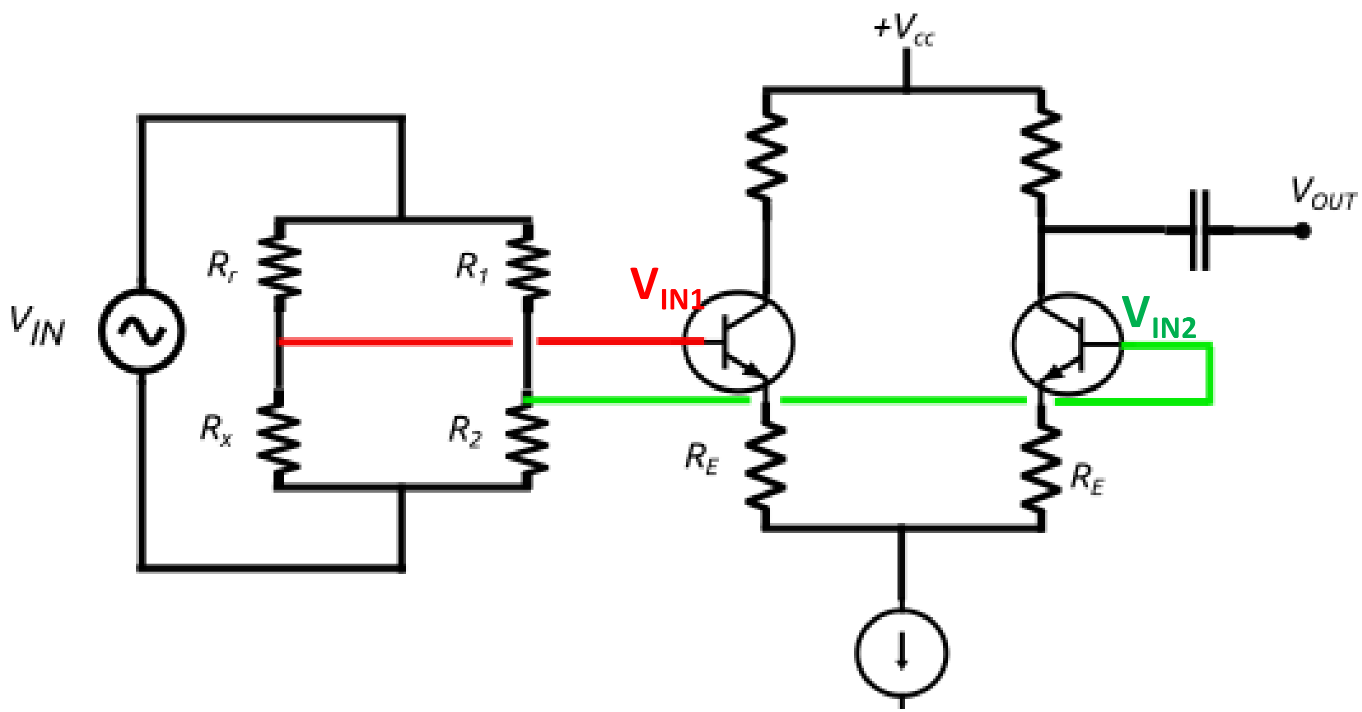
Laboratorio II

Appunti Esperienza 10
(ponte di Wheatstone)

Lezione, 18 marzo 2019



Uscita ponte
(circuito aperto, ie amp con Z_{IN} infinita)

Differenziale:

$$\Delta V = V_{IN}\left[\frac{-R_R}{R_R + R_x} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right]$$

Modo comune:

$$\overline{V} \approx V_{IN}\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

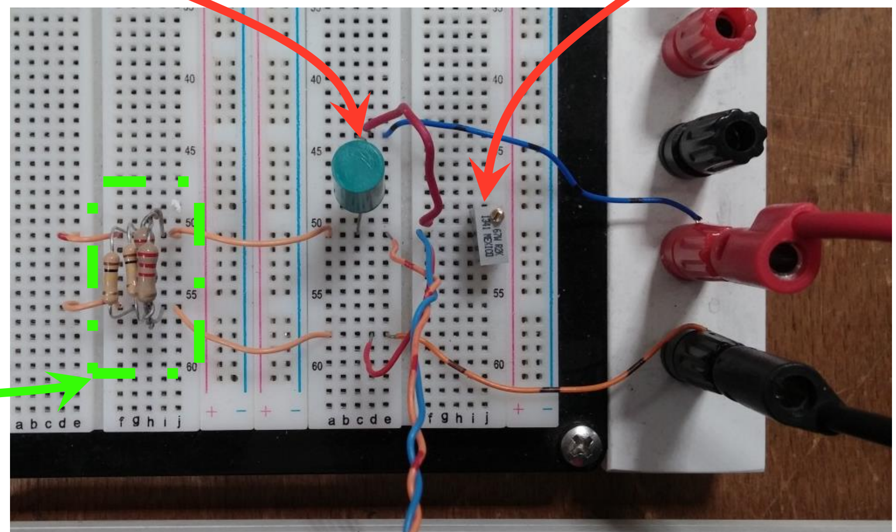
Amplificatore differenziale:

$$V_{OUT} = G_{DIFF}\,\Delta V_{IN} + G_{CM}\,\overline{V}$$

Ponte di Wheatstone: Implementazione suggerita

R_R 1 kΩ
(+/- 0.1%, 1 ppm/°C)

