

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

## Fyzikální praktikum II



Úloha č. 18

Název úlohy: Přechodové jevy v RLC obvodu

Jméno: Vojtěch Votruba

Datum měření: 2023-10-30

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0–2	
Výsledky a zpracování měření	0–9	
Diskuse výsledků	0–4	
Závěr	0–1	
Použitá literatura	0–1	
<b>Celkem</b>	max. 17	

Posuzoval:

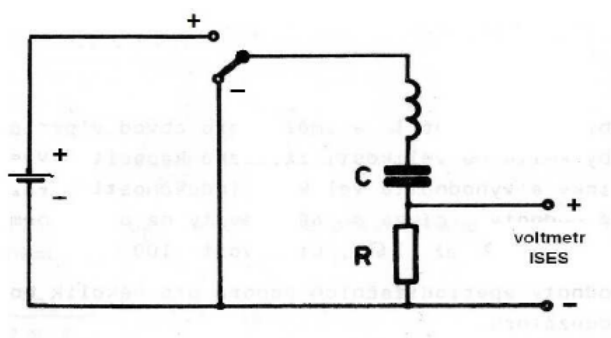
dne:

## Pracovní úkoly

1. Pro sériový RLC obvod v periodickém stavu změřte závislost doby kmitu  $T$  na velikosti zařazené kapacity alespoň pro pět hodnot z intervalu ( $C = 0,1 - 10 \mu\text{F}$ ,  $R = 20 \Omega$ ). Výsledky měření zpracujte graficky přímo v praktiku a vyhodnoťte velikost indukčnosti  $L$  zařazené v obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro pět hodnot kapacit zařazeného kondenzátoru. I v tomto případě výsledky měření zpracujte graficky přímo v praktiku a stanovte velikost indukčnosti  $L$  zařazené v obvodu.
3. Změřte závislost relaxační doby sériového obvodu RC na velikosti odporu nebo na velikosti kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky přímo v praktiku a porovnejte s teoretickými.

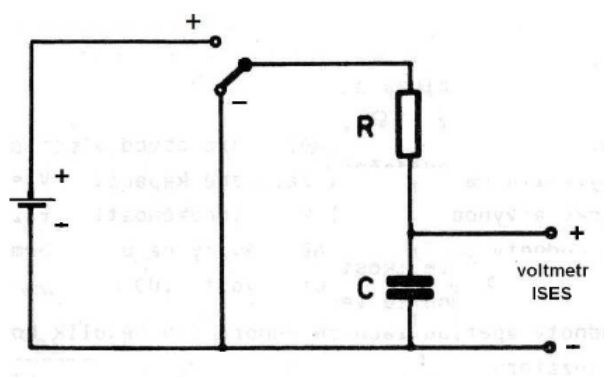
## 1 Teoretická část

Sériovým RLC obvodem nazýváme obvod s rezistorem, cívkou a kapacitorem v sérii. My budeme v tomto experimentu pracovat konkrétně s RLC obvodem zapojeným podle schématu na obr. 1 níže.



Obrázek 1: Zapojení pro RLC obvod. [1]

Degenerovanou verzí RLC obvodu pro indukčnost cívky  $L = 0$  je pak RC obvod. Schéma RC obvodu, se kterým budeme pracovat, je k vidění na obr. 2.



Obrázek 2: Zapojení pro RC obvod. [1]

Nejprve označme odpor na rezistoru standardně  $R$  a kapacitu kapacitoru  $C$ . Napíšeme-li si pak pro RLC obvod druhý Kirchhoffův zákon s předpokladem, že zdroj je nabit na napětí  $\varepsilon$ , dostáváme po úpravách diferenciální rovnici 2. řádu popisující proud  $I$ , který v obvodu teče [1]

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{d\varepsilon}{dt}, \quad (1)$$

pokud zde položíme  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0^1$ , získáme charakteristickou rovnici tlumených kmitů pro  $I$ . Tato rovnice má různá řešení pro různé parametry  $R$ ,  $L$  a  $C$ .

