

Appunti per Esperienza 2

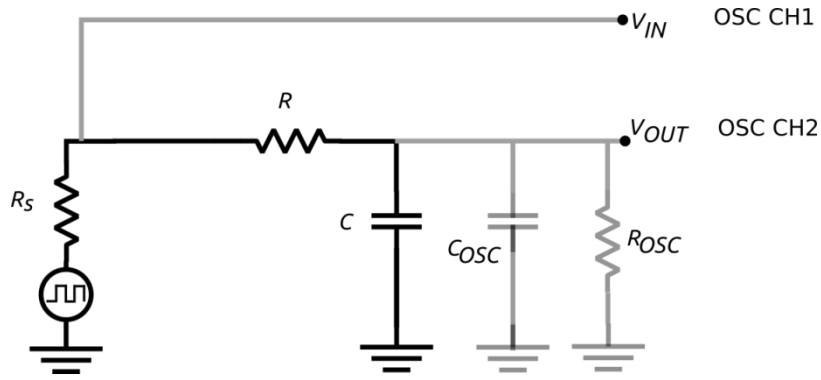
Laboratorio II

22 ottobre 2018

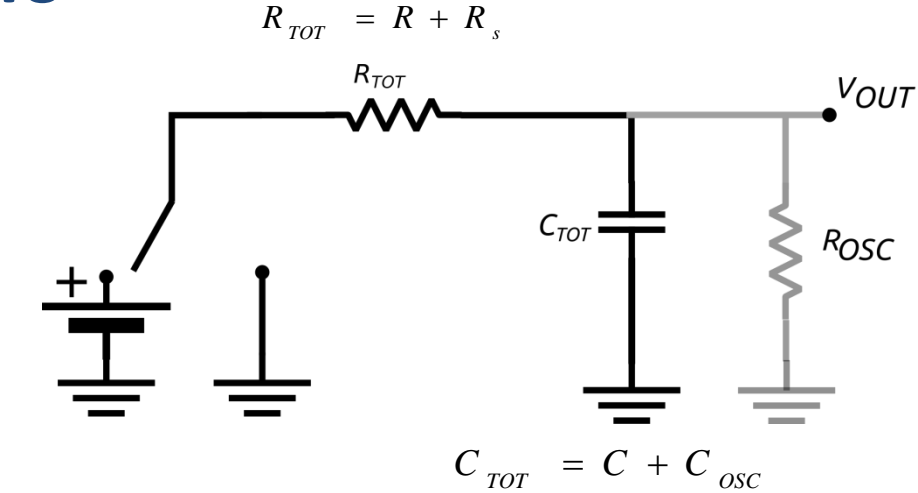
Esperienza 2: circuito RC carica e scarica

- Misurare la capacità di un condensatore tramite il tempo di scarica in un circuito RC
- Imparare l'uso dell'oscilloscopio (trigger, acquisizione dati)
- Misurare impedenza parassita dello strumento di misura (R_{osc} , C_{osc})

Circuito RC con oscilloscopio



$$\tau = C_{TOT} \frac{1}{\frac{1}{R_{TOT}} + \frac{1}{R_{OSC}}}$$



$$\varepsilon^* = \varepsilon \frac{R_{OSC}}{R_{OSC} + R_{TOT}}$$

$$\frac{dV_{OUT}}{dt} = - \frac{(V_{OUT} - \varepsilon^*)}{\tau}$$

Carica

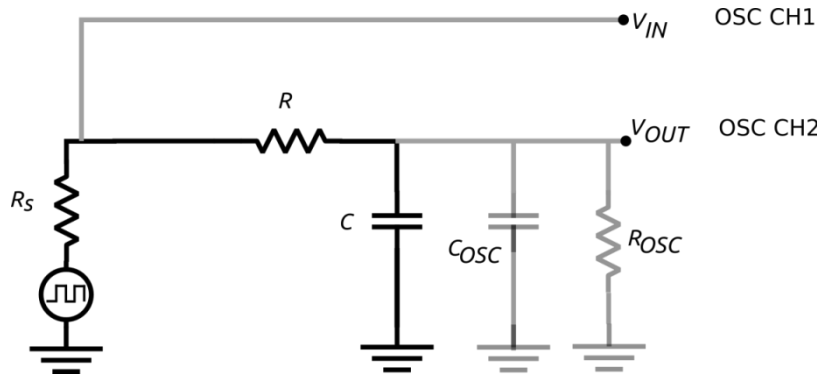
$$V_{OUT}(t) = \varepsilon^* \left(1 - \exp - \frac{t}{\tau} \right)$$

