

Traitement des données Audio-Visuelle

Projet

Victor Drouin Viallard

7 juin 2016

Table des matières

1 TP 1 - Espaces de représentation des couleurs	4
1.1 Exercice 1 - Corrélations et contrastes	4
1.2 Exercice 2 - Analyse en composantes principales	5
1.3 Exercice 3 - Combinaison des canaux RVB	6
2 TP 2 - Eigenfaces	7
2.1 Exercice 1 - Analyse en composantes principales	7
2.2 Exercice 2 - Projection des images sur les eigenfaces	7
2.3 Exercice 3 - Restauration d'images dégradées	8
3 TP 3	11
4 TP 4 - Estimation des paramètres d'une ellipse	12
4.1 Exercice 1 - Maximum de vraisemblance	12
4.2 Exercice 2 - Moindres carrés ordinaires	12
4.3 Exercice 3 - Moindres carrés totaux	13
5 TP 5 - Détection de la ligne d'horizon dans une image	14
5.1 Exercice 1 - Transformation de Hough	14
5.2 Exercice 2 - Maxima locaux de la matrice C	14
5.3 Exercice 5 - Localisation des points de fuite	15
6 TP 6 - Détection et comptage d'objets	18
6.1 Exercice 0 - Algorithme naïf	18
6.2 Exercice 1 - Champ de Markov	18
6.3 Exercice 2 - Processus ponctuel marqué	19
7 TP 7 - Contours actifs	19
7.1 Introduction	19
7.2 Exercice 1 - Énergie externe	20
7.3 Exercice 2 - Implémentation du <i>snake</i>	20
7.4 Exercice 3 - Diffusion vers les contours	21
8 TP 8 - Restauration d'images	21
8.1 Exercice 1 - Tikhonov	22
8.2 Exercice 2 - Débruitage par variation totale	22
8.3 Exercice 3 - Inpainting	23
9 TP 9 - Retouche d'images	23
9.1 Introduction	23
9.2 Exercice 1 - Condition de Neumann	24
9.3 Exercice 2 - Condition de Dirichlet	24
10 TP 10 - Décomposition <i>cartoon+texture</i> d'une image	24
10.1 Exercice 1 - Partition du spectre d'une image	24
10.2 Exercice 2 - Filtrage spectral	25
10.3 Exercice 3 - Modèle ROF	25
10.4 Exercice 4 - Modèle TV-Hilbert	26
11 TP 11 - Transformation de Gabor	26
11.1 Exercice 1 - Transformée de Gabor	26
11.2 Exercice 2 - Sonagramme	27
11.3 Exercice 3 - Crédit de la partition à partir du sonagramme	27
11.4 Exercice 4 - Compression audio	27

12 TP 12 - Shazam	28
12.1 Exercice 1 - Empreinte sonore	28
12.2 Exercice 2 - Comparaison d'empreintes	28
12.3 Exercice 3 - Shazam	29
13 TP 13	30
14 TP 14	30

1 TP 1 - Espaces de représentation des couleurs

Le but de ce TP est d'étudier les différentes façons de représenter les images couleurs, de les projeter dans des bases adaptées, et de les réduire à des espaces plus restreints.

1.1 Exercice 1 - Corrélations et contrastes

Corrélation des espaces RVB Ce premier exercice propose, sur une image particulière donnée, d'observer les corrélations existantes entre les différentes composantes colorimétriques. En effet, après calcul on obtient les coefficients de corrélation suivants entre les différentes couleurs :

- Rouge/Vert : 0.9861
- Rouge/Bleu : 0.9690
- Vert/Bleu : 0.9918

Ce qui montre une très forte corrélation entre les couleurs, tout particulièrement entre le vert et le bleu.

Non corrélation locale En outre, comme le suggère le sujet, on observe la disparition de l'arbre central de l'image sur sa composante bleu (figure 1). Cela signifie que sur cette partie de l'image la corrélation entre la composante bleu et les autres composantes est assez faible. Si on choisit de calculer la corrélation entre les trois canaux dans



(a) Image originale



(b) Composante bleu

FIGURE 1 – Disparition de l'arbre sur la composante bleu

cette zone de l'image, on observe en effet des valeurs différentes de celles précédentes car la corrélation entre le rouge et le bleu diminue fortement :

- Rouge/Vert : 0.8079
 - Rouge/Bleu : 0.1979
 - Vert/Bleu : 0.6671
- d'où la disparition.

Contraste Le calcul de la variance des différentes composantes puis du contraste de l'image permet d'observer son faible niveau. Il est de : 0.3795 et se répartit comme suit entre les couleurs :

- Rouge : 0.3358
- Vert : 0.3462
- Bleu : 0.3179

Cette répartition uniforme est attendue du fait de la corrélation forte entre les couleurs.

Transformation d'une image couleur en image noir et blanc Pour finir l'appel du script *exercice_2.m* sur l'image *gantrycrane.png* permet, comme le laisse entendre le sujet, d'observer pourquoi le procédé de transformation

d'une image couleur en image noir et blanc ne peut se faire par simple réduction à un canal choisi arbitrairement (figure 2). En effet, une image dont le contraste est, par exemple, dû à sa composante rouge ne pourra être transformée en noir et blanc en ne conservant que sa composante bleu sans quoi elle paraîtrait unie.



FIGURE 2 – Transformation en noir et blanc par conservation du canal bleu

1.2 Exercice 2 - Analyse en composantes principales

ACP Pour faire face au problème énoncé plus haut qui est celui de la réduction d'un jeu de données par projection dans un espace de dimension inférieure, l'idée la plus intéressante consiste à effectuer une analyse en composantes principales de l'objet. Celle-ci revient à trouver une base orthonormée de l'espace de départ pour laquelle la première composante représente la direction de plus grande variance, etc. En effectuant cette ACP sur la seconde image on observe la répartition des coefficients selon les trois composantes (figure 3). On voit alors que la première composante



FIGURE 3 – Résultat de l'analyse en composantes principales

principale contient une information très proche de celle de l'image originale : c'est celle-ci qu'il faudrait transmettre pour une télévision en noir et blanc.

Conservation du contraste Pour la première image on réalise la même opération pour s'apercevoir alors que la proportion de contraste est presque intégralement due à la première composante :

- c1 : 0.9883
- c2 : 0.0103
- c3 : 0.0013

Cela est bien évidemment dû à la très forte corrélation entre les trois canaux de couleur. Enfin on remarque que le contraste se conserve entre les deux décompositions : cela est bien sûr le cas car le calcul du contraste est général au jeu de donnée et parfaitement indépendant de la base orthonormale dans laquelle elles sont exprimées.

1.3 Exercice 3 - Combinaison des canaux RVB

L'inconvénient de l'ACP Cette méthode de projection pour garder un maximum de contraste est la plus efficace mais extrêmement coûteuse car nécessite pour chaque image de calculer et d'inverser la matrice de variance / covariance. La méthode retenue pour transmettre une image noir et blanc depuis une image en couleur a donc été d'effectuer une combinaison linéaire des trois canaux. On peut choisir plusieurs combinaisons linéaires différentes. Le sujet nous suggère de comparer celle uniforme et celle utilisée par la méthode *rgb2gray* de Matlab (figure 4). Parmi



(a) Combinaison uniforme



(b) Combinaison par *rgb2gray*

FIGURE 4 – Transformation en noir et blanc par combinaisons linéaires des canaux de couleur

toutes ces images en noir et blanc, c'est l'image issue du canal bleu qui paraît avoir le meilleur contraste mais cela est particulier et dû au fait que :

- le bleu est effectivement un facteur de contraste de l'image
- l'ACP produisant des valeurs de coefficient négatives, l'affichage de la composante principale est biaisé
- la fonction d'affichage de matlab *imshow* étale le spectre de l'image affichée ce qui peut conduire à un affichage qui paraît plus contrasté dans ce cas particulier

2 TP 2 - Eigenfaces

Le but de ce TP est d'utiliser l'ACP pour établir une base de connaissance capable de restaurer une image dégradée à partir de sa projection dans cette base.

2.1 Exercice 1 - Analyse en composantes principales

Ce premier exercice ne présente pas de difficulté particulière mais permet de bien se rendre compte du résultat de l'ACP sur un tel ensemble de données (figure 5). On observe en effet, sans doute car il y a des individus différents d'une photo à l'autre, que la première composante principale ne ressemble plus vraiment à un visage.