R_1 / R_2
2 kΩ trimmer



V_{IN}

R_x
(facile aggiungere / togliere R o C in parallelo)

ΔV
(twisted pair)

amp diff

NB: Dati presentati nelle pagine seguenti hanno invece usato:

R_x = 235 Ω nominale (5%)
R_r = 100 Ω nominale (5 %)
R_1 / R_2 trimmer 10 kW
VIN = 500 mV pp (impostazione generatore Agilent)
Trigger: SYNC del generatore

Ponte bilanciato : calcolo Rx

ΔV_{OUT}= 0 per: $$R_x = R_R \frac{R_2}{R_1}$$

Possibili errori sistematici:

- Guadagno modo comune non nullo

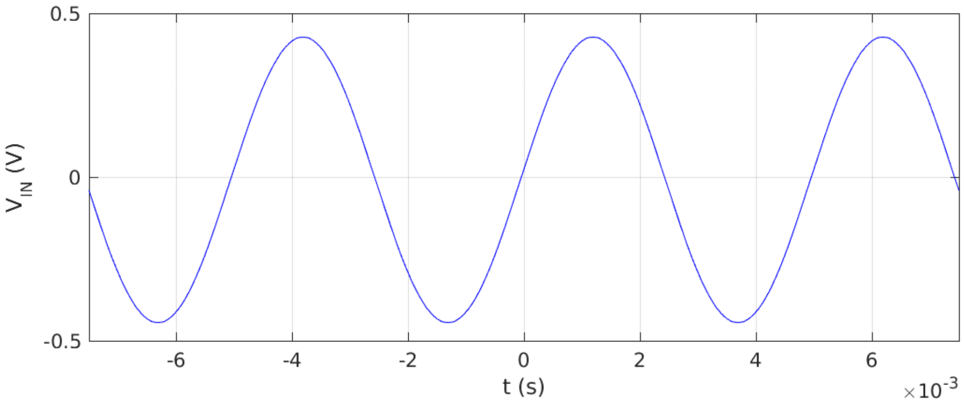
  → output sensibile anche a $\mathbf{V_{CM}}$, non solo $\mathbf{\Delta V}$
- Ponte non bilanciato perfettamente (VOUT non nulla)

$$R_x = R_R \frac{R_2}{R_1} + \frac{\Re(V_{OUT}) - \Re(G_{CM}) V_{IN} \frac{R_2}{R_1 + R_2}}{\frac{\partial \Re(V_{OUT})}{\partial R_x}}$$

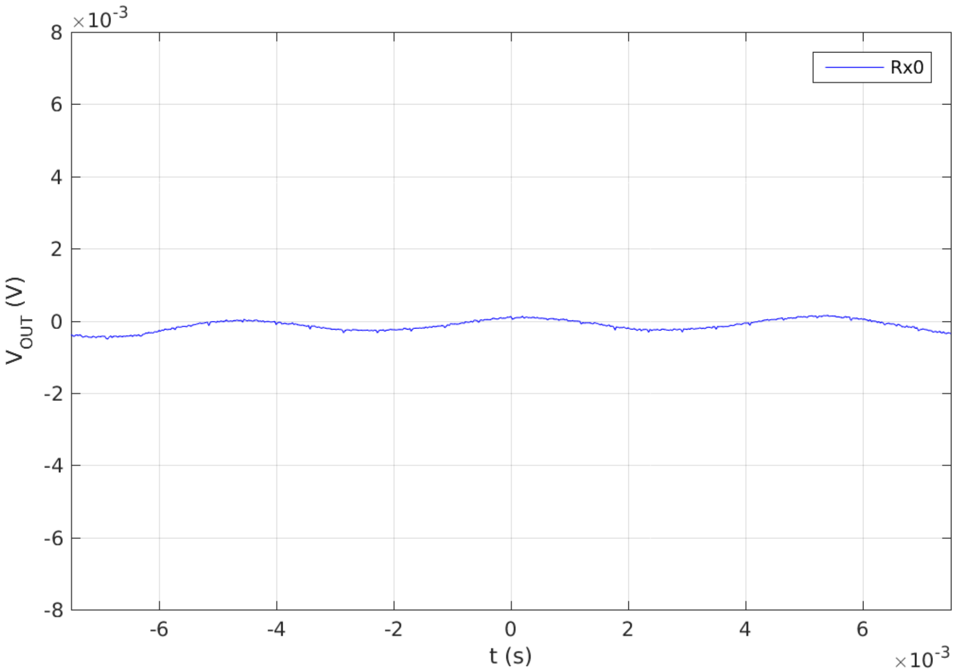
- Misura imperfetta (instabilità) del riferimento R_R oppure di (R_2 / R_1)

