $\cot \alpha > 0$.

Lời giải.

Vì α là góc tù nên $\tan \alpha < 0$.

Chọn đáp án **C**.....

CÂU 10. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- (A) $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$. (B) $\cos 45^\circ = \sin 135^\circ$. (C) $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$. (D) $\sin 60^\circ = \cos 120^\circ$.

Lời giải.

Ta có $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$.

Do đó mệnh đề sai là $\sin 60^\circ = \cos 120^\circ$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 11. Cho hai góc nhọn α và β với $\alpha < \beta$. Tìm mệnh đề **sai**.

- (A) $\sin \alpha < \sin \beta$. (B) $\cos \alpha < \cos \beta$.
(C) $\cos \alpha = \sin \beta \Leftrightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$. (D) $\tan \alpha + \tan \beta > 0$.

Lời giải.

Ta có mệnh đề **sai** là $\cos \alpha < \cos \beta$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 12. Cho $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$. (B) $\cos \alpha = \cos(180^\circ - \alpha)$. (C) $\tan \alpha = \tan(180^\circ - \alpha)$. (D) $\cot \alpha = \cot(180^\circ - \alpha)$.

Lời giải.

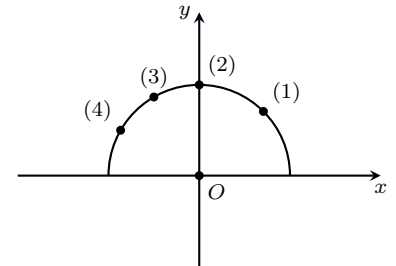
Khẳng định đúng là $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 13.

Trên nửa đường tròn đơn vị, vị trí nào trong các vị trí dưới đây xác định điểm M sao cho $\tan \widehat{xOM} = 1$.

- (A) Vị trí (1). (B) Vị trí (2). (C) Vị trí (3). (D) Vị trí (4).



Lời giải.

Ở vị trí 1 ta có $\sin \widehat{xOM} = \cos \widehat{xOM}$ nên $\tan \widehat{xOM} = 1$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 14. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $\cos 75^\circ > \cos 50^\circ$. (B) $\sin 80^\circ > \sin 50^\circ$. (C) $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. (D) $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$.

Lời giải.

Trong khoảng từ 0° đến 90° , khi giá trị của góc tăng thì giá trị cos tương ứng của góc đó giảm.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 15. Tam giác ABC vuông tại A và có $AB = AC = a$. Tính độ dài đường trung tuyến BM của tam giác đã cho.

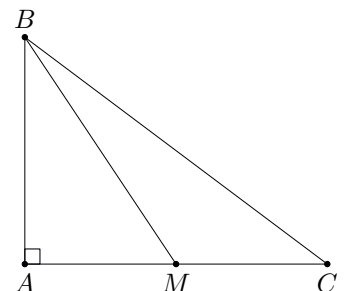
- (A) $BM = \frac{\sqrt{5}}{2}a$. (B) $BM = 1,5a$. (C) $BM = \sqrt{2}a$. (D) $BM = \sqrt{3}a$.

Lời giải.

M là trung điểm của $AC \Rightarrow AM = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác BAM vuông tại A , ta có

$$BM = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$



Chọn đáp án (A) □

CÂU 16. Cho tam giác ABC có 3 cạnh là 4 cm, 8 cm và 6 cm. Tính diện tích tam giác ABC .

- (A) $3\sqrt{5} \text{ cm}^2$. (B) $2\sqrt{10} \text{ cm}^2$. (C) $2\sqrt{15} \text{ cm}^2$. (D) $3\sqrt{15} \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Ta có nửa chu vi $\triangle ABC$ là $p = \frac{4+8+6}{2} = 9$ cm.

Diện tích $\triangle ABC$ là $S_{\triangle ABC} = \sqrt{9(9-4)(9-6)(9-8)} = 3\sqrt{15}$ cm².

Chọn đáp án (D) □

CÂU 17. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 30^\circ$, $\hat{B} = 45^\circ$ và $AC = 10\sqrt{2}$. Độ dài cạnh BC là

- (A) 10. (B) $5\sqrt{2}$. (C) $\frac{5}{\sqrt{2}}$. (D) 5.

Lời giải.

Ta có $\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow BC = \frac{AC \cdot \sin A}{\sin B} = \frac{10\sqrt{2} \cdot \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = 10$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 18. Cho tam giác ABC có nửa chu vi $p = \frac{a+b+c}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $S = \sqrt{pabc}$. (B) $S = \frac{1}{2}ab \sin C$. (C) $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$. (D) $S = p(a+b+c)$.

Lời giải.

Dựa vào công thức diện tích tam giác ta có $S = \frac{1}{2}ab \sin C$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 19. Tính diện tích của tam giác ABC có $b = 2$, $\hat{B} = 30^\circ$, $\hat{C} = 45^\circ$.

- (A) $2 + 2\sqrt{3}$. (B) 1. (C) $\sqrt{3}$. (D) $1 + \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có: $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

Suy ra $c = \frac{b \cdot \sin C}{\sin B} = \frac{2 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 2\sqrt{2}$.

