

Bài 2. HÀM SỐ BẬC HAI

QUICK NOTE

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Khái niệm hàm số bậc hai

Hàm số bậc hai theo biến x là hàm số cho bởi công thức $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực và $a \neq 0$.

Tập xác định của hàm số bậc hai là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

2. Đồ thị của hàm số bậc hai

- ☑ Đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) là một đường parabol có **đỉnh** $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$, có **trục đối xứng** là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.
Parabol này quay bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$.

- ☑ Để vẽ đường parabol $y = ax^2 + bx + c$ ta tiến hành theo các bước sau

- Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$;
- Vẽ trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$;
- Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có) và một vài điểm đặc biệt trên parabol;
- Vẽ Parabol.

Nhận xét.

Với $a > 0$	Với $a < 0$
Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$;	Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$;
Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$;	Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$;
$-\frac{\Delta}{4a}$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số.	$-\frac{\Delta}{4a}$ là giá trị lớn nhất của hàm số.

B. CÁC DẠNG TOÁN

1

Tập xác định, bảng biến thiên, tính đơn điệu, GTLN, GTNN của hàm số bậc hai

Với $a > 0$		
x	$-\infty$	$+\infty$
	$-\frac{b}{2a}$	
y	$+\infty$	$+\infty$
	$-\frac{\Delta}{4a}$	

Với $a < 0$		
x	$-\infty$	$+\infty$
	$-\frac{b}{2a}$	
y	$-\infty$	$-\infty$
	$-\frac{\Delta}{4a}$	

VÍ DỤ 1. Xét sự biến thiên của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$.

VÍ DỤ 2. Xét tính đơn điệu của hàm số $y = -x^2 + 2x - 3$.

VÍ DỤ 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 5$.

VÍ DỤ 4. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -\sqrt{2}x^2 + 4x$.

QUICK NOTE

2

Xác định hàm số bậc hai

Ta thực hiện theo các bước sau.

Bước 1: Giả sử parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$.

Bước 2: Dựa vào giả thiết đề bài để xác định a, b, c .

Một số giả thiết thường gặp ở bước này và cách xử lí.

☑ Parabol đi qua điểm $M(x_0; y_0) \Rightarrow y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$.

☑ Parabol có trục đối xứng $x = x_0 \Rightarrow x_0 = -\frac{b}{2a}$.

☑ Parabol có đỉnh $I(x_0; y_0) \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} \\ y_0 = -\frac{\Delta}{4a} \end{cases}$ hoặc $y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$

☑ Parabol có giá trị nhỏ nhất (hoặc giá trị lớn nhất) bằng $y_0 \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ y_0 = -\frac{\Delta}{4a} \end{cases}$

(hoặc $\begin{cases} a < 0 \\ y_0 = -\frac{\Delta}{4a} \end{cases}$).

Bước 3: Kết luận.

VÍ DỤ 1. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 3$, biết rằng parabol đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(-2; 11)$.

VÍ DỤ 2. Cho parabol $(P): y = -x^2 + bx + c$. Xác định b, c biết (P) đi qua điểm $M(-2; 4)$ và có trục đối xứng $x = -2$.

3

Đồ thị của hàm số bậc hai

Để vẽ đường parabol $y = ax^2 + bx + c$ ta tiến hành theo các bước sau

a) Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$;

b) Vẽ trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$;

c) Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có) và một vài điểm đặc biệt trên parabol;

d) Vẽ Parabol.

VÍ DỤ 1. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$.

VÍ DỤ 2. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$.

4

Bài toán tương giao

☑ Dựa vào các công thức cần nhớ để tìm tọa độ của đỉnh, giao điểm của parabol với các trục tọa độ. Tuy nhiên, khi tìm tọa độ của đỉnh I thì ta chỉ cần tìm hoành độ $x_0 = -\frac{b}{2a}$. Rồi sau đó thế x_0 vào hàm số ban đầu để tìm $y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$ là tung độ của đỉnh I .

☑ Dựa vào phương trình hoành độ giao điểm để xác định giao điểm của parabol (P) với đường thẳng.

VÍ DỤ 1. Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị là parabol (P) . Tìm tọa độ của đỉnh, giao điểm của đồ thị với trục tung và trục hoành.

VÍ DỤ 2. Cho hàm số $y = -x^2 - 3x + 1$ có đồ thị là parabol (P) . Tìm tọa độ của đỉnh, giao

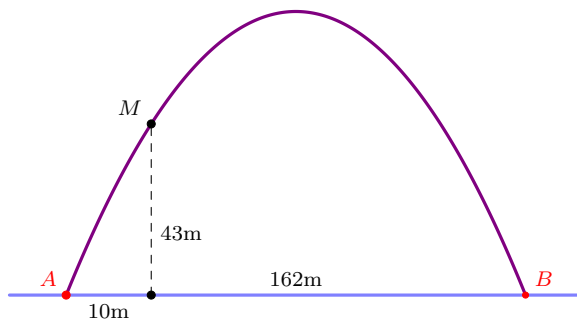
điểm của đồ thị với trục tung và trục hoành.

5

Bài toán thực tế liên quan đến hàm số bậc hai

VÍ DỤ 1. Một viên bi rơi tự do từ độ cao 19,6 m xuống mặt đất. Độ cao h (mét) so với mặt đất của viên bi trong khi rơi phụ thuộc vào thời gian t (giây) theo công thức $h = 19,6 - 4,9t^2$, $h, t \geq 0$. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi rơi viên bi chạm đất?

VÍ DỤ 2. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy xác định độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng).



C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

1. Tập xác định, bảng biến thiên, tính đơn điệu, GTLN-GTNN

BÀI 1. Lập bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 + 6x + 5$.

BÀI 2. Lập bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 + 4x + 3$.

2. Xác định hàm số bậc hai

BÀI 3. Cho hàm số $y = x^2 + ax + b$. Tìm các hệ số a, b biết đồ thị hàm số đi qua hai điểm $M(-1; 0)$ và $N(-2; -1)$.

BÀI 4. Xác định Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ biết (P) đi qua ba điểm $A(1; 1)$, $B(-3; 2)$, $C(2; 5)$.

BÀI 5. Tìm parabol $y = ax^2 + bx + 3$, biết rằng parabol đó

a) đi qua điểm $P(-3; 9)$ và có trục đối xứng $x = -1$;

b) có đỉnh $I(-2; 19)$.

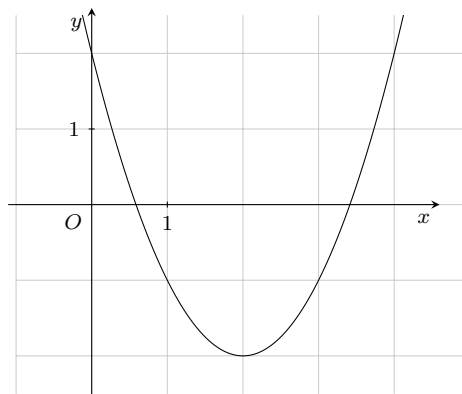
3. Đồ thị của hàm số bậc hai

BÀI 6. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$.

BÀI 7. Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

BÀI 8.

Xác định dấu của các hệ số a, b, c và dấu của biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$ của hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$, biết đồ thị của nó có dạng như hình bên.



QUICK NOTE

QUICK NOTE

4. Bài toán tương giao

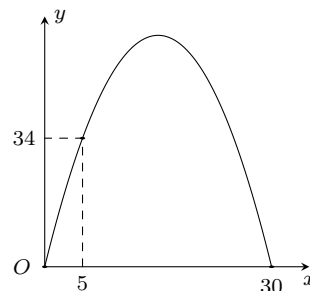
BÀI 9. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 1$ và $y = 2x - 1$.

BÀI 10. Tìm tham số m để $(P): y = x^2 - 2x$ cắt đường thẳng $y = m$ tại hai điểm phân biệt.

5. Bài toán thực tế liên quan

BÀI 11.

Tháp cầu vượt hai tầng Ngã ba Huế là điểm nhấn kiến trúc mới cho đô thị Đà Nẵng, có hình parabol. Một nhóm học sinh muốn đo chiều cao của tháp bằng cách lập một hệ trục tọa độ sao cho một chân tháp đi qua gốc tọa độ, chân kia của tháp có tọa độ $(30; 0)$, và đo được một điểm M trên tháp có tọa độ $(5; 34)$. Tính chiều cao của tháp.



BÀI 12. Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao 1 m, sau đó 1 giây nó đạt độ cao 10 m và 3,5 giây nó ở độ cao 6,25 m. Hỏi độ cao cao nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu mét?

BÀI 13. Một rạp chiếu phim có sức chứa 1 000 người. Với giá vé là 40 000 đồng, trung bình sẽ có khoảng 300 người đến rạp xem phim mỗi ngày. Để tăng số lượng vé bán ra, rạp chiếu phim đã khảo sát thị trường và thấy rằng nếu giá vé cứ giảm 10 000 đồng thì sẽ có thêm 100 người đến rạp mỗi ngày.

