Bakatöö

Vootele Rõtov

21. veebruar 2013. a.

Sisukord

Spikker

Helesinine- komentaarid
Tumesinine - asjad, mille õigsust peaks kontrollima

Miks ma käesolevat asja teen?

Panen kirja mõned põhjused, miks ma tegelen selle asjaga:

I Sellest on kellegile kasu - loodan realselt, et saan hakkama mingi toreda asjaga, millest keegi(näiteks Marguse psühholoogidest sõbrad) kasu saab.

II Saab kätte selle paberi, mis teeb minust parema inimese.

III Midagi uut, olen juba päris pikalt tarkust ühes formaadis kuula õppejõudu, tööta läbi tema poolt valitud materjalid, esita see õppejõule, äkki selline formaat, kus tuleb ise otsida ja ise mõelda meeldib.

IV Väljakutse, kuigi viimaste aastatega on enesemotivatsioon kõvasti paranenud, ei ole see veel seal, kus ta olla võiks. Loodetavasti "treenin"seda aspekti.

1 Töö ülesehitus

Esiteks, toome sisse lugejale vajaliku taustinfo, seejärel kirjeldame probleemipüstitust. Sellele järgneb töö eesmärgi matemaatiline püstitus.

2 Taustinfo

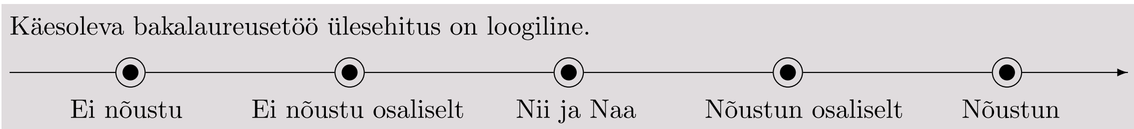
Käesolev uurimus tegeleb kšimustikega, milles soovitakse hinnanguid mingile arvule väidetele viie pallisel Likerti skaalal. Näiteks: [1]

Käesoleva bakalaureusetöö ülesehitus on loogiline.

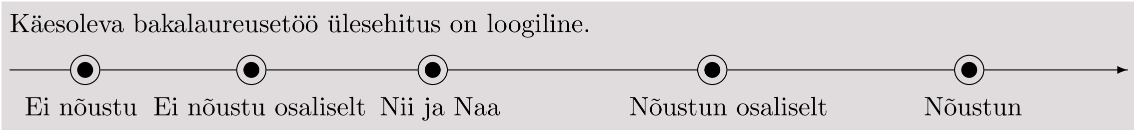
☐ Ei nõustu ☐ Ei nõustu osaliselt ☐ Nii ja naa ☐ Nõustun osaliselt ☐ Nõustun

Joonis 1: Näide väitest, millile palutakse hinnangut Likerti skaalal

3 Mida me teen?



Joonis 2: Näide, kuidas hinnangud skaalal vaikimisi paigutuvad



Joonis 3: Näide hinnangute paiknemisest skaalal,kus on arvestatud hindajate suhtumist autorisse

Meil on valikvastutsega küsimustik milles on n küsimust, kõik küsimusid 5 palli skaalal. Vaja on mudelit, mis aitaks analüüsida küsimuste skaalat ehk seda, kas hindamise skaalal asuvad kšimused sama kaugel. Selline mudel on kasutatav kšimustike täiendamiseks.
Olemas on mitmeid erinevaid lahendusi. Margus pakkus välja järgmise mõtte :
Kolmas mõte oleks aga lineariseerida muutuja valides kordajad öptimaalselt"nii, et kokku oleks (lineaarsete s.o. pearsoni) korellatsioonide summa maksimaalne.
Minu ülesanne: analüüsida, kas see lahendus idee on mõistlik ja kui on mõistlik, siis välja mõelda, kuidas see lahendus täpselt võiks välja näha.

Altervatiivid

1. Kõige triviaalsem viis: kõikide küsimuste vastused kujutama hulgale {1,2,3,4,5}, leiame mudeli, mille võime kirjeldada valitud küsimust on suurim. Tegemist on ilmselt vaikimisi variandiga ehk loodud mudelit peab võrdlema
2. Selle asemel, et kujutada hulgale 1,2,3,4,5, leiame sobivad vasted nii, et mudeli kirjeldav jõud oleks suurim. Oht selles, et meie mudel kirjeldab väga hästi olemasolevat valimit, ütlemata suurt midagi üldkogumi kohta. Huvitav oleks, kas lihsalt nii midagi teha ei annaks ? Overfittimise vastu saaks, aga vaja oleks valimit, mis oleks piisavalt suur, et seda kaheks jagada(midagi, mille pealt mudelit ehitada ja midagi, mille pealt seda validifitseerida.
3. Midagi veel? Peab uurima.