Ta có $\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$.

Ta có $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sin 105^\circ = 1 + \sqrt{3}$.

Chọn đáp án (D) □

CÂU 20. Trong tam giác ABC có góc $\hat{A} = 60^\circ$, $AC = 10$, $AB = 6$. Khi đó, độ dài cạnh BC là

- (A) $2\sqrt{19}$. (B) 76. (C) 14. (D) $6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A = 6^2 + 10^2 - 2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 76$.

Suy ra $BC = 2\sqrt{19}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 21. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6$ cm, $BC = 7$ cm, $CA = 8$ cm. Giá trị của $\cos B$ là

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{1}{4}$. (C) $\frac{17}{32}$. (D) $\frac{11}{16}$.

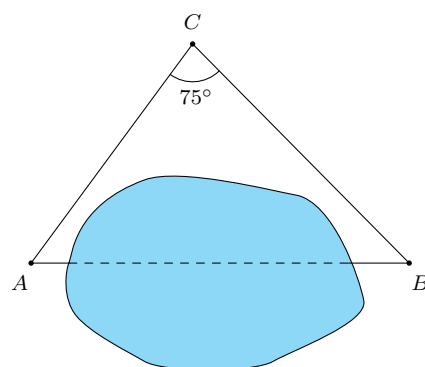
Lời giải.

Ta có $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{6^2 + 7^2 - 8^2}{2 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 22. Để đo khoảng cách từ A đến B ngang qua một cái hồ nước, người ta chọn điểm C , sau đó đo độ dài các cạnh AC , BC và góc C . Biết $AC = 112$ m, $BC = 145$ m, $\hat{C} = 75^\circ$, khoảng cách từ A đến B gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- (A) 155 m. (B) 160 m. (C) 165 m. (D) 170 m.



Lời giải.

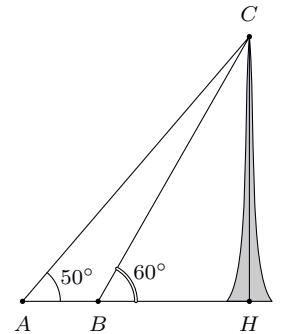
Áp dụng định lí cosin ta có

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos C \\ &= 112^2 + 145^2 - 2 \cdot 112 \cdot 145 \cos 75^\circ \\ &\Rightarrow AB \approx 158,6. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 23. Để đo chiều cao CH của một tháp truyền thông, người ta chọn hai điểm quan sát A, B trên mặt đất (hình vẽ). Biết $\widehat{CAH} = 50^\circ$, $\widehat{CBH} = 60^\circ$ và $AB = 80$ m, tính chiều cao của tháp.

- (A)** 300,3 m. **(B)** 305,6 m. **(C)** 301,8 m. **(D)** 306,9 m.



Lời giải.

Ta có $\widehat{ACB} = \widehat{CBH} - \widehat{CAH} = 60^\circ - 50^\circ = 10^\circ$.

Áp dụng định lí sin ta có

$$\frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{BC}{\sin \widehat{CAH}} \Rightarrow BC = \frac{AB \sin \widehat{CAH}}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{80 \sin 50^\circ}{\sin 10^\circ}.$$

Suy ra $CH = BC \sin \widehat{CBH} = \frac{80 \sin 50^\circ \sin 50^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 305,6$ m.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 24. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 135^\circ$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)** $S = \frac{1}{2}ca$. **(B)** $S = -\frac{\sqrt{2}}{4}ac$. **(C)** $S = \frac{\sqrt{2}}{4}bc$. **(D)** $S = \frac{\sqrt{2}}{4}ca$.

Lời giải.

Gọi a, b, c lần lượt là độ dài ba cạnh của tam giác ABC .

Ta có $S = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ac \cdot \sin 135^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot ac = \frac{\sqrt{2}}{4}ac$.

Chọn đáp án **(D)** □

CÂU 25. Cho $\triangle ABC$ có $S = 84$, $a = 13$, $b = 14$, $c = 15$. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác trên là

- (A)** 8,125. **(B)** 130. **(C)** 8,5. **(D)** 8.

Lời giải.

Ta có $S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{4 \cdot 84} = 8,125$.

Chọn đáp án **(A)** □

CÂU 26. Cho $\triangle ABC$ với các cạnh $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$. Gọi R, r, S lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và diện tích của tam giác ABC . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

- (A)** $S = \frac{abc}{4R}$. **(B)** $R = \frac{a}{\sin A}$. **(C)** $S = \frac{1}{2}ab \sin C$. **(D)** $a^2 + b^2 - c^2 = 2ac \cos C$.

Lời giải.

Theo định lý sin trong tam giác, ta có $\frac{a}{\sin A} = 2R$.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 27. Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b + c = 2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A)** $\cos B + \cos C = 2 \cos A$. **(B)** $\sin B + \sin C = 2 \sin A$. **(C)** $\sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A$. **(D)** $\sin B + \cos C = 2 \sin A$.

Lời giải.