- Tìm công thức của hàm số $R(x)$ mô tả doanh thu từ tiền bán vé mỗi ngày của rạp chiếu phim khi giá vé là x nghìn đồng.
- Tìm mức giá vé để doanh thu từ tiền bán vé mỗi ngày của rạp là lớn nhất

BÀI 14. Một hòn đá được ném lên trên theo phương thẳng đứng. Khi bỏ qua sức cản không khí, chuyển động của hòn đá tuân theo phương trình sau

$$y = -4,9t^2 + mt + n,$$

với m, n là các hằng số. Ở đây $t = 0$ là thời điểm hòn đá được ném lên, $y(t)$ là độ cao của hòn đá tại thời điểm t (giây) sau khi ném và $y = 0$ ứng với bóng chạm đất.

- Tìm phương trình chuyển động của hòn đá, biết rằng điểm ném cách mặt đất 1,5 m và thời gian để hòn đá đạt độ cao lớn nhất là 1,2 giây sau khi ném.
- Tìm độ cao của hòn đá sau 2 giây kể từ khi bắt đầu ném.
- Sau bao lâu kể từ khi ném, hòn đá rơi xuống mặt đất (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

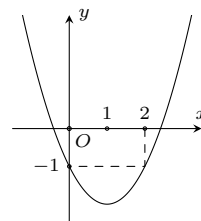
CÂU 1. Hàm số nào sau đây là hàm số bậc hai?

- ☐ A $y = 2x + 1$.
 ☐ B $y = 3x - 4$.
 ☐ C $y = x^2 - 1$.
 ☐ D $y = \frac{x+2}{x-1}$.

CÂU 2.

Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?

- ☐ A $y = -x^2 - 2x + 3$.
 ☐ B $y = x^2 + 2x - 2$.
 ☐ C $y = 2x^2 - 4x - 2$.
 ☐ D $y = x^2 - 2x - 1$.



CÂU 3. Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-6	$+\infty$

QUICK NOTE

A $y = -x^2 + 4x + 2$.

B $y = x^2 - 4x - 2$.

C $y = x^2 - 4x + 1$.

D $y = x^2 - 4x + 2$.

CÂU 4. Tọa độ đỉnh của đồ thị hàm số $y = 2x^2 + 5x - 7$ là

A $\left(-\frac{5}{4}; -\frac{81}{8}\right)$. **B** $\left(-\frac{5}{4}; -\frac{81}{2}\right)$. **C** $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{81}{2}\right)$. **D** $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{81}{4}\right)$.

CÂU 5. Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P), tọa độ đỉnh I của nó được xác định bởi công thức nào?

A $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. **B** $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{2a}\right)$. **C** $I\left(-\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. **D** $I\left(\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

CÂU 6. Parabol $y = x^2 + 5x + 6$ có tọa độ đỉnh là

A $\left(5; \frac{1}{2}\right)$. **B** $\left(-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **C** $\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{4}\right)$. **D** $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{4}\right)$.

CÂU 7. Hoành độ đỉnh của parabol (P): $y = 2x^2 - 4x + 3$ bằng

A -2 . **B** 2 . **C** -1 . **D** 1 .

CÂU 8. Đường thẳng nào sau đây là trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = 2x^2 + 8x + 5$?

A $x = -2$. **B** $x = 2$. **C** $x = 4$. **D** $x = -4$.

CÂU 9. Hàm số $y = x^2 + 3x + 7$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$. **B** $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **C** $(-\infty; +\infty)$. **D** $(-3; -1)$.

CÂU 10. Cho hàm số $y = -x^2 - 2x + 8$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A Hàm số nghịch biến trên $(2; 3)$. **B** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.
C Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$. **D** hàm số đồng biến trên $(-4; 2)$.

CÂU 11. Cho hàm số $y = x^2 - 2x - 1$, mệnh đề nào sai?

A Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.
B Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.
C Đồ thị hàm số có đỉnh $I(1; -2)$.
D Đồ thị hàm số có trục đối xứng $x = -2$.

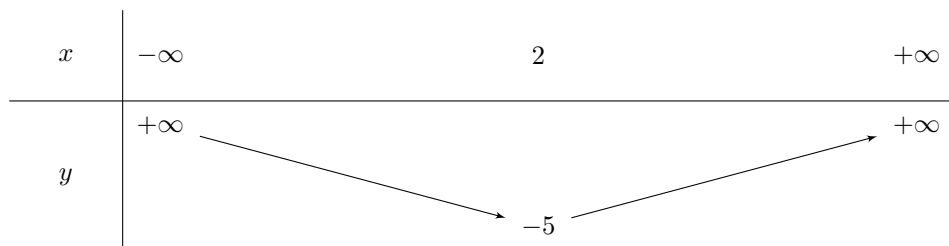
CÂU 12. Cho hàm số $y = x^2 - 2x - 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
B Đồ thị hàm số là parabol có đỉnh $I(2; -3)$.
C Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
D Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $M(3; 0)$.

CÂU 13. Cho hàm số: $y = x^2 - 2x - 1$, mệnh đề nào sai?

A Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.
B Đồ thị hàm số có đỉnh $I(1; -2)$.
C Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.
D Đồ thị hàm số có trục đối xứng: $x = -2$.

CÂU 14. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?



A $y = -x^2 + 4x$. **B** $y = -x^2 + 4x - 9$.
C $y = x^2 - 4x - 1$. **D** $y = x^2 - 4x - 5$.

QUICK NOTE

CÂU 15. Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số $y = x^2 + 2(b + 6)x + 4$ đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

- (A) $b \geq 0$. (B) $b = -12$. (C) $b \geq -12$. (D) $b \geq -9$.

CÂU 16. Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $\max_{x \in (0;3)} y = 9$. (B) $\min_{x \in (0;3)} y = 8$. (C) $\max_{x \in (0;3)} y = 8$. (D) $\min_{x \in (0;3)} y = 5$.

CÂU 17. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = x^2 - 3x$ trên đoạn $[0; 2]$.

- (A) $M = -2; m = -\frac{9}{4}$. (B) $M = \frac{9}{4}; m = 0$.
(C) $M = 0; m = -\frac{9}{4}$. (D) $M = 2; m = -\frac{9}{4}$.

CÂU 18. Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ bằng -3 .

- (A) $m = -9$. (B) $m = 0$. (C) $m = -3$. (D) $m = 1$.

CÂU 19. Cho hàm số $y = x^2 - 2(m + 1)x + 3$ (với m là tham số). Trên đoạn $[-2018; 2018]$ có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

- (A) 2019. (B) 2018. (C) 2021. (D) 2020.

CÂU 20. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^2 + (m - 1)x + 2m - 1$ đồng biến trên $(-2; +\infty)$. Khi đó tập hợp $(-10; 10) \cap S$ là tập hợp nào?

- (A) $(-10; 5)$. (B) $[5; 10)$. (C) $(5; 10)$. (D) $(-10; 5]$.

CÂU 21. Parabol $(P): y = ax^2 + bx + 1$ đi qua hai điểm $A(1; 4)$ và $B(-1; 2)$ là

- (A) $y = x^2 + 2x + 1$. (B) $y = 2x^2 + x + 1$.
(C) $y = -x^2 + 4x + 1$. (D) $y = -2x^2 - x + 1$.

CÂU 22. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(0; -1)$, $B(1; -1)$, $C(-1; 1)$ có phương trình là

- (A) $y = x^2 - x - 1$. (B) $y = x^2 + x - 1$. (C) $y = x^2 + x + 1$. (D) $y = x^2 - x + 1$.

CÂU 23. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(0; 6)$ và có đỉnh $I(-2; 4)$ có phương trình là

- (A) $y = x^2 + 2x + 6$. (B) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$.
(C) $y = x^2 + x + 4$. (D) $y = x^2 + 6x + 6$.

CÂU 24. Cho $(P): y = x^2 + bx + c$ có đỉnh $I(-1; 4)$. Tính $M = 2b + c$?

- (A) $M = 7$. (B) $M = 9$. (C) $M = -3$. (D) $M = -4$.

CÂU 25. Parabol $y = ax^2 - 4x + c$ nhận $I(-2; -1)$ làm đỉnh, có phương trình là

- (A) $y = x^2 - 4x - 1$. (B) $y = -x^2 - 4x - 5$.
(C) $y = -x^2 - 4x - 13$. (D) $y = x^2 - 4x - 5$.

CÂU 26. Cho Parabol $(P): y = (m - 1)x^2 - 2(m - 2)x + m - 3$. Tìm m để (P) có đỉnh là $S(-1; -2)$.

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) 0. (C) $\frac{3}{2}$. (D) $\frac{2}{3}$.

CÂU 27. Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; -8)$ và có đỉnh $I(2; 1)$.

- (A) $y = -x^2 + 4x - 3$. (B) $y = x^2 - 4x + 3$.
(C) $y = -x^2 - 4x - 3$. (D) $y = x^2 - 2x - 1$.

CÂU 28. Cho hàm số $y = ax^2 + 2x + c$, biết rằng hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 tại điểm $x = -1$. Khi đó giá trị của a và c là

- (A) $a = 1, c = 2$. (B) $a = 1, c = -2$. (C) $a = -1, c = 2$. (D) $a = 1, c = 5$.