$$\frac{dV_{OUT}}{dt} = - \frac{V_{OUT}}{\tau}$$

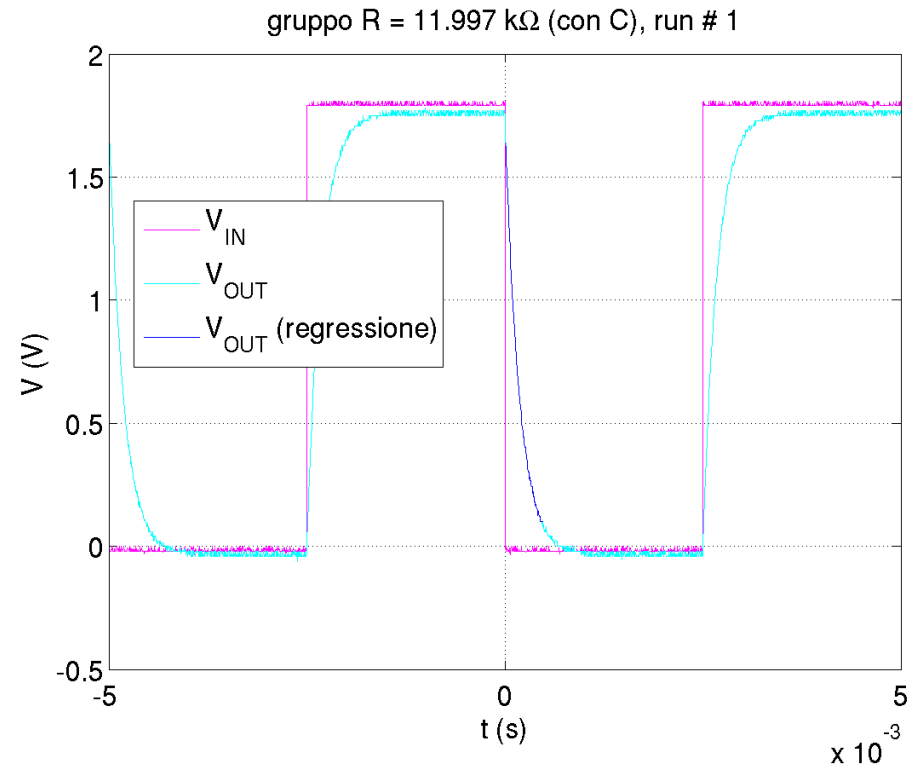
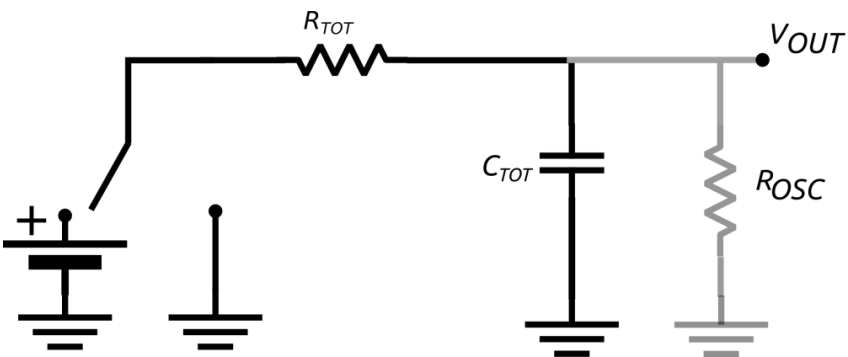
Scarica

$$V_{OUT}(t) = \varepsilon^* \exp - \frac{t}{\tau}$$

Carica / scarica con circuito RC in lab



- Sostituire interruttore con «onda quadra» (0 – 1.8 V in questo caso)
- Scegliere frequenza bassa ($1/f \gg \tau$) in modo di caricare / scaricare completamente
- Si può ripetere la misura molte volte!



