Jonathan Zentio

950202–6090

Projektuppgift - Kaströrelse

FY1426

1. Inledning

En tvådimensionell simulering av en kaströrelse har implementerats genom användning av biblioteket SFML. Som ”features” utöver själva kaströrelsen valdes att även simulera hur den påverkas av både luftmotstånd och magnuseffekten. Detta då de ansågs vara mest relevanta för denna typen av simulering.

Simuleringen utfördes genom användning av Eulers stegmetod

Implementationen validerades bland annat genom jämförande mot analytiska beräkningar.

1. Modell

Till simuleringen användes den iterativa modellen Eulers stegmetod, som är en modell utformad för att lösa differentialekvationer där ett startvärde är känt och fungerar som namnet antyder genom att dela in ekvationen i flera diskreta steg med en bestämd längd emellan. Ekvationens lösningskurva approximeras därefter, vilket leder till att metoden är inte lika exakt som en analytisk lösning då dess precision beror av steglängden mellan punkterna men lämpar sig dock väl till realtidssimuleringar.

Enligt denna typ av stegmodell beräknas hastigheten *V* i ett givet steg genom att multiplicera ett föremåls acceleration *a* med tidssteget *Δ t* och addera det till starthastigheten enligt

För att kunna beräkna föremålets, i detta fallet en boll, acceleration så måste krafterna som verkas på föremålet först beräknas. I fallet med denna simuleringen var de påverkande krafterna **luftmotstånd, Magnuseffekten** samt **tyngdkraft**.

Luftmotståndet beräknades genom formeln genom formeln

där C står för luftmotståndskoefficienten, ρ står för luftens densitet, A är tvärsnittsarean för föremålet och v är föremålets hastighet. Då tvärsnittsarean för en sfär är detsamma som arean för en cirkel, radien i kvadrat gånger pi, så kan formeln skrivas om:

Magnuskraften beräknades genom formeln

Även här står ρ för luftens densitet, v är föremålets hastighet, r är föremålets radie och ω är vinkelhastigheten. Föremålets vinkelhastighet bestämdes genom formeln

Där Δ *a* representerar hur mycket föremålet roterat sedan det förra steget.

Bollen gavs till att börja med en position, en hastighet, en massa, en radie samt en vinkel. Hastigheten och vinkeln användes till att bestämma starthastigheten i både x-och-y-led genom komposantuppdelning enligt:

Hastigheterna i x-och-y-led beräknades:

Gravitationskraften som verkar på bollen beräknades:

Där m är objektets massa och g är tyngdaccelerationen, som brukar räknas som cirka .

Krafterna summerades. Då krafterna verkar i motsatt riktning till hastigheten så räknades de som negativa.

Enligt Newtons andra lag kunde accelerationen bestämmas utifrån krafterna som verkade på objektet och dess massa:

1. Implementation

Implementationen utfördes med hjälp av biblioteket SFML 2.5 och skrevs i språket C++. Utformningsmässigt bestod den av två klasser, ”Game” som skötte själva loopen med tidsuppdatering, samt klassen ”Ball” som utförde uppdateringen av boll-objektet, däribland de relevanta fysikberäkningarna.

För att kunna ändra utgångshastighet, vinkel, massa, radie, samt vilka krafter som skulle verka på bollen under simuleringen användes biblioteket TGUI, som tillåter skapande av UI-element knutna till funktioner.

\*

För att säkerställa att tidsteget förblev konstant implementerades en timer som såg till att ”spelloopen” uppdaterades med ett jämnt antal ”frames” per sekund.

Då SFML använder sig av ett koordinatsystem där y-axeln pekar nedåt så dras den nya positionen i y-led bort från ursprungspositionen istället för att läggas till. På så vis fås en rörelse som går på ”rätt” håll utan att själva hastigheten behöver inverteras.

Fyra olika varianter på hur bollen kan uppdateras – utan Magnus och luft, med luft, med Magnus, och med både Magnus och luft.

\*

1. Validering

Implementationen av själva kaströrelsen validerades genom att jämföra den mot en analytisk beräkning med samma utgångsvärden som simuleringen.

Implementationen av luftmotståndet och magnuseffekten validerades genom att jämföra med den förväntade skillnaden i beteende, dvs hur ett kast från en given position med luftmotstånd/magnuseffekt skiljde sig gentemot ett kast från samma position med enbart gravitationen som påverkande kraft.

Även storleken på tidsstegen varierades för att undersöka om det gav någon skillnad i kastparabelns exakthet.

1. Resultat