

Trường đại học Bách Khoa Hà Nội

Viện Toán ứng dụng và Tin học

ĐỀ CƯƠNG BÀI TẬP XÁC XUẤT THỐNG KÊ

Nhóm biên soạn: TS. Tạ Anh Sơn

TS. Nguyễn Thị Ngọc Anh

Ths. Lê Xuân Lý

Ban cố vấn: PGS. TS. Tống Đình Quỳ

ThS. Nguyễn Doanh Bình

TS. Nguyễn Hữu Tiến

Hà nội 8/2015

Chương 1

Các sự kiện ngẫu nhiên và phép tính xác suất

1.1 Sự kiện ngẫu nhiên, định nghĩa xác suất, giải tích tổ hợp

Bài tập 1.1. Cho phương trình $x + y + z = 100$. Phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm:

1. nguyên dương,
2. nguyên không âm.

Bài tập 1.2. Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 tới 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để:

1. Tất cả tấm thẻ đều mang số chẵn,
2. Có đúng 5 số chia hết cho 3,
3. Có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có một số chia hết cho 10.

Bài tập 1.3. Ba nữ nhân viên phục vụ A, B và C thay nhau rửa đĩa chén và giả sử ba người này đều “khéo léo” như nhau. Trong một tháng có 4 chén bị vỡ. Tìm xác suất:

1. Chị A đánh vỡ 3 chén và chị B đánh vỡ 1 chén,
2. Một trong 3 người đánh vỡ 4 chén.

Bài tập 1.4. Một hộp có 10 quả cầu cùng kích cỡ được đánh số từ 0 đến 9. Từ hộp người ta lấy ngẫu nhiên 1 quả ra và ghi lại số của quả đó, sau đó trả lại vào trong hộp. Làm như vậy 5 lần ta thu được một dãy số có 5 chữ số.

1. Có bao nhiêu kết quả cho dãy số đó?
2. Có bao nhiêu kết quả cho dãy số đó sao cho các chữ số trong đó là khác nhau?

Bài tập 1.5. Trong một thành phố có 5 khách sạn. Có 3 khách du lịch đến thành phố đó, mỗi người chọn ngẫu nhiên một khách sạn. Tìm xác suất để:

1. Mỗi người ở một khách sạn khác nhau,
2. Có đúng 2 người ở cùng 1 khách sạn.

Bài tập 1.6. Một lớp có 3 tổ học sinh, trong đó tổ 1 có 12 người, tổ 2 có 10 người và tổ 3 có 15 người. Chọn hủ hoạ ra 1 nhóm học sinh gồm 4 người.

1. Tính xác suất để trong nhóm có đúng 1 học sinh tổ 1.
2. Biết trong nhóm có đúng 1 học sinh tổ 1, tính xác suất để trong nhóm đó có đúng 1 học sinh tổ 3.

Bài tập 1.7. Từ bộ bài tú lơ khơ 52 cây rút ngẫu nhiên và không quan tâm đến thứ tự 4 cây. Có bao nhiêu khả năng xảy ra trường hợp trong 4 cây đó có:

1. 4 cây đều là át,
2. có duy nhất 1 cây át,
3. có ít nhất 1 cây át,
4. có đủ 4 loại rô, cơ, bích, nhép.

Bài tập 1.8. Có 20 sinh viên, có bao nhiêu cách chọn ra 4 sinh viên không xét tới tính thứ tự tham gia câu lạc bộ Văn và 4 sinh viên tham gia câu lạc bộ Toán trong trường hợp:

1. một sinh viên chỉ tham gia nhiều nhất 1 câu lạc bộ,
2. một sinh viên có thể tham gia cả 2 câu lạc bộ.

Bài tập 1.9. Có 6 bạn Hoa, Trang, Vân , Anh, Thái, Trung ngồi quanh một bàn tròn để uống cà phê. Trong đó bạn Trang và Vân không ngồi cạnh nhau.

1. có bao nhiêu cách xếp 6 bạn này trên bàn tròn nếu tất cả các ghế là không phân biệt,
2. có bao nhiêu cách xếp 6 bạn này trên bàn tròn nếu tất cả các ghế có phân biệt.

