PROVA 3

$T(x, y, z) = (x - y + 5z, 0, -4x + 4y + 5z, -4z)$

$A = (V1 \quad V2 \quad V3)$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ -4 & 4y & 5\cancel{z} \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -\frac{5}{4} \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} R_3 \cdot \frac{-1}{4}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{25}{4} \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} R_3 - R_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & -\frac{25}{4} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} R_2 \longleftrightarrow R_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} -\frac{4}{25} \cdot R2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} R_4 + 4R_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} R_1 - 5R_2$$

$x = \alpha$

$x - \alpha = 0$

$z = 0$

$y = \alpha$

$(\alpha, \alpha, 0)$

$\alpha(1, 1, 0)$

ORDEM ERRADA

$$[T]_B^C = [T(B)]_C = [T(1,0,0)_C \; T(0,1,0)_C \; T(0,0,1)_C]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ -4 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & -9 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -4 & 2 \\ -2 & 10 & -2 \\ -2 & -4 & 12 \end{bmatrix} \quad T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$

$$\det \begin{bmatrix} 8-\lambda & -4 & 2 \\ -2 & 10-\lambda & -2 \\ -2 & -4 & 12-\lambda \end{bmatrix}$$

$(8-\lambda)(10-\lambda)(12-\lambda) - 2.(10-\lambda).-2$

$+4(10-\lambda) + (8-\lambda)(10-\lambda)(12-\lambda)$

$\lambda^3 - 30\lambda^2 + 284\lambda - 840 = \emptyset$

$\lambda_1 = 14$

$\lambda_2 = 6$

$\lambda_3 = 10$

$$\lambda = 6$$

$$\begin{bmatrix} 8-6 & -4 & 2 \\ -2 & 10-6 & -2 \\ -2 & -4 & 12-6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -2 & 4 & -2 \\ -2 & -4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ 2 & -4 & 2 \\ -2 & -4 & 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ L_2 \cdot -1 \\ \\ \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 8 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ L_2 - \\ L_3 + L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ L_3 \cdot -\frac{1}{8} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ L_2 \leftrightarrow L_3 \\ \\ \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 + 4L_2 \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 \cdot \frac{1}{2} \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$z = \alpha$

(α, α, α)

$x - \alpha = 0$ | $y - \alpha = 0$ | $\alpha(1, 1, 1)$

$x = \alpha$ | $y = \alpha$

2)
$$\begin{bmatrix} 8-\lambda & -4 & 2 \\ -2 & 10-\lambda & -2 \\ -2 & -4 & 12-\lambda \end{bmatrix} \quad \lambda = 10$$

$$\begin{bmatrix} -2 & -4 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ -2 & -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & -4 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} L_3 - L_1$$

$$\begin{bmatrix} -2 & -4 & 2 \\ 0 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 + 1 \\ L_2 - L_1 \\ \\ \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 + L_2 \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 \cdot -\frac{1}{2} \\ L_2 \cdot \frac{1}{4} \\ \\ \end{matrix}$$

$z = \alpha$

$x + \alpha = 0$ $\quad (-\alpha, \alpha, \alpha)$

$x = -\alpha$

$y - \alpha = 0$ $\quad \alpha(-1, 1, 1)$

$y = \alpha$ $\quad \alpha$

$$\begin{bmatrix} 8-\lambda & -4 & 2 \\ -2 & 10-\lambda & -2 \\ -2 & -4 & 12-\lambda \end{bmatrix} \qquad \lambda = 14$$

$$\begin{bmatrix} 8-14 & -4 & 2 \\ -2 & 10-14 & -2 \\ -2 & -4 & 12-14 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -4 & 2 \\ -2 & -4 & -2 \\ -2 & -4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -4 & 2 \\ -2 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} L_3 - L_2$$

$$\begin{bmatrix} +3 & +2 & -1 \\ +1 & +2 & +1 \\ & & \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 \cdot -\frac{1}{2} \\ L_2 \cdot -\frac{1}{2} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & +1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} L_1 \leftrightarrow L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & +1 \\ 0 & -4 & -4 \\ & & \end{bmatrix} L_2 - 3L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} L_2 \cdot -\frac{1}{4}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} L_1 - L_2$$

$z = \alpha$

$y = -\alpha$

$x + y = 0$

$x - \alpha = 0$

$x = \alpha$

$(\alpha, -\alpha, \alpha)$

$(1, -1, 1)$

B_1 $\quad v = (3, 5, 7$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 15 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 9 \\ 5 \end{bmatrix}$$