

VIII. PHƯƠNG PHÁP KHANG VIỆT

Hay còn gọi là PP ĐÁNH GIÁ LOẠI HÀM SỐ

Trong phần điện xoay chiều, có một loạt bài toán mà khi đi tìm lời giải, chúng ta phải trải qua nhiều phép biến đổi dài dòng, phức tạp, cách làm như vậy là không phù hợp đối với bài thi trắc nghiệm và đòi hỏi chúng ta phải tìm kiếm một phương pháp mới thật hay và sáng tạo để thay thế.

Trước thời điểm cuốn sách **Giải một bài toán bằng nhiều cách & Một cách cho nhiều loại bài toán vật lý** được ấn hành, chưa có cuốn sách nào, chưa có tài liệu nào chỉ ra phương pháp này cho các em, và chúng tôi - công ty Khang Việt vinh dự được đi đầu trong việc giới thiệu tới quý độc giả phương pháp tối ưu này và gọi là phương pháp Khang Việt - hay tạm gọi là phương pháp đánh giá loại hàm số.

Cơ sở toán học của phương pháp đánh giá loại (kiểu) hàm số:

Chúng ta biết rằng:

♣ Hàm số bậc 2 : $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

- Giá trị của x làm y cực trị ứng với tọa độ đỉnh $x_{CT} = \frac{-b}{2a}$ (1)

- Hai giá trị x_1, x_2 cho cùng một giá trị của hàm y , theo Viet thì thỏa mãn

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra giữa x_1, x_2 và x_{CT} có mối liên hệ:

$$\boxed{x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)} \text{ và tạm gọi nó là quan hệ hàm bậc 2.}$$

♣ Hàm số kiểu phân thức: $y = f(x) = ax + \frac{b}{x}$

- Cực trị của y ứng với $ax = \frac{b}{x}$ hay là $x_{CT} = \sqrt{\frac{b}{a}}$ (3)

- Hai giá trị x_1, x_2 cho cùng một giá trị của hàm y thì thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{a}$ (4)

Từ (3) và (4) ta suy ra giữa x_1, x_2 và x_{CT} có mối liên hệ:

$$\boxed{x_{CT} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}} \text{ và tạm gọi nó là quan hệ hàm phân thức.}$$

Trong các bài toán điện xoay chiều, mặc dù các đại lượng như cường độ dòng điện I , công suất P , hiệu điện thế trên tụ điện U_C , ... không phụ thuộc vào các đại lượng tần số góc ω , dung kháng Z_C , ... tưởng chừng là hàm bậc 2 hay là hàm phân thức chính tắc như trong toán học, nhưng nó có biểu thức dạng "tương tự" theo một hàm mũ hoặc kèm một vài hằng số nào đó. Lúc đó chúng ta vẫn có thể quan niệm nó thuộc một trong hai loại hàm trên.

Vì sau khi viết phương trình, nếu ta thấy chúng phụ thuộc nhau theo kiểu "hàm bậc 2" thì chúng phải có quan hệ hàm bậc 2:
$$x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

còn nếu ta thấy chúng phụ thuộc nhau theo kiểu "hàm phân thức" thì chúng phải có quan hệ hàm phân thức:
$$x_{CT} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$$

Trong đó: x_1, x_2 là các giá trị cho cùng một giá trị của hàm y .

x_{CT} là giá trị cho hàm y cực trị.

Ngay sau đây chúng ta sẽ tìm hiểu cách vận dụng

Ví dụ 1: Đặt điện áp xoay chiều $u = U_0 \cos \omega t$ (U_0 không đổi và ω thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R , cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp, với $CR^2 < 2L$. Khi $\omega = \omega_1$ hoặc $\omega = \omega_2$ thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện có cùng một giá trị. Khi $\omega = \omega_0$ thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện đạt cực đại. Hệ thức liên hệ giữa ω_1, ω_2 và ω_0 là

A. $\omega_0 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$

B. $\omega_0^2 = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2)$

C. $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$

D. $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right)$

(Trích ĐTTT vào các trường Đại học khối A, 2011)

Giải

Cách 1: Làm theo kiểu tự luận cổ điển

+ Việc thứ nhất, từ dữ kiện điện áp trên tụ như nhau $U_{1C} = U_{2C}$ ta biến đổi nhằm thu được biểu thức rút gọn.

