

Obyčejné diferenciální rovnice

*Fakulta elektrotechniky a informatiky VŠB-TU Ostrava
(bakalářský)*

Datum aktualizace originálu: **26. 12. 2023 v 9:17:07**

Datum vygenerování PDF: **2. 7. 2025 v 21:51:14**

Obyčejné diferenciální rovnice

Obsah

- Rovnice se separovanými proměnnými

Rovnice se separovanými proměnnými

Obyčejné diferenciální rovnice, kterou lze zapsat v následujícím tvaru, budeme nazývat rovnicí se separovanými proměnnými.

$$g(y) \cdot y' = h(t)$$

Předpokládáme $g \in C(J)$, $h \in C(I)$. Necht' φ řeší předchozí rovnici na $I_1 \subset I$. Pak na I_1 : $g(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t) = h(t)$. Označme $H(t) = \int h(t)dt$ na I a $G(y) = \int g(y)dy$ na J . Poté na I_1 : $\exists c \in \mathbb{R} : G(\varphi(t)) = H(t) + c$. Obráceně necht' $\exists c \in \mathbb{R} \wedge \varphi \in C^2(I_1) : \forall t \in I_1 : G(\varphi(t)) = H(t)$. Pak na I_1 : $g(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t) = h(t)$. Tedy φ řeší původní rovnici.

Řešme Cauchyovu úlohu $g(y) \cdot y' = h(t)$, $y(t_0) = y_0$. Necht' je jím řešením funkce φ . Tedy $\int_{t_0}^t g(\varphi(s)) \cdot \varphi'(s)ds = \int_{t_0}^t h(s)ds$, $\varphi(t_0) = y_0$. Odtud $\int_{y_0}^{\varphi(t)} g(s)ds = \int_{t_0}^t h(s)ds$, $\varphi(t_0) = y_0$.

Věta: (existence a unikátnost řešení Cauchyovy úlohy pro RSP): Uvažujme $g(y) \cdot y' = h(t)$, $y(t_0) = y_0$, kde $I \subset \mathbb{R}$, $J \subset \mathbb{R}$ jsou otevřené intervaly, $h \in C(I)$, $g \in C(J)$. Necht' $t_0 \in I$ a $\forall y \in J : g(y) \neq 0$. Pak zadaná Cauchyova úloha má právě jedno maximální řešení.

Závěrečné informace

Veškeré materiály v tomto dokumentu jsou osobními poznámkami autora, vytvořenými na základě univerzitních přednášek. Jsou poskytovány bez záruky a slouží výhradně ke studijním účelům.

Datum aktualizace originálu: **26. 12. 2023 v 9:17:07**

Datum vygenerování PDF: **2. 7. 2025 v 21:51:14**

Licencováno pod Creative Commons BY-NC-SA 4.0.