Bakatöö

Vootele Rõtov 21. märts 2013. a.

Sisukord

1	Töö ülesehitus	3			
2	Taustinfo 2.1 Likerti skaala 2.2 Reliaablus 2.3 Sisemine reliaablus 2.4 Cronbachi alfa	3 3 4 4 5			
3	Ülesande püstitus				
4	Ülesande matemaatiline püstitus				
5	Lahenduse idee				
6	Teisendus $QCQP$ tüüpi ülesandel t SDP tüüpi ülesandele	10			
7	Lisa	12			

Spikker

Helesinine- komentaarid Tumesinine - asjad, mille õigsust peaks kontrollima

Miks ma käesolevat asja teen?

Panen kirja mõned põhjused, miks ma tegelen selle asjaga:

- I Sellest on kellegile kasu loodan realselt, et saan hakkama mingi toreda asjaga, millest keegi(näiteks Marguse psühholoogidest sõbrad) kasu saab.
- II Saab kätte selle paberi, mis teeb minust parema inimese.
- III Midagi uut, olen juba päris pikalt tarkust ühes formaadis kuula õppejõudu, tööta läbi tema poolt valitud materjalid, esita see õppejõule, äkki selline formaat, kus tuleb ise otsida ja ise mõelda meeldib.
- IV Väljakutse, kuigi viimaste aastatega on enesemotivatsioon kõvasti paranenud, ei ole see veel seal, kus ta olla võiks. Loodetavasti "treenin"seda aspekti.

1 Töö ülesehitus

Esiteks tutvustame lugejale vajalikku taustinfot, seejärel kirjeldame probleemipüstitust. Sellele järgneb töö eesmärgi matemaatiline püstitus.

2 Taustinfo

2.1 Likerti skaala

Käesolev uurimus tegeleb küsimustikega ($Likert\ scale$), milles soovitakse hinnanguid teatud arvule väidetele ($Likert\ item$) viie pallisel Likerti skaalal [2]. Näiteks: ¹

Käesoleva bakalaureusetöö ülesehitus on loogiline.						
Ei nõustu	Ei nõustu osaliselt	Nii ja naa	Nõustun osaliselt	Nõustun		

Joonis 1: Näide väitest, millele palutakse hinnangut Likerti skaalal

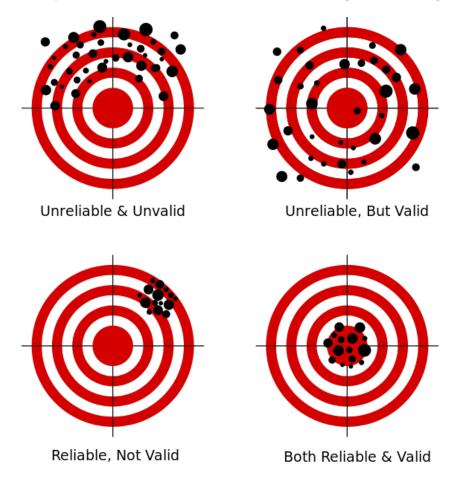
Likerti skaala - järjestikskaala või intervallskaala?

Lugejal võib tekkida õigustatud küsimus, kuidas põhjendab autor Likerti skaala käsitlemist intervallskaalana kui Likerti skaala oli algselt mõeldud järjestikskaalana ning selle kasutamise osas intervallskaalana on autorid pigem skeptilised [4]. Sellest hoolimata on intervallksaala tõlgendus praktikas piisavalt levinud, et selle valdkonna uurimine õigustatud oleks. Siinkohal vajab esile toomist, et kriitikute üks levinumaid argumente on see, et "hea" ja "väga hea" keskmine ei ole loomulikul viisil tõlgendatav kui "hea + pool", millega autor ka nõustub ning loodab pakkuda sellele alternatiivset tõlgendust.

¹Näited terviklikest küsimustikest on lisades, joonisel 7 ja 8

2.2 Reliaablus

Testi reliaabluseks nimetatakse testi omadust saada sama subjekti erinevatel mõõtmistel sama tulemus. Kõrge reliaablusega testi tulemuste juhuslik viga on väike. Järgnev joonis illustreerib reliaabluse kontseptsiooni, suhestades teda testi teise karakteristikuga — valiidsusega.