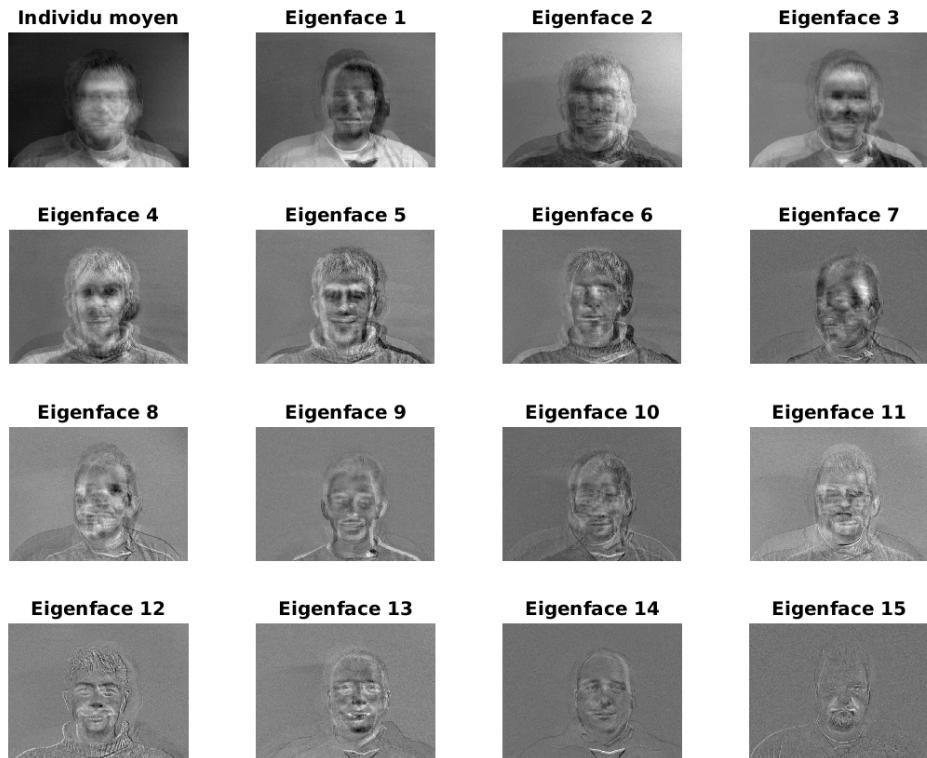


FIGURE 5 – Analyse en composantes principales des visages

2.2 Exercice 2 - Projection des images sur les eigenfaces

Différences selon l'individu et les images Dans cette exercice on nous propose d'exprimer les images des sujets dans la nouvelle base (celle composée des eigenfaces), puis de ne conserver qu'un certain nombre de composantes (projections selon les composantes de plus petit ordre) pour établir différentes "compressions" et les comparer. Par exemple en choisissant de ne conserver que 6 eigenfaces (sur 15) en plus de la valeur de l'individu moyen, on obtient le résultat figure 6. Ici on remarque que les images ne sont toutefois pas aussi bien conservées. En effet celles de l'individu 1 sont bien plus ressemblantes des images originales que celles des individus 2, 3, et 4 (ces dernières sont assez floues). Cela vient certainement du fait que les images de ce premier individu sont bien plus proches de l'individu moyen que les autres (un peu comme dans le cas de l'ACP d'une image dont le contraste est principalement dû à sa composante bleue, sa composante principale sera alors proche de sa composante bleue). De plus on observe que les projections des images de l'individu 4 se ressemblent beaucoup : cette fois cela doit venir du fait que les différences entre les images de cet individu sont très faibles et donc leur informations doivent être contenues selon

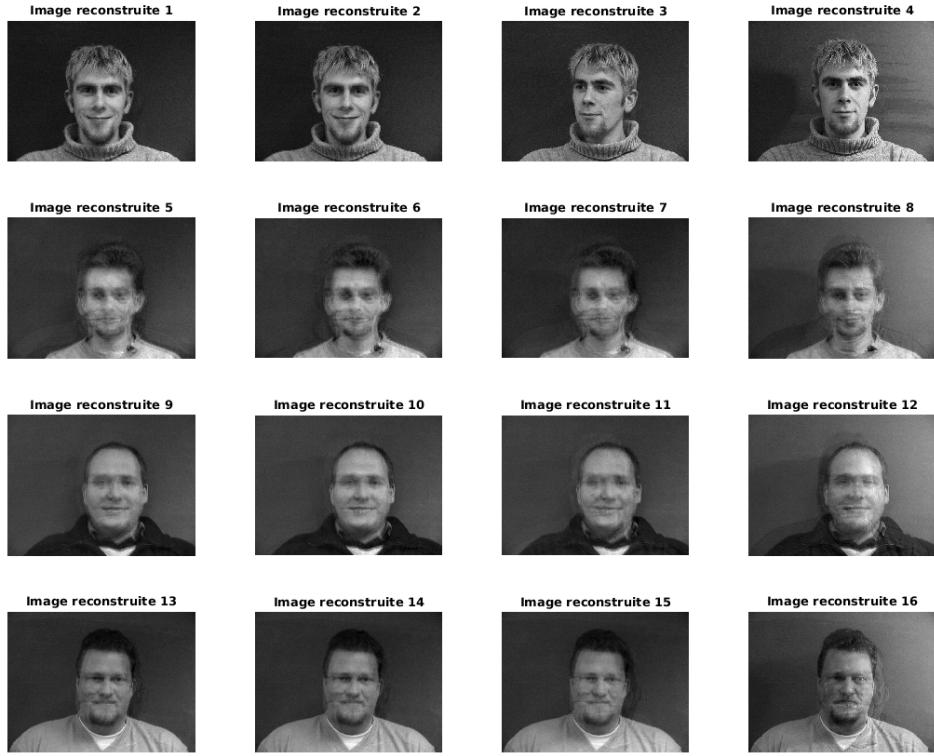


FIGURE 6 – Projections des visages sur un sous espace composé des 6 eigenfaces principales

des composantes de l'ACP d'ordre bien plus élevés (et celles-ci ne sont pas ici conservées puisqu'on s'intéresse à tous les individus en même temps).

Comparaison selon la dimension du sous-espace Par la suite on calcul la moyenne de l'écart au carré des images à leurs projections dans des espaces issus de plus ou moins d'eigenfaces pour observer la différences de "respect de l'image originale" de ces différents espaces. Comme on pouvait s'y attendre, celle-ci diminue à mesure que l'on conserve d'avantage d'eigenfaces : cela n'est pas surprenant puisqu'on conserver alors des espaces plus grands qui vont permettre de mieux distinguer les images les unes des autres (voir figure 7).

2.3 Exercice 3 - Restauration d'images dégradées

Ici on décide de restaurer des images à partir de leur versions dégradées par une bande noire obstruant une partie plus ou moins grande de leur surface. Pour cela on projette donc l'image dégradée dans la base de issue de l'ACP puis on considère cette projection comme étant l'image non dégradée. Ainsi pour des bandes d'altération de tailles différentes on observe les résultats figure 8.

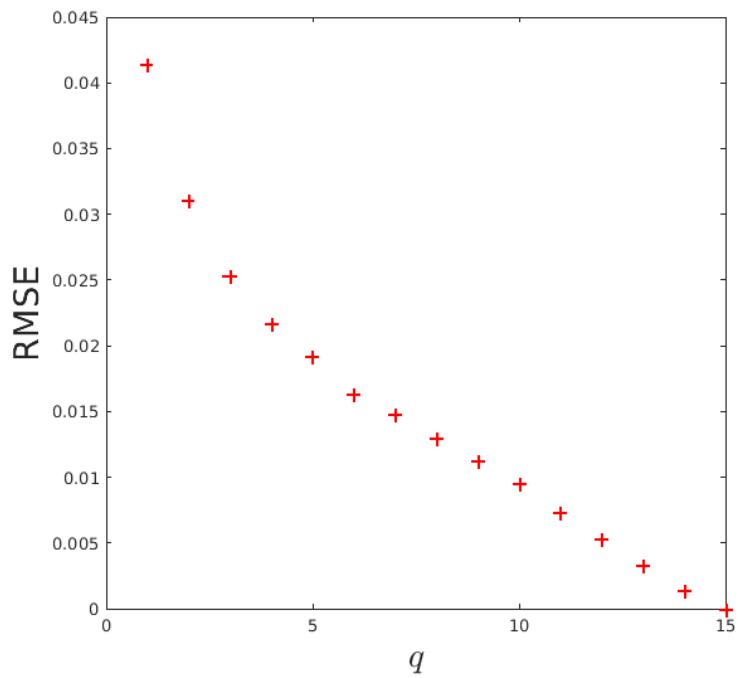
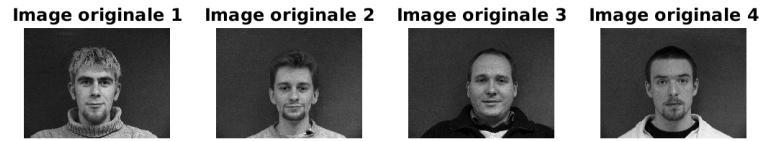
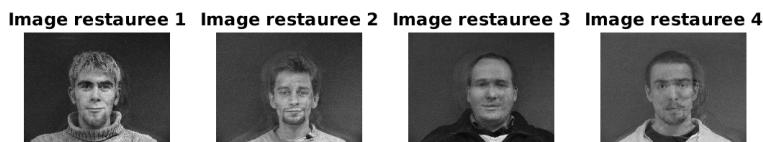
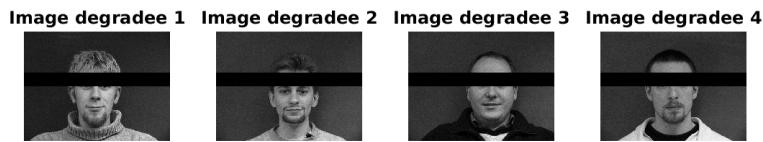
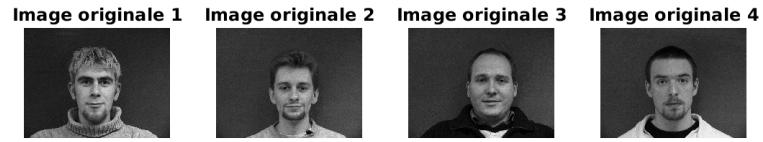


FIGURE 7 – RMSE en fonction du nombre de composantes principales conservées (sur 15)



(a) Pour une bande noire de 5 pixels d'épaisseur



(b) Pour une bande noire de 30 pixels d'épaisseur

FIGURE 8 – Restauration d'images dégradées par des bandes noires

3 TP 3

4 TP 4 - Estimation des paramètres d'une ellipse

Dans ce TP on s'intéresse à l'estimation des paramètres d'une ellipse à partir de l'enregistrement d'un ensemble de ses points. Le but in-fine est par exemple de déterminer l'orientation d'un mur, sur lequel aurait été positionné un cercle, par rapport à l'objectif en estimant les paramètres de l'ellipse alors formée sur l'image.