Regressione lineare ad una retta con $\log(V_{OUT})$ (estrazione valore di τ)

$$V_{OUT}(t) = \varepsilon * \exp - \frac{t}{\tau}$$



$$\begin{aligned} \ln(V_{OUT}(t)) &= \ln(\varepsilon *) - \frac{t}{\tau} \\ &= A + Bt \end{aligned}$$

Incertezze:

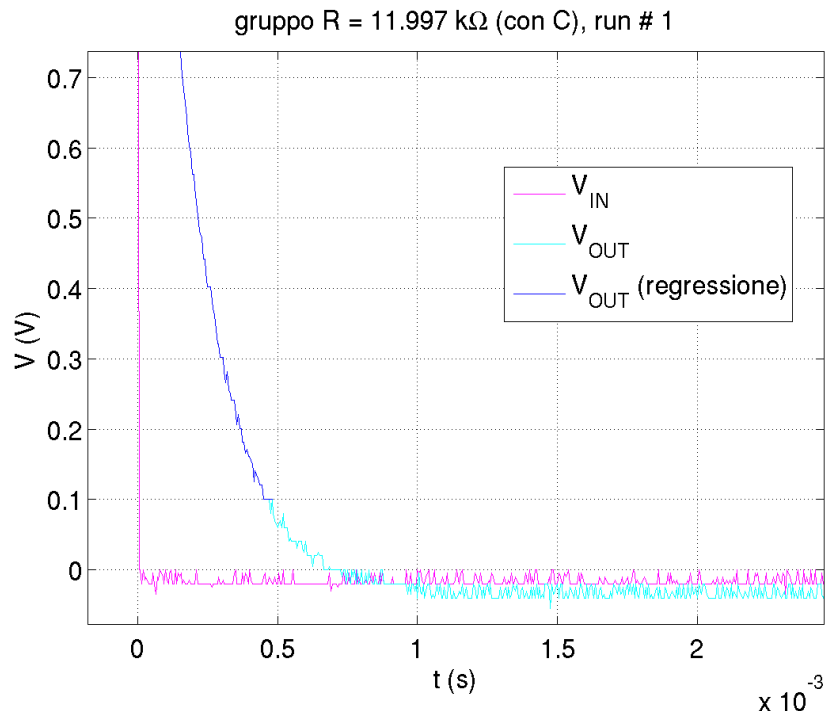
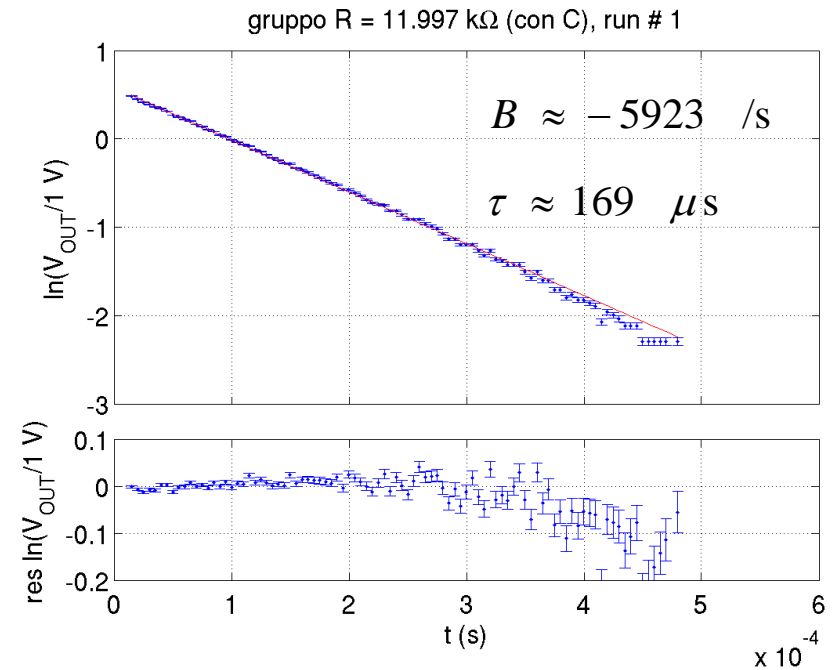
$$\delta [\ln(V_{OUT})] = \frac{\delta V_{OUT}}{V_{OUT}}$$