Bài tập 1.10. Một phép thử: bao gồm tung 2 con xúc xắc, rồi ghi lại số chấm xuất hiện trên mỗi con. Gọi x, y là số chấm xuất hiện tương ứng trên con xúc xắc thứ 1 và thứ 2. Không gian mẫu $\Omega = \{(x, y) \mid 1 \leq x, y \leq 6\}$. Hãy liệt kê các phần tử của các sự kiện sau

1. A: tổng số chấm xuất hiện lớn hơn 8,
2. B: có ít nhất một con xúc xắc ra mặt 2 chấm,
3. C: con xúc xắc xanh có số chấm lớn hơn 4,
4. $A+B$, $A+C$, $B+C$, $A+B+C$, sau đó thể hiện thông qua sơ đồ Venn,
5. $A.B$, $A.C$, $B.C$, $A.B.C$. Sau đó thể hiện thông qua sơ đồ Venn.

Bài tập 1.11. Số lượng nhân viên của công ty A được phân loại theo lứa tuổi và giới tính như sau:

Tuổi /Giới tính	Nam	Nữ
Dưới 30	120	170
Từ 30-40	260	420
Trên 40	400	230

Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên một người của công ty thì được:

1. một nhân viên trong độ tuổi 30 – 40,
2. một nam nhân viên trên 40 tuổi,
3. một nữ nhân viên từ 40 tuổi trở xuống.

Bài tập 1.12. Hai người hẹn gặp nhau ở công viên trong khoảng thời gian từ 5h đến 6h để cùng đi tập thể dục. Hai người quy ước ai đến không thấy người kia sẽ chỉ chờ trong vòng 10 phút. Giả sử rằng thời điểm 2 người đến công viên là ngẫu nhiên trong khoảng từ 5h đến 6h. Tính xác suất để 2 người gặp nhau.

Bài tập 1.13. Gieo 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất 1 lần. Một con xúc xắc có số chấm các mặt là 1, 2, 3, 4, 5, 6, con xúc xắc còn lại có số chấm các mặt là 2, 3, 4, 5, 6, 6. Tính xác suất:

1. có đúng 1 con xúc xắc ra mặt 6 chấm,
2. có ít nhất 1 con xúc xắc ra mặt 6 chấm,
3. tổng số chấm xuất hiện bằng 7.

Bài tập 1.14. Một kiện hàng có 24 sản phẩm, trong số đó có 14 sản phẩm loại 1, 8 sản phẩm loại 2 và 2 sản phẩm loại 3. Người ta chọn ngẫu nhiên 4 sản phẩm để kiểm tra. Tính xác suất trong 4 sản phẩm đó

1. có 3 sản phẩm loại 1 và 1 sản phẩm loại 2,
2. có ít nhất 3 sản phẩm loại 1,
3. có ít nhất 1 sản phẩm loại 3.

Bài tập 1.15. Đội A có 3 người và đội B có 3 người tham gia vào một cuộc chạy thi, 6 người có khả năng như nhau và xuất phát cùng nhau. Tính xác suất để 3 người đội A về vị trí nhất, nhì, ba.

Bài tập 1.16. Việt Nam có 64 tỉnh thành, mỗi tỉnh thành có 2 đại biểu quốc hội. Người ta chọn ngẫu nhiên 64 đại biểu quốc hội để thành lập một ủy ban. Tính xác suất để:

1. trong ủy ban có ít nhất một người của tỉnh Phú Thọ,
2. mỗi tỉnh có đúng một đại biểu trong ủy ban.

Bài tập 1.17. Một đoàn tàu có 4 toa được đánh số 1, 2, 3, 4 đỗ ở sân ga. Có 6 hành khách từ sân ga lên tàu. Mỗi người độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để:

1. toa 1 có 3 người, toa 2 có 2 người và toa 3 có 1 người,
2. một toa có 3 người, một toa 2 người, một toa có 1 người,
3. mỗi toa có ít nhất 1 người.

Bài tập 1.18. Cho đoạn thẳng AB độ dài 10cm. Lấy một điểm C bất kỳ trên đoạn thẳng đó. Tính xác suất chênh lệch độ dài giữa hai đoạn thẳng AC và CB không vượt quá 4cm.

Bài tập 1.19. Cho đoạn thẳng AB độ dài 10cm. Lấy hai điểm C,D bất kỳ trên đoạn AB (C nằm giữa A và D). Tính xác suất độ dài AC, CD, DB tạo thành 3 cạnh một tam giác.

1.2 Công thức cộng và nhân xác suất, công thức Becnulli

Bài tập 1.20. Ba xạ thủ A, B, C độc lập với nhau cùng nổ súng vào bia. Xác suất bắn trúng của 3 người A, B và C tương ứng là 0.7, 0.6 và 0.9.