---

<sup>1</sup>Neboli  $\varepsilon = \text{konst.}$

My v této úloze máme proměřit tři taková řešení rovnice (1). První z nich se nazývá tzv. periodický vztah. Ten platí v případě, když  $\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2}$ . Výsledná funkce pak má tvar

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{BL} \exp(-At) \sin(Bt), \quad (2)$$

kde  $A = \frac{R}{2L}$  a  $B = \frac{1}{LC} - A^2$  [1]. Jelikož jde o periodický vztah, má smysl zavádět veličinu  $T$  jakožto periodu. Její hodnota vychází jako

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (3)$$

a pokud dále platí  $\frac{1}{LC} \gg \frac{R^2}{4L^2}$ , můžeme druhý člen zanedbat a píšeme [1]

$$\boxed{T \approx 2\pi\sqrt{LC}.} \quad (4)$$

Druhým řešením, které měříme, je mezní aperiodický vztah ten nastává pokud platí rovnost  $\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2}$  a jeho rovnice vypadá takto [1]

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{L} t \exp(-At), \quad (5)$$

tzv. *aperiodizační odpor* neboli tlumící odpor  $R_{ap}$  pro tento případ můžeme z uvedené podmínky zapsat jako

$$\boxed{R_{ap} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}.} \quad (6)$$

Poslední případ, kterému se věnujeme v pracovním úkolu 3, je RC obvod. Diferenciální rovnice (1) druhého řádu nám přejde do diferenciální rovnice prvního řádu, jejíž řešení je [1]

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right), \quad (7)$$

kde zavádíme tzv. *relaxační dobu*  $\tau$  s hodnotou

$$\boxed{\tau = RC.} \quad (8)$$

## 2 Výsledky a zpracování měření

### 2.1 Podmínky pokusu

Měření bylo provedeno v místnosti PII v budově MFF UK na Karlově. Změřené podmínky termo-hygro-barometrem při pokusu byly následující: Teplota  $t = 24,3(4)^\circ\text{C}$ , relativní vlhkost  $\Phi = 42(3)\%$ , tlak  $p = 997(2)\text{ hPa}$ .

### 2.2 Periodické kmity

V této části měření jsme měřili pomocí obvodu sestaveného podle obr. 1. Vzorkovací frekvence na soustavě *ISES* byla nastavena na 10 000 Hz, odpor  $R$  byl zafixován na hodnotu  $R = 20\ \Omega$ , rozsah voltmetru na 1 V a napětí na zdroji na  $\varepsilon = 3,8\text{ V}$ . Po přepnutí přepínače počítačový program, komunikující se soustavou *ISES*, zaznamenal průběh napětí – z něj jsme pak odměřili pro každý datový bod časový rozdíl  $\Delta$  odpovídající 4 periodám. Takto naměřená data byla zanesena do tabulky 1.

Tabulka 1: Naměřené periody  $T$  v závislosti na zapojené kapacitě  $C$ .

$C/\mu\text{F}$	$\Delta/s$	$N$	$T/s$
0,5	0,00969	4,0(2)	0,0024(1)
2	0,01937	4,0(2)	0,0048(2)
3,5	0,02635	4,0(2)	0,0066(3)
5	0,03112	4,0(2)	0,0078(4)
6,5	0,03571	4,0(2)	0,0089(4)
8	0,04064	4,0(2)	0,0102(5)
9,5	0,04349	4,0(2)	0,0109(5)

