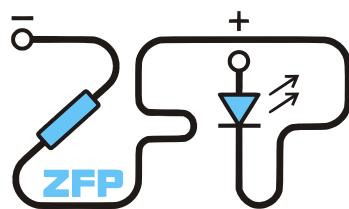


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

## Fyzikální praktikum III



Úloha č. 30

Název úlohy: Využití interference k měření tloušťky tenké vrstvy a k měření poloměrů křivosti čoček

Jméno: Vojtěch Votruba

Datum měření: 2024-04-03

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0–2	
Výsledky a zpracování měření	0–9	
Diskuse výsledků	0–4	
Závěr	0–1	
Použitá literatura	0–1	
<b>Celkem</b>	max. 17	

Posuzoval:

dne:

# Pracovní úkoly

1. Tolanského metodou změřte tloušťku tenké vrstvy ve dvou různých místech. Vyhodnoťte získané tloušťky a diskutujte, zda je vrstva v rámci chyby nepřímého měření na obou místech stejně silná.
2. Pomocí Newtonových interferenčních kroužků změřte oba poloměry křivosti u dvou vybraných čoček zpracováním digitální fotografie.
  - (a) Zkalibrujte mikroskop. Poříďte digitální záznam kalibračního měřítka a zpracujte ho fitováním přímo v praktiku.
  - (b) Poříďte digitální záznamy Newtonových kroužků pro jednotlivé povrchy čoček a zpracujte je fitováním přímo v praktiku.
  - (c) Výsledky měření porovnejte s poloměry křivosti měřených čoček uváděnými výrobcem.
  - (d) Z naměřených poloměrů křivosti spočítejte ohniskovou vzdálenost čoček a výsledky srovnajte s údaji uváděnými výrobcem. Materiál měřených čoček je optické sklo N-BK7, čočky nejsou tenké.

## 1 Teoretická část

Máme za úkol proměřit dva rozměry, tloušťku tenké vrstvy a poloměr křivosti čoček. Obě naše měření budou využívat interferenční jevy. Ke změření tloušťky tenké versty použijeme klasickou Tolanského metodu, zatímco ke změření poloměrů křivosti využijeme Newtonovy interferenční kroužky.

### 1.1 Tolanského metoda

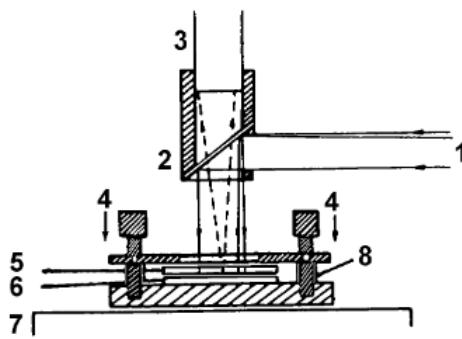
V Tolanského metodě využíváme interference na mezeře mezi polopropustným zrcadlem a vytvořeným klínovým vrypem do zkoumané tenké vrstvy. Tenkou vrstvu spolu se zrcadlem pozorujeme mikroskopem a celé experimentální uspořádání je k vidění schématicky na obr. 1. Uvažujeme-li dvě interferenční minima  $k$ . a  $(k+1)$ . rádu, na kterých je splněna podmínka destruktivní interference, můžeme odvodit, že pro rozdíl jejich tloušťek  $\Delta d$  bude platit [1]

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

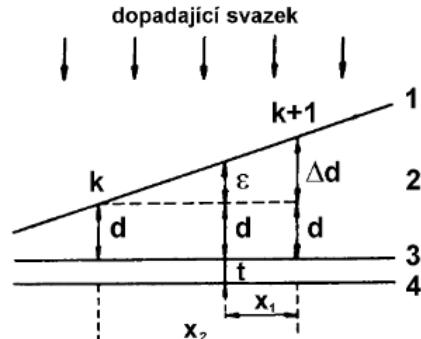
kde  $\lambda$  je vlnová délka použitého světla ve vzduchu. Najdeme-li pak místo ve vzdálenosti  $x_1$  od interferenčního maxima, pro nějž bude platit  $t = \Delta d - \varepsilon$  podle obr. 2, pak z podobnosti trojúhelníku můžeme psát

$$t = \frac{x_1}{x_2} \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

kde  $x_2$  je vzdálenost dvou interferenčních minim [1]. Pomocí tohoto vzorce můžeme už zjistit tloušťku tenké vrstvy.



