

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа аэрокосмических технологий

# Расчет рефракции в атмосфере планеты

Авторы:

Волков Никита Алексеевич

Герасимов Илья Александрович

Матвейчев Андрей Петрович

Долгопрудный, 2023

## Аннотация

Рефракция - это изменение направления распространения луча (волны) из-за неоднородности среды. Атмосфера планеты характеризуется показателем преломления и его градиентом по высоте. Таким образом, возможна ситуация, при которой луч света, попадая в атмосферу планеты, разворачивается на  $180^\circ$  и выходит из нее.

Предлагается испускать свет в сторону исследуемой планеты и фиксировать изменение интенсивности света, проходящего от планеты. Варьируя параметры испускаемой волны и его направление, можно добиться ситуации, описанной выше, из-за чего интенсивность принимаемого излучения будет повышаться. Затем можно рассчитать показатель преломления и его градиент в атмосфере планеты.

**Ключевые слова** – Рефракция, Преломление, Атмосфера планеты, Коэффициент преломления

## 1 Искривление световых лучей в неоднородных средах [1]

Можно считать, что в неоднородных средах свет распространяется вдоль криволинейных лучей. Рассмотрим среду, состоящую из плоскопараллельных слоев, у каждого из которых постоянный показатель преломления (Рис. 2). Луч, преломляясь на границах согласно закону Снеллиуса, принимает форму ломаной. Перейдя к пределу при толщине слоя стремящейся к нулю, показатель преломления станет менять непрерывно, и луч примет форму кривой с непрерывно меняющейся касательной.

Так как распространение луча определяется законом Снеллиуса, который верен и в корпускулярной теории Ньютона, то при определении формы светового луча можно рассуждать так, как если бы свет состоял из ньютоновских корпускул, а показатель преломления  $n$  определялся бы формулой  $n = v/c$ . Применив эту аналогию, можно получить выражение для кривизны луча:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial N} = \frac{\partial}{\partial N}(\ln n), \quad (1)$$

где  $n$  – показатель преломления,  $\mathbf{N}$  – единичный вектор главной нормали. Отметим, что вектор  $\text{grad} n$  лежит в соприкасающейся плоскости светового луча, поэтому направление главной нормали  $\mathbf{N}$  характеризуется самым быстрым изменением показателя преломления среды, т.е. в неоднородной среде луч изгибается в сторону наиболее быстрого изменения показателя преломления.

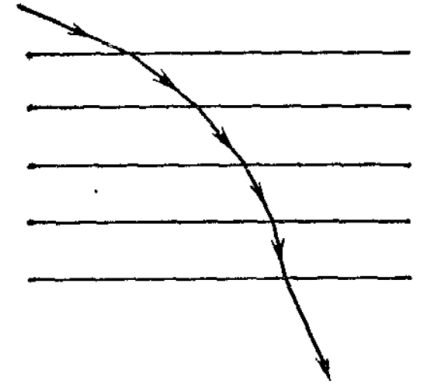


Рис. 1: Ход лучей

## 2 Круговая рефракция на примере Венеры [2]

Рассмотрим модель планеты с изотермической атмосферой. Будем считать, что концентрация частиц  $N(h)$  в атмосфере зависит от высоты в соответствии с распределением Больцмана:

$$N(h) = \frac{P_0}{kT} \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right), \quad (2)$$

где  $P_0/kT = N_0$  – концентрация молекул при высоте  $h = 0$ .

Показатель преломления определяется соотношением

$$n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1 + 4\pi\alpha N} = \sqrt{1 + 4\pi\alpha \frac{P_0}{kT} \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right)}, \quad (3)$$

где  $\alpha$  – поляризуемость молекулы газа.

