Semestrální projekt MI-PPR.2 2014/2015

Paralelní algoritmus pro řešení problému Permutace číselných kostek

Vojtěch Drbohlav

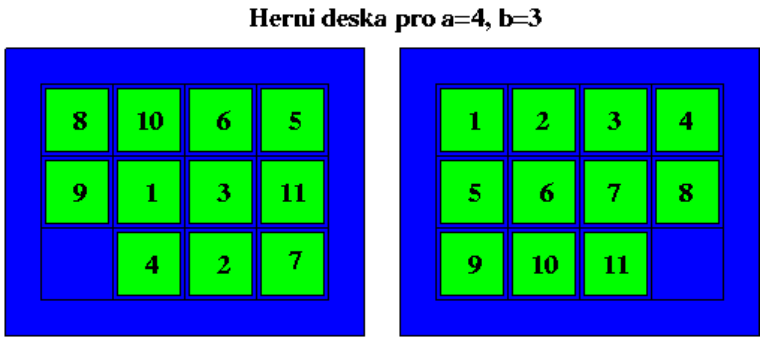
magisterské studium, FIT ČVUT, Kolejní 550/2, 160 00 Praha 6

December 16, 2014

1 Definice problému

1.1 Vstupní data

a,b = přirozená čísla, a>=b>=3
q = přirozené číslo, a*b>q
X0 = počáteční konfigurace zkonstruovaná zpětným provedením q náhodných tahů z cílové konfigurace. Platí q>=d(X0).



1.2 Definice

Je-li X konfigurace, daná rozmístěním číselných kostek na herní desce, pak t(X) je počet doposud provedených tahů, kterými jsme převedli počáteční konfiguraci X0 na konfiguraci X. d(X) je spodní mez počtu tahů, kterými se lze dostat z konfigurace X do cílové konfigurace C. Tato spodní mez je rovna manhatanské vzdálenosti X od cílové konfigurace C, což je součet manhatanských vzdáleností současného a cílového políčka všech kostek. Man-

hatanská vzdálenost políček (x1,y1) a (x2,y2) je |x1-x2|+|y1-y2|. Spodní mez počtu tahů nejlepšího možného řešení je tedy d(X0).

1.3 Pravidla a cíl hry

Pravoúhlá herní deska se skládá z a x b čtvercových políček, v kterých jsou na počátku podle určité permutace rozmístěny po řádcích kostky s čísly 1 až M-1, kde M=ab, a jedno políčko se nechá prázdné, viz obrázek vlevo. Tomuto rozmístění kostek budeme říkat počáteční konfigurace X0. Jeden tah je vodorovný nebo svislý posun jedné kostky na sousední volné políčko. Cílem hry je použitím minimálního počtu tahů převést počáteční konfiguraci X0 na cílovou konfiguraci C, ve které jsou kostky seřazeny vzestupně po řádcích a prázdné políčko je vpravo dole, jak ukazuje obrázek vpravo.

2 Popis sekvenčního algoritmu

Jedná se o algoritmus typu BB-DFS, tedy prohledávání stavového prostoru do hloubky. Stavový prostor je nekonečný, proto je hloubka zásobníku shora omezena počtem náhodných tahů,k terý byly použity k vygenerování počáteční konfigurace X_0. Zezdola je hloubka zásobníku omezena manhatanskou vzdáleností X a X_0, tedy $d(X_0)$.

Po inicializaci algoritmu je na vrcholu zásobníku uzel s číslem 0. Nad zásobníkem se poté provádí prohledávání prostoru. Jeden krok algoritmu vypadá takto:

1. Přečte vrchol zásobníku a zjistí zda se jedná o uzavřený nebo otevřený tah
2. Pokud se jedná o otevřený tah, provede ho, změní jeho typ na uzavřený
3. Zjistí, zda je hra v cílové konfiguraci
4. Pokud ano, tak uloží nové nejlepší řešení a ukončí krok
5. Pokud ne a ještě se nedosáhlo horní meze hloubky zásobníku q a hloubka zásobníku je nižší než délka aktuálně nalezeného nejlepšího řešení, tak přidá na vrchol zásobníku všechny možné tahy, kterými je možné pokračovat ve hře

6. Pokud se jedná o uzavřený tah, tak provede tah v opačném směru a odebere ho z vrcholu zásobníku

Algoritmus končí prázdným zásobníkem.

Vstup program může načíst ze souboru, jeho cestu přečte z prvního spouštěcího argumentu. Také je možné nechat vygenerovat náhodnou počáteční konfiguraci, argumenty programu jsou potom zadány v tomto pořadí: počet řádků stavového prostoru, počet sloupců stavového prostoru a počet náhodných tahů, které se mají provést.