Obrázek 1: Schéma Tolanského metody, [1]



Obrázek 2: Nákres uspořádání vrypu (2), tenké vrstvy (3,4) a polopropustného zrcadla (1), [1]

## 1.2 Newtonovy kroužky

V rámci tohoto pracovního úkolu vycházíme ze základního uspořádání Newtonových kroužků, v němž je na rovném sklíčku umístěná čočka, přičemž na celou soustavu svítí seshora světlo. V důsledku křivosti čočky vzniká mezi oběma skly vzduchová mezera, na které dochází k interferenci mezi paprskem odraženým na ní a paprskem odraženým na spodním sklíčku [1]. Z osové symetrie tohoto uspořádání nám pak vyplývá, že díky interferenci budeme pozorovat interferenční kroužky. Označíme-li si  $t$  tloušťku vzduchové vrstvy, z podmínky konstruktivní interference v místě světlých kroužků můžeme psát

$$2t = k\lambda, \quad (3)$$

kde  $k \in \mathbb{Z}$ . Označíme-li dále poloměr příslušného kroužku  $\rho$ , odvodíme snadno vztah pro závislost tloušťky  $t$

$$t = R - \sqrt{R^2 - \rho^2}, \quad (4)$$

kde  $R$  je poloměr křivosti použité čočky [1]. Protože kroužky v měření budou poměrně rozmazené, použijeme digitální zpracování. To bude fungovat tak, že interferenční proužky nejdříve pomocí kamery vyfotíme a následně pak použijeme fotku k nařízení periodického průběhu intenzity [1] v závislosti na vzdálenosti  $\rho$

$$I(\rho) = A \sin^2 \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \left( d + \frac{\rho^2}{2R} \right) \right] + B, \quad (5)$$

kdy naším cílem bude zjistit parametr  $R$ . Abychom pak splnili poslední pracovní úkol, musíme ze získaných poloměrů křivosti čočky na obou stranách spočítat její optickou mohutnost  $P$ . Jelikož používané čočky nejsou tenké, využijeme složitější rovnici pro tlustou čočku ve tvaru

$$P = \frac{(n-1)^2 t + n(R_2 - R_1)}{nR_1 R_2} \quad (6)$$

kde  $R_1$  a  $R_2$  jsou dané poloměry,  $t$  je tloušťka čočky a  $n$  index lomu materiálu čočky [2].

## 2 Výsledky a zpracování měření

### 2.1 Podmínky pokusu

Měření bylo provedeno v místnosti PIII v budově MFF UK na Karlově. Změřené podmínky termo-hydro-barometrem při pokusu byly následující: Teplota  $t = 23,1(4)^\circ\text{C}$ , relativní vlhkost  $\Phi = 29(3)\%$ , tlak  $p = 982(2)$  hPa.

### 2.2 Tolanského metoda

Na začátku měření jsme proměřili tloušťku tenké vrstvy pomocí Tolanského metody. Po našem příchodu do praktika, byl vzorek již umístěn v mikroskopu a byl nastaven na místo vrypu, na němž jsme pozorovali interferenci. Stačilo tak mikroskop zapnout a na dvou místech několikrát proměřit vzdálenosti  $x_1$  a  $x_2$ . Jak se ukazuje, když bychom kvůli malému množství hodnot fitovali body ve smyslu rovnice  $x_1(x_2) = \frac{2t}{\lambda}x_2$ , nedostali bychom uspokojivý výsledek. Data tedy zpracujeme tak, že je zprůměrujeme a spočteme podíl  $\frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_2}$  z průměru. Jako zdroj světla byl v této podúloze použit sodíkový dublet s vlnovou délkou přibližně  $\lambda = 589$  nm, kterou budeme považovat za přesnou. Měřené délky  $x_1$  a  $x_2$  jsme neodečítali v žádných fyzikálních jednotkách, ale pouze jako počet dílků na stupnici mikroskopu, neboť nás zajímal pouze jejich poměr.

