

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО  
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

**Курсовая работа**  
Вариант 94

Добрышкин Владимир Александрович  
Р3107

Преподаватель  
Поляков Владимир Иванович

Функция  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  принимает значение 1 при  $x_5x_4 + x_3x_2x_1 = 1, 5, 6, 7, 8$  и неопределенное значение при  $x_5x_4 + x_3x_2x_1 = 3$ .

## Таблица истинности

№	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_5x_4$	$x_3x_2x_1$	$x_5x_4$	$x_3x_2x_1$	$f$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	2	0	2	0	0
2	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
3	0	0	0	1	1	3	0	3	0	d
4	0	0	1	0	0	0	4	0	4	0
5	0	0	1	0	1	2	4	2	4	1
6	0	0	1	1	0	1	4	1	4	1
7	0	0	1	1	1	3	4	3	4	1
8	0	1	0	0	0	0	2	0	2	0
9	0	1	0	0	1	2	2	2	2	0
10	0	1	0	1	0	1	2	1	2	d
11	0	1	0	1	1	3	2	3	2	1
12	0	1	1	0	0	0	6	0	6	1
13	0	1	1	0	1	2	6	2	6	1
14	0	1	1	1	0	1	6	1	6	1
15	0	1	1	1	1	3	6	3	6	0
16	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
17	1	0	0	0	1	2	1	2	1	d
18	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0
19	1	0	0	1	1	3	1	3	1	0
20	1	0	1	0	0	0	5	0	5	1
21	1	0	1	0	1	2	5	2	5	1
22	1	0	1	1	0	1	5	1	5	1
23	1	0	1	1	1	3	5	3	5	1
24	1	1	0	0	0	0	3	0	3	d
25	1	1	0	0	1	2	3	2	3	1
26	1	1	0	1	0	1	3	1	3	0
27	1	1	0	1	1	3	3	3	3	1
28	1	1	1	0	0	0	7	0	7	1
29	1	1	1	0	1	2	7	2	7	0
30	1	1	1	1	0	1	7	1	7	1
31	1	1	1	1	1	3	7	3	7	0