- Suggerito misura «a 4 fili» dei resistori con DMM

Esempio dati Ponte di Wheatstone: calibrazione per piccoli cambiamenti δR_x, δC_x



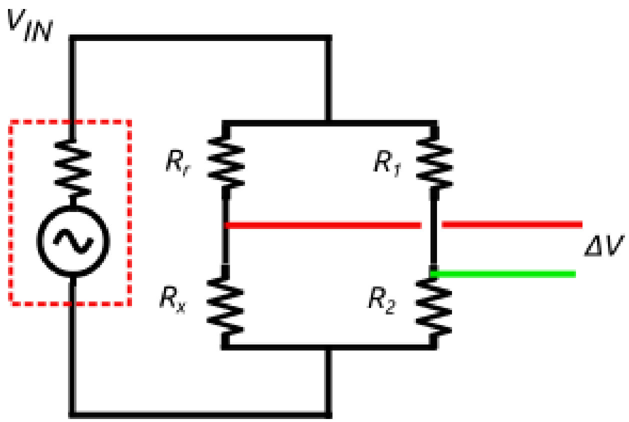
serie temporale INPUT

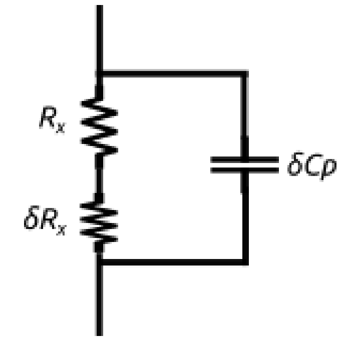


serie temporale OUTPUT

ponte «bilanciato» ($V_{OUT} < 0.001\ V_{IN}$), anche con V_{OUT} amplificato (x30)

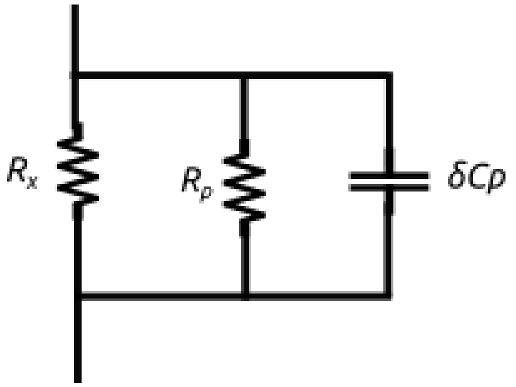
Ponte di Wheatstone: sensibilità a piccoli cambiamenti di δR_x, δC_x





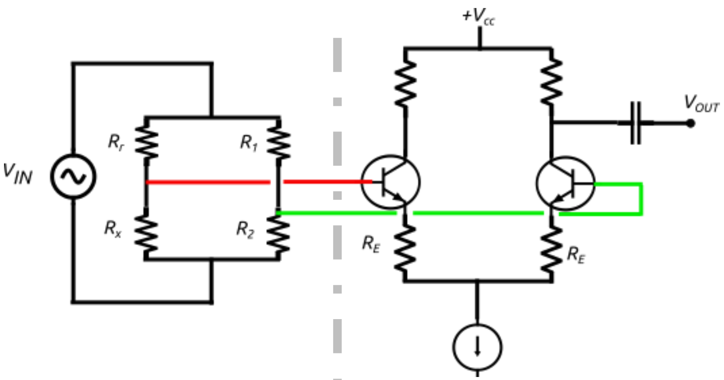
$$\Delta V \approx V_{IN} \frac{R_R}{(R_R + R_{x0})^2}\left[\delta R_x - j(\omega R_{x0}\delta C_x)R_{x0}\right]$$

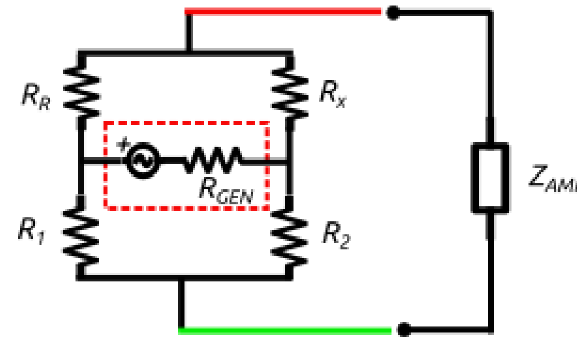
Configurazione per calibrare il ponte:



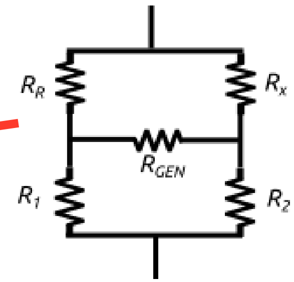
$$\delta Z_x \approx \delta R_x - j\omega R_{x0}\delta C_x \approx -\frac{R_p}{R_{x0}^2} - (j\omega R_{x0}\delta C_x)R_{x0}$$

