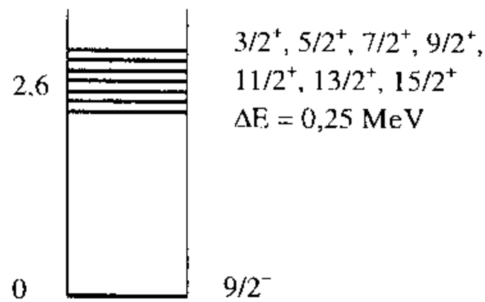
các mức này tương ứng với tất cả khả năng cộng các momen của lõi $J_{lõi} = 3$ và nucleon $J_{nucleon} = 9/2$, tức là từ $9/2 - 6/2 = 3/2$ đến $9/2 + 6/2 = 15/2$.



Hình 2.8. Nhóm 7 mức trong hạt nhân ${}_{83}Bi^{209}$.

Tiêu chuẩn ứng dụng mẫu liên kết yếu là:

$$\Delta E < E_{kt} \tag{2.23}$$

Trong đó E_{kt} là năng lượng kích thích của lõi còn ΔE là khoảng cách giữa các mức hạt nhân tương ứng với cùng một loại kích thích của lõi. Trong ví dụ trên, tiêu chuẩn này được thực hiện tốt. Như vậy tất cả các mức của hạt nhân ${}_{83}Bi^{209}$ thuộc về năng lượng kích thích 2,6 MeV, trong khi đó năng lượng tách các mức vào khoảng 200 keV. Trong trường hợp có nhiều hơn một nucleon nằm ngoài lõi thì tiêu chuẩn liên kết yếu không thực hiện tốt. Đối với lõi không hình cầu thì liên kết không khi nào yếu do năng lượng kích thích rất bé của các mức quay của lõi.

2.4.3. Các trạng thái một hạt trong hố thế không hình cầu

Khi chuyển từ hố thế đối xứng cầu sang hố thế không đối xứng cầu các số lượng tử ℓ và j không còn bảo toàn nữa. Nếu hố thế đối xứng trục thì hình chiếu m_j của j lên trục đối xứng vẫn là tích phân chuyển động, nhưng các mức tương ứng với các giá trị $|m_j|$ khác nhau sẽ có các năng lượng khác nhau. Khi chuyển sang hạt nhân quay, đại lượng m_j biến thành hình chiếu K của spin J trên trục đối xứng. Để mô tả đầy đủ một mức trong hố thế không hình cầu, ngoài hình chiếu K còn cần ba số lượng tử nữa. Ở đây không thể dùng bộ ba số $nj\ell$. Vì vậy thường dùng các số lượng tử tiệm cận khi biến dạng lớn còn các mức chỉ đánh số theo giá trị năng lượng kích thích tăng.

Một trong các hố thế thường dùng là hố thế không hình cầu Nilsson:

$$V(r) = \frac{1}{2}M\,(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) + C\,\vec{\ell}\,\vec{s} + D\,\vec{\ell}^{\,2} \tag{2.24}$$

Trong đó:

$$\omega_x^2 = \omega_y^2 = \omega_o^2(1 + \frac{2}{3}\beta);\ \ \omega_z^2 = \omega_0^2(1 - \frac{4}{3}\beta)$$

ω_o, C, D là các hằng số; $\beta = \Delta R/R$ là thông số biến dạng của hạt nhân, khi $\beta = 0$ thì hạt nhân đối xứng cầu. Đại lượng β có thể tính được từ các giá trị momen tứ cực điện Q của hạt nhân.