## Аналитический вид

### Каноническая ДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5$$

### Каноническая КНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5)$$

# Минимизация булевой функции методом Квайна–Мак-Класки

## Кубы различной размерности и простые импликанты

$K^0(f)$			$K^1(f)$			$K^2(f)$		$Z(f)$
$m_2$	00010	✓	$m_2-m_3$	0001X	✓	$m_2-m_3-m_6-m_7$	00X1X	0110X
$m_{16}$	10000	✓	$m_2-m_6$	00X10	✓	$m_2-m_3-m_{10}-m_{11}$	0X01X	0X101
$m_5$	00101	✓	$m_2-m_{10}$	0X010	✓	$m_2-m_6-m_{10}-m_{14}$	0XX10	110X1
$m_6$	00110	✓	$m_{16}-m_{17}$	1000X	✓	$m_{16}-m_{17}-m_{20}-m_{21}$	10X0X	X1011
$m_{12}$	01100	✓	$m_{16}-m_{20}$	10X00	✓	$m_{16}-m_{17}-m_{24}-m_{25}$	1X00X	00X1X
$m_{20}$	10100	✓	$m_{16}-m_{24}$	1X000	✓	$m_{16}-m_{20}-m_{24}-m_{28}$	1XX00	0X01X
$m_3$	00011	✓	$m_6-m_7$	0011X	✓	$m_{20}-m_{21}-m_{22}-m_{23}$	101XX	0XX10
$m_{10}$	01010	✓	$m_5-m_7$	001X1	✓	$m_{20}-m_{22}-m_{28}-m_{30}$	1X1X0	10X0X
$m_{17}$	10001	✓	$m_3-m_7$	00X11	✓	$m_6-m_7-m_{22}-m_{23}$	X011X	1X00X
$m_{24}$	11000	✓	$m_{10}-m_{11}$	0101X	✓	$m_5-m_7-m_{21}-m_{23}$	X01X1	1XX00
$m_7$	00111	✓	$m_{12}-m_{13}$	0110X		$m_{12}-m_{14}-m_{28}-m_{30}$	X11X0	101XX
$m_{11}$	01011	✓	$m_{12}-m_{14}$	011X0	✓	$m_6-m_{14}-m_{22}-m_{30}$	XX110	1X1X0
$m_{13}$	01101	✓	$m_{10}-m_{14}$	01X10	✓			X011X
$m_{14}$	01110	✓	$m_3-m_{11}$	0X011	✓			X01X1
$m_{21}$	10101	✓	$m_5-m_{13}$	0X101				X11X0
$m_{22}$	10110	✓	$m_6-m_{14}$	0X110	✓			XX110
$m_{25}$	11001	✓	$m_{20}-m_{21}$	1010X	✓			
$m_{28}$	11100	✓	$m_{20}-m_{22}$	101X0	✓			
$m_{23}$	10111	✓	$m_{17}-m_{21}$	10X01	✓			
$m_{27}$	11011	✓	$m_{24}-m_{25}$	1100X	✓			
$m_{30}$	11110	✓	$m_{24}-m_{28}$	11X00	✓			
			$m_{17}-m_{25}$	1X001	✓			
			$m_{20}-m_{28}$	1X100	✓			
			$m_5-m_{21}$	X0101	✓			
			$m_6-m_{22}$	X0110	✓			
			$m_{12}-m_{28}$	X1100	✓			
			$m_{22}-m_{23}$	1011X	✓			
			$m_{21}-m_{23}$	101X1	✓			
			$m_{25}-m_{27}$	110X1				
			$m_{28}-m_{30}$	111X0	✓			
			$m_{22}-m_{30}$	1X110	✓			
			$m_7-m_{23}$	X0111	✓			
			$m_{11}-m_{27}$	X1011				
			$m_{14}-m_{30}$	X1110	✓			

## Таблица импликант

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам (это те, которые покрывают вершины, не покрытые другими импликантами), а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Затем вычеркнем импликанты, не покрывающие ни одной вершины.

Простые импликаты		0-кубы																
		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
		0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
		1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
		0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0
		2	5	6	7	11	12	13	14	16	20	21	22	23	25	27	28	30
A	0110X						X	X										
B	0X101		X					X										
C	110X1														X	X		
D	X1011					X										X		
E	00X1X	X		X	X													
F	0X01X	X				X												
G	0XX10	X		X					X									
H	10X0X									X	X	X						
I	1X00X									X					X			
J	1XX00									X	X						X	
K	101XX										X	X	X	X				
L	1X1X0										X		X				X	X
M	X011X			X	X								X	X				
N	X01X1		X		X							X		X				
O	X11X0						X		X								X	X
P	XX110			X					X				X					X

Ядро покрытия:

$$T = \{ \}$$

Метод Петрика:

Запишем булево выражение, определяющее условие покрытия всех вершин:

$$Y = (E \vee F \vee G) (B \vee N) (E \vee G \vee M \vee P) (E \vee M \vee N) (D \vee F) (A \vee O) (A \vee B) (G \vee O \vee P) (H \vee I \vee J) \\ (H \vee J \vee K \vee L) (H \vee K \vee N) (K \vee L \vee M \vee P) (K \vee M \vee N) (C \vee I) (C \vee D) (J \vee L \vee O) (L \vee O \vee P)$$

Приведем выражение в ДНФ:

$$Y = ACFJNP \vee ADGILN \vee BCFHMO \vee BDEIKO \vee ACDEJNP \vee ACDGHLN \vee ACDGJLN \vee \\ ACDGJNP \vee ACFGHLN \vee ACFGILN \vee ACFGJLN \vee ACFHLP \vee ACFHLMNO \vee ACFHNO \vee \\ ACFILNP \vee ACFJMN \vee ADEIJNP \vee ADEIKNO \vee ADEILNO \vee ADEILNP \vee ADFIJNP \vee \\ ADFILNP \vee ADGIJNP \vee ADGIKNO \vee BCDEHKO \vee BCDEHMO \vee BCDEJKO \vee BCDGHMO \vee \\ BCEFHKO \vee BCEFIKO \vee BCEFJKO \vee BCFHNO \vee BCFIKMO \vee BCFJKMO \vee BCFJMN \vee \\ BCFJNOP \vee BDEHIMO \vee BDEILNO \vee BDFHIMO \vee BDFIKMO \vee BDGHIMO \vee BDGIKMO \vee \\ BDGIKNO \vee BDGILNO \vee \dots \text{термы высших рангов}$$