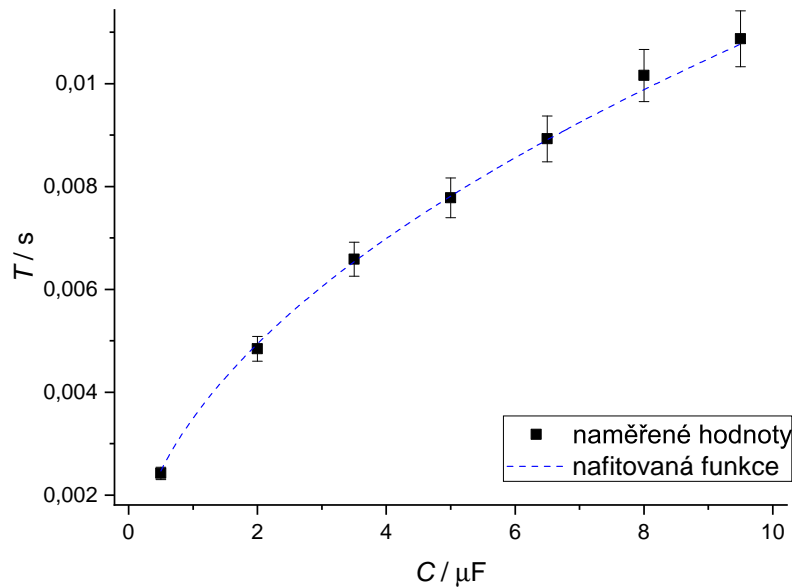
Nejistoty zde byly zpracovány takto: Laboratorní dekádu budeme považovat v rámci hrubosti měření za přesnou, a tedy chybu kapacit nezapočítáme. Oproti tomu počet period nešel odečíst z počítačové obrazovky úplně přesně, proto odhadneme jeho relativní nejistotu na 5%. Z toho také vychází nejistota určení času  $\sigma_T$ , kterou zjistíme jednoduchým přepočtem  $\sigma_T/T = \sigma_N/N$  podle metody přenosu chyb [2].

Dále byla data také vynesena do grafu (obr. 3 níže) a nafitována programem *Origin*. Pro fit jsme použili funkci  $y = a\sqrt{x}$ , což plyne z rovnice (4). *Origin* nám pak vrátil (s přihlédnutím k nejistotě) hodnotu, kterou můžeme jednoduše přepočíst pro získání indukčnosti  $L$ .

$$L_1 = 309(4) \text{ mH.}$$

Podle metody přenosu chyb [2] pro nejistotu  $L$  platí

$$\sigma_L = 2L \frac{\sigma_a}{a}. \quad (9)$$



Obrázek 3: Závislost periody  $T$  na kapacitě  $C$  proložená odmocninovou funkcí.

## 2.3 Mezně aperiodický děj

V této podsekcí jsme také použili zapojení z obr. 1. Vzorkovací frekvence a napětí  $\varepsilon$  zůstalo stejné, pouze jsme podle instrukcí zvětšili rozsah z 1 na 10 V. Měření zde probíhalo tak, že jsme iterativně pro danou kapacitu  $C$  hledali  $R_{ap}$  takové, aby docházelo k meznímu ději, t.j. takové, co způsobovalo, že graf napětí neklesl pod nulu (osu x). Naměřené hodnoty  $R_{ap}$  pro dané kapacity byly zaneseny do tabulky 2 níže.

Nejistota kapacit, nastavovaných na dekádě, byla podobně jako v předchozí podsekcí zanedbána. Nejistota

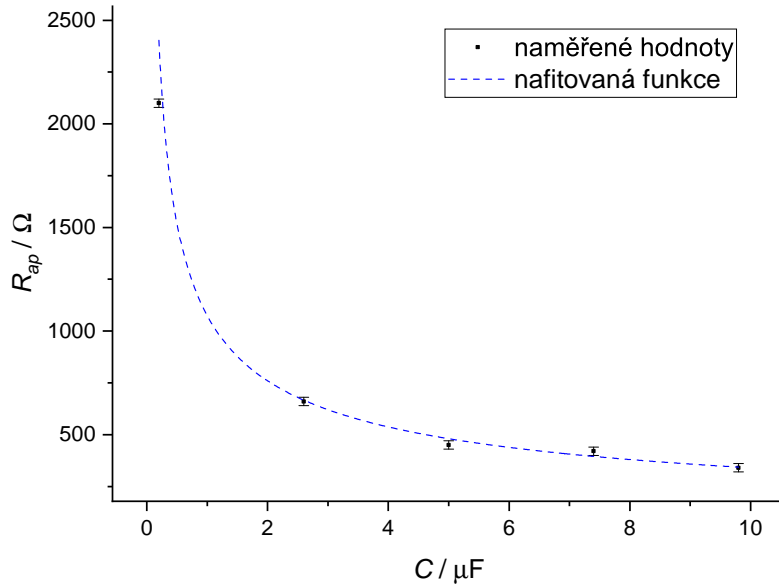
aperiodizačního odporu  $R_{ap}$  pak byla odhadnuta jako  $\sigma_R = 20 \Omega$ . Tento odhad byl vybrán proto, že rozlišit zda jde o děj aperiodický nebo mezně aperiodický bylo při nastavení jednotek téměř nemožné a velká změna se neprojevila ani v rámci  $\pm 10 \Omega$ .