- Errore nel logaritmo è l'errore relativo nella tensione
- Logaritmo esiste solo per numeri positivi → analizzare solo valori di V_{OUT} positivi diverse σ sopra 0
- Errori possono essere correlati fra punti vicini nel tempo ... usiamo gli errori solo per «pesare» i dati nel fit, non per stimare gli errori in **A**, **B**
- Stimare le incertezze in **A**, **B** tramite ripetizione

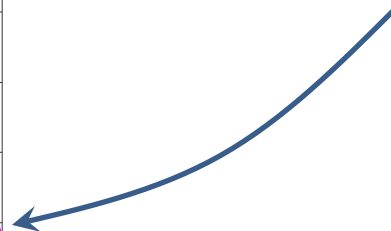
$$\delta B_M = MEAN(B)$$

$$\delta B_M = \frac{STD(B)}{\sqrt{N_{misure}}}$$

Buon fit con V grande, ma una deviazione sistematica visibile nei residui verso $V \rightarrow 0$)



Dovuto ad uno «zero errato» (offset)
dell'oscilloscopio



Errore nello zero dello strumento

$$V_{OUT}(t) = \varepsilon * \exp - \frac{t}{\tau}$$



$$V_M(t) = \varepsilon * \exp - \frac{t}{\tau} + \delta V$$

$$V_M = V_{OUT} + \delta V$$


Non consente più un fit lineare che dia ε , τ , δV

Possibile soluzioni

1. (selvaggio) trovare «offset» a mano, e sottrarre prima di fare fit:

$$\log(V_M - \delta V) = \log \varepsilon * - \frac{t}{\tau} = A + Bt$$

2. (meglio) linearizzare l'errore dovuto all'offset, trovare come parametro del fit:

$$V_M(t) = \varepsilon * \exp - \frac{t}{\tau} + \delta V = \varepsilon * \exp - \frac{t}{\tau} \left(1 + \frac{\delta V}{\varepsilon * \exp - \frac{t}{\tau}} \right)$$

$$\ln V_M(t) \approx \ln \varepsilon * - \frac{t}{\tau} + \frac{\delta V}{V_M}$$
$$\approx \varepsilon * \exp - \frac{t}{\tau} \left(1 + \frac{\delta V}{V_M} \right) \approx A + Bt + C \left(\frac{1}{V_M} \right)$$

NB: non una regressione ad una retta ma comunque un fit «lineare»
(ln(VM) una somma lineare di tre funzioni note)

