

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum I



Úloha č. 14

Název úlohy: Studium teplotní závislosti povrchového napětí

Jméno: Vojtěch Votruba

Datum měření: 16. 3. 2023

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0–2	
Výsledky a zpracování měření	0–9	
Diskuse výsledků	0–4	
Závěr	0–1	
Použitá literatura	0–1	
Celkem	max. 17	

Posuzoval:

dne:

Pracovní úkoly

1. Změřte teplotní závislost povrchového napětí destilované vody σ v rozsahu teplot od 23 °C do 70 °C metodou bublin.
2. Měřenou závislost znázorněte graficky, do grafu vynesete chybové úsečky a tabulkové hodnoty. Závislost aproximujte kvadratickou funkcí.

1 Teoretická část

V rámci plnění pracovních úkolů vyjdeme primárně ze vztahu popisujícího velikost přetlaku p působícího na bublinu zachycenou na konci kapiláry na rozhraní destilovaná voda - vzduch.

$$p = \frac{2\sigma}{r} + \rho_d g H, \quad (1)$$

kde r je poloměr bubliny, σ povrchové napětí destilované vody, ρ_d její hustota, H hloubka ponoření kapiláry a g tíhové zrychlení[1]. Poloměrem bubliny r je myšlen poloměr pomyslné oskulační koule, jejíž tvar nabude po odtrhnutí z kapiláry zkoumaná bublina. Tento poloměr se tedy v počátku vzniku bubliny blíží nekonečnu a je minimální v momentě, kdy se bude rovnat poloměru kapiláry. Z toho dostáváme vztah pro maximální přetlak p_{max} ,

$$p_{max} = \frac{2\sigma}{r_0} + \rho_d g H, \quad (2)$$

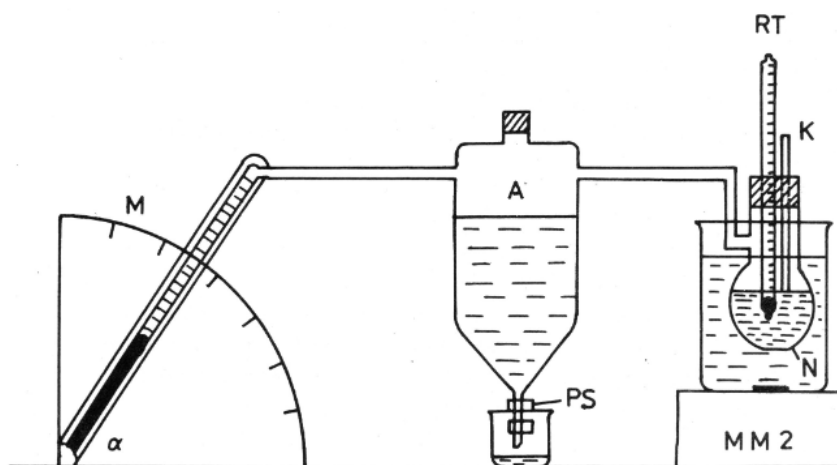
kde veličiny mají stejný význam jako v rovnici (1) pouze místo poloměru r , je zde poloměr kapiláry r_0 [1].

Jak je ze vztahu patrné, skládá se tento tlak ze dvou příspěvků. Prvním je tlak povrchového napětí a druhým tlak hydrostatický. Podle zadaných instrukcí byla ale kapilára ponořena do minimální hloubky, téměř na hladinu, proto můžeme příspěvek hydrostatického tlaku v měření zanedbat. Na druhé straně aparatury byl podle schématu 1 mikromanometr postavený pod úhlem α s vodou o hustotě ρ , z něj pak byla odečtena vytlačená výška h a z ní vypočtena hodnota maximálního tlaku p_{max} [1] jako

$$p_{max} = \rho g h \sin \alpha \quad (3)$$

Srovnáním (1) a (2) získáváme finální vztah použitý k měření

$$\sigma = \frac{1}{2} \rho g h r_0 \sin \alpha. \quad (4)$$



Obrázek 1: Schéma aparatury [1]

2 Výsledky a zpracování měření

2.1 Podmínky pokusu

Měření bylo provedeno v místnosti PI v budově MFF UK na Karlově. Změřené podmínky při pokusu byly následující: Teplota $t = 23,8(4)^\circ\text{C}$, relativní vlhkost $\Phi = 29(3)\%$, tlak $p = 995(2)\text{ hPa}$. Jako hustota vody byla podle teploty převzata tabelovaná[2] hodnota $\rho = 997,4(1)\text{ kg/m}^3$, přičemž její nejistota byla odhadnuta z nejistoty teploty uvedené výše. Jako přesná hodnota tíhového zrychlení bylo uvažováno $g = 9,81\text{ m s}^{-2}$ [2].

