

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum I



Úloha č. 24

Název úlohy: Teplotní roztažnost pevných látek

Jméno: Vojtěch Votruba

Datum měření: 2023-04-27

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0–2	
Výsledky a zpracování měření	0–9	
Diskuse výsledků	0–4	
Závěr	0–1	
Použitá literatura	0–1	
Celkem	max. 17	

Posuzoval:

dne:

Pracovní úkoly

1. Změřte závislost prodloužení tyče na teplotě. Měření proveďte pro čtyři různé materiály.
2. Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázorněte.
3. Určete koeficient teplotní roztažnosti měřených materiálů.

1 Teoretická část

V rámci pracovních úkolů proměříme změnu rozměru tělesa v závislosti na změně jeho teploty. Běžná tělesa se při zvyšování teploty mají tendenci rozpínat do všech směrů a roste tak jejich objem.

Má-li těleso dominantní jeden rozměr, tak při konstantním tlaku zavádíme (podobně jako například často zavádíme délkovou hustotu, jsou-li vůči jednomu rozměru ostatní zanedbatelné) tzv. koeficient teplotní délkové roztažnosti α [1]

$$\alpha = \frac{1}{l_0} \left(\frac{\partial l}{\partial t} \right)_p, \quad (1)$$

kde l je délka tělesa v onom dominantním rozměru, l_0 jeho původní délka a t jeho teplota. Integrací tohoto vztahu dostáváme[1]

$$l = l_0(1 + \alpha\Delta t), \quad (2)$$

kde všechny veličiny mají význam popsáný výše. Δt je zde rozdíl teplot. Obecně tento vztah neplatí, neboť α je samotné závislé na teplotě, v této úloze jsou ale rozsahy teplot dostatečně malé na to, aby změna α byla zanedbatelná[1]. Dosazením za $l = \Delta l + l_0$, můžeme vztah ještě zpřehlednit do podoby

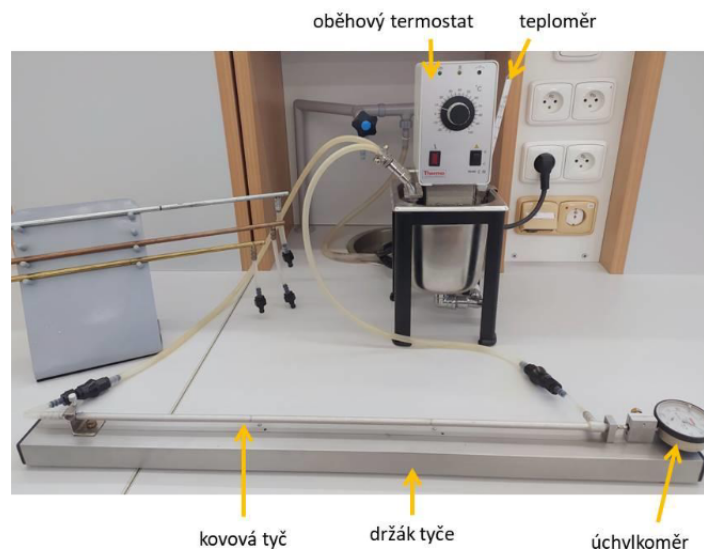
$$\Delta l = l_0\alpha\Delta t, \quad (3)$$

kde Δl je prodloužení odpovídající danému rozdílu teplot.

Postup

Celé měření proběhlo s pomocí měřicí soustavy na obrázku 1. Do držáku byla vložena tyč příslušného materiálu a byla do ní z oběhového termostatu vpuštěna voda o příslušné teplotě. V důsledku teplotní roztažnosti se pak tyč prodlouží a zatlačí na indikátorové hodinky (úchylkoměr), které nám ukážou, o kolik se tyč prodloužila.

Na obrázku 1 pak ještě chybí izolační obal, který byl na příslušnou tyč po dobu měření vždycky přiložen, aby neunikalo zbytečně teplo sáláním.



Obrázek 1: Fotografie měřicí soustavy[1]

2 Výsledky a zpracování měření

2.1 Podmínky pokusu

Měření bylo provedeno v místnosti PI v budově MFF UK na Karlově. Změřené podmínky termo-hygro-barometrem při pokusu byly následující: Teplota $t = 22,7(4)^\circ\text{C}$, relativní vlhkost $\Phi = 25(3)\%$, tlak $p = 992(2)\text{ hPa}$. Počáteční délka všech tyčí byla změřena pásmovým měřidlem na hodnotu $l_0 = 600(1)\text{ mm}$ (kde nejistota byla odhadnuta jako velikost nejmenšího dílku měřidla), což je hodnota shodující se s instrukcemi na pracovním stole.

