

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

## Fyzikální praktikum III



Úloha č. 6

Název úlohy: Studium ohybových jevů v laserovém svazku

Jméno: Vojtěch Votruba

Datum měření: 2024-04-17

Připomínky opravujícího:

|                              | Možný počet bodů | Udělený počet bodů |
|------------------------------|------------------|--------------------|
| Teoretická část              | 0–2              |                    |
| Výsledky a zpracování měření | 0–9              |                    |
| Diskuse výsledků             | 0–4              |                    |
| Závěr                        | 0–1              |                    |
| Použitá literatura           | 0–1              |                    |
| <b>Celkem</b>                | max. 17          |                    |

Posuzoval:

dne:

# Pracovní úkoly

1. Ze změřeného ohybového obrazce zobrazeného na milimetrovém papíru určete mřížkovou konstantu mřížky.
2. Pomocí aparatury proměřte ohybové obrazce: mřížky, štěrby a dvojštěrby. Konkrétní difrakční prvky vybere vyučující. Zpracováním měření určete parametry použitých difrakčních prvků.
3. Okalibrujte mikroskopový okulár s použitím metody lineární regrese, odhadněte relativní chybu kalibrace.
4. Mikroskopem změřte parametry všech použitých difrakčních prvků.
5. Výsledky měření v úkolech č.1, č.2 a č.4 srovnejte a diskutujte, v kterém případě jsou spočtené parametry zatíženy nejmenší chybou.

## 1 Teoretická část

Difrakce neboli ohyb světla je typický jev, který pozorujeme, když vyšleme světlo přes nějakou překážku s aperturou a neprůchozí částí. Matematicky difrakci popisujeme řešením tzv. *difrakčního integrálu*, kdy sčítáme příspěvky elektrického nebo magnetického pole přes aperturu [1].

Na základě vzdálenosti, na které nás průběh elektrického pole (a pak také intenzity světla) zajímá, pak provádíme Fresnelovu, resp. Fraunhoferovu aproximaci [1]. Důležitým výsledkem, který z Fraunhoferovy aproximace získáváme, je, že průběh elektrického pole (v závislosti na souřadnicích např.  $x, y$  roviny apertury) je Fourierovým obrazem tvaru apertury.

V této úloze se zabýváme několika speciálními tvary apertur. Prvním z nich je obdélníková *štěrba* o šířce  $b$ . Spočteme-li pro ni její difrakční integrál, získáváme pro průběh intenzity  $I$  na stínítku

$$I(\varphi) \propto \left( \frac{\sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}} \right)^2, \quad (1)$$

kde  $\lambda$  je vlnová délka světla a  $\varphi$  úhel svírající zkoumaný bod na stínítku a střed stínítka [1]. Tento tvar závislosti je čtvercem Fourierova obrazu obdélníkové vlny, a proto nás nepřekvapí. Z tohoto průběhu intenzity okamžitě vidíme, že minima nastávají pro úhly

$$\varphi = \frac{k\lambda}{b}, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (2)$$

Po jedné štěrbě dále zkoumejme tzv. *dvojštěrbu*, kdy jsou dvě štěrby o rozměru  $b$  vedle sebe ve vzdálenosti  $a$ . Bude nám platit [1]

$$I(\varphi) \propto \left( \frac{\sin \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}}{\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}} \right)^2 \cos^2 \left( \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} \right), \quad (3)$$

čímž pádem nacházíme i další tzv. *vedlejší* minima s úhlem  $\varphi$  ve tvaru

$$\varphi = \frac{(k+1)\lambda}{2a}, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (4)$$

Jako poslední tvar apertury nás bude zajímat *difrakční mřížka* s mřížkovou konstantou  $a$ . Pro tu například z paprskového modelu můžeme odvodit velmi známou mřížkovou rovnici [1] ve tvaru

$$a \sin \varphi = k\lambda, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad (5)$$

který udává úhly  $\varphi$ , na kterých nacházíme ostrá maxima. V aproximaci malých úhlů ( $\sin x \approx x$ ) tak dostáváme pro ona maxima

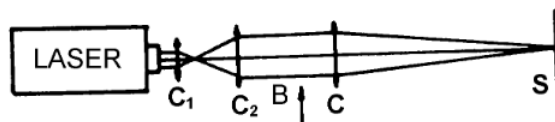
$$\varphi = \frac{k\lambda}{a}. \quad (6)$$

V celé úloze k měření byl použit HeNe laser s vlnovou délkou  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ , kterou považujeme za přesnou. Divergence svazku byla pro účely měření snížena optickým systémem Adegon 50 [1]. Aparatura je vidění na obr. 1.

