

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum I



Úloha č. 8

Název úlohy: Kalibrace odporového teploměru a termočlánku – fázové přechody

Jméno: Vojtěch Votruba

Datum měření: 9. 3. 2023

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0–2	
Výsledky a zpracování měření	0–9	
Diskuse výsledků	0–4	
Závěr	0–1	
Použitá literatura	0–1	
Celkem	max. 17	

Posuzoval:

dne:

Pracovní úkoly

- Okalibrujte pomocí bodu tání ledu, bodu varu vody a bodu tuhnutí cínu:
 - platinový odporový teploměr (určete konstanty R_0 , A , B).
 - termočlánek měď-konstantan (určete konstanty a , b , c)
- Registrujte časový průběh termoelektrického napětí termočlánu $\varepsilon(\tau)$ a odporu platinového teploměru $R(\tau)$ při ohřevu a varu vody a při tuhnutí cínu. Změřené průběhy graficky znázorněte.
- Nakreslete graf teplotní závislosti odporu R (kalibrační křivka odporového teploměru) a graf teplotní závislosti termoelektrického napětí ε (kalibrační křivka termočlánu).
- Ze závislostí $\varepsilon(\tau)$ a $R(\tau)$ dle bodu 2 a kalibračních hodnot dle bodu 1 určete časové závislosti $t_R(\tau)$ a $t_\varepsilon(\tau)$ teplot měřených odporovým teploměrem a termočlánkem při ohřevu vody a tuhnutí cínu. Určené závislosti porovnejte.

1 Teoretická část

Pro kalibraci odporového teploměru a termočlánu byly podle zadaného postupu [1] oba měřiče vystaveny třem fázovým přechodům, při nichž se zaznamenávaly hodnoty na nich naměřené. Tyto fázové přechody odpovídaly tání ledu, varu vody a tuhnutí roztaveného cínu.

Nejdůležitějšími vztahy, které v rámci kalibrace využíváme, jsou pak experimentální vztah pro závislost odporu odporového teploměru R na teplotě t (R_0 značí odpor teploměru při teplotě $t = 0^\circ\text{C}$)

$$R = R_0(1 + At + Bt^2) \quad (1)$$

a experimentální vztah pro závislost elektromotorického napětí ε termočlánu na rozdíl teplot jeho dvou konců

$$\varepsilon = a + b(t_1 - t_0) + c(t_1 - t_0)^2. \quad (2)$$

Konstanty A, B, a, b, c zde právě značí jisté experimentálně určené hodnoty, které při kalibraci chceme zjistit, t_1, t_0 jsou teploty na koncích termočlánu [1]. Oba tyto vztahy mají povahu kvadratické rovnice, můžeme je tedy pomocí známého vzorce přepočítat na závislosti teploty resp. teplotního rozdílu (záporné řešení nemá v tomto kontextu fyzikální smysl). Pro odporový teploměr platí

$$t_R = \frac{-R_0A + \sqrt{R_0^2A^2 + 4R_0B(R - R_0)}}{2R_0B}. \quad (3)$$

A pokud položíme $t_0 = 0^\circ\text{C}$, tak pro termočlánek platí

$$t_\varepsilon = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4c(\varepsilon - a)}}{2c}. \quad (4)$$

Posledním vztahem, který je třeba zmínit, je vztah pro výpočet teploty bodu varu vody v závislosti na lokálním tlaku. Zatímco teploty tání ledu a tuhnutí cínu můžeme považovat za neměnné, u bodu varu to nelze.

$$t_p = 100,0 + 28,0216 \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right) - 11,642 \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right)^2 + 7,1 \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right)^3, \quad (5)$$

kde t_p je lokální teplota varu vody, p je lokální tlak a p_0 je tzv. *normální barometrický tlak* [1].

2 Výsledky a zpracování měření

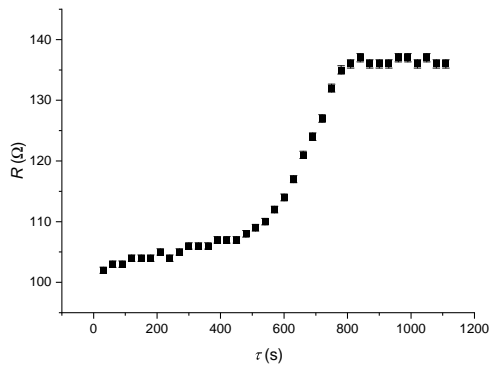
2.1 Podmínky pokusu

Měření bylo provedeno v místnosti PI v budově MFF UK na Karlově. Změřené podmínky při pokusu byly následující: Teplota $t = (22,1 \pm 0,4)^\circ\text{C}$, relativní vlhkost $\Phi = (36 \pm 3) \%$, tlak $p = (971 \pm 2)\text{hPa}$. Za přesnou hodnotu *normálního barometrického tlaku* bylo vzato $p = 1,01325 \times 10^5\text{Pa}$ [1]. Za přesné teploty bodu tání ledu, resp. bodu tuhnutí cínu bylo vzato $t = 0^\circ\text{C}$, resp. $t = 232^\circ\text{C}$ [1].

