

基于 Petersen 图启发的五行阴阳音乐系统

理论框架与创新潜力

Abe.Chua

2025-08-24

研究立项报告书（初稿）

关键词：Petersen Graph、五行阴阳、黄金比例调律、非八度音阶、实验音乐系统

摘要

本报告提出一种基于 Petersen 图拓扑结构的原创音乐系统，融入中国传统五行（金、木、水、火、土）与阴阳极性哲学，构建脱离 12-TET 的非线性音律框架。核心包括 15 方位音阶（5 五行 \times 3 极性），可扩展至 45 音符（3 音区 \times 15 方位），通过黄金比例缩放与图约束生成旋律。系统强调规则驱动的和谐探索，潜在产生新颖且悦耳的音乐作品。报告讨论理论基础、创新点、可行性分析及应用前景，为后续研究立项提供依据（无实验数据）。

1 引言

传统音乐系统多依赖 12-TET，等分八度便于转调但牺牲纯律和谐，导致若干音程偏差。受 Petersen 图（3-正则、10 节点）启发，本系统探索几何与哲学混合框架：以图拓扑作为音程约束，结合五行与阴阳生成非线性音阶。五行作为生成一克制循环的象征，可用于音乐疗愈和情感映射。本报告旨在重新构想 Petersen 音乐系统，评估其产生和谐音乐的潜力与可行性。

2 系统概述

2.1 核心框架

- 基于 Petersen 图，定义 15 方位音阶：5 个五行元素在角度上分布为金 0° 、木 72° 、水 144° 、火 216° 、土 288° ，每元素对应 3 个极性（阴 -1 、中 0 、阳 $+1$ ）。
- 阴阳偏移参数 $\Delta\theta$ （默认 5° ）用于调整角度： $\theta = \theta_0 + \Delta\theta \cdot p$ ($p \in \{-1, 0, 1\}$)。
- 音高比例采用黄金比例尺度 $\rho = \varphi^{\theta/72}$ ， $\varphi \approx 1.618$ 。基准频率 $F_0 = 220$ Hz，结果折叠到单八度区间以保证听感。
- Petersen 图的无向边定义音程语法：旋律按邻接节点游走，形成“受限自由”的作曲机制。
- 五行映射到音色与情感（例如：金 = 钟声 / 坚定，水 = 滑音 / 流动）；阴阳调制影响音色亮度（阳倾向明亮谐波，阴倾向暗淡滤波）。

2.2 阴阳偏移参数（默认 5° ）

推荐默认值 $\Delta\theta = 5^\circ$ 。理由概述：

- 5° 对应的微分音偏移约 116 cents，能产生温和的微分音效果而非突兀跳变。
- 相较于 10° （约 231 cents）， 5° 降低不谐风险，同时保留 72° （ ≈ 833 cents）为五行基间隔。
- 参数应可调（例如尝试 18° 探索“黄金规模”模式），并通过听感测试验证不同设置的影响。

2.3 扩展到 45 音符

参考 Petersen 图的三环结构：内环 / 中环 / 外环分别对应低 / 中 / 高音区，采用倍率 $1/\varphi, 1, \varphi$ 将 15 方位复制为 45 音符。系统为动态网络：旋律可在环间转移，形成层级叙事。

3 创新点与理论基础

3.1 规则驱动 vs 数据驱动

本系统为规则驱动：无需大规模训练样本即可生成音乐；以黄金比例产生非线性音程，并以图论约束减少不协调跳跃。与基于深度学习的生成模型不同，本系统强调可解释的规则与音乐语法。

3.2 非八度循环潜力

可选采用“黄金八度”（比值 $\varphi:1$ ，约 833 cents）替代传统 2:1 八度，产生非周期、持续演化的听感；该思路借鉴 Bohlen-Pierce 等非八度音阶实验。

3.3 五行与阴阳整合

将五行生克关系映射到旋律生成规则（例如“木生火”“火克金”）以影响旋律趋向与和声化学；可调节阴阳参数以探索“平衡音乐”与情绪表达。

4 可行性分析

4.1 和谐性潜力

黄金比例调律在特定配置下可接近纯律音程，结合图约束有望生成有机且悦耳的旋律。45 音符增加和声色彩，但需通过参数优化避免刺耳间隔。

4.2 实现路径

建议使用 Python + MIDI（或音频合成库）实现 Petersen 图上的规则游走与黄金比例频率映射。风险为不均匀间隔可能导致不适听感，缓解途径包括路径权重化、和谐优先策略与听觉测试。

4.3 与 12-TET 的比较

该系统放弃部分转调自由以换取几何与哲学驱动的和谐表达，适合实验音乐、疗愈音乐与跨学科艺术项目。

5 潜在应用与扩展

- 音乐创作：生成“五行叙事”作品（包括疗愈类音乐）。
- 跨领域：声化数据、艺术装置、新型演奏界面或 MPE 合成器设计。
- 扩展方向：与 AI 提示整合（保持规则核心）、探索其他图结构与更多音区。

6 结论与建议

Petersen 音乐系统提供一个原创且可实现的框架，融合图论、五行与黄金比例调律，具有生成和谐新音乐的潜力。建议立项步骤：

1. 开发原型；
2. 进行听觉测试与参数优化；
3. 开展跨文化比较研究。