

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum III



Úloha č. 7

Název úlohy: Ověření Fresnelových vzorců

Jméno: Vojtěch Votruba

Datum měření: 2024-03-06

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0–2	
Výsledky a zpracování měření	0–9	
Diskuse výsledků	0–4	
Závěr	0–1	
Použitá literatura	0–1	
Celkem	max. 17	

Posuzoval:

dne:

Pracovní úkoly

1. Najděte směr snadného průchodu polarizátoru užívaného v aparatuře.
2. Ověřte, že zdroj světla je polarizován kolmo k vodorovné rovině.
3. Na přiložených vzorcích proměřte závislost intenzity odraženého světla na úhlu dopadu pro TE i TM polarizaci.
4. Naměřené výsledky porovnejte s teoretickým průběhem závislostí.
5. Určete indexy lomů měřených vzorků a jejich relativní chybu.

1 Teoretická část

Studujeme-li odraz a lom světla na rozhraní dvou prostředí, pozorujeme to, že přicházející elektromagnetická vlna buď do druhého prostředí pronikne (a dle Snellova zákona se příslušně zlomí), nebo se na rozhraní odrazí. Fresnelovy vzorce, kterými si budeme zabývat v této úloze, tento jev kvantifikují a dávají nám kompletní informace o tom, jaký podíl příchozího světla půjde tou, či onou cestou [1].

Fresnelovy vzorce jsou konkrétně sadou 4 rovnic: první dvě udávají tzv. transmisní koeficient (značen t), který je poměrem mezi amplitudou elektrické intenzity prošlé vlny a amplitudou elektrické intenzity vstupující vlny, a druhé dvě udávají reflexní koeficient (značen r), který analogicky do poměru vkládá odraženou a přicházející vlnu [1]. Pro každý z těchto koeficientů jeden vzorec přísluší tzv. TE polarizaci a druhý tzv. TM polarizaci. TE polarizace znamená, že příchozí elektromagnetická vlna je polarizována kolmo na rovinu dopadu [1] tvořenou příchozím a odraženým paprskem. Oproti tomu TM označuje vlnu dopadající na rovinu dopadu s rovnoběžnou polarizací k ní [1].

Matematicky mají Fresnelovy vzorce pro TE (také nazývanou s) polarizaci tvar

$$r_s = \frac{N_1 \cos \alpha_1 - N_2 \cos \alpha_2}{N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2} = \frac{N_1 \cos \alpha_1 - N_2 \sqrt{1 - \left(\frac{N_1}{N_2} \sin \alpha_1\right)^2}}{N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \sqrt{1 - \left(\frac{N_1}{N_2} \sin \alpha_1\right)^2}}, \quad (1)$$

$$t_s = 1 + r_s, \quad (2)$$

kde N_1 je index lomu prvního prostředí, N_2 index lomu druhého prostředí, α_1 úhel dopadu a α_2 úhel průchodu [1]. Pro TM (také nazývanou p) polarizaci mají zase tvar [1]

$$r_p = \frac{N_2 \cos \alpha_1 - N_1 \cos \alpha_2}{N_2 \cos \alpha_1 + N_1 \cos \alpha_2} = \frac{N_2 \cos \alpha_1 - N_1 \sqrt{1 - \left(\frac{N_1}{N_2} \sin \alpha_1\right)^2}}{N_2 \cos \alpha_1 + N_1 \sqrt{1 - \left(\frac{N_1}{N_2} \sin \alpha_1\right)^2}}, \quad (3)$$

$$t_p = \frac{N_1}{N_2} (1 + r_p). \quad (4)$$

Takto zapsané koeficienty nám tedy dávají úplnou informaci o relativních amplitudách elektrické intenzity odražené a prošlé vlny. My však běžně v optice (pomocí stínítek atp.) měříme pouze celkovou intenzitu světla I například ve smyslu kvadrátu elektrické intenzity $I = \vec{E}^* \vec{E}$ (mohli bychom také zvolit intenzitu ve smyslu Poyntingova vektoru nebo ve smyslu objemové hustoty energie). Pro tuto intenzitu I definujeme veličiny odrazivost R a průchodnost T následujícím způsobem [1]

