ĐIỆN TỬ SỐ

Trịnh Văn Loan
Khoa CNTT- ĐHBK

Tài liệu tham khảo

- Bài giảng này (*quan trọng !*)
- Kỹ thuật số
- Lý thuyết mạch lôgic & kỹ thuật số
- Kỹ thuật điện tử số
- …

http://ktmt.shorturl.com

Chương 1.
Các hàm lôgic cơ bản

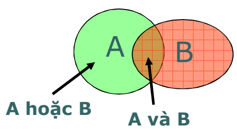
1.1 Đại số Boole

- **Các định nghĩa**
  - **Biến lôgic:** đại lượng biểu diễn bằng ký hiệu nào đó, lấy giá trị 0 hoặc 1
  - **Hàm lôgic:** nhóm các biến lôgic liên hệ với nhau qua các phép toán lôgic, lấy giá trị 0 hoặc 1
  - **Phép toán lôgic cơ bản:**
    VÀ (AND), HOẶC (OR), PHỦ ĐỊNH (NOT)

1.1 Đại số Boole

◆ **Biểu diễn biến và hàm lôgic**

● **Biểu đồ Ven:**



Mỗi biến lôgic chia không gian thành 2 không gian con:
-1 không gian con: biến lấy giá trị đúng (=1)
-Không gian con còn lại: biến lấy giá trị sai (=0)

1.1 Đại số Boole

◆ **Biểu diễn biến và hàm lôgic**

● **Bảng thật:**

Hàm n biến sẽ có:
n+1 cột (n biến và giá trị hàm)
2^n hàng: 2^n tổ hợp biến
Ví dụ Bảng thật hàm Hoặc 2 biến

A	B	F(A,B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

1.1 Đại số Boole

◆ **Biểu diễn biến và hàm lôgic**

● **Bìa Cac-nô:**

Số ô trên bìa Cac-nô bằng số dòng bảng thật
Ví dụ Bìa Cac-nô hàm Hoặc 2 biến

A \ B	0	1
0	0	1
1	1	1

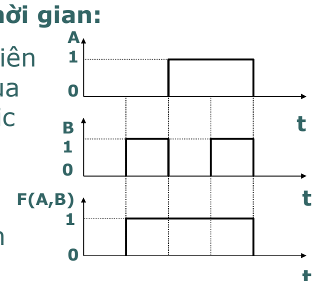
1.1 Đại số Boole

◆ **Biểu diễn biến và hàm lôgic**

● **Biểu đồ thời gian:**

Là đồ thị biến thiên theo thời gian của hàm và biến lôgic

Ví dụ Biểu đồ thời gian của hàm Hoặc 2 biến



1.1 Đại số Boole

◆ **Các hàm lôgic cơ bản**

- **Hàm Phủ định:**

Ví dụ Hàm 1 biến

$F(A) = \overline{A}$

A	F(A)
0	1
1	0

1.1 Đại số Boole

◆ **Các hàm lôgic cơ bản**

- **Hàm Và:**

Ví dụ Hàm 2 biến

$F(A, B) = AB$

A	B	F(A,B)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

1.1 Đại số Boole

◆ **Các hàm lôgic cơ bản**

- **Hàm Hoặc:**

Ví dụ Hàm 3 biến

$F(A, B, C) = A + B + C$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

1.1 Đại số Boole

◆ **Tính chất các hàm lôgic cơ bản**

- Tồn tại phần tử trung tính duy nhất cho phép toán Hoặc và phép toán Và:
  A + 0 = A   A.1 = A
- Giao hoán: A + B = B + A   A.B = B.A
- Kết hợp: A + (B+C) = (A+B) + C = A + B + C
  A . (B.C) = (A.B) . C = A . B . C
- Phân phối: A(B+C) = AB + AC
  A + (BC) = (A+B)(A+C)
- Không có số mũ, không có hệ số:
  $A + A + \ldots + A = A \qquad A.A.\ldots.A = A$
- Phép bù: $\overline{\overline{A}} = A \qquad A + \overline{A} = 1 \qquad A.\overline{A} = 0$

