ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA

BÀI TẬP LỚN

MÔN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

ĐỀ TÀI:

QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH VÀ ỨNG DỤNG VÀO BÀI TOÁN VẬN TẢI

LỚP L15 – NHÓM 13 – HỌC KÌ 232

Giảng viên hướng dẫn: Nguyễn Hữu Hiệp

Thành phố Hồ Chí Minh - 2024

BÁO CÁO PHÂN CÔNG NHIỆM VỤ VÀ KẾT QUẢ THỰC HIỆN

ĐỀ TÀI CỦA TỪNG THÀNH VIÊN NHÓM 13

STT	**Họ và tên**	**MSSV**	**Nhiệm vụ**	**Kết quả**	**Chữ ký**
1	Phạm Nguyễn Ái Nhi	2212446	Powerpoint + tổng hợp file word	100%	
2	Phạm Công Võ	2313946	Thuyết trình	100%	
3	Phạm Duy Tân	2213065	Nêu cơ sở lý thuyết và thuật toán tìm phương án tối ưu tuyến tính	100%	
4	Phạm Gia Hiển	2311001	Sản phẩm là 1 phần mềm tìm phương án tối ưu cho bài toán vận tải	100%	
5	Phạm Ngọc Đạt	2210713	Powerpoint	100%	
6	Phạm Quang Tú	2213853	Thuyết trình	100%	
7	Phan Châu Phong	2212563	Mô tả các khái niệm và bài toán thực tế về qui hoạch tuyến tính	100%	

MỤC LỤC

LỜI MỞ ĐẦU

Đại số tuyến tính nói chung có rất nhiều ứng dụng trong hầu hết các lĩnh vực trong khoa học: kinh tế, môi trường, công nghệ máy tính, xử lý tín hiệu, đồ họa,… Một phần trong số đó phải nhắc đến là quy hoạch tuyến tính trong bài toán vận tải. Quy hoạch tuyến tính trong bài toán vận tải thường giải quyết các vấn đề như: xác định lịch trình vận chuyển bao gồm việc tối ưu các tuyến đường lịch trình để vận chuyển hàng hóa từ điểm bắt đầu đến điểm đích đến với chi phí và thời gian tối thiểu, phân phối hàng hóa từ các điểm sản xuất hoặc kho hàng đến các điểm tiêu thụ một cách hiệu quả, giảm thiểu chi phí vận chuyển và tối ưu hóa quá trình, tối ưu hóa tài nguyên vận chuyển và quản lý đường dẫn lưu lượng giao thông trên các tuyến đường.

Nhóm em chân thành cảm ơn giảng viên phụ trách giảng dạy bộ môn Đại số tuyến tính là thầy Nguyễn Hữu Hiệp đã tạo điều kiện để nhóm thực hiện đề tài này. Nhờ những kiến thức và kinh nghiệm bổ ích, quý báu được thầy hướng dẫn và truyền đạt, nhóm có thể triển khai làm việc dễ dàng hơn, sâu rộng hơn. Song do đây là lần đầu tiên thực hiện một bài tập lớn và chưa có nhiều kinh nghiệm nên có thể nhóm em khó tránh những thiếu sót, rất mong thầy có thể xem xét và góp ý để ở những đề tài sau nhóm có thể hoàn thiện hơn.

CHƯƠNG I: MÔ TẢ CÁC KHÁI NIỆM VÀ BÀI TOÁN THỰC TẾ VỀ QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH

1.1. Khái niệm

1.1.1. Quy hoạch tuyến tính

Trong toán học, quy hoạch tuyến tính (linear programming - LP) là bài toán tối ưu hóa, trong đó hàm mục tiêu (objective function) và các điều kiện ràng buộc đều là tuyến tính.

Trong bài toán này, cho một đa tạp (polytope) (chẳng hạn một đa giác hoặc một đa diện), và một hàm tuyến tính (affine) nhận giá trị thực:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_1x_1 + b + c$$

Hàm tuyến tính này xác định trên đa tạp đó. Mục đích là tìm một điểm trên đa tạp mà tại đó hàm có giá trị nhỏ nhất (hoặc lớn nhất). Các điểm như vậy có thể không tồn tại, nhưng nếu chúng tồn tại phải tìm được ít nhất một điểm.

Một số từ ngữ thường dùng:

- Phương án (PA): Mỗi vectơ x = (x_1, x_2, …, x_n) trong R^n thỏa mãn tất cả các ràng buộc (chính và dấu) của một bài toán QHTT n biến được gọi là một phương án của bài toán đó

- Tập phương án (hay miền ràng buộc): Tập hợp tất cả các PA của một bài toán QHTT gọi là tập phương án hay miền ràng buộc của bài toán đó

- Phương án tối ưu (PATU): Một PA x* của bài toán QHTT được gọi là nghiệm hay PATU nếu nó làm cho hàm mục tiêu đạt min (hoặc max) đúng như yêu cầu bài toán đó.

- Phương án cực biên (PACB):

- Xét một bài toán QHTT dạng tổng quát có n biến $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Một PA $x^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$ của bài toán đang xét được gọi là phương án cực biên (PACB) nếu nó thỏa mãn dấu "=" (còn gọi là thỏa mãn chặt) với ít nhất n ràng buộc trong đó có đúng n ràng buộc độc lập tuyến tính (tức là ma trận hệ số của n ràng buộc đó có hạng bằng n) trong hệ rằng buộc.
- Xét một bài toán QHTT dạng chính tắc hay dạng chuẩn có n biến $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Một PA $x^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$ của bài toán đang xét là phương án cực biên (PACB) nếu hệ các cột của ma trận hệ số ứng với các $x_j^* > 0$ lập thành hệ độc lập tuyến tính. Ta gọi các ẩn dương là ẩn cơ sở, các ẩn triệt tiêu là ẩn phi cơ sở. Các hệ số trong hàm mục tiêu ứng với các ẩn cơ sở (tương ứng, phi cơ sở) cũng được gọi là hệ số cơ sở (tương ứng, phi cơ sở).

1.1.2. Bài toán vận tải

Trong xã hội có rất nhiều ngành sản xuất phục vụ cho cuộc sống con người, mỗi ngành, mỗi lĩnh vực đóng vai trò và tầm quan trọng riêng. Là một ngành sản xuất vật chất đặc biệt và có một vai trò quan trọng của nền kinh tế quốc dân, giao thông vận tải tham gia vào hầu hết các quy trình sản xuất, vận chuyển hàng hoá để đảm bảo cho quá trình sản xuất, lưu thông hàng hóa được diễn ra liên tục và ngày càng phát triển.

Đối với một doanh nghiệp vận tải thì yếu tố lợi nhuận luôn được đặt lên hàng đầu. Vì vậy để giảm được chi phí, đặt biệt là chi phí vận chuyển, đạt được lợi nhuận tối ưu thì công tác tổ chức vận tải hàng hóa là một công việc đóng vai trò hết sức quan trọng. Điều này đòi hỏi các doanh nghiệp phải sử dụng các hình thức khai thác phương tiện và thiết bị hợp lý để góp phần giảm thiểu chi phí. Muốn làm được điều đó cần đến việc áp dụng những ứng dụng của toán học, khoa học, kỹ thuật. Một trong những công trình nổi tiếng nghiên cứu ứng dụng của toán học trong vận tải là bài toán vận tải trong quy hoạch tuyến tính, được tạo ra bởi nhà toán học người Pháp Gaspard Monge, chính thức hóa vào năm 1781.

1.2. Các dạng của bài toán quy hoạch tuyến tính

1.2.1. Dạng tổng quát của bài toán quy hoạch tuyến tính

Bài toán QHTT dạng tổng quát với n ẩn là bài toán có dạng:

(1) $f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \rightarrow$ max(min)

(2) $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \begin{bmatrix} \geq \\ \leq \\ = \end{bmatrix} b_i, i = 1,2,\ldots,m$

(3) $x_j \begin{bmatrix} \geq 0 \\ \leq 0 \\ tùy\ ý \end{bmatrix}, j = 1,2,\ldots,n$

Trong đó: (1) là hàm mục tiêu

(2) là hệ ràng buộc chính

(3) là ràng buộc dấu

Khi đó:

• Mỗi vector $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ K thõa (2) và (3) được gọi là một phương án (PA) của bài toán.

• Mỗi phương án x thỏa (1), nghĩa là tại đó hàm mục tiêu đạt giá tị nhỏ nhất (lớn nhất) trên tập các phương án được gọi là một phương án tối ưu (PATU) của bài toán.

• Giải một bài toán QHTT là đi tìm một phương án tối ưu của nó hoặc chỉ ra rằng bài toán vô nghiệm, nghĩa là bài toán không có PATU.

1.2.2. Dạng chính tắc của bài toán quy hoạch tuyến tính

(1) $f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \rightarrow$ max(min)

(2) $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n = b_i, i = 1,2,\ldots,m$

(3) $x_j \geq 0, j = 1,2,\ldots,n$

Nhận xét: Bài toán QHTT dạng chính tắc là bài toán QHTT dạng tổng quát trong đó:

• Các ràng buộc chính đều là phương trình.

• Các ẩn đều không âm.

1.2.3. Dạng chuẩn của bài toán quy hoạch tuyến tính

Bài toán QHTT dạng chuẩn là bài toán QHTT dạng chính tắc

(1) $f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \rightarrow$ max(min)

(2) $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n = b_i, i = 1,2,\dots,m$

(3) $x_j \geq 0, j = 1,2,\dots,n$

Trong đó:

• Các hệ số tự do đều không âm.

• Trong ma trận hệ số tự do có đủ m vector cột đơn vị: $e_1, e_2, \dots, e_m$.

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, e_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}$$

Khi đó:

• Các ẩn ứng với các vector cột đơn vị được gọi là các ẩn cơ bản. Cụ thể ẩn ứng với vector cột đơn vị k e là ẩn cơ bản thứ k.

• Một phương án mà các ẩn cơ bản đều bằng 0 gọi là **phương án cơ bản**.

• Một phương án cơ bản có đủ m thành phần dương được gọi là **không suy biến**. Ngược lại một phương án cơ bản có ít hơn m thành phần dương được gọi là **suy biến**.

1.3. Các bài toán thực tế về quy hoạch tuyến tính

1.3.1. Bài toán vận tải

Tại sân bay Tân Sơn Nhất có nhu cầu vận chuyển 1200 khách và 120 tấn hàng bằng máy bay. Giả sử có 2 loại máy bay có thể sử dụng với khả năng vận chuyển như sau:

- Máy bay loại A: 01 máy bay có thể chở 150 khách và 20 tấn hàng với chi phí tương ứng 240 triệu đồng.

- Máy bay loại B: 01 máy bay có thể chở 180 khách và 16 tấn hàng với chi phí tương ứng 220 triệu đồng.

Hãy lập mô hình tìm phương án sử dụng số máy bay sao cho phải thỏa mãn yêu cầu vận chuyển với chi phí ít nhất.

Tóm tắt thông số:

- Gọi x_1 là số lượng máy bay loại A

- Gọi x_1 là số lượng máy bay loại A

- Tổng chi phí (triệu đồng): $Z = 240x_1 + 220x_2$

- Đảm bảo về hành khách: $150x_1 + 180x_2 = 1200$

- Đảm bảo về hàng hóa: $20x_1 + 16x_2 = 120$

- Đảm bảo thực tế: $x_1, x_2 \geq 0$

Lập mô hình:

$Z = 240x_1 + 220x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 150x_1 + 180x_2 = 1200 \\ 20x_1 + 16x_2 = 120 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1.3.2 Bài toán chia khẩu phần ăn

Để nuôi mỗi loại gia súc người ta sử dụng 3 loại thức ăn A, B, C. Tỷ lệ % theo khối lượng các chất dinh dương P1, P2 có trong các loại thức ăn như sau:

Thức ăn	Chất dinh dưỡng	
	P1	P2

A	20	10
B	10	10
C	10	20

Yêu cầu trong khẩu phần ăn của loại gia súc này:

- Chất dinh dưỡng P1 phải có ít nhất 70g và nhiều nhất là 80g

- Chất dinh dưỡng P2 có ít nhất là 90g

- Giá 1kg thức ăn A, B, C tương ứng là 2.000đ, 1.000đ, 2.000đ

Hãy lập mô hình bài toán xác định khối lượng thức ăn cần mua sao cho tổng chi phí là ít nhất.

Tóm tắt thông số:

- Gọi x_1, x_2, x_3 tương ứng là số g thức ăn A, B, C cần mua nên ta có tổng chi phí tổng chi phí: $Z = 2x_1 + x_2 + 2x_3$

- Hàm lượng chất dinh dưỡng:

P1: $70 \leq 0{,}2x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}1x_3 \leq 80$ (g)

P2: $0{,}1x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}2x_3 \geq 90$ (g)

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Lập mô hình:

$Z = 2x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 700 \leq 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 800 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 900 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

CHƯƠNG II: CƠ SỞ LÝ THUYẾT VÀ THUẬT TOÁN TÌM PHƯƠNG ÁN TỐI ƯU TUYẾN TÍNH

2.1. Quy hoạch tuyến tính

2.1.1. Bài toán đặt ra

Xét bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chính tắc như sau:

$$f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i, i = \overline{1,m} \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

Trong đó:

- $x_1, x_2, \ldots, x_n$ là các biến quyết định (decision variables), đại diện cho các giá trị chúng ta muốn tìm để làm cho hàm mục tiêu đạt giá trị tối ưu.

- $c_1, c_2, \ldots, c_n$ là các hệ số của hàm mục tiêu, thường là các hệ số chi phí hoặc lợi nhuận liên quan đến các biến quyết định.

- a_{ij} là các hệ số của ma trận ràng buộc.

- $b_1, b_2, \ldots, b_n$ là giới hạn của các ràng buộc.

Mục tiêu là tìm giá trị của các biến quyết định (x1,x2,…,xn) sao cho hàm mục tiêu đạt giá trị tối ưu đồng thời thỏa mãn tất cả các ràng buộc. Trong các phương pháp để giải bài toán này, phương pháp đơn hình là phương pháp được sử dụng rộng rãi nhất vì tính tối ưu và đơn giản của nó.

2.1.2. Phương pháp đơn hình

Ta biết rằng bài toán Quy hoạch Tuyến tính có các tính chất sau:

a) Khi một bài toán Quy hoạch tuyến tính chính tắc có một phương án tối ưu, thì cũng có ít nhất một phương án cực biên tối ưu, nghĩa là một trong số các điểm cực đại của miền ràng buộc là giải pháp tối ưu của bài toán.

b) Mỗi điểm cực tiểu địa phương của hàm tuyến tính trên miền ràng buộc D (một tập hợp lồi) cũng là một điểm cực tiểu tuyệt đối.

Tính chất a) cho phép tìm phương án tối ưu trong số các phương án cực biên của bài toán, một số hữu hạn.

Tính chất b) cho phép kiểm tra tối ưu đối với một phương án cực biên bằng cách so sánh nó với các phương án lân cận.

Do đó, Dantzig đề xuất r phương pháp đơn hình để tìm ra phương án tối ưu tuyến tính. Thuật toán được nêu ra như sau:

Xuất phát từ một phương án cực biên của bài toán và kiểm tra xem nó có phải là phương án tối ưu không. Nếu không, nó chuyển sang một phương án cực biên mới tốt hơn mà vẫn là một điểm kề của phương án trước đó. Quá trình này tiếp tục lặp đi lặp lại nhiều lần cho đến khi tìm ra phương án tối ưu hoặc xác định bài toán không có lời giải.

Phương pháp đơn hình thực hiện việc này bằng cách khảo sát các điểm cực biên của miền ràng buộc để tìm ra phương án tối ưu. Mặc dù số lượng các điểm này có thể lớn, nhưng thực tế chỉ cần kiểm tra một phần nhỏ trong số chúng, là đủ để thực hiện quá trình tìm kiếm phương án tối ưu.

2.1.3. Thuật toán đơn hình giải bài toán Min:

Bước chuẩn bị: Đưa bài toán Quy hoạch tuyến tính về dạng chính tắc chuẩn (nếu cần).

Bước 1: Lập bảng đơn hình, tính giá trị của hàm mục tiêu và các số ước lượng Δ_j

Vẽ bảng đơn hình như sau:

Hệ số cơ sở	Biến cơ sở	PA CB	x_1	x_2	.....	x_m	x_{m+1}	.....	x_n	λ_i
			c_1	c_2	.....	c_m	c_{m+1}	.....	c_n	
c_1	x_1	b_1	1	0	.....	0	$a_{1,m+1}$	.....	$a_{1,n}$	
c_2	x_2	b_2	0	1	.....	0	$a_{2,m+1}$	.....	$a_{2,n}$	
.	.	.	.	.	.....	.	.	.....	.	
.	.	.	.	.	.....	.	.	.....	.	
.	.	.	.	.	.....	.	.	.....	.	
c_m	x_m	b_m	0	0	.....	0	$a_{m,m+1}$	.....	$a_{m,n}$	
		$f(x^0)$	0	0	.....	0	Δ_{m+1}	.....	Δ_n	

Trong đó, $f(x^0) = c_1b_1 + c_2b_2 + ….. + c_mb_m$

$\Delta_j = 0$ (j = 1, ……, m); $\Delta_j = \sum_{i=1}^{m} c_i a_{ij} - c_j$, $m+1 \le j \le n$.

Bước 2: Xác định phương án cơ bản x^0 xuất phát, chỉ ra các biến và các hệ số cơ sở.

- Với bảng đơn hình vừa lập được thì phương án cơ bản xuất phát x^0 của bài toán được xác định như sau: ma trận con sơ cấp của A được giả định là ma trận đơn vị cấp m tạo thành từ m dòng và m cột đầu tiên, nên $x^0 = (b_1, b_2, …, b_m, 0, …, 0)$.

Bước 3: Kiểm tra tính tối ưu của phương án cơ bản xuất phát (đối với bài toán Min)

- Dấu hiệu tối ưu: Nếu hệ số ước lượng của các ẩn đều không âm, $\Delta_k \le 0, \forall k$ thì phương án cơ bản xuất phát x^0 là phương án tối ưu của bài toán. Thuật toán kết thúc với kết luận: Bài toán có phương án tối ưu là x^0 và GTTU là $f(x^0)$.

- Dấu hiệu của bài toán không có phương án tối ưu: Nếu có ẩn không cơ bản x_k có hệ số ước lượng âm và cột điều kiện A_k của ẩn đó có các thành phần đều không dương, $\Delta_k > 0$ và $a_{ik} \le 0, \forall i$ thì bài toán không có phương án tối ưu. Thuật toán kết thúc với kết luận: Bài toán không có phương án tối ưu.
- Nếu không xảy ra cả hai trường hợp trên, phương án đang xét chưa tối ưu và còn phương phương án tối ưu hơn, chuyển sang bước 4.

Bước 4: Lựa chọn ẩn đưa ra và đưa vào cơ sở:

- Chọn biến cơ bản mới x_v sao cho $\Delta_v = \max \{ \Delta_j > 0 \}$ để đưa vào.

- Chọn biến cơ bản cũ x_r sao cho $\lambda_r = \min \{ \lambda_i = \frac{b_i}{a_{iv}} \mid a_{iv} > 0 \}$

- Tiếp theo chọn dòng thứ r làm dòng xoay, cột thứ v làm cột xoay, phần tử a_{rv} làm phần tử xoay rồi biến đổi sơ cấp để được bảng đơn hình mới với phương án cơ bản mới tốt hơn.

Bước 5: Biến đổi bảng mới:

- Biến đổi bảng cách biến các thành phần trong cột ẩn của phần tử xoay thành cột vectơ đơn vị bao gồm biến đổi cả Δ_k đối với các cột khác.
- Thực hiện lại từ bước 3 cho đến khi khi thuật toán kết thúc có phương án tối ưu hoặc không có phương án tối ưu (sử dụng dữ liệu từ bảng mới vừa tạo ra).

2.1.4. Thuật toán đơn hình giải bài toán Max:

Giải tương tự với bài toán min với các chú ý sau đây:

Điều kiện tối ưu: $\Delta_k \ge 0, \forall k$

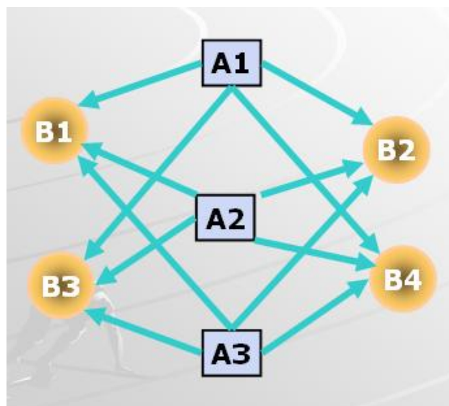
Điều kiện không có phương án tối ưu: $\exists\ \Delta_k < 0$ và $a_{ik} \ge 0, \forall i$

Ẩn được chọn đưa vào: Ẩn ứng với $\Delta_k < 0$ nhỏ nhất.

2.2. Bài toán vận tải

2.2.1. Bài toán vận tải

Giả sử có m kho hàng A_1 , A_2, … , A_n , mỗi kho chứa một lượng hàng nhất định. Chúng ta cần vận chuyển số hàng này đến n cửa hàng B_1 , B_2 , … , B_n, mỗi cửa hàng lại cần một số lượng hàng khác nhau. Chi phí để vận chuyển một tấn hàng từ mỗi kho đến mỗi cửa hàng cũng khác nhau và được gọi là c_{ij}. Trong bài toán này, các kho hàng được gọi là điểm xuất phát, và các cửa hàng được gọi là điểm đến. . Hãy lập phương án vận chuyển sao cho tổng chi phí vận chuyển là nhỏ nhất.



Hình ảnh minh họa cho bài toán vận tải.

Giả sử có 3 điểm phát và 4 điểm đích, số hàng ở các điểm phát, nhu cầu ở các điểm đích, cước phí vận chuyển sẽ được thể hiện dưới dạng bảng như:

	B1: 50	B2: 150	B3:150	B4:100
A1:150	3 X_{11}	5 X_{12}	6 X_{13}	2 X_{14}
A2:250	3 X_{21}	1 X_{22}	3 X_{23}	4 X_{24}
A3:50	4 X_{31}	5 X_{32}	7 X_{33}	2 X_{34}

Cấu hình bảng vận tải

Để tìm ra phương pháp tối ưu tuyến tính , ta áp dụng thuật toán đơn hình trong quy hoạch tuyến tính. Nó xuất phát từ việc chọn phương án đầu tiên rồi cải tiến dần cho đến khi đạt tối ưu. Có hai phương pháp tìm phương án bang đầu được đề xuất: Phương pháp Góc Tây bắt, phương pháp Cước Phí Bé Nhất.

2.2.2. Phương pháp Góc Tây Bắc

- Chọn ô ở góc tây bắc làm nơi xuất phát.
- Cung cấp tối đa từ khả năng của điểm nguồn cho các điểm đích theo thứ tự từ trái sang phải.
- Nếu điểm nguồn nào đã hết thì ta chuyển sang điểm nguồn kế tiếp, xóa dòng chứa nguồn đó.
- Đáp ứng tối đa nhu cầu của 1 điểm đích từ các điểm nguồn theo thứ tự ưu tiên từ trên xuống dưới. Nếu nhu cầu điểm đích đủ thì chuyển sang điểm đích kế tiếp, xóa điểm thu đó.
- Lặp lại quy trình trên, phương án được thành lập sẽ là phương án cực biên.

2.2.3. Phương pháp Cước Phí Bé Nhất

- Ưu tiên chọn ô có cước phí thấp nhất từ trên xuống dưới để đáp ứng tối đa khả năng cũng như nhu cầu .
- Loại bỏ các ô của điểm nguồn hoặc điểm đích đã hết khả năng cung cũng như cầu.
- Xác định lại ô có chi phí thấp nhất trong các ô còn lại và tiếp tục phân bổ giống như các bước trên. Phương án thu được sẽ là phương án cực biên.

2.2.4. Thuật toán thế vị giải quyết bài toán vận tải

Thuật toán thế vị là thuật toán phát triển từ thuật toán đơn hình để phù hợp và tối ưu hóa trong việc giải quyết các bài toán vận tải. Để áp dụng thuật toán, ta sẽ làm các bước sau đây:

Bước 1: Tìm phương án ban đầu từ bảng ban đầu

- Sử dụng phương pháp góc Tây Bắc hoặc phương pháp cước phí bé nhất để tìm phương án ban đầu.

Bước 2: Xác định phương án cơ bản xuất phát, chỉ ra các biến và các hệ số cơ sở.

Tìm các biệt số dòng u_j và biệt số cột v_j của phương án bằng cách giải hệ phương trình trình ô chọn:

$u_i + v_j = c_{ij}$, $\forall i,j \mid x_{ij} \geq 0$

+ Hệ có số ẩn bằng tổng số điểm đích và điểm nguồn, số phương trình ít hơn số ẩn, nên có 1 ẩn được chọn trước làm tham số.

+ Gán giá trị $u_1 = 0$, từ đó tính các giá trị u_i và v_j còn lại.

+ Tìm các ước lượng cho các ô loại $\Delta_{ij} = u_i + v_j - c_{ij}$ (sử dụng cho bước 3)

Bước 3: Kiểm tra tính tối ưu của phương án cơ bản xuất phát

- Nếu hệ số ước lượng của các ẩn đều không âm, $\Delta_{ij} \leq 0, \forall i,j$ thì phương án cơ bản xuất phát là phương án tối ưu của bài toán.
- Ngược lại, phương án đang xét chưa tối ưu và còn phương phương án tối ưu hơn, chuyển sang bước 4.

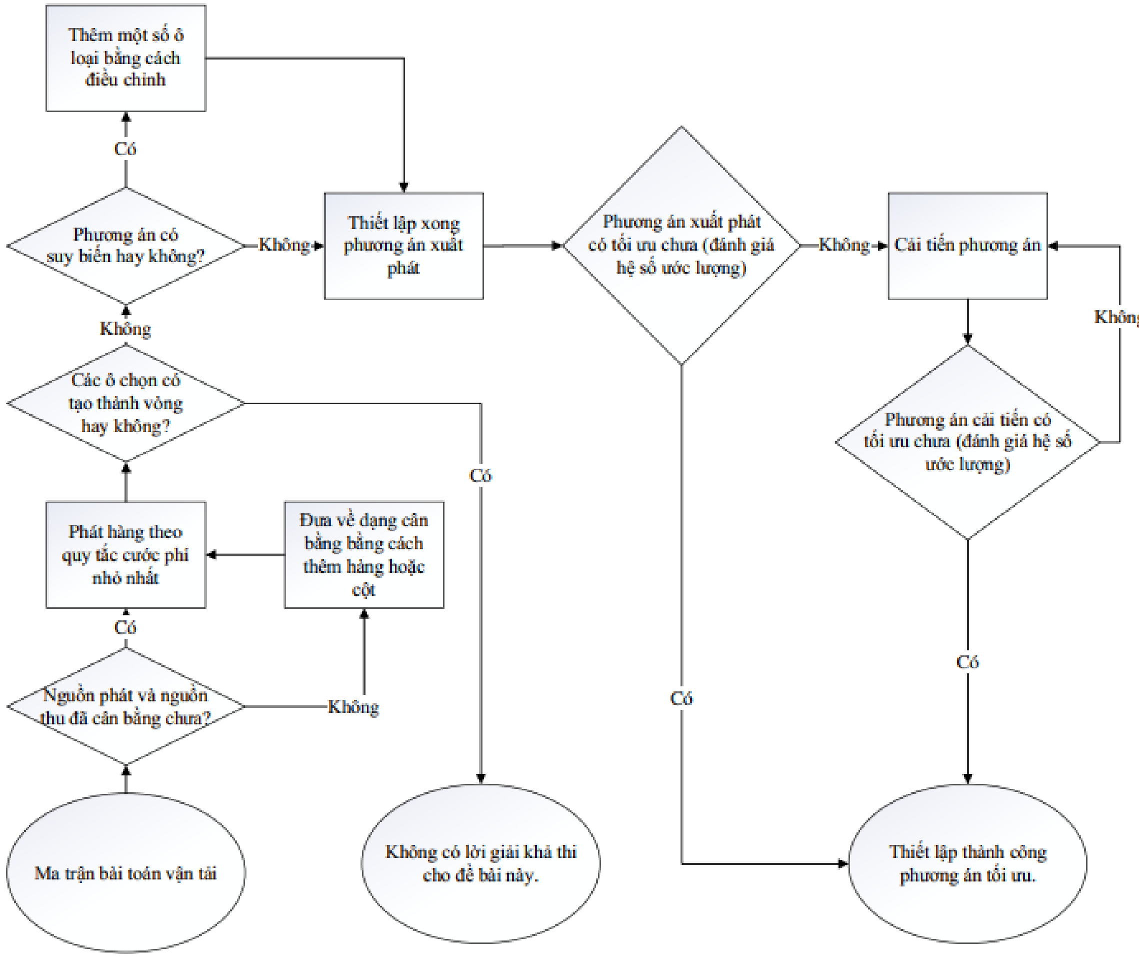
Bước 4: Lựa chọn ẩn đưa ra và đưa vào cơ sở:

- Trước hết, chúng ta sẽ thêm vào phương án một ô loại có ước lượng Δ lớn nhất, biểu thị là ô chọn của phương án. Khi thêm ô này vào, chúng ta tạo ra một chu trình duy nhất K bằng cách kết hợp nó với một số ô chọn khác trong phương án.
- Tiếp theo, chúng ta sẽ đánh dấu các ô trong chu trình K này xen kẽ với dấu + và - bắt đầu từ ô mới thêm vào với dấu +.
- Sau đó, chúng ta xác định giá trị nhỏ nhất xij trong các ô có dấu (-).
- Chúng ta giảm giá trị xij nhỏ nhất này từ các ô có dấu (-).
- Cuối cùng, chúng ta tăng giá trị xij nhỏ nhất này cho các ô có dấu (+).

Bước 5: Biến đổi bảng mới:

- Biến đổi bảng cách biến các thành phần trong cột ẩn của phần tử xoay thành cột vectơ đơn vị bao gồm biến đổi cả $\Delta_{i,j}$ đối với các cột khác.
- Thực hiện lại từ bước 3 cho đến khi khi thuật toán kết thúc có phương án tối ưu hoặc không có phương án tối ưu (sử dụng dữ liệu từ bảng mới vừa tạo ra)

Sơ đồ mô tả cho giải thuật:


Thêm một số ô loại bằng cách điều chỉnh
Có
Phương án có suy biến hay không?
Không
Thiết lập xong phương án xuất phát
Phương án xuất phát có tối ưu chưa (đánh giá hệ số ước lượng)
Không
Cải tiến phương án
Không
Các ô chọn có tạo thành vòng hay không?
Có
Phương án cải tiến có tối ưu chưa (đánh giá hệ số ước lượng)
Phát hàng theo quy tắc cước phí nhỏ nhất
Đưa về dạng cân bằng bằng cách thêm hàng hoặc cột
Có
Có
Nguồn phát và nguồn thu đã cân bằng chưa?
Không
Có
Ma trận bài toán vận tải
Không có lời giải khả thi cho đề bài này.
Thiết lập thành công phương án tối ưu.

CHƯƠNG 3: SẢN PHẨM LÀ MỘT PHẦN MỀM TÌM PHƯƠNG ÁN TỐI ƯU CHO BÀI TOÁN VẬN TẢI

3.1. Bài toán vận dụng

Giả sử có một bài toán vận tải cần tối ưu chi phí được cho dưới dạng bảng:

Phát \ Thu	40	100	60	50
80	1	2	4	3
70	2	4	5	1
100	4	1	2	5

Yêu cầu: Lập kế hoạch vận chuyển hàng hoá sao cho:

- Phát hết hàng.

- Thu đủ hàng.

- Chi phí nhỏ nhất.

Với các giá trị chi phí và cung cầu như đề bài trên, ta sẽ thiết lập một đoạn chương trình tìm số lượng hàng phân phối mỗi trạm phát để mức chi phí thấp nhất có thể.

3.2. Code

3.2.1. Phương pháp Góc Tây Bắc

```
clc
clear
format long
%khai báo các giá trị ban đầu
C = input('nhap ma tran gia');
S = input('nhap ma tran cung');
D = input('nhap ma tran chua');
copyS = S;
copyD = D;
%xem xét xem đây có phải cân bằng thu phát không
```

```
if sum(S) == sum(D)
    disp('Day la bai toan van tai can bang thu phat.')
else
    disp('Day la bai toan van tai khong can bang thu phat.')
if sum(S) < sum(D)
C(end+1,:) = zeros(1,length(D));
S(end+1) = sum(D) - sum(S);
else
C(:,end+1) = zeros(1,length(S));
D(end+1) = sum(S) - sum(D);
end
end
%tính toán giá trị hàng hoá tại các trạm thu phát
[m, n] = size(C);
G = zeros(size(C));
copyC = C;
while true
    [minCost, minIndex] = min(copyC(:));
if sum(S) == 0 && sum(D) == 0
break;
end
[row, col] = ind2sub(size(copyC), minIndex);
quantity = min(S(row), D(col));
G(row, col) = quantity;
S(row) = S(row) - quantity;
D(col) = D(col) - quantity;
copyC(row, col) = inf;
end
%SỬ DỤNG HÀM LINPROG ĐỂ TỐI ƯU CHI PHÍ
f = reshape(C', 1, m * n); %Chuyển ma trận chi phí thành vector
Aeq = zeros(m + n, m * n); % Ma trận Aeq
beq = zeros(m + n, 1); % Vector beq
%tạo ma trận Aeq và beq từ ràng buộc ban đầu
for i = 1:m
    Aeq(i, (i-1)*n+1:i*n) = 1;
    beq(i) = copyS(i);
end
for j = 1:n
    Aeq(m+j, j:n:m*n) = 1;
    beq(m+j) = copyD(j);
end
lb = zeros(1, m * n); % Lower bound
Gop = linprog(f, [], [], Aeq, beq, lb);
```

```
Gop = reshape(Gop, n, m)'; %chuyển vector thành ma trận
disp('Ma tran hang hoa G sau khi toi uu:');
disp(Gop);
disp([' --> Chi phi voi ma tran hang hoa sau khi toi uu
la:',num2str(sum(sum(C.*Gop)))])
```

Run code: Kết quả thu được sau khi chạy:

```
Command Window
nhap ma tran gia [1 2 4 3; 2 4 5 1;4 1 2 5]
nhap ma tran cung [80 70 100]
nhap ma tran chua [40 100 60 50]
Day la bai toan van tai can bang thu phat.

Optimal solution found.

Ma tran hang hoa G sau khi toi uu:
    20    60     0     0
    20     0     0    50
     0    40    60     0

 --> Chi phi voi ma tran hang hoa sau khi toi uu la: 390
fx >>
```

3.2.2. Phương pháp Cước Phí Nhỏ Nhất

```
clc ;
clear all ;
close all ;

%Nhập các giá trị ban đầu
x = input ('nhap ma tran gia ');
cung = input ('nhap ma tran cung ');
chua = input ('nhap ma tran chua ');
sumr = 0;
sumc = 0;

for i = 1: length (cung)
        sumr = sumr + cung (i);
end
for i = 1: length (chua)
        sumc = sumc + chua (i);
end
if (sumr == sumc)
copy = x;
[row col] = size(x);
```

```
                flag = 1;
                mink = 0;
                while (flag == 1) %Tìm ô có cước phí nhỏ nhất (ưu tiên thứ tự từ trên bên trái)
        for i = 1: row
                k = 0;
        for j = 1: col
        if(copy(i,j) == -1)
                continue;
                else
                mink = copy(i,j);
                k = 1;
                break;
                end
                end
        if (k == 1)
         break;
        end
        end
        for i = 1: row
        for j = 1: col
         if (copy(i,j) == -1)
            continue;
         else
            mink = min (copy(i,j),mink );
         end
       end
     end

        %Gán giá trị của ô đó bằng min của thu,phát
                for i = 1: row
                for j = 1: col
                        if (copy(i,j) == mink ) %Nếu thu hết thì cột của ô thu đó được loại bỏ hết
           newmatrix(i,j) = min ( cung (i),chua (j));%nếu phát hết thì hàng của ô chọn đó được loại bỏ hết
                        if (cung (i) == newmatrix(i,j))
                        for k = 1: col
              copy(i,k) = -1;
            end
                chua (j) = chua (j) - newmatrix(i,j);
                cung (i) = cung (i) - newmatrix(i,j);
                else
                for k = 1: row
                copy(k,j) = -1;
                end
            chua (j) = chua (j) - newmatrix(i,j);
            cung (i) = cung (i) - newmatrix(i,j);
          end
        end
      end
    end

%Điều kiện để dừng vòng lặp: Do bài toán cân bằng thu phát nên sau khi phát hết thì lượng hàng của thu và phát
đều
%bằng 0
```

```
flag1 = 1;
flag2 = 1;
for i = 1: length (cung)
   if (cung (i) ~= 0)
        flag1 = 0;
   end
end
for i = 1: length (chua)
   if (chua (i) ~= 0)
       flag2 = 0;
   end
end
if (flag1 == 1 && flag2 == 1)
   flag = 0;
end
   end
  minTB = 0;
      for i = 1: length (cung)
          for j = 1: length (chua)
              if (newmatrix(i,j) == 0)
                  continue;
              else
                  minTB = minTB + newmatrix(i,j)*x(i,j);
              end
          end
      end
      disp ('ma tran sau khi toi uu hoa:')
      disp (newmatrix)
      disp ('cuoc phi nho nhat tinh theo phuong phap cuoc phi nho nhat ')
      disp (minTB)
end
```

Run code: Kết quả thu được sau khi chạy:

```
Command Window
nhap ma tran gia [1 2 4 3; 2 4 5 1; 4 1 2 5]
nhap ma tran cung [80 70 100]
nhap ma tran chua [40 100 60 50]
ma tran sau khi toi uu hoa:
    40     0    40     0
     0     0    20    50
     0   100     0     0

cuoc phi nho nhat tinh theo phuong phap cuoc phi nho nhat
   450

>>
>>
```

=> **Nhận xét:** Qua kết quả thu được từ MATLAB, cho thấy ở trường hợp trên thì Phương án Tây Bắc tối ưu hơn Cước phí nhỏ nhất

TỔNG KẾT

Qua bài tập lớn, nhóm đã tiếp thu được các kiến thức mới như:

- Biết được các thao tác thuật toán đơn giản trên Matlab

- Giúp hiểu thêm và quy hoạch tuyến tính và ứng dụng trong bài toán vận tải, tìm hiểu thêm được một đề tài thú vị

- Nâng cao sự hứng thú môn học

- Trau dồi kĩ năng học tập và làm việc nhóm

DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO

1) Quy hoạch tuyến tính bài toán vận tải

https://www.youtube.com/watch?v=y_kPBQl7GVU&t=2454s

https://www.youtube.com/watch?v=hok-ojKnAKg

https://voer.edu.vn/c/bai-toan-van-tai/78021439/a36107d4

2) Code mathlab giải bài toán cân bằng thu phát

https://123docz.net/document/5861265-code-matlab-giai-bai-toan-van-taitransportation.htm

3) Đại học Lạc Hồng:

https://lhu.edu.vn/Data/News/298/files/BGQHTTmoi_1_xvesm.pdf

4) https://lhu.edu.vn/Data/News/298/files/BGQHTTmoi_1_xvesm.pdf

5) tong-hop-qhtt1.doc (live.com)

6) Bài giảng qui hoạch tuyến tính phương pháp đơn hình | PDF (slideshare.net)

7) Microsoft PowerPoint - Kinh_te_luong_ch4.ppt (tailieu.vn)

8) QHTT-TDT (wordpress.com)