Output ponte Wheatstone: circuito equivalente con impedenza



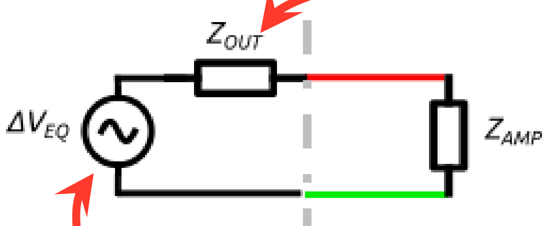


ponte «visto» dall'amplificatore



per $R_{GEN} << R_x, R_R, R_1, R_2$

$$Z_{OUT}^{PONTE} \approx (R_x \parallel R_R) + (R_1 \parallel R_2)$$

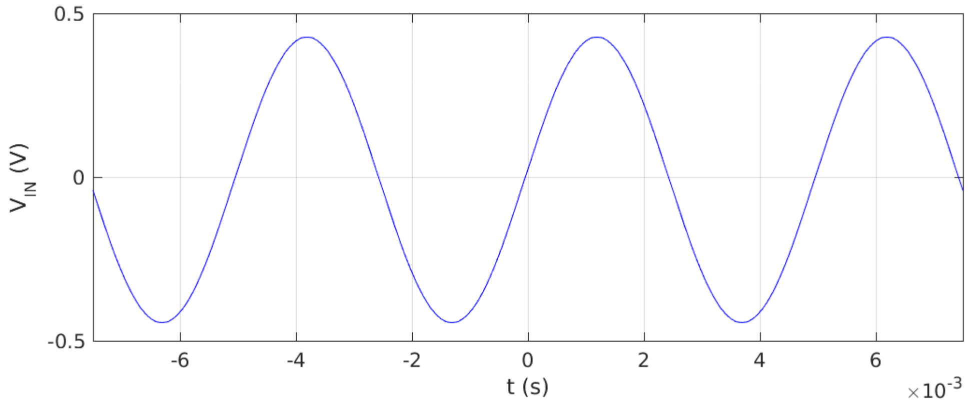


segnale differenziale (circuito aperto)

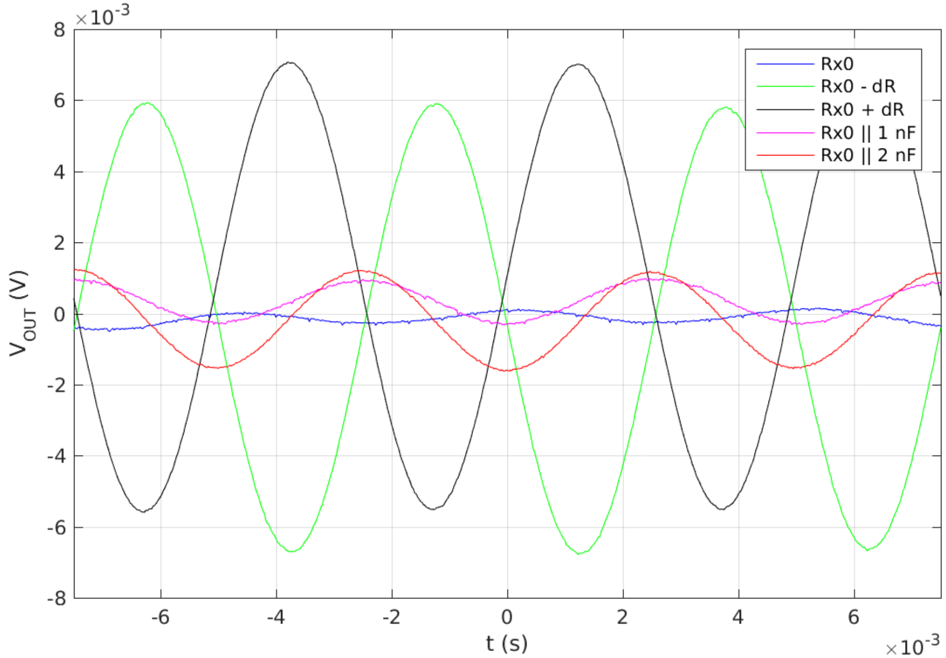
$$\Delta V \approx V_{IN} \frac{R_R}{(R_R + R_{x0})^2}[\delta R_x - j(\omega R_{x0} \delta C_x) R_{x0}]$$

$$Z_{IN} \approx 2\beta(R_E + r_e)$$

Esempio dati Ponte di Wheatstone: calibrazione per piccoli cambiamenti δR_x, δC_x