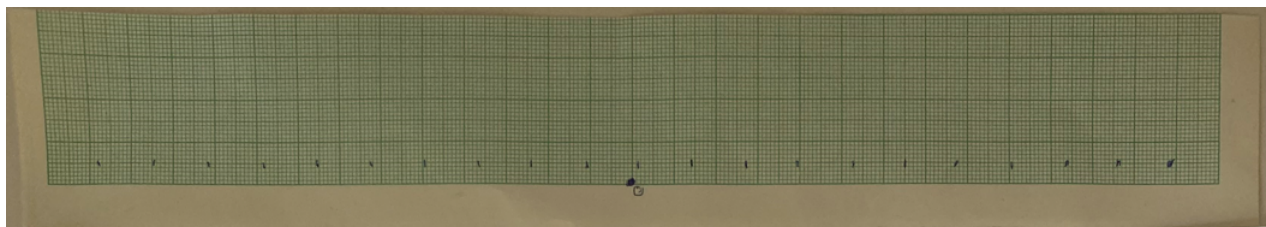
## 2 Výsledky a zpracování měření

### 2.1 Podmínky pokusu

Měření bylo provedeno v místnosti PIII v budově MFF UK na Karlově. Změřené podmínky termo-hygrobarometrem při pokusu byly následující: Teplota  $t = 23,7(4)^\circ\text{C}$ , relativní vlhkost  $\Phi = 30(3)\%$ , tlak  $p = 979(2) \text{ hPa}$ .



Obrázek 1: Uspořádání k získání ohybových obrazců, [1]



Obrázek 2: Milimetrový papír, na kterém byla zaznamenána maxima

## 2.2 Měření na milimetrovém papíru

Nejprve jsme podle pracovních úkolů proměřili difrakční obrazec mřížky pomocí milimetrového papíru. Sestavili jsme aparaturu podle schématu 1 a úchyt čočky byl umístěn do vzdálenosti  $l = 100,0(1)$  cm od stínítka (vzdálenost jsme naměřili pomocí stupnice připevněné u aparatury), tento úchyt byl pak od naší hlavní čočky vzdálený 28,375 mm, což byla hodnota uvedená na pracovním stole a budeme ji považovat za přesnou. Pro měření jsme použili dva filtry, které modulovali intenzitu maxim, konkrétně ty s označením OD = 0,50 a OD = 0,30.

Naměřené vzájemné polohy maxim jsou k vidění na obr. 2 a zjištěné hodnoty jsou k vidění v tabulce 1. Nejistotu odměření vzdálenosti jsme z milimetrového papíru odhadli jako  $\sigma_x = 0,1$  cm a celkově jsme zaznamenali (včetně nultého maxima) 21 maxim. Spočtení mřížkové konstanty jsme pak provedli tak, že jsme vždy absolutní polohu  $k$ -tého a  $-k$ -tého maxima zprůměrovali (čímž jsme získali hodnotu označenou  $\bar{x}$ ) a použili jsme vztah (6). Úhel  $\varphi$  bude v tomto vztahu malý, a proto můžeme použít aproximaci  $\varphi \approx \bar{x}/l$ . Nejistotu  $a$  jsme pomocí spočetli metody přenosu chyb [2] vztahem:

$$\sigma_a = a \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2\bar{x}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2}. \quad (7)$$

Jak z tabulky 1 vidíme, všechny hodnoty mřížkové konstanty se nám shodují v rámci nejistoty  $\sigma_{\bar{a}} = 0,8 \mu\text{m}$  s průměrnou hodnotou  $\bar{a}_{\text{papír}} = 50,8 \mu\text{m}$ , vezmeme tedy tu jako výstupní z této části měření.