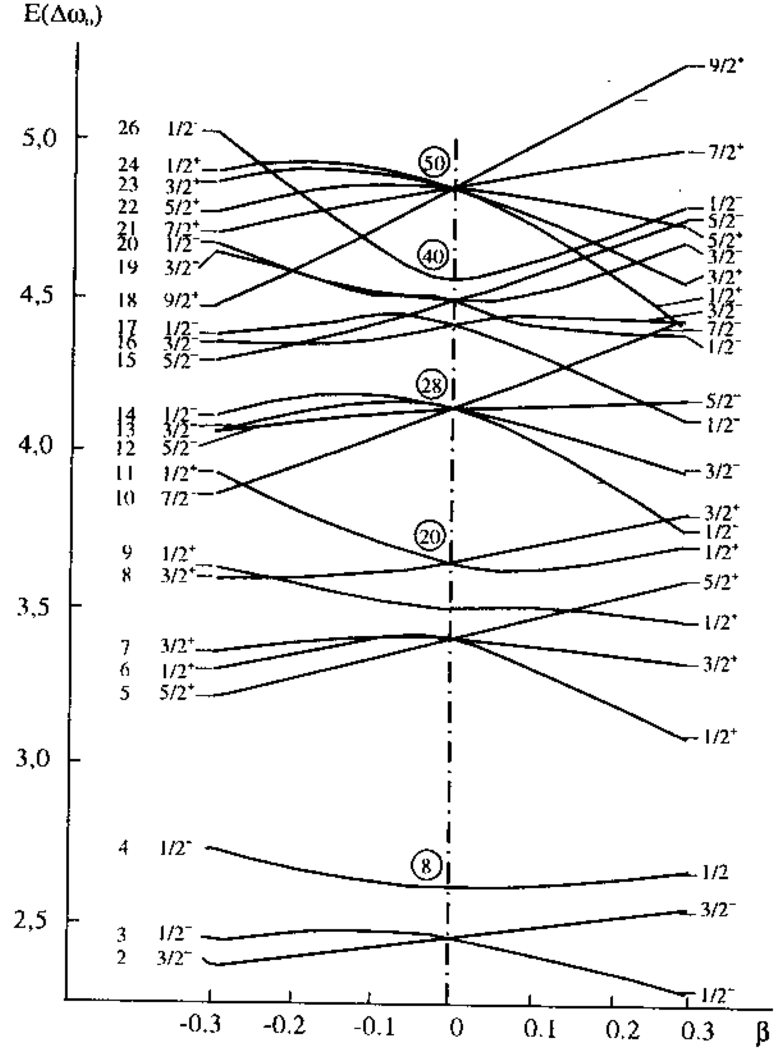
Ta hãy xác định ba số lượng tử tiệm cận khi biến dạng lớn. Khi đó hai số hạng cuối trong (2.24) có thể bỏ qua và chuyển động của nucleon trong hố thế Nilsson dẫn tới các dao động điều hòa độc lập theo ba trục. Năng lượng các dao động này bằng $\hbar n_1\omega_x$, $\hbar n_2\omega_y$, $\hbar n_3\omega_z$, trong đó n_1, n_2, n_3 = 0, 1, 2, ... Như vậy n_1, n_2, n_3 là các số lượng tử đặc trưng cho trạng thái của nucleon. Từ các số lượng tử này ta có thể nhận được ba số lượng tử khác là $N = n_1+n_2 + n_3$, n_3 và hình chiếu Λ của momen quỹ đạo trên trục đối xứng. Bộ ba số N, n_3 và Λ là ba số lượng tử cần xác định, chúng thường được sử dụng trong các tính toán.

Các kết quả tính toán với hố thế Nilsson với β từ –0,3 đến +0,3 được trình bày trên hình 2.9. Ta hãy xét ý nghĩa các mức kích thích.

Mức $p_{3/2}$ trong hố thế đối xứng cầu, khi $\beta = 0$, chứa 4 nucleon. Khi hạt nhân biến dạng, $\beta \neq 0$, mức này tách thành hai mức con tương ứng với hai cặp hình chiếu của vector $\vec{j}$ = 3/2 là ± 1/2 và ± 3/2. Cả hai mức con này đều có độ chẵn lẻ âm vì momen quỹ đạo $\ell = 1$. Mỗi mức con có thể chứa hai nucleon. Khi $\beta > 0$ mức con với $j_z = \pm 1/2$ được choán đầy trước và sau đó là mức con với $j_z = \pm 3/2$. Còn khi $\beta < 0$ thì ngược lại, mức con với $j_z = \pm 3/2$ được choán đầy trước và sau đó là mức con với $j_z = \pm 1/2$.