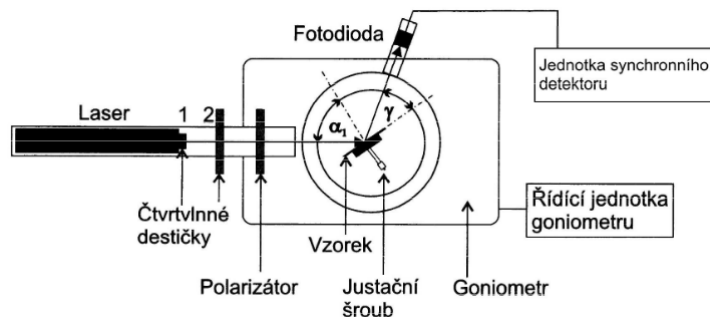
$$R = |r|^2, \quad T = 1 - R. \quad (5)$$

Význačnou hodnotou pro transmisní a reflexní koeficienty je tzv. Brewsterův úhel $\alpha_1 = \alpha_B$, při kterém vychází $r_p = 0$ [1], dosadíme-li do našich vzorců výše, dostáváme

$$\tan \alpha_B = \frac{N_2}{N_1}. \quad (6)$$

1.1 Aparatura a princip měření

Aparatura použitá k měření je k vidění na obr. 1. Princip měření je tento: Nejprve nastavíme polarizátor a čtvrtvlnné destičky tak, aby průchozí vlna odpovídala s nebo p polarizaci příchozího laserového svazku (ten by



Obrázek 1: Schéma měřicí aparatury, [1].

sám o sobě měl být polarizován kolmo k vodorovné rovině dopadu), následně budeme pohybovat s goniometrem, kterým měníme úhel dopadu světla. Odražené světlo ze vzorku je nakonec zpracováno detektorem, který snímá napětí. Poměr aktuálně naměřeného napětí ku maximálnímu naměřenému napětí (bez odrazu) bude odpovídat poměru odražené světelné intenzity ku světelné intenzitě příchozího světla.

2 Výsledky a zpracování měření

2.1 Podmínky pokusu

Měření bylo provedeno v místnosti PIII v budově MFF UK na Karlově. Změřené podmínky termo-hygrobarometrem při pokusu byly následující: Teplota $t = 23,1(4)^\circ\text{C}$, relativní vlhkost $\Phi = 36(3)\%$, tlak $p = 993(2) \text{ hPa}$.

2.2 Směr snadného průchodu a nastavení polarizátoru

Ke správnému nastavení polarizátoru je potřeba určit jeho směr snadného průchodu vůči svislé polarizaci. Provedli jsme tak pomocí běžné lampy a odrazového sklíčka s rovinou dopadu kolmou na rovinu dopadu goniometru. Experimentátor držel polarizátor před okem a koukal se skrz něj na světlo odražené od sklíčka přibližně pod Brewsterovým úhlem, dále polarizátorem otáčel a pozoroval, jak se mění intenzita světla. Jakmile jsme našli minimum, poznamenali jsme si ho, celý proces jsme opakovali 5x. Směr snadného průchodu odpovídá maximu prošlé intenzity a spočteme ho odečtením 90° od naměřené hodnoty minima.

Všech 5 hodnot jsme zprůměrovali a chybu měření jsme odhadli jako velikost nejmenšího dílku na stupnici polarizátoru, tedy jako 2° . Získáváme takto výsledek $\vartheta = 66,8(9)^\circ$, kde jsme celkovou nejistotu spočetli standardním vzorcem jako nejistotu aritmetického průměru [2].

Ověření kolmé polarizace odpovídalo připevnění polarizátoru do aparatury a hledání minima, několikrát jsme ověřování opakovali a podařilo se nám potvrdit, že maximum nacházíme přibližně při nastavení $\vartheta = 66,8(9)^\circ$ vůči rysce na polarizátoru a že laser je tak polarizován přibližně vodorovně.

