

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de  
Monterrey

Campus Monterrey

División de Electrónica, Computación, Información y Comunicaciones

Programas Internacionales

Propuesta de Proyecto Fin de Carrera

Aplicación de Algoritmos basados en Colonias de  
Hormigas al Problema de Empaquetamiento  
Bidimensional

por

Alberto Cuesta Cañada

791800



## Índice

1. Introducción.....	3
2. Definición del Problema.....	4
3. Objetivos.....	5
4. Marco Teórico.....	6
5. Hipótesis.....	8
6. Metodología.....	9
7. Plan de Trabajo.....	9
8. Bibliografía.....	10

## Resumen

El problema de empaquetamiento (en inglés “Bin Packing Problem”, BPP) es un problema de optimización bien conocido. Por ser NP-completo sólo es posible hallar soluciones exactas para tallas reducidas del problema. Para la resolución de tallas mayores se han hecho numerosas investigaciones, resultando algunas exitosas como la aproximación mediante algoritmos genéticos o la aproximación mediante algoritmos evolutivos.

J. Levine y F. Ducatelle demostraron que era posible resolver el BPP unidimensional mediante algoritmos basados en colonias de hormigas. Estos algoritmos, iniciados por M. Dorigo en 1992, se basan en la habilidad de las hormigas en la naturaleza para hallar caminos óptimos. Para ello combinan señales dejadas en el entorno con algoritmos heurísticos simples para hallar estocásticamente nuevas soluciones.

En este proyecto se intentará resolver el BPP bidimensional mediante algoritmos basados en colonias de hormigas y se comparará con resultados obtenidos mediante otros algoritmos ya estudiados.

# 1. Introducción

El presente proyecto se realiza dentro del marco de colaboración entre el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, México, y la Universidad Politécnica de Valencia, con el objeto de ser presentado como Proyecto Fin de Carrera en esta última, como parte final de los estudios en Ingeniería Informática del autor.

El Problema de Empaquetamiento (*Bin Packing Problem* en inglés, BPP) es un problema de optimización combinatorial bien conocido, el objetivo es colocar elementos dentro de un contenedor de tamaño mayor [1], el BPP puede tener varias dimensiones. En este documento nos centraremos en su variante bidimensional (BPP2). Este problema también ha sido denominado en ocasiones como Problema de Anidamiento (*Nesting Problem* en inglés, NP).

Se sabe que este problema es NP-completo, por lo cual solo es factible hallar soluciones exactas para tallas muy reducidas. Los métodos básicos para el tratamiento de este problema en tallas mayores se basan en métodos heurísticos, que se basan en el conocimiento y explotación de ciertas características de un problema determinado, por ello mismo muchas veces es imposible utilizar estas heurísticas de modo general y eficiente. Ultimamente se han desarrollado algunas metaheurísticas a este problema, generalmente con éxito. Estas técnicas incluyen algoritmos genéticos, *tabu search* o *simulated annealing*, por ejemplo.

Las aplicaciones de este problema en la industria son muy numerosas, desde el corte de materiales, el acomodamiento de objetos o incluso la ordenación de datos. En el contexto de la producción en masa, incluso mínimas mejoras sobre los algoritmos existentes podrían suponer una gran diferencia en aprovechamiento de recursos, esta es un importante razón para el estudio de estos problemas.

En este proyecto se propone un Algoritmo de Optimización basado en Colonias de Hormigas (*Ant Colony Optimization* en inglés, ACO) para resolver el BPP2. ACO es una nueva metaheurística para optimización combinatorial y otros problemas. El primer algoritmo ACO fue desarrollado por Marco Dorigo en 1992 en su tesis doctoral, y publicado como Ant System (AS) en 1996. Es una aplicación para el Problema del Viajante de Comercio (*Travelling Salesman Problem*, TSP) basado en las habilidades de hormigas reales para hallar caminos óptimos en la naturaleza, se espera que la posibilidad de aplicar este tipo de algoritmos al BPP2 desvele un medio de resolver este problema más eficiente que los algoritmos clásicos y al menos comparable con los algoritmos experimentales más avanzados.

Este documento está organizado como sigue: En la sección 2 se define formalmente el BPP2, con las variantes relevantes, en la sección 3 se definen los objetivos concretos de este proyecto, en la sección 4 se dará una vista de los algoritmos ACO existentes, y de las aplicaciones que se han realizado de los mismos sobre el BPP2 y problemas similares, en la sección 5 se establece la hipótesis que se intentará demostrar, en la sección 6 se explicará la metodología que se piensa seguir para desarrollar el trabajo, con un plan de trabajo en la sección 7, el último capítulo presentará la bibliografía utilizada en esta propuesta.

