

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа аэрокосмических технологий

Отчёт о выполнении лабораторной работы

1.1.1

Определение систематических и случайных погрешностей при измерении удельного сопротивления нихромовой проволоки

Автор:
Волков Никита Алексеевич
Б03-103

Содержание

1	Введение	1
2	Теоретические сведения	1
3	Оборудование и экспериментальные погрешности	2
4	Результаты измерений и обработка данных	4
4.1	Измерение диаметра d проволоки	4
4.2	Измерение сопротивления проволоки	4
4.3	Вычисление удельного сопротивления	6
5	Обсуждение результатов и выводы	6

1 Введение

Цель работы: измерить удельное сопротивление проволоки и вычислить систематические и случайные погрешности при использовании таких измерительных приборов, как линейка, штангенциркуль, микрометр, амперметр, вольтметр и мост постоянного тока.

В работе используются: линейка, штангенциркуль, микрометр, отрезок проволоки из нихрома, амперметр, вольтметр, источник ЭДС, мост постоянного тока, реостат, ключ.

В работе используются следующие методы измерения сопротивления:

1. определение углового коэффициента наклона зависимости напряжения на проволоке от тока через неё;
2. измерение с помощью моста постоянного тока.

2 Теоретические сведения

Удельное сопротивления однородной проволоки круглого сечения можно определить по следующей формуле:

$$\rho = \frac{R_{\text{пр}} \pi d^2}{l}, \quad (1)$$

где $R_{\text{пр}}$ – сопротивление проволоки, d – её диаметр, l – длина.

Диаметр проволоки немного меняется по длине случайным образом, поэтому в формулу (1) необходимо подставлять среднее по длине значение диаметра и учитывать соответствующую случайную погрешность этого значения.

Сопротивление $R_{\text{пр}}$ можно измерить с помощью одной из схем, представленных на рис.1. Здесь R – реостат, R_A – сопротивление амперметра, R_V – сопротивление вольтметра, $R_{\text{пр}}$ – сопротивление исследуемой проволоки.

Пусть V и I – показания вольтметра и амперметра соответственно. По закону Ома можно рассчитать сопротивление проволоки $R_{\text{пр1}} = V_a / I_a$ для схемы (а) и $R_{\text{пр2}} = V_6 / I_6$ для схемы (б). Эти величины будут отличаться друг от друга и реального $R_{\text{пр}}$ из-за влияния внутренних сопротивлений приборов.

Учитывая внутреннее сопротивление приборов получаем следующие формулы расчета сопротивления Для схемы (а):

$$R_{\text{пр1}} = \frac{V_a}{I_a} = R_{\text{пр}} \frac{R_V}{R_{\text{пр}} + R_V}$$

Преобразуем

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{пр1}} \frac{R_V}{R_V - R_{\text{пр1}}} = \frac{R_{\text{пр1}}}{1 - R_{\text{пр1}}/R_V} \approx R_{\text{пр1}} \left(1 + \frac{R_{\text{пр1}}}{R_V}\right) \quad (2)$$

Для схемы (б):

$$R_{\text{пр2}} = \frac{V_6}{I_6} = R_{\text{пр}} + R_A$$

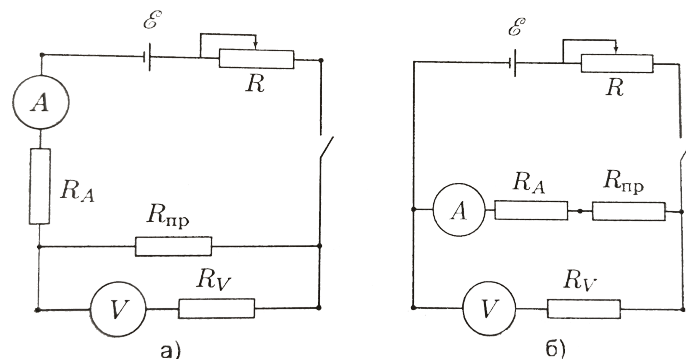


Рис. 1: Схемы для измерения сопротивления при помощи амперметра и вольтметра

Преобразуем

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{пр}2} \left(1 - \frac{R_A}{R_{\text{пр}2}}\right) \quad (3)$$

Члены, стоящие в скобках в формулах (2) и (3), определяют поправки, которые необходимо внести в измерения. В работе выберем схему, которая приводит к меньшей поправке.