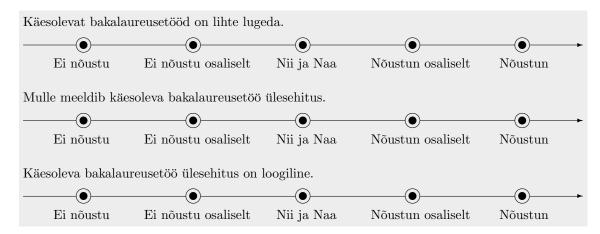


Joonis 2: Reliaabluse (reliability) ja valiidsuse (validity) omavahelist suhestumine. [?]

Reliaabluse mõõtmise viisidest on osutunud popularseimaks sisemise reliaabluse leidmine, näiteks kolm neljandikku Ameerika Ühendriikide teadusajakirjas "Directory of Unpublished Experimental Mental Measures" ilmunud uurimustest kasutas testi reliaabluse hindamiseks justnimelt sisemist reliaablust [3, 177]. Järgnevalt vaatleme seda reliaabluse mõõtmise viisi lähemalt.

2.3 Sisemine reliaablus

Küsimustiku sisemine reliaablus (*internal consistency*)hindab testi erinevate küsimuste vastuste järjepidevust ehk seda, kui hästi on kooskõlas ühist konstruktsiooni hindavad küsimused [3, 177]. Piltlikult väljendudes, olgu meil järgnev küsimustik:



Joonis 3: Küsimustik bakalaureusetöö ülesehituse kohta

Siin on mõõdetavaks konstruktsiooniks käesoleva bakalaureusetöö ülesehitus ning sisemiseks reliaabluseks on vajalik kolmele näites toodud küsimusele antud vastuste kooskõla.

2.4 Cronbachi alfa

Cronbachi alfa on levinud sisemist reliaablust iseloomustav näitaja, mis on defineeritud järgnevalt:

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\left(1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2}\right) \tag{1}$$

kus k tähistab küsimuste arvu, σ_i on standardviga ühe küsimuse piires ja σ_t on standardviga üle testi kogutulemuste. [1, 396]

Siia selgitav näidis tabel/joonis vajalik?

Miks ma taandan selles töös sisemise järjekindluse mõõtmise Cronbachi alfale?

Kuna Cronbach'i alfal on mitmeid puuduseid, millest mõningad toodud ära David Streineri artikklis [6, 101-102] ning isegi mõõdiku autor Lee Cronbach soovitab oma 1951 aastal töötatud mõõdiku asemel kasutatada alternatiivseid mõõdikuid [1], on oluline vastata alapealkirjas püstitatid küsimusele. Kaks peamist põhjust on järgnevad:

- I Cronbachi alfa on hetkel kõige kasutatavaim mõõdik sisemise reliaabluse mõõtmiseks psühhomeetriliste testide juures. Seetõttu on väljapakutud meetod testide tulemuste analüüsiatele tutav ning seega loodetavasti lihtsamini kasutatav.
- II Cronbachi alfa leidmine on arvutuslikult küllalitki lihtne. Kuna käesolev töö peamine eesmärk on selgitada, kas väljapakutud lähenemine on mõistlik, siis ei ole parematest mõõdikutest potensiaalselt saadav kasu piisavalt suur, et tasa teha ülesande lahendamise raskendumist. Jutul, kui töö tulemus on aga positiivne tuleks uurida ka teiste mõõdikute võimalikku kasutamist.

Milliseid piirangud seab Cronbachi alfa kasutamine?

Tooksin esile kaks tähtsamat piirangut:

- I Uuritavate küsimustike puhul peaks sama konstruktsiooniga tegelema võimalikult palju küsimusi, vältima peaks küsimustikke, kus he konstruktsiooni kohta on alla kolme küsimuse.
- II Küsimustikud ei tohi olla liiga pikad, Cronbachi alfa peegeldab lisaks sisemisele järjekindlusele ka küsimustiku pikkust. [6, 101] Liiga pikka küsimustiku puhul on oht, et pikkusest saab domineerv osa Cronbachi alfast.