Cũng tương tự như vậy, mức $d_{5/2}$ được tách thành ba mức con tương ứng với ba cặp hình chiếu của vector $|\vec{j}| = 5/2$ là ± 1/2 , ± 3/2 và ± 5/2. Tất cả các mức con có độ chẵn lẻ dương do $\ell = 2$. Mỗi mức con có thể chứa hai nucleon. Khi $\beta > 0$ mức con với $j_z = \pm 1/2$ được choán đầy trước, sau đó là mức con với $j_z = \pm 3/2$ và cuối cùng là mức con với $j_z = \pm 5/2$. Còn khi $\beta < 0$ thì mức con với $j_z = \pm 5/2$ được choán đầy trước, sau đó là mức con với $j_z = \pm 1/2$ và cuối cùng là mức con với $j_z = \pm 3/2$.

Từ hình 2.9 ta thấy rằng, khi hạt nhân không biến dạng, số mức kích thích ít. Chúng tách ra khi hạt nhân biến dạng. Khi tăng tham số biến dạng, các mức ứng với một lớp vỏ giãn rộng dần ra. Với độ biến dạng cỡ $\beta = 0,3 - 0,4$, các vỏ bắt đầu gối đan xen vào nhau. Khi đó tính chất sắp xếp theo các lớp vỏ mất dần. Tuy nhiên khi tiếp tục tăng độ biến dạng, đã chứng minh được rằng, các nhóm vỏ mới lại xuất hiện. Các nhóm vỏ này đóng vai trò quan trọng trong lý thuyết đồng phân phân chia tự phát.



Hình 2.9. Sự phụ thuộc vị trí các mức vào độ biến dạng β trong hố thế tự hợp Nilsson. Các số cột bên trái: Số thứ tự các mức. Các số trong vòng tròn: Số các hạt khi choán đầy các vỏ trong hố thế đối xứng cầu.

2.4.4. Các trạng thái quay

Trong hạt nhân đối xứng trục, hình chiếu spin J lên trục đối xứng bằng K. Khi đó năng lượng của trạng thái quay là:

$$E_{rot} = \frac{J^2 - K^2}{2I_{eff}} = \frac{\hbar^2}{2I_{eff}}\left[J(J+1) - K(K+1)\right] \qquad (2.25)$$

Trong đó I_{eff} là momen quán tính hiệu dụng:

$$I_{eff} = I_0\,(\Delta R/R)^2 \qquad (2.26)$$

với I_0 là momen quán tính của vật rắn có cùng hình dạng như hạt nhân.

Ta hãy xem xét hạt nhân chẵn-chẵn và các dịch chuyển đến trạng thái cơ bản (K = 0). Khi đó:

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2I_{eff}} J(J+1) \qquad (2.27)$$

Trong đó J = 0, 2, 4, 6, ... Theo (2.27) năng lượng các mức quay bằng:

$E_0 = 0$

$E_1 = 3\hbar^2/I_{eff}$

$E_2 = 10\hbar^2/I_{eff}$

$E_3 = 21\hbar^2/I_{eff}$

$E_4 = 36\hbar^2/I_{eff}$

$E_5 = 55\hbar^2/I_{eff}$

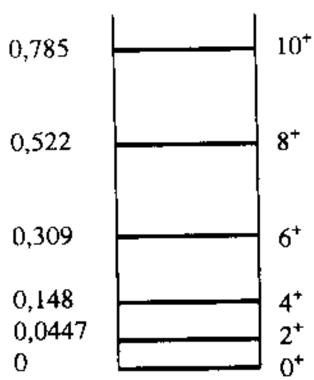
Như vậy:

$$E_1 : E_2 : E_3 : E_4 : E_5 : \ldots = 1 : 10/3 : 7 : 12 : 55/3 : \ldots \qquad (2.28)$$

Để làm ví dụ ta xét hệ các mức quay của hạt nhân ${}_{92}U^{238}$ (hình 2.10). Từ hình này thấy rằng spin và độ chẵn lẻ của các mức chính xác tương ứng với quy luật của chuỗi các mức quay và

$E_1 : E_2 : E_3 : E_4 : E_5 = 1 : 3{,}32 : 6{,}92 : 11{,}7 : 17{,}6$

gần trùng với các tỉ lệ nêu trong công thức (2.28).