Nejistotu ze stupnice odhadneme jako  $\sigma_x = 0,05$ . Nejistotu aritmetického průměru spočteme standardním vzorcem [3] pro 4 hodnoty  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{2}$  a celkovou nejistotu podílu pak vzorcem [3]

$$\sigma_{\bar{x}_1/\bar{x}_2} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_2} \sqrt{\left( \frac{\sigma_{\bar{x}_1}}{\bar{x}_1} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{\bar{x}_2} \right)^2}. \quad (7)$$

Výsledky měření jsou uvedeny v tabulce 1 níže. Výše popsaným postupem jsme tak získali dvě hodnoty pro tloušťku tenké vrstvy odpovídající dvěma místům měření

$$t_1 = 0,49(1) \text{ } \mu\text{m}, \quad t_2 = 0,46(1) \text{ } \mu\text{m}. \quad (8)$$

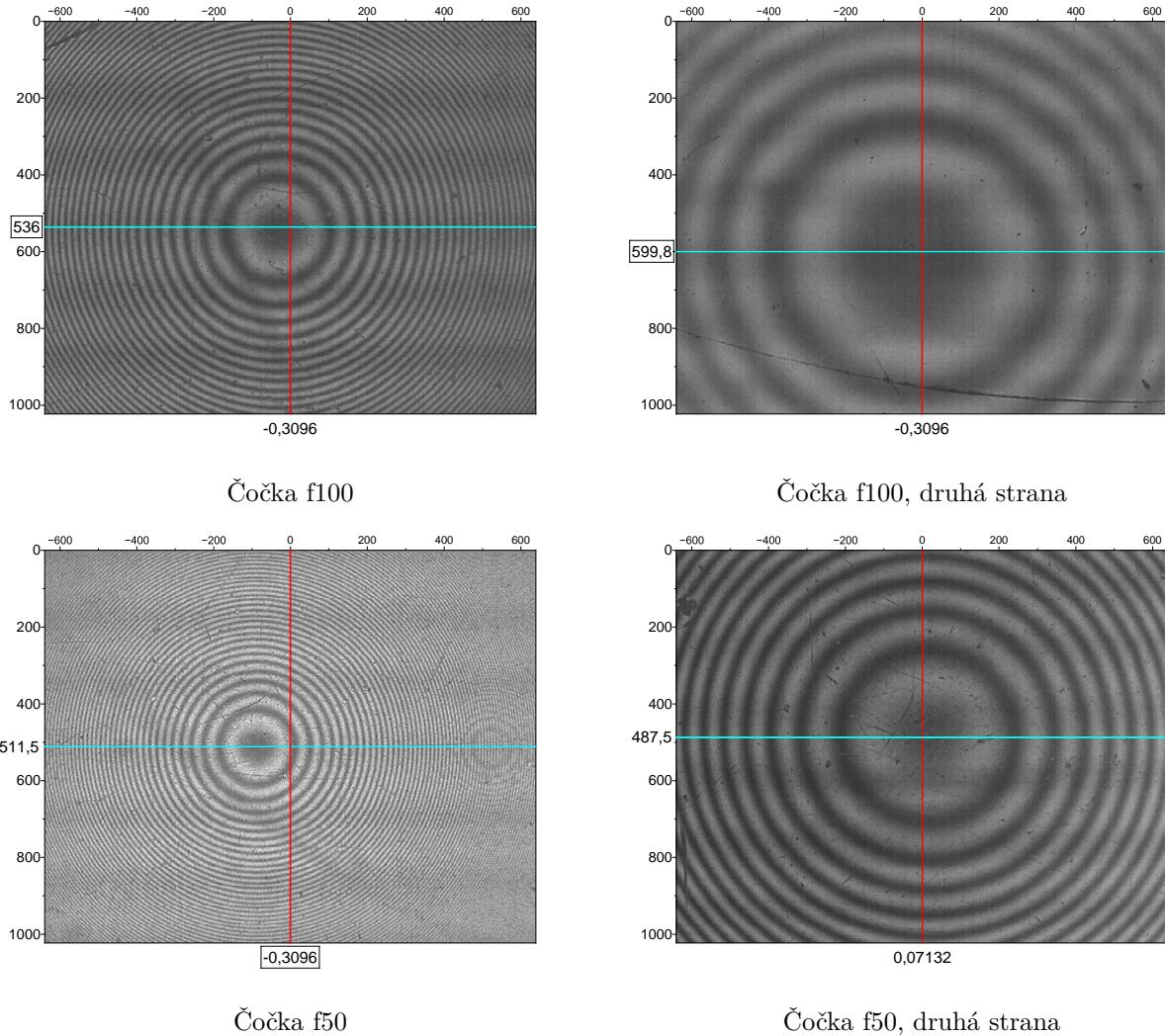
Tabulka 1: Výsledky měření vzdáleností  $x$  pro první (vlevo) a druhé místo (vpravo) na vzorku

