


<b>Giảng viên ra đề:</b> (Chữ ký và Họ tên)	(Ngày ra đề)	<b>Người phê duyệt:</b> (Chữ ký và họ tên)	(Ngày duyệt đề)
--	--------------	---	-----------------

<div></div> <div>TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM</div> <div>KHOA KH &amp; KT MÁY TÍNH</div>	ÔN GIỮA KỲ		Học kỳ / Năm học		1	2023-2024
			Ngày thi		06-03-2024	
	Môn học	Cấu trúc rời rạc cho KHMT				
	Mã môn học	CO1007				
	Thời lượng	60 phút	Mã đề	2011		
Ghi chú: - Sinh viên được phép đem theo một tờ A4 viết tay và được dùng máy tính cầm tay. - Sinh viên nộp lại đề sau khi thi.						

1. **(12018)** Định nghĩa quan hệ tương đương  $R$  trên các số nguyên dương  $A = \{2, 3, 4, \dots, 20\}$  bởi  $mRn$  nếu ước số nguyên tố lớn nhất của  $m$  giống với ước số nguyên tố lớn nhất của  $n$ . Số lượng các lớp tương đương của  $R$  là:

A. 11      B. 8      C. 9      D. 10

2. **(L.O.2.2)** Cho phát biểu: Nếu  $n$  là số nguyên không lẻ thì tổng của  $n$  với một số nguyên không lẻ là số nguyên không lẻ.

Với  $P(n)$  :  $n$  là số nguyên không lẻ.

$Q(n)$  : tổng của  $n$  với một số nguyên không lẻ là số nguyên không lẻ.

Khi đó, theo phương pháp chứng minh phản đảo ta cần chứng minh:

A.  $\forall n(\neg Q(n) \rightarrow \neg P(n))$

B.  $\forall n(P(n) \rightarrow Q(n))$ .

C.  $\exists n(\neg Q(n) \rightarrow \neg P(n))$ .

D.  $\forall n\neg(P(n) \rightarrow Q(n))$ .

3. **(12014)** Đặt  $R$  là quan hệ trên tập hợp các cặp số thực sao cho  $((a, b)) \in R$  khi và chỉ khi  $ab \geq 0$ . Quan hệ  $R$  có tính:

A. Phản xạ, đối xứng, không phản đối xứng, bắc cầu  
 B. Phản xạ, không đối xứng, không phản đối xứng, bắc cầu  
 C. Không phản xạ, đối xứng, phản đối xứng, bắc cầu  
 D. Phản xạ, đối xứng, không phản đối xứng, không bắc cầu

4. **(21023)** Cho "Mọi sinh viên trong lớp CTRR đã học môn đại số 1 và đại số 2". Miên là sinh viên trong lớp CTRR. Câu nào thể hiện phủ định của mệnh đề:

A. Không có đáp án      B. Mọi sinh viên trong lớp CTRR đã không học môn đại số 1 và đại số 2  
 C. Có sinh viên trong lớp CTRR đã học môn đại số 1 nhưng đã không học đại số 2  
 D. Tồn tại vài sinh viên trong lớp CTRR đã không học môn đại số 1 hay đã không học đại số 2

5. **(L.O.1.2)** Với  $P(S)$  là tập lũy thừa (power set) của  $S$ . Số lượng phần tử (cardinality) của  $P(\emptyset)$  là:

A. 3.  
 B. 1.  
 C. 0.  
 D. 2.

6. **(L.O.1.2)** Which of the following statements is correct?

A.  $\lceil \frac{x}{2} \rceil = \lfloor \frac{x+1}{2} \rfloor$  for all real numbers  $x$ .  
 B.  $\lceil xy \rceil = \lceil x \rceil \lceil y \rceil$  for all real numbers  $x$  and  $y$ .  
 C.  $\lfloor 2x \rfloor = 2\lfloor x \rfloor$  whenever  $x$  is a real number.  
 D.  $\lceil x \rceil + \lceil y \rceil - \lceil x + y \rceil = 0$  or  $1$  whenever  $x$  and  $y$  are real numbers.

7. **(31025)** Với các tiền đề  $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ ,  $\forall x(\neg Q(x) \vee S(x))$ ,  $\forall x(R(x) \rightarrow \neg S(x))$ ,  $\exists x\neg P(x)$  ta rút ra kết luận là:

A.  $\forall xR(x)$       B.  $\exists x\neg R(x)$       C.  $\forall x\neg R(x)$       D.  $\exists xR(x)$

8. (L.O.1.1) How can you convert a proposition with quantifiers into an equivalent proposition without quantifiers?

- A. By using De Morgan's laws  
B. By using domain enumeration  
C. By using truth tables  
D. By using logical equivalences

9. (12005) Chọn một tập bằng với tập  $A \cup (B - A)$

- A.  $A \cup B$   
B.  $A - B$   
C.  $B - A$   
D.  $A \cap B$

10. (12020) Đặt  $f: X \rightarrow Y$  và  $g: Y \rightarrow Z$  nếu hàm  $f, g$  lần lượt là hàm gì thì  $(g \circ f)(x): X \rightarrow Z$  là đơn ánh?

- A. toàn ánh, toàn ánh  
B. đơn ánh, đơn ánh  
C. đơn ánh, toàn ánh  
D. Các đáp án khác đều sai

11. (L.O.1.2) Cho các tập hợp  $A = \{a, b\}$ ;  $B = \{a, b, c\}$ . Tìm chân trị của các mệnh đề sau:

$A \times B \neq B \times A$  ✓

$\emptyset \times A = A$  (✓ ✗)  $(\emptyset \neq A)$

$\{a\} \in A$  ✗ A không chứa tập  $\{a\}$  mà A chỉ chứa phần tử a và b.

$A \subseteq B$  ✓

A. Đúng, sai, sai, đúng.

B. Đúng, sai, sai, sai.

C. Đúng, đúng, sai, đúng.

D. Sai, sai, sai, sai.

12. (11004) Kết luận nào dưới đây có thể được rút ra từ các tiền đề:

Nếu trời không mưa hoặc nếu trời không có sương mù thì buổi trình diễn được tổ chức và buổi tiệc sẽ diễn ra; Nếu buổi tiệc được tổ chức thì phần thưởng được trao; Phần thưởng không được trao.

A. Trời không có sương mù và trời không mưa

B. Trời mưa

C. Trời không mưa

D. Trời không có sương mù và trời mưa

13. (L.O.1.1) Có 4 chàng trai khiêm tốn An, Bình, Cường, Dũng. Họ tuyên bố như sau:

An: "Bình là người khiêm tốn nhất."

Bình: "Cường là người khiêm tốn nhất."

Cường: "Tôi không là người khiêm tốn nhất."

Dũng: "Tôi không là người khiêm tốn nhất."

Hóa ra, chỉ có một tuyên bố của 4 chàng trai khiêm tốn trên là đúng. Vậy ai là người khiêm tốn nhất.

A. Dũng.

B. An.

C. Bình.

D. Cường.

14. (L.O.1.2) Cho các tập hợp  $A, B, C, D \subset S$ . Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Nếu  $A \subseteq C$  và  $B \subseteq D$  thì  $A \times B \subseteq C \times D$

B.  $P(A) \subseteq P(B) \iff A \subseteq B$

C.  $A \times B \neq B \times A$  if  $A, B \neq \emptyset$

D.  $A \times B \times C \neq (A \times B) \times C$

15. (L.O.3.1) Let  $m, n \in \mathbb{N}$ , the recursive function  $A(m, n)$  is defined as follows:

$$A(0, n) = n + 1, n \geq 0;$$

$$A(m, 0) = A(m - 1, 1), m > 0;$$

$$A(m, n) = A(m - 1, A(m, n - 1)), m, n > 0$$

Find  $A(2, 3)$ ?

A. 11

B. 8

C. 9

D. 10

16. (L.O.2.2) Xét quá trình chứng minh cho mệnh đề: Nếu  $n$  là số nguyên không âm và  $7n + 9$  là số chẵn thì  $n$  là số lẻ.

Giả sử  $7n + 9$  chẵn và  $n$  chẵn.

Vì  $n$  chẵn nên  $n = 2k, (k \in \mathbb{Z})$

Ta có,  $7n + 9 = 7(2k) + 9 = 14k + 9 = 2(7k + 4) + 1$

do đó  $7n + 9$  lẻ, điều này trái với giả thiết  $7n + 9$  chẵn.

Vậy nếu  $n$  là số nguyên không âm và  $7n + 9$  là số chẵn thì  $n$  là số lẻ.

- A. Chứng minh quy nạp.  
B. Chứng minh trực tiếp.  
C. Chứng minh phản chứng.  
D. Chứng minh phản đảo.

17. (12010) Xác định câu nào sau đây là đúng câu nào là sai:

$$\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$$

$$\{a\} \subseteq \{\{a, b\}, c\}$$

$$\emptyset \in \{a, b, c\}$$

- A. Đúng, sai, sai B. Đúng, sai, đúng C. Sai, sai, đúng D. Sai, đúng, sai

18. (11003) Cho các mệnh đề sau, hãy chọn đáp án cho chân trị của chúng.

$$\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}, x + y = x - y$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x^3 - y^3 \geq 0$$

$$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x^3 - y^3 \geq 0$$

$$\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, ((x^2 > y) \wedge (x < y))$$

- A. Sai, sai, sai, đúng B. Đúng, đúng, đúng, sai  
C. Sai, sai, đúng, đúng D. Sai, đúng, sai, đúng

19. (L.O.1.1) Let  $p, q, r$  be three propositions. Which of the following is a tautology:

- A.  $[\neg p \wedge (p \vee q)] \rightarrow \neg q$   
B.  $(p \rightarrow \neg q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$   
C.  $(p \oplus q) \vee (p \oplus \neg q)$   
D.  $[(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

20. (11001) Chọn kết luận hợp lệ (valid) từ các tiền đề sau:

Nếu bạn không làm việc quá sức thì bạn không đi ngủ sớm; Nếu bạn làm việc quá sức thì bạn thấy khỏe mạnh.

- A. Không có câu nào trong 3 câu này.  
B. Nếu bạn không đi ngủ sớm thì bạn không làm việc quá sức.  
C. Nếu bạn không thấy khỏe mạnh thì bạn không đi ngủ sớm.  
D. Nếu bạn thấy khỏe mạnh thì bạn đi ngủ sớm.

21. (12013) Khẳng định nào sau đây là đúng cho tập  $A, B, C$ ?

- A. Nếu  $A \cap C = B \cap C$  thì  $A = B$  B.  $A - B = A \cup \neg B$   
C.  $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$  D.  $(A - B) - (B - C) = (A - B)$

22. (22006) Chọn cách chứng minh trực tiếp đúng cho: "Nếu  $n$  là số chẵn thì  $n$  bình phương là chẵn" với  $n$  là số nguyên.

- A. Đặt  $n \times n = 2k \times 2k$ , suy ra  $n = 2k$  ( $k$  là số nguyên) là số chẵn. Vậy  $n \times n$  là số chẵn.  
B. Ta có  $n = 2$  là số chẵn,  $n \times n = 2 \times 2 = 4$  là số chẵn. Vậy  $n \times n$  là số chẵn.  
C. Với  $n$  chẵn, suy ra  $n = 2k$  ( $k$  là số nguyên). Do đó  $n \times n = (2 \times k) \times (2 \times k) = 2 \times (2 \times k \times k)$ . Vậy  $n \times n$  là số chẵn.  
D. Do  $n$  là nguyên nên ta có  $n$  là số chẵn thì  $n \times n$  là số chẵn.

23. (12016) Giả sử  $A = \{2, 4, 5, 6, 7, 10, 18, 20, 24, 25\}$  và  $R$  là quan hệ thứ tự từng phần  $(a, b) \in R$  nếu và chỉ nếu  $a|b$ . Số thành phần cực tiểu và số thành phần cận trên của  $\{6\}$  là:

- A. 0, 0 B. 3, 3 C. 2, 2 D. 4, 2

24. (31024) Chỉ ra bước lỗi trong tranh luận sau:

1.  $\exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$
2.  $\exists xP(x)$
3.  $P(c)$
4.  $\exists xQ(x)$
5.  $Q(c)$
6.  $P(c) \wedge Q(c)$
7.  $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$

A. 3, 5, 6

B. 3, 5

C. 2, 4, 7

D. 5, 7

25. (22008) Xét quá trình chứng minh mệnh đề: "Nếu nhốt 25 con thỏ vào 6 cái chuồng thì sẽ tồn tại 1 chuồng chứa nhiều hơn 4 con thỏ" như sau:

Xét  $P$  là "Nhốt 25 con thỏ vào 6 chuồng".

Xét  $Q$  là "Tồn tại 1 chuồng chứa nhiều hơn 4 con thỏ".

Giả sử  $Q$  sai.

Khi đó số thỏ sẽ có tối đa là  $4 \cdot 6 = 24$  con (mâu thuẫn với giả thiết là số thỏ có 25 con).

Vậy nếu nhốt 25 con thỏ vào 6 cái chuồng thì sẽ tồn tại 1 chuồng chứa nhiều hơn 4 con thỏ.

Hãy cho biết tên phương pháp chứng minh này.

A. Chứng minh quy nạp

B. Chứng minh trực tiếp

C. Chứng minh phản đảo

D. Chứng minh phản chứng

26. (L.O.1.2) Cho  $A, B$ , và  $C$  là các tập hợp. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tất cả phương án đều đúng.

B.  $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$ .

C.  $A \cap B \cup (A \cap \overline{B}) = A$ .

D.  $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$ .

27. (L.O.1.1) Cho phát biểu: "Nếu bạn đủ tư cách làm tổng thống Mỹ thì bạn ít nhất 35 tuổi, sinh ra ở Mỹ hoặc tại thời điểm sinh bạn cả ba và mẹ bạn đều là công dân Mỹ và bạn sống ít nhất 14 năm ở Mỹ".

Hãy diễn đạt phát biểu trên theo các biểu diễn sau:

$e$ : Bạn đủ tư cách làm tổng thống Mỹ

$a$ : Bạn ít nhất 35 tuổi.

$b$ : Bạn sinh ra ở Mỹ.

$p$ : tại thời điểm sinh bạn cả ba và mẹ bạn đều là công dân Mỹ.

$r$ : bạn sống ít nhất 14 năm ở Mỹ.

A.  $e \rightarrow (a \wedge b) \vee (p \wedge r)$

B.  $(a \wedge (b \vee p) \wedge r) \rightarrow e$

C.  $e \rightarrow (a \wedge (b \vee p) \wedge r)$

D.  $e \rightarrow (a \wedge b \wedge p \wedge r)$

$$e \rightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge (p \wedge r))$$

$$\rightarrow e \rightarrow a \wedge (b \vee (p \wedge r))$$

28. (L.O.1.1) Chỉ ra lỗi sai trong tranh luận: Nếu  $\forall x(P(x) \vee Q(x))$  đúng thì  $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$  đúng.

- (1).  $\forall x(P(x) \vee Q(x))$  giả thiết
- (2).  $P(c) \vee Q(c)$  Cụ thể hóa phổ quát từ (1).
- (3).  $P(c)$  rút gọn từ (2) ✗
- (4).  $\forall xP(x)$  tổng quát hóa phổ quát từ (3)
- (5).  $Q(c)$  rút gọn từ (2) ✗
- (6).  $\forall xQ(x)$  tổng quát hóa phổ quát từ (5)
- (7).  $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$  kết hợp (4) và (6)

- A. Bước 5  
B. Bước (2) và bước (6)  
C. Bước (3) và bước (5)  
D. tất cả các bước đều đúng

29. (12015) Đặt  $A = R - \{3\}, B = R - \{1\}, g: A \rightarrow B$  biết

$$g(x) = \frac{x-2}{x-3}$$

Hàm  $g$  là

- A. Không đơn ánh, không toàn ánh  
B. Đơn ánh, toàn ánh  
C. Không đơn ánh, toàn ánh  
D. Đơn ánh, không toàn ánh

$\{a|b|c|d\}$   
 $(a|b|c)d$   
 $(a|b)(c|d)$   
 $a(a|b)c|d$

30. (L.O.2.2) The number of partitions of  $X = \{a, b, c, d\}$  with a and b in the same block is?

- A. 7.  
B. 4.  
C. 5.  
D. 6.

31. (L.O.3.1) There are 5 types of batteries including AAA, AA, C, D, and E. How many ways can 20 batteries be selected so that at least 4 are of type E?

- A. All other answers are wrong  
B. 4056  
C. 4845  
D. 10626

32. (22007) Hãy cho biết domain và range của hàm sau:

“Hàm gán cho mỗi số nguyên không âm chữ số cuối cùng của nó”

- A. Domain:  $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ , Range:  $\{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$   
B. Domain:  $\mathbb{Z}$ , Range:  $\{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$   
C. Domain:  $\mathbb{Z}$ , Range:  $\{1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$   
D. Domain:  $\{1, 2, 3, \dots\}$ , Range:  $\{1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$

33. (12012) Một quan hệ tương đương  $R$  trên tập  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  được thể hiện bởi ma trận 0-1,

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Có bao nhiêu lớp tương đương của quan hệ

- A. 4  
B. 1  
C. 2  
D. 3

34. (L.O.2.2) Cho  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$  từ  $\mathbb{R} \setminus [-3, 1]$  vào  $\mathbb{R}$ . Điều nào sau đây đúng?

- A.  $f$  không là đơn ánh và không là toàn ánh.  
B.  $f$  chỉ là toàn ánh.  
C.  $f$  chỉ là đơn ánh.  
D.  $f$  là song ánh.

$+wz = -1 \rightarrow \forall N$   
 $x = 1$

$\rightarrow$  Mọi  $x \rightarrow y$

35. (21021) Với tập vũ trụ là tất cả cuốn sách.

$M(x)$ : "x là một cuốn sách toán học"

$U(x)$ : "x được phát hành 2021"

$B(x, y)$ : "Mục tham khảo của x có y"

Dùng biểu thức lượng từ thể hiện mệnh đề "Có một cuốn sách mà xuất hiện trong mục tham khảo của mọi cuốn sách toán học được xuất bản năm 2021".

A.  $\forall x(M(x) \rightarrow \exists yB(x, y))$

B.  $\forall xM(x) \rightarrow \exists y(U(y) \wedge B(x, y))$

C.  $\exists y\forall x(M(x) \wedge U(x) \rightarrow B(x, y))$

D.  $\forall xM(x) \wedge \exists yB(x, y)$

Vì mọi quyển sách x c phát hành vào nm 2021 thì tì mc lc ca x s tn tì 1 quyển sách y.

36. (12017) Đặt  $R = \{(a, c), (b, b), (b, c), (c, a)\}$  và  $S = \{(a, a), (a, b), (b, c), (c, a)\}$  là các quan hệ trên  $A = \{a, b, c\}$ . Quan hệ hợp thành  $S \circ R$  là

A.  $\{(a, b), (a, c), (b, a), (b, c)\}$

B.  $\{(a, a), (b, a), (b, b), (b, c), (c, c)\}$

C.  $\{(c, a), (b, b), (c, b), (a, c)\}$

D.  $\{(a, a), (b, a), (b, c), (c, a), (c, b)\}$

37. (11002) Mệnh đề nào là hằng đúng

A.  $[(q \rightarrow p) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

B.  $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow \neg q$

C.  $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$

D.  $\neg(p \wedge \neg q) \vee \neg r$

38. (L.O.1.1) Mệnh đề  $(p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$  đúng khi nào?

A.  $p, q, r$  sai.

B. Ít nhất một trong số  $p, q, r$  đúng.

C. Ít nhất một trong số  $p, q, r$  đúng và có ít nhất một trong số  $p, q, r$  sai.

D. Ít nhất một trong số  $p, q, r$  sai.

39. (12011) Định nghĩa đệ quy của chuỗi  $\{a_n\}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$  là

$$f(0) = 3, f(n+1) = f(n)^2 - 2f(n) - 2$$

Phần tử  $f(5)$  của dãy là:

A. 19597

B. 13287

C. 2762

D. 19579

E. 141

40. (31022) Cho  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, f : A \rightarrow B$  đồ thị của hàm  $f$  là  $G_f = \{(0, 0), (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$ , và  $g : B \rightarrow A$  biết  $g(x) = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$ . Cho  $(g \circ f)(x)^{-1}$  như một tập hợp các cặp có thứ tự. Chọn đáp án đúng:

A.  $(g \circ f)(x)^{-1} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2)\}$

B.  $(g \circ f)(x)^{-1} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

C.  $(g \circ f)(x)^{-1} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

D.  $(g \circ f)(x)^{-1} = \{(0, 0), (1, 1), (3, 3), (4, 4)\}$

41. (31019) Với  $P(C)$  là tập lũy thừa của C. Cho  $X = \{1, 2\}, Y = \{2, 3\}$ . Lượng số (cardinality)  $P(X \times Y)$  là:

A. 16

B. 8

C. 9

D. 20

42. (L.O.1.1) Cho  $S(x) : x$  là một sinh viên;  $C(x) : x$  là một máy tính;  $O(x, y) : x$  có y.

Hãy phát biểu vị từ sau:

$$\exists x(S(x) \wedge \exists y \exists z(y \neq z \wedge ((C(y) \wedge O(x, y)) \wedge (C(z) \wedge O(x, z))))$$

A. Tất cả sinh viên không có máy tính.

B. Có một vài sinh viên có chính xác 2 máy tính.

C. Có một vài sinh viên có nhiều hơn một máy tính.

D. Có một vài sinh viên chỉ có duy nhất một máy tính.

43. (12009) Cho một chuỗi  $\{2, 4, 16, 256, 65536, \dots\}$ . Cách biểu diễn chính tắc (không quy nạp) của chuỗi là gì?

A.  $2^{2^{(n-1)}}, n = 2, 3, 4, \dots$

B.  $2^{2^n}, n = 0, 1, 2, \dots$

C.  $2^{2^n}, n = 1, 2, 3, \dots$

D.  $2^{2^{(n-1)}}, n = 0, 1, 2, \dots$

44. (L.O.1.1) Biểu diễn nào sau đây KHÔNG tương đương logic với  $\neg \exists x(\forall y(\alpha) \wedge \forall z(\beta))$

A.  $\forall x(\exists y(\neg \alpha) \rightarrow \exists z(\neg \beta))$

B.  $\forall x(\exists z(\neg \beta) \vee \exists y(\neg \alpha))$

C.  $\forall x(\forall z(\beta) \rightarrow \exists y(\neg \alpha))$  ✓

D.  $\forall x(\forall y(\alpha) \rightarrow \exists z(\neg \beta))$  ✓

$$\begin{aligned} & \neg(\exists x(\forall y(\alpha) \wedge \forall z(\beta))) \\ & \forall x \neg(\forall y(\alpha) \wedge \forall z(\beta)) \\ & \forall x(\neg \forall y(\alpha) \vee \neg \forall z(\beta)) \\ & \forall x(\exists y(\neg \alpha) \vee \exists z(\neg \beta)) \\ & = \forall x(\exists z(\neg \beta) \vee \exists y(\neg \alpha)) \\ & = \forall x(\forall z(\beta) \rightarrow \exists y(\neg \alpha)) \\ & = \forall x(\forall y(\alpha) \rightarrow \exists z(\neg \beta)) \end{aligned}$$

4C

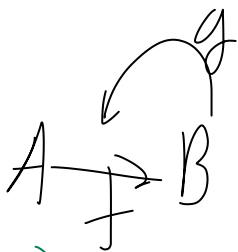
$f: A \rightarrow B$

$$\begin{aligned} x=0 & \rightarrow f(0)=0 \\ x=1 & \rightarrow f(1)=2 \\ x=2 & \rightarrow f(2)=4 \\ x=3 & \rightarrow f(3)=6 \\ x=4 & \rightarrow f(4)=8 \end{aligned}$$

$(3; 4); (7; 6)$

$g = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor : B \rightarrow A$

$$\begin{aligned} g(f(0)) &= g(0) = \left\lfloor \frac{0}{2} \right\rfloor = 0 \\ g(f(1)) &= g(2) = \left\lfloor \frac{2}{2} \right\rfloor = 1 \\ g(f(2)) &= g(4) = \left\lfloor \frac{4}{2} \right\rfloor = 2 \\ g(f(3)) &= g(6) = 3 \\ g(f(4)) &= g(8) = 4 \end{aligned}$$



$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \left\lfloor \frac{f(x)}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$

$(g \circ f)^{-1}(2) = x = 4$