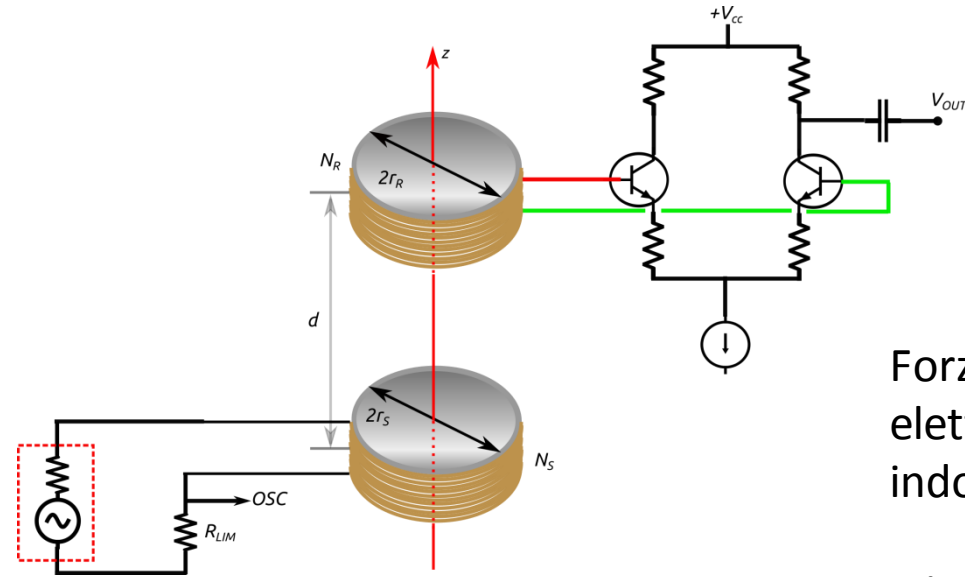


Laboratorio II

Appunti Esperienza 11 (effetto Faraday)

18 marzo 2019

Esperienza 11: effetto Faraday



Forza
elettromotrice
indotta:

FEM attesa proporzionale alla
derivata di corrente nella sorgente i_s
(M_{RS} induttanza mutua)

Campo nell'approssimazione
dipolo (per $d \gg r_s$) lungo l'asse z

$$B_z(d) \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m_s}{d^3}$$

$$m_s(t) = N_s \Sigma_s i_s(t)$$

$$\overline{B_z} \equiv \frac{1}{\Sigma_R} \int_{\Sigma_R} \overline{B_s} \cdot d\overline{\Sigma}$$

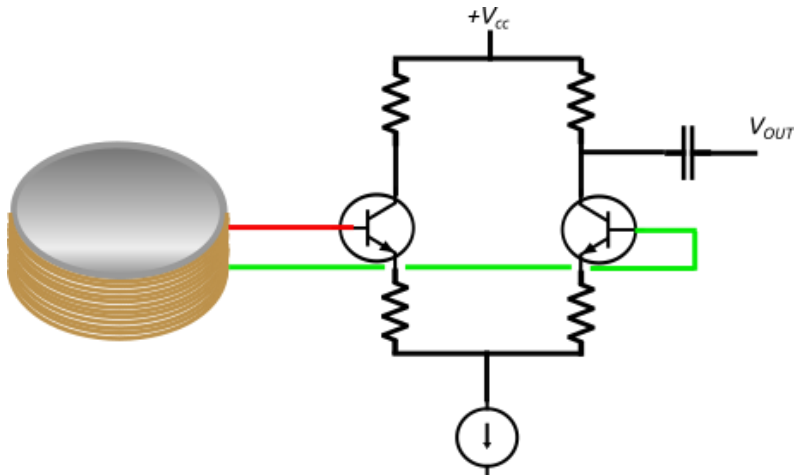
$$\varepsilon_R = - \frac{d\Phi_S}{dt} = - N_R \Sigma_R \frac{d\overline{B_z}}{dt}$$

$$Z_{EFF} \equiv \frac{\varepsilon_R(\omega)}{i_s(\omega)} = j\omega M_{RS}$$

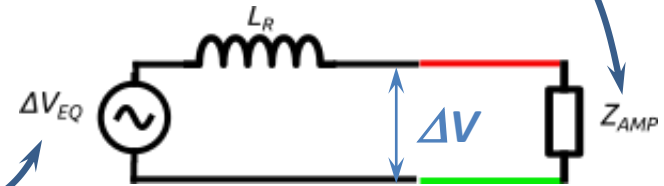
NB: un calcolo più preciso è possibile (almeno numericamente) tramite la formula di Neumann per l'induttanza mutua

$$M_{SR} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \oint \frac{d\vec{l}_S \cdot d\vec{l}_R}{r}$$