2.2 Měření teplotní závislosti

Sklon mikromanometru byl pro zvýšení přesnosti během měření nastaven na hodnotu $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, průměr kapiláry uvedený v laboratorních instrukcích pak činil $d_0 = 0,55(1)\text{ mm}$. Po zkontrolování aparatury na začátku měření včetně ponoru kapiláry byla mírně uvolněna svorka PS 1. Pro kontrolu pak byla spočtena počáteční hodnota povrchového napětí jako $\sigma_0 = 0,07534\text{ N m}^{-1}$ (viz diskuse).

Poté byla zapnut ohřev a experimentátor postupně pro každé 2°C zaznamenával výšku vytlačené vody v mikromanometru. Nejistota zaznamenané teploty byla podle nejmenšího dílku stupnice odhadnuta na $\sigma_t = 0,5^\circ\text{C}$. Podobně byla podle velikosti nejmenšího dílku odhadnuta nejistota výšky h jako $\sigma_h = 1\text{ mm}$. Takto naměřená data jsou uvedena v tabulce 1.

Tabulka 1: Korespondující naměřené hodnoty teploty t , výšky h , povrchového napětí σ a jeho nejistoty σ_σ

$t/^\circ\text{C}$	h/mm	$\sigma/\text{N m}^{-1}$	$\sigma_\sigma/\text{N m}^{-1}$
24	109	0,074	0,002
26	108	0,073	0,002
28	108	0,073	0,002
30	107	0,072	0,002
32	107	0,072	0,002
34	106	0,072	0,002
36	105	0,071	0,002
38	103	0,070	0,001
40	103	0,070	0,001
42	102	0,069	0,001
44	101	0,068	0,001
46	100	0,068	0,001
48	99	0,067	0,001
50	98	0,066	0,001
52	97	0,066	0,001
54	97	0,066	0,001
56	97	0,066	0,001
58	96	0,065	0,001
60	96	0,065	0,001
62	95	0,064	0,001
64	95	0,064	0,001
66	94	0,064	0,001
68	93	0,063	0,001
70	92	0,062	0,001

Hodnoty σ v tabulce 1 byly vypočteny pomocí vztahu (4), z něj také podle metody přenosu chyb[3] vyplynul vzorec pro výpočet nejistoty σ_σ jako

$$\sigma_\sigma = \frac{1}{2}\rho h g r_0 \sin \alpha \sqrt{\left(\frac{\sigma_{r_0}}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2}, \quad (5)$$

přičemž nejistota poloměru r_0 byla podle metody přenosu chyb[3] vypočtena vzorcem

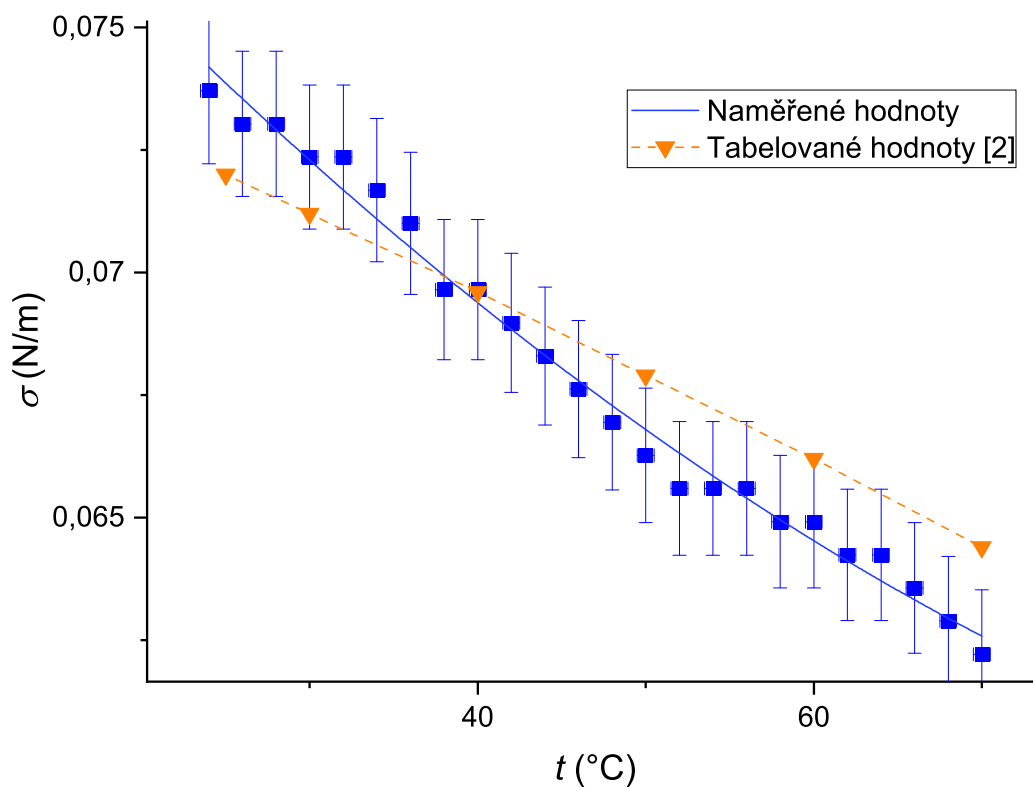
$$\sigma_{r_0} = \frac{1}{2}\sigma_d. \quad (6)$$

