TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

KHOA ĐÀO TẠO GIÁO VIÊN MẦM NON

Nguyễn Thị Tuyết Mai

ĐỀ CƯƠNG BÀI GIẢNG

TOÁN CƠ SỞ

DÙNG CHO SINH VIÊN CHUYÊN NGÀNH GIÁO DỤC MẦM NON

TRÌNH ĐỘ ĐẠI HỌC

Thái Nguyên - 2009

MỤC LỤC

Lời nói đầu
Chương 1. **Cơ sở của lý thuyết tập hợp**
1.1. Tập hợp 4
1.2. Các phép toán trên tập hợp 7
1.3. Ánh xạ 10
1.4. Quan hệ 13
1.5. Giải tích tổ hợp 18
Bài tập chương 1 20
Chương 2. **Cấu trúc đại số**
2.1. Phép toán hai ngôi 24
2.2. Cấu trúc nhóm 28
2.3. Cấu trúc vành 32
2.4. Cấu trúc trường 35
Bài tập chương 2 37
Chương 3. **Định thức, ma trận, hệ phương trình tuyến tính**
3.1. Ma trận 40
3.2. Định thức 47
3.3. Hệ phương trình tuyến tính 53
Bài tập chương 3 59

Chương 4. **Số tự nhiên**
4.1. Hệ thống số tự nhiên 64
4.2. Các phép toán trên tập các số tự nhiên 66
4.3. Hệ đếm và cách ghi số đếm 69
Bài tập chương 4 78
Chương 5. **Đại số véc tơ và hình học giải tích**
5.1. Véc tơ 80
5.2. Toạ độ trên đường thẳng 84
5.3. Phương pháp toạ độ trên mặt phẳng 85
5.4. Phương pháp toạ độ trong không gian 87
Bài tập chương 5 95
Tài liệu tham khảo 96

LỜI NÓI ĐẦU

Một trong những nhiệm vụ của người giáo viên mầm non là hình thành cho trẻ những biểu tượng toán học sơ đẳng. Vì vậy, người giáo viên mầm non cần phải nắm vững những kiến thức toán học cơ bản, có kỹ năng giải toán và ứng dụng những kiến thức đã học vào việc giáo dục trẻ.

Học phần *Toán cơ sở* nhằm trang bị cho sinh viên những kiến thức toán học cơ bản, giúp cho sinh viên có vốn kiến thức cần thiết để có thể học học phần phương pháp hình thành biểu tượng toán học sơ đẳng cho trẻ mầm non. Đồng thời giúp cho sinh viên có thể học tốt một số học phần: Toán thống kê, dinh dưỡng, phương pháp nghiên cứu khoa học, ...

Giáo dục mầm non nói chung và sự nghiệp đào tạo giáo viên mầm non nói riêng đang trên con đường xây dựng và phát triển. Vì vậy tài liệu học tập còn rất thiếu thốn. Để giúp cho sinh viên có được một tài liệu học tập, được sự phê duyệt của Ban Giám hiệu trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên tôi đã biên soạn đề cương bài giảng Toán cơ sở cho sinh viên chuyên ngành Mầm non, hệ đại học. Đề cương bài giảng tập hợp kiến thức trong các lĩnh vực khác nhau của toán học như số học, đại số, hình học và được tham khảo từ nhiều tài liệu. Nội dung đề cương bài giảng *Toán cơ sở* trình bày những kiến thức cơ bản về tập hợp, quan hệ, ánh xạ, cấu trúc đại số, đại số tuyến tính, tập hợp số tự nhiên, hình học giải tích và giải tích tổ hợp.

Tác giả mong nhận được những góp ý của các bạn đồng nghiệp và độc giả về nội dung cũng như việc trình bày để đề cương bài giảng này được hoàn thiện hơn.

