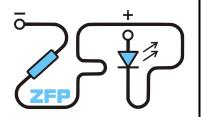
Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

# Fyzikální praktikum III



Úloha č. 18

Název úlohy: Laserová dopplerovská anemometrie

Jméno: Vojtěch Votruba

Datum měření: 2024-03-27

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0-2	
Výsledky a zpracování měření	0–9	
Diskuse výsledků	0-4	
Závěr	0-1	
Použitá literatura	0-1	
Celkem	max. 17	

Posuzoval: dne:

# Pracovní úkoly

- 1. Proveďte kalibraci "optické sondy anemometru". Parametry optické sondy získáte jednak měřením vzdálenosti interferenčních plošek v průsečíku laserových paprsků metodou projekce, jednak výpočtem z geometrie uspořádání. Oba výsledky porovnejte.
- 2. Připravte aparaturu k měření rychlosti částic. Zkontrolujte chod paprsků v detekční optice a vymezte prostorovou dírkovou clonu.
- 3. Na základě průběhu měřeného signálu optimalizujte dopplerovský signál na proudění vody v kyvetě.
- 4. Změřte frekvence dopplerovského signálu na souboru 60 80 částic. Převeďte hodnoty frekvence na hodnoty rychlostí. Graficky zpracujte rozložení rychlostí ve vodě formou histogramu. Histogram fitujte funkcí normálního rozdělení a z ní stanovte střední hodnotu rychlosti částic a standardní odchylku nalezeného rozdělení.
- 5. Diskutujte, jaký vliv na výsledek má to, že parametry optické sondy jsou měřeny ve vzduchu, zatímco měření rychlostí částic probíhá ve vodě

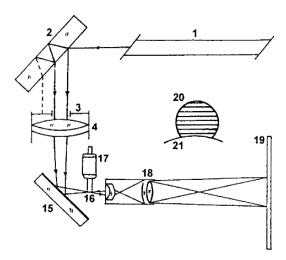
### 1 Teoretická část

Laserová dopplerovská anemometrie je velmi přesná měřicí metoda užívaná například v mechanice kontinua ke změření rychlostního pole částic v tekutině. Samotná metoda je založena na Dopplerově principu, při němž dochází ke změně frekvence rozptýlené elektromagnetické vlny na pozorované částici [1]. V tomto textu se opřeme o vysvětlení anemometrie na základě popisu interferenčního pole, neboť je ekvivalentní s popisem dopplerovské interference [1].

V základním uspořádání měření je změna frekvence závislá na rychlosti částice, ale také na směru rozptýlené vlny. Abychom tuto směrovou závislost odstranili použijeme tzv. diferenciální uspořádání, v něm na místo měření (na tzv. optickou sondu anemometru) dopadají dva světelné paprsky, které se kříží a navzájem spolu interferují [1]. Představíme-li si, že se v sondě vyskytují interferenční proužky, kterými částice prolétá, stačí si uvědomit, že známe-li šířku jednoho proužku  $d_F$  a frekvenci rozptýleného světla  $\Delta f_D$ , můžeme jednoduše spočítat rychlost dané částice v jako

$$v = d_F \Delta f_D. \tag{1}$$

Frekvenci  $f_D$  změříme snímáním signálu na počítači a odečtem n period, celá aparatura s optickou sondou, zdrojem a detektorem je k vidění na obr. 1.



Obrázek 1: Schéma měřicí aparatury, [1]

Jak ale určíme  $d_F$  ve vztahu (1)? Užijeme k tomu dvě metody: Metodu projekce a měření pomocí geometrie uspořádání. Metoda projekce spočívá v projekci interferenčního obrazce ze sondy na milimetrový papír. Manuálně pak můžeme spočítat počet světlých proužků N a vydělit jím (resp. vydělit N-1) celkovou šířku obrazce

φ změřenou mikrometrickým šroubem [1]. Metoda měření přes geometrii uspořádání pak stojí na použití odvozeného [1] vztahu