Tabulka 2: Naměřené hodnoty aperiodizačního odporu  $R_{ap}$  v závislosti na volené kapacitě  $C$ .

$C/\mu\text{F}$	$R_{ap}/\Omega$
0,2	2100(20)
2,6	660(20)
5	450(20)
7,4	420(20)
9,8	340(20)

Z dat v tabulce 2 byl dále vyhotoven graf (obr. 4 níže) analogicky k předchozí podsekci. Jediným rozdílem<sup>2</sup> bylo, že použitá rovnice zde byla podle vztahu (6) ve tvaru  $y = \frac{a}{\sqrt{x}}$ . Získáváme tak hodnotu

$$L_2 = 289(14) \text{ mH}.$$



Obrázek 4: Závislost aperiodizačního odporu  $R_{ap}$  na kapacitě  $C$  proložená převrácenou funkcí s odmocninou.

## 2.4 Relaxace RC obvodu

V rámci posledního pracovního úkolu a této odpovídající podsekcce jsme pracovali s obvodem podle schématu na obr. 2. Vzorkovací frekvence a rozsah napětí byly nastaveny stejně jako v předchozí podsekci. Napětí na zdroji bylo tentokrát nastaveno na  $\varepsilon = 6,3 \text{ V}$ .

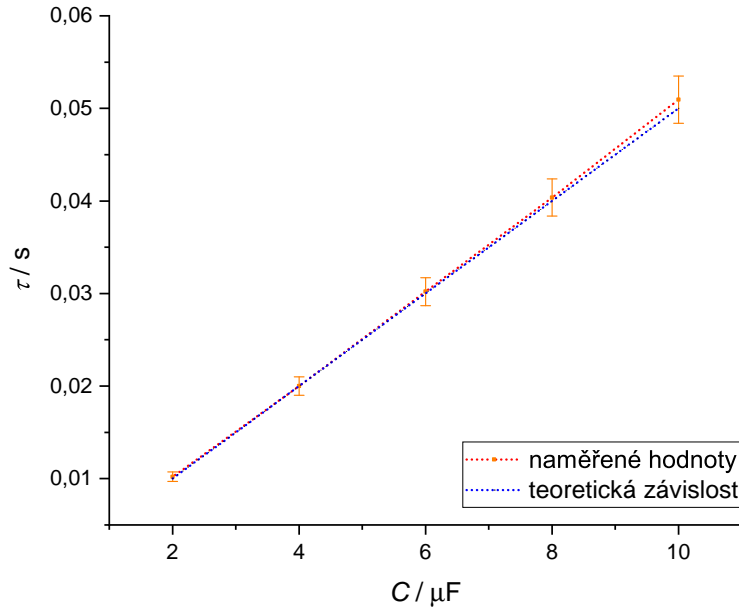
Experimentátor se rozhodl proměřit verzi s pevným odporem a proměnnou kapacitou. Odpor byl nastaven na  $R = 5 \text{ k}\Omega$ . Po nastavení příslušné kapacity a vykreslení křivky programem *ISES* byla křivka přímo v programu prokládána exponenciální závislosti ve tvaru  $y = a \exp(bx) + c$  a přímo program nám vrátil parametr  $b$ . Podle rovnice (7) by mělo platit  $\tau = -b$ . Takto získané hodnoty  $\tau$  s teoretickými hodnotami  $\tau_{teor}$  získanými ze vztahu (8), byly zaneseny do tabulky 3 níže, zároveň byly také naměřené hodnoty vyneseny a porovnány s teoretickou křivkou graficky na obr. 5.

Vzhledem k tomu, že nemáme možnost zjistit, s jakou nejistotou přesně počítá při fitování program *ISES*, odhadneme nejistotu relaxační doby na 5%.

