

Bakatöö

Vootele Rõtov

12. märts 2013. a.

Sisukord

1	Töö ülesehitus	3
2	Taustinfo	3
2.1	Likerti skaala	3
2.2	Reliaablus	4
2.3	Sisemine reliaablus	4
2.4	Cronbachi alfa	5
3	Ülesande püstitus	6
4	Lisa	11

Spikker

Helesinine- kommentaarid

Tumesinine - asjad, mille õigsust peaks kontrollima

Miks ma käesolevat asja teen?

Panen kirja mõned põhjused, miks ma tegelen selle asjaga:

- I Sellest on kellegile kasu - loodan realselt, et saan hakkama mingi toreda asjaga, millest keegi (näiteks Marguse psühholoogidest sõbrad) kasu saab.
- II Saab kätte selle paberi, mis teeb minust parema inimese.
- III Midagi uut, olen juba päris pikalt tarkust ühes formaadis kuula õppejõudu, tööta läbi tema poolt valitud materjalid, esita see õppejõule, äkki selline formaat, kus tuleb ise otsida ja ise mõelda meeldib.
- IV Väljakutse, kuigi viimaste aastatega on enesemotivatsioon kõvasti paranenud, ei ole see veel seal, kus ta olla võiks. Loodetavasti "treenin" seda aspekti.

1 Töö ülesehitus

Esiteks, toome sisse lugejale vajaliku taustinfo, seejärel kirjeldame probleemipüstitust. Sellele järgneb töö eesmärgi matemaatiline püstitus.

2 Taustinfo

2.1 Likerti skaala

Käesolev uurimus tegeleb küsimustikega (*Likert scale*), milles soovitakse hinnanguid mingile arvule väidetele (*Likert item*) viie pallisel Likerti skaalal. [2] Näiteks: ¹

Käesoleva bakalaureusetöö ülesehitus on loogiline.				
Ei nõustu	Ei nõustu osaliselt	Nii ja naa	Nõustun osaliselt	Nõustun

Joonis 1: Näide väitest, millele palutakse hinnangut Likerti skaalal

Likerti skaala - järjestikaskaala või intervallskaala?

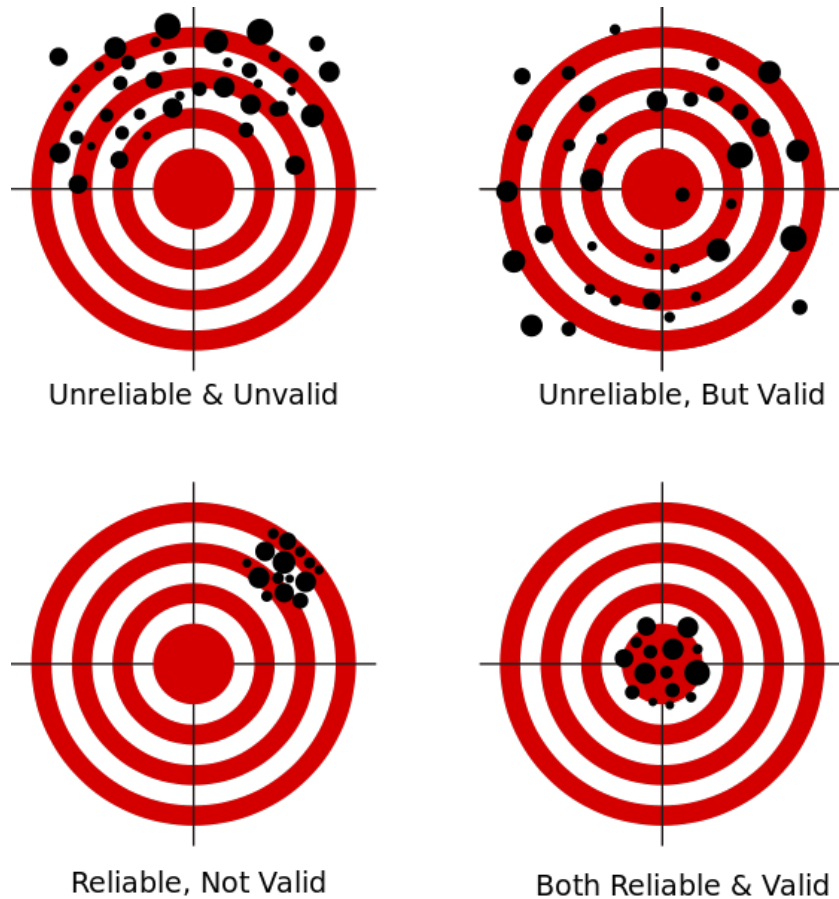
Lugejal võib tekkida õigustatud küsimus, kuidas põhjendab autor Likerti skaala käsitlemist intervall kui Likerti skaala oli algselt mõeldud järjestikaskaalana ning selle kasutamise osas intervallskaalana on autorid pigem skeptilised. [4] Autori ei tunne ennast pädevana otsustamaks, kas Likerti skaala selline tõlgendamine on õigustatud, küll aga on praktiline selline tõlgendus piisavalt levinud, et selle valdkonna uurimine õigustatud oleks. Siinkohal märgin ära, et kriitikute