Ülesande matemaatiline püstitus

Meil on muutujad $K_1, K_2, ..., K_n, K_i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, mis omavad tähendust kui vastused uuritava küsitluse küsimustele. Toome sisse ka tähistused $p_{i\alpha}, i \in \{1, 2, ..., n\}, \alpha \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, kus $p_{i\alpha}$ tähistab tõenäosust, et küsimusele K_i anti vastus α.
Kujutama väärtused $K_1, K_2, ..., K_n$ muutujateks $L_1, L_2, L_2, ..., L_n$, tuues sisse väärtused $\Gamma_i = \{\gamma_{1i}, \gamma_{2i}, \gamma_{3i}, \gamma_{4i}, \gamma_{5i}\}$ $i \in 1, 2, ...n$, nii et kehtib järgnev :

$$K_i = 1 \implies L_i = \gamma_{i1}, K_i = 2 \implies L_i = \gamma_{i2}, \cdots, K_i = 5 \implies L_i = \gamma_{i5}$$

Lisame kitsendused:

$$E(L_i) = p_{i1} * \gamma_{i1} + p_{i2} * \gamma_{i2} + p_{i3} * \gamma_{i3} + p_{i4} * \gamma_{i4} + p_{i5} * \gamma_{i5} = 0 \tag{1}$$

$$D(L_i) = p_{i1} * (\gamma_{i1})^2 + p_{i2} * (\gamma_{i2})^2 + p_{i3} * (\gamma_{i3})^2 + p_{i4} * (\gamma_{i4})^2 + p_{i5} * (\gamma_{i5}) = 1 \tag{2}$$

Olgu meil tõenäosuste maatriks P:

[1]Näited terviklikest küsimustikest lisades, joonis 4 ja joonis 5

$$P = \begin{pmatrix} p_{(11)(11)} & p_{(11)(12)} & p_{(11)(13)} & p_{(11)(14)} & p_{(11)(15)} & p_{(11)(21)} & \cdots & p_{(11)(n5)} \\ p_{(12)(11)} & p_{(12)(12)} & p_{(12)(13)} & p_{(12)(14)} & p_{(12)(15)} & p_{(12)(21)} & \cdots & p_{(12)(n5)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{(n5)(11)} & p_{(n5)(12)} & p_{(n5)(13)} & p_{(n5)(14)} & p_{(n5)(15)} & p_{(n5)(21)} & \cdots & p_{(n5)(n5)} \end{pmatrix}$$

kus $p_{(i\alpha)(j\beta)}, i, j \in \{1, 2, ..., n\}, \alpha, \beta \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ tähistab tõenäousust, et küsimusele K_i anti vastus α ja küsimusele K_j anti vastus β.
Paneme tähele, et kuna $p_{(i\alpha)(i\alpha)} = 1$, siis avaldub eelnev maatriks ka järgnevalt:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & p_{(11)(12)} & p_{(11)(13)} & p_{(11)(14)} & p_{(11)(15)} & p_{(11)(21)} & \cdots & p_{(11)(n5)} \\ p_{(12)(11)} & 1 & p_{(12)(13)} & p_{(12)(14)} & p_{(12)(15)} & p_{(12)(21)} & \cdots & p_{(12)(n5)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{(n5)(11)} & p_{(n5)(12)} & p_{(n5)(13)} & p_{(n5)(14)} & p_{(n5)(15)} & p_{(n5)(21)} & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Defineerime vektori x:

$$x = (\gamma_{11}, \gamma_{12}, \gamma_{13}, \gamma_{14}, \gamma_{15}, \gamma_{21}, \gamma_{22}, \gamma_{23}, \gamma_{24}, \gamma_{25}, \cdots, \gamma_{n1}, \gamma_{n2}, \gamma_{n3}, \gamma_{n4}, \gamma_{n5})$$

Siis $xPx^T = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} COV(L_i, L_j)$. Veendume selles:

$$xPx^T = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_{(11)(11)} & p_{(11)(12)} & \cdots & p_{(11)(n5)} \\ p_{(12)(11)} & p_{(12)(12)} & \cdots & p_{(12)(n5)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{(n5)(11)} & p_{(n5)(12)} & \cdots & p_{(n5)(n5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{11} \\ \gamma_{12} \\ \vdots \\ \gamma_{n5} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{5} \gamma_{jl} p_{(jl)(11)} & \sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{5} \gamma_{jl} p_{(jl)(12)} & \cdots & \sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{5} \gamma_{jl} p_{(jl)(n5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{11} \\ \gamma_{12} \\ \vdots \\ \gamma_{n5} \end{pmatrix} =$$

$$= \sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{5} \gamma_{jl} p_{(jl)(11)} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{5} \gamma_{jl} p_{(jl)(12)} + \cdots + \sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{5} \gamma_{jl} p_{(jl)(n5)} =$$