Возможны следующие покрытия:

$$C_1 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ J \\ N \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 1XX00 \\ X01X1 \\ XX110 \end{pmatrix} \quad C_2 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ D \\ G \\ I \\ L \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ X1011 \\ 0XX10 \\ 1X00X \\ 1X1X0 \\ X01X1 \end{pmatrix} \quad C_3 = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ F \\ H \\ M \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 10X0X \\ X011X \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_1^a = 20 \quad S_1^b = 26 \quad S_2^a = 20 \quad S_2^b = 26 \quad S_3^a = 20 \quad S_3^b = 26$$

$$C_4 = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ I \\ K \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ X1011 \\ 00X1X \\ 1X00X \\ 101XX \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_4^a = 20 \\ S_4^b = 26$$

$$C_5 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ D \\ E \\ J \\ N \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ X1011 \\ 00X1X \\ 1XX00 \\ X01X1 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

$$S_5^a = 24 \\ S_5^b = 31$$

$$C_6 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ D \\ G \\ H \\ L \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ X1011 \\ 0XX10 \\ 10X0X \\ 1X1X0 \\ X01X1 \end{pmatrix}$$

$$S_6^a = 24 \\ S_6^b = 31$$

$$C_7 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ D \\ G \\ J \\ L \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ X1011 \\ 0XX10 \\ 1XX00 \\ 1X1X0 \\ X01X1 \end{pmatrix}$$

$$S_7^a = 24 \\ S_7^b = 31$$

$$C_8 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ D \\ G \\ J \\ N \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ X1011 \\ 0XX10 \\ 1XX00 \\ X01X1 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

$$S_8^a = 24 \\ S_8^b = 31$$

$$C_9 = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ G \\ H \\ L \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 0XX10 \\ 10X0X \\ 1X1X0 \\ X01X1 \end{pmatrix}$$

$$S_9^a = 23 \\ S_9^b = 30$$

$$C_{10} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ G \\ I \\ L \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 0XX10 \\ 1X00X \\ 1X1X0 \\ X01X1 \end{pmatrix}$$

$$S_{10}^a = 23 \\ S_{10}^b = 30$$

$$C_{11} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ G \\ J \\ L \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 0XX10 \\ 1XX00 \\ 1X1X0 \\ X01X1 \end{pmatrix}$$

$$S_{11}^a = 23 \\ S_{11}^b = 30$$

$$C_{12} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ H \\ L \\ N \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 10X0X \\ 1X1X0 \\ X01X1 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

$$S_{12}^a = 23 \\ S_{12}^b = 30$$

$$C_{13} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ H \\ M \\ N \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 10X0X \\ X011X \\ X01X1 \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{13}^a = 23 \\ S_{13}^b = 30$$

$$C_{14} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ H \\ N \\ O \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 10X0X \\ X01X1 \\ X11X0 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

$$S_{14}^a = 23 \\ S_{14}^b = 30$$

$$C_{15} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ I \\ L \\ N \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 1X00X \\ 1X1X0 \\ X01X1 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

$$S_{15}^a = 23 \\ S_{15}^b = 30$$

$$C_{16} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ J \\ M \\ N \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 1XX00 \\ X011X \\ X01X1 \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{16}^a = 23 \\ S_{16}^b = 30$$

$$C_{17} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ D \\ E \\ I \\ J \\ N \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ X1011 \\ 00X1X \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ X01X1 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

$$S_{17}^a = 23 \\ S_{17}^b = 30$$

$$C_{18} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ D \\ E \\ I \\ K \\ N \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ X1011 \\ 00X1X \\ 1X00X \\ 101XX \\ X01X1 \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{18}^a = 23 \\ S_{18}^b = 30$$

