Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение Образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра электронных вычислительных средств

Лабораторная работа № 3
«Изучение метода конечных разностей»

Выполнили:
ст. гр. 850702
Маковский Р. А.
Турко В. Д.

Проверил:
Станкевич А. В.

Минск 2020

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучить метод конечных разностей и использовать его для анализа процессов переноса теплоты теплопроводностью в ЭВС.

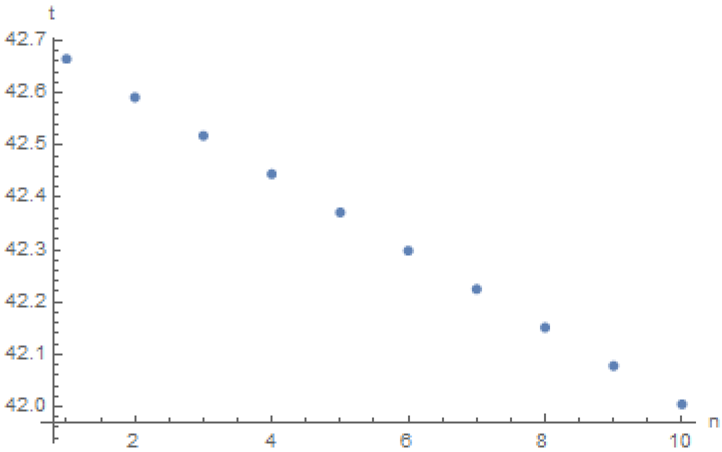
ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ: ВАРИАНТ 3

Задана плоская стенка толщиной 3 мм. Теплофизические свойства стенки: коэффициент температуропроводности 10^{-6} м^2/с, коэффициент теплопроводности 10 Вт/(м·°С). Начальное распределение температуры – равномерное с температурой $t(x,0)=20^0C$. В момент времени $\tau=0$ одна поверхность стенки осуществляет конвективный теплообмен со средой постоянной температуры 50^0C при коэффициенте теплообмена 30 Вт/(м^2·К), другая поверхность стенки осуществляет конвективный теплообмен со средой постоянной температуры 20^0C при коэффициент теплообмена 10 Вт/(м^2·К).

ХОД РАБОТЫ:

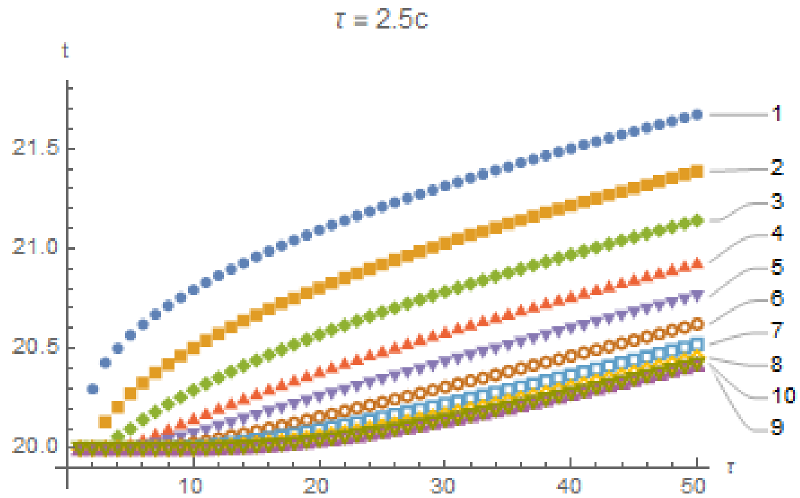
[redacted] Решение стационарной одномерной задачи теплопроводности методом конечных разностей с граничными условиями 3-го рода.

```
FormTemperatures[n_] := Table[Symbol["$t" <> ToString@i], {i, n}];

FormInnerEq[prev_, cur_, next_] := Function[(next - 2 * cur + prev) / dx^2 == 0][prev, cur, next];
FormEdgeEq1[cur_, next_] := Function[(next - cur) / dx + α1 * (τ1 - cur) == 0][cur];
FormEdgeEq2[cur_, prev_] := Function[- (cur - prev) / dx + α2 * (τ2 - cur) == 0][cur];

FormEqSystem[n_] := Module[{equations = {}, t = FormTemperatures[n]},
   AppendTo[equations, FormEdgeEq1[t[[1]], t[[2]]]];
   For[i = 2, i < n, i++, AppendTo[equations, FormInnerEq[t[[i - 1]], t[[i]], t[[i + 1]]]]];
   AppendTo[equations, FormEdgeEq2[t[[n]], t[[n - 1]]]];
   Return[equations];];

FindTemps[n_] := Module[{eqs = FormEqSystem[n], vars = FormTemperatures[n], result},
   result = vars /. Solve[eqs, vars]];
```