$x_1/\text{a.u.}$	$x_2/\text{a.u.}$	$x_1/\text{a.u.}$	$x_2/\text{a.u.}$
2.40(5)	1.30(5)	2.20(5)	1.50(5)
2.60(5)	1.60(5)	2.30(5)	1.70(5)
2.40(5)	1.70(5)	2.50(5)	1.20(5)
2.50(5)	1.30(5)	2.20(5)	1.50(5)

### 2.3 Newtonovy kroužky

Větší část našeho měření pak zabrala práce s Newtonovými kroužky. Pro jejich vytvoření jsme znova použili sodíkový dublet a obrázky jsme po jejich nafoocení zpracovávali v programu **Origin**.

Při zpracování jsme postupovali podle poměrně komplexního návodu v pokynech k měření [1]. Při fitování jsme různé parametry<sup>1</sup> fixovali, vybírali počáteční hodnoty a snažili jsme se tak dosáhnout co nejpřesnějšího fitu, který jsme kvantitativně ověřovali pomocí  $\chi$ -kvadrát. Na obrázcích jsme fitovali vodorovný profil procházející středem kroužku poté, co jsme fotografie rozložili na jednotlivé barevné kanály a vybrali si jeden ten nejvhodnější. Pro měření jsme si zvolili dvě konkrétní čočky nesoucí označení f50 a f100, fotografie na nich vzniklých kroužků jsou k vidění na obr. 3.



Obrázek 3: Vyfocené Newtonovy kroužky pro jednotlivé čočky a jejich orientace, na obrázcích jsou vyznačeny také zkoumané vodorovné profily, svislými profily jsme se nezabývali.