4.1 Exercice 1 - Maximum de vraisemblance

Recherche par tirages aléatoires L'idée est donc de trouver une ellipse qui approche au mieux les différents points dont on dispose, ceci en essayant de maximiser la vraisemblance des données observées par rapport à l'ellipse retenue. Pour cela on cherche donc une ellipse qui minimise la distance en norme 2 à l'ensemble des points à notre disposition. Ce premier exercice nous invite à procéder par tirages aléatoires pour trouver une ellipse qui approche les-dits points. On peut voir quelques résultats figure 9.

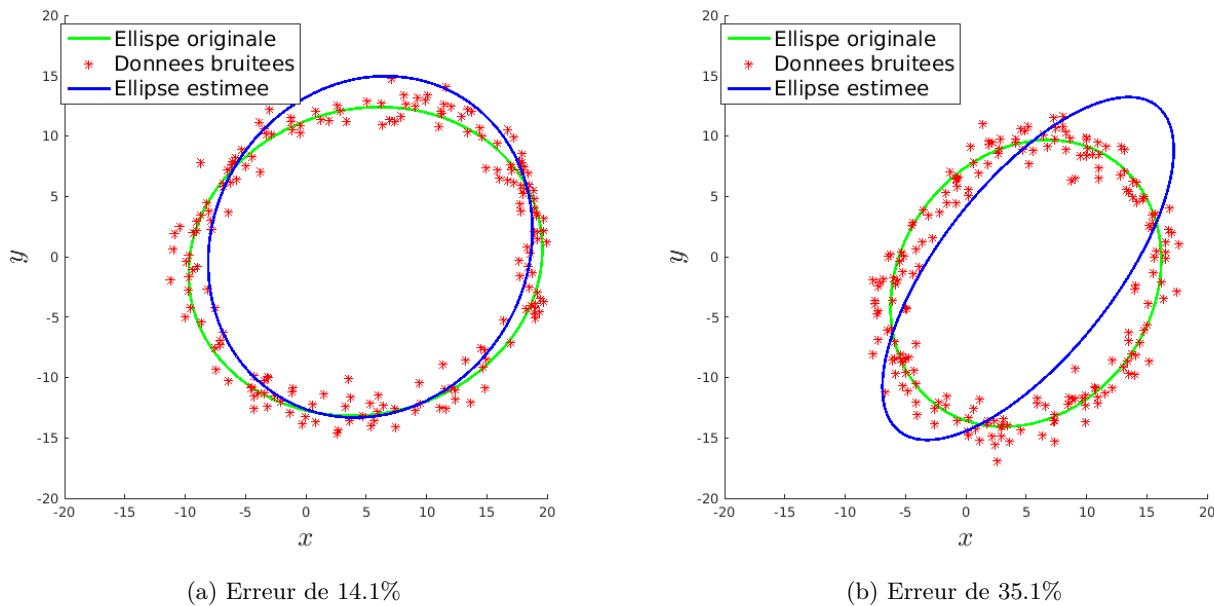


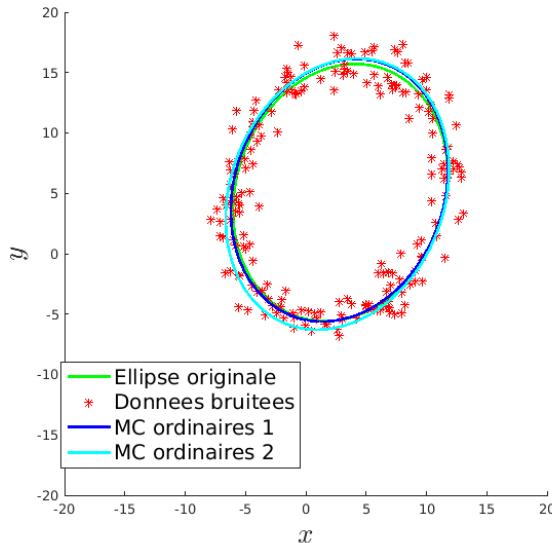
FIGURE 9 – Estimation d'ellipses par tirages aléatoires

Résultat très variables Cependant on observe aisément que cette méthode n'est pas toujours efficace car elle est sujette au tirage aléatoire auquel nous procédons. Dans la figure 9b on voit par exemple que l'ellipse estimée est très loin de celle originale. L'erreur faite peut alors très fortement varier et se situe en moyenne pour 500 tirages aux alentours de 0.2.

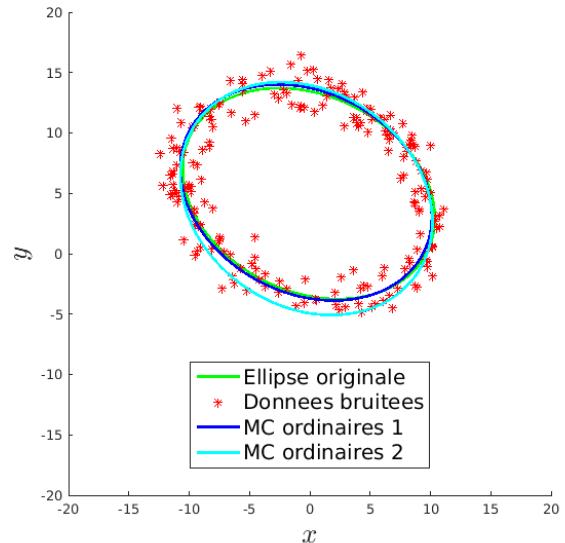
4.2 Exercice 2 - Moindres carrés ordinaires

Système linéaire issu de l'équation d'une conique et d'une contrainte linéaire Dans un deuxième temps on s'intéresse à l'équation cartésienne de l'ellipse, celle qui est commune avec les autres coniques. Si celle-ci fait jouer 6 paramètres, deux sont pourtant liés dans le cas de l'ellipse car celle-ci ne demande que 5 paramètres pour être définie. Ainsi on propose de rajouter une contrainte (soit $\alpha + \gamma = 1$ soit $\Phi = 1$) puis de résoudre approximativement le système linéaire sur-contraint au sens des moindres carrés ordinaires. On obtient alors les résultats de la figure 11 pour les deux contraintes envisagées.

Erreur Ici l'erreur faite par rapport à l'ellipse originale varie quelque peu mais se trouve généralement aux alentours de 3% pour la première contrainte et de 9% pour la deuxième contrainte.



(a) Erreurs de 3.7% et 8.3%

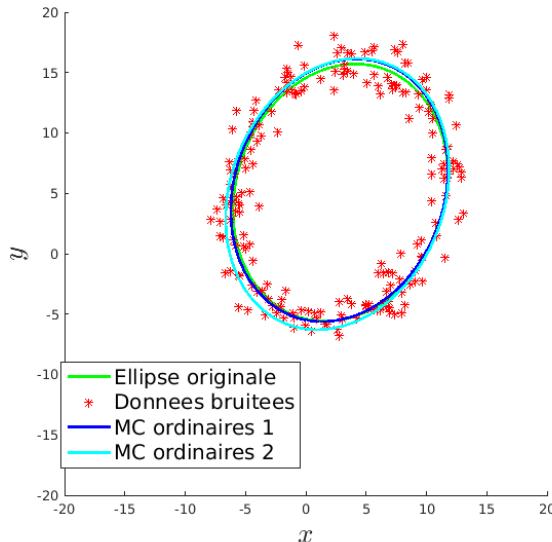


(b) Erreurs de 4% et 10.5%

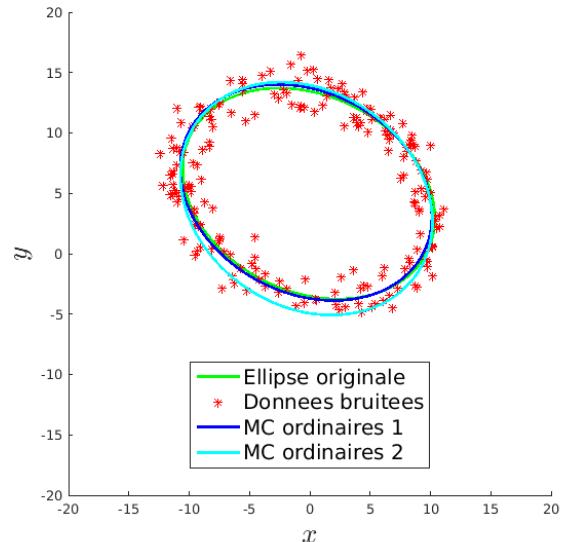
FIGURE 10 – Estimation d'ellipses par tirages aléatoires

4.3 Exercice 3 - Moindres carrés totaux

Contrainte non linéaire et problème de minimisation induit Dans le but d'éviter les problèmes de non résolvabilité induits par les contraintes linéaires proposées dans l'exercice précédent, on s'intéresse ici à la même équation de conique à laquelle on rajoute la contrainte $\|X\| = 1$ qui n'est cette fois ci pas linéaire. Le problème de minimisation admet alors toujours une solution et c'est la théorie Lagrangienne qui nous permet de la trouver. Après implémentation de l'algorithme, on obtient les résultats de la figure ??.