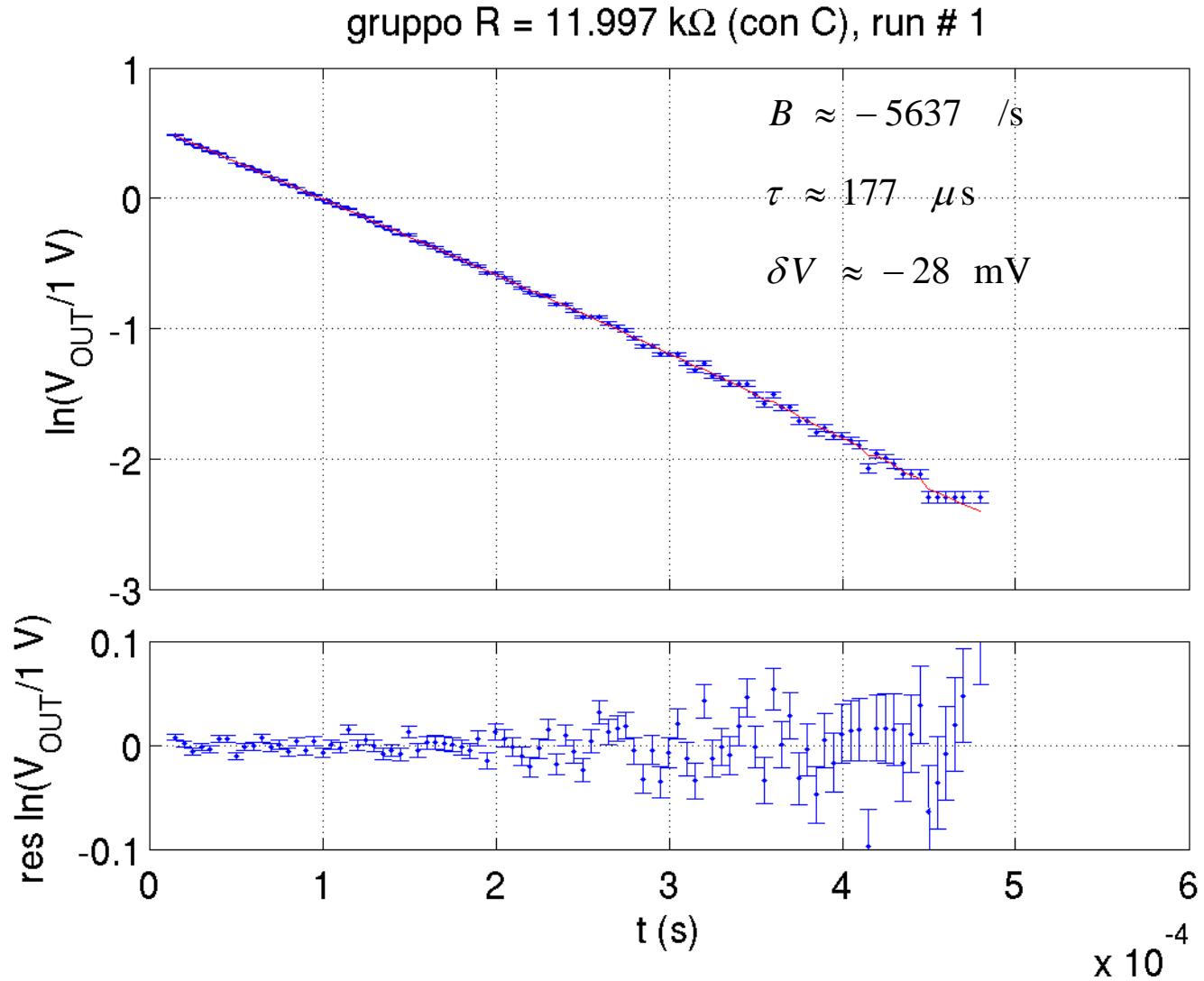
Richiede però un fit a minimi quadrati (regressione lineare) con funzioni generali

Forneremo un routine generale per fit (su «moodle»):

```
[fit_out,dfit_out,C,chi2,N_DOF]= ...  
    lsq_fit_gen(log(V),[ones(size(V)) t 1./V], 'err',dlogV);
```