Более точным методом измерения сопротивлений является классический метод моста постоянного тока (мост Уитстона. Для контрольного измерения сопротивления проволоки используем мост Р4833.

3 Оборудование и экспериментальные погрешности

Линейка: $\Delta_{\text{лин}} = \pm 0,5$ мм

Штангенциркуль: $\Delta_{\text{шт}} = \pm 0,05$ мм

Микрометр: $\Delta_{\text{мкм}} = \pm 0,01$ мм

Вольтметр:

Система	Магнито-электрическая
Класс точности	0,5
Предел измерений	750 мВ
Цена деления	$5 \cdot 10^{-3}$ В = 5 мВ
Чувствительность	150 дел./В
Внутреннее сопротивление	5 кОм
Погрешность при считывании со шкалы	$\pm 2,5$ мВ
Максимальная погрешность по классу точности	$\pm 3,75$ мВ

Амперметр:

Система	Цифровая
Предел измерения	2 А
Разрядность дисплея	5 ед.
Внутреннее сопротивление	$R_A = 1,2$ Ом

Мост постоянного тока Р4833:

Класс точности	0,1
Разрядность магазина сопротивлений	5 ед.
Исследуемый диапазон измерений	$10^{-4} - 10$ Ом (для множителя $N = 10^{-2}$)
Погрешность измерений в используемом диапазоне	$\pm 0,010$ Ом

Взяв $R_{\text{пр}} \approx 5$, $R_A = 1,2$ и $R_V = 5 \cdot 10^3$, рассчитаем относительную поправку к сопротивлению согласно формулам (2) и (3):

для схемы рис.1 а $R_{\text{пр}1}/R_V = 5/5000 = 0,001$ т.е 0,1%;

для схемы рис.1 б $R_A/R_{\text{пр}2} = 1,2/5 = 0,24$ т.е 24%.

Меньшую ошибку при малых сопротивлениях проволоки дает схема рис.1а, поэтому использовать в работе будем ее.

4 Результаты измерений и обработка данных

4.1 Измерение диаметра d проволоки

Измерения проводились штангенциркулем и микрометром для $N = 10$ различных участков проволоки. При измерении штангенциркулем получено $d = 0,4$ мм для всех участков. При измерении микрометром были получены следующие показания:

Таблица 1: Измерение диаметра проволоки микрометром

Номер измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d, мм	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,36	0,36	0,37	0,37	0,37

Среднее значение диаметра $\bar{d} = \frac{\sum d_i}{N} = 0,368$ мм.

Случайная погрешность измерения $\sigma_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum (d_i - \bar{d})^2} \approx 0,001$ мм.

С учётом инструментальной погрешности $\Delta_{\text{мкм}} = 0,005$ мм погрешность диаметра может быть вычислена как $\sigma_{\bar{d}}^{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_{\bar{d}}^2 + \Delta_{\text{мкм}}^2} \approx 0,005$ мм.

Окончательные результаты измерения диаметра проволоки:

- Штангенциркулем: $d = 0,40 \pm 0,05$ мм
- Микрометром: $0,368 \pm 0,005$ мм ($\varepsilon \approx 1,4\%$)

4.2 Измерение сопротивления проволоки

Результаты измерений зависимостей показания вольтметра V_B от показаний амперметра I_A в схеме на рис.1(а) представлены в таблицах 2, 3, 4. Соответствующие графики зависимостей изображены на рис.2.