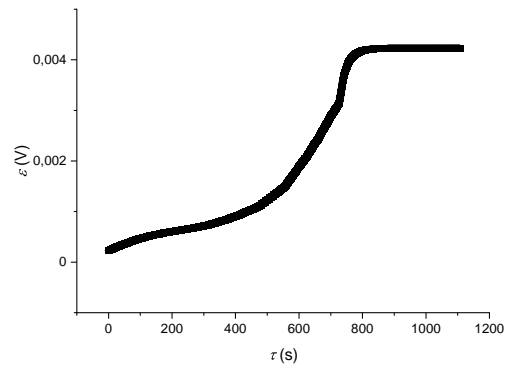
2.2 Zaznamenaný časový průběh

Nejprve byly graficky znázorněny časové průběhy odporu R a napětí ε u varu vody a tuhnutí cínu. U elektromotorického napětí byl použit předinstalovaný program *zapisovač*, který časový průběh sám sledoval. Odpor byl zaznamenáván ručně odečtením a zapsáním hodnoty z odporového teploměru každou půlminutu pro daný časový interval. Množství takto zaznamenaných dat je velké a není možné je zaneść do přehledné tabulky, data proto byla přiložena k referátu separátně.

K vytvoření grafů 1 a 2, které jsou vyneseny níže, byl použit software *Origin* konkrétně funkce *Plot::Y Error*. Jako nejistota měření odporu byla použita relativní nejistota 0,5 % z naměřené hodnoty. U termočlánu se nejistota skládala ze součtu nejistoty z hodnoty, která činila 90 p.p.m (parts per milion), a nejistoty z rozsahu 35 p.p.m. Rozsah nastavený na termočlánu byl 100 mV. Tyto nejistoty byly uvedeny na zařízení a v instrukcích na laboratorním stole. Protože šlo o pravidelné odečty, nehrála reakční doba experimentátora velkou roli, nejistota měření času tedy nebyla uvažována.

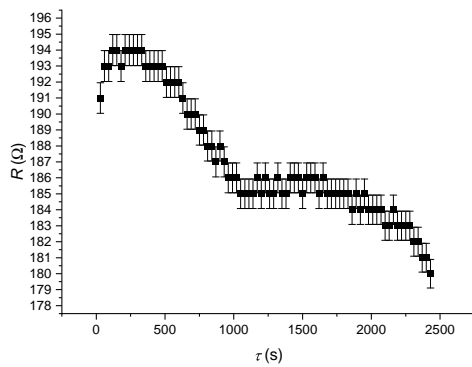


(a) odpor R na odporovém teploměru

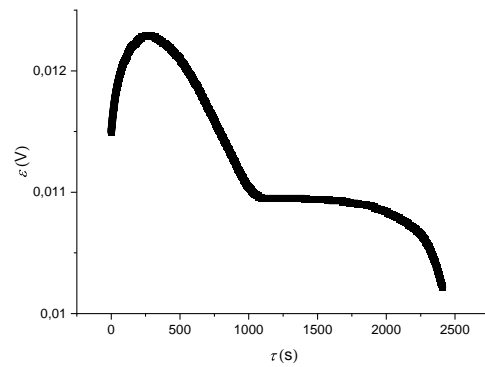


(b) napětí ε na termočlánu

Obrázek 1: Závislost odporu R a elektromotorického napětí ε na čase τ při varu vody



(a) odpor R na odporovém teploměru



(b) napětí ε na termočlánu

Obrázek 2: Závislost odporu R a elektromotorického napětí ε na čase τ při tuhnutí cínu

2.3 Kalibrace

Dalším z pracovních úkolů byla kalibrace. Zjištění koeficientů R_0, A, B, a, b, c bylo provedeno odečtením nafiťovaných parametrů z kalibrační křivky. K její konstrukci byl použit software *Origin* konkrétně funkce *Analy-sis::Fitting:Polynomial fit* se stupněm polynomu nastaveným na 2.