1.1 Đại số Boole

- **Định lý Đờ Mooc-gan**
  - Trường hợp 2 biến $\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$
    $\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$
  - Tổng quát $\overline{F(X_i, +, .)} = F(\overline{X_i}, ., +)$
- **Tính chất đối ngẫu**

$$+ \Leftrightarrow \bullet \qquad 0 \Leftrightarrow 1$$

$$A + B = B + A \Leftrightarrow A.B = B.A$$

$$A + 1 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad A.0 = 0$$

1.2 Biểu diễn các hàm lôgic

- **Dạng tuyển và dạng hội**
  - Dạng tuyển (tổng các tích) $F(x,y,z) = xyz + \bar{x}\ \bar{y} + \bar{x}\ z$
  - Dạng hội (tích các tổng)
    $F(x,y,z) = (x+y+z)(\bar{x}+\bar{y})(x+\bar{y}+z)$
- **Dạng chính qui**
  - Tuyển chính qui $F(x,y,z) = xyz + \bar{x}\ \bar{y}z + \bar{x}yz$
  - Hội chính qui $F(x,y,z) = (x+y+z)(\bar{x}+\bar{y}+z)(x+\bar{y}+z)$

Không phải dạng chính qui tức là dạng đơn giản hóa

1.2 Biểu diễn các hàm lôgic

- **Dạng tuyển chính qui**
  - ⇨ Định lý Shannon: Tất cả các hàm lôgic có thể triển khai theo một trong các biến dưới dạng tổng của 2 tích lôgic:

$$F(A,B,\dots,Z) = \overline{A}.F(0,B,\dots,Z) + A.F(1,B,\dots,Z)$$

Ví du

$$F(A,B) = \overline{A}.F(0,B) + A.F(1,B)$$

$$F(0,B) = \overline{B}.F(0,0) + B.F(0,1)$$

$$F(1,B) = \overline{B}.F(1,0) + B.F(1,1)$$

$$F(A,B) = \overline{A}\overline{B}.F(0,0) + \overline{A}B.F(0,1) + A\overline{B}.F(1,0) + AB.F(1,1)$$

Nhận xét

2 biến → Tổng 4 số hạng, 3 biến → Tổng 8 số hạng
n biến → Tổng 2^n số hạng

1.2 Biểu diễn các hàm lôgic

- **Dạng tuyển chính qui**

Nhận xét

Giá trị hàm = 0 →
số hạng tương ứng bị loại
Giá trị hàm = 1 →
số hạng tương ứng bằng tích các biến

1.2 Biểu diễn các hàm lôgic

◆ **Dạng tuyển chính qui**

Ví dụ

Cho hàm 3 biến F(A,B,C). Hãy viết biểu thức hàm dưới dạng tuyển chính qui.

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

1.2 Biểu diễn các hàm lôgic

- **Dạng tuyển chính qui**

$$F(A,B,C) = \bar{A}\,\bar{B}\,C + \bar{A}\,B\,\bar{C} + \bar{A}\,B\,C + A\,\bar{B}\,C + A\,B\,C$$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

1.2 Biểu diễn các hàm lôgic

◆ **Dạng hội chính qui**

⇨ Định lý Shannon: Tất cả các hàm lôgic có thể triển khai theo một trong các biến dưới dạng tích của 2 tổng lôgic:

$$F(A,B,\dots,Z) = [\bar{A} + F(1,B,\dots,Z)].[A + F(0,B,\dots,Z)]$$

Ví du

$$F(A,B) = [\bar{A} + F(1,B)][A + F(0,B)]$$

$$F(0,B) = [\bar{B} + F(0,1)][B + F(0,0)]$$

$$F(1,B) = [\bar{B} + F(1,1)][B + F(1,0)]$$

$$F(A,B) = [\bar{A} + \bar{B} + F(1,1)][\bar{A} + B + F(1,0)]$$

$$[A + \bar{B} + F(0,1)][A + B + F(0,0)]$$

Nhận xét

2 biến → Tích 4 số hạng, 3 biến → Tích 8 số hạng

n biến → Tích 2^n số hạng

1.2 Biểu diễn các hàm lôgic

◆ **Dạng hội chính qui**

Nhận xét

Giá trị hàm = 1 →
số hạng tương ứng bị loại

Giá trị hàm = 0 →
số hạng tương ứng bằng tổng các biến

1.2 Biểu diễn các hàm lôgic

- **Dạng hội chính qui**

Ví du
Cho hàm 3 biến F(A,B,C). Hãy viết biểu thức hàm dưới dạng hội chính qui.