<sup>2</sup>Platí zde i vztah (9) pro výpočet nejistoty  $L$

Tabulka 3: Naměřené hodnoty relaxační doby  $\tau$  pro různé zapojené kapacity  $C$ .

$C/\mu\text{F}$	$\tau/\text{s}$	$\tau_{\text{teor}}/\text{s}$
2	0,0102(5)	0,01
4	0,020(1)	0,02
6	0,030(2)	0,03
8	0,040(2)	0,04
10	0,051(3)	0,05



Obrázek 5: Naměřené hodnoty relaxační doby  $\tau$  a jejich porovnání s teoretickými hodnotami

### 3 Diskuse výsledků

#### 3.1 Odečítání z displaye

Při odečtu period z displaye v první úloze byl zvolen pro každý datový bod počet  $N = 4$ . Ačkoliv by pro zvýšení přesnosti bylo vhodnější zvolit takových datových bodů víc, nebylo by to správné kvůli tomu, že další periody byly často už v grafu nečitelné. Periody byly odečítány z polohy, kdy napěťová křivka protíná nulu, což je přesnější než odečítání peaků.

Při měření aperiodizačních odporů se projevil pravděpodobně jistý šum voltmetru, kvůli kterému jsme možná nadsadili nejistotu. I tak ale mají hodnoty  $L_1$  a  $L_2$  v rámci chybových úseček jistý průnik, a proto nedokážeme s jistotou říct, kolik opravdová chyba měla být.

V úloze tři byly pro fitování exponenciálního poklesu používány hodnoty spíše v horní části obrazovky a blíže k  $x = 0$ . Důvodem je, že podle instrukcí vedoucího praktika RNDr. Petra Gabriela, Ph.D., fit je v této části křivky přesnější. Počet datových bodů použitých k fitování se pohyboval v řádu vyšších desítek.

#### 3.2 Parazitní odpory, kontakty a teplotní gradient

Jako téměř pro každou úlohu v PII je i zde vhodné zamyslet se nad těmito zdroji chyb. První můžeme vyloučit, že by velkou roli hrály parazitní odpory. Používané vodiče při své velikosti totiž mívají odpor maximálně okolo jednotek ohmů, což je oproti nejnižšímu odporu, co jsme v této úloze zapojovali ( $R = 20\ \Omega$ ), poměrně málo. I tak je ale možné, že se mohly mírně projevit v první úloze.

Experimentátor při zapojování schématu příliš nezkoumal různé kontakty. Je proto možné, že mohly být na některých místech zkorodovány, což by znovu ovlivnilo elektrický odpor. Tyto nejistoty se ale nijak neprojevily a není nutné je proto dále zkoumat.

Co se týče teplotního gradientu, je možné, že proud vpouštěný do obvodu ohřál některé součástky a ovlivnil

tak jejich vodivost. Platí zde ale stejná argumentace jako v předchozím odstavci a není nutné s touto nejistotou dále zabývat.

### 3.3 Celkem

Měření proběhlo podle instrukcí v pořádku. Mezi další zdroje chyb může patřit hlavně nezapočítaná chyba dekadý nebo podhodnocení některých odhadů. Neboť ale výsledky vychází i bez započítání této chyby uspokojivě, není nutné ji uvažovat.

## 4 Závěr

Díky studiu RLC obvodu se podařilo naměřit indukčnost  $L$  laboratorní cívky dvěma způsoby. První spočíval v měření periody při periodickém ději, zatímco druhý spočíval v měření aperiodizačního odporu při mezně aperiodickém ději. Výsledky jsou zde

$$\begin{aligned}L_1 &= 309(4) \text{ mH}, \\L_2 &= 289(14) \text{ mH}.\end{aligned}$$

Dále se podařilo proměřit závislost relaxační doby  $\tau$  na kapacitě zapojeného kapacitoru  $C$  v RC obvodu. Tato závislost vyšla v dobré shodě s teoretickou závislostí.

## Reference

- [1] *Přechodové jevy v RLC obvodu* [online]. [cit. 2023-11-05]. Dostupné z: <https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani/218>
- [2] ENGLICH, Jiří. *Úvod do praktické fyziky*. Praha: Matfyzpress, 2006. ISBN 80-86732-93-2.