



IEL – protokol k projektu

Vojtěch, Šišma
xsisma02

18. prosince 2022

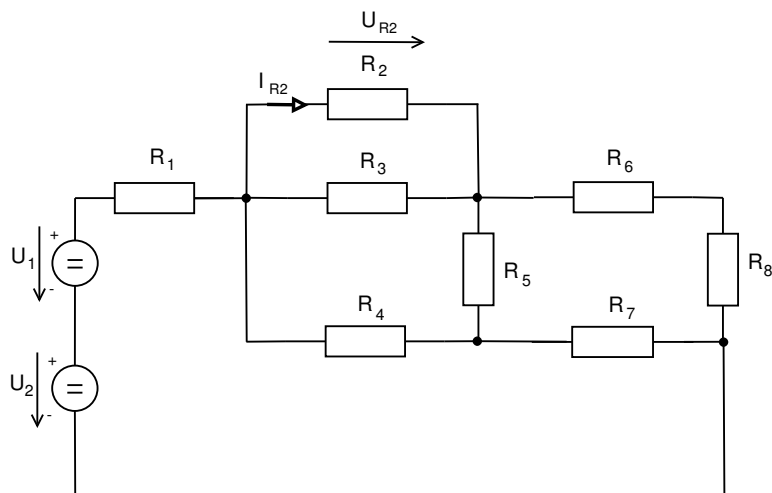
Obsah

1	Příklad 1	2
1.1	Zjednodušení obvodu	2
2	Příklad 2	9
2.1	Výpočet R_i a U_i	10
2.2	Výpočet I_{R5} a U_{R5}	10
3	Příklad 3	11
3.1	Sestavení rovnic	12
3.2	Sestavení do matice	12
3.3	Dosazení do matice	13
3.4	Výpočet determinantů	13
3.5	Výpočet napětí	14
3.6	Výpočet U_{R4} a I_{R4}	14
4	Příklad 4	15
4.1	Sestavení rovnic pro smyčky I_A , I_B , I_C	15
5	Příklad 5	18
5.1	Sestavení rovnic, zakreslení napěťových šipek	18
6	Shrnutí výsledků	19

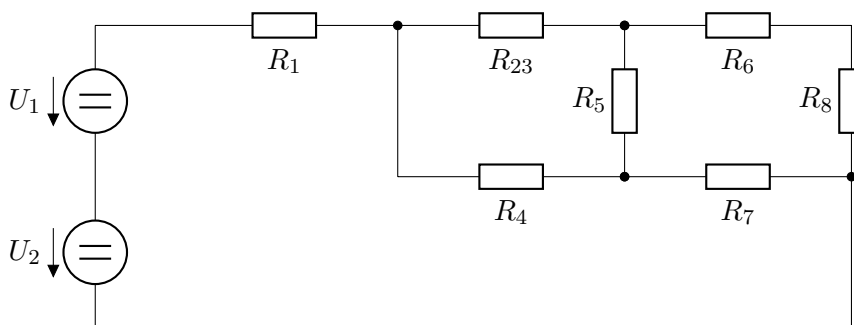
Příklad 1

Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
A	80	120	350	650	410	130	360	750	310	190