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

1.2 Biểu diễn các hàm lôgic

- **Dạng hội chính qui**

$F=(A+B+C)(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+\bar{B}+C)$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

1.2 Biểu diễn các hàm lôgic

- **Biểu diễn dưới dạng số**
  - Dạng tuyển chính qui

$$F(A,B,C)=\Sigma(1,2,3,5,7)$$

  - Dạng hội chính qui

$$F(A,B,C)=\Pi(0,4,6)$$

1.2 Biểu diễn các hàm lôgic

- **Biểu diễn dưới dạng số**

ABCD $= A\times2^3 + B\times2^2 + C\times2^1 + D\times2^0$
$= A\times8 + B\times4 + C\times2 + D\times1$

LSB (Least Significant Bit)
MSB (Most Significant Bit)

1.3 Tối thiểu hóa các hàm lôgic

- Mục tiêu: Số số hạng ít nhất và số biến ít nhất trong mỗi số hạng
- Mục đích: Giảm thiểu số lượng linh kiện
- Phương pháp: - Đại số
  - Bìa Cac-nô
  - ...

▪ Phương pháp đại số

(1)	$AB + \bar{A}B = B$	$(A + B)(\bar{A} + B) = B$	(1')
(2)	$A + AB = A$	$A(A + B) = A$	(2')
(3)	$A + \bar{A}B = A + B$	$A(\bar{A} + B) = AB$	(3')

1.3 Tối thiểu hóa các hàm lôgic

- Một số quy tắc tối thiểu hóa:

✓Có thể tối thiểu hoá một hàm lôgic bằng cách nhóm các số hạng.

$$ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}CD =$$
$$AB + A\bar{B}CD =$$
$$A(B + \bar{B}CD) = A(B + CD)$$

✓Có thể thêm số hạng đã có vào một biểu thức lôgic.

$$ABC + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} =$$
$$ABC + \bar{A}BC + ABC + A\bar{B}C + ABC + AB\bar{C} =$$
$$BC + AC + AB$$

1.3 Tối thiểu hóa các hàm lôgic

- **Một số quy tắc tối thiểu hóa:**

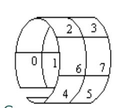
✓ Có thể loại đi số hạng thừa trong một biểu thức lôgic

$$AB + \bar{B}C + AC =$$
$$AB + \bar{B}C + AC(B + \bar{B}) =$$
$$AB + \bar{B}C + ABC + A\bar{B}C =$$
$$AB(1 + C) + \bar{B}C(1 + A) = AB + \bar{B}C$$

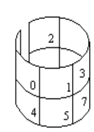
✓Trong 2 dạng chính qui, nên chọn cách biểu diễn nào có số lượng số hạng ít hơn.

1.3 Tối thiểu hóa các hàm lôgic

▪ Phương pháp bìa Cac-nô



A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6



AB \ C	0	1
00	0	1
01	2	3
11	6	7
10	4	5

1.3 Tối thiểu hóa các hàm lôgic

- Phương pháp bìa Cac-nô

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

1.3 Tối thiểu hóa các hàm lôgic

- Các quy tắc sau phát biểu cho dạng tuyển chính quy. Để dùng cho dạng hội chính quy phải chuyển tương đương

1.3 Tối thiểu hóa các hàm lôgic

- Qui tắc 1:nhóm các ô sao cho số lượng ô trong nhóm là một số luỹ thừa của 2. Các ô trong nhóm có giá trị hàm cùng bằng 1.

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11			1	1
10			1	1

AB \ CD	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11		1	1	
10		1	1	

1.3 Tối thiểu hóa các hàm lôgic

- Qui tắc 2: Số lượng ô trong nhóm liên quan với số lượng biến có thể loại đi.
Nhóm 2 ô → loại 1 biến, nhóm 4 ô → loại 2 biến, … nhóm 2^n ô → loại n biến.

