

Álgebra de Boole e Portas Lógicas

Yuri Kaszubowski Lopes

UDESC

Anotações

Álgebra de Boole

- a álgebra de Boole variáveis e constantes podem assumir apenas os valores 0 ou 1
- Temos uma relação direta com nossos circuitos lógicos
- Temos apenas três operações básicas: NOT ("negação"), AND ("e") e OR ("ou")
- Essas são chamadas de operações lógicas
- Dadas variáveis booleanas, expressamos a saída em função da entrada
- Apresentamos todas as combinações de entradas e as saídas geradas
 - ▶ Com n variáveis booleanas podemos gerar 2^n combinações no total
- Logo, uma tabela verdade para n variáveis conterá 2^n linhas

Anotações

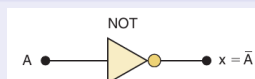
Função e Porta NOT

- Dada uma entrada booleana A , seu NOT (negação) é representada por \bar{A} (ou $\neg A$ ou $\sim A$)
 - ▶ A negação inverte a entrada

Tabela Verdade

A	\bar{A}
0	1
1	0

Porta lógica



Anotações

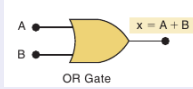
Função e Porta OR

- Dadas duas variáveis A e B , a operação OR ("ou") nessas variáveis é representada pelos sinais $+$, \vee
 - A saída é 1 se A ou B , ou ambos são 1

Tabela Verdade

A	B	$A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Porta lógica



Anotações

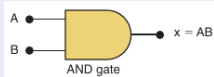
Função e Porta AND

- Dadas duas variáveis A e B , a operação AND ("e") nessas variáveis é representada pelo sinal \cdot (às vezes omitido), \wedge
 - A saída é 1 somente se A e B são 1

Tabela Verdade

A	B	$A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Porta lógica



Anotações

Expressões Booleanas

- Podemos combinar as operações/portas para formar expressões booleanas complexas.
 - Exemplo: Qual a expressão representada pelas portas a seguir?



Anotações

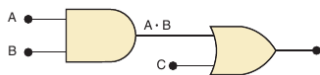
Precedência de Operadores

- Caso não hajam parêntesis, a precedência é:
 - 1 NOT
 - 2 AND
 - 3 OR
 - ▶ São resolvidos primeiro NOTs, depois ANDs e então ORs.
 - ▶ Expressões dentro de parêntesis são resolvidas primeiro.

Anotações

Exercício

- 1 Faça a tabela verdade para o circuito abaixo



- Expressão: $x = A.B + C$

Tabela Verdade

A	B	C	$A.B$	$A.B + C$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Anotações

Exercício

- 4 As expressões a seguir são equivalentes à do exercício anterior?
 - ▶ $X = C + A.B$
 - ▶ $X = A.(B + C)$

Anotações

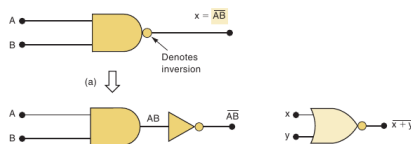
Portas com múltiplas entradas

- É comum desenharmos portas com mais de duas entradas (exceto para NOT) para simplificar os circuitos.

Anotações

NAND e NOR

- **NAND**: O mesmo que um AND seguido de um NOT
 - ▶ NAND entre A e B é dado por $\overline{A \cdot B}$
- **NOR**: O mesmo que um OR seguido de um NOT
 - ▶ NOR entre A e B é dado por $\overline{A + B}$
- Podemos representar essas operações com um AND/OR seguido de um NOT, ou colocar um círculo logo após a saída



Anotações

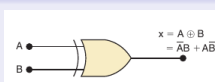
Função e Porta XOR

- Ou exclusivo (eXclusive-**OR**)
- Dadas duas variáveis A e B , a operação XOR nessas variáveis é representada pelo sinal \oplus
 - ▶ A saída é 1 somente se uma, e apenas uma, das entradas é 1

Tabela Verdade

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Porta lógica



Anotações

XNOR

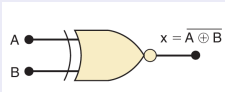
XNOR

- A saída é 1 se ambas as entradas são 0 ou ambas são 1
- Oposto de XOR: $\overline{A \oplus B}$

Tabela Verdade

A	B	$A \oplus B$	$\overline{A \oplus B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Porta lógica



Anotações

Equivalência lógica

- \Leftrightarrow significa equivalência. Complete a tabela verdade
- Mostre que: $A \oplus B \Leftrightarrow \overline{A.B} + A.\overline{B}$

Tabela Verdade

A	B	$\overline{A.B}$	$A.\overline{B}$	$\overline{A.B} + A.\overline{B}$	$A \oplus B$
0	0				0
0	1				1
1	0				1
1	1				0

- Mostre que: $\overline{A \oplus B} \Leftrightarrow A.B + \overline{A}.\overline{B}$

Tabela Verdade

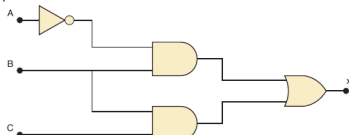
A	B	$A.B$	$\overline{A}.\overline{B}$	$A.B + \overline{A}.\overline{B}$	$\overline{A \oplus B}$
0	0				1
0	1				0
1	0				0
1	1				1

Anotações

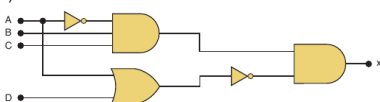
Exercícios

- Qual a expressão booleana representada pelas portas lógicas a seguir? Faça a tabela verdade para cada circuito.

► a)



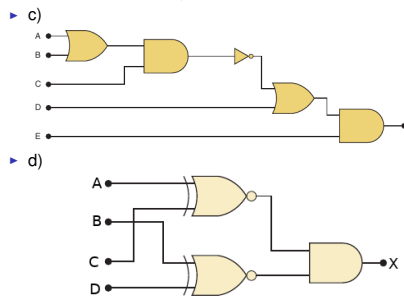
► b)



Anotações

Exercícios

- Qual a expressão booleana representada pelas portas lógicas a seguir? Faça a tabela verdade para cada circuito.



Anotações

Exercícios

- Desenhe o circuito e faça a tabela verdade para as seguintes expressões:
- a) $(A + B).(B + C)$
 - b) $A + B.C$
 - c) $\bar{A}B + A.\bar{B}$
 - d) $\bar{A}B \oplus A.\bar{B}$
- Qual a porta lógica única é equivalente ao Item c da questão anterior?
- $\bar{A} + \bar{B}$ é o mesmo que $\bar{A} + \bar{B}$? Verifique através de tabelas verdades.

Anotações

Referências

- TOCCI, R.J.; WIDMER, N.S. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**. 11a ed, Prentice-Hall, 2011.
- RUGGIERO, M.; LOPES, V. da R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. Makron Books do Brasil, 1996.
- NULL, L.; LOBUR, J. **Princípios Básicos de Arquitetura e Organização de Computadores**. 2014. Bookman, 2009. ISBN 9788577807666.

Anotações