## 2.3 Měření difrakčních obrazců digitálně

Po proměření obrazce mřížky milimetrovým papírem jsme měli za úkol proměřit optickou mřížku, šterbinu a dvojšterbinu pomocí počítačem ovládaného detektoru. Měření tak mělo prakticky stejný princip jako v předchozí části, až na to, že jsme průběh intenzity neodečítali my. Detektor jsme ovládali na laboratorním počítači nainstalovaným programem **Difrakce**.

Abychom proměřili průběh správně, bylo vždy potřeba detektor nejprve vycentrovat, to jsme provedli tak, že jsme přibližně odhadli polohu nultého maxima a nastavili jsme do něj 0. Tuto polohu jsme pak ještě mírně ladili pomocí funkce **Ruční posun** a snažili jsme se najít pozici, při které je intenzita maximální. Abychom tohle vůbec mohli provést, nesměla maximální intenzita světla přesáhnout jistou mez, to jsme zařídili použitím konkrétních modulačních filtrů pro každý proměřovaný prvek.

Poté, co jsme ručně nastavili polohu počátku, nechali jsme detektor proměřit průběh intenzity, detektor nám pak vrátil výstup, který jsme uložili do **txt** souboru. V programu **Difrakce** bylo dále možno šikovně odečítat maxima i minima z průběhu, a proto jsme této možnosti u většiny grafů využili. Naměřená data ke konkrétním prvkům jsou k vidění v daných podsekcích, pro výpočet kýžených rozměrů využijeme příslušné vztahy (2), (4), (6) a vypočteme je průměrováním stejně jako při měření milimetrovým papírem, stejným způsobem také vždy vypočteme úhly  $\varphi$  a příslušné nejistoty (vztah (7) jenom mírně modifikujeme).

### 2.3.1 Difrakční mřížka

Rovina detektoru se v rámci tohoto měření nacházela od čočky ve vzdálenost  $l = 112,8(1)$  mm, pro modulaci jsme použili dva filtry: OD = 2.00 a OD = 0.04. Polohy maxim jsou k vidění v tabulce 2. Nejistotu  $x$  zde jsme

Tabulka 1: Manuálně naměřené polohy maxim a vypočtené hodnoty mřížkové konstanty

| $k$ | $x$ / mm | $\sigma_x$ / mm | $a$ / $\mu\text{m}$ | $\sigma_a$ / $\mu\text{m}$ |
|-----|----------|-----------------|---------------------|----------------------------|
| -10 | -129     | 1               | 50,8                | 0,2                        |
| -9  | -115     | 1               | 50,9                | 0,2                        |
| -8  | -103     | 1               | 50,8                | 0,3                        |
| -7  | -90      | 1               | 50,9                | 0,3                        |
| -6  | -77      | 1               | 51,0                | 0,3                        |
| -5  | -64      | 1               | 50,8                | 0,4                        |
| -4  | -51      | 1               | 51,0                | 0,5                        |
| -3  | -38      | 1               | 51,4                | 0,7                        |
| -2  | -26      | 1               | 50                  | 1                          |
| -1  | -13      | 1               | 50                  | 2                          |
| 0   | 0        | 1               | -                   | -                          |
| 1   | 13       | 1               | 50                  | 2                          |
| 2   | 26       | 1               | 50                  | 1                          |
| 3   | 38       | 1               | 51,4                | 0,7                        |
| 4   | 51       | 1               | 51,0                | 0,5                        |
| 5   | 64       | 1               | 50,8                | 0,4                        |
| 6   | 76       | 1               | 51,0                | 0,3                        |
| 7   | 89       | 1               | 50,9                | 0,3                        |
| 8   | 102      | 1               | 50,8                | 0,3                        |
| 9   | 115      | 1               | 50,9                | 0,2                        |
| 10  | 127      | 1               | 50,8                | 0,2                        |

Tabulka 2: Digit. naměřené polohy maxim a vypočtené hodnoty mříž. konstanty

| $k$ | $x$ / mm   | $a$ / $\mu\text{m}$ |
|-----|------------|---------------------|
| -2  | -27,030(1) | 52,77(5)            |
| -1  | -13,561(1) | 52,71(5)            |
| 0   | 0,000(1)   | -                   |
| 1   | 13,530(1)  | 52,71(5)            |
| 2   | 27,095(1)  | 52,77(5)            |

odhadli jako jednotku v posledním řádu, co nám program ukazoval.