(a) Erreurs de 2.2%, 2.5%, et 2.5%



(b) Erreurs de 5.3%, 15.6%, et 14.9%

FIGURE 11 – Estimation d'ellipses par tirages aléatoires

Erreur Assez surpris j'observe que dans ce cas l'erreur est souvent supérieure à celle obtenue pour le cas des moindres carrés ordinaires dans le cas de la contrainte $\alpha + \gamma = 1$. En effet je m'attendais à trouver une erreur

meilleur puisque la contrainte semble moins contraignante, mais ça n'est pas le cas. Elle se situe aux alentours de 7%. Finalement les erreurs moyennes pour les différentes méthodes par moindres carrés sont :

- $\alpha + \gamma = 1 : 4\%$
- $\Phi = 1 : 9\%$
- $\|X\| = 1 : 7\%$

On observe aussi que l'erreur faite par l'algorithme des moindres carrés ordinaires sous la première contrainte est bien plus constantes que pour les autres algorithmes.

Application à la réalité augmentée Pour l'application à la réalité augmenté j'ai choisi de prendre le risque de rendre le système sans solution en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires sous la contrainte $\alpha + \gamma = 1$ puisque c'est celle qui m'a donné les résultats les plus précis et les plus constants. J'ai misé en outre sur le fait qu'il n'est finalement pas si probable de tomber dans un cas où le problème n'admet pas de solution. J'ai alors obtenu des résultats très concluants.

5 TP 5 - Détection de la ligne d'horizon dans une image

Ce TP traite de la détection de lignes dans une image et de comment cela peut être utilisé pour obtenir ses points de fuites et ainsi retrouver sa ligne d'horizon.

5.1 Exercice 1 - Transformation de Hough

Détection des lignes d'une image Dans un premier temps on s'intéresse à la détection des lignes d'une image. Pour ce faire on commence par trouver les contours dans l'image (algorithmes vus en traitement d'image, résultat figure 14) puis on tente, par transformation de Hough, de placer des droites dans l'image qui passent par le plus de points de contours possible. L'idée est assez simple et consiste à paramétriser des droites par leur angle avec l'axe des abscisses et leur distance à une origine quelconque.

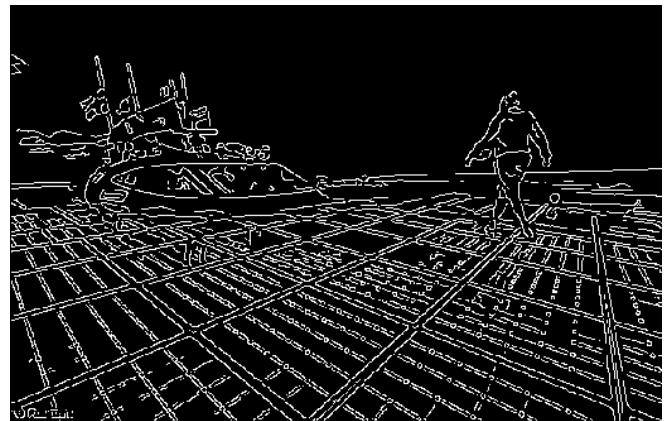


FIGURE 12 – Image originale et ses contours par transformation de Hough

La matrice C Durant cet exercice on introduit la matrice C. Celle-ci contient le nombre de points de contours par lesquels passent les droites paramétrées par les différentes valeurs de θ et ρ respectivement en abscisse et en ordonnée. On peut voir une représentation de cette matrice figure ??.

5.2 Exercice 2 - Maxima locaux de la matrice C

Choix des lignes Pour choisir les lignes à conserver, c'est à dire celles qui suivent réellement des contours de l'image, il faut procéder avec précaution car on pourrait être amené à choisir deux lignes très proches (donc n'apportant que peu de détail nouveau) si on sélectionne uniquement celles ayant obtenu le meilleur score. L'idée est donc de sélectionner une à une les lignes de plus grand score tout en prenant soin d'annuler le score de ces lignes et de celles qui leur sont trop proches à mesure qu'on les sélectionne. Pour cela on choisit un maximum de C, on annule une petite zone autour de ce maximum, et on recommence. On conserve alors un nombre arbitraire n de lignes comme on peut le voir figure ??.

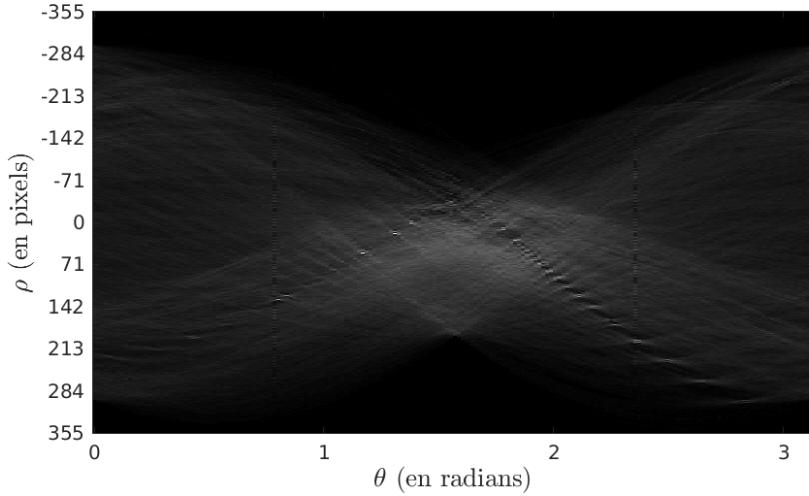


FIGURE 13 – Matrice présences des droites dans l'image

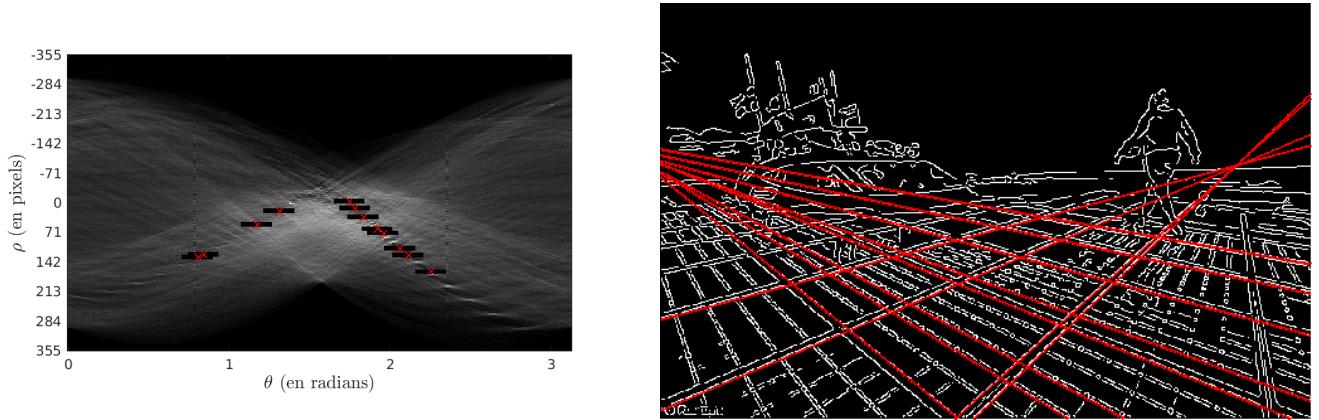


FIGURE 14 – Détections des lignes dans l'image par maxima locaux de C

Zone de C à annuler Lorsque l'on choisit une ligne, on s'empêche de prendre celles voisines. Il faut faire attention à annuler une zone suffisamment grande pour ne pas faire un calcul des points de fuite erroné plus tard, mais pas trop sinon on risque de perdre de l'information. On peut par exemple voir ce qui arrive avec une fenêtre trop petite figure 15 et avec une fenêtre trop grande figure 17. Dans le premier cas les lignes trouvées se chevauchent car pour une même ligne réelle correspondent plusieurs couple (ρ, θ) (car l'image est constituée de pixels donc c'est approximatif) ; dans le deuxième cas des lignes peu intéressante sont découverte car la fenêtre en masque trop. Dans tous les cas si on ne récolte pas les bonnes lignes on aura des points de fuites mal positionnés et cela faussera le résultat. On choisit donc $T = 5$ bien qu'on aurait pu faire le choix de T de manière plus fine en tenant compte de la différence d'homogénéité entre les deux paramètres.