Тогда радиус луча, пущенного горизонтально вблизи поверхности планеты, есть

$$r = \frac{n}{dn/dh} \approx -\frac{(kT)^2}{2\pi\alpha P_0 mg}, \quad (4)$$

Для Венеры, атмосфера которой состоит из углекислого газа  $\text{CO}_2$  с поляризуемостью молекул  $\alpha = 2,7 \cdot 10^{-23} \text{см}^3$ , с давлением  $P_0 = 100$  атм и температурой  $t = 500$  °С радиус кривизны  $r \approx -100$  км. Так как радиус Венеры  $R_V = 6050$  км,  $|r| < R_V$ , значит горизонтальные лучи, пущенные вблизи поверхности планеты, не могут выйти за пределы атмосферы. Также в атмосфере Венеры возможна ситуация, при которой горизонтальные лучи, пущенные на некоторой высоте, обогнут планету и вернуться в ту же точку, т.е. возможна круговая рефракция.

### 3 Постановка задачи

Будем облучать планету светом и следить за ходом лучей в атмосфере, при этом постараемся подобрать параметры так, чтобы свет, попадая в атмосферу, разворачивался и возвращался обратно. Так можно будет составить начальное представление об атмосфере планеты по анализу хода лучей в ней.

### 4 Реализация

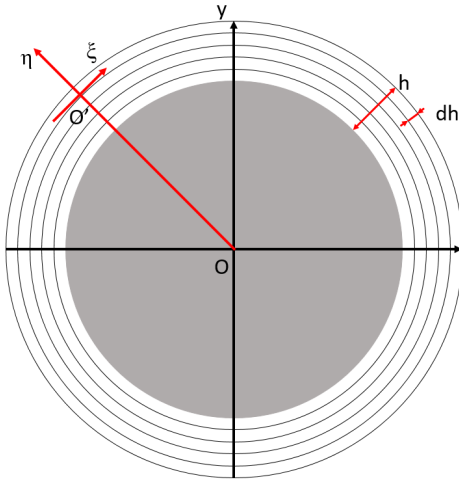


Рис. 2: Модель планеты

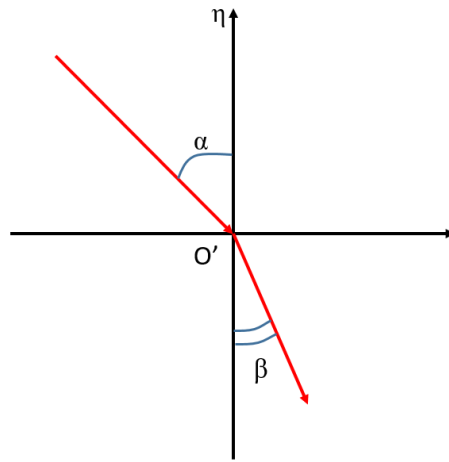


Рис. 3: Закон Снеллиуса (преломление)

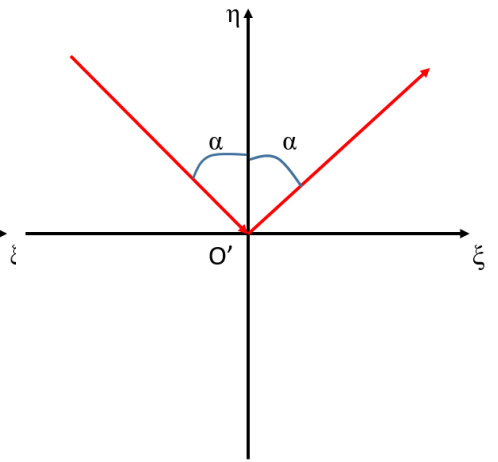


Рис. 4: Закон Снеллиуса (отражение)

Будем рассматривать двумерную задачу. Возьмем модель планеты, описанную во втором пункте. Для численного расчета зададим фиксированную высоту  $h$  атмосферы, дальше которой находится вакуум, разобьем атмосферу планеты на круговые слои высотой  $dh$  с постоянными показателями преломления  $n$  в каждом слое, который будем вычислять по формуле 3.

Затем пускаем лучи вне атмосферы в сторону планеты и рассчитываем их траекторию. У луча в каждый момент времени есть координата, направление и модуль вектора скорости. Эту информацию храним в декартовой системе координат  $Oxy$ , связанной с планетой. Если через время  $dt$  луч остался в том же слое, то у него меняем только координату луча в соответствии с его скоростью. Если же луч перешел в другой слой, то нужно пересчитать скорость луча. Для этого из системы координат  $Oxy$  переходим в систему координат  $O'\xi\eta$ , связанную с точкой  $O'$ , в которой происходит преломление, и ось  $\eta$  направлена по радиусу-вектору, соединяющему центр планеты  $O$  и точку  $O'$ . После этого из закона Снеллиуса  $n_\alpha \sin \alpha = n_\beta \sin \beta$ , зная коэффициенты

преломления каждого слоя  $n_\alpha$  и  $n_\beta$  и направление вектора скорости до преломления, задаваемое углом  $\alpha$ , находим направление распространения луча  $\beta$  в новом слое. Отметим, что если  $\sin \beta < 1$ , то осуществляется преломление, а при  $\sin \beta > 1$  – отражение. Затем обратно переходим в систему координат  $Oxy$ . Для оптимизации кода, если луч света "падает" на планету или выходит за границу атмосферы, то в дальнейшем за ним не следим.

## 5 Результаты

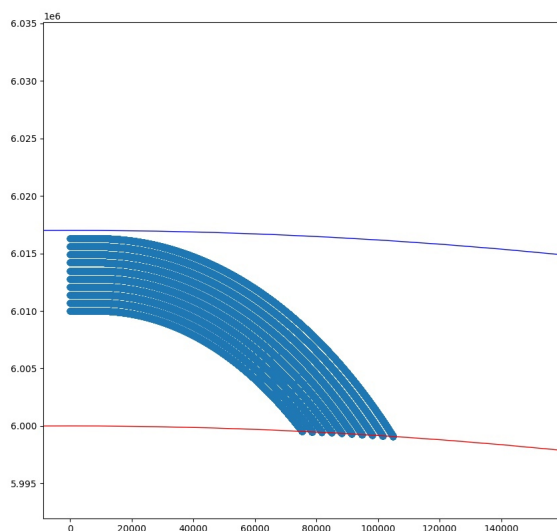


Рис. 5: Верификация

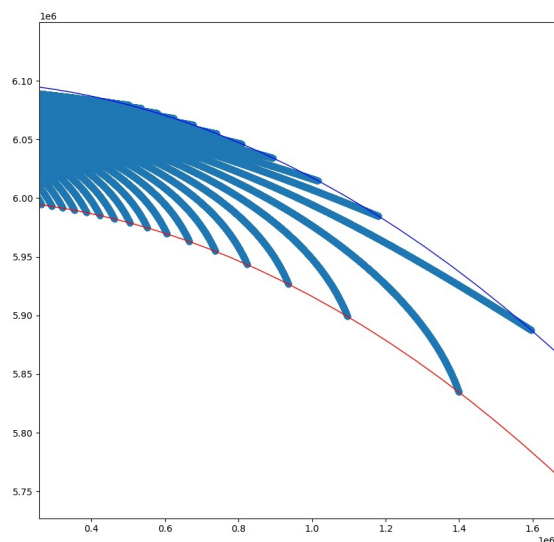


Рис. 6: Расчет

Проведем верификацию модели. Во втором пункте статьи было отмечено, что при горизонтальный луч, пущенный вблизи поверхности планеты, не выйдет за пределы атмосферы, а будет "падать" на поверхность. На рисунке 5 показан итог моделирования этой ситуации. Результат соответствует ожиданиям.

На рисунке 6 лучи запускались из вакуума в сторону планеты. Видно, что одни лучи, которые "падают" на поверхность планеты, а другие выходят за пределы атмосферы. Это наводит на мысль, что можно подобрать начальные параметры луча так, чтобы он обогнул планету и вернулся обратно. На рисунках 7 и 8 показаны также результаты расчета хода лучей.

## 6 Заключение

В ходе проделанной было исследовано явление рефракции света в атмосфере планеты. Была построена аналитическая модель атмосферы планеты и решена задача нахождения радиуса кривизны луча на примере Венеры. Затем эта модель была адаптирована для численного решения поставленной задачи. Как итог были получены траектории лучей. Из их анализа можно сделать вывод, что действительно луч может в атмосфере планеты развернуться на  $180^\circ$  и вернуться обратно в сторону источника света. Таким образом, данную идею можно применять для некоторого анализа параметров атмосферы планеты.

### Список литературы

1. Sivukhin D.V. *Obshchii kurs fiziki. Uchebnoe posobie dlia vuzov. V 5 tomakh. Tom 5 Optika* [General physics course. Textbook for universities. in 5 volumes. Volume 5. Optics], Moscow, FIZMATLIT Publ., 2005, 792 p (in Russian)

2. Leiman V.G., Lokshin G.R., Ovchinkin V.A., PRUT E.V. *Sbornik zadach po obshchemu kursu fiziki. Uchebnoe posobie. Dlia vuzov. V trekh chastiakh. CH.2. Elektrichestvo i magnetizm. Optika* [Collection of problems on the general course of physics. Study guide. For universities. In three parts. Part 2 Electricity and magnetism. Optics], Moscow, FIZMATLIT Publ., 2004, 400 p (in Russian)

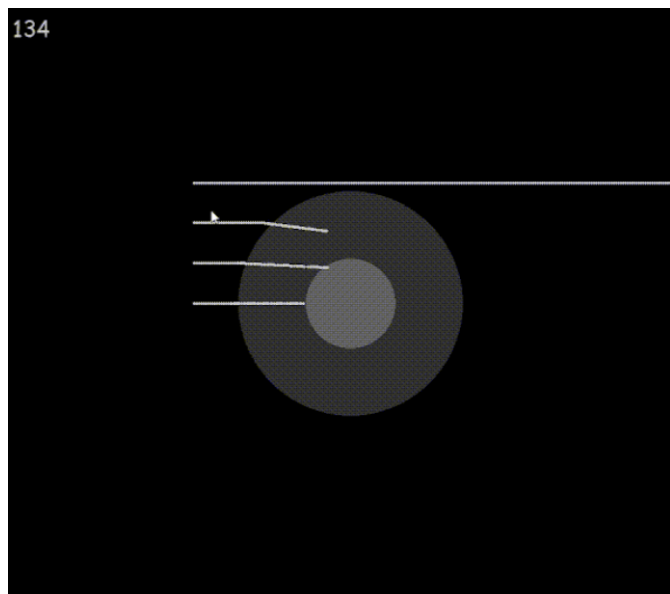


Рис. 7: Визуализация

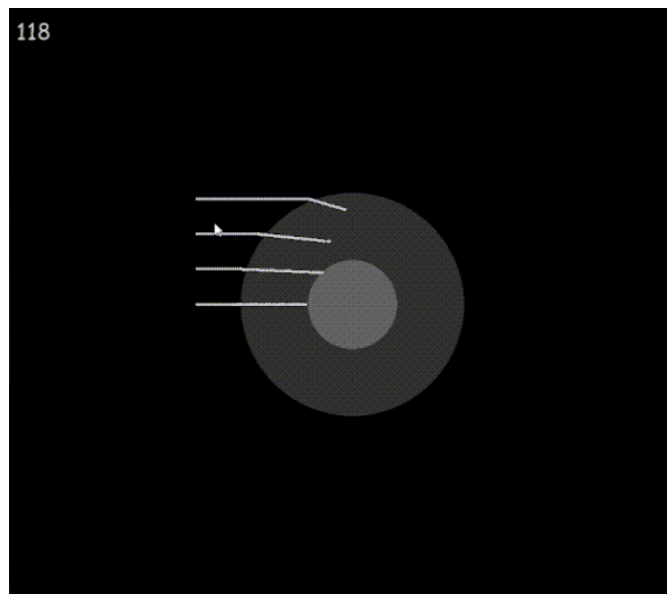


Рис. 8: Визуализация