Ta có $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2R \sin A \\ b = 2R \sin B \\ c = 2R \sin C \end{cases}$

Mà $b + c = 2a \Leftrightarrow 2R \sin B + 2R \sin C = 4R \sin A \Leftrightarrow \sin B + \sin C = 2 \sin A$.

Chọn đáp án **(B)** □

CÂU 28. Tam giác có độ dài ba cạnh là 3, 8, 9. Góc lớn nhất của tam giác có số đo bằng bao nhiêu?

- (A) $93,5^\circ$. (B) $88,6^\circ$. (C) $99,6^\circ$. (D) $101,3^\circ$.

Lời giải.

Góc lớn nhất α của tam giác là góc đối diện với cạnh lớn nhất của tam giác.

Áp dụng định lí cosin ta có

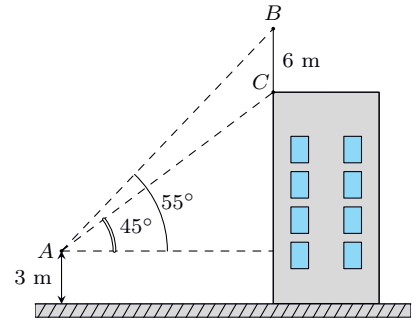
$$\cos \alpha = \frac{3^2 + 8^2 - 9^2}{2 \cdot 3 \cdot 8} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \alpha \approx 99,6^\circ.$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 29.

Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 6 m. Từ vị trí quan sát A cao 3 m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 55° và 45° so với phương ngang. Chiều cao của tòa nhà gần nhất với số nào dưới đây?

- (A) 17 m. (B) 17,1 m. (C) 18,1 m. (D) 18 m.



Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC; M, N là hình chiếu vuông góc của A và B trên mặt đất.

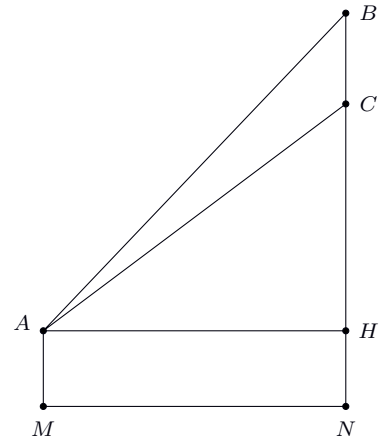
Đặt $AH = x$ ta có $BH = x \tan 55^\circ$ và $CH = x \tan 45^\circ$.

Theo giả thiết

$$BC = 6 \Leftrightarrow x(\tan 55^\circ - \tan 45^\circ) = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{\tan 55^\circ - \tan 45^\circ}.$$

Chiều cao tòa nhà là

$$CN = HN + CH = 3 + \frac{6 \tan 45^\circ}{\tan 55^\circ - \tan 45^\circ} \approx 17 \text{ m}.$$

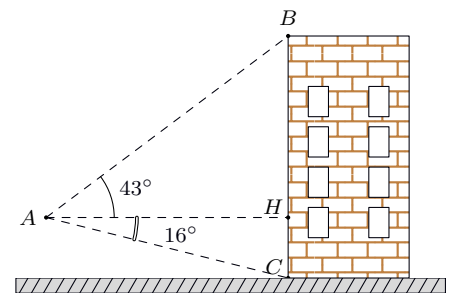


Chọn đáp án (A)

CÂU 30.

Từ một vị trí quan sát A, một người nhìn đỉnh B và chân C của nhà cao tầng với các góc tương ứng là 43° và 16° so với phương nằm ngang. Biết chiều cao của tòa nhà là 18 m, tính khoảng cách từ A đến C (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

- (A) 27 m. (B) 28 m. (C) 29 m. (D) 31 m.



Lời giải.

Ta có $AH = BH \cot \widehat{BAH} = CH \cot \widehat{CAH}$.

Suy ra

$$\begin{aligned} (BC - CH) \cot \widehat{BAH} &= CH \cot \widehat{CAH} \\ \Leftrightarrow CH &= \frac{BC \cot \widehat{BAH}}{\cot \widehat{CAH} + \cot \widehat{BAH}} \\ \Leftrightarrow CH &= \frac{18 \cot 43^\circ}{\cot 16^\circ + \cot 43^\circ}. \end{aligned}$$

Khoảng cách từ A đến C là

$$AC = \frac{CH}{\sin 16^\circ} = \frac{18 \cot 43^\circ}{(\cot 16^\circ + \cot 43^\circ) \sin 16^\circ} \approx 15,4 \text{ m}.$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 31. Cho tam giác ABC có $a = 49,4$; $b = 26,4$; $\widehat{C} = 47^\circ 20'$. Cạnh c gần bằng với số nào sau đây?

- (A) 38. (B) 37. (C) 39. (D) 36.

Lời giải.

Ta có: $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos 47^\circ 20'} \approx 37$.