5.3 Exercice 5 - Localisation des points de fuite

Les points de fuite Dans une image, les droites parallèles et orthogonales d'un plan devraient se croiser en deux points de fuite. Un tel point de fuite se trouvant alors sur plusieurs droites, il vérifie pour celles-ci :

$$\rho = \rho_F \cos(\theta - \theta_F)$$

où ρ_F et θ_F sont les coordonnées polaires du point de fuite et ρ et θ les coordonnées de la droite considérée. De cette façon l'ensemble des droites passant par ces points de fuites devraient se répartir sur la matrice C selon une courbe sinusoïdale (deux en fait, une pour chaque point de fuite) et c'est bien le cas.

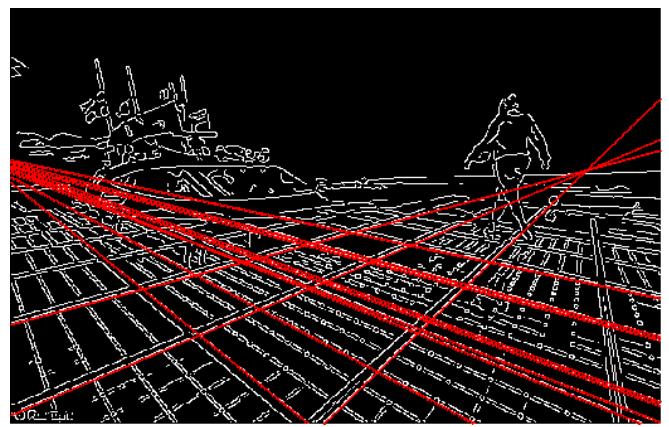
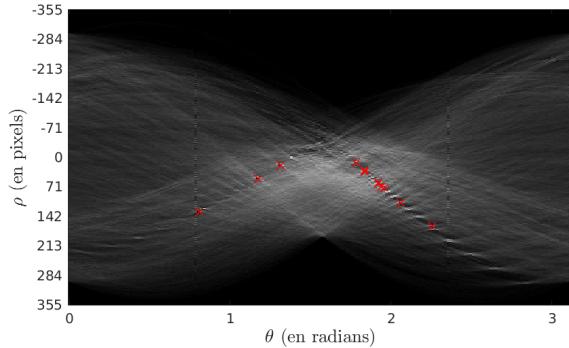


FIGURE 15 – Détections des lignes avec une petite fenêtre T (1)

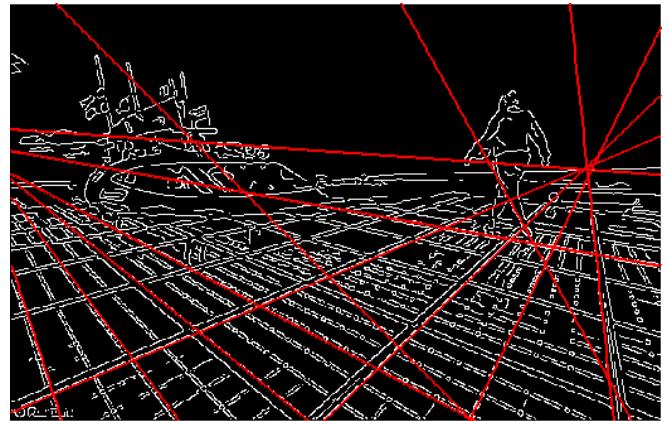
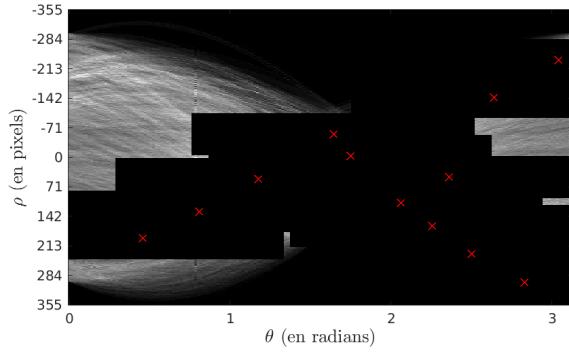


FIGURE 16 – Détections des lignes avec une grande fenêtre T (50)

Scinder les droites en deux classes Il se trouve que, par hasard, les droites dans l'image sont principalement orientées selon des angles d'environ 45 degré. De cette façon, et dans ce cas uniquement, les points dans C de ces droites sont principalement positionnés sur des parties "droites" des courbes sinusoïdales. Ainsi on peut trouver deux droites dans la matrice C de façon à ce que chaque point retenu passe par l'une ou l'autre de ces deux droites, ou encore plus simplement - puisque de toute façon on fait déjà une hypothèse forte - remarquer que les droites sont séparable selon le signe de l'angle $\theta - \pi/2$ qui les paramètre puisque l'origine du repère a été choisie entre les deux points de fuite de l'image. On obtient alors la répartition figure ??.

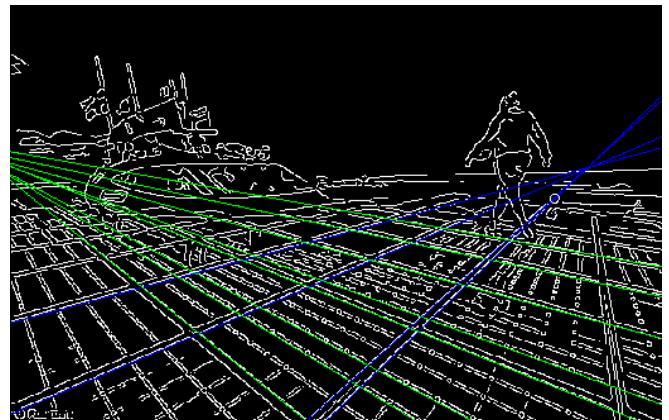
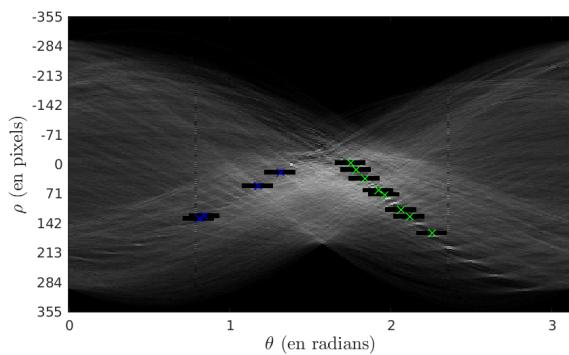


FIGURE 17 – Répartition des droites selon les deux points de fuite

Ligne d'horizon Pour conclure on relie les deux points de fuite et on s'apperçoit que, malgré le calme apparent de la mer, le bateau n'était pas vraiment à l'horizontal lors de la prise de vue, l'horizon "visuel" ne correspondant pas avec celui calculé (figure 18).

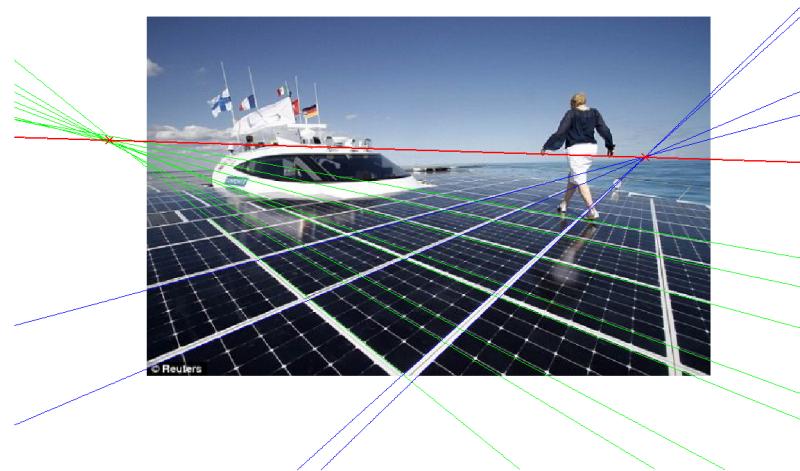


FIGURE 18 – Visualisation de la ligne d'horizon

6 TP 6 - Détection et comptage d'objets

Comme son titre l'indique, ce TP nous intéresse à la détection et au comptage d'objets dans une image. En particulier on essaye de compter des flamants rose sur une image noir et blanc.

6.1 Exercice 0 - Algorithme naïf

Remarque Les premiers algorithmes consistent à positionner correctement au mieux un nombre N donné de disques à l'endroit où l'on suspecte la position d'un flamant rose. On s'intéressera qu'à la fin du TP à l'augmentation et à la diminution de ce chiffre N de manière dynamique.

Algorithme naïf Cet exercice préliminaire qu'il nous est juste demandé d'exécuter est là pour nous faire remarquer les défauts de la recherche naïve qui consiste à placer des disques là où on pense trouver un flamant rose, mais ce de manière indépendante d'un disque à l'autre. On obtient alors le résultat figure 19 qui donne un niveau de gris moyen de 220 environ.