3 Ülesande püstitus

Selle töö raames loodame välja pakkuda viisi, kuidas paigutada intervallskaalal erinevaid vastuseid Likerti skaalalt. Eesmärk on leida parem paigutus kui naiivne meetod, kus eeldatakse, et erinevate hinnagute vahekaugused on samad. Vaatleme kahte näidet:



Joonis 4: Näide, kuidas hinnangud skaalal naiivset meetodit kasutudes paigutuvad



Joonis 5: Näide alternatiivset võimalikku hinnangute paiknemisest skaalal

Kui me tahame pakkuda välja alternatiive naiivsele hinnangule peab meil olema põhjendus, miks välja pakutud lahendus kirjeldab realsust täpsemalt. Pakume välja järmise lahenduse: üritame leida naiivsest skaalat nii, et küsitluse sisemine reliaablus oleks võimalikult suur. Piirame ennast sellega, et hinnangute esialge järjestus ei tohi muutuda. Sisemise järjekindluse maksimeerimise taandame antud töö käigus Cronbachi alfal maksimeerimisele.²

Altervatiivid

Ilmselt siit edasi ei lähe, lendab praeguses lahenduses välja (kui just mingi vahva idee peale ei tule). Võib-olla pakkuda siin välja alternatiive Cronbach'i alfa abil sobivate vahekauguste leidmisele)

- 1. Kõige triviaalsem viis: kõikide küsimuste vastused kujutama hulgale {1,2,3,4,5}, leiame mudeli, mille võime kirjeldada valitud küsimust on suurim. Tegemist on ilmselt vaikimisi variandiga ehk loodud mudelit peab võrdlema
- 2. Selle asemel, et kujutada hulgale 1,2,3,4,5, leiame sobivad vasted nii, et mudeli kirjeldav jõud oleks suurim. Oht selles, et meie mudel kirjeldab väga hästi olemasolevat valimit, ütlemata suurt midagi üldkogumi kohta. Huvitav oleks, kas lihsalt nii midagi teha ei annaks

 $^{^2}$ Põhjendus, miks selline taandamine on tehtud on äratoodud peatükkis 2.4.

- ? Overfittimise vastu saaks, aga vaja oleks valimit, mis oleks piisavalt suur, et seda kaheks jagada(midagi, mille pealt mudelit ehitada ja midagi, mille pealt seda validifitseerida.
- 3. Midagi veel? Peab uurima.

4 Ülesande matemaatiline püstitus

Olgu meil küsimusitk n-väitega, iga näite kohta palutakse hinnangut 5-palli Likerti skaalal. Hinnanguid võime vaadelda kui juhuslike suurusei $K_1, K_2, ..., K_n, K_i w$ mille muutumispiirkonnaks on hulk $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Toome sisse ka tähistused $p_{i\alpha}, i \in \{1, 2, ..., n\}, \alpha \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, kus $p_{i\alpha}$ tähistab olemasolevate andmete põhjal antud hinnangut tõenäosusesele, et küsimusele K_i anti hinnang α .

Tuletame meelde Cronbachi alfa definitsiooni:

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\left(1-\frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2}\right)$$

Paneme tähele, et toodud eelduste põhjal avalduks vaadeldava küsimustiku korral alfa järgnevalt:

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\left(1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2}\right) = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=0}^n D(K_i)}{D(\sum_{i=0}^n K_i)}\right)$$

Võttes arvesse, et $D(\sum_{i=0}^{n} K_i) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} COV(K_i, K_j)$ saame eelneva kirjutada järgnevalt:

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\left(1 - \frac{\sum_{i=0}^{n} \sigma_i^2}{\sigma_i^2}\right) = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=0}^{n} D(K_i)}{\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} COV(K_i, K_j)}\right)$$

Vastavalt ülesande püstituses toodud ideele soovime leida sellise viisi hinnangute tõlgendamiseks, et Cronbachi alfa oleks maksimaalne. Kujutama juhuslikud suurused $K_1, K_2, ..., K_n$ juhuslikeks suurusteks $L_1, L_2, L_2, ..., L_n$, kusjuures juhusliku suurus L_i määramispiirkond ühtib suuruse K_i määramispiirkonnaga ning L_i saab väärtusi hulgast $\Lambda_i = \{\lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \lambda_{3i}, \lambda_{4i}, \lambda_{5i}\}$ $i \in 1, 2, ...n$. Lisaks säilitagu kehtigu järgnevad kitsendused:

$$\lambda_{i1} < \lambda_{i2} < \lambda_{i3} < \lambda_{i4} < \lambda_{i5}$$

Siin peavad ikka ranged võrratused olema ,(0,0,0,0,1) ei kõlba.

$$K_i = 1 \implies L_i = \lambda_{i1}, K_i = 2 \implies L_i = \lambda_{i2}, \cdots, K_i = 5 \implies L_i = \lambda_{i5}$$