CÂU 29. Biết hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -1)$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- (A) $S = 4$. (B) $S = 2$. (C) $S = -4$. (D) $S = -1$.

QUICK NOTE

CÂU 30. Biết rằng parabol $(P): y = ax^2 - bx + c$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là 4, đi qua điểm $A(3; 7)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$. Giá trị của biểu thức $S = abc$ là

- (A) $S = 8$. (B) $S = -16$. (C) $S = -8$. (D) $S = 16$.

CÂU 31. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) có đỉnh $I(2; -1)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .

- (A) $y = x^2 - 2x - 3$. (B) $y = -x^2 - 2x - 3$.
(C) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3$. (D) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$.

CÂU 32. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), biết rằng đỉnh của parabol đó có tung độ bằng -25 , đồng thời parabol đó cắt trục hoành tại hai điểm $A(-4; 0)$ và $B(6; 0)$.

CÂU 33. Cho các số nguyên a, c sao cho parabol $y = ax^2 - 4x + c$ đi qua điểm $M(4; 2)$ và có tung độ đỉnh là -2 . Tính tổng $S = a + c$.

- (A) $S = 3$. (B) $S = 4$. (C) $S = -1$. (D) $S = 1$.

CÂU 34. Tìm các số thực a, c ($c > 0$) sao cho parabol $(P): y = ax^2 + 2x + c$ đi qua điểm $M(2; 3)$ và có tung độ đỉnh là 4.

- (A) $a = 1, c = -5$. (B) $a = -2, c = 7$. (C) $a = 2, c = -9$. (D) $a = -1, c = 3$.

CÂU 35. Cho Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Biết (P) đi qua điểm $A(1; -1)$, $B(3; -11)$ và đỉnh của (P) có tung độ bằng $-\frac{7}{8}$. Tính $S = a + b - c$.

- (A) $S = 3$. (B) $S = 5$. (C) $S = 7$. (D) $S = 4$.

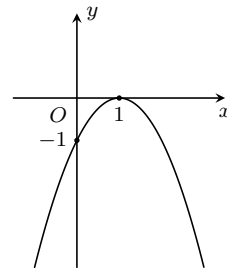
CÂU 36. Cho hàm số $y = x^2 - 2(m+2)x - m + 3$ có đồ thị là parabol (P) . Khi m thay đổi, đỉnh I của (P) luôn di chuyển trên một parabol cố định. Phương trình parabol đó là

- (A) $y = x^2 - 4x + 2$. (B) $y = -x^2 - x + 5$.
(C) $y = -x^2 + 4x - 3$. (D) $y = -x^2 - 5x - 1$.

CÂU 37.

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

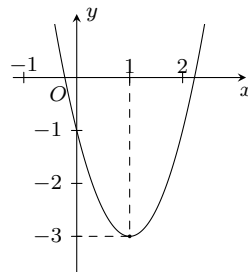
- (A) $y = -x^2 + 2x - 1$. (B) $y = x^2 - 2x - 1$.
(C) $y = -x^2 - 2x - 1$. (D) $y = -x^2 + 2x + 3$.



CÂU 38.

Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Đồ thị bên là của hàm số nào?

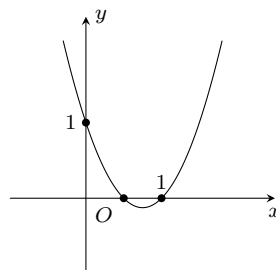
- (A) $y = 2x^2 - 4x - 1$. (B) $y = x^2 - 4x - 1$.
(C) $y = 2x^2 - 4x + 1$. (D) $y = -2x^2 - 4x - 1$.



CÂU 39.

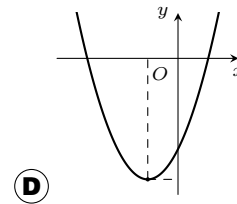
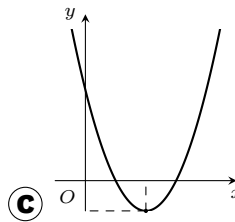
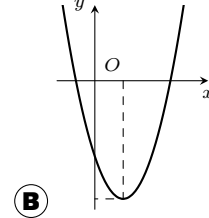
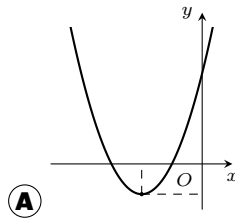
Hàm số nào trong 4 phương án liệt kê ở A, B, C, D dưới đây có đồ thị như hình bên?

- (A) $y = -x^2 + 3x - 1$. (B) $y = -2x^2 + 3x - 1$.
(C) $y = 2x^2 - 3x + 1$. (D) $y = x^2 - 3x + 2$.

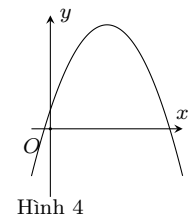
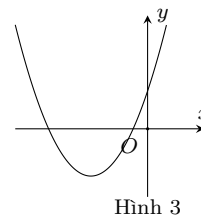
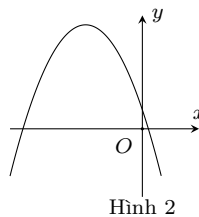
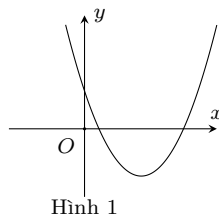


CÂU 40. Đồ thị hàm số $y = 4x^2 - 3x - 1$ có dạng nào trong các dạng sau đây?

QUICK NOTE

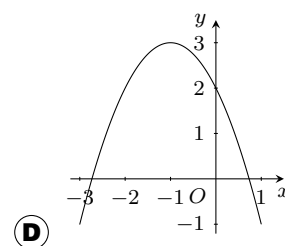
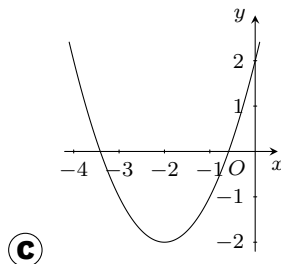
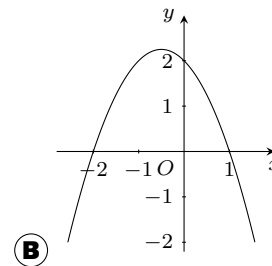
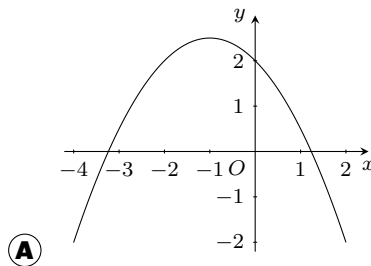


CÂU 41. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a > 0, b > 0, c > 0$. Đồ thị của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây?



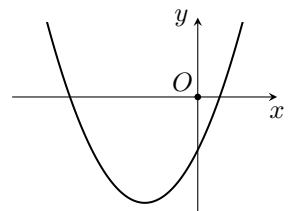
- (A)** Hình (4). **(B)** Hình (3). **(C)** Hình (1). **(D)** Hình (2).

CÂU 42. Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$ có đồ thị là hình nào dưới đây?



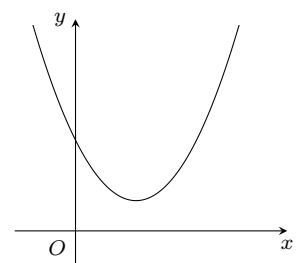
CÂU 43. Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ thì dấu của các hệ số a, b, c là

- (A)** $a > 0, b < 0, c < 0$. **(B)** $a > 0, b > 0, c > 0$.
(C) $a < 0, b > 0, c > 0$. **(D)** $a > 0, b > 0, c < 0$.



CÂU 44. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

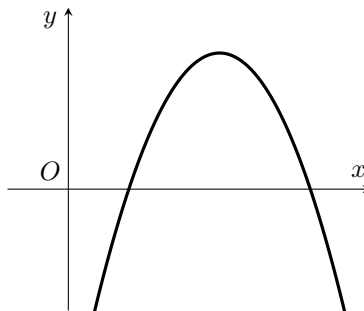
- (A)** $a > 0, b < 0, c < 0$. **(B)** $a < 0, b < 0, c > 0$.
(C) $a > 0, b < 0, c > 0$. **(D)** $a > 0, b > 0, c > 0$.



CÂU 45.

Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hãy tìm khẳng định đúng

- (A) $a > 0; b > 0; c > 0$. (B) $a > 0; b \geq 0; c < 0$.
(C) $a < 0; b > 0; c < 0$. (D) $a < 0; b \leq 0; c < 0$.



CÂU 46. Tìm số giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 3x + 5$ với trục Ox .

- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

CÂU 47. Giao điểm của parabol $y = x^2 - 3x + 2$ với đường thẳng $y = x - 1$ là

- (A) $(2; 1), (3; 2)$. (B) $(1; 0), (3; 2)$. (C) $(0; -1), (-2; -3)$. (D) $(-1; 2), (2; 1)$.

CÂU 48. Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$ là

- (A) $M(0; -2); N(2; -4)$. (B) $M(-1; -1); N(-2; 0)$.
(C) $M(-3; 1); N(3; -5)$. (D) $M(1; -3); N(2; -4)$.