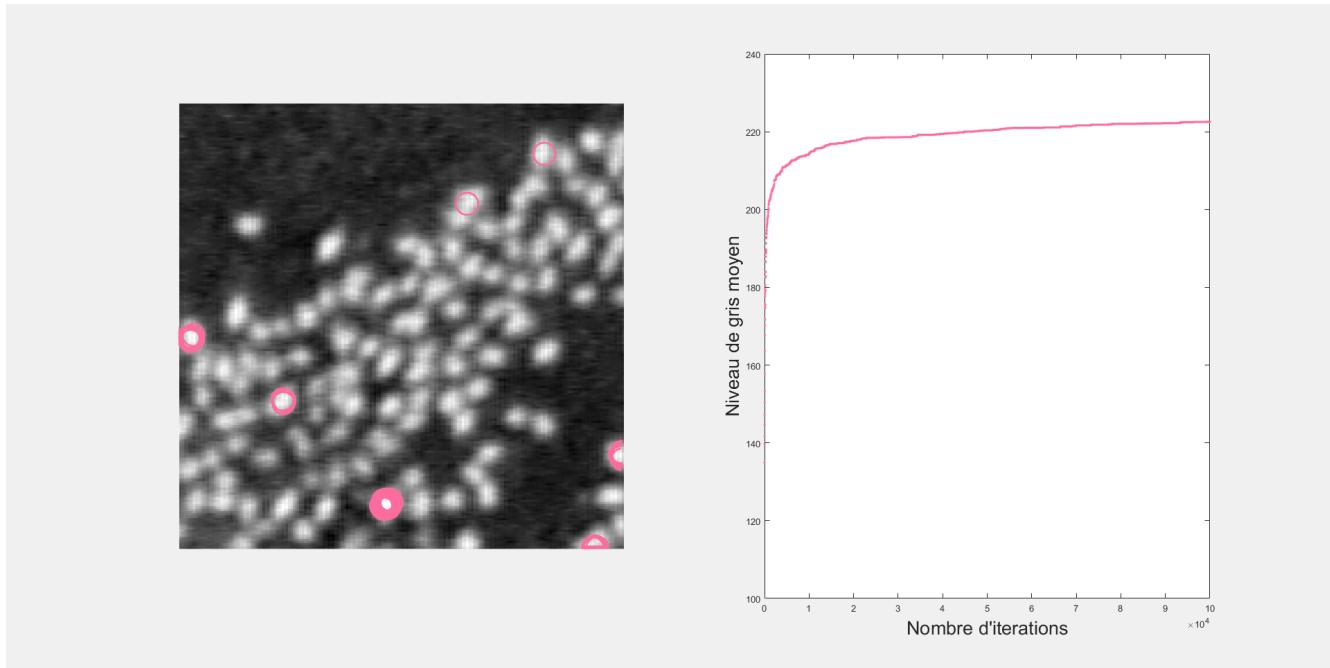


FIGURE 19 – Algorithme aléatoire naïf

Le soucis relevé par cette méthode est que chaque disque va essayer, indépendamment de la position des autres, de se positionner là où le niveau de gris de l'image est le plus élevé. Cette non dépendance entre les disques entraîne que in-fine tous les disques devraient se retrouver exactement au même endroit. Il apparaît donc comme nécessaire d'empêcher les disques de se chevaucher, c'est ce qu'on fera par la suite.

6.2 Exercice 1 - Champ de Markov

Prévenir le recouvrement des disques Dans un deuxième temps on cherche donc à maîtriser la distance entre deux disques pour éviter qu'ils se chevauchent et se retrouvent donc au même endroit. En imposant une distance minimale entre les disques, qui leur permet néanmoins de se chevaucher partiellement, on obtient des résultats bien plus intéressants que l'on peut observer figure 20. Cette fois ci le niveau de gris moyen est d'environ 180 (la baisse par rapport à l'algorithme naïf est parfaitement cohérente).

Le nombre de flamants rose Le principal problème de cette méthode est qu'elle impose de donner à priori le nombre de flamants roses dans l'image, l'algorithme se contentant simplement de les placer correctement. Il faut donc le relancer plusieurs fois avec des paramètres différents pour obtenir un résultat concluant.

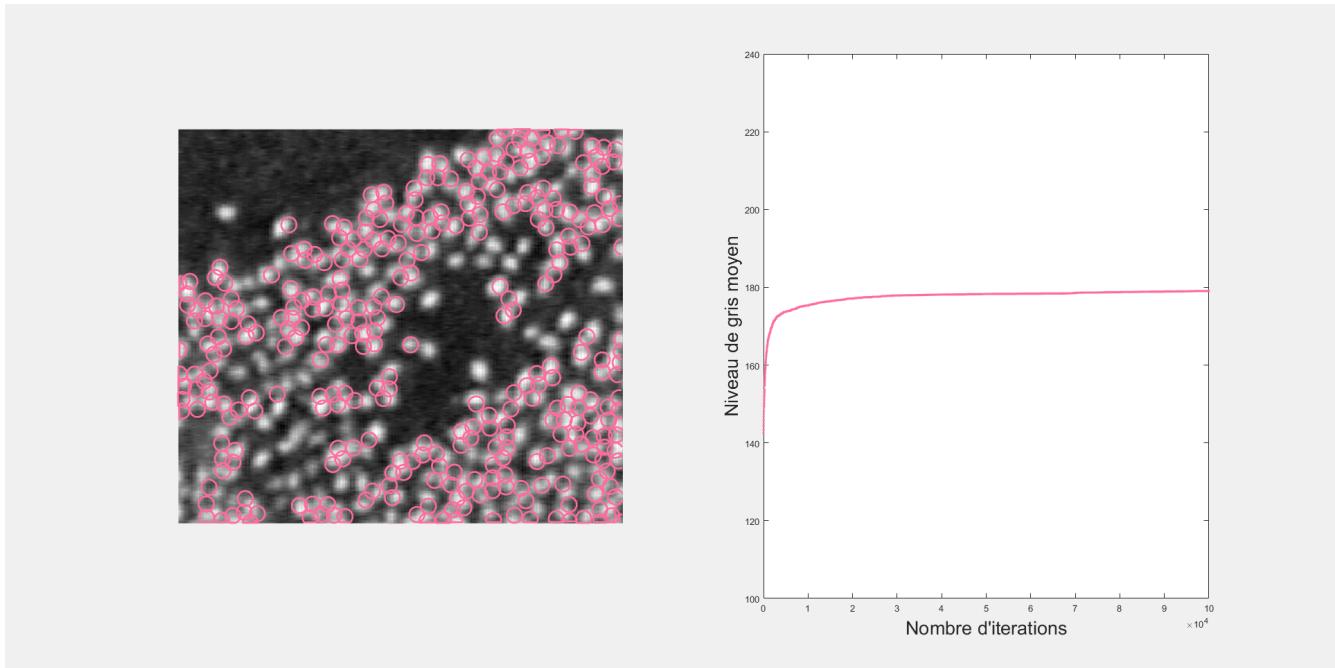


FIGURE 20 – Algorithme par champs de Markov

6.3 Exercice 2 - Processus ponctuel marqué

Principe Le principe du décompte de flamants roses par processus ponctuel marqué est de calculer l'énergie d'une configuration et de chercher à la minimiser, cette énergie étant la somme d'un terme d'attache aux données (est-ce que le disque est placé sur un flamant rose ?) et d'un terme d'a priori (est-ce qu'un disque identifie déjà ce flamant rose ?). En jouant sur les paramètres et sur le rapport de ces deux termes, on espère parvenir à compter le nombre de flamants roses.

Naissances et morts multiples Si l'on s'en tient au processus ponctuel marqué, on ne corrige pas le problème du nombre de flamants roses à trouver. L'initiative retenue est donc de rajouter à chaque itération un certain nombre de disques puis de retirer ceux les moins bien placés.

Résultat Après implémentation de l'algorithme complet, on obtient le résultat figure ??, qui compte 356 flamants roses. Cependant il faut au préalable jouer sur les différents paramètres (β pour donner plus ou moins d'importance au recouvrement des disques, S pour déterminer la taille a priori d'un flamant rose, γ pour jouer sur l'intérêt porté à la couleur des flamants (plus γ est élevé, moins l'image nécessite d'être contrastée pour détecter correctement les flamants roses), T_0 pour jouer sur le nombre de naissances initial, λ_0 pour jouer sur la vitesse initiale de variation du nombre de naissances et de morts, et α pour jouer sur la variation au cours du temps de la vitesse de changement du nombre de naissances et de morts).

Remarques L'algorithme est très lent à converger puisqu'il effectue 120 itérations de naissances et morts. L'énergie finale est alors d'environ -215.

7 TP 7 - Contours actifs

Le but de ce TP est d'étudier l'algorithme du contour actif qui permet d'isoler le contour d'une forme dans une image.