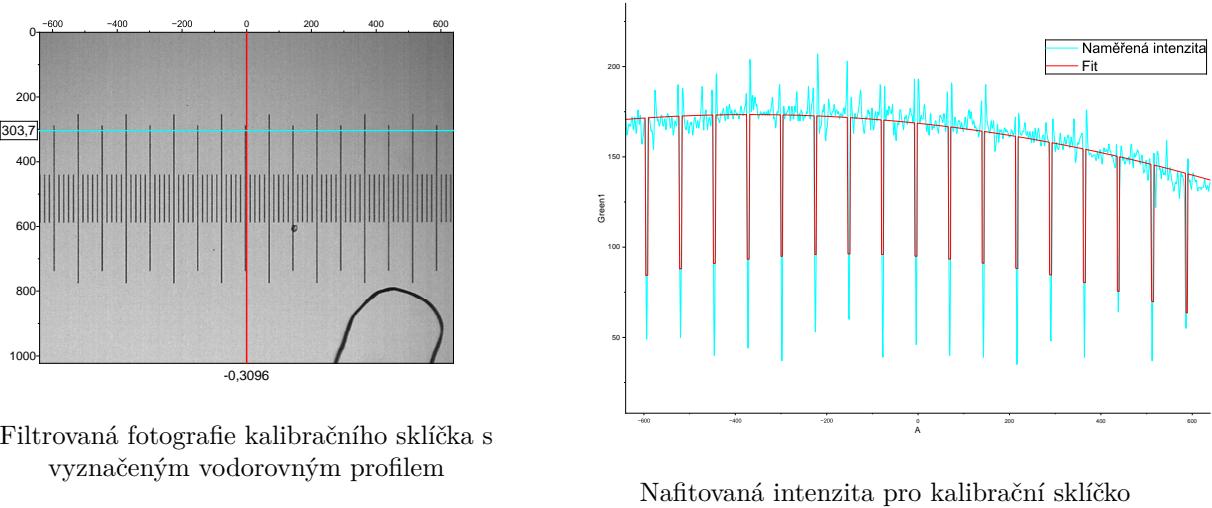
Před fitováním intenzit kroužků bylo také potřeba provést kalibraci podle kalibračního sklíčka. Z kalibrace jsme

<sup>1</sup>Převážně parametry z rovnice (5) a pár lineárních a kvadratických korekcí těchto parametrů.

dostali parametr  $T_0$ , který nám říkal počet pixelů připadající na jeden metr v použitém rozlišení (1280x1024). Na rozdíl od fitování kroužků jsme při fitování kalibračního sklíčka pro co nejlepší přesnost nepoužili profil procházející středem obrázku, ale profil procházející horní částí měřítka. Kalibrační fit je k vidění na obr. 4 a hodnota  $T_0$  nám vyšla i s nejistotou jako

$$T_0 = 734,21(8) \text{ px} \cdot \text{mm}^{-1}. \quad (9)$$

Jakmile jsme měli hotovou kalibraci, mohli jsme přistoupit k fitování intenzity na Newtonových kroužcích, číslo



Obrázek 4: Kalibrace před měřením

$T_0$  jsme přitom do funkcí přímo zadávali a fixovali jako parametr fitu. Grafické výsledky jsou fitování jsou k vidění na obr. 5 až 8.

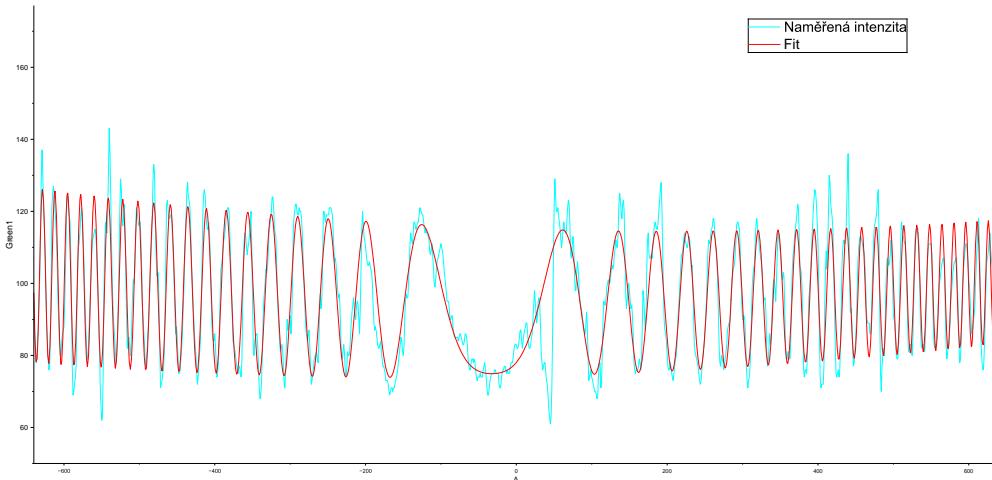
Pro čočku f100 nám **Origin** i s nejistotou vrátil poloměry křivosti