¹Näited terviklikest küsimustikest lisades, joonis 7 ja joonis 8

üks levinumaid argumente on see, et "hea" ja "väga hea" keskmine ei ole mingil loomulikul viisil tõlgendatav kui "hea + pool", millega autor nõustub ning loodab pakuda sellele alternatiivset tõlgendust.

2.2 Reliaablus

Testi reliaabluseks nimetatakse testi omadust saada sama subjekti erinevatel mõõtmistel sama tulemus. Kõrge reliaablusega testi tulemuste juhuslik viga on väike. Järgnev joonis illustreerib reliaabluse konseptsiooni, suhestades teda teiste testi karakteristikute, valiidsusega.



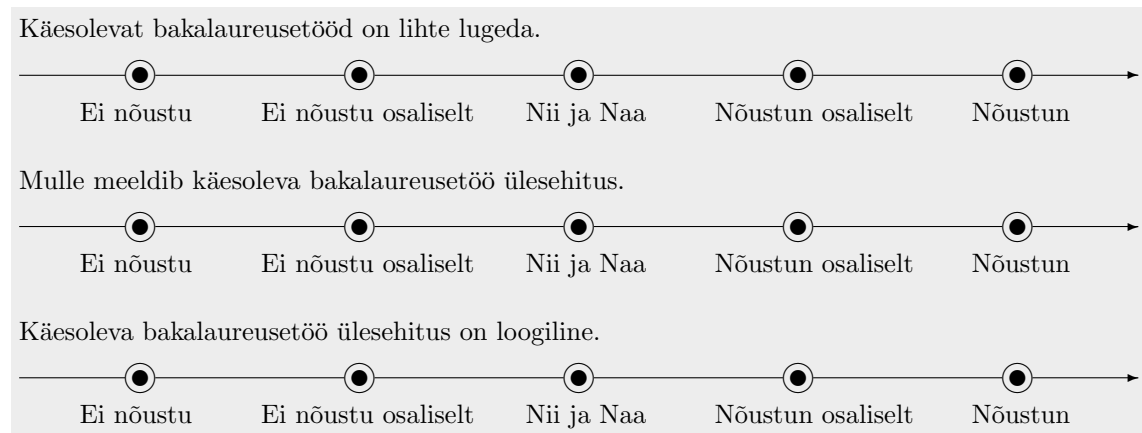
Joonis 2: Reliaabluse (*reliability*) ja valiidsuse (*validity*) omavahelist suhestumise. [?]

Reliaabluse mõõtmiste viisidest on osutunud populaarseimaks sisemise reliaabluse leidmine, näiteks ameerika teadusajakirjas *Directory of Unpublished Experimental Mental Measures* ilmunud uurimustest kolm neljandiku kasutas just sisemist reliaablust testi reliaabluse hindamiseks. [3, 177] Järgnevalt vaatleme just seda reliaabluse mõõtmise viisi.

2.3 Sisemine reliaablus

Küsimustiku sisemine reliaablus (*internal consistency*) hindab testi erinevate küsimuste vastuste järjepidevust ehk seda, kui hästi on kooskõlas ühist konstruktsiooni hindavad küsimused. [3, 177]

Piltlikult väljendudes, olgu meil järgnev küsimustik:



Joonis 3: Küsimustik bakalaureusetöö ülesehituse kohta

Siin on mõõdetavaks konstruktsiooniks käesoleva bakalaureusetöö ülesehitus ning sisemiseks reliaabluseks on vajalik kolmele näites toodud küsimusele antud vastuste kooskõla.