7.1 Introduction

Il s'agit d'un problème qui peut se mettre sous une forme variationnelle pour laquelle on connaît un moyen de résolution. Il faut donc commencer par modéliser le problème puis entamer la résolution, comme le propose le sujet

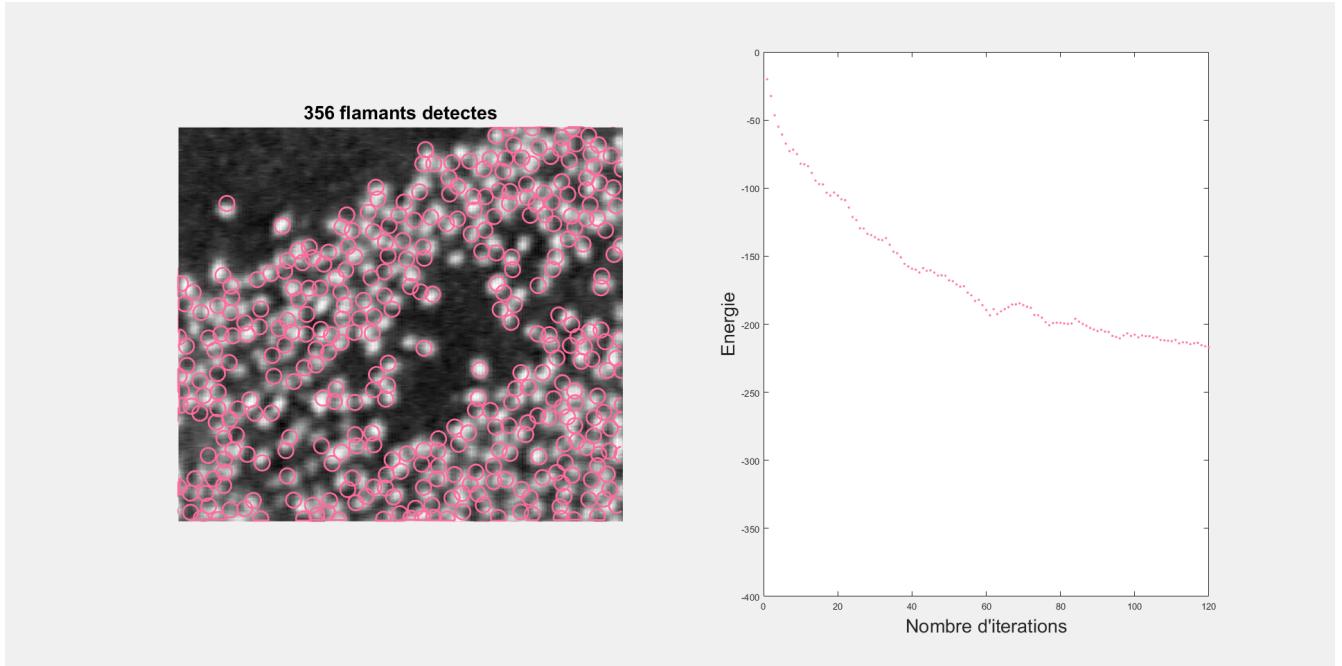


FIGURE 21 – Comptage par naissances et morts multiples

dans une étude préliminaire.

7.2 Exercice 1 - Énergie externe

Énergie externe L'équation $E_{ext}(P(s)) = -\|\nabla I(P(s))\|^2$ défini l'énergie E_{ext} qu'il nous faut minimiser pour résoudre le problème variationnel associé à la détection de contours. On commence donc par afficher, pour une image donnée, la valeur de cette énergie en tous points (figure ??). On remarque ici que loin des contours réels dans l'image cette énergie est très faible (puisque elle dépend du gradient qui y est nul) ce qui fait qu'un snake mal initialisé pourrait ne pas bouger (ne sachant pas dans quelle direction se déplacer).

Solution La solution proposée par le sujet consiste donc à appliquer un flou gaussien à l'image pour étaler les zones de contours de façon à étaler les zones de variation de l'énergie externe. On obtient alors le résultat présenté figure ???. De cette façon si le flou gaussien est peu étalé (T trop petit) alors on aura le même problème que précédemment et inversement si il est trop étalé ou trop prononcé (T grand ou σ grand) alors les zones d'énergie élevée seront trop étalées ce qui rendra le mouvement du contour pas assez important.

Bords de l'image Le problème des bords de l'image est qu'ils ne repoussent pas pour l'instant le *snake* or celui-ci ne devrait pas s'en approcher puisqu'on recherche les contours à l'intérieur de l'image. Pour résoudre ce problème il peut être pratique d'appliquer une force aux bords de l'image qui ramène le *snake* vers l'intérieur de l'image.

7.3 Exercice 2 - Implémentation du *snake*

Application à *coins.png* Après implémentation de l'algorithme, on peut l'appliquer sur *coins.png* et observer le résultat figure ???. Néanmoins les résultats varient beaucoup d'une pièce à l'autre car toutes n'ont pas le même contraste avec le fond.

Application à *IRM.png* De la même façon on peut appliquer l'algorithme pour détourer la tumeur sur *IRM.png* ; résultat figure ???. On observe à nouveau une très forte variation de la qualité de l'algorithme selon comment est placé initialement le contour actif.



7.4 Exercice 3 - Diffusion vers les contours

Prolongement du champs de force Ici l'idée est de prolonger le champs de force là où il est faible par la valeur du champs de force élevé le plus proche. On crée donc une sorte de diagramme de voronoï avec le champs de force qui assurera que le *snake* se déplace même si il est initialement mal placé. Près des bords le champs de force se comporte parfois étrangement et est très sujets aux petites perturbations. On peut observer ce nouveau champs de force et le résultat qu'il induit sur l'algorithme figure ??.

Inconvénients On observe que si les paramètres sont mal choisis le snake peut facilement se recroqueviller sur lui-même. De plus les contours sont détectés très approximativement (à cause du flou gaussien). Enfin des snakes initiaux mals choisis peuvent faire se comporter étrangement l'algorithme qui va alors tenter de couvrir plusieurs contours simultanément.

8 TP 8 - Restauration d'images

On a déjà dans un TP précédent étudier une méthode de restauration d'image qui consistait à projeter les parties préservées dans une base connue pour considérer alors la projection comme image restaurée. Cette fois ci on s'intéresse à un mécanisme indépendant d'une base préalable et capable de remplacer les zones altérées d'une image à partir de la connaissance du reste de l'image uniquement.

8.1 Exercice 1 - Tikhonov

Modélisation variationnelle Dans un premier temps on s'intéresse à la restauration d'une image bruitée. Pour cela on va utiliser une approche variationnelle après modélisation du problème. La proximité de l'image originale



avec l'image restauré ainsi que le caractère "lisse" de celle restaurée conduit à l'établissement de l'énergie dite de Tikhonov présentée dans le sujet. La minimiser dans le cas d'une image numérique conduit à la résolution de l'équation d'Euler-Lagrange discrète :

$$\lambda[I_N - (-D_x^T D_x - D_y^T D_y)]u = \lambda u_0$$

Influence de λ Après implémentation on observe les résultats figure ??.

On remarque que plus λ est petit, plus le bruit disparaît mais plus les contours sont floutés ; cela n'est pas étonnant à la vue de l'équation variationnelle qui rend alors prédominant le terme dû au gradient de l'image (qui est alors minimisé ce qui floute l'image).

8.2 Exercice 2 - Débruitage par variation totale

Variation totale Pour palier le problème des contours que la minimisation de l'équation de Tikhonov tend à faire disparaître on décide de remplacer le carré de la norme du gradient par la norme du gradient. La norme n'étant pas différentiable on choisit de la remplacer par une fonctionne approximante qui est différentiable puis on résoud l'équation variationnelle induite. On observe alors les résultats figure ??.

Image RVB Dans le cas des images RVG l'algorithme peut être appliquée à chaque canal séparément pour obtenir une image moins bruitée. En l'appliquant sur *lena.bmp* on obtient le résultat de la figure ??.



8.3 Exercice 3 - Inpainting

Équation variationnelle L'inpainting consiste à remplacer une partie d'une image par une texture calculée à partir de ce qui entoure cette partie. On peut là encore modéliser ce problème sous la forme d'une équation variationnelle que présente et résoud le sujet. On obtient des résultats très concluants lorsque l'on dispose du masque à enlever (figure ??).

Calcul du masque Dans le cas où l'on ne dispose pas au préalable du masque à remplacer on peut calculer celui-ci par exemple en effectuant un seuillage de l'image. Cela fonctionne très bien pour l'image *grenouille.png* figure ??.

9 TP 9 - Retouche d'images

Dans la lignée des TPs précédents, celui-ci montre comment les équations variationnelles peuvent être utilisées pour faire de la retouche d'image consistant en le remplacement d'une partie d'une image par une autre image.

9.1 Introduction

La solution naïve consiste à simplement placer la nouvelle image à la place de la partie à remplacer (figure ??). Cependant comme on peut le voir cela ne rend pas du tout bien : d'une part la chromatographie n'est pas respectée de l'image originale à l'image remplaçante, d'autre part le gradient à l'endroit de la jonction est très élevé donc irréalistes.



