

THỬ BÀN VỀ MỘT DẠNG TOÁN TIỂU HỌC

Dạy giải toán 4;5, đặc biệt toán nâng cao, ta gặp một dạng toán như sau - một dạng toán không khó nhưng có một số vấn đề cần bàn thêm về phương pháp HD học sinh giải toán:

Bài toán 1: Một bể có 3 vòi nước: hai vòi chảy vào và một vòi chảy ra. Biết rằng vòi thứ nhất chảy 6 giờ thì đầy bể, vòi thứ hai chảy 4 giờ thì đầy bể, vòi thứ ba tháo ra 8 giờ thì cạn bể. Bể đang cạn, nếu mở cả 3 vòi cùng một lúc thì sau bao lâu đầy bể?

(Bài 220- Toán BDHSG5-Sở GD-ĐT Hà Nội-1997).

Bài toán 2: Người ta cho một vòi nước chảy vào bể chưa có nước, giờ thứ nhất chảy được $\frac{2}{5}$ bể, giờ thứ hai chảy được $\frac{2}{5}$ bể.

a) Hỏi sau 2 giờ vòi nước đó chảy được mấy phần bể?

b) Nếu đã dùng hết một lượng nước bằng $\frac{1}{2}$ bể thì số nước còn lại là mấy phần bể?

(Bài tập 4 -trang 170- Toán 4-nxbgd 2009)

Đây là những bài toán thường được xếp vào nội dung luyện tập *các phép tính về phân số*.

Bài toán 1 được giải như sau:

$$1 \text{ giờ vòi I chảy vào bể được: } 1 : 6 = \frac{1}{6} \text{ (bể)}$$

$$1 \text{ giờ vòi II chảy vào bể được: } 1 : 4 = \frac{1}{4} \text{ (bể)}$$

$$1 \text{ giờ vòi III chảy vào bể được: } 1 : 8 = \frac{1}{8} \text{ (bể)}$$

1 giờ lượng nước còn lại trong bể khi mở cả 3 vòi một lúc là:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{7}{24} \text{ (bể)}$$

$$\text{Thời gian để bể đầy nước là: } 1 : \frac{7}{24} = \frac{24}{7} \text{ (giờ)} = 3\frac{3}{7} \text{ (giờ)}.$$

Bài giải bài toán 2

$$\text{Sau 2 giờ vòi nước đó chảy được là: } \frac{2}{5} \times 2 = \frac{4}{5} \text{ (bể)}$$

$$\text{Khi dùng hết } \frac{1}{2} \text{ bể thì lượng nước còn lại là: } \frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3}{10} \text{ (bể)}$$

Thông thường giáo viên chỉ quan tâm các bước tính, thực hiện đúng kết quả để đánh giá kỹ năng tính toán với phân số. Vấn đề tôi muốn trao đổi với các đồng nghiệp phương pháp hướng dẫn học sinh tiếp cận, tìm hiểu bản chất đề toán:

- Các bài toán có dạng trên đây thuộc loại toán điển hình nào trong toán tiểu học.
- 1 (một) ở đâu để chia (6;4;8 trong bài toán 1).
- Tại sao đơn vị lại là “bể”.

Giải quyết được các vấn đề trên đây giúp học sinh nhận định đúng đề toán, tìm ra cách giải, hiểu bản chất các bước tính, đặt đúng câu lời giải với các bài toán có dạng trên, mà có những bài khá phức tạp.

a/ Để giúp học sinh nắm dạng toán, giáo viên cho học sinh nhận ra những điểm giống nhau của các bài toán sau đây:

Bài toán 3: Quảng đường AB dài 180 km. Một ô tô đi từ A đến B mất 4 giờ, một xe máy đi từ B đến A mất 5 giờ. Hai xe khởi hành cùng một lúc. Hỏi kể từ lúc bắt đầu đi, sau mấy giờ ô tô gặp xe máy?

Bài toán 4: Người thứ nhất đi từ A đến B mất 3 giờ, người thứ hai đi từ B đến A mất 4 giờ. Cả hai cùng khởi hành một lúc thì sau bao lâu sẽ gặp nhau?