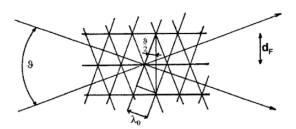
$$d_F = \frac{\lambda_0}{2\sin\frac{\vartheta}{2}},\tag{2}$$

kde  $\vartheta$  je úhel, který svírají dva paprsky přicházející do optické sondy, viz obr. 2. Tento úhel spočteme jednoduše převedením dvou paprsků z optické sondy na milimetrový papír ve vzdálenosti  $d_2$ , kde můžeme odečíst jejich vzájemnou vzdálenost  $d_1$ , jelikož pracujeme s malými úhly bude platit vztah

$$\frac{\vartheta}{2} = \arctan \frac{d_1}{2d_2} \approx \frac{d_1}{2d_2},\tag{3}$$

a pokud aproximujeme sinus ve vztahu (2), máme celkem

$$d_F = \frac{\lambda_0 d_2}{d_1}. (4)$$



Obrázek 2: Interferenční pole v průsečíku laserových paprsků, [1]

# 2 Výsledky a zpracování měření

#### 2.1 Podmínky pokusu

Měření bylo provedeno v místnosti PIII v budově MFF UK na Karlově. Změřené podmínky termo-hygrobarometrem při pokusu byly následující: Teplota  $t=23,7(4)\,^{\circ}\text{C}$ , relativní vlhkost  $\Phi=33(3)\%$ , tlak  $p=962(2)\,\text{hPa}$ .

#### 2.2 Kalibrace optické sondy

Kalibrací optické sondy rozumíme v této úloze primárně nalezení délky  $d_F$ , k tomu jsme postupovali dvěma metodami, tak jak jsou popsaný v teorii. Pro metodu projekce jsme naměřili hodnoty tři a pro metodu přes geometrické uspořádání už pouze jednu.

Nejistoty: Při měření metodou projekce jsme měřili počet interferenčních proužků a také rozměr obrazce. Co se týče měření proužků, krajní proužky na obrazci byly už poměrně málo viditelné, nejistotu jejich počtu N tedy odhadneme jako  $\sigma_N=0,5$  proužku. K měření šířky obrazce  $\phi$  jsme použili mikrometrický šroub a výslednou hodnotu jsme získali odečtem dvou krajních poloh, které jsme zjistili. Nejistota mikrometrického šroubu je  $0,005\,\mathrm{mm}$ , a protože jsme dvě hodnoty odečítali, bude nejistota rozměru  $\sigma_\phi=0,005\,\mathrm{mm}\cdot\sqrt{2}=0,007\,\mathrm{mm}$ . Celkovou nejistotu  $d_F$  pak podle zákona přenosu chyb vypočteme jako

$$\sigma_{d_F} = d_F \sqrt{\left(\frac{\sigma_\phi}{\phi}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_N}{N}\right)^2}.$$
 (5)

Pro měření v geometrickém uspořádaní celková nejistota bude vycházet z chyb změření délek  $d_1$  a  $d_2$ , pro obě odhadneme jejich nejistotu na  $\sigma_d = 1$  mm, což je velikost nejmenšího dílku milimetrového papíru a pásmového měřidla, které byly použity. Vlnovou délku máme zadanou z pokynů [1] jako  $\lambda = 632,8$  nm a považujeme ji za přesnou. Podobně i zde využijeme zákona přenosu chyb a dostáváme ze vztahu (4)

$$\sigma_{d_F} = d_F \sqrt{\left(\frac{\sigma_{d_1}}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{d_2}}{d_2}\right)^2}.$$
 (6)

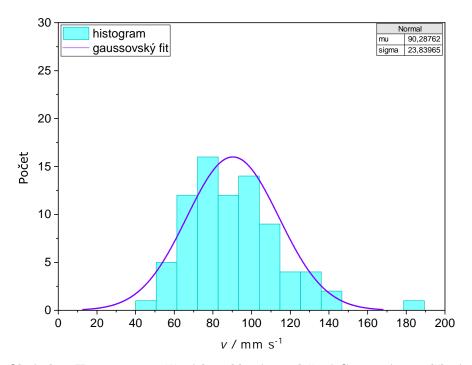
**Výsledky:** Všechny naměřené hodnoty  $d_F$  oběma způsoby se v rámci nejistoty shodují s hodnotou  $d_F = 35(2) \,\mu\text{m}$ , v další části měření použijeme tedy tu<sup>1</sup>.