1. Tính xác suất để duy nhất 1 xạ thủ bắn trúng.
2. Tính xác suất để có ít nhất 1 xạ thủ bắn trúng.

Bài tập 1.21. Cho các sự kiện A, B với $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$; $P(A\bar{B}) = \frac{1}{8}$.

1. Tìm $P(\bar{A} + \bar{B})$,

2. Tìm $P(\overline{AB})$, $P(A + \overline{B})$.

Bài tập 1.22. Cho các sự kiện A, B, C thỏa mãn

$$P(A) = 0.3, \quad P(B|A) = 0.75, \quad P(B|\overline{A}) = 0.2$$

$$P(C|AB) = 0.2, \quad P(C|\overline{AB}) = 0.15$$

$$P(C|A\overline{B}) = 0.8, \quad P(C|\overline{A}\overline{B}) = 0.9$$

Tính các xác suất $P(ABC)$, $P(\overline{BC})$, $P(C)$, $P(A|\overline{BC})$.

Bài tập 1.23. Trong rạp có 100 chỗ được đánh số, 100 người có vé vào ngồi một cách ngẫu nhiên.

1. tìm xác suất để cả 100 người đều ngồi sai chỗ,
2. có đúng 2 người ngồi đúng chỗ.

Bài tập 1.24. Có 6 khẩu súng cũ và 4 khẩu súng mới, trong đó xác suất trúng khi bắn bằng súng cũ là 0,8, còn súng mới là 0,95. Bắn hủ hoạ bằng 1 khẩu súng thì thấy trúng, điều gì có khả năng xảy ra lớn hơn: bắn bằng khẩu súng mới hay bắn bằng khẩu súng cũ.

Bài tập 1.25. Một máy bay ném bom 1 mục tiêu phải bay qua 3 phòng tuyến. Xác suất để mỗi phòng tuyến tiêu diệt được máy bay là 0.8.

1. Tìm xác suất máy bay rơi trước khi đến mục tiêu.
2. Giả sử máy bay bị rơi, tìm xác suất để phòng tuyến 1 bắn rơi.

Muốn bảo vệ mục tiêu với xác suất 99.99% cần tổ chức bao nhiêu tuyến phòng thủ.

Bài tập 1.26. Theo thống kê xác suất để 2 ngày liên tiếp có mưa ở 1 thành phố vào mùa hè là 0.5; còn không mưa là 0.3. Biết các sự kiện có 1 ngày mưa, 1 ngày không mưa là đồng khả năng. Tính xác suất để ngày thứ 2 có mưa, biết ngày đầu không mưa.

Bài tập 1.27. Hai vận động viên bóng bàn A và B đấu 1 trận gồm tối đa 5 ván (không có kết quả hòa sau mỗi ván và trận đấu sẽ dừng nếu 1 người nào đó thắng trước 3 ván). Xác suất để A thắng được ở 1 ván là 0.7.

1. Tính các xác suất để A thắng sau x ván ($x = 3, 4, 5$).
2. Tính xác suất để trận đấu kết thúc sau 5 ván.

Bài tập 1.28. Một hộp chứa 10 quả cầu được đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp. Gọi R là sự kiện chọn được quả cầu có số chẵn, S là sự kiện chọn được quả cầu có số ≥ 6 và T là sự kiện chọn được quả cầu có số ≤ 4 . Hãy xét sự độc lập của các cặp biến cố (R, S) , (R, T) và (S, T) ?

Bài tập 1.29. Trên một bảng quảng cáo, người ta mắc hai hệ thống bóng đèn độc lập. Hệ thống I gồm 4 bóng mắc nối tiếp, hệ thống II gồm 3 bóng mắc song song. Khả năng bị hỏng của mỗi bóng trong 18 giờ thấp sáng liên tục là 0,1. Việc hỏng của mỗi bóng của mỗi hệ thống được xem như độc lập. Tính xác suất để

1. Cả hai hệ thống bị hỏng,
2. Chỉ có một hệ thống bị hỏng.

Bài tập 1.30. Một hộp chứa r bóng màu đỏ và b quả bóng màu xanh. Một quả bóng được chọn ngẫu nhiên và quan sát màu sắc của nó. Sau đó bóng được trả lại cho vào các hộp và k bóng cùng màu cũng được thêm vào hộp. Một quả bóng thứ hai sau đó được chọn một cách ngẫu nhiên, màu sắc của nó được quan sát, và nó được trả lại cho hộp với k bóng bổ sung cùng một màu. Quá trình này được lặp đi lặp lại 4 lần. Tính xác suất để ba quả bóng đầu tiên sẽ có màu đỏ và quả bóng thứ tư có màu xanh?