Ta có:
$$\frac{1}{C\omega_1} \cdot \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2}} = \frac{1}{C\omega_2} \cdot \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow C^2 \omega_1^2 R^2 + (CL\omega_1^2 - 1)^2 = C^2 \omega_2^2 R^2 + (CL\omega_2^2 - 1)^2$$

$$\Rightarrow (\omega_1^2 - \omega_2^2) C^2 R^2 = (CL\omega_2^2 - 1)^2 - (CL\omega_1^2 - 1)^2$$

$$\Rightarrow (\omega_1^2 - \omega_2^2) C^2 R^2 = [CL(\omega_2^2 + \omega_1^2) - 2] \cdot [CL(\omega_2^2 - \omega_1^2)]$$

$$\Rightarrow CR^2 = 2L - CL^2(\omega_2^2 + \omega_1^2) \Rightarrow L^2(\omega_2^2 + \omega_1^2) = \frac{2L - CR^2}{C} \quad (a)$$

+ Việc thứ hai, xem điện áp trên tụ đạt cực đại khi nào.

$$\text{Ta có: } U_C = I \cdot Z_C = \frac{U \cdot Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{C \omega \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2} - \frac{2L}{C}}}$$

$$U_C = \frac{U}{C \sqrt{L^2 \omega^4 + (R^2 - 2\frac{L}{C})\omega^2 + \frac{1}{C^2}}} = \frac{U}{C \sqrt{y}}$$

$$\text{Đặt } \omega^2 = x \Rightarrow y = ax^2 + bx + d$$

$$\text{Để thấy } U_{C\max} \text{ khi } y_{\min}. \text{ Vì } a > 0 \text{ nên } y_{\min} = \frac{-\Delta}{4a} \text{ khi } x = \frac{-b}{2a}$$

$$\text{Tức là khi } \omega_0 = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \Leftrightarrow 2L^2 \omega_0^2 = \frac{2L - CR^2}{C} \quad (b)$$

$$\text{So sánh (a) và (b) ta được } 2\omega_0^2 = (\omega_1^2 + \omega_2^2)$$

\Rightarrow Đáp án B.

Cách 2: Phương pháp đánh giá loại hàm số của Khang Việt

Vì bài toán này xét về sự phụ thuộc của U_C theo ω nên ta viết:

$$U_C = I Z_C = \frac{U \cdot Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{C \sqrt{L^2 \omega^4 + \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right)\omega^2 + \frac{1}{C^2}}}$$

Thấy ngay U_C thuộc kiểu "hàm bậc 2" đối với ω^2 vì vậy phải có quan hệ

$$\text{hàm bậc 2: } x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \text{ tức là } \omega_0^2 = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2)$$

\Rightarrow Đáp án B.

Chú ý: Với bài toán có 2 giá trị của ω là ω_1 và ω_2 làm điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây thuần cảm có cùng một giá trị. Còn khi $\omega = \omega_0$ thì điện áp

hiệu dụng giữa hai đầu cuộn đạt cực đại. Nếu chúng ta cũng giải theo phương pháp đánh giá kiểu hàm số, thì chúng ta sẽ viết

$$U_L = I Z_L = \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U L}{\sqrt{\frac{1}{C^2} \left(\frac{1}{\omega^2} \right)^2 + \left(R^2 - 2 \frac{L}{C} \right) \left(\frac{1}{\omega^2} \right) + L^2}}$$

(a) và thấy U_L thuộc kiểu "hàm bậc 2" đối với $\frac{1}{\omega^2}$ nên CÓ NGAY mối liên hệ

giữa ω_1 , ω_2 và ω_0 là $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right)$ một cách nhanh chóng.