#### 2.3 Měření frekvence a rozložení rychlosti

Celé měření této části probíhalo na počítači pomocí nainstalovaného programu Anemometrie, který zaznamenával časový průběh signálů prošlých fotonásobičem. Se seřízení aparatury byly na začátku měření obtíže, neboť byla celá odchýlená od správného směru. Naštěstí se vyučujícím v praktiku podařilo aparaturu opravit a měření tak mohlo proběhnout. Optická sonda byla umístěna do běžné kohoutkové vody, kterou promíchával vložený motůrek.

Záznam probíhal tak, že jsme v časovém průběhu vždy nalezli "hezkou" část signálu, na které jsme proměřili časovou vzdálenost  $\Delta t$  odpovídající n periodám. Číslo n jsme odečítali podle počtu peaků v signálu. Podělením těchto dvou hodnot získáme frekvenci pulsů dopplerovského signálu, kterou můžeme použít ve vztahu (1).

**Výsledky:** Pro přesnost jsme proměřili frekvenci pro 80 různých signálů, výsledky měření jsou k vidění v tabulce 1. Dále jsme prováděli grafické zpracování do histogramu pomocí softwaru Origin a prokládali jsme ho Gaussovým rozdělením s rovnicí  $f(v) = A \exp \frac{-(v-v_0)^2}{2\sigma^2}$ . Výsledky fitu a samotný histogram jsou k vidění na obr. 3.



Obrázek 3: Histogram naměřených rychlostí v proložený Gaussovým rozdělením.

Origin nám také vrátil jako parametry fitu střední hodnotu rychlosti  $\langle v \rangle$  a směrodatnou odchylku rychlosti  $\sigma_v$ .

$$\langle v \rangle = 9 \,\mathrm{cm} \cdot \mathrm{s}^{-1}, \qquad \sigma_v = 2 \,\mathrm{cm} \cdot \mathrm{s}^{-1}.$$
 (7)

# 3 Diskuse výsledků

#### 3.1 Kalibrace sondy

Nejprve prodiskutujme kalibraci sondy. Pro naměřené hodnoty  $d_F$  oběma metodami pozorujeme dobrou shodu s uspokojivou nejistotou. Měření je oběma metodami poměrně přímočaré a těžko hledat nějaké způsoby, jak ho efektivně vylepšit.

Krátce okomentujeme ještě otázku, na kterou se ptá 5. pracovní úkol, tj. jestli nevadí, že jsme délku  $d_F$  proměřovali na vzduchu, nikoliv ve vodě. Odpověď je, že to nevadí. Přestože je pravda, že se světlo bude pohybovat

 $<sup>^1</sup>$ Všechny konkrétní naměřené hodnoty jsou k dispozici v záznamu z měření, případně i se zpracovanými nejistotami v přiložené tabulce v datech. Experimentátor se pro přehlednost rozhodl tuto tabulku do protokolu nevkládat, protože by byla příliš malá.

ve vodě jinak než ve vzduchu, při interferenčních jevech záleží vždy jen na vzájemném rozdílu optických drah a vzhledem k tomu, že při vložení sondy do vody se oba paprsky pohybují ve vodě po stejně dlouhých drahách, konstatujeme, že se rozdíl jejich drah po vložení do vody nijak nezměnil.

## 3.2 Rozložení rychlosti

Při měření rozložení rychlostí bude primární chyba pravděpodobně pramenit z výběru konkrétních signálu, na kterých jsme odměřovali periody. Někdy nebyly signály příliš výrazné a vybrat tak nějaký správný bylo občas náročné. Přesto se zdá, že histogram, jehož tvar je značně ovlivněn volbou počtu binů, ale i gaussovský fit vyšly rozumně.