Chọn đáp án (B) □

Phần II. Trong mỗi ý a), b), c) và d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

CÂU 32. Cho tam giác ABC . Các khẳng định sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $\sin A = \sin(B + C)$.	X	
b) $R = c \sin C$.		X

Mệnh đề	Đ	S
c) $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2bc}$.	X	
d) $S = 2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.		X

Lời giải.

a) (Đ) Vì $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ nên $\sin A = \sin(B + C)$.

b) (S) Ta có $R = 2c \sin C$.

c) (Đ) Theo định lý cô-sin $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2bc}$.

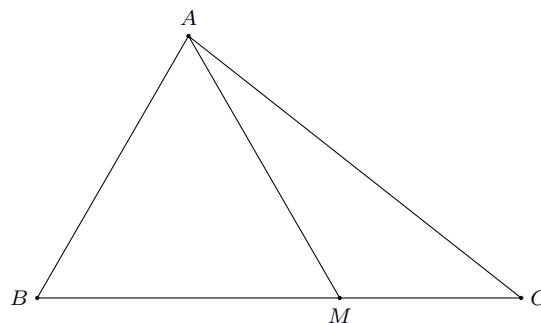
d) (S) Theo công thức Heron $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d sai □

CÂU 33. Cho tam giác ABC có $BC = 8$, $CA = 7$, $AB = 5$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 5$.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\cos A < 0$.		X
b) Chu vi của tam giác ABC bằng 10.		X
c) Độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh A là $h_a = \frac{5\sqrt{3}}{4}$.		X
d) Độ dài đoạn thẳng AM bằng 5.	X	

Lời giải.



a) (S) Ta có $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{5^2 + 7^2 - 8^2}{2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{1}{7} > 0$.

b) (S) Chu vi tam giác ABC là $P = AB + AC + BC = 5 + 7 + 8 = 20$.

c) (S) Nửa chu vi tam giác ABC là $p = \frac{P}{2} = 10$.
 $\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \sqrt{10 \cdot (10 - 8) \cdot (10 - 7) \cdot (10 - 5)} = 10\sqrt{3}$.
 Mà $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH$
 Vậy $AH = \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC} = \frac{20\sqrt{3}}{8} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

d) Xét tam giác ABC , ta có

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{5^2 + 8^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{B} = 60^\circ.$$

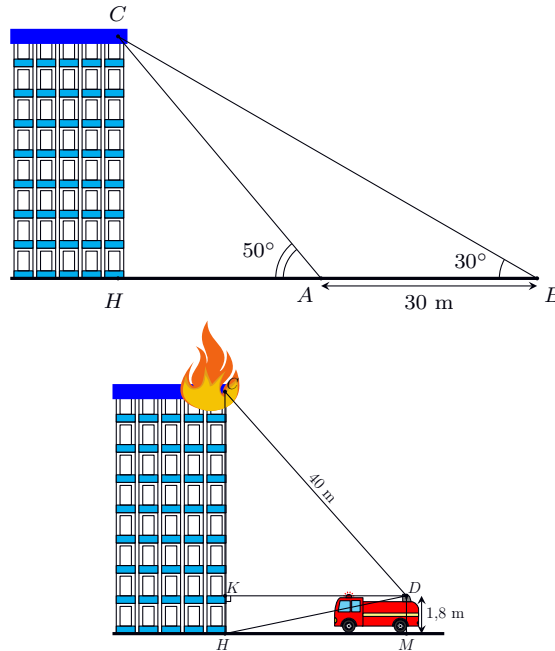
Xét tam giác ABM , ta có $AB = BM = 5$; $\widehat{ABM} = 60^\circ$.

$\Rightarrow \triangle ABM$ là tam giác đều.

$\Rightarrow AM = 5$.

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b sai ☐ c sai ☒ d đúng

CÂU 34. Hai người dân đứng cách nhau 30 m cùng nhìn lên đỉnh của một tòa nhà theo góc nhìn lần lượt là 30° và 50° (tham khảo hình vẽ).



Các mệnh đề sau đúng hay sai? (Các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Mệnh đề	Đ	S
a) Gọi góc nhìn từ đỉnh tòa nhà về hai phía A và B nơi hai người dân đang đứng là góc \widehat{ACB} thì \widehat{ACB} có số đo bằng 30° .		X
b) Khoảng cách từ vị trí người A tới nóc của tòa nhà là 43,9 m.	X	
c) Chiều cao của tòa nhà là khoảng 30 m.		X
d) Vì gặp sự cố nên tầng trên cùng của tòa nhà đang bị cháy. Để cứu hộ đám cháy, một xe cứu hỏa đã tiếp cận dưới chân tòa nhà và chân thang đứng cách mặt đất 1,8 m, chiều dài tối đa của thang xếp là 40 m. Để tiếp cận được đám cháy thì chân thang của xe cứu hỏa phải đứng cách chân tòa một khoảng xa nhất là 21,7 m.		X

Lời giải.

Tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 180^\circ - \widehat{CAH} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Khi đó

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{BAC} - \widehat{ABC} = 180^\circ - 130^\circ - 30^\circ = 20^\circ.$$

Khoảng cách từ vị trí người A tới nóc của tòa nhà chính là AC .