Таблица 2: Показания вольтметра и амперметра для $l = 20$ см

$l = 20$ см																
V_B , дел	139	120	103	86	70	53	39	25	29	36	44	53	61	69	86	103
V_B , мВ	695	600	515	430	350	265	195	125	145	180	220	265	305	345	430	515
I_A , мА	340	295	252	209	172	131	96	63	70	90	110	130	150	170	210	252

Таблица 3: Показания вольтметра и амперметра для $l = 30$ см

$l = 30$ см													
V_B , дел	142	124	106	88	71	54	35	45	62	81	99	121	139
V_B , мВ	710	620	530	440	355	270	175	225	310	405	495	605	695
I_A , мА	240	208	180	149	121	90	60	75	105	136	166	203	233

Таблица 4: Показания вольтметра и амперметра для $l = 50\text{ см}$

$l = 50\text{ см}$										
V_B , дел	54	75	99	120	139	130	109	89	70	59
V_B , мВ	270	375	495	600	695	650	545	445	350	295
I_A , мА	55	76	100	121	141	131	110	90	71	60

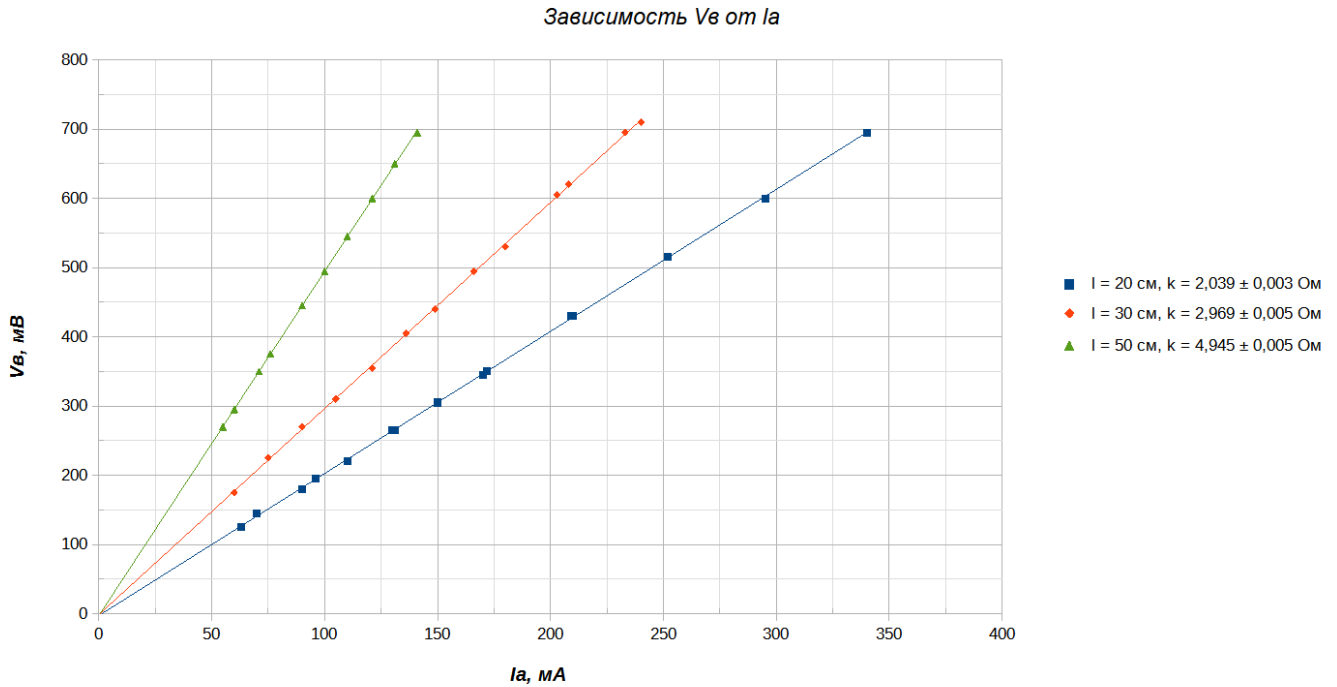


Рис. 2: Результаты измерений напряжения V_B в зависимости от тока I_A для проволок разной длины l и их линейная аппроксимация $y = kx$.