Je také dosti možné, že histogram by lépe odpovídal normálnímu rozdělení, naměřili-li bychom větší počet částic, bohužel nemáme žádná referenční data, se kterými bychom porovnali střední hodnotu rychlosti. Ta se bude pravděpodobně lišit pro konkrétní volbu vody, kterou v experimentu použijeme, a hlavně pro konkrétní místo v proudící kapalině.

## 4 Závěr

Podařilo se nám sestavit měřicí aparaturu a okalibrovat optickou sondu anemometru na hodnotu

$$d_F = 35(2) \,\mu\text{m}.$$
 (8)

Dále jsme proměřili rychlosti částic v kohoutkové vodě a zhotovili histogram jejich rozložení. Histogram jsme nafitovali gaussiánem a získali jsme tak střední rychlost a její směrodatnou odchylku

$$\langle v \rangle = 9(2) \,\mathrm{cm} \cdot \mathrm{s}^{-1}. \tag{9}$$

Diskutovali jsme platnost parametrů optické sondy v závislosti na prostředí.

# Reference

- [1] (18) Laserová dopplerovská anemometrie [online]. [cit. 2024-03-30]. Dostupné z: https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani/318
- [2] BROŽ, J., V. ROSKOVEC a M. VALOUCH. Fyzikální a matematické tabulky. 1. vyd. Praha: SNTL, 1980, 305 s.
- [3] ENGLICH, Jiří. Úvod do praktické fyziky. Praha: Matfyzpress, 2006. ISBN 80-86732-93-2.