2.3 Proměření závislosti pro s polarizaci

Po nastavení polarizátoru přišlo na řadu proměření s polarizace. K měření jsme si vybrali dva vzorky, první s uvedeným indexem lomu $N_i = 1,8051$ a druhý s uvedeným indexem lomu $N_{ii} = 1,516$. Úhel nastavený na goniometru jsme odečítali přes osvětlenou stupnici, která měla nejmenší dílek o velikosti $\sigma_\alpha = 0,02^\circ$, podle tohoto jednoho dílku odhadneme nejistotu. Stupnice na goniometru ukazovala úhel o 90° menší, než byl úhel dopadu α_1 , pro úspornost budeme uvádět rovnou α_1 místo skutečně naměřeného úhlu.

Intenzitu, ze které vypočteme reflexní koeficienty, jsme odečítali z digitálního ukazatele, nejistotu tohoto měření odhadneme podle fluktuací okolo naměřené hodnoty, ty byly přibližně $\sigma_I = 5 \text{ a.u.}$ Před začátkem měření jsme si pro oba vzorky podle pokynů cvičícího poznamenali intenzitu v případě, kdy se světlo neodráželo a přímo procházelo do detektoru, pro první vzorek jsme si zapsali $I_{max} = 1431(5) \text{ a.u.}$ a pro druhý vzorek $I_{max} = 1413(5) \text{ a.u.}$

Pro zadaný rozsah $\alpha_1 \in [40^\circ, 90^\circ]$ jsme měření intenzity provedli vždy 5x a výsledky jsou shrnuty v tabulce 1. Nejistoty koeficientu σ_r spočteme pomocí metody přenosu chyb jako

$$\sigma_r = \frac{1}{2} \sigma_I \sqrt{\frac{1}{II_{max}} + \frac{I}{I_{max}^3}}. \quad (7)$$

Pro oba vzorky jsme nyní hodnoty ze všech pěti měření zprůměrovali a nejistotu průměrů spočetli známým

Tabulka 1: Naměřené hodnoty intenzity a dopočtené hodnoty reflexního koeficientu pro s polarizaci.