Circuito equivalente (approssimativo) per ricevitore + amp differenziale



$$Z_{IN} \approx 2\beta(R_E + r_e)$$



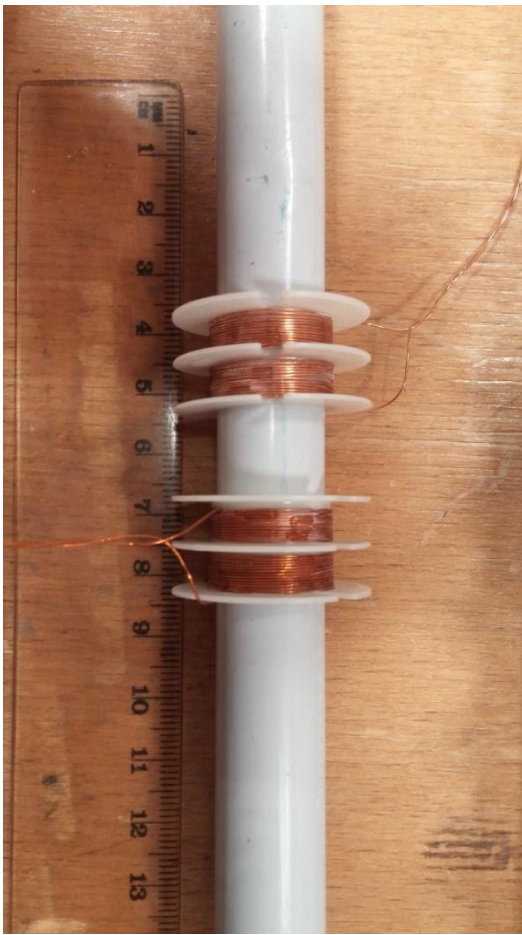
$$= \varepsilon_R = -N_R \frac{d\Phi_S}{dt} = -M_{RS} \frac{di_S}{dt} = -j\omega M_{RS} i_S(\omega)$$

Per $\omega \frac{L}{Z_{AMP}} \ll 1$ $\Rightarrow \Delta V \approx \varepsilon_R \Rightarrow V_{OUT} \approx \varepsilon_R G_{DIFF}(\omega)$

NB $\frac{L}{Z_{AMP}}$ ordine (ns)

NB: G_{DIFF} complesso,
dipendente dalla frequenza

NB: un lato della bobina ricevitore va connesso a massa (punto di lavoro dei transistor)



Bobine

rocchetto: plastica, ϕ 17.5 mm, 2 sezioni
lunghezza 6 mm ciascuna
filo: rame verniciato, ϕ 315 μ m
possibile avere 25-35 giri totale

questi prototipi:
26 e 28 giri

Resistenza misurata: 0.3 – 0.4 Ω
(compatibile con valor atteso per rame)

Stime induttanza (approx solenoide infinito):

$$L \approx \frac{\mu_0 N^2 \Sigma}{h} \approx 20 \text{ } \mu\text{H}$$

Consigli sperimentali:

- Separare circuito sorgente su un secondo breadboard (distanza >30 cm da amp diff)
- Lasciare breadboard fissi, spostare solo una bobina (esempio ricevitore)
- Controllo segnale con sorgente acceso e entrambi gli input amp differenziale a massa

Estrazione segnale (ampiezza + fase) dalle serie temporali

$$V_S(t) = V_{0S} + A_S \cos \omega t + B_S \sin \omega t$$

$$V_{OUT}(t) = V_{0OUT} + A_{OUT} \cos \omega t + B_{OUT} \sin \omega t$$

- NB: $V_S = i_S * R_{LIM}$ usato per calcolare corrente bobina S
- NB: scelta fase arbitraria (ma consistente fra V_S , V_{OUT})
- interessa la differenza di fase fra di loro!