## 2. Definición del Problema

En este documento trataremos el Problema de Empaquetamiento Bidimensional, concretamente en la variante de colocar cajas rectangulares en una serie de contenedores. Las cajas no podrán ser rotadas como consideración inicial, aunque se aspira a relajar esta restricción por motivos lógicos. Asimismo en un principio contaremos con una serie de contenedores idénticos a llenar lo máximo posible con las cajas disponibles, siendo el número de contenedores fijo y existiendo una penalización por cada paquete que no se pueda introducir. Se analizará también con posterioridad el problema de tener contenedores de tamaños diversos.

La primera referencia de que el BPP2, bajo el nombre de *Nesting Problem*, haya sido tratado mediante ACO corresponde a Edmund Burke y Graham Kendall, en 1999 [6], en 2002 el *Two-Dimensional Cutting Stock Problem* fue extensamente investigado por Janne Karelaiti en su tesis de maestría [2], aplicado a la industria del acero y, entre muchas otras, se hace una aproximación mediante algoritmos ACO, este problema es una variante del BPP2. El trabajo más provechoso hallado corresponde a la tesis de maestría de Frederick Ducatelle, publicada en 2001 [7]. En este documento se hace una brillante aproximación al *Bin Packing Problem* (BPP) y al *Cutting Stock Problem*, con muy buenos resultados. Es a partir de este trabajo que se intentará realizar un estudio de la aplicación de algoritmos ACO al BPP2, explorando algunos de los muchos caminos que se dejaron abiertos a la investigación.

### 3. Objetivos

Entre los objetivos de este proyecto se incluyen el desarrollar un algoritmo ACO para el BPP2, en sus variantes de varios contenedores idénticos y contenedores de distintos tamaños, y la investigación de un método de búsqueda local apto para BPP2 y ACO. También se desean explorar otras variantes del ACO distintas a las investigadas en el trabajo de F. Ducatelle. Lo siguiente es un camino de investigación, no se espera la consecución de objetivos más allá del sexto en el periodo dedicado a este proyecto.

- Investigación de las heurísticas óptimas para el ACO-BPP2
- Investigación de los métodos de búsqueda local apropiados y su relación con las heurísticas investigadas.
- Hallar el algoritmo ACO idóneo en relación con los objetivos anteriores, para el empaquetamiento de cajas en un solo contenedor.
- Investigar la utilidad en un contenedor con una dimensión infinita.
- Investigar la utilidad en un contenedor con dos dimensiones infinitas.
- Desarrollar un (meta-)algoritmo ACO que permita aplicar lo anterior a una colección de contenedores idénticos.
- Investigar la aplicación de lo anterior a una colección de contenedores diversos.
- Investigar la aplicación de lo anterior a una colección de contenedores diversos de tamaño variable en una dimensión.
- Investigar la aplicación de lo anterior a una colección de contenedores diversos de tamaño variable en dos dimensiones.
- Investigar el problema usando lo investigado dentro de un enfoque fractal para problemas de talla gigante.

## 4. Marco Teórico

Los algoritmos basados en colonias de hormigas surgieron a principios de los 90 cuando Dorigo *et al.* desarrollaron una nueva aproximación para resolver el TSP [3]. La idea principal de los algoritmos ACO parte de imitar la habilidad de las hormigas para encontrar caminos óptimos en la Naturaleza. Cuando las hormigas encuentran una fuente de comida regresan al nido dejando una cantidad de feromonas en la ruta de regreso. Estas feromonas pueden ser detectadas por otras hormigas que tienen una posibilidad de seguir las hasta la fuente de comida, los caminos más cortos entre la fuente de comida serán recorridos más veces en promedio que los demás, y acumularán mayor cantidad de feromona, por este medio se asegura la convergencia hacia una solución localmente óptima. Diversas características (como la posibilidad de las hormigas de perder el rastro) aseguran que el problema no se vea bloqueado en una solución sub-óptima, problema conocido como *stagnation* [8] o estancamiento.