CÂU 49. Parabol nào sau đây cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt?

- (A) $y = -x^2 + 2x - 1$. (B) $y = x^2 - 2x + 3$.
(C) $y = -x^2 - 1$. (D) $y = 2x^2 - 5x + 2$.

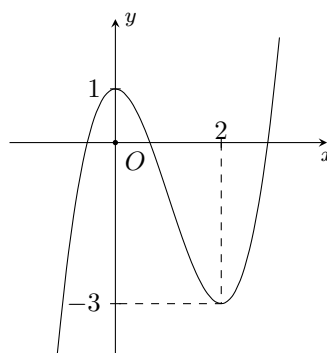
CÂU 50. Tổng tung độ hai giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 5x + 6$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 2$ bằng

- (A) $7 + 2\sqrt{17}$. (B) 12. (C) $2\sqrt{17} - 4$. (D) 10.

CÂU 51.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $2f(x) - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 4.



CÂU 52. Đồ thị hàm số $y = x^2 + 5$ và $y = -mx + 1$ cắt nhau tại một điểm thì m bằng

- (A) $m = 4$ hoặc $m = -4$. (B) $m = 0$ hoặc $m = 4$.
(C) $m = 0$ hoặc $m = -4$. (D) $m = 0$ hoặc $m = -4$ hoặc $m = 4$.

CÂU 53. Đồ thị hàm số $y = x^2 + 5$ và $y = -mx + 1$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi

- (A) $m > 4$. (B) $m < -4$.
(C) $-4 < m < 4$. (D) $m > 4$ hoặc $m < -4$.

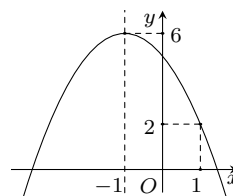
CÂU 54. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đường thẳng $y = mx - 3$ không có điểm chung với Parabol $y = x^2 + 1$?

- (A) 6. (B) 9. (C) 7. (D) 8.

CÂU 55. Cho hàm số $y = -x^2 - 2x + 5$ có đồ thị bên

Tất cả giá trị của m để đường thẳng $y = m$ cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt trong đó có đúng 1 điểm có hoành độ lớn hơn 1.

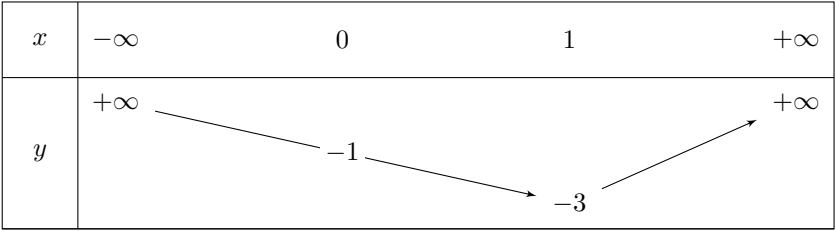
- (A) $m > 2$. (B) $m < 1$. (C) $m < 2$. (D) $m > 1$.



CÂU 56. Cho hàm số bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

QUICK NOTE

QUICK NOTE



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $f(x) - m - 4 = 0$ có một nghiệm dương duy nhất.

- A
- B
- C
- D

2026.

2020.

2025.

2024.

CÂU 57. Một vật chuyển động với vận tốc $v = 40 + 18t - t^2$ (m/s). Trong 20 giây đầu vận tốc lớn nhất của vật là bao nhiêu?

- A
- B
- C
- D

121 m/s.

212 m/s.

40 m/s.

4 m/s.

CÂU 58. Một quả bóng chày được đánh lên ở độ cao 3 feet (1 feet = 0,3048 mét) so với mặt đất với vận tốc 100 feet/giây và ở một góc 45° so với mặt đất. Đường đi của quả bóng chày được cho bởi hàm số $f(x) = -0,0032x^2 + x + 2$ trong đó $f(x)$ là chiều cao của bóng chày (theo feet) và x là khoảng cách theo chiều ngang của quả bóng tính từ vị trí ban đầu của quả bóng được đánh lên (theo feet). Tính chiều cao tối đa mà bóng chày đạt được?

- A
- B
- C
- D

78, 125 feet.

79, 125 feet.

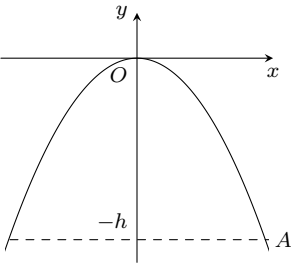
80, 125 feet.

81, 125 feet.

CÂU 59.

Một chiếc cổng hình parabol có dạng của đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và có chiều rộng $d = 8$ m (hình minh họa). Hãy tính chiều cao h của cổng.

- A
- B
- C
- D

 $h = 8$ m. $h = 9$ m. $h = 7$ m. $h = 5$ m.

CÂU 60. Tìm m để Parabol $(P): y = x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 3$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$.

- A
- B
- C
- D

 $m = 2$.Không tồn tại m . $m = -2$. $m = \pm 2$.

CÂU 61. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ biết $f(0) = 0; f(1) = 3; f(2) = 8$. Xét tính đúng sai của mỗi khẳng định sau

Mệnh đề	Đ	S
a) $a = 1; b = 2; c = 0$.		
b) $P = a \cdot b - 2c = 2$.		
c) Giá trị của hàm số tại điểm $x = -10$ là 120.		
d) Phương trình $f(x) = -1$ có nghiệm kép.		

CÂU 62. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên

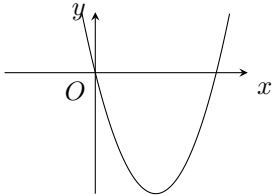
x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

Mệnh đề	Đ	S
a) $a > 0$.		
b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.		

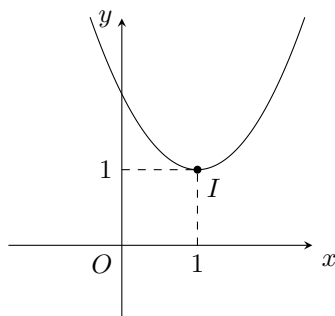
QUICK NOTE

Mệnh đề	Đ	S
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.		
d) $4a + 2b + c = 0$.		

CÂU 63. Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị là (P) .

Mệnh đề	Đ	S
a) Tọa độ đỉnh của đồ thị (P) là $I(2; -1)$.		
b) Đồ thị đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$.		
c) Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng $x = 3$.		
d) Đồ thị (P) có dạng 		

CÂU 64. Cho hàm số $y = x^2 + bx + c$ có đồ thị (P) như hình vẽ.



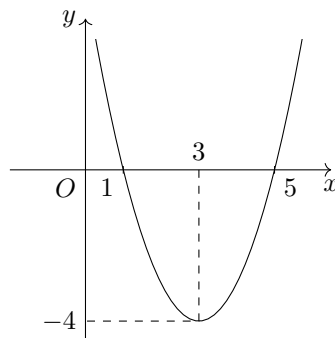
Mệnh đề	Đ	S
a) Trục đối xứng của đồ thị (P) là $x = 1$.		
b) Đồ thị (P) có đỉnh $I(1; 1)$.		
c) Đồ thị (P) có phương trình $y = x^2 - 2x$.		
d) Đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = 2x + 2$ cắt nhau tại hai điểm A và B . Khi đó $AB = 3\sqrt{5}$.		

CÂU 65. Cho hàm số bậc hai $y = f(x) = -(x - a)(x - b)$ có đồ thị là (P) ($a < b$). Biết (P) có đỉnh $I(1; 4)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) $a + 2b = 1$.		
b) Đường thẳng $(d): y = x + 1$ luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.		
c) $f(x) > 0, \forall x \in (-1; 2)$.		
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$ là $\frac{7}{4}$.		

CÂU 66. Cho hàm số bậc hai có đồ thị như hình vẽ

QUICK NOTE



Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đồ thị hàm số bậc hai có đỉnh là $(-4; 3)$.		
b) Hàm số nhận giá trị âm với mọi $x \in (1; 5)$.		
c) Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi $m > -4$.		
d) Đường thẳng $x = n$ cắt đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi $n > 0$.		

CÂU 67. Cho hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ có đồ thị (P) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) (P) có trục đối xứng là $x = -2$.		
b) (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -5 .		
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ bằng -10 .		
d) Với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$.		

CÂU 68. Cho hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d: y = x - m$. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

Mệnh đề	Đ	S
a) Đường thẳng d luôn song song với đường thẳng $\Delta: y = x$.		
b) Khi $m = 2$, đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm $(1; -1)$ và $(3; 1)$.		
c) Đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm khi và chỉ khi $m < \frac{5}{2}$.		
d) Đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm có hoành độ trái dấu khi và chỉ khi $m < -1$.		

CÂU 69. Cho hàm số $y = x^2 + (2m - 1)x - m + 1$, trong đó m là tham số.

Mệnh đề	Đ	S
a) $y = x^2 + (2m - 1)x - m + 1$ không phải hàm số bậc hai một ẩn.		
b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2m + 1; +\infty)$.		
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{2m - 1}{2}\right)$.		
d) Với $m \geq 3$ thì hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.		