Jak vidíme, všechny naměřené hodnoty se v rámci nejistoty shodují s průměrnou hodnotou  $\bar{a}_{digital} = 52,74(5)$ , berme tedy tu jako výstupní.

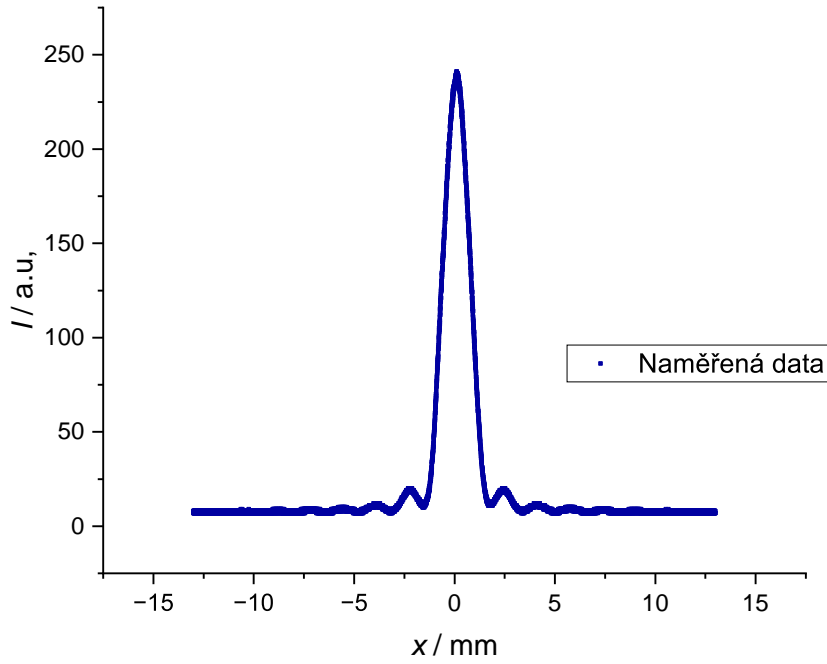
### 2.3.2 Štěrbina

K měření jsme použili šterbinu s označením C. V rámci měření šterbiny a dvojšterbiny jsme již odstranili čočku, kterou jsme měli v aparatuře zabudovanou pro měření difrakční mřížky. Rovina detektoru se v rámci tohoto měření nacházela od šterbiny ve vzdálenost  $l = 120,0(1)$  mm, pro modulaci jsme použili jeden filtr označený OD = 1,00. Průběh naměřený detektorem je k vidění na obr. 3, odečtené polohy minim jsou k vidění v tabulce 3. Nejistotu  $x$  zde jsme odhadli jako jednotku v posledním řádu, co nám program ukazoval.

Jako výstupní zde vezmeme hodnotu, která je průměrem hodnot pro obě minima. Dostáváme tak  $\bar{b} = 461,8(4)$   $\mu\text{m}$ , kde jsme nejistotu spočetli známým vzorcem jako nejistotu aritmetického průměru [2].

Tabulka 3: Digit. naměřené polohy maxim a vypočtené hodnoty rozměru šterbiny

| $k$ | $x$ / mm  | $b$ / $\mu\text{m}$ |
|-----|-----------|---------------------|
| -2  | -3,358(1) | 454,7(4)            |
| -1  | -1,659(1) | 469,0(5)            |
| 1   | 1,579(1)  | 469,0(5)            |
| 2   | 3,322(1)  | 454,7(4)            |



Obrázek 3: Naměřená závislost intenzity  $I$  detektorem na poloze  $x$  pro štěrbinu

### 2.3.3 Dvojštěrbinu

K měření jsme použili dvojštěrbinu s označením A. Rovina detektoru se v rámci tohoto měření nacházela od dvojštěrbin ve vzdálenost  $l = 120,0(1)$  mm, pro modulaci jsme použili dva filtry: OD = 0,10 a OD = 0,30. Průběh naměřený detektorem je k vidění na obr. 4, odečtené polohy vedlejších a hlavních minim jsou k vidění v tabulce 4. Nejistotu  $x$  zde jsme odhadli jako jednotku v posledním řádu, co nám program ukazoval. Jako výstupní hodnoty zde bereme jedinou hodnotu  $\bar{b} = 117,3(1)$   $\mu\text{m}$  a zprůměrovanou hodnotu  $\bar{a} = 613,0(4)$   $\mu\text{m}$ , kde jsme nejistotu spočetli známým vzorcem jako nejistotu aritmetického průměru [2].

