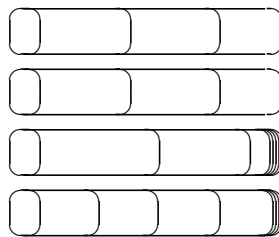


## Investigação Operacional

LEI / MIEI - UMinho

Trabalho 1 (data de entrega: 23 de março)

No problema de empacotamento a uma dimensão com contentores de igual capacidade, pretende-se determinar como se deve empacotar um conjunto de itens em contentores (*bins*), de modo a otimizar uma dada medida de eficiência. Dado um fornecimento de *bins* de capacidade  $W$  e uma lista de  $n$  itens de comprimento  $w_i$ ,  $0 < w_i \leq W, i = 1, \dots, n$ , uma solução é admissível quando se atribuem todos os itens a *bins* sem exceder a capacidade de nenhum deles. A seguinte figura mostra uma solução de um problema de empacotamento em que todos os contentores têm igual capacidade. Notar que, em alguns contentores, há espaço não ocupado.



Os problemas de empacotamento têm uma estrutura semelhante aos problemas de corte. Na literatura anglo-saxónica, estas classes de problemas são designadas por *bin packing problems* e *cutting stock problems*, respectivamente.

Iremos abordar um problema a uma dimensão com contentores de diferentes capacidades. A medida de eficiência é a soma dos comprimentos dos contentores usados. A título de exemplo, se a solução óptima usar 10 contentores de comprimento 11, 2 de comprimento 10, e 1 de comprimento 7, o valor da solução óptima é  $10 \times 11 + 2 \times 10 + 1 \times 7 = 137$ .

As listas de contentores e de itens dependem de xABCDE de acordo com a seguinte regra.

### Regra para determinar as listas de contentores e de itens

Seja xABCDE o número de inscrição do estudante do grupo com maior número de inscrição, em que x pode ser 0 ou 1. O número de contentores disponíveis de cada comprimento e o número de itens a empacotar de cada comprimento são dados pelas seguintes tabelas:

contentores	
comprimento	quantidade disponível
11	ilimitada
10	B+1
7	D+1

itens	
comprimento	quantidade
1	$k_1$
2	$k_2$
3	$k_3$
4	$k_4$
5	5

- se o algarismo B for par, então  $k_1 = 0$ , senão  $k_1 = 2$ ;
- se o algarismo C for par, então  $k_2 = C + 2$ , senão  $k_2 = C + 8$ ;
- se o algarismo D for par, então  $k_3 = 0$ , senão  $k_3 = 10$ ;
- se o algarismo E for par, então  $k_4 = E + 2$ , senão  $k_4 = E + 8$ ;

O objectivo deste trabalho é resolver o problema utilizando o modelo de 'úm-corte' de Dyckhoff, designado na literatura anglo-saxónica por *one-cut model* (ver Anexo I). O relatório deve incluir os seguintes pontos:

0. Indique o valor de  $x_{ABCDE}$ , e apresente duas tabelas como as do enunciado com os valores resultantes da aplicação da regra. Calcule também a soma dos comprimentos dos itens a empacotar.
1. Apresente a formulação deste problema (ver informação no Anexo II).
2. Apresente o modelo de programação linear (ver informação no Anexo II).
3. Apresente o ficheiro de input (*cut-and-paste*).
4. Apresente o ficheiro de output produzido pelo programa (*cut-and-paste*).
5. Interprete a solução óptima, indique a soma dos comprimentos dos contentores usados, e apresente um plano do empacotamento em que cada contentor utilizado é representado por uma barra com o comprimento do contentor, mostrando a forma como é dividido para obter o conjunto de itens nele colocados.
6. Descreva os procedimentos usados para validar o modelo.

Faça *upload* no BlackBoard (ver informação adicional no Anexo II) dos ficheiros:

- $x_{ABCDE}.pdf$ , com o relatório do trabalho
- $x_{ABCDE}.lp$ , com o ficheiro de *input*

## **ANEXO I - Modelo de Dyckhoff**

No modelo de padrões de corte do problema de corte unidimensional, cada variável de decisão corresponde a um conjunto de operações de corte que são realizadas num objeto grande para obter os itens. Dyckhoff (1981) introduziu modelos 'um-corte', em que cada variável de decisão corresponde a uma única operação de corte efectuada numa única peça.

H. Dyckhoff. A new linear programming approach to the cutting stock problem. *Operations Research*, 29: 1092–1104, 1981.

Embora a descrição do modelo use linguagem relativa a problemas de corte, a mesma formulação pode ser aplicada a problemas de empacotamento, dadas as semelhanças entre os dois problemas.