2.4 Cronbachi alfa

Cronbachi alfa on levinud sisemist reliaablust iseloomustav näitaja, mis on defineeritud järgnevalt:

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\left(1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2}\right) \quad (1)$$

kus k tähistab küsimuste arvu, σ_i on standardviga ühe küsimuse piires ja σ_t on standardviga üle testi kogutulemuste. [1, 396]

[Siia selgitav näidis tabel/joonis vajalik?](#)

Miks ma taandan selles töös sisemise järjekindluse mõõtmise Cronbachi alfale?

Kuna Cronbach'i alfa on mitmeid puuduseid, millest mõningad toodud ära David Streineri artiklis [6, 101-102] ning isegi mõõdiku autor Lee Cronbach soovitas oma 1951 aastal töötatud mõõdiku asemel kasutada alternatiivseid mõõdikuid [1], on oluline vastata alapealkirjas püstitatud küsimusele. Kaks peamist põhjust on järgnevad:

- I Cronbachi alfa on hetkel kõige kasutatavaim mõõdik sisemise reliaabluse mõõtmiseks psühhomeetriliste testide juures. Seetõttu on väljapakutud meetod testide tulemuste analüüsiatele tutav ning seega loodetavasti lihtsamini kasutatav.
- II Cronbachi alfa leidmine on arvutuslikult küllaltki lihtne. Kuna käesolev töö peamine eesmärk on selgitada, kas väljapakutud lähenemine on mõistlik, siis ei ole parematest mõõdikutest potentsiaalselt saadav kasu piisavalt suur, et tasa teha ülesande lahendamise raskendumist. Jutul, kui töö tulemus on aga positiivne tuleks uurida ka teiste mõõdikute võimalikku kasutamist.

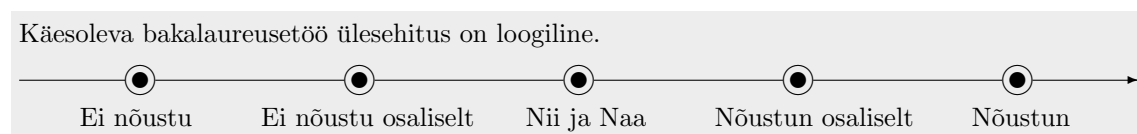
Milliseid piirangud seab Cronbachi alfa kasutamine?

Tooksin esile kaks tähtsamat piirangut:

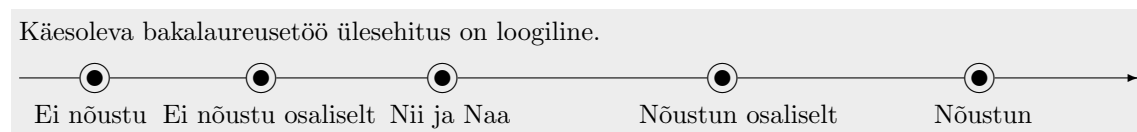
- I Uuritavate küsimustike puhul peaks sama konstruktsiooniga tegelema võimalikult palju küsimusi, vältima peaks küsimustikke, kus he konstruktsiooni kohta on alla kolme küsimuse.
- II Küsimustikud ei tohi olla liiga pikad, Cronbachi alfa peegeldab lisaks sisemisele järjekindlusele ka küsimustiku pikkust. [6, 101] Liiga pikka küsimustiku puhul on oht, et pikkusest saab domineerv osa Cronbachi alfast.

3 Ülesande püstitus

Selle töö raames loodame välja pakkuda viisi, kuidas paigutada intervallskaalal erinevaid vastuseid Likerti skaalalt. Eesmärk on leida parem paigutus kui naiivne meetod, kus eeldatakse, et erinevate hinnangute vahekaugused on samad. Vaatleme kahte näidet:



Joonis 4: Näide, kuidas hinnangud skaalal naiivset meetodit kasutades paigutuvad



Joonis 5: Näide alternatiivset võimalikku hinnangute paiknemisest skaalal

Kui me tahame pakkuda välja alternatiive naiivsele hinnangule peab meil olema põhjendus, miks välja pakutud lahendus kirjeldab realsust täpsemalt. Pakume välja järmise lahenduse: üritame leida naiivsest skaalast p nii, et küsitluse sisemine reliaablus oleks võimalikult suur. Piirame ennast sellega, et hinnangute esialge järjestus ei tohi muutuda. Sisemise järjekindluse maksimeerimise taandame antud töö käigus Cronbachi alfa maksimeerimisele.²

Alternatiivid

Ilmselt siit edasi ei lähe, lendab praeguses lahenduses välja (kui just mingi vahva idee peale ei tule). Võib-olla pakkuda siin välja alternatiive Cronbach'i alfa abil sobivate vahekauguste leidmisele)

1. Kõige triviaalsem viis: kõikide küsimuste vastused kujutama hulgale $\{1,2,3,4,5\}$, leiame mudeli, mille võime kirjeldada valitud küsimust on suurim. Tegemist on ilmselt vaikimisi variandiga ehk loodud mudelit peab võrdlema

²Põhjendus, miks selline taandamine on tehtud on äratoodud peatükis 2.4.

2. Selle asemel, et kujutada hulga 1,2,3,4,5, leiame sobivad vasted nii, et mudeli kirjeldav jõud oleks suurim. Oht selles, et meie mudel kirjeldab väga hästi olemasolevat valimit, ütleb suurt midagi üldkogumi kohta. [Huvitav oleks, kas lihsalt nii midagi teha ei annaks ? Overfittimise vastu saaks, aga vaja oleks valimit, mis oleks piisavalt suur, et seda kaheks jagada\(midagi, mille pealt mudelit ehitada ja midagi, mille pealt seda validifitseerida.](#)
3. Midagi veel? Peab uurima.

Ülesande matemaatiline püstitus

Olgu meil küsimusitk n -väitega, iga näite kohta palutakse hinnangut 5-palli Likerti skaalal. Hinnanguid võime vaadelda kui juhuslike suurusei $K_1, K_2, \dots, K_n, K_i w$ mille muutumispriirkonnaks on hulk $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Toome sisse ka tähistused $p_{i\alpha}, i \in \{1, 2, \dots, n\}, \alpha \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, kus $p_{i\alpha}$ tähistab olemasolevate andmete põhjal antud hinnangut tõenäosusele, et küsimusele K_i anti hinnang α .

Tuletame meelde Cronbachi alfa definitsiooni:

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\left(1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2}\right)$$

Paneme tähele, et toodud eelduste põhjal avalduks vaadeldava küsimustiku korral alfa järgnevalt:

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\left(1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2}\right) = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=0}^n D(K_i)}{D(\sum_{i=0}^n K_i)}\right)$$

Võttes arvesse, et $D(\sum_{i=0}^n K_i) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n COV(K_i, K_j)$ saame eelneva kirjutada järgnevalt:

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\left(1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2}\right) = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=0}^n D(K_i)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n COV(K_i, K_j)}\right)$$

Vastavalt ülesande püstituses toodud idee soovime leida sellise viisi hinnangute tõlgendamiseks, et Cronbachi alfa oleks maksimaalne. Kujutama juhuslikud suurused K_1, K_2, \dots, K_n juhuslikeks suurusteks $L_1, L_2, L_2, \dots, L_n$, kusjuures juhusliku suurus L_i määramispriirkond ühtib suuruse K_i määramispriirkonnaga ning L_i saab väärtusi hulgast $\Lambda_i = \{\lambda_{1i}, \lambda_{2i}, \lambda_{3i}, \lambda_{4i}, \lambda_{5i}\} \quad i \in 1, 2, \dots, n$. Lisaks säilitagu kehtigu järgnevad kitsendused:

$$\lambda_{i1} < \lambda_{i2} < \lambda_{i3} < \lambda_{i4} < \lambda_{i5}$$

[Siin peavad ikka ranged võrratused olema ,\(0,0,0,0,1\) ei kõlba.](#)

$$K_i = 1 \implies L_i = \lambda_{i1}, K_i = 2 \implies L_i = \lambda_{i2}, \dots, K_i = 5 \implies L_i = \lambda_{i5}$$