CÂU 70. Cho hàm số $y = x^2 - 2(m - 1)x - 3$ (với m là tham số).

Mệnh đề	Đ	S
a) Hàm số đã cho là hàm số bậc hai.		

Mệnh đề	Đ	S
b) Đồ thị hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; m - 1)$.		
c) Đồ thị hàm số nghịch biến trên khoảng $(m - 2; m + 2)$.		
d) Với $m < 2$ thì hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.		

QUICK NOTE

Bài 3. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Dấu của tam thức bậc hai

⚡ ĐỊNH NGHĨA 3.1. Tam thức bậc hai là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$. Nghiệm của tam thức bậc hai là giá trị của x làm cho tam thức có giá trị bằng 0.

⚡ ĐỊNH LÍ 3.1. [Định lí về dấu của tam thức bậc hai] Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0, \Delta = b^2 - 4ac$. Khi đó:

- ☑ $\Delta < 0 \Rightarrow af(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- ☑ $\Delta = 0 \Rightarrow af(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$ và $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = 0$.
- ☑ $\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} af(x) > 0, \forall x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty) \\ af(x) < 0, \forall x \in (x_1; x_2). \end{cases}$

Với $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $f(x) = 0, x_1 < x_2$.

2. Bất phương trình bậc hai

⚡ ĐỊNH NGHĨA 3.2. Bất phương trình bậc hai một ẩn số là bất phương trình có dạng $ax^2 + bx + c > 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c > 0; ax^2 + bx + c \geq 0; ax^2 + bx + c \leq 0$) với a, b, c là những số thực đã cho, $a \neq 0, x$ là ẩn số.

B. CÁC DẠNG TOÁN

1 Nhận dạng và xét dấu của tam thức bậc hai

Đa thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các hệ số, $a \neq 0$ và x là biến số thực gọi là tam thức bậc hai.

Phương pháp xét dấu của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$

Bước 1: Tính và xác định dấu của biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$.

Bước 2: Xác định nghiệm của $f(x)$ (nếu có).

Bước 3: Xác định dấu của hệ số a .

Bước 4: Xác định dấu của $f(x)$.

Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với a với mọi giá trị x .

Nếu $\Delta = 0$ và $x = -\frac{b}{2a}$ là nghiệm kép của $f(x)$ thì $f(x)$ cùng dấu với a với mọi x khác x_0 .

Nếu $\Delta > 0$ và x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$ ($x_1 < x_2$) thì $f(x)$ trái dấu với a với mọi x thuộc khoảng $(x_1; x_2)$ và $f(x)$ cùng dấu với a với mọi x thuộc hai khoảng $(-\infty; +\infty)$.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Đa thức nào sau đây là tam thức bậc hai?

- a) $4x^2 + 3x + 1$.
- b) $x^3 + 3x^2 - 1$.
- c) $2x^2 + 4x - 1$.

QUICK NOTE

VÍ DỤ 2. Xác định giá trị của tham số m để các đa thức sau là tam thức bậc hai.

a) $(m+1)x^2 + 2x + m$. b) $mx^3 + 2x^2 - x + m$. c) $-5x^2 + 2x - m + 1$.

VÍ DỤ 3. Tìm các giá trị của tham số m để biểu thức $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + 3mx - 6$ là một tam thức bậc hai có $x = 2$ là một nghiệm.

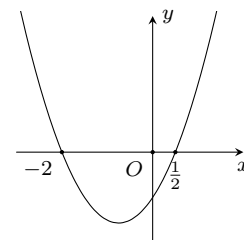
VÍ DỤ 4. Xét dấu của các tam thức bậc hai sau

a) $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$. b) $f(x) = -3x^2 + 2x + 21$. c) $f(x) = -2x^2 - x - 2$.

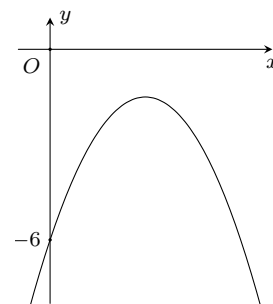
d) $f(x) = -4x(x+3) - 9$. e) $f(x) = (2x+5)(x-3)$.

VÍ DỤ 5. Dựa vào đồ thị của các hàm số bậc hai sau, hãy lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai tương ứng.

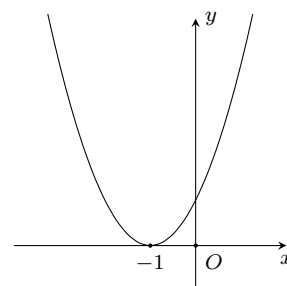
a) $f(x) = x^2 + 1,5x - 1$.



b) $f(x) = -0,5x^2 + 3x - 6$.



c) $f(x) = x^2 + 2x + 1$.



2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Xét dấu của mỗi tam thức bậc hai sau

a) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$.

b) $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$.

c) $f(x) = 2x^2 - 3x + 10$.

d) $f(x) = -5x^2 + 2x + 3$.

e) $f(x) = -4x^2 + 8x - 4$.

f) $f(x) = -3x^2 + 3x - 1$.

BÀI 2. Tính biệt thức và nghiệm (nếu có) của các tam thức bậc hai. Xác định dấu của chúng tại $x = -2$.

a) $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$.

b) $g(x) = 2x^2 + 8x + 8$.

QUICK NOTE

c) $h(x) = 3x^2 + 7x - 10$.

BÀI 3. Tìm tham số m để

a) $f(x) = (2m - 8)x^2 + 2mx + 1$ là một tam thức bậc hai.

b) $f(x) = (2m + 3)x^2 + 3x - 4m^2$ là một tam thức bậc hai có $x = 3$ là một nghiệm.

c) $f(x) = 2x^2 + mx - 3$ dương tại $x = 2$.

BÀI 4. Tìm các giá trị của tham số m để

a) $f(x) = (m^2 + 9)x^2 + (m + 6)x + 1$ là một tam thức bậc hai có một nghiệm duy nhất.

b) $f(x) = (m - 1)x^2 + 3x + 1$ là một tam thức bậc hai có hai nghiệm phân biệt.

c) $f(x) = mx^2 + (m + 2)x + 1$ là một tam thức bậc hai vô nghiệm.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

(A)

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

(B)

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

(C)

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

(D)

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

CÂU 2. Bảng xét dấu nào dưới đây là của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

(A)

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

(B)

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

(C)

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$-$

(D)

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$+$

CÂU 3. Tam thức $f(x) = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

(A) $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$.

(B) $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

(C) $x \in (-1; 3)$.

(D) $x \in (-3; 1)$.

CÂU 4. Tam thức $f(x) = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

(A) $x < -13$ hoặc $x > 1$.

(B) $x < -1$ hoặc $x > 13$.

(C) $-13 < x < 1$.

(D) $-1 < x < 13$.

CÂU 5. Tìm tham số m để tam thức $f(x) = 3x^2 - 2mx + 1$ dương tại $x = 1$.

(A) $m < 2$.

(B) $m > 2$.

(C) $m > -2$.

(D) $m < 4$.

CÂU 6. Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để tam thức bậc hai $f(x) = (m - 1)x^2 + 3x + 1$ có hai nghiệm phân biệt.

(A) 4.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

CÂU 7. Tam thức bậc hai nào trong các tam thức dưới đây luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$?

(A) $f(x) = x^2 + 2x + 3$.

(B) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

(C) $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

(D) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$.

CÂU 8. Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + bx + c$ có bảng xét dấu như hình vẽ

QUICK NOTE

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Tính $b + c$.

- ☐ $b + c = -5$.
 ☐ $b + c = 5$.
 ☐ $b + c = -1$.
 ☐ $b + c = 1$.

CÂU 9. Tam thức bậc hai nào dưới đây có bảng xét dấu như hình vẽ?

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

- ☐ $f(x) = x^2 - 4x + 3$.
 ☐ $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$.
☐ $f(x) = -x^2 - 4x - 3$.
 ☐ $f(x) = 3x^2 + 12x + 9$.

CÂU 10. Cho tam thức $f(x) = x^2 + bx + c$ với b, c là các số thực thoả mãn $b + c = -1$ và $c < 0$. Biểu thức nào dưới đây là đúng?

- ☐ $f(0) \cdot f(1) > 0$.
 ☐ $f(0) \cdot f(2) > 0$.
 ☐ $f(0) \cdot f(3) < 0$.
 ☐ $f(2) \cdot f(3) < 0$.

2

Giải bất phương trình bậc hai

Phương pháp giải: Xét dấu vế trái suy ra tập nghiệm.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Giải các bất phương trình sau

- a) $x^2 - 7x + 10 \geq 0$. c) $-x^2 + 5x + 6 > 0$.
 b) $-2x^2 + 4x - 2 \leq 0$. d) $2x^2 - 3x + 1 > 0$.

VÍ DỤ 2. Tìm tập xác định của các hàm số sau

- a) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$.
 b) $y = \sqrt{-x^2 + 7x - 12}$.
 c) $y = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$.

2. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 5x + 6 \leq 0$ là

- ☐ $(-\infty; 2)$.
 ☐ $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$.
☐ $[3; +\infty)$.
 ☐ $[2; 3]$.

CÂU 2. Cho các mệnh đề

(I) Với mọi $x \in [-1; 4]$ thì $-x^2 + 4x + 5 \geq 0$.

(II) Với mọi $x \in (-\infty; 4) \cup (5; 10)$ thì $x^2 + 9x - 10 > 0$.

(III) Với mọi $x \in [2; 3]$ thì $x^2 - 5x + 6 \leq 0$.

- ☐ Mệnh đề (I) và (III) đúng.
 ☐ Chỉ mệnh đề (I) đúng.
☐ Chỉ mệnh đề (III) đúng.
 ☐ Cả ba mệnh đề đều sai.

CÂU 3. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

- ☐ $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.
 ☐ $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.
☐ $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.
 ☐ $[2; +\infty)$.

CÂU 4. Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \geq 0$.

- ☐ $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.
 ☐ $x \in [-1; 5]$.
☐ $x \in [-5; 1]$.
 ☐ $x \in (-5; 1)$.

CÂU 5. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ chứa trong tập hợp nào sau đây?

- (A) $(-1 - \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2})$. (B) $(-1; 3]$.
(C) $(-1 - \sqrt{2}; 3 - \sqrt{2})$. (D) $[1; 3]$.

CÂU 6. Bất phương trình $\frac{2x+1}{x-1} < 1$ có tập nghiệm là

- (A) $(-2; 1)$. (B) $(-\infty; -2)$. (C) $(-\frac{2}{3}; 1)$. (D) $(-\frac{1}{2}; 1)$.

3

Tìm giá trị của tham số để tam thức thoả đk cho trước

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình

$$x^2 - 2(m+1)x + 3m^2 - 3 = 0 \quad (1)$$

- a) có nghiệm;
b) có hai nghiệm trái dấu.

VÍ DỤ 2. Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 \geq 0 \quad (2)$$

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Tìm các giá trị của tham số m để

- a) Phương trình $x^2 - 2mx - m^2 + 8m - 6 = 0$ vô nghiệm.
b) $f(x) = (m-1)x^2 - 2mx + 3m - 2$ là một tam thức bậc hai có hai nghiệm dương phân biệt.

BÀI 2. Tìm m để

- a) Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 2(3-4m)x + 8m - 3$ dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.
b) $(3-3m)x^2 + (3m+6)x - m + 3 < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

BÀI 3. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - mx + m}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

BÀI 4. Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm

$$(m+1)x^2 + 2(m+1)x + 3m - 6 \geq 0.$$

BÀI 5. Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $-1 \leq \frac{x^2 - 2x - m}{x^2 + 2x + 2022} < 2$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

BÀI 6. Tìm các giá trị của tham số m để

- a) Phương trình $(m+2)x^2 - 3x + 2m - 3 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu.
b) $f(x) = x^2 - 6mx + 2 - 2m + 9m^2$ là một tam thức bậc hai có hai nghiệm âm phân biệt.

BÀI 7. Tìm các giá trị của tham số m để

- a) $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ không âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.
b) $(2m^2 - 3m - 2)x^2 + 2(m-2)x - 1 \leq 0$ có tập nghiệm là \mathbb{R} .

BÀI 8. Tìm các giá trị của tham số m để

- a) $5x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm.
b) $-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm.
c) $(1-m)x^2 - 2(m-1)x + m - 3 \geq 0$ vô nghiệm.

BÀI 9. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x + m - 5}$ có tập xác định là \mathbb{R} .

BÀI 10. Xác định m để bất phương trình $\frac{x^2 + mx - 1}{2x^2 - 2x + 3} < 1$ đúng với mọi số thực x .

QUICK NOTE

QUICK NOTE

3. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $(m+1)x^2 - 2x - 3 + m = 0$ có hai nghiệm trái dấu là $(a; b)$, với a, b là các số thực, $a < b$. Tính $T = a^2 + b^2$.

- (A) $T = 9$. (B) $T = 8$. (C) $T = 1$. (D) $T = 10$.

CÂU 2. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - 4mx - 4m^2 + 16m - 6 = 0$ có nghiệm.

- (A) $-\frac{3}{2} \leq m \leq -\frac{1}{2}$. (B) $\begin{cases} m \geq \frac{3}{2} \\ m \leq \frac{1}{2} \end{cases}$. (C) $-\frac{3}{2} < m < -\frac{1}{2}$. (D) $\begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$.

CÂU 3. Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

- (A) $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$. (B) $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.
(C) $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$. (D) $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

CÂU 4. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$ có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$?

- (A) $m > -1$. (B) $-1 \leq m \leq 3$. (C) $-1 < m \leq 3$. (D) $-1 < m < 3$.

CÂU 5. Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m-2)x^2 - 2(m-3)x + m + 1 > 0$ có tập nghiệm là \mathbb{R} .

- (A) $m > 3$. (B) $m < \frac{11}{5}$. (C) $m < -3$. (D) $m > \frac{11}{5}$.

CÂU 6. Cho $f(x) = x^2 - (m^2 + m + 1)x + m^3 + m^2$ với m là tham số thực. Biết rằng có đúng 2 giá trị m_1, m_2 để $f(x)$ không âm với mọi giá trị của x . Tính tổng $m_1 + m_2$.

- (A) 1. (B) -1. (C) 2. (D) -2.

CÂU 7. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{mx^2 - mx + 3}$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

- (A) $[0; 12]$. (B) $(0; 12)$. (C) $[0; 12)$. (D) $(0; 12]$.

CÂU 8. Giá trị của m để bất phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3(m-2) > 0$ vô nghiệm là

- (A) $m \geq 5$. (B) $m \leq \frac{1}{2}$. (C) $m < \frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

CÂU 9. Với giá trị nào của m thì với mọi x ta có $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$:

- (A) $m \leq -\frac{5}{3}$. (B) $-\frac{5}{3} < m < 1$. (C) $m < 1$.
(D) . (E) $-\frac{5}{3} \leq m < 1$.

CÂU 10. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{\sqrt{mx^4 + mx^3 + (m+1)x^2 + mx + 1}}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số xác định với mọi x thuộc \mathbb{R} .

- (A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) Vô số.

4

Ứng dụng thực tế

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao 320 m với vận tốc ban đầu $v_0 = 20$ m/s. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá 100 m? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.

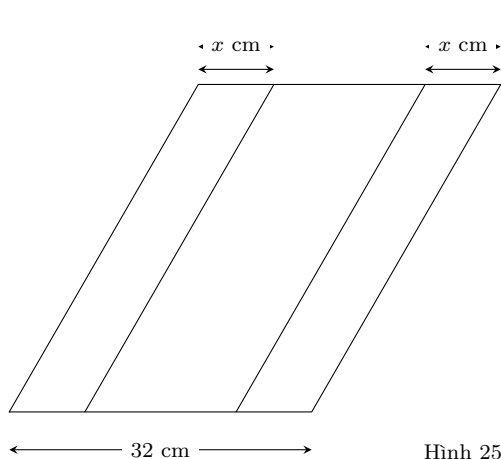
VÍ DỤ 2. Để xây dựng phương án kinh doanh cho một loại sản phẩm, doanh nghiệp tính toán lợi nhuận y (đồng) theo công thức sau $y = -200x^2 + 92000x - 8400000$, trong đó x là số sản phẩm được bán ra. Cho biết doanh nghiệp có lãi khi nào, bị lỗ khi nào.

VÍ DỤ 3. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau:

50 khách đầu tiên có giá là 300 000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 5 000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

- Gọi x là số lượng khách từ người thứ 51 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .
- Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 15 080 000 đồng.

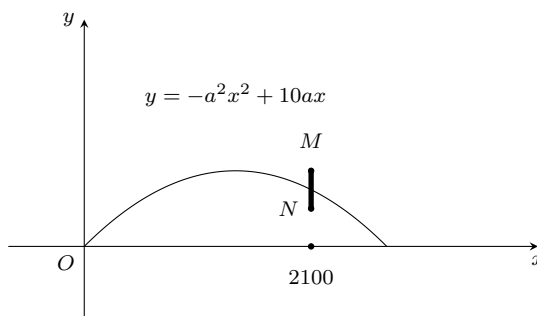
VÍ DỤ 4. Bác Dũng muốn uốn tấm tôn phẳng có dạng hình chữ nhật với bề ngang 32 cm thành một rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm tôn đó thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông (Hình 25). Để đảm bảo kĩ thuật, diện tích mặt cắt ngang của rãnh dẫn nước phải lớn hơn hoặc bằng 120 cm^2 .



Hình 25

VÍ DỤ 5.

Một tình huống trong huấn luyện pháo binh được mô tả như sau: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , khẩu đại bác được biểu thị bằng điểm $O(0;0)$ và bia mục tiêu được biểu thị bằng đoạn thẳng MN với $M(2100; 25)$ và $N(2100; 15)$ (Hình 29). Xạ thủ cần xác định parabol $y = -a^2x^2 + 10ax$ ($a > 0$) mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn sao cho viên đạn bắn ra từ khẩu đại bác phải chạm vào bia mục tiêu. Tìm giá trị lớn nhất của a để xạ thủ đạt được mục đích trên.