$$C_{19} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ D \\ E \\ I \\ L \\ N \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ X1011 \\ 00X1X \\ 1X00X \\ 1X1X0 \\ X01X1 \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{19}^a = 23 \\ S_{19}^b = 30$$

$$C_{20} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ D \\ E \\ I \\ L \\ N \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ X1011 \\ 00X1X \\ 1X00X \\ 1X1X0 \\ X01X1 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

$$S_{20}^a = 23 \\ S_{20}^b = 30$$

$$C_{21} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ D \\ F \\ I \\ J \\ N \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ X1011 \\ 0X01X \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ X01X1 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

$$S_{21}^a = 23 \\ S_{21}^b = 30$$

$$C_{22} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ D \\ F \\ I \\ L \\ N \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ X1011 \\ 0X01X \\ 1X00X \\ 1X1X0 \\ X01X1 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

$$S_{22}^a = 23 \\ S_{22}^b = 30$$

$$C_{23} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ D \\ G \\ I \\ J \\ N \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ X1011 \\ 0XX10 \\ 1X00X \\ 1XX00 \\ X01X1 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

$$S_{23}^a = 23 \\ S_{23}^b = 30$$

$$C_{24} = \begin{pmatrix} T \\ A \\ D \\ G \\ I \\ K \\ N \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0110X \\ X1011 \\ 0XX10 \\ 1X00X \\ 101XX \\ X01X1 \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{24}^a = 23 \\ S_{24}^b = 30$$

$$C_{25} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ D \\ E \\ H \\ K \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ X1011 \\ 00X1X \\ 10X0X \\ 101XX \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{25}^a = 24 \\ S_{25}^b = 31$$

$$C_{26} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ D \\ E \\ H \\ M \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ X1011 \\ 00X1X \\ 10X0X \\ X011X \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{26}^a = 24 \\ S_{26}^b = 31$$

$$C_{27} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ D \\ E \\ J \\ K \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ X1011 \\ 00X1X \\ 1XX00 \\ 101XX \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{27}^a = 24 \\ S_{27}^b = 31$$

$$C_{28} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ D \\ G \\ H \\ M \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ X1011 \\ 0XX10 \\ 10X0X \\ X011X \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{28}^a = 24 \\ S_{28}^b = 31$$

$$C_{29} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ F \\ H \\ K \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ 00X1X \\ 0X01X \\ 10X0X \\ 101XX \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{29}^a = 23 \\ S_{29}^b = 30$$

$$C_{30} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ F \\ I \\ K \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ 00X1X \\ 0X01X \\ 1X00X \\ 101XX \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{30}^a = 23 \\ S_{30}^b = 30$$

$$C_{31} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ E \\ F \\ J \\ K \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ 00X1X \\ 0X01X \\ 1XX00 \\ 101XX \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{31}^a = 23 \\ S_{31}^b = 30$$

$$C_{32} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ F \\ H \\ N \\ O \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 10X0X \\ X01X1 \\ X11X0 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

$$S_{32}^a = 23 \\ S_{32}^b = 30$$

$$C_{33} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ F \\ I \\ K \\ M \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 1X00X \\ 101XX \\ X011X \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{33}^a = 23 \\ S_{33}^b = 30$$

$$C_{34} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ F \\ J \\ K \\ M \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 1XX00 \\ 101XX \\ X011X \\ X11X0 \end{pmatrix} \quad C_{35} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ F \\ J \\ M \\ N \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 1XX00 \\ X011X \\ X01X1 \\ X11X0 \end{pmatrix} \quad C_{36} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ C \\ F \\ J \\ N \\ O \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 1XX00 \\ X01X1 \\ X11X0 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

