

ĐỀ SỐ 7

1. Ở một xí nghiệp may mặc, sau khi may quần áo, người ta đóng thành từng kiện, mỗi kiện

3 bộ (3 quần, 3 áo). Khi đóng kiện thường có hiện tượng xếp nhầm số. Xác suất xếp quần đúng số là 0,8. Xác suất xếp áo đúng số là 0,7. Mỗi kiện gọi là được chấp nhận nếu số quần xếp đúng số và số áo xếp đúng số là bằng nhau.

- Kiểm tra 100 kiện. Tìm xác suất có 40 kiện được chấp nhận.
- Phải kiểm tra ít nhất bao nhiêu kiện để xác suất có ít nhất một kiện được chấp nhận không dưới 90%?

2. X (%) và Y (kg / mm^2) là 2 chỉ tiêu của một sản phẩm. Kiểm tra một số sản phẩm ta có:

X	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
Y					
115-125	7				
125-135	12	8	10		
135-145		20	15	2	
145-155		19	16	9	5
155-165				8	3

- Giả sử trung bình tiêu chuẩn của Y là $120kg / mm^2$. Cho nhận xét về tình hình sản xuất với mức ý nghĩa 1%.
- Sản phẩm có chỉ $X \geq 15\%$ là sản phẩm loại A. Ước lượng trung bình chỉ tiêu X của sản phẩm loại A với độ tin cậy 99%. Ước lượng điểm tỷ lệ sản phẩm loại A.
- Để ước lượng trung bình chỉ tiêu Y với độ chính xác 0, $6kg / mm^2$ thì đảm bảo độ tin cậy là bao nhiêu?
- Lập phương trình tương quan tuyến tính của X theo Y . Biết $Y = 145kg / mm^2$ dự đoán X .

BÀI GIẢI

1.

- $p(A)$: xác suất một kiện được chấp nhận

X_1 : số quần xếp đúng số trên 3 quần, $X_1 \in B(3; 0, 8)$

X_2 : số áo xếp đúng số trên 3 áo, $X_2 \in B(3; 0, 7)$

$$\begin{aligned}
 p(A) &= p[X_1 = 0, X_2 = 0] + p[X_1 = 1, X_2 = 1] + p[X_1 = 2, X_2 = 2] + p[X_1 = 3, X_2 = 3] \\
 &= C^0_0 \cdot 0,8^0 \cdot 0,2^3 + C^0_1 \cdot 0,8^1 \cdot 0,2^2 + C^0_2 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^1 + C^0_3 \cdot 0,8^3 \cdot 0,2^0 \\
 &= 0,36332
 \end{aligned}$$

X: số kiện được chấp nhận trong 100 kiện, $X \in B(100; 0,36332) \approx N(36,332; 23,132)$

$$\begin{aligned}
 p[X = 40] &= \frac{1}{npq} \phi\left(\frac{k - np}{\sqrt{npq}}\right) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{4,81}} \phi\left(\frac{40 - 36,332}{4,81}\right) = \frac{1}{\sqrt{4,81}} \phi(0,76) = 0,2898 \cdot \frac{1}{\sqrt{4,81}} = 0,062
 \end{aligned}$$

b. Gọi n là số kiện phải kiểm tra.

M: ít nhất một kiện được chấp nhận.

$$P(M) = 1 - \prod_{i=1}^n P(\bar{A}) = 1 - 0,63668^n \geq 0,9$$

$$0,63668^n \leq 0,1 \Rightarrow n \geq \log_{0,63668} 0,1 = 5,1 \rightarrow n \geq 6$$

Vậy phải kiểm tra ít nhất 6 kiện.

2.

$$a. H_0: \mu = 120$$

$$H_1: \mu \neq 120$$

$$n = 134, y = 142,01, s_y = 10,46$$

$$T_n = \frac{(y - \mu_0) \sqrt{n}}{s_y}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{x}$$

$$T_{in} = \frac{(142,01 - 120) \cdot 134}{10,46} = 24,358$$

$$t_{(0,01)} = 2,58$$

$|T_{in}| > t_{(0,01)}$: bác H_0 , sản xuất chỉ tiêu Y vượt tiêu chuẩn cho phép.
bỏ

b. $n_A = 27, x_A = 18,98, s_A = 2,3266,$

$$\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0,99 = 0,01$$

$$t_{(0,01;26)} = 2,779$$

$$x_A - t \cdot s_A \leq \mu \leq x_A + t \cdot s_A$$

$$\Rightarrow 18,98 - 2,779 \cdot \frac{2,3266}{27} \leq \mu \leq 18,98 + 2,779 \cdot \frac{2,3266}{27}$$

$$\text{Vậy } 17,74\% \leq \mu \leq 20,22\%$$

$$f_A = \frac{27}{134} = 0,2 \rightarrow p_A \approx 20\%$$

c. $n = 134, y = 142,0149, s_y = 10,4615, \rho = 0,6$

$$\frac{ts_y}{n_y} = \rho \rightarrow t = \rho \cdot \frac{n}{s_y} = 0,6 \cdot \frac{134}{10,4615} = 0,66$$

$$s_y$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = \Phi(0,66) = 0,7454 \rightarrow \alpha = (1 - 0,7454) \cdot 2 = 0,5092$$