Bài tập 1.31. Ba người A, B và C lần lượt tung một đồng xu. Giả sử rằng A tung đồng xu đầu tiên, B tung thứ hai và thứ ba C tung, quá trình lặp đi lặp lại cho đến khi ai thắng bằng việc trở thành người đầu tiên thu được mặt ngửa. Xác định khả năng mà mỗi người sẽ giành chiến thắng.

Bài tập 1.32. Một cửa hàng sách ước lượng rằng: Trong tổng số các khách hàng đến cửa hàng có 30% khách cần hỏi nhân viên bán hàng, 20% khách mua sách và 15% khách thực hiện cả hai điều trên. Gặp ngẫu nhiên một khách trong nhà sách. Tính xác suất để người này

1. không thực hiện cả hai điều trên,
2. không mua sách, biết rằng người này đã hỏi nhân viên bán hàng.

Bài tập 1.33. Một cuộc khảo sát 1000 người về hoạt động thể dục thấy có 80% số người thích đi bộ và 60% thích đạp xe và buổi sáng, và tất cả mọi người đều tham gia ít nhất một trong hai hoạt động trên. Chọn ngẫu nhiên một người hoạt động thể dục. Nếu gặp được người thích đi xe đạp thì xác suất mà người đó không thích đi bộ là bao nhiêu?

Bài tập 1.34. Để thành lập đội tuyển quốc gia về một môn học, người ta tổ chức một cuộc thi tuyển gồm 3 vòng. Vòng thứ nhất lấy 80% thí sinh; vòng thứ hai lấy 70% thí sinh đã qua vòng thứ nhất và vòng thứ ba lấy 45% thí sinh đã qua vòng thứ hai. Để vào được đội tuyển, thí sinh phải vượt qua được cả 3 vòng thi. Tính xác suất để một thí sinh bất kỳ

1. Được vào đội tuyển,

2. Bị loại ở vòng thứ ba,
3. Bị loại ở vòng thứ hai, biết rằng thí sinh này bị loại.

Bài tập 1.35. Trong cùng một phép thử, A và B là các sự kiện thỏa mãn $P(A) = 1/4$, $P(B) = 1/2$. Tính xác suất để A không xảy ra nhưng B xảy ra trong các trường hợp sau:

1. A và B xung khắc
2. $A \Rightarrow B$
3. $P(A.B) = 1/8$

Bài tập 1.36. Cho hai sự kiện A và B trong đó $P(A) = 0.4$ và $P(B) = 0.7$. Xác định giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P(A.B)$ và $P(A+B)$ và điều kiện đạt được các giá trị đó.

Bài tập 1.37. Theo thống kê ở các gia đình có hai con thì xác suất để con thứ nhất và con thứ hai đều là nam là 0.27 và hai con đều là nữ là 0.23. Còn xác suất con thứ nhất và con thứ hai có một nam và một nữ là đồng khả năng. Biết sự kiện khi xét một gia đình được chọn ngẫu nhiên có con thứ nhất là nữ, tìm xác suất để con thứ hai là nam.

1.3 Công thức xác suất đầy đủ và công thức Bayet

Bài tập 1.38. Một xí nghiệp có 2 phân xưởng cùng sản xuất một loại sản phẩm. Số lượng sản phẩm của phân xưởng I gấp 4 của phân xưởng II. Biết tỷ lệ phế phẩm của phân xưởng I là 5%, còn của phân xưởng 2 là 8%. Tính xác suất để nếu lấy hủ họa ra được 1 sản phẩm tốt thì đó là sản phẩm của phân xưởng I.

Bài tập 1.39. Có 3 hộp: hộp thứ nhất có 3 bi đỏ, 2 bi trắng; hộp thứ 2 có 2 bi đỏ, 2 bi trắng; hộp thứ 3 không có viên nào. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất và 1 viên bi từ hộp thứ 2 bỏ vào hộp thứ 3. Sau đó từ hộp thứ 3 lấy ngẫu nhiên ra 1 viên bi.

1. Tính xác suất để viên bi đó màu đỏ.
2. Biết rằng viên bi lấy ra từ hộp thứ 3 là đỏ, tính xác suất để lúc đầu ta lấy được viên bi đỏ từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ 3.