Bài toán 5: Bác Thành làm một công việc mất 3 giờ, bác Mai làm công việc đó phải mất 4 giờ. Hỏi cả hai bác cùng làm thì phải mất bao lâu mới xong công việc đó?

Bài toán 6: Vòi nước thứ nhất mỗi giờ chảy được $\frac{1}{5}$ thể tích của bể, vòi nước thứ hai mỗi giờ chảy được $\frac{3}{10}$ thể tích của bể. Hỏi cả hai vòi cùng chảy trong bao lâu thì bể đầy nước?

- Yêu cầu (câu hỏi) của cả 4 bài toán trên là : *Tìm thời gian.*

Trong toán tiểu học chỉ có toán Chuyển động đều là có yêu cầu Tìm thời gian.

- Cả 4 bài toán đều có một *khối lượng công việc* phải hoàn thành: một quãng đường, một công việc, một bể nước. Và cả 4 bài toán đều có một “*lực lượng*” để hoàn thành công việc đó.

- Trong 4 bài toán, có vẻ như chỉ bài 3, bài 4 là thuộc toán chuyển động đều, cách giải 2 bài toán này rõ ràng áp dụng phương pháp giải toán chuyển động đều.

Giải bài 5 và bài 6, cách giải hoàn toàn giống bài toán 4 (bài 6 đơn giản hơn).

Như vậy, có thể coi các bài toán 1;2;5;6 là các *dạng* (biến tướng) của toán *chuyển động đều*.

+ Đại lượng Thời gian: các bài toán là như nhau.

+ Quãng đường: do nội dung thực tế từng bài toán mà có thể là “ một công việc”, “ một bể nước”, “ một kho hàng”, một rổ cam”, ...

+ Vận tốc: có thể là “năng suất”, “mức làm việc”, “vận tốc” (vòi nước), “ mức bán-chia”, “ sức chở”,...

Nhận thức được vấn đề giúp giáo viên có quy trình hướng dẫn học sinh giải toán, khắc phục tình trạng:

- Chưa có một tài liệu nào hướng dẫn quy trình dạy giải các bài toán có dạng này.

- Giáo viên khi gặp các bài toán dạng này thường áp đặt bước giải (như giải bài 1;2) hoặc nêu câu hỏi, đưa ra kết quả trực tiếp, VD: Hỏi: *Làm xong công việc thì mất 3 giờ, vậy làm 1 giờ được mấy phần công việc?* KQ: *1 giờ bác Thành làm được $\frac{1}{3}$ (công việc).*

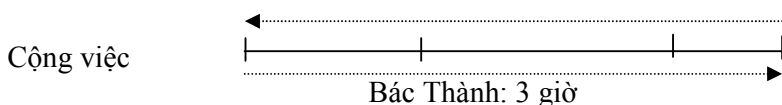
- Học sinh máy móc suy diễn, không hiểu bản chất bước tính và trừu tượng khi tìm đơn vị tính.

Ví dụ: Giải bài toán 5, giáo viên hướng dẫn học sinh:

- Bài toán hỏi gì? (Thời gian cả bác Thành và bác Mai cùng làm để hoàn thành công việc)	Thời gian cả 2 bác cùng hoàn thành công việc									
- Để biết 2 bác cùng hoàn thành công việc mất bao lâu ta làm gì? (lấy toàn bộ khối lượng công việc chia cho tổng năng suất của cả 2 bác).	Công việc : tổng năng suất cả 2 bác									
Làm thế nào để biết tổng năng suất của cả 2 bác? (lấy năng suất 2 người cộng lại với nhau)?	<table border="0"> <tr> <td>NS bác Thành</td> <td>+</td> <td>NS bác Mai</td> </tr> <tr> <td> </td> <td></td> <td> </td> </tr> <tr> <td>Công việc : t/gian bác Thành</td> <td></td> <td>Công việc : t/gian bác Mai</td> </tr> </table>	NS bác Thành	+	NS bác Mai				Công việc : t/gian bác Thành		Công việc : t/gian bác Mai
NS bác Thành	+	NS bác Mai								
Công việc : t/gian bác Thành		Công việc : t/gian bác Mai								
- Làm thế nào để tính năng suất mỗi người? (lấy toàn bộ công việc chia cho thời gian mà mỗi người làm một mình để hoàn thành công việc).										