Zjednodušení obvodu

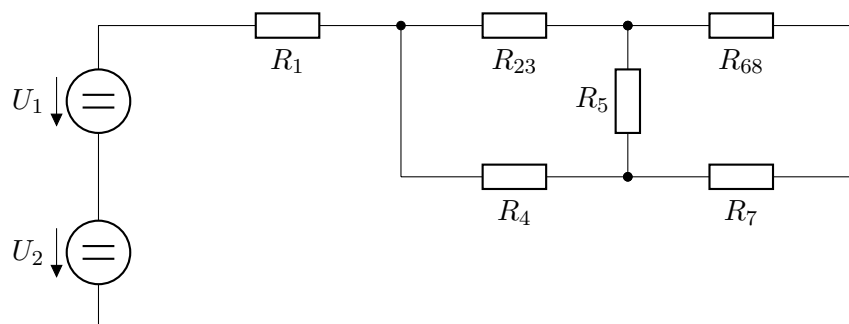


Obrázek 1: Zjednodušení R_2 a R_3

$$R_{23} = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}$$

$$R_{23} = \frac{650 \times 410}{650 + 410}$$

$$R_{23} \doteq 251.4151 \, \Omega$$

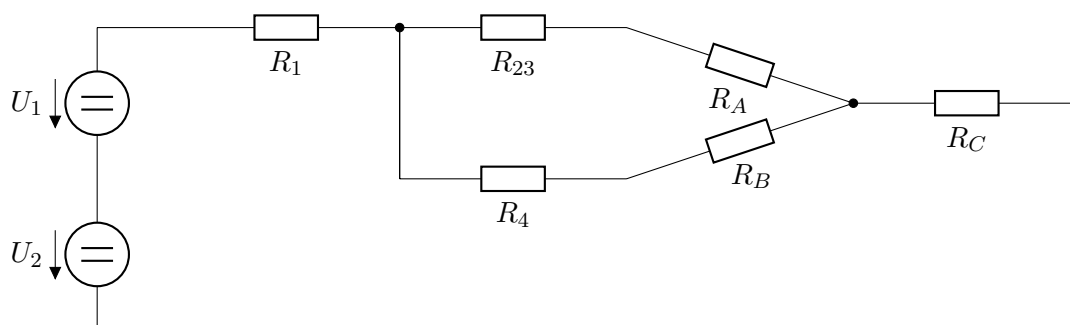


Obrázek 2: Zjednodušení R_6 a R_8

$$R_{68} = R_6 + R_8$$

$$R_{68} = 750 + 190$$

$$R_{68} = 940 \, \Omega$$



Obrázek 3: Úprava na hvězdu

$$R_A = \frac{R_5 \times R_{68}}{R_5 + R_{68} + R_7}$$

$$R_A = \frac{360 \times 940}{360 + 940 + 310}$$

$$R_A \doteq 210.1863 \, \Omega$$

$$R_B = \frac{R_5 \times R_7}{R_5 + R_{68} + R_7}$$

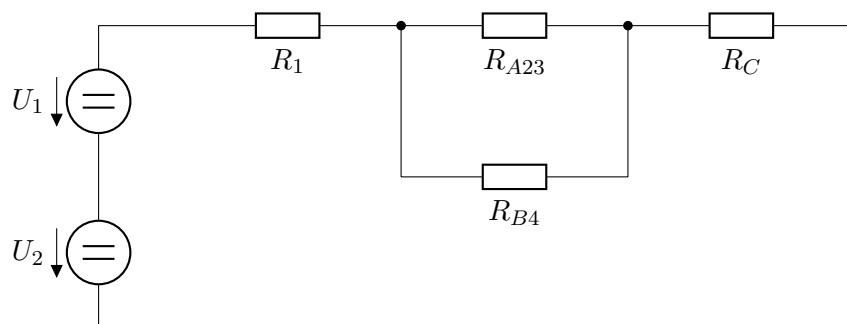
$$R_B = \frac{360 \times 310}{360 + 940 + 310}$$