Ví dụ 2: Cho đoạn mạch RLC có L thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều có tần số f. Khi $L = L_1 = \frac{2}{\pi}$ H hoặc $L = L_2 = \frac{3}{\pi}$ H thì hiệu điện thế trên cuộn dây thuần cảm này là như nhau. Muốn hiệu điện thế trên cuộn dây đạt cực đại thì L phải bằng

A. $L = \frac{2,4}{\pi}$ H. B. $L = \frac{2,5}{\pi}$ H. C. $L = \frac{1}{\pi}$ H D. $L = \frac{5}{\pi}$ H

Giải

Cách 1: Làm theo kiểu tự luận cổ điển

+ Đây là bài toán L biến thiên, để hiệu điện thế trên cuộn dây thuần cảm

đạt cực đại thì $Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ (chỉ xin trình bày kết quả mà không lập

luận vì bài toán L biến thiên cho U_L^{\max} đã quá quen thuộc!)

Từ đó suy ra L cần tìm là: $L = \frac{R^2 + Z_C^2}{\omega \cdot Z_C} = \frac{R^2 + Z_C^2}{\omega \cdot \frac{1}{\omega C}} = [R^2 + Z_C^2] C \quad (1).$

+ Tiếp theo, từ đề ra ta có:

$$U_{L_1} = U_{L_2} \Rightarrow I_1 \cdot Z_{L_1} = I_2 \cdot Z_{L_2} \Rightarrow \frac{U}{Z_1} Z_{L_1} = \frac{U}{Z_2} Z_{L_2}$$

$$\text{Lược bỏ } U \Rightarrow \frac{\omega L_1}{\sqrt{R^2 + (\omega L_1 - Z_C)^2}} = \frac{\omega L_2}{\sqrt{R^2 + (\omega L_2 - Z_C)^2}}$$

Lược bỏ ω , bình phương 2 vế

$$\Rightarrow \frac{L_1^2}{R^2 + \omega^2 L_1^2 - 2 \frac{L_1}{C} + Z_C^2} = \frac{L_2^2}{R^2 + \omega^2 L_2^2 - 2 \frac{L_2}{C} + Z_C^2}$$

$$\text{Biến đổi ta được } L_1^2 \left[R^2 + \omega^2 L_2^2 - 2 \frac{L_2}{C} + Z_C^2 \right] = L_2^2 \left[R^2 + \omega^2 L_1^2 - 2 \frac{L_1}{C} + Z_C^2 \right]$$

$$\Rightarrow (L_1^2 - L_2^2) \left[R^2 + Z_C^2 \right] = \frac{2}{C} (L_1^2 L_2 - L_2^2 L_1)$$

$$\Rightarrow (L_1 + L_2)(L_1 - L_2) \left[R^2 + Z_C^2 \right] = \frac{2}{C} L_2 L_1 (L_1 - L_2)$$

$$\Rightarrow (L_1 + L_2) \left[R^2 + Z_C^2 \right] = \frac{2}{C} L_2 L_1$$

$$\Rightarrow \left[R^2 + Z_C^2 \right] C = \frac{2 L_1 L_2}{(L_1 + L_2)} \quad (2)$$

$$+ \text{ Đối chiếu (2) và (1) ta được } L = \frac{2 L_1 L_2}{(L_1 + L_2)}$$

$$\text{Thay số ta được } L = \frac{2 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{3}{\pi}}{\left(\frac{2}{\pi} + \frac{3}{\pi} \right)} = \frac{2,4}{\pi} \text{ H} \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

Cách 2: Phương pháp đánh giá loại hàm số của Khang Việt

Vì bài toán này xét về sự phụ thuộc của U_L theo L nên ta viết:

$$U_L = I Z_L = \frac{U \cdot Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \left(\frac{1}{Z_L} \right)^2 - 2 Z_C \left(\frac{1}{Z_L} \right) + 1}}$$

Thấy ngay U_L phụ thuộc kiểu "hàm bậc 2" đối với $\frac{1}{Z_L}$ vì vậy phải có quan

hệ hàm bậc 2: $x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ tức là

$$\frac{1}{Z_L} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} \right) \Rightarrow L = \frac{2 L_1 L_2}{(L_1 + L_2)} = \frac{2 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{3}{\pi}}{\left(\frac{2}{\pi} + \frac{3}{\pi} \right)} = \frac{2,4}{\pi} \text{ H} \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