Výstupem programu je počet a posloupnost tahů, které vedou z počáteční konfigurace do cílové konfigurace, a doba výpočtu.

Vstup	Čas
input.10m	648.324 s
input.15m	885.035 s
input.20m	1217.23 s

Table 1: Naměřené časy

3 Popis paralelního algoritmu a jeho implementace v MPI

Paralelní algoritmus je v podstatě stejný jako sekvenční, akorát jsem do něj doplnil komunikaci přes MPI, dělení zásobníku a distribuované ukončení výpočtu.

Po spuštění hlavní proces vygeneruje nebo načte počáteční konfiguraci a rozešle ji ostatním procesům, které na ni čekají, po přijetí této konfigurace začnou procesy čekat na část zásobníku. Hlavní proces vygeneruje alespoň tolik oteřených tahů, kolik je procesů, tyto tahy rozešle ostatním procesům a ve svém zásobníku je označí jako odeslané, aby je během výpočtu přeskočil.

Po každých sto krocích prohledávání procesy zpracují zprávy, které jim mohly být zaslány ostatními procesy. Pokud proces najde nové nejlepší řešení rozešle ho ostatním procesům, ty si toto řešení uloží a podle toho mohou více omezit hloubku zásobníku.

Po vyprázdnění zásobníku pošle proces žádost o práci jinému procesu a poté pouze obluhuje příchozí komunikaci. Pokud dostane odpověď, že žádaný

proces práci nemá, tak inkrementuje číslo procesu, který žádá o práci modulo počet procesů a pošle žádost znovu. Takto žádá proces o práci dokud nedojde k ukončení výpočtu. Žádaný proces vždy pošle svůj nevyšší otevřený tah procesu, který žádá o práci, a označí tento tah jako odeslaný.

Ukončení výpočtu probíhá cyklickým posíláním peška mezi procesy tak, jak je popsané na eduxu.

Vstup a počet procesů	2	12	24	32
input.10m	345.259 s	60.7551 s	20.3565 s	12.0362 s
input.15m	365.023 s	87.8443 s	35.547 s	6.73745 s
input.20m	686.029 s	48.7106 s	23.5523 s	10.1069 s

Table 2: Naměřené časy na síti InfiniBand

Vstup a počet procesů	2	12	24	32
input.10m	386.827 s	58.7045 s	17.0789 s	26.6413 s
input.15m	432.199 s	86.2835 s	30.8757 s	21.7081 s
input.20m	792.638 s	49.0979 s	37.2156 s	8.18601 s

Table 3: Naměřené časy na síti Ethernet

4 Naměřené výsledky a vyhodnocení

Naměřené časy jsem již uvedl v tabulkách 1, 2 a 3. Při paralelním výpočtu došlo k superlinérnímu zrychlení. Důvodem je to, že při prohledávání stavového prostoru více procesory dojde k nalezení řešení mnohem dříve a úloha se tedy dříve omezí posledním nalezeným nejlepším řešením.

Grafy zrychlení jsou vidět na obrázcích 1 až 6.

1. Z naměřených dat sestavte grafy zrychlení $S(n, p)$. Zjistěte, zda a za jakych podmínek došlo k superlineárnímu zrychlení a pokuste se je zdůvodnit.