Chương 1: CƠ SỞ CỦA LÝ THUYẾT TẬP HỢP

1.1. Tập hợp

1.1.1. Khái niệm tập hợp

Tập hợp là một trong những khái niệm cơ bản nhất của toán học, nó không được định nghĩa, dưới đây là một hình ảnh trực quan của khái niệm tập hợp.

Những vật, những đối tượng toán học,... được tụ tập do một tính chất chung nào đó thành lập những tập hợp.

Người ta nói: Tập hợp các học sinh trong một lớp, tập hợp các lớp trong một trường, tập hợp $\mathbb{N}$ các số tự nhiên, tập hợp $\mathbb{Z}$ các số nguyên, tập hợp $\mathbb{Q}$ các số hữu tỷ, tập hợp $\mathbb{R}$ các số thực, tập hợp các nghiệm của một phương trình, ...

Các vật trong tập hợp X được gọi là các phần tử của tập hợp X. Kí hiệu $x \in X$ đọc là " x là một phần tử của tập X" hoặc "x thuộc X". Nếu x không thuộc tập X, kí hiệu $x \notin X$.

1.1.2. Phương pháp biểu diễn một tập hợp

a) Phương pháp liệt kê

Ta liệt kê đầy đủ (nếu có thể) tất cả các phần tử của tập hợp. Các phần tử được viết trong dấu ngoặc { . }, phần tử nọ cách phần tử kia bởi dấu phẩy (hoặc dấu ;).

Ví dụ: Tập hợp A có 4 phần tử a, b, c, d được viết dưới dạng liệt kê là $A = \{a, b, c, d\}$.

Phương pháp liệt kê không chỉ áp dụng đối với những tập hợp có không nhiều phần tử mà còn có thể áp dụng đối với các tập hợp có vô số phần tử. Trong trường hợp này ta liệt kê một số phần tử đại diện vừa đủ để ta có thể nhận biết được một đối tượng nào đó có thuộc tập hợp đó hay không.

Ví dụ: +) Tập hợp các số tự nhiên $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$.

+) Tập hợp các số tự nhiên chẵn: $2\mathbb{N} = \{0, 2, 4, 6, ...\}$.

+) Tập hợp cácc ước của 20: $2\mathbb{N} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$.

Chú ý: Một tập hợp được xác định không phụ thuộc vào thứ tự liệt kê các phần tử của nó.

b) Phương pháp nêu tính chất đặc trưng

Một tập hợp có thể xác định bằng cách nêu các tính chất chung (tính chất đặc trưng) của các phần tử trong tập hợp mà nhờ vào các tính chất chung ấy ta có thể xác định được một phần tử bất kỳ có thuộc tập hợp đó hay không.

Nếu tất cả các phần tử của tập hợp X đều có tính chất P thì ta có thể biểu diễn X như sau: $X = \{x \mid$ x có tính chất P$\}$ hoặc $X = \{x \mid P(x)\}$.

Ví dụ: +) Tập hợp các số tự nhiên chẵn: $2\mathbb{N} = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$.

+) Tập hợp các ước của 15: $X = \{x \mid x \in \mathbb{N}; 15 \vdots x\}$.

+) Tập hợp các bội của 3: $X = \{x \mid x = 3n, n \in \mathbb{N}\}$.

1.1.3. Các tập hợp đặc biệt

a) Tập hợp rỗng

Một tập hợp không chứa phần tử nào được gọi là tập rỗng, ký hiệu: $\varnothing$

Ví dụ: +) Tập các nghiệm thực của phương trình $x^2 + 1 = 0$ là tập rỗng.

+) Tập các đường thẳng đi qua 3 điểm không thẳng hàng là tập rỗng.

b) Tập hợp một, hai phần tử

Giả sử x là một vật hay một đối tượng nào đó, tập hợp kí hiệu là $\{x\}$ chỉ gồm một phần tử x được gọi là tập hợp một phần tử (tập đơn tử).

Giả sử x, y là hai vật hay hai đối tượng nào đó, tập hợp kí hiệu là $\{x, y\}$ chỉ gồm 2 phần tử x, y được gọi là tập hợp hai phần tử.