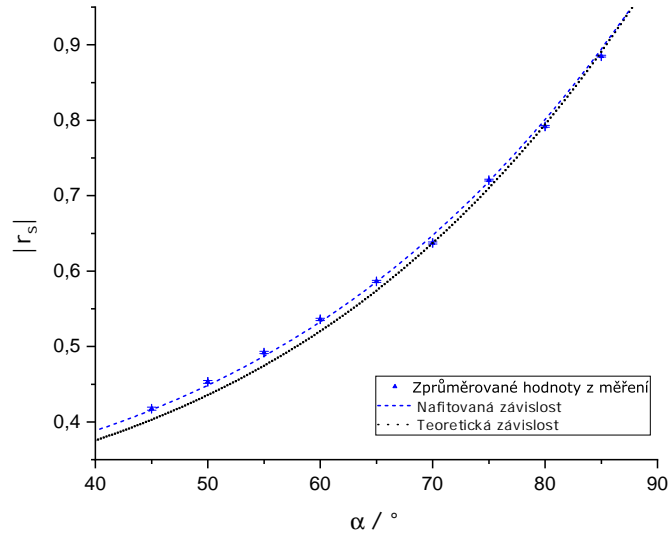
Vzorek 1						Vzorek 2					
$\alpha/^\circ$	$\sigma_\alpha/^\circ$	$I/$ a.u.	$\sigma_I/$ a.u.	r_s	σ_{r_s}	$\alpha/^\circ$	$\sigma_\alpha/^\circ$	$I/$ a.u.	$\sigma_I/$ a.u.	r_s	σ_{r_s}
1. měření						1. měření					
85	0,02	1107	5	0,880	0,003	85	0,02	1094	5	0,880	0,003
80	0,02	900	5	0,793	0,003	80	0,02	830	5	0,766	0,003
75	0,02	750	5	0,724	0,003	75	0,02	624	5	0,665	0,003
70	0,02	567	5	0,629	0,003	70	0,02	471	5	0,577	0,003
65	0,02	489	5	0,585	0,003	65	0,02	354	5	0,501	0,004
60	0,02	416	5	0,539	0,003	60	0,02	262	5	0,431	0,004
55	0,02	352	5	0,496	0,004	55	0,02	203	5	0,379	0,005
50	0,02	292	5	0,452	0,004	50	0,02	162	5	0,339	0,005
45	0,02	241	5	0,410	0,004	45	0,02	132	5	0,306	0,006
2. měření						2. měření					
85	0,02	1103	5	0,878	0,003	85	0,02	1053	5	0,863	0,003
80	0,02	887	5	0,787	0,003	80	0,02	782	5	0,744	0,003
75	0,02	771	5	0,734	0,003	75	0,02	586	5	0,644	0,003
70	0,02	593	5	0,644	0,003	70	0,02	443	5	0,560	0,003
65	0,02	497	5	0,589	0,003	65	0,02	336	5	0,488	0,004
60	0,02	412	5	0,537	0,003	60	0,02	257	5	0,426	0,004
55	0,02	348	5	0,493	0,004	55	0,02	203	5	0,379	0,005
50	0,02	294	5	0,453	0,004	50	0,02	162	5	0,339	0,005
45	0,02	258	5	0,425	0,004	45	0,02	133	5	0,307	0,006
3. měření						3. měření					
85	0,02	1112	5	0,882	0,003	85	0,02	1050	5	0,862	0,003
80	0,02	890	5	0,789	0,003	80	0,02	788	5	0,747	0,003
75	0,02	709	5	0,704	0,003	75	0,02	591	5	0,647	0,003
70	0,02	570	5	0,631	0,003	70	0,02	447	5	0,562	0,003
65	0,02	481	5	0,580	0,003	65	0,02	340	5	0,491	0,004
60	0,02	399	5	0,528	0,003	60	0,02	262	5	0,431	0,004
55	0,02	338	5	0,486	0,004	55	0,02	206	5	0,382	0,005
50	0,02	295	5	0,454	0,004	50	0,02	167	5	0,344	0,005
45	0,02	256	5	0,423	0,004	45	0,02	137	5	0,311	0,006
4. měření						4. měření					
85	0,02	1164	5	0,902	0,002	85	0,02	1022	5	0,850	0,003
80	0,02	905	5	0,795	0,003	80	0,02	762	5	0,734	0,003
75	0,02	720	5	0,709	0,003	75	0,02	574	5	0,637	0,003
70	0,02	577	5	0,635	0,003	70	0,02	438	5	0,557	0,003
65	0,02	483	5	0,581	0,003	65	0,02	333	5	0,485	0,004
60	0,02	399	5	0,528	0,003	60	0,02	254	5	0,424	0,004
55	0,02	334	5	0,483	0,004	55	0,02	199	5	0,375	0,005
50	0,02	281	5	0,443	0,004	50	0,02	160	5	0,337	0,005
45	0,02	242	5	0,411	0,004	45	0,02	130	5	0,303	0,006
5. měření						5. měření					
85	0,02	1118	5	0,884	0,003	85	0,02	1019	5	0,849	0,003
80	0,02	905	5	0,795	0,003	80	0,02	768	5	0,737	0,003
75	0,02	766	5	0,732	0,003	75	0,02	582	5	0,642	0,003
70	0,02	598	5	0,646	0,003	70	0,02	444	5	0,561	0,003
65	0,02	511	5	0,598	0,003	65	0,02	338	5	0,489	0,004
60	0,02	430	5	0,548	0,003	60	0,02	260	5	0,429	0,004
55	0,02	361	5	0,502	0,004	55	0,02	204	5	0,380	0,005
50	0,02	307	5	0,463	0,004	50	0,02	164	5	0,341	0,005
45	0,02	251	5	0,419	0,004	45	0,02	133	5	0,307	0,006

vzorcem jako nejistotu aritmetického průměru [2]. Zprůměrované hodnoty jsme pomocí programu **Origin** vynesli do grafu na obr. 2 a na obr. 3. Grafy jsme též doplnili teoretickou závislostí podle vzorce (1), kam jsme dosadili za $N_1 = 1$ a příslušné indexy lomu.