Paneme tähele, et Cronbachi alfa arvutamine, niisiis ka maksimeerimne, on endiselt keeruline. Siinkohal märgime, et hinnangute tõlgenduste juures ei huvita meid mitte absoluutne vaid suhteline paigutus. Niisiis võime oma juhusliku suurusi piirate järgnevaga:

$$E(L_i) = p_{i1} * \lambda_{i1} + p_{i2} * \lambda_{i2} + p_{i3} * \lambda_{i3} + p_{i4} * \lambda_{i4} + p_{i5} * \lambda_{i5} = 0$$
(2)

$$D(L_i) = p_{i1} * (\lambda_{i1})^2 + p_{i2} * (\lambda_{i2})^2 + p_{i3} * (\lambda_{i3})^2 + p_{i4} * (\lambda_{i4})^2 + p_{i5} * (\lambda_{i5})^2 = 1$$
 (3)

Paneme tähele, et sellisel kujul olevaid küsimusi sisaldava testi Cronbachi alfa esitub lihtsamal kujul:

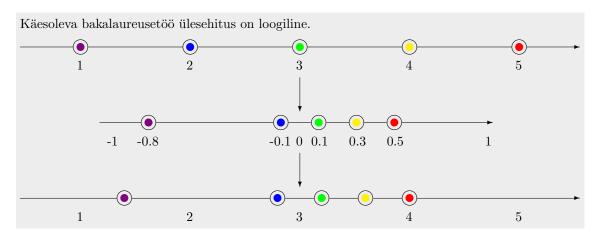
$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{n}{\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} COV(L_i, L_j)} \right)$$

$$\tag{4}$$

Siit näeme, et sellisel juhul taandub Cronbachi alfa maksimeerimine avaldise $\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} COV(L_i, L_j)$ maksimeerimisele. Järgev on täiesti trivaalne mapping Y = (X+1)*2 +1 vms. Põhjus miks ta

maksimeerimisele. Järgev on täiesti trivaalne mapping $Y = (X+1)^*2 + 1$ vms. Põhjus miks ta siia sisse tõin oli soov rõhutada absoluutse skaala ebaolulisust. Võib välja jääda. Kuna uuritavaid teste vaadeltakse tavaliselt viiepalli skaalal, siis võime viia pärast sobivate kordajate leidmist veel ühe teisenduse, mis viib vahemikkust (-1,1) vahemikku (0,5), säilitades hinnangute (mida oleme tähistanud λ -dega) omavaheliste kauguste suhte.

Kogu eelnevalt tehtud illustreerib järgmine joonis, kus autor on püüdnud selgitada ühe juhusliku suuruse määramispiirkonna muutuse läbi eelnevalt kirjeldatud protsesside.



Joonis 6: Illutstratsioon sellest, kuidas suhestub hulk $ran(K_i)$ hulka $ran(L_i)$ ning see omakorda hulka, mis tekib peale teisendust hulgast $ran(L_i)$ viipalli skaalale, säilitades hinnagute vahelised kaugused

Olgu meil tõenäosuste maatriks P:

$$P = \begin{pmatrix} p_{(11)(11)} & p_{(11)(12)} & p_{(11)(13)} & p_{(11)(14)} & p_{(11)(15)} & p_{(11)(21)} & \cdots & p_{(11)(n5)} \\ p_{(12)(11)} & p_{(12)(12)} & p_{(12)(13)} & p_{(12)(14)} & p_{(12)(15)} & p_{(12)(21)} & \cdots & p_{(12)(n5)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{(n5)(11)} & p_{(n5)(12)} & p_{(n5)(13)} & p_{(n5)(14)} & p_{(n5)(15)} & p_{(n5)(21)} & \cdots & p_{(n5)(n5)} \end{pmatrix}$$

kus $p_{(i\alpha)(j\beta)}, i, j \in \{1, 2, ..., n\}, \alpha, \beta \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ tähistab tõenäousust, et küsimusele K_i anti vastus α ja küsimusele K_j anti vastus β .