Ta cũng có thể hướng dẫn giải bài toán bằng PP sơ đồ đoạn thẳng theo cách hướng dẫn giải bài toán chuyển động đều có 2 động tử chuyển động ngược chiều:

Bác Mai: 4 giờ



b/ Giáo viên giúp HS hiểu: 1 (một)- số bị chia trong các bước tính các bài toán dạng trên :

+ Giải bài toán 3 và bài toán 4, học sinh dễ dàng nhận ra cả 2 bài toán đều lấy quãng đường chia cho thời gian mỗi xe để tính vận tốc từng xe. Nhưng bài toán 3 quãng đường có độ dài là một số đo cụ thể (nên vận tốc tính được là cũng là một số đo cụ thể), còn bài toán 4 quãng đường chỉ là

một “quãng đường”, không có số đo cụ thể (nên vận tốc mỗi xe tính được là số phần quãng đường mà xe đó đi được trên một đơn vị thời gian).

+ Để HS hiểu thêm, GV đưa HS trở về với bài toán dẫn đến khái niệm phân số: Một quả cam chia cho 4 người cũng như một quãng đường chia cho 4 giờ.

+ Từ bài toán 4, khi hướng dẫn giải bài toán 5; 6, HS dễ nhận ra 1 ở mỗi bài toán là 1 công việc, 1 bể nước, ...

c/ Đơn vị trong các bài toán này khác các bài toán thông thường ở chỗ không là đơn vị cụ thể (quả, km lít, m³, sản phẩm, ...), giáo viên cho học sinh nhận ra sự tương tự trong các phép chia: số quả chia cho số người mỗi người được một số quả (đơn vị kết quả phép tính là “quả”; số km chia cho số giờ được số km/giờ; ... Nên “ công việc” chia cho số giờ được đơn vị ở kết quả phép tính là “công việc”, “bể” chia cho số giờ được đơn vị là “bể”.

d/ Từ những vấn đề trên cũng cần bàn thêm về câu lời giải trong mỗi bước tính khi giải các bài toán chuyển động đều.

Khi giải bài toán 3, các bước tính đầu tiên có 2 cách để đặt câu lời giải:

CI: Mỗi giờ ô tô đi được là: $180 : 4 = 45$ (km)

CII: Vận tốc của ô tô là: $180 : 4 = 45$ (km/giờ).

Khi câu lời giải đặt theo CI thì đơn vị chỉ là km, không thể là km/giờ, đặt theo CII thì ngược lại..

Từ đó để nói về những cách đặt lời giải sau đây:

Ví dụ khi giải bài toán 5, giáo viên (và cả một số sách hướng dẫn dạy giải toán) thường đặt câu lời giải cho các bước tính đầu tiên:

Mỗi giờ bác Thành làm được số phần công việc là: $1 : 3 = \frac{1}{2}$ (công việc)

* Tất cả các câu lời giải kiểu này, về cú pháp là thừa một từ, ở đây là từ “công việc”. Trong giải toán, câu lời giải là một câu khẳng định, cả câu lời giải và phép tính là một câu văn trọn vẹn.

* Đặt lời giải kiểu trên không giải quyết trọn vẹn nghĩa của bước tính: VD: (có bài toán)

Ô tô đi từ A đến B mất 0,5 giờ, xe máy đi từ B về A mất 1 giờ. Hai xe khởi hành cùng một lúc. Hỏi sau bao lâu hai xe gặp nhau? Nếu giải:

Mỗi giờ ô tô đi được số phần quãng đường là: $1 : 0,5 = 2$ (quãng đường) là hoàn toàn không được. Câu lời giải phải: Mỗi giờ ô tô đi được (là): ...