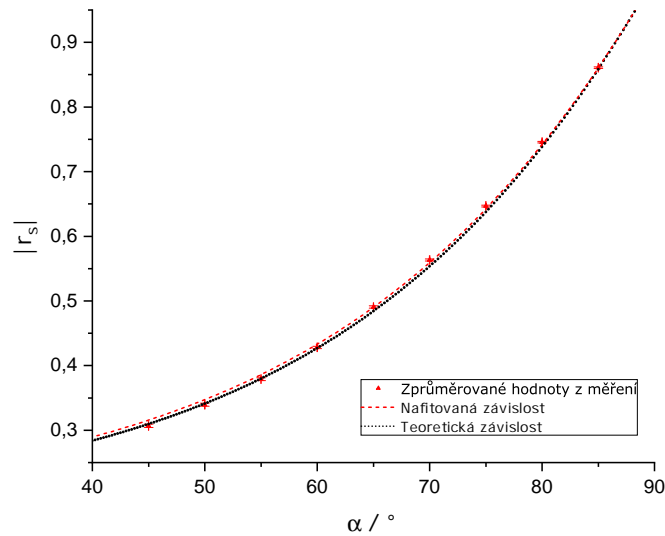
Nakonec jsme provedli pomocí knihovny **scipy** jazyka **Python**¹ fit vzorcem (1), abychom splnili poslední pracovní úkol. Získali jsme tak odhad indexu lomu N_i , resp. N_{ii} . Nejistotu těchto hodnot nám s přihlédnutím na nejistotu v datech vrátilo **scipy**. Relativní chyba těchto veličin je uvedena v závěru.

$$N_i = 1,844(2), \quad (8)$$

$$N_{ii} = 1,532(1). \quad (9)$$



Obrázek 2: Zpracovaná závislost reflexního koeficientu r_s na úhlu dopadu α pro 1. vzorek.



Obrázek 3: Zpracovaná závislost reflexního koeficientu r_s na úhlu dopadu α pro 2. vzorek.

¹Konkrétně funkcí `scipy.optimize.curve_fit`.

2.4 Proměření závislostí pro p polarizaci

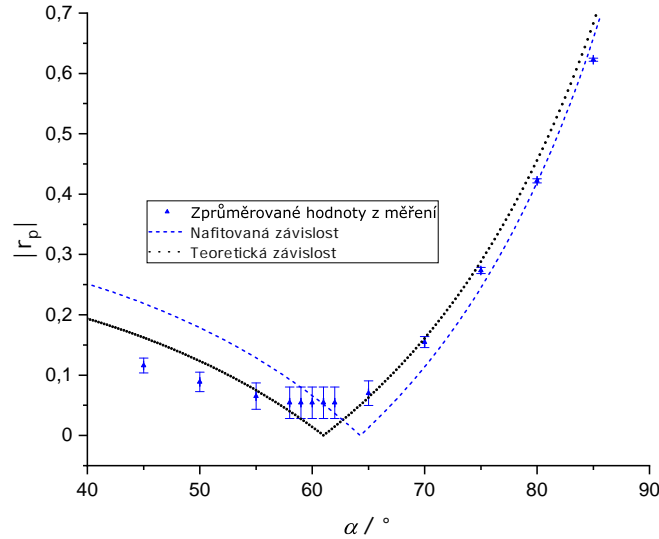
K proměření reflexních koeficientů pro p polarizaci budeme postupovat v mnoha bodech analogicky k předchozí podsekcí – budeme používat stejné odhady nejistot a stejné programy k zpracování. Předtím než jsme však přistoupili k měření, bylo potřeba zařídit, aby světlo bylo polarizováno rovnoběžně k rovině dopadu, to jsme provedli jednoduchou kalibrací pomocí čtvrtvlnných destiček, kdy jsme otočili polarizátor o 90° a nastavili destičky na úhly 247° , resp. 198° . Že je světlo polarizováno správně jsme znovu ověřili právě pomocí znalosti směru snadného průchodu polarizátoru a hledání minim a maxim.

