## ĐỀ THI MÔN: HÀM PHÚC VÀ PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE MÃ MÔN HỌC: 1001060

## THỜI GIAN: 75 PHÚT NGÀY THI: 04/06/2015

Đề thi gồm 02 trang bao gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm và 3 câu hỏi tự luận (Được phép sử dụng tài liệu)

MÃ ĐẾ THI: 1001-060-132

## PHẦN TRẮC NGHIỆM LỰA CHỌN (5 ĐIỂM)

**Câu 1:** Tìm biến đổi Laplace  $\mathscr{L}\left[te^{-2t}\sin\left(5t\right)\right]$ :

**A.** 
$$\mathscr{L}\left[te^{-2t}\sin\left(5t\right)\right] = \frac{10p+20}{\left(p^2+4p+29\right)^2}$$
 **B.**  $\mathscr{L}\left[te^{-2t}\sin\left(5t\right)\right] = \frac{10p-20}{\left(p^2-4p+29\right)^2}$ 

**B.** 
$$\mathscr{L}\left[te^{-2t}\sin(5t)\right] = \frac{10p - 20}{\left(p^2 - 4p + 29\right)^2}$$

C. 
$$\mathscr{L}\left[te^{-2t}\sin\left(5t\right)\right] = \frac{10p - 20}{\left(\left(p+2\right)^2 + 25\right)^2}$$

$$\mathbf{C.} \ \mathscr{L}\left[te^{-2t}\sin\left(5t\right)\right] = \frac{10p - 20}{\left(\left(p+2\right)^2 + 25\right)^2} \qquad \mathbf{D.} \ \mathscr{L}\left[te^{-2t}\sin\left(5t\right)\right] = \frac{10\left(p+2\right)}{\left(\left(p-2\right)^2 + 25\right)^2}$$

**Câu 2:** Cho hàm phức  $f(z) = \frac{\overline{z} \operatorname{Re}(e^z)}{\operatorname{Im}(z)}$ . Tìm phần thực  $\operatorname{Re}(f)$  với z = x + iy.

**A.** 
$$\operatorname{Re}(f(z)) = -\frac{xe^x \cos y}{y}$$

**B.** 
$$\operatorname{Re}(f(z)) = e^x \cos y$$

C. Re
$$(f(z)) = \frac{xe^x \cos y}{y}$$

**D.** 
$$\operatorname{Re}(f(z)) = -e^x \cos y$$

**Câu 3:** Cho hàm số  $u(x,y) = ax + e^x \cos(ay)$ . Xác định hằng số phức a sao cho u(x,y) là phần thực của một hàm giải tích trên  $\mathbb{C}$ .

**A.** 
$$a = 1$$
 hoặc  $a = 2$ 

**B.** 
$$a = 0$$

**C.** 
$$a = 1$$
 hoặc  $a = -1$ 

**B.** 
$$a = 0$$
 **D.** Không tồn tai  $a$ 

**Câu 4:** Khai triển Laurent của hàm  $f(z) = (2z+1)\cos\left(\frac{1}{z}\right)$  trong lân cận của điểm z=0 là:

**A.** 
$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(-1\right)^n \left[\frac{2}{(2n+2)!} + \frac{1}{(2n)!}\right] \frac{1}{z^{2n}}$$

**B.** 
$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{2}{(2n)! z^{2n-1}} + \frac{1}{(2n)! z^{2n}} \right)$$

$$\mathbf{C.} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-1\right)^n \left[ \frac{2}{\left(n+1\right)! \, z^{2n-1}} + \frac{1}{n! \, z^{2n}} \right] \qquad \qquad \mathbf{D.} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-1\right)^n \left[ \frac{2}{\left(2n+2\right)!} + \frac{1}{\left(2n\right)!} \right] \frac{1}{z^{2n}}$$

**D.** 
$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{2}{(2n+2)!} + \frac{1}{(2n)!} \right) \frac{1}{z^{2n}}$$

**Câu 5:** Cho hàm f(z) có khai triển Laurent tại trong lân cận của điểm z=0 là

$$f\!\left(z\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \!\left(-1\right)^n \! \left(\! \frac{2^{2n}}{\left(2n\right)! \, z^{2n+1}} + \frac{1}{\left(2n\right)! \, z^{2n}} \right) \! .$$

Tính tích phân  $I = \oint\limits_{|z|=2} z^5 f(z) dz$ .