9.2 Exercice 1 - Condition de Neumann

L'implémentation de l'algorithme donné par le sujet donne le résultat figure ???. Afin de palier le fait que le rang de A ne soit pas maximal, j'ai choisis d'appliquer la contrainte qui impose de conserver la moyenne de la couleur sur le bord de la zone à remplacer.

Le résultat est cette fois-ci bien meilleur puisque la chromatographie semble la même sur les deux parties de la nouvelle image. Cependant il y a encore le problème de la jonction entre ces deux parties qui n'a pas été traité. La raison est que l'équation variationnelle tient ne tient compte que de la zone à remplacer et non de sa jonction avec le reste de l'image.

9.3 Exercice 2 - Condition de Dirichlet

La condition de Dirichlet permet de résoudre le problème énoncé plus haut en imposant une condition sur le bord de l'imagette à coller. Après implémentation on obtient un résultat presque impécable (figure ??).

10 TP 10 - Décomposition *cartoon+texture* d'une image

Ce TP présente les différentes façons d'opérer sur une image une décomposition cartoon+texture.

10.1 Exercice 1 - Partition du spectre d'une image

Dans le premier exercice on opère simplement une décomposition entre les hautes et les basses fréquences, la fréquence de coupure étant choisie arbitrairement en fonction de l'image. En effet la fréquence des textures dépend fortement de l'image, de sa taille et du type d'informations qu'elle contient ; dans tous les cas les fréquences hautes



représentent la partie texture tandis que les fréquences basses représentent la partie *cartoon* (figure ??). Dans ce cas la fréquence de coupure retenue est de 32.

On remarque qu'on ne pas a obtenu de résultat convainquant car dans certaines parties de l'image la texture est de fréquence plus haute que dans d'autres, d'où l'impossibilité de choisir une valeur adéquate pour la fréquence de coupure qui ne fasse pas retenir trop ou pas assez de fréquences pour la texture (et inversement pour le *cartoon*) dans certaines parties de l'image.

10.2 Exercice 2 - Filtrage spectral

Afin de palier le problème énoncé plus haut on décide alors non pas de choisir une fréquence de coupure mais de lisser la séparation entre les fréquences de la partie *cartoon* et celles de la partie texture. On obtient les résultats de la figure ?? qui sont plus convainquants.

10.3 Exercice 3 - Modèle ROF

Une fois n'est pas coutume on peut modéliser le problème de séparation des hautes et basses fréquences par une équation variationnelle. En appliquant l'algorithme itératif suggéré par l'énoncé à l'image de l'actrice on obtient un résultat encore meilleur que celui de l'exercice précédent. Cependant c'est bien sur l'image *empreinte.png* que cela est le plus spectaculaire puisqu'elle paraît parfaitement "reconnue" par l'algorithme tandis qu'un seuillage ne réussit pas du tout cette tâche (figure ??).

Cela est certainement dû au fait que la résolution de l'équation variationnelle du modèle ROF permet de prendre en compte en chaque point de l'image une analyse de son environnement local pour le traiter au mieux.



10.4 Exercice 4 - Modèle TV-Hilbert

Dans cette dernière partie on applique un modèle variationnelle qui diffère encore puisqu'il fait intervenir la transformée du Fourier du signal à retrouver (l'image *cartoon*). La pronfonde non linéarité de la transformation de Fourier empêche une résolution aussi directe que précédemment : on doit donc mettre en place une descente de gradient pour résoudre ce problème. Après résolution on obtient pour l'empreinte les résultats de la figure ??.

11 TP 11 - Transformation de Gabor

On s'intéresse dans ce TP à différents cas d'utilisation pratiques de la transformée de Gabor qui permet de représenter sous la forme d'une image une empreinte accoustique d'un enregistrement audio.

11.1 Exercice 1 - Transformée de Gabor

La transformée de Gabor et son inverse Dans un premier temps on effectue la transformée de Gabor avec une fenêtre glissante dont l'image partitionne le temps d'enregistrement. On peut alors retrouver l'enregistrement initial à partir de la transformée de Gabor (figure ??). On remarque que cela n'est pas possible avec la porteuse Gaussienne qu'utilisait Gabor à la place de la fenêtre glissante.

Altération On se propose de ne conserver que la partie réelle de la transformée de Gabor puis que le module, et d'effectuer pour ces deux cas la transformée de Gabor inverse. On observe alors que TODO



11.2 Exercice 2 - Sonagramme

Restriction des fréquences Cette fois ci on retire les fréquences négatives et les fréquences trop grandes. Le signal se dégrade assez rapidement lorsqu'on retire les hautes fréquences (figure ?? puisqu'il suffit de TODO pourcents pour entendre la différence. On a alors retiré au total TODO pourcents des fréquences : ce n'est pas si mal.

Altération Cette fois ci TODO(module/partie réelle)

11.3 Exercice 3 - Création de la partition à partir du sonagramme

Désormais on va compresser encore la représentation du sonagramme en le mettant sous la forme d'une partition. Pour cela on détermine pour chaque mesure la fréquence la plus importante et c'est celle qui correspondra à la note sur la partition (ce n'est en réalité pas exact car une note sur un instrument produit généralement plusieurs fréquences simultanément et parfois la plus audible n'est pas celle attendue). Après implémentation de l'algorithme, le résultat obtenu est celui présenté figure ??.

11.4 Exercice 4 - Compression audio

Le but est d'utiliser la représentation sous la forme de partition comme enregistrement audio compressé. On peut alors à partir de celle-ci retrouver le sonagramme puis par transformation de Gabor inverse obtenir le son. Comme en conservant une note par mesure on perd trop d'informations, on décide de retenir pour chaque mesure un nombre n de notes (fréquences), à condition que leur coefficient dépasse un certain seuil.

TODO



12 TP 12 - Shazam

Ce TP nous fait étudier, dans la continuité du précédent, un cas d'utilisation de l'empreinte sonore que nous avons réalisé. Il s'agit de la reconnaissance de morceau telle qu'effectuée par Shazam.

12.1 Exercice 1 - Empreinte sonore

Dans le TP précédent nous avons effectué une empreinte sonore sur tout le morceau en conservant mesure par mesure la fréquence la plus importante. Cette fois ci on décide de découper l'intervalle de fréquence en 6 bandes (environ 1.5 octaves) puis de sélectionner dans chacune et pour chaque mesure la fréquence la plus importante : cela constitue l'empreinte de l'enregistrement sonore. Pour le son *007.wav* on obtient le résultats figure ??.

12.2 Exercice 2 - Comparaison d'empreintes

Pour cette exercice on doit calculer un score de ressemblance d'un enregistrement à une partie d'un autre. A ces fins on calcule une certaine distance du sonagramme du premier à celui du second.

Distance euclidienne D'après les indications du sujet (et les informations récoltées a posteriori auprès des enseignants) il semblerait que la distance attendue soit une distance euclidienne. Cependant cela ne m'apparaît pas du tout judicieux car fréquences et temps ne sont pas de même "type" ni de même ordre de grandeur. De plus comme il s'agit de morceaux de musique, la fréquence augmente exponentiellement (on pourrait donc prendre le logarithme de la fréquence ce qui serait déjà plus juste). Le résultat de la distance euclidienne la plus simple est visible figure ??.



La mesure N'ayant pas pu assister à la séance pour ce TP j'ai bloqué pendant plusieurs heures chez moi à cause de la variable *mesure* présente dans le code de cet exercice. En effet bien que ce terme n'ait pas de signification précise en musique, il est souvent employé pour définir un ensemble de plusieurs notes qui dure généralement un temps comparable à la seconde. J'ai donc longtemps bloqué sur ce dernier car je cherchait à établir une distance convenable mais m'apercevait que celle-ci était parfois de plusieurs mesures! (voir ci dessous). Puis j'ai remarqué que la valeur d'une mesure était très faible et ne représentait certainement pas la mesure usuelle en musique mais plutôt le pas "d'échantillonage" du sonagramme.

Distance sensée Afin de choisir une distance qui ait une réelle signification j'ai préféré réfléchir de manière pratique : tout d'abord si une fréquence est dans l'extrait elle devra se retrouver dans les données avec une valeur très proche (de moins que la différence entre deux notes successives vraisemblablement). En comparant les logarithme en base 10 de deux notes ceux ci ne doivent donc pas dépasser $\log_{10}(1+1/15)$, 15 étant le nombre de demi tons sur une octave. Ainsi une fois trouvée dans les données la note avec la même fréquence à cet écart près, on peut comparer la distance en temps qui est celle que l'on retient. J'obtient alors des résultats qui me paraissent bien plus "sensés" (figure ??).

12.3 Exercice 3 - Shazam

Dans cette dernière partie on tire profit de la distance créée précédemment pour comparer un extrait à plusieurs morceaux afin de déterminer duquel il provient. On obtient des résultats très concluants (ça fonctionne à chaque fois pour les extraits fournis).



Améliorations Bien que cet algorithme soit celui utilisé par le leader du marché, il y a fort à parier qu'il n'est pas le plus efficace puisque l'un de ses concurrents (soundhound) parvient même à reconnaître une musique sifflotée (notre algorithme ne pourrait comparer correctement un tel extrait puisqu'il est très rare qu'on siffle "juste", c'est à dire avec la même fréquence).

13 TP 13

14 TP 14