A ideia subjacente ao modelo é a seguinte. As operações de 'um-corte' podem ser efectuadas em objectos grandes, ou em peças intermédias que resultam de operações de 'um-corte' anteriores. Dada uma peça de uma determinada largura, um 'um-corte' é uma operação de divisão da peça em duas peças menores. Cada 'um-corte' deve produzir, pelo menos, uma peça da largura de um item pedido. Uma das peças resultante de um 'um-corte' pode não ser da largura de um item pedido (é, por vezes, designada por peça residual), porque ela própria pode ser cortada posteriormente para obter uma largura mais pequena, ou então ser simplesmente perda do processo de corte.

## ANEXO II

### Objectivo

Os trabalhos práticos experimentais visam desenvolver a capacidade de analisar sistemas complexos, de criar modelos para os descrever, de obter soluções para esses modelos utilizando programas computacionais adequados, de validar os modelos obtidos, de interpretar as soluções obtidas, e de elaborar recomendações para o sistema em análise.

Adicionalmente, a elaboração do relatório visa desenvolver as competências da alínea e) do Artigo 5.º do Decreto-Lei n.º 74/2006 de 24-03-2006, que se transcreve em baixo.

### Apresentação da formulação e do modelo

Um dos aspectos mais valorizados é a correcção da apresentação das formulações e dos modelos, que devem ser delineados como se indica de seguida.

Formulação:

- A formulação do problema é a ideia (fórmula) subjacente à construção do modelo.
- Usando linguagem corrente e em linhas gerais, deve conter:
  1. a descrição do problema, indicando aspectos relevantes, como os recursos disponíveis ou regras gerais de funcionamento;
  2. o objectivo;
  3. a escolha das variáveis de decisão e o modo como os valores das variáveis de decisão (ou conjuntos de valores) se traduzem em decisões a implementar no sistema real;
  4. uma apresentação da coerência global do modelo a construir, *i.e.*, como se pretende representar o problema do sistema real através de um modelo com restrições lineares e uma função objectivo linear;
  5. em casos mais complexos em que a formulação não é de todo evidente, por ser justificada por resultados teóricos, estes devem ser apresentados, ou, em alternativa, deve ser fornecida evidência suficiente, complementada por referências bibliográficas.

Modelo:

- Usando linguagem matemática, a apresentação de cada elemento do modelo (eventualmente agrupando elementos) deverá ser justificada e acompanhada de uma explicação com detalhe do seu significado, e de uma identificação da dimensão de cada elemento:
  1. variáveis de decisão (*e.g.*,  $x_i$  : número de artigos de tipo  $i$  a produzir por hora,  $i = 1, 2$ ). Adicionalmente, deverá haver uma declaração do tipo de variável, por exemplo:
    - $x_1, x_2 \geq 0$  (ou  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$  ou  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_{\geq 0}^2$ );
    - $x_1, x_2 \geq 0$  e inteiros (ou  $x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  ou  $\mathbf{x} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}^2$ ); ou
    - $x_1, x_2 \in \{0, 1\}$  (ou  $x_1, x_2 \in \mathbb{B}$  ou  $\mathbf{x} \in \mathbb{B}^2$  ou  $\mathbf{x} \in \{0, 1\}^2$ ).

2. parâmetros (*e.g.*, número de artigos disponíveis/mês, número de horas da máquina  $j$  disponíveis / dia,  $j = 1, \dots, m$ , etc.);
  3. função objectivo (linear) (*e.g.*, lucro diário), explicitando se se trata de um problema de maximização ou minimização;
  4. restrições (lineares), eventualmente com uma verificação da coerência dimensional das funções lineares das restrições quando elas se relacionam com dados do problema (*e.g.*, horas da máquina  $j$  / dia,  $j = 1, \dots, m$ , etc.).
- Finalmente, pode justificar-se aprofundar a análise da coerência global do modelo, mostrando que:
    1. as restrições (ou os grupos de restrições) traduzem as regras de funcionamento do sistema e definem um conjunto de soluções que permite obter qualquer decisão admissível no sistema real;
    2. a função objectivo traduz a medida desejada de eficiência do sistema;

Outros aspectos que são também valorizados são os relacionados com a metodologia da Investigação Operacional. Por exemplo, o trabalho de validação do modelo, que deve necessariamente incluir uma verificação de que a solução obtida pelo *solver* é uma decisão admissível e correcta do modelo e que pode ser traduzida numa decisão adequada ao sistema real. O relatório deve conter uma descrição do que foi feito (não precisa de ser muito detalhada e fastidiosa) para ganhar confiança que o modelo está a dar a solução óptima.

### **Grupos de Trabalho**

- Os trabalhos experimentais devem ser realizados em grupos de 3, 4 ou 5 estudantes.
- Os estudantes de um grupo podem pertencer a turnos TP diferentes.
- A constituição de um grupo de trabalho fica definida através da listagem dos nomes e números mecanográficos dos elementos do grupo, na capa do relatório do trabalho. Antes disso, não é necessário enviar aos docentes da UC qualquer informação.
- Foi criado um fórum para ajudar os estudantes interessados a encontrar colegas para formar um grupo de trabalho.