$$R_B \doteq 69.3168 \, \Omega$$

$$R_C = \frac{R_7 \times R_{68}}{R_5 + R_{68} + R_7}$$

$$R_C = \frac{310 \times 940}{360 + 940 + 310}$$

$$R_C \doteq 180.9938 \, \Omega$$



Obrázek 4: Zjednodušení R_A a R_B

$$R_{A23} = R_A + R_{23}$$

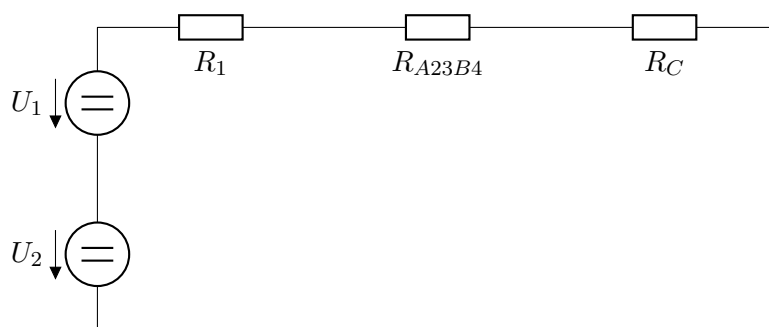
$$R_{A23} = 210.1863 + 251.4151$$

$$R_{A23} \doteq 461.6014 \, \Omega$$

$$R_{B4} = R_B + R_4$$

$$R_{B4} = 69.3168 + 130$$

$$R_{B4} \doteq 199.9938 \, \Omega$$

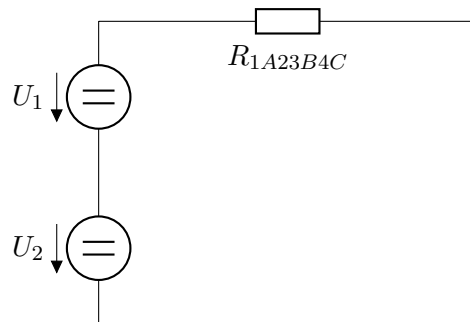


Obrázek 5: Zjednodušení R_{A23} a R_{B4}

$$R_{A23B4} = \frac{R_{A23} \times R_{B4}}{R_{A23} + R_{B4}}$$

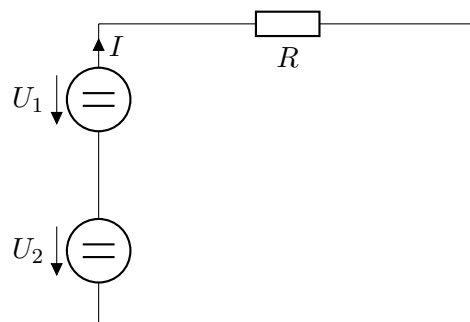
$$R_{A23B4} = \frac{461.6014 \times 199.9938}{461.6014 + 199.9938}$$

$$R_{A23B4} \doteq 139.2077 \, \Omega$$



Obrázek 6: Zjednodušení R_1 , R_{A23B4} a R_C

$$\begin{aligned}
 R &= R_1 + R_{A23B4} + R_C \\
 R &= 350 + 139.2077 + 180.9938 \\
 R &\doteq 670.2015 \, \Omega
 \end{aligned}$$



Obrázek 7: Výsledný obvod

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{U}{R} \\
 I &= \frac{U_1 + U_2}{R} \\
 I &\doteq 0.2984 \, A
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{R_1} &= I \times R_1 \\
U_{R_1} &= 0.2984 \times 350 \\
U_{R_1} &\doteq 104.4462 \text{ V}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{R_C} &= I \times R_C \\
U_{R_C} &= 0.2984 \times 180.9938 \\
U_{R_C} &\doteq 54.0118 \text{ V}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{AB} &= I \times R_{A23B4} \\
U_{AB} &= 0.2984 \times 139.2077 \\
U_{AB} &\doteq 41.5420 \text{ V}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_A &= \frac{U_{AB}}{R_{A23}} \\
I_A &= \frac{41.5420}{461.6014} \\
I_A &= 0.09 \text{ A}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_B &= \frac{U_{AB}}{R_{B4}} \\
I_B &= \frac{41.5420}{199.9938} \\
I_B &\doteq 0.2084 \text{ A}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{23} &= I_A \times R_{23} \\
U_{23} &= 0.09 \times 251.4151 \\
U_{23} &\doteq 22.6262 \text{ V}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{RA} &= I_A \times R_A \\
U_{RA} &= 0.09 \times 210.1863 \\
U_{RA} &\doteq 18.9158 \text{ V}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{R_4} &= I_B \times R_4 \\
U_{R_4} &= 0.2084 \times 130 \\
U_{R_4} &\doteq 27.0948 \text{ V}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{RB} &= I_B \times R_B \\
U_{RB} &= 0.2084 \times 69.3168 \\
U_{RB} &\doteq 14.4472 \text{ V}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{R_5} &= U_{R_4} - U_{23} \\
U_{R_5} &= 27.0948 - 22.6262 \\
U_{R_5} &\doteq 4.4687 \text{ V}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{R7} &= U_1 + U_2 - U_{R_1} - U_{R_4} \\
U_{R7} &= 80 + 120 - 104.4462 - 27.0948 \\
U_{R7} &\doteq 68.4589 \text{ V}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{R_{68}} &= U_1 + U_2 - U_{R_1} - U_{23} \\
U_{R_{68}} &= 80 + 120 - 104.4462 - 22.6262 \\
U_{R_{68}} &\doteq 72.9276 \text{ V}
\end{aligned}$$