Hình 2.10. Hệ các mức quay của hạt nhân ${}_{92}U^{238}$.

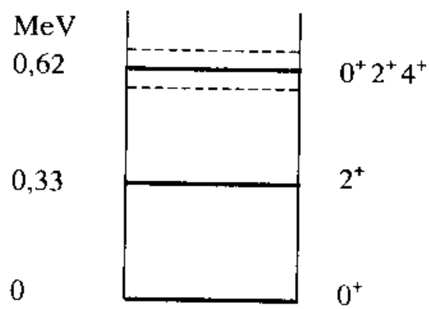
Ngoài ra năng lượng kích thích đối với mức quay đầu tiên E_1 vào khoảng 40 -50 keV đối với các hạt nhân nặng ($A \approx 240$) và vào khoảng 80 -90 keV đối với các hạt nhân đất hiếm (A = 150 -160). Gần các số magic thì $E_1 \to \infty$, bởi vì hạt nhân cầu không có các trạng thái quay.

2.4.5. Các mức dao động

Khi có một số ít nucleon dư nằm ngoài lõi thì lõi sẽ dao động do sự tương tác của các nucleon với bề mặt lõi. Dao động này được đặc trưng bởi các mức có khoảng cách đều nhau theo công thức:

$$E = \hbar n\omega \quad \text{với} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{2.29}$$

và các giá trị spin và độ chẵn lẻ xác định. Chẳng hạn lượng tử của dao động tứ cực có giá trị spin và chẵn lẻ 2^+. Khi đó trạng thái kích thích thứ nhất do dao động (n = 1) phải đặc trưng bởi giá trị 2^+, còn trạng thái kích thích thứ hai tương ứng với sự kích thích 2 lượng tử (n = 2) là một bộ ba với các trạng thái 0^+, 2^+ và 4^+. Hình 2.11 minh họa một sơ đồ mức tiêu biểu đối với các phổ dao động. Mức năng lượng dao động thứ nhất khoảng 0,33 MeV là khá bé so với khoảng cách giữa các mức một hạt.



Hình 2.11. Sơ đồ mức tiêu biểu đối với các phổ dao động.

2.4.6. Dao động của tất cả các nucleon trong hạt nhân và các cộng hưởng lớn

Cộng hưởng lớn của các đa cực khác nhau được coi như các loại dao động khác nhau của tất cả các nucleon trong hạt nhân. Đây là biểu hiện đặc trưng nhất của kích thích tập thể của hạt nhân. Các tính chất chính của các cộng hưởng lớn là:

a) Các cộng hưởng lớn được quan sát ở nhiều hạt nhân, như vậy đây là tính chất phổ biến của các hạt nhân.

b) Độ rộng Γ của các cộng hưởng lớn có giá trị lớn, vào khoảng vài MeV.

c) Vị trí của cộng hưởng lớn biến thiên theo hàm $A^{-1/3}$ theo thang năng lượng.

Cộng hưởng lớn gồm các loại cộng hưởng lưỡng cực, cộng hưởng tứ cực, cộng hưởng bát cực, cộng hưởng đơn cực, ... sau đây sẽ trình bày ngắn gọn các loại cộng hưởng này.

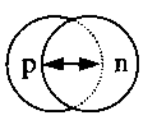
2.4.6.1. Cộng hưởng lưỡng cực E1(1⁻)

