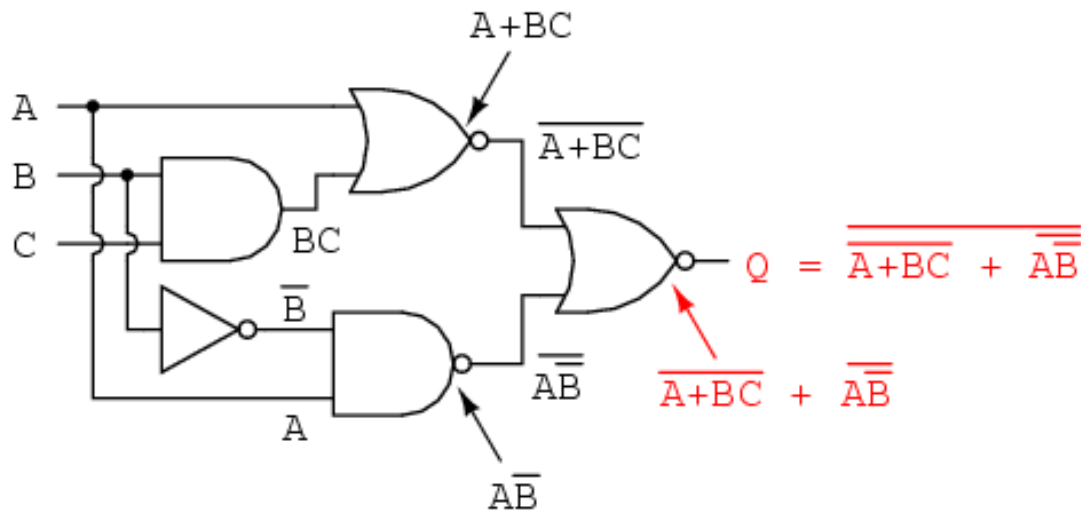


# Chương 2

## Đại Số Boole & Các Cổng Luận Lý

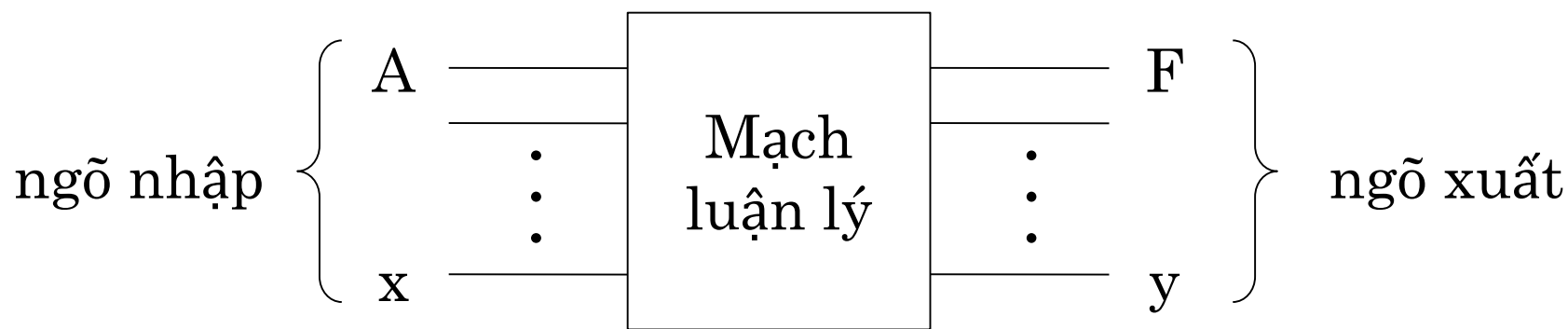


# Nội dung

- Đại số Boole
- Đại số chuyển mạch
- Các cổng luận lý

# Đại số Boole

- Đại số Boole được thế giới biết đến lần đầu tiên bởi **George Boole** qua tác phẩm “**An Investigation of the Laws of Thought**” vào năm 1854
- Đại số Boole 2 phần tử: các hằng và biến Boole chỉ được mang 2 giá trị **0** hoặc **1** (**LOW / HIGH**)
  - Các biến Boole biểu diễn cho một khoảng điện áp trên đường dây hoặc tại ngõ nhập/ngõ xuất của mạch
  - Giá trị **0** hoặc **1** được gọi là mức luận lý (**logic level**)



# Đại số Boole

- Đại số Boole, cũng tương tự như các hệ đại số khác, được xây dựng thông qua việc xác định nghĩa một số những vấn đề cơ bản sau:
  - Miền (**domain**), là tập hợp (**set**) các phần tử (**element**) mà trên đó định nghĩa nên hệ đại số
  - Tập hợp các phép toán (**operation**) thực hiện được trên miền
  - Một tập hợp các định đề (**postulate**), hay tiên đề (**axiom**) được công nhận không qua chứng minh. Định đề phải đảm bảo tính nhất quán (**consistency**) và tính độc lập (**independence**)
  - Một tập hợp các hệ quả (**consequence**) được gọi là định lý (**theorem**), định luật (**law**) hay quy tắc (**rule**)

# Định đề Huntington

- Phát biểu bởi nhà toán học Anh **E.V.Huntington** trên cơ sở hệ thống hóa các công trình của **G. Boole**
  - Sử dụng các phép toán trong luận lý mệnh đề (**propositional logic**)

## 1. Tính đóng (**closure**)

- Tồn tại miền  **$B$**  với ít nhất 2 phần tử phân biệt và 2 phép toán  **$+$**  và  **$\cdot$**  sao cho:
  - Nếu  **$x$**  và  **$y$**  là các phần tử thuộc  **$B$**  thì  **$x + y$**  cũng là 1 phần tử thuộc  **$B$**  (phép cộng luận lý - **logical addition**)
  - Nếu  **$x$**  và  **$y$**  là các phần tử thuộc  **$B$**  thì  **$x \cdot y$**  cũng là 1 phần tử thuộc  **$B$**  (phép nhân luận lý - **logical multiplication**)

# Định đề Huntington ...

## 2. Tính đồng nhất (identity)

Nếu  $x$  là một phần tử trong miền  $B$  thì

- Tồn tại 1 phần tử  $0$  trong  $B$ , gọi là phần tử đồng nhất với phép toán  $+$ , thỏa mãn tính chất  $x + 0 = x$
- Tồn tại 1 phần tử  $1$  trong  $B$ , gọi là phần tử đồng nhất với phép toán  $\cdot$ , thỏa mãn tính chất  $x \cdot 1 = x$

## 3. Tính giao hoán (commutative)

- Giao hoán của phép  $+$ :

$$x + y = y + x$$

- Giao hoán của phép  $\cdot$ :

$$x \cdot y = y \cdot x$$

# Định đề Huntington ...

## 4. Tính phân phối (distributive)

- Phép  $\cdot$  có tính phân phối trên phép  $+$

$$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$$

- Phép  $+$  có tính phân phối trên phép  $\cdot$

$$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$$

## 5. Bù (complementation)

Nếu  $x$  là 1 phần tử trong miền  $B$  thì sẽ tồn tại một phần tử khác gọi là  $x'$  (hay  $\bar{x}$ ), là phần tử bù của  $x$  thỏa mãn:

- $x + x' = 1$  và

- $x \cdot x' = 0$

# Tính chất đối ngẫu (Duality)

- Quan sát các định đề Huntington, ta thấy chúng mang tính đối xứng (**symmetry**) tức là các định đề xuất hiện theo cặp
- Mỗi định đề trong 1 cặp có thể được xây dựng từ định đề còn lại bằng cách
  - Thay đổi các phép toán 2 ngôi  $(+ \mid \cdot)$
  - Thay đổi các phần tử đồng nhất  $(0 \mid 1)$
- Có thể suy ra một kết quả nào đó từ các định đề bằng cách
  - Hoán đổi phép toán  $+$  với phép toán  $\cdot$
  - Hoán đổi phần tử đồng nhất  $0$  với phần tử đồng nhất  $1$
- Điều này thể hiện tính đối ngẫu ở đại số Boole



# Các định lý cơ bản (*fundamental theorem*)

- Các định lý được chứng minh từ các định đề Huntington và các định đề đối ngẫu theo 2 cách
  - Chứng minh bằng phản chứng (*contradiction*)
  - Chứng minh bằng quy nạp (*induction*)

- Định lý 1 (*Null Law*)

$$\underline{1.a} \quad x + 1 = 1$$

$$\underline{1.b} \quad x \cdot 0 = 0$$

- Định lý 2 (*Involution*)

$$\square \quad (x')' = x$$

- Định lý 3 (*Idempotency*)

$$\underline{3.a} \quad x + x = x$$

$$\underline{3.b} \quad x \cdot x = x$$

- Định lý 4 (*Absorption*)

$$\underline{4.a} \quad x + x \cdot y = x$$

$$\underline{4.b} \quad x \cdot (x + y) = x$$

# Các định lý cơ bản ...

- Định lý 5 (*Simplification*)

5.a  $x + x'y = x + y$

5.b  $x(x' + y) = xy$

- Định lý 6 (*Associative Law*)

6.a  $x + (y + z) = (x + y) + z = x + y + z$

6.b  $x(yz) = (xy)z = xyz$

- Định lý 7 (*Consensus*)

7.a  $xy + x'z + yz = xy + x'z$

7.b  $(x + y)(x' + z)(y + z) = (x + y)(x' + z)$

- Định lý 8 (*De Morgan's Law*)

8.a  $(x + y)' = x'y'$

8.b  $(xy)' = x' + y'$

# Tối giản biểu thức boole

- $Y = A(AB + ABC)$

$$= A(AB(1 + C))$$

distributive

$$= A(AB(1))$$

Null Law

$$= A(AB)$$

identity

$$= (AA)B$$

Associative Law

$$= AB$$

Idempotency

# Ví dụ

- Tối giản

- $x = ACD + A'BCD$

- $z = (A' + B)(A+B)$

- De Morgan's

- $z = ((a'+c) \cdot (b+d'))'$

# Ví dụ

## ■ Tối giản

$$\square x = ACD + A'BCD$$

$$= CD(A + A'B)$$

$$= CD(A + B) = ACD + BCD$$

$$\square z = (A' + B)(A+B)$$

$$= A'A + A'B + AB + BB = 0 + (A'+A)B + B = B$$

## ■ De Morgan's

$$\square z = ((a'+c) \cdot (b+d'))'$$

$$= (a'+c)' + (b+d')' = ac' + b'd$$

# Bài tập

- Tối giản biểu thức bool sau

- ▣ a)  $x = (M + N)(\bar{M} + P)(\bar{N} + \bar{P})$

- ▣ b)  $z = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + B\bar{C}D$

- Tối giản biểu thức boole sau sử dụng định lý DeMorgan

(a)  $\star \overline{\overline{A}\overline{B}\overline{C}}$

(d)  $\overline{\overline{A} + \overline{B}}$

(g)  $\star \overline{\overline{A(B + \overline{C})D}}$

(b)  $\overline{\overline{A} + \overline{BC}}$

(e)  $\star \overline{\overline{AB}}$

(h)  $\overline{(M + \overline{N})(\overline{M} + N)}$

(c)  $\star \overline{\overline{ABCD}}$

(f)  $\overline{\overline{A} + \overline{C} + \overline{D}}$

(i)  $\overline{\overline{\overline{ABCD}}}$

# Đại số chuyển mạch (*switching algebra*)

- Đối với đại số Boole, miền không bị hạn chế (không có giới hạn đặt ra đối với số lượng các phần tử trong miền)
- Giới hạn xem xét đại số Boole với 2 phần tử đồng nhất.

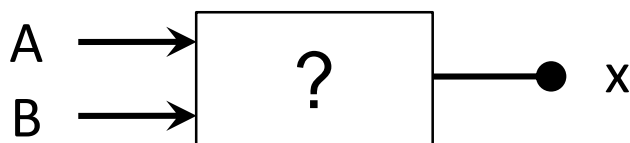
⇒ **Đại số Boole 2 phần tử**

- Năm 1937, **Claude Shannon** hiện thực đại số Boole 2 phần tử bằng mạch điện với các chuyển mạch (*switch*)
  - Chuyển mạch là thiết bị có 2 vị trí bền: **tắt** (*off*) hay **mở** (*on*)
  - 2 vị trí này phù hợp để biểu diễn cho **0** hay **1**
- ⇒ **Đại số Boole 2 phần tử còn được gọi là đại số chuyển mạch**
- Các phần tử đồng nhất được gọi là các hằng chuyển mạch (*switching constant*)
- Các biến (*variable*) biểu diễn các hằng chuyển mạch được gọi là các biến chuyển mạch (*switching variable*) ⇔ **tín hiệu**

# Bảng sự thật (Truth Table)

- Phương tiện mô tả sự phụ thuộc của ngõ xuất vào mức luận lý (logic level) tại các ngõ nhập của mạch
  - Liệt kê tất cả các tổ hợp có thể của mức luận lý tại các ngõ nhập và kết quả mức luận lý tương ứng tại ngõ xuất của mạch
  - Số tổ hợp của bảng **N**-ngõ nhập:  $2^N$

| <b>A</b> | <b>B</b> | <b>x</b> |
|----------|----------|----------|
| 0        | 0        | 1        |
| 0        | 1        | 0        |
| 1        | 0        | 1        |
| 1        | 1        | 0        |



| <b>A</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>x</b> |
|----------|----------|----------|----------|
| 0        | 0        | 0        | 0        |
| 0        | 0        | 1        | 1        |
| 0        | 1        | 0        | 1        |
| 0        | 1        | 1        | 0        |
| 1        | 0        | 0        | 0        |
| 1        | 0        | 1        | 0        |
| 1        | 1        | 0        | 0        |
| 1        | 1        | 1        | 1        |



# Các phép toán chuyển mạch

- Đại số chuyển mạch sử dụng các phép toán trong luận lý mệnh đề với tên gọi khác
- Phép toán AND
  - Phép toán 2 ngôi tương đương với phép nhân luận lý
- Phép toán OR
  - Phép toán 2 ngôi tương đương với phép cộng luận lý

| $x$ | $y$ | $x \cdot y$ | $x + y$ | $x'$ |
|-----|-----|-------------|---------|------|
| 0   | 0   | 0           | 0       | 1    |
| 0   | 1   | 0           | 1       | 1    |
| 1   | 0   | 0           | 1       | 0    |
| 1   | 1   | 1           | 1       | 0    |

Bảng sự thật các  
phép chuyển mạch

- Phép toán NOT
  - Phép toán 1 ngôi tương đương với phép bù luận lý

# Các phép toán chuyển mạch ...

- Các phép toán chuyển mạch có thể được hiện thực bởi mạch phần cứng
- Bảng sự thật có thể sử dụng như 1 công cụ dùng để xác minh quan hệ giữa các phép toán chuyển mạch
- Sử dụng bảng sự thật để chứng minh định lý De Morgan

$$(x + y)' = x' y'$$

| $x$ | $y$ | $x'$ | $y'$ | $x + y$ | $(x + y)'$ | $x' y'$ |
|-----|-----|------|------|---------|------------|---------|
| 0   | 0   | 1    | 1    | 0       | 1          | 1       |
| 0   | 1   | 1    | 0    | 1       | 0          | 0       |
| 1   | 0   | 0    | 1    | 1       | 0          | 0       |
| 1   | 1   | 0    | 0    | 1       | 0          | 0       |

# Biểu thức (*expression*) chuyển mạch

- Biểu thức chuyển mạch là một quan hệ hữu hạn các hằng, biến, biểu thức chuyển mạch liên kết với nhau bởi các phép toán **AND**, **OR** và **NOT**

- Ví dụ

$$y + 1, \quad x x' + x, \quad z (x + y')'$$

$$E = (x + y z) (x + y') + (x + y)'$$

- *literal* được sử dụng để ám chỉ biến hay bù của biến

# Biểu thức (*expression*) chuyển mạch...

- Một biểu thức có thể được chuyển thành nhiều dạng tương đương bằng cách sử dụng các luật Boole

$$E = (x + yz)(x + y) + (x + y)'$$

$$E_1 = xx + xy' + xyz + yy'z + x'y'$$

$$E_2 = x + x(y' + yz) + x'y'$$

$$E_3 = x + x'y'$$

$$E_4 = x + y'$$

- Tại sao phải chuyển đổi dạng của các biểu thức ?
- Các thành phần thừa (*redundant*) trong biểu thức
  - literal* lặp (  $xx$  hay  $x + x$  )
  - biến và bù (  $xx'$  hay  $x + x$  )
  - hằng (  $0$  hay  $1$  )
- Không hiện thực các thành phần thừa của biểu thức vào mạch

# Hàm (*function*) chuyển mạch

- Hàm chuyển mạch (*switching function*) là một phép gán xác định và duy nhất của những giá trị *0* và *1* cho tất cả các tổ hợp giá trị của các biến thành phần
- Hàm được xác định bởi danh sách các trị hàm tại mỗi tổ hợp giá trị của biến (*bảng sự thật*)
  - Tồn tại nhiều biểu thức biểu diễn cho 1 hàm
- Số lượng hàm chuyển mạch với *n* biến là 2 lũy thừa  $2^n$

| <i>x</i> | <i>y</i> | <i>x'</i> | <i>y'</i> | <i>x'y'</i> | $E_1 = x + x'y'$ | $E_2 = x + y'$ |
|----------|----------|-----------|-----------|-------------|------------------|----------------|
| 0        | 0        | 1         | 1         | 1           | 1                | 1              |
| 0        | 1        | 1         | 0         | 0           | 0                | 0              |
| 1        | 0        | 0         | 1         | 0           | 1                | 1              |
| 1        | 1        | 0         | 0         | 0           | 1                | 1              |

# Định lý khai triển Shannon

- $f(x_1, x_2, \dots, x_n) =$ 

$$x_1 \cdot f(1, x_2, \dots, x_n) + x_1' \cdot f(0, x_2, \dots, x_n)$$
- $f(x_1, x_2, \dots, x_n) =$ 

$$\left( x_1 + f(0, x_2, \dots, x_n) \right) \cdot \left( x_1' + f(1, x_2, \dots, x_n) \right)$$

# Các phép toán chuyển mạch khác

## ■ Phép toán NAND

- Phép toán 2 ngôi tương đương với (**NOT AND**)

## ■ Phép toán NOR

- Phép toán 2 ngôi tương đương với (**NOT OR**)

## • Phép toán Exclusive OR

$$- E = x \oplus y = x'y + xy'$$

## • Phép toán XNOR (Ex. NOR)

$$- E = (x \oplus y)' = xy + x'y'$$

| Biến |   | NAND           | NOR        | Ex. OR       | XNOR            |
|------|---|----------------|------------|--------------|-----------------|
| x    | y | $(x \cdot y)'$ | $(x + y)'$ | $x \oplus y$ | $(x \oplus y)'$ |
| 0    | 0 | 1              | 1          | 0            | 1               |
| 0    | 1 | 1              | 0          | 1            | 0               |
| 1    | 0 | 1              | 0          | 1            | 0               |
| 1    | 1 | 0              | 0          | 0            | 1               |

# Cổng luận lý

- Để đại số chuyển mạch có thể thực hiện các công việc trong đời thật, cần phải có
  - Thiết bị vật lý thực hiện các phép toán chuyển mạch
  - Tín hiệu vật lý (điện áp, ...) thay thế cho các biến chuyển mạch
- Cổng (*gate*) hay cổng luận lý (*logic gate*) là tên chung dùng để gọi các thiết bị vật lý thực hiện các phép toán chuyển mạch với độ chính xác (*accuracy*) và thời gian trễ (*delay*) chấp nhận được



# Cổng luận lý


- Mỗi cổng được biểu diễn bởi 1 biểu tượng (*schematic symbol*) đặc trưng cùng với 1 số chân (*pin, terminal*) tượng trưng cho các biến chuyển mạch

Một biểu thức chuyển mạch bất kỳ luôn có thể được hiện thực trong đời thật bằng cách kết nối các cổng luận lý lại với nhau

⇒ Mạch luận lý (logic circuit) hay mạch chuyển mạch (switching circuit)

# Biểu tượng của các cổng luận lý

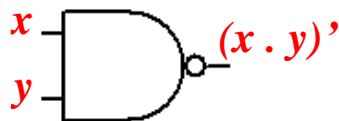
• Cổng **AND**   $x \cdot y$

• Cổng **OR**   $x + y$

• Cổng **NOT**  
(cổng đảo - *inverter*)



• Cổng **NAND**



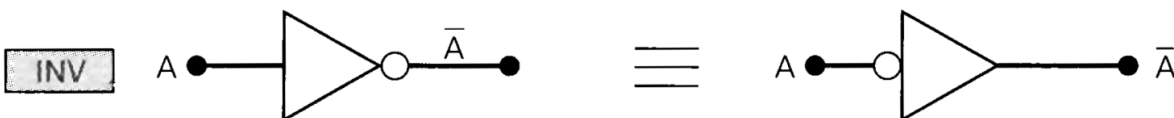
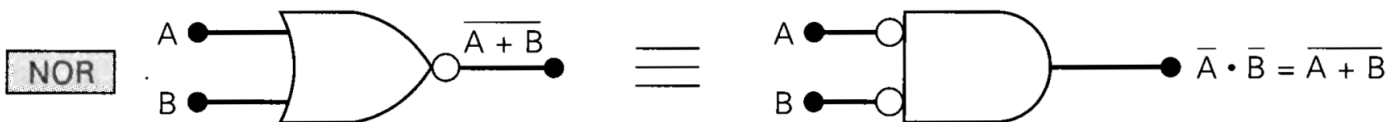
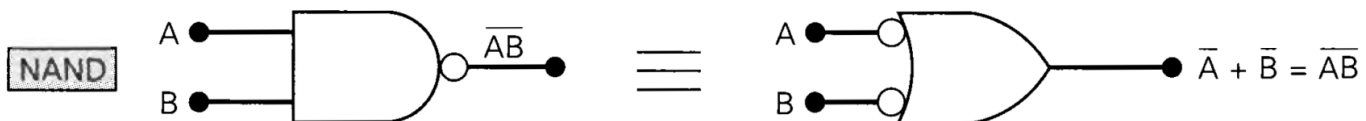
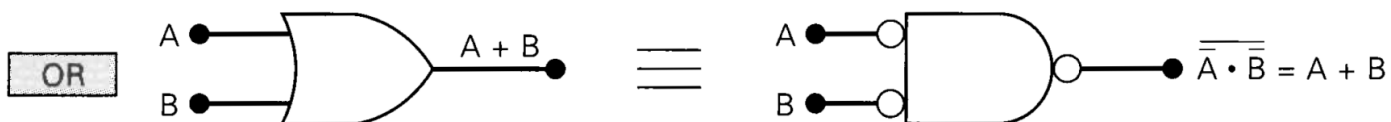
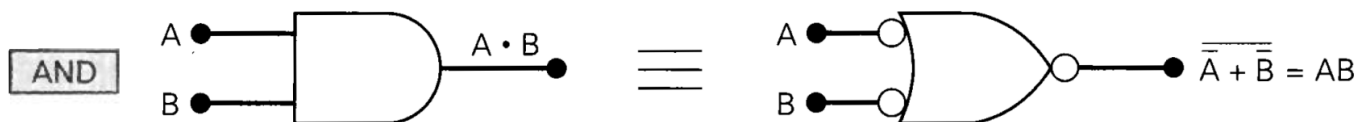
• Cổng **NOR**   $(x + y)'$

• Cổng **XOR**   $x \oplus y$

• Cổng **XNOR**   $(x \oplus y)'$

• Các cổng nhiều hơn 2 ngõ  
nhập

# Dạng tương đương



# Nguyên tắc ‘Bubble Pushing’

- Đẩy bong bóng đi ngược (từ output) hoặc đi tới (từ ngõ nhập) thay đổi tính chất cổng từ AND sang OR và ngược lại.
- Đẩy bong bóng từ ngõ ra sang ngõ nhập, bong bóng xuất hiện trên tất cả ngõ nhập, và tính chất cổng thay đổi.

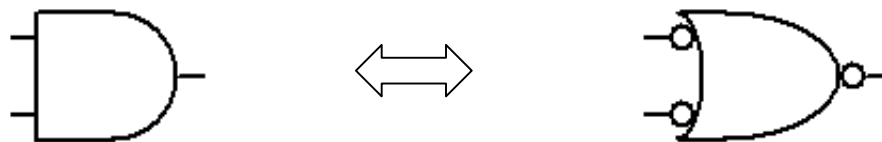


- Đẩy bong bóng trên tất cả ngõ nhập tiến về ngõ xuất. Bong bóng xuất hiện trên ngõ xuất và tính chất cổng thay đổi.



# Diễn dịch biểu tượng cổng luận lý

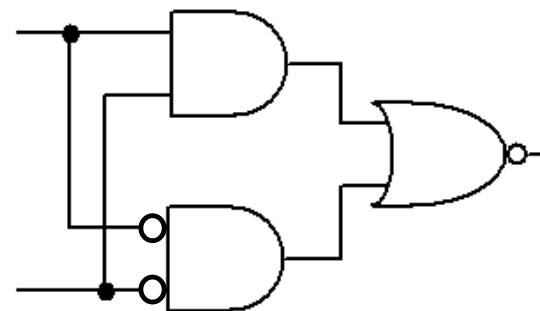
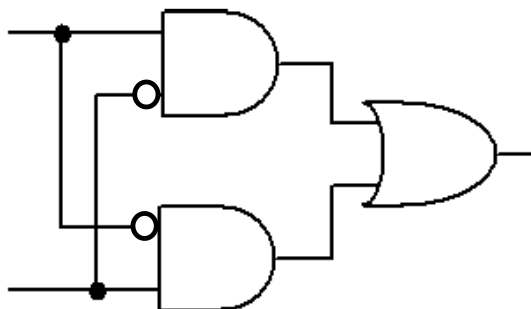
## ■ Dạng tương đương của cổng AND



- Ngõ xuất ở **mức cao** khi **tất cả** các ngõ nhập ở **mức cao**
- Ngõ xuất ở **mức thấp** khi **một trong** các ngõ nhập ở **mức thấp**

## ■ Một số cấu trúc của cổng XOR

$$E = x \oplus y = xy' + x'y = (xy + x'y')'$$



# Tích cực cao – Tích cực thấp

- Hai trạng thái hoạt động của thiết bị là tích cực (*activity*) và không tích cực (*inactivity*)
  - Xét các thí dụ đối với điện thoại, đèn, động cơ, v.v...
- Do thói quen, *qui ước* tích cực ứng với luận lý *1* còn không tích cực ứng với luận lý *0*
- Tích cực cao (*active high*)

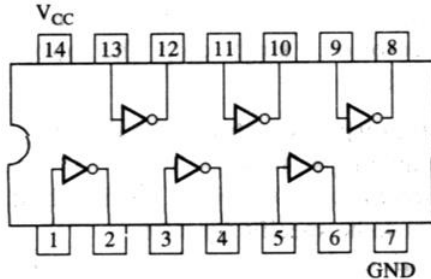
tích cực → luận lý *1* → mức điện áp cao **H**
- Tích cực thấp (*active low*)

tích cực → luận lý *0* → mức điện áp thấp **L**

# Mạch tích hợp

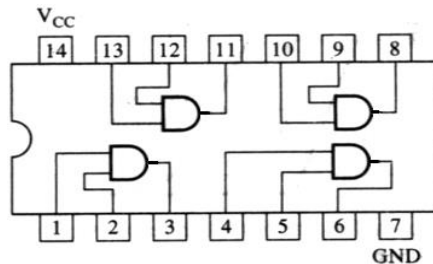
## ■ Cổng NOT

**7404**



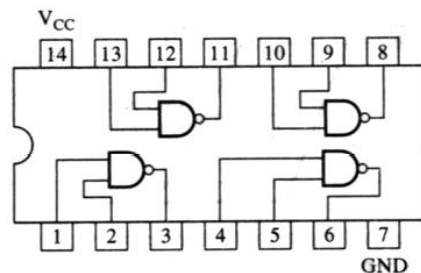
## ■ Cổng AND

**7408**



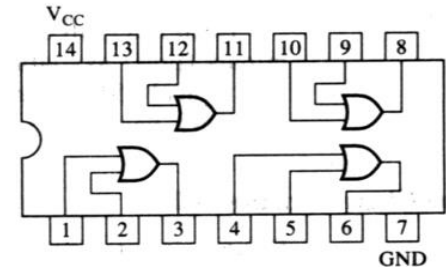
## ■ Cổng NAND

**7400**



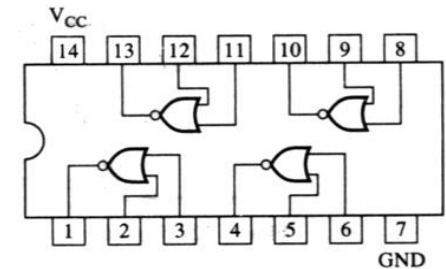
## ■ Cổng OR

**7432**



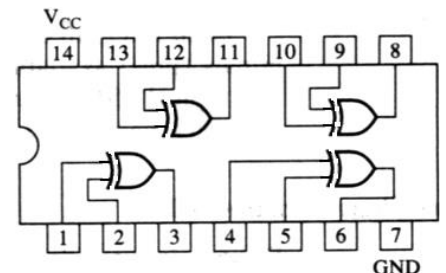
## ■ Cổng NOR

**7402**



## ■ Cổng Ex-OR

**7486**



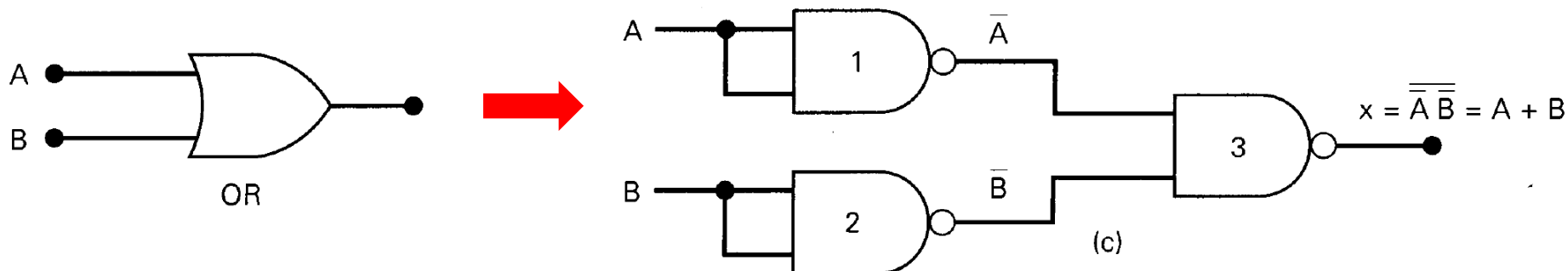
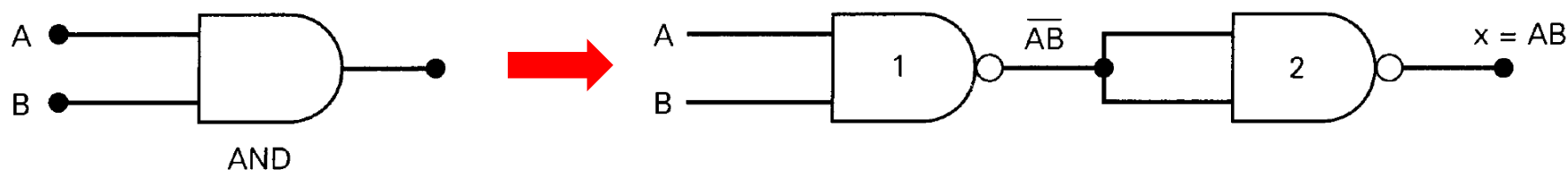
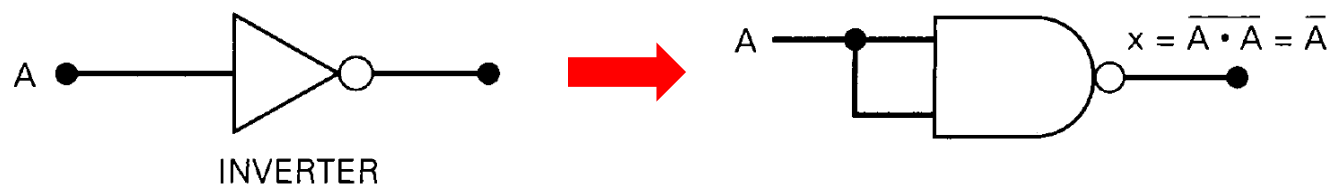
# Tập phổ biến của các phép toán

- Một tập các phép toán được gọi là phổ biến (*universal*) nếu mọi hàm chuyển mạch đều có thể được biểu diễn một cách tường minh chỉ bởi các phép toán của tập trên
- Đối với các phép toán chuyển mạch đã xét, ta có một số các tập phổ biến sau
  - Tập { NOT , AND , OR }
  - Tập { NOT , AND }
  - Tập { NOT , OR }
  - Tập { NAND }
  - Tập { NOR }
  - Tập ...

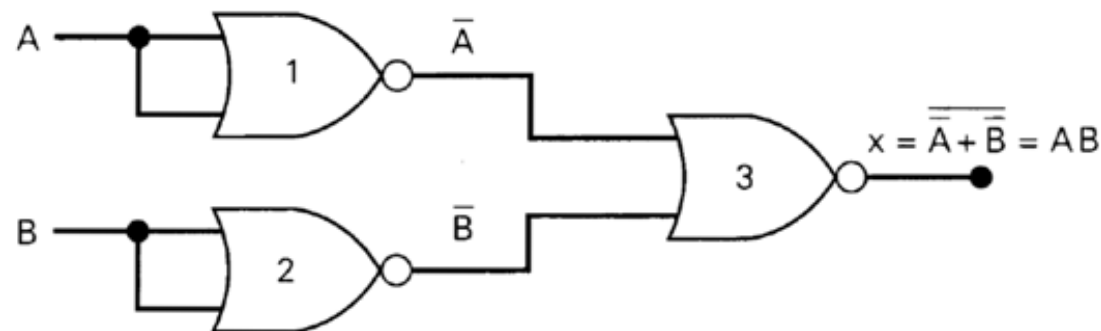
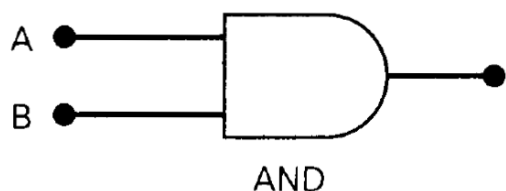
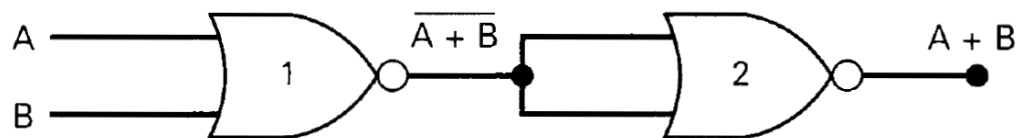
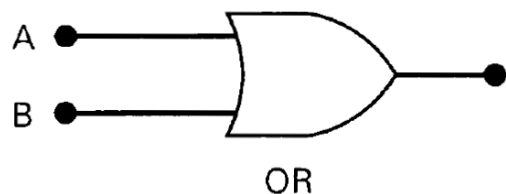
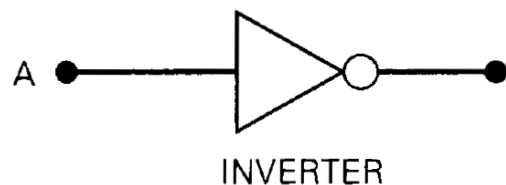
Bất kỳ hàm chuyển mạch nào cũng đều có thể được biểu diễn một cách tường minh chỉ bởi các phép toán **NOT** và **AND**



# Tính phổ biến của cổng NAND



# Tính phổ biến của cổng NOR



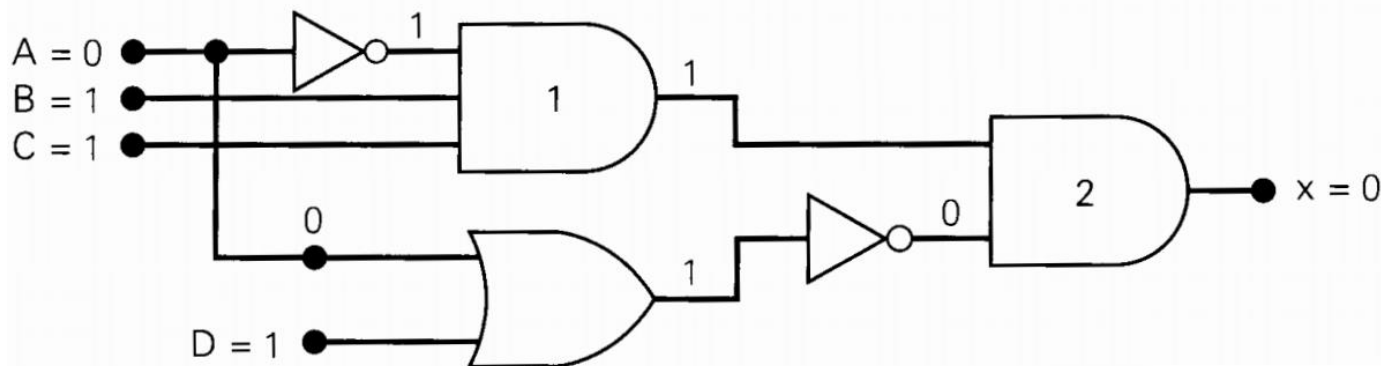
# Xác định giá trị ngõ xuất mạch luận lý

- Sử dụng biểu thức Boole cho ngõ xuất của mạch luận lý

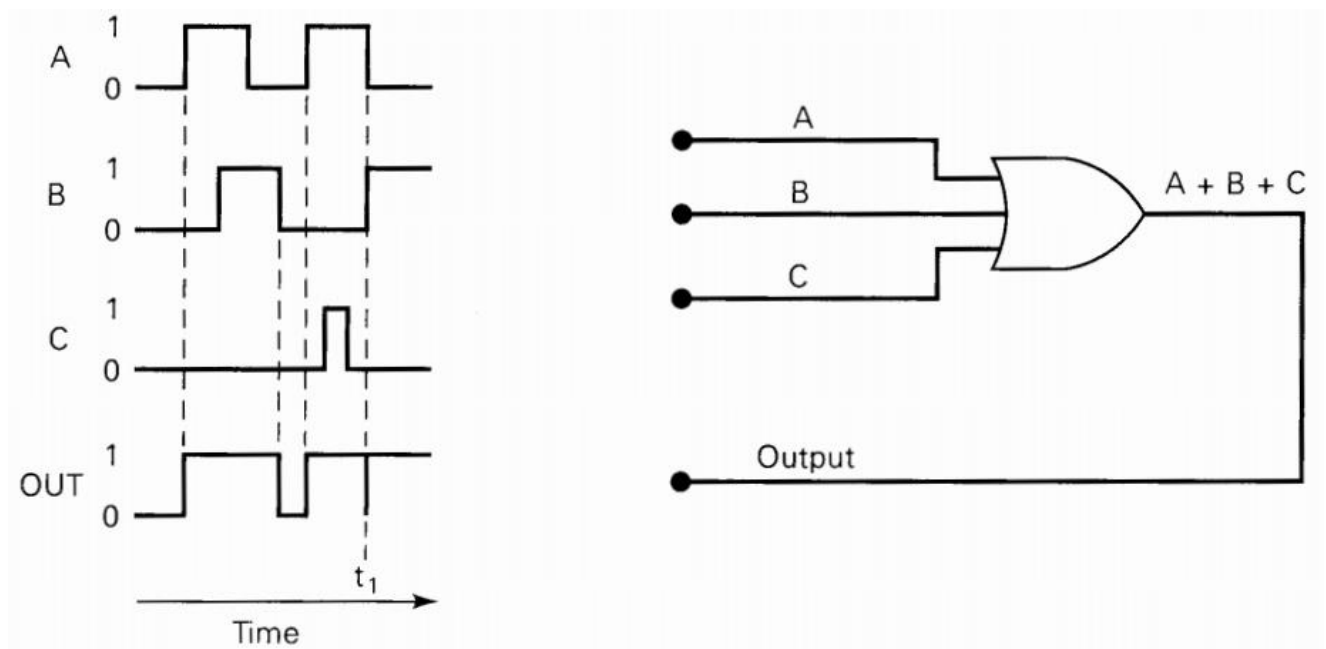
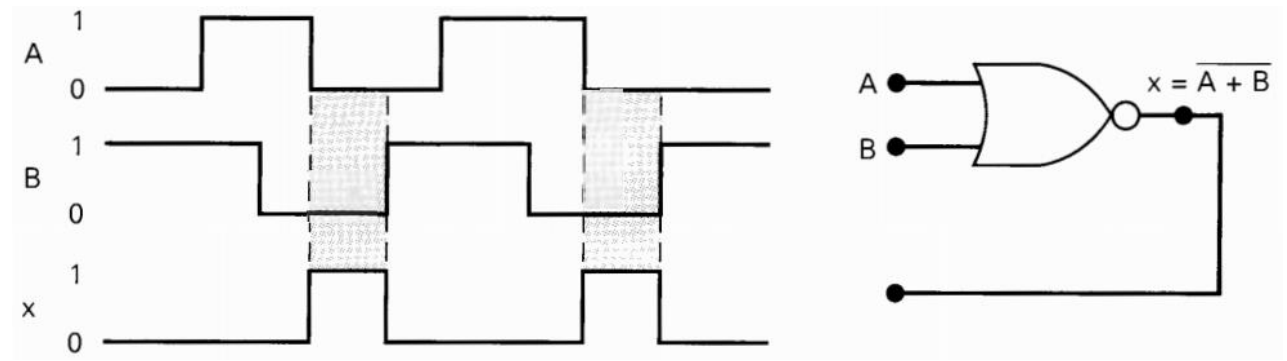
□ Với  $A = 0, B = 1, C = 1, D = 1$

$$\begin{aligned}
 x &= A' B C (A + D)' \\
 &= 0' \cdot 1 \cdot 1 \cdot (0 + 1)' \\
 &= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1' = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0 = 0
 \end{aligned}$$

- Sử dụng trực tiếp sơ đồ mạch luận lý mà không cần sử dụng biểu thức Boolean



# Giải đồ xung theo thời gian (Timing Waveform)



# Tổng kết

## ■ Đại số Boolean

- 5 định đề Huntington
- Tính chất đối ngẫu
- 8 định lý cơ bản

## ■ Đại số chuyển mạch

- Thu gọn đại số Boolean cho miền hai phần tử  $\{0,1\}$
- Các phép toán chuyển mạch
- Định lý khai triển Shannon

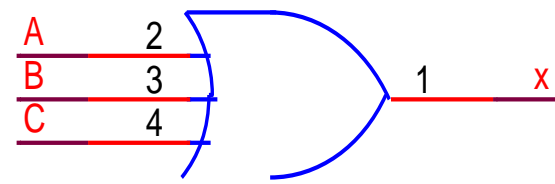
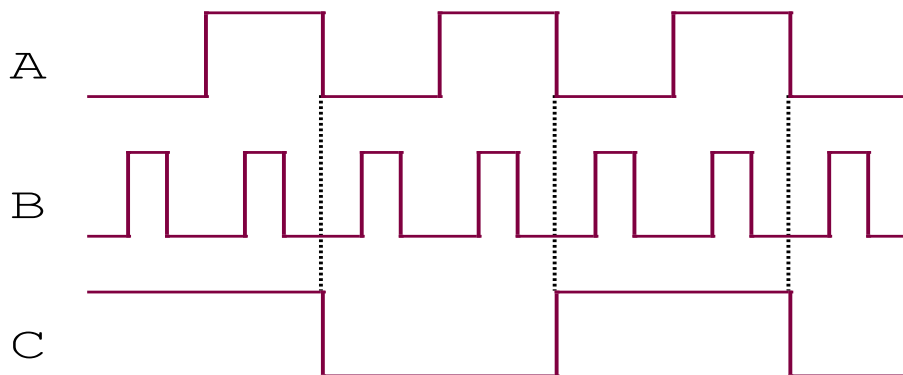
## ■ Cổng luận lý.

- Biểu diễn cổng luận lý.
- Diễn dịch cổng luận lý.
- Các IC cơ bản.
- Tập phổ biến phép toán.
- Biểu diễn sơ đồ dạng sóng (Timing Waveform)

# Bài tập về nhà và Đọc thêm

- Tất cả bài tập trong sách Digital System của Ronal Tocci
  - Chương 3 - Logic Gates and Boolean Algebra

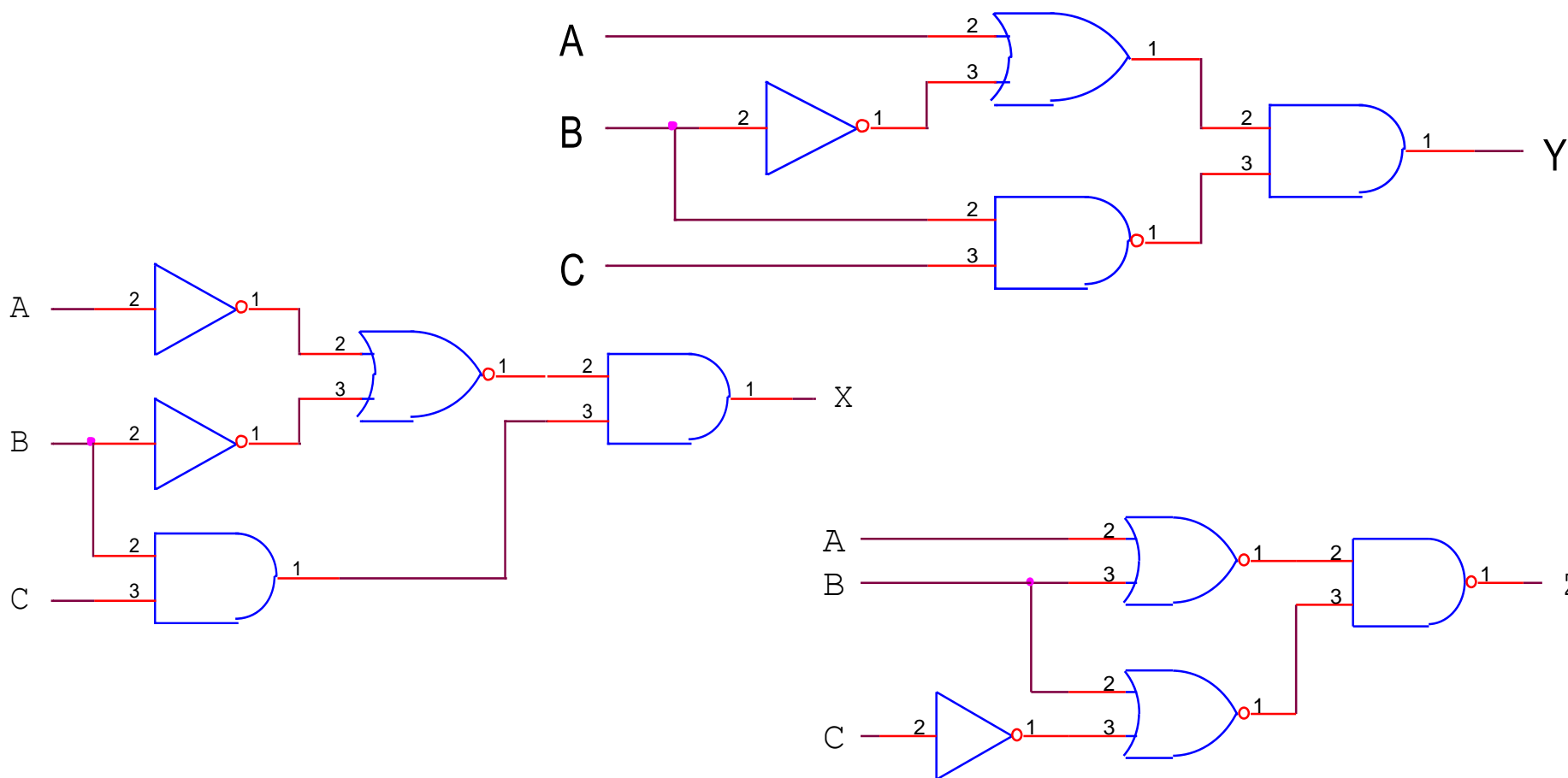
# Bài tập cơ bản



- Vẽ giản đồ xung cho tín hiệu ngõ ra **X** của cổng OR
- Giả sử tín hiệu A trong hình trên bị nối tắt với đất – GND ( $A = 0$ ). Vẽ giản đồ xung cho tín hiệu X của cổng OR.
- Giả sử tín hiệu A trong hình trên bị nối tắt lên nguồn +5V – VCC ( $A = 1$ ). Vẽ giản đồ xung cho tín hiệu X của cổng OR.
- Với cổng OR 5 ngõ nhập, có bao nhiêu tổ hợp ngõ nhập cho phép ngõ xuất ở mức cao (HIGH or 1)?

# Bài tập cơ bản

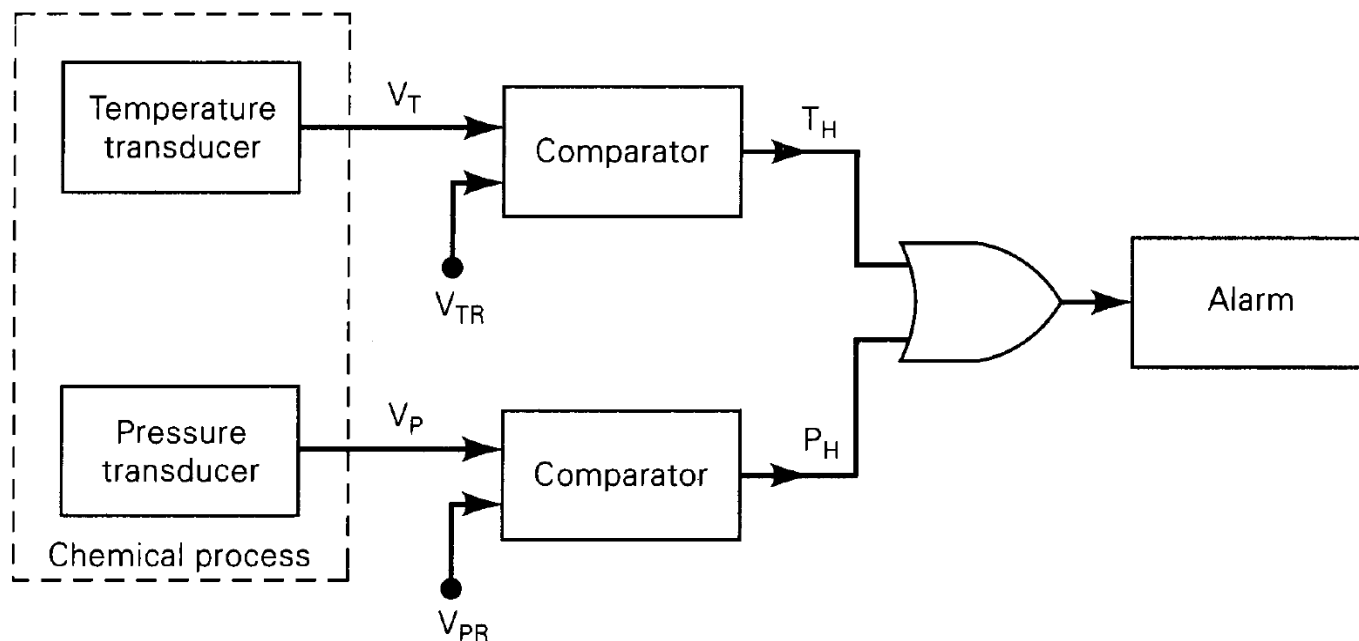
- Viết biểu thức đại số Boole và bảng sự thật cho ngõ xuất của các mạch dưới đây.





# Bài tập cơ bản

- Trình bày nguyên lý hoạt động của hệ thống báo động dưới đây, biết còi báo động được kích hoạt khi tín hiệu điều khiển ở mức cao (HIGH or 1)



# Bài tập cơ bản

- Vẽ các mạch luận lý tương ứng với các biểu thức đại số Boole sau

- ▣  $z = \overline{(A + B + \bar{C}D\bar{E})} + \bar{B}C\bar{D}$

- ▣  $x = MN(P + \bar{N})$

- Đơn giản các biểu thức sau:

- ▣  $X = \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}(\bar{C} + D) + A(\bar{B} + \bar{C})D + A(\bar{B} + \bar{C} + \bar{D} + B\bar{C}) + ABC$

- ▣  $Y = \bar{A}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C} + (\bar{D} + C) + A\bar{B}\bar{D} + (\bar{A} + \bar{C})\bar{D}$

# Bài tập cơ bản

- Đơn giản các biểu thức Boolean sau

a.  $x = (M + N)(\overline{M} + P)(\overline{N} + \overline{P})$

b.  $y = \overline{A(\overline{B + \overline{C}})D}$

c.  $z = \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + B\overline{C}D$

d.  $t = \overline{(M + N)(\overline{M} + N)}$

# Bài tập cơ bản

- Tối giản các biểu thức sau

a.  $xyz' + xy'z' + x'y$

b.  $(wx')'(w+y)(x'y'z')'$

c.  $x'(y+wy'z') + x'y'(w'z'+z)$

d.  $(w+x)(w'+x+yz')(w+y')$

# Bài tập cơ bản

- Chứng minh bằng đại số các biểu thức sau

a.  $\overline{A.B + \overline{A}.B} = \overline{A}.B + A.\overline{B}$

b.  $A.B + \overline{A}.C = (A + C)(\overline{A} + B)$

c.  $\overline{A.C + B.\overline{C}} = \overline{A}.C + \overline{B}.\overline{C}$

d.  $(A + B)(\overline{A} + C)(B + \overline{C}) = (\overline{A} + B)(\overline{A} + \overline{C})$

e.  $\overline{(A + C)(B + \overline{C})} = (\overline{A} + C)(\overline{B} + \overline{C})$

# Bài tập cơ bản

- Tìm bù của các biểu thức sau đây

a.  $x = X\bar{Y} + \bar{X}Y$

b.  $y = (A\bar{B} + C)\bar{D} + E$

c.  $z = AB(\bar{C}D + C\bar{D}) + \bar{A}\bar{B}(\bar{C} + D)(C + \bar{D})$

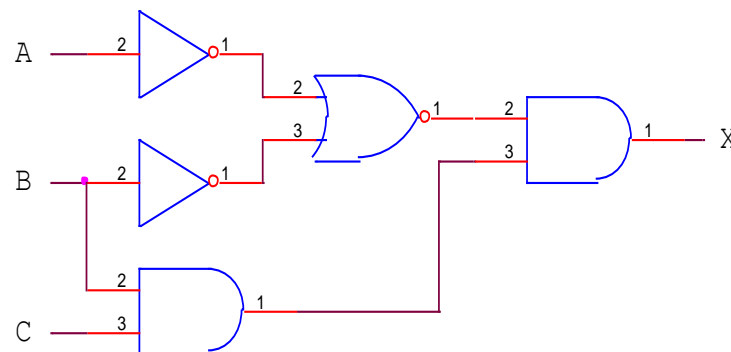
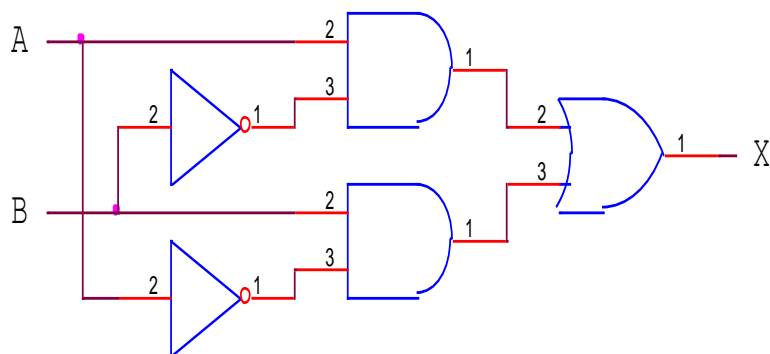
d.  $t = (X + \bar{Y} + Z)(\bar{X} + \bar{Z})(X + Y)$

# Bài tập cơ bản

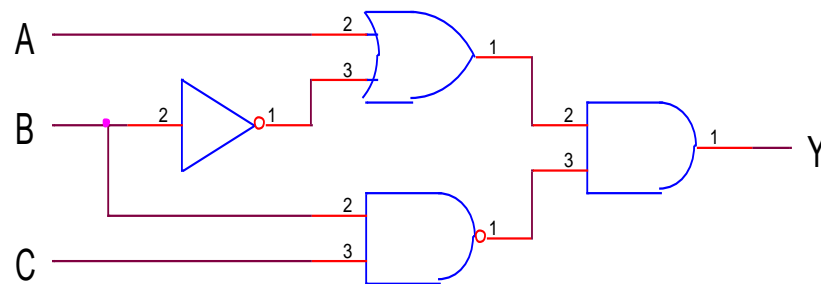
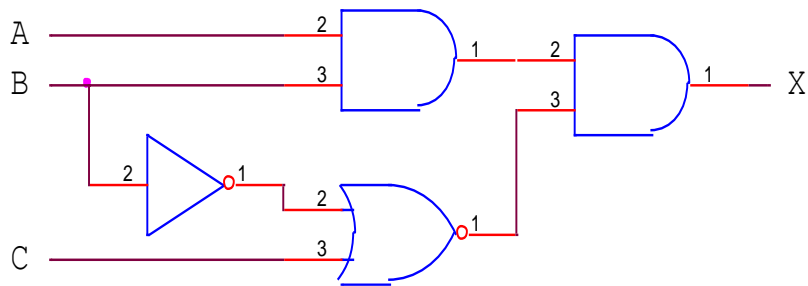
- a) Xây dựng 1 cổng NAND 2 ngõ nhập chỉ sử dụng các cổng NOR 2 ngõ nhập.
- b) Xây dựng 1 cổng NOR 2 ngõ nhập chỉ sử dụng các cổng NAND 2 ngõ nhập.
- c) Hiện thực biểu thức  $x = ABC\bar{C}$  chỉ sử dụng 1 cổng NOR 2 ngõ nhập và 1 cổng NAND 2 ngõ nhập.
- d) Hiện thực biểu thức  $y = ABCD$  chỉ sử dụng các cổng NAND 2 ngõ nhập.

# Bài tập cơ bản

a. Biến đổi các mạch sau đây chỉ sử dụng cổng NAND



b. Biến đổi mạch sau đây chỉ sử dụng cổng NOR



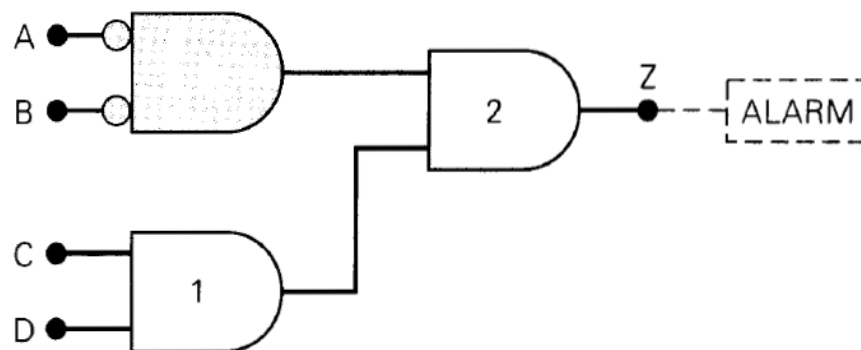


# Bài tập cơ bản

- Vẽ ký hiệu cổng luận lý thích hợp cho các phát biểu sau đây:
  - Ngõ xuất chỉ ở mức **cao** (HIGH or 1) khi cả 3 ngõ nhập đều ở mức **thấp** (LOW or 0).
  - Ngõ xuất chỉ ở mức **thấp** khi bất kỳ ngõ nhập nào trong 4 ngõ nhập ở mức **thấp**.
  - Ngõ xuất chỉ ở mức **thấp** khi tất cả 5 ngõ nhập đều ở mức **cao**.

# Bài tập cơ bản

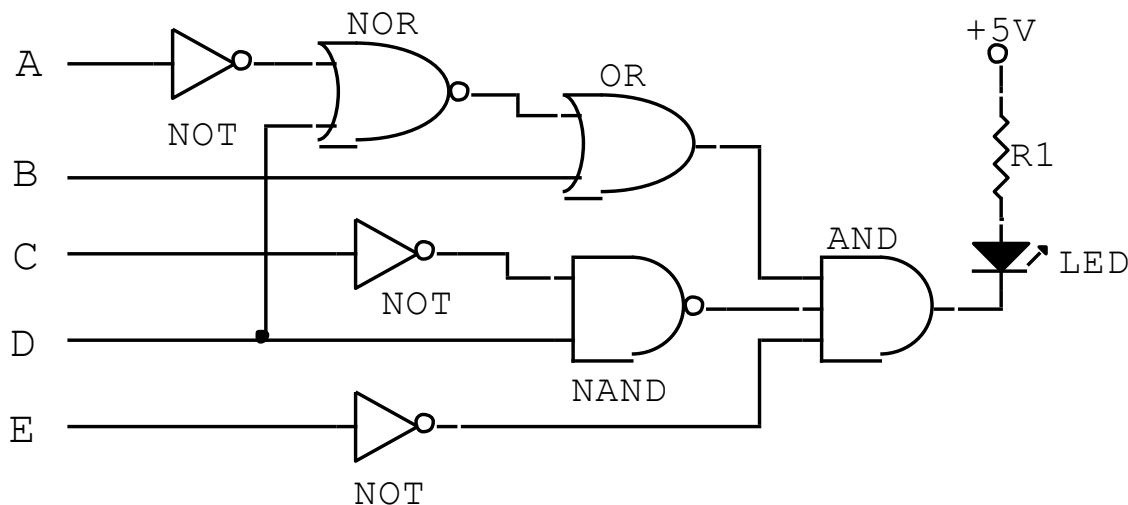
## ■ Cho sơ đồ sau



- Giả sử còi báo động được kích hoạt khi tín hiệu điều khiển Z ở mức **cao** (HIGH or 1). Xác định các tổ hợp ngõ nhập để tích cực hệ thống báo động.
- Giả sử còi báo động được kích hoạt khi tín hiệu điều khiển Z ở mức **thấp** (LOW or 0). Hãy thay đổi sơ đồ mạch trên để phản ánh rõ cơ chế hoạt động của hệ thống. Từ đó xác định các tổ hợp ngõ nhập để tích cực hệ thống báo động.

# Bài tập cơ bản

- Xác định các tổ hợp ngõ nhập để đèn LED sáng

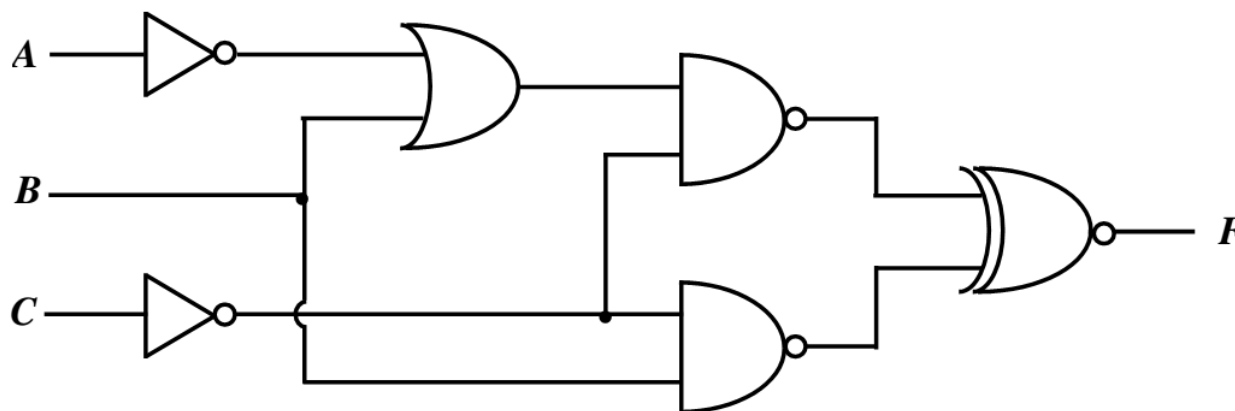


# Bài tập mở rộng

- Cho  $A.B = 0$  và  $A + B = 1$ , chứng minh đẳng thức sau:

$$A C + A B' + B C = B' + C$$

- Cho hàm  $F(A, B, C)$  có sơ đồ logic như hình vẽ.
  - Xác định biểu thức của hàm  $F(A, B, C)$
  - Chứng minh  $F$  có thể thực hiện chỉ bằng 1 cổng logic duy nhất.



# Bài tập mở rộng

- Chứng minh các đẳng thức sau bằng đại số boole.

*a.*  $A'B + A'D' + BC'D = (A' + D)(A' + C')(B + D')$

*b.*  $C'D + B'C' + A'BD = (A' + C')(B + C')(B' + D)$

*c.*  $Z + XY + X'Z = (X + Z)(Y + Z)$

*d.*  $\overline{A \oplus B} = \overline{A} \oplus \overline{B}$

*e.*  $AB(A \oplus B \oplus C) = ABC$

# Bài tập mở rộng

- Một máy bay phản lực áp dụng hệ thống kiểm soát tốc độ quay (rpm), áp lực (pressure) và nhiệt độ (temperature) của động cơ sử dụng các sensor, với chức năng như sau:
  - RPM sensor xuất 0 chỉ khi tốc độ  $< 4800$  rpm
  - P sensor xuất 0 chỉ khi áp suất  $< 220$  psi
  - T sensor xuất 0 chỉ khi nhiệt độ  $< 200^{\circ}\text{F}$

Hình bên dưới mô tả sơ đồ hoạt động của đèn cảnh báo. Đèn cảnh báo chỉ sáng khi W ở mức HIGH (=1)

- Xác định điều kiện để đèn cảnh báo sáng.
- Thiết kế lại mạch chỉ sử dụng NAND.