En [3] Dorigo presenta la aplicación de estas técnicas para resolver el Problema del Viajante de Comercio (TSP) con el nombre de *Ant System* (AS), bajo esta aplicación se introducen en el grafo a resolver una cierta cantidad de hormigas, las cuales recorren el grafo recordando que nodos han visitado para no volver a pasar por ellos, la elección del próximo nodo a visitar se realiza de modo semialeatorio entre las posibles, modificando la probabilidad de elección de cada nodo según una heurística simple y según la cantidad de feromona depositada anteriormente en la arista que lleva hasta ese nodo. Cada vez que una hormiga completa un recorrido por todos los nodos del grafo refuerza las aristas recorridas con una cantidad de feromona relativa a la calidad del camino encontrado. Debido al enfoque probabilístico de la elección, es difícil que el problema quede bloqueado en un mínimo local, y tras un cierto número de iteraciones podemos estar razonablemente seguros de haber encontrado un camino muy cercano al óptimo.

Costa y Hertz, en “*Ants Can Colour Graphs*” [5], demostraron que era posible aplicar el AS a problemas de agrupamiento, representando cada elemento a agrupar como un elemento en un grafo no dirigido, y las aristas entre ellos como el coste o beneficio asociado a su pertenencia a un mismo grupo, entonces las hormigas encontrarían un grupo de caminos representativo de una partición en el conjunto.

A partir de estos resultados, Edmund Burke y Graham Kendall [6] en el contexto de la evaluación de una heurística denominada “*No Fit Polygon*” propusieron una aproximación ACO al Problema de Anidamiento, un caso particular del BPP2, con resultados escasos pero promisorios. En este documento se construye un grafo completo cuyos nodos son los elementos, y los caminos hallados representan la conveniencia de tener determinados elementos en el mismo grupo. Como el resultado de colocar los elementos dentro de la superficie depende del orden en el que se metan, dicho orden queda reflejado en el grafo, dado que existen múltiples caminos que conectan los mismos nodos, pero el que contenga el orden óptimo de colocación se verá más reforzado.

También a partir del trabajo de Costa y Hertz, F. Ducatelle y J. Levine [7]

realizaron una investigación acerca de la aplicación de algoritmos ACO al BPP y CSP unidimensionales, con atención a múltiples detalles que mejoraban su eficiencia, como son algoritmos de búsqueda local y heurísticas, focalizando en el propio algoritmo ACO su trabajo.

Estas investigaciones son la base para las hipótesis presentadas en el siguiente capítulo.

## 5. Hipótesis

Dadas las pruebas aportadas en otros documentos de que problemas similares al BPP2 pueden ser resueltos por algoritmos ACO de forma más eficiente que con otros métodos de búsqueda combinatorial, se hipotetiza que es posible hallar una formulación ACO para el BPP2 que rinda resultados al menos comparables con los algoritmos de búsqueda combinatorial más eficientes.

Es posible plantear el BPP2 del siguiente modo: Construimos un grafo completo y dirigido cuyos nodos son los elementos a almacenar, cada arista  $(i, j)$  tiene un peso derivado del coste de introducir el elemento  $j$  después del elemento  $i$ . En este escenario ideal el problema sería el mismo que el TSP.

Se plantea que es posible hallar una heurística para el BPP2 que permita reducir el problema a hallar el orden óptimo de inserción de los elementos en el contenedor, esta heurística debe ser tal que el coste de introducir cada bloque sea dependiente tan sólo de cuál fue el bloque anterior insertado, en la medida de lo posible, se cree que una colocación de los paquetes en espiral, con rotación automática de cada paquete a la orientación que minimice el área rectangular envolvente, puede ser apropiada.

Con la aproximación anterior se buscaría construir un grafo ponderado donde sería fácil resolver el problema, pero existe una aproximación complementaria, que restringiría menos el problema de la dependencia de un paquete respecto más paquetes aparte del inmediato anterior. Según esta segunda aproximación, el grafo construido sería dinámico, donde el peso de cada arista no sería fijo, sino dependiente de la solución particular de cada hormiga, aparte de la heurística y el rastro de feromonas.

Se investigarán varios métodos para puntuar la idoneidad de un paquete en un momento dado, desde el acoplamiento de todo el conjunto, hasta el acoplamiento con el paquete anterior, pasando por el acoplamiento con los paquetes adyacentes.

Asimismo, ha sido ampliamente demostrado que los algoritmos de búsqueda local potencian los algoritmos ACO, siendo un complemento fundamental. Es necesario investigar dichos algoritmos para nuestro problema, puesto que la eficiencia del algoritmo depende en gran medida de la unión de todos los elementos: una heurística, un algoritmo ACO, un método de búsqueda local.