A \ BC	00	01	11	10
0		1		
1		1		

$$F(A,B,C) = \bar{A}\,\bar{B}\,C + A\,\bar{B}\,C$$
$$= \bar{B}\,C$$

1.3 Tối thiểu hóa các hàm lôgic

A \ BC	00	01	11	10
0		1	1	
1		1		

$F(A,B,C) = \bar{A}C + \bar{B}C$

A \ BC	00	01	11	10
0		1	1	1
1		1		

$F(A,B,C) = \bar{B}C + \bar{A}B$

1.3 Tối thiểu hóa các hàm lôgic

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		
11	1	1		
10	1			1

$F(A,B,C,D) = B\bar{C} + \bar{B}\bar{D}$

1.3 Tối thiểu hóa các hàm lôgic

- Qui tắc 3: Trường hợp có những giá trị hàm là không xác định (không chắc chắn luôn bằng 0 hoặc không chắc chắn luôn bằng 1), có thể coi giá trị hàm là bằng 1 để xem có thể nhóm được với các ô mà giá trị hàm xác định bằng 1 hay không.

AB \ CD	00	01	11	10
00			1	1
01	1	1		
11	–	–	–	–
10			–	–

$F(A,B,C,D) = B\bar{C} + \bar{B}C$

Bài tập chương 1 (1/3)

1. Chứng minh các biểu thức sau:
   a) $\overline{AB + \bar{A}\bar{B}} = \bar{A}B + A\bar{B}$
   b) $AB + \bar{A}C = (A + C)(\bar{A} + B)$
   c) $\overline{AC + B\bar{C}} = \bar{A}C + \bar{B}\bar{C}$
2. Xây dựng bảng thật và viết biểu thức lôgic của hàm F xác định như sau:
   a) F(A,B,C) = 1 ứng với tổ hợp biến có số lượng biến bằng 1 là một số chẵn hoặc không có biến nào bằng 1. Các trường hợp khác thì hàm bằng 0
   b) F(A,B,C,D) = 1 ứng với tổ hợp biến có ít nhất 2 biến bằng 1. Các trường hợp khác thì hàm bằng 0.

Bài tập chương 1 (2/3)

3. Trong một cuộc thi có 3 giám khảo. Thí sinh chỉ đạt kết quả nếu có đa số giám khảo trở lên đánh giá đạt. Hãy biểu diễn mối quan hệ này bằng các phương pháp sau đây:
   a) Bảng thật
   b) Bìa Cac-nô
   c) Biểu đồ thời gian
   d) Biểu thức dạng tuyển chính quy
   e) Biểu thức dạng hội chính qui
   f) Các biểu thức ở câu d), e) dưới dạng số.

Bài tập chương 1 (3/3)

4. Tối thiểu hóa các hàm sau bằng phương pháp đại số:
   a) $F(A,B,C,D) = (A+BC) + \bar{A}(\bar{B}+\bar{C})(AD+C)$
   b) $F(A,B,C) = (A+B+C)(A+B+\bar{C})(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+B+\bar{C})$
5. Tối thiểu hóa các hàm sau bằng bìa Các-nô:
   a) F(A,B,C,D) = R(0,2,5,6,9,11,13,14)
   b) F(A,B,C,D) = R(1,3,5,8,9,13,14,15)
   c) F(A,B,C,D) = R(2,4,5,6,7,9,12,13)
   d) F(A,B,C,D) = I(1,4,6,7,9,10,12,13)
   e) F(A,B,C,D,E)=R(0,1,9,11,13,15,16,17, 20,21,25,26,27,30,31)

Giải bài tập chương 1

1. a)

$$\overline{AB+\bar{A}\,\bar{B}} = (\overline{AB})(\overline{\bar{A}\,\bar{B}})$$
$$=(\bar{A}+\bar{B})(A+B)$$
$$=A\bar{A}+\bar{A}B+A\bar{B}+\bar{B}B$$
$$=A\bar{B}+\bar{A}B$$

Giải bài tập chương 1

1. b)

$$AB+\bar{A}C=(A+C)(\bar{A}+B)$$
$$AB+\bar{A}C=(AB+\bar{A})(AB+C)$$
$$=(\bar{A}+B)(AB+C)$$
$$=\bar{A}AB+\bar{A}C+AB+BC$$
$$=\bar{A}C+BC+\bar{A}A+AB$$
$$=C(\bar{A}+B)+A(\bar{A}+B)$$
$$=(A+C)(\bar{A}+B)$$