Questionário - Prova 2

$A = 1$
$B = 4$
$C = 4$

$V_1 = (4, 0, 0, 1)$
$V_2 = (1, 1, 4, 0)$
$V_3 = (A+B, A^2, A.B, 1) = (5, 1, 4, 1)$
$V_4 = (0, -4, -4, 4)$
$V_5 = (B+AB, AB, B^2, A) = (8, 4, 16, 1)$

$$M = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & -4 & 16 \\ 1 & 0 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & -4 & 16 \\ 4 & 1 & 5 & 0 & 8 \end{bmatrix} L_1 \leftrightarrow L_4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & -4 & 16 \\ 0 & 1 & 1 & -16 & 4 \end{bmatrix} L_4 - 4L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 12 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -16 & 4 \end{bmatrix} L_3 - 4L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ L_4 - L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ L_3 \cdot \frac{1}{12} \\ \\ \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ L_4 + 12L_3 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 - 4L_3 \\ L_2 + 4L_3 \\ \\ \\ \end{matrix}$$

SOMA ELEMTOS = 10

2) Para ser base tem que ser L.I, o escalonamento deles tem que ter o mesmo numero de pivô e vetores

$\{V_1, V_2, V_4\}$

3) $V_5 = \alpha V_1 + \beta V_2$

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 16 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 4 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 16 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$0 \cdot \alpha + 1 \cdot \beta = 4 \rightarrow \beta = 4$

$1 \cdot \alpha + 0 \cdot \beta = 1 \rightarrow \alpha = 1$

$L_1 - L_2$

$V_5 = 1 . V_1 + 4 . V_2$

$$\boxed{\alpha + \beta = 5}$$

4) $V_3 = \alpha V_1 + \beta V_2$

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$\rightarrow 0.\alpha + 1.\beta = 1 \rightarrow \beta = 1$

$\rightarrow 1.\alpha + 0.\beta = 1 \rightarrow \alpha = 1$

$\boxed{\alpha + \beta = 2}$

5) $N = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 4 & -4 & 16 \\ 1 & 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 4 & -4 & 16 \\ 4 & 1 & 0 & 8 \end{bmatrix} L_1 \leftrightarrow L_4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 4 & -4 & 16 \\ 0 & 1 & -16 & 4 \end{bmatrix} L_4 - 4L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 12 & 0 \\ 0 & 1 & -16 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ L_3 + 4L_2 \\ \\ \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ L_3 \cdot \frac{1}{12} \\ L_4 - L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ L_4 + 12L_3 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 - 4L_3 \\ L_2 + 4L_3 \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \rightarrow$$

$x + w = 0 \Rightarrow x = -w$

$y + 4w = 0 \quad y = -4w$

$w = \alpha$

$x = -\alpha$

$y = -4\alpha$

$(x, y, z, w) = (-\alpha, 0, -4\alpha, \alpha)$

$= \alpha(-1, 0, -4, 1)$

Esp. solução $= [(-1, 0, -4, 1)]$

Dim. Esp. solução $= 1$

6) A base é formada pelos vetores geradores do espaço solução, que podemos obter ao escalonar e achar as variáveis livres, e é L.I pois é um vetor único

7)
$$a = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & 16 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} L_1 \leftrightarrow L_4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & 16 \\ 4 & 1 & 5 & 8 \end{bmatrix} L_4 - 4L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & 16 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} L_4 - 4L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ L_3 - 4L_2 \\ L_4 - L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} x + z + w = 0 \\ y + z + 4w = 0 \end{matrix}$$

$z = \alpha$ $\qquad x = -z - w$

$w = \beta$ $\qquad y = -z - 4w$

$(-\alpha, -\alpha, \alpha, 0) + (-\beta, -4\beta, 0, \beta)$

$\alpha(-1, -1, 1, 0) + \beta(-1, -4, 0, 1)$

Esp Solução $= [(-1, -1, 1, 0), (-1, -4, 0, 1)]$

Dim = 2

8) Base: $\{(-1, -1, 1, 0), (-1, -4, 0, 1)\}$

geram o subespaço e são L.I.

A base é formada pelos vetores geradores do espaço solução, que podemos obter ao escalonar e achar as variáveis livres também deve ser L.I, que é o caso, pois não temos vetores que são multiplos um do outro.

9) a) $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 4 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ $L_1 \leftrightarrow L_4$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} L_4 - 4L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ L_3 - 4L_2 \\ L_4 - L_2 \end{array}$$

2 Pivos, Não é Base de $\mathbb{R}^3$

B) $\{V_3, V_4\}$ é L.I

$V_3 = (5, 1, 4, 1)$
$V_4 = (0, -4, -4, 4)$

São L.I pois não são multiplos um do outro.

C) $[V_1, V_2, V_3)$

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} L_1 \leftrightarrow L_4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 4 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ L_4 - 4L_2 \\ L_4 - 4L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ L_4 - L_2 \end{matrix}$$

D) $\{v_1, v_3\}$ é L.I

$v_1 = (4, 0, 0, 1)$
$v_3 = (5, 1, 4, 1)$

não são multiplos um do outro, então são L.I

E) V_1, V_5 Dim 2

$$\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 0 & 4 \\ 0 & 16 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} L_1 \leftrightarrow L_4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \\ 0 & 16 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \\ 0 & 16 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} L_4 - 4L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 16 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} L_2 \cdot \frac{1}{4}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ L_3 - 16L_2 \\ L_4 - 4L_2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} L_1 - L_2$$

F) $\{v_1, v_2, v_4, v_5\}$ base $\mathbb{R}^4$

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 4 & -4 & 16 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

foi escalonado na questão 5

3 Pivos

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Não é base de $\mathbb{R}^4$, pois possui apenas 3 pivos