Chú ý: Khi gặp bài toán C biến thiên, có 2 giá trị C_1, C_2 làm cho hiệu điện thế trên tụ trong hai trường hợp bằng nhau. Tìm C để hiệu điện thế trên tụ đạt cực đại, nếu làm theo phương pháp Khang Việt sẽ cho cách giải cực kỳ ngắn gọn, thực vậy, sau khi viết:

$$U_C = I Z_C = \frac{U Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \left(\frac{1}{Z_C}\right)^2 - 2Z_L \left(\frac{1}{Z_C}\right) + 1}}$$

Ta thấy ngay U_C phụ thuộc kiểu "hàm bậc 2" đối với $\frac{1}{Z_C}$ nên

$$\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}} \right) \text{ từ đây sẽ suy ra } C = \frac{C_1 + C_2}{2} !$$

Vận dụng: Cho mạch điện RLC nối tiếp, tụ có điện dung C thay đổi được. Khi

$$C_1 = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F hoặc } C_2 = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ điện}$$

có giá trị bằng nhau. Để hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại thì điện dung của tụ điện phải bằng

A. $\frac{2,5 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ B. $\frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ C. $\frac{1,5 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ D. $\frac{4 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F}$

Ví dụ 3: Đoạn mạch xoay chiều gồm điện trở thuần R, cuộn thuần cảm L và tụ điện C nối tiếp. Đặt vào mạch điện một điện áp xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng không đổi còn tần số góc ω thay đổi được. Khi $\omega = \omega_1 = 200\pi \text{ rad/s}$ hoặc $\omega = \omega_2 = 50\pi \text{ rad/s}$ thì công suất của đoạn mạch bằng nhau. Để công suất của đoạn mạch cực đại thì tần số góc ω phải bằng

A. $125\pi \text{ rad/s}$ B. $40\pi \text{ rad/s}$ C. $100\pi \text{ rad/s}$ D. $200\pi \text{ rad/s}$

Giải

Cách 1: Làm theo kiểu tự luận cổ điển

• Theo đề ra $P_1 = P_2$

$$\Rightarrow I_1^2 R = I_2^2 R \Rightarrow I_1^2 = I_2^2 \Rightarrow Z_1^2 = Z_2^2$$

$$\Rightarrow R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2 = R^2 + (Z_{L2} - Z_{C2})^2$$

$$\Rightarrow (Z_{L1} - Z_{C1})^2 = (Z_{L2} - Z_{C2})^2$$

Vậy xảy ra 2 khả năng, biến đổi chi tiết ta được

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right) = \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right) \\ \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right) = - \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\omega_1 L - \omega_2 L \right) = \left(\frac{1}{\omega_1 C} - \frac{1}{\omega_2 C} \right) \\ \left(\omega_1 L + \omega_2 L \right) = \left(\frac{1}{\omega_1 C} + \frac{1}{\omega_2 C} \right) \end{cases} \\
 & \Rightarrow \begin{cases} L(\omega_1 - \omega_2) = \frac{1}{C} \left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2} \right) \\ L(\omega_1 + \omega_2) = \frac{1}{C} \left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L(\omega_1 - \omega_2) = \frac{1}{C} \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1 \omega_2} \right) \\ L(\omega_1 + \omega_2) = \frac{1}{C} \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 \omega_2} \right) \end{cases} \\
 & \Rightarrow \begin{cases} LC = - \frac{1}{\omega_1 \omega_2} \\ LC = \frac{1}{\omega_1 \omega_2} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Chỉ có trường hợp $LC = \frac{1}{\omega_1 \omega_2}$ (1) là thỏa mãn

- Vì $R = \text{const}$, muốn công suất $P = I^2 R$ đạt cực đại thì I_{\max} tức là trong mạch phải xảy ra cộng hưởng điện, lúc đó $Z_L = Z_C$

$$\Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \text{ hay } \omega^2 = \frac{1}{LC} \quad (2)$$

- Từ (2) và (1) có $\omega^2 = \omega_1 \omega_2 \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2}}$

$$\text{Thay số } \omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{200\pi \cdot 50\pi} = 100\pi \text{ rad/s}$$

\Rightarrow Đáp án C.