Tương tự như trên ta có thể định nghĩa các tập hợp ba, bốn, ... phần tử, các tập hợp đó cùng với tập hợp rỗng được gọi là các tập hữu hạn, còn các tập hợp khác được gọi là các tập vô hạn.

Ví dụ: +) Tập các ước của 15 là tập hữu hạn (vì nó chỉ có 5 phần tử).

+) Tập các bội của 3 là tập vô hạn.

+) tập các số tự nhiên là tập vô hạn.

+) Tập các trẻ trong một lớp là tập hữu hạn.

1.1.4. Hai tập hợp bằng nhau

a) Định nghĩa: Hai tập hợp A và B được gọi là bằng nhau, kí hiệu A = B khi và chỉ khi mọi phần tử thuộc tập hợp A đều thuộc tập hợp B và ngược lại.

Như vậy A = B khi và chỉ khi chúng chứa các phần tử như nhau.

Hay $A = B \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in A \Rightarrow x \in B \\ \forall x \in B \Rightarrow x \in A \end{cases}$.

b) Ví dụ: +) $X = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \vdots 6\}; Y = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \vdots 2, x \vdots 3\} \Rightarrow X = Y$.

+) X là tập hợp các hình bình hành có một góc vuông, Y là tập các hình chữ nhật thì X = Y.

1.1.5. Quan hệ bao hàm giữa các tập hợp

a) Định nghĩa: Cho một tập hợp X. Một tập hợp A được gọi là tập con (hay bộ phận) của tập hợp X nếu mọi phần tử thuộc tập hợp A đều thuộc tập hợp X. Kí hiệu $A \subset X$ (hoặc $X \supset A$) và đọc là A chứa trong X, hoặc A là một bộ phận của X, hoặc A là một tập con của X. Quan hệ $A \subset X$ được gọi là quan hệ bao hàm.

b) Ví dụ: +) $2\mathbb{N} \subset N$

+) Tập hợp các hình vuông là tập con của tập hợp các hình chữ nhật.

c) Tính chất

+) $\varnothing \subset A, \forall A$

+) $A \subset A$

+) Nếu $A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$

+) Nếu $A \subset B$ và $B \subset A \Rightarrow A = B$

1.1.6. Họ các tập con của một tập hợp

a) Định nghĩa: Giả sử X là một tập hợp, các tập con của X lập thành một tập hợp, kí hiệu $\mathscr{P}$(X) và gọi là tập các tập con của tập hợp X. Tập hợp này bao gồm ít nhất một phần tử chính là tập X.

b) Ví dụ: +) Nếu $X = \varnothing$ thì $\mathscr{P}(X) = \{\varnothing\}$.

+) Nếu $X = \{a\}$ thì $\mathscr{P}(X) = \{\varnothing, \{a\}\}$.

+) Nếu $X = \{a, b\}$ thì $\mathscr{P}(X) = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$.

Chú ý: Ta có thể chứng minh được rằng nếu X là một tập hợp hữu hạn gồm n phần tử thì $\mathscr{P}(X)$ là một tập hợp hữu hạn gồm 2^n phần tử.

1.2. Các phép toán trên tập hợp

1.2.1. Hợp của các tập hợp

a) Định nghĩa: Cho hai tập hợp X, Y. Một tập hợp gồm các phần tử thuộc ít nhất một trong hai tập hợp X, Y được gọi là hợp của hai tập hợp X, Y, kí hiệu $X \cup Y$.

Theo định nghĩa $X \cup Y = \{x \mid x \in X$ hoặc $x \in Y\}$.

Ta có thể mở rộng định nghĩa cho trường hợp n tập hợp:

Định nghĩa: Cho n tập hợp $A_1, A_2, ..., A_n$. Một tập hợp gồm các phần tử thuộc ít nhất một trong n tập hợp $A_1, A_2, ..., A_n$ được gọi là hợp của các tập hợp $A_1, A_2, ..., A_n$, kí hiệu $A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_n$.

b) Ví dụ: +) $X = \{a, b, c, d\}, Y = \{d, e, f\} \Rightarrow X \cup Y = \{a, b, c, d, e, f\}$.

