Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение Образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра электронных вычислительных средств

Лабораторная работа № 5
«ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ»

Выполнили:
ст. гр. 850702
Маковский Р. А.
Турко В. Д.

Проверил:
Станкевич А. В.

Минск 2020

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучить методы решения задачи линейного программирования, используемые при проектировании ЭВС.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ(ВАРИАНТ 3):

3. $F = 2x_1 - 4x_2 + 3 \to \max$ $\begin{cases} 3x_1 \geq 8x_2 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 - x_2 \leq 4 \\ -2x_1 + x_2 \leq 2 \end{cases}$ $x_i \geq 0$

ХОД РАБОТЫ:

Исходные данные

```
(*xi≥0*)
InitF := 2 * x1 - 4 * x2 + 3;
InitL1 := 3 * x1 ≥ 8 * x2;
InitL2 := 2 * x1 + 3 * x2 ≤ 6;
InitL3 := x1 - x2 ≤ 4;
InitL4 := -2 * x1 + x2 ≤ 2;
```

Графический метод

Все ограничения заданы в виде неравенств, поэтому перейдём к уравнениям, введя дополнительные переменные.

```
In[71]:= L1 := 3 * x1 - x3 == 8 * x2;
L2 := 2 * x1 + 3 * x2 + x4 == 6;
L3 := x1 - x2 + x5 == 4;
L4 := -2 * x1 + x2 + x6 == 2;
```

Общее число переменных равно 6, а число ограничений 4, следовательно задача имеет бесчисленное количество решений.

Задача решается в 2-мерном пространстве, поэтому её можно графически изобразить на плоскости.

В системе ограничений наибольшее число раз встречаются переменные x1 и x2, поэтому выберем их в качестве свободных.

Используемые функции

Формирует из ограничений неравенства с учетом xi ≥ 0 (по условию).

```
In[75]:= FormInequalities := Module[{a, b, c, d},
    a = (x3 /. Solve[L1, x3])[[1]] ≥ 0;
    b = (x4 /. Solve[L2, x4])[[1]] ≥ 0;
    c = (x5 /. Solve[L3, x5])[[1]] ≥ 0;
    d = (x6 /. Solve[L4, x6])[[1]] ≥ 0;
    Return[{a, b, c, d}];
   ];
```

Формирует из ограничений неравенства с учетом xi ≤ 0 для наглядности построения.

In[76]:=
```
FormInequalitiesInv := Module[{a, b, c, d},
   a = (x3 /. Solve[L1, x3]) [[1]] ≤ 0;
   b = (x4 /. Solve[L2, x4]) [[1]] ≤ 0;
   c = (x5 /. Solve[L3, x5]) [[1]] ≤ 0;
   d = (x6 /. Solve[L4, x6]) [[1]] ≤ 0;
   Return[{a, b, c, d}];
  ];
```

In[77]:=
```
FormArea := Module[{inEqs = FormInequalitiesInv, plot},
   plot = RegionPlot[{inEqs}, {x1, 0, 10}, {x2, 0, 5}, PlotLegends → {FormInequalities},
     AxesLabel → Automatic, AspectRatio → Automatic];
   Return[plot];
  ];
```

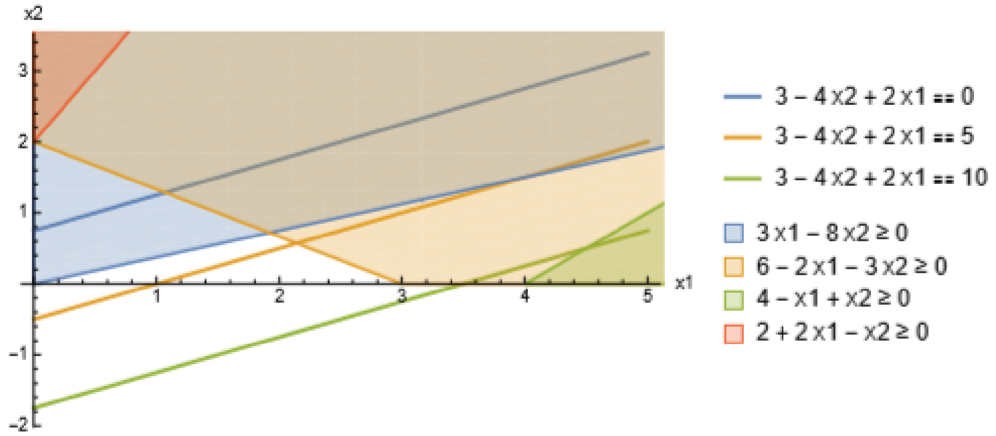
Область допустимых значений

ОДР целевой функции представена белой областью.