Dále byly v rámci vyšetření závislosti $\sigma = \sigma(t)$ převzaty tabelované hodnoty[2]. Ty byly zapsány do tabulky 2

Tabulka 2: Tabelované hodnoty pro závislost povrchového napětí σ na teplotě t

$t/^{\circ}\text{C}$	$\sigma/\text{N m}^{-1}$
25	0,0720
30	0,0712
40	0,0696
50	0,0679
60	0,0662
70	0,0644

Tyto hodnoty byly považovány za přesné. Data z tabulek 1 a 2 následně byla vynesena do grafu 2.



Obrázek 2: Závislost povrchového napětí σ na teplotě t

Použili jsme software *Origin* a k fitu naměřených hodnot kvadratickou funkcí byla použita konkrétně funkce *Analysis::Fitting::Nonlinear Curve fit::Orthogonal Distance Regression* zohledňující nejistotu závislé i nezávislé proměnné. Parametry proložené paraboly ve tvaru $\sigma(t) = Ct^2 + Bt + A$ pak byly následující

$$A = 0,083(1) \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad (7)$$

$$B = -4,0(5) \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{m } ^{\circ}\text{C}}, \quad (8)$$

$$C = 1,6(5) \times 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{m } ^{\circ}\text{C}^2}. \quad (9)$$

3 Diskuse výsledků

Jak bylo již zmíněno na začátku podsekcce 2.2, při kontrole aparatury byla změřena metodou bublin počáteční velikost povrchového napětí vody $\sigma_0 = 0,07534 \text{ N m}^{-1}$. Tato hodnota byla spočtena pouze pro potvrzení orientační shody s hodnotou tabelovanou a nebyla nijak v měření zpracovávána. Tabelovaná hodnota[2], která byla

použitá k orientační shodě, činila $0,072\,75\,\text{N m}^{-1}$, nicméně byla brána pro teplotu $20\,^{\circ}\text{C}$, proto je daný rozdíl přijatelný.

Jak můžeme vidět z grafu 2, většina tabelovaných hodnot vyšla v rámci nejistoty téměř ve shodě s proloženou závislostí. Vzhledem k tomu, část tabelovaných dat leží pod parabolou a část z nich leží nad ní, nemůžeme předpokládat výraznou systematickou chybu, která by celá data posunula. Jako lepší vysvětlení tohoto posunu se může jevit například teplotní gradient v baňce s kapilárou. Tedy při měření se mohlo stát, že na hladině zahříváné destilované vody v baňce mohla být teplota vyšší než v místě, kde ji měřil teploměr. Tento rozdíl by byl na začátku ohřevu nepatrný a se stoupající teplotou by se mohl zvyšovat, což by způsobilo postupný odklon křivky od tabelovaných hodnot.

Dalšími jevy, které mohly způsobit systematickou chybu, by byl například nepravidelný tvar konce kapiláry nebo zanedbání hydrostatického tlaku ve výpočtu. Tyto chyby ale není díky získané shodě nutné započítávat.

4 Závěr

Pomocí metody bublin jsme v rozsahu $23\,^{\circ}\text{C}$ až $70\,^{\circ}\text{C}$ určili teplotní závislost povrchového napětí destilované vody σ na teplotě t jako $\sigma(t) = Ct^2 + Bt + A$. Nafitované parametry A, B, C byly stanoveny na hodnoty

$$A = 0,083(1) \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad (10)$$

$$B = -4,0(5) \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{m } ^{\circ}\text{C}}, \quad (11)$$

$$C = 1,6(5) \times 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{m } ^{\circ}\text{C}^2}. \quad (12)$$

Reference

- [1] *Studium teplotní závislosti povrchového napětí* [online]. [cit. 2023-03-19]. Dostupné z: <https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani/114>
- [2] BROŽ, J., V. ROSKOVEC a M. VALOUCH. *Fyzikální a matematické tabulky*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1980, 305 s.
- [3] ENGLICH, Jiří. *Úvod do praktické fyziky*. Praha: Matfyzpress, 2006. ISBN 80-86732-93-2.