+) X là tập các số tự nhiên chia hết cho 2, Y là tập các số tự nhiên chia hết cho 6 thì $X \cup Y$ là tập các số tự nhiên chia hết cho 2.

c) Tính chất: Với các tập A, B, C bất kỳ ta có:

+) $A \cup A = A$, $A \cup \varnothing = A$

+) Nếu $B \subset A$ thì $A \cup B = A$

+) $A \cup B = B \cup A$

+) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

1.2.2. Giao của các tập hợp

a) Định nghĩa: Cho hai tập hợp X, Y. Một tập hợp gồm các phần tử thuộc cả hai tập hợp (phần tử chung của) X, Y được gọi là giao của hai tập hợp X, Y, kí hiệu $X \cap Y$.

Theo định nghĩa $X \cap Y = \{x \mid x \in X \text{ và } x \in Y\}$.

Ta có thể mở rộng định nghĩa cho trường hợp n tập hợp:

Định nghĩa: Cho n tập hợp $A_1, A_2, ..., A_n$. Một tập hợp gồm các phần tử thuộc tất cả n tập hợp $A_1, A_2, ..., A_n$ được gọi là giao của các tập hợp $A_1, A_2, ..., A_n$, kí hiệu $A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n$.

b) Ví dụ: +) $X = \{a, b, c, d\}, Y = \{d, e, f\} \Rightarrow X \cap Y = \{d\}$.

+) X là tập các số tự nhiên chia hết cho 2, Y là tập các số tự nhiên chia hết cho 6 thì $X \cap Y$ là tập các số tự nhiên chia hết cho 6.

c) Tính chất: Với các tập A, B, C bất kỳ ta có:

+) $A \cap A = A$, $A \cap \varnothing = \varnothing$

+) Nếu $B \subset A$ thì $A \cap B = B$

+) $A \cap B = B \cap A$

+) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

1.2.3. Hiệu của hai tập hợp

a) Định nghĩa: Cho hai tập hợp X, Y. Một tập hợp gồm tất cả các phần tử thuộc tập hợp X nhưng không thuộc tập hợp Y được gọi là hiệu của tập hợp X và tập hợp Y, kí hiệu $X \setminus Y$.

Theo định nghĩa $X \setminus Y = \{x \mid x \in X \text{ và } x \notin Y\}$.

b) Ví dụ: +) $X = \{a, b, c, d\}, Y = \{d, e, f\} \Rightarrow X \setminus Y = \{a, b, c\}, Y \setminus X = \{e, f\}$.

+) X là tập các số tự nhiên chia hết cho 2, Y là tập các số tự nhiên chia hết cho 6 thì $X \setminus Y$ là tập các số tự nhiên chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 3, $Y \setminus X = \varnothing$.

c) Tính chất: Với các tập A, B, C bất kỳ ta có:

+) $A \setminus A = \varnothing, A \setminus \varnothing = A$.

+) Nếu $B \subset A$ thì $B \setminus A = \varnothing; A \setminus B$ được gọi là phần bù của B trong A và kí hiệu $A \setminus B = C_A B$.

+) $B \setminus (B \setminus A) = A$.

+) Nếu $B \subset A$ thì $C \setminus A \subset C \setminus B$.

1.2.4. Tích Đề Các của hai tập hợp.

a) Định nghĩa: +) Một dãy gồm 2 phần tử a, b sắp thứ tự được gọi là một cặp sắp thứ tự, kí hiệu (a, b).

+) Cho hai tập hợp X, Y khác rỗng. Một tập hợp gồm tất cả các cặp sắp thứ tự (x,y), trong đó x thuộc tập hợp X, y thuộc tập hợp Y được gọi là tích Đề Các của tập hợp X và tập hợp Y, kí hiệu $X \times Y$.