$$I_{68} = \frac{U_{R_{68}}}{R_{68}}$$

$$I_{68} = \frac{72.9276}{940}$$

$$I_{68} \doteq 0.0776 \text{ A}$$

$$U_{R_6} = I_{68} * R_6$$

$$U_{R_6} = 0.0776 \times 750$$

$$U_{R_6} \doteq 58.1869 \text{ V}$$

$$U_{R_8} = I_{68} \times R_8$$

$$U_{R_8} = 0.0776 \times 190$$

$$U_{R_8} \doteq 14.7407 \text{ V}$$

$$I_{R2} = \frac{U_{23}}{R_2}$$

$$I_{R2} \frac{22.6262}{650}$$

$$I_{R2} \doteq \underline{\underline{0.0348 \text{ A}}}$$

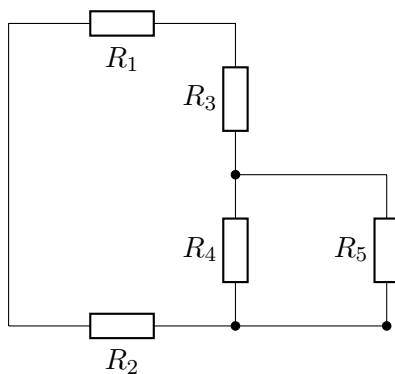
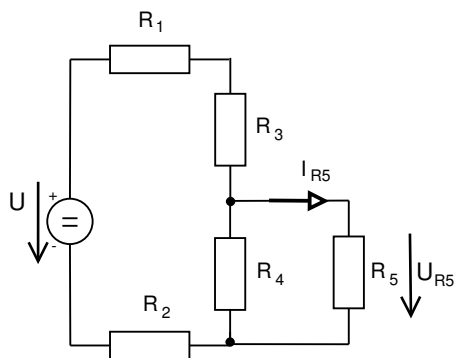
$$U_{R2} = U_{23}$$

$$U_{R2} \doteq \underline{\underline{22.6262 \text{ V}}}$$

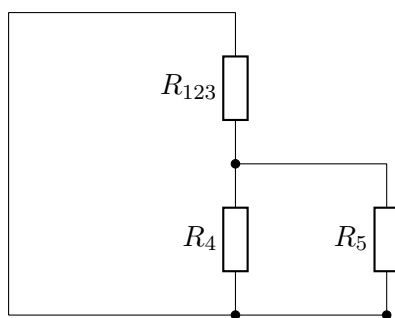
Příklad 2

Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
D	150	200	200	660	200	550



Obrázek 8: Zkratování zdroje napětí

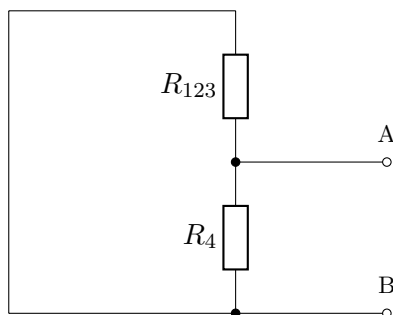


Obrázek 9: Zjednodušení R_1 , R_3 a R_2

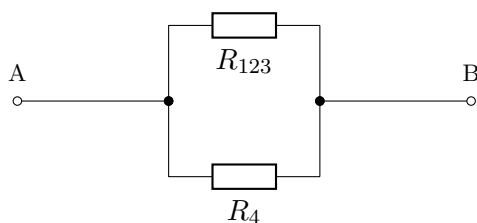
$$R_{123} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_{123} = 200 + 200 + 660$$

$$R_{123} = 1060 \, \Omega$$



Obrázek 10: Nahrazení R_5



Obrázek 11: R_{123} a R_4 paralelně

Výpočet R_i a U_i

$$R_i = \frac{R_{123} \times R_4}{R_{123} + R_4}$$

$$R_i = \frac{1060 \times 200}{1060 + 200}$$

$$R_i \doteq 168.254 \, \Omega$$

$$U_i = U \times \frac{R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$U_i = 150 \times \frac{200}{200 + 200 + 660 + 200}$$