$$S_{34}^a = 23 \\ S_{34}^b = 30$$

$$S_{35}^a = 23 \\ S_{35}^b = 30$$

$$S_{36}^a = 23 \\ S_{36}^b = 30$$

$$C_{37} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ H \\ I \\ M \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ X1011 \\ 00X1X \\ 10X0X \\ 1X00X \\ X011X \\ X11X0 \end{pmatrix} \quad C_{38} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ I \\ L \\ N \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ X1011 \\ 00X1X \\ 1X00X \\ 1X1X0 \\ X01X1 \\ X11X0 \end{pmatrix} \quad C_{39} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ F \\ H \\ I \\ M \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ X1011 \\ 0X01X \\ 10X0X \\ 1X00X \\ X011X \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{37}^a = 23 \\ S_{37}^b = 30$$

$$S_{38}^a = 23 \\ S_{38}^b = 30$$

$$S_{39}^a = 23 \\ S_{39}^b = 30$$

$$C_{40} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ F \\ I \\ K \\ M \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ X1011 \\ 0X01X \\ 1X00X \\ 101XX \\ X011X \\ X11X0 \end{pmatrix} \quad C_{41} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ G \\ H \\ I \\ M \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ X1011 \\ 0XX10 \\ 10X0X \\ 1X00X \\ X011X \\ X11X0 \end{pmatrix} \quad C_{42} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ G \\ I \\ K \\ M \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ X1011 \\ 0XX10 \\ 1X00X \\ 101XX \\ X011X \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{40}^a = 23 \\ S_{40}^b = 30$$

$$S_{41}^a = 23 \\ S_{41}^b = 30$$

$$S_{42}^a = 23 \\ S_{42}^b = 30$$

$$C_{43} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ G \\ I \\ K \\ N \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ X1011 \\ 0XX10 \\ 1X00X \\ 101XX \\ X01X1 \\ X11X0 \end{pmatrix} \quad C_{44} = \begin{pmatrix} T \\ B \\ D \\ G \\ I \\ L \\ N \\ O \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X101 \\ X1011 \\ 0XX10 \\ 1X00X \\ 1X1X0 \\ X01X1 \\ X11X0 \end{pmatrix}$$

$$S_{43}^a = 23 \\ S_{43}^b = 30$$

$$S_{44}^a = 23 \\ S_{44}^b = 30$$

Рассмотрим следующее минимальное покрытие:

$$C_{\min} = \begin{pmatrix} 0110X \\ 110X1 \\ 0X01X \\ 1XX00 \\ X01X1 \\ XX110 \end{pmatrix}$$

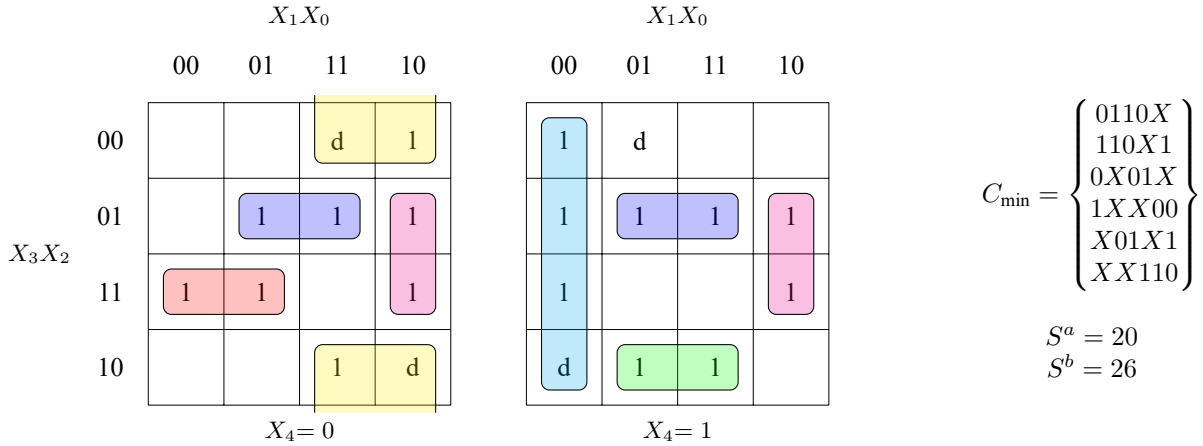
$$S^a = 20 \\ S^b = 26$$

Этому покрытию соответствует следующая МДНФ:

$$f = \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_3} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_2} x_3 x_5 \vee x_3 x_4 \overline{x_5}$$