Pro měření 1. vzorku jsme volným průchodem bez odrazu naměřili maximální intenzitu jako $I_{max} = 1016(5)$ a.u., pro 2. vzorek pak $I_{max} = 690(5)$ a.u. Měření p polarizace se lišilo od s polarizace také v tom, že jsme opatrněji proměřovali oblast okolo Brewsterova úhlu. Pro jeho zjištění jsme provedli samostatné měření, pro které jsme pomocí chopperu, kterým laser procházel, modulovali intenzitu, abychom citlivěji našli minimum na snímači. Pro každý vzorek jsme 5x prošli celý rozsah měření a všech 5 měření jsme ve výsledku zprůměrovali. Brewsterův úhel pro první vzorek nám tak vyšel jako $\alpha_B = 59,978(9)^\circ$ a pro druhý vzorek jako $\alpha_B = 55,584(9)^\circ$, kde jsme nejistotu spočetli jako nejistotu aritmetického průměru [2].

Naměřené hodnoty intenzity a reflexních koeficientů pro různé úhly jsou uvedeny v tabulce 2, z časových důvodů jsme tentokrát pro každý vzorek naměřili pouze 3 měření. Zprůměrované hodnoty jsme znovu vynesli do grafů na obr. 4 a 5 a analogicky jsme je zpracovali ke stanovení indexů lomu N_i a N_{ii} :

$$N_i = 2,07(1), \quad (10)$$

$$N_{ii} = 1,81(2). \quad (11)$$



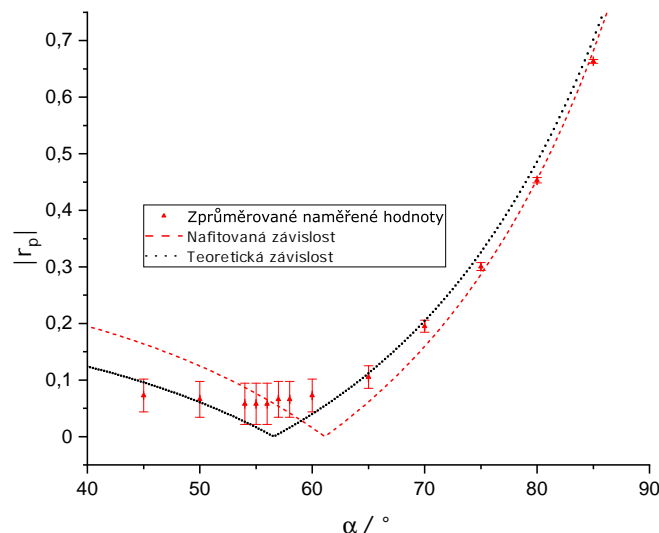
Obrázek 4: Zpracovaná závislost reflexního koeficientu r_p na úhlu dopadu α pro 1. vzorek.

3 Diskuse výsledků

3.1 s polarizace

Pro účely rozpravy budeme diskutovat primárně dva pozorovatelné výsledky měření: Kvalitu fitu a shodu s teoretickou závislostí. Co se kvality fitu týče, můžeme pro obě měření s polarizace na grafech pozorovat velmi dobré proložení zadaných bodů, křivka v rámci chybových úseček prochází všemi proměřenými body a fit je tak uspokojivý.

Obrátíme-li pozornost ke shodě s teoretickou závislostí, pozorujeme, že se zjištěné indexy lomu – nafitované parametry – v rámci nejistoty neshodují s indexy lomu uvedenými na vzorcích. Nejistoty tedy byly pravděpodobně podhodnoceny. Na druhou stranu zaměříme-li se na orientační shodu, nalézáme ji velmi dobrou, hodnoty se shodují v rámci prvního desetinného místa, což je pro indexy lomu relativně dobrá přesnost. Nezdá se, že by měření trpělo nějakými závažnými systematickými chybami, které by významně ovlivnily výsledek.