Cách 2: Phương pháp đánh giá loại hàm số của Khang Việt

Vì bài toán này xét về sự phụ thuộc của P theo ω nên ta viết:

$$P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

Thấy ngay P phụ thuộc kiểu "hàm phân thức" đối với ω vì vậy phải có quan hệ hàm phân thức: $x_{CT} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$ tức là $\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$

$$\text{Thay số } \omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{200\pi \cdot 50\pi} = 100\pi \text{ rad/s}$$

\Rightarrow Đáp án C.

Chú ý : Sau này khi gặp bài toán ω biến thiên, thấy có 2 giá trị ω_1, ω_2 cũng cho cùng một cường độ dòng điện, hoặc cho cùng độ lớn của sự lệch pha giữa u và i , hoặc cùng $U_R \dots$ Tìm ω để có cộng hưởng điện (hay nói cách khác là $I = I_{\max}$ $\varphi_u = \varphi_i$; $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$; $(\cos\varphi)_{\max} = 1$; $P = P_{\max}$; $U_R = U_{R \max}$; ...) thì ta nên làm theo PP đánh giá kiểu hàm số để có mối liên hệ $\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ cho nhanh.

Ví dụ 4: Đặt hiệu điện thế xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch RLC, biết cuộn dây thuần cảm và giá trị L thay đổi được. Khi $L = L_1 = \frac{2,5}{\pi}$ H hoặc $L = L_2 = \frac{1,5}{\pi}$ H thì cường độ dòng điện trong mạch trong hai trường hợp bằng nhau. Để công suất tiêu thụ trong mạch đạt cực đại thì L phải bằng

A. $L = \frac{4}{\pi}$ H B. $L = \frac{2}{\pi}$ H C. $L = \frac{1}{\pi}$ H D. $L = \frac{0,5}{\pi}$ H

Giải

Cách 1: Làm theo kiểu tự luận cổ điển

• Theo đề ra $I_1 = I_2 \Rightarrow I_1^2 = I_2^2 \Rightarrow Z_1^2 = Z_2^2$

$\Rightarrow R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2 = R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2$

$\Rightarrow (Z_{L_1} - Z_C)^2 = (Z_{L_2} - Z_C)^2$

Vì $Z_{L_1} \neq Z_{L_2}$ nên: $Z_{L_1} - Z_C = -(Z_{L_2} - Z_C) \Rightarrow Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$ (1)

• Do đây là bài toán L biến thiên cho công suất của mạch cực đại nên trong mạch lúc đó xảy ra cộng hưởng điện $\Rightarrow Z_L = Z_C$ (2)

Đối chiếu (2) và (1) ta được $Z_L = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} \Rightarrow L = \frac{L_1 + L_2}{2}$

Thay số ta có $L = \frac{\frac{2,5}{\pi} + \frac{1,5}{\pi}}{2} = \frac{2}{\pi}$ H \Rightarrow Đáp án B.

Cách 2: Phương pháp đánh giá loại hàm số của Khang Việt

Ngoại trừ R biến thiên, còn đối với các trường hợp L hay C hay ω mà cho cùng I , cùng P, \dots thì đều tương tự nhau, vì vậy, mặc dù bài toán này nói là có

hai giá trị của L cho cùng I nhưng tìm L để P_{\max} thì ta chỉ cần làm một trong hai cách quan niệm sau :

Có 2 giá trị của L cho cùng I , tìm L để I_{\max} .

Có 2 giá trị của L cho cùng P , tìm L để P_{\max} .

sau đây là lời giải theo quan niệm thứ nhất

$$\text{Ta có: } I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{Z_L^2 - 2Z_C \cdot Z_L + (R^2 + Z_C^2)}}$$

Để thấy I phụ thuộc kiểu "hàm bậc 2" đối với Z_L vì vậy phải có quan hệ

$$\text{hàm bậc 2: } x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \text{ tức là } Z_L = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2} \Rightarrow L = \frac{L_1 + L_2}{2}$$

Các bạn cũng có thể tự giải theo quan điểm thứ hai!