Áp dụng định lí Sin trong tam giác ABC ta có

$$\frac{AC}{\sin \widehat{ABC}} = \frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} \Rightarrow AC = \frac{AB \sin \widehat{ABC}}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{30 \sin 30^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 43,9 \text{ (m)}.$$

Do đó, khoảng cách từ vị trí người A tới nóc của tòa nhà là 43,9 m.

Chiều cao của tòa nhà chính là CH .

Trong tam giác CAH vuông tại H ta có

$$\sin \widehat{CAH} = \frac{CH}{AC} \Rightarrow CH = AC \sin \widehat{CAH} = \frac{30 \sin 30^\circ}{\sin 20^\circ} \cdot \sin 50^\circ \approx 33,6 \text{ (m)}.$$

Do đó, chiều cao của tòa nhà gần bằng 33,6 m.

Do chân thang cách mặt đất 1,8 m nên $CK = CH - HK \approx 33,6 - 1,8 = 31,8$ (m).

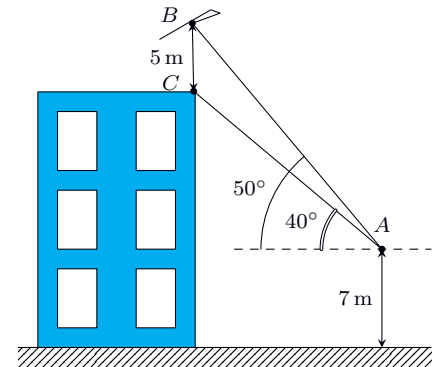
Khi đó, khoảng cách từ chân thang tới chân tòa nhà xa nhất có thể là

$$KD = \sqrt{CD^2 - CK^2} \approx \sqrt{40^2 - (31,8)^2} \approx 24,3 \text{ (m)}.$$

- a) **S** Sai. Do $\widehat{ACB} = 20^\circ$.
- b) **Đ** Đúng. Do khoảng cách từ vị trí người A tới nóc của tòa nhà là $AC \approx 43,9$ m.
- c) **S** Sai. Do chiều cao của tòa nhà là $CH \approx 33,6$ m.
- d) **S** Sai. Do khoảng cách từ chân thang tới chân tòa nhà xa nhất là $KD \approx 24,3$ m.

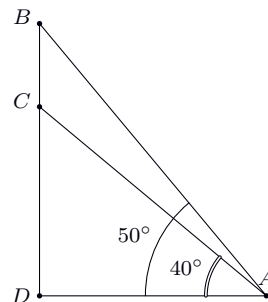
Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai

CÂU 35. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m. Từ một vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 50° và 40° so với phương nằm ngang (hình vẽ bên) (các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Mệnh đề	Đ	S
a) Góc $\widehat{ACB} = 130^\circ$.	X	
b) $AC \approx 18,5$ (m).	X	
c) $CD \approx 12,8$ (m).		X
d) Chiều cao của tòa nhà là 19,8 (m).		X

Lời giải.



- a) **Đ** Đúng.
Ta có $\widehat{BAC} = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$, $\widehat{ABC} = 90^\circ - \widehat{BAD} = 40^\circ$.
Suy ra, $\widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{ABC} - \widehat{BAC} = 130^\circ$.

- b) **Đ** Đúng.
Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta có

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{BC \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{5 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 18,5 \text{ (m)}.$$

- c) **S** Sai.
Xét tam giác ACD vuông tại D có $CD = AC \cdot \sin 40^\circ \approx 11,9$ (m).

- d) **S** Sai.
Chiều cao của tòa nhà là $11,9 + 7 = 18,9$ (m).

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai

Phần III. Học sinh điền kết quả vào ô trống.

CÂU 36. Cho $\tan x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 25(\sin^4 x + \cos^4 x)$.

Đáp án:

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\sin^4 x + \cos^4 x &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x \\ &= 1 - 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x \\ &= 1 - 2(1 - \cos^2 x) \cos^2 x \\ &= 2 \cos^4 x - 2 \cos^2 x + 1.\end{aligned}$$

Từ đó $P = 50(\cos^4 x - \cos^2 x) + 25$.

Mặt khác, $\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{4}{5}$.

Dẫn đến $P = 50\left(\frac{16}{25} - \frac{4}{5}\right) + 25 = 17$.

Đáp án: 17 □

CÂU 37. Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{5}{6}$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = 2 \sin(180^\circ - \alpha) \cdot \cot \alpha + \cos(180^\circ - \alpha) \cdot \tan \alpha \cdot \cot(180^\circ - \alpha).$$

Đáp án: 2 , 5

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}A &= 2 \sin(180^\circ - \alpha) \cdot \cot \alpha + \cos(180^\circ - \alpha) \cdot \tan \alpha \cdot \cot(180^\circ - \alpha) \\ &= 2 \sin \alpha \cdot \cot \alpha + (-\cos \alpha) \cdot \tan \alpha \cdot (-\cot \alpha) \\ &= 2 \sin \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \cos \alpha \\ &= 3 \cos \alpha = 3 \cdot \frac{5}{6} = 2,5.\end{aligned}$$

Đáp án: 2,5 □

CÂU 38. Cho tam giác ABC có các cạnh a, b, c thỏa mãn điều kiện $(a + b + c)(a + b - c) = 3ab$. Tính số đo của góc C theo đơn vị độ.