## 2.4 Kalibrace okuláru a měření mikroskopem

Na závěr měření jsme měli za úkol okalibrovat mikroskopový okulár a po kalibraci proměřit dané parametry optických prvků.

Kalibrační sklíčko, které jsme měřili, mělo stupnici s jedním dílkem o velikosti 0,1 mm, pro samotnou kalibraci jsme použili lineární regresi, kdy jsme odečetli vzdálenost  $d$  odpovídající 1,2,3,4,5 a 6 dílkům na okuláru. Nejistotu určení vzdálenosti na měřítku jsme ze stupnice odhadli jako  $\sigma_d = 0,02$  mm.

Náměrné vzdálenosti použité pro kalibraci jsou k vidění v tabulce 5. Grafické výsledky lineární regrese jsou k vidění na obr. 5.

Fit jsme prováděli pomocí programu **Origin**, který nám vrací nejistoty parametrů s přihlédnutím ke chybě v datech. Získali jsme tak hodnotu kalibrace  $d^* = 170(3)$   $\mu\text{m}/\text{dílek}$  odpovídající směrnici naší přímky.

Po kalibraci již zbývalo pouze proměřit jednotlivé prvky pomocí stupnice na okuláru. Nejistotu měření jsme odhadli jako 0,1 dílku a parametry, co jsme měřili, přepočtené pomocí výše uvedené kalibrace jsou tyto:

$$a_{mřížka} = 51(17) \mu\text{m}, \quad (8)$$

$$b_{štěrbinu} = 92(2) \times 10^1 \mu\text{m}, \quad (9)$$

$$a_{dvojštěrbinu} = 37(2) \times 10^1 \mu\text{m}, \quad (10)$$

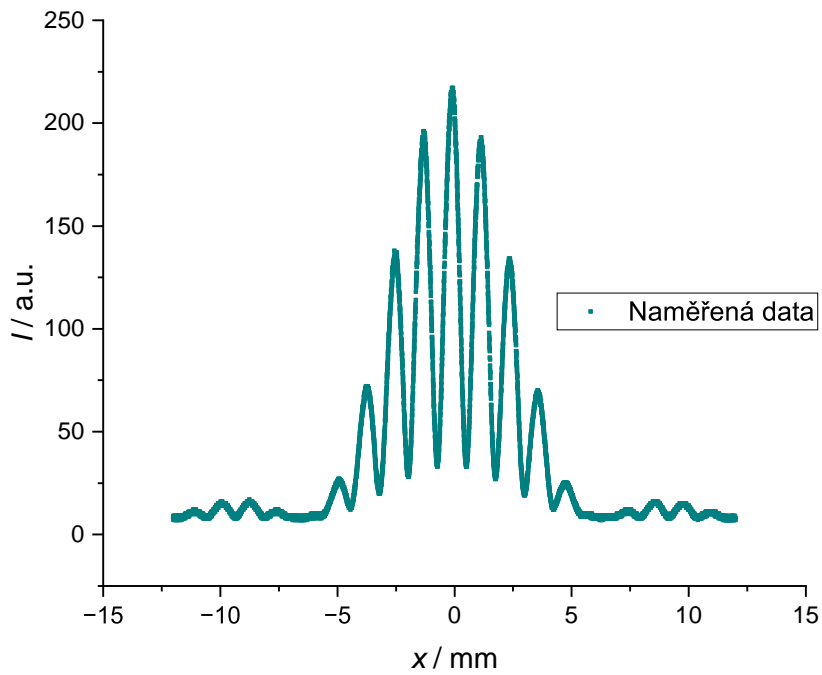
$$b_{dvojštěrbinu} = 24(2) \times 10^1 \mu\text{m}. \quad (11)$$

Celkovou nejistotu jsme zde spočetli pomocí metody přenosu chyb [2] jako

$$\sigma_X = X \sqrt{\left(\frac{\sigma_n}{n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{d^*}}{d^*}\right)^2}, \quad (12)$$