Na vertikální osu byly vyneseny naměřené hodnoty odporu R , resp. napětí ε , na kterých docházelo k fázovému přechodu. Tyto hodnoty odporu a napětí byly odhadnuty jako aritmetický průměr všech naměřených hodnot v časovém intervalu, v němž podle grafů 1, 2 byla velikost odporu, resp. napětí konstantní. Na horizontální osu pak byly vyneseny známé teploty t podle sekce 2.1. Teplota varu vody byla stanovena podle vztahu (5) na $t = (98,81 \pm 0,06)^\circ\text{C}$. Body, kterými byly proloženy kvadratické funkce, jsou zaznamenány v tabulce 1. Nejistoty odporu a napětí v tabulce 1 byly vypočteny stejně jako nejistoty hodnot vynesných do grafů 1 a 2.

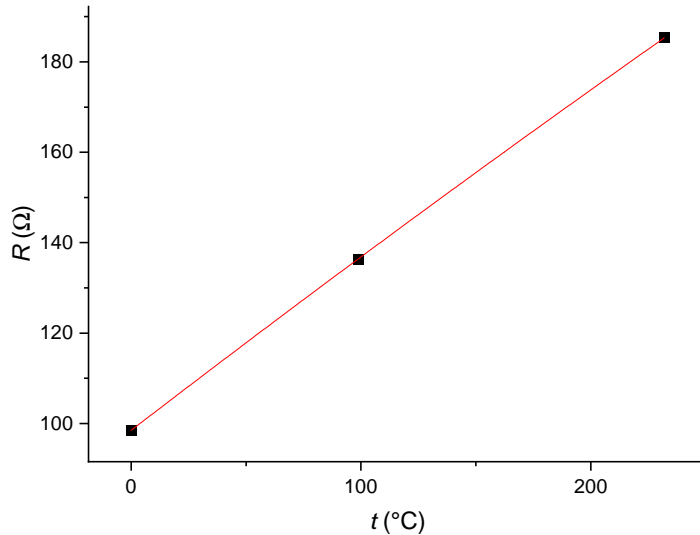
Tabulka 1: naměřené odpory R a napětí ε pro jednotlivé body fázových přechodů. (τ_1, τ_2) zde označuje odhadnutý časový interval pro průměrování R a ε

	Bod tání ledu	Bod varu vody	Bod tuhnutí cínu
$t/^\circ\text{C}$	0	$(98,81 \pm 0,06)$	232
R/Ω	$(98,5 \pm 0,5)$	$(136,4 \pm 0,7)$	$(185,3 \pm 0,9)$
$\varepsilon/\mu\text{V}$	(8 ± 4)	(4228 ± 4)	(10950 ± 5)
$(\tau_1; \tau_2)/\text{s}$	$(0; 473)$	$(850; 1000)$	$(1100; 1400)$

U teploty varu byla nejistota určena pomocí metody přenosu chyb [2] jako

$$\sigma_t^2 = \left(\frac{28,0216}{p_0} - \frac{2 \cdot 11,642}{p_0} \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right) + \frac{3 \cdot 7,1}{p_0} \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right)^2 \right)^2 \sigma_p^2. \quad (6)$$

Dále dle zadání má být nejistota A, B, a, b, c stanovena na 5 %. I přesto že odpor R_0 má v celém měření vý-sadní fyzikální postavení, jde v rámci relativní nejistoty 0,5 % pouze o jednu z hodnot naměřených odporovým teploměrem, byla tedy použita relativní nejistota analogická k ostatním měřením jako právě 0,5 %. Nyní již stačí uvést samotné výsledky fitování a kalibrační křivky.



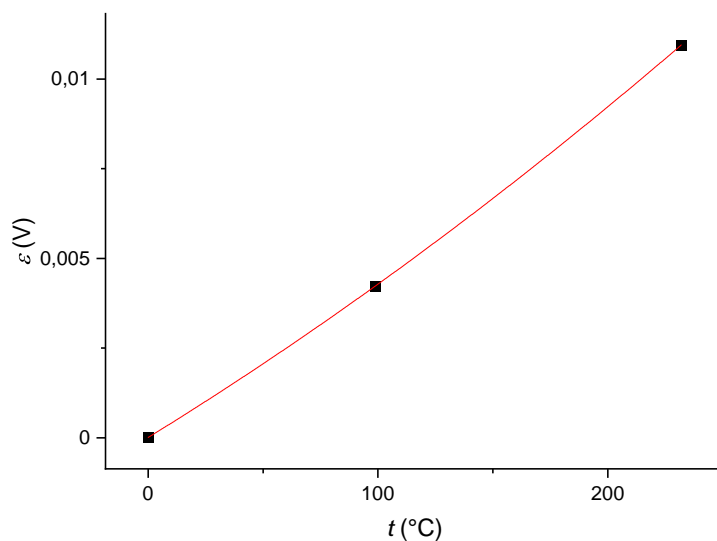
Obrázek 3: Kalibrační křivka odporového teploměru; závislost odporu R na teplotě t

