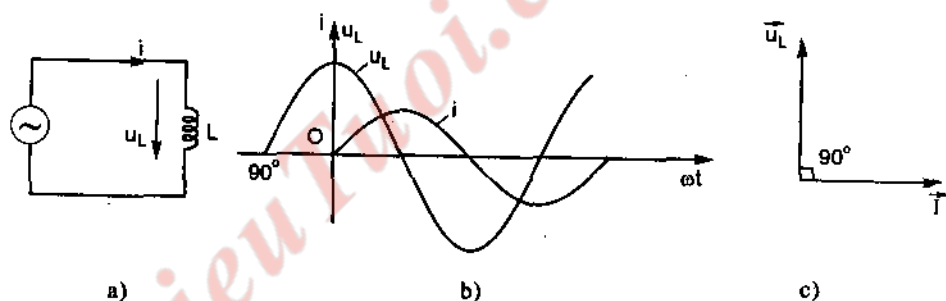


$$u_L = L \frac{d}{dt} (I\sqrt{2} \sin \omega t) = \omega LI \sqrt{2} \cos \omega t$$

$$= \omega LI \sqrt{2} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = U_L \sqrt{2} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$



Hình 3.12

So sánh biểu thức của i và u_L ta thấy :

- Quan hệ giữa trị số hiệu dụng của điện áp và dòng điện :

$$U_L = \omega LI \quad \text{hoặc} \quad I = \frac{U_L}{\omega L} = \frac{U_L}{X_L} \quad (3-9)$$

Đại lượng ωL có thứ nguyên của điện trở, được gọi là cảm kháng X_L có đơn vị là Ôm (Ω)

$$X_L = \omega L \quad (3-10)$$

- Dòng điện i và điện áp u_L có cùng tần số, song điện áp vượt trước dòng điện góc pha $\frac{\pi}{2}$ (hình 3.12b).

Đồ thị vector điện áp và dòng điện vẽ trên hình 3.12c.

Ví dụ 8 : Một cuộn dây thuần điện cảm $L = 0,015H$ đóng vào nguồn điện có điện áp $u = 100\sqrt{2} \sin \left(314t + \frac{\pi}{3} \right) V$.

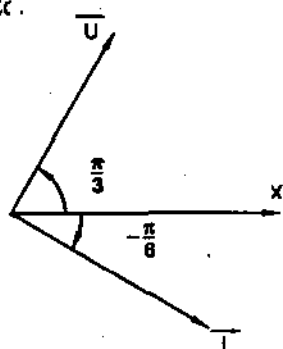
Tính trị số hiệu dụng I và góc pha đầu dòng điện Ψ_i .
Vẽ đồ thị vector dòng điện, điện áp.

Lời giải: Điện kháng của cuộn dây

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,015 = 4,71 \Omega$$

Trị số hiệu dụng dòng điện

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{100}{4,71} = 21,23 A$$



Hình 3.13

Góc pha đầu dòng điện

$$\psi_i = \psi_u - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6}$$

Trị số tức thời của dòng điện $i = 21,23\sqrt{2} \sin\left(314t - \frac{\pi}{6}\right)$

Đồ thị vectơ dòng điện, điện áp vẽ trên hình 3.13.

3. Nhánh thuần điện dung C

Khi ta đặt điện áp xoay chiều lên một tụ điện thuần điện dung C (hình 3.14a), điện áp trên tụ điện là u_C .

$$u_C = U_C \sqrt{2} \sin \omega t$$

Tụ điện được nạp điện tích $dq = Cdu_C$ và dòng điện chạy qua tụ điện là :

$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} = \frac{Cdu_C}{dt} = \frac{Cd}{dt} (U_C \sqrt{2} \sin \omega t) \\ &= \omega C U_C \sqrt{2} \cos \omega t = I \sqrt{2} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

So sánh biểu thức dòng điện và điện áp ta thấy :

