

五行阴阳音乐系统—黄金率试验

Abe.Chua (初稿 A)

2025-08-25

目标 (简要): 本试验以可参数化的基点频率 F_{base} (默认 20 Hz, 可小范围可调) 出发, 按黄金比例 φ 向上生成一系列音区; 在每个音区内按五行—阴阳角度分布决定 15 个音位在该区内的落点。下面给出公式、两种可选映射方案、枚举区间的方法与简单示例。

参数与符号:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.61803398875, \quad F_{\text{base}} \text{ (?? = 20 Hz)}$$

五行角度基位与极性:

$$\theta_e = 72^\circ \cdot e, \quad e \in \{0, 1, 2, 3, 4\}, \quad p \in \{-1, 0, +1\}, \quad \Delta\theta \text{ (?? = } 5^\circ)$$

定义单个位置角度:

$$\theta = \theta_e + p \cdot \Delta\theta.$$

方案 A — 折叠 (folding) 方式 (与早前文档一致的拓展):

- 先计算原始比例因子:

$$r_{\text{raw}}(\theta) = \varphi^{\theta/72}.$$

- 原始频率 (未折叠):

$$f_{\text{raw}} = F_{\text{base}} \cdot r_{\text{raw}}(\theta).$$

- 将 f_{raw} 折叠到第 n 音区 (区间定义见下):

$$f_{e,p,n} = f_{\text{raw}} \cdot \varphi^k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

选取 k 使得 $f_{e,p,n} \in [F_{\text{base}}\varphi^n, F_{\text{base}}\varphi^{n+1})$ 。

方案 B — 归一化 (intra-zone placement) 方式 (推荐, 直观且无额外折叠): 将角度映射到单一区间内的位置参数 $u \in [0, 1)$:

$$u = \frac{\theta \bmod 72^\circ}{72^\circ}.$$

第 n 音区定义为

$$\mathbb{X}_n = [F_{\text{base}}\varphi^n, F_{\text{base}}\varphi^{n+1}),$$

并在区内按 u 放置该音位:

$$f_{e,p,n} = F_{\text{base}} \cdot \varphi^{n+u}.$$

优点: 每 72° 的角度周期对应完整的一个黄金率音区, 计算简单且无折叠不确定性。

如何枚举有效的 n (使频率落在工程带宽 $[F_{\text{min}}, F_{\text{max}}]$ 内, 示例取 $F_{\text{min}} = 40 \text{ Hz}$, $F_{\text{max}} = 6000 \text{ Hz}$): 对于给定 u , 满足

$$F_{\text{min}} \leq F_{\text{base}}\varphi^{n+u} < F_{\text{max}}$$

等价于

$$\log_\varphi \frac{F_{\text{min}}}{F_{\text{base}}} - u \leq n < \log_\varphi \frac{F_{\text{max}}}{F_{\text{base}}} - u.$$

因此取

$$n_{\text{min}} = \left\lceil \log_\varphi \frac{F_{\text{min}}}{F_{\text{base}}} - u \right\rceil, \quad n_{\text{max}} = \left\lfloor \log_\varphi \frac{F_{\text{max}}}{F_{\text{base}}} - u \right\rfloor.$$

对所有 15 个 (e, p) 计算对应 u , 再合并不同 n 的结果即可得到完整候选集合。

简单示例 (参数: $F_{\text{base}} = 20 \text{ Hz}$, $\Delta\theta = 5^\circ$, $F_{\text{min}} = 40$, $F_{\text{max}} = 6000$): 按方案 B, 枚举 n 直到区间上界超出 F_{max} 。(可在脚本中实现并直接导出每个 $f_{e,p,n}$ 与其所属区间。)

实现建议与比较:

- 首选方案 B（归一化）用于生成可解释的、无折叠二义性的区间分布。
- 方案 A 可用于兼容已有折叠逻辑或当角度范围超出一个周期时复用。
- 导出时同时给出绝对频率、相对 cents（以某一基准如 220 Hz 或局部区下界为基准）、以及所属 n 。
- 在脚本中提供可调参数： F_{base} , $\Delta\theta$, F_{min} , F_{max} 与是否使用方案 A/B。

下一步（工程化清单）：

1. 编写生成脚本（Python），实现方案 B 的 $f_{e,p,n}$ 枚举并输出 CSV/Scala/.tun。
2. 生成每个候选区段的频率范围表并可视化（热图/频谱带图）。
3. 在小样本上进行听测与参数微调（调整 F_{base} 与 $\Delta\theta$ ）。