serie temporale INPUT



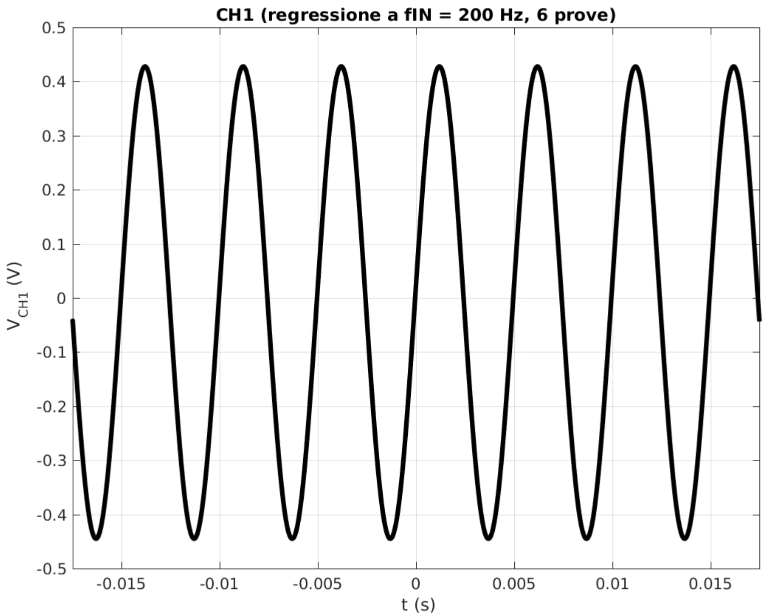
serie temporale OUTPUT

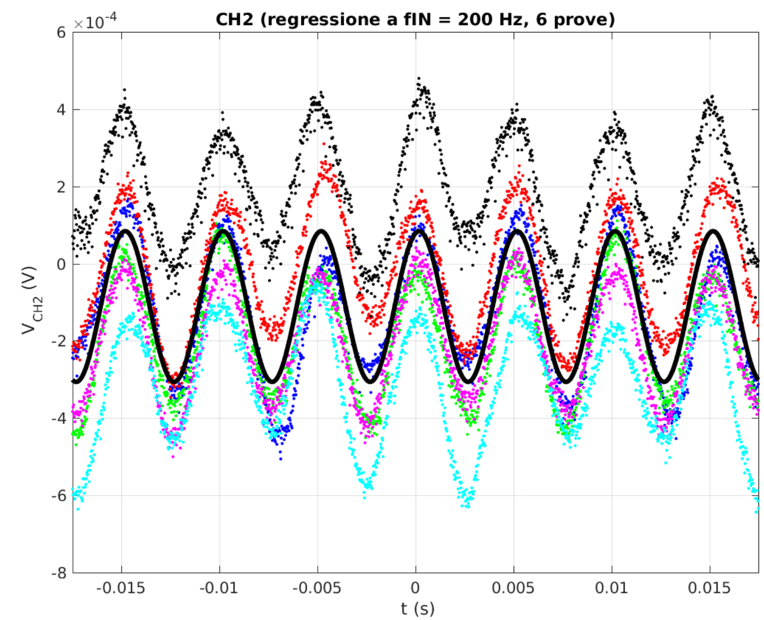
$$\Delta V \approx V_{IN} \frac{R_R}{\left(R_R + R_{x0}\right)^2}\left[\delta R_x - j\left(\omega R_{x0}\delta C_x\right)R_{x0}\right]$$

segnale ***δRx*** in fase con V_{IN}

segnale ***δCx*** «sfasato» di 90° rispetto V_{IN}

Esempio dati: serie temporale con ponte «bilanciato»





- livello «DC» cambia di 500 μV
- variazioni ampiezze sin/cosine a f_{MOD} = 200 Hz ordine 10 μV

→ Per misura coerente, risoluzione ampiezza f_{MOD} poco sensibile a rumore ad altre frequenze, compreso DC

→ NB visibile modulazione a 50 Hz (utile analizzare un numero intero di cicli a 50 Hz)

Per 6 prove:

Re(VOUT) = 45 +/-7 μV

Im(VOUT) = 190 +/- 2 μV

NB: segnale residuo in gran parte «sfasato» di 90° rispetto a VIN

→ parte capacitiva ponte non bilanciato perfettamente

Proposta analisi dati: estrazione ampiezza e fase

$$V_{OUT}(t) = V_0 + A\cos\omega t + B\sin\omega t = V_0 + C\cos(\omega t + \phi) = V_0 + C\cos\omega(t - t_0)$$

$$\text{con}\quad C = \left[A^2 + B^2\right]^{1/2}, \phi = \tan^{-1}\left(-\frac{B}{A}\right) \qquad t_0 = -\left(\frac{\phi}{\omega}\right)$$

- Per facilitare analisi / confronto modello, si consiglia di «ruotare la fase» – aggiustare t_0 – per essere 0° per V_{IN} (ripetendo il fit):

```
>> [fit]=fit_sine_poly(t,vin,0,f0);
>> A = fit(2); B = fit(3); phi = -atan2(B,A);
>> [fit_IN]=fit_sine_poly(t,vin,0,f0,'t0',-phi/(2*pi*f0));
>> [fit_OUT]=fit_sine_poly(t,vout,0,f0,'t0',-phi/(2*pi*f0));
```