**A.** 
$$2\pi i \left( \frac{4}{5!} - \frac{1}{6!} \right)$$
 **B.**  $\frac{2\pi i}{6!}$ 

**B.** 
$$\frac{2\pi i}{6!}$$

**C.** 
$$\frac{8\pi i}{5!}$$

**D.** 
$$-\frac{2\pi i}{6!}$$

**Câu 6:** Cho hàm phức  $f(z) = \frac{e^{\frac{-}{z}}}{z(z^2+6z+18)}$ . Hãy chọn phát biểu **SAI**:

**A.** z = -3 - 3i là cực điểm cấp 1

**B.** z = -3 + 3i và z = -3 - 3i là các điểm bất thường cô lập

C. z = -3 + 3i là cực điểm cấp 1

**D.** z = 0 là cực điểm cấp 2

**Câu 7:** Cho hàm phức  $f(z) = \frac{\sin \pi z}{z^2(2z-1)}$ . Hãy chọn phát biểu **ĐÚNG**:

**A.** Res
$$(f(z),0) = -\pi$$
 và Res $(f(z),\frac{1}{2}) = 2$ 

**A.** 
$$\operatorname{Res}\left(f\left(z\right),0\right) = -\pi \text{ và } \operatorname{Res}\left(f\left(z\right),\frac{1}{2}\right) = 2$$
 **B.**  $\operatorname{Res}\left(f\left(z\right),0\right) = -\pi \text{ và } \operatorname{Res}\left(f\left(z\right),\frac{1}{2}\right) = 4$ 

C. 
$$\operatorname{Res}(f(z),0) = -\pi i \text{ và } \operatorname{Res}\left(f(z),\frac{1}{2}\right) = 2$$
 D.  $\operatorname{Res}(f(z),0) = 2 \text{ và } \operatorname{Res}\left(f(z),\frac{1}{2}\right) = -\pi i \text{ và } \operatorname{Res}\left(f(z),\frac$ 

**D.** Res
$$(f(z),0) = 2$$
 và Res $(f(z),\frac{1}{2}) = -\pi$ 

Câu 8: Biến đổi Laplace ngược nào sau đây là SAI?

**A.** 
$$\mathscr{L}^{-1} \left[ \frac{1}{p^2 - 3p + 2} \right] = e^{2t} - e^{t}$$

**B.** 
$$\mathscr{L}^{-1} \left[ \frac{2}{p-1} - \frac{3}{2p+3} \right] = 2e^t - 3e^{\frac{3}{2}t}$$

**A.** 
$$\mathscr{L}^{-1} \left[ \frac{1}{p^2 - 3p + 2} \right] = e^{2t} - e^t$$
**B.**  $\mathscr{L}^{-1} \left[ \frac{2}{p - 1} - \frac{3}{2p + 3} \right] = 2e^t - 3e^{\frac{3}{2}t}$ 
**C.**  $\mathscr{L}^{-1} \left[ \frac{2p - 1}{\left(p - 1\right)^2 + 4} \right] = e^t \left( 2\cos\left(2t\right) + \frac{1}{2}\sin\left(2t\right) \right)$ 
**D.**  $\mathscr{L}^{-1} \left[ \frac{3p - 2}{p^2 + 9} \right] = 3\cos\left(3t\right) - \frac{2}{3}\sin\left(3t\right)$ 