Пользуясь методом наименьших квадратов, строим аппроксимирующие прямые $V_B = \bar{R}I_A$, определяя их угловой коэффициент по формуле

$$\bar{R} = \frac{\langle VI \rangle}{\langle I^2 \rangle}.$$

Случайную погрешность определения углового коэффициента вычисляем как

$$\sigma_R^{\text{сл}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\frac{\langle V^2 \rangle}{\langle I^2 \rangle} - \bar{R}^2 \right)},$$

где n – число измерений.

Теперь оценим систематическую погрешность, которая возникает из-за неточности используемых приборов. Полагая, что при всех измерениях относительная погрешность неизменна, оценим погрешность вычисления частного $R = V/I$ при максимальных значениях V и I :

$$\Delta_R^{\text{сист}} \approx R_{\text{ср}} \sqrt{\left(\frac{\Delta_V}{V_{\text{max}}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta_I}{I_{\text{max}}} \right)^2},$$

где V_{max} и I_{max} – максимальные значения напряжения и тока, полученные в эксперименте, Δ_V и Δ_I – ошибки измерения вольтметром и амперметром, которые равны половине абсолютной погрешности приборов.

Тогда полная погрешность измерения R вычисляется следующим образом:

$$\sigma_R^{\text{полн}} = \sqrt{(\sigma_R^{\text{сл}})^2 + (\Delta_R^{\text{сист}})^2}.$$

Результаты вычислений приведены в *Таблице 5*. Там же представлены результаты измерения сопротивления при помощи моста Р4833.

Таблица 5: *Результаты измерения сопротивления проволоки*

l , см	\bar{R} , Ом	$\sigma_R^{\text{сл}}$, Ом	$\sigma_R^{\text{сист}}$, Ом	$\sigma_R^{\text{полн}}$, Ом	ε , %	$R_{\text{мост}}$, Ом
20	2,039	0,003	0,006	0,007	0,3	$(2,205 \pm 0,010)$
30	2,969	0,005	0,010	0,011	0,4	$(3,175 \pm 0,010)$
50	4,945	0,005	0,022	0,023	0,5	$(5,180 \pm 0,010)$

4.3 Вычисление удельного сопротивления

По формуле (1) находим удельное сопротивление материала проволоки, используя значения, полученные в п. 4.2. Относительную погрешность вычисления ρ определяем по следующей формуле и заносим результаты в *таблицу 6*:

$$\sigma_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_d}{d}\right)^2}.$$

Таблица 6: *Результат измерения удельного сопротивления*

	ρ , Ом · мм ² /м	σ_ρ , Ом · мм ² /м	ε_ρ , %
$l = 20$ см	1,085	0,030	2,8
$l = 30$ см	1,053	0,029	2,8
$l = 50$ см	1,052	0,029	2,8

Усредняя результаты трёх опытов, окончательно получаем:

$$\bar{\rho} = \underline{(1,063 \pm 0,029) \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}} (\varepsilon_\rho = 2,8\%)$$

5 Обсуждение результатов и выводы

В ходы работы было получено значение удельного сопротивления нихромовой проволоки с точностью $\sim 3\%$. Табличные значения для нихрома лежат в диапазоне $0,99 \dots 1,12$ Ом · мм²/м в зависимости от состава различных сплавов. Измеренные значения $\rho = (1,063 \pm 0,029)$ Ом · мм²/м попадают в нужный диапазон, однако они не позволяют точно определить марку сплава.

Точность измерения удельного сопротивления ρ существенно ограничивается измерением диаметра проволоки. Поскольку случайная ошибка измерения диаметра оказалась меньше цены деления прибора (микрометра), уточнение значения диаметра за счет многократных измерений невозможно. По той же причине не удалось проверить, насколько однородной является проволока по сечению.