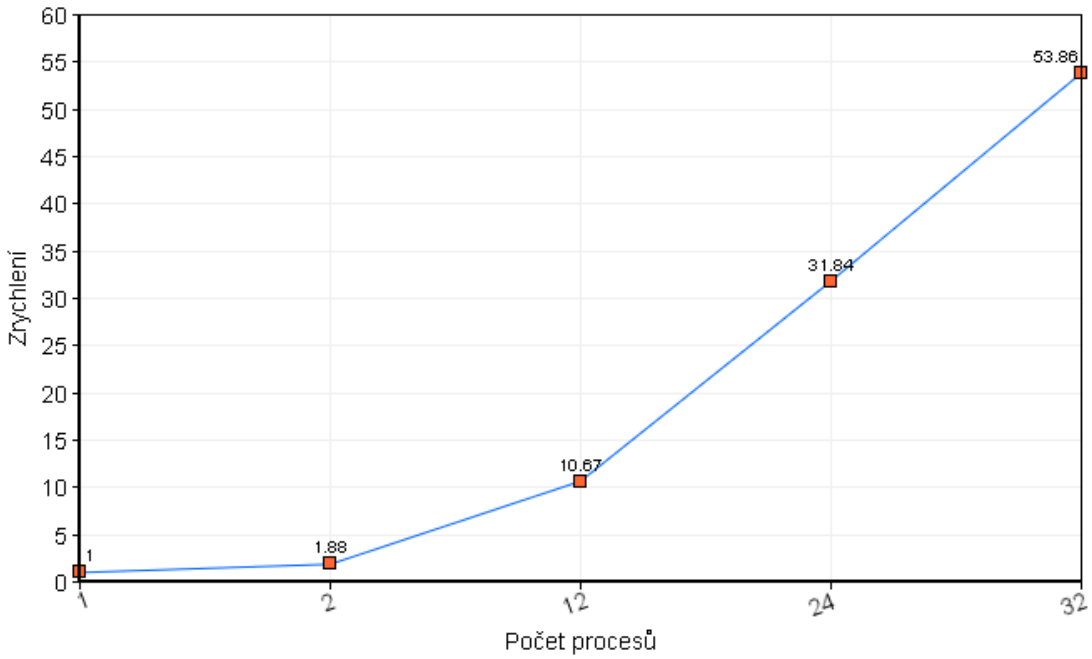


Figure 1: Zrychlení pro vstup input.10m na síti InfiniBand

5 Závěr

Na semestrální práci by se daly ještě některé věci vylepšit. Mezi ně patří hlavně způsob dělení zásobníku, ten je nyní velmi primitivní, ale z časových důvodů jsem bohužel nestihl naimplementovat žádný chytřejší.

