Parte 3

Cálculo:

Somatório e Produtório:

Definindo a expressão: Definindo a expressão:

$$f1(x) := \sum_{i=1}^{3} (x - 2 \cdot i)$$
 $f2(x) := \prod_{i=1}^{3} (x + i)$

Resolução numérica: Resolução numérica:

$$f1(5) = 3$$
 $f2(3) = 120$

Resolução simbólica: Resolução simbólica:

$$f1(x) \rightarrow 3 \cdot x - 12$$
 $f2(x) \rightarrow (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)$

Derivadas simbólicas e numéricas:

Definindo a função:

$$f3(x) := \cos(x) + 2 \cdot x^2$$

Derivada simbólica:

$$\frac{d}{dx}f3(x) \to 4 \cdot x - \sin(x) \qquad \qquad \frac{d^3}{dx^3}f3(x) \to \sin(x)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}f3(x) \to 4 - \cos(x) \qquad \qquad \frac{d}{dx}f2(x) \to (x+1)\cdot(x+2) + (x+1)\cdot(x+3) + (x+2)\cdot(x+3)$$

Derivada numérica:

$$df3(x) := \frac{d}{dx}f3(x)$$
 $df32(x) := \frac{d^2}{dx^2}f3(x)$

$$df3(x) \rightarrow 4 \cdot x - \sin(x) \qquad \qquad df32(x) \rightarrow 4 - \cos(x)$$

$$df3(0.5) = 1.521$$
 $df32(0.5) = 3.122$

Integrais simbólicas e numéricas:

-Simbólica:

$$\int f3(x) dx \rightarrow \sin(x) + \frac{2 \cdot x^3}{3} \qquad \text{ou,} \qquad \int_a^b f3(x) dx \rightarrow \sin(b) - \sin(a) - \frac{2 \cdot a^3}{3} + \frac{2 \cdot b^3}{3}$$

-Numérica:

$$x1 := 1$$
 e $x2 := 3$

$$\int_{x1}^{x2} f3(x) dx = 16.633 \qquad \text{ou,} \qquad \inf f3(x) := \int_{x1}^{x2} f3(x) dx \qquad \inf f3(2) = 16.633$$

Ainda podemos escrever direto:

$$\int_{1}^{3} f3(x) \, dx = 16.633$$

Integrais duplas:

$$g(x,y) := 2 \cdot x^2 - 3 \cdot y^3$$

$$\int \int g(x,y) dx dy \rightarrow \frac{2 \cdot x^3 \cdot y}{3} - \frac{3 \cdot x \cdot y^4}{4}$$
(Simbólico)
$$\int_{1}^{3} \int_{2}^{4} g(x,y) dx dy = -45.333$$
(Numérico)

Derivadas parciais:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y} \mathrm{g}(\mathrm{x}, \mathrm{y}) \right) \to 0$$

$$h(x,y) := (x - y)^3$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dy} h(x,y) \right) \to 6 \cdot y - 6 \cdot x$$

Cálculo de gradientes:

$$\nabla_{\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}}\mathbf{g}(\mathbf{x},\mathbf{y}) \to \begin{pmatrix} 4 \cdot \mathbf{x} \\ -9 \cdot \mathbf{y}^2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \qquad \nabla_{\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}}\mathbf{h}(\mathbf{x},\mathbf{y}) \to \begin{bmatrix} 3 \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{y})^2 \\ -3 \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{y})^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Algumas funções de manipulação de expressões:

Função expand:

$$(x + 2)^4$$
 expand $\rightarrow x^4 + 8 \cdot x^3 + 24 \cdot x^2 + 32 \cdot x + 16$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(x^3 + 2 \cdot x^{\frac{1}{2}} \right)^5$$
 expand $\rightarrow 1600 \cdot x^3 + 3600 \cdot x^8 + 210 \cdot x^{\frac{13}{2}} + 120 \cdot \sqrt{x} + 3900 \cdot x^{\frac{11}{2}} + \frac{2875 \cdot x^{\frac{21}{2}}}{2}$

Função factor:

$$x^4 + 8 \cdot x^3 + 24 \cdot x^2 + 32 \cdot x + 16 \text{ factor } \rightarrow (x+2)^4$$

Função substitute:

$$(x + 2)^4$$
 substitute, $x = 3 \rightarrow 625$

Função parfrac:

$$\frac{x^2 + 6 \cdot x - 10}{x - 1} \text{ parfrac } \rightarrow x - \frac{3}{x - 1} + 7$$