Tabulka 1: Naměřené rychlosti částic

$\Delta t / \mathrm{ms}$	N	$\Delta f_D$ / kHz	$v \ / \ \mathrm{mm \cdot s^{-1}}$	$\Delta t$ / ms	N	$\Delta f_D$ / kHz	$v \ / \ \mathrm{mm \cdot s^{-1}}$
12,59	6	2,10	73,44	11,78	4	2,94	103,06
$7,\!52$	3	2,51	87,75	10,29	5	2,06	72,01
8,69	3	2,90	101,42	14,06	4	3,51	122,99
10,81	3	3,60	126,12	12,08	5	2,42	84,57
22,17	6	3,70	129,34	21,77	7	3,11	108,84
9,81	3	3,27	114,40	20,61	8	2,58	90,17
11,38	6	1,90	66,41	12,87	5	2,57	90,08
15,32	8	1,91	67,02	12,22	4	3,06	106,95
13,66	5	2,73	95,61	9,31	3	3,10	108,63
16,85	7	2,41	84,27	$7{,}14$	4	1,79	62,51
23,38	6	3,90	136,37	5,74	3	1,91	67,00
10,86	4	2,71	95,01	8,69	4	2,17	76,03
13,17	5	2,63	$92,\!22$	12,96	6	2,16	$75,\!57$
10,99	4	2,75	96,13	$12,\!15$	6	2,03	70,89
9,67	3	3,22	112,84	11,30	5	2,26	$79,\!12$
24,53	6	4,09	143,08	13,99	6	2,33	81,60
8,01	3	2,67	93,45	10,97	5	2,19	76,77
11,56	3	3,85	134,87	10,53	4	2,63	92,12
13,83	4	3,46	121,01	10,80	5	2,16	$75,\!60$
10,81	4	2,70	94,61	15,87	7	$2,\!27$	79,36
				1			
$\Delta t / \mathrm{ms}$	N	$\Delta f_D$ / kHz	$v / \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$	$\Delta t / \mathrm{ms}$	N	$\Delta f_D$ / kHz	$v / \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$
$\frac{\Delta t / \text{ms}}{16,24}$	$\frac{N}{7}$	$\frac{\Delta f_D / \text{ kHz}}{2,32}$	$\frac{v \ / \ \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}}{81,18}$	$\Delta t / \mathrm{ms}$ $20,14$	$\frac{N}{6}$	$\frac{\Delta f_D / \text{kHz}}{3,36}$	$\frac{v / \text{mm} \cdot \text{s}^{-1}}{117,45}$
		•				. ,	
16,24	7	2,32	81,18	20,14	6	3,36	117,45
16,24 12,99	7 5	2,32 2,60	81,18 90,92	20,14 8,58	6	3,36 2,14	117,45 75,07
16,24 12,99 6,34	7 5 3	2,32 2,60 2,11	81,18 90,92 74,01	20,14 8,58 14,28	6 4 5	3,36 2,14 2,86	117,45 75,07 99,94
16,24 12,99 6,34 10,08	7 5 3 4	2,32 2,60 2,11 2,52	81,18 90,92 74,01 88,18	20,14 8,58 14,28 12,84	6 4 5 4	3,36 2,14 2,86 3,21	117,45 75,07 99,94 112,37
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95	7 5 3 4 4	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28	6 4 5 4 7	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95 20,43	7 5 3 4 4 4	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99 5,11	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60 178,74	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28 9,58	6 4 5 4 7 6	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33 1,60	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38 55,90
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95 20,43 11,01	7 5 3 4 4 4 4	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99 5,11 2,75	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60 178,74 96,36	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28 9,58 16,50	6 4 5 4 7 6 9	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33 1,60 1,83	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38 55,90 64,16
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95 20,43 11,01 13,66	7 5 3 4 4 4 4 6	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99 5,11 2,75 2,28	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60 178,74 96,36 79,70	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28 9,58 16,50 6,44	6 4 5 4 7 6 9 4	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33 1,60 1,83 1,61	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38 55,90 64,16 56,34
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95 20,43 11,01 13,66 9,97	7 5 3 4 4 4 4 6 4	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99 5,11 2,75 2,28 2,49	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60 178,74 96,36 79,70 87,23	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28 9,58 16,50 6,44 5,32	6 4 5 4 7 6 9 4 3	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33 1,60 1,83 1,61 1,77	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38 55,90 64,16 56,34 62,01
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95 20,43 11,01 13,66 9,97 21,66	7 5 3 4 4 4 4 6 4 7	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99 5,11 2,75 2,28 2,49 3,09	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60 178,74 96,36 79,70 87,23 108,30	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28 9,58 16,50 6,44 5,32 9,70	6 4 5 4 7 6 9 4 3 5	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33 1,60 1,83 1,61 1,77 1,94	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38 55,90 64,16 56,34 62,01 67,89