Přepočtené kalibrační koeficienty získané z fitu jsou následující

$$R_0 = (98,5 \pm 0,5)\Omega, \quad (7)$$

$$A = (4,0 \pm 0,2) \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}, \quad (8)$$

$$B = (-7,2 \pm 0,4) \times 10^{-7} \frac{1}{^\circ\text{C}^2}. \quad (9)$$



Obrázek 4: Kalibrační křivka termočlánu; závislost napětí ε na teplotě t

Zde jsou pak uvedeny údaje získané fitováním napětí ε . Ačkoliv ze zadání víme, že u všech těchto konstant můžeme uvažovat nejistotu 5 %, nedává to v případě konstanty a fyzikální smysl. Relativní nejistota by se touto úvahou výrazně snížila a nebylo by pak názorně vidět, že absolutní člen a se v případě kvalitního termočlánu má blížit v rámci své nejistoty téměř 0 (má se ji blížit proto, že pokud je teplotní rozdíl nulový, mělo by být napětí mezi oběma konci termočlánu podle Seebeckova jevu také nulové [1]). Spočteme tedy raději nejistotu a analogicky k nejistotám napětí v podsekcí 2.2.

$$a = (8 \pm 4) \times 10^{-6} \text{V}, \quad (10)$$

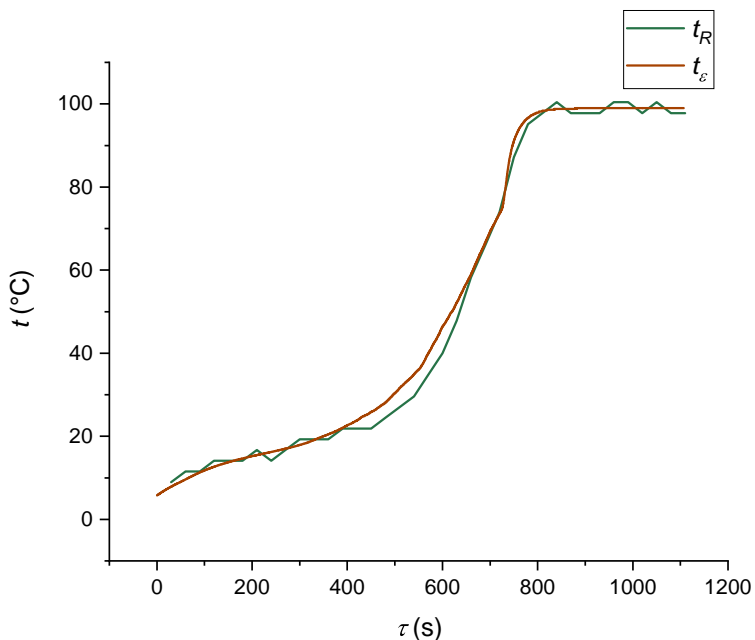
$$b = (3,9 \pm 0,2) \times 10^{-5} \frac{\text{V}}{^\circ\text{C}}, \quad (11)$$

$$c = (3,4 \pm 0,2) \times 10^{-8} \frac{\text{V}}{^\circ\text{C}^2} \quad (12)$$