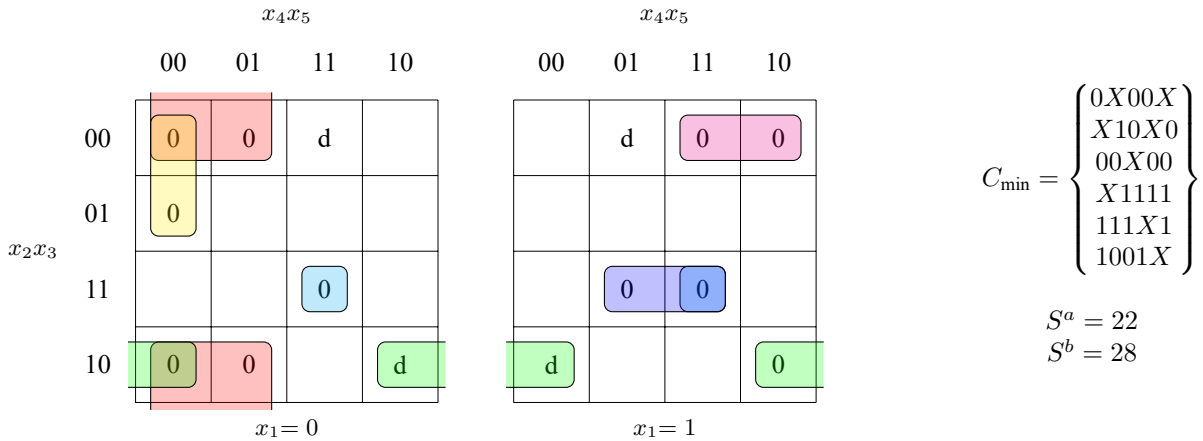
## Минимизация булевой функции на картах Карно

### Определение МДНФ



$$f = \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_3} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_2} x_3 x_5 \vee x_3 x_4 \overline{x_5}$$

### Определение МКНФ



$$f = (x_1 \vee x_3 \vee x_4) (\overline{x_2} \vee x_3 \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee x_4 \vee x_5) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4})$$

## Преобразование минимальных форм булевой функции

### Факторизация и декомпозиция МДНФ

$$f = \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_3} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_2} x_3 x_5 \vee x_3 x_4 \overline{x_5} \quad S_Q = 26 \quad \tau = 2$$

Декомпозиция невозможна

$$f = \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_3} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_2} x_3 x_5 \vee x_3 x_4 \overline{x_5} \quad S_Q = 26 \quad \tau = 2$$



## Факторизация и декомпозиция МКНФ

$$f = (x_1 \vee x_3 \vee x_4) (\overline{x_2} \vee x_3 \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee x_4 \vee x_5) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})$$

$$(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4}) \quad S_Q = 28 \quad \tau = 2$$

$$f = (x_3 \vee (x_1 \vee x_4) (\overline{x_2} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_4})) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_4}) (x_1 \vee x_2 \vee x_4 \vee x_5) \quad S_Q = 25 \quad \tau = 4$$

$$\varphi = x_1 \vee x_4$$

$$\overline{\varphi} = \overline{x_1} \overline{x_4}$$

$$f = (x_3 \vee \varphi (\overline{x_2} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_4})) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5} \vee \overline{\varphi}) (\varphi \vee x_2 \vee x_5) \quad S_Q = 23 \quad \tau = 4$$

## Синтез комбинационных схем

Будем анализировать схемы на следующих наборах аргументов:

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 1]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0]) = 1$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 1]) = 1$$

## Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_3} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_2} x_3 x_5 \vee x_3 x_4 \overline{x_5} \quad (S_Q = 26, \tau = 2)$$