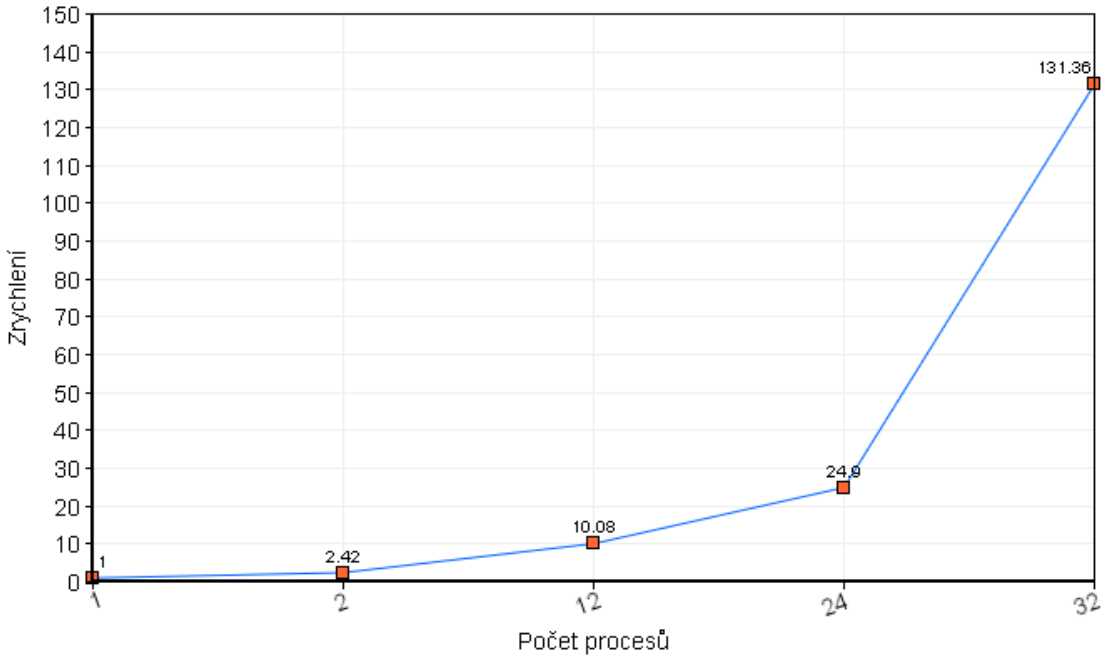


Figure 2: Zrychlení pro vstup input.15m na síti InfiniBand

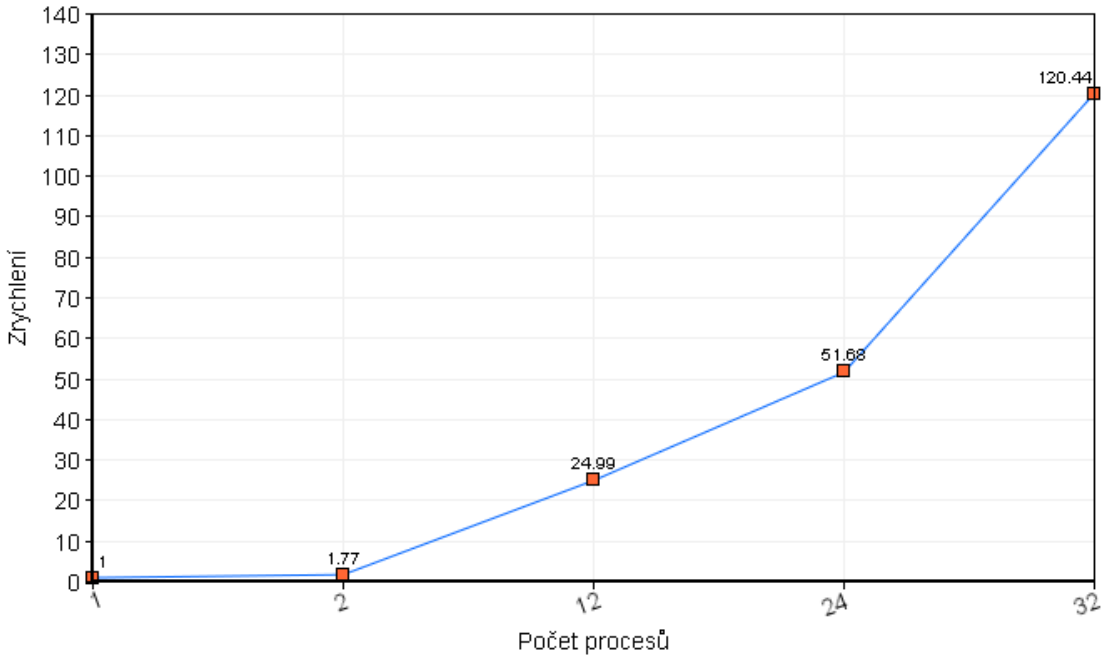


Figure 3: Zrychlení pro vstup input.20m na síti InfiniBand

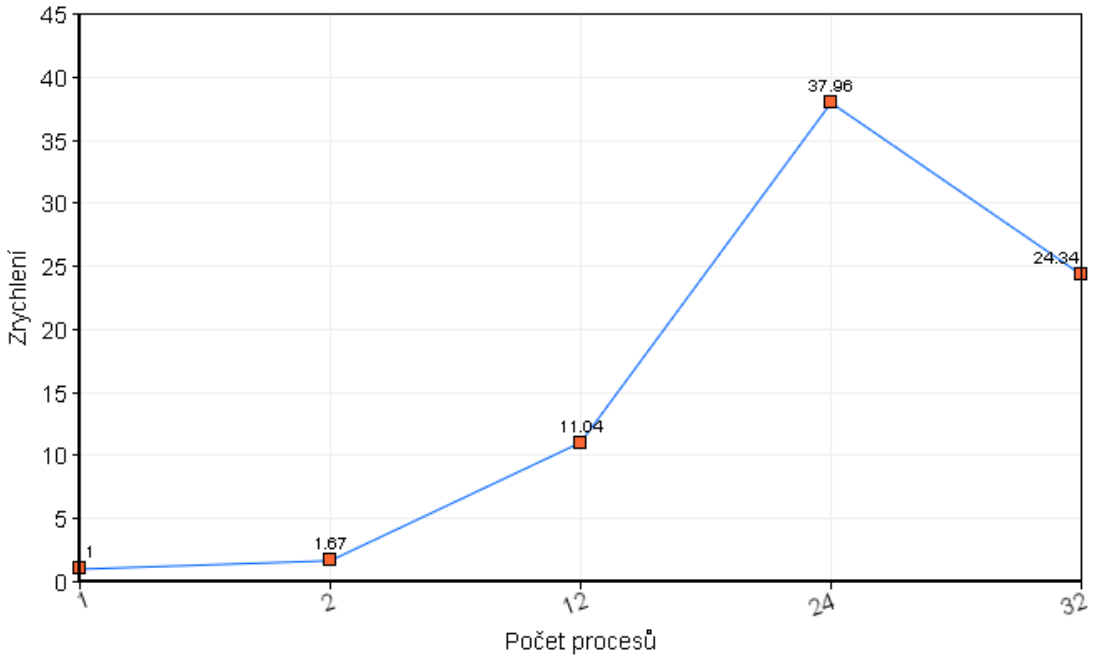


