**2018暑期集训**

目录

[一、基础数据结构 2](#_Toc519439381)

[二、搜索 3](#_Toc519439382)

[三、动态规划 3](#_Toc519439383)

[背包问题 3](#_Toc519439384)

[0-1背包 3](#_Toc519439385)

[完全背包 4](#_Toc519439386)

[多重背包 5](#_Toc519439387)

[HDU-5863-2016多校10-铜牌 5](#_Toc519439388)

[四、图论 5](#_Toc519439389)

[最短路 5](#_Toc519439390)

[SPFA 5](#_Toc519439391)

[Floyd 8](#_Toc519439392)

[负环判定 9](#_Toc519439393)

[√-POJ-3259-Wormholes 9](#_Toc519439394)

[网络流 11](#_Toc519439395)

[2-SAT 11](#_Toc519439396)

[五、字符串算法-KMP-AC自动机-后缀数组 11](#_Toc519439397)

[KMP 11](#_Toc519439398)

[六、树状数组&线段树 11](#_Toc519439399)

[线段树：区间合并 11](#_Toc519439400)

[√-POJ-3667-Hotel（线段树区间合并模板题） 11](#_Toc519439401)

[离散化&扫描线 15](#_Toc519439402)

[√-HDU-1542-Atlantis（矩形面积并） 15](#_Toc519439403)

[√-HDU-5862-2016多校10-铜牌 16](#_Toc519439404)

[二维线段树 19](#_Toc519439405)

[TLE-POJ-2155-Matrix 19](#_Toc519439406)

[√-HDU-5861-2016多校10-铜牌 19](#_Toc519439407)

[七、组合数学&数论&计算几何 23](#_Toc519439408)

[组合数学 23](#_Toc519439409)

[Polya定理 23](#_Toc519439410)

[计算几何 24](#_Toc519439411)

[点到线段的最短距离——矢量法 25](#_Toc519439412)

[四点共面 27](#_Toc519439413)

[线段相交 28](#_Toc519439414)

[其他题目 29](#_Toc519439415)

[八、匹配&网络流 29](#_Toc519439416)

[二分图匹配 29](#_Toc519439417)

[√-51nod-2006-飞行员配对 30](#_Toc519439418)

[未做-hdu-2063 33](#_Toc519439419)

[九、博弈 33](#_Toc519439420)

[√-51nod-1995-三子棋 33](#_Toc519439421)

[十、杂题 35](#_Toc519439422)

[√-HDU-5857-2016多校10-签到 35](#_Toc519439423)

[√-HDU-5867-2016多校10-签到 35](#_Toc519439424)

[十一、题库（未做未读） 35](#_Toc519439425)

[签到题题库 35](#_Toc519439426)

[51nod（基础题） 35](#_Toc519439427)

[补题题库（签到或专项） 36](#_Toc519439428)

[专项题库 36](#_Toc519439429)

[动态规划 36](#_Toc519439430)

[图论 43](#_Toc519439431)

[线段树 44](#_Toc519439432)

[字符串算法 45](#_Toc519439433)

[计算几何（模板库训练） 45](#_Toc519439434)

[金银牌题库 46](#_Toc519439435)

[十二、暑期集训每日训练安排 46](#_Toc519439436)

[7月 12日 46](#_Toc519439437)

[7月 13日 46](#_Toc519439438)

[7月 14日 47](#_Toc519439439)

[7月 15日 47](#_Toc519439440)

[7月 16日 47](#_Toc519439441)

[十三、浙大模板库 47](#_Toc519439442)

[**1、几何** 49](#_Toc519439443)

[**1.5 浮点函数** 56](#_Toc519439444)

[**2、组合** 79](#_Toc519439445)

[**2.4 置换(polya)** 82](#_Toc519439446)

# 一、基础数据结构

struct cmp{

bool operator()(string &x,string &y){

return x>y;//从小到大排序

}

};

priority\_queue<string,vector<string>,cmp > q;

//这样的q是将存入的string从小到大

# 二、搜索

# 三、动态规划

## 背包问题

<https://blog.csdn.net/yoer77/article/details/70943462>

### 0-1背包

#### √-HDU-2602-Bone Collector

【题意】n个物品，告知n个物品价值、体积，给定背包容量，求解最大存放价值

【题解】0-1背包裸题，题目要求背包不必放满（初始化全0）

【代码】

#include <cstdio>

#include <cstring>

#include <algorithm>

#define MAXN 1010

#define MAXV 1010

using namespace std;

int main()

{

int t,N,V,dp[MAXV],w[MAXN],v[MAXN];

scanf("%d",&t);

while(t--){

scanf("%d%d",&N,&V);

memset(dp,0,sizeof(dp));

for (int i=0;i<N;i++) scanf("%d",&w[i]);

for (int i=0;i<N;i++) scanf("%d",&v[i]);

for (int i=0;i<N;i++){

for (int j=V;j>=0;j--){

if (j<v[i]) continue;

dp[j]=max(dp[j],dp[j-v[i]]+w[i]);

}

}

printf("%d\n",dp[V]);

}

return 0;

}

### 完全背包

#### HDU-1114-Piggy Bank

【题意】给定背包容量，n个物品的体积和价值，要求背包刚好装满的最小价值

【题解】完全背包，修改状态转移方程为min，恰好装满，初始化除容量为0之外为非法

【代码】

#include <bits/stdc++.h>

#define MAXV 10010

using namespace std;

int main(){

int t,dp[MAXV],empty\_v,full\_v,N,V,w,v;

scanf("%d",&t);

while(t--){

scanf("%d%d%d",&empty\_v,&full\_v,&N);

V=full\_v-empty\_v,memset(dp,-1,sizeof(dp)),dp[0]=0;

for (int i=1;i<=N;i++){

scanf("%d%d",&w,&v);

for (int j=0;j<=V;j++){

if(j<v||dp[j-v]<0) continue;

if(dp[j]>=0) dp[j]=min(dp[j],dp[j-v]+w);else dp[j]=dp[j-v]+w;

}

}

if(dp[V]==-1) printf("This is impossible.\n");

else printf("The minimum amount of money in the piggy-bank is %d.\n",dp[V]);

}

return 0;

}

### 多重背包

## HDU-5863-2016多校10-铜牌

# 四、图论

## 最短路

### SPFA

#### √-51nod-1459-迷宫游戏

【题意】给定n个房间，m条路（2个房间之间只有1条路），到达每个房间有一个正的得分，每条路有一个时间消耗，给定起点、终点，求最短的时间和最短时间下的最大得分

【题解】使用SPFA求解最短路，但是这里最短路的定义（也就是在做松弛操作的时候），以时间消耗越短越好为第一判断，分数得分越大越好为第二判断。

【代码】

#include <bits/stdc++.h>

#define MAXROOM 510

#define MAXROAD 610

using namespace std;

int main()

{

int roomnum,roadnum,from,to,score[MAXROOM],cost[MAXROOM][MAXROOM],spath[MAXROOM],mscore[MAXROOM];

memset(cost,-1,sizeof(cost)),memset(mscore,0,sizeof(mscore));

for (int i=0;i<MAXROOM;i++) spath[i]=INT\_MAX;

cin>>roomnum>>roadnum>>from>>to;

for (int i=0;i<roomnum;i++) cin>>score[i];

while(roadnum--){

int x,y,z;

cin>>x>>y>>z;

cost[x][y]=cost[y][x]=z;

}

spath[from]=0,mscore[from]=score[from];

queue<int> q;

bool exist[MAXROOM];

memset(exist,false,sizeof(exist));

while(!q.empty()) q.pop();

q.push(from);

exist[from]=true;

while(!q.empty()){

int nowroom=q.front();

q.pop();

exist[nowroom]=false;

for (int i=0;i<roomnum;i++){

if (cost[nowroom][i]>=0&&((spath[nowroom]+cost[nowroom][i]<spath[i])||((spath[nowroom]+cost[nowroom][i]==spath[i])&&(mscore[nowroom]+score[i]>mscore[i])))){

spath[i]=spath[nowroom]+cost[nowroom][i],mscore[i]=mscore[nowroom]+score[i];

if (!exist[i]) q.push(i),exist[i]=true;

}

}

}

cout<<spath[to]<<" "<<mscore[to]<<endl;

return 0;

}

#### √-UVA-762-We Ship Cheap

【题意】告知若干个点之间连通，求指定起终点之间的最短路径（存在与否、输出路径），连通距离为1

【题解】SPFA模板题（要输出路径，从to逆着找到from，这样可以直接用pre的记录顺着输出），输入没有指定V的个数，但是规定了一定是2个大写字母，所以使用使用哈希思想将其看作是26进制的数表示，直接使用邻接矩阵即可，没有超时

【代码】

#include <bits/stdc++.h>

#define MAXN 26\*26

#define FARDIS 10000

using namespace std;

int string\_2\_num(string s){

return (s[0]-'A')\*26+s[1]-'A';

}

string num\_2\_string(int x){

string s="";

s+='A'+x/26,s+='A'+x%26;

return s;

}

int main()

{

int n,cost[MAXN][MAXN],spath[MAXN],pre[MAXN],from,to;

bool first=true;

while(cin>>n){

memset(cost,-1,sizeof(cost));

for (int i=0;i<MAXN;i++) spath[i]=FARDIS;

while(n--){

string a,b;

cin>>a>>b;

int numa=string\_2\_num(a),numb=string\_2\_num(b);

cost[numa][numb]=cost[numb][numa]=1;

}

string sfrom,sto;

cin>>sfrom>>sto;

from=string\_2\_num(sfrom),to=string\_2\_num(sto);

queue<int> q;

while (!q.empty()) q.pop();

bool exist[MAXN],have\_path=false;

memset(exist,false,sizeof(exist));

exist[to]=true;

q.push(to);

spath[to]=0;

while(!q.empty()){

int now=q.front();

q.pop();

exist[now]=false;

for (int i=0;i<26\*26;i++){

if(cost[now][i]>=0&&(spath[now]+cost[now][i]<spath[i])){

spath[i]=spath[now]+cost[now][i];

pre[i]=now;

if (!exist[i]) q.push(i),exist[i]=true;

if(i==from) have\_path=true;

}

}

}

int numa=from,numb=pre[numa];

if(first) first=false;else cout<<endl;

if (have\_path){

while(true){

string sa=num\_2\_string(numa),sb=num\_2\_string(numb);

cout<<sa<<" "<<sb<<endl;

if(numb==to) break;

numa=numb,numb=pre[numa];

}

}else cout<<"No route"<<endl;

}

return 0;

}

### Floyd

#### √-UVA-567-Risk

【题意】给定20个城市之间的连通情况，就给定起终点间的最短距离（连通距离为1）

【题解】floyd模板题目，设置100为任意两城市之间的不连通距离，1为直接连通距离

【代码】

#include <bits/stdc++.h>

#define FARDIS 100

#define MAXN 30

using namespace std;

int main()

{

int f[MAXN][MAXN],num,casenum=1,qnum;

while(~scanf("%d",&num)){

for (int i=0;i<MAXN;i++){

for (int j=0;j<MAXN;j++) f[i][j]=FARDIS;

f[i][i]=0;

}

for (int i=1;i<=19;i++){

if(i>1) scanf("%d",&num);

for (int j=0;j<num;j++){

int temp;

scanf("%d",&temp);

f[i][temp]=f[temp][i]=1;

}

}

//floyd

for (int k=1;k<=20;k++) for (int i=1;i<=20;i++) for (int j=1;j<=20;j++) f[i][j]=min(f[i][j],f[i][k]+f[k][j]);

scanf("%d",&qnum);

printf("Test Set #%d\n",casenum++);

while(qnum--){

int s,t;

scanf("%d%d",&s,&t);

printf("%2d to %2d: %d\n",s,t,f[s][t]);

}

printf("\n");

}

return 0;

}

## 负环判定

使用SPFA判负环（BFS形式），进入队列超过n次即有负环

### √-POJ-3259-Wormholes

【题意】一张有向图，给定每条边的权值，判断是否有负环

【题解】使用spfa的负环判定，用邻接表可以减少时间复杂度，本题的数据给定的每张图都是连通图 ，故判定时只要将1作为起始点放入即可，不必再将其他点作为起始点放入，因为但凡是进入过队列的点，都可以认为以其起始过了，所以如果给定的数据不是连通图，则要确保每个点至少进入队列一次

【代码】

#include <iostream>

#include <cstdio>

#include <algorithm>

#include <queue>

#include <cstring>

#include <vector>

#define MAXN 510

#define FARDIS 50000

using namespace std;

int main()

{

int F,f[MAXN][MAXN],n,m,w,s,e,t,cnt[MAXN],d[MAXN],in[MAXN];

vector<int> edge[MAXN];

bool exist;

scanf("%d",&F);

while(F--){

scanf("%d%d%d",&n,&m,&w);

for (int i=1;i<=n;i++){

for (int j=1;j<=n;j++) f[i][j]=FARDIS;

f[i][i]=0,edge[i].clear();

}

for (int i=0;i<m;i++){

scanf("%d%d%d",&s,&e,&t);

if(f[s][e]==FARDIS) edge[s].push\_back(e),edge[e].push\_back(s);

f[s][e]=min(f[s][e],t),f[e][s]=min(f[e][s],t);

}

for (int i=0;i<w;i++){

scanf("%d%d%d",&s,&e,&t);

if(f[s][e]==FARDIS) edge[s].push\_back(e);

f[s][e]=min(f[s][e],-t);

}

exist=false;

queue<int> q;

while(!q.empty()) q.pop();

memset(cnt,0,sizeof(cnt)),memset(in,0,sizeof(in));

for(int i=1;i<=n;i++) d[i]=FARDIS;

q.push(1),cnt[1]++,in[1]=true,d[1]=0;

while(!q.empty()){

int now=q.front();

q.pop(),in[now]=false;

for (int i=0;i<(int)edge[now].size();i++){

int to=edge[now][i];

if(d[now]+f[now][to]<d[to]){

d[to]=d[now]+f[now][to];

if(!in[to]){

q.push(to),cnt[to]++;

if(cnt[to]>n){

exist=true;

break;

}

}

}

}

if(exist) break;

}

if(exist) printf("YES\n");else printf("NO\n");

}

return 0;

}

## 网络流

## 2-SAT

# 五、字符串算法-KMP-AC自动机-后缀数组

## KMP

# 六、树状数组&线段树

<https://blog.csdn.net/trapper_c/article/details/51919980>

## 线段树：区间合并

### √-POJ-3667-Hotel（线段树区间合并模板题）

【题意】

n个房间，初始时均为空，2种操作，第1种操作是找到指定的k个 连续空房间，如果找得到的话输出第1个房间号，否则输出0，优先找房间号小的，第2种操作是指定连续的x号到y号房间清空。数据规模n为50000.

【代码】

#include <iostream>

#include <cstdio>

#include <algorithm>

#define MAXN 50010

#define IN 1

#define OUT 2

using namespace std;

struct node{

int l,r,lmax,rmax,totmax,lazytag;

}tree[MAXN<<2];

void build\_tree(int id,int l,int r);

void push\_up(int id);

void push\_down(int id);

void check\_in(int id,int l,int r);

void check\_out(int id,int l,int r);

int query\_first(int id,int d);

void push\_up(int id){

tree[id].lmax=(tree[id<<1].lmax==tree[id<<1].r-tree[id<<1].l+1)?tree[id<<1].lmax+tree[id<<1|1].lmax:tree[id<<1].lmax;

tree[id].rmax=(tree[id<<1|1].rmax==tree[id<<1|1].r-tree[id<<1|1].l+1)?tree[id<<1].rmax+tree[id<<1|1].rmax:tree[id<<1|1].rmax;

tree[id].totmax=max(max(tree[id<<1].totmax,tree[id<<1|1].totmax),tree[id<<1].rmax+tree[id<<1|1].lmax);

return;

}

void push\_down(int id){

if (tree[id].lazytag==IN){

tree[id<<1].lmax=tree[id<<1].rmax=tree[id<<1].totmax=tree[id<<1|1].lmax=tree[id<<1|1].rmax=tree[id<<1|1].totmax=0;

tree[id<<1].lazytag=tree[id<<1|1].lazytag=IN;

}else if (tree[id].lazytag==OUT){

tree[id<<1].lmax=tree[id<<1].rmax=tree[id<<1].totmax=tree[id<<1].r-tree[id<<1].l+1;

tree[id<<1|1].lmax=tree[id<<1|1].rmax=tree[id<<1|1].totmax=tree[id<<1|1].r-tree[id<<1|1].l+1;

tree[id<<1].lazytag=tree[id<<1|1].lazytag=OUT;

}

tree[id].lazytag=0;

return;

}

void build\_tree(int id,int l,int r){

tree[id].l=l,tree[id].r=r,tree[id].lazytag=0;

if (tree[id].l==tree[id].r){

tree[id].lmax=tree[id].rmax=tree[id].totmax=1;

return;

}

int mid=(l+r)/2;

build\_tree(id<<1,l,mid),build\_tree(id<<1|1,mid+1,r);

push\_up(id);

return;

}

int query\_first(int id,int d){

if (tree[id].totmax<d) return 0;

if (tree[id].totmax==d&&tree[id].totmax==tree[id].r-tree[id].l+1){

return tree[id].l;

}

push\_down(id);

if (tree[id<<1].totmax>=d){

return query\_first(id<<1,d);

}else if (tree[id<<1].rmax+tree[id<<1|1].lmax>=d){

return tree[id<<1].r-tree[id<<1].rmax+1;

}else{

return query\_first(id<<1|1,d);

}

return 0;

}

void check\_in(int id,int l,int r){

if (tree[id].l==l&&tree[id].r==r){

tree[id].lmax=tree[id].rmax=tree[id].totmax=0;

tree[id].lazytag=IN;

return;

}

push\_down(id);

int leftr=tree[id<<1].r,rightl=tree[id<<1|1].l;

if (r<=leftr){

check\_in(id<<1,l,r);

}else if (l>=rightl){

check\_in(id<<1|1,l,r);

}else{

check\_in(id<<1,l,leftr),check\_in(id<<1|1,rightl,r);

}

push\_up(id);

return;

}

void check\_out(int id,int l,int r){

if (tree[id].l==l&&tree[id].r==r){

tree[id].lmax=tree[id].rmax=tree[id].totmax=tree[id].r-tree[id].l+1;

tree[id].lazytag=OUT;

return;

}

push\_down(id);

int leftr=tree[id<<1].r,rightl=tree[id<<1|1].l;

if (r<=leftr){

check\_out(id<<1,l,r);

}else if (l>=rightl){

check\_out(id<<1|1,l,r);

}else{

check\_out(id<<1,l,leftr),check\_out(id<<1|1,rightl,r);

}

push\_up(id);

return;

}

int main()

{

int n,m;

scanf("%d%d",&n,&m);

build\_tree(1,1,n);

while (m--){

int op;

scanf("%d",&op);

switch(op)

{

case 1:

{

int d;

scanf("%d",&d);

int ans=query\_first(1,d);

printf("%d\n",ans);

if (ans>0) check\_in(1,ans,ans+d-1);

break;

}

case 2:

{

int x,d;

scanf("%d%d",&x,&d);

check\_out(1,x,x+d-1);

break;

}

}

}

return 0;

}

## 离散化&扫描线

### √-HDU-1542-Atlantis（矩形面积并）

【题意】

给定n个矩形（题目给出每个矩形的左下和右上点坐标，浮点数，坐标范围0-100000，最多100个），求面积并

【题解】

选定横坐标离散化（这样最多100\*2个），自下而上扫描，碰到下面的边就把离散化后的相应区间+1，碰到上面的边就-1，从0到1时当前横坐标和增加该离散化区间的原始长度，从1到0则是减少。

【代码】

#include <cstdio>

#include <algorithm>

#include <cstring>

#define MAXN 110

using namespace std;

struct node{

int id,fs,ft;

double x,y;

}dot[MAXN<<2];

typedef struct node node;

bool cmp\_x(node x,node y){return x.x<y.x;}

bool cmp\_y(node x,node y){return x.y<y.y;}

bool cmp\_id(node x,node y){return x.id<y.id;}

int main()

{

int n,testcase=1,cnt[MAXN<<2];

double ans,totx,lasty,f[MAXN<<2];

while (~scanf("%d",&n)&&n){

for (int i=1;i<=n;i++){

dot[2\*i-1].id=2\*i-1,dot[2\*i].id=2\*i;

scanf("%lf%lf%lf%lf",&dot[2\*i-1].x,&dot[2\*i-1].y,&dot[2\*i].x,&dot[2\*i].y);

}

sort(dot+1,dot+2\*n+1,cmp\_x);

for (int i=1;i<=2\*n;i++){

if (dot[i].id%2==1) dot[i].fs=i; else dot[i].ft=i;

if(i<2\*n) f[i]=dot[i+1].x-dot[i].x;

}

sort(dot+1,dot+2\*n+1,cmp\_id);

for (int i=1;i<=2\*n;i++){

if (dot[i].id%2==1) dot[i].ft=dot[i+1].ft;else dot[i].fs=dot[i-1].fs;

}

sort(dot+1,dot+2\*n+1,cmp\_y);

ans=totx=lasty=0;

memset(cnt,0,sizeof(cnt));

for (int i=1;i<=2\*n;i++){

ans+=totx\*(dot[i].y-lasty);

lasty=dot[i].y;

for (int j=dot[i].fs;j<dot[i].ft;j++){

if (dot[i].id%2==0){

cnt[j]--;

if (cnt[j]==0) totx-=f[j];

}else{

cnt[j]++;

if (cnt[j]==1) totx+=f[j];

}

}

}

printf("Test case #%d\nTotal explored area: %.2lf\n\n",testcase++,ans);

}

return 0;

}

### √-HDU-5862-2016多校10-铜牌

【题意】给定n个与坐标轴平行的线段（以端点坐标给出），求解交点个数，n的规模为10^5，坐标的原始规模为-10^9-10^9

【题解】首先离散化，使得坐标规模缩小到10^5，接着使用扫描线，一开始用了错误的算法，本想以up\_num[y]表示在y以上的那些以竖线上端点在y以上的个数，down\_num[y]表示竖线下端点在y以下的个数，这样2者相加就是完全在上+2\*相交+完全在下，再减去整体的数量，就可以得到相交到的数量，但是这里由于是线段，所以要求的上述数量都是在一个范围的，总体数量还可以用线段树在nlogn级别解决，但是在上和在下就涉及到二维线段树，时间复杂度无法降低。

正确算法是采用扫描线，自上而下扫描，对于同一纵坐标，先处理竖直线上端点，单点更新线段树+1，再处理水平线，区间查询增加ans值，再处理竖直线下端点，单点更新-1。

另外这里线段树可以不用建树，只需维护cnt即可，可以节省一些时间和空间的复杂度。

要注意最后的ans是会爆int的，水平线和竖直线各n/2完全相交的情况可以达到n^2/4。

HDU上提交的时候选用C++编译器会TLE，选用G++编译器可AC

【代码】

#include <cstdio>

#include <algorithm>

#include <iostream>

#include <cstring>

#define MAXN 100010

#define ll long long//会爆int,可能的最大值是n^2/4

#define VERTICAL\_UP 1

#define HORIZONTAL 2

#define VERTICAL\_DOWN 3

using namespace std;

/\*

vertex从1开始标号，奇数代表左（上）端点，偶数是右（下）端点

按照id排序的话,1..2\*hori\_num都是水平线的端点,2\*hori\_num+1..2\*n都是竖直线的端点,n-hori\_num=verti\_num

\*/

struct node{

int id,x,y,type;

}vertex[MAXN<<2];

bool cmp\_id(node x,node y){return x.id<y.id;}

bool cmp\_x(node x,node y){return x.x<y.x;}

bool cmp\_y(node x,node y){return x.y<y.y;}

bool cmp(node x,node y){

if (x.y==y.y){

if(x.type==y.type) return x.id<y.id;

return x.type<y.type;

}

return x.y>y.y;

}

int cnt[MAXN<<4];

void update(int id,int l,int r,int num,int flag){

if(l==r&&l==num){cnt[id]+=flag;return;}

int mid=(l+r)>>1;

if(num<=mid) update(id<<1,l,mid,num,flag);else update(id<<1|1,mid+1,r,num,flag);

cnt[id]=cnt[id<<1]+cnt[id<<1|1];

return;

}

int query(int id,int l,int r,int ql,int qr){

if(l==ql&&r==qr) return cnt[id];

int mid=(l+r)>>1;

if(qr<=mid) return query(id<<1,l,mid,ql,qr);

else if (ql>=mid+1)return query(id<<1|1,mid+1,r,ql,qr);

else return query(id<<1,l,mid,ql,mid)+query(id<<1|1,mid+1,r,mid+1,qr);

}

int main()

{

int t;

scanf("%d",&t);

while(t--){

int n,verti\_num=0,hori\_num=0;

scanf("%d",&n);

for (int i=1;i<=n;i++){

int x1,y1,x2,y2;

scanf("%d%d%d%d",&x1,&y1,&x2,&y2);

if(x1==x2){//竖直线从后往前存

if(y1<y2) swap(y1,y2);//确保奇数点是上端点

verti\_num++;

vertex[2\*(n-verti\_num+1)-1].type=VERTICAL\_UP,vertex[2\*(n-verti\_num+1)].type=VERTICAL\_DOWN;

vertex[2\*(n-verti\_num+1)-1].id=2\*(n-verti\_num+1)-1,vertex[2\*(n-verti\_num+1)].id=2\*(n-verti\_num+1);

vertex[2\*(n-verti\_num+1)-1].x=x1,vertex[2\*(n-verti\_num+1)-1].y=y1;

vertex[2\*(n-verti\_num+1)].x=x2,vertex[2\*(n-verti\_num+1)].y=y2;

}else if(y1==y2){//水平线从前往后存

if(x1>x2) swap(x1,x2);//确保奇数点是左端点

hori\_num++;

vertex[2\*hori\_num-1].type=vertex[2\*hori\_num].type=HORIZONTAL;

vertex[2\*hori\_num-1].id=2\*hori\_num-1,vertex[2\*hori\_num].id=2\*hori\_num;

vertex[2\*hori\_num-1].x=x1,vertex[2\*hori\_num-1].y=y1;

vertex[2\*hori\_num].x=x2,vertex[2\*hori\_num].y=y2;

}

}

//离散化,x坐标和y坐标分别离散化,注意sort的数组下标范围,排序0..n-1时下标为+0,+n,排序1..n时下标为+1,+n+1

sort(vertex+1,vertex+2\*n+1,cmp\_x);

int last\_x=vertex[1].x,cnt\_x=1;

for (int i=1;i<=2\*n;i++){

if(vertex[i].x==last\_x) vertex[i].x=cnt\_x; else last\_x=vertex[i].x,vertex[i].x=++cnt\_x;

}

sort(vertex+1,vertex+2\*n+1,cmp\_y);

int last\_y=vertex[1].y,cnt\_y=1;

for (int i=1;i<=2\*n;i++){

if(vertex[i].y==last\_y) vertex[i].y=cnt\_y;else last\_y=vertex[i].y,vertex[i].y=++cnt\_y;

}

sort(vertex+1,vertex+2\*n+1,cmp\_id);

//开始建树，用于查询一段x区间上竖直线的个数

memset(cnt,0,sizeof(cnt));

//正确算法为自上而下扫描，遇到竖直线的上端点则update+1,有水平线则查询,有竖直线下端点则update-1，顺序不能错

ll ans=0;

sort(vertex+1,vertex+2\*n+1,cmp);

int nowk=1;

while(nowk<=2\*n){

if(vertex[nowk].type==VERTICAL\_UP) update(1,1,cnt\_x,vertex[nowk++].x,1);

else if (vertex[nowk].type==VERTICAL\_DOWN) update(1,1,cnt\_x,vertex[nowk++].x,-1);

else if (vertex[nowk].type==HORIZONTAL){

ans+=query(1,1,cnt\_x,vertex[nowk].x,vertex[nowk+1].x),nowk+=2;

}

}

cout<<ans<<endl;

}

return 0;

}

## 二维线段树

### TLE-POJ-2155-Matrix

【题意】

【题解】

<https://blog.csdn.net/u013761036/article/details/46363605>

## √-HDU-5861-2016多校10-铜牌

【题干】

一条直线上n个村庄，n-1个道路，每个道路有一个每天开放的费用。开始的时候所有道路关闭，现在已知m天的通行计划，每天 给出a和b，要求a到b之间的道路开放，每个道路只能开放和关闭一次，要求总费用最小。

样例输入为4个村庄，3天计划，道路费用1,2,3，接下来3天计划

**Sample Input**

4 3

1 2 3

1 3

3 4

2 4

**Sample Output**

3

5

5

【题解】

200000的数据规模，想知道一个道路最早被使用的时间和最晚被使用的时间（如果被使用到的话），那么道路在此之前和之后都是关闭的，这样是最小的费用，假设我们知道了每个道路的最早和最晚使用时间，那么扫一遍时间，每天加上开放的，减去关闭的，这样输出费用复杂度为O（3\*m）（每个道路最多出现2次）；它每次给出信息对一段区间进行操作，使用线段树，维护每个从开始到结束时每个节点得到的最大值和最小值（注意这里的最大值最小值不是区间的最大值和最小值，而是整个历史记录的最大值和最小值）

【代码】

#include <cstdio>

#include <vector>

#include <algorithm>

#define MAXN 200010

using namespace std;

struct node{

int left,right,maxnum,minnum;

bool used,lazy;

}tree[MAXN<<2];

vector<int> open[MAXN],close[MAXN];

void build\_tree(int id,int l,int r){

tree[id].left=l,tree[id].right=r,tree[id].used=tree[id].lazy=false;

if (tree[id].left==tree[id].right){

return;

}

int mid=(l+r)/2;

build\_tree(id<<1,l,mid),build\_tree(id<<1|1,mid+1,r);

return;

}

void update(int id,int l,int r,int t){

if (tree[id].left==l&&tree[id].right==r){

if (tree[id].used){

tree[id].maxnum=max(tree[id].maxnum,t),tree[id].minnum=min(tree[id].minnum,t);

}else{

tree[id].used=true,tree[id].maxnum=tree[id].minnum=t;

}

tree[id].lazy=true;

return;

}

if (tree[id].lazy){

update(id<<1,tree[id<<1].left,tree[id<<1].right,tree[id].maxnum);

update(id<<1,tree[id<<1].left,tree[id<<1].right,tree[id].minnum);

update(id<<1|1,tree[id<<1|1].left,tree[id<<1|1].right,tree[id].maxnum);

update(id<<1|1,tree[id<<1|1].left,tree[id<<1|1].right,tree[id].minnum);

tree[id].lazy=false;

}

int leftr=tree[id<<1].right,rightl=tree[id<<1|1].left;

if (r<=leftr){

update(id<<1,l,r,t);

}else if (l>=rightl){

update(id<<1|1,l,r,t);

}else{

update(id<<1,l,leftr,t),update(id<<1|1,rightl,r,t);

}

return;

}

void query(int id,int l,int r,int &minnum,int &maxnum,bool &used){

if (tree[id].left==l&&tree[id].right==r){

maxnum=tree[id].maxnum,minnum=tree[id].minnum,used=tree[id].used;

return;

}

if (tree[id].lazy){

update(id<<1,tree[id<<1].left,tree[id<<1].right,tree[id].maxnum);

update(id<<1,tree[id<<1].left,tree[id<<1].right,tree[id].minnum);

update(id<<1|1,tree[id<<1|1].left,tree[id<<1|1].right,tree[id].maxnum);

update(id<<1|1,tree[id<<1|1].left,tree[id<<1|1].right,tree[id].minnum);

tree[id].lazy=false;

}

int leftr=tree[id<<1].right,rightl=tree[id<<1|1].left;

if (r<=leftr){

query(id<<1,l,r,minnum,maxnum,used);

}else if (l>=rightl){

query(id<<1|1,l,r,minnum,maxnum,used);

}else{

query(id<<1,l,leftr,minnum,maxnum,used),query(id<<1|1,rightl,r,minnum,maxnum,used);

}

return;

}

int main()

{

int n,m,w[MAXN];

while (~scanf("%d%d",&n,&m)){

build\_tree(1,1,n-1);

for (int i=1;i<=n-1;i++) scanf("%d",&w[i]);

for (int t=0;t<m;t++){

int a,b;

scanf("%d%d",&a,&b);

if (a>b) swap(a,b);

update(1,a,b-1,t);

}

for (int i=0;i<m;i++){

open[i].clear(),close[i].clear();

}

for (int i=1;i<=n-1;i++){

int minnum,maxnum;

bool used;

query(1,i,i,minnum,maxnum,used);

if (used) open[minnum].push\_back(i),close[maxnum+1].push\_back(i);

}

int money=0;

for (int i=0;i<m;i++){

for (int j=0;j<(int)open[i].size();j++) money+=w[open[i][j]];

for (int j=0;j<(int)close[i].size();j++) money-=w[close[i][j]];

printf("%d\n",money);

}

}

return 0;