**D.** 
$$\mathscr{Z}^{-1} \left[ \frac{3p-2}{p^2+9} \right] = 3\cos(3t) - \frac{2}{3}\sin(3t)$$

**Câu 9:** Giả sử hàm gốc f(t) có ảnh là F(p),  $\mathscr{L}[f(t)] = F(p)$ . Hãy chọn phát biểu **ĐÚNG**:

$$\mathbf{A.} \ \mathscr{L}\left[e^{3t}f(t)\right] = F\left(p-3\right)$$

**B.** 
$$\mathscr{L}\left[\int_{0}^{t}e^{3u}f(u)dt\right]=\frac{F(p-3)}{p-3}$$

C. 
$$\mathscr{L}\left[e^t f(3t)\right] = F\left(\frac{p}{3}\right)$$

$$\mathbf{D.} \ \mathscr{L}\left[e^{3t} * f(t)\right] = \frac{F(p-3)}{p}$$

**Câu 10:** Tìm ảnh của hàm gốc  $e^{2t} * \int \sin(3u) du$ :

$$\mathbf{A.} \ \frac{3}{p(p-2)(p^2+9)}$$

**B.** 
$$\frac{3}{(p-2)(p^2+9)}$$

C. 
$$\frac{1}{p-2} + \frac{3}{p(p^2+9)}$$

**D.** 
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p-2} + \frac{3}{p^2+9}$$

## PHẨN TỰ LUẬN (5 ĐIỂM)

Câu 11 (1.5 điểm). Áp dụng phép biến đổi Laplace giải phương trình vi phân sau:  $y'' + y = te^{t} + 1$  với điều kiện y(0) = y'(0) = 0.

Câu 12 (2.0 điểm). Áp dụng phép biến đổi Laplace giải phương trình tích phân:

$$y + e^{2t} * \int_{0}^{t} y(u) du = t + e^{2t}.$$

**Câu 13** (1.5 điểm). Cho hàm phức  $f(z) = ze^{\frac{3}{z-1}}$ 

- Khai triển Laurent hàm f trong lân cân của điểm z = 1.
- b) Sử dụng kết quả này tính tích phân  $I = \oint_{|z-i|=3} f(z)dz$ .

<u> </u>

TRƯỜNG ĐH SƯ PHẠM KỸ THUẬT TPHCM KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN			ÐÈ	ĐỀ THI CUỐI KỲ HỌC KỲ II NĂM HỌC 2014-2015							
BỘ MÔN TOÁN					Môn: HÀM PHỨC VÀ PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE						
Chữ ký giám th	i 1	Chữ ký giám thị 2			<b>Mã môn học:</b> 1001060						
				Đề	Đề số/Mã đề: 1001-060-132						
			The	<b>Thời gian:</b> 75 phút							
CB chấm thi thứ nhất CB chấm thi thứ hai			i	Được phép sử dụng tài liệu							
Điểm và chữ l	Điểm và	Но	Họ và tên:								
					<u> </u>						
PHẦN TRẢ LỜI CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM											
CÂU HỎI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
TRẢ LỜI											
		•, (	PHẦN T	RẢ LỜ	I CÂU E	I <mark>ÔI T</mark> Ư I	LUÂN				
PHẦN TRẢ LỜI CÂU HỎI TỰ LUẬN											
	<u> </u>										
•											
••••••	,	••••••	••••••	••••••	••••••	••••••	••••••	•	••••••	••••••	
•••••	•••••	•••••		••••••	••••••	•••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	
•••••	•••••	•••••	•••••	••••••	••••••	••••••	•••••	••••••	••••••	•••••	
	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••			•••••	
				•••••							
			•••••								
•••••	•••••	••••••		••••••	••••••	••••••	••••••	•	•	••••••	
••••••	•••••	••••••	•••••	••••••	•••••	•••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	••••••	•••••	
	•••••	•••••	•••••	••••••	••••••	••••••	••••••		••••••	•••••	
•••••	•••••	•••••		••••••	•••••	•••••	•••••	•••••••	••••••		
	•••••		•••••	•••••	•••••				•••••		
•••••		•••••							•••••		