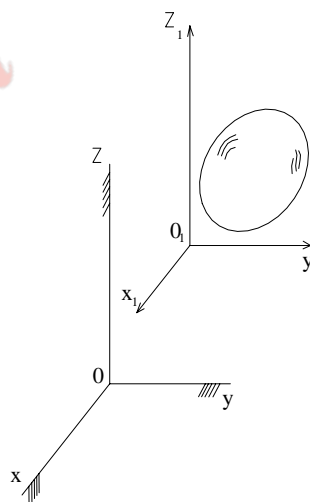


Chương 10

HỢP CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

Trong chương này mô hình khảo sát là vật rắn đồng thời tham gia hai chuyển động tương đối so với hệ động $o_1x_1y_1z_1$ và chuyển động kéo theo của hệ động $o_1x_1y_1z_1$ chuyển động so với hệ cố định $oxyz$ (Hình 10.1).

Sau đây sẽ khảo sát chuyển động tổng hợp của các trường hợp thường gặp.



Hình 10-1

10.1. HỢP HAI CHUYỂN ĐỘNG TĨNH TIẾN

Khảo sát vật rắn tham gia hai chuyển động tương đối và kéo theo đều là chuyển động tĩnh tiến.

Do tính chất của chuyển động tĩnh tiến mọi điểm trên vật rắn sẽ có chuyển động tương đối và kéo theo như nhau vì thế chuyển động tuyệt đối của chúng cũng như nhau.

Từ đó đi đến kết luận: Hợp hai chuyển động tĩnh tiến của một vật rắn là một chuyển động tĩnh tiến. Vận tốc và gia tốc mọi điểm trong chuyển động tổng hợp được tính bằng tổng hình học các vectơ vận tốc hoặc các vectơ gia tốc của hai chuyển động thành phần.

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 \quad (10.1)$$

$$\vec{W} = \vec{W}_1 + \vec{W}_2 \quad (10.2)$$

Trong đó: \vec{V} và \vec{W} là vận tốc và gia tốc của chuyển động tĩnh tiến tổng

hợp; \vec{V}_1 , \vec{V}_2 và \vec{W}_1 , \vec{W}_2 là vận tốc và gia tốc của hai chuyển động tịnh tiến thành phần.

10.2. HỢP HAI CHUYỂN ĐỘNG QUAY QUANH HAI TRỤC

Khảo sát vật rắn đồng thời tham gia hai chuyển động: chuyển động quay tương đối với vận tốc góc là ω_1 quanh trục quay Aa và chuyển động quay kéo theo là chuyển động của trục Aa quay quanh trục Bb với vận tốc góc ω_2 . Ta sẽ khảo sát chuyển động tổng hợp của vật rắn trong các trường hợp sau.

10.2.1. Khi hai véc tơ ω_1 và ω_2 song song cùng chiều.

Xét vật rắn là một đĩa phẳng chuyển động tương đối quay quanh trục Aa với vận tốc góc ω_1 vuông góc với mặt đĩa. Trục Aa lại quay quanh trục Bb song song với vận tốc góc ω_2 cùng chiều với ω_1 (hình 10.2).

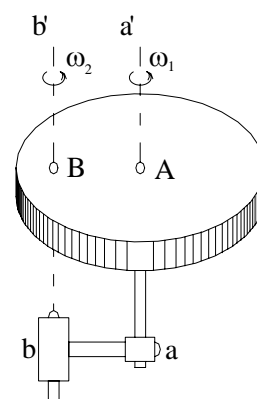
Ta có nhận xét rằng trong quá trình chuyển động mặt phẳng của đĩa có phương không đổi nghĩa là chuyển động tổng hợp của nó là chuyển động song phẳng. Vận tốc của điểm A và B trên đĩa có thể xác định:

$$V_A = \omega_2 \cdot AB \quad ; \quad V_B = \omega_1 \cdot AB$$

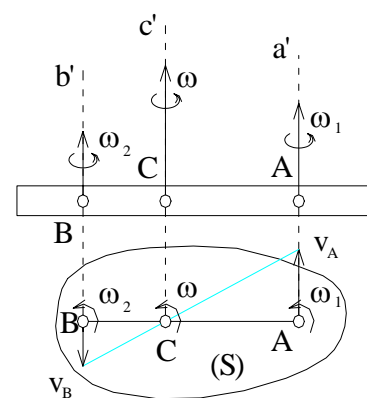
Phương chiều biểu diễn trên hình (10.3).