}

# 七、组合数学&数论&计算几何

## 组合数学

### Polya定理

<https://www.bilibili.com/video/av6357073?from=search&seid=4827637457650479048>

#### 原理不会-HDU-3923-Invoker

【题意】n种元素（可以同一种元素拿多个）放m个位置，经过旋转和翻转重合的算一种，统计总的个数

【题解】应用（Burnsid引理）Polya定理，目前还不会

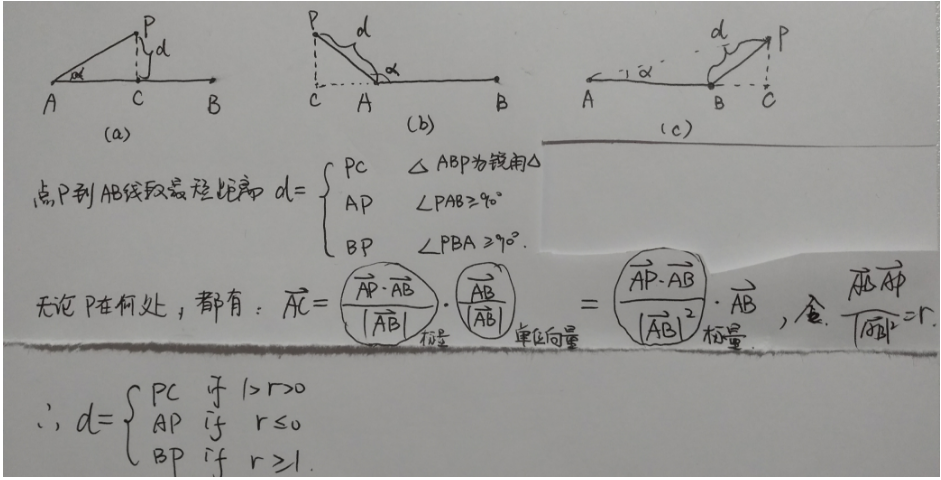
【参考AC代码】

1. #include <cstdio>
3. #define LL \_\_int64
4. const LL mm=1000000007;
5. LL mod, pow[10005];
6. int n, m;
8. LL gcd(LL a, LL b)
9. {
10. return b==0 ? a : gcd(b,a%b);
11. }
13. LL rotat() *//旋转时的不动点*
14. {
15. LL ans = 0;
16. for (int i=0; i<m; ++i)
17. ans = (ans+pow[gcd(i,m)]) % mod;
18. return ans;
19. }
21. LL overturn() *//翻转时的不动点，分奇偶讨论*
22. {
23. LL ans = 0;
24. if(m & 1)
25. ans = (ans+m\*pow[(m+1)/2]) % mod;
26. else
27. ans = (ans+m/2\*(pow[m/2+1]+pow[m/2])) % mod;
28. return ans;
29. }
31. int main ()
32. {
33. int cas, t=0;
34. scanf("%d", &cas);
35. while(cas--)
36. {
37. LL ans = 0;
38. scanf("%d%d", &n, &m);
39. mod = 2\*m\*mm;
40. pow[0] = 1;
41. for(int i=1; i<=m; ++i)
42. pow[i] = (pow[i-1]\*n) % mod;
43. ans += rotat();
44. ans = (ans + overturn()) % mod;
45. printf("Case #%d: %I64d\n", ++t, (ans/2/m)%mm);
46. }
47. return 0;
48. }

## 计算几何

<http://dev.gameres.com/Program/Abstract/Geometry.htm#>

### 点到线段的最短距离——矢量法



const double eps=1e-6;

int fcmp(double x){

if (fabs(x)<=eps) return 0;

return x<0?-1:1;

}

double PointToSegDist(double px, double py, double xa, double ya, double xb, double yb){

double AP\_AB=(px-xa)\*(xb-xa)+(py-ya)\*(yb-ya);

double AB\_AB=(xb-xa)\*(xb-xa)+(yb-ya)\*(yb-ya);

double AB=sqrt(AB\_AB);

double k=AP\_AB/AB\_AB;

double AP\_AP=(px-xa)\*(px-xa)+(py-ya)\*(py-ya);

double AP=sqrt(AP\_AP);

double BP\_BP=(px-xb)\*(px-xb)+(py-yb)\*(py-yb);

double BP=sqrt(BP\_BP);

if (fcmp(k)<0){

return AP;

}else if (fcmp(k-1)<=0){

double d=sqrt(AP\_AP-(AP\_AB/AB)\*(AP\_AB/AB));

return d;

}else{

return BP;

}

}

#### √-51nod-1298-圆与三角形

【题干】

给出圆的圆心和半径，以及三角形的三个顶点，问圆同三角形是否相交。相交输出"Yes"，否则输出"No"。（三角形的面积大于0）。

【题解】

圆与三角形是否相交转换为圆与三角形的每一条边是否相交，圆与一条线段相交的条件是圆心到线段的距离小于等于半径且线段的端点至少有一个在圆外（含边）

【代码】

#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

const double eps=1e-6;

int fcmp(double x){

if (fabs(x)<=eps) return 0;

return x<0?-1:1;

}

double PointToSegDist(double px, double py, double xa, double ya, double xb, double yb){

double AP\_AB=(px-xa)\*(xb-xa)+(py-ya)\*(yb-ya);

double AB\_AB=(xb-xa)\*(xb-xa)+(yb-ya)\*(yb-ya);

double AB=sqrt(AB\_AB);

double k=AP\_AB/AB\_AB;

double AP\_AP=(px-xa)\*(px-xa)+(py-ya)\*(py-ya);

double AP=sqrt(AP\_AP);

double BP\_BP=(px-xb)\*(px-xb)+(py-yb)\*(py-yb);

double BP=sqrt(BP\_BP);

if (fcmp(k)<0){

return AP;

}else if (fcmp(k-1)<=0){

double d=sqrt(AP\_AP-(AP\_AB/AB)\*(AP\_AB/AB));

return d;

}else{

return BP;

}

}

bool in\_circle(double cx,double cy,double cr,double x,double y){

return fcmp((cx-x)\*(cx-x)+(cy-y)\*(cy-y)-cr\*cr)<=0;

}

bool is\_intersect(double cx,double cy,double cr,double x1,double y1,double x2,double y2){

return fcmp(PointToSegDist(cx,cy,x1,y1,x2,y2)-cr)<=0&&(!in\_circle(cx,cy,cr,x1,y1)||!in\_circle(cx,cy,cr,x2,y2));

}

int main()

{

int t;

cin>>t;

while (t--){

bool ans=false;

int cx,cy,cr,x[3],y[3];

cin>>cx>>cy>>cr;

for (int i=0;i<3;i++) cin>>x[i]>>y[i];

for (int i=0;i<2;i++){

for (int j=i+1;j<3;j++){

if (is\_intersect(cx,cy,cr,x[i],y[i],x[j],y[j])){

ans=true;

break;

}

}

if (ans) break;

}

if (ans) cout<<"Yes"<<endl;else cout<<"No"<<endl;

}

return 0;

}

### 四点共面

#### √-51nod-1265-四点共面

【题意】输入4个点判断是否在同一平面

【题解】使用如下公式进行判断



【代码】

#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

const double eps=1e-6;

int fcmp(double x){

if (fabs(x)<eps) return 0;

return x<0?-1:1;

}

double matrix(double x11,double x12,double x13,double x21,double x22,double x23,double x31,double x32,double x33){

return x11\*x22\*x33+x21\*x32\*x13+x31\*x12\*x23-x31\*x22\*x13-x11\*x32\*x23-x21\*x12\*x33;

}

int main()

{

int t;

cin>>t;

while (t--){

double x[4],y[4],z[4];

for (int i=0;i<4;i++) cin>>x[i]>>y[i]>>z[i];

double s=-matrix(x[1],y[1],z[1],x[2],y[2],z[2],x[3],y[3],z[3])

+matrix(x[0],y[0],z[0],x[2],y[2],z[2],x[3],y[3],z[3])

-matrix(x[0],y[0],z[0],x[1],y[1],z[1],x[3],y[3],z[3])

+matrix(x[0],y[0],z[0],x[1],y[1],z[1],x[2],y[2],z[2]);

if (fcmp(s)==0) cout<<"Yes"<<endl;else cout<<"No"<<endl;

}

return 0;

}

### 线段相交

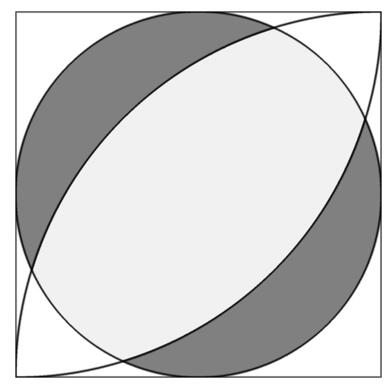
#### √（模板）-51nod-1264

【题意】输入2个线段的4个端点，判断是否相交

【题解】直接使用浙大计算几何模板（1.5浮点数），注意该模板使用时不能加using namespace std;

### 其他题目

#### √-HDU-5858-2016多校10-签到

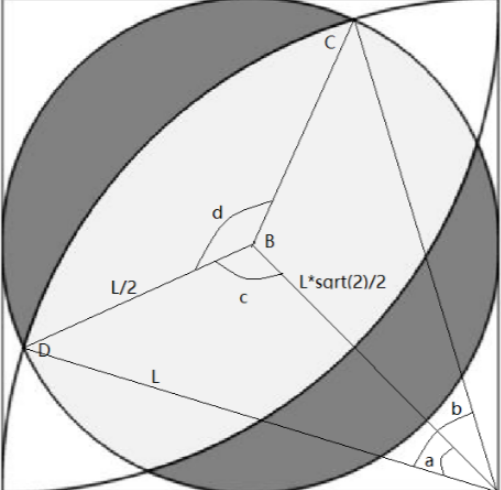


【题意】求阴影部分面积

【公式】



需要使用余弦定理与三角形面积公式



# 八、匹配&网络流

## 二分图匹配

**定理**

无向图G=<V,E>为二分图的充要条件是G的所有回路的长度均为偶数。

**最大匹配**

在G的一个子图M中，M的边集中的任意两条边都不依附于同一个顶点，则称M是一个匹配。选择这样的边数最大的子集称为图的最大匹配问题,最大匹配的边数称为最大匹配数.如果一个匹配中，图中的每个顶点都和图中某条边相关联，则称此匹配为完全匹配，也称作完备匹配。如果在左右两边加上源汇点后，图G等价于一个网络流，最大匹配问题可以转为最大流的问题。解决此问的[匈牙利](http://blog.sina.com.cn/s/blog_60707c0f0100o976.html)[算法](http://lib.csdn.net/base/31)的本质就是寻找最大流的增广路径。

**最优匹配**

最优匹配又称为带权最大匹配，是指在带有权值边的二分图中，求一个匹配使得匹配边上的权值和最大。一般X和Y集合顶点个数相同，最优匹配也是一个完备匹配，即每个顶点都被匹配。如果个数不相等，可以通过补点加0边实现转化。一般使用[KM算法](http://blog.sina.com.cn/s/blog_60707c0f01010633.html)解决该问题。

**最小覆盖**

二分图的最小覆盖分为最小顶点覆盖和最小路径覆盖：

**最小顶点覆盖**是指最少的顶点数使得二分图G中的每条边都至少与其中一个点相关联，二分图的最小顶点覆盖数=二分图的最大匹配数；

**最小路径覆盖**也称为最小边覆盖，是指用尽量少的不相交简单路径覆盖二分图中的所有顶点。二分图的最小路径覆盖数=|V|-二分图的最大匹配数；

**最大独立集**

最大独立集是指寻找一个点集，使得其中任意两点在图中无对应边。对于一般图来说，最大独立集是一个NP完全问题，对于二分图来说最大独立集=|V|-二分图的最大匹配数。

**匈牙利算法**

初始时最大匹配为空  
while 找得到增广路径 do 把增广路径加入到最大匹配中去

**增广路径**

(1)有奇数条边。  
(2)起点在二分图的左半边，终点在右半边。  
(3)路径上的点一定是一个在左半边，一个在右半边，交替出现。

(4)整条路径上没有重复的点。  
(5)起点和终点都是目前还没有配对的点，而其它所有点都是已经配好对的。

(6)路径上的所有第奇数条边都不在原匹配中，所有第偶数条边都出现在原匹配中。

(7)把增广路径上的所有第奇数条边加入到原匹配中去，并把增广路径中的所有第偶数条边从原匹配中删除（这个操作称为增广路径的**取反**），则新的匹配数就比原匹配数增加了1个。**定理**

如果从一个点A出发，没有找到增广路径，那么无论再从别的点出发找到多少增广路径来改变现在的匹配，从A出发都永远找不到增广路径。

**应用定理描述匈牙利算法**

初始时最大匹配为空  
for 二分图左半边的每个点i  
    do 从点i出发寻找增广路径。如果找到，则把它取反（即增加了总了匹配数）

### √-51nod-2006-飞行员配对

**Input**

第1行有2个正整数 m 和 n。n 是皇家空军的飞行 员总数(n<100);m 是外籍飞行员数。外籍飞行员编号为 1~m;英国飞行员编号为 m+1~n。接下来每行有 2 个正整数 i 和 j，表示外籍飞行员 i 可以和英国飞行员 j 配合。输入最后以 2 个-1 结束。

**Output**

第 1 行是最佳飞行 员配对方案一次能派出的最多的飞机数 M。如果所求的最佳飞行员配对方案不存在，则输出‘No Solution!’。

**Input示例**

5 10

1 7

1 8

2 6

2 9

2 10

3 7

3 8

4 7

4 8

5 10

-1 -1

**Output示例**

4

【题解】

#include <cstdio>

#include <cstring>

#include <vector>

#include <algorithm>

#define MAXN 110

using namespace std;

int rednum,bluenum,tot,choose[MAXN],ans=0;

vector<int> match[MAXN];

bool exist[MAXN];

bool dfs(int x){

exist[x]=true;

if (x<=rednum){

for (int i=0;i<(int)match[x].size();i++){

if (match[x][i]>rednum&&!exist[match[x][i]]&&dfs(match[x][i])){

ans++;

choose[x]=match[x][i];

choose[match[x][i]]=x;

exist[x]=false;

return true;

}

}

}else{

if (choose[x]==-1){

exist[x]=false;

return true;//找到增广路径

}else{

if (!exist[choose[x]]&&dfs(choose[x])){//蓝到红取反消除

ans--;

//choose[choose[x]]=-1;

//choose[x]=-1;

exist[x]=false;

return true;

}

}

}

exist[x]=false;

return false;

}

int main()

{

memset(match,false,sizeof(match));

memset(choose,-1,sizeof(choose));

for (int i=1;i<=tot;i++){

match[i].clear();

}

scanf("%d%d",&rednum,&tot);

bluenum=tot-rednum;

int tempx,tempy;

while (scanf("%d%d",&tempx,&tempy)&&!(tempx==-1&&tempy==-1)){

match[tempx].push\_back(tempy);

match[tempy].push\_back(tempx);

}

for (int i=1;i<=rednum;i++){

memset(exist,false,sizeof(exist));

if (choose[i]==-1) dfs(i);

if (ans==min(rednum,bluenum)) break;

//printf("%d:%d\n",i,ans);

//while(dfs(i));

}

if (ans==0) printf("No Solution!\n");else printf("%d\n",ans);

return 0;

}

### 未做-hdu-2063

# 九、博弈

## √-51nod-1995-三子棋

【题干】

**Input**

第一行输入一个整数T，表示数据组数（1<T<10000）；

第二行输入两个整数x,y,表示3×4格子里面的一个坐标(x,y)（1<=x<=3,1<=y<=4）；

**Output**

每组数据输出最后小明输赢的结果，如果小明一定能赢，第一行输出“Win”,第二行输出小明所需要花的最少步数；如果小明跟小花只能打成平手，第一行输出“Equal”，第二行输出数字0；如果小明不能赢也不能跟小花打成平手，第一行输出“Lose”,第二行输出小花赢小明所需要花的最少步数。

**Input示例**

2

2 1

2 4

**Output示例**

Equal

0

Equal

0

【思路】

将3\*4的棋盘分成4种类型的位置（对称）

第1种 （1,1）（1,4）（3,1）（3,4）枚举后手的第1个位置，都有必赢策略，其中最多需要6步

第2种 （1,2）（1,3）（3,2）（3,3）枚举后手的第1个位置，都有必赢策略，其中最多需要4步

第3种 （2,2）（2，3）枚举后手的第1个位置，都有必赢策略，其中最多需要4步

第4种 （2,1）（2，4）根据题目样例，平局

【AC代码】

#include <iostream>

using namespace std;

int main()

{

const int type[3][4]={{1,2,2,1},{4,3,3,4},{1,2,2,1}};

int t;

cin>>t;

while (t--){

int x,y;

cin>>x>>y;

x--,y--;

switch(type[x][y]){

case 1:

{

cout<<"Win"<<endl<<"6"<<endl;

break;

}

case 4:

{

cout<<"Equal"<<endl<<"0"<<endl;

break;

}

case 2:case 3:

{

cout<<"Win"<<endl<<"4"<<endl;

break;

}

}

}

return 0;

}

# 十、杂题

## √-HDU-5857-2016多校10-签到

## √-HDU-5867-2016多校10-签到

# 十一、题库（未做未读）

<https://blog.csdn.net/liuqiyao_01/article/details/9079611>

**ACM题集以及各种总结大全**

[**https://blog.csdn.net/lingzidong/article/details/78472208**](https://blog.csdn.net/lingzidong/article/details/78472208)

**2013-2017 ACM/ICPC 区域赛&final 水题和铜牌题**

## 签到题题库

### 51nod（基础题）

1995-√

2006-√

1459-√

1384-√

1298-√

1265-√

1264-√（计算几何模板）

1256

1240

1242

1212

1185

1183

1181

1079

1174

1137

1136

1135

1134

未完，共44题，上述快要做完时再补充展开，基础级完成后进入1级

## 补题题库（签到或专项）

**ACM作业20180613-数学专题**

**ACM作业20180509-图论专题**

FZU-1851-ACM作业20180613-签到/铜

HDU-2204-ACM作业20180613-签到/铜

HDU-1796-ACM作业20180613-签到/铜

HDU-1685-ACM作业20180613-签到/铜

UVA-1025-ACM作业20180606-签到/铜

UVA-437-ACM作业20180606-签到/铜

UVA-11584-ACM作业20180606-签到/铜

UVA-1256-ACM作业20180606-签到/铜

UVA-10003-ACM作业20180606-签到/铜

UVA-11400-ACM作业20180606-签到/铜

HDU-1502-ACM作业20180606-签到/铜

HDU-1599-ACM作业20180516-签到/铜

HDU-3790-ACM作业20180509-签到/铜

HDU-1224-ACM作业20180509-签到/铜

HDU-1429- ACM作业2018404-签到/铜

HDU-1598- ACM作业2018404-签到/铜

HDU-2612- ACM作业20180328-签到/铜

## 专项题库

### 动态规划

背包-进阶

（<https://blog.csdn.net/eagle_or_snail/article/details/50987044>）

一、简单基础dp

这类dp主要是一些状态比较容易表示，转移方程比较好想，问题比较基本常见的。主要包括递推、背包、LIS（最长递增序列），LCS（最长公共子序列），下面针对这几种类型，推荐一下比较好的学习资料和题目。

1、递推：

递推一般形式比较单一，从前往后，分类枚举就行。

简单:

√-[hdu 2084 数塔](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2084) 简单从上往下递推

√-[hdu 2018 母牛的故事](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2018) 简单递推计数

√-[hdu 2044 一只小蜜蜂...](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2044) 简单递推计数（Fibonacci）

√-[hdu 2041 超级楼梯](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2041) Fibonacci

放入题库-[hdu 2050 折线分割平面](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2050) 找递推公式

推荐：

放入题库-[CF 429B B.Working out](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/25691925) 四个角递推

[zoj 3747 Attack on Titans](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/24841249) 带限制条件的计数递推dp

[uva 10328 Coin Toss](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/24844911) 同上题

[hdu 4747 Mex](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/11856847)

[hdu 4489 The King's Ups and Downs](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/9918313)

[hdu 4054 Number String](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/10858813)

2、背包

经典的背包九讲：<http://love-oriented.com/pack/>

推荐博客：<http://blog.csdn.net/woshi250hua/article/details/7636866>

主要有0-1背包、完全背包、分组背包、多重背包。

简单：

[hdu 2955 Robberies](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2955) 01背包

[hdu 1864 最大报销额](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=1864) 01背包

[hdu 2602 Bone Collector](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2602) 01背包

[hdu 2844 Coins](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2844) 多重背包

[hdu 2159 FATE](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2159) 完全背包

推荐：

[woj 1537 A Stone-I](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/22728273)  转化成背包

[woj 1538 B Stone-II](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/22728273) 转化成背包

[poj 1170 Shopping Offers](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/12200343) 状压+背包

[zoj 3769 Diablo III](http://acm.zju.edu.cn/onlinejudge/showProblem.do?problemCode=3769) 带限制条件的背包

[zoj 3638 Fruit Ninja](http://acm.zju.edu.cn/onlinejudge/showProblem.do?problemCode=3638)背包的转化成组合数学

[hdu 3092 Least common multiple](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/11518329) 转化成完全背包问题

[poj 1015 Jury Compromise](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/25426159) 扩大区间+输出路径

3、LIS

最长递增子序列，朴素的是o(n^2)算法，二分下可以写成o(nlgn)：维护一个当前最优的递增序列——找到恰好大于它更新

简单：

[hdu 1003 Max Sum](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=1003)

[hdu 1087 Super Jumping!](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=1087)

推荐：

[uva 10635 Prince and Princess](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/18372521) LCS转化成LIS

[hdu 4352 XHXJ's LIS](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/11821361)　数位dp+LIS思想

[srm div2 1000](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/12113809) 状态压缩+LIS

[poj 1239 Increasing Sequence](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/12208725) 两次dp

4、LCS

最长公共子序列，通常o(n^2)的算法

[hdu 1503 Advanced Fruits](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=1503)

[hdu 1159 Common Subsequence](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=1159)

[uva 111 History Grading](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/8554454) 要先排个序

[poj 1080 Human Gene Functions](http://poj.org/problem?id=1080)

二、区间dp

推荐博客：<http://blog.csdn.net/woshi250hua/article/details/7969225>

区间dp,一般是枚举区间，把区间分成左右两部分，然后求出左右区间再合并。

[poj 1141 Brackets Sequence](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/10169643) 括号匹配并输出方案

[hdu 4745 Two Rabbits](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/11852367) 转化成求回文串

[zoj 3541 The Last Puzzle](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/10977751) 贪心+区间dp

[poj 2955 Brackets](http://poj.org/problem?id=2955)

[hdu 4283 You Are the One](http://blog.csdn.net/woshi250hua/article/details/7973824)  常见写法

[hdu 2476 String Printer](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2476)

[zoj 3537 Cake](http://acm.zju.edu.cn/onlinejudge/showProblem.do?problemCode=3537)

[CF 149D Coloring Brackets](http://codeforces.com/problemset/problem/149/D)

[zoj 3469 Food Delivery](http://acm.zju.edu.cn/onlinejudge/showProblem.do?problemCode=3469)

三、树形dp

比较好的博客：<http://blog.csdn.net/woshi250hua/article/details/7644959>

一篇论文：<http://doc.baidu.com/view/f3b19d0b79563c1ec5da710e.html>

树形dp是建立在树这种数据结构上的dp,一般状态比较好想，通过dfs维护从根到叶子或从叶子到根的状态转移。

[hdu 4514](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/8911480)  求树的直径

[poj 1655 Balancing Act](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/13004997)

[hdu 4714 Tree2Cycle](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/11407157) 思维

[hdu 4616 Game](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/10312393)

[hdu 4126 Genghis Kehan the Conqueror](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/12060191) MST+树形dp 比较经典

[hdu 4756 Install Air Conditioning](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/12092021) MST+树形dp 同上

[hdu 3660 Alice and Bob's Trip](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/12346065) 有点像对抗搜索

[CF 337D Book of Evil](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/10226673) 树直径的思想 思维

[hdu 2196 Computer](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2196) 搜两遍

四、数位dp

推荐一篇论文：<http://wenku.baidu.com/view/d2414ffe04a1b0717fd5dda8.html>

数位dp,主要用来解决统计满足某类特殊关系或有某些特点的区间内的数的个数，它是按位来进行计数统计的，可以保存子状态，速度较快。数位dp做多了后，套路基本上都差不多，关键把要保存的状态给抽象出来，保存下来。

[hdu 2089 不要62](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2089) 简单数位dp

[hdu 3709 Balanced Number](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=3709) 比较简单

[CF 401D Roman and Numbers](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/25053071) 状压+数位dp

[hdu 4398 X mod f(x)](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/8872355) 把模数加进状态里面

[hdu 4734 F(x)](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/11747555) 简单数位dp

[hdu 3693 Math teacher's homework](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/12257445) 思维变换的数位dp

[hdu 4352 XHXJ's LIS](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/11821361)　数位dp+LIS思想

[CF 55D Beautiful Numbers](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/8815450)  比较巧妙的数位dp

[hdu 3565 Bi-peak Numbers](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/8872073) 比较难想

[CF 258B Little Elephant and Elections](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/8877603) 数位dp+组合数学+逆元

五、概率(期望) dp

推荐博客：<http://www.cnblogs.com/kuangbin/archive/2012/10/02/2710606.html>

推荐博客：<http://blog.csdn.net/woshi250hua/article/details/7912049>

推荐论文：

[《走进概率的世界》](http://wenku.baidu.com/view/1c41152de2bd960590c677a8.html)

[《浅析竞赛中一类数学期望问题的解决方法》](http://wenku.baidu.com/view/90adb02acfc789eb172dc8a8.html)

[《有关概率和期望问题的研究》](http://wenku.baidu.com/view/56147518a8114431b90dd81e.html)

一般来说概率正着推，期望逆着推。有环的一般要用到高斯消元解方程。期望可以分解成多个子期望的加权和，权为子期望发生的概率，即 E(aA+bB+...) = aE(A) + bE(B) +...

[ural 1776 Anniversiry Firework](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/8974277) 比较基础

[hdu 4418 Time travel](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/10493543) 比较经典BFS+概率dp+高斯消元

[hdu 4586 Play the Dice](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/10456837) 推公式比较水

[hdu 4487 Maximum Random Walk](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/9926597)

[jobdu 1546 迷宫问题](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/12408505) 高斯消元+概率dp+BFS预处理

[hdu 3853 LOOPS](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/11536347) 简单概率dp

[hdu 4405 Aeroplane chess](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/11554945) 简单概率dp,比较直接

[hdu 4089 Activation](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/10431451) 比较经典

[poj 2096 Collecting Bugs](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/9936197) 题目比较难读懂

[zoj 3640 Help me Escape](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/11532517) 从后往前，比较简单

[hdu 4034 Maze](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/11544753) 经典好题，借助树的概率dp

[hdu 4336 Card Collector](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/11099749) 状态压缩+概率dp

六、状态压缩dp

这类问题有TSP、插头dp等。

推荐论文：<http://wenku.baidu.com/view/ce445e4f767f5acfa1c7cd51.html>

推荐博客：<http://blog.csdn.net/sf____/article/details/15026397>

推荐博客：<http://www.notonlysuccess.com/index.php/plug_dp/>

[hdu 4568 Hunter](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/9984961) 最短路+TSP

[hdu 4539](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/9954921) 插头dp

[hdu 4529 状压dp](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/9060019)

[poj 1185 炮兵阵地](http://poj.org/problem?id=1185)

[hdu 3811 Permutation](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=3811)

[poj 2411 Mandriann's Dream](http://poj.org/problem?id=2411)

[poj 1038](http://poj.org/problem?id=1038)

[poj 2441](http://poj.org/problem?id=2441)

[hdu 2167](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2167)

[hdu 4026](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=4026)

[hdu 4281](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=4281)

七、数据结构优化的dp

有时尽管状态找好了，转移方程的想好了，但时间复杂度比较大，需要用数据结构进行优化。常见的优化有二进制优化、单调队列优化、斜率优化、四边形不等式优化等。

1、二进制优化

主要是优化背包问题，背包九讲里面有介绍，比较简单，这里只附上几道题目。

[hdu 1059 Diving](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=1059)

[hdu 1171 Big Event in Hdu](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=1059)

[poj 1048 Follow My Magic](http://poj.org/problem?id=1048)

2、单调队列优化

推荐论文：<http://wenku.baidu.com/view/4d23b4d128ea81c758f578ae.html>

推荐博客：<http://www.cnblogs.com/neverforget/archive/2011/10/13/ll.html>

[hdu 3401 Trade](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/9328243)

[poj 3245 Sequece Partitioning](http://blog.csdn.net/cc_again/article/details/9335795) 二分+单调队列优化

3、斜率优化

推荐论文：[用单调性优化动态规划](http://wenku.baidu.com/view/ef259400bed5b9f3f90f1c3a.html)

推荐博客：<http://www.cnblogs.com/ronaflx/archive/2011/02/05/1949278.html>

[hdu 3507 Print Article](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=3507)

[poj 1260 Pearls](http://poj.org/problem?id=1260)

[hdu 2829 Lawrence](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2829)

[hdu 2993 Max Average Problem](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2993)

4、四边形不等式优化

推荐博客：<http://www.cnblogs.com/ronaflx/archive/2011/03/30/1999764.html>

推荐博客：<http://www.cnblogs.com/zxndgv/archive/2011/08/02/2125242.html>

[hdu 2952 Counting Sheep](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2952)

[poj 1160 Post Office](http://poj.org/problem?id=1160)

[hdu 3480 Division](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=3480)

[hdu 3516 Tree Construction](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=3516)

[hdu 2829 Lawrence](http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=2829)