Esempio risultati con offset

Deviazione sistematica non c'è più

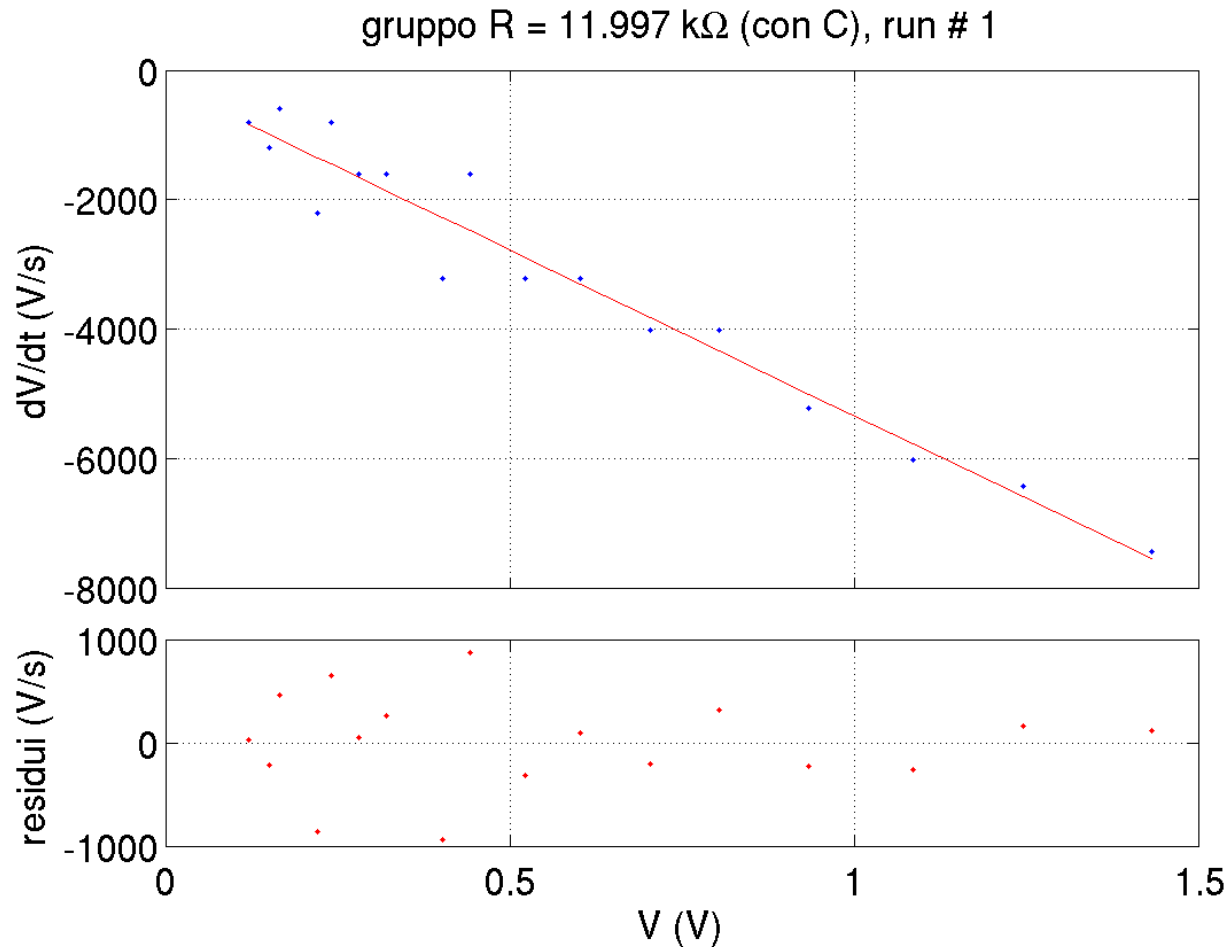


3. Tornare all'equazione differenziale:

$$\frac{dV_{OUT}}{dt} = -\frac{V_{OUT}}{\tau}$$

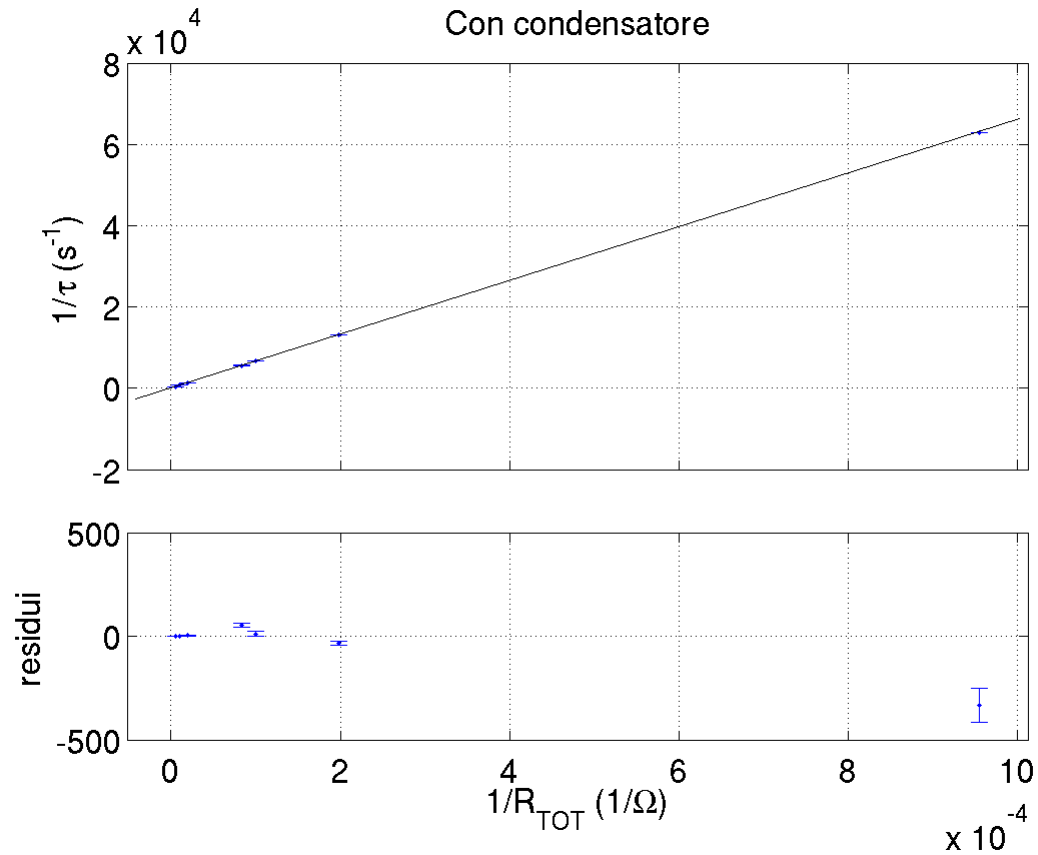
$$\frac{dV_M}{dt} = -\frac{V_M + \delta V}{\tau} = \alpha V_M + \beta$$