Dễ dàng xác định được tâm vận tốc tức thời của đĩa là điểm C và trục Cc đi qua C song song với Aa và Bb là trục quay tức thời của đĩa. Từ vận tốc của điểm A và B ta có thể xác định được vận tốc góc tuyệt đối ω của đĩa.

$$\omega = \frac{V_A}{AC} = \frac{V_B}{BC}$$



Hình 10-2



Hình 10-3

$$\text{hay: } \omega = \frac{V_A + V_B}{AC + BC} = \frac{V_A + V_B}{AB}$$

Thay $V_A = \omega_2 \cdot AB$ và $V_B = \omega_1 \cdot AB$ vào biểu thức trên ta được:

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 \quad (10.3)$$

Kết luận: Hợp hai chuyển động quay cùng chiều quanh hai trục song song là một chuyển động quay tức thời với vận tốc góc bằng tổng vận tốc góc hai chuyển động thành phần quanh trục quay tức thời song song với hai trục quay đã cho và đi qua điểm C chia trong đoạn AB theo tỷ lệ:

$$\frac{\omega_1}{BC} = \frac{\omega_2}{AC} = \frac{\omega}{AB}$$

10.2.2. Khi hai véc tơ $\vec{\omega}_1$ và $\vec{\omega}_2$ song song ngược chiều

Khi hai véc tơ $\vec{\omega}_1$ và $\vec{\omega}_2$ song song ngược chiều, với cách biểu diễn như ở trên chuyển động của đĩa vẫn là chuyển động song phẳng biểu diễn trên (hình 10.4). Giả thiết rằng $\omega_1 > \omega_2$ khi đó vận tốc hai điểm $V_A = \omega_2 \cdot AB$ và $V_B = \omega_1 \cdot AB$ nhưng hai véc tơ \vec{V}_A và \vec{V}_B song song cùng chiều.

Trên đĩa lúc này có thể xác định được tâm vận tốc tức thời C là điểm chia

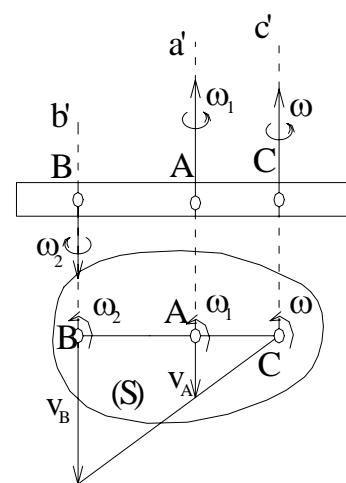
ngoài đoạn AB theo tỷ lệ $\frac{\omega_1}{BC} = \frac{\omega_2}{AC} = \frac{\omega}{AB}$

và vận tốc góc của đĩa được xác định:

$$\omega = \frac{V_B}{BC} = \frac{V_A}{AC} = \frac{V_B - V_A}{BC - AC} = \frac{V_B - V_A}{AB}$$

Thay giá trị của V_A và V_B vào biểu thức trên ta được:

$$\omega = \omega_1 - \omega_2 \quad (10.4)$$



Hình 10-4

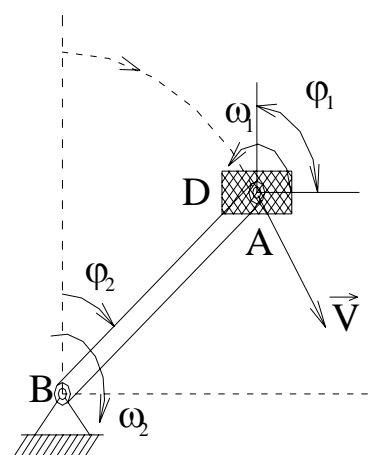
Kết luận: Hợp hai chuyển động quay ngược chiều quanh hai trục song song là một chuyển động quay tức thời với vận tốc góc bằng hiệu số vận tốc góc hai chuyển động thành phần quanh trục quay tức thời song song với hai trục quay đã cho và đi qua điểm C chia ngoài đoạn AB theo tỷ lệ:

$$\frac{\omega_1}{BC} = \frac{\omega_2}{AC} = \frac{\omega}{AB}$$

Trường hợp đặc biệt nếu $\omega_1 = \omega_2$ nghĩa là 2 véc tơ $\overline{\omega}_1$ và $\overline{\omega}_2$ tạo thành một ngẫu véc tơ, khi đó theo (10.4) ta có $\omega = 0$. Điều này chứng tỏ vật sẽ có chuyển động tổng hợp là tịnh tiến.

Thí dụ bàn đạp của xe đạp (hình 10.5).