Tabulka 4: Digit. naměřené polohy maxim a vypočtené hodnoty rozměrů dvojštěrbiny

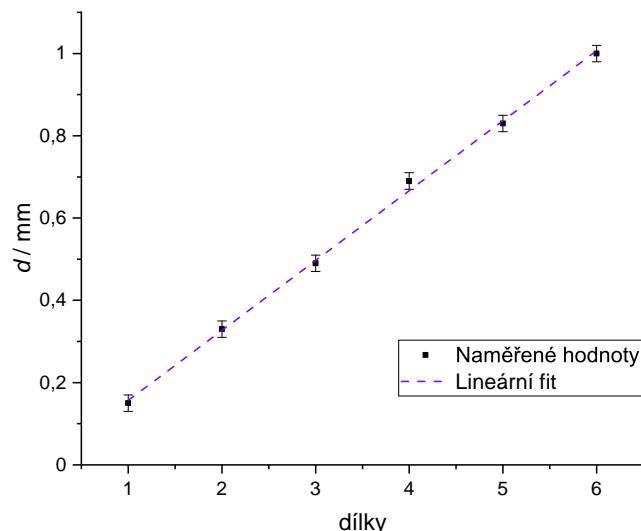
| Hlavní minima   |           |                     |
|-----------------|-----------|---------------------|
| $k$             | $x$ / mm  | $b$ / $\mu\text{m}$ |
| -1              | -6,668(1) | 117,3(1)            |
| 1               | 6,278(1)  | 117,3(1)            |
| Vedlejší minima |           |                     |
| $k$             | $x$ / mm  | $a$ / $\mu\text{m}$ |
| -4              | -4,345(1) | 613,9(5)            |
| -3              | -3,104(1) | 615,7(6)            |
| -2              | -1,890(1) | 610,4(6)            |
| -1              | -0,640(1) | 612(1)              |
| 1               | 0,601(1)  | 612(1)              |
| 2               | 1,842(1)  | 610,4(6)            |
| 3               | 3,063(1)  | 615,7(6)            |
| 4               | 4,314(1)  | 613,9(5)            |



Obrázek 4: Naměřená závislost intenzity  $I$  detektorem na poloze  $x$  pro dvojštěrbinu

Tabulka 5: Naměřené vzdálenosti  $d$  pro okalibrování okuláru

| dílky | $d$ / mm |
|-------|----------|
| 1     | 0,15(2)  |
| 2     | 0,33(2)  |
| 3     | 0,49(2)  |
| 4     | 0,69(2)  |
| 5     | 0,83(2)  |
| 6     | 1,00(2)  |



Obrázek 5: Závislost skutečné vzdálenosti  $d$  na počtu dílků na kalibračním sklíčku

kde  $X$  označuje příslušnou veličinu a  $n$  počet dílků.

### 3 Diskuse výsledků

V rámci diskuse máme za cíl zhodnotit správnost získaných výsledků. Vzhledem k tomu, že v této úloze proměřujeme parametry konkrétních optických prvků, nemáme bohužel k dispozici žádné tabelované hodnoty, co bychom mohli použít. Jediným referenčním údajem je změřená hodnota kalibrace  $d^*$ , která byla uvedena na pracovním stole s hodnotou přibližně  $167 \mu\text{m}/\text{dílek}$ . S tímto číslem se naše kalibrace v rámci nejistoty shoduje, hodnoty naměřené pro kalibraci také šly velmi dobře proložit přímkou, což můžeme vidět na obr. 5. Můžeme tak kalibrování okuláru prohlásit za úspěšné.

Pozorujeme dále relativně dobrou shodu hodnot mřížkové konstanty naměřené všemi metodami. Ačkoliv se hodnoty z měření na milimetrovém papíru a z měření pomocí detektoru neshodují v rámci nejistot, pozorujeme velmi dobrou orientační shodu. To, že se tedy hodnoty neshodují, bude způsobeno nejspíše podhodnocením některé z nejistot – konkrétně se zdá být podhodnocená nejistota z měření pomocí detektoru, za což pravděpodobně může nízký odhad chyby počítačového programu **Difrakce**. Na druhou stranu metoda měření pomocí detektoru bude pravděpodobně nejpřesnější ze všech použitých metod, neboť v ní máme k dispozici obrovské množství hodnot s relativně ostrými peaky.