Oppure (mediando su un gruppo di prove segnali):

```
>> [ain, bin, aout, bout] = media_segnale(file_name ,f0,'nopl');
>> phi = -atan2(bin, ain);
>> [ain, bin, aout, bout,dain, dbin, daout, dbout] = ...
         media_segnale(file_name, f0,'t0',-phi / (2*pi*f0));
```

- fase V_{OUT} sarà relativa alla fase di V_{IN} e possiamo esprimere i segnali:

$$V_{IN}(t) = V_0' + V_{IN}\cos\omega(t - t_0)$$

$$V_{OUT}(t) = V_0' + \mathrm{Re}(V_{OUT})\cos\omega(t - t_0) - \mathrm{Im}(V_{OUT})\sin\omega(t - t_0)$$

Conversione componenti fit → output da confrontare con modello

$$V_{IN}(t) = V_{0\,IN} + A_{IN}\cos\omega t'$$

$$\begin{aligned} V_{OUT}(t) &= V_{0\,OUT} + A_{OUT}\cos\omega t' + B_{OUT}\sin\omega t' \\ &= V_{0\,OUT} + C_{OUT}\cos(\omega t' + \phi) = V_{0\,OUT} + C_{OUT}\cos\phi\cos\omega t' - C_{OUT}\sin\phi\sin\omega t' \\ &= V_{0\,OUT} + \mathrm{Re}(V_{OUT})\cos\omega t' - \mathrm{Im}(V_{OUT})\sin\omega t' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Re}(V_{OUT}) &= A_{OUT} \\ \mathrm{Im}(V_{OUT}) &= -B_{OUT} \end{aligned}$$

Componenti «reale» -- in fase con input – e «imaginaria» – 90° in anticipo del input

$$V_{OUT}(\omega) = \mathrm{Re}(V_{OUT}) + j\,\mathrm{Im}(V_{OUT}) = A_{OUT} - jB_{OUT} = C_{OUT}\exp j\phi$$

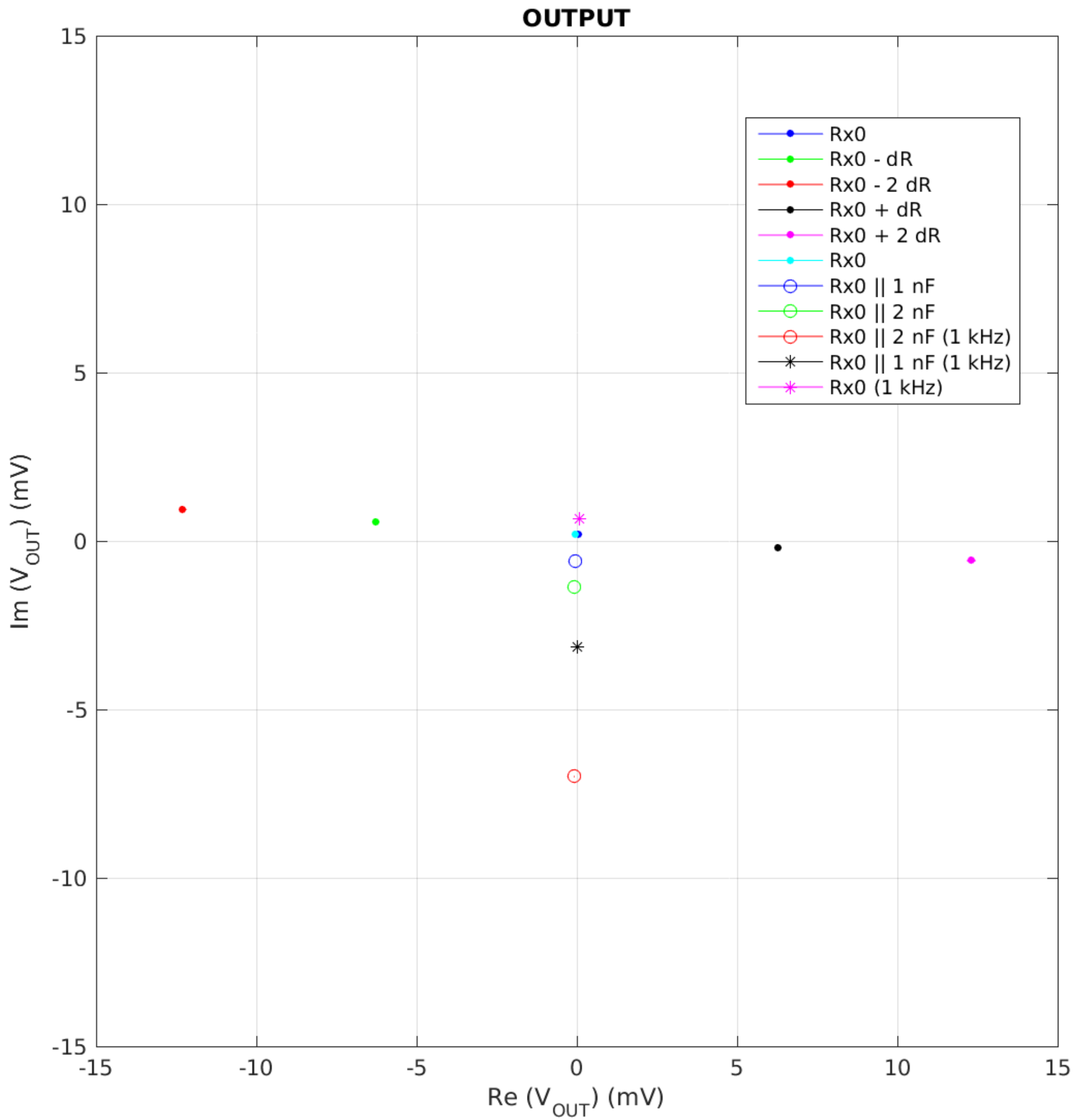
Valore atteso:

