Numerické metody 1

# Korektnost úloh a stabilita výpočetních postupů

*Definice:* **Korektní úloha** na dvojici je taková úloha , kde

* ;
* , tj. řešení spojitě závisí na .

*Definice:* **Dobře podmíněná úloha** je taková úloha, kde malá změna vyvolá malou změnu . Pro dobře podmíněnou úlohu platí, kde:

## Typy chyb

* **Chyba matematického modelu** – vzniká nepřesným zachycením reality matematickým modelem
* **Chyba numerické metody** – nahrazení
* **Chyba aproximace** – nahrazení matematické úlohy numerickou, např. spojitá vstupní data za diskrétní
* **Chyby ve vstupních datech**
* **Chyba aproximace**

## Aproximace čísla

Nechť je přesná hodnota a je aproximace hodnoty. **Absolutní chyba** vyjadřuje , přičemž hledáme **odhad absolutní** **chyby** . **Relativní chyba** vyjadřuje , přičemž hledáme **odhad relativní chyby** .

## Šíření chyb při aritmetických operací

Mějme odhady a .

* Součet

Obecný vzorec chyb: .

# Numerické řešení nelineárních rovnic

*Definice:* Nechť funkce . Číslo nazýváme **kořen rovnice**  právě tehdy, když .

*Věta (existence ):* Nechť je spojitá na , , poté rovnice má alespoň jeden kořen.

## Separace kořenů

Hledáme polohu a počet kořenů.

* Grafická separace kořenů z grafu funkce
* Grafická separace kořenů rozkladem na více funkcí  
  *Příklad:*  a hledáme průsečík těchto funkcí.
* Tabelace funkce

## Metoda půlení intervalů

Mějme takové, že . Konstruujme posloupnosti takových, že a současně . Máme-li , vypočteme . Je-li , poté a . Je-li , poté a .

*Věta (konvergence půlení intervalů):* Metoda půlení intervalů je konvergentní a navíc .

Nechť . Víme, že . Tudíž . Dále a . Víme tudíž, že .

## Metoda prostých iterací

Metoda prostých iterací je založena na konstrukci posloupnosti aproximací daných rekurzivním předpisem .

*Definice:* Zobrazení se nazývá **kontraktivní**, platí-li:

*Definice:* Nechť je zobrazení . Bod se nazývá **pevný bod** zobrazení , platí-li .

*Věta (pevný bod):* Nechť je souvislá, omezená a uzavřená množina, zobrazení je kontraktivní v a postupně aproximace leží v , poté:

* platí, že posloupnost konverguje a ;
* je pevným bodem ;

*Věta (postačující podmínka konvergence metody prostých iterací):* Nechť je souvislá, omezená a uzavřená množina, zobrazení je kontraktivní v a postupně aproximace leží v , nechť a , poté platí tvrzení věty o pevném bodě.