模型假设

所有定心镜的左右两侧在地面的投影均与从该定心镜的中心指向整个镜场中心的向量平行

在计算中近似认为相邻定心镜镜面间相互平行

第一问

阴影遮挡效率计算

镜面坐标系的建立

我们以镜面i为例，以镜面中心O_i为坐标原点，沿镜面长方向为X_i轴，宽方向为Y_i轴，垂直镜面方向向上为Z_i轴，建立镜面i坐标系，如图\ref{j1}所示：

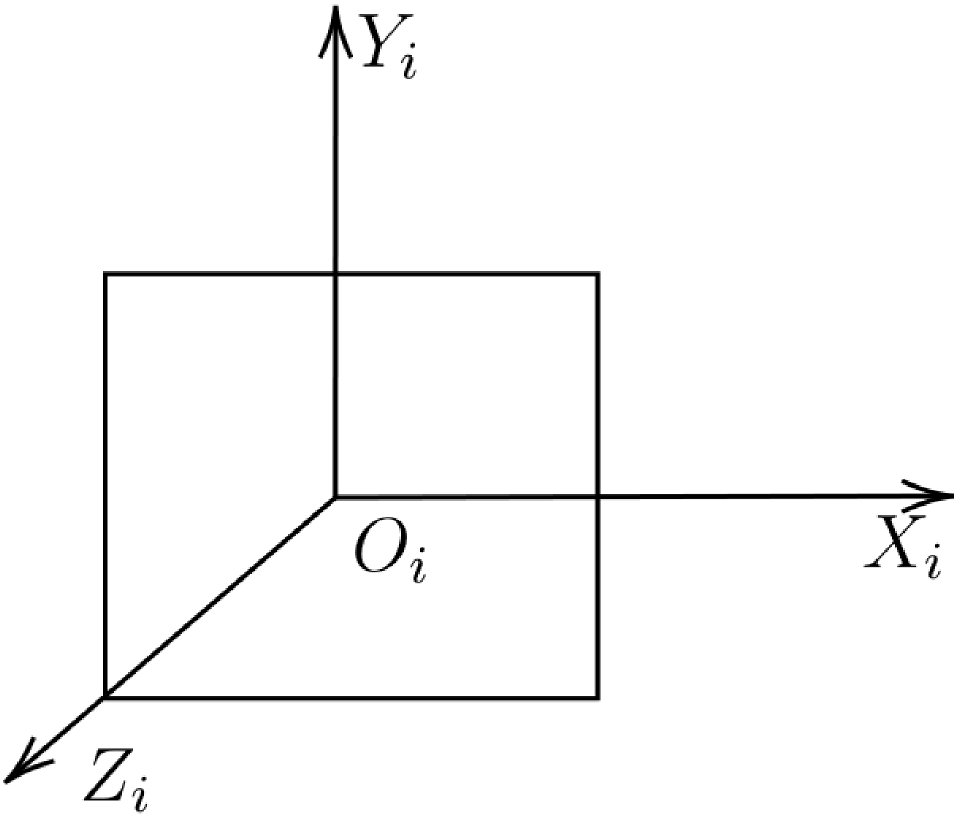

图 2　镜面 i 坐标示意图

定义H_0表示镜场坐标系，$\mathbf{V}|_{H_k}$表示向量$\mathbf{V}$在坐标系H_k下的坐标表示，$H|_{H_k}$表示点H在坐标系H_k下的坐标表示。定日镜i的镜面中心在H_0下的坐标表示为$O_i|_{H_0}=(XgH_i,YgH_i,ZgH_i)$，镜面$i$坐标系$H_i$转换为镜场坐标系$H_0$的转换关系矩阵为$\mathbf{T}_i$，则有：

$$\mathbf{V}|_{H_0}=\mathbf{T_i}\cdot\mathbf{V}|_{H_i} \tag{1}$$

$$H|_{H_0}=\mathbf{T_i}\cdot H|_{H_i}+O_i|_{H_i} \tag{2}$$

$$\mathbf{T_i}=\begin{bmatrix}-\sin AH_i & -\cos AH_i\cos EH_i & \cos AH_i\sin EH_i\\ \cos AH_i & -\sin AH_i\cos EH_i & \sin AH_i\sin EH_i\\ 0 & \sin EH_i & \cos EH_i\end{bmatrix} \tag{3}$$