Obrázek 5: Zpracovaná závislost reflexního koeficientu r_p na úhlu dopadu α pro 2. vzorek.

3.2 p polarizace

Výsledky i zpracování pro p polarizaci jsou problematictější než u s polarizace. Pozorujeme, že zatímco u s polarizace jsme našli dobrou orientační shodu indexů lomu, u p polarizace se o ní mluvit příliš nedá. Aspoň trochu uspokojivé se zdá porovnání teoretické závislosti a naměřených hodnot, kdy z příslušných grafů můžeme vidět, že poloha Brewsterova úhlu se nachází přibližně v místě, které jsme naměřili.

Jak se ale vypořádat s neshodou v indexech lomu (v parametrech) fitu? Zde přichází na řadu diskuze několika postupů. První z nich by mohl být, že bychom namísto průměrování všech 4 měření pro p polarizaci vzali každé zvlášť a vyhodnocovali shodu na každém z nich. Kdybychom postupovali takto, mohli bychom některá měření vyřadit, experimentátor však zvolil kvůli přehlednosti referátu a vložených grafů variantu s průměrováním.

Dále se můžeme zaměřit na kvalitu fitu a fitovací nástroj. Když experimentátor fitoval iterativní metodou nejmenších čtverců, vyzkoušel několik nastavení počátečních odhadů parametru N mezi 1 a 2. Tyto odhady pak vždy pro oba dva vzorky zkonvergovaly k jednomu ze dvou řešení, přičemž v jednom byl parametr fitu podhodnocen ($N_i \approx 1,3$, $N_{ii} \approx 1,1$) a ve druhém zase nadhodnocen. Experimentátor zvolil nadhodnocenou možnost s konstatováním, že nadhodnocená závislost lépe vizuálně odpovídá tvaru teoretické závislosti.

Důvodem, proč fit zkonvergoval neuspokojivě, bude dle naší hypotézy hlavně fakt, že jsme moc málo proměřili oblast mezi 40° a 60° . Kdyby goniometr v praxi nebyl zaseklý, mohli jsme proměřit oblast od 0° , kde bychom mohli nalézt silnější trend růstu, který by nafitované minimum posunul doleva na jeho správné místo.

4 Závěr

Podle pracovních úkolů jsme stanovili směr snadného průchodu polarizátorem vůči rysce pro svislou polarizaci na hodnotu $\vartheta = 66,8(9)^\circ$. Dále jsme zkoumali reflexní koeficienty pro s a p polarizaci. Pro s polarizaci jsme našli shodu s teoretickou závislostí a získali jsme hodnoty $N_i = 1,844$ a $N_{ii} = 1,532$ pro indexy lomu dvou měřených vzorků s relativními chybami $\delta_{N_i} \approx 0,1\%$ a $\delta_{N_{ii}} \approx 0,07\%$. Pro p polarizaci jsme pozorovali horší shodu s teoretickou závislostí, ale správnou například v určení hodnoty Brewsterova úhlu, který byl pro první, resp. druhý vzorek stanoven na $\alpha_B = 59,978(9)^\circ$, resp. $\alpha_B = 55,584(9)^\circ$. Pomocí fitování jsme také pro p polarizaci určili indexy lomu vzorků $N_i = 2,07$, $N_{ii} = 1,81$ s relativními chybami $\delta_{N_i} \approx 0,5\%$ a $\delta_{N_{ii}} \approx 1\%$, ty se však neshodují s reálnými hodnotami.

Reference

- [1] (7) *Ověření Fresnelových vzorců* [online]. [cit. 2024-03-16]. Dostupné z: <https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani/307>
- [2] ENGLISH, Jiří. *Úvod do praktické fyziky*. Praha: Matfyzpress, 2006. ISBN 80-86732-93-2.

Tabulka 2: Naměřené hodnoty intenzity a dopočtené hodnoty reflexního koeficientu pro p polarizaci.