$$U_i \doteq 23.8095 \, V$$

Výpočet I_{R5} a U_{R5}

$$I_{R5} = \frac{U_i}{R_i + R_5}$$

$$I_{R5} = \frac{23.8095}{168.254 + 550}$$

$$I_{R5} = 0.0331 \, A$$

$$U_{R5} = R_5 \times I_{R5}$$

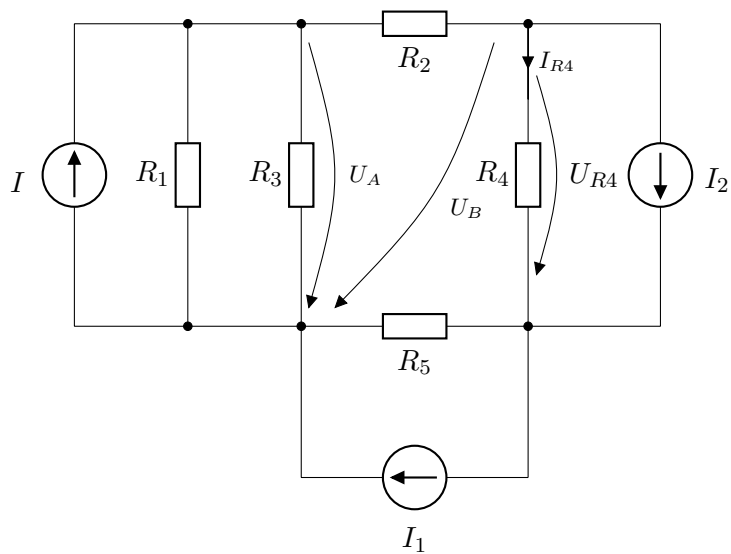
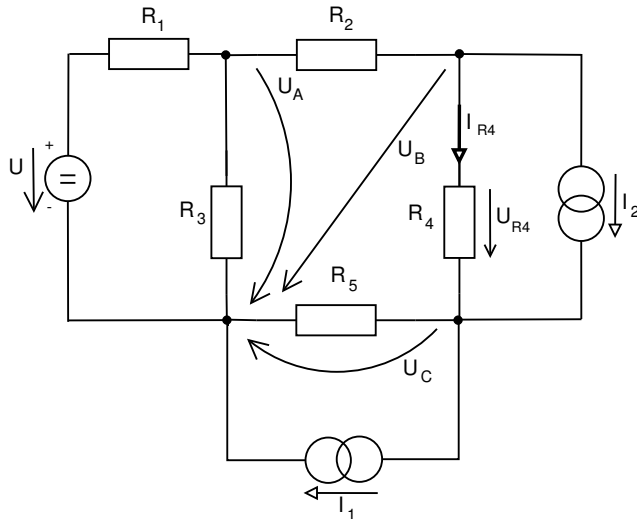
$$U_{R5} = 550 \times 0.0331$$

$$U_{R5} = 18.205 \, V$$

Příklad 3

Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

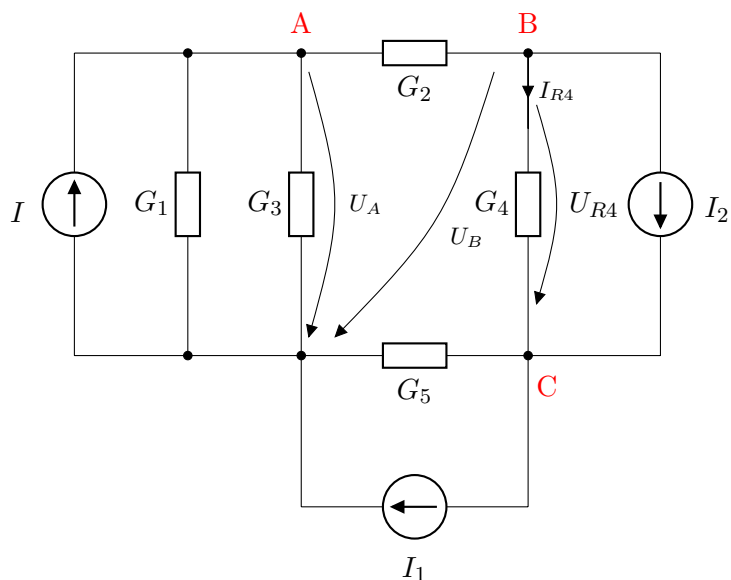
sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
D	115	0.6	0.9	50	38	48	37	28