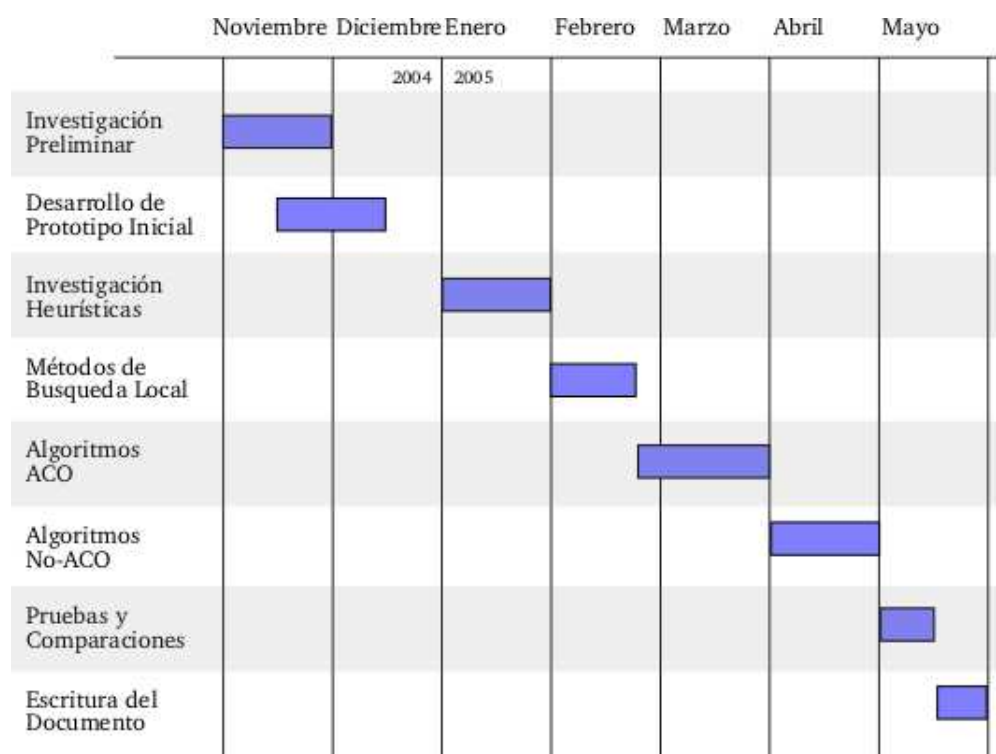
## 6. Metodología

Para el desarrollo de este proyecto se comenzará con investigar extensivamente la literatura existente sobre algoritmos ACO y aplicaciones de los mismos, así como los documentos acerca de la resolución del BPP2 por otros medios. A partir de la construcción de un primer prototipo simultaneamente se investigarán y se desarrollarán distintas aproximaciones, buscando la implementación óptima.

Cuando se considere adecuado y se cuenten con conocimientos suficientes se procederá al desarrollo de la aplicación final, que será comparada con los mejores algoritmos clásicos y experimentales existentes.

Para terminar, será escrito un documento conteniendo con toda la investigación seguida y con los resultados obtenidos.

## 7. Plan de Trabajo



## 8. Bibliografia

- [1] Harald Dyckhoff. *A typology of cutting and packing problems*. European Journal of Operational Research, 44-2:145-159, 1990.
- [2] Janne Karelaiti. *Solving the cutting stock problem in the steel industry*. M.D. thesis, Helsinki University of Technology, Finland.
- [3] Marco Dorigo, et al., Ant Colony System: *A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem*. <http://citeseer.ist.psu.edu/459780.html>, 1996.
- [4] Marco Dorigo, Gianni Di Caro. Ant Colony Optimization: *A New Meta-Heuristic*. <http://citeseer.ist.psu.edu/396734.html>, 1999.
- [5] D. Costa, A. Hertz. *Ants can colour graphs*. Journal of the Operational Research Society, 48:295-305, 1997.
- [6] Edmund Burke, Graham Kendall. *Applying Ant Algorithms and the No Fit Polygon to the Nesting Problem*. <http://citeseer.ist.psu.edu/708788.html>, 1999.
- [7] Frederick Ducatelle, John Levine. *Ant Colony Optimization for Bin Packing and Cutting Stock Problems*. <http://citeseer.ist.psu.edu/ducatelle01ant.html>, 2001.
- [8] Eric Bonabeau, Marco Dorigo, and Guy Theraulez. *Swarm Intelligence: from natural to artificial systems*. Oxford University Press, Inc., New York, NY, USA, 1999.