Đáp án: 6 0

Lời giải.

Trong tam giác ABC ta luôn có $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$.

Ta có

$$\begin{aligned}(a + b + c)(a + b - c) &= 3ab \Leftrightarrow (a + b)^2 - c^2 = 3ab \\ \Leftrightarrow c^2 &= (a + b)^2 - 3ab \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2 - ab \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \cos C &= a^2 + b^2 - ab \\ \Leftrightarrow -2 \cos C &= -1 \Leftrightarrow \cos C = \frac{1}{2} \Leftrightarrow C = 60^\circ.\end{aligned}$$

Đáp án: 60 □

CÂU 39. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^\circ; \widehat{B} = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{BC}{AC}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 1 , 2 2

Lời giải.

Áp dụng định lí sin ta có

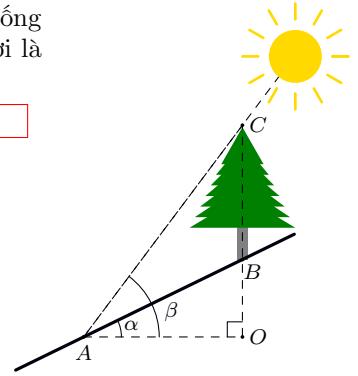
$$\frac{BC}{\sin \widehat{A}} = \frac{AC}{\sin \widehat{B}} \Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{\sin \widehat{A}}{\sin \widehat{B}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1,22.$$

Đáp án: 1,22 □

CÂU 40.

Trên sườn đồi có một cái cây thẳng đứng (tham khảo hình vẽ) đổ bóng dài $AB = 39,5$ mét xuống đồi. Biết góc nghiêng của sườn đồi là $\alpha = 26^\circ$ so với phương ngang và góc nâng của mặt trời là $\beta = 50^\circ$. Tính chiều cao BC của cây (làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án:



Lời giải.

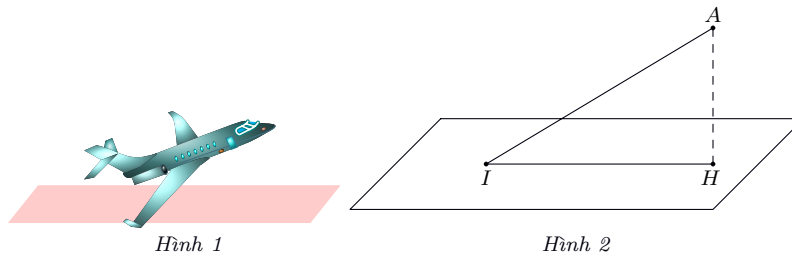
Ta có $\widehat{BAC} = \widehat{OAC} - \widehat{OAB} = 24^\circ$ và $\widehat{BCA} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

Áp dụng định lý sin trong $\triangle ABC$, ta có

$$\begin{aligned} \frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} &= \frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} \\ \Rightarrow BC &= \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAC}}{\sin \widehat{ACB}} \\ \Rightarrow BC &= \frac{39,5 \cdot \sin 24^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 25 \text{ (m)}. \end{aligned}$$

Đáp án:

CÂU 41. Giả sử ở những giây đầu tiên, máy bay ở Hình 1 bay theo một đường thẳng tạo với mặt đất một góc 21° với vận tốc 240 km/h. Hình 2 mô tả mặt đất là một phần mặt phẳng, máy bay bay ở vị trí I đến vị trí A . Độ cao AH của máy bay so với mặt đất sau khi máy bay rời khỏi mặt đất 3 giây là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Đáp án:

Lời giải.

Máy bay bay với vận tốc là $240 \text{ km/h} = \frac{200}{3} \text{ m/s}$ thì quãng đường đi được sau 3 giây là

$$s = v \cdot t = \frac{200}{3} \cdot 3 = 200 \text{ (m)}.$$

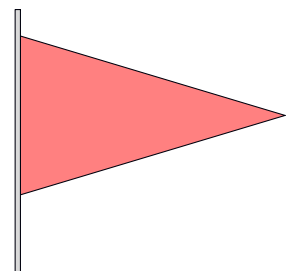
Suy ra $IA = 200 \text{ m}$.

Từ đó ta có độ cao của máy bay so với mặt đất là

$$AH = IA \cdot \sin \widehat{AIH} = 200 \cdot \sin 21^\circ \approx 72 \text{ (m)}.$$

Đáp án:

CÂU 42. Một lá cờ hình tam giác cân có độ dài cạnh bên là 90 cm và góc ở đỉnh tam giác cân là 35° . Tính diện tích của lá cờ đó (đơn vị: cm^2) với kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



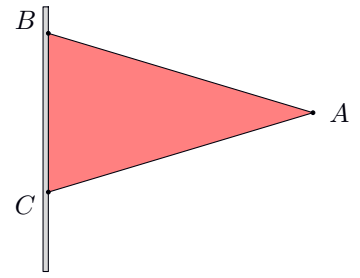
Đáp án:

Lời giải.