### 图论

最短路-生成树-网络流（<https://blog.csdn.net/shahdza/article/details/7779537>）-匹配

### 线段树

<https://blog.csdn.net/trapper_c/article/details/51919980>

练习区（单点更新-成段更新）

hdu1754

hdu1394

hdu2795

poj2828

poj2886

hdu4288

CodeforcesBeta Round #19 D

poj2481

hdu3950

hdu4521

CodeforcesBeta Round #99 (Div. 1) C

hdu 4605

URAL 1989 Subpalindromes

hdu 4777

hdu1698

poj3468

poj2528

poj1436

poj2991  
uestc1425

uestc1546

CodeforcesRound #136 (Div. 2) D

Uva 12436

CodeforcesRound #169 (Div. 2) E

CodeforcesBeta Round #35 (Div. 2) E

Zoj3299

fzu2105

hdu 4533

URAL 1855

hdu 4578

hdu 4455

hdu 4614

hdu 4747

zoj 3724

cf343D

URAL 1977

学习区（区间合并-扫描线-其他）

hdu3397

hdu2871

hdu1540

CodeforcesBeta Round #43 D

hdu1828& poj 1177（同一题）

hdu1255

hdu 3642

poj2482

poj2464

hdu3255

uva 11983

hdu4052

uestc1525

hdu4419

zoj 3521

zoj 3525

hdu3954

hdu4027

hdu3333

hdu3016

hdu3340

ZOJ3511

UESTC1558

spojGSS21557

poj3162

hdu4358

hdu4267

hdu4417

UVALive4730

CodeforcesRound #163 (Div. 2) E

hdu 4638

hdu 4630

### 字符串算法

KMP <https://blog.csdn.net/chenguolinblog/article/details/16857765>

字典树<https://blog.csdn.net/chenguolinblog/article/details/13625389>

AC自动机<https://blog.csdn.net/liuqiyao_01/article/details/8798241>

后缀数组

### 计算几何（模板库训练）

<https://blog.csdn.net/feizaoSYUACM/article/details/54835327>

<https://blog.csdn.net/chm517/article/details/44892713>

## 金银牌题库

HDU-5859-2016多校10-金牌题

HDU-5864-2016多校10-银牌题

HDU-5865-2016多校10-金牌题

HDU-5866-2016多校10-银牌题

# 十二、暑期集训每日训练安排

对于计算几何，主要训练使用模板

对于图论（最短路、网络流、匹配）等建模题目，第一次学习手写，之后训练使用模板

对于线段树、动态规划、字符串算法，全手写

使用模板必须注明使用方法，并收录进入

线段树掌握基本知识点后进入刷题巩固期（题目来源为学习区）

动态规划刷完基本题后进入学习期

同时51nod补充签到题来源、其他知识点的补充

多校提供比赛真题（检验）

## 7月 12日

签到-51nod-1298-1265-1264-1459

铜牌-hdu-5862-5863-5860

专项-线段树-POJ3667-HDU1542-POJ2155

顺序

51nod-1298-1265-1264

51nod-1459

POJ3667-HDU1542-POJ2155

hdu-5862

hdu-5863-5860

## 7月 13日

上午（签到）-下午（线段树专项）-铜牌题

51nod-1265-1264-1459

UVA-567- ACM作业20180502-签到/铜

UVA-762- ACM作业20180502-签到/铜

HDU1542-POJ2155

hdu-5862-5863-5860

## 7月 14日

上午-签到&动态规划专项-下午-多校铜牌题

51nod-1459-签到

UVA-567- ACM作业20180502-签到

UVA-762- ACM作业20180502-签到

HDU-2602- ACM作业20180502-签到

HDU-1176- ACM作业20180502-签到

HDU-1114- ACM作业20180502-签到

hdu-5862-5863-5860-铜

POJ-2155-线段树专项

## 7月 15日

hihocoder编程练习赛68 12点-14点30

hihocoder挑战赛34 18点-20点

HDU-2018-动规专项

HDU-3923-ACM作业20180613--数学专项（Polya定理）

HDU-1114- ACM作业20180502-签到

POJ-3259-ACM作业20180509-签到

HDU-1812-ACM作业20180613-签到

POJ-3169-ACM作业20180509-签到

hdu-3308

HDU-5863-5860-铜

POJ-2155-线段树专项

## 7月 16日

动规专项2-线段树专项2-铜牌2-数学专项1-签到3

hdu 2050-动规专项

CF 429B-动规专项

hdu-3308-线段树专项

HDU-1812-ACM作业20180613-签到

POJ-3169-ACM作业20180509-签到

POJ-3255-ACM作业20180509-签到

HDU-5863-铜

HDU-5860-铜

POJ-2155-线段树专项-二维线段树

HDU-3923-ACM作业20180613--数学专项（Polya定理）

## 7月 17日

# 十三、浙大模板库

打钩为已验证

Zhejiang University 浙江大学ACM 模板

**1几何... 3**

1.1 注意…3 1.2 几何公式... 3 1.3 多边形... 5

1.4 多边形切割... 8 1.5 浮点函数... 9 1.6 面积... 14

1.7 球面... 15 1.8 三角形... 16 1.9 三维几何... 18

1.10 凸包... 26 1.11 网格... 27 1.12 圆... 29

1.13 整数函数... 30

**2、 组合... 32**

2.1 组合公式... 32 2.2 排列组合生成... 33 2.3 生成gray码... 35

2.4 置换(polya) 35 2.5 字典序全排列... 35 2.6 字典序组合... 36

**3、 数据结构... 36**

3.1 并查集... 36 3.2 堆... 37 3.3 线段树... 39

3.4 子段和... 43 3.5 子阵和... 44

**4、 数论... 45**

4.1 阶乘最后非0位... 45 4.2 模线性方程组... 45 4.3 素数... 47

4.4 欧拉函数... 48

**5、 数值计算... 48**

5.1 定积分计算(Romberg)48 5.2 多项式求根(牛顿法)50 5.3周期性方程(追赶法) 51

**6、 图论—NP搜索... 52**

6.1 最大团... 52 6.2 最大团(n<64)(faster) 53

**7、 图论—连通性... 55**

7.1 无向图关键点(dfs邻接阵) 55 7.2 无向图关键边(dfs邻接阵) 56

7.3 无向图的块(bfs邻接阵) 57 7.4 无向图连通分支(dfs/bfs邻接阵) 58

7.5 有向图强连通分支(dfs/bfs邻接阵) 58 7.6 有向图最小点基(邻接阵) 60

**8、 图论—匹配... 60**

8.1 二分图最大匹配(hungary邻接表) 60 8.2 二分图最大匹配(hungary邻接阵) 61

8.3 二分图最大匹配(hungary正向表) 61 8.4二分图最佳匹配(kuhn\_munkras邻接阵)62

8.5 一般图匹配(邻接表) 63 8.6 一般图匹配(邻接阵)64 8.7一般图匹配(正向表)65

**9、 图论—网络流... 66**

9.1 最大流(邻接阵)66 9.2上下界最大流(邻接阵)66 9.3 上下界最小流(邻接阵)67

9.4 最大流无流量(邻接阵)68 9.5 最小费用最大流(邻接阵) 68

**10、图论—应用...69**

10.1 欧拉回路(邻接阵) 69 10.2 树的前序表转化...70 10.3 树的优化算法...71

10.4 拓扑排序(邻接阵) 72 10.5 最佳边割集... 73 10.6 最佳点割集...74

10.7 最小边割集... 75 10.8 最小点割集... 76 10.9 最小路径覆盖..77

**11、 图论—支撑树... 78**

11.1 最小生成树(kruskal邻接表) 78 11.2 最小生成树(kruskal正向表) 79

11.3 最小生成树(prim+binary\_heap邻接表) 81

11.4 最小生成树(prim+binary\_heap正向表) 82

11.5 最小生成树(prim+mapped\_heap邻接表) 83

11.6 最小生成树(prim+mapped\_heap正向表) 84

11.7 最小生成树(prim邻接阵) 85 11.8 最小树形图(邻接阵) 86

**12、 图论—最短路径... 88**

12.1 最短路径(单源bellman\_ford邻接阵) 88

12.2 最短路径(单源dijkstra+bfs邻接表) 88

12.3 最短路径(单源dijkstra+bfs正向表) 89

12.4 最短路径(单源dijkstra+binary\_heap邻接表) 89

12.5 最短路径(单源dijkstra+binary\_heap正向表) 90

12.6 最短路径(单源dijkstra+mapped\_heap邻接表) 91

12.7 最短路径(单源dijkstra+mapped\_heap正向表) 93

12.8 最短路径(单源dijkstra邻接阵) 94

12.9 最短路径(多源floyd\_warshall邻接阵) 94

**13、 应用... 95**

13.1 Joseph问题...95 13.2 N皇后构造解... 96 13.3 布尔母函数... 96

13.4 第k元素... 97 13.5 幻方构造...97 13.6 模式匹配(kmp) 99

13.7 逆序对数... 99 13.8 字符串最小表示..99 13.9最长公共单调子序列..100

13.10 最长子序列..101 13.11 最大子串匹配...102 13.12 最大子段和... 103

13.13 最大子阵和... 103

**14、 其它... 104**

14.1 大数(只能处理正数) 104 14.2 分数... 110 14.3 矩阵... 112

14.4 线性方程组... 114 14.5 线性相关... 115 14.6 日期... 116

**1、几何**

**1.1 注意**

1. 注意舍入方式(0.5的舍入方向);防止输出-0.

2. 几何题注意多测试不对称数据.

3. 整数几何注意xmult和dmult是否会出界; 符点几何注意eps的使用.

4. 避免使用斜率;注意除数是否会为0.

5. 公式一定要化简后再代入.

6. 判断同一个2\*PI域内两角度差应该是

abs(a1-a2)<beta||abs(a1-a2)>pi+pi-beta;

相等应该是

abs(a1-a2)<eps||abs(a1-a2)>pi+pi-eps;

7. 需要的话尽量使用atan2,注意:atan2(0,0)=0,

atan2(1,0)=pi/2,atan2(-1,0)=-pi/2,atan2(0,1)=0,atan2(0,-1)=pi.

8. cross product = |u|\*|v|\*sin(a)

dot product = |u|\*|v|\*cos(a)

9. (P1-P0)x(P2-P0)结果的意义:

正: <P0,P1>在<P0,P2>顺时针(0,pi)内

负: <P0,P1>在<P0,P2>逆时针(0,pi)内

0 : <P0,P1>,<P0,P2>共线,夹角为0或pi

10. 误差限缺省使用1e-8!

**1.2 几何公式**

三角形:

1. 半周长 P=(a+b+c)/2

2. 面积 S=aHa/2=absin(C)/2=sqrt(P(P-a)(P-b)(P-c))

3. 中线 Ma=sqrt(2(b^2+c^2)-a^2)/2=sqrt(b^2+c^2+2bccos(A))/2

4. 角平分线 Ta=sqrt(bc((b+c)^2-a^2))/(b+c)=2bccos(A/2)/(b+c)

5. 高线 Ha=bsin(C)=csin(B)=sqrt(b^2-((a^2+b^2-c^2)/(2a))^2)

6. 内切圆半径 r=S/P=asin(B/2)sin(C/2)/sin((B+C)/2)

=4Rsin(A/2)sin(B/2)sin(C/2)=sqrt((P-a)(P-b)(P-c)/P)

=Ptan(A/2)tan(B/2)tan(C/2)

7. 外接圆半径 R=abc/(4S)=a/(2sin(A))=b/(2sin(B))=c/(2sin(C))

四边形:

D1,D2为对角线,M对角线中点连线,A为对角线夹角

1. a^2+b^2+c^2+d^2=D1^2+D2^2+4M^2

2. S=D1D2sin(A)/2

(以下对圆的内接四边形)

3. ac+bd=D1D2

4. S=sqrt((P-a)(P-b)(P-c)(P-d)),P为半周长

正n边形:

R为外接圆半径,r为内切圆半径

1. 中心角 A=2PI/n

2. 内角 C=(n-2)PI/n

3. 边长 a=2sqrt(R^2-r^2)=2Rsin(A/2)=2rtan(A/2)

4. 面积 S=nar/2=nr^2tan(A/2)=nR^2sin(A)/2=na^2/(4tan(A/2))

圆:

1. 弧长 l=rA

2. 弦长 a=2sqrt(2hr-h^2)=2rsin(A/2)

3. 弓形高 h=r-sqrt(r^2-a^2/4)=r(1-cos(A/2))=atan(A/4)/2

4. 扇形面积 S1=rl/2=r^2A/2

5. 弓形面积 S2=(rl-a(r-h))/2=r^2(A-sin(A))/2

棱柱:

1. 体积 V=Ah,A为底面积,h为高

2. 侧面积 S=lp,l为棱长,p为直截面周长

3. 全面积 T=S+2A

棱锥:

1. 体积 V=Ah/3,A为底面积,h为高

(以下对正棱锥)

2. 侧面积 S=lp/2,l为斜高,p为底面周长

3. 全面积 T=S+A

棱台:

1. 体积 V=(A1+A2+sqrt(A1A2))h/3,A1.A2为上下底面积,h为高

(以下为正棱台)

2. 侧面积 S=(p1+p2)l/2,p1.p2为上下底面周长,l为斜高

3. 全面积 T=S+A1+A2

圆柱:

1. 侧面积 S=2PIrh

2. 全面积 T=2PIr(h+r)

3. 体积 V=PIr^2h

圆锥:

1. 母线 l=sqrt(h^2+r^2)

2. 侧面积 S=PIrl

3. 全面积 T=PIr(l+r)

4. 体积 V=PIr^2h/3

圆台:

1. 母线 l=sqrt(h^2+(r1-r2)^2)

2. 侧面积 S=PI(r1+r2)l

3. 全面积 T=PIr1(l+r1)+PIr2(l+r2)

4. 体积 V=PI(r1^2+r2^2+r1r2)h/3

球:

1. 全面积 T=4PIr^2

2. 体积 V=4PIr^3/3

球台:

1. 侧面积 S=2PIrh

2. 全面积 T=PI(2rh+r1^2+r2^2)

3. 体积 V=PIh(3(r1^2+r2^2)+h^2)/6

球扇形:

1. 全面积 T=PIr(2h+r0),h为球冠高,r0为球冠底面半径

2. 体积 V=2PIr^2h/3

**1.3 多边形**

#include <stdlib.h>

#include <math.h>

#define MAXN 1000

#define offset 10000

#define eps 1e-8

#define zero(x) (((x)>0?(x):-(x))<eps)

#define \_sign(x) ((x)>eps?1:((x)<-eps?2:0))

struct point{double x,y;};

struct line{point a,b;};

//

double xmult(point p1,point p2,point p0){

return (p1.x-p0.x)\*(p2.y-p0.y)-(p2.x-p0.x)\*(p1.y-p0.y);

}

//判定凸多边形,顶点按顺时针或逆时针给出,允许相邻边共线

int is\_convex(int n,point\* p){

int i,s[3]={1,1,1};

for (i=0;i<n&&s[1]|s[2];i++)

s[\_sign(xmult(p[(i+1)%n],p[(i+2)%n],p[i]))]=0;

return s[1]|s[2];

}

//判定凸多边形,顶点按顺时针或逆时针给出,不允许相邻边共线

int is\_convex\_v2(int n,point\* p){

int i,s[3]={1,1,1};

for (i=0;i<n&&s[0]&&s[1]|s[2];i++)

s[\_sign(xmult(p[(i+1)%n],p[(i+2)%n],p[i]))]=0;

return s[0]&&s[1]|s[2];

}

//判点在凸多边形内或多边形边上,顶点按顺时针或逆时针给出

int inside\_convex(point q,int n,point\* p){

int i,s[3]={1,1,1};

for (i=0;i<n&&s[1]|s[2];i++)

s[\_sign(xmult(p[(i+1)%n],q,p[i]))]=0;

return s[1]|s[2];

}

//判点在凸多边形内,顶点按顺时针或逆时针给出,在多边形边上返回0

int inside\_convex\_v2(point q,int n,point\* p){

int i,s[3]={1,1,1};

for (i=0;i<n&&s[0]&&s[1]|s[2];i++)

s[\_sign(xmult(p[(i+1)%n],q,p[i]))]=0;

return s[0]&&s[1]|s[2];

}

//判点在任意多边形内,顶点按顺时针或逆时针给出

//on\_edge表示点在多边形边上时的返回值,offset为多边形坐标上限

int inside\_polygon(point q,int n,point\* p,int on\_edge=1){

point q2;

int i=0,count;

while (i<n)

for (count=i=0,q2.x=rand()+offset,q2.y=rand()+offset;i<n;i++)

if (zero(xmult(q,p[i],p[(i+1)%n]))&&(p[i].x-q.x)\*(p[(i+1)%n].x-q.x)<eps&&(p[i].y-q.y)\*(p[(i+1)%n].y-q.y)<eps)

return on\_edge;

else if (zero(xmult(q,q2,p[i])))

break;

else

if(xmult(q,p[i],q2)\*xmult(q,p[(i+1)%n],q2)<-eps&&xmult(p[i],q,p[(i+1)%n])\*xmult(p[i],q2,p[(i+1)%n])<-eps)

count++;

return count&1;

}

inline int opposite\_side(point p1,point p2,point l1,point l2){

return xmult(l1,p1,l2)\*xmult(l1,p2,l2)<-eps;

}

inline int dot\_online\_in(point p,point l1,point l2){

return zero(xmult(p,l1,l2))&&(l1.x-p.x)\*(l2.x-p.x)<eps&&(l1.y-p.y)\*(l2.y-p.y)<eps;

}

//判线段在任意多边形内,顶点按顺时针或逆时针给出,与边界相交返回1

int inside\_polygon(point l1,point l2,int n,point\* p){

point t[MAXN],tt;

int i,j,k=0;

if (!inside\_polygon(l1,n,p)||!inside\_polygon(l2,n,p))

return 0;

for (i=0;i<n;i++)

if (opposite\_side(l1,l2,p[i],p[(i+1)%n])&&opposite\_side(p[i],p[(i+1)%n],l1,l2))

return 0;

else if (dot\_online\_in(l1,p[i],p[(i+1)%n]))

t[k++]=l1;

else if (dot\_online\_in(l2,p[i],p[(i+1)%n]))

t[k++]=l2;

else if (dot\_online\_in(p[i],l1,l2))

t[k++]=p[i];

for (i=0;i<k;i++)

for (j=i+1;j<k;j++){

tt.x=(t[i].x+t[j].x)/2;

tt.y=(t[i].y+t[j].y)/2;

if (!inside\_polygon(tt,n,p))

return 0;

}

return 1;

}

point intersection(line u,line v){

point ret=u.a;

double t=((u.a.x-v.a.x)\*(v.a.y-v.b.y)-(u.a.y-v.a.y)\*(v.a.x-v.b.x))

/((u.a.x-u.b.x)\*(v.a.y-v.b.y)-(u.a.y-u.b.y)\*(v.a.x-v.b.x));

ret.x+=(u.b.x-u.a.x)\*t;

ret.y+=(u.b.y-u.a.y)\*t;

return ret;

}

point barycenter(point a,point b,point c){

line u,v;

u.a.x=(a.x+b.x)/2;

u.a.y=(a.y+b.y)/2;

u.b=c;

v.a.x=(a.x+c.x)/2;

v.a.y=(a.y+c.y)/2;

v.b=b;

return intersection(u,v);

}

//多边形重心

point barycenter(int n,point\* p){

point ret,t;

double t1=0,t2;

int i;

ret.x=ret.y=0;

for (i=1;i<n-1;i++)

if (fabs(t2=xmult(p[0],p[i],p[i+1]))>eps){

t=barycenter(p[0],p[i],p[i+1]);

ret.x+=t.x\*t2;

ret.y+=t.y\*t2;

t1+=t2;

}

if (fabs(t1)>eps)

ret.x/=t1,ret.y/=t1;

return ret;

}

**1.4 多边形切割**

//多边形切割

//可用于半平面交

#define MAXN 100

#define eps 1e-8

#define zero(x) (((x)>0?(x):-(x))<eps)

struct point{double x,y;};

//

double xmult(point p1,point p2,point p0){

return (p1.x-p0.x)\*(p2.y-p0.y)-(p2.x-p0.x)\*(p1.y-p0.y);

}

//

int same\_side(point p1,point p2,point l1,point l2){

return xmult(l1,p1,l2)\*xmult(l1,p2,l2)>eps;

}

point intersection(point u1,point u2,point v1,point v2){

point ret=u1;

double t=((u1.x-v1.x)\*(v1.y-v2.y)-(u1.y-v1.y)\*(v1.x-v2.x))

/((u1.x-u2.x)\*(v1.y-v2.y)-(u1.y-u2.y)\*(v1.x-v2.x));

ret.x+=(u2.x-u1.x)\*t;

ret.y+=(u2.y-u1.y)\*t;

return ret;

}

//将多边形沿l1,l2确定的直线切割在side侧切割,保证l1,l2,side不共线

void polygon\_cut(int& n,point\* p,point l1,point l2,point side){

point pp[100];

int m=0,i;

for (i=0;i<n;i++){

if (same\_side(p[i],side,l1,l2))

pp[m++]=p[i];

if (!same\_side(p[i],p[(i+1)%n],l1,l2)&&!(zero(xmult(p[i],l1,l2))&&zero(xmult(p[(i+1)%n],l1,l2))))

pp[m++]=intersection(p[i],p[(i+1)%n],l1,l2);

}

for (n=i=0;i<m;i++)

if (!i||!zero(pp[i].x-pp[i-1].x)||!zero(pp[i].y-pp[i-1].y))

p[n++]=pp[i];

if (zero(p[n-1].x-p[0].x)&&zero(p[n-1].y-p[0].y))

n--;

if (n<3)

n=0;

}

**1.5 浮点函数**

//浮点几何函数库

#include <math.h>

#define eps 1e-8

#define zero(x) (((x)>0?(x):-(x))<eps)

struct point{double x,y;};

struct line{point a,b;};

//计算cross product (P1-P0)x(P2-P0)

double xmult(point p1,point p2,point p0){

return (p1.x-p0.x)\*(p2.y-p0.y)-(p2.x-p0.x)\*(p1.y-p0.y);

}

//

double xmult(double x1,double y1,double x2,double y2,double x0,double y0){

return (x1-x0)\*(y2-y0)-(x2-x0)\*(y1-y0);

}

//计算dot product (P1-P0).(P2-P0)

double dmult(point p1,point p2,point p0){

return (p1.x-p0.x)\*(p2.x-p0.x)+(p1.y-p0.y)\*(p2.y-p0.y);

}

//

double dmult(double x1,double y1,double x2,double y2,double x0,double y0){

return (x1-x0)\*(x2-x0)+(y1-y0)\*(y2-y0);

}

//两点距离

double distance(point p1,point p2){

return sqrt((p1.x-p2.x)\*(p1.x-p2.x)+(p1.y-p2.y)\*(p1.y-p2.y));

}

double distance(double x1,double y1,double x2,double y2){

return sqrt((x1-x2)\*(x1-x2)+(y1-y2)\*(y1-y2));

}

//判三点共线

int dots\_inline(point p1,point p2,point p3){

return zero(xmult(p1,p2,p3));

}

int dots\_inline(double x1,double y1,double x2,double y2,double x3,double y3){

return zero(xmult(x1,y1,x2,y2,x3,y3));

}

//判点是否在线段上,包括端点

int dot\_online\_in(point p,line l){

return zero(xmult(p,l.a,l.b))&&(l.a.x-p.x)\*(l.b.x-p.x)<eps&&(l.a.y-p.y)\*(l.b.y-p.y)<eps;

}

int dot\_online\_in(point p,point l1,point l2){

return zero(xmult(p,l1,l2))&&(l1.x-p.x)\*(l2.x-p.x)<eps&&(l1.y-p.y)\*(l2.y-p.y)<eps;

}

int dot\_online\_in(double x,double y,double x1,double y1,double x2,double y2){

return zero(xmult(x,y,x1,y1,x2,y2))&&(x1-x)\*(x2-x)<eps&&(y1-y)\*(y2-y)<eps;

}

//判点是否在线段上,不包括端点

int dot\_online\_ex(point p,line l){

return dot\_online\_in(p,l)&&(!zero(p.x-l.a.x)||!zero(p.y-l.a.y))&&(!zero(p.x-l.b.x)||!zero(p.y-l.b.y));

}

int dot\_online\_ex(point p,point l1,point l2){

return dot\_online\_in(p,l1,l2)&&(!zero(p.x-l1.x)||!zero(p.y-l1.y))&&(!zero(p.x-l2.x)||!zero(p.y-l2.y));

}

int dot\_online\_ex(double x,double y,double x1,double y1,double x2,double y2){

return dot\_online\_in(x,y,x1,y1,x2,y2)&&(!zero(x-x1)||!zero(y-y1))&&(!zero(x-x2)||!zero(y-y2));

}

//判两点在线段同侧,点在线段上返回0

int same\_side(point p1,point p2,line l){

return xmult(l.a,p1,l.b)\*xmult(l.a,p2,l.b)>eps;

}

int same\_side(point p1,point p2,point l1,point l2){

return xmult(l1,p1,l2)\*xmult(l1,p2,l2)>eps;

}

//判两点在线段异侧,点在线段上返回0

int opposite\_side(point p1,point p2,line l){

return xmult(l.a,p1,l.b)\*xmult(l.a,p2,l.b)<-eps;

}

int opposite\_side(point p1,point p2,point l1,point l2){

return xmult(l1,p1,l2)\*xmult(l1,p2,l2)<-eps;

}

//判两直线平行

int parallel(line u,line v){

return zero((u.a.x-u.b.x)\*(v.a.y-v.b.y)-(v.a.x-v.b.x)\*(u.a.y-u.b.y));

}

int parallel(point u1,point u2,point v1,point v2){

return zero((u1.x-u2.x)\*(v1.y-v2.y)-(v1.x-v2.x)\*(u1.y-u2.y));

}

//判两直线垂直

int perpendicular(line u,line v){

return zero((u.a.x-u.b.x)\*(v.a.x-v.b.x)+(u.a.y-u.b.y)\*(v.a.y-v.b.y));

}

int perpendicular(point u1,point u2,point v1,point v2){

return zero((u1.x-u2.x)\*(v1.x-v2.x)+(u1.y-u2.y)\*(v1.y-v2.y));

}

//判两线段相交,包括端点和部分重合

int intersect\_in(line u,line v){

if (!dots\_inline(u.a,u.b,v.a)||!dots\_inline(u.a,u.b,v.b))

return !same\_side(u.a,u.b,v)&&!same\_side(v.a,v.b,u);

return dot\_online\_in(u.a,v)||dot\_online\_in(u.b,v)||dot\_online\_in(v.a,u)||dot\_online\_in(v.b,u);

}

int intersect\_in(point u1,point u2,point v1,point v2){

if (!dots\_inline(u1,u2,v1)||!dots\_inline(u1,u2,v2))

return !same\_side(u1,u2,v1,v2)&&!same\_side(v1,v2,u1,u2);

return dot\_online\_in(u1,v1,v2)||dot\_online\_in(u2,v1,v2)||dot\_online\_in(v1,u1,u2)||dot\_online\_in(v2,u1,u2);

}

//判两线段相交,不包括端点和部分重合

int intersect\_ex(line u,line v){

return opposite\_side(u.a,u.b,v)&&opposite\_side(v.a,v.b,u);

}

int intersect\_ex(point u1,point u2,point v1,point v2){

return opposite\_side(u1,u2,v1,v2)&&opposite\_side(v1,v2,u1,u2);

}

//计算两直线交点,注意事先判断直线是否平行!

//线段交点请另外判线段相交(同时还是要判断是否平行!)

point intersection(line u,line v){

point ret=u.a;

double t=((u.a.x-v.a.x)\*(v.a.y-v.b.y)-(u.a.y-v.a.y)\*(v.a.x-v.b.x))

/((u.a.x-u.b.x)\*(v.a.y-v.b.y)-(u.a.y-u.b.y)\*(v.a.x-v.b.x));

ret.x+=(u.b.x-u.a.x)\*t;

ret.y+=(u.b.y-u.a.y)\*t;

return ret;

}

point intersection(point u1,point u2,point v1,point v2){

point ret=u1;

double t=((u1.x-v1.x)\*(v1.y-v2.y)-(u1.y-v1.y)\*(v1.x-v2.x))

/((u1.x-u2.x)\*(v1.y-v2.y)-(u1.y-u2.y)\*(v1.x-v2.x));

ret.x+=(u2.x-u1.x)\*t;

ret.y+=(u2.y-u1.y)\*t;

return ret;

}

//点到直线上的最近点

point ptoline(point p,line l){

point t=p;

t.x+=l.a.y-l.b.y,t.y+=l.b.x-l.a.x;

return intersection(p,t,l.a,l.b);

}

point ptoline(point p,point l1,point l2){

point t=p;

t.x+=l1.y-l2.y,t.y+=l2.x-l1.x;

return intersection(p,t,l1,l2);

}

//点到直线距离

double disptoline(point p,line l){

return fabs(xmult(p,l.a,l.b))/distance(l.a,l.b);

}

double disptoline(point p,point l1,point l2){

return fabs(xmult(p,l1,l2))/distance(l1,l2);

}

double disptoline(double x,double y,double x1,double y1,double x2,double y2){

return fabs(xmult(x,y,x1,y1,x2,y2))/distance(x1,y1,x2,y2);

}

//点到线段上的最近点

point ptoseg(point p,line l){

point t=p;

t.x+=l.a.y-l.b.y,t.y+=l.b.x-l.a.x;

if (xmult(l.a,t,p)\*xmult(l.b,t,p)>eps)

return distance(p,l.a)<distance(p,l.b)?l.a:l.b;

return intersection(p,t,l.a,l.b);

}

point ptoseg(point p,point l1,point l2){

point t=p;

t.x+=l1.y-l2.y,t.y+=l2.x-l1.x;

if (xmult(l1,t,p)\*xmult(l2,t,p)>eps)

return distance(p,l1)<distance(p,l2)?l1:l2;

return intersection(p,t,l1,l2);

}

//点到线段距离

double disptoseg(point p,line l){

point t=p;

t.x+=l.a.y-l.b.y,t.y+=l.b.x-l.a.x;

if (xmult(l.a,t,p)\*xmult(l.b,t,p)>eps)

return distance(p,l.a)<distance(p,l.b)?distance(p,l.a):distance(p,l.b);

return fabs(xmult(p,l.a,l.b))/distance(l.a,l.b);

}

double disptoseg(point p,point l1,point l2){

point t=p;

t.x+=l1.y-l2.y,t.y+=l2.x-l1.x;

if (xmult(l1,t,p)\*xmult(l2,t,p)>eps)

return distance(p,l1)<distance(p,l2)?distance(p,l1):distance(p,l2);

return fabs(xmult(p,l1,l2))/distance(l1,l2);

}

//矢量V以P为顶点逆时针旋转angle并放大scale倍

point rotate(point v,point p,double angle,double scale){

point ret=p;

v.x-=p.x,v.y-=p.y;

p.x=scale\*cos(angle);

p.y=scale\*sin(angle);

ret.x+=v.x\*p.x-v.y\*p.y;

ret.y+=v.x\*p.y+v.y\*p.x;

return ret;

}

**1.6 面积**

#include <math.h>

struct point{double x,y;};

//计算cross product (P1-P0)x(P2-P0)

double xmult(point p1,point p2,point p0){

return (p1.x-p0.x)\*(p2.y-p0.y)-(p2.x-p0.x)\*(p1.y-p0.y);

}

double xmult(double x1,double y1,double x2,double y2,double x0,double y0){

return (x1-x0)\*(y2-y0)-(x2-x0)\*(y1-y0);

}

//计算三角形面积,输入三顶点

double area\_triangle(point p1,point p2,point p3){

return fabs(xmult(p1,p2,p3))/2;

}

double area\_triangle(double x1,double y1,double x2,double y2,double x3,double y3){

return fabs(xmult(x1,y1,x2,y2,x3,y3))/2;

}

//计算三角形面积,输入三边长

double area\_triangle(double a,double b,double c){

double s=(a+b+c)/2;

return sqrt(s\*(s-a)\*(s-b)\*(s-c));

}

//计算多边形面积,顶点按顺时针或逆时针给出

double area\_polygon(int n,point\* p){

double s1=0,s2=0;

int i;

for (i=0;i<n;i++)

s1+=p[(i+1)%n].y\*p[i].x,s2+=p[(i+1)%n].y\*p[(i+2)%n].x;

return fabs(s1-s2)/2;

}

**1.7 球面**

#include <math.h>

const double pi=acos(-1);

//计算圆心角lat表示纬度,-90<=w<=90,lng表示经度

//返回两点所在大圆劣弧对应圆心角,0<=angle<=pi

double angle(double lng1,double lat1,double lng2,double lat2){

double dlng=fabs(lng1-lng2)\*pi/180;

while (dlng>=pi+pi)

dlng-=pi+pi;

if (dlng>pi)

dlng=pi+pi-dlng;

lat1\*=pi/180,lat2\*=pi/180;

return acos(cos(lat1)\*cos(lat2)\*cos(dlng)+sin(lat1)\*sin(lat2));

}

//计算距离,r为球半径

double line\_dist(double r,double lng1,double lat1,double lng2,double lat2){

double dlng=fabs(lng1-lng2)\*pi/180;

while (dlng>=pi+pi)

dlng-=pi+pi;

if (dlng>pi)

dlng=pi+pi-dlng;

lat1\*=pi/180,lat2\*=pi/180;

return r\*sqrt(2-2\*(cos(lat1)\*cos(lat2)\*cos(dlng)+sin(lat1)\*sin(lat2)));

}

//计算球面距离,r为球半径

inline double sphere\_dist(double r,double lng1,double lat1,double lng2,double lat2){

return r\*angle(lng1,lat1,lng2,lat2);

}

**1.8 三角形**

#include <math.h>

struct point{double x,y;};

struct line{point a,b;};

double distance(point p1,point p2){

return sqrt((p1.x-p2.x)\*(p1.x-p2.x)+(p1.y-p2.y)\*(p1.y-p2.y));

}

point intersection(line u,line v){

point ret=u.a;

double t=((u.a.x-v.a.x)\*(v.a.y-v.b.y)-(u.a.y-v.a.y)\*(v.a.x-v.b.x))

/((u.a.x-u.b.x)\*(v.a.y-v.b.y)-(u.a.y-u.b.y)\*(v.a.x-v.b.x));

ret.x+=(u.b.x-u.a.x)\*t;

ret.y+=(u.b.y-u.a.y)\*t;

return ret;

}

//外心

point circumcenter(point a,point b,point c){

line u,v;

u.a.x=(a.x+b.x)/2;

u.a.y=(a.y+b.y)/2;

u.b.x=u.a.x-a.y+b.y;

u.b.y=u.a.y+a.x-b.x;

v.a.x=(a.x+c.x)/2;

v.a.y=(a.y+c.y)/2;

v.b.x=v.a.x-a.y+c.y;

v.b.y=v.a.y+a.x-c.x;

return intersection(u,v);

}

//内心

point incenter(point a,point b,point c){

line u,v;

double m,n;

u.a=a;

m=atan2(b.y-a.y,b.x-a.x);

n=atan2(c.y-a.y,c.x-a.x);

u.b.x=u.a.x+cos((m+n)/2);

u.b.y=u.a.y+sin((m+n)/2);

v.a=b;

m=atan2(a.y-b.y,a.x-b.x);

n=atan2(c.y-b.y,c.x-b.x);

v.b.x=v.a.x+cos((m+n)/2);

v.b.y=v.a.y+sin((m+n)/2);

return intersection(u,v);

}

//垂心

point perpencenter(point a,point b,point c){

line u,v;

u.a=c;

u.b.x=u.a.x-a.y+b.y;

u.b.y=u.a.y+a.x-b.x;

v.a=b;

v.b.x=v.a.x-a.y+c.y;

v.b.y=v.a.y+a.x-c.x;

return intersection(u,v);

}

//重心

//到三角形三顶点距离的平方和最小的点

//三角形内到三边距离之积最大的点

point barycenter(point a,point b,point c){

line u,v;

u.a.x=(a.x+b.x)/2;

u.a.y=(a.y+b.y)/2;

u.b=c;

v.a.x=(a.x+c.x)/2;

v.a.y=(a.y+c.y)/2;

v.b=b;

return intersection(u,v);

}

//费马点

//到三角形三顶点距离之和最小的点

point fermentpoint(point a,point b,point c){

point u,v;

double step=fabs(a.x)+fabs(a.y)+fabs(b.x)+fabs(b.y)+fabs(c.x)+fabs(c.y);

int i,j,k;

u.x=(a.x+b.x+c.x)/3;

u.y=(a.y+b.y+c.y)/3;

while (step>1e-10)

for (k=0;k<10;step/=2,k++)

for (i=-1;i<=1;i++)

for (j=-1;j<=1;j++){

v.x=u.x+step\*i;

v.y=u.y+step\*j;

if (distance(u,a)+distance(u,b)+distance(u,c)>distance(v,a)+distance(v,b)+distance(v,c))

u=v;

}

return u;

}

**1.9 三维几何**

//三维几何函数库

#include <math.h>

#define eps 1e-8

#define zero(x) (((x)>0?(x):-(x))<eps)

struct point3{double x,y,z;};

struct line3{point3 a,b;};

struct plane3{point3 a,b,c;};

//计算cross product U x V

point3 xmult(point3 u,point3 v){

point3 ret;

ret.x=u.y\*v.z-v.y\*u.z;

ret.y=u.z\*v.x-u.x\*v.z;

ret.z=u.x\*v.y-u.y\*v.x;

return ret;

}

//计算dot product U . V

double dmult(point3 u,point3 v){

return u.x\*v.x+u.y\*v.y+u.z\*v.z;

}

//矢量差 U - V

point3 subt(point3 u,point3 v){

point3 ret;

ret.x=u.x-v.x;

ret.y=u.y-v.y;

ret.z=u.z-v.z;

return ret;

}

//取平面法向量

point3 pvec(plane3 s){

return xmult(subt(s.a,s.b),subt(s.b,s.c));

}

point3 pvec(point3 s1,point3 s2,point3 s3){

return xmult(subt(s1,s2),subt(s2,s3));

}

//两点距离,单参数取向量大小

double distance(point3 p1,point3 p2){

return sqrt((p1.x-p2.x)\*(p1.x-p2.x)+(p1.y-p2.y)\*(p1.y-p2.y)+(p1.z-p2.z)\*(p1.z-p2.z));

}

//向量大小

double vlen(point3 p){

return sqrt(p.x\*p.x+p.y\*p.y+p.z\*p.z);

}

//判三点共线

int dots\_inline(point3 p1,point3 p2,point3 p3){

return vlen(xmult(subt(p1,p2),subt(p2,p3)))<eps;

}

//判四点共面

int dots\_onplane(point3 a,point3 b,point3 c,point3 d){

return zero(dmult(pvec(a,b,c),subt(d,a)));

}

//判点是否在线段上,包括端点和共线

int dot\_online\_in(point3 p,line3 l){

return zero(vlen(xmult(subt(p,l.a),subt(p,l.b))))&&(l.a.x-p.x)\*(l.b.x-p.x)<eps&&

(l.a.y-p.y)\*(l.b.y-p.y)<eps&&(l.a.z-p.z)\*(l.b.z-p.z)<eps;

}

int dot\_online\_in(point3 p,point3 l1,point3 l2){

return zero(vlen(xmult(subt(p,l1),subt(p,l2))))&&(l1.x-p.x)\*(l2.x-p.x)<eps&&

(l1.y-p.y)\*(l2.y-p.y)<eps&&(l1.z-p.z)\*(l2.z-p.z)<eps;

}

//判点是否在线段上,不包括端点

int dot\_online\_ex(point3 p,line3 l){

return dot\_online\_in(p,l)&&(!zero(p.x-l.a.x)||!zero(p.y-l.a.y)||!zero(p.z-l.a.z))&&

(!zero(p.x-l.b.x)||!zero(p.y-l.b.y)||!zero(p.z-l.b.z));

}

int dot\_online\_ex(point3 p,point3 l1,point3 l2){

return dot\_online\_in(p,l1,l2)&&(!zero(p.x-l1.x)||!zero(p.y-l1.y)||!zero(p.z-l1.z))&&

(!zero(p.x-l2.x)||!zero(p.y-l2.y)||!zero(p.z-l2.z));

}

//判点是否在空间三角形上,包括边界,三点共线无意义

int dot\_inplane\_in(point3 p,plane3 s){

return zero(vlen(xmult(subt(s.a,s.b),subt(s.a,s.c)))-vlen(xmult(subt(p,s.a),subt(p,s.b)))-

vlen(xmult(subt(p,s.b),subt(p,s.c)))-vlen(xmult(subt(p,s.c),subt(p,s.a))));

}

int dot\_inplane\_in(point3 p,point3 s1,point3 s2,point3 s3){

return zero(vlen(xmult(subt(s1,s2),subt(s1,s3)))-vlen(xmult(subt(p,s1),subt(p,s2)))-

vlen(xmult(subt(p,s2),subt(p,s3)))-vlen(xmult(subt(p,s3),subt(p,s1))));

}

//判点是否在空间三角形上,不包括边界,三点共线无意义

int dot\_inplane\_ex(point3 p,plane3 s){

return dot\_inplane\_in(p,s)&&vlen(xmult(subt(p,s.a),subt(p,s.b)))>eps&& vlen(xmult(subt(p,s.b),subt(p,s.c)))>eps&&vlen(xmult(subt(p,s.c),subt(p,s.a)))>eps;

}

int dot\_inplane\_ex(point3 p,point3 s1,point3 s2,point3 s3){

return dot\_inplane\_in(p,s1,s2,s3)&&vlen(xmult(subt(p,s1),subt(p,s2)))>eps&& vlen(xmult(subt(p,s2),subt(p,s3)))>eps&&vlen(xmult(subt(p,s3),subt(p,s1)))>eps;

}

//判两点在线段同侧,点在线段上返回0,不共面无意义

int same\_side(point3 p1,point3 p2,line3 l){

return dmult(xmult(subt(l.a,l.b),subt(p1,l.b)),xmult(subt(l.a,l.b),subt(p2,l.b)))>eps;

}

int same\_side(point3 p1,point3 p2,point3 l1,point3 l2){

return dmult(xmult(subt(l1,l2),subt(p1,l2)),xmult(subt(l1,l2),subt(p2,l2)))>eps;

}

//判两点在线段异侧,点在线段上返回0,不共面无意义

int opposite\_side(point3 p1,point3 p2,line3 l){

return dmult(xmult(subt(l.a,l.b),subt(p1,l.b)),xmult(subt(l.a,l.b),subt(p2,l.b)))<-eps;

}

int opposite\_side(point3 p1,point3 p2,point3 l1,point3 l2){

return dmult(xmult(subt(l1,l2),subt(p1,l2)),xmult(subt(l1,l2),subt(p2,l2)))<-eps;

}

//判两点在平面同侧,点在平面上返回0

int same\_side(point3 p1,point3 p2,plane3 s){

return dmult(pvec(s),subt(p1,s.a))\*dmult(pvec(s),subt(p2,s.a))>eps;

}

int same\_side(point3 p1,point3 p2,point3 s1,point3 s2,point3 s3){

return dmult(pvec(s1,s2,s3),subt(p1,s1))\*dmult(pvec(s1,s2,s3),subt(p2,s1))>eps;

}

//判两点在平面异侧,点在平面上返回0

int opposite\_side(point3 p1,point3 p2,plane3 s){

return dmult(pvec(s),subt(p1,s.a))\*dmult(pvec(s),subt(p2,s.a))<-eps;

}

int opposite\_side(point3 p1,point3 p2,point3 s1,point3 s2,point3 s3){

return dmult(pvec(s1,s2,s3),subt(p1,s1))\*dmult(pvec(s1,s2,s3),subt(p2,s1))<-eps;

}

//判两直线平行

int parallel(line3 u,line3 v){

return vlen(xmult(subt(u.a,u.b),subt(v.a,v.b)))<eps;

}

int parallel(point3 u1,point3 u2,point3 v1,point3 v2){

return vlen(xmult(subt(u1,u2),subt(v1,v2)))<eps;

}

//判两平面平行

int parallel(plane3 u,plane3 v){

return vlen(xmult(pvec(u),pvec(v)))<eps;

}

int parallel(point3 u1,point3 u2,point3 u3,point3 v1,point3 v2,point3 v3){

return vlen(xmult(pvec(u1,u2,u3),pvec(v1,v2,v3)))<eps;

}

//判直线与平面平行

int parallel(line3 l,plane3 s){

return zero(dmult(subt(l.a,l.b),pvec(s)));

}

int parallel(point3 l1,point3 l2,point3 s1,point3 s2,point3 s3){

return zero(dmult(subt(l1,l2),pvec(s1,s2,s3)));

}

//判两直线垂直

int perpendicular(line3 u,line3 v){

return zero(dmult(subt(u.a,u.b),subt(v.a,v.b)));

}

int perpendicular(point3 u1,point3 u2,point3 v1,point3 v2){

return zero(dmult(subt(u1,u2),subt(v1,v2)));

}

//判两平面垂直

int perpendicular(plane3 u,plane3 v){

return zero(dmult(pvec(u),pvec(v)));

}

int perpendicular(point3 u1,point3 u2,point3 u3,point3 v1,point3 v2,point3 v3){

return zero(dmult(pvec(u1,u2,u3),pvec(v1,v2,v3)));

}

//判直线与平面平行

int perpendicular(line3 l,plane3 s){

return vlen(xmult(subt(l.a,l.b),pvec(s)))<eps;

}

int perpendicular(point3 l1,point3 l2,point3 s1,point3 s2,point3 s3){

return vlen(xmult(subt(l1,l2),pvec(s1,s2,s3)))<eps;

}

//判两线段相交,包括端点和部分重合

int intersect\_in(line3 u,line3 v){

if (!dots\_onplane(u.a,u.b,v.a,v.b))

return 0;

if (!dots\_inline(u.a,u.b,v.a)||!dots\_inline(u.a,u.b,v.b))

return !same\_side(u.a,u.b,v)&&!same\_side(v.a,v.b,u);

return dot\_online\_in(u.a,v)||dot\_online\_in(u.b,v)||dot\_online\_in(v.a,u)||dot\_online\_in(v.b,u);

}

int intersect\_in(point3 u1,point3 u2,point3 v1,point3 v2){

if (!dots\_onplane(u1,u2,v1,v2))

return 0;

if (!dots\_inline(u1,u2,v1)||!dots\_inline(u1,u2,v2))

return !same\_side(u1,u2,v1,v2)&&!same\_side(v1,v2,u1,u2);

return dot\_online\_in(u1,v1,v2)||dot\_online\_in(u2,v1,v2)||dot\_online\_in(v1,u1,u2)||dot\_online\_in(v2,u1,u2);

}

//判两线段相交,不包括端点和部分重合

int intersect\_ex(line3 u,line3 v){

return dots\_onplane(u.a,u.b,v.a,v.b)&&opposite\_side(u.a,u.b,v)&&opposite\_side(v.a,v.b,u);

}

int intersect\_ex(point3 u1,point3 u2,point3 v1,point3 v2){

return dots\_onplane(u1,u2,v1,v2)&&opposite\_side(u1,u2,v1,v2)&&opposite\_side(v1,v2,u1,u2);

}

//判线段与空间三角形相交,包括交于边界和(部分)包含

int intersect\_in(line3 l,plane3 s){

return !same\_side(l.a,l.b,s)&&!same\_side(s.a,s.b,l.a,l.b,s.c)&&

!same\_side(s.b,s.c,l.a,l.b,s.a)&&!same\_side(s.c,s.a,l.a,l.b,s.b);

}

int intersect\_in(point3 l1,point3 l2,point3 s1,point3 s2,point3 s3){

return !same\_side(l1,l2,s1,s2,s3)&&!same\_side(s1,s2,l1,l2,s3)&&

!same\_side(s2,s3,l1,l2,s1)&&!same\_side(s3,s1,l1,l2,s2);

}

//判线段与空间三角形相交,不包括交于边界和(部分)包含

int intersect\_ex(line3 l,plane3 s){

return opposite\_side(l.a,l.b,s)&&opposite\_side(s.a,s.b,l.a,l.b,s.c)&&

opposite\_side(s.b,s.c,l.a,l.b,s.a)&&opposite\_side(s.c,s.a,l.a,l.b,s.b);

}

int intersect\_ex(point3 l1,point3 l2,point3 s1,point3 s2,point3 s3){

return opposite\_side(l1,l2,s1,s2,s3)&&opposite\_side(s1,s2,l1,l2,s3)&&

opposite\_side(s2,s3,l1,l2,s1)&&opposite\_side(s3,s1,l1,l2,s2);

}

//计算两直线交点,注意事先判断直线是否共面和平行!

//线段交点请另外判线段相交(同时还是要判断是否平行!)

point3 intersection(line3 u,line3 v){

point3 ret=u.a;

double t=((u.a.x-v.a.x)\*(v.a.y-v.b.y)-(u.a.y-v.a.y)\*(v.a.x-v.b.x))

/((u.a.x-u.b.x)\*(v.a.y-v.b.y)-(u.a.y-u.b.y)\*(v.a.x-v.b.x));

ret.x+=(u.b.x-u.a.x)\*t;

ret.y+=(u.b.y-u.a.y)\*t;

ret.z+=(u.b.z-u.a.z)\*t;

return ret;

}

point3 intersection(point3 u1,point3 u2,point3 v1,point3 v2){

point3 ret=u1;

double t=((u1.x-v1.x)\*(v1.y-v2.y)-(u1.y-v1.y)\*(v1.x-v2.x))

/((u1.x-u2.x)\*(v1.y-v2.y)-(u1.y-u2.y)\*(v1.x-v2.x));

ret.x+=(u2.x-u1.x)\*t;

ret.y+=(u2.y-u1.y)\*t;

ret.z+=(u2.z-u1.z)\*t;

return ret;

}

//计算直线与平面交点,注意事先判断是否平行,并保证三点不共线!

//线段和空间三角形交点请另外判断

point3 intersection(line3 l,plane3 s){

point3 ret=pvec(s);

double t=(ret.x\*(s.a.x-l.a.x)+ret.y\*(s.a.y-l.a.y)+ret.z\*(s.a.z-l.a.z))/

(ret.x\*(l.b.x-l.a.x)+ret.y\*(l.b.y-l.a.y)+ret.z\*(l.b.z-l.a.z));

ret.x=l.a.x+(l.b.x-l.a.x)\*t;

ret.y=l.a.y+(l.b.y-l.a.y)\*t;

ret.z=l.a.z+(l.b.z-l.a.z)\*t;

return ret;

}

point3 intersection(point3 l1,point3 l2,point3 s1,point3 s2,point3 s3){

point3 ret=pvec(s1,s2,s3);

double t=(ret.x\*(s1.x-l1.x)+ret.y\*(s1.y-l1.y)+ret.z\*(s1.z-l1.z))/

(ret.x\*(l2.x-l1.x)+ret.y\*(l2.y-l1.y)+ret.z\*(l2.z-l1.z));

ret.x=l1.x+(l2.x-l1.x)\*t;

ret.y=l1.y+(l2.y-l1.y)\*t;

ret.z=l1.z+(l2.z-l1.z)\*t;

return ret;

}

//计算两平面交线,注意事先判断是否平行,并保证三点不共线!

line3 intersection(plane3 u,plane3 v){

line3 ret;

ret.a=parallel(v.a,v.b,u.a,u.b,u.c)?intersection(v.b,v.c,u.a,u.b,u.c):intersection(v.a,v.b,u.a,u.b,u.c);

ret.b=parallel(v.c,v.a,u.a,u.b,u.c)?intersection(v.b,v.c,u.a,u.b,u.c):intersection(v.c,v.a,u.a,u.b,u.c);

return ret;

}

line3 intersection(point3 u1,point3 u2,point3 u3,point3 v1,point3 v2,point3 v3){

line3 ret;

ret.a=parallel(v1,v2,u1,u2,u3)?intersection(v2,v3,u1,u2,u3):intersection(v1,v2,u1,u2,u3);

ret.b=parallel(v3,v1,u1,u2,u3)?intersection(v2,v3,u1,u2,u3):intersection(v3,v1,u1,u2,u3);

return ret;

}

//点到直线距离

double ptoline(point3 p,line3 l){

return vlen(xmult(subt(p,l.a),subt(l.b,l.a)))/distance(l.a,l.b);

}

double ptoline(point3 p,point3 l1,point3 l2){

return vlen(xmult(subt(p,l1),subt(l2,l1)))/distance(l1,l2);

}

//点到平面距离

double ptoplane(point3 p,plane3 s){

return fabs(dmult(pvec(s),subt(p,s.a)))/vlen(pvec(s));

}

double ptoplane(point3 p,point3 s1,point3 s2,point3 s3){

return fabs(dmult(pvec(s1,s2,s3),subt(p,s1)))/vlen(pvec(s1,s2,s3));

}

//直线到直线距离

double linetoline(line3 u,line3 v){

point3 n=xmult(subt(u.a,u.b),subt(v.a,v.b));

return fabs(dmult(subt(u.a,v.a),n))/vlen(n);

}

double linetoline(point3 u1,point3 u2,point3 v1,point3 v2){

point3 n=xmult(subt(u1,u2),subt(v1,v2));

return fabs(dmult(subt(u1,v1),n))/vlen(n);

}

//两直线夹角cos值

double angle\_cos(line3 u,line3 v){

return dmult(subt(u.a,u.b),subt(v.a,v.b))/vlen(subt(u.a,u.b))/vlen(subt(v.a,v.b));

}

double angle\_cos(point3 u1,point3 u2,point3 v1,point3 v2){

return dmult(subt(u1,u2),subt(v1,v2))/vlen(subt(u1,u2))/vlen(subt(v1,v2));

}

//两平面夹角cos值

double angle\_cos(plane3 u,plane3 v){

return dmult(pvec(u),pvec(v))/vlen(pvec(u))/vlen(pvec(v));

}

double angle\_cos(point3 u1,point3 u2,point3 u3,point3 v1,point3 v2,point3 v3){

return dmult(pvec(u1,u2,u3),pvec(v1,v2,v3))/vlen(pvec(u1,u2,u3))/vlen(pvec(v1,v2,v3));

}

//直线平面夹角sin值

double angle\_sin(line3 l,plane3 s){

return dmult(subt(l.a,l.b),pvec(s))/vlen(subt(l.a,l.b))/vlen(pvec(s));

}

double angle\_sin(point3 l1,point3 l2,point3 s1,point3 s2,point3 s3){

return dmult(subt(l1,l2),pvec(s1,s2,s3))/vlen(subt(l1,l2))/vlen(pvec(s1,s2,s3));

}

**1.10 凸包**

#include <stdlib.h>

#define eps 1e-8

#define zero(x) (((x)>0?(x):-(x))<eps)

struct point{double x,y;};

//计算cross product (P1-P0)x(P2-P0)

double xmult(point p1,point p2,point p0){

return (p1.x-p0.x)\*(p2.y-p0.y)-(p2.x-p0.x)\*(p1.y-p0.y);

}

//graham算法顺时针构造包含所有共线点的凸包,O(nlogn)

point p1,p2;

int graham\_cp(const void\* a,const void\* b){

double ret=xmult(\*((point\*)a),\*((point\*)b),p1);

return zero(ret)?(xmult(\*((point\*)a),\*((point\*)b),p2)>0?1:-1):(ret>0?1:-1);

}

void \_graham(int n,point\* p,int& s,point\* ch){

int i,k=0;

for (p1=p2=p[0],i=1;i<n;p2.x+=p[i].x,p2.y+=p[i].y,i++)

if (p1.y-p[i].y>eps||(zero(p1.y-p[i].y)&&p1.x>p[i].x))

p1=p[k=i];

p2.x/=n,p2.y/=n;

p[k]=p[0],p[0]=p1;

qsort(p+1,n-1,sizeof(point),graham\_cp);

for (ch[0]=p[0],ch[1]=p[1],ch[2]=p[2],s=i=3;i<n;ch[s++]=p[i++])

for (;s>2&&xmult(ch[s-2],p[i],ch[s-1])<-eps;s--);

}

//构造凸包接口函数,传入原始点集大小n,点集p(p原有顺序被打乱!)

//返回凸包大小,凸包的点在convex中

//参数maxsize为1包含共线点,为0不包含共线点,缺省为1

//参数clockwise为1顺时针构造,为0逆时针构造,缺省为1

//在输入仅有若干共线点时算法不稳定,可能有此类情况请另行处理!

//不能去掉点集中重合的点

int graham(int n,point\* p,point\* convex,int maxsize=1,int dir=1){

point\* temp=new point[n];

int s,i;

\_graham(n,p,s,temp);

for (convex[0]=temp[0],n=1,i=(dir?1:(s-1));dir?(i<s):i;i+=(dir?1:-1))

if (maxsize||!zero(xmult(temp[i-1],temp[i],temp[(i+1)%s])))

convex[n++]=temp[i];

delete []temp;

return n;

}

**1.11 网格**

#define abs(x) ((x)>0?(x):-(x))

struct point{int x,y;};

int gcd(int a,int b){

return b?gcd(b,a%b):a;

}

//多边形上的网格点个数

int grid\_onedge(int n,point\* p){

int i,ret=0;

for (i=0;i<n;i++)

ret+=gcd(abs(p[i].x-p[(i+1)%n].x),abs(p[i].y-p[(i+1)%n].y));

return ret;

}

//多边形内的网格点个数

int grid\_inside(int n,point\* p){

int i,ret=0;

for (i=0;i<n;i++)

ret+=p[(i+1)%n].y\*(p[i].x-p[(i+2)%n].x);

return (abs(ret)-grid\_onedge(n,p))/2+1;

}

**1.12 圆**

#include <math.h>

#define eps 1e-8

struct point{double x,y;};

double xmult(point p1,point p2,point p0){

return (p1.x-p0.x)\*(p2.y-p0.y)-(p2.x-p0.x)\*(p1.y-p0.y);

}

double distance(point p1,point p2){

return sqrt((p1.x-p2.x)\*(p1.x-p2.x)+(p1.y-p2.y)\*(p1.y-p2.y));

}

double disptoline(point p,point l1,point l2){

return fabs(xmult(p,l1,l2))/distance(l1,l2);

}

point intersection(point u1,point u2,point v1,point v2){

point ret=u1;

double t=((u1.x-v1.x)\*(v1.y-v2.y)-(u1.y-v1.y)\*(v1.x-v2.x))

/((u1.x-u2.x)\*(v1.y-v2.y)-(u1.y-u2.y)\*(v1.x-v2.x));

ret.x+=(u2.x-u1.x)\*t;

ret.y+=(u2.y-u1.y)\*t;

return ret;

}

//判直线和圆相交,包括相切

int intersect\_line\_circle(point c,double r,point l1,point l2){

return disptoline(c,l1,l2)<r+eps;

}

//判线段和圆相交,包括端点和相切

int intersect\_seg\_circle(point c,double r,point l1,point l2){

double t1=distance(c,l1)-r,t2=distance(c,l2)-r;

point t=c;

if (t1<eps||t2<eps)

return t1>-eps||t2>-eps;

t.x+=l1.y-l2.y;

t.y+=l2.x-l1.x;

return xmult(l1,c,t)\*xmult(l2,c,t)<eps&&disptoline(c,l1,l2)-r<eps;

}

//判圆和圆相交,包括相切

int intersect\_circle\_circle(point c1,double r1,point c2,double r2){

return distance(c1,c2)<r1+r2+eps&&distance(c1,c2)>fabs(r1-r2)-eps;

}

//计算圆上到点p最近点,如p与圆心重合,返回p本身

point dot\_to\_circle(point c,double r,point p){

point u,v;

if (distance(p,c)<eps)

return p;

u.x=c.x+r\*fabs(c.x-p.x)/distance(c,p);

u.y=c.y+r\*fabs(c.y-p.y)/distance(c,p)\*((c.x-p.x)\*(c.y-p.y)<0?-1:1);

v.x=c.x-r\*fabs(c.x-p.x)/distance(c,p);

v.y=c.y-r\*fabs(c.y-p.y)/distance(c,p)\*((c.x-p.x)\*(c.y-p.y)<0?-1:1);

return distance(u,p)<distance(v,p)?u:v;

}

//计算直线与圆的交点,保证直线与圆有交点

//计算线段与圆的交点可用这个函数后判点是否在线段上

void intersection\_line\_circle(point c,double r,point l1,point l2,point& p1,point& p2){

point p=c;

double t;

p.x+=l1.y-l2.y;

p.y+=l2.x-l1.x;

p=intersection(p,c,l1,l2);

t=sqrt(r\*r-distance(p,c)\*distance(p,c))/distance(l1,l2);

p1.x=p.x+(l2.x-l1.x)\*t;

p1.y=p.y+(l2.y-l1.y)\*t;

p2.x=p.x-(l2.x-l1.x)\*t;

p2.y=p.y-(l2.y-l1.y)\*t;

}

//计算圆与圆的交点,保证圆与圆有交点,圆心不重合

void intersection\_circle\_circle(point c1,double r1,point c2,double r2,point& p1,point& p2){

point u,v;

double t;

t=(1+(r1\*r1-r2\*r2)/distance(c1,c2)/distance(c1,c2))/2;

u.x=c1.x+(c2.x-c1.x)\*t;

u.y=c1.y+(c2.y-c1.y)\*t;

v.x=u.x+c1.y-c2.y;

v.y=u.y-c1.x+c2.x;

intersection\_line\_circle(c1,r1,u,v,p1,p2);

}

**1.13 整数函数**

//整数几何函数库

//注意某些情况下整数运算会出界!

#define sign(a) ((a)>0?1:(((a)<0?-1:0)))

struct point{int x,y;};

struct line{point a,b;};

//计算cross product (P1-P0)x(P2-P0)

int xmult(point p1,point p2,point p0){

return (p1.x-p0.x)\*(p2.y-p0.y)-(p2.x-p0.x)\*(p1.y-p0.y);

}

int xmult(int x1,int y1,int x2,int y2,int x0,int y0){

return (x1-x0)\*(y2-y0)-(x2-x0)\*(y1-y0);

}

//计算dot product (P1-P0).(P2-P0)

int dmult(point p1,point p2,point p0){

return (p1.x-p0.x)\*(p2.x-p0.x)+(p1.y-p0.y)\*(p2.y-p0.y);

}

int dmult(int x1,int y1,int x2,int y2,int x0,int y0){

return (x1-x0)\*(x2-x0)+(y1-y0)\*(y2-y0);

}

//判三点共线

int dots\_inline(point p1,point p2,point p3){

return !xmult(p1,p2,p3);

}

int dots\_inline(int x1,int y1,int x2,int y2,int x3,int y3){

return !xmult(x1,y1,x2,y2,x3,y3);

}

//判点是否在线段上,包括端点和部分重合

int dot\_online\_in(point p,line l){

return !xmult(p,l.a,l.b)&&(l.a.x-p.x)\*(l.b.x-p.x)<=0&&(l.a.y-p.y)\*(l.b.y-p.y)<=0

;

}

int dot\_online\_in(point p,point l1,point l2){

return !xmult(p,l1,l2)&&(l1.x-p.x)\*(l2.x-p.x)<=0&&(l1.y-p.y)\*(l2.y-p.y)<=0;

}

//

int dot\_online\_in(int x,int y,int x1,int y1,int x2,int y2){

return !xmult(x,y,x1,y1,x2,y2)&&(x1-x)\*(x2-x)<=0&&(y1-y)\*(y2-y)<=0;

}

//判点是否在线段上,不包括端点

int dot\_online\_ex(point p,line l){

return dot\_online\_in(p,l)&&(p.x!=l.a.x||p.y!=l.a.y)&&(p.x!=l.b.x||p.y!=l.b.y);

}

int dot\_online\_ex(point p,point l1,point l2){

return dot\_online\_in(p,l1,l2)&&(p.x!=l1.x||p.y!=l1.y)&&(p.x!=l2.x||p.y!=l2.y);

}

int dot\_online\_ex(int x,int y,int x1,int y1,int x2,int y2){

return dot\_online\_in(x,y,x1,y1,x2,y2)&&(x!=x1||y!=y1)&&(x!=x2||y!=y2);

}

//判两点在直线同侧,点在直线上返回0

int same\_side(point p1,point p2,line l){

return sign(xmult(l.a,p1,l.b))\*xmult(l.a,p2,l.b)>0;

}

int same\_side(point p1,point p2,point l1,point l2){

return sign(xmult(l1,p1,l2))\*xmult(l1,p2,l2)>0;

}

//判两点在直线异侧,点在直线上返回0

int opposite\_side(point p1,point p2,line l){

return sign(xmult(l.a,p1,l.b))\*xmult(l.a,p2,l.b)<0;

}

int opposite\_side(point p1,point p2,point l1,point l2){

return sign(xmult(l1,p1,l2))\*xmult(l1,p2,l2)<0;

}

//判两直线平行

int parallel(line u,line v){

return (u.a.x-u.b.x)\*(v.a.y-v.b.y)==(v.a.x-v.b.x)\*(u.a.y-u.b.y);

}

int parallel(point u1,point u2,point v1,point v2){

return (u1.x-u2.x)\*(v1.y-v2.y)==(v1.x-v2.x)\*(u1.y-u2.y);

}

//判两直线垂直

int perpendicular(line u,line v){

return (u.a.x-u.b.x)\*(v.a.x-v.b.x)==-(u.a.y-u.b.y)\*(v.a.y-v.b.y);

}

int perpendicular(point u1,point u2,point v1,point v2){

return (u1.x-u2.x)\*(v1.x-v2.x)==-(u1.y-u2.y)\*(v1.y-v2.y);

}

//判两线段相交,包括端点和部分重合

int intersect\_in(line u,line v){

if (!dots\_inline(u.a,u.b,v.a)||!dots\_inline(u.a,u.b,v.b))

return !same\_side(u.a,u.b,v)&&!same\_side(v.a,v.b,u);

return dot\_online\_in(u.a,v)||dot\_online\_in(u.b,v)||dot\_online\_in(v.a,u)||dot\_online\_in(v.b,u);

}

int intersect\_in(point u1,point u2,point v1,point v2){

if (!dots\_inline(u1,u2,v1)||!dots\_inline(u1,u2,v2))

return !same\_side(u1,u2,v1,v2)&&!same\_side(v1,v2,u1,u2);

return dot\_online\_in(u1,v1,v2)||dot\_online\_in(u2,v1,v2)||dot\_online\_in(v1,u1,u2)||dot\_online\_in(v2,u1,u2);

}

//判两线段相交,不包括端点和部分重合

int intersect\_ex(line u,line v){

return opposite\_side(u.a,u.b,v)&&opposite\_side(v.a,v.b,u);

}

int intersect\_ex(point u1,point u2,point v1,point v2){

return opposite\_side(u1,u2,v1,v2)&&opposite\_side(v1,v2,u1,u2);

}

**2、组合**

**2.1 组合公式**

1. C(m,n)=C(m,m-n)

2. C(m,n)=C(m-1,n)+C(m-1,n-1)

derangement D(n) = n!(1 - 1/1! + 1/2! - 1/3! + ... + (-1)^n/n!)