Paneme tähele, et kuna $p_{(i\alpha)(i\alpha)} = p_{i\alpha}$, siis avaldub eelnev maatriks ka järgnevalt:

$$P = \begin{pmatrix} p_{i\alpha} & p_{(11)(12)} & p_{(11)(13)} & p_{(11)(14)} & p_{(11)(15)} & p_{(11)(21)} & \cdots & p_{(11)(n5)} \\ p_{(12)(11)} & p_{i\alpha} & p_{(12)(13)} & p_{(12)(14)} & p_{(12)(15)} & p_{(12)(21)} & \cdots & p_{(12)(n5)} \\ \vdots & \vdots \\ p_{(n5)(11)} & p_{(n5)(12)} & p_{(n5)(13)} & p_{(n5)(14)} & p_{(n5)(15)} & p_{(n5)(21)} & \cdots & p_{i\alpha} \end{pmatrix}$$

Defineerime vektori x:

$$x = (\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{13}, \lambda_{14}, \lambda_{15}, \lambda_{21}, \lambda_{22}, \lambda_{23}, \lambda_{24}, \lambda_{25}, \cdots, \lambda_{n1}, \lambda_{n2}, \lambda_{n3}, \lambda_{n4}, \lambda_{n5})$$
Siis $xPx^T = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n COV(L_i, L_j)$. Veendume selles:

$$xPx^{T} = (\lambda_{11} \quad \lambda_{12} \quad \cdots \quad \lambda_{n5}) \begin{pmatrix} p_{(11)(11)} & p_{(11)(12)} & \cdots & p_{(11)(n5)} \\ p_{(12)(11)} & p_{(12)(12)} & \cdots & p_{(12)(n5)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{(n5)(11)} & p_{(n5)(12)} & \cdots & p_{(n5)(n5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(11)} & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(12)} & \cdots & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(n5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(11)} & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(12)} & \cdots & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(n5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(11)} & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(12)} & \cdots & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(n5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(11)} & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(12)} & \cdots & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(n5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(11)} & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(12)} & \cdots & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(n5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(11)} & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(12)} & \cdots & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(n5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(11)} & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(12)} & \cdots & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(n5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(11)} & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(12)} & \cdots & \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{5} \lambda_{jl} p_{(jl)(n5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\$$

Eelneva põhjal piisab meile Cronbachi alfa leidmiseks ruutvõrrandi xPx^T maksimeerimisest, arvestades eelnevalt äratoodud piiranguid L_i keskväärtusele ja dispersioonile. Selle põhjal saame püstitada $Quadratically\ constrained\ quadratic\ programm(QCQP)$ 'i Mingi pädev eestikeelne termin selle kohta? tüüpi optimeerimis probleemi, mille lahendus annab meile otsitavad tõlgendused. Teeme seda:

$$max \ x^{T} P x$$

$$R_{i}^{T} x = 0, i \in 1, 2, ..., n$$

$$R_{i} = \underbrace{(0, 0, ..., 0, 0)}_{(i-1)*5} p_{i}a, p_{i}b, p_{i}c, p_{i}d, p_{i}e, \underbrace{0, 0, ..., 0, 0}_{(n-i)*5}$$

$$x^{T} P_{i} x = 1, i \in \{1, 2, ..., n\}, \ P_{i} = \begin{pmatrix} p_{ja} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{jb} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_{je} \end{pmatrix}$$

$$(5)$$

$$p_j \alpha = \begin{cases} 0 & j \neq i \\ p_i \alpha & i = j \end{cases}, \alpha \in \{a, b, c, d, e\}$$

5 Lahenduse idee

Kas probleem on SDP tüüpi või SDP? Miidlale kirjutan vast nendes küsimustes. Mingi sissejuhatav jutt QCQP ja SDP kohta, kas algusessse taust peatükki või pigem teksti sisse? Püstitatud optimeerimis probleemi lahendamiseks teisendame probleemi semidefinite programming(SDP) tüüpi optimeerimisülesandeks ning seejärel lahendame saadud ülesande.

6 Teisendus QCQP tüüpi ülesandelt SDP tüüpi ülesandele

Esiteks teisendame saadud QCQP standartkujule. Siia vaja selgitusi, mis ja kuidas

$$min - \theta$$

$$x^{T}Px - \theta \leq 0$$

$$R_{i}^{T}x \leq 0, i \in 1, 2, ..., n$$

$$-R_{i}^{T}x \leq 0, i \in 1, 2, ..., n$$

$$R_{i} = \underbrace{(0, 0, ...0, 0)}_{(i-1)*5} p_{i}a, p_{i}b, p_{i}c, p_{i}d, p_{i}e, \underbrace{0, 0, ..., 0, 0}_{(n-i)*5}$$

$$x^{T}P_{i}x - 1 \leq 0, i \in \{1, 2, ..., n\}$$

$$-(x^{T}P_{i}x - 1) \leq 0, i \in \{1, 2, ..., n\}$$

$$P_{i} = \begin{pmatrix} p_{ja} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{jb} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_{je} \end{pmatrix}$$

$$p_{j}\alpha = \begin{cases} 0 & j \neq i \\ p_{i}\alpha & i = j \end{cases}, \alpha \in \{a, b, c, d, e\}$$