Největší neshodu pozorujeme v měření parametrů štěrbin a dvojštěrbiny, konkrétně se neshoda projevuje v hodnotách naměřených pomocí detektoru a v hodnotách naměřených mikroskopem. Z grafů na obr. 3, 4 vidíme, že naměřené průběhy dobře odpovídají teorii, a ačkoliv hlavně u štěrbin bylo obtížné odčítat plochá vzdálenější minima, můžeme být stále přesvědčeni o tom, že jsme je alespoň přibližně správně určili (například díky tomu, že se hodnota  $b$  přibližně shoduje pro blízká dobře rozpoznatelná minima a pro vzdálenější hůře rozpoznatelná minima). Všechny hodnoty se shodují alespoň řádově a pozorujeme shodu v nerovnosti:  $\bar{a}_{\text{mřížka}} < \bar{b}_{\text{dvojštěrbina}} < \bar{b}_{\text{štěrbina}} < \bar{a}_{\text{dvojštěrbina}}$ , přesto je ale neshoda tak obrovská, že musíme hledat nějakou systematickou chybu.

Zvláštní na našich hodnotách pak je, že se ona systematická chyba projevila u štěrbin a dvojštěrbiny, zatímco u mřížky ne. Je možné, že mikroskop nebyl například správně zaostřen a že se jeho zaostření mohlo nějakým nešikovným drcnutím do stolu změnit, ale ani to by naši nejistotu nepokrylo. Zdá se tedy, že na vinu je odečet ze strany experimentátora, který se musel u hodnot nějakým způsobem přehlédnout a špatně je odečíst. V každém případě se i pro štěrbinu a dvojštěrbinu zdá být jako přesnější metoda měření pomocí detektoru, při které nemohlo dojít k takto hrubé lidské chybě.

## 4 Závěr

Podařilo se nám proměřit ohybový obrazec difrakční mřížky pomocí milimetrového papíru a získat tak pro hodnotu mřížkové konstanty

$$\bar{a}_{\text{papír}} = 50,8(8) \mu\text{m}. \quad (13)$$

Dále jsme pomocí detektoru automatizovaně proměřili ohybové obrazce té samé difrakční mřížky, štěrbin a dvojštěrbiny, čímž jsme získali pro jejich rozměry ( $a$  je vzdálenost mezi dvěma štěrbinami,  $b$  šířka jednotlivé štěrbin) hodnoty

$$\bar{a}_{\text{mřížka}} = 52,74(5) \mu\text{m}, \quad (14)$$

$$\bar{b}_{\text{štěrbina}} = 461,8(4) \mu\text{m}, \quad (15)$$

$$\bar{a}_{\text{dvojštěrbina}} = 613,0(4) \mu\text{m}, \quad (16)$$

$$\bar{b}_{\text{dvojštěrbina}} = 117,3(1) \mu\text{m}. \quad (17)$$

Nakonec jsme okalibrovali okulár laboratorního mikroskopu na hodnotu

$$d^* = 170(3) \mu\text{m}/\text{dílek} \quad (18)$$

a tuto kalibraci jsme použili k proměření rozměrů výše pomocí mikroskopu. To nám dalo výsledky:

$$a_{\text{mřížka}} = 51(17) \mu\text{m}, \quad (19)$$

$$b_{\text{štěrbina}} = 92(2) \times 10^1 \mu\text{m}, \quad (20)$$

$$a_{\text{dvojštěrbina}} = 37(2) \times 10^1 \mu\text{m}, \quad (21)$$

$$b_{\text{dvojštěrbina}} = 24(2) \times 10^1 \mu\text{m}. \quad (22)$$

V rámci těchto výsledků pozorujeme alespoň řádovou shodu a vidíme shodu v zachování nerovností. Nejmenší chybou bylo patrně zatížené automatizované měření pomocí detektoru.

## Reference

- [1] *Studium ohybových jevů v laserovém svazku* [online]. [cit. 2024-04-19]. Dostupné z: <https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani/306>
- [2] ENGLISH, Jiří. *Úvod do praktické fyziky*. Praha: Matfyzpress, 2006. ISBN 80-86732-93-2.