Vzorek 1						Vzorek 2					
$\alpha/^\circ$	$\sigma_\alpha/^\circ$	$I/$ a.u.	$\sigma_I/$ a.u.	r_p	σ_{r_p}	$\alpha/^\circ$	$\sigma_\alpha/^\circ$	$I/$ a.u.	$\sigma_I/$ a.u.	r_p	σ_{r_p}
1. měření						1. měření					
85	0,02	392	5	0,621	0,004	85	0,02	300	5	0,659	0,006
80	0,02	180	5	0,421	0,006	80	0,02	143	5	0,455	0,008
75	0,02	75	5	0,272	0,009	75	0,02	63	5	0,30	0,01
70	0,02	24	5	0,15	0,02	70	0,02	24	5	0,19	0,02
65	0,02	5	5	0,07	0,04	65	0,02	7	5	0,10	0,04
62	0,02	3	5	0,05	0,05	60	0,02	3	5	0,07	0,05
61	0,02	3	5	0,05	0,05	58	0,02	3	5	0,07	0,05
60	0,02	3	5	0,05	0,05	57	0,02	3	5	0,07	0,05
59	0,02	3	5	0,05	0,05	56	0,02	3	5	0,07	0,05
58	0,02	3	5	0,05	0,05	55	0,02	2	5	0,05	0,07
55	0,02	4	5	0,06	0,04	54	0,02	3	5	0,07	0,05
50	0,02	8	5	0,09	0,03	50	0,02	3	5	0,07	0,05
45	0,02	13	5	0,11	0,02	45	0,02	4	5	0,08	0,05
2. měření						2. měření					
85	0,02	394	5	0,623	0,004	85	0,02	309	5	0,669	0,006
80	0,02	181	5	0,422	0,006	80	0,02	146	5	0,460	0,008
75	0,02	77	5	0,275	0,009	75	0,02	65	5	0,31	0,01
70	0,02	24	5	0,15	0,02	70	0,02	25	5	0,19	0,02
65	0,02	5	5	0,07	0,04	65	0,02	8	5	0,11	0,03
62	0,02	3	5	0,05	0,05	60	0,02	4	5	0,08	0,05
61	0,02	3	5	0,05	0,05	58	0,02	3	5	0,07	0,05
60	0,02	3	5	0,05	0,05	57	0,02	3	5	0,07	0,05
59	0,02	3	5	0,05	0,05	56	0,02	2	5	0,05	0,07
58	0,02	3	5	0,05	0,05	55	0,02	2	5	0,05	0,07
55	0,02	4	5	0,06	0,04	54	0,02	2	5	0,05	0,07
50	0,02	8	5	0,09	0,03	50	0,02	3	5	0,07	0,05
45	0,02	14	5	0,12	0,02	45	0,02	3	5	0,07	0,05
3. měření						3. měření					
85	0,02	396	5	0,624	0,004	85	0,02	302	5	0,662	0,006
80	0,02	182	5	0,423	0,006	80	0,02	136	5	0,444	0,008
75	0,02	76	5	0,274	0,009	75	0,02	59	5	0,29	0,01
70	0,02	25	5	0,16	0,02	70	0,02	30	5	0,21	0,02
65	0,02	5	5	0,07	0,04	65	0,02	8	5	0,11	0,03
62	0,02	3	5	0,05	0,05	60	0,02	4	5	0,08	0,05
61	0,02	3	5	0,05	0,05	58	0,02	3	5	0,07	0,05
60	0,02	3	5	0,05	0,05	57	0,02	3	5	0,07	0,05
59	0,02	3	5	0,05	0,05	56	0,02	2	5	0,05	0,07
58	0,02	3	5	0,05	0,05	55	0,02	3	5	0,07	0,05
55	0,02	5	5	0,07	0,04	54	0,02	2	5	0,05	0,07
50	0,02	8	5	0,09	0,03	50	0,02	3	5	0,07	0,05
45	0,02	14	5	0,12	0,02	45	0,02	4	5	0,08	0,05