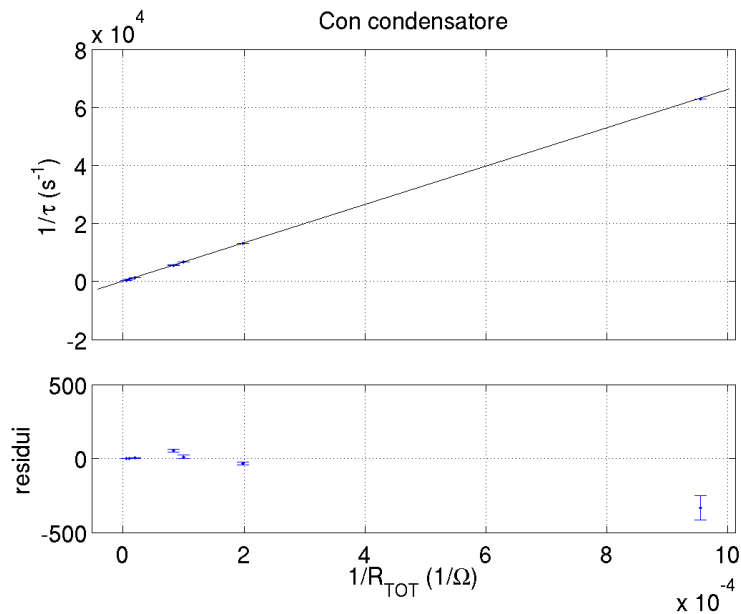
Fit ad una retta (calcolare derivata numericamente)



Analisi finale:

$$\tau = C_{TOT} \frac{1}{\frac{1}{R_{TOT}} + \frac{1}{R_{OSC}}} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{C_{TOT}} \left(\frac{1}{R_{TOT}} + \frac{1}{R_{OSC}} \right) = \gamma + \lambda \left(\frac{1}{R_{TOT}} \right)$$





Fit con condensatore:

$$C_{TOT} = 15.13 \pm 0.01 \text{ nF}$$

$$R_{OSC} = 975 \pm 7 \text{ kOhm}$$

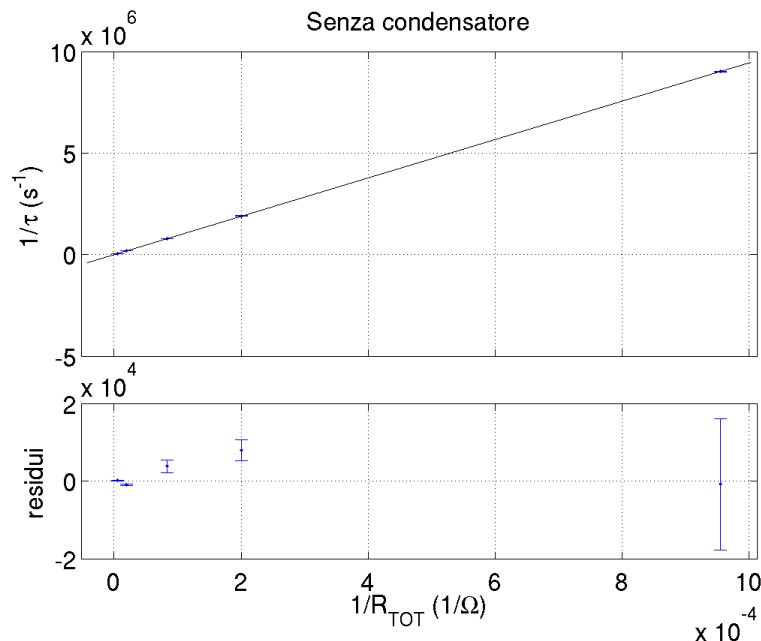
$$\chi^2 = 11.8$$

Fit senza condensatore:

$$C_{OSC} = 106.04 \pm 0.09 \text{ pF}$$

$$R_{OSC} = 1036 \pm 9 \text{ kOhm}$$

$$\chi^2 = 11.1$$



- scarti tipicamente 3-4 σ ... modello del circuito / esperimento non sembrerebbe consistente con i dati
 - almeno al livello di 0.1% suggerito dall'incertezza statistica dei fit
 - almeno non per R da 1 – 200 kΩ
- Basato su pochi gradi di libertà (6 e 3)!

Scheletro dell'analisi (solo un'esempio, molto incompleta...)

```
group_tag = {'A','B','C'};           % nome per ogni gruppo resistenza
R = [99.34e3; 47.44e3; 22.46e3];      % 3 valori resistenza
num_files = [10; 10; 10];            % 10 file per ogni resistenza

B_m = [];
for jj=1:length(group_num)
    % per ogni valori di resistenza
    A = []; B=[]; off = [];
    for kk=1:num_files(jj)
        % per ogni prova
        name = [file_name '_' group_tag{jj} '_' int2str(kk) '.csv' ];
        dat = csvread(name,3); % caricare dati (salvati in .csv)
        t = dat(:,1); Vin = dat(:,2); Vout=dat(:,3);
        dlogV = DV ./ Vout;

        % analizzare con regressione lineare, ad esempio:
        [fit_out,dfit_out,C,chi2,N_DOE]= ...
            lsq_fit_gen(log(Vout),[ones(size(Vout)) t 1./Vout],'err',dlogV);
        A = [A; fit_out(1)]; B = [B; fit_out(2)]; off = [off; fit_out(3)];

        % grafici per controllo, esaminare residui ...
    end
    B_m = [B_m;mean(B)]; dB_m = [dB_m; std(B)/sqrt(num_files(jj))];
end

% analisi risultati tau (o 1/tau) in termini di R (regressione, grafici),
% estrazione di CTOT, ROSC
% stessa cosa per dati senza C
```

Ultimi appunti ...

- Si consiglia di misurare con resistenze (almeno 5) nell'intervallo $1\text{ k}\Omega - 500\text{ k}\Omega$ (τ $5\text{ }\mu\text{s} - 5\text{ ms}$) ... siate creativi con resistenze in parallelo e in serie
 - NB il modello della capacità di un condensatore viene messo alla prova con misure su scale di tempo molto diverse
- Si potrebbe fare il trigger dell'oscilloscopio usando il «SYNC» del generatore, eliminando così la connessione «CH1» tramite cavo coax all'oscilloscopio
- Si può considerare la resistenza di sorgente del generatore di essere $50\text{ }\Omega$ (dalla specifica del fornitore) ... oppure la si può anche misurare con un partitore
- Tenete il vostro condensatore, si userà con i filtri RC in esperienza 3...

In più ...

- Si potrebbe anche misurare R_{OSC} tramite l'ampiezza a **$t=0$**
 - NB questo richiede che sia veramente carica (molte τ) il condensatore dopo il ciclo positivo del generatore
- Si potrebbe anche misurare τ (oppure $1/\tau$) del circuito sul ciclo «carica» del generatore ... dovrebbe dare un valore di C equivalente