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95 20,43 11,01 13,66 9,97 21,66 8,15	7 5 3 4 4 4 4 6 4 7 5	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99 5,11 2,75 2,28 2,49 3,09 1,63	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60 178,74 96,36 79,70 87,23 108,30 57,03	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28 9,58 16,50 6,44 5,32 9,70 26,59	6 4 5 4 7 6 9 4 3 5 9 5 6	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33 1,60 1,83 1,61 1,77 1,94 2,95	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38 55,90 64,16 56,34 62,01 67,89 103,39
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95 20,43 11,01 13,66 9,97 21,66 8,15 20,45	7 5 3 4 4 4 4 6 4 7 5 6	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99 5,11 2,75 2,28 2,49 3,09 1,63 3,41	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60 178,74 96,36 79,70 87,23 108,30 57,03 119,29	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28 9,58 16,50 6,44 5,32 9,70 26,59 11,02	6 4 5 4 7 6 9 4 3 5 9 5 6	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33 1,60 1,83 1,61 1,77 1,94 2,95 2,20	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38 55,90 64,16 56,34 62,01 67,89 103,39 77,13
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95 20,43 11,01 13,66 9,97 21,66 8,15 20,45 14,28	7 5 3 4 4 4 4 6 4 7 5 6 5	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99 5,11 2,75 2,28 2,49 3,09 1,63 3,41 2,86	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60 178,74 96,36 79,70 87,23 108,30 57,03 119,29 99,95	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28 9,58 16,50 6,44 5,32 9,70 26,59 11,02 10,63	6 4 5 4 7 6 9 4 3 5 9 5	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33 1,60 1,83 1,61 1,77 1,94 2,95 2,20 1,77	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38 55,90 64,16 56,34 62,01 67,89 103,39 77,13 62,02
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95 20,43 11,01 13,66 9,97 21,66 8,15 20,45 14,28 8,42	7 5 3 4 4 4 4 6 4 7 5 6 5 4	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99 5,11 2,75 2,28 2,49 3,09 1,63 3,41 2,86 2,10	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60 178,74 96,36 79,70 87,23 108,30 57,03 119,29 99,95 73,66	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28 9,58 16,50 6,44 5,32 9,70 26,59 11,02 10,63 14,60	6 4 5 4 7 6 9 4 3 5 9 5 6 4	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33 1,60 1,83 1,61 1,77 1,94 2,95 2,20 1,77 3,65	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38 55,90 64,16 56,34 62,01 67,89 103,39 77,13 62,02 127,72
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95 20,43 11,01 13,66 9,97 21,66 8,15 20,45 14,28 8,42 10,20	7 5 3 4 4 4 4 6 4 7 5 6 6 5 4 5 5	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99 5,11 2,75 2,28 2,49 3,09 1,63 3,41 2,86 2,10 2,04	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60 178,74 96,36 79,70 87,23 108,30 57,03 119,29 99,95 73,66 71,42	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28 9,58 16,50 6,44 5,32 9,70 26,59 11,02 10,63 14,60 11,76	6 4 5 4 7 6 9 4 3 5 9 5 6 4 6 9	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33 1,60 1,83 1,61 1,77 1,94 2,95 2,20 1,77 3,65 1,96	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38 55,90 64,16 56,34 62,01 67,89 103,39 77,13 62,02 127,72 68,61
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95 20,43 11,01 13,66 9,97 21,66 8,15 20,45 14,28 8,42 10,20 21,65	7 5 3 4 4 4 4 6 4 7 5 6 6 5 7	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99 5,11 2,75 2,28 2,49 3,09 1,63 3,41 2,86 2,10 2,04 3,09	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60 178,74 96,36 79,70 87,23 108,30 57,03 119,29 99,95 73,66 71,42 108,27	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28 9,58 16,50 6,44 5,32 9,70 26,59 11,02 10,63 14,60 11,76 13,46	6 4 5 4 7 6 9 4 3 5 9 5 6 4 7 6 9 7 6 6 7 7 6 6 6 7 7 7 8 7 8 7 8 7 8 7 8	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33 1,60 1,83 1,61 1,77 1,94 2,95 2,20 1,77 3,65 1,96 1,92 2,18	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38 55,90 64,16 56,34 62,01 67,89 103,39 77,13 62,02 127,72 68,61 67,31
16,24 12,99 6,34 10,08 11,95 20,43 11,01 13,66 9,97 21,66 8,15 20,45 14,28 8,42 10,20 21,65 5,90	7 5 3 4 4 4 4 6 4 7 5 6 5 4 5 7 4	2,32 2,60 2,11 2,52 2,99 5,11 2,75 2,28 2,49 3,09 1,63 3,41 2,86 2,10 2,04 3,09 1,48	81,18 90,92 74,01 88,18 104,60 178,74 96,36 79,70 87,23 108,30 57,03 119,29 99,95 73,66 71,42 108,27 51,63	20,14 8,58 14,28 12,84 9,28 9,58 16,50 6,44 5,32 9,70 26,59 11,02 10,63 14,60 11,76 13,46 13,07	6 4 5 4 7 6 9 4 3 5 9 5 6 4 6 7 6 7 6 7 6 6 7 6 6 7 6 7 6 6 7 6 7	3,36 2,14 2,86 3,21 1,33 1,60 1,83 1,61 1,77 1,94 2,95 2,20 1,77 3,65 1,96 1,92	117,45 75,07 99,94 112,37 46,38 55,90 64,16 56,34 62,01 67,89 103,39 77,13 62,02 127,72 68,61 67,31 76,27