Paneme tähele, et Cronbachi alfa arvutamine, niisiis ka maksimeerimine, on endiselt keeruline. Siinkohal märgime, et hinnangute tõlgenduste juures ei huvita meid mitte absoluutne vaid suhteline paigutus. Niisiis võime oma juhusliku suurusi piirate järgnevaga:

$$E(L_i) = p_{i1} * \lambda_{i1} + p_{i2} * \lambda_{i2} + p_{i3} * \lambda_{i3} + p_{i4} * \lambda_{i4} + p_{i5} * \lambda_{i5} = 0 \quad (2)$$

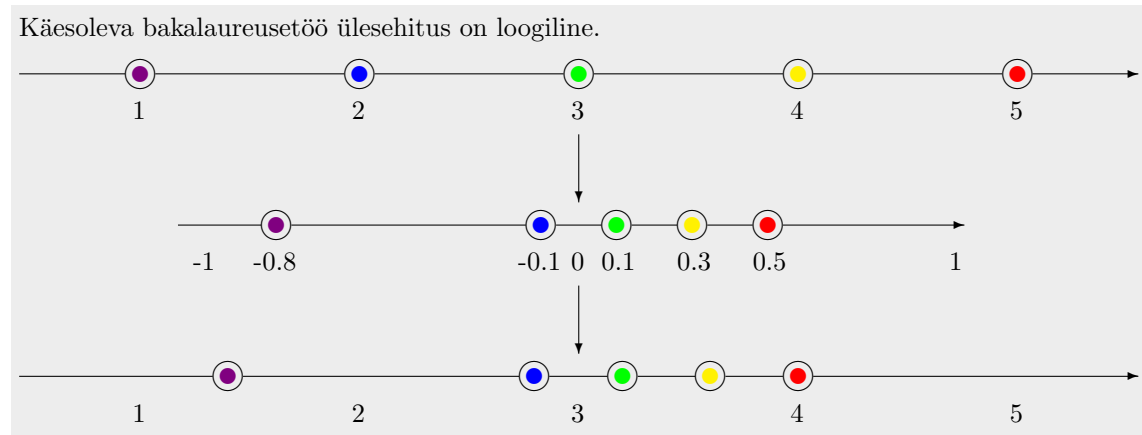
$$D(L_i) = p_{i1} * (\lambda_{i1})^2 + p_{i2} * (\lambda_{i2})^2 + p_{i3} * (\lambda_{i3})^2 + p_{i4} * (\lambda_{i4})^2 + p_{i5} * (\lambda_{i5})^2 = 1 \quad (3)$$

Paneme tähele, et sellisel kujul olevaid küsimusi sisaldava testi Cronbachi alfa esitub lihtsamal kujul:

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{n}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n COV(L_i, L_j)} \right) \quad (4)$$

Siit näeme, et sellisel juhul taandub Cronbachi alfa maksimeerimine avaldise $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n COV(L_i, L_j)$ maksimeerimisele. Järgev on täiesti trivaalne mapping $Y = (X+1)*2 + 1$ vms. Põhjus miks ta siia sisse tõin oli soov rõhutada absoluutse skaala ebaolulisust. Võib välja jääda. Kuna uuritavaid teste vaadeltakse tavaliselt viiepalli skaalal, siis võime viia pärast sobivate kordajate leidmist veel ühe teisenduse, mis viib vahemikust $(-1, 1)$ vahemikku $(0, 5)$, säilitades hinnangute (mida oleme tähistanud λ -dega) omavaheliste kauguste suhte.

Kogu eelnevalt tehtud illustreerib järgmine joonis, kus autor on püüdnud selgitada ühe juhusliku suuruse määramispiirkonna muutuse läbi eelnevalt kirjeldatud protsesside.



Joonis 6: Illustratsioon sellest, kuidas suhestub hulk $ran(K_i)$ hulka $ran(L_i)$ ning see omakorda hulka, mis tekib peale teisendust hulgast $ran(L_i)$ viipalli skaalale, säilitades hinnangute vahelised kaugused

Olgu meil tõenäosuste maatriks P :

$$P = \begin{pmatrix} p_{(11)(11)} & p_{(11)(12)} & p_{(11)(13)} & p_{(11)(14)} & p_{(11)(15)} & p_{(11)(21)} & \cdots & p_{(11)(n5)} \\ p_{(12)(11)} & p_{(12)(12)} & p_{(12)(13)} & p_{(12)(14)} & p_{(12)(15)} & p_{(12)(21)} & \cdots & p_{(12)(n5)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{(n5)(11)} & p_{(n5)(12)} & p_{(n5)(13)} & p_{(n5)(14)} & p_{(n5)(15)} & p_{(n5)(21)} & \cdots & p_{(n5)(n5)} \end{pmatrix}$$

kus $p_{(i\alpha)(j\beta)}$, $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$, $\alpha, \beta \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ tähistab tõenäosust, et küsimusele K_i anti vastus α ja küsimusele K_j anti vastus β .