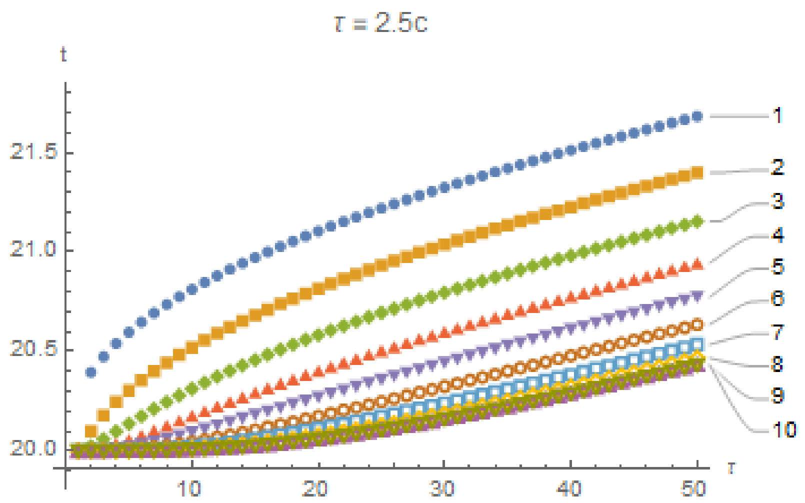
[redacted]Решение нестационарной одномерной задачи явным методом

```
FindBorderT1[t_] := Module[{root = {}},
   root = x /. Solve[(t - x) / dx + α1 * (τ1 - x) == 0, x];
   Return[root[[1]]]];
FindBorderT2[t_] := Module[{root = {}},
   root = x /. Solve[(x - t) / dx + α2 * (τ2 - x) == 0, x];
   Return[root[[1]]]];

FindInnerT[left_, straight_, right_] := Module[{},
   Return[(q * dt * (right - 2 * straight + left) / dx^2) + straight]];

tExplicit[pts0_, tms0_] := Module[
   {temp = {}, result = {}, pts = pts0, tms = tms0, t = FormVars[pts0, tms0]},
   For[i = 1, i ≤ pts, i++, t[[i]][[1]] = t0];
   For[j = 2, j ≤ tms, j++,
    For[i = 2, i < pts, i++,
     t[[i]][[j]] = FindInnerT[t[[i - 1]][[j - 1]], t[[i]][[j - 1]], t[[i + 1]][[j - 1]]];];
    t[[1]][[j]] = FindBorderT1[t[[2]][[j]]];
    t[[pts]][[j]] = FindBorderT2[t[[pts - 1]][[j]]];
   ];
   Return[t]];
```