$$R_1 = 66,9(2) \text{ mm}, \quad R_2 = 395,7(4) \text{ mm} \quad (10)$$

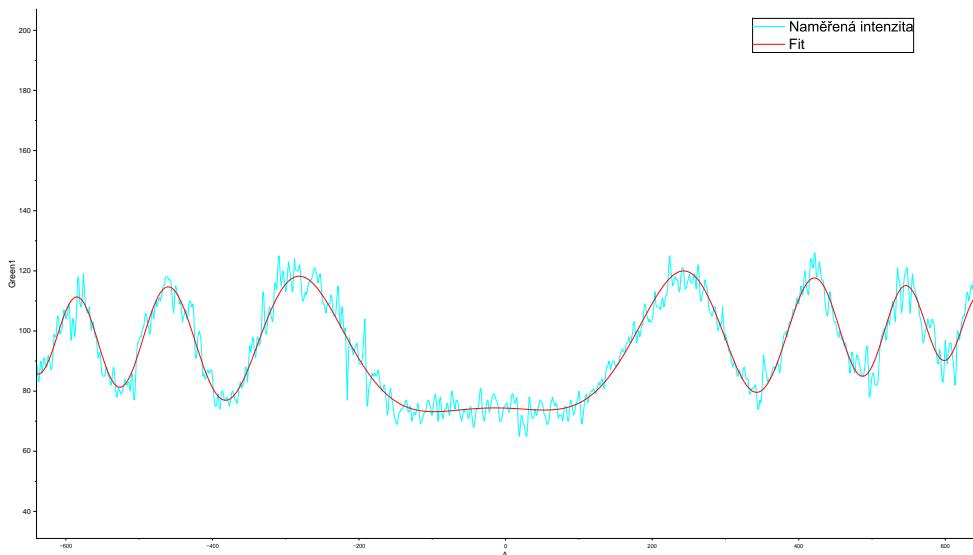
a pro čočku f50 podobně poloměry

$$R_1 = 31,04(1) \text{ mm}, \quad R_2 = 141(3) \text{ mm}, \quad (11)$$

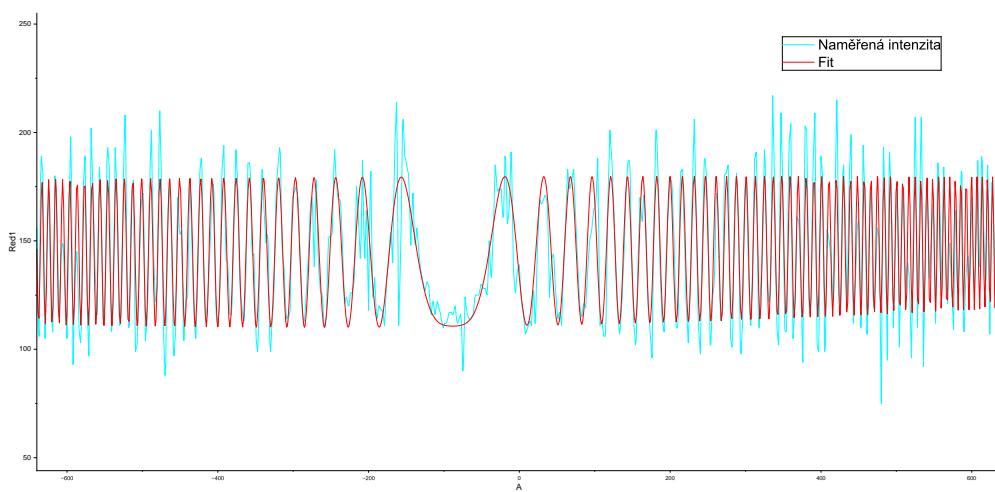
dolní index u obou poloměru označuje, že které strany byla čočka na sklíčku položena v korespondenci s obr. 3. Finálně spočítáme ze získaných poloměru optickou mohutnost čoček. Ze zadání víme, že jejich materiál je