2.2 Provedení a výsledky

Pro každou tyč z materiálů: hliník, měď, ocel a mosaz bylo provedeno měření podle postupu v sekci 1. Mezi každým měřením a vyměněním tyče byl rezervoár termostatu několikrát propláchnut, aby byl dostatečně zchlazen. K měření byly použity podle zadání teploty pouze v rozsahu 20°C až 60°C . Naměřená data jsou zanesena do tabulky 1.

Tabulka 1: Naměřené hodnoty prodloužení Δl a teploty t

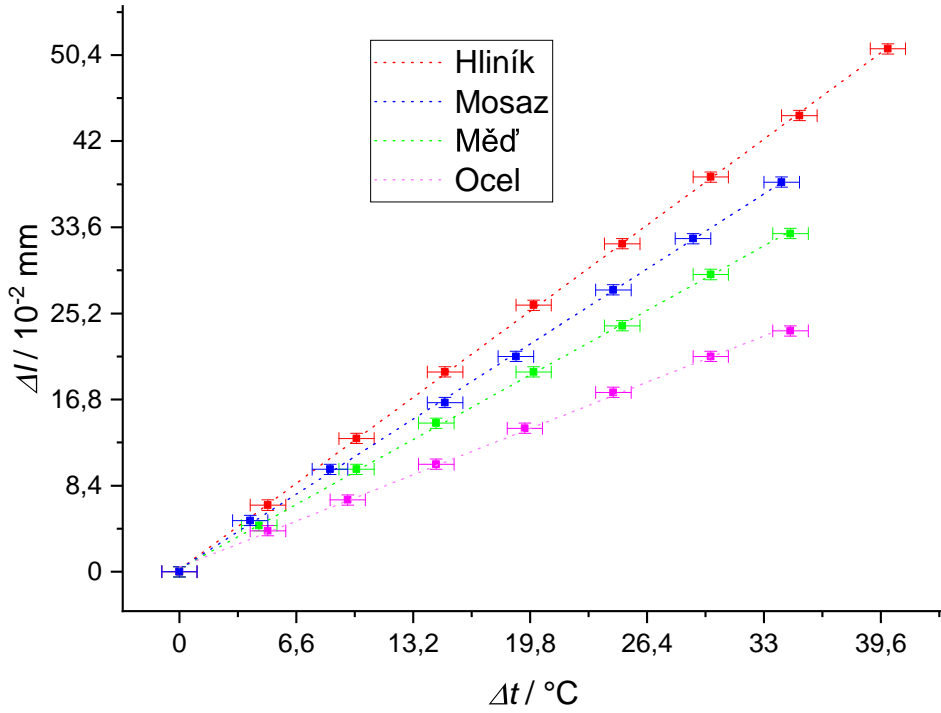
Měď		Ocel		Mosaz	
$t/^\circ\text{C}$	$\Delta l/10^{-2}\text{ mm}$	$t/^\circ\text{C}$	$\Delta l/10^{-2}\text{ mm}$	$t/^\circ\text{C}$	$\Delta l/10^{-2}\text{ mm}$
25,5(5)	0,0(5)	25,5(5)	0,0(5)	26,0(5)	0,0(5)
30,0(5)	4,5(5)	30,5(5)	4,0(5)	30,0(5)	5,0(5)
35,5(5)	10,0(5)	35,0(5)	7,0(5)	34,5(5)	10,0(5)
40,0(5)	14,5(5)	40,0(5)	10,5(5)	41,0(5)	16,5(5)
45,5(5)	19,5(5)	45,0(5)	14,0(5)	45,0(5)	21,0(5)
50,5(5)	24,0(5)	50,0(5)	17,5(5)	50,5(5)	27,5(5)
55,5(5)	29,0(5)	55,5(5)	21,0(5)	55,0(5)	32,5(5)
60,0(5)	33,0(5)	60,0(5)	23,5(5)	60,0(5)	38,0(5)

Hliník	
$t/^\circ\text{C}$	$\Delta l/10^{-2}\text{ mm}$
20,0(5)	0,0(5)
25,0(5)	6,5(5)
30,0(5)	13,0(5)
35,0(5)	19,5(5)
40,0(5)	26,0(5)
45,0(5)	32,0(5)
50,0(5)	38,5(5)
55,0(5)	44,5(5)
60,0(5)	51,0(5)

Ačkoliv byla teplota nastavována na termostatu, její reálná hodnota byla odečtena z přiloženého rtuťového teploměru podle obrázku 1. Tento teploměr měl nejmenší dílek o velikosti 1°C , proto byla nejistota určení teploty odhadnuta jako jeho polovina na $\sigma_t = 0,5^\circ\text{C}$. Nejistota určení rozdílu teplot pak byla spočtena podle metody přenosu chyb[2] jako $\sigma_{\Delta t} = 2\sigma_t$.