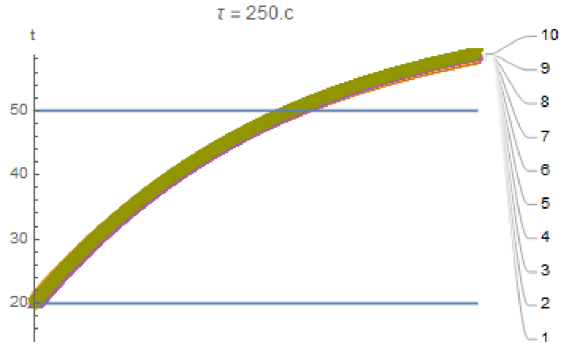
[redacted] Решение нестационарной одномерной задачи неявным методом.

```
FormInitTime[matr_, i_] := Function[matr[[i]][[1]] == t0][matr[[i]][[1]]]

FormEdgeEq1NonStat[matr_, j_, a_, b_] :=
 Function[(matr[[b]][[j]] - matr[[a]][[j]]) / dx + α1 * (τ1 - matr[[a]][[j]]) == 0]
[{matr[[b]][[j]], matr[[a]][[j]]}];

FormEdgeEq2NonStat[matr_, j_, a_, b_] :=
 Function[-(matr[[b]][[j]] - matr[[a]][[j]]) / dx + α2 * (τ2 - matr[[b]][[j]]) == 0]
[{matr[[b]][[j]], matr[[a]][[j]]}];

FormInnerEqImplicit[matr_, i_, j_] :=
 Function[(matr[[i]][[j]] - matr[[i]][[j - 1]]) / dt ==
   q (matr[[i + 1]][[j]] - 2 matr[[i]][[j]] + matr[[i - 1]][[j]]) / dx^2]
[{matr[[i - 1]][[j]], matr[[i]][[j]], matr[[i + 1]][[j]], matr[[i]][[j - 1]]}];

createImplicitEqs[vars_, pts0_, tms0_] := Module[{equations = {}, pts = pts0, tms = tms0, t = vars},
   For[i = 1, i ≤ pts, i++, For[j = 1, j ≤ tms, j++,
      If[j == 1,
        AppendTo[equations, FormInitTime[t, i]],
        Switch[i,
          1, AppendTo[equations, FormEdgeEq1NonStat[t, j, i, i + 1]],
          pts, AppendTo[equations, FormEdgeEq2NonStat[t, j, i - 1, i]],
          _, AppendTo[equations, FormInnerEqImplicit[t, i, j]]
         ];];];];
   Return[equations];];

tImplicit[pts0_, tms0_] :=
  Module[{temp = {}, result = {}, pts = pts0, tms = tms0, t = FormVars[pts0, tms0]},
   For[i = 1, i ≤ pts, i++, For[j = 1, j ≤ tms, j++, AppendTo[temp, t[[i]][[j]]]]];
   result = temp /. Solve[createImplicitEqs[t, pts, tms], temp][[1]];
   Return[ArrayReshape[result, {pts, tms}]]];
```

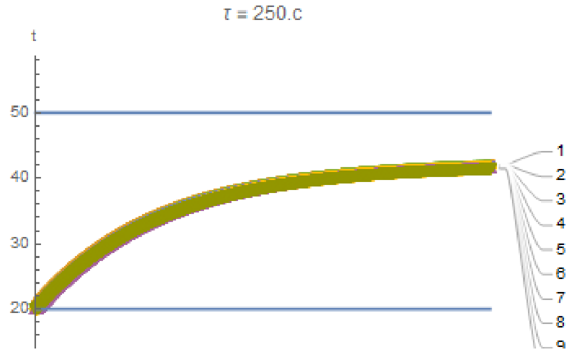


[redacted]Сравнение явного метода и неявного

Явный



Неявный



ВЫВОД:

В лабораторной работе мы решали стационарную и нестационарную одномерные задачи теплопроводности при помощи метода конечных разностей. Для решения нестационарной задачи использовали явный и неявный метод расчета. На небольших отрезках времени оба метода дают схожий результат, однако при увеличении временного отрезка явный метод расчета дал результат, несогласующийся с описываемым физическим процессом. Неявный метод расчета обладает большей вычислительной сложностью, однако дал приемлемый результат на различных отрезках времени.