2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 180Q + 140000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng.

- Xác định lợi nhuận xí nghiệp thu được sau khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất.
- Xí nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì hòa vốn?
- Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm là bao nhiêu để không bị lỗ?

BÀI 2. Xét hệ tọa độ Oth trên mặt phẳng, trong đó trục Ot biểu thị thời gian t (tính bằng giây) và trục Oh biểu thị độ cao h (tính bằng mét). Một quả bóng được đá lên từ điểm $A(0;2)$ và chuyển động theo quỹ đạo là một cung parabol. Quả bóng đạt độ cao 8,5 m sau 1 giây và đạt độ cao 6 m sau 2 giây.

- Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị quỹ đạo chuyển động của quả bóng.
- Trong khoảng thời gian nào thì quả bóng vẫn chưa chạm đất?

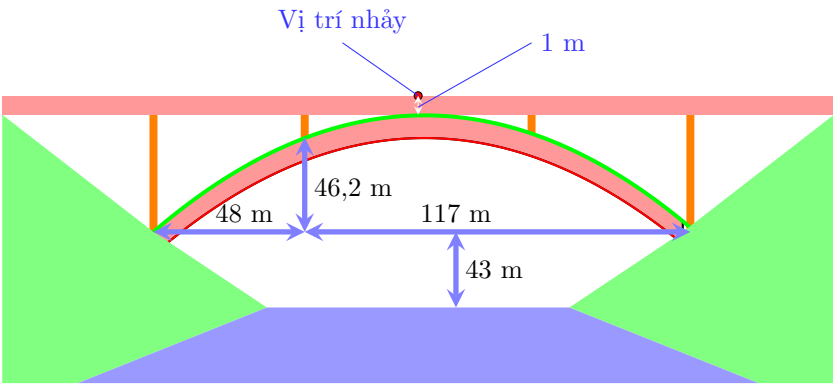
BÀI 3. Công ty An Bình thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau 10 khách đầu tiên có giá là 800000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 10 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 10000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 11 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .
- b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ?
Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 700000 đồng/người.

BÀI 4. Nhảy bungee là một trò chơi mạo hiểm. Trong trò chơi này, người chơi đứng ở vị trí trên cao, thắt dây an toàn và nhảy xuống. Sợi dây này có tính đàn hồi và được tính toán chiều dài để nó kéo người chơi lại khi gần chạm đất (hoặc mặt nước).



Chiếc cầu trong hình vẽ trên có bộ phận chống đỡ dạng parabol. Một người muốn thực hiện một cú nhảy bungee từ giữa cầu xuống với dây an toàn. Người này cần trang bị sợi dây an toàn dài bao nhiêu mét? Biết rằng chiều dài của sợi dây đó bằng một phần ba khoảng cách từ vị trí bắt đầu nhảy đến mặt nước.

BÀI 5. Khi một vật từ vị trí y_0 được ném xiên lên cao theo góc α (so với phương ngang) với vận tốc ban đầu v_0 thì phương trình chuyển động của vật này là

$$y = \frac{-gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x + y_0.$$

- a) Vật bị ném xiên như vậy có chuyển động theo đường xiên hay không? Tại sao?
- b) Giả sử góc ném có số đo là 45° , vận tốc ban đầu của vật là 3 m/s và vật được ném xiên từ độ cao 1 m so với mặt đất, hãy viết phương trình chuyển động của vật.
- c) Một vận động viên ném lao đã lập kỉ lục với độ xa 90 m. Biết người này ném lao từ độ cao 0,9 m và góc ném là khoảng 45° . Hỏi vận tốc đầu của lao khi được ném đi là bao nhiêu?

A Lấy giá trị $g = 10 \text{ m/s}^2$ cho gia tốc trọng trường và làm tròn kết quả đến 2 chữ số thập phân.

Bài 4. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

Để giải phương trình $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$, bình phương hai vế sau đó thu gọn ta được phương trình

$$(a - d)x^2 + (b - e)x + (c - f) = 0. \quad (1)$$

Giải phương trình (1) được các nghiệm, sau đó thay vào phương trình ban đầu để thử lại xem nghiệm nào thoả mãn và kết luận.

Chú ý rằng nếu x_0 là một nghiệm của phương trình (1) thì khi thử lại ta chỉ cần kiểm tra xem, nếu $ax_0^2 + bx_0 + c \geq 0$ thì x_0 sẽ là nghiệm của phương trình đã cho.

2. Phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

Để giải phương trình $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$, bình phương hai vế sau đó thu gọn ta được phương trình

$$(a - d^2)x^2 + (b - 2de)x + (c - e^2) = 0. \quad (2)$$

Giải phương trình (2) được các nghiệm, sau đó thay vào phương trình ban đầu để thử lại xem nghiệm nào thoả mãn và kết luận.

Chú ý rằng nếu x_0 là một nghiệm của phương trình (2) thì khi thử lại ta chỉ cần kiểm tra xem, nếu $dx_0 + e \geq 0$ thì x_0 sẽ là nghiệm của phương trình đã cho.

B. CÁC DẠNG TOÁN

1

Phương trình $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$

- ☑ Bình phương 2 vế và giải.
- ☑ Kiểm tra nghiệm và kết luận.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 4} = \sqrt{2 - x}$.

VÍ DỤ 2. Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 5x + 2} - \sqrt{6 - 3x} = 0$.

VÍ DỤ 3. Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 3x} = 2\sqrt{3x - 2}$.

VÍ DỤ 4. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình sau có nghiệm:

$$\sqrt{x^2 + x + 1} = \sqrt{2x^2 + mx + m + 1}. \quad (1)$$

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Giải phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x - 4} = \sqrt{2x + 5}$.

BÀI 2. Giải phương trình $\sqrt{2x - 1} - \frac{1}{2}\sqrt{x + 3} = 0$.

BÀI 3. Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 3x} = \sqrt{2(x + 1)}$.

BÀI 4. Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 4} = \frac{3}{2}\sqrt{x + 5}$.

BÀI 5. Giải phương trình sau: $\sqrt{2x^2 + x} - \sqrt{3} = 0$.

BÀI 6. Giải phương trình sau: $2\sqrt{(x + 1)^2 + 7} = \sqrt{7(x + 5)}$.

BÀI 7. Giải phương trình sau: $\sqrt{(x + 1)(x - 3)} - \sqrt{x} = 0$.

BÀI 8. Giải phương trình $\sqrt{x - 3} = 3\sqrt{x^2 - 9}$.

BÀI 9. Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{2x + 3} = \sqrt{x^2 + x - 1}$.

BÀI 10. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình sau có nghiệm:

$$\sqrt{2x^2 + x + 1} = \sqrt{x^2 + mx + m - 1}. \quad (1)$$

3. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $\sqrt{x} = \sqrt{-x}$

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) Vô số.

CÂU 2. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x - 1} = \sqrt{x + 2}$ là

- (A) $x > 1$. (B) $x \geq -2$. (C) $x > -2$. (D) $x \geq 1$.

CÂU 3. Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\sqrt{x - 2} = \sqrt{2 - x}$

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) Vô số.

CÂU 4. Nghiệm của phương trình $\sqrt{x - 1} = (\sqrt{3 - x})^2$ là

- (A) $x = 2; x = 5$. (B) $x = 2$. (C) $x = 1; x = 3$. (D) $x = -1; x = -3$.

CÂU 5. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 8x + 5} - \sqrt{11 - x} = 0$ là

- (A) $\frac{7}{3}$. (B) $\frac{11}{3}$. (C) $-\frac{11}{3}$. (D) $\frac{1}{3}$.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

- CÂU 6.** Phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 12} = 2\sqrt{-x^2 + x + 3}$ có các nghiệm
 (A) không âm. (B) không dương. (C) dương. (D) âm.
- CÂU 7.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x - 2} = \sqrt{x - 3}$ là
 (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.
- CÂU 8.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x + 18} = \sqrt{14x + 2}$ là
 (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.
- CÂU 9.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 5x + 2} = \sqrt{-x - 1}$ là
 (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 4.
- CÂU 10.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $3\sqrt{x - 1} = \sqrt{x^2 + 8x - 11}$ là
 (A) 4. (B) 8. (C) 5. (D) 7.

BẢNG ĐÁP ÁN

2

Phương trình $\sqrt{f(x)} = g(x)$

- ☑ Giải bất phương trình $g(x) \geq 0$ (*) để tìm tập nghiệm của bất phương trình này.
- ☑ Bình phương hai vế của phương trình ta được $f(x) = [g(x)]^2$ rồi tìm tập nghiệm của phương trình đó.
- ☑ Trong những nghiệm của phương trình trên, ta giữ lại những nghiệm thuộc tập nghiệm của bất phương trình (*). Tập nghiệm giữ lại đó chính là tập nghiệm cần tìm.

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 1} = 3$.

VÍ DỤ 2. Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 8x + 13} = 2x - 3$.

VÍ DỤ 3. Giải phương trình $\sqrt{-x^2 - 2x + 1} = -x - 3$.