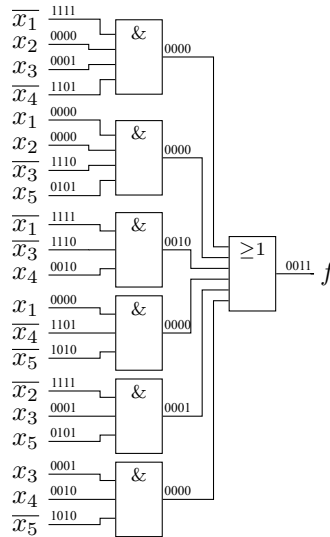
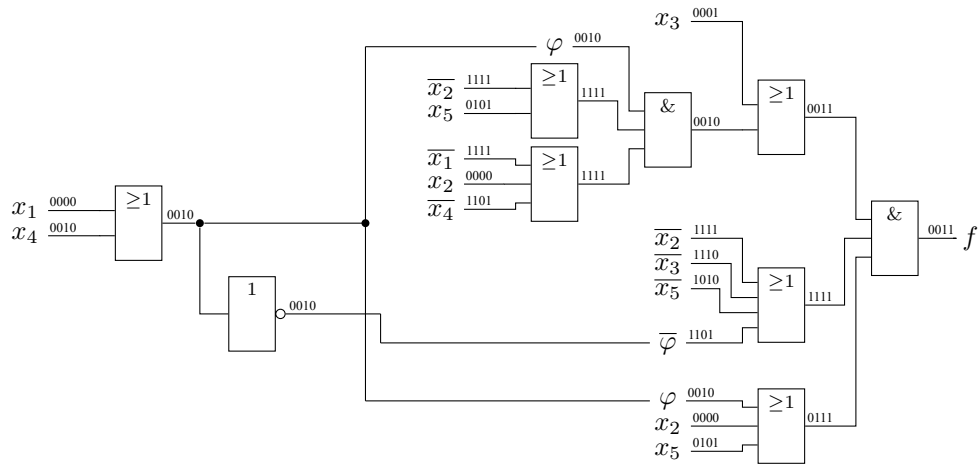


Схема по упрощенной МКНФ:

$$f = (x_3 \vee \varphi (\overline{x_2} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_4})) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5} \vee \overline{\varphi}) (\varphi \vee x_2 \vee x_5) \quad (S_Q = 23, \tau = 4)$$

$$\varphi = x_1 \vee x_4$$



## Сокращенный булев базис (И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_1 x_2 x_3 x_4} x_1 x_2 x_3 x_5} \overline{\overline{x_1 x_3 x_4} x_1 \overline{x_4} x_5} \overline{\overline{x_2 x_3 x_5} x_3 x_4 x_5} \quad (S_Q = 33, \tau = 4)$$

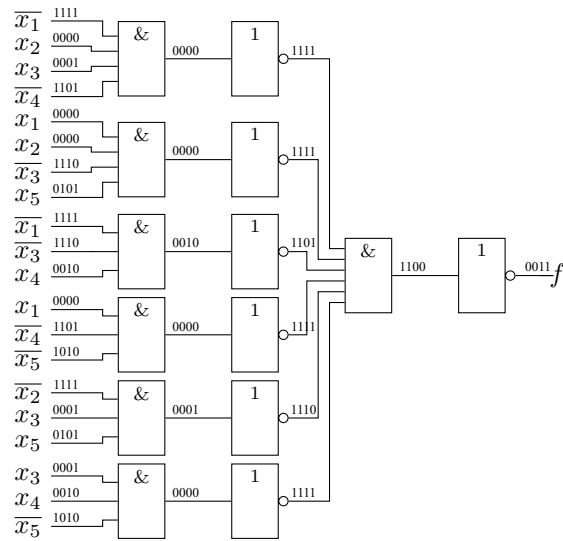
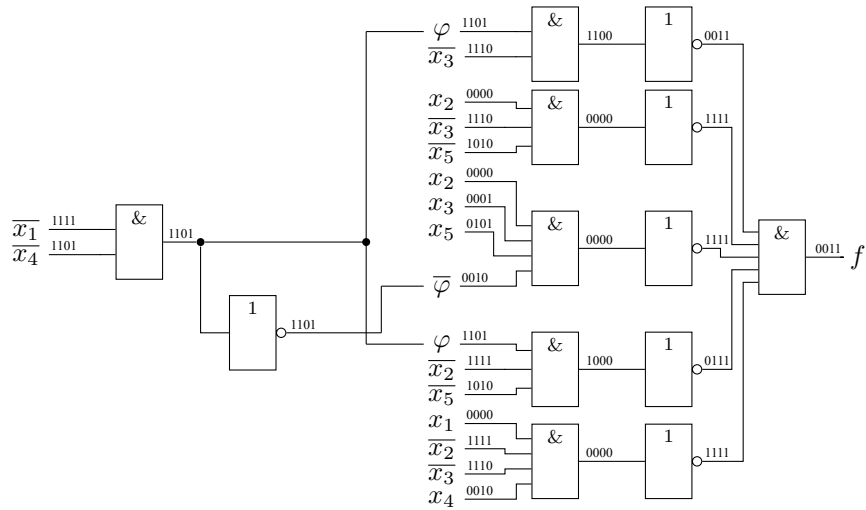