$$\begin{aligned} V_S(\omega) &= \text{Re}(V_S) + j \text{Im}(V_S) \\ &= A_S - jB_S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{OUT}(\omega) &= \text{Re}(V_{OUT}) + j \text{Im}(V_{OUT}) \\ &= A_{OUT} - jB_{OUT} \end{aligned}$$

- assegnare (con incertezze statistiche) ampiezze con medie di prove ripetute

Calcolo impedenza efficace (rapporto fem / corrente sorgente)

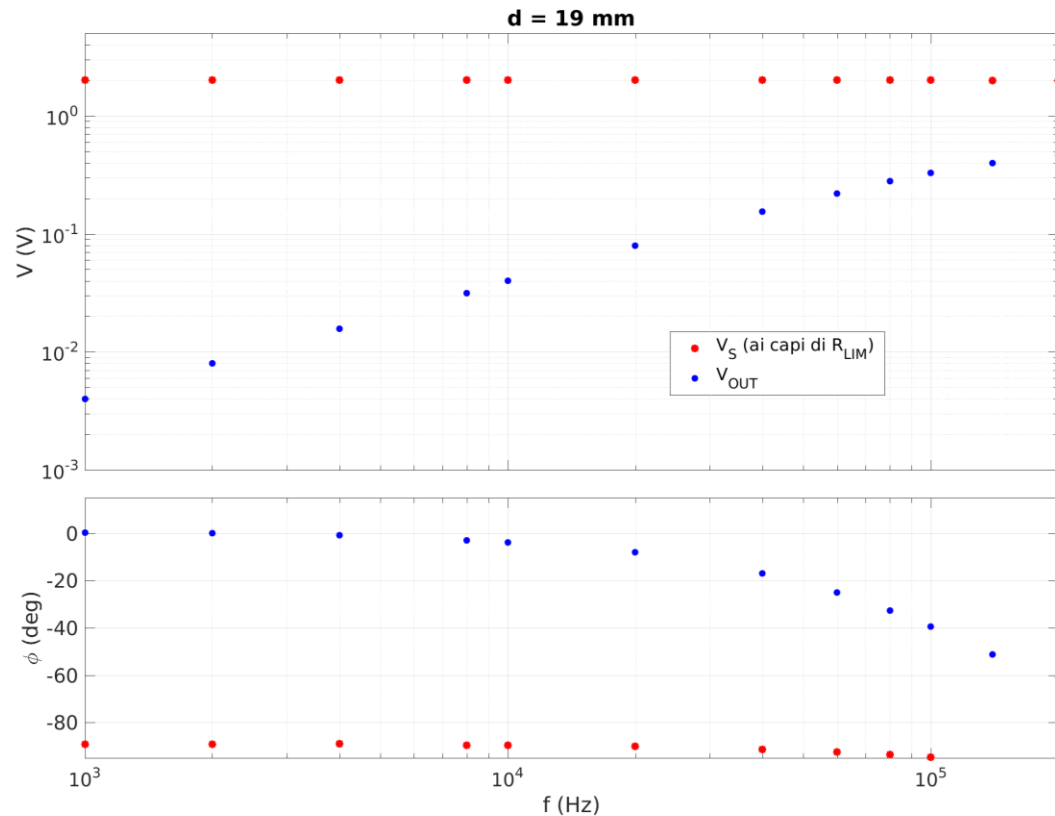
$$Z_{EFF}(\omega) \equiv \frac{\varepsilon_R(\omega)}{i_S(\omega)} = \frac{V_{OUT}(\omega)}{G_{DIFF}(\omega)} \frac{1}{\left(\frac{V_S(\omega)}{R_{LIM}} \right)} = \frac{R_{LIM}}{G_{DIFF}(\omega)} \frac{A_{OUT} - jB_{OUT}}{A_S - jB_S}$$

Estrazione induttanza mutua (oppure valore picco campo)

Attesa impedenza immaginaria
proporzionale a frequenza
→ fit ad una retta di $\text{Im}(Z)$