Obrázek 12: Převod napětového zdroje na proudový

$$I = \frac{U}{R_1}$$

$$I = \frac{115}{50} = 2.3 \text{ A}$$



Obrázek 13: Převod odporů na vodivosti

$$\begin{aligned}
 G_1 &= \frac{1}{R_1} & G_1 &= \frac{1}{50} \text{ S} \\
 G_2 &= \frac{1}{R_2} & G_2 &= \frac{1}{38} \text{ S} \\
 G_3 &= \frac{1}{R_3} & G_3 &= \frac{1}{48} \text{ S} \\
 G_4 &= \frac{1}{R_4} & G_4 &= \frac{1}{37} \text{ S} \\
 G_5 &= \frac{1}{R_5} & G_5 &= \frac{1}{28} \text{ S}
 \end{aligned}$$

Sestavení rovnic

$$\begin{aligned}
 U_A(G_1 + G_2 + G_3) + U_B(-G_2) + 0 &= I \\
 U_A(-G_2) + U_B(G_2 + G_4) + U_C(-G_4) &= -I_2 \\
 0 + U_B(-G_4) + U_C(G_4 + G_5) &= I_2 - I_1
 \end{aligned}$$

Sestavení do matice

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_2 + G_3 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2 + G_4 & -G_4 \\ 0 & -G_4 & G_4 + G_5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ -I_2 \\ I_2 - I_1 \end{pmatrix}$$

Dosazení do matice

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{50} + \frac{1}{38} + \frac{1}{48} & -\frac{1}{38} & 0 \\ -\frac{1}{38} & \frac{1}{38} + \frac{1}{37} & -\frac{1}{37} \\ 0 & -\frac{1}{37} & \frac{1}{37} + \frac{1}{28} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.3 \\ -0.9 \\ 0.9 - 0.6 \end{pmatrix}$$

Výpočet determinantů

$$D = \begin{vmatrix} \frac{1}{50} + \frac{1}{38} + \frac{1}{48} & -\frac{1}{38} & 0 \\ -\frac{1}{38} & \frac{1}{38} + \frac{1}{37} & -\frac{1}{37} \\ 0 & -\frac{1}{37} & \frac{1}{37} + \frac{1}{28} \end{vmatrix} = 0.000132235148682517$$

$$D_{U_A} = \begin{vmatrix} 2.3 & -0.9 & 0.9 - 0.6 \\ -\frac{1}{38} & \frac{1}{38} + \frac{1}{37} & -\frac{1}{37} \\ 0 & -\frac{1}{37} & \frac{1}{37} + \frac{1}{28} \end{vmatrix} = 0.00474497053444422$$

$$D_{U_B} = \begin{vmatrix} \frac{1}{50} + \frac{1}{38} + \frac{1}{48} & -\frac{1}{38} & 0 \\ 2.3 & -0.9 & 0.9 - 0.6 \\ 0 & -\frac{1}{37} & \frac{1}{37} + \frac{1}{28} \end{vmatrix} = 0.000550231152204836$$

$$D_{U_C} = \begin{vmatrix} \frac{1}{50} + \frac{1}{38} + \frac{1}{48} & -\frac{1}{38} & 0 \\ -\frac{1}{38} & \frac{1}{38} + \frac{1}{37} & -\frac{1}{37} \\ 2.3 & -0.9 & 0.9 - 0.6 \end{vmatrix} = 0.0008693100996$$

Výpočet napětí

$$U_A = \frac{D_{U_A}}{D}$$
$$U_A = \frac{0.00424710424710425}{0.00013223514}$$
$$U_A = 35.8828237554026 \text{ V}$$

$$U_B = \frac{D_{U_B}}{D}$$
$$U_B = \frac{-0.0007201576577}{0.00013223514}$$
$$U_B = 4.161005282535612 \text{ V}$$

$$U_C = \frac{D_{U_C}}{D}$$
$$U_C = \frac{-0.001153271692745}{0.00013223514}$$
$$U_C = 6.573971506323034 \text{ V}$$

Výpočet U_{R4} a I_{R4}

$$U_{R4} + U_C - U_B = 0$$
$$U_{R4} = U_B - U_C$$
$$U_{R4} = -5.446038098287183 - (-8.721370257723710)$$
$$U_{R4} \doteq -2.4130 \text{ V}$$

$$I_{R4} = \frac{U_{R4}}{R_4}$$
$$I_{R4} = \frac{3.2753}{37}$$
$$I_{R4} \doteq -0.0652 \text{ A}$$