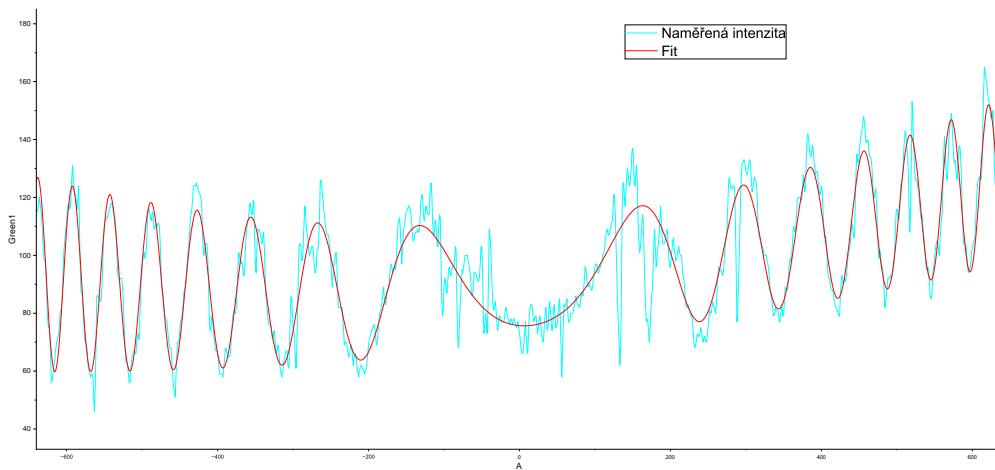
Obrázek 5: Grafické výsledky fitování pro čočku f100



Obrázek 6: Grafické výsledky fitování pro čočku f100, druhá strana



Obrázek 7: Grafické výsledky fitování pro čočku f50



Obrázek 8: Grafické výsledky fitování pro čočku f50, druhá strana

optické sklo N-BK7, které má index lomu  $n = 1,517$  [4]. Dále z údajů od výrobce přiložených na pracovním stole víme, že čočky mají tloušťku ve prostředí  $t_{f100} = 4,0$  mm, resp.  $t_{f50} = 6,5$  mm. Všechny takto převzaté hodnoty považujeme za přesné. Celkem tedy podle vzorce (6) dostáváme

$$P_{f100} = 12,45(4) \text{ D}, \quad P_{f50} = 25,4(2) \text{ D}, \quad (12)$$

kde jsme nejistoty spočetli podle zákona přenosu chyb [3]:

$$\sigma_P^2 = \left( \frac{1}{R_1^2} + \frac{(n-1)^2 t}{n R_1^2 R_2} \right)^2 \sigma_{R_1}^2 + \left( \frac{1}{R_2^2} - \frac{(n-1)^2 t}{n R_1 R_2^2} \right)^2 \sigma_{R_2}^2. \quad (13)$$

## 3 Diskuse výsledků

### 3.1 Tolanského metoda

V měření Tolanského metodou není mnoho dat, a proto není také tak velký prostor pro jejich diskusi, přesto se o nějakou pokusme.

Hlavní pozorování, které bychom měli udělat, je, že hodnoty tloušťek ve dvou místech vzorku se ani v rámci svých nejistot neshodují. To si můžeme vysvětlovat různě, byť nejpravděpodobnější vysvětlení bude to, že vzorek je na dvou místech jednoduše jinak tlustý. Abychom tuto hypotézu potvrzili, potřebovali bychom větší statistický vzorek než jen 2 měření, což bohužel nemáme.

V každém případě se naměřená tloušťka tenké vrstvy vzhledem k použité vlnové délce zdá být rozumná a odlišná tloušťka vzorku na dvou místech není důvodem k hledání nějaké závažnější systematické chyby.