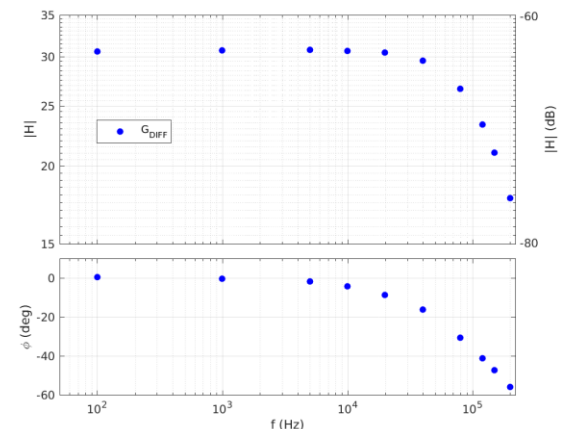
$$\text{Im}(Z_{EFF}(\omega)) \equiv Z_0 + \omega M_{RS}$$

Effetto Faraday: esempio dati (ampiezza / fase V_{OUT} , V_S – ai capi di R_{LIM})



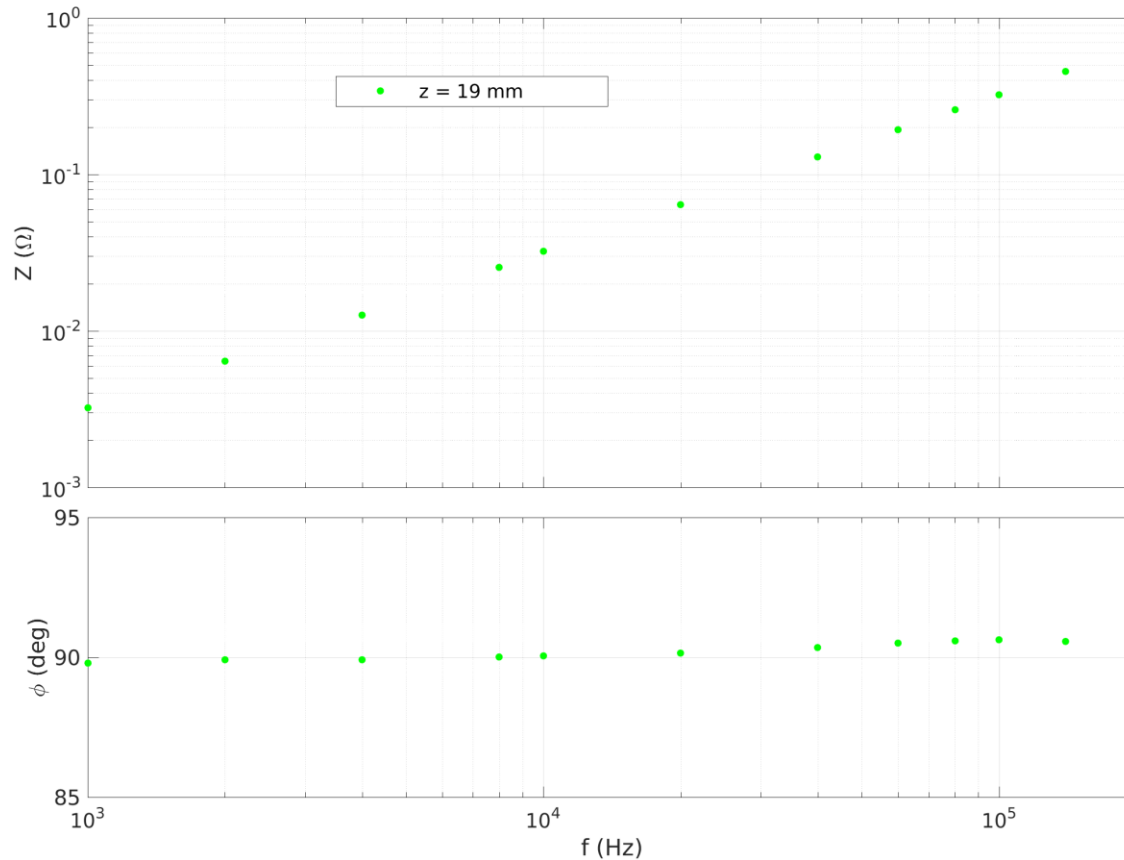
- Visibile aumento (apparentemente) di V_{OUT} con f , differenza di fase circa 90°
- Visibile attenuazione V_{OUT} per $f > 100 \text{ kHz}$ → avvicinamento a 3dB amp differenziale
- NB trigger con SYNC

