Teoria das filas - Formulário

1.População infinita

1.1.Canal único

Probabilidade de sistema ocupado, ou utilização:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$\rho =$ utilização
$\lambda =$ taxa de chegada
$\mu =$ taxa de atendimento

Para $\frac{\lambda}{\mu} < 1$, temos a probabilidade de sistema ocioso $P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} \qquad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} \qquad L_n = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} \qquad L = W.\lambda$$

$$L = \frac{\lambda}{(\mu-\lambda)} \qquad W = \frac{1}{(\mu-\lambda)} \qquad W_n = \frac{1}{(\mu-\lambda)} \qquad L_q = W_q.\lambda \qquad L_n = W_n.\lambda$$

$P_n = \rho^n$

1.2.Vários canais

Probabilidade de sistema vazio:

$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{n=k-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right] + \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \frac{k\mu}{k\mu-\lambda}}$$

$$L = \frac{\lambda\mu(\lambda/\mu)^k}{(k-1)!(k\mu-\lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu} \qquad W = \frac{\mu(\lambda/\mu)^k}{(k-1)!(k\mu-\lambda)^2} P_0 + \frac{1}{\mu}$$

$$L_q = \frac{\lambda\mu(\lambda/\mu)^k}{(k-1)!(k\mu-\lambda)^2} P_0 \qquad W_q = \frac{\mu(\lambda/\mu)^k}{(k-1)!(k\mu-\lambda)^2} P_0$$

Probabilidade P_k de que uma chegada tenha que esperar, ou probabilidade de k ou mais unidades no sistema:

$$P_k = \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \frac{k\mu}{k\mu-\lambda} P_0$$

2.População finita

2.1.Canal único

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{n=M}\left[\frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]}$$

$M =$ tamanho da população

A probabilidade P_n de n clientes no sistema é

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0$$

$$L = \sum_{n=0}^{n=M} nP_n = M - \frac{\mu}{\lambda}(1-P_0)$$

$$L_q = M - \frac{\lambda+\mu}{\lambda}(1-P_0)$$

2.2.Canal múltiplo

$1 < k \leq M$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{n=k-1}\left[\frac{M!}{(M-n)!n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right] + \sum_{n=k}^{n=M}\left[\frac{M!}{(M-n)!k!k^{n-k}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]}$$

$$P_n = P_0\frac{M!}{(M-n)!n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \qquad 0 \leq n \leq k$$

$$P_n = P_0\frac{M!}{(M-n)!k!k^{n-k}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \qquad k \leq n \leq M$$

$$L = \sum_{n=0}^{n=k-1} nP_n + \sum_{n=k}^{n=M}(n-k)P_n + k\left(1 - \sum_{n=0}^{n=k-1} P_n\right)$$

$$L_q = \sum_{n=k}^{n=M}(n-k)P_n$$