Restrições $\geq$ ou =

- Exemplo

max $z = 2x_1 + 2x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ -x_1 + x_2 = 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Forma padrão :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10$$
$$x_1 + 2x_2 - x_4 = 8$$
$$-x_1 + x_2 = 2$$

x_1	x_2	x_3	x_4	
1	1	1	0	10
1	2	0	-1	8
-1	1	0	0	2
-2	-2	0	0	0

Onde está a matriz identidade?

Restrições $\geq$ ou =

- Restrições do tipo $\geq$ ou = excluem a origem do sistema de coordenadas do espaço de solução e esta não pode mais ser usada como solução inicial.

- Artificio: adicionar as variáveis que "faltam":

$$
\begin{array}{l}
x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\
x_1 + 2x_2 - x_4 + y_1 = 8 \\
-x_1 + x_2 + y_2 = 2
\end{array}
$$

➔ y_1 e y_2 são chamadas de <u>variáveis artificiais</u>

Restrições $\geq$ ou =

- O quadro SIMPLEX fica então

x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	y_2	
1	1	1	0	0	0	10
1	2	0	-1	1	0	8
-1	1	0	0	0	1	2
-2	-2	0	0	0	0	0

- A variáveis artificiais não fazem parte do problema, portanto não podem fazer parte da solução …

- Como “elimina-las” encontrando uma solução inicial válida?

SIMPLEX 2 fases

- Para estes tipos de restrição, deve-se empregar o SIMPLEX em duas fases:
  - Fase I: encontrar uma solução factível inicial
  - Fase II : Otimizar função objetivo z

SIMPLEX 2 fases

- Fase I:
- Além das variáveis de folga, adicionar as variáveis artificiais (y1, y2, ...) nas restrições ≥ e =

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 &\leq 10 \\
x_1 + 2x_2 &\geq 8 \\
-x_1 + x_2 &= 2
\end{aligned}
$$

Forma padrão:

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 + x_3 &= 10 \\
x_1 + 2x_2 - x_4 + y_1 &= 8 \\
-x_1 + x_2 + y_2 &= 2
\end{aligned}
$$

SIMPLEX 2 fases

- No quadro SIMPLEX, adicionar uma nova linha de decisão (w) onde
  - Nas colunas das variáveis admissíveis (atividades e folga) temos -Σ aij
  - Nas colunas da variáveis artificiais temos 0,
  - Na coluna b temos -Σbj,
  - Considerando nas somatórias as linhas onde existem variáveis artificiais.

x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	y_2		
1	1	1	0	0	0	10	
1	2	0	-1	1	0	8	
-1	1	0	0	0	1	2	
-2	-2	0	0	0	0	0	z
0	-3	0	1	0	0	-10	w

- Resolver, usando a linha w como linha de decisão

SIMPLEX 2 fases

- Se ao final da otimização $w \neq 0$, o problema não tem solução; se $w = 0$, desprezamos a linha w e as colunas das variáveis artificiais.

- Fase II

  – Continuar resolvendo normalmente.

Resolver por SIMPLEX

1) $\max \; z = 3x_1 + 2x_2$

S. A . $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 - 2x_2 = 0 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1, \; x_2 \geq 0 \end{cases}$

2) $\max \; z = 2x_1 + 3x_2$

S. A . $\begin{cases} -4x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ -4x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ x_1 + x_2 \geq 5 \\ x_1, \; x_2 \geq 0 \end{cases}$

3) $\max \; z = 2x_1 + x_2$

S. A . $\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 0 \\ x_2 \leq 2 \\ x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ x_1, \; x_2 \geq 0 \end{cases}$

4) $\min \; z = 5x_1 + 8x_2 + 4x_3$

S.A. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$