Bàn đạp quay quanh trục của nó với vận tốc ω_1 trục bàn đạp lại quay quanh trục giữa của xe với vận tốc $\omega_2 = \omega_1$, hai véc tơ này song song ngược chiều do đó chuyển động tổng hợp của bàn đạp sẽ là chuyển động tịnh tiến.



Hình 10- 5

10.2.3. Khi hai véc tơ $\overline{\omega}_1$ và $\overline{\omega}_2$ giao nhau tại một điểm

Khảo sát vật rắn tham gia đồng thời hai chuyển động quay quanh hai trục Oa và Ob cắt nhau tại O và có vận tốc góc là $\overline{\omega}_1$, $\overline{\omega}_2$.

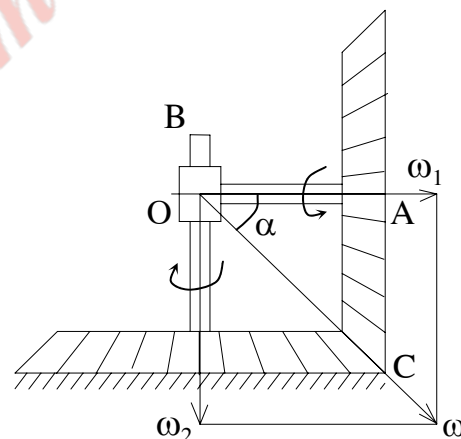
Như đã biết trong chương 9 chuyển động tổng hợp của vật trong trường hợp này là chuyển động quay quanh một điểm cố định chính là giao điểm O của 2 véc tơ vận tốc góc $\overline{\omega}_1$, $\overline{\omega}_2$. Nói cách khác chuyển động tổng hợp của vật rắn khi nó đồng thời tham gia hai chuyển động quay quanh hai trục cắt nhau sẽ là một chuyển động quay tức thời quanh trục quay tức thời Δ đi qua giao điểm O của hai trục quay trong chuyển động thành phần với vận tốc góc tuyệt đối $\overline{\omega} = \overline{\omega}_1 + \overline{\omega}_2$.

Theo (9.6) và (9.7) thì vận tốc và gia tốc của một điểm bất kỳ trên vật sẽ

được xác định như sau: $\overline{V}_M = \overline{\omega} + \overline{OM}$; $\overline{W}_M = \overline{W}_{M\omega} + \overline{W}_{M\varepsilon}$

Thí dụ: Xác định vận tốc góc tuyệt đối của bánh răng nón 1 biểu diễn trên (hình 10.6) cho biết tâm A của bánh xe chuyển động với vận tốc V_A và kích thước $AC = R$; $OA = l$.

Bài giải: Chuyển động của bánh xe được hình thành từ hai chuyển động quay: tương đối quanh trục OA của bánh xe và chuyển động kéo theo do trục OA quay quanh trục OB. Nếu góc ϖ_1 là vận tốc góc của chuyển động tương đối, ϖ_2 là vận tốc góc của chuyển động kéo theo thì hai vectơ ϖ_1 và ϖ_2 giao nhau tại O là điểm cố định trên trục OB. Chuyển động tổng hợp của bánh xe sẽ là chuyển động quay quanh điểm O cố định. Vì bánh xe (1) ăn khớp với bánh xe 2 cố định nên điểm C có vận tốc $V_C = 0$. Dễ dàng nhận thấy OC là trục quay tức thời của bánh xe. Nếu gọi vận tốc góc tuyệt đối của bánh xe là ω theo (9.7) ta có:



Hình 10-6

$\omega = \varpi_1 + \varpi_2$. Trong đó ϖ_2 có phương OB hướng xuống dưới và có trị số $\omega_2 = \frac{V_A}{l}$.

Dễ dàng tính được: $\omega = \frac{\omega_2}{\sin \alpha}$ với $\sin \alpha = \frac{R}{\sqrt{l^2 + R^2}}$.

Cuối cùng nhận được: $\omega = \frac{V_A}{R} \sqrt{1 + \frac{R^2}{l^2}}$.

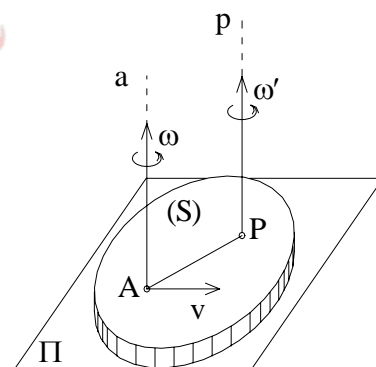
10.3. HỢP HAI CHUYỂN ĐỘNG TỊNH TIẾN VÀ CHUYỂN ĐỘNG QUAY.