Theo định nghĩa $X \times Y = \{(x, y) \mid x \in X, y \in y\}$.

Khái niệm tích Đề các có thể mở rộng cho trường hợp nhiều tập hợp:

Định nghĩa: Cho các tập hợp $A_1, A_2, ..., A_n$. Ta định nghĩa

$A_1 \times A_2 \times A_3 = (A_1 \times A_2) \times A_3$, $A_1 \times A_2 \times A_3 \times A_4 = (A_1 \times A_2 \times A_3) \times A_4, ...,$

$A_1 \times A_2 \times ... \times A_n = (A_1 \times A_2 \times ... A_{n-1}) \times A_n$.

Tích Đề Các $X \times X \times ... \times X$ của n tập hợp X kí hiệu X^n. Tích Đề Các $X \times X = X^2$ còn được gọi là bình phương Đề Các của tập hợp X.

b) Ví dụ: $X = \{a, b, c\}, Y = \{1, 2\} \Rightarrow X \times Y = \{(a,1), (a,2), (b,1), (b,2), (c,1), (c,2)\}$;

$Y \times X = \{(1,a), (1,b), (1,c), (2,a), (2,b), (2,c)\}$.

c) Tính chất: Với các tập A, B, C bất kỳ ta có: $A \times \varnothing = \varnothing$

+) Nếu X, Y là hai tập hợp hữu hạn thì số phần tử của tập tích Đề Các $X \times Y$ bằng tích của số phần tử của tập X và số phần tử của tập Y.

****) Chú ý:*** Tích Đề Các của 2 tập hợp không có tính chất giao hoán nhưng có tính chất kết hợp.

1.2.5. Mối quan hệ giữa các phép toán trên tập hợp

a) Định lý: Với các tập A, B, C bất kỳ ta có:

+) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

+) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Hệ quả: Với các tập A, B bất kỳ ta có:

+) $A \cap (A \cup B) = A$

+) $(A \cap B) \cup B = B$

b) Định lý: Với các tập A, B, C bất kỳ ta có:

+) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

+) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

1.3. Ánh xạ

1.3.1. Khái niệm ánh xạ

a) Định nghĩa: Cho hai tập hợp *X, Y*. Một quy tắc cho tương ứng mỗi phần tử x thuộc tập hợp X với một và chỉ một phần tử kí hiệu *f(x)* thuộc tập hợp Y được gọi là một ánh xạ từ tập hợp *X* đến tập hợp *Y*, kí hiệu

$$\begin{aligned} f: X &\to Y \\ x &\mapsto f(x) \end{aligned} \qquad \text{hoặc} \qquad \begin{aligned} X &\xrightarrow{f} Y \\ x &\mapsto f(x) \end{aligned}$$

Tập hợp X được gọi là tập nguồn hay miền xác định, tập hợp Y được gọi là tập đích hay miền giá trị của ánh xạ f.

b) Ví dụ: +) $X = \{a, b, c, d\}, Y = \{d, e, f\}$ tương ứng:

$$\begin{aligned} a &\mapsto d \\ b &\mapsto d \\ c &\mapsto e \\ d &\mapsto f \end{aligned}$$

là một ánh xạ từ tập X đến tập Y.

+) $X = \{a, b\}, Y = \{1, 2, 3\}$ tương ứng:

$$\begin{aligned} a &\mapsto 1 \\ b &\mapsto 2 \end{aligned}$$

là một ánh xạ từ tập X đến tập Y.

+) Xét tập hợp $\mathbb{N}$ các số tự nhiên, tương ứng: $n \mapsto 2n$ là một ánh xạ từ $\mathbb{N}$ đến $\mathbb{N}$.

+) Xét tập hợp $\mathbb{R}$ các số thực, tương ứng: $x \mapsto x^2 - 3x + 2$ là một ánh xạ từ $\mathbb{R}$ đến $\mathbb{R}$.