$$V_{OUT}(\omega) = H(\omega)V_{IN}(\omega) = V_{IN}\underbrace{\frac{R_R}{(R_{x0}+R_R)^2}\left[\delta R_x - (j\omega R_{x0}\delta C_x)R_{x0}\right]}_{\text{risposta ponte Wheatstone}}\underbrace{\frac{Z_{IN}^{AMP}}{Z_{IN}^{AMP}+Z_{OUT}^{PONTE}}}_{\text{partitore impedenza}}G_{DIFF}(\omega)$$

tensione ingresso (misurato)

guadagno amp differenziale

Esempi dati calibrazione

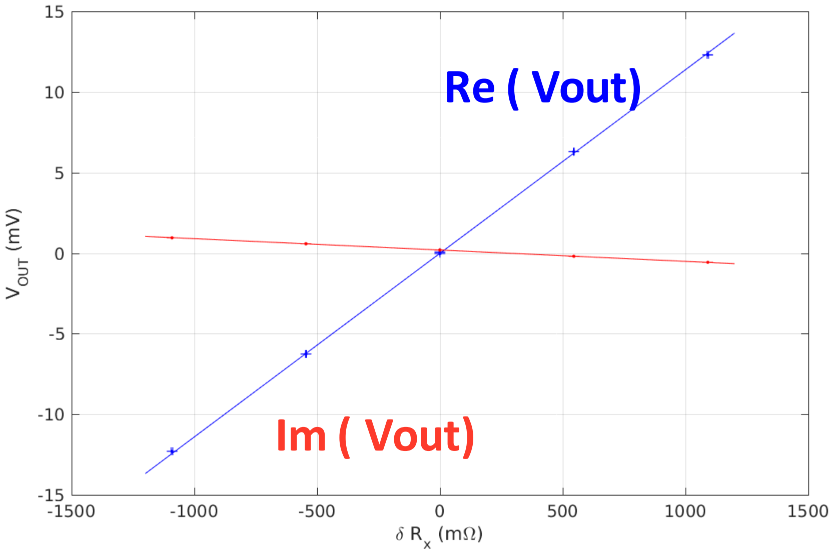


- Cambio di resistenza δR_x
  → segnale in fase

- Cambio di capacità δC_x
  → segnale a -90°

- Visibile piccolo (3°) rotazione della fase attesa per δR_x
  → non spiegato

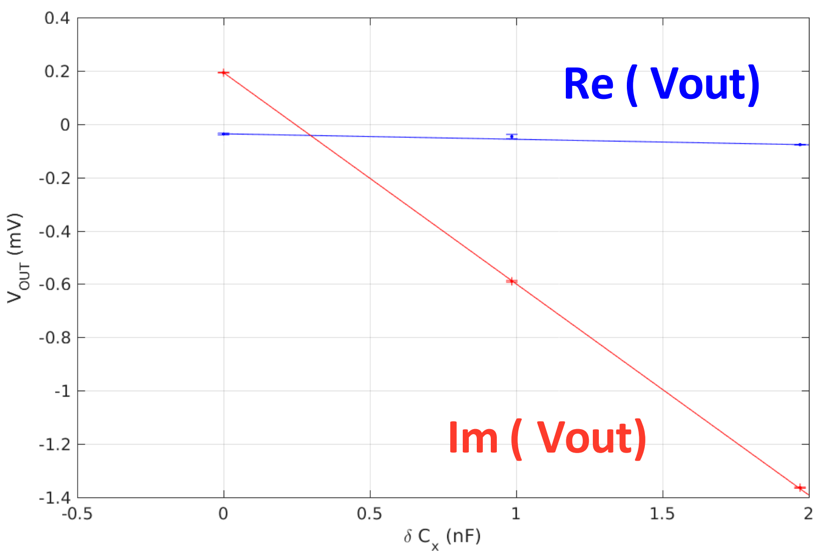
Esempio dati calibrazione



Valori misurati:

$$\frac{\partial}{\partial\, \delta R_x} \mathrm{Re}\left(V_{OUT}\right) = 11.4 \pm 0.1 \text{ mV}/\ \Omega$$

$$\frac{\partial}{\partial\, \delta C_x} \mathrm{Im}\left(V_{OUT}\right) = -0.79 \pm 0.01 \text{ mV/nF}$$