Cho nên bước giải trên phải là:

Mỗi giờ bác Thành làm được : $1 : 3 = \frac{1}{2}$ (công việc)

Với bài toán 1 ở trên (câu lời giải nêu lại nguyên vẹn trong sách trích dẫn) bước tính phải là:

Mỗi giờ vòi I chảy được: $1 : 6 = \frac{1}{6}$ (bể)

(là GV, chúng ta ai cũng biết “mỗi” khác “một”)

Thứ hướng dẫn học sinh giải một số bài toán theo hướng trên:

Bài toán 7: Hai người thợ cùng làm một công việc, nếu người thứ nhất làm một mình thì hết 10 giờ; người thứ hai làm một mình hết 15 giờ mới xong. Đầu tiên người thứ nhất làm một mình trong một số giờ sau đó người thứ hai làm tiếp một mình 11 giờ thì xong công việc. Hỏi người thứ nhất làm trong mấy giờ?

(Đề số 2 - Bộ đề dự tuyển giao lưu TTT/2008)

Hướng dẫn giải

-Thời gian làm việc của người thứ nhất = Phần CV người thứ nhất làm : NS người thứ nhất

-Phần CV người thứ nhất = CV - phần CV người thứ hai.

- CV người thứ hai = NS người thứ

Bài giải

Mỗi giờ người thứ nhất làm được:

$1 : 10 = \frac{1}{10}$ (công việc)

Mỗi giờ người thứ hai làm được:

$1 : 15 = \frac{1}{15}$ (công việc)

hai x thời gian người thứ hai làm việc (11 giờ).

- NS người thứ nhất = CV:10 (giờ)

- NS người thứ hai = CV:15 (giờ)

Người thứ hai làm trong 11 giờ được

$$\frac{1}{15} \times 11 = \frac{11}{15} \text{ (công việc)}$$

Người thứ nhất đã làm:

$$1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15} \text{ (công việc)}$$

Thời gian người thứ nhất đã làm là:

$$\frac{4}{15} : \frac{1}{10} = \frac{40}{15} \text{ (giờ)} = 2\frac{2}{3} \text{ giờ} \\ = 2 \text{ giờ } 40 \text{ phút}$$

Bài toán 8: Vòi nước thứ nhất chảy trong 5 giờ thì đầy một cái hồ, vòi nước thứ hai chảy bằng 1/2 vòi thứ nhất. Vòi thứ ba có thể tháo hết hồ đầy nước trong 14 giờ. Khi 2/7 hồ đã có nước, người ta mở cùng một lúc cả 3 vòi. Hỏi sau bao lâu hồ đầy nước?

(111 bài toán chọn lọc lớp 5 - Huỳnh Phi, Huỳnh Bảo Châu)

Hướng dẫn giải

- Thời gian để hồ đầy nước?
(= lượng nước cần bơm :
lượng nước còn lại sau mỗi
giờ - khi mở cả 3 vòi).

- Lượng nước cần bơm ?

(= cả hồ - $\frac{2}{7}$ hồ)

- Lượng nước còn lại sau
mỗi giờ?

(= tổng VT vòi I và vòi II -
VT vòi III).

- Vận tốc chảy mỗi vòi?

(= cả hồ : thời gian mỗi vòi
khi chảy một mình thì đầy (cạn) hồ).

Bài giải

Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được:

$$1 : 5 = \frac{1}{5} \text{ (hồ)}$$

Mỗi giờ vòi thứ hai chảy được:

$$\frac{1}{5} : 2 = \frac{1}{10} \text{ (hồ)}$$

Mỗi giờ cả 2 vòi chảy được:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10} \text{ (hồ)}$$

Mỗi giờ vòi thứ ba chảy ra hết:

$$1 : 14 = \frac{1}{14} \text{ (hồ)}$$

Lượng nước còn lại sau mỗi giờ khi mở cả 3

$$\text{vòi là: } \frac{3}{10} - \frac{1}{14} = \frac{8}{35} \text{ (hồ)}$$

Lượng nước cần bơm để đầy hồ là:

$$1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7} \text{ (hồ)}$$

Thời gian để hồ đầy là:

$$\frac{5}{7} : \frac{8}{35} = \frac{175}{36} \text{ (giờ)} = 2\frac{1}{8} \text{ giờ}$$

Rất mong nhận được sự góp ý và thảo luận thêm của các đồng nghiệp để vấn đề được sáng tỏ hơn.

Hoàng Thanh Cương

TH Quảng Lộc, Quảng Trạch, QB.

thanhcuong19@ymail.com