Paneme tähele, et kuna $p_{(i\alpha)(i\alpha)} = p_{i\alpha}$, siis avaldub eelnev maatriks ka järgnevalt:

$$P = \begin{pmatrix} p_{i\alpha} & p_{(11)(12)} & p_{(11)(13)} & p_{(11)(14)} & p_{(11)(15)} & p_{(11)(21)} & \cdots & p_{(11)(n5)} \\ p_{(12)(11)} & p_{i\alpha} & p_{(12)(13)} & p_{(12)(14)} & p_{(12)(15)} & p_{(12)(21)} & \cdots & p_{(12)(n5)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{(n5)(11)} & p_{(n5)(12)} & p_{(n5)(13)} & p_{(n5)(14)} & p_{(n5)(15)} & p_{(n5)(21)} & \cdots & p_{i\alpha} \end{pmatrix}$$

Defineerime vektori x :

$$x = (\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{13}, \lambda_{14}, \lambda_{15}, \lambda_{21}, \lambda_{22}, \lambda_{23}, \lambda_{24}, \lambda_{25}, \dots, \lambda_{n1}, \lambda_{n2}, \lambda_{n3}, \lambda_{n4}, \lambda_{n5})$$

Siis $xPx^T = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n COV(L_i, L_j)$. Veendume selles:

$$\begin{aligned} xPx^T &= (\lambda_{11} \quad \lambda_{12} \quad \cdots \quad \lambda_{n5}) \begin{pmatrix} p_{(11)(11)} & p_{(11)(12)} & \cdots & p_{(11)(n5)} \\ p_{(12)(11)} & p_{(12)(12)} & \cdots & p_{(12)(n5)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{(n5)(11)} & p_{(n5)(12)} & \cdots & p_{(n5)(n5)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} = \\ &= \left(\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^5 \lambda_{jl} p_{(jl)(11)} \quad \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^5 \lambda_{jl} p_{(jl)(12)} \quad \cdots \quad \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^5 \lambda_{jl} p_{(jl)(n5)} \right) \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \vdots \\ \lambda_{n5} \end{pmatrix} = \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^5 \lambda_{jl} p_{(jl)(11)} + \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^5 \lambda_{jl} p_{(jl)(12)} + \cdots + \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^5 \lambda_{jl} p_{(jl)(n5)} = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^5 \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^5 \lambda_{jl} p_{(jl)(ik)} \lambda_{ik} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^5 \sum_{l=1}^5 \lambda_{jl} p_{(jl)(ik)} \lambda_{ik} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n E(L_i L_j) = \\ &\stackrel{(1)}{=} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n E(L_i L_j) - E(L_i) E(L_j) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n COV(L_i, L_j) \end{aligned}$$

Eelneva põhjal piisab meile Cronbachi alfa leidmiseks ruutvõrrandi xPx^T maksimeerimisest, arvestades eelnevalt äratoodud piiranguid L_i keskväärusele ja dispersioonile.. Selle põhjal saame püstitada *Quadratically constrained quadratic programm*'i [Mingi pädev eestikeelne termin selle kohta ?](#) tüüpi optimeerimis probleemi, mille lahendus annab meile otsitavad tõlgendused. Teeme seda:

$$\begin{aligned} &\max x^T P x \\ &R_i^T x = 0, i \in 1, 2, \dots, n \\ &R_i = (\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{(i-1)*5} p_{ia}, p_{ib}, p_{ic}, p_{id}, p_{ie}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{(n-i)*5}) \quad (5) \\ &x^T P_i x = 1, i \in \{1, 2, \dots, n\}, P_i = \begin{pmatrix} p_{ja} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_{jb} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_{je} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$p_j\alpha = \begin{cases} 0 & j \neq i \\ p_i\alpha & i = j \end{cases}, \alpha \in \{a, b, c, d, e\}$$

4 Lisa

3. Õppejõu hoiak õpetamisel oli õppimist toetav ja üliõpilaste suhtes avatud.

☐ nõustun igali ☐ pigem nõustun ☐ pigem ei nõustu ☐ ei nõustu üldse ☐ nii ja naa

3.1. Palun kommenteerige ja/või põhjendage oma hinnangut.

4. Õppejõud õpetas õppeainet meisterlikult (huvi äratamine, esitatu arusaadavus, kaasahaaravus jms).

☐ nõustun igali ☐ pigem nõustun ☐ pigem ei nõustu ☐ ei nõustu üldse ☐ nii ja naa

4.1. Palun kommenteerige ja/või põhjendage oma hinnangut.

5. Õppejõud antud või soovitatud õppematerjalid olid sisu, vormistuse ja sobivuse poolest asjakohased.

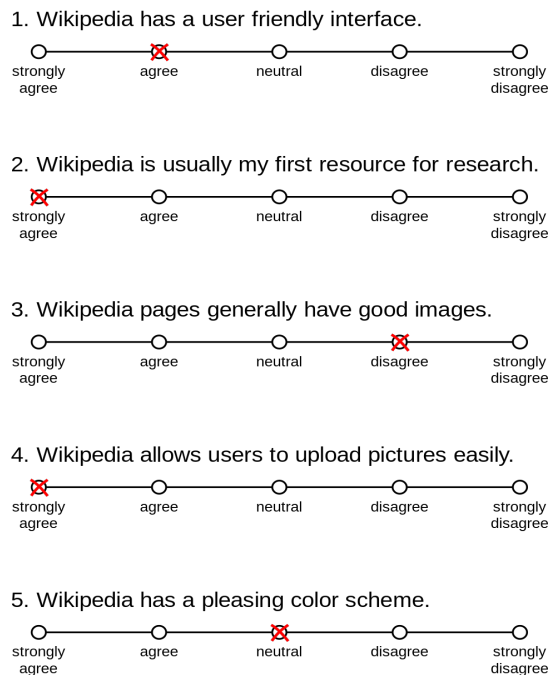
☐ nõustun igali ☐ pigem nõustun ☐ pigem ei nõustu ☐ ei nõustu üldse ☐ nii ja naa

5.1. Palun kommenteerige ja/või põhjendage oma hinnangut.

6. Õppejõud andis piisavalt tagasisidet minu töö tulemuste kohta aine läbimisel.

☐ nõustun igali ☐ pigem nõustun ☐ pigem ei nõustu ☐ ei nõustu üldse ☐ nii ja naa

Joonis 7: Näide Tartu Ülikooli õppeinfo süsteemi tagasiside ankeedist, kus rakendatakse Likerti skaalat [7]



Joonis 8: Näide küsimustikust, kus rakendatud Likerti skaalat, küsimused on paigutatud nende järjestikulisus rõhutamiseks teljele [5]

Viited

- [1] Lee J. Cronbach and Richard J. Shavelson. My Current Thoughts on Coefficient Alpha and Successor Procedures. *Educational and Psychological Measurement*, 64(3):391–418, June 2004.
- [2] Diane R. Edmondson. Likert Scales: A History. <http://faculty.quinnipiac.edu/charm/CHARM%20proceedings/CHARM2004/CHARM2004proceedings/CHARM2004proceedings.htm>
- [3] Robin K. Henson. Understanding Internal Consistency Reliability Estimates: A Conceptual Primer on Coefficient Alpha. *Measurement & Evaluation in Counseling & Development*, 34(3):177, 2001.
- [4] Susan Jamieson. Likert scales: how to (ab)use them. *Medical education*, 38(12):1217–8, December 2004.
- [5] Nicholas Smith. Example of Likert Scale. http://en.wikipedia.org/wiki/File:Example_Likert_Scale.svg.
- [6] David L Streiner. Starting at the Beginning : An Introduction to Coefficient Alpha and Internal Consistency Starting at the Beginning : An Introduction to Coefficient Alpha and Internal Consistency. (February 2013):37–41, 2010.
- [7] UT. Õisi tagasiside. <http://is.ut.ee>.