

Лабораторная работа №4

Вычисление наибольшего общего делителя

ВОЛКОВА ДАРЬЯ АЛЕКСАНДРОВНА НПММД-02-21

Цель работы

Изучение понятия наибольшего общего делителя и его вычисление.

Изучение алгоритмов вычисления наибольшего общего делителя, таких как

1. алгоритм Евклида,
2. бинарный алгоритм Евклида,
3. расширенный алгоритм Евклида
4. и расширенный бинарный алгоритм Евклида.

Задачи

Программная реализация алгоритмов вычисления наибольшего общего делителя :

1. алгоритм Евклида,
2. бинарный алгоритм Евклида,
3. расширенный алгоритм Евклида
4. и расширенный бинарный алгоритм Евклида.

Теоретические сведения

Наибольшим общим делителем двух чисел a и b называется наибольшее число, на которое a и b делятся без остатка. Для записи может использоваться аббревиатура НОД. Для двух чисел можно записать вот так: НОД (a , b).

Результаты

```
# 1. Алгоритм Евклида
```

```
b=int(input('Введите число b больше 0: '))  
a=int(input('Введите число a больше или равно b: '))
```

```
Введите число b больше 0: 45  
Введите число a больше или равно b: 60
```

```
r_i=[a,b]  
i=1
```

```
while True:  
    r=r_i[i-1]%r_i[i]  
    if r==0:  
        d=r_i[i]  
        break  
    else:  
        i+=1  
        r_i.append(r)
```

```
print('a=',a,', b=',b,', НОД(a,b)=' ,d)
```

```
a= 60 , b= 45 , НОД(a,b)= 15
```

Пример работы алгоритма Евклида

Результаты

```
: # 2. Бинарный алгоритм Евклида
```

```
: b=int(input('Введите число b больше 0: '))  
: a=int(input('Введите число a больше или равно b: '))
```

Введите число b больше 0: 45
Введите число a больше или равно b: 60

```
: A=a  
: B=b  
: g=1
```

```
: while (a % 2 == 0) and (b % 2 == 0):  
:     a=a/2  
:     b=b/2  
:     g=2*g  
: u=a  
: v=b  
: while u!=0:  
:     while u%2 == 0:  
:         u=u/2  
:     while v%2 == 0:  
:         v=v/2  
:     if u>=v:  
:         u=u-v  
:     else:  
:         v=v-u  
: d=g*v
```

```
: print('a=',A, ', b=',B, ', НОД(a,b)=' ,d)
```

a= 60 , b= 45 , НОД(a,b)= 15.0

Пример работы бинарного алгоритма Евклида

Результаты

3. Расширенный алгоритм Евклида

```
b=int(input('Введите число b больше 0: '))
a=int(input('Введите число a больше или равно b: '))
```

Введите число b больше 0: 45
Введите число a больше или равно b: 60

```
r=[a,b]
x_i=[1,0]
y_i=[0,1]
i=1
```

```
while True:
    if r[i-1] % r[i] == 0:
        d = r[i]
        x = x_i[i]
        y = y_i[i]
        break
    else:
        q = r[i-1] // r[i]
        x_i.append(x_i[i-1]-q*x_i[i])
        y_i.append(y_i[i-1]-q*y_i[i])
        r.append(r[i-1] % r[i])
        i=i+1
```

```
print('a=',a,', b=',b,', НОД(a,b)=',d)
```

a= 60 , b= 45 , НОД(a,b)= 15

Пример работы расширенного алгоритма Евклида

Результаты

```
: # 4. Расширенный бинарный алгоритм Евклида
```

```
: b=int(input('Введите число b больше 0: '))  
a=int(input('Введите число a больше или равно b: '))
```

Введите число b больше 0: 45
Введите число a больше или равно b: 60

```
: g=1
```

```
: while a%2 == 0 and b%2 == 0:  
    a=a/2  
    b=b/2  
    g=2*g
```

```
: u=a  
v=b  
A=1  
B=0  
C=0  
D=1
```

```
: while u!=0:  
    while u%2 == 0:  
        u=u/2  
        if A%2 == 0 and B%2 == 0:  
            A=A/2  
            B=B/2  
        else:  
            A=(A+b)/2  
            B=(B-a)/2  
  
    while v%2 == 0:  
        v=v/2  
        if C%2 == 0 and D%2 == 0:  
            C=C/2  
            D=D/2  
        else:  
            C=(C+b)/2  
            D=(D-a)/2  
  
    if u>=v:  
        u=u-v  
        A=A-C  
        B=B-D  
    else:  
        v=v-u  
        C=C-A  
        D=D-B  
  
d=g*v  
x=C  
y=D
```

```
: print('НОД(a,b)=' ,d)
```

НОД(a,b)= 15.0

Пример работы расширенного бинарного алгоритма Евклида

Выводы

В ходе выполнения работы удалось изучить алгоритмы вычисления наибольшего общего делителя:

1. алгоритм Евклида,
2. бинарный алгоритм Евклида,
3. расширенный алгоритм Евклида
4. и расширенный бинарный алгоритм Евклида.

А также реализовать данные алгоритмы программно на языке Python.