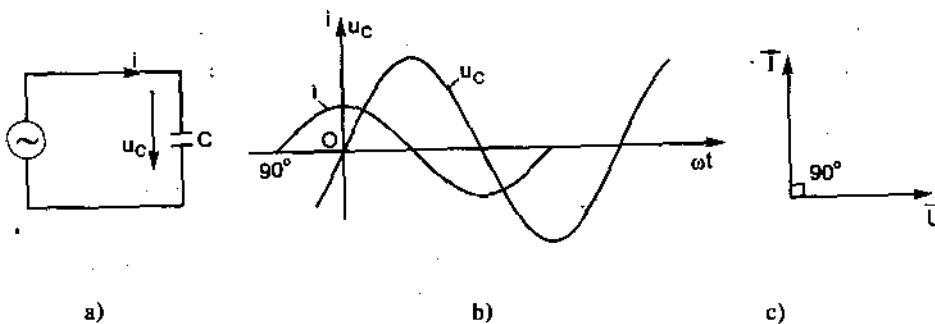
- Quan hệ giữa trị số hiệu dụng của dòng điện và điện áp là:

$$I = \omega C U_C = \frac{U_C}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U_C}{X_C} \quad (3-11a)$$

$$\text{hoặc} \quad U_C = I X_C \quad (3-11b)$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (3-12)$$

Đại lượng $X_C = \frac{1}{\omega C}$ có thứ nguyên của điện trở được gọi là dung kháng, đơn vị là Ôm (Ω).



Hình 3.14

- Dòng điện và điện áp có cùng tần số, song điện áp u_C chậm sau dòng điện i một góc pha $\frac{\pi}{2}$ (hoặc dòng điện i vượt trước điện áp u_C một góc $\frac{\pi}{2}$) (hình 3.14b).

Đồ thị vectơ dòng điện và điện áp vẽ trên hình 3.14c.

Ví dụ 9: Trị số tức thời của dòng điện chạy qua tụ điện có điện dung

$$C = 2 \cdot 10^{-3} \text{ F là } i = 100 \sqrt{2} \sin\left(314t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ A}$$

Tính trị số hiệu dụng và pha đầu của điện áp đặt lên tụ điện.

Lời giải : Dung kháng của tụ điện.

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 1,59 \Omega$$

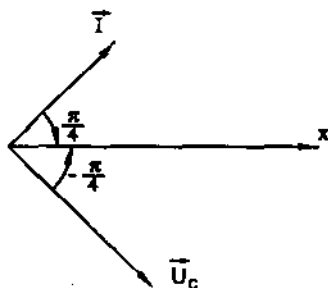
Trị số hiệu dụng điện áp trên tụ điện

$$U_C = X_C I = 1,59 \cdot 100 = 159 \text{ V}$$

Góc pha đầu của điện áp trên tụ điện là:

$$\psi_u = \psi_i - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4}$$

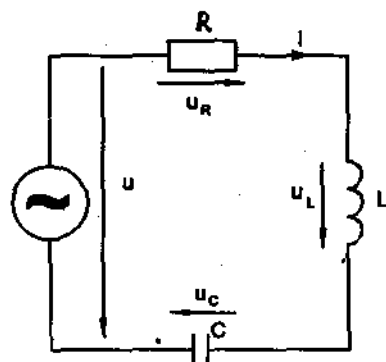
Đồ thị vectơ dòng điện, điện áp vẽ trên hình 3.15.



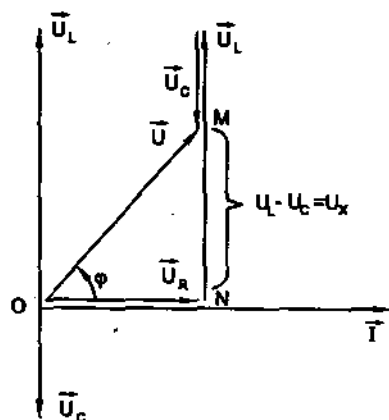
Hình 3.15

4. Nhánh điện trở, điện cảm, điện dung mắc nối tiếp

Khi cho dòng điện $i = I \sqrt{2} \sin \omega t$ chạy trong nhánh có L, R, C mắc nối tiếp, sẽ gây ra điện áp rơi trên điện trở u_R , trên điện cảm u_L , trên điện dung u_C (hình 3.16a).



a)



b)

Hình 3.16

Trị số tức thời của điện áp u ở hai đầu của nhánh là:

$$u = u_R + u_L + u_C$$

Biểu diễn bằng vectơ ta có:

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$$

Để vẽ đồ thị vectơ của mạch, trước hết ta vẽ vectơ dòng điện \vec{I} trùng với trục ox (vì pha đầu của dòng điện đã cho $\varphi_i = 0$), sau đó, dựa vào các quan hệ vectơ trong các nhánh thuần R, L, C vẽ vectơ \vec{U}_R có độ lớn $U_R = RI$ và trùng pha với dòng điện, vectơ \vec{U}_L có độ lớn $U_L = X_L I$ và vượt trước \vec{I} một góc 90° , vectơ \vec{U}_C có độ lớn $U_C = X_C I$ và chậm sau \vec{I} một góc 90° . Tiến hành cộng hình học các vectơ $\vec{U}_R, \vec{U}_L, \vec{U}_C$ ta được vectơ \vec{U} (hình 3.16b).

Từ tam giác vuông OMN ta có :

Trị số hiệu dụng của điện áp

$$\begin{aligned} U = OM &= \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{(RI)^2 + (X_L I - X_C I)^2} \\ &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \cdot I = zI \end{aligned}$$

Góc lệch pha giữa điện áp \vec{U} và dòng điện \vec{I} là :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{(X_L - X_C)I}{RI} = \frac{X_L - X_C}{R} \\ \varphi &= \operatorname{arctg} \frac{X_L - X_C}{R} \end{aligned}$$

Ta có kết luận sau :

- Quan hệ giữa trị số hiệu dụng của điện áp và dòng điện trong nhánh R, L, C nối tiếp là:

$$U = zI \quad \text{hoặc} \quad I = \frac{U}{z} \quad (3-13)$$

$$\text{Trong đó} \quad z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (3-14)$$

gọi là tổng trở của nhánh R, L, C nối tiếp.

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} \quad \text{gọi là điện kháng}$$

- Góc lệch pha φ giữa điện áp và dòng điện là :

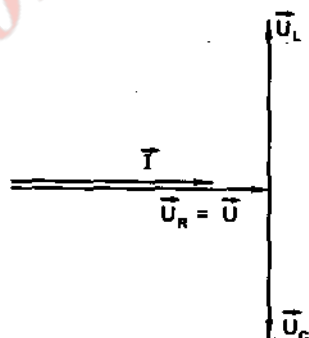
$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} \quad (3-15)$$

Khi $X_L > X_C$ nhánh có tính cảm, $\varphi > 0$, điện áp vượt trước dòng điện.

Khi $X_L < X_C$ nhánh có tính dung, $\varphi < 0$, điện áp chậm sau dòng điện.

Khi $X_L = X_C$, $X = X_L - X_C = 0$, $\varphi = 0$, điện áp trùng pha với dòng điện, nhánh R, L, C lúc này có hiện tượng cộng hưởng nối tiếp, dòng điện trong mạch có trị số lớn nhất $I = \frac{U}{R}$ và trùng pha với điện áp (hình 3.17).

Nếu mạch có $X_L = X_C \gg R$ thì trị số hiệu dụng điện áp U_L , U_C lớn hơn điện áp U rất nhiều.



Hình 3.17

Điều kiện để cộng hưởng nối tiếp là :

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

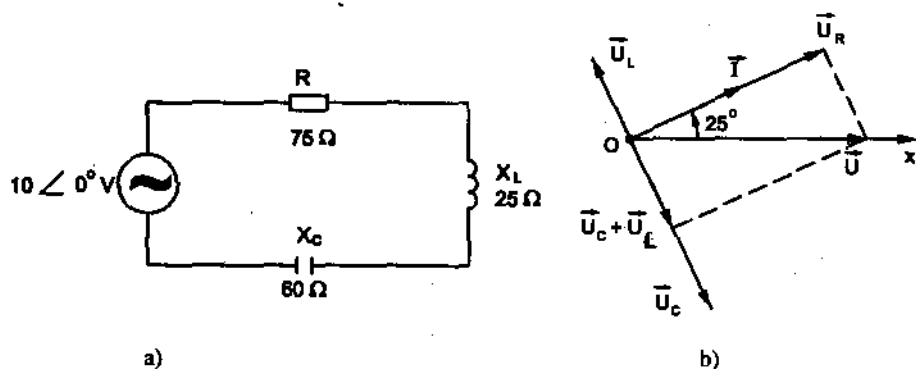
Tần số góc cộng hưởng là

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Ví dụ 10: Cho mạch điện có R, L, C nối tiếp (hình 3.18a), biết điện áp đầu cực của nguồn $u = 10\sqrt{2} \sin \omega t$.

Tính dòng điện I và điện áp trên các phần tử U_R , U_L , U_C . Vẽ đồ thị vectơ mạch điện.

Lời giải: Tổng trở của mạch điện có R, L, C nối tiếp



Hình 3.18

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{75^2 + (25 - 60)^2} = 82,8\Omega$$

Dòng điện I chạy trong mạch

$$I = \frac{U}{z} = \frac{10}{82,8} = 0,121A$$

Điện áp trên các phần tử

$$U_R = RI = 75 \cdot 0,121 = 9,08V$$

$$U_L = X_L I = 25 \cdot 0,121 = 3,03V$$

$$U_C = X_C I = 60 \cdot 0,121 = 7,27V$$

Góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện:

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{25 - 60}{75} = -0,466$$

$$\varphi = -25^\circ$$

$\varphi < 0$ cho ta biết dòng điện vượt trước điện áp.

Để vẽ đồ thị vectơ (hình 3.18b), trước hết vẽ vectơ điện áp trùng với trục ox ($\Psi_u = 0$) sau đó vẽ vectơ dòng điện \vec{I} vượt trước điện áp \vec{U} một góc 25° . Vectơ \vec{U}_R trùng pha với \vec{I} , vectơ \vec{U}_L vượt trước \vec{I} một góc 90° , vectơ \vec{U}_C chậm sau dòng điện \vec{I} một góc 90° . Chú ý: $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$

Ví dụ 11: Một mạch điện R, L, C nối tiếp (hình 3.19)

Điện áp đầu cực của nguồn $U = 20V$, tính dòng điện trong mạch khi tần số $f = 1kHz$ và $f = 2kHz$.

Lời giải:

a) Khi $f = 1kHz$

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 628\Omega.$$

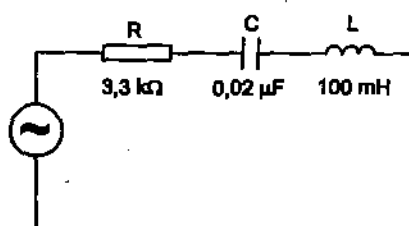
$$X_C = \frac{1}{2\pi fc} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-8}} = 7960\Omega.$$

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3300^2 + (628 - 7960)^2} = 8040\Omega$$

$$I = \frac{U}{z} = \frac{20}{8,04 \cdot 10^3} = 2,48 \cdot 10^{-3} A.$$

b) Khi $f = 2kHz$

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 1260\Omega.$$



Hình 3.19

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-8}} = 3980\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3300^2 + (1260 - 3980)^2} = 4280\Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{20}{4,28 \cdot 10^3} = 4,67 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

Ví dụ 12: Cho mạch điện R, L, C nối tiếp (hình 3.20a). Điện áp nguồn $U = 200\text{V}$; $f = 50\text{Hz}$. Xác định C để mạch có cộng hưởng nối tiếp. Tính dòng điện I và điện áp trên các phần tử U_R , U_L , U_C .

Lời giải : Để có cộng hưởng nối tiếp thì

$$X_C = X_L = 500\Omega.$$

Điện dung C của mạch điện

$$C = \frac{1}{2\pi fX_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 500} = 6,37 \cdot 10^{-6} \text{ F}.$$

Dòng điện khi cộng hưởng

$$I = \frac{U}{R} = \frac{200}{100} = 2 \text{ A}.$$

Điện áp trên điện trở bằng điện áp nguồn

$$U_R = U = 200\text{V}.$$

Điện áp trên điện cảm

$$U_L = X_L I = 500 \cdot 2 = 1000\text{V}.$$

Điện áp trên điện dung

$$U_C = X_C I = 500 \cdot 2 = 1000\text{V}.$$

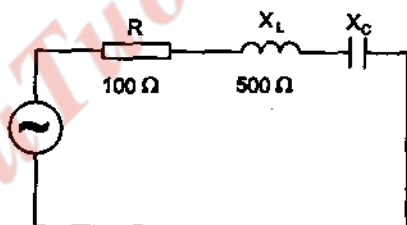
Điện áp U_L , U_C lớn hơn điện áp nguồn rất nhiều.

Đồ thị vector của mạch điện khi cộng hưởng vẽ trên hình 3.20b

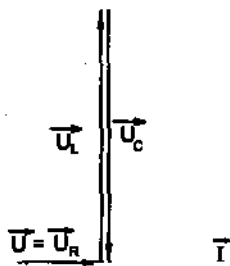
Ví dụ 13 : Mạch điện có R, L nối tiếp (hình 3.21a). Biết dòng điện $I = 0,2\text{mA}$, tần số dòng điện $f = 10\text{kHz}$.

a) Xác định điện áp U, U_R , U_L và vẽ đồ thị vector của mạch.

b) Thay L bằng C, cho biết dòng điện I có trị số không đổi. Xác định C và vẽ đồ thị vector trong trường hợp này.



a) Hình 3.20



b)

Lời giải:

a) *Mạch RL nối tiếp :*

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 6280\Omega$$

$$z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10000^2 + 6280^2} = 11800\Omega$$

$$U = zI = 11,8 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} = 2,36V$$

$$U_L = X_L I = 6,28 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} = 1,256V$$

$$U_R = RI = 10 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} = 2V$$

Đồ thị vectơ của mạch điện R, L vẽ trên hình 3.21b.

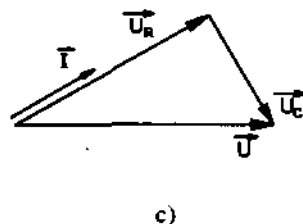
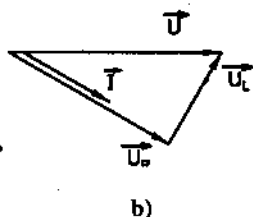
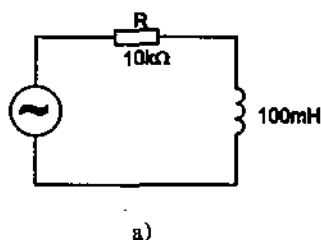
b) *Mạch RC nối tiếp :*

Vì I không đổi, nên tổng trở z không đổi. Từ biểu thức $z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ ta có:

$$X_C = \sqrt{z^2 - R^2} = \sqrt{11800^2 - 10000^2} = 6280\Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 6,28 \cdot 10^3} = 2,53 \cdot 10^{-9} F$$

Đồ thị vectơ của mạch điện R, C vẽ trên hình 3.21c.



Hình 3.21

3.6. CÔNG SUẤT CỦA DÒNG ĐIỆN HÌNH SIN

Trong mạch điện xoay chiều R, L, C nối tiếp có 2 quá trình năng lượng sau :

- Quá trình tiêu thụ điện năng và biến đổi sang dạng năng lượng khác (tiêu tán, không còn tồn tại trong mạch điện). Thông số đặc trưng cho quá trình này là điện trở R.

- Quá trình trao đổi, tích lũy năng lượng điện từ trường trong mạch. Thông số đặc trưng cho quá trình này là điện cảm L và điện dung C.

Tương ứng với 2 quá trình ấy, người ta đưa ra khái niệm công suất tác dụng P và công suất phản kháng Q .

1. Công suất tác dụng P

Công suất tác dụng P là công suất điện trở R tiêu thụ, đặc trưng cho quá trình biến đổi điện năng sang dạng năng lượng khác như nhiệt năng, quang năng,...

$$P = RI^2 \quad (3-16)$$

Từ đồ thị vectơ hình 3.16b

$$U_R = RI = U \cos \varphi$$

Thay vào (3-16) ta có

$$P = RI^2 = U_R I = UI \cos \varphi \quad (3-17)$$

Công suất tác dụng là công suất trung bình trong một chu kỳ.

2. Công suất phản kháng Q

Để đặc trưng cho cường độ quá trình trao đổi, tích lũy năng lượng điện từ trường, người ta đưa ra khái niệm công suất phản kháng Q .

$$Q = XI^2 = (X_L - X_C)I^2 \quad (3-18)$$

Từ đồ thị vectơ hình 3.16b

$$U_X = XI = U \sin \varphi$$

Thay vào (3-18) ta có

$$Q = XI^2 = U_X I = U \sin \varphi \quad (3-19)$$

Nhìn vào (3-18) thấy rõ công suất phản kháng của mạch gồm:

Công suất phản kháng của điện cảm Q_L

$$Q_L = X_L I^2 \quad (3-20)$$

Công suất phản kháng của điện dung Q_C

$$Q_C = -X_C I^2 \quad (3-21)$$

3. Công suất biểu kiến S

Để đặc trưng cho khả năng của thiết bị và nguồn thực hiện 2 quá trình năng lượng xét ở trên, người ta đưa ra khái niệm công suất biểu kiến S được định nghĩa như sau: