



Bài tập chương 3

Tập hợp

1 Dẫn nhập

Trong bài tập dưới đây, chúng ta sẽ làm quen với các kiến thức liên quan đến lý thuyết tập hợp (bao gồm tập hợp và các toán tử trên tập hợp). Sinh viên cần ôn lại lý thuyết của chương 3 trước khi làm bài tập bên dưới.

2 Bài tập mẫu

Câu 1.

Những phát biểu bên dưới là đúng hay sai

- a) $0 \in \emptyset$
- b) $\{\emptyset \in \{\{\emptyset\}\}\}$
- c) $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

Lời giải.

- a) Sai
- b) Sai
- c) Đúng

□

Câu 2.

Cho A , B và C là các tập hợp. Chứng minh rằng:

- a) $(A \cup B) \subseteq (A \cup B \cup C)$
- b) $A \cap B \cap C \subseteq (A \cap B)$
- c) $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$
- d) $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$

Lời giải.

a) $(A \cup B) \subseteq (A \cup B \cup C)$

b) $A \cap B \cap C \subseteq (A \cap B)$

c) $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$

d) $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$

□

Câu 3.

Vẽ giản đồ Venn cho những trường hợp sau

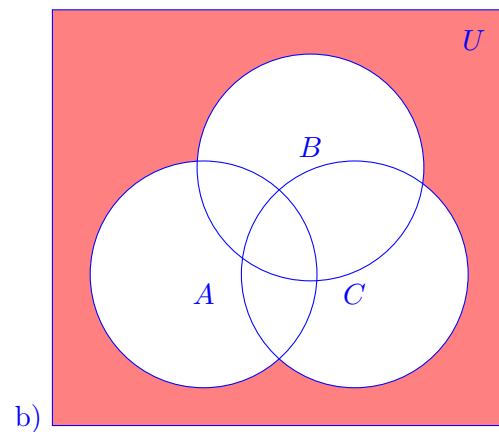
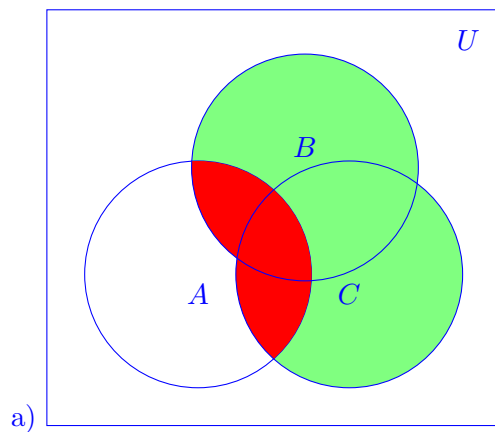
a) $A \cap (B \cup C)$

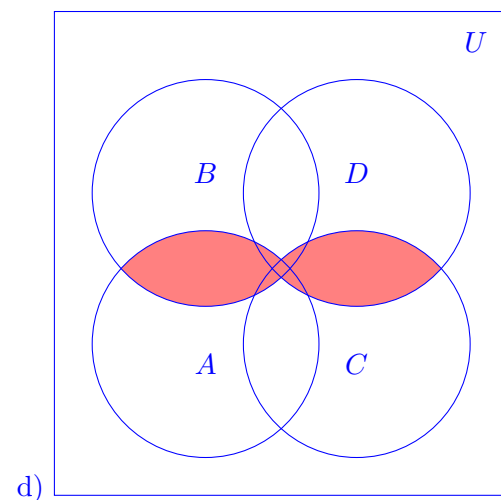
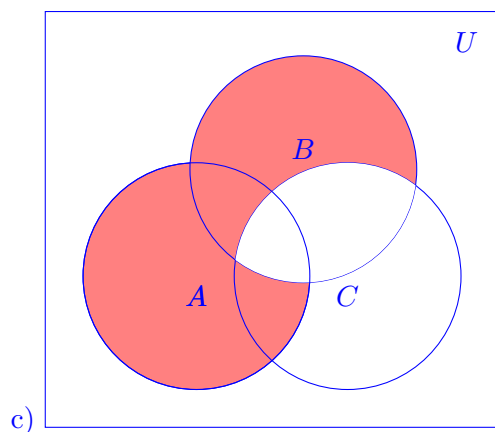
b) $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$

c) $(A - B) \cup (A - C) \cup (B - C)$

d) $(A \cap B) \cup (C \cap D)$

Lời giải.





□

3 Bài tập cần giải

Câu 4.

Liệt kê các phần tử của các tập sau.

- a) $\{x \mid x \text{ là số thực sao cho } x^2 = 1\}$
- b) $\{x \mid x \text{ là số nguyên dương bé hơn } 12\}$
- c) $\{x \mid x \text{ số chính phương và } x < 100\}$
- d) $\{x \mid x \text{ là một số nguyên sao cho } x^2 = 2\}$

Lời giải.

- a) $\{-1, 1\}$
- b) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$
- c) $\{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$
- d) \emptyset

□

Câu 5.

Dùng cách biểu diễn tính chất tập hợp để mô tả các tập sau.



1. $\{0, 3, 6, 9, 12\}$
2. $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
3. $\{m, n, o, p\}$

Lời giải.

- a) $\{x \mid x \text{ là số nguyên không âm sao cho } x \bmod 3 = 0\}$
- b) $\{x \mid x \text{ là số nguyên dương có giá trị tuyệt đối bé hơn } 4\}$
- c) $\{x \mid x \text{ là kí tự Latin đứng sau } l \text{ và trước } q\}$

□

Câu 6.

Xác định xem mỗi phát biểu sau đúng hay sai.

- a) $x \in \{x\}$
- b) $\{x\} \subseteq \{x\}$
- c) $\{x\} \in \{x\}$
- d) $\{x\} \in \{\{x\}\}$
- e) $\emptyset \subseteq \{x\}$
- f) $\emptyset \in \{x\}$

Lời giải.

- a) Đúng
- b) Đúng
- c) Sai
- d) Đúng
- e) Đúng
- f) Sai

□

Câu 7.

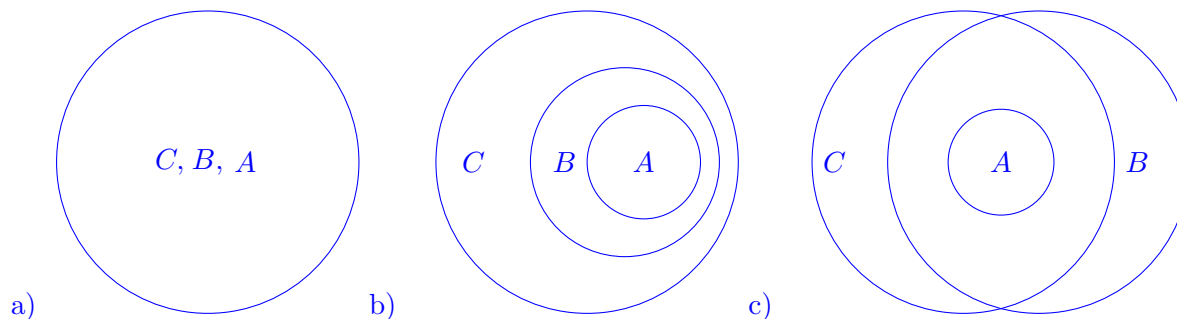
Sử dụng sơ đồ Venn để minh họa cho mỗi quan hệ

a) $A \subseteq B$ và $B \subseteq C$

b) $A \subset B$ và $B \subset C$

c) $A \subset B$ và $A \subset C$.

Lời giải.



□

Câu 8.

Xác định xem các tập sau, tập nào là tập lũy thừa (*power set*) của một tập hợp nào đó, trong đó a và b là hai phần tử riêng biệt.

a) \emptyset

b) $\{\emptyset, \{a\}\}$

c) $\{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}$

d) $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

Lời giải.

a) Không có

b) $\{a\}$

c) Không có

d) $\{a, b\}$

□

Câu 9.

Cho $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{y, z\}$. Tìm

a) $A \times B$

b) $B \times A$

Lời giải.

a) $\{(a, y), (a, z), (b, y), (b, z), (c, y), (c, z), (d, y), (d, z)\}$

b) $\{(y, a), (y, b), (y, c), (y, d), (z, a), (z, b), (z, c), (z, d)\}$

□

Câu 10.

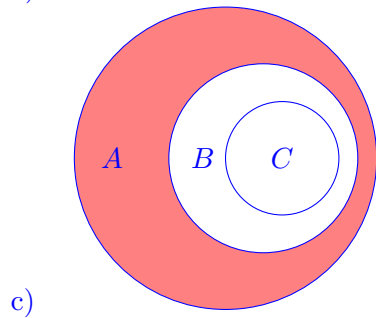
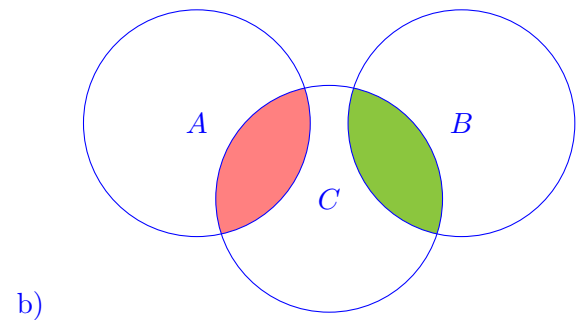
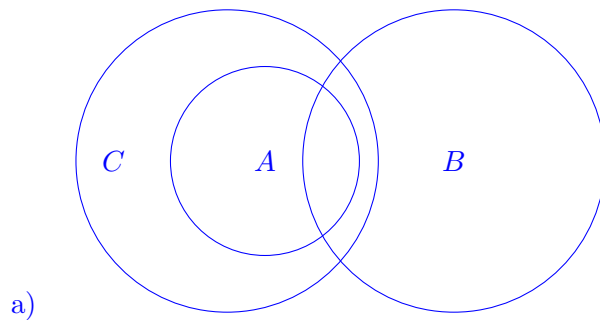
Sử dụng sơ đồ Venn để chỉ ra một trường hợp để cho thấy các phát biểu sau là SAI

a) Với mọi A, B và C , nếu $A \not\subseteq B$ và $B \not\subseteq C$ thì $A \not\subseteq C$.

b) Với mọi tập hợp A, B và C , $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$.

c) Với mọi tập hợp A, B và C , $(A - B) \cap (C - B) = A - (B \cup C)$.

Lời giải.



□

Câu 11.

Chứng minh rằng với mọi tập hợp A, B và C , $(A - B) \cap (C - B) = (A \cap C) - B$.



Lời giải.

$$\begin{aligned} & (A - B) \cap (C - B) \\ &= \{x \mid x \in (A - B) \wedge x \in (C - B)\} \\ &= \{x \mid (x \in A \wedge x \notin B) \wedge (x \in C \wedge x \notin B)\} \\ &= \{x \mid x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B\} \\ &= \{x \mid x \in (A \cap C) \wedge x \notin B\} \\ &= (A \cap C) - B \\ &\square \end{aligned}$$

4 Bài tập nâng cao

Câu 12.

Xác định xem các phát biểu sau là đúng hay sai?

- a) $\{1, 2\} \in \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$
- b) $\{2\} \in \{1, 2, 3, 4\}$
- c) $\{3\} \in \{1, \{2\}, \{3\}\}$
- d) $\{1, 2\} \subseteq \{1, 2, \{1, 2\}, \{3, 4\}\}$

Câu 13.

Vẽ sơ đồ Venn cho các câu sau đây

- a) $A \subseteq B, C \subseteq B, A \cap C = \emptyset$
- b) $A \supseteq C, B \cap C = \emptyset$

Câu 14.

Cho $A = \{a, b, c\}$, $B = \{x, y\}$, và $C = \{0, 1\}$. Tìm

- a) $A \times B \times C$
- b) $C \times B \times A$
- c) $C \times A \times B$
- d) $B \times B \times B$

Câu 15.

Chứng minh phát biểu sau bằng phương pháp “chọn một phần tử” (phương pháp $A \subseteq B$ và $B \subseteq A$)

- a) Nếu A, B và C là tập con của U , thì $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.



b) Nếu A, B và C là tập con của U , thì $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

Câu 16.

Tìm các tập hợp A và B nếu $A - B = \{1, 5, 7, 8\}$, $B - A = \{2, 10\}$, và $A \cap B = \{3, 6, 9\}$.

Câu 17.

Chứng minh định luật De Morgan đầu tiên trong Bài giảng bằng cách chứng minh rằng nếu A và B là tập hợp thì $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

Câu 18.

Cho A, B và C là các tập hợp. Chứng minh rằng

a) $(A \cup B) \subseteq (A \cup B \cup C)$.

b) $(A \cap B \cap C) \subseteq (A \cap B)$.

c) $(A - B) - C \subseteq A - C$.

d) $(A - C) \cap (C - B) = \emptyset$.

Câu 19.

Hiệu đối xứng của hai tập A và B , ký hiệu $A \oplus B$, là tập chứa các phần tử thuộc A hoặc B , nhưng không được vừa nằm trong A vừa nằm trong B .

a) Chứng minh:

$$A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$$

b) Chứng minh $A \oplus B = B \oplus A$

Câu 20.

Chứng minh: $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$

Câu 21.

So sánh các cặp tập hợp sau. Chúng có thể bằng nhau được hay không? Có tập nào là tập con của tập kia không? Chúng có thể có cùng bản số được không?

a) $P(A \cup B)$ và $P(A) \cup P(B)$

b) $P(A \cap B)$ và $P(A) \cap P(B)$

c) $P(A \times B)$ và $P(A) \times P(B)$

5 Tổng kết

Thông qua các bài tập trong phần này, chúng ta đã hiểu rõ hơn và làm quen với lý thuyết tập hợp trong đó các chi tiết liên quan đã được trình bày trong slide chương 3.