Guadagno amp differenziale



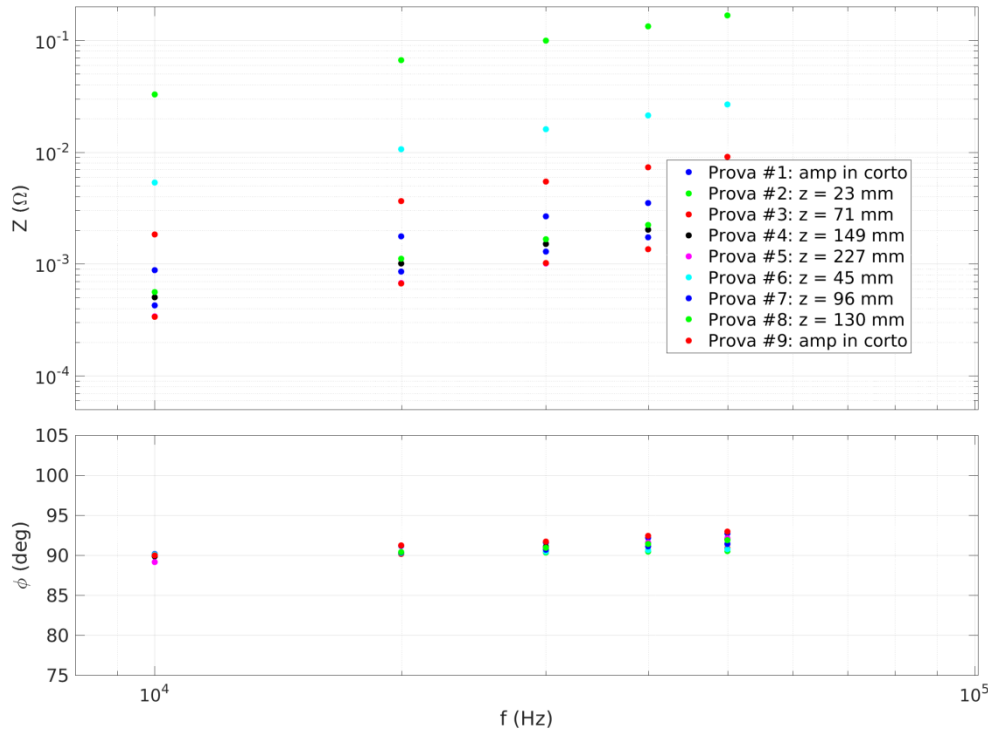
Effetto Faraday: esempio dati

Rapporto fem indotto e corrente di sorgente



- NB errore statistica più piccolo dei punti sul grafico
- Errori sistematici (ad esempio in \mathbf{G}_{DIFF} , amp e fase) dominanti e non trattati in questo grafico
- Test linearità in frequenza (legge di Faraday) possibile con regressione lineare

Dati per fem in funzione della distanza d



NB: controllo fatto con entrambi input diff amp messi a massa

NB: segnale spurio presente (ordine 1 mV) nel controllo

→ accoppiamento induttivo al amplificatore senza ricevitore R ($Z_{CONTROL}$)

Correzione:

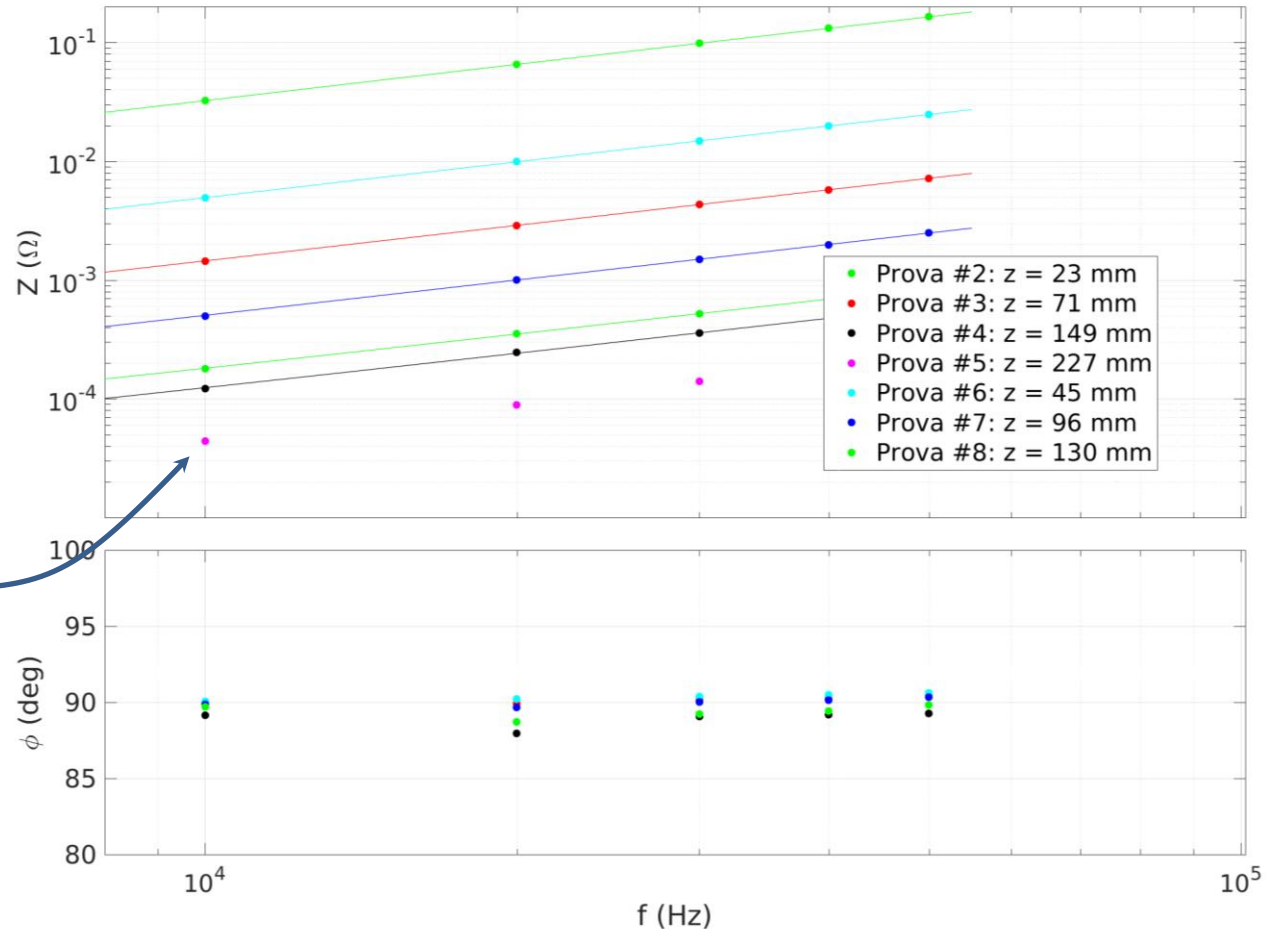
$$Z(d, \omega) = Z^{RAW}(d, \omega) - Z^{CONTROL}(\omega)$$

$$M_{RS}(d) = M^{RAW}(d) - M^{CONTROL}$$

NB: «control» misurato all'inizio (prova #1) e fine (prova #9) diversi (significativo)

→ errore in $M_{RS}(d)$ per grande separazione dominato dalla riproducibilità del segnale spurio

Dati per fem in funzione della distanza d (corretti per accoppiamento spurio)



Z per $d = 227$ mm
zero entro
l'incertezza

Fit a $\text{Im}(Z)$ per avere M_{RS}

$$\omega M_{RS} \equiv \text{Im}(Z_{EFF})$$

$$\text{Im}(Z_{EFF}) = A + B\omega = Z_0 + \omega M_{RS}$$

Confronto misure con valore attesi nell'approssimazione dipolo

