

Домашнее задание №13

Задание 1.

а) Нам нужно максимизировать выражение $Np(1-p)^{N-1}$. Для этого найдем ноль производной:

$$\begin{aligned}(1-p)^{N-1} - (N-1)p(1-p)^{N-2} &= 0 \\(1-p) - (N-1)p &= 0 \\1 - pN &= 0 \\p &= \frac{1}{N}\end{aligned}$$

Ответ: $\frac{1}{N}$

б) По условию, нас интересует

$$\lim_{N \rightarrow \infty} N \cdot \frac{1}{N} \cdot \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{N-1} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{N}\right)^N \cdot \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{-1} = \exp(-1) \cdot 1 = e^{-1}$$

Ответ: e^{-1}