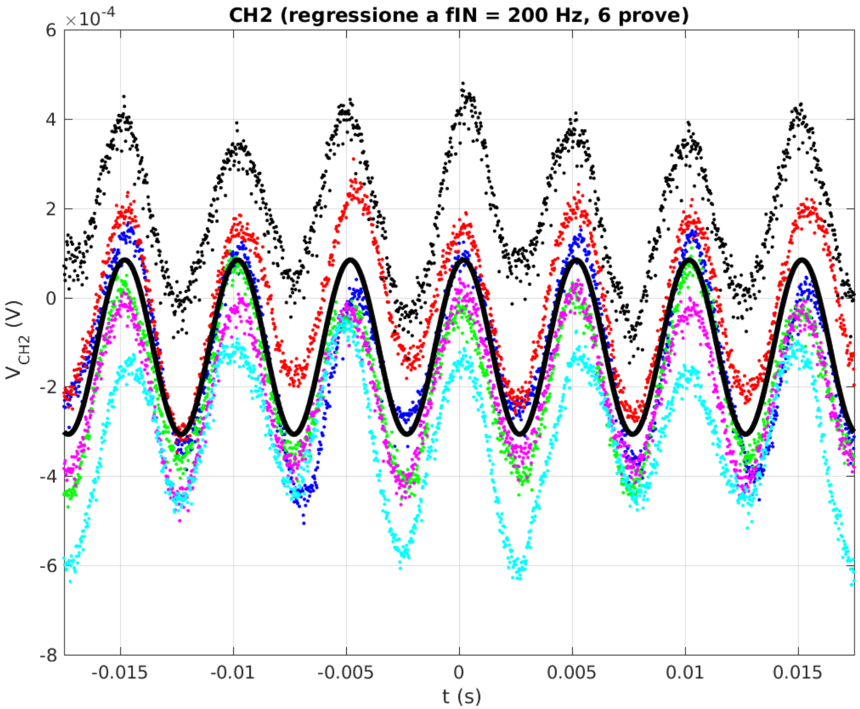


In accordo con modello entro 2-3%

NB: fit non belli (χ^2_r circa 50 per δR_x)
→ la resistenza non è stabile al livello del rumore statistico (NB variabilità nei contatti importanti)

Qual'è il minimo cambio in Rx che possiamo risolvere?

(in pochi acquisizioni con l'oscilloscopio)



$\mathrm{Re}(V_{OUT})$ = 59 +/- 7 μV
$\mathrm{Im}(V_{OUT})$ = -186 +/- 3 μV

$$\frac{\partial}{\partial \delta R_x} \mathrm{Re}\left(V_{OUT}\right) \approx 11 \text{ mV}/\ \Omega$$

$$\sigma_{\delta R_x} \approx \frac{\delta\left(\mathrm{Re}\left(V_{OUT}\right)\right)}{\left|\frac{\partial\, \mathrm{Re}\left(V_{OUT}\right)}{\partial \delta R_x}\right|}$$

$\approx$ 0.7 mΩ

($\approx$3 ppm per $R_x \approx 233\,\Omega$)

NB: basato su pochi campioni (6)

→ Differenza scarto Re / Im probabilmente un caso

→ Errore per 6 prove in < 1 minuto
  - → non implica stabilità della misura (ppm!) su lungo termine! Rx cambia con temperatura, contatti meccanici ...
  - → Si potrebbre usare Re(VOUT) per ogni valore dRx per stimare Rx (idee della stabilità misura in diverse ore, diverse connessioni)

Richiesta relazione Esp. 9-10: Amplificatore differenziale e ponte Wheatstone

- Implementazione circuito amplificatore differenziale
- Procedura / impostazione misura di guadagno
- Curva guadagno amplificatore differenziale, ***G(f)*** ampiezza e fase (diagramma Bode)
- Veloce confronto con modello / valori stimati per $r_e(i_0)$, R_s
  - NB: oltre alla conferma della teoria del circuito, curva ***G(f)*** fondamentale per esperienze successive

- Implementazione circuito ponte Wheatstone
- Procedure / impostazione misure e analisi con Wheatstone
  - Far vedere come esempio le diverse forma d'onda con ponte bilanciato

- Risultati (vedete scheda):
  - calcolo R_{x0}
  - Calibrazione ponte per δR_x e δC_x
  - Minimo risolvibile δR_x, δC_x