Nejmenší dílek indikátorových hodinek byl $0,01\text{ mm}$, proto byla nejistota určení prodloužení odhadnuta jako jeho polovina na $\sigma_{\Delta l} = 0,005\text{ mm}$.

Z naměřených hodnoty v tabulce 1 byly dále vypočteny příslušné rozdíly teplot $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$, které byly společně s naměřenými prodlouženími Δl vyneseny a proloženy přímkami, jak je vidět na obrázku 2. K vytvoření grafu a fitování byl použit program *Origin* konkrétně jeho funkce *Analysis::Fitting::Fit linear with X error*.



Obrázek 2: Závislost prodloužení Δl na rozdílu teploty Δt pro různé materiály: hliník, mosaz, měď, ocel

Směrnice fitu λ , které nám vrátil program *Origin*, byly dále přepočteny a jsou uvedeny v tabulce 2. K přepočtu na koeficienty α byl použit vztah (3) a nejistota α byla stanovena podle metody přenosu chyb jako [2]

$$\sigma_{\alpha} = \alpha \sqrt{\left(\frac{\sigma_{l_0}}{l_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\lambda}}{\lambda}\right)^2}. \quad (4)$$

Tabulka 2: Směrnice fitu λ a příslušné hodnoty α

tyč	$\lambda/10^{-5} \text{ m} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1}$	$\alpha/10^{-5} ^{\circ}\text{C}^{-1}$
Hliník	1,27(4)	2,12(6)
Mosaz	1,11(4)	1,85(6)
Měď	0,95(3)	1,59(6)
Ocel	0,68(3)	1,14(4)

3 Diskuse výsledků

V rámci diskuse je nejprve důležité říci, že zpracované závislosti dobře potvrzují teoretický vztah. Nafitovaná přímka velmi přesně prokládá body měření, vztah je tedy lineární a při měření nedošlo k žádné výrazné systematické chybě, která by ho celé v grafu posunula.

Dále je nutno porovnat hodnoty naměřené se známými přesněji naměřenými hodnotami. Jako zdroj k porovnání byla nakonec zvolena místo matematicko-fyzikálních tabulek webová stránka [3], neboť uvádí pro různé materiály rozsahy hodnot α , což má z faktu, že materiály jsou často slitiny, smysl. Hodnoty z [3] tedy jsou

$$\alpha_{\text{Hliník}} = 2,1 \times 10^{-5} ^{\circ}\text{C}^{-1} \text{ až } 2,4 \times 10^{-5} ^{\circ}\text{C}^{-1}, \quad (5)$$

$$\alpha_{\text{Mosaz}} = 1,8 \times 10^{-5} ^{\circ}\text{C}^{-1} \text{ až } 1,9 \times 10^{-5} ^{\circ}\text{C}^{-1}, \quad (6)$$

$$\alpha_{\text{Měď}} = 1,6 \times 10^{-5} ^{\circ}\text{C}^{-1} \text{ až } 1,67 \times 10^{-5} ^{\circ}\text{C}^{-1}, \quad (7)$$

$$\alpha_{\text{Ocel}} = 1,08 \times 10^{-5} ^{\circ}\text{C}^{-1} \text{ až } 1,25 \times 10^{-5} ^{\circ}\text{C}^{-1}. \quad (8)$$

$$(9)$$

Nahlédneme-li do tabulky 2, zjišťujeme, že se všechny naměřené hodnoty s těmito srovnávacími hodnotami shodují. Není tedy nutné pátrat po nezapočtených nejistotách při měření, byť k některými nezapočteným jevům (teplotní gradient v termostatu, rozdíl v tlaku na začátku a na konci měření, nedokonalá izolace...) jistě docházelo.

4 Závěr

Podařilo se nám proměřit závislost prodloužení Δl na rozdílu v teplotě Δt pro 4 materiály podle pracovních úkolů. Tyto závislosti jsme znázornili v referátu graficky a z nařizovaných směrnic jsme stanovili hodnoty koeficientu teplotní délkové roztažnosti α na hodnoty

$$\alpha_{\text{Hliník}} = 2,12(6) \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}, \quad (10)$$

$$\alpha_{\text{Mosaz}} = 1,85(6) \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}, \quad (11)$$

$$\alpha_{\text{Měď}} = 1,59(6) \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}, \quad (12)$$

$$\alpha_{\text{Ocel}} = 1,14(4) \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}. \quad (13)$$

Reference

- [1] *Teplotní roztažnost pevných látek* [online]. [cit. 2023-04-29]. Dostupné z: <https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani/124>
- [2] ENGLICH, Jiří. *Úvod do praktické fyziky*. Praha: Matfyzpress, 2006. ISBN 80-86732-93-2.
- [3] *Thermal expansion - linear expansion coefficients Engineering ToolBox* [online]. [cit. 2023-05-03]. Dostupné z: https://www.engineeringtoolbox.com/linear-expansion-coefficients-d_95.html