Kí hiệu các điểm A, B, C như hình bên.

Từ giả thiết ta có $AB = AC = 90$ cm và $\hat{A} = 35^\circ$.

Suy ra $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 90 \cdot \sin 35^\circ \approx 2323 \text{ cm}^2$.



Đáp án: **2323**

Phần IV. Câu hỏi tự luận.

CÂU 43. Chứng minh biểu thức sau độc lập với đối với x .

$$P = \frac{\tan^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}.$$

Lời giải.

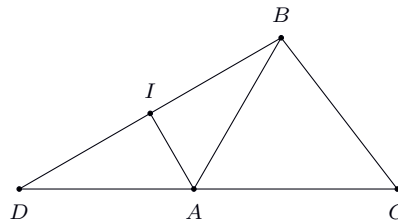
Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{\tan^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x} \\ &= \frac{\tan^2 x}{\sin^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \\ &= \tan^2 x(1 + \cot^2 x) + \cot^2 x(1 + \tan^2 x) - \tan^2 x - \cot^2 x \\ &= \tan^2 x + 1 + \cot^2 x + 1 - \tan^2 x - \cot^2 x \\ &= 2. \end{aligned}$$

Vậy P không phụ thuộc vào x .

CÂU 44. Cho tam giác ABC , chứng minh rằng $\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$.

Lời giải.



Trên tia đối của tia AC lấy D thỏa $AD = AB = c$ suy ra tam giác BDA cân tại A và $\widehat{BDA} = \frac{1}{2} \widehat{BAC}$ (góc ngoài tam giác).

Áp dụng định lý hàm số cô-sin cho $\triangle ABD$ ta có

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} \\ &= 2c^2 - 2c^2 \cdot \cos(180^\circ - A) \\ &= 2c^2(1 + \cos A) = 2c^2 \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right) \\ &= \frac{c}{b}(a + b + c)(b + c - a) = 4c^2 \cdot \frac{p(p-a)}{bc} \\ \text{suy ra } BD &= 2c \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}. \end{aligned}$$

Gọi I là trung điểm của BD suy ra $AI \perp BD$. Trong tam giác ADI vuông tại I , ta có

$$\cos \frac{A}{2} = \cos \widehat{ADI} = \frac{DI}{AD} = \frac{BD}{2c} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}.$$

$$\text{Vậy } \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}.$$

CÂU 45. Cho tam giác ABC có thỏa mãn $AC = 15$, $AB = 10$ và $\sin B = \frac{\sin A + \sin C}{\cos A + \cos C}$. Tìm độ dài đoạn BC .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\sin B &= \frac{\sin A + \sin C}{\cos A + \cos C} \\ \Leftrightarrow \sin B(\cos A + \cos C) &= \sin A + \sin C \\ \Leftrightarrow \frac{b}{2R} \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right) &= \frac{a + c}{2R} \\ \Leftrightarrow a(b^2 + c^2 - a^2) + c(a^2 + b^2 - c^2) &= 2a^2c + 2c^2a \\ \Leftrightarrow a^3 + c^3 + a^2c + ac^2 - ab^2 - b^2c &= 0 \\ \Leftrightarrow (a + c)(a^2 + c^2) - b^2(a + c) &= 0 \\ \Leftrightarrow a^2 + c^2 &= b^2.\end{aligned}$$

Suy ra tam giác $\triangle ABC$ vuông tại B .

Từ đó, theo định lý Py-ta-go, ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 5\sqrt{5}$.

CÂU 46. Cho tam giác ABC có trọng tâm G và độ dài ba cạnh AB , BC , CA lần lượt là 15, 18, 27.

a) Tính diện tích và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

b) Tính diện tích tam giác GBC .

Lời giải.

a) Nửa chu vi của tam giác ABC là $p = \frac{15 + 18 + 27}{2} = 30$.

Vậy $S = \sqrt{30 \cdot (30 - 15) \cdot (30 - 18) \cdot (30 - 27)} = 90\sqrt{2}$.

Ta có

$$S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{15 \cdot 18 \cdot 27}{4 \cdot 90\sqrt{2}} = \frac{81\sqrt{81}}{8}.$$

b) Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên $S_{\triangle GBC} = \frac{1}{3}S = 30\sqrt{2}$.

CÂU 47. Cho $\cos \alpha = -\frac{5}{9}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α .

Lời giải.

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{5}{9}\right)^2 = \frac{56}{81}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{\frac{56}{81}} = \frac{2\sqrt{14}}{9} \quad (\text{vì } \sin \alpha \geq 0, \forall \alpha).$$

$$\text{Suy ra } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{2\sqrt{14}}{5} \text{ và } \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{5\sqrt{14}}{28}$$

CÂU 48. Cho tam giác ABC , chứng minh rằng $\cot A + \cot B + \cot C \geq \sqrt{3}$.

Lời giải.