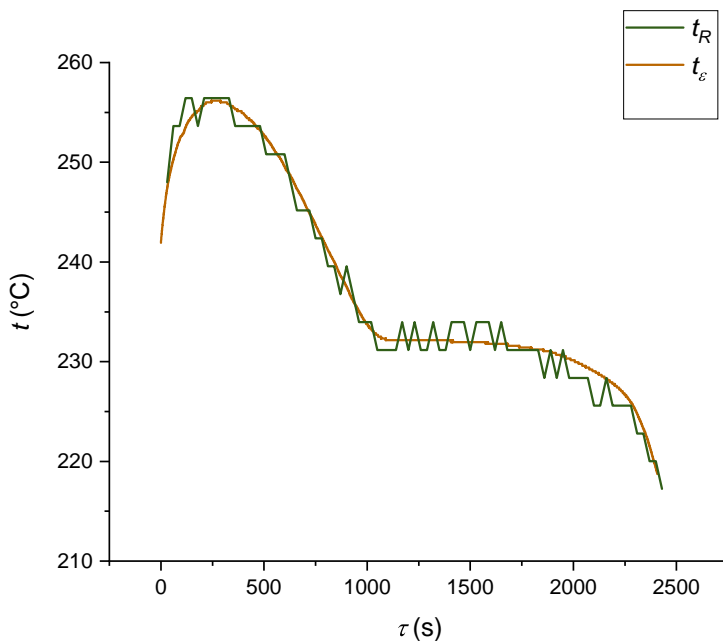
2.4 Časová závislost teploty

Posledním úkolem v tomto měření bylo porovnat časové závislosti teploty získané z napětí t_ε a teploty získané z odporu t_R . K tomu byl využitý rovnice (3) a (4), přes které byla přepočtena a vynesena data ze sekce 2.2. Dále byly v přepočtu použity hodnoty kalibračních konstant ze sekce 2.3.

Závislosti byly vyneseny softwarem *Origin* konkrétně funkcí *Plot::Line* do grafů 5 a 6 níže. Výpočet nejistoty pro konkrétní hodnoty teploty by byl podle zákona přenosu chyb poměrně složitý a pro srovnání křivek nám stačí orientační graf, proto nejsou nejistoty vyneseny.



Obrázek 5: Závislost teplot t_R a t_ε na čase τ při varu vody



Obrázek 6: Závislost teplot t_R a t_ε na čase τ při tuhnutí cínu

3 Diskuse výsledků

I přesto, že v měření působila celá řada jevů, které mohly způsobit vyšší systematickou chybu, grafy časového průběhu teploty 5, 6 vyšly ve velmi dobré shodě. Naměřená teplota na obou zařízeních se téměř nelišila, což potvrzuje i shoda v grafech 1 a 2.

Pokud bychom se snažili nějaké systematické chyby dopátrat, mohli bychom mezi zmíněné jevy zařadit například to, že použitý cín pravděpodobně nebyl 100% chemicky čistý, což mohlo způsobit výkyvy v grafu během fázového přechodu. Zároveň by se dalo zpochybnit usazení obou konců termočlánku, neboť víme (již jsme na to narazili v předchozí sekci), že ani v rámci nejistoty, byť se tomu přiblížil, nevyšel absolutní člen a jako 0, což vzhledem k našemu měření prakticky znamená, že mezi dvěma konci termočlánku zanořenými do stejného ledu, stále bylo jisté elektrické napětí.

To můžeme vysvětlit prostým faktem, že izolační vlastnosti termonádoby, do které byl led vložen, nejsou dokonalé a například led na kraji nádoby mohl být hůře izolován než led uprostřed nádoby. Dalším obecným vysvětlením nepřesnosti může být nepřesný odhad tlaku v nedokonalě izolovaných nádobách, který není stejný jako tlak v místnosti, obzvlášť pak při měření varu vody, kdy se stavové veličiny rychle mění.

Co se týče kalibračních konstant, nemáme k dispozici referenční nebo tabelované hodnoty, se kterými je porovnat, nejlepším ověřením, které tedy máme, je znovu shoda závislosti teploty v grafech 5, 6, neboť při jejich konstrukci byly tyto hodnoty použity.

4 Závěr

V rámci měření se nám podařilo okalibrovat odporový teploměr a termočlánek na hodnoty

$$\begin{aligned}R_0 &= (98,5 \pm 0,5)\Omega, \\A &= (4,0 \pm 0,2) \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}, \\B &= (-7,2 \pm 0,4) \times 10^{-7} \frac{1}{^\circ\text{C}^2}, \\a &= (8 \pm 4) \times 10^{-6}\text{V}, \\b &= (3,9 \pm 0,2) \times 10^{-5} \frac{\text{V}}{^\circ\text{C}}, \\c &= (3,4 \pm 0,2) \times 10^{-8} \frac{\text{V}}{^\circ\text{C}^2},\end{aligned}$$

Zároveň se podařilo vynést požadované závislosti teplot t_R, t_ε na čase τ a odporu R a napětí ε na čase τ . Tyto závislosti vyšly v souladu se všemi teoretickými předpověďmi a zařízení se obě projevila jako funkční.

Reference

- [1] *Kalibrace odporového teploměru a termočlánku – fázové přechody* [online]. [cit. 2023-03-15]. Dostupné z: <https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani/108>
- [2] ENGLICH, Jiří. *Úvod do praktické fyziky*. Praha: Matfyzpress, 2006. ISBN 80-86732-93-2.