

Bài tập chương 7

Xác suất rời rạc

1 Dẫn nhập

Trong chương bài tập này, chúng ta sẽ luyện tập với bài tập cơ bản về Xác suất rời rạc. Sinh viên cần ôn lại lý thuyết của chương 7 trước khi làm bài tập bên dưới.

2 Bài tập mẫu

Câu 1.

Xác suất để một chọn ngẫu nhiên một ngày mà ngày hôm đó là ngày trong tháng 4 là bao nhiêu? Biết năm được chọn là năm nhuận (366 ngày).

Lời giải.

Khi chọn một ngày trong năm, chúng ta có thể chọn trong $|S| = 366$ ngày.

Số ngày có thể chọn ra thỏa mãn đó là ngày trong tháng 4 là $|E| = 30$ ngày (vì tháng 4 có 30 ngày).

Vậy xác suất để chọn được một ngày trong tháng 4 là $30/366 \approx 0.08 = 8\%$. \square

Câu 2.

Xác suất để chúng ta có được 4 mặt số khi thấy đồng xu cân bằng 5 lần là bao nhiêu, nếu lần thấy đầu tiên cho ra mặt số?

Lời giải.

Đây là một dạng bài toán tìm xác suất có điều kiện.

Gọi F là sự kiện lần thấy đầu tiên xuất hiện mặt số, E là sự kiện có 4 mặt số sau tổng cộng 5 lần thấy.

Sau khi đã thấy lần đầu tiên được mặt số, 4 lần thấy tiếp theo để thành công phải là một trong các trường hợp $\{SSSH, SSHS, SHSS, HSSS\}$, trong số 2^4 khả năng xảy ra.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{4}{2^4} = \frac{1}{4}$. \square

3 Bài tập cần giải

Câu 3.

Gieo một con súc sắc hai lần:

- Hãy mô tả không gian mẫu.
- Hãy xác định biến cố A: "Tổng điểm của hai lần là 4".

Câu 4.

Với mỗi câu sau, hãy liệt kê không gian mẫu và nói xem các sự kiện có khả năng xảy ra như nhau hay không?

- Tung 2 đồng xu; ghi lại thứ tự xuất hiện của mặt số và mặt hình.
- Gia đình có ba con; ghi lại số con trai.
- Tung đồng xu cho đến khi bạn có được một mặt số hoặc là 3 mặt hình liên tiếp.
- Thả hai con xúc xắc; ghi lại con số lớn hơn.

Câu 5.

Cho một hộp đựng 12 viên bi, trong đó có 7 viên bi màu đỏ, 5 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên một lần 3 viên bi. Tính xác suất trong hai trường hợp sau:

- a) Lấy được 3 viên bi màu xanh.
- b) Lấy được ít nhất 2 viên bi màu xanh.

Câu 6.

Có 9 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên ra hai tấm thẻ. Tính xác suất để tích của hai số trên hai tấm thẻ là một số chẵn.

Câu 7.

Một đoàn tàu có 4 toa đỗ ở sân ga. Có 4 hành khách từ sân ga lên tàu, mỗi người độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa.

- a) Tìm xác suất để mỗi toa có đúng 1 người lên tàu.
- b) Tìm xác suất để 1 toa có 3 người, một toa có 1 người và hai toa còn lại không có người.

Câu 8.

Một cuộc khảo sát nhà trọ cho thấy có 38% số nhà trọ có tủ lạnh, 52% có TV, và 21% có cả tủ lạnh lẫn TV. Xác suất để một nhà trọ được lựa chọn ngẫu nhiên là bao nhiêu khi nhà trọ đó có:

- a) TV nhưng không có tủ lạnh?
- b) có TV hoặc có tủ lạnh, nhưng không có cả hai thứ?
- c) không có TV lẫn tủ lạnh?

Câu 9.

Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số. Tìm xác suất để số của vé ấy không có chữ số 1 hoặc không có chữ số 5.

Câu 10.

Cho $P(A) = \frac{2}{5}$; $P(B) = \frac{5}{12}$; $P(AB) = \frac{1}{6}$. Hỏi hai biến cố A và B có:

- a) Xung khắc hay không?
- b) Độc lập với nhau hay không?

Câu 11.

Có 3 hộp phần. Hộp thứ nhất có 2 viên trắng, 3 viên màu. Hộp thứ hai có 4 viên trắng, 7 viên màu. Hộp thứ ba có 3 viên trắng, 5 viên màu. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một viên.

- a) Tính xác suất cả 3 viên lấy ra đều trắng.
- b) Tính xác suất trong 3 viên lấy ra có hai viên trắng.

Câu 12.

Để đi đến trường, một sinh viên phải băng qua một đường ray xe lửa. Thời gian xe lửa chạy qua đường ray có hơi xê xích qua mỗi ngày, nhưng sinh viên này ước tính chỉ ta sẽ đứng đợi xe lửa khoảng 15% số ngày đi học. Trong một tuần đi học có 5 ngày, xác suất sẽ là bao nhiêu nếu sinh viên này

- a) Gặp xe lửa vào thứ 2 và lại gặp xe lửa vào thứ 3?
- b) Lần gặp xe lửa đầu tiên trong tuần là thứ 5?
- c) Gặp xe lửa mỗi ngày?
- d) Gặp xe lửa ít nhất một lần trong cả tuần?

Câu 13.

Một lớp học có 30 sinh viên, trong đó có 17 bạn nữ và 13 bạn nam. Có 3 bạn tên là Thanh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Tìm xác suất để:

- a) Bạn đó có tên là Thanh.
- b) Bạn đó có tên là Thanh, nhưng với điều kiện “đó là bạn nữ”.
- c) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Thanh lên bảng, thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là bao nhiêu ?

Câu 14.

Một tủ kho có một chùm chìa khóa gồm 9 chiếc, bề ngoài chúng giống hệt nhau nhưng trong đó chỉ có đúng 2 chiếc mở được kho. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa (chìa nào không trúng thì bỏ ra). Tính xác suất để mở được kho ở lần thứ ba.

Câu 15.

Có 12 hộp sữa trong đó có 3 hộp hư, được chia làm 3 gói mỗi gói 4 hộp. Tính xác suất để trong mỗi gói đều có một hộp hư.

Câu 16.

Cho một hộp gồm 5 bi xanh và 7 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 lần, mỗi lần 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất:

- a) Lấy được 2 bi xanh.
- b) Lấy được đúng 1 bi xanh.