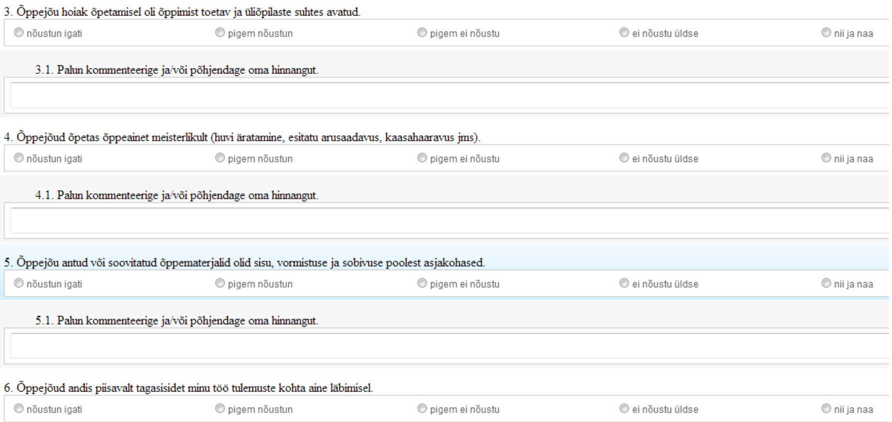
$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{5}\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{5} \gamma_{jl} p_{(jl)(ik)} \gamma_{ik} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{5}\sum_{l=1}^{5} \gamma_{jl} p_{(jl)(ik)} \gamma_{ik} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} E(L_i L_j) =$$

$$\underset{(1)}{=} \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} E(L_i L_j) - E(L_i)E(L_j) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} COV(L_i, L_j)$$

Selle põhjal saame moodustada *Quadratically constrained quadratic programm*-i, kus *objective function* (Eesti keels kulufunktsioon?) on *max* $x^T Px$ ja piiravateks fukntsioonideks on funktsioonid $R_i^T x = 0, i \in 1, 2, ..., n$, kus $R_i = (\underbrace{0, 0, ...0, 0}_{(i-1)*5} p_i a, p_i b, p_i c, p_i d, p_i e, \underbrace{0, 0, ..., 0, 0}_{(n-i)*5})$ ja funktsioonid $x^T P_i x = 1, i \in 1, 2, ..., n$, kus

$$P_i = \begin{pmatrix} p_{ja} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{jb} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_{je} \end{pmatrix},\ p_j\alpha = \begin{cases} 0 & j \neq i \\ p_i\alpha & i = j \end{cases}, \alpha \in \{a, b, c, d, e\}$$

4 Lisa


3. Õppejõu hoiak õpetamisel oli õppimist toetav ja üliõpilaste suhtes avatud.

nõustun igati | pigem nõustun | pigem ei nõustu | ei nõustu üldse | nii ja naa

3.1. Palun kommenteerige ja/või põhjendage oma hinnangut.

4. Õppejõud õpetas õppeainet meisterlikult (huvi äratamine, esitatu arusaadavus, kaasahaaravus jms).

nõustun igati | pigem nõustun | pigem ei nõustu | ei nõustu üldse | nii ja naa

4.1. Palun kommenteerige ja/või põhjendage oma hinnangut.

5. Õppejõu antud või soovitatud õppematerjalid olid sisu, vormistuse ja sobivuse poolest asjakohased.

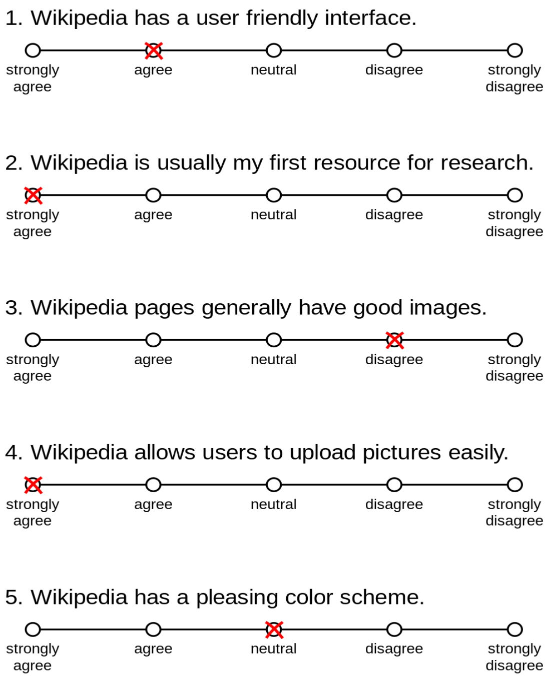
nõustun igati | pigem nõustun | pigem ei nõustu | ei nõustu üldse | nii ja naa

5.1. Palun kommenteerige ja/või põhjendage oma hinnangut.

6. Õppejõud andis piisavalt tagasisidet minu töö tulemuste kohta aine läbimisel.

nõustun igati | pigem nõustun | pigem ei nõustu | ei nõustu üldse | nii ja naa

Joonis 4: Näide Tartu Ülikooli õppeinfo süsteemi tagasiside ankeedist, kus rakendatakse Likerti skaalat [2]



Joonis 5: Näide küsimustikust, kus rakendatud Likerti skaalat, küsimused on paigutatud nende järjestikulisus rõhutamiseks teljele [1]

Viited

[1] Nicholas Smith. Example of Likert Scale. http://en.wikipedia.org/wiki/File:Example_Likert_Scale.svg.

[2] UT. Õisi tagasiside. http://is.ut.ee.