Áp dụng định lý cosin và công thức $S = \frac{1}{2}bc \sin A$ ta có:

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc \sin A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S}.$$

$$\text{Tương tự ta có } \cot B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{4S}, \cot C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S}.$$

$$\text{Suy ra } \cot A + \cot B + \cot C = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{4S} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S}.$$

$$\text{Theo bất đẳng thức Cauchy ta có } (p-a)(p-b)(p-c) \leq \left(\frac{3p-a-b-c}{3}\right)^3 = \left(\frac{p}{3}\right)^3.$$

$$\text{Mặt khác } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \Rightarrow S \leq \sqrt{p \cdot \frac{p^3}{27}} = \frac{p^2}{3\sqrt{3}}.$$

$$\text{Ta có } p^2 = \frac{(a+b+c)^2}{4} \leq \frac{3(a^2+b^2+c^2)}{4} \text{ suy ra } S \leq \frac{a^2+b^2+c^2}{4\sqrt{3}}.$$

$$\text{Do đó } \cot A + \cot B + \cot C \geq \frac{a^2+b^2+c^2}{4 \cdot \frac{a^2+b^2+c^2}{4\sqrt{3}}} = \sqrt{3}.$$

CÂU 49. Cho tam giác ABC có $AB = 6$, $AC = 8$ và $\hat{A} = 60^\circ$.

a) Tính diện tích tam giác ABC .

b) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính diện tích tam giác IBC .

Lời giải.

a) Ta có

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ = 12\sqrt{3}.$$

b) Ta có $\widehat{BIC} = 2\widehat{BAC} = 120^\circ$

Ta có

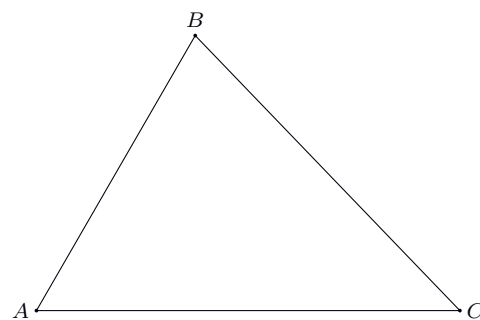
$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A} = \sqrt{6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}} = 2\sqrt{13}.$$

Ta có

$$S = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4S} = \frac{6 \cdot 8 \cdot 2\sqrt{13}}{4 \cdot 12\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{39}}{3}$$

$$\text{Từ đó suy ra } IB = IC = R = \frac{2\sqrt{39}}{3}.$$

$$\text{Vậy } S_{\triangle IBC} = \frac{1}{2} IB \cdot IC \cdot \sin \widehat{BIC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{39}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{39}}{3} \cdot \sin 120^\circ \approx 7,5.$$



CÂU 50. Có hai tàu A và B nằm cùng phía với đường bờ biển (giả sử đường bờ biển là một đường thẳng). Biết tàu A , tàu B lần lượt cách đường bờ biển là 3 hải lý và 6 hải lý; khoảng cách giữa hai tàu A và B là 5 hải lý. Người ta muốn xây dựng một trạm nhiên liệu dọc theo đường bờ biển. Hỏi phải đặt trạm nhiên liệu cách tàu A bao nhiêu hải lý để tổng khoảng cách từ trạm nhiên liệu đến hai tàu A và B là ngắn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Lời giải.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B lên đường thẳng d và D là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng BK .

Khi đó theo giả thuyết ta có $AH = 3, BK = 6, AB = 5$. Suy ra $DK = AH = 3$.

Khi đó $BD = BK - DK = 6 - 3 = 3$.

Tam giác BDA vuông tại D nên $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$. Suy ra $HK = AD = 4$.

Gọi A' đối xứng với A qua đường thẳng d .

Gọi điểm cần xây dựng một trạm nhiên liệu dọc bờ biển là điểm M .

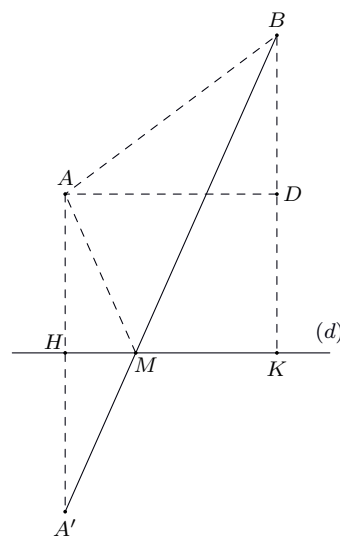
Theo tính chất đối xứng thì $MA = MA'$.

Khi đó $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Vậy khi $MA + MB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi A', M, B thẳng hàng. Khi đó M là giao điểm của $A'B$ với đường thẳng d .

$$\text{Suy ra } \frac{A'H}{BK} = \frac{HM}{MK} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{MH}{HK} = \frac{1}{3} \Rightarrow MH = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Ta được } AM = \sqrt{AH^2 + MH^2} = \sqrt{3^2 + \frac{16}{9}} \approx 3,3 \text{ hải lý.}$$



Vậy ta cần đặt trạm nhiên liệu cách tàu A một khoản 3,3 hải lý.