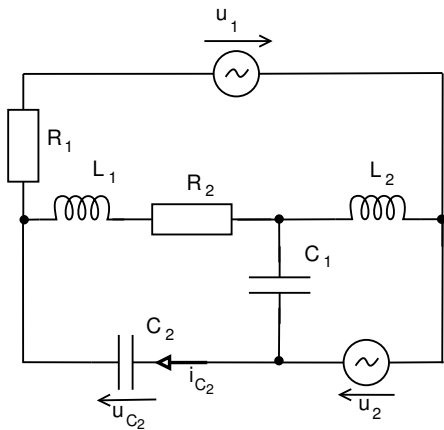
Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

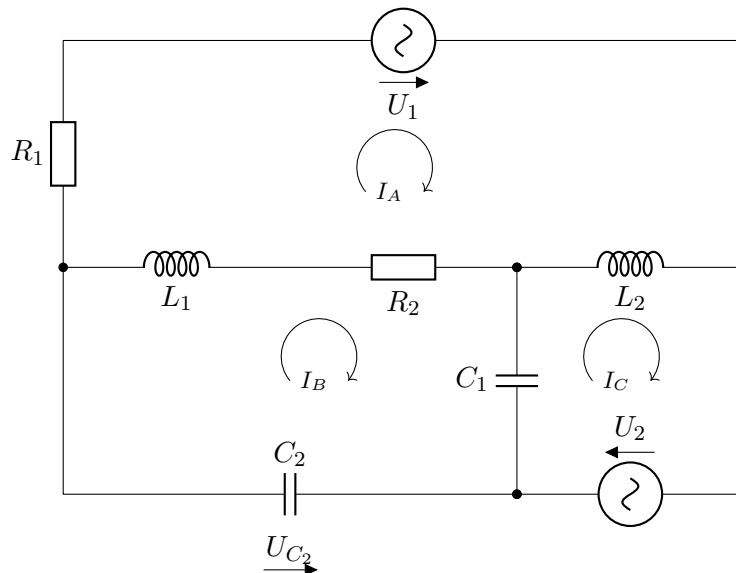
Ve vztahu pro napětí $u_{C_2} = U_{C_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C_2})$ určete $|U_{C_2}|$ a φ_{C_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
A	3	5	12	14	120	100	200	105	70



Sestavení rovnic pro smyčky I_A , I_B , I_C



Obrázek 14:

Výpočet amplitudy $|U_{C_2}|$ Výpočet odchylky ϕ_{C_2}

$$\begin{aligned}
I_A : (Z_{L2} + Z_{L1} + R_2 + R_1)I_A - (Z_{L1} + R_2)I_B - Z_{L2}I_C &= -U_1 \\
I_B : -(Z_{L1} + R_2)I_A + (Z_{C1} + Z_{C2} + Z_{L1} + R_2)I_B - Z_{C1}I_C &= 0 \\
I_C : -Z_{L2}I_A - Z_{C1}I_B + (Z_{C1} + Z_{L2})I_C &= -U_2
\end{aligned}$$

Sestavení matice

$$\begin{pmatrix} Z_{L2} + Z_{L1} + R_2 + R_1 & -(Z_{L1} + R_2) & -Z_{L2} \\ -Z_{L1} + R_2 & Z_{C1} + Z_{C2} + Z_{L1} + R_2 & -Z_{C1} \\ -Z_{L2} & Z_{C1} & Z_{C1} + Z_{L2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_1 \\ 0 \\ -U_2 \end{pmatrix}$$

Výpočet determinantů matic

$$\begin{vmatrix} Z_{L2} + Z_{L1} + R_2 + R_1 & -(Z_{L1} + R_2) & -Z_{L2} \\ -Z_{L1} + R_2 & Z_{C1} + Z_{C2} + Z_{L1} + R_2 & -Z_{C1} \\ -Z_{L2} & Z_{C1} & Z_{C1} + Z_{L2} \end{vmatrix} \\
\det(M) = 3.705664168344058e + 03 + 3.192554193217782e + 04i$$