$$\text{Độ tin cậy } \gamma = 1 - \alpha = 0,4908 = 49,08\%$$

d. $\frac{x - \bar{x}}{s_x} = r_{xy} \frac{y - \bar{y}}{s_y} \rightarrow x = -37,2088 + 0,3369 y$

$$s_x$$

$$x_{145} = -37,2088 + 0,3369 \cdot 145 = 11,641(\%)$$

ĐỀ SỐ 8

- Sản phẩm được đóng thành hộp. Mỗi hộp có 10 sản phẩm trong đó có 7 sản phẩm loại A. Người mua hàng quy định cách kiểm tra như sau: Từ hộp lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm, nếu cả 3 sản phẩm loại A thì nhận hộp đó, ngược lại thì loại. Giả sử kiểm tra 100 hộp.
 - Tính xác suất có 25 hộp được nhận.
 - Tính xác suất không quá 30 hộp được nhận.
 - Phải kiểm tra ít nhất bao nhiêu hộp để xác suất có ít nhất 1 hộp được nhận $\geq 95\%$?
- Tiến hành khảo sát số gạo bán hàng ngày tại một cửa hàng, ta có

x_i (kg)	110-125	125-140	140-155	155-170	170-185	185-200	200-215	215-230
n_i	2	9	12	25	30	20	13	4

- Giả sử chủ cửa hàng cho rằng trung bình mỗi ngày bán không quá 140kg thì tốt hơn là nghỉ bán. Từ số liệu điều tra, cửa hàng quyết định thế nào với mức ý nghĩa 0,01?
- Những ngày bán ≥ 200 kg là những ngày cao điểm. Ước lượng số tiền bán được trung bình trong ngày với độ tin cậy 99%, biết giá gạo là 5000/kg.
- Ước lượng tỷ lệ ngày cao điểm.
- Để ước lượng tỷ lệ ngày cao điểm với độ chính xác 5% thì đảm bảo độ tin cậy bao nhiêu?

BÀI GIẢI

1.

- A: biến cố 1 hộp được nhận.

$$p(A) = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = 0,29$$

X: số hộp được nhận trong 100 hộp. $X \in B(100; 0,29) \approx N(29; 20,59)$

$$\begin{aligned}
 p[X = 25] &= \frac{1}{npq} \phi\left(\frac{k - np}{\sqrt{npq}}\right) \\
 &= \frac{1}{20,59} \phi\left(\frac{25 - 29}{\sqrt{20,59}}\right) = \frac{1}{20,59} \phi\left(\frac{-0,88}{2,709}\right) = \frac{0,2709}{20,59} = 0,0597
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } P[0 \leq X \leq 30] &= \Phi\left(\frac{30 - 29}{20,59}\right) - \Phi\left(\frac{0 - 29}{20,59}\right) = \Phi(0,22) - \Phi(-6,39) \\ &= \Phi(6,39) + \Phi(0,22) - 1 = 0,5871 \end{aligned}$$

c. n: số hộp phải kiểm tra.

$$p = 1 - 0,71^n$$

$$1 - 0,71^n \geq 0,95 \Rightarrow 0,71^n \leq 0,05 \Rightarrow n \geq \log_{0,71} 0,05 = 8,7$$

Vậy phải kiểm tra ít nhất 9 hộp.

2.

$$\text{a. } H_0: \mu = 140$$

$$H_1: \mu \neq 140$$

$$n = 115, \bar{x} = 174,11, s_x = 23,8466$$

$$T_{tn} = \frac{(\bar{x} - \mu_0) \sqrt{n}}{s_x}$$

$$T_{tn} = \frac{(174,11 - 140) \sqrt{115}}{23,8466} = 15,34$$

$$t_{(0,01)} = 2,58$$

$|T_{tn}| > t_{(0,01;114)}$: bác H_0 , trung bình mỗi ngày cửa hàng bán hơn 140kg gạo.
bỏ

$$\text{b. } n_{cd} = 17, \bar{x}_{cd} = 211,03, s_{cd} = 6,5586$$

$$\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0,99 = 0,01$$

$$t_{(0,01;16)} = 2,921$$

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}} = t_{cd}$$

$$\frac{\bar{x}_{cd} - \mu}{\frac{s_{cd}}{\sqrt{n_c}}} = t_{cd} \Rightarrow \frac{211,03 - \mu}{\frac{6,5586}{\sqrt{17}}} \leq t_{cd} \leq \frac{211,03 + 2,921 \cdot 6,5586}{\sqrt{17}}$$

Vậy $206,38kg \leq \mu \leq 215,68kg$.

Số tiền thu được trong ngày cao điểm từ 515 950 đ đến 539 200 đ.

$$c. \quad f_{cd} = \frac{17}{115} = 0,1478 \quad p_{cd} \approx 14,78\%$$

$$d. \quad f_{cd} = 0,1478, n = 115, \alpha = 0,05$$

$$u = \frac{f_{cd}(1 - f_{cd})}{n} = \frac{0,1478 \cdot 0,8522}{115} \Rightarrow u = 0,0011 \Rightarrow \frac{1}{u} = 909,09$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = \Phi(u) = \Phi(1,51) = 0,9345 \Rightarrow \alpha = 2(1 - 0,9345) = 0,13$$

Độ tin cậy: $\gamma = 1 - \alpha = 0,87 = 87\%$.