### **Formato do Relatório**

- O relatório deve ser feito em formato A4, ter uma folha de capa com a identificação dos estudantes do grupo, do trabalho e da data.
- O relatório de cada trabalho experimental deve traduzir a experiência de modelação e resolução dos casos propostos e conter as peças requeridas no enunciado do trabalho.

- Não é desejável que o estudante perca muito tempo com a qualidade de "apresentação gráfica", que não é valorizada. O relatório pode incluir texto editado com processador de texto, desenhos e gráficos feitos em computador, e também texto manuscrito legível e desenhos feitos manualmente, fotografados e colados como imagens. É aceitável haver páginas que combinem elementos de todos estes tipos.
- Poderá incluir a discussão de dificuldades surgidas durante a realização do trabalho.

### **Entrega dos Relatórios dos Trabalhos e dos ficheiros associados**

- No Blackboard, na entrada > upload ficheiros de trabalhos (Práticos Experimentais).
- Deve ser feita apenas por um dos elementos do grupo.
- Nomes dos ficheiros:
  - o nome do ficheiro com o Relatório deve ser xABCDE.pdf, um ficheiro do tipo pdf preferencialmente. Caso não disponham de ferramentas para o gerar, poderá ser um ficheiro Word com o nome xABCDE.doc ou de outro tipo convertível para pdf.
  - o nome do ficheiro de input deve ser xABCDE.lp

em que xABCDE é o número de inscrição do estudante do grupo com maior número de inscrição, e x pode ser 0 ou 1.

### **Outras Informações**

Os trabalhos em que haja conduta académica ilícita serão anulados, de acordo com o definido no Art. 152.º do Regulamento Académico da Universidade do Minho (RAUM), publicado em Diário da República, 2.ª Série, em 20 de janeiro de 2020, e proceder-se-á conforme está definido nesse artigo.

### **Dispensa de realização de Trabalhos Práticos Experimentais**

Aplica-se o que está descrito em baixo, a menos que algum despacho superveniente estabeleça outras regras.

#### **1. Estudantes sem regime especial de frequência**

Um estudante que não tenha obtido aproveitamento na UC num ano lectivo anterior, apesar de ter tido classificação positiva nos trabalhos, não está dispensado da realização dos trabalhos no ano lectivo corrente.

#### **2. Estudantes em regime especial de frequência de estudante-trabalhador**

Segundo está determinado no Artigo 68.º - Frequência e avaliação das aprendizagens - do Regulamento Académico da Universidade do Minho (RAUM):

5 - O estudante trabalhador que obtenha aproveitamento na componente de natureza laboratorial ou componente de trabalho prático num dado ano letivo e não obtenha aproveitamento na respetiva UC fica dispensado de efetuar essa componente no ano letivo seguinte.

Assim, no corrente ano, essa dispensa não é válida para os estudantes trabalhadores que realizaram os trabalhos há dois ou mais anos.

3. Estudantes em outros regimes especiais de frequência

Aplica-se o determinado no RAUM. Solicita-se aos estudantes nestes regimes que informem o docente caso estejam dispensados da realização dos trabalhos práticos.

4. A verificação do estatuto do estudante é feita à data de emissão das classificações, no final do semestre.

## **ANEXO II**

### **Excerto do Decreto-Lei n.º 74/2006 de 24-03-2006**

#### **Artigo 5.º**

##### **Grau de licenciado**

O grau de licenciado é conferido aos que demonstrem:

- a) Possuir conhecimentos e capacidade de compreensão numa área de formação a um nível que:
  - i) Sustentando-se nos conhecimentos de nível secundário, os desenvolva e aprofunde;
  - ii) Se apoie em materiais de ensino de nível avançado e lhes corresponda;
  - iii) Em alguns dos domínios dessa área, se situe ao nível dos conhecimentos de ponta da mesma;
- b) Saber aplicar os conhecimentos e a capacidade de compreensão adquiridos, de forma a evidenciarem uma abordagem profissional ao trabalho desenvolvido na sua área vocacional;
- c) Capacidade de resolução de problemas no âmbito da sua área de formação e de construção e fundamentação da sua própria argumentação;
- d) Capacidade de recolher, seleccionar e interpretar a informação relevante, particularmente na sua área de formação, que os habilite a fundamentarem as soluções que preconizam e os juízos que emitem, incluindo na análise os aspectos sociais, científicos e éticos relevantes;
- e) Competências que lhes permitam comunicar informação, ideias, problemas e soluções, tanto a públicos constituídos por especialistas como por não especialistas;
- f) Competências de aprendizagem que lhes permitam uma aprendizagem ao longo da vida com elevado grau de autonomia.