

# Obyčejné diferenciální rovnice

---

*Fakulta elektrotechniky a informatiky VŠB-TU Ostrava (bakalářský)*

Datum aktualizace originálu: **26. 12. 2023 v 9:17:07**

Datum vygenerování PDF: **2. 7. 2025 v 14:41:20**

# Obyčejné diferenciální rovnice

## Obsah

---

- [Rovnice se separovanými proměnnými](#)

# Rovnice se separovanými proměnnými

---

Obyčejné diferenciální rovnice, kterou lze zapsat v následujícím tvaru, budeme nazývat rovnicí se separovanými proměnnými.

$$g(y) \cdot y' = h(t)$$

Předpokládáme  $g \in C(J)$ ,  $h \in C(I)$ . Necht'  $\varphi$  řeší předchozí rovnici na  $I_1 \subset I$ . Pak na  $I_1$ :  $g(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t) = h(t)$ . Označme  $H(t) = \int h(t)dt$  na  $I$  a  $G(y) = \int g(y)dy$  na  $J$ . Poté na  $I_1$ :  $\exists c \in \mathbb{R} : G(\varphi(t)) = H(t) + c$ . Obráceně necht'  $\exists c \in \mathbb{R} \wedge \varphi \in C^2(I_1) : \forall t \in I_1 : G(\varphi(t)) = H(t)$ . Pak na  $I_1$ :  $g(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t) = h(t)$ . Tedy  $\varphi$  řeší původní rovnici.

Řešme Cauchyovu úlohu  $g(y) \cdot y' = h(t)$ ,  $y(t_0) = y_0$ . Necht' je jím řešením funkce  $\varphi$ . Tedy  $\int_{t_0}^t g(\varphi(s)) \cdot \varphi'(s)ds = \int_{t_0}^t h(s)ds$ ,  $\varphi(t_0) = y_0$ . Odtud  $\int_{y_0}^{\varphi(t)} g(s)ds = \int_{t_0}^t h(s)ds$ ,  $\varphi(t_0) = y_0$ .

*Věta: (existence a unikátnost řešení Cauchyovy úlohy pro RSP):* Uvažujme  $g(y) \cdot y' = h(t)$ ,  $y(t_0) = y_0$ , kde  $I \subset \mathbb{R}$ ,  $J \subset \mathbb{R}$  jsou otevřené intervaly,  $h \in C(I)$ ,  $g \in C(J)$ . Necht'  $t_0 \in I$  a  $\forall y \in J : g(y) \neq 0$ . Pak zadaná Cauchyova úloha má právě jedno maximální řešení.

---

Veškeré materiály na této stránce jsou osobními poznámkami autora, vytvořenými na základě univerzitních přednášek. Jsou poskytovány bez záruky a slouží výhradně ke studijním účelům.

Obsah je licencován pod [Creative Commons Uvedte původ-Neužívejte komerčně-Zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní](#). To znamená, že materiály můžete volně sdílet a upravovat pro nekomerční účely, pokud uvedete původního autora a zachováte stejnou licenci.

## **Závěrečné informace**

Veškeré materiály v tomto dokumentu jsou osobními poznámkami autora, vytvořenými na základě univerzitních přednášek. Jsou poskytovány bez záruky a slouží výhradně ke studijním účelům.

Datum aktualizace originálu: **26. 12. 2023 v 9:17:07**

Datum vygenerování PDF: **2. 7. 2025 v 14:41:20**

*Licencováno pod Creative Commons BY-NC-SA 4.0.*