

Atividade 2 - Esfera

Dados:

Propriedades do material:

$$k := 0.45 \quad \rho := 1080 \quad C_p := 4000 \quad T_{\text{inicial}} := 25 \quad T_{\text{sup}} := 100$$

$$R := 0.5 \cdot 10^{-2} \quad \alpha := \frac{k}{\rho \cdot C_p}$$

Propriedades do fluido:

$$T_{\text{fluido}} := 100 \quad h := 467$$

Para geometria esférica, a descrição do nosso problema em estado transiente é:

$$\rho \cdot C_p \frac{dT}{dt} = \frac{k}{r^2} \left[\frac{d}{dr} \left[r^2 \cdot \left(\frac{dT}{dr} \right) \right] \right]$$

Com as condições:

$$t = 0 \quad T = T_{\text{inicial}}$$

$$r = 0 \quad \frac{dT}{dr} = 0$$

$$r = R \quad k \cdot \left(\frac{dT}{dr} \right) = h \cdot (T_{\text{fluido}} - T)$$

A resolução desse problema (EDP) nos dá a temperatura adimensional:

$$Bih := \frac{R \cdot h}{k} \quad Bih = 5.189 \quad \tau(t) := \frac{\alpha \cdot t}{R^2} \quad \xi(r) := \frac{r}{R}$$

Given

$$n := 1 \dots 5$$

$$\lambda \cdot \cot(\lambda) = 1 - Bih$$

$$\text{resp}(\lambda) := \text{Find}(\lambda)$$

$$\text{resp}(1) = 2.588$$

$$\text{resp}(2) = 2.588$$

$$\text{resp}(3) = 2.588$$

$$\text{resp}(4) = 5.374$$

$$\text{resp}(5) = 5.374$$

$$\text{resp}(6) = 5.374$$

$$\text{resp}(7) = 8.32$$

$$\text{resp}(8) = 8.32$$

$$\text{resp}(9) = 8.32$$

$$\text{resp}(10) = 11.349$$

$$\text{resp}(12) = 11.349$$

$$\text{resp}(13) = 14.42$$

$$\text{resp}(15) = 14.42$$

$$\text{resp}(16) = 17.514$$

Logo, para Bih = 5.189, temos:

$\lambda_1 := \text{resp}(1)$ $\lambda_2 := \text{resp}(4)$ $\lambda_3 := \text{resp}(7)$ $\lambda_4 := \text{resp}(10)$

$\lambda_5 := \text{resp}(13)$

Definindo o intervalo de tempo para obtenção da distribuição de temperatura:

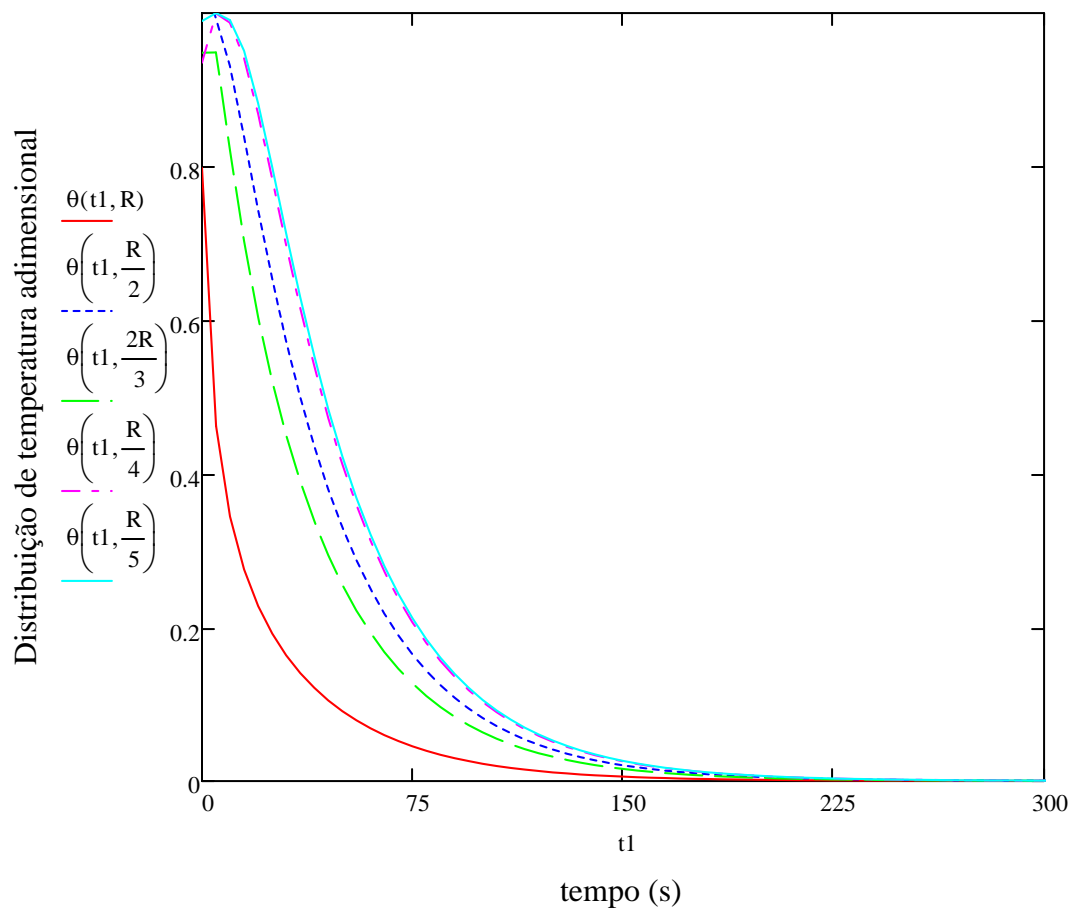
$$\theta(t,r) := 4 \cdot \text{Bih} \cdot \sum_{n=1}^5 \left[\frac{\sin(\lambda_n)}{\lambda_n \cdot (2 \cdot \lambda_n - \sin(2 \cdot \lambda_n))} \cdot e^{-1 \cdot (\lambda_n)^2 \cdot \tau(t)} \cdot \frac{\sin(\lambda_n \cdot \xi(r))}{\xi(r)} \right]$$

t1 := 0,5 .. 600

t1 =

0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
70
...

Distribuição de Temperatura para diversos "r"



Sabemos ainda que:

$$\theta(t, r) = \frac{T_{\text{fluido}} - T(t)}{T_{\text{fluido}} - T_{\text{inicial}}}$$

$$T(t, r) := \theta(t, r) \cdot (T_{\text{inicial}} - T_{\text{fluido}}) + T_{\text{fluido}}$$

Segue, na próxima página, o plot para a temperatura em diversos raios em função do tempo.