### 3.2 Newtonovy kroužky

Pro tento pracovní úkol nejprve diskutujme nejzásadnější výsledky a porovnejme je s údaji od výrobce. Tabulkou obsahující poloměry křivosti a optické mohutnosti jsme měli k dispozici přiloženou na pracovním stole, můžeme z ní tedy vyčítat, že pro čočku f100 by naše výsledky měly odpovídat hodnotám

$$R'_1 = 60,02 \text{ mm}, \quad R'_2 = 353,30 \text{ mm}, \quad P' = 10 \text{ D} \quad (14)$$

a pro čočku f50 pak hodnotám

$$R'_1 = 30,06 \text{ mm}, \quad R'_2 = 172,0 \text{ mm}, \quad P' = 20 \text{ D}. \quad (15)$$

Na první pohled je tedy vidět jasná orientační shoda našich hodnot s hodnotami od výrobce, co ale již nemůžeme pozorovat, je shoda v rámci nejistoty, kterou nelze znamenat ani u jedné z naměřených hodnot. Nezdá se také, že by hodnoty byly konzistentně nadhodnocené nebo podhodnocené, a tudíž je podle Occamovy břitvy nejpravděpodobnějším vysvětlením podhodnocení nejistot.

Případné zdroje chyb je těžké přesně určit. Protože bylo fitování poměrně komplexní, je dost možné, že se v něm některé zdroje chyb ztratily a nebyly dostatečně zohledněny, na druhou stranu chyby měření můžeme nalézt i například v jednoduchém faktu, že sklíčko, které jsme zkoumali, mohlo být ve vodorovném profilu nějakým způsobem ušpiněno nebo poničeno.

Výrazně přesnější shody bychom pak mohli dosáhnout například, kdybychom přeintegrovali data přes všechny lineární profily se sklonem od 0 do  $2\pi$ , takové zpracování by ale nejspíše přesahovalo rámec praktika.

Alternativní způsob zpracování by také mohl být místo vzorce (5) použít fourierovský rozklad, který by nám rozložil kvadratický sinus do několika funkcí, se kterými by se dalo lépe pracovat a fit by tak mohl být jednodušší.

Na závěr uvádíme, že zápis přiložený k protokolu neobsahuje všechny nafigované poloměry, protože experimentátor nestihl všechny fity provést přímo v praktiku, všechna data byla však úspěšně naměřena, byla provedena kalibrace a jeden fit. Vyučující v praktiku byli se situací obeznámeni.

## 4 Závěr

Pomocí Tolanského metody jsme změřili tloušťku tenké vrstvy ve dvou bodech a vyšlo nám tak

$$t_1 = 0,49(1) \mu\text{m}, \quad t_2 = 0,46(1) \mu\text{m}. \quad (16)$$

Dále jsme digitálně zpracovali fotografie Newtonových interferenčních proužků a pomocí fitování jsme nejprve provedli kalibraci s výsledkem  $T_0 = 734,21(8) \text{ px} \cdot \text{mm}^{-1}$ , který nám umožnil převést naměřené poloměry kroužků do SI jednotek. Díky tomu jsme stanovili poloměry křivosti čoček z obou stran na hodnoty

$$R_1 = 66,9(2) \text{ mm}, \quad R_2 = 395,7(4) \text{ mm} \quad (17)$$

pro první čočku s označením f100 a

$$R_1 = 31,04(1) \text{ mm}, \quad R_2 = 141(3) \text{ mm} \quad (18)$$

pro druhou čočku s označením f50. Z těchto poloměrů jsme určili nakonec optické mohutnosti obou čoček, které vyšly jako

$$P_{f100} = 12,45(4) \text{ D}, \quad P_{f50} = 25,4(2) \text{ D}. \quad (19)$$

## Reference

- [1] *Využití interference k měření tloušťky tenké vrstvy a k měření poloměrů křivosti čoček* [online]. [cit. 2024-04-09]. Dostupné z: <https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani/330>
- [2] MALÝ, Petr. *Optika*. Vyd. 2., přeprac. Praha: Karolinum, 2013. ISBN 9788024622460.
- [3] ENGLICH, Jiří. *Úvod do praktické fyziky*. Praha: Matfyzpress, 2006. ISBN 80-86732-93-2.
- [4] *N-BK7 517642.251* [online]. [cit. 2024-04-11]. Dostupné z: <https://www.schott.com/shop/advanced-optics/en/Optical-Glass/N-BK7/c/glass-N-BK7>