Линии отклика представлены цветными параллельным линиями.

In[81]:=
```
Module[{a, b, c, d, min, max},
 OrigF[y_] := x2 /. Solve[InitF == y, x2];
 Show[{Plot[{OrigF[0], OrigF[5], OrigF[10]},
    {x1, 0, 5}, PlotLegends → {InitF == 0, InitF == 5, InitF == 10},
    PlotStyle → Thick, AxesLabel → {x1, x2}], FormArea}]
]
```

Out[81]=



По линиям отклика видно, что целевая функция возрастает с увеличением x2 и уменьшением x1, что в ОДР соответствует значениям x1 = 3, x2 = 0.

In[82]:=
```
Row[
 {"Fmax", Row[{Assuming[x1 == 3 && x2 == 0, Refine[InitF]], "(x1→3, x2→0)"}, ","]}, "="]
```

Out[82]= Fmax = 9, (x1→3, x2→0)

Симплекс-метод

```
In[49]:= Fs := 3 - (-2 * x1 + 4 * x2);
L1s := x3 == 0 - (-3 * x1 + 8 * x2);
L2s := x4 == 6 - (2 * x1 + 3 * x2);
L3s := x5 == 4 - (1 * x1 - 1 * x2);
L4s := x6 == 2 - (-2 * x1 + 1 * x2);
```

Свободные члены во всех ограничения больше 0, следовательно ограничения совместны.

Все коэффициенты при свободных переменных (x1, x2) разных знакову, поэтому условие оптимальности не выполняется.

Необходимо выбрать новую базисную переменную. В соответствии с правилом выбора свободной переменной в базис переводим переменную x1.

В соответствии с правилом выбора базисной переменной в свободные переменные переводим x3.

```
In[54]:= Fs := 3 - (-4 * x2 / 3 - 2 * x3 / 3);
L1s := x1 == 0 - (8 x2 / 3 + x3 / 3);
L2s := x4 == 6 - (2 * x1 + 3 * x2);
L3s := x5 == 4 - (1 * x1 - 1 * x2);
L4s := x6 == 2 - (-2 * x1 + 1 * x2);
```

Все коэффициенты при свободных переменных (x2, x3) отрицательные, что говорит о выполнении признака оптимальности для поиска минимума

Поэтому в свободные переменные переводим x4.

```
In[59]:= Fs := 9 - (7 x2 + x4);
L1s := x3 == 0 - (-3 * x1 + 8 * x2);
L2s := x1 == 3 - (3 * x2 / 2 + x4 / 2);
L3s := x5 == 4 - (1 * x1 - 1 * x2);
L4s := x6 == 2 - (-2 * x1 + 1 * x2);
```

Теперь коэффициенты при всех свободных переменных (x2, x4) целевой функции положительные, выполняется условие оптимального решения

и целевая функция будет иметь максимальное значение.

```
In[64]:= Row[
  {"Fmax", Row[{Assuming[x2 == 0 && x4 == 0, Refine[FsMax]], "(x2→0, x4→0)"}, ","]}, "="]

Out[64]= Fmax = 9, (x2→0, x4→0)
```

ВЫВОД:

В лабораторной работе мы познакомились с методами решения задач линейного программирования. В частности, мы максимизировали функцию при помощи симплекс-метода и графического метода. При небольшом количестве переменных в записи ЗЛП можно использовать графический метод. Однако при большом количестве перменных предпочтительнее симплекс-метод, который более приспособлен к решению на ЭВМ.