其中，EH_i表示镜面i坐标系Z_i轴与镜场坐标系Z轴夹角，AH_i表示镜面i坐标系Y_i轴在镜场坐标系XOY平面投影与X轴夹角。如图\ref{io}所示：

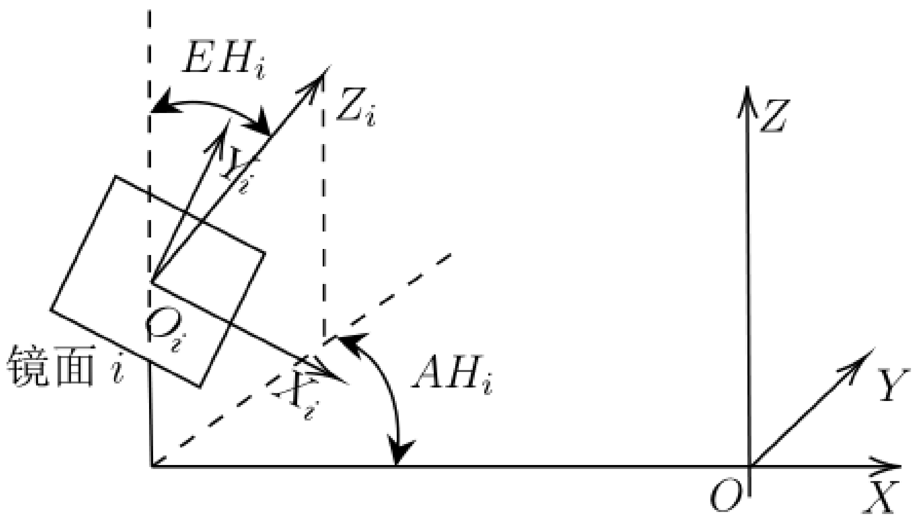

图 3　坐标系转换示意图

在镜场中定日镜的阴影落入另一个定日镜的镜面，或者反射光线照射到另一台定日镜的背面等会造成阴影遮挡损失，记作S_{shadow}^{i}，表示定日镜i的阴影遮挡面积，则定日镜i的阴影遮挡效率η_{sb}^{i}计算如下：

$$\eta_{sb}^{i} = 1 - \frac{S_{shadow}^{i}}{S_i} \tag{4}$$

其中，S_i表示定日镜i的面积。

以镜面A对镜面B的遮挡为例，（见图\ref{AB}）对镜A上任一点$H_1(x_1, y_1, 0)|_{H_A}$，我们计算该点经光线照射后是否落在镜面B内，步骤如下：

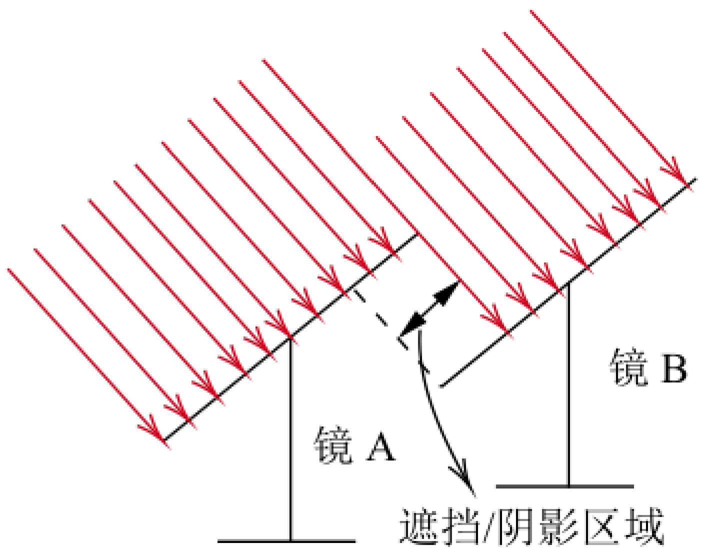

图 4　定日镜之间阴影/遮挡示意图

step1

将点$H_1|_{H_A}$坐标由坐标系H_A下坐标转换到坐标系H_0下坐标：

$$H_1|_{H_0} = \mathbf{T_A} \cdot H|_{H_A} + O_A|_{H_A} \tag{5}$$

再将该点转换到坐标系H_B下：

$$H_1|_{H_B} = \mathbf{T_B}^{-1} \cdot (H_1|_{H_0} - O_B|_{H_0}) \tag{6}$$

将经过点H_1的光线由坐标系H_0转换到坐标系H_B：

$$\mathbf{V}|_{H_B} = \mathbf{T_B}^{-1} \cdot \mathbf{V}|_{H_0} \tag{7}$$

假设点H_1在坐标系H_B下坐标为$H_1(x_1', y_1', z_1')|_{H_B}$，光线向量$\mathbf{V}|_{H_B} = (a, b, c)$，计算落在镜面B坐标$H_2(x_2, y_2, 0)|_{H_B}$：

$$\frac{x_2 - x_1'}{a} = \frac{y_2 - y_1'}{b} = \frac{-z_1'}{c} \tag{8}$$

判断H_2是否落在定日镜B内：

$$X_{H_2} = \begin{cases} 1, & |x_2| \leq 3 \text{ and } |y_2| \leq 3 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \tag{9}$$

其中，$X_{H_2} = 1$表示点H_2落在定日镜B内，$X_{H_2} = 0$表示点H_2没有落在定日镜B内.

由于各定日镜均匀地分布在以吸收塔为圆心的18个不同半径的圆周上，因此，我们只需专注于计算这几类定日镜的阴影遮挡效率。我们利用蒙特卡洛方法来计算这几类定日镜的阴影遮挡效率，伪代码如下：

算法 2: 蒙特卡洛算法计算遮挡效率 η_{sb}

输入: 定日镜坐标及各坐标系间转换矩阵

输出: 遮挡效率 η_{sb}

for 相邻两类定日镜 **do**
    $X = 0$;
    rand X_1 个点坐标 $H(x_1, y_1, 0)|_{H_B}$;
    for H **do**
        $H|_{H_A} \longmapsto H|_{H_0}$;
        $H|_{H_0} \longmapsto H|_{H_B}$;
        $\mathbf{V}|_{H_0} \longmapsto \mathbf{V}|_{H_B}$;
        calculate x_2, y_2 ;
        if $|x_2| \leq 3$ && $|y_2| \leq 3$ **then**
            $X = X + 1$
        end
        else
            continue ;
        end
        calculate $\eta_{sb} = 1 - \frac{X}{X_1}$
    end
end