[?, 116]

Paneme tähele, et kuna maatriksid P, R_i, P_i on sümmeetrilised ja mittenegatiivselt määratud, siis leiduvad maatriksid Q, S_i, Q_i nii, et $P = QQ^T, R_i = S_iS_i^T, P_i = Q_iQ_i^T$. Nende maatriksite leidmiseks saab kasutada Cholesky lahutust. [?, 151] raamatus juhj positiivselt määratud maatriksi korral, mittenegatiivselt määratud maatriksi korral sellied maatriksid leiduvad, kuid ei ole alati üheselt määratud.

Olgu A mittenegatiivselt määratud maatriks, olgu $A = LL^T$. Märkame, et kehtib järgnev:

$$x^{T}Ax \leq b^{T}x + c \iff \begin{pmatrix} I_{k} & L^{T}x \\ x^{T}L & b^{T}x + c \end{pmatrix} \succeq 0$$
 (7)

[?, 31]

Seega saame anda oma optimeerimisprobleemile järgneva kuju:

$$min - \theta$$

$$\begin{pmatrix}
I_{k} & Q^{T} x \\
x^{T} Q & \theta
\end{pmatrix} \succeq 0$$

$$R_{i}^{T} x \leq 0, i \in 1, 2, ..., n$$

$$-R_{i}^{T} x \leq 0, i \in 1, 2, ..., n$$

$$R_{i} = (\underbrace{0, 0, ... 0, 0}_{(i-1)*5} p_{i}a, p_{i}b, p_{i}c, p_{i}d, p_{i}e, \underbrace{0, 0, ..., 0, 0}_{(n-i)*5})$$

$$\begin{pmatrix}
I_{k} & Q_{i}^{T} x \\
t^{T} & 1
\end{pmatrix} \succeq 0$$

$$\begin{pmatrix}
I_{k} & Q_{i}^{T} x \\
t^{T} & 1
\end{pmatrix} \succeq 0$$

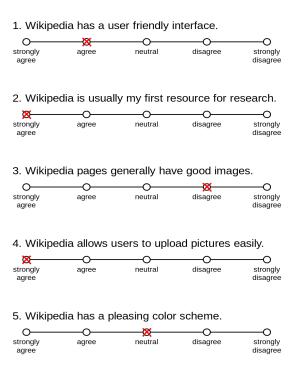
$$\begin{pmatrix}
I_{k} & Q_{i}^{T} x \\
t^{T} & 1
\end{pmatrix} \succeq 0$$

$$\begin{pmatrix}
I_{k} & Q_{i}^{T} x \\
t^{T} & 1
\end{pmatrix} \succeq 0$$

7 Lisa



Joonis 7: Näide Tartu Ülikooli õppeinfo süsteemi tagasiside ankeedist, kus rakendatakse Likerti skaalat [7]



Joonis 8: Näide küsimustikust, kus rakendatud Likerti skaalat, küsimused on paigutatud nende järjestikulisus rõhutamiseks teljele [5]

Viited

- [1] Lee J. Cronbach and Richard J. Shavelson. My Current Thoughts on Coefficient Alpha and Successor Procedures. *Educational and Psychological Measurement*, 64(3):391–418, June 2004.
- $[2] \ \ Diane\ R.\ Edmondson.\ Likert\ Scales:\ A\ Hitory.\ http://faculty.quinnipiac.edu/charm/CHARM\%20 proceedings/CHARM\%20 proceed$
- [3] Robin K. Henson. Understanding Internal Consistency Reliability Estimates: A Conceptual Primer on Coefficient Alpha. *Measurement & Evaluation in Counseling & Development*, 34(3):177, 2001.
- [4] Susan Jamieson. Likert scales: how to (ab)use them. *Medical education*, 38(12):1217–8, December 2004.
- [5] Nicholas Smith. Example of Likert Scale. http://en.wikipedia.org/wiki/File:Example_Likert_Scale.svg.
- [6] David L Streiner. Starting at the Beginning: An Introduction to Coefficient Alpha and Internal Consistency Starting at the Beginning: An Introduction to Coefficient Alpha and Internal Consistency. (February 2013):37–41, 2010.
- [7] UT. Õisi tagasiside. http://is.ut.ee.