Figure 4: Zrychlení pro vstup input.10m na síti Ethernet

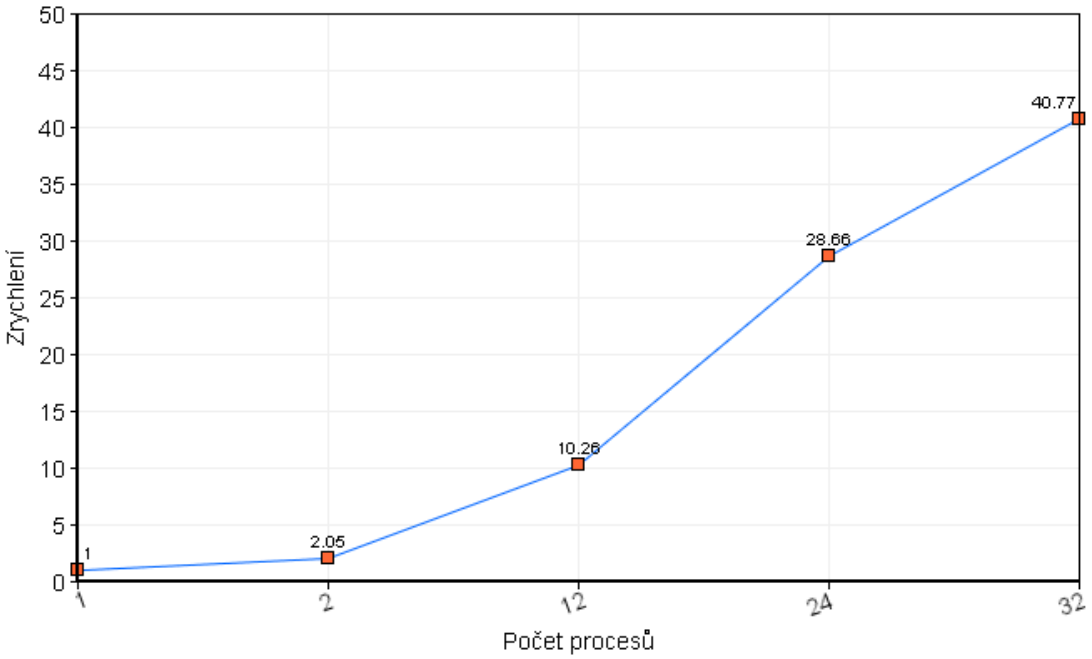


Figure 5: Zrychlení pro vstup input.15m na síti Ethernet

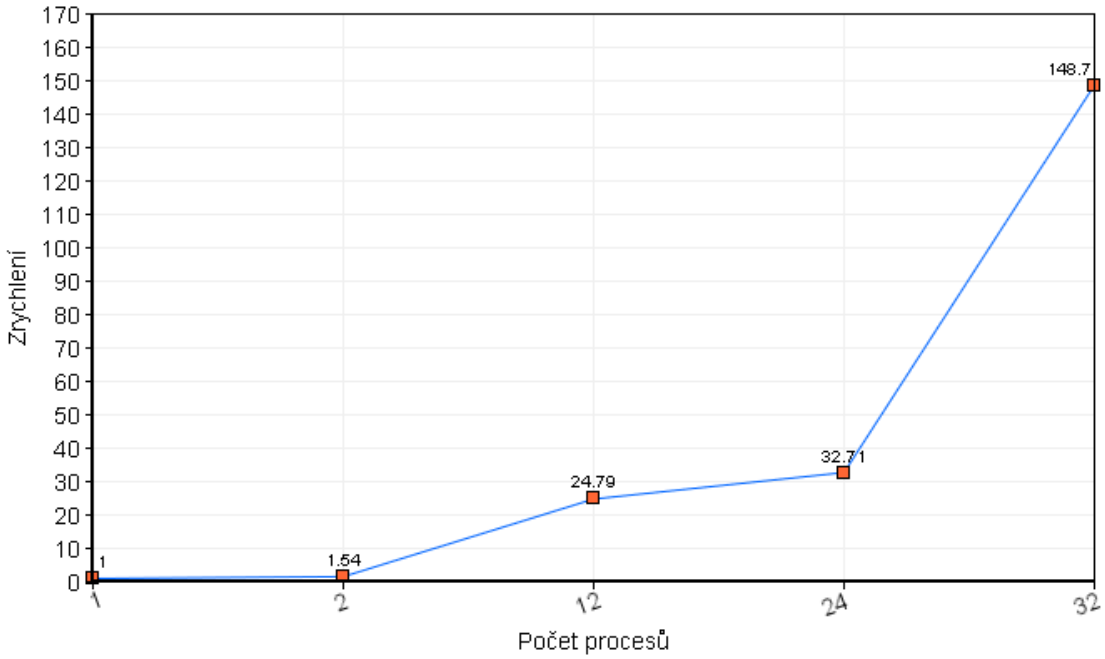


Figure 6: Zrychlení pro vstup input.20m na síti Ethernet