Cộng hưởng lớn đầu tiên được khám phá năm 1947 trong phản ứng hạt nhân do lượng tử γ gây ra. Đối với nhiều hạt nhân, từ các hạt nhân nhẹ như ${}_6C^{12}$ đến các hạt nhân nặng như ${}_{82}Pb^{208}$, ${}_{92}U^{238}$ đều tìm thấy các đỉnh tiết diện rộng cỡ Γ = 3 – 10 MeV do E_γ = 20 – 25 MeV đối với các hạt nhân nhẹ, E_γ = 17 – 19 MeV đối với các hạt nhân trung bình và E_γ = 13 – 15 MeV đối với các hạt nhân nặng. Để giải thích các cộng hưởng lớn này người ta giả thuyết rằng đám các proton dịch chuyển so với đám các neutron trong hạt nhân dưới tác dụng của điện trường của trường điện từ do các lượng tử γ gây ra. Khi đó hạt nhân tạo nên một lưỡng cực điện (hình 2.13) và dao động lưỡng cực điện này làm xuất hiện cộng hưởng lớn. Do đó cộng hưởng này được phân loại là cộng hưởng lớn lưỡng cực điện đồng vector. Từ "đồng vector" xuất phát từ sự thay đổi spin đồng vị ΔT = 1 khi thay proton bằng neutron do chúng ngược pha nhau. Vị trí của cộng hưởng lớn lưỡng cực đối với các hạt nhân nặng có năng lượng được xác định theo biểu thức sau:

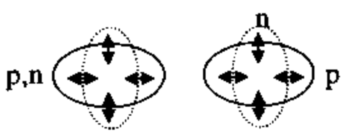
$$W = 78A^{-1/3}\ \text{MeV} \tag{2.30}$$

Đối với dải rộng khối lượng hạt nhân, người ta dùng công thức:

$$W = 31{,}2A^{-1/3} + 20{,}6A^{-1/6}\ \text{MeV} \tag{2.31}$$



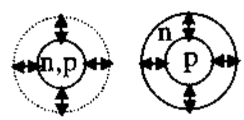
Hình 2.12. Lưỡng cực điện



a) b)

Hình 2.13. Tứ cực điện

Hình 2.14. Bát cực điện



a) b)

Hình 2.15. Đơn cực điện

2.4.6.2. Cộng hưởng tứ cực E2(2⁺)

Cộng hưởng này được phát hiện năm 1971 khi nghiên cứu tán xạ electron không đàn hồi và tán xạ proton không đàn hồi. Dưới tác dụng của điện trường do các electron và proton gây ra, các đám proton và neutron trong hạt nhân dịch chuyển tạo thành tứ cực điện (hình 2.13a). Kết quả thực nghiệm cho thấy, ngoài cộng hưởng lớn, lưỡng cực điện còn có cộng hưởng khác với năng lượng hơi thấp hơn. Sau khi đo phân bố góc, đây chính là cộng hưởng tứ cực. Việc nghiên cứu một cách hệ thống cộng hưởng lớn tứ cực nhờ tán xạ không đàn hồi của hạt alpha năng lượng 96 MeV lên các hạt nhân với $14 \leq A \leq 208$ cho thấy, đối với tất cả các hạt nhân nghiên cứu, các cộng hưởng lớn có năng lượng kích thích bằng:

$$W = 63A^{-1/3}\ \text{MeV} \qquad (2.32)$$

Độ rộng của các đỉnh cộng hưởng giảm từ $\Gamma = 6$ MeV đối với $A = 40$ đến $\Gamma = 3$ MeV đối với $A = 208$. Do proton và neutron dao động cùng pha nên spin đồng vị không thay đổi, $\Delta T = 0$, khi thay chúng cho nhau. Các cộng hưởng này được phân loại là cộng hưởng lớn tứ cực đồng vô hướng.

Ngoài các cộng hưởng tứ cực đồng vô hướng còn quan sát được các cộng hưởng tứ cực đồng vector ($\Delta T = 1$). Cơ chế cộng hưởng này được thể hiện trên hình 3.13b, trong đó các proton và các neutron chuyển động ngược pha nhau. Năng lượng các cộng hưởng này bằng:

$$W = 130A^{-1/3}\ \text{MeV} \qquad (2.33)$$

2.4.6.3. Cộng hưởng bát cực E3(3⁻)

Trong nhiều hạt nhân ($66 \leq A \leq 200$), cộng hưởng lớn bát cực đồng vô hướng 3^- được phát hiện với độ rộng $\Gamma = 1 - 2$ MeV (hình 2.14). Năng lượng kích thích đối với cộng hưởng này bằng:

$$W = 30A^{-1/3}\ \text{MeV} \qquad (2.34)$$

Ngoài ra còn có các cộng hưởng lớn bát cực đồng vô hướng với $\Gamma = 6 - 7$ MeV ở vùng năng lượng cao:

$$W = 110A^{-1/3}\ \text{MeV} \qquad (2.35)$$

2.4.6.4. Cộng hưởng đơn cực E0(0⁺)

Năm 1975, khi nghiên cứu phổ tán xạ không đàn hồi của deutron năng lượng 80 MeV lên các hạt nhân Ca^{40}, Zr^{90} và Pb^{208} và so sánh với phổ tán xạ không đàn hồi của alpha 96 MeV đã phát hiện các cộng hưởng lớn đơn cực đồng vô hướng với dịch chuyển E0 và $\Delta T = 0$ (hình 3.15a) tại các giá trị năng lượng:

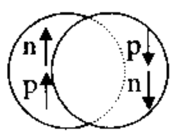
$$W = 80A^{-1/3}\ \text{MeV} \qquad (2.36)$$

Ngoài ra cũng xác định được các cộng hưởng lớn đơn cực đồng vector theo sơ đồ 2.15b.

Năm 1983 đo được các cộng hưởng lớn đơn cực, tứ cực và bát cực khi nghiên cứu phản ứng của Li^6 93 MeV với một số hạt nhân.

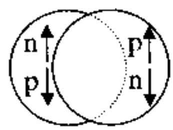
2.4.6.5. Các cộng hưởng lớn từ tính và Gamow-Teller

Các cộng hưởng lớn từ tính đồng vô hướng M0, M1 và M2 được hình thành nhờ việc tái sắp xếp các momen từ . Hình 2.16a minh họa cơ chế cộng hưởng lưỡng cực từ, trong đó các nucleon với spin hướng lên và spin hướng xuống di chuyển ngược chiều nhau. Cộng hưởng lớn Gamow-Teller được nghiên cứu năm 1979 (lưỡng cực, đồng vector, từ tính, 1^+) trong phản ứng (p,n). Cơ chế kích thích được minh họa trên hình 2.16b với các đặc trưng $\Delta J = 1$ và $\Delta T = 1$. Hiện nay cộng hưởng lớn Gamow-Teller được tìm thấy đối với hơn 20 hạt nhân, từ Li^7 đến Pb^{208}.



$\Delta J = 1, \Delta T = 0$

a)



$\Delta J = 1, \Delta T = 1$

b)

Hình 2.16. Cơ chế các cộng hưởng lớn từ tính.
a) Cộng hưởng lớn từ tính. b) Cộng hưởng lớn Gamow-Teller.

2.5. BÀI TẬP

2.5.1. Các bài tập ví dụ

Ví dụ 2.1. Nhờ mẫu vỏ hạt nhân, hãy miêu tả các cấu hình của các trạng thái cơ bản các hạt nhân Li^7, C^{13} và Mg^{25}.

Bài giải. Theo bảng 2.2, lớp thứ nhất có 1 trạng thái $1s_{1/2}$ gồm 2 proton và 2 neutron nên có 4 nucleon. Lớp thứ 2 có 2 trạng thái $1p_{3/2}$ và $1p_{1/2}$, trong đó trạng thái $1p_{3/2}$ có $2\times(2\times3/2 + 1) = 8$ nucleon và trạng thái $1p_{1/2}$ có $2\times(2\times1/2 + 1) = 4$ nucleon. Lớp thứ 3 có 3 trạng thái $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$ và $1d_{3/2}$ ứng với số nucleon là $2\times(2\times5/2 + 1) = 12$, $2\times(2\times1/2 + 1) = 4$ và $2\times(2\times3/2 + 1) = 8$. Lớp thứ 4 có 5 trạng thái là $1f_{7/2}$ (16 nucleon), $2p_{3/2}$ (8 nucleon), $1f_{5/2}$ (12 nucleon), $2p_{1/2}$ (4 nucleon) và $1g_{9/2}$ (20 nucleon). Từ các cấu hình nêu trên có thể xác định các cấu hình cụ thể của các hạt nhân như sau:

Hạt nhân ${}_3Li^7$: Cấu hình $1s^4_{1/2}\,1p^3_{3/2}$

Hạt nhân ${}_6C^{13}$: Cấu hình $1s^4_{1/2}\,1p^8_{3/2}\,1p^1_{1/2}$

Hạt nhân $_{12}Mg^{25}$: Cấu hình $1\,s^4_{1/2}\,1\,p^8_{3/2}\,1\,p^4_{1/2}\,1\,d^9_{5/2}$

Ví dụ 2.2. Nhờ mẫu vỏ hạt nhân hãy xác định spin và độ chẵn lẻ của các trạng thái cơ bản các hạt nhân O^{17}, Si^{29}, K^{39}, Sc^{45} và Cu^{63}.

Bài giải. Tham khảo ví dụ 2.1.

Trạng thái cơ bản của hạt nhân O^{17}: $1\,s^4_{1/2}\,1\,p^8_{3/2}\,1\,p^4_{1/2}\,1\,d^1_{5/2}$. Spin hạt nhân được xác định bởi momen toàn phần j của nucleon không bắt cặp, do đó J = j = 5/2. Độ chẵn lẻ của hạt nhân được xác định bởi số lượng tử quỹ đạo ℓ của nucleon không bắt cặp theo công thức $(-1)^\ell$. Do nucleon không bắt cặp có $\ell = 2$ nên $\pi = (-1)^2 = +1$. Vậy hạt nhân O^{17} có J = 5/2 và $\pi = +1$.

Trạng thái cơ bản của hạt nhân Si^{29}: $1\,s^4_{1/2}\,1\,p^8_{3/2}\,1\,p^4_{1/2}\,1\,d^{12}_{5/2}\,2\,s^1_{1/2}$. Spin và độ chẵn lẻ của hạt nhân được xác định bởi momen toàn phần j = 1/2 và momen quỹ đạo $\ell = 0$ của nucleon không bắt cặp. Vậy hạt nhân Si^{29} có J=1/2 và $\pi = +1$.

Trạng thái cơ bản của hạt nhân K^{39}:

$$1\,s^4_{1/2}\,1\,p^8_{3/2}\,1\,p^4_{1/2}\,1\,d^{12}_{5/2}\,2\,s^4_{1/2}\,1\,d^7_{3/2}$$

Trạng thái $d_{3/2}$ có 7 nucleon, trong đó 6 nucleon đánh cặp và thừa một nucleon với j = 3/2 và $\ell = 2$. Vậy nucleon này quyết định spin và độ chẵn lẻ của hạt nhân K^{39}, tức là J = 3/2 và $\pi = +1$.

Trạng thái cơ bản của hạt nhân Sc^{45}:

$$1\,s^4_{1/2}\,1\,p^8_{3/2}\,1\,p^4_{1/2}\,1\,d^{12}_{5/2}\,2\,s^4_{1/2}\,1\,d^8_{3/2}\,1\,f^5_{7/2}$$

Trạng thái $f_{7/2}$ có 5 nucleon, trong đó 4 nucleon đánh cặp và thừa một nucleon với j = 7/2 và $\ell = 3$. Vậy nucleon này quyết định spin và độ chẵn lẻ của hạt nhân Sc^{45}, tức là J = 7/2 và $\pi = (-1)^3 = -1$.

Trạng thái cơ bản của hạt nhân Cu^{63}:

$$1\,s^4_{1/2}\,1\,p^8_{3/2}\,1\,p^4_{1/2}\,1\,d^{12}_{5/2}\,2\,s^4_{1/2}\,1\,d^8_{3/2}\,1\,f^{16}_{7/2}\,2\,p^7_{3/2}$$

Trạng thái $p_{3/2}$ có 7 nucleon, trong đó 6 nucleon đánh cặp và thừa một nucleon với j = 3/2 và $\ell = 1$. Vậy nucleon này quyết định spin và độ chẵn lẻ của hạt nhân Cu^{63}, tức là J = 3/2 và $\pi = (-1)^1 = -1$.