= (n-1)(D(n-2) - D(n-1))

Q(n) = D(n) + D(n-1)

求和公式,k = 1..n

1. sum( k ) = n(n+1)/2

2. sum( 2k-1 ) = n^2

3. sum( k^2 ) = n(n+1)(2n+1)/6

4. sum( (2k-1)^2 ) = n(4n^2-1)/3

5. sum( k^3 ) = (n(n+1)/2)^2

6. sum( (2k-1)^3 ) = n^2(2n^2-1)

7. sum( k^4 ) = n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)/30

8. sum( k^5 ) = n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1)/12

9. sum( k(k+1) ) = n(n+1)(n+2)/3

10. sum( k(k+1)(k+2) ) = n(n+1)(n+2)(n+3)/4

12. sum( k(k+1)(k+2)(k+3) ) = n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)/5

**2.2 排列组合生成**

//gen\_perm产生字典序排列P(n,m)

//gen\_comb产生字典序组合C(n,m)

//gen\_perm\_swap产生相邻位对换全排列P(n,n)

//产生元素用1..n表示

//dummy为产生后调用的函数,传入a[]和n,a[0]..a[n-1]为一次产生的结果

#define MAXN 100

int count;

#include <iostream.h>

void dummy(int\* a,int n){

int i;

cout<<count++<<": ";

for (i=0;i<n-1;i++)

cout<<a[i]<<' ';

cout<<a[n-1]<<endl;

}

void \_gen\_perm(int\* a,int n,int m,int l,int\* temp,int\* tag){

int i;

if (l==m)

dummy(temp,m);

else

for (i=0;i<n;i++)

if (!tag[i]){

temp[l]=a[i],tag[i]=1;

\_gen\_perm(a,n,m,l+1,temp,tag);

tag[i]=0;

}

}

void gen\_perm(int n,int m){

int a[MAXN],temp[MAXN],tag[MAXN]={0},i;

for (i=0;i<n;i++)

a[i]=i+1;

\_gen\_perm(a,n,m,0,temp,tag);

}

void \_gen\_comb(int\* a,int s,int e,int m,int& count,int\* temp){

int i;

if (!m)

dummy(temp,count);

else

for (i=s;i<=e-m+1;i++){

temp[count++]=a[i];

\_gen\_comb(a,i+1,e,m-1,count,temp);

count--;

}

}

void gen\_comb(int n,int m){

int a[MAXN],temp[MAXN],count=0,i;

for (i=0;i<n;i++)

a[i]=i+1;

\_gen\_comb(a,0,n-1,m,count,temp);

}

void \_gen\_perm\_swap(int\* a,int n,int l,int\* pos,int\* dir){

int i,p1,p2,t;

if (l==n)

dummy(a,n);

else{

\_gen\_perm\_swap(a,n,l+1,pos,dir);

for (i=0;i<l;i++){

p2=(p1=pos[l])+dir[l];

t=a[p1],a[p1]=a[p2],a[p2]=t;

pos[a[p1]-1]=p1,pos[a[p2]-1]=p2;

\_gen\_perm\_swap(a,n,l+1,pos,dir);

}

dir[l]=-dir[l];

}

}

void gen\_perm\_swap(int n){

int a[MAXN],pos[MAXN],dir[MAXN],i;

for (i=0;i<n;i++)

a[i]=i+1,pos[i]=i,dir[i]=-1;

\_gen\_perm\_swap(a,n,0,pos,dir);

}

**2.3 生成gray码**

//生成reflected gray code

//每次调用gray取得下一个码

//000...000是第一个码,100...000是最后一个码

void gray(int n,int \*code){

int t=0,i;

for (i=0;i<n;t+=code[i++]);

if (t&1)

for (n--;!code[n];n--);

code[n-1]=1-code[n-1];

}

**2.4 置换(polya)**

//求置换的循环节,polya原理

//perm[0..n-1]为0..n-1的一个置换(排列)

//返回置换最小周期,num返回循环节个数

#define MAXN 1000

int gcd(int a,int b){

return b?gcd(b,a%b):a;

}

int polya(int\* perm,int n,int& num){

int i,j,p,v[MAXN]={0},ret=1;

for (num=i=0;i<n;i++)

if (!v[i]){

for (num++,j=0,p=i;!v[p=perm[p]];j++)

v[p]=1;

ret\*=j/gcd(ret,j);

}

return ret;

}

**2.5 字典序全排列**

//字典序全排列与序号的转换

int perm2num(int n,int \*p){

int i,j,ret=0,k=1;

for (i=n-2;i>=0;k\*=n-(i--))

for (j=i+1;j<n;j++)

if (p[j]<p[i])

ret+=k;

return ret;

}

void num2perm(int n,int \*p,int t){

int i,j;

for (i=n-1;i>=0;i--)

p[i]=t%(n-i),t/=n-i;

for (i=n-1;i;i--)

for (j=i-1;j>=0;j--)

if (p[j]<=p[i])

p[i]++;

}

**2.6 字典序组合**

//字典序组合与序号的转换

//comb为组合数C(n,m),必要时换成大数,注意处理C(n,m)=0|n<m

int comb(int n,int m){

int ret=1,i;

m=m<(n-m)?m:(n-m);

for (i=n-m+1;i<=n;ret\*=(i++));

for (i=1;i<=m;ret/=(i++));

return m<0?0:ret;

}

int comb2num(int n,int m,int \*c){

int ret=comb(n,m),i;

for (i=0;i<m;i++)

ret-=comb(n-c[i],m-i);

return ret;

}

void num2comb(int n,int m,int\* c,int t){

int i,j=1,k;

for (i=0;i<m;c[i++]=j++)

for (;t>(k=comb(n-j,m-i-1));t-=k,j++);

}

**3、 数据结构**

**3.1 并查集**

//带路径压缩的并查集,用于动态维护查询等价类

//图论算法中动态判点集连通常用

//维护和查询复杂度略大于O(1)

//集合元素取值1..MAXN-1(注意0不能用!),默认不等价

#include <string.h>

#define MAXN 100000

#define \_ufind\_run(x) for(;p[t=x];x=p[x],p[t]=(p[x]?p[x]:x))

#define \_run\_both \_ufind\_run(i);\_ufind\_run(j)

struct ufind{

int p[MAXN],t;

void init(){memset(p,0,sizeof(p));}

void set\_friend(int i,int j){\_run\_both;p[i]=(i==j?0:j);}

int is\_friend(int i,int j){\_run\_both;return i==j&&i;}

};

//带路径压缩的并查集扩展形式

//用于动态维护查询friend-enemy型等价类

//维护和查询复杂度略大于O(1)

//集合元素取值1..MAXN-1(注意0不能用!),默认无关

#include <string.h>

#define MAXN 100000

#define sig(x) ((x)>0?1:-1)

#define abs(x) ((x)>0?(x):-(x))

#define \_ufind\_run(x) for(;p[t=abs(x)];x=sig(x)\*p[abs(x)],p[t]=sig(p[t])\*(p[abs(x)]?p[abs(x)]:abs(p[t])))

#define \_run\_both \_ufind\_run(i);\_ufind\_run(j)

#define \_set\_side(x) p[abs(i)]=sig(i)\*(abs(i)==abs(j)?0:(x)\*j)

#define \_judge\_side(x) (i==(x)\*j&&i)

struct ufind{

int p[MAXN],t;

void init(){memset(p,0,sizeof(p));}

int set\_friend(int i,int j){\_run\_both;\_set\_side(1);return !\_judge\_side(-1);}

int set\_enemy(int i,int j){\_run\_both;\_set\_side(-1);return !\_judge\_side(1);}

int is\_friend(int i,int j){\_run\_both;return \_judge\_side(1);}

int is\_enemy(int i,int j){\_run\_both;return \_judge\_side(-1);}

};

**3.2 堆**

//二分堆(binary)

//可插入,获取并删除最小(最大)元素,复杂度均O(logn)

//可更改元素类型,修改比较符号或换成比较函数

#define MAXN 10000

#define \_cp(a,b) ((a)<(b))

typedef int elem\_t;

struct heap{

elem\_t h[MAXN];

int n,p,c;

void init(){n=0;}

void ins(elem\_t e){

for (p=++n;p>1&&\_cp(e,h[p>>1]);h[p]=h[p>>1],p>>=1);

h[p]=e;

}

int del(elem\_t& e){

if (!n) return 0;

for (e=h[p=1],c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[p]=h[n--];return 1;

}

};

//映射二分堆(mapped)

//可插入,获取并删除任意元素,复杂度均O(logn)

//插入时提供一个索引值,删除时按该索引删除,获取并删除最小元素时一起获得该索引

//索引值范围0..MAXN-1,不能重复,不负责维护索引的唯一性,不在此返回请另外映射

//主要用于图论算法,该索引值可以是节点的下标

//可更改元素类型,修改比较符号或换成比较函数

#define MAXN 10000

#define \_cp(a,b) ((a)<(b))

typedef int elem\_t;

struct heap{

elem\_t h[MAXN];

int ind[MAXN],map[MAXN],n,p,c;

void init(){n=0;}

void ins(int i,elem\_t e){

for (p=++n;p>1&&\_cp(e,h[p>>1]);h[map[ind[p]=ind[p>>1]]=p]=h[p>>1],p>>=1);

h[map[ind[p]=i]=p]=e;

}

int del(int i,elem\_t& e){

i=map[i];if (i<1||i>n) return 0;

for (e=h[p=i];p>1;h[map[ind[p]=ind[p>>1]]=p]=h[p>>1],p>>=1);

for (c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[map[ind[p]=ind[c]]=p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[map[ind[p]=ind[n]]=p]=h[n];n--;return 1;

}

int delmin(int& i,elem\_t& e){

if (n<1) return 0;i=ind[1];

for (e=h[p=1],c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[map[ind[p]=ind[c]]=p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[map[ind[p]=ind[n]]=p]=h[n];n--;return 1;

}

};

**3.3 线段树**

线段树应用：

求面积:

1) 坐标离散化

2) 垂直边按x坐标排序

3) 从左往右用线段树处理垂直边

累计每个离散x区间长度和线段树长度的乘积

求周长:

1) 坐标离散化

2) 垂直边按x坐标排序, 第二关键字为入边优于出边

3) 从左往右用线段树处理垂直边

在每个离散点上先加入所有入边, 累计线段树长度变化值

再删除所有出边, 累计线段树长度变化值

4) 水平边按y坐标排序, 第二关键字为入边优于出边

5) 从上往下用线段树处理水平边

在每个离散点上先加入所有入边, 累计线段树长度变化值

再删除所有出边, 累计线段树长度变化值

//线段树

//可以处理加入边和删除边不同的情况

//inc\_seg和dec\_seg用于加入边

//seg\_len求长度

//t传根节点(一律为1)

//l0,r0传树的节点范围(一律为1..t)

//l,r传线段(端点)

#define MAXN 10000

struct segtree{

int n,cnt[MAXN],len[MAXN];

segtree(int t):n(t){

for (int i=1;i<=t;i++)

cnt[i]=len[i]=0;

};

void update(int t,int l,int r);

void inc\_seg(int t,int l0,int r0,int l,int r);

void dec\_seg(int t,int l0,int r0,int l,int r);

int seg\_len(int t,int l0,int r0,int l,int r);

};

int length(int l,int r){

return r-l;

}

void segtree::update(int t,int l,int r){

if (cnt[t]||r-l==1)

len[t]=length(l,r);

else

len[t]=len[t+t]+len[t+t+1];

}

void segtree::inc\_seg(int t,int l0,int r0,int l,int r){

if (l0==l&&r0==r)

cnt[t]++;

else{

int m0=(l0+r0)>>1;

if (l<m0)

inc\_seg(t+t,l0,m0,l,m0<r?m0:r);

if (r>m0)

inc\_seg(t+t+1,m0,r0,m0>l?m0:l,r);

if (cnt[t+t]&&cnt[t+t+1]){

cnt[t+t]--;

update(t+t,l0,m0);

cnt[t+t+1]--;

update(t+t+1,m0,r0);

cnt[t]++;

}

}

update(t,l0,r0);

}

void segtree::dec\_seg(int t,int l0,int r0,int l,int r){

if (l0==l&&r0==r)

cnt[t]--;

else if (cnt[t]){

cnt[t]--;

if (l>l0)

inc\_seg(t,l0,r0,l0,l);

if (r<r0)

inc\_seg(t,l0,r0,r,r0);

}

else{

int m0=(l0+r0)>>1;

if (l<m0)

dec\_seg(t+t,l0,m0,l,m0<r?m0:r);

if (r>m0)

dec\_seg(t+t+1,m0,r0,m0>l?m0:l,r);

}

update(t,l0,r0);

}

int segtree::seg\_len(int t,int l0,int r0,int l,int r){

if (cnt[t]||(l0==l&&r0==r))

return len[t];

else{

int m0=(l0+r0)>>1,ret=0;

if (l<m0)

ret+=seg\_len(t+t,l0,m0,l,m0<r?m0:r);

if (r>m0)

ret+=seg\_len(t+t+1,m0,r0,m0>l?m0:l,r);

return ret;

}

}

//线段树扩展

//可以计算长度和线段数

//可以处理加入边和删除边不同的情况

//inc\_seg和dec\_seg用于加入边

//seg\_len求长度,seg\_cut求线段数

//t传根节点(一律为1)

//l0,r0传树的节点范围(一律为1..t)

//l,r传线段(端点)

#define MAXN 10000

struct segtree{

int n,cnt[MAXN],len[MAXN],cut[MAXN],bl[MAXN],br[MAXN];

segtree(int t):n(t){

for (int i=1;i<=t;i++)

cnt[i]=len[i]=cut[i]=bl[i]=br[i]=0;

};

void update(int t,int l,int r);

void inc\_seg(int t,int l0,int r0,int l,int r);

void dec\_seg(int t,int l0,int r0,int l,int r);

int seg\_len(int t,int l0,int r0,int l,int r);

int seg\_cut(int t,int l0,int r0,int l,int r);

};

int length(int l,int r){

return r-l;

}

void segtree::update(int t,int l,int r){

if (cnt[t]||r-l==1)

len[t]=length(l,r),cut[t]=bl[t]=br[t]=1;

else{

len[t]=len[t+t]+len[t+t+1];

cut[t]=cut[t+t]+cut[t+t+1];

if (br[t+t]&&bl[t+t+1])

cut[t]--;

bl[t]=bl[t+t],br[t]=br[t+t+1];

}

}

void segtree::inc\_seg(int t,int l0,int r0,int l,int r){

if (l0==l&&r0==r)

cnt[t]++;

else{

int m0=(l0+r0)>>1;

if (l<m0)

inc\_seg(t+t,l0,m0,l,m0<r?m0:r);

if (r>m0)

inc\_seg(t+t+1,m0,r0,m0>l?m0:l,r);

if (cnt[t+t]&&cnt[t+t+1]){

cnt[t+t]--;

update(t+t,l0,m0);

cnt[t+t+1]--;

update(t+t+1,m0,r0);

cnt[t]++;

}

}

update(t,l0,r0);

}

void segtree::dec\_seg(int t,int l0,int r0,int l,int r){

if (l0==l&&r0==r)

cnt[t]--;

else if (cnt[t]){

cnt[t]--;

if (l>l0)

inc\_seg(t,l0,r0,l0,l);

if (r<r0)

inc\_seg(t,l0,r0,r,r0);

}

else{

int m0=(l0+r0)>>1;

if (l<m0)

dec\_seg(t+t,l0,m0,l,m0<r?m0:r);

if (r>m0)

dec\_seg(t+t+1,m0,r0,m0>l?m0:l,r);

}

update(t,l0,r0);

}

int segtree::seg\_len(int t,int l0,int r0,int l,int r){

if (cnt[t]||(l0==l&&r0==r))

return len[t];

else{

int m0=(l0+r0)>>1,ret=0;

if (l<m0)

ret+=seg\_len(t+t,l0,m0,l,m0<r?m0:r);

if (r>m0)

ret+=seg\_len(t+t+1,m0,r0,m0>l?m0:l,r);

return ret;

}

}

int segtree::seg\_cut(int t,int l0,int r0,int l,int r){

if (cnt[t])

return 1;

if (l0==l&&r0==r)

return cut[t];

else{

int m0=(l0+r0)>>1,ret=0;

if (l<m0)

ret+=seg\_cut(t+t,l0,m0,l,m0<r?m0:r);

if (r>m0)

ret+=seg\_cut(t+t+1,m0,r0,m0>l?m0:l,r);

if (l<m0&&r>m0&&br[t+t]&&bl[t+t+1])

ret--;

return ret;

}

}

**3.4 子段和**

//求sum{[0..n-1]}

//维护和查询复杂度均为O(logn)

//用于动态求子段和,数组内容保存在sum.a[]中

//可以改成其他数据类型

#include <string.h>

#define lowbit(x) ((x)&((x)^((x)-1)))

#define MAXN 10000

typedef int elem\_t;

struct sum{

elem\_t a[MAXN],c[MAXN],ret;

int n;

void init(int i){memset(a,0,sizeof(a));memset(c,0,sizeof(c));n=i;}

void update(int i,elem\_t v){for (v-=a[i],a[i++]+=v;i<=n;c[i-1]+=v,i+=lowbit(i));}

elem\_t query(int i){for (ret=0;i;ret+=c[i-1],i^=lowbit(i));return ret;}

};

**3.5 子阵和**

//求sum{a[0..m-1][0..n-1]}

//维护和查询复杂度均为O(logm\*logn)

//用于动态求子阵和,数组内容保存在sum.a[][]中

//可以改成其他数据类型

#include <string.h>

#define lowbit(x) ((x)&((x)^((x)-1)))

#define MAXN 100

typedef int elem\_t;

struct sum{

elem\_t a[MAXN][MAXN],c[MAXN][MAXN],ret;

int m,n,t;

void init(int i,int j)

{memset(a,0,sizeof(a));memset(c,0,sizeof(c));m=i,n=j;}

void update(int i,int j,elem\_t v){

for (v-=a[i][j],a[i++][j++]+=v,t=j;i<=m;i+=lowbit(i))

for (j=t;j<=n;c[i-1][j-1]+=v,j+=lowbit(j));

}

elem\_t query(int i,int j){

for (ret=0,t=j;i;i^=lowbit(i))

for (j=t;j;ret+=c[i-1][j-1],j^=lowbit(j));

return ret;

}

};

**4、数论**

**4.1 阶乘最后非0位**

//求阶乘最后非零位,复杂度O(nlogn)

//返回该位,n以字符串方式传入

#include <string.h>

#define MAXN 10000

int lastdigit(char\* buf){

const int mod[20]={1,1,2,6,4,2,2,4,2,8,4,4,8,4,6,8,8,6,8,2};

int len=strlen(buf),a[MAXN],i,c,ret=1;

if (len==1)

return mod[buf[0]-'0'];

for (i=0;i<len;i++)

a[i]=buf[len-1-i]-'0';

for (;len;len-=!a[len-1]){

ret=ret\*mod[a[1]%2\*10+a[0]]%5;

for (c=0,i=len-1;i>=0;i--)

c=c\*10+a[i],a[i]=c/5,c%=5;

}

return ret+ret%2\*5;

}

**4.2 模线性方程组**

#ifdef WIN32

typedef \_\_int64 i64;

#else

typedef long long i64;

#endif

//扩展Euclid求解gcd(a,b)=ax+by

int ext\_gcd(int a,int b,int& x,int& y){

int t,ret;

if (!b){

x=1,y=0;

return a;

}

ret=ext\_gcd(b,a%b,x,y);

t=x,x=y,y=t-a/b\*y;

return ret;

}

//计算m^a, O(loga), 本身没什么用, 注意这个按位处理的方法 :-P

int exponent(int m,int a){

int ret=1;

for (;a;a>>=1,m\*=m)

if (a&1)

ret\*=m;

return ret;

}

//计算幂取模a^b mod n, O(logb)

int modular\_exponent(int a,int b,int n){ //a^b mod n

int ret=1;

for (;b;b>>=1,a=(int)((i64)a)\*a%n)

if (b&1)

ret=(int)((i64)ret)\*a%n;

return ret;

}

//求解模线性方程ax=b (mod n)

//返回解的个数,解保存在sol[]中

//要求n>0,解的范围0..n-1

int modular\_linear(int a,int b,int n,int\* sol){

int d,e,x,y,i;

d=ext\_gcd(a,n,x,y);

if (b%d)

return 0;

e=(x\*(b/d)%n+n)%n;

for (i=0;i<d;i++)

sol[i]=(e+i\*(n/d))%n;

return d;

}

//求解模线性方程组(中国余数定理)

// x = b[0] (mod w[0])

// x = b[1] (mod w[1])

// ...

// x = b[k-1] (mod w[k-1])

//要求w[i]>0,w[i]与w[j]互质,解的范围1..n,n=w[0]\*w[1]\*...\*w[k-1]

int modular\_linear\_system(int b[],int w[],int k){

int d,x,y,a=0,m,n=1,i;

for (i=0;i<k;i++)

n\*=w[i];

for (i=0;i<k;i++){

m=n/w[i];

d=ext\_gcd(w[i],m,x,y);

a=(a+y\*m\*b[i])%n;

}

return (a+n)%n;

}

**4.3 素数**

//用素数表判定素数,先调用initprime

int plist[10000],pcount=0;

int prime(int n){

int i;

if ((n!=2&&!(n%2))||(n!=3&&!(n%3))||(n!=5&&!(n%5))||(n!=7&&!(n%7)))

return 0;

for (i=0;plist[i]\*plist[i]<=n;i++)

if (!(n%plist[i]))

return 0;

return n>1;

}

void initprime(){

int i;

for (plist[pcount++]=2,i=3;i<50000;i++)

if (prime(i))

plist[pcount++]=i;

}

//miller rabin

//判断自然数n是否为素数

//time越高失败概率越低,一般取10到50

#include <stdlib.h>

#ifdef WIN32

typedef \_\_int64 i64;

#else

typedef long long i64;

#endif

int modular\_exponent(int a,int b,int n){ //a^b mod n

int ret;

for (;b;b>>=1,a=(int)((i64)a)\*a%n)

if (b&1)

ret=(int)((i64)ret)\*a%n;

return ret;

}

// Carmicheal number: 561,41041,825265,321197185

int miller\_rabin(int n,int time=10){

if (n==1||(n!=2&&!(n%2))||(n!=3&&!(n%3))||(n!=5&&!(n%5))||(n!=7&&!(n%7)))

return 0;

while (time--)

if (modular\_exponent(((rand()&0x7fff<<16)+rand()&0x7fff+rand()&0x7fff)%(n-1)+1,n-1,n)!=1)

return 0;

return 1;

}

**4.4 欧拉函数**

int gcd(int a,int b){

return b?gcd(b,a%b):a;

}

inline int lcm(int a,int b){

return a/gcd(a,b)\*b;

}

//求1..n-1中与n互质的数的个数

int eular(int n){

int ret=1,i;

for (i=2;i\*i<=n;i++)

if (n%i==0){

n/=i,ret\*=i-1;

while (n%i==0)

n/=i,ret\*=i;

}

if (n>1)

ret\*=n-1;

return ret;

}

**5、数值计算**

**5.1 定积分计算(Romberg)**

/\* Romberg求定积分

输入：积分区间[a,b]，被积函数f(x,y,z)

输出：积分结果

f(x,y,z)示例：

double f0( double x, double l, double t )

{

return sqrt(1.0+l\*l\*t\*t\*cos(t\*x)\*cos(t\*x));

}

\*/

double Integral(double a, double b, double (\*f)(double x, double y, double z), double eps,

double l, double t)

double Romberg (double a, double b, double (\*f)(double x, double y, double z), double eps,

double l, double t)

{

#define MAX\_N 1000

int i, j, temp2, min;

double h, R[2][MAX\_N], temp4;

for (i=0; i<MAX\_N; i++) {

R[0][i] = 0.0;

R[1][i] = 0.0;

}

h = b-a;

min = (int)(log(h\*10.0)/log(2.0)); //h should be at most 0.1

R[0][0] = ((\*f)(a, l, t)+(\*f)(b, l, t))\*h\*0.50;

i = 1;

temp2 = 1;

while (i<MAX\_N){

i++;

R[1][0] = 0.0;

for (j=1; j<=temp2; j++)

R[1][0] += (\*f)(a+h\*((double)j-0.50), l, t);

R[1][0] = (R[0][0] + h\*R[1][0])\*0.50;

temp4 = 4.0;

for (j=1; j<i; j++) {

R[1][j] = R[1][j-1] + (R[1][j-1]-R[0][j-1])/(temp4-1.0);

temp4 \*= 4.0;

}

if ((fabs(R[1][i-1]-R[0][i-2])<eps)&&(i>min))

return R[1][i-1];

h \*= 0.50;

temp2 \*= 2;

for (j=0; j<i; j++)

R[0][j] = R[1][j];

}

return R[1][MAX\_N-1];

}

double Integral(double a, double b, double (\*f)(double x, double y, double z), double eps,

double l, double t)

{

#define pi 3.1415926535897932

int n;

double R, p, res;

n = (int)(floor)(b \* t \* 0.50 / pi);

p = 2.0 \* pi / t;

res = b - (double)n \* p;

if (n)

R = Romberg (a, p, f0, eps/(double)n, l, t);

R = R \* (double)n + Romberg( 0.0, res, f0, eps, l, t );

return R/100.0;

}

**5.2 多项式求根(牛顿法)**

/\* 牛顿法解多项式的根

输入：多项式系数c[]，多项式度数n，求在[a,b]间的根

输出：根

要求保证[a,b]间有根

\*/

double fabs( double x )

{

return (x<0)? -x : x;

}

double f(int m, double c[], double x)

{

int i;

double p = c[m];

for (i=m; i>0; i--)

p = p\*x + c[i-1];

return p;

}

int newton(double x0, double \*r,

double c[], double cp[], int n,

double a, double b, double eps)

{

int MAX\_ITERATION = 1000;

int i = 1;

double x1, x2, fp, eps2 = eps/10.0;

x1 = x0;

while (i < MAX\_ITERATION) {

x2 = f(n, c, x1);

fp = f(n-1, cp, x1);

if ((fabs(fp)<0.000000001) && (fabs(x2)>1.0))

return 0;

x2 = x1 - x2/fp;

if (fabs(x1-x2)<eps2) {

if (x2<a || x2>b)

return 0;

\*r = x2;

return 1;

}

x1 = x2;

i++;

}

return 0;

}

double Polynomial\_Root(double c[], int n, double a, double b, double eps)

{

double \*cp;

int i;

double root;

cp = (double \*)calloc(n, sizeof(double));

for (i=n-1; i>=0; i--) {

cp[i] = (i+1)\*c[i+1];

}

if (a>b) {

root = a; a = b; b = root;

}

if ((!newton(a, &root, c, cp, n, a, b, eps)) &&

(!newton(b, &root, c, cp, n, a, b, eps)))

newton((a+b)\*0.5, &root, c, cp, n, a, b, eps);

free(cp);

if (fabs(root)<eps)

return fabs(root);

else

return root;

}

**5.3 周期性方程(追赶法)**

/\* 追赶法解周期性方程

周期性方程定义：| a1 b1 c1 ... | = x1

| a2 b2 c2 ... | = x2

| ... | \* X = ...

| cn-1 ... an-1 bn-1 | = xn-1

| bn cn an | = xn

输入：a[],b[],c[],x[]

输出：求解结果X在x[]中

\*/

void run()

{

c[0] /= b[0]; a[0] /= b[0]; x[0] /= b[0];

for (int i = 1; i < N - 1; i ++) {

double temp = b[i] - a[i] \* c[i - 1];

c[i] /= temp;

x[i] = (x[i] - a[i] \* x[i - 1]) / temp;

a[i] = -a[i] \* a[i - 1] / temp;

}

a[N - 2] = -a[N - 2] - c[N - 2];

for (int i = N - 3; i >= 0; i --) {

a[i] = -a[i] - c[i] \* a[i + 1];

x[i] -= c[i] \* x[i + 1];

}

x[N - 1] -= (c[N - 1] \* x[0] + a[N - 1] \* x[N - 2]);

x[N - 1] /= (c[N - 1] \* a[0] + a[N - 1] \* a[N - 2] + b[N - 1]);

for (int i = N - 2; i >= 0; i --)

x[i] += a[i] \* x[N - 1];

}

**6、图论—NP搜索**

**6.1 最大团**

//最大团

//返回最大团大小和一个方案,传入图的大小n和邻接阵mat

//mat[i][j]为布尔量

#define MAXN 60

void clique(int n, int\* u, int mat[][MAXN], int size, int& max, int& bb, int\* res, int\* rr, int\* c) {

int i, j, vn, v[MAXN];

if (n) {

if (size + c[u[0]] <= max) return;

for (i = 0; i < n + size - max && i < n; ++ i) {

for (j = i + 1, vn = 0; j < n; ++ j)

if (mat[u[i]][u[j]])

v[vn ++] = u[j];

rr[size] = u[i];

clique(vn, v, mat, size + 1, max, bb, res, rr, c);

if (bb) return;

}

} else if (size > max) {

max = size;

for (i = 0; i < size; ++ i)

res[i] = rr[i];

bb = 1;

}

}

int maxclique(int n, int mat[][MAXN], int \*ret) {

int max = 0, bb, c[MAXN], i, j;

int vn, v[MAXN], rr[MAXN];

for (c[i = n - 1] = 0; i >= 0; -- i) {

for (vn = 0, j = i + 1; j < n; ++ j)

if (mat[i][j])

v[vn ++] = j;

bb = 0;

rr[0] = i;

clique(vn, v, mat, 1, max, bb, ret, rr, c);

c[i] = max;

}

return max;

}

**6.2 最大团(n<64)(faster)**

/\*\*

\* WishingBone's ACM/ICPC Routine Library

\*

\* maximum clique solver

\*/

#include <vector>

using std::vector;

// clique solver calculates both size and consitution of maximum clique

// uses bit operation to accelerate searching

// graph size limit is 63, the graph should be undirected

// can optimize to calculate on each component, and sort on vertex degrees

// can be used to solve maximum independent set

class clique {

public:

static const long long ONE = 1;

static const long long MASK = (1 << 21) - 1;

char\* bits;

int n, size, cmax[63];

long long mask[63], cons;

// initiate lookup table

clique() {

bits = new char[1 << 21];

bits[0] = 0;

for (int i = 1; i < 1 << 21; ++i) bits[i] = bits[i >> 1] + (i & 1);

}

~clique() {

delete bits;

}

// search routine

bool search(int step, int size, long long more, long long con);

// solve maximum clique and return size

int sizeClique(vector<vector<int> >& mat);

// solve maximum clique and return constitution

vector<int> consClique(vector<vector<int> >& mat);

};

// search routine

// step is node id, size is current solution, more is available mask, cons is

constitution mask

bool clique::search(int step, int size, long long more, long long cons) {

if (step >= n) {

// a new solution reached

this->size = size;

this->cons = cons;

return true;

}

long long now = ONE << step;

if ((now & more) > 0) {

long long next = more & mask[step];

if (size + bits[next & MASK] + bits[(next >> 21) & MASK] + bits[next >>

42] >= this->size

&& size + cmax[step] > this->size) {

// the current node is in the clique

if (search(step + 1, size + 1, next, cons | now)) return true;

}

}

long long next = more & ~now;

if (size + bits[next & MASK] + bits[(next >> 21) & MASK] + bits[next >> 42]

> this->size) {

// the current node is not in the clique

if (search(step + 1, size, next, cons)) return true;

}

return false;

}

// solve maximum clique and return size

int clique::sizeClique(vector<vector<int> >& mat) {

n = mat.size();

// generate mask vectors

for (int i = 0; i < n; ++i) {

mask[i] = 0;

for (int j = 0; j < n; ++j) if (mat[i][j] > 0) mask[i] |= ONE << j;

}

size = 0;

for (int i = n - 1; i >= 0; --i) {

search(i + 1, 1, mask[i], ONE << i);

cmax[i] = size;

}

return size;

}

// solve maximum clique and return constitution

// calls sizeClique and restore cons

vector<int> clique::consClique(vector<vector<int> >& mat) {

sizeClique(mat);

vector<int> ret;

for (int i = 0; i < n; ++i) if ((cons & (ONE << i)) > 0) ret.push\_back(i);

return ret;

}

**7、图论—连通性**

**7.1 无向图关键点(dfs邻接阵)**

//无向图的关键点,dfs邻接阵形式,O(n^2)

//返回关键点个数,key[]返回点集

//传入图的大小n和邻接阵mat,不相邻点边权0

#define MAXN 110

void search(int n,int mat[][MAXN],int\* dfn,int\* low,int now,int& ret,int\* key,int& cnt,int root,int& rd,int\* bb){

int i;

dfn[now]=low[now]=++cnt;

for (i=0;i<n;i++)

if (mat[now][i]){

if (!dfn[i]){

search(n,mat,dfn,low,i,ret,key,cnt,root,rd,bb);

if (low[i]<low[now])

low[now]=low[i];

if (low[i]>=dfn[now]){

if (now!=root&&!bb[now])

key[ret++]=now,bb[now]=1;

else if(now==root)

rd++;

}

}

else if (dfn[i]<low[now])

low[now]=dfn[i];

}

}

int key\_vertex(int n,int mat[][MAXN],int\* key){

int ret=0,i,cnt,rd,dfn[MAXN],low[MAXN],bb[MAXN];

for (i=0;i<n;dfn[i++]=bb[i]=0);

for (cnt=i=0;i<n;i++)

if (!dfn[i]){

rd=0;

search(n,mat,dfn,low,i,ret,key,cnt,i,rd,bb);

if (rd>1&&!bb[i])

key[ret++]=i,bb[i]=1;

}

return ret;

}

**7.2 无向图关键边(dfs邻接阵)**

//无向图的关键边,dfs邻接阵形式,O(n^2)

//返回关键边条数,key[][2]返回边集

//传入图的大小n和邻接阵mat,不相邻点边权0

#define MAXN 100

void search(int n,int mat[][MAXN],int\* dfn,int\* low,int now,int& cnt,int key[][2]){

int i;

for (low[now]=dfn[now],i=0;i<n;i++)

if (mat[now][i]){

if (!dfn[i]){

dfn[i]=dfn[now]+1;

search(n,mat,dfn,low,i,cnt,key);

if (low[i]>dfn[now])

key[cnt][0]=i,key[cnt++][1]=now;

if (low[i]<low[now])

low[now]=low[i];

}

else if (dfn[i]<dfn[now]-1&&dfn[i]<low[now])

low[now]=lev[i];

}

}

int key\_edge(int n,int mat[][MAXN],int key[][2]){

int ret=0,i,dfn[MAXN],low[MAXN];

for (i=0;i<n;dfn[i++]=0);

for (i=0;i<n;i++)

if (!dfn[i])

dfn[i]=1,bridge(n,mat,dfn,low,i,ret,key);

return ret;

}

**7.3 无向图的块(bfs邻接阵)**

//无向图的块,dfs邻接阵形式,O(n^2)

//每产生一个块调用dummy

//传入图的大小n和邻接阵mat,不相邻点边权0

#define MAXN 100

#include <iostream.h>

void dummy(int n,int\* a){

for (int i=0;i<n;i++)

cout<<a[i]<<' ';

cout<<endl;

}

void search(int n,int mat[][MAXN],int\* dfn,int\* low,int now,int& cnt,int\* st,int& sp){

int i,m,a[MAXN];

dfn[st[sp++]=now]=low[now]=++cnt;

for (i=0;i<n;i++)

if (mat[now][i]){

if (!dfn[i]){

search(n,mat,dfn,low,i,cnt,st,sp);

if (low[i]<low[now])

low[now]=low[i];

if (low[i]>=dfn[now]){

for (st[sp]=-1,a[0]=now,m=1;st[sp]!=i;a[m++]=st[--sp]);

dummy(m,a);

}

}

else if (dfn[i]<low[now])

low[now]=dfn[i];

}

}

void block(int n,int mat[][MAXN]){

int i,cnt,dfn[MAXN],low[MAXN],st[MAXN],sp=0;

for (i=0;i<n;dfn[i++]=0);

for (cnt=i=0;i<n;i++)

if (!dfn[i])

search(n,mat,dfn,low,i,cnt,st,sp);

}

**7.4 无向图连通分支(dfs/bfs邻接阵)**

//无向图连通分支,dfs邻接阵形式,O(n^2)

//返回分支数,id返回1..分支数的值

//传入图的大小n和邻接阵mat,不相邻点边权0

#define MAXN 100

void floodfill(int n,int mat[][MAXN],int\* id,int now,int tag){

int i;

for (id[now]=tag,i=0;i<n;i++)

if (!id[i]&&mat[now][i])

floodfill(n,mat,id,i,tag);

}

int find\_components(int n,int mat[][MAXN],int\* id){

int ret,i;

for (i=0;i<n;id[i++]=0);

for (ret=i=0;i<n;i++)

if (!id[i])

floodfill(n,mat,id,i,++ret);

return ret;

}

//无向图连通分支,bfs邻接阵形式,O(n^2)

//返回分支数,id返回1..分支数的值

//传入图的大小n和邻接阵mat,不相邻点边权0

#define MAXN 100

int find\_components(int n,int mat[][MAXN],int\* id){

int ret,k,i,j,m;

for (k=0;k<n;id[k++]=0);

for (ret=k=0;k<n;k++)

if (!id[k])

for (id[k]=-1,ret++,m=1;m;)

for (m=i=0;i<n;i++)

if (id[i]==-1)

for (m++,id[i]=ret,j=0;j<n;j++)

if (!id[j]&&mat[i][j])

id[j]=-1;

return ret;

}

**7.5 有向图强连通分支(dfs/bfs邻接阵)**

//有向图强连通分支,dfs邻接阵形式,O(n^2)

//返回分支数,id返回1..分支数的值

//传入图的大小n和邻接阵mat,不相邻点边权0

#define MAXN 100

void search(int n,int mat[][MAXN],int\* dfn,int\* low,int now,int& cnt,int& tag,int\* id,int\* st,int& sp){

int i,j;

dfn[st[sp++]=now]=low[now]=++cnt;

for (i=0;i<n;i++)

if (mat[now][i]){

if (!dfn[i]){

ssearch(n,mat,dfn,low,i,cnt,tag,id,st,sp);

if (low[i]<low[now])

low[now]=low[i];

}

else if (dfn[i]<dfn[now]){

for (j=0;j<sp&&st[j]!=i;j++);

if (j<cnt&&dfn[i]<low[now])

low[now]=dfn[i];

}

}

if (low[now]==dfn[now])

for (tag++;st[sp]!=now;id[st[--sp]]=tag);

}

int find\_components(int n,int mat[][MAXN],int\* id){

int ret=0,i,cnt,sp,st[MAXN],dfn[MAXN],low[MAXN];

for (i=0;i<n;dfn[i++]=0);

for (sp=cnt=i=0;i<n;i++)

if (!dfn[i])

search(n,mat,dfn,low,i,cnt,ret,id,st,sp);

return ret;

}

//有向图强连通分支,bfs邻接阵形式,O(n^2)

//返回分支数,id返回1..分支数的值

//传入图的大小n和邻接阵mat,不相邻点边权0

#define MAXN 100

int find\_components(int n,int mat[][MAXN],int\* id){

int ret=0,a[MAXN],b[MAXN],c[MAXN],d[MAXN],i,j,k,t;

for (k=0;k<n;id[k++]=0);

for (k=0;k<n;k++)

if (!id[k]){

for (i=0;i<n;i++)

a[i]=b[i]=c[i]=d[i]=0;

a[k]=b[k]=1;

for (t=1;t;)

for (t=i=0;i<n;i++){

if (a[i]&&!c[i])

for (c[i]=t=1,j=0;j<n;j++)

if (mat[i][j]&&!a[j])

a[j]=1;

if (b[i]&&!d[i])

for (d[i]=t=1,j=0;j<n;j++)

if (mat[j][i]&&!b[j])

b[j]=1;

}

for (ret++,i=0;i<n;i++)

if (a[i]&b[i])

id[i]=ret;

}

return ret;

}

**7.6 有向图最小点基(邻接阵)**

//有向图最小点基,邻接阵形式,O(n^2)

//返回电集大小和点集

//传入图的大小n和邻接阵mat,不相邻点边权0

//需要调用强连通分支

#define MAXN 100

int base\_vertex(int n,int mat[][MAXN],int\* sets){

int ret=0,id[MAXN],v[MAXN],i,j;

j=find\_components(n,mat,id);

for (i=0;i<j;v[i++]=1);

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;j++)

if (id[i]!=id[j]&&mat[i][j])

v[id[j]-1]=0;

for (i=0;i<n;i++)

if (v[id[i]-1])

v[id[sets[ret++]=i]-1]=0;

return ret;

}

**8、图论—匹配**

**8.1 二分图最大匹配(hungary邻接表)**

//二分图最大匹配,hungary算法,邻接表形式,复杂度O(m\*e)

//返回最大匹配数,传入二分图大小m,n和邻接表list(只需一边)

//match1,match2返回一个最大匹配,未匹配顶点match值为-1

#include <string.h>

#define MAXN 310

#define \_clr(x) memset(x,0xff,sizeof(int)\*MAXN)

struct edge\_t{

int from,to;

edge\_t\* next;

};

int hungary(int m,int n,edge\_t\* list[],int\* match1,int\* match2){

int s[MAXN],t[MAXN],p,q,ret=0,i,j,k;edge\_t\* e;

for (\_clr(match1),\_clr(match2),i=0;i<m;ret+=(match1[i++]>=0))

for (\_clr(t),s[p=q=0]=i;p<=q&&match1[i]<0;p++)

for (e=list[k=s[p]];e&&match1[i]<0;e=e->next)

if (t[j=e->to]<0){

s[++q]=match2[j],t[j]=k;

if (s[q]<0)

for (p=j;p>=0;j=p)

match2[j]=k=t[j],p=match1[k],match1[k]=j;

}

return ret;

}

**8.2 二分图最大匹配(hungary邻接阵)**

//二分图最大匹配,hungary算法,邻接阵形式,复杂度O(m\*m\*n)

//返回最大匹配数,传入二分图大小m,n和邻接阵mat,非零元素表示有边

//match1,match2返回一个最大匹配,未匹配顶点match值为-1

#include <string.h>

#define MAXN 310

#define \_clr(x) memset(x,0xff,sizeof(int)\*MAXN)

int hungary(int m,int n,int mat[][MAXN],int\* match1,int\* match2){

int s[MAXN],t[MAXN],p,q,ret=0,i,j,k;

for (\_clr(match1),\_clr(match2),i=0;i<m;ret+=(match1[i++]>=0))

for (\_clr(t),s[p=q=0]=i;p<=q&&match1[i]<0;p++)

for (k=s[p],j=0;j<n&&match1[i]<0;j++)

if (mat[k][j]&&t[j]<0){

s[++q]=match2[j],t[j]=k;

if (s[q]<0)

for (p=j;p>=0;j=p)

match2[j]=k=t[j],p=match1[k],match1[k]=j;

}

return ret;

}

**8.3 二分图最大匹配(hungary正向表)**

//二分图最大匹配,hungary算法,正向表形式,复杂度O(m\*e)

//返回最大匹配数,传入二分图大小m,n和正向表list,buf(只需一边)

//match1,match2返回一个最大匹配,未匹配顶点match值为-1

#include <string.h>

#define MAXN 310

#define \_clr(x) memset(x,0xff,sizeof(int)\*MAXN)

int hungary(int m,int n,int\* list,int\* buf,int\* match1,int\* match2){

int s[MAXN],t[MAXN],p,q,ret=0,i,j,k,l;

for (\_clr(match1),\_clr(match2),i=0;i<m;ret+=(match1[i++]>=0))

for (\_clr(t),s[p=q=0]=i;p<=q&&match1[i]<0;p++)

for (l=list[k=s[p]];l<list[k+1]&&match1[i]<0;l++)

if (t[j=buf[l]]<0){

s[++q]=match2[j],t[j]=k;

if (s[q]<0)

for (p=j;p>=0;j=p)

match2[j]=k=t[j],p=match1[k],match1[k]=j;

}

return ret;

}

**8.4二分图最佳匹配(kuhn\_munkras邻接阵)**

//二分图最佳匹配,kuhn munkras算法,邻接阵形式,复杂度O(m\*m\*n)

//返回最佳匹配值,传入二分图大小m,n和邻接阵mat,表示权值

//match1,match2返回一个最佳匹配,未匹配顶点match值为-1

//一定注意m<=n,否则循环无法终止

//最小权匹配可将权值取相反数

#include <string.h>

#define MAXN 310

#define inf 1000000000

#define \_clr(x) memset(x,0xff,sizeof(int)\*n)

int kuhn\_munkras(int m,int n,int mat[][MAXN],int\* match1,int\* match2){

int s[MAXN],t[MAXN],l1[MAXN],l2[MAXN],p,q,ret=0,i,j,k;

for (i=0;i<m;i++)

for (l1[i]=-inf,j=0;j<n;j++)

l1[i]=mat[i][j]>l1[i]?mat[i][j]:l1[i];

for (i=0;i<n;l2[i++]=0);

for (\_clr(match1),\_clr(match2),i=0;i<m;i++){

for (\_clr(t),s[p=q=0]=i;p<=q&&match1[i]<0;p++)

for (k=s[p],j=0;j<n&&match1[i]<0;j++)

if (l1[k]+l2[j]==mat[k][j]&&t[j]<0){

s[++q]=match2[j],t[j]=k;

if (s[q]<0)

for (p=j;p>=0;j=p)

match2[j]=k=t[j],p=match1[k],match1[k]=j;

}

if (match1[i]<0){

for (i--,p=inf,k=0;k<=q;k++)

for (j=0;j<n;j++)

if (t[j]<0&&l1[s[k]]+l2[j]-mat[s[k]][j]<p)

p=l1[s[k]]+l2[j]-mat[s[k]][j];

for (j=0;j<n;l2[j]+=t[j]<0?0:p,j++);

for (k=0;k<=q;l1[s[k++]]-=p);

}

}

for (i=0;i<m;i++)

ret+=mat[i][match1[i]];

return ret;

}

**8.5 一般图匹配(邻接表)**

//一般图最大匹配,邻接表形式,复杂度O(n\*e)

//返回匹配顶点对数,match返回匹配,未匹配顶点match值为-1

//传入图的顶点数n和邻接表list

#define MAXN 100

struct edge\_t{

int from,to;

edge\_t\* next;

};

int aug(int n,edge\_t\* list[],int\* match,int\* v,int now){

int t,ret=0;edge\_t\* e;

v[now]=1;

for (e=list[now];e;e=e->next)

if (!v[t=e->to]){

if (match[t]<0)

match[now]=t,match[t]=now,ret=1;

else{

v[t]=1;

if (aug(n,list,match,v,match[t]))

match[now]=t,match[t]=now,ret=1;

v[t]=0;

}

if (ret)

break;

}

v[now]=0;

return ret;

}

int graph\_match(int n,edge\_t\* list[],int\* match){

int v[MAXN],i,j;

for (i=0;i<n;i++)

v[i]=0,match[i]=-1;

for (i=0,j=n;i<n&&j>=2;)

if (match[i]<0&&aug(n,list,match,v,i))

i=0,j-=2;

else

i++;

for (i=j=0;i<n;i++)

j+=(match[i]>=0);

return j/2;

}

**8.6 一般图匹配(邻接阵)**

//一般图最大匹配,邻接阵形式,复杂度O(n^3)

//返回匹配顶点对数,match返回匹配,未匹配顶点match值为-1

//传入图的顶点数n和邻接阵mat

#define MAXN 100

int aug(int n,int mat[][MAXN],int\* match,int\* v,int now){

int i,ret=0;

v[now]=1;

for (i=0;i<n;i++)

if (!v[i]&&mat[now][i]){

if (match[i]<0)

match[now]=i,match[i]=now,ret=1;

else{

v[i]=1;

if (aug(n,mat,match,v,match[i]))

match[now]=i,match[i]=now,ret=1;

v[i]=0;

}

if (ret)

break;

}

v[now]=0;

return ret;

}

int graph\_match(int n,int mat[][MAXN],int\* match){

int v[MAXN],i,j;

for (i=0;i<n;i++)

v[i]=0,match[i]=-1;

for (i=0,j=n;i<n&&j>=2;)

if (match[i]<0&&aug(n,mat,match,v,i))

i=0,j-=2;

else

i++;

for (i=j=0;i<n;i++)

j+=(match[i]>=0);

return j/2;

}

**8.7 一般图匹配(正向表)**

//一般图最大匹配,正向表形式,复杂度O(n\*e)

//返回匹配顶点对数,match返回匹配,未匹配顶点match值为-1

//传入图的顶点数n和正向表list,buf

#define MAXN 100

int aug(int n,int\* list,int\* buf,int\* match,int\* v,int now){

int i,t,ret=0;

v[now]=1;

for (i=list[now];i<list[now+1];i++)

if (!v[t=buf[i]]){

if (match[t]<0)

match[now]=t,match[t]=now,ret=1;

else{

v[t]=1;

if (aug(n,list,buf,match,v,match[t]))

match[now]=t,match[t]=now,ret=1;

v[t]=0;

}

if (ret)

break;

}

v[now]=0;

return ret;

}

int graph\_match(int n,int\* list,int\* buf,int\* match){

int v[MAXN],i,j;

for (i=0;i<n;i++)

v[i]=0,match[i]=-1;

for (i=0,j=n;i<n&&j>=2;)

if (match[i]<0&&aug(n,list,buf,match,v,i))

i=0,j-=2;

else

i++;

for (i=j=0;i<n;i++)

j+=(match[i]>=0);

return j/2;

}

**9、图论—网络流**

**9.1 最大流(邻接阵)**

//求网络最大流,邻接阵形式

//返回最大流量,flow返回每条边的流量

//传入网络节点数n,容量mat,源点source,汇点sink

#define MAXN 100

#define inf 1000000000

int max\_flow(int n,int mat[][MAXN],int source,int sink,int flow[][MAXN]){

int pre[MAXN],que[MAXN],d[MAXN],p,q,t,i,j;

if (source==sink) return inf;

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;flow[i][j++]=0);

for (;;){

for (i=0;i<n;pre[i++]=0);

pre[t=source]=source+1,d[t]=inf;

for (p=q=0;p<=q&&!pre[sink];t=que[p++])

for (i=0;i<n;i++)

if (!pre[i]&&j=mat[t][i]-flow[t][i])

pre[que[q++]=i]=t+1,d[i]=d[t]<j?d[t]:j;

else if (!pre[i]&&j=flow[i][t])

pre[que[q++]=i]=-t-1,d[i]=d[t]<j?d[t]:j;

if (!pre[sink]) break;

for (i=sink;i!=source;)

if (pre[i]>0)

flow[pre[i]-1][i]+=d[sink],i=pre[i]-1;

else

flow[i][-pre[i]-1]-=d[sink],i=-pre[i]-1;

}

for (j=i=0;i<n;j+=flow[source][i++]);

return j;

}

**9.2 上下界最大流(邻接阵)**

//求上下界网络最大流,邻接阵形式

//返回最大流量,-1表示无可行流,flow返回每条边的流量

//传入网络节点数n,容量mat,流量下界bf,源点source,汇点sink

//MAXN应比最大结点数多2,无可行流返回-1时mat未复原!

#define MAXN 100

#define inf 1000000000

int limit\_max\_flow(int n,int mat[][MAXN],int bf[][MAXN],int source,int sink,int flow[][MAXN]){

int i,j,sk,ks;

if (source==sink) return inf;

for (mat[n][n+1]=mat[n+1][n]=mat[n][n]=mat[n+1][n+1]=i=0;i<n;i++)

for (mat[n][i]=mat[i][n]=mat[n+1][i]=mat[i][n+1]=j=0;j<n;j++)

mat[i][j]-=bf[i][j],mat[n][i]+=bf[j][i],mat[i][n+1]+=bf[i][j];

sk=mat[source][sink],ks=mat[sink][source],mat[source][sink]=mat[sink][source]=inf;

for (i=0;i<n+2;i++)

for (j=0;j<n+2;flow[i][j++]=0);

\_max\_flow(n+2,mat,n,n+1,flow);

for (i=0;i<n;i++)

if (flow[n][i]<mat[n][i]) return -1;

flow[source][sink]=flow[sink][source]=0,mat[source][sink]=sk,mat[sink][source]=ks;

\_max\_flow(n,mat,source,sink,flow);

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;j++)

mat[i][j]+=bf[i][j],flow[i][j]+=bf[i][j];

for (j=i=0;i<n;j+=flow[source][i++]);

return j;

}

**9.3 上下界最小流(邻接阵)**

//求上下界网络最小流,邻接阵形式

//返回最大流量,-1表示无可行流,flow返回每条边的流量

//传入网络节点数n,容量mat,流量下界bf,源点source,汇点sink

//MAXN应比最大结点数多2,无可行流返回-1时mat未复原!

#define MAXN 100

#define inf 1000000000

int limit\_min\_flow(int n,int mat[][MAXN],int bf[][MAXN],int source,int sink,int flow[][MAXN]){

int i,j,sk,ks;

if (source==sink) return inf;

for (mat[n][n+1]=mat[n+1][n]=mat[n][n]=mat[n+1][n+1]=i=0;i<n;i++)

for (mat[n][i]=mat[i][n]=mat[n+1][i]=mat[i][n+1]=j=0;j<n;j++)

mat[i][j]-=bf[i][j],mat[n][i]+=bf[j][i],mat[i][n+1]+=bf[i][j];

sk=mat[source][sink],ks=mat[sink][source],mat[source][sink]=mat[sink][source]=inf;

for (i=0;i<n+2;i++)

for (j=0;j<n+2;flow[i][j++]=0);

\_max\_flow(n+2,mat,n,n+1,flow);

for (i=0;i<n;i++)

if (flow[n][i]<mat[n][i]) return -1;

flow[source][sink]=flow[sink][source]=0,mat[source][sink]=sk,mat[sink][source]=ks;

\_max\_flow(n,mat,sink,source,flow);

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;j++)

mat[i][j]+=bf[i][j],flow[i][j]+=bf[i][j];

for (j=i=0;i<n;j+=flow[source][i++]);

return j;

}

**9.4 最大流无流量(邻接阵)**

//求网络最大流,邻接阵形式

//返回最大流量

//传入网络节点数n,容量mat,源点source,汇点sink

//注意mat矩阵被修改

#define MAXN 100

#define inf 1000000000

int max\_flow(int n,int mat[][MAXN],int source,int sink){

int v[MAXN],c[MAXN],p[MAXN],ret=0,i,j;

for (;;){

for (i=0;i<n;i++)

v[i]=c[i]=0;

for (c[source]=inf;;){

for (j=-1,i=0;i<n;i++)

if (!v[i]&&c[i]&&(j==-1||c[i]>c[j]))

j=i;

if (j<0) return ret;

if (j==sink) break;

for (v[j]=1,i=0;i<n;i++)

if (mat[j][i]>c[i]&&c[j]>c[i])

c[i]=mat[j][i]<c[j]?mat[j][i]:c[j],p[i]=j;

}

for (ret+=j=c[i=sink];i!=source;i=p[i])

mat[p[i]][i]-=j,mat[i][p[i]]+=j;

}

}

**9.5 最小费用最大流(邻接阵)**

//求网络最小费用最大流,邻接阵形式

//返回最大流量,flow返回每条边的流量,netcost返回总费用

//传入网络节点数n,容量mat,单位费用cost,源点source,汇点sink

#define MAXN 100

#define inf 1000000000

int min\_cost\_max\_flow(int n,int mat[][MAXN],int cost[][MAXN],int source,int sink,int flow[][MAXN],int& netcost){

int pre[MAXN],min[MAXN],d[MAXN],i,j,t,tag;

if (source==sink) return inf;

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;flow[i][j++]=0);

for (netcost=0;;){

for (i=0;i<n;i++)

pre[i]=0,min[i]=inf;

for (pre[source]=source+1,min[source]=0,d[source]=inf,tag=1;tag;)

for (tag=t=0;t<n;t++)

if (d[t])

for (i=0;i<n;i++)

if (j=mat[t][i]-flow[t][i]&&min[t]+cost[t][i]<min[i])

tag=1,min[i]=min[t]+cost[t][i],pre[i]=t+1,d[i]=d[t]<j?d[t]:j;

else if (j=flow[i][t]&&min[t]<inf&&min[t]-cost[i][t]<min[i])

tag=1,min[i]=min[t]-cost[i][t],pre[i]=-t-1,d[i]=d[t]<j?d[t]:j;

if (!pre[sink]) break;

for (netcost+=min[sink]\*d[i=sink];i!=source;)

if (pre[i]>0)

flow[pre[i]-1][i]+=d[sink],i=pre[i]-1;

else

flow[i][-pre[i]-1]-=d[sink],i=-pre[i]-1;

}

for (j=i=0;i<n;j+=flow[source][i++]);

return j;

}

**10、 图论—应用**

**10.1 欧拉回路(邻接阵)**

//求欧拉回路或欧拉路,邻接阵形式,复杂度O(n^2)

//返回路径长度,path返回路径(有向图时得到的是反向路径)

//传入图的大小n和邻接阵mat,不相邻点边权0

//可以有自环与重边,分为无向图和有向图

#define MAXN 100

void find\_path\_u(int n,int mat[][MAXN],int now,int& step,int\* path){

int i;

for (i=n-1;i>=0;i--)

while (mat[now][i]){

mat[now][i]--,mat[i][now]--;

find\_path\_u(n,mat,i,step,path);

}

path[step++]=now;

}

void find\_path\_d(int n,int mat[][MAXN],int now,int& step,int\* path){

int i;

for (i=n-1;i>=0;i--)

while (mat[now][i]){

mat[now][i]--;

find\_path\_d(n,mat,i,step,path);

}

path[step++]=now;

}

int euclid\_path(int n,int mat[][MAXN],int start,int\* path){

int ret=0;

find\_path\_u(n,mat,start,ret,path);

// find\_path\_d(n,mat,start,ret,path);

return ret;

}

**10.2 树的前序表转化**

//将用边表示的树转化为前序表示的树

//传入节点数n和邻接表list[],邻接表必须是双向的,会在函数中释放

//pre[]返回前序表,map[]返回前序表中的节点到原来节点的映射

#define MAXN 10000

struct node{

int to;

node\* next;

};

void prenode(int n,node\* list[],int\* pre,int\* map,int\* v,int now,int last,int& id){

node\* t;

int p=id++;

for (v[map[p]=now]=1,pre[p]=last;list[now];){

t=list[now],list[now]=t->next;

if (!v[t->to])

prenode(n,list,pre,map,v,t->to,p,id);

}

}

void makepre(int n,node\* list[],int\* pre,int\* map){

int v[MAXN],id=0,i;

for (i=0;i<n;v[i++]=0);

prenode(n,list,pre,map,v,0,-1,id);

}

**10.3 树的优化算法**

//最大顶点独立集

int max\_node\_independent(int n,int\* pre,int\* set){

int c[MAXN],i,ret=0;

for (i=0;i<n;i++)

c[i]=set[i]=0;

for (i=n-1;i>=0;i--)

if (!c[i]){

set[i]=1;

if (pre[i]!=-1)

c[pre[i]]=1;

ret++;

}

return ret;

}

//最大边独立集

int max\_edge\_independent(int n,int\* pre,int\* set){

int c[MAXN],i,ret=0;

for (i=0;i<n;i++)

c[i]=set[i]=0;

for (i=n-1;i>=0;i--)

if (!c[i]&&pre[i]!=-1&&!c[pre[i]]){

set[i]=1;

c[pre[i]]=1;

ret++;

}

return ret;

}

//最小顶点覆盖集

int min\_node\_cover(int n,int\* pre,int\* set){

int c[MAXN],i,ret=0;

for (i=0;i<n;i++)

c[i]=set[i]=0;

for (i=n-1;i>=0;i--)

if (!c[i]&&pre[i]!=-1&&!c[pre[i]]){

set[i]=1;

c[pre[i]]=1;

ret++;

}

return ret;

}

//最小顶点支配集

int min\_node\_dominant(int n,int\* pre,int\* set){

int c[MAXN],i,ret=0;

for (i=0;i<n;i++)

c[i]=set[i]=0;

for (i=n-1;i>=0;i--)

if (!c[i]&&(pre[i]==-1||!set[pre[i]])){

if (pre[i]!=-1){

set[pre[i]]=1;

c[pre[i]]=1;

if (pre[pre[i]]!=-1)

c[pre[pre[i]]]=1;

}

else

set[i]=1;

ret++;

}

return ret;

}

**10.4 拓扑排序(邻接阵)**

//拓扑排序,邻接阵形式,复杂度O(n^2)

//如果无法完成排序,返回0,否则返回1,ret返回有序点列

//传入图的大小n和邻接阵mat,不相邻点边权0

#define MAXN 100

int toposort(int n,int mat[][MAXN],int\* ret){

int d[MAXN],i,j,k;

for (i=0;i<n;i++)

for (d[i]=j=0;j<n;d[i]+=mat[j++][i]);

for (k=0;k<n;ret[k++]=i){

for (i=0;d[i]&&i<n;i++);

if (i==n)

return 0;

for (d[i]=-1,j=0;j<n;j++)

d[j]-=mat[i][j];

}

return 1;

}

**10.5 最佳边割集**

//最佳边割集

#define MAXN 100

#define inf 1000000000

int max\_flow(int n,int mat[][MAXN],int source,int sink){

int v[MAXN],c[MAXN],p[MAXN],ret=0,i,j;

for (;;){

for (i=0;i<n;i++)

v[i]=c[i]=0;

for (c[source]=inf;;){

for (j=-1,i=0;i<n;i++)

if (!v[i]&&c[i]&&(j==-1||c[i]>c[j]))

j=i;

if (j<0) return ret;

if (j==sink) break;

for (v[j]=1,i=0;i<n;i++)

if (mat[j][i]>c[i]&&c[j]>c[i])

c[i]=mat[j][i]<c[j]?mat[j][i]:c[j],p[i]=j;

}

for (ret+=j=c[i=sink];i!=source;i=p[i])

mat[p[i]][i]-=j,mat[i][p[i]]+=j;

}

}

int best\_edge\_cut(int n,int mat[][MAXN],int source,int sink,int set[][2],int& mincost){

int m0[MAXN][MAXN],m[MAXN][MAXN],i,j,k,l,ret=0,last;

if (source==sink)

return -1;

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;j++)

m0[i][j]=mat[i][j];

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;j++)

m[i][j]=m0[i][j];

mincost=last=max\_flow(n,m,source,sink);

for (k=0;k<n&&last;k++)

for (l=0;l<n&&last;l++)

if (m0[k][l]){

for (i=0;i<n+n;i++)

for (j=0;j<n+n;j++)

m[i][j]=m0[i][j];

m[k][l]=0;

if (max\_flow(n,m,source,sink)==last-mat[k][l]){

set[ret][0]=k;

set[ret++][1]=l;

m0[k][l]=0;

last-=mat[k][l];

}

}

return ret;

}

**10.6 最佳点割集**

//最佳顶点割集

#define MAXN 100

#define inf 1000000000

int max\_flow(int n,int mat[][MAXN],int source,int sink){

int v[MAXN],c[MAXN],p[MAXN],ret=0,i,j;

for (;;){

for (i=0;i<n;i++)

v[i]=c[i]=0;

for (c[source]=inf;;){

for (j=-1,i=0;i<n;i++)

if (!v[i]&&c[i]&&(j==-1||c[i]>c[j]))

j=i;

if (j<0) return ret;

if (j==sink) break;

for (v[j]=1,i=0;i<n;i++)

if (mat[j][i]>c[i]&&c[j]>c[i])

c[i]=mat[j][i]<c[j]?mat[j][i]:c[j],p[i]=j;

}

for (ret+=j=c[i=sink];i!=source;i=p[i])

mat[p[i]][i]-=j,mat[i][p[i]]+=j;

}

}

int best\_vertex\_cut(int n,int mat[][MAXN],int\* cost,int source,int sink,int\* set,int& mincost){

int m0[MAXN][MAXN],m[MAXN][MAXN],i,j,k,ret=0,last;

if (source==sink||mat[source][sink])

return -1;

for (i=0;i<n+n;i++)

for (j=0;j<n+n;j++)

m0[i][j]=0;

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;j++)

if (mat[i][j])

m0[i][n+j]=inf;

for (i=0;i<n;i++)

m0[n+i][i]=cost[i];

for (i=0;i<n+n;i++)

for (j=0;j<n+n;j++)

m[i][j]=m0[i][j];

mincost=last=max\_flow(n+n,m,source,n+sink);

for (k=0;k<n&&last;k++)

if (k!=source&&k!=sink){

for (i=0;i<n+n;i++)

for (j=0;j<n+n;j++)

m[i][j]=m0[i][j];

m[n+k][k]=0;

if (max\_flow(n+n,m,source,n+sink)==last-cost[k]){

set[ret++]=k;

m0[n+k][k]=0;

last-=cost[k];

}

}

return ret;

}

**10.7 最小边割集**

//最小边割集

#define MAXN 100

#define inf 1000000000

int max\_flow(int n,int mat[][MAXN],int source,int sink){

int v[MAXN],c[MAXN],p[MAXN],ret=0,i,j;

for (;;){

for (i=0;i<n;i++)

v[i]=c[i]=0;

for (c[source]=inf;;){

for (j=-1,i=0;i<n;i++)

if (!v[i]&&c[i]&&(j==-1||c[i]>c[j]))

j=i;

if (j<0) return ret;

if (j==sink) break;

for (v[j]=1,i=0;i<n;i++)

if (mat[j][i]>c[i]&&c[j]>c[i])

c[i]=mat[j][i]<c[j]?mat[j][i]:c[j],p[i]=j;

}

for (ret+=j=c[i=sink];i!=source;i=p[i])

mat[p[i]][i]-=j,mat[i][p[i]]+=j;

}

}

int min\_edge\_cut(int n,int mat[][MAXN],int source,int sink,int set[][2]){

int m0[MAXN][MAXN],m[MAXN][MAXN],i,j,k,l,ret=0,last;

if (source==sink)

return -1;

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;j++)

m0[i][j]=(mat[i][j]!=0);

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;j++)

m[i][j]=m0[i][j];

last=max\_flow(n,m,source,sink);

for (k=0;k<n&&last;k++)

for (l=0;l<n&&last;l++)

if (m0[k][l]){

for (i=0;i<n+n;i++)

for (j=0;j<n+n;j++)

m[i][j]=m0[i][j];

m[k][l]=0;

if (max\_flow(n,m,source,sink)<last){

set[ret][0]=k;

set[ret++][1]=l;

m0[k][l]=0;

last--;

}

}

return ret;

}

**10.8 最小点割集**

//最小顶点割集

#define MAXN 100

#define inf 1000000000

int max\_flow(int n,int mat[][MAXN],int source,int sink){

int v[MAXN],c[MAXN],p[MAXN],ret=0,i,j;

for (;;){

for (i=0;i<n;i++)

v[i]=c[i]=0;

for (c[source]=inf;;){

for (j=-1,i=0;i<n;i++)

if (!v[i]&&c[i]&&(j==-1||c[i]>c[j]))

j=i;

if (j<0) return ret;

if (j==sink) break;

for (v[j]=1,i=0;i<n;i++)

if (mat[j][i]>c[i]&&c[j]>c[i])

c[i]=mat[j][i]<c[j]?mat[j][i]:c[j],p[i]=j;

}

for (ret+=j=c[i=sink];i!=source;i=p[i])

mat[p[i]][i]-=j,mat[i][p[i]]+=j;

}

}

int min\_vertex\_cut(int n,int mat[][MAXN],int source,int sink,int\* set){

int m0[MAXN][MAXN],m[MAXN][MAXN],i,j,k,ret=0,last;

if (source==sink||mat[source][sink])

return -1;

for (i=0;i<n+n;i++)

for (j=0;j<n+n;j++)

m0[i][j]=0;

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;j++)

if (mat[i][j])

m0[i][n+j]=inf;

for (i=0;i<n;i++)

m0[n+i][i]=1;

for (i=0;i<n+n;i++)

for (j=0;j<n+n;j++)

m[i][j]=m0[i][j];

last=max\_flow(n+n,m,source,n+sink);

for (k=0;k<n&&last;k++)

if (k!=source&&k!=sink){

for (i=0;i<n+n;i++)

for (j=0;j<n+n;j++)

m[i][j]=m0[i][j];

m[n+k][k]=0;

if (max\_flow(n+n,m,source,n+sink)<last){

set[ret++]=k;

m0[n+k][k]=0;

last--;

}

}

return ret;

}

**10.9 最小路径覆盖**

//最小路径覆盖,O(n^3)

//求解最小的路径覆盖图中所有点,有向图无向图均适用

//注意此问题等价二分图最大匹配,可以用邻接表或正向表减小复杂度

//返回最小路径条数,pre返回前指针(起点-1),next返回后指针(终点-1)

#include <string.h>

#define MAXN 310

#define \_clr(x) memset(x,0xff,sizeof(int)\*n)

int hungary(int n,int mat[][MAXN],int\* match1,int\* match2){

int s[MAXN],t[MAXN],p,q,ret=0,i,j,k;

for (\_clr(match1),\_clr(match2),i=0;i<n;ret+=(match1[i++]>=0))

for (\_clr(t),s[p=q=0]=i;p<=q&&match1[i]<0;p++)

for (k=s[p],j=0;j<n&&match1[i]<0;j++)

if (mat[k][j]&&t[j]<0){

s[++q]=match2[j],t[j]=k;

if (s[q]<0)

for (p=j;p>=0;j=p)

match2[j]=k=t[j],p=match1[k],match1[k]=j;

}

return ret;

}

inline int path\_cover(int n,int mat[][MAXN],int\* pre,int\* next){

return n-hungary(n,mat,next,pre);

}

**11、 图论—支撑树**

**11.1 最小生成树(kruskal邻接表)**

//无向图最小生成树,kruskal算法,邻接表形式,复杂度O(mlogm)

//返回最小生成树的长度,传入图的大小n和邻接表list

//可更改边权的类型,edge[][2]返回树的构造,用边集表示

//如果图不连通,则对各连通分支构造最小生成树,返回总长度

#include <string.h>

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef double elem\_t;

struct edge\_t{

int from,to;

elem\_t len;

edge\_t\* next;

};

#define \_ufind\_run(x) for(;p[t=x];x=p[x],p[t]=(p[x]?p[x]:x))

#define \_run\_both \_ufind\_run(i);\_ufind\_run(j)

struct ufind{

int p[MAXN],t;

void init(){memset(p,0,sizeof(p));}

void set\_friend(int i,int j){\_run\_both;p[i]=(i==j?0:j);}

int is\_friend(int i,int j){\_run\_both;return i==j&&i;}

};

#define \_cp(a,b) ((a).len<(b).len)

struct heap\_t{int a,b;elem\_t len;};

struct minheap{

heap\_t h[MAXN\*MAXN];

int n,p,c;

void init(){n=0;}

void ins(heap\_t e){

for (p=++n;p>1&&\_cp(e,h[p>>1]);h[p]=h[p>>1],p>>=1);

h[p]=e;

}

int del(heap\_t& e){

if (!n) return 0;

for (e=h[p=1],c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[p]=h[n--];return 1;

}

};

elem\_t kruskal(int n,edge\_t\* list[],int edge[][2]){

ufind u;minheap h;

edge\_t\* t;heap\_t e;

elem\_t ret=0;int i,m=0;

u.init(),h.init();

for (i=0;i<n;i++)

for (t=list[i];t;t=t->next)

if (i<t->to)

e.a=i,e.b=t->to,e.len=t->len,h.ins(e);

while (m<n-1&&h.del(e))

if (!u.is\_friend(e.a+1,e.b+1))

edge[m][0]=e.a,edge[m][1]=e.b,ret+=e.len,u.set\_friend(e.a+1,e.b+1);

return ret;

}

**11.2 最小生成树(kruskal正向表)**

//无向图最小生成树,kruskal算法,正向表形式,复杂度O(mlogm)

//返回最小生成树的长度,传入图的大小n和正向表list,buf

//可更改边权的类型,edge[][2]返回树的构造,用边集表示

//如果图不连通,则对各连通分支构造最小生成树,返回总长度

#include <string.h>

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef double elem\_t;

struct edge\_t{

int to;

elem\_t len;

};

#define \_ufind\_run(x) for(;p[t=x];x=p[x],p[t]=(p[x]?p[x]:x))

#define \_run\_both \_ufind\_run(i);\_ufind\_run(j)

struct ufind{

int p[MAXN],t;

void init(){memset(p,0,sizeof(p));}

void set\_friend(int i,int j){\_run\_both;p[i]=(i==j?0:j);}

int is\_friend(int i,int j){\_run\_both;return i==j&&i;}

};

#define \_cp(a,b) ((a).len<(b).len)

struct heap\_t{int a,b;elem\_t len;};

struct minheap{

heap\_t h[MAXN\*MAXN];

int n,p,c;

void init(){n=0;}

void ins(heap\_t e){

for (p=++n;p>1&&\_cp(e,h[p>>1]);h[p]=h[p>>1],p>>=1);

h[p]=e;

}

int del(heap\_t& e){

if (!n) return 0;

for (e=h[p=1],c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[p]=h[n--];return 1;

}

};

elem\_t kruskal(int n,int\* list,edge\_t\* buf,int edge[][2]){

ufind u;minheap h;

heap\_t e;elem\_t ret=0;

int i,j,m=0;

u.init(),h.init();

for (i=0;i<n;i++)

for (j=list[i];j<list[i+1];j++)

if (i<buf[j].to)

e.a=i,e.b=buf[j].to,e.len=buf[j].len,h.ins(e);

while (m<n-1&&h.del(e))

if (!u.is\_friend(e.a+1,e.b+1))

edge[m][0]=e.a,edge[m][1]=e.b,ret+=e.len,u.set\_friend(e.a+1,e.b+1);

return ret;

}

**11.3 最小生成树(prim+binary\_heap邻接表)**

//无向图最小生成树,prim算法+二分堆,邻接表形式,复杂度O(mlogm)

//返回最小生成树的长度,传入图的大小n和邻接表list

//可更改边权的类型,pre[]返回树的构造,用父结点表示,根节点(第一个)pre值为-1

//必须保证图的连通的!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef double elem\_t;

struct edge\_t{

int from,to;

elem\_t len;

edge\_t\* next;

};

#define \_cp(a,b) ((a).d<(b).d)

struct heap\_t{elem\_t d;int v;};

struct heap{

heap\_t h[MAXN\*MAXN];

int n,p,c;

void init(){n=0;}

void ins(heap\_t e){

for (p=++n;p>1&&\_cp(e,h[p>>1]);h[p]=h[p>>1],p>>=1);

h[p]=e;

}

int del(heap\_t& e){

if (!n) return 0;

for (e=h[p=1],c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[p]=h[n--];return 1;

}

};

elem\_t prim(int n,edge\_t\* list[],int\* pre){

heap h;

elem\_t min[MAXN],ret=0;

edge\_t\* t;heap\_t e;

int v[MAXN],i;

for (i=0;i<n;i++)

min[i]=inf,v[i]=0,pre[i]=-1;

h.init();e.v=0,e.d=0,h.ins(e);

while (h.del(e))

if (!v[e.v])

for (v[e.v]=1,ret+=e.d,t=list[e.v];t;t=t->next)

if (!v[t->to]&&t->len<min[t->to])

pre[t->to]=t->from,min[e.v=t->to]=e.d=t->len,h.ins(e);

return ret;

}

**11.4 最小生成树(prim+binary\_heap正向表)**

//无向图最小生成树,prim算法+二分堆,正向表形式,复杂度O(mlogm)

//返回最小生成树的长度,传入图的大小n和正向表list,buf

//可更改边权的类型,pre[]返回树的构造,用父结点表示,根节点(第一个)pre值为-1

//必须保证图的连通的!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef double elem\_t;

struct edge\_t{

int to;

elem\_t len;

};

#define \_cp(a,b) ((a).d<(b).d)

struct heap\_t{elem\_t d;int v;};

struct heap{

heap\_t h[MAXN\*MAXN];

int n,p,c;

void init(){n=0;}

void ins(heap\_t e){

for (p=++n;p>1&&\_cp(e,h[p>>1]);h[p]=h[p>>1],p>>=1);

h[p]=e;

}

int del(heap\_t& e){

if (!n) return 0;

for (e=h[p=1],c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[p]=h[n--];return 1;

}

};

elem\_t prim(int n,int\* list,edge\_t\* buf,int\* pre){

heap h;heap\_t e;

elem\_t min[MAXN],ret=0;

int v[MAXN],i,j;

for (i=0;i<n;i++)

min[i]=inf,v[i]=0,pre[i]=-1;

h.init();e.v=0,e.d=0,h.ins(e);

while (h.del(e))

if (!v[i=e.v])

for (v[i]=1,ret+=e.d,j=list[i];j<list[i+1];j++)

if (!v[buf[j].to]&&buf[j].len<min[buf[j].to])

pre[buf[j].to]=i,min[e.v=buf[j].to]=e.d=buf[j].len,h.ins(e);

return ret;

}

**11.5 最小生成树(prim+mapped\_heap邻接表)**

//无向图最小生成树,prim算法+映射二分堆,邻接表形式,复杂度O(mlogn)

//返回最小生成树的长度,传入图的大小n和邻接表list

//可更改边权的类型,pre[]返回树的构造,用父结点表示,根节点(第一个)pre值为-1

//必须保证图的连通的!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef double elem\_t;

struct edge\_t{

int from,to;

elem\_t len;

edge\_t\* next;

};

#define \_cp(a,b) ((a)<(b))

struct heap{

elem\_t h[MAXN+1];

int ind[MAXN+1],map[MAXN+1],n,p,c;

void init(){n=0;}

void ins(int i,elem\_t e){

for (p=++n;p>1&&\_cp(e,h[p>>1]);h[map[ind[p]=ind[p>>1]]=p]=h[p>>1],p>>=1);

h[map[ind[p]=i]=p]=e;

}

int del(int i,elem\_t& e){

i=map[i];if (i<1||i>n) return 0;

for (e=h[p=i];p>1;h[map[ind[p]=ind[p>>1]]=p]=h[p>>1],p>>=1);

for (c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[map[ind[p]=ind[c]]=p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[map[ind[p]=ind[n]]=p]=h[n];n--;return 1;

}

int delmin(int& i,elem\_t& e){

if (n<1) return 0;i=ind[1];

for (e=h[p=1],c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[map[ind[p]=ind[c]]=p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[map[ind[p]=ind[n]]=p]=h[n];n--;return 1;

}

};

elem\_t prim(int n,edge\_t\* list[],int\* pre){

heap h;

elem\_t min[MAXN],ret=0,e;

edge\_t\* t;

int v[MAXN],i;

for (h.init(),i=0;i<n;i++)

min[i]=(i?inf:0),v[i]=0,pre[i]=-1,h.ins(i,min[i]);

while (h.delmin(i,e))

for (v[i]=1,ret+=e,t=list[i];t;t=t->next)

if (!v[t->to]&&t->len<min[t->to])

pre[t->to]=t->from,h.del(t->to,e),h.ins(t->to,min[t->to]=t->len);

return ret;

}

**11.6 最小生成树(prim+mapped\_heap正向表)**

//无向图最小生成树,prim算法+映射二分堆,正向表形式,复杂度O(mlogn)

//返回最小生成树的长度,传入图的大小n和正向表list,buf

//可更改边权的类型,pre[]返回树的构造,用父结点表示,根节点(第一个)pre值为-1

//必须保证图的连通的!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef double elem\_t;

struct edge\_t{

int to;

elem\_t len;

};

#define \_cp(a,b) ((a)<(b))

struct heap{

elem\_t h[MAXN+1];

int ind[MAXN+1],map[MAXN+1],n,p,c;

void init(){n=0;}

void ins(int i,elem\_t e){

for (p=++n;p>1&&\_cp(e,h[p>>1]);h[map[ind[p]=ind[p>>1]]=p]=h[p>>1],p>>=1);

h[map[ind[p]=i]=p]=e;

}

int del(int i,elem\_t& e){

i=map[i];if (i<1||i>n) return 0;

for (e=h[p=i];p>1;h[map[ind[p]=ind[p>>1]]=p]=h[p>>1],p>>=1);

for (c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[map[ind[p]=ind[c]]=p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[map[ind[p]=ind[n]]=p]=h[n];n--;return 1;

}

int delmin(int& i,elem\_t& e){

if (n<1) return 0;i=ind[1];

for (e=h[p=1],c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[map[ind[p]=ind[c]]=p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[map[ind[p]=ind[n]]=p]=h[n];n--;return 1;

}

};

elem\_t prim(int n,int\* list,edge\_t\* buf,int\* pre){

heap h;

elem\_t min[MAXN],ret=0,e;

int v[MAXN],i,j;

for (h.init(),i=0;i<n;i++)

min[i]=(i?inf:0),v[i]=0,pre[i]=-1,h.ins(i,min[i]);

while (h.delmin(i,e))

for (v[i]=1,ret+=e,j=list[i];j<list[i+1];j++)

if (!v[buf[j].to]&&buf[j].len<min[buf[j].to])

pre[buf[j].to]=i,h.del(buf[j].to,e),h.ins(buf[j].to,min[buf[j].to]=buf[j].len);

return ret;

}

**11.7 最小生成树(prim邻接阵)**

//无向图最小生成树,prim算法,邻接阵形式,复杂度O(n^2)

//返回最小生成树的长度,传入图的大小n和邻接阵mat,不相邻点边权inf

//可更改边权的类型,pre[]返回树的构造,用父结点表示,根节点(第一个)pre值为-1

//必须保证图的连通的!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef double elem\_t;

elem\_t prim(int n,elem\_t mat[][MAXN],int\* pre){

elem\_t min[MAXN],ret=0;

int v[MAXN],i,j,k;

for (i=0;i<n;i++)

min[i]=inf,v[i]=0,pre[i]=-1;

for (min[j=0]=0;j<n;j++){

for (k=-1,i=0;i<n;i++)

if (!v[i]&&(k==-1||min[i]<min[k]))

k=i;

for (v[k]=1,ret+=min[k],i=0;i<n;i++)

if (!v[i]&&mat[k][i]<min[i])

min[i]=mat[pre[i]=k][i];

}

return ret;

}

**11.8 最小树形图(邻接阵)**

//多源最小树形图,edmonds算法,邻接阵形式,复杂度O(n^3)

//返回最小生成树的长度,构造失败返回负值

//传入图的大小n和邻接阵mat,不相邻点边权inf

//可更改边权的类型,pre[]返回树的构造,用父结点表示

//传入时pre[]数组清零,用-1标出源点

#include <string.h>

#define MAXN 120

#define inf 1000000000

typedef int elem\_t;

elem\_t edmonds(int n,elem\_t mat[][MAXN\*2],int\* pre){

elem\_t ret=0;

int c[MAXN\*2][MAXN\*2],l[MAXN\*2],p[MAXN\*2],m=n,t,i,j,k;

for (i=0;i<n;l[i]=i,i++);

do{

memset(c,0,sizeof(c)),memset(p,0xff,sizeof(p));

for (t=m,i=0;i<m;c[i][i]=1,i++);

for (i=0;i<t;i++)

if (l[i]==i&&pre[i]!=-1){

for (j=0;j<m;j++)

if (l[j]==j&&i!=j&&mat[j][i]<inf&&(p[i]==-1||mat[j][i]<mat[p[i]][i]))

p[i]=j;

if ((pre[i]=p[i])==-1)

return -1;

if (c[i][p[i]]){

for (j=0;j<=m;mat[j][m]=mat[m][j]=inf,j++);

for (k=i;l[k]!=m;l[k]=m,k=p[k])

for (j=0;j<m;j++)

if (l[j]==j){

if (mat[j][k]-mat[p[k]][k]<mat[j][m])

mat[j][m]=mat[j][k]-mat[p[k]][k];

if (mat[k][j]<mat[m][j])

mat[m][j]=mat[k][j];

}

c[m][m]=1,l[m]=m,m++;

}

for (j=0;j<m;j++)

if (c[i][j])

for (k=p[i];k!=-1&&l[k]==k;c[k][j]=1,k=p[k]);

}

}

while (t<m);

for (;m-->n;pre[k]=pre[m])

for (i=0;i<m;i++)

if (l[i]==m){

for (j=0;j<m;j++)

if (pre[j]==m&&mat[i][j]==mat[m][j])

pre[j]=i;

if (mat[pre[m]][m]==mat[pre[m]][i]-mat[pre[i]][i])

k=i;

}

for (i=0;i<n;i++)

if (pre[i]!=-1)

ret+=mat[pre[i]][i];

return ret;

}

**12、 图论—最短路径**

**12.1 最短路径(单源bellman\_ford邻接阵)**

//单源最短路径,bellman\_ford算法,邻接阵形式,复杂度O(n^3)

//求出源s到所有点的最短路经,传入图的大小n和邻接阵mat

//返回到各点最短距离min[]和路径pre[],pre[i]记录s到i路径上i的父结点,pre[s]=-1

//可更改路权类型,路权可为负,若图包含负环则求解失败,返回0

//优化:先删去负边使用dijkstra求出上界,加速迭代过程

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef int elem\_t;

int bellman\_ford(int n,elem\_t mat[][MAXN],int s,elem\_t\* min,int\* pre){

int v[MAXN],i,j,k,tag;

for (i=0;i<n;i++)

min[i]=inf,v[i]=0,pre[i]=-1;

for (min[s]=0,j=0;j<n;j++){

for (k=-1,i=0;i<n;i++)

if (!v[i]&&(k==-1||min[i]<min[k]))

k=i;

for (v[k]=1,i=0;i<n;i++)

if (!v[i]&&mat[k][i]>=0&&min[k]+mat[k][i]<min[i])

min[i]=min[k]+mat[pre[i]=k][i];

}

for (tag=1,j=0;tag&&j<=n;j++)

for (tag=i=0;i<n;i++)

for (k=0;k<n;k++)

if (min[k]+mat[k][i]<min[i])

min[i]=min[k]+mat[pre[i]=k][i],tag=1;

return j<=n;

}

**12.2 最短路径(单源dijkstra+bfs邻接表)**

//单源最短路径,用于路权相等的情况,dijkstra优化为bfs,邻接表形式,复杂度O(m)

//求出源s到所有点的最短路经,传入图的大小n和邻接表list,边权值len

//返回到各点最短距离min[]和路径pre[],pre[i]记录s到i路径上i的父结点,pre[s]=-1

//可更改路权类型,但必须非负且相等!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef int elem\_t;

struct edge\_t{

int from,to;

edge\_t\* next;

};

void dijkstra(int n,edge\_t\* list[],elem\_t len,int s,elem\_t\* min,int\* pre){

edge\_t\* t;

int i,que[MAXN],f=0,r=0,p=1,l=1;

for (i=0;i<n;i++)

min[i]=inf;

min[que[0]=s]=0,pre[s]=-1;

for (;r<=f;l++,r=f+1,f=p-1)

for (i=r;i<=f;i++)

for (t=list[que[i]];t;t=t->next)

if (min[t->to]==inf)

min[que[p++]=t->to]=len\*l,pre[t->to]=que[i];

}

**12.3 最短路径(单源dijkstra+bfs正向表)**

//单源最短路径,用于路权相等的情况,dijkstra优化为bfs,正向表形式,复杂度O(m)

//求出源s到所有点的最短路经,传入图的大小n和正向表list,buf,边权值len

//返回到各点最短距离min[]和路径pre[],pre[i]记录s到i路径上i的父结点,pre[s]=-1

//可更改路权类型,但必须非负且相等!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef int elem\_t;

void dijkstra(int n,int\* list,int\* buf,elem\_t len,int s,elem\_t\* min,int\* pre){

int i,que[MAXN],f=0,r=0,p=1,l=1,t;

for (i=0;i<n;i++)

min[i]=inf;

min[que[0]=s]=0,pre[s]=-1;

for (;r<=f;l++,r=f+1,f=p-1)

for (i=r;i<=f;i++)

for (t=list[que[i]];t<list[que[i]+1];t++)

if (min[buf[t]]==inf)

min[que[p++]=buf[t]]=len\*l,pre[buf[t]]=que[i];

}

**12.4 最短路径(单源dijkstra+binary\_heap邻接表)**

//单源最短路径,dijkstra算法+二分堆,邻接表形式,复杂度O(mlogm)

//求出源s到所有点的最短路经,传入图的大小n和邻接表list

//返回到各点最短距离min[]和路径pre[],pre[i]记录s到i路径上i的父结点,pre[s]=-1

//可更改路权类型,但必须非负!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef int elem\_t;

struct edge\_t{

int from,to;

elem\_t len;

edge\_t\* next;

};

#define \_cp(a,b) ((a).d<(b).d)

struct heap\_t{elem\_t d;int v;};

struct heap{

heap\_t h[MAXN\*MAXN];

int n,p,c;

void init(){n=0;}

void ins(heap\_t e){

for (p=++n;p>1&&\_cp(e,h[p>>1]);h[p]=h[p>>1],p>>=1);

h[p]=e;

}

int del(heap\_t& e){

if (!n) return 0;

for (e=h[p=1],c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[p]=h[n--];return 1;

}

};

void dijkstra(int n,edge\_t\* list[],int s,elem\_t\* min,int\* pre){

heap h;

edge\_t\* t;heap\_t e;

int v[MAXN],i;

for (i=0;i<n;i++)

min[i]=inf,v[i]=0,pre[i]=-1;

h.init();min[e.v=s]=e.d=0,h.ins(e);

while (h.del(e))

if (!v[e.v])

for (v[e.v]=1,t=list[e.v];t;t=t->next)

if (!v[t->to]&&min[t->from]+t->len<min[t->to])

pre[t->to]=t->from,min[e.v=t->to]=e.d=min[t->from]+t->len,h.ins(e);

}

**12.5 最短路径(单源dijkstra+binary\_heap正向表)**

//单源最短路径,dijkstra算法+二分堆,正向表形式,复杂度O(mlogm)

//求出源s到所有点的最短路经,传入图的大小n和正向表list,buf

//返回到各点最短距离min[]和路径pre[],pre[i]记录s到i路径上i的父结点,pre[s]=-1

//可更改路权类型,但必须非负!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef int elem\_t;

struct edge\_t{

int to;

elem\_t len;

};

#define \_cp(a,b) ((a).d<(b).d)

struct heap\_t{elem\_t d;int v;};

struct heap{

heap\_t h[MAXN\*MAXN];

int n,p,c;

void init(){n=0;}

void ins(heap\_t e){

for (p=++n;p>1&&\_cp(e,h[p>>1]);h[p]=h[p>>1],p>>=1);

h[p]=e;

}

int del(heap\_t& e){

if (!n) return 0;

for (e=h[p=1],c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[p]=h[n--];return 1;

}

};

void dijkstra(int n,int\* list,edge\_t\* buf,int s,elem\_t\* min,int\* pre){

heap h;heap\_t e;

int v[MAXN],i,t,f;

for (i=0;i<n;i++)

min[i]=inf,v[i]=0,pre[i]=-1;

h.init();min[e.v=s]=e.d=0,h.ins(e);

while (h.del(e))

if (!v[e.v])

for (v[f=e.v]=1,t=list[f];t<list[f+1];t++)

if (!v[buf[t].to]&&min[f]+buf[t].len<min[buf[t].to])

pre[buf[t].to]=f,min[e.v=buf[t].to]=e.d=min[f]+buf[t].len,h.ins(e);

}

**12.6 最短路径(单源dijkstra+mapped\_heap邻接表)**

//单源最短路径,dijkstra算法+映射二分堆,邻接表形式,复杂度O(mlogn)

//求出源s到所有点的最短路经,传入图的大小n和邻接表list

//返回到各点最短距离min[]和路径pre[],pre[i]记录s到i路径上i的父结点,pre[s]=-1

//可更改路权类型,但必须非负!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef int elem\_t;

struct edge\_t{

int from,to;

elem\_t len;

edge\_t\* next;

};

#define \_cp(a,b) ((a)<(b))

struct heap{

elem\_t h[MAXN+1];

int ind[MAXN+1],map[MAXN+1],n,p,c;

void init(){n=0;}

void ins(int i,elem\_t e){

for (p=++n;p>1&&\_cp(e,h[p>>1]);h[map[ind[p]=ind[p>>1]]=p]=h[p>>1],p>>=1);

h[map[ind[p]=i]=p]=e;

}

int del(int i,elem\_t& e){

i=map[i];if (i<1||i>n) return 0;

for (e=h[p=i];p>1;h[map[ind[p]=ind[p>>1]]=p]=h[p>>1],p>>=1);

for (c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[map[ind[p]=ind[c]]=p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[map[ind[p]=ind[n]]=p]=h[n];n--;return 1;

}

int delmin(int& i,elem\_t& e){

if (n<1) return 0;i=ind[1];

for (e=h[p=1],c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[map[ind[p]=ind[c]]=p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[map[ind[p]=ind[n]]=p]=h[n];n--;return 1;

}

};

void dijkstra(int n,edge\_t\* list[],int s,elem\_t\* min,int\* pre){

heap h;

edge\_t\* t;elem\_t e;

int v[MAXN],i;

for (h.init(),i=0;i<n;i++)

min[i]=((i==s)?0:inf),v[i]=0,pre[i]=-1,h.ins(i,min[i]);

while (h.delmin(i,e))

for (v[i]=1,t=list[i];t;t=t->next)

if (!v[t->to]&&min[i]+t->len<min[t->to])

pre[t->to]=i,h.del(t->to,e),min[t->to]=e=min[i]+t->len,h.ins(t->to,e);

}

**12.7 最短路径(单源dijkstra+mapped\_heap正向表)**

//单源最短路径,dijkstra算法+映射二分堆,正向表形式,复杂度O(mlogn)

//求出源s到所有点的最短路经,传入图的大小n和正向表list,buf

//返回到各点最短距离min[]和路径pre[],pre[i]记录s到i路径上i的父结点,pre[s]=-1

//可更改路权类型,但必须非负!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef int elem\_t;

struct edge\_t{

int to;

elem\_t len;

};

#define \_cp(a,b) ((a)<(b))

struct heap{

elem\_t h[MAXN+1];

int ind[MAXN+1],map[MAXN+1],n,p,c;

void init(){n=0;}

void ins(int i,elem\_t e){

for (p=++n;p>1&&\_cp(e,h[p>>1]);h[map[ind[p]=ind[p>>1]]=p]=h[p>>1],p>>=1);

h[map[ind[p]=i]=p]=e;

}

int del(int i,elem\_t& e){

i=map[i];if (i<1||i>n) return 0;

for (e=h[p=i];p>1;h[map[ind[p]=ind[p>>1]]=p]=h[p>>1],p>>=1);

for (c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[map[ind[p]=ind[c]]=p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[map[ind[p]=ind[n]]=p]=h[n];n--;return 1;

}

int delmin(int& i,elem\_t& e){

if (n<1) return 0;i=ind[1];

for (e=h[p=1],c=2;c<n&&\_cp(h[c+=(c<n-1&&\_cp(h[c+1],h[c]))],h[n]);h[map[ind[p]=ind[c]]=p]=h[c],p=c,c<<=1);

h[map[ind[p]=ind[n]]=p]=h[n];n--;return 1;

}

};

void dijkstra(int n,int\* list,edge\_t\* buf,int s,elem\_t\* min,int\* pre){

heap h;elem\_t e;

int v[MAXN],i,t;

for (h.init(),i=0;i<n;i++)

min[i]=((i==s)?0:inf),v[i]=0,pre[i]=-1,h.ins(i,min[i]);

while (h.delmin(i,e))

for (v[i]=1,t=list[i];t<list[i+1];t++)

if (!v[buf[t].to]&&min[i]+buf[t].len<min[buf[t].to])

pre[buf[t].to]=i,h.del(buf[t].to,e),min[buf[t].to]=e=min[i]+buf[t].len,h.ins(buf[t].to,e);

}

**12.8 最短路径(单源dijkstra邻接阵)**

//单源最短路径,dijkstra算法,邻接阵形式,复杂度O(n^2)

//求出源s到所有点的最短路经,传入图的顶点数n,(有向)邻接矩阵mat

//返回到各点最短距离min[]和路径pre[],pre[i]记录s到i路径上i的父结点,pre[s]=-1

//可更改路权类型,但必须非负!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef int elem\_t;

void dijkstra(int n,elem\_t mat[][MAXN],int s,elem\_t\* min,int\* pre){

int v[MAXN],i,j,k;

for (i=0;i<n;i++)

min[i]=inf,v[i]=0,pre[i]=-1;

for (min[s]=0,j=0;j<n;j++){

for (k=-1,i=0;i<n;i++)

if (!v[i]&&(k==-1||min[i]<min[k]))

k=i;

for (v[k]=1,i=0;i<n;i++)

if (!v[i]&&min[k]+mat[k][i]<min[i])

min[i]=min[k]+mat[pre[i]=k][i];

}

}

**12.9 最短路径(多源floyd\_warshall邻接阵)**

//多源最短路径,floyd\_warshall算法,复杂度O(n^3)

//求出所有点对之间的最短路经,传入图的大小和邻接阵

//返回各点间最短距离min[]和路径pre[],pre[i][j]记录i到j最短路径上j的父结点

//可更改路权类型,路权必须非负!

#define MAXN 200

#define inf 1000000000

typedef int elem\_t;

void floyd\_warshall(int n,elem\_t mat[][MAXN],elem\_t min[][MAXN],int pre[][MAXN]){

int i,j,k;

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;j++)

min[i][j]=mat[i][j],pre[i][j]=(i==j)?-1:i;

for (k=0;k<n;k++)

for (i=0;i<n;i++)

for (j=0;j<n;j++)

if (min[i][k]+min[k][j]<min[i][j])

min[i][j]=min[i][k]+min[k][j],pre[i][j]=pre[k][j];

}

**13、 应用**

**13.1 Joseph问题**

// Joseph's Problem

// input: n,m -- the number of persons, the inteval between persons

// output: -- return the reference of last person

int josephus0(int n, int m)

{

if (n == 2) return (m%2) ? 2 : 1;

int v = (m+josephus0(n-1,m)) % n;

if (v == 0) v = n;

return v;

}

int josephus(int n, int m)

{

if (m == 1) return n;

if (n == 1) return 1;

if (m >=n) return josephus0(n,m);

int l = (n/m)\*m;

int j = josephus(n - (n/m), m);

if (j <= n-l) return l+j;

j -= n-l;

int t = (j/(m-1))\*m;

if ((j % (m-1)) == 0) return t-1;

return t + (j % (m-1));

}

**13.2 N皇后构造解**

//N皇后构造解,n>=4

void even1(int n,int \*p){

int i;

for (i=1;i<=n/2;i++)

p[i-1]=2\*i;

for (i=n/2+1;i<=n;i++)

p[i-1]=2\*i-n-1;

}

void even2(int n,int \*p){

int i;

for (i=1;i<=n/2;i++)

p[i-1]=(2\*i+n/2-3)%n+1;

for (i=n/2+1;i<=n;i++)

p[i-1]=n-(2\*(n-i+1)+n/2-3)%n;

}

void generate(int,int\*);

void odd(int n,int \*p){

generate(n-1,p),p[n-1]=n;

}

void generate(int n,int \*p){

if (n&1)

odd(n,p);

else if (n%6!=2)

even1(n,p);

else

even2(n,p);

}

**13.3 布尔母函数**

//布尔母函数

//判m[]个价值为w[]的货币能否构成value

//适合m[]较大w[]较小的情况

//返回布尔量

//传入货币种数n,个数m[],价值w[]和目标值value

#define MAXV 100000

int genfunc(int n,int\* m,int\* w,int value){

int i,j,k,c;

char r[MAXV];

for (r[0]=i=1;i<=value;r[i++]=0);

for (i=0;i<n;i++){

for (j=0;j<w[i];j++){

c=m[i]\*r[k=j];

while ((k+=w[i])<=value)

if (r[k])

c=m[i];

else if (c)

r[k]=1,c--;

if (r[value])

return 1;

}

}

return 0;

}

**13.4 第k元素**

//取第k个元素,k=0..n-1

//平均复杂度O(n)

//注意a[]中的顺序被改变

#define \_cp(a,b) ((a)<(b))

typedef int elem\_t;

elem\_t kth\_element(int n,elem\_t\* a,int k){

elem\_t t,key;

int l=0,r=n-1,i,j;

while (l<r){

for (key=a[((i=l-1)+(j=r+1))>>1];i<j;){

for (j--;\_cp(key,a[j]);j--);

for (i++;\_cp(a[i],key);i++);

if (i<j) t=a[i],a[i]=a[j],a[j]=t;

}

if (k>j) l=j+1;

else r=j;

}

return a[k];

}

**13.5 幻方构造**

//幻方构造(l!=2)

#define MAXN 100

void dllb(int l,int si,int sj,int sn,int d[][MAXN]){

int n,i=0,j=l/2;

for (n=1;n<=l\*l;n++){

d[i+si][j+sj]=n+sn;

if (n%l){

i=(i)?(i-1):(l-1);

j=(j==l-1)?0:(j+1);

}

else

i=(i==l-1)?0:(i+1);

}

}

void magic\_odd(int l,int d[][MAXN]){

dllb(l,0,0,0,d);

}

void magic\_4k(int l,int d[][MAXN]){

int i,j;

for (i=0;i<l;i++)

for (j=0;j<l;j++)

d[i][j]=((i%4==0||i%4==3)&&(j%4==0||j%4==3)||(i%4==1||i%4==2)&&(j%4==1||j%4==2))?(l\*l-(i\*l+j)):(i\*l+j+1);

}

void magic\_other(int l,int d[][MAXN]){

int i,j,t;

dllb(l/2,0,0,0,d);

dllb(l/2,l/2,l/2,l\*l/4,d);

dllb(l/2,0,l/2,l\*l/2,d);

dllb(l/2,l/2,0,l\*l/4\*3,d);

for (i=0;i<l/2;i++)

for (j=0;j<l/4;j++)

if (i!=l/4||j)

t=d[i][j],d[i][j]=d[i+l/2][j],d[i+l/2][j]=t;

t=d[l/4][l/4],d[l/4][l/4]=d[l/4+l/2][l/4],d[l/4+l/2][l/4]=t;

for (i=0;i<l/2;i++)

for (j=l-l/4+1;j<l;j++)

t=d[i][j],d[i][j]=d[i+l/2][j],d[i+l/2][j]=t;

}

void generate(int l,int d[][MAXN]){

if (l%2)

magic\_odd(l,d);

else if (l%4==0)

magic\_4k(l,d);

else

magic\_other(l,d);

}

**13.6 模式匹配(kmp)**

//模式匹配,kmp算法,复杂度O(m+n)

//返回匹配位置,-1表示匹配失败,传入匹配串和模式串和长度

//可更改元素类型,更换匹配函数

#define MAXN 10000

#define \_match(a,b) ((a)==(b))

typedef char elem\_t;

int pat\_match(int ls,elem\_t\* str,int lp,elem\_t\* pat){

int fail[MAXN]={-1},i=0,j;

for (j=1;j<lp;j++){

for (i=fail[j-1];i>=0&&!\_match(pat[i+1],pat[j]);i=fail[i]);

fail[j]=(\_match(pat[i+1],pat[j])?i+1:-1);

}

for (i=j=0;i<ls&&j<lp;i++)

if (\_match(str[i],pat[j]))

j++;

else if (j)

j=fail[j-1]+1,i--;

return j==lp?(i-lp):-1;

}

**13.7 逆序对数**

//序列逆序对数,复杂度O(nlogn)

//传入序列长度和内容,返回逆序对数

//可更改元素类型和比较函数

#include <string.h>

#define MAXN 1000000

#define \_cp(a,b) ((a)<=(b))

typedef int elem\_t;

elem\_t \_tmp[MAXN];

int inv(int n,elem\_t\* a){

int l=n>>1,r=n-l,i,j;

int ret=(r>1?(inv(l,a)+inv(r,a+l)):0);

for (i=j=0;i<=l;\_tmp[i+j]=a[i],i++)

for (ret+=j;j<r&&(i==l||!\_cp(a[i],a[l+j]));\_tmp[i+j]=a[l+j],j++);

memcpy(a,\_tmp,sizeof(elem\_t)\*n);

return ret;

}

**13.8 字符串最小表示**

/\* 求字符串的最小表示

输入：字符串

返回：字符串最小表示的首字母位置(0...size-1)

\*/

template <class T>

int MinString(vector <T> &str)

{

int i, j, k;

vector <T> ss(str.size() << 1);

for (i = 0; i < str.size(); i ++) ss[i] = ss[i + str.size()] = str[i];

for (i = k = 0, j = 1; k < str.size() && i < str.size() && j < str.size(); ) {

for (k = 0; k < str.size() && ss[i + k] == ss[j + k]; k ++);

if (k < str.size()) {

if (ss[i + k] > ss[j + k])

i += k + 1;

else j += k + 1;

if (i == j) j ++;

}

}

return i < j ? i : j;

}

**13.9 最长公共单调子序列**

// 最长公共递增子序列， 时间复杂度O(n^2 \* logn)，空间 O(n^2)

//\* n为a的大小, m为b的大小

//\* 结果在ans中

// "define \_cp(a,b) ((a)<(b))"求解最长严格递增序列

#define MAXN 1000

#define \_cp(a,b) ((a)<(b))

typedef int elem\_t;

elem\_t DP[MAXN][MAXN];

int num[MAXN], p[1<<20];

int LIS(int n, elem\_t \*a, int m, elem\_t \*b, elem\_t \*ans){

int i, j, l, r, k;

DP[0][0] = 0;

num[0] = (b[0] == a[0]);

for(i = 1; i < m; i++) {

num[i] = (b[i] == a[0]) || num[i-1];

DP[i][0] = 0;

}

for(i = 1; i < n; i++){

if(b[0] == a[i] && !num[0]) {

num[0] = 1;

DP[0][0] = i<<10;

}

for(j = 1; j < m; j++){

for(k=((l=0)+(r=num[j-1]-1))>>1; l<=r; k=(l+r)>>1)

if(\_cp(a[DP[j-1][k]>>10], a[i]))

l=k+1;

else

r=k-1;

if(l < num[j-1] && i == (DP[j-1][l]>>10) ){

if(l >= num[j]) DP[j][num[j]++] = DP[j-1][l];

else DP[j][l] = \_cp(a[DP[j][l]>>10],a[i]) ? DP[j][l] : DP[j-1][l];

}

if(b[j] == a[i]){

for(k=((l=0)+(r=num[j]-1))>>1; l<=r; k=(l+r)>>1)

if(\_cp(a[DP[j][k]>>10], a[i]))

l=k+1;

else

r=k-1;

DP[j][l] = (i<<10) + j;

num[j] += (l>=num[j]);

p[DP[j][l]] = l ? DP[j][l-1] : -1;

}

}

}

for (k=DP[m-1][i=num[m-1]-1];i>=0;ans[i--]=a[k>>10],k=p[k]);

return num[m-1];

}

**13.10 最长子序列**

//最长单调子序列,复杂度O(nlogn)

//注意最小序列覆盖和最长序列的对应关系,例如

//"define \_cp(a,b) ((a)>(b))"求解最长严格递减序列,则

//"define \_cp(a,b) (!((a)>(b)))"求解最小严格递减序列覆盖

//可更改元素类型和比较函数

#define MAXN 10000

#define \_cp(a,b) ((a)>(b))

typedef int elem\_t;

int subseq(int n,elem\_t\* a){

int b[MAXN],i,l,r,m,ret=0;

for (i=0;i<n;b[l]=i++,ret+=(l>ret))

for (m=((l=1)+(r=ret))>>1;l<=r;m=(l+r)>>1)

if (\_cp(a[b[m]],a[i]))

l=m+1;

else

r=m-1;

return ret;

}

int subseq(int n,elem\_t\* a,elem\_t\* ans){

int b[MAXN],p[MAXN],i,l,r,m,ret=0;

for (i=0;i<n;p[b[l]=i++]=b[l-1],ret+=(l>ret))

for (m=((l=1)+(r=ret))>>1;l<=r;m=(l+r)>>1)

if (\_cp(a[b[m]],a[i]))

l=m+1;

else

r=m-1;

for (m=b[i=ret];i;ans[--i]=a[m],m=p[m]);

return ret;

}

**13.11 最大子串匹配**

//最大子串匹配,复杂度O(mn)

//返回最大匹配值,传入两个串和串的长度,重载返回一个最大匹配

//注意做字符串匹配是串末的'\0'没有置!

//可更改元素类型,更换匹配函数和匹配价值函数

#include <string.h>

#define MAXN 100

#define max(a,b) ((a)>(b)?(a):(b))

#define \_match(a,b) ((a)==(b))

#define \_value(a,b) 1

typedef char elem\_t;

int str\_match(int m,elem\_t\* a,int n,elem\_t\* b){

int match[MAXN+1][MAXN+1],i,j;

memset(match,0,sizeof(match));

for (i=0;i<m;i++)

for (j=0;j<n;j++)

match[i+1][j+1]=max(max(match[i][j+1],match[i+1][j]),

(match[i][j]+\_value(a[i],b[i]))\*\_match(a[i],b[j]));

return match[m][n];

}

int str\_match(int m,elem\_t\* a,int n,elem\_t\* b,elem\_t\* ret){

int match[MAXN+1][MAXN+1],last[MAXN+1][MAXN+1],i,j,t;

memset(match,0,sizeof(match));

for (i=0;i<m;i++)

for (j=0;j<n;j++){

match[i+1][j+1]=(match[i][j+1]>match[i+1][j]?match[i][j+1]:match[i+1][j]);

last[i+1][j+1]=(match[i][j+1]>match[i+1][j]?3:1);

if ((t=(match[i][j]+\_value(a[i],b[i]))\*\_match(a[i],b[j]))>match[i+1][j+1])

match[i+1][j+1]=t,last[i+1][j+1]=2;

}

for (;match[i][j];i-=(last[t=i][j]>1),j-=(last[t][j]<3))

ret[match[i][j]-1]=(last[i][j]<3?a[i-1]:b[j-1]);

return match[m][n];

}

**13.12 最大子段和**

//求最大子段和,复杂度O(n)

//传入串长n和内容list[]

//返回最大子段和,重载返回子段位置(maxsum=list[start]+...+list[end])

//可更改元素类型

typedef int elem\_t;

elem\_t maxsum(int n,elem\_t\* list){

elem\_t ret,sum=0;

int i;

for (ret=list[i=0];i<n;i++)

sum=(sum>0?sum:0)+list[i],ret=(sum>ret?sum:ret);

return ret;

}

elem\_t maxsum(int n,elem\_t\* list,int& start,int& end){

elem\_t ret,sum=0;

int s,i;

for (ret=list[start=end=s=i=0];i<n;i++,s=(sum>0?s:i))

if ((sum=(sum>0?sum:0)+list[i])>ret)

ret=sum,start=s,end=i;

return ret;

}

**13.13 最大子阵和**

//求最大子阵和,复杂度O(n^3)

//传入阵的大小m,n和内容mat[][]

//返回最大子阵和,重载返回子阵位置(maxsum=list[s1][s2]+...+list[e1][e2])

//可更改元素类型

#define MAXN 100

typedef int elem\_t;

elem\_t maxsum(int m,int n,elem\_t mat[][MAXN]){

elem\_t matsum[MAXN][MAXN+1],ret,sum;

int i,j,k;

for (i=0;i<m;i++)

for (matsum[i][j=0]=0;j<n;j++)

matsum[i][j+1]=matsum[i][j]+mat[i][j];

for (ret=mat[0][j=0];j<n;j++)

for (k=j;k<n;k++)

for (sum=0,i=0;i<m;i++)

sum=(sum>0?sum:0)+matsum[i][k+1]-matsum[i][j],ret=(sum>ret?sum:ret);

return ret;

}

elem\_t maxsum(int m,int n,elem\_t mat[][MAXN],int& s1,int& s2,int& e1,int& e2){

elem\_t matsum[MAXN][MAXN+1],ret,sum;

int i,j,k,s;

for (i=0;i<m;i++)

for (matsum[i][j=0]=0;j<n;j++)

matsum[i][j+1]=matsum[i][j]+mat[i][j];

for (ret=mat[s1=e1=0][s2=e2=j=0];j<n;j++)

for (k=j;k<n;k++)

for (sum=0,s=i=0;i<m;i++,s=(sum>0?s:i))

if ((sum=(sum>0?sum:0)+matsum[i][k+1]-matsum[i][j])>ret)

ret=sum,s1=s,s2=i,e1=j,e2=k;

return ret;

}

**14、 其它**

**14.1 大数(只能处理正数)**

#include <iostream.h>

#include <string.h>

#define DIGIT 4

#define DEPTH 10000

#define MAX 100

typedef int bignum\_t[MAX+1];

int read(bignum\_t a,istream& is=cin){

char buf[MAX\*DIGIT+1],ch;

int i,j;

memset((void\*)a,0,sizeof(bignum\_t));

if (!(is>>buf)) return 0;

for (a[0]=strlen(buf),i=a[0]/2-1;i>=0;i--)

ch=buf[i],buf[i]=buf[a[0]-1-i],buf[a[0]-1-i]=ch;

for (a[0]=(a[0]+DIGIT-1)/DIGIT,j=strlen(buf);j<a[0]\*DIGIT;buf[j++]='0');

for (i=1;i<=a[0];i++)

for (a[i]=0,j=0;j<DIGIT;j++)

a[i]=a[i]\*10+buf[i\*DIGIT-1-j]-'0';

for (;!a[a[0]]&&a[0]>1;a[0]--);

return 1;

}

void write(const bignum\_t a,ostream& os=cout){

int i,j;

for (os<<a[i=a[0]],i--;i;i--)

for (j=DEPTH/10;j;j/=10)

os<<a[i]/j%10;

}

int comp(const bignum\_t a,const bignum\_t b){

int i;

if (a[0]!=b[0])

return a[0]-b[0];

for (i=a[0];i;i--)

if (a[i]!=b[i])

return a[i]-b[i];

return 0;

}

int comp(const bignum\_t a,const int b){

int c[12]={1};

for (c[1]=b;c[c[0]]>=DEPTH;c[c[0]+1]=c[c[0]]/DEPTH,c[c[0]]%=DEPTH,c[0]++);

return comp(a,c);

}

int comp(const bignum\_t a,const int c,const int d,const bignum\_t b){

int i,t=0,O=-DEPTH\*2;

if (b[0]-a[0]<d&&c)

return 1;

for (i=b[0];i>d;i--){

t=t\*DEPTH+a[i-d]\*c-b[i];

if (t>0) return 1;

if (t<O) return 0;

}

for (i=d;i;i--){

t=t\*DEPTH-b[i];

if (t>0) return 1;

if (t<O) return 0;

}

return t>0;

}

void add(bignum\_t a,const bignum\_t b){

int i;

for (i=1;i<=b[0];i++)

if ((a[i]+=b[i])>=DEPTH)

a[i]-=DEPTH,a[i+1]++;

if (b[0]>=a[0])

a[0]=b[0];

else

for (;a[i]>=DEPTH&&i<a[0];a[i]-=DEPTH,i++,a[i]++);

a[0]+=(a[a[0]+1]>0);

}

void add(bignum\_t a,const int b){

int i=1;

for (a[1]+=b;a[i]>=DEPTH&&i<a[0];a[i+1]+=a[i]/DEPTH,a[i]%=DEPTH,i++);

for (;a[a[0]]>=DEPTH;a[a[0]+1]=a[a[0]]/DEPTH,a[a[0]]%=DEPTH,a[0]++);

}

void sub(bignum\_t a,const bignum\_t b){

int i;

for (i=1;i<=b[0];i++)

if ((a[i]-=b[i])<0)

a[i+1]--,a[i]+=DEPTH;

for (;a[i]<0;a[i]+=DEPTH,i++,a[i]--);

for (;!a[a[0]]&&a[0]>1;a[0]--);

}

void sub(bignum\_t a,const int b){

int i=1;

for (a[1]-=b;a[i]<0;a[i+1]+=(a[i]-DEPTH+1)/DEPTH,a[i]-=(a[i]-DEPTH+1)/DEPTH\*DEPTH,i++);

for (;!a[a[0]]&&a[0]>1;a[0]--);

}

void sub(bignum\_t a,const bignum\_t b,const int c,const int d){

int i,O=b[0]+d;

for (i=1+d;i<=O;i++)

if ((a[i]-=b[i-d]\*c)<0)

a[i+1]+=(a[i]-DEPTH+1)/DEPTH,a[i]-=(a[i]-DEPTH+1)/DEPTH\*DEPTH;

for (;a[i]<0;a[i+1]+=(a[i]-DEPTH+1)/DEPTH,a[i]-=(a[i]-DEPTH+1)/DEPTH\*DEPTH,i++);

for (;!a[a[0]]&&a[0]>1;a[0]--);

}

void mul(bignum\_t c,const bignum\_t a,const bignum\_t b){

int i,j;

memset((void\*)c,0,sizeof(bignum\_t));

for (c[0]=a[0]+b[0]-1,i=1;i<=a[0];i++)

for (j=1;j<=b[0];j++)

if ((c[i+j-1]+=a[i]\*b[j])>=DEPTH)

c[i+j]+=c[i+j-1]/DEPTH,c[i+j-1]%=DEPTH;

for (c[0]+=(c[c[0]+1]>0);!c[c[0]]&&c[0]>1;c[0]--);

}

void mul(bignum\_t a,const int b){

int i;

for (a[1]\*=b,i=2;i<=a[0];i++){

a[i]\*=b;

if (a[i-1]>=DEPTH)

a[i]+=a[i-1]/DEPTH,a[i-1]%=DEPTH;

}

for (;a[a[0]]>=DEPTH;a[a[0]+1]=a[a[0]]/DEPTH,a[a[0]]%=DEPTH,a[0]++);

for (;!a[a[0]]&&a[0]>1;a[0]--);

}

void mul(bignum\_t b,const bignum\_t a,const int c,const int d){

int i;

memset((void\*)b,0,sizeof(bignum\_t));

for (b[0]=a[0]+d,i=d+1;i<=b[0];i++)

if ((b[i]+=a[i-d]\*c)>=DEPTH)

b[i+1]+=b[i]/DEPTH,b[i]%=DEPTH;

for (;b[b[0]+1];b[0]++,b[b[0]+1]=b[b[0]]/DEPTH,b[b[0]]%=DEPTH);

for (;!b[b[0]]&&b[0]>1;b[0]--);

}

void div(bignum\_t c,bignum\_t a,const bignum\_t b){

int h,l,m,i;

memset((void\*)c,0,sizeof(bignum\_t));

c[0]=(b[0]<a[0]+1)?(a[0]-b[0]+2):1;

for (i=c[0];i;sub(a,b,c[i]=m,i-1),i--)

for (h=DEPTH-1,l=0,m=(h+l+1)>>1;h>l;m=(h+l+1)>>1)

if (comp(b,m,i-1,a)) h=m-1;

else l=m;

for (;!c[c[0]]&&c[0]>1;c[0]--);

c[0]=c[0]>1?c[0]:1;

}

void div(bignum\_t a,const int b,int& c){

int i;

for (c=0,i=a[0];i;c=c\*DEPTH+a[i],a[i]=c/b,c%=b,i--);

for (;!a[a[0]]&&a[0]>1;a[0]--);

}

void sqrt(bignum\_t b,bignum\_t a){

int h,l,m,i;

memset((void\*)b,0,sizeof(bignum\_t));

for (i=b[0]=(a[0]+1)>>1;i;sub(a,b,m,i-1),b[i]+=m,i--)

for (h=DEPTH-1,l=0,b[i]=m=(h+l+1)>>1;h>l;b[i]=m=(h+l+1)>>1)

if (comp(b,m,i-1,a)) h=m-1;

else l=m;

for (;!b[b[0]]&&b[0]>1;b[0]--);

for (i=1;i<=b[0];b[i++]>>=1);

}

int length(const bignum\_t a){

int t,ret;

for (ret=(a[0]-1)\*DIGIT,t=a[a[0]];t;t/=10,ret++);

return ret>0?ret:1;

}

int digit(const bignum\_t a,const int b){

int i,ret;

for (ret=a[(b-1)/DIGIT+1],i=(b-1)%DIGIT;i;ret/=10,i--);

return ret%10;

}

int zeronum(const bignum\_t a){

int ret,t;

for (ret=0;!a[ret+1];ret++);

for (t=a[ret+1],ret\*=DIGIT;!(t%10);t/=10,ret++);

return ret;

}

void comp(int\* a,const int l,const int h,const int d){

int i,j,t;

for (i=l;i<=h;i++)

for (t=i,j=2;t>1;j++)

while (!(t%j))

a[j]+=d,t/=j;

}

void convert(int\* a,const int h,bignum\_t b){

int i,j,t=1;

memset(b,0,sizeof(bignum\_t));

for (b[0]=b[1]=1,i=2;i<=h;i++)

if (a[i])

for (j=a[i];j;t\*=i,j--)

if (t\*i>DEPTH)

mul(b,t),t=1;

mul(b,t);

}

void combination(bignum\_t a,int m,int n){

int\* t=new int[m+1];

memset((void\*)t,0,sizeof(int)\*(m+1));

comp(t,n+1,m,1);

comp(t,2,m-n,-1);

convert(t,m,a);

delete []t;

}

void permutation(bignum\_t a,int m,int n){

int i,t=1;

memset(a,0,sizeof(bignum\_t));

a[0]=a[1]=1;

for (i=m-n+1;i<=m;t\*=i++)

if (t\*i>DEPTH)

mul(a,t),t=1;

mul(a,t);

}

#define SGN(x) ((x)>0?1:((x)<0?-1:0))

#define ABS(x) ((x)>0?(x):-(x))

int read(bignum\_t a,int &sgn,istream& is=cin){

char str[MAX\*DIGIT+2],ch,\*buf;

int i,j;

memset((void\*)a,0,sizeof(bignum\_t));

if (!(is>>str)) return 0;

buf=str,sgn=1;

if (\*buf=='-') sgn=-1,buf++;

for (a[0]=strlen(buf),i=a[0]/2-1;i>=0;i--)

ch=buf[i],buf[i]=buf[a[0]-1-i],buf[a[0]-1-i]=ch;

for (a[0]=(a[0]+DIGIT-1)/DIGIT,j=strlen(buf);j<a[0]\*DIGIT;buf[j++]='0');

for (i=1;i<=a[0];i++)

for (a[i]=0,j=0;j<DIGIT;j++)

a[i]=a[i]\*10+buf[i\*DIGIT-1-j]-'0';

for (;!a[a[0]]&&a[0]>1;a[0]--);

if (a[0]==1&&!a[1]) sgn=0;

return 1;

}

**14.2 分数**

struct frac{

int num,den;

};

double fabs(double x){

return x>0?x:-x;

}

int gcd(int a,int b){

int t;

if (a<0)

a=-a;

if (b<0)

b=-b;

if (!b)

return a;

while (t=a%b)

a=b,b=t;

return b;

}

void simplify(frac& f){

int t;

if (t=gcd(f.num,f.den))

f.num/=t,f.den/=t;

else

f.den=1;

}

frac f(int n,int d,int s=1){

frac ret;

if (d<0)

ret.num=-n,ret.den=-d;

else

ret.num=n,ret.den=d;

if (s)

simplify(ret);

return ret;

}

frac convert(double x){

frac ret;

for (ret.den=1;fabs(x-int(x))>1e-10;ret.den\*=10,x\*=10);

ret.num=(int)x;

simplify(ret);

return ret;

}

int fraqcmp(frac a,frac b){

int g1=gcd(a.den,b.den),g2=gcd(a.num,b.num);

if (!g1||!g2)

return 0;

return b.den/g1\*(a.num/g2)-a.den/g1\*(b.num/g2);

}

frac add(frac a,frac b){

int g1=gcd(a.den,b.den),g2,t;

if (!g1)

return f(1,0,0);

t=b.den/g1\*a.num+a.den/g1\*b.num;

g2=gcd(g1,t);

return f(t/g2,a.den/g1\*(b.den/g2),0);

}

frac sub(frac a,frac b){

return add(a,f(-b.num,b.den,0));

}

frac mul(frac a,frac b){

int t1=gcd(a.den,b.num),t2=gcd(a.num,b.den);

if (!t1||!t2)

return f(1,1,0);

return f(a.num/t2\*(b.num/t1),a.den/t1\*(b.den/t2),0);

}

frac div(frac a,frac b){

return mul(a,f(b.den,b.num,0));

}

**14.3 矩阵**

define MAXN 100

#define fabs(x) ((x)>0?(x):-(x))

#define zero(x) (fabs(x)<1e-10)

struct mat{

int n,m;

double data[MAXN][MAXN];

};

int mul(mat& c,const mat& a,const mat& b){

int i,j,k;

if (a.m!=b.n)

return 0;

c.n=a.n,c.m=b.m;

for (i=0;i<c.n;i++)

for (j=0;j<c.m;j++)

for (c.data[i][j]=k=0;k<a.m;k++)

c.data[i][j]+=a.data[i][k]\*b.data[k][j];

return 1;

}

int inv(mat& a){

int i,j,k,is[MAXN],js[MAXN];

double t;

if (a.n!=a.m)

return 0;

for (k=0;k<a.n;k++){

for (t=0,i=k;i<a.n;i++)

for (j=k;j<a.n;j++)

if (fabs(a.data[i][j])>t)

t=fabs(a.data[is[k]=i][js[k]=j]);

if (zero(t))

return 0;

if (is[k]!=k)

for (j=0;j<a.n;j++)

t=a.data[k][j],a.data[k][j]=a.data[is[k]][j],a.data[is[k]][j]=t;

if (js[k]!=k)

for (i=0;i<a.n;i++)

t=a.data[i][k],a.data[i][k]=a.data[i][js[k]],a.data[i][js[k]]=t;

a.data[k][k]=1/a.data[k][k];

for (j=0;j<a.n;j++)

if (j!=k)

a.data[k][j]\*=a.data[k][k];

for (i=0;i<a.n;i++)

if (i!=k)

for (j=0;j<a.n;j++)

if (j!=k)

a.data[i][j]-=a.data[i][k]\*a.data[k][j];

for (i=0;i<a.n;i++)

if (i!=k)

a.data[i][k]\*=-a.data[k][k];

}

for (k=a.n-1;k>=0;k--){

for (j=0;j<a.n;j++)

if (js[k]!=k)

t=a.data[k][j],a.data[k][j]=a.data[js[k]][j],a.data[js[k]][j]=t;

for (i=0;i<a.n;i++)

if (is[k]!=k)

t=a.data[i][k],a.data[i][k]=a.data[i][is[k]],a.data[i][is[k]]=t;

}

return 1;

}

double det(const mat& a){

int i,j,k,sign=0;

double b[MAXN][MAXN],ret=1,t;

if (a.n!=a.m)

return 0;

for (i=0;i<a.n;i++)

for (j=0;j<a.m;j++)

b[i][j]=a.data[i][j];

for (i=0;i<a.n;i++){

if (zero(b[i][i])){

for (j=i+1;j<a.n;j++)

if (!zero(b[j][i]))

break;

if (j==a.n)

return 0;

for (k=i;k<a.n;k++)

t=b[i][k],b[i][k]=b[j][k],b[j][k]=t;

sign++;

}

ret\*=b[i][i];

for (k=i+1;k<a.n;k++)

b[i][k]/=b[i][i];

for (j=i+1;j<a.n;j++)

for (k=i+1;k<a.n;k++)

b[j][k]-=b[j][i]\*b[i][k];

}

if (sign&1)

ret=-ret;

return ret;

}

**14.4 线性方程组**

#define MAXN 100

#define fabs(x) ((x)>0?(x):-(x))

#define eps 1e-10

//列主元gauss消去求解a[][]x[]=b[]

//返回是否有唯一解,若有解在b[]中

int gauss\_cpivot(int n,double a[][MAXN],double b[]){

int i,j,k,row;

double maxp,t;

for (k=0;k<n;k++){

for (maxp=0,i=k;i<n;i++)

if (fabs(a[i][k])>fabs(maxp))

maxp=a[row=i][k];

if (fabs(maxp)<eps)

return 0;

if (row!=k){

for (j=k;j<n;j++)

t=a[k][j],a[k][j]=a[row][j],a[row][j]=t;

t=b[k],b[k]=b[row],b[row]=t;

}

for (j=k+1;j<n;j++){

a[k][j]/=maxp;

for (i=k+1;i<n;i++)

a[i][j]-=a[i][k]\*a[k][j];

}

b[k]/=maxp;

for (i=k+1;i<n;i++)

b[i]-=b[k]\*a[i][k];

}

for (i=n-1;i>=0;i--)

for (j=i+1;j<n;j++)

b[i]-=a[i][j]\*b[j];

return 1;

}

//全主元gauss消去解a[][]x[]=b[]

//返回是否有唯一解,若有解在b[]中

int gauss\_tpivot(int n,double a[][MAXN],double b[]){

int i,j,k,row,col,index[MAXN];

double maxp,t;

for (i=0;i<n;i++)

index[i]=i;

for (k=0;k<n;k++){

for (maxp=0,i=k;i<n;i++)

for (j=k;j<n;j++)

if (fabs(a[i][j])>fabs(maxp))

maxp=a[row=i][col=j];

if (fabs(maxp)<eps)

return 0;

if (col!=k){

for (i=0;i<n;i++)

t=a[i][col],a[i][col]=a[i][k],a[i][k]=t;

j=index[col],index[col]=index[k],index[k]=j;

}

if (row!=k){

for (j=k;j<n;j++)

t=a[k][j],a[k][j]=a[row][j],a[row][j]=t;

t=b[k],b[k]=b[row],b[row]=t;

}

for (j=k+1;j<n;j++){

a[k][j]/=maxp;

for (i=k+1;i<n;i++)

a[i][j]-=a[i][k]\*a[k][j];

}

b[k]/=maxp;

for (i=k+1;i<n;i++)

b[i]-=b[k]\*a[i][k];

}

for (i=n-1;i>=0;i--)

for (j=i+1;j<n;j++)

b[i]-=a[i][j]\*b[j];

for (k=0;k<n;k++)

a[0][index[k]]=b[k];

for (k=0;k<n;k++)

b[k]=a[0][k];

return 1;

}

**14.5 线性相关**

//判线性相关(正交化)

//传入m个n维向量

#include <math.h>

#define MAXN 100

#define eps 1e-10

int linear\_dependent(int m,int n,double vec[][MAXN]){

double ort[MAXN][MAXN],e;

int i,j,k;

if (m>n)

return 1;

for (i=0;i<m;i++){

for (j=0;j<n;j++)

ort[i][j]=vec[i][j];

for (k=0;k<i;k++){

for (e=j=0;j<n;j++)

e+=ort[i][j]\*ort[k][j];

for (j=0;j<n;j++)

ort[i][j]-=e\*ort[k][j];

for (e=j=0;j<n;j++)

e+=ort[i][j]\*ort[i][j];

if (fabs(e=sqrt(e))<eps)

return 1;

for (j=0;j<n;j++)

ort[i][j]/=e;

}

}

return 0;

}

**14.6 日期**

//日期函数

int days[12]={31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31};

struct date{

int year,month,day;

};

//判闰年

inline int leap(int year){

return (year%4==0&&year%100!=0)||year%400==0;

}

//判合法性

inline int legal(date a){

if (a.month<0||a.month>12)

return 0;

if (a.month==2)

return a.day>0&&a.day<=28+leap(a.year);

return a.day>0&&a.day<=days[a.month-1];

}

//比较日期大小

inline int datecmp(date a,date b){

if (a.year!=b.year)

return a.year-b.year;

if (a.month!=b.month)

return a.month-b.month;

return a.day-b.day;

}

//返回指定日期是星期几

int weekday(date a){

int tm=a.month>=3?(a.month-2):(a.month+10);

int ty=a.month>=3?a.year:(a.year-1);

return (ty+ty/4-ty/100+ty/400+(int)(2.6\*tm-0.2)+a.day)%7;

}

//日期转天数偏移

int date2int(date a){

int ret=a.year\*365+(a.year-1)/4-(a.year-1)/100+(a.year-1)/400,i;

days[1]+=leap(a.year);

for (i=0;i<a.month-1;ret+=days[i++]);

days[1]=28;

return ret+a.day;

}

//天数偏移转日期

date int2date(int a){

date ret;

ret.year=a/146097\*400;

for (a%=146097;a>=365+leap(ret.year);a-=365+leap(ret.year),ret.year++);

days[1]+=leap(ret.year);

for (ret.month=1;a>=days[ret.month-1];a-=days[ret.month-1],ret.month++);

days[1]=28;

ret.day=a+1;

return ret;

}