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\varphi} \overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_2} x_3 x_5 \overline{\varphi} \overline{\varphi} \overline{x_2} \overline{x_5} x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \quad (S_Q = 29, \tau = 5)$$

$$\varphi = \overline{x_1} \overline{x_4}$$



## Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = x_3 \overline{x_2} x_5 x_4 \overline{x_5} \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} x_1 \overline{x_4} \overline{x_5} x_2 \overline{x_3} x_5 \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 \quad (S_Q = 42, \tau = 8)$$

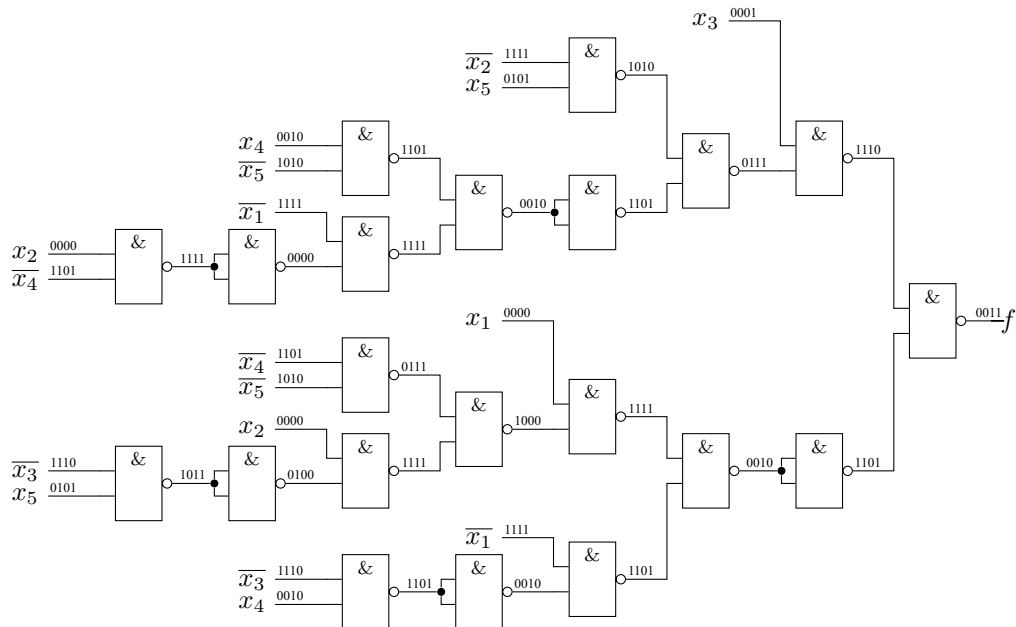


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_5} x_1 \overline{x_2} x_4 \overline{x_1} \overline{x_4} x_3 \overline{x_2} x_5 \overline{x_2} x_3 x_5 \overline{x_1} x_4 \quad (S_Q = 42, \tau = 9)$$

