

Kui A on mittetühi hulk, siis tähistame $S(A)$ abil kõigi bijektiivsete teisen-
duste ehk substitutsioonide rühma hulgal A . Seda nimetame sümmeetriliseks
rühmaks hulgal A . Kui $A = \{1, \dots, n\}$, siis kirjutame $S(A)$ asemel S_n . Kõik
paarissubstitutsioonid hulgal $\{1, \dots, n\}$ moodustavad rühma S_n normaalse alamrühma,
mida tähistame A_n .

Teoreem 1. *Kui $n = 3$ või $n \geq 5$, siis rühm A_n on lihtne.*

Definitsioon 1. Rühma G alamrühma H nimetatakse normaalseks, kui iga
 $a \in G$ ja $h \in H$ korral $a^{-1}ha \in H$.

Definitsioon 2. Rühma, millel ei ole mittetriviaalseid normaalseid alamrühmi,
nimetatakse lihtsaks rühmaks.

Definitsioon 3. Olgu $M \neq \emptyset$ mistahes hulk. Substitutsiooniks hulgal M
nimetatakse hulga M mistahest ükühast pealekujutust.

Definitsioon 4. Substitutsiooni nimetatakse paarissubstitutsiooniks, kui mõlemad
permutatsioonid tema esituses tabelina on ühesuguse paarsusega, see tähendab,
inversioonide arv mõlemas esituses tabelina on sama paarsusega. Vastasel ju-
hul nimetatakse substitutsiooni paarituks substitutsiooniks.

Definitsioon 5. Lõpliku hulga teisendust, mis seisneb selle hulga kahe erine-
va elemendi ümbervahetamises, kusjuures ülejäänud elemendid jäävad paika
nimetatakse transpositsiooniks.

Teoreem 2. *Iga substitutsioon vähemalt kaheelemendilisel hulgal on esitatav
transpositsioonide korrutisena.*

Lause 3. *Tegurite arv substitutsiooni esituses transpositsioonide korrutisena
on sama paarsusega kui substitutsioon ise.*

Definitsioon 6. Subsitsiooni nimetatakse tsükliks, kui ta paigutab teatud
elemendid tsüklikiliselt ümber, ülejäänud elemendid jätab aga paigale. Tsükli-
lit, mis viib elemendi i_1 elemendiks i_2 , elemendi i_2 elemendiks i_3, \dots , elemendi i_k
elemendiks i_1 tähistatakse $(i_1 i_2 \dots i_k)$.

Mistahes substitutsiooni on võimalik esitada niinimetatud sõltumatute tsüklike
korrutisena - tsüklike korrutisena, mille üleskirjutises ei ole ühiseid elemente.
Paneme tähele, et transpositsioone võime vaadelda kui kahe elemendilise
tsükleid.