VÍ DỤ 4. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình sau có đúng một nghiệm:

$$\sqrt{2x + m - 4} = x - 1. \quad (1)$$

2. Bài tập tự luận

BÀI 1. Giải phương trình $\sqrt{2 - x^2} + x = 0$.

BÀI 2. Giải phương trình $\sqrt{3x - 8} = x - 2$.

BÀI 3. Giải phương trình $\sqrt{5x - x^2} + x = 3$.

BÀI 4. Giải phương trình $\sqrt{8x^2 - 10x + 1} = 2x + 1$.

BÀI 5. Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = -1$.

BÀI 6. Giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 63x + 229} = 2x + 15$.

BÀI 7. Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 7x + 11} = 2$.

BÀI 8. Giải phương trình $1 + \sqrt{11 - x} = x$.

BÀI 9. Giải phương trình $\sqrt{2x^2 + x} = -x - 2$.

BÀI 10. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt:

$$\sqrt{-x^2 + 6x + m} = x - 1. \quad (1)$$

3. Câu hỏi trắc nghiệm

CÂU 1. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4x^2 - 5x + 1} = -3$ là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) vô số.

CÂU 2. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 - 3} = x - 1$ là

- (A) $\{-1 - \sqrt{5}; -1 + \sqrt{5}\}$. (B) $\{-1 - \sqrt{5}\}$.
 (C) $\{-1 + \sqrt{5}\}$. (D) \emptyset .

QUICK NOTE

CÂU 3. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 9x + 10} = -x - 4$ là

- (A) $\{-3; 2\}$. (B) $\{2\}$. (C) $\{-3\}$. (D) \emptyset .

CÂU 4. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 + 23x + 29} = x + 4$ là

- (A) -1 . (B) $-\frac{15}{2}$. (C) $-\frac{13}{2}$. (D) 0 .

CÂU 5. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 + 45x + 67} = 2x + 9$ là

- (A) 2 . (B) 7 . (C) 9 . (D) 0 .

CÂU 6. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x - 2} = x + 1$ là

- (A) $\{-1 - \sqrt{5}; -1 + \sqrt{5}\}$. (B) $\{-1 - \sqrt{5}\}$.
(C) $\{-\frac{3}{5}\}$. (D) \emptyset .

CÂU 7. Biết α là nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 - 4x - 1} = 2 - x$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) $2 < \alpha < 3$. (B) $-2 < \alpha < 2$. (C) $\alpha^2 > 5$. (D) $-3 < \alpha < -2$.

CÂU 8. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 - 8x - 5} = 5 - 3x$ là

- (A) 2 . (B) 0 . (C) 1 . (D) vô số.

CÂU 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 0]$ để phương trình sau có nghiệm?

$$\sqrt{x^2 - x + m} = x - 2. \quad (1)$$

- (A) 10 . (B) 9 . (C) 11 . (D) 0 .

CÂU 10. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$\sqrt{-x^2 - 4x + m} = x - 1. \quad (1)$$

có nghiệm là

- (A) $m \geq \frac{1}{2}$. (B) $m > 5$. (C) $m \geq 5$. (D) $\frac{1}{2} \leq m \leq 5$.

BẢNG ĐÁP ÁN

3

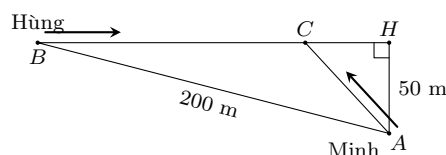
Toán thực tế

1. Ví dụ minh họa

VÍ DỤ 1. Bác Việt sống và làm việc tại trạm hải đăng cách bờ biển 4 km. Hằng tuần bác chèo thuyền vào vị trí gần nhất trên bờ biển là bến Bính để nhận hàng hoá do cơ quan cung cấp. Tuần này, do trục trặc về vận chuyển nên toàn bộ số hàng vẫn đang nằm ở thôn Hoàn, bên bờ biển cách bến Bính 9,25 km và sẽ được anh Nam vận chuyển trên con đường dọc bờ biển tới bến Bính bằng xe kéo. Bác Việt đã gọi điện thống nhất với anh Nam là họ sẽ gặp nhau ở vị trí nào đó giữa bến Bính và thôn Hoàn để hai người có mặt tại đó cùng lúc, không mất thời gian chờ nhau. Tìm vị trí hai người dự định gặp nhau, biết rằng vận tốc kéo xe của anh Nam là 5 km/h và thuyền của bác Việt di chuyển với vận tốc 4 km/h. Ngoài ra giả thiết rằng đường bờ biển từ thôn Hoàn đến bến Bính là đường thẳng và bác Việt cũng luôn chèo thuyền tới một điểm trên bờ biển theo một đường thẳng.

VÍ DỤ 2.

Hằng ngày, bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng 50 m để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B, cách mình một đoạn



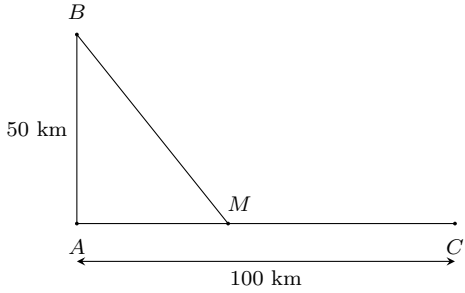
200 m thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là 5 km/h, vận tốc xe đạp của Hùng là 15 km/h. Hãy xác định vị trí C trên lề đường để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

QUICK NOTE

2. Bài tập tự luận

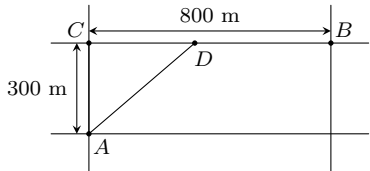
BÀI 1.

Có một nhà máy nước nọ muốn tìm vị trí M để xây dựng trạm cấp nước sao cho khoảng cách từ nhà máy đến hai thị xã B, C là bằng nhau. Biết hai thị xã trên lần lượt cách thành phố A lần lượt 50 km và 100 km (như hình vẽ). Tính khoảng cách từ nhà máy nước đến thành phố A .



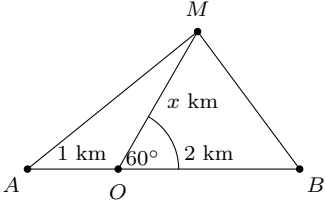
BÀI 2.

Một người đứng ở điểm A trên một bờ sông rộng 300 m, chèo thuyền đến vị trí D , sau đó chạy bộ đến vị trí B cách C một khoảng 800 m (hình vẽ). Vận tốc chèo thuyền là 6 km/h, vận tốc chạy bộ là 10 km/h và giả sử vận tốc dòng nước không đáng kể. Tính khoảng cách từ vị trí C đến vị trí D , biết tổng thời gian người đó chèo thuyền và chạy bộ từ A đến B là 7,2 phút.



BÀI 3.

Một con tàu biển M rời cảng O và chuyển động thẳng theo phương tạo với bờ biển một góc 60° . Trên bờ biển có hai đài quan sát A và B nằm về hai phía so với cảng O và lần lượt cách cảng O khoảng cách 1 km và 2 km.



- a) Đặt độ dài của MO là x km. Biểu diễn khoảng cách từ tàu đến A và từ tàu đến B theo x .
- b) Tìm x để khoảng cách từ tàu đến B bằng $\frac{4}{5}$ khoảng cách từ tàu đến A .
- c) Tìm x để khoảng cách từ tàu đến B nhỏ hơn khoảng cách từ tàu đến O đúng 500 m.

MỤC LỤC

Bài 2. Hàm Số Bậc Hai	1
Ⓐ Kiến thức trọng tâm	1
Ⓑ Các dạng toán	1
📁 Dạng 1. Tập xác định, bảng biến thiên, tính đơn điệu, GTLN, GTNN của hàm số bậc hai	1
📁 Dạng 2. Xác định hàm số bậc hai	2
📁 Dạng 3. Đồ thị của hàm số bậc hai	2
📁 Dạng 4. Bài toán tương giao	2
📁 Dạng 5. Bài toán thực tế liên quan đến hàm số bậc hai	3
Ⓒ Bài tập tự luận	3
Ⓓ Bài tập trắc nghiệm	4
Bài 3. Dấu của tam thức bậc hai	13
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết	13
Ⓑ Các dạng toán	13
📁 Dạng 1. Nhận dạng và xét dấu của tam thức bậc hai	13
📁 Dạng 2. Giải bất phương trình bậc hai	16
📁 Dạng 3. Tìm giá trị của tham số để tam thức thoả đk cho trước	17
📁 Dạng 4. Ứng dụng thực tế	18
Bài 4. Phương trình quy về phương trình bậc hai	20
Ⓐ Tóm tắt lý thuyết	20
Ⓑ Các dạng toán	21
📁 Dạng 1. Phương trình $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$	21
Bảng đáp án	22
📁 Dạng 2. Phương trình $\sqrt{f(x)} = g(x)$	22
Bảng đáp án	23
📁 Dạng 3. Toán thực tế	23