Khảo sát vật rắn tham gia đồng thời hai chuyển động tịnh tiến với vận tốc v và quay quanh một trục Aa với vận tốc góc ϖ .

Bài toán có thể gặp phải các trường hợp sau:

10.3.1 Khi vận tốc chuyển động tịnh tiến vuông góc với vận tốc góc của chuyển động quay.

Khi vận tốc chuyển động tịnh tiến vuông góc với vận tốc góc của chuyển động quay. (hình 10.7) để dàng nhận thấy rằng chuyển động tổng hợp của vật là chuyển động song phẳng. Có thể xác định được trục quay tức thời P_p của vật bằng cách quay V_A đi một góc 90° theo chiều quay vòng của ω trong mặt phẳng



Hình 10-7

vuông góc với vectơ ω và lấy trên đó điểm P cách A một đoạn $AP = \frac{V_A}{\omega}$.

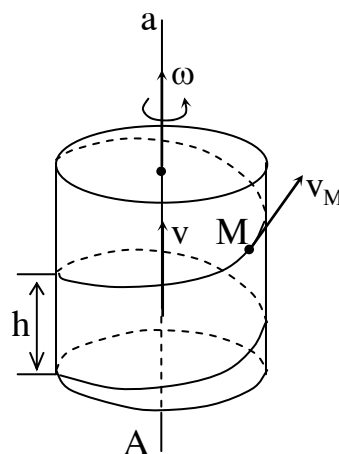
10.3.2. Khi vận tốc chuyển động tịnh tiến và vận tốc góc ω song song với nhau.

Xét vật rắn tham gia 2 chuyển động, quay quanh trục Aa với vận tốc góc ω và tịnh tiến với vận tốc v theo chiều Aa (hình 10.8).

Chuyển động tổng hợp của vật lúc này gọi là chuyển động vít. Nếu v và ω

Cùng chiều ta được chuyển động vít thuận và v , ω ngược chiều ra được chuyển động vít nghịch.

Khảo sát 1 điểm trên vật trong quá trình chuyển động quỹ đạo của nó nằm trên mặt trụ có trục Aa bán kính bằng khoảng cách giữa điểm đến trục. Dạng của đường quỹ đạo là đường xoắn vít. Sau khi quay được một vòng thì điểm đồng thời cũng dời theo trục Aa một



Hình 10-8

đoạn $h = 2\pi \cdot \frac{v}{\omega}$ gọi là bước vít.

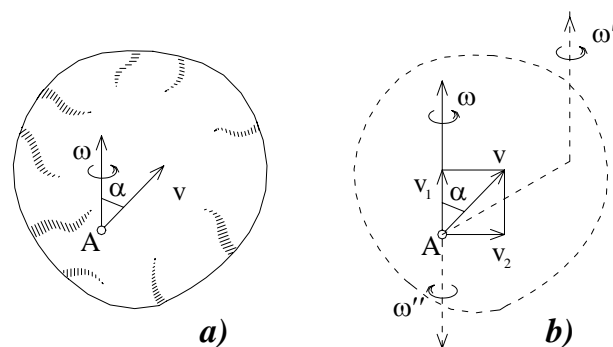
Khi vật chuyển động vít vận tốc của một điểm M bất kỳ được xác định theo công thức:

$$V_M = \sqrt{v^2 + r^2 \cdot \omega^2}$$

Trong đó r là khoảng cách từ M tới trục quay. Phương tiếp tuyến với quỹ đạo (đường vít), nghĩa là hợp với đường sinh một góc α ($\tan \alpha = \frac{h}{2\pi \cdot r}$).

10.3.3 Khi v và ω hợp với nhau 1 góc bất kỳ.

Xét chuyển động của vật quay quanh trục Aa với vận tốc góc ω và đồng thời chuyển động tịnh tiến với vận tốc v theo phương hợp với Aa 1 góc α . (Hình 10.9). Trong trường hợp này nếu phân tích vectơ \vec{v} thành hai thành phần \vec{v}_1 theo phương ω và \vec{v}_2 vuông góc với ω nghĩa là $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Theo kết quả ở



Hình 10 - 9

mục 10.3.2 chuyển động của vật có ω và \vec{v}_2 được thay thế bằng chuyển động quay tức thời quanh trục C (trục quay tức thời) với cùng vận tốc ω . Kết quả chuyển động của vật sẽ thực hiện hai chuyển động: tịnh tiến với vận tốc \vec{v}_1 và quay quanh trục C với vận tốc góc ω song song với v_1 và cách A một đoạn $AP = v_2/\omega = v \cdot \sin \alpha / \omega$. Ta gọi chuyển động này là chuyển động vít tức thời.