Bài tập 1.40. Hộp I có 4 viên bi đỏ, 2 viên bi xanh; hộp II có 3 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh. Bỏ ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I sang hộp II, sau đó lại bỏ ngẫu nhiên một viên bi từ hộp II sang hộp I. Cuối cùng rút ngẫu nhiên từ hộp I ra một viên bi.

1. Tính xác suất để viên bi rút ra sau cùng màu đỏ.

2. Nếu viên rút ra sau cùng màu đỏ, tìm xác suất lúc ban đầu rút được viên bi đỏ ở hộp I cho vào hộp II.

Bài tập 1.41. Một chuồng gà có 9 con mái và 1 con trống, chuồng gà kia có 1 con mái và 5 con trống. Từ mỗi chuồng bắt ngẫu nhiên ra 1 con làm thịt. Các con gà còn lại được dồn vào chuồng thứ 3. Từ chuồng thứ 3 bắt ngẫu nhiên 1 con gà. Tìm xác suất để con gà bắt được ở chuồng 3 là gà trống.

Bài tập 1.42. Trong 1 kho rượu, số lượng rượu loại A và loại B bằng nhau. Người ta chọn ngẫu nhiên 1 chai và đưa cho 5 người nếm thử. Biết xác suất đoán đúng của mỗi người là 0,8. Có 3 người kết luận rượu loại A , 2 người kết luận rượu loại B . Hỏi khi đó xác suất chai rượu đó thuộc loại A là bao nhiêu?

Bài tập 1.43. Một đề thi trắc nghiệm giữa kỳ có 20 câu hỏi, mỗi câu có 4 đáp án trong đó chỉ có một đáp án đúng. Một sinh viên không học gì đi thi làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên mỗi câu một đáp án và làm hết 20 câu. Tính xác suất sinh viên đó làm đúng được:

1. đúng 5 câu,
2. ít nhất 2 câu,
3. đúng 10 câu, biết rằng sinh viên đó làm đúng được ít nhất 2 câu.

Bài tập 1.44. Có 3 hộp đựng bóng. Hộp 1 chứa 2 bóng xanh và 5 bóng đỏ. Hộp 2 chứa 5 bóng xanh và 3 bóng đỏ. Hộp 3 đựng 4 đỏ và 4 xanh. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất một lần: nếu thu được mặt một chấm thì lấy ngẫu nhiên ra một bóng từ hộp 1, nếu số chấm thu được là 2,3,4 thì lấy ngẫu nhiên ra một bóng từ hộp 2 và nếu số chấm là 5, 6 thì lấy ngẫu nhiên một bóng từ hộp 3. Tính xác suất quả bóng đỏ được lấy ra?

Bài tập 1.45. Một chiếc bình chứa 3 quả bóng màu đen và 5 quả bóng màu nâu cùng kích cỡ. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng ra xem xét. Nếu quả bóng lấy ra là màu nâu, ta sẽ trả lại bình 2 quả bóng màu nâu. Nếu quả bóng là màu đen thì không có bóng được trả lại vào bình. Một quả bóng sau đó được chọn ngẫu nhiên lần thứ hai.

1. Tính xác suất mà bóng được chọn ở lần thứ hai là màu nâu.
2. Biết rằng bóng đã chọn ở lần thứ hai là màu nâu. Tính xác suất mà bóng được chọn ở lần đầu tiên cũng là màu nâu.

Bài tập 1.46. Giả sử một xét nghiệm X cho kết quả dương tính (+) đối với những người nhiễm HIV với xác suất 95% và cho kết quả(+) đối với những người không nhiễm HIV với xác suất 1%. Một người đến từ địa phương có tỉ lệ nhiễm HIV là 1% được làm xét nghiệm X và cho kết quả(+). Tính xác suất để người này thực sự nhiễm HIV.

Bài tập 1.47. Một nhà máy sản xuất một chi tiết của máy vi tính có tỷ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn chất lượng là 85%. Trước khi xuất xưởng người ta dùng một thiết bị kiểm tra để kết luận sản phẩm có đạt yêu cầu chất lượng hay không. Thiết bị này có khả năng phát hiện đúng sản phẩm đạt tiêu chuẩn với xác suất là 0,9 và phát hiện đúng sản phẩm không đạt tiêu chuẩn với xác suất là 0,95. Tính xác suất để một sản phẩm được chọn ngẫu nhiên sau khi kiểm tra:

1. được kết luận là đạt tiêu chuẩn thì lại không đạt tiêu chuẩn,
2. được kết luận đúng với thực chất của nó,
3. được kết luận là đạt tiêu chuẩn.