Chú ý: Khi gặp bài toán C biến thiên, có 2 giá trị C_1, C_2 làm cho hoặc là $I_1 = I_2$ hoặc $P_1 = P_2$ hay hoặc là $|\varphi_1| = |\varphi_2|$. Tìm C để có cộng hưởng điện thì nên

làm theo cách thứ 2 để nhanh chóng thu được kết quả $Z_C = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2}$ rồi suy

$$\text{ra } \frac{1}{C} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \text{ hay } C = \frac{2C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Vận dụng: Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp, tụ có điện dung C thay đổi được.

Khi $C_1 = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ hoặc $C_2 = \frac{10^{-4}}{1,5\pi} \text{ F}$ thì công suất của mạch có giá trị bằng

nhau. Để công suất trong mạch cực đại thì giá trị của C phải bằng

$$\text{A. } \frac{2 \cdot 10^{-4}}{3\pi} \text{ F} \quad \text{B. } \frac{10^{-4}}{2\pi} \text{ F} \quad \text{C. } \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2\pi} \text{ F} \quad \text{D. } \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$$

Ví dụ 5: Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp. Cuộn dây không thuần cảm có điện trở thuần r , điện trở R thay đổi được. Khi $R = R_1$ hoặc $R = R_2$ thì mạch tiêu thụ công suất bằng nhau. Điều kiện của R để công suất trong mạch đạt giá trị cực đại là:

$$\begin{aligned} \text{A. } R &= \sqrt{(R_1 - r)(R_2 - r)} - r. & \text{B. } R &= \sqrt{(R_1 + r)(R_2 + r)} - r. \\ \text{C. } R &= \sqrt{2(R_1 + R_2)r} - r. & \text{D. } R &= \sqrt{(R_1 - r)(R_2 - r)} + r. \end{aligned}$$

Giải

Cách 1: Làm theo kiểu tự luận cổ điển

$$+ \text{ Công suất của mạch } P = I^2 (R + r) = \frac{U^2}{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} (R + r)$$

$$\Rightarrow P(R + r)^2 - U^2 (R + r) + P(Z_L - Z_C)^2 = 0$$

Theo định lý Vi-ét thì:

$$(R_1 + r) \cdot (R_2 + r) = \frac{c}{a} = \frac{P(Z_L - Z_C)^2}{P} = (Z_L - Z_C)^2 \quad (1)$$

$$+ \text{ Mặt khác theo bất đẳng thức Côsi: } P = \frac{U^2}{(R + r) + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{(R + r)}} \leq \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|}$$

$$\Rightarrow P = P_{\max} \Leftrightarrow (R + r) = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{(R + r)} \Rightarrow (R + r)^2 = (Z_L - Z_C)^2 \quad (2)$$

$$+ \text{ Từ (1) và (2) ta có } (R + r)^2 = (R_1 + r) \cdot (R_2 + r)$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{(R_1 + r) \cdot (R_2 + r)} - r \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Cách 2: Phương pháp đánh giá loại hàm số của Khang Việt

$$\text{Công suất của mạch } P = I^2 (R + r) = \frac{U^2}{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} (R + r)$$

$$\text{Hay } P = \frac{U^2}{(R + r) + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{(R + r)}}$$

Thấy ngay P phụ thuộc kiểu "hàm phân thức" đối với $(R + r)$ vì vậy phải có quan hệ hàm phân thức: $x_{CT} = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$ tức là $(R + r) = \sqrt{(R_1 + r)(R_2 + r)}$

$$\text{Suy ra } R = \sqrt{(R_1 + r)(R_2 + r)} - r \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

Ví dụ 6: Một máy phát điện xoay chiều một pha có điện trở không đáng kể, được mắc với mạch ngoài là một đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần L. Khi tốc độ quay của roto là n_1 và n_2 thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch có cùng giá trị. Khi tốc độ