Nahrazení prvního sloupce matice vektorem výsledku

$$\begin{vmatrix} -U_1 & -(Z_{L1} + R_2) & -Z_{L2} \\ 0 & Z_{C1} + Z_{C2} + Z_{L1} + R_2 & -Z_{C1} \\ -U_2 & Z_{C1} & Z_{C1} + Z_{L2} \end{vmatrix} \\
\det(M_A) = -2890.09261418743 + 3652.77773609363i$$

$$I_A = \frac{\det(M_A)}{\det(M)}$$

$$I_A = 0.1025 + 0.1024i \text{ A}$$

Nahrazení druhého sloupce matice vektorem výsledku

$$\begin{vmatrix} Z_{L2} + Z_{L1} + R_2 + R_1 & -U_1 & -Z_{L2} \\ -Z_{L1} + R_2 & 0 & -Z_{C1} \\ -Z_{L2} & -U_2 & Z_{C1} + Z_{L2} \end{vmatrix} \\
\det(M_B) = -9770.64764108973 + 2970.68512284265i$$

$$I_B = \frac{\det(M_B)}{\det(M)}$$

$$I_B = 0.0568 + 0.3126i \text{ A}$$

Nahrazení třetího sloupce matice vektorem výsledku

$$\begin{vmatrix} Z_{L2} + Z_{L1} + R_2 + R_1 & -(Z_{L1} + R_2) & -U_1 \\ -Z_{L1} + R_2 & Z_{C1} + Z_{C2} + Z_{L1} + R_2 & 0 \\ -Z_{L2} & Z_{C1} & -U_2 \end{vmatrix}$$

$$\det(M_C) = 4402.68569224360 + 3322.42512964125i$$

$$I_C = \frac{\det(M_C)}{\det(M)}$$

$$I_C = 0.1185 - 0.1242i \text{ A}$$

Dopočítání výsledků

$$I_{C2} = I_B = 0.0568 + 0.3126i$$

$$U_{C2} = I_{C2} \times Z_{C2}$$

$$U_{C2} = 6.7697 - 1.2291i \text{ V}$$

$$|U_{C2}| = \sqrt{\operatorname{Re}(U_{C2})^2 + \operatorname{Im}(U_{C2})^2}$$

$$|U_{C2}| = \sqrt{6.7697^2 + (-1.2291)^2}$$

$$|U_{C2}| = 6.8804 \text{ V}$$

$$\varphi_{C2} = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(U_{C2})}{\operatorname{Re}(U_{C2})}\right)$$

$$\varphi_{C2} = -0.179605726478335 \text{ rad}$$

φ_{C2} je v druhém kvadrantu \rightarrow musíme přičíst π

$$\varphi_{C2} = 2.96198692711146 + \pi$$

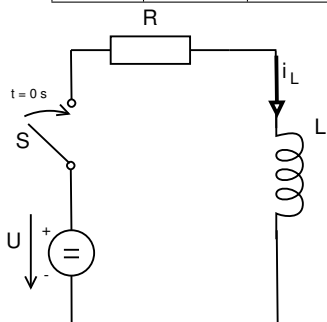
$$\varphi_{C2} = 2.962 \text{ rad}$$

$$\varphi_{C2} = 169^\circ 42'$$

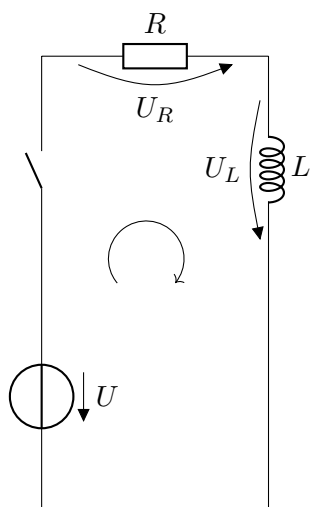
Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0$ [s] sepne spínač S . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $i_L = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

sk.	U [V]	L [H]	R [Ω]	$i_L(0)$ [A]
E	50	30	40	10



Sestavení rovnic, zakreslení napěťových šipek



Obrázek 15: Zakreslení napěťových šipek

Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky	
1	A	$U_{R2} = 22.6262 \text{ V}$	$I_{R2} = 0.0348 \text{ A}$
2	D	$U_{R5} = 18.205 \text{ V}$	$I_{R5} = 0.0331 \text{ A}$
3	D	$U_{R4} = -2.4130 \text{ V}$	$I_{R4} = -0.0652 \text{ A}$
4	A	$ U_{C2} = 6.8804 \text{ V}$	$\varphi_{C2} = 2.962 \text{ rad } (169^\circ 42')$
5	E	$i_L =$	