Tóm tắt các thông số của các hạt nhân như sau:

	O^{17}	Si^{29}	K^{39}	Sc^{45}	Cu^{63}
J	5/2	1/ 2	3/2	7/2	3/2
π	+1	+1	+1	-1	-1

Ví dụ 2.3. Sử dụng mô hình vector hãy chứng minh rằng hệ số từ hồi chuyển của nucleon ở trạng thái ℓ và j được biểu thị theo công thức (2.15) như sau:

$$g_j = g_\ell \pm \frac{g_s - g_\ell}{2\ell+1}$$

Trong đó dấu "+" đối với $j = \ell + 1/2$ và dấu "–" đối với $j = \ell - 1/2$, g_s và g_ℓ là các hệ số từ hồi chuyển spin và quỹ đạo.

Bài giải. Từ mô hình vector (hình 2.17) ta có $\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s}$ và $\vec{\mu}_j = \vec{\mu}_\ell + \vec{\mu}_s$. Trong đó $\vec{\mu}_\ell // \vec{\ell}$, $\vec{\mu}_s // \vec{s}$ nhưng $\vec{\mu}_j$ không song song với $\vec{j}$. Vì vậy người ta tính hình chiếu của $\vec{\mu}_j$ xuống phương $\vec{j}$ và được momen từ hiệu dụng $\vec{\mu}$.

Nhân cả hai vế của biểu thức $\vec{\mu}_j = \vec{\mu}_\ell + \vec{\mu}_s$ với $\vec{j}$ ta được:

$$\vec{\mu}_j \vec{j} = \vec{\mu}_\ell \vec{j} + \vec{\mu}_s \vec{j}$$

Đặt $\mu = |\vec{\mu}_j|\cos(\vec{\mu}_j, \vec{j})\mu_o$, $\mu_\ell = g_\ell|\vec{\ell}|\mu_o$ và $\mu_s = g_s|\vec{s}|\mu_o$ thì:

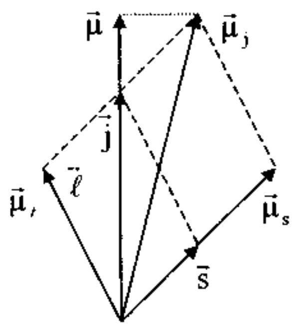
$$\mu = \mu_s\cos(\vec{s}, \vec{j}) + \mu_\ell\cos(\vec{\ell}, \vec{j})$$

Thay vào công thức này

$$\mu_s = g_s|\vec{s}|\mu_0;\ \mu_\ell = g_\ell|\vec{\ell}|\mu_0;$$

$$\cos(\vec{s}, \vec{j}) = \frac{\vec{j}^2 - \vec{\ell}^2 + \vec{s}^2}{2|\vec{s}||\vec{j}|};$$

$$\cos(\vec{\ell}, \vec{j}) = \frac{\vec{j}^2 + \vec{\ell}^2 - \vec{s}^2}{2|\vec{\ell}||\vec{j}|}.$$



Hình 2.17

Trong đó $|\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)}$; $|\vec{\ell}| = \sqrt{\ell(\ell+1)}$; $|\vec{j}| = \sqrt{j(j+1)}$; $\mu_o = 5{,}05.10^{-24}$ erg/G là magneton Bohr hạt nhân.

$$\mu = \mu_s\cos(\vec{s}, \vec{j}) + \mu_\ell\cos(\vec{\ell}, \vec{j})$$

$$= g_s|\vec{s}|\mu_o \frac{\vec{j}^2 - \vec{\ell}^2 + \vec{s}^2}{2|\vec{s}||\vec{j}|} + g_\ell|\vec{\ell}|\mu_o \frac{\vec{j}^2 + \vec{\ell}^2 - \vec{s}^2}{2|\vec{\ell}||\vec{j}|}$$

$$= |\vec{j}| \frac{g_s + g_\ell}{2}\mu_o + \frac{\mu_0}{2|\vec{j}|}[g_s(-\vec{\ell}^2 + \vec{s}^2) + g_\ell(\vec{\ell}^2 - \vec{s}^2)]$$

$$= [\frac{g_s + g_\ell}{2} + \frac{g_s - g_\ell}{2}\frac{\vec{s}^2 - \vec{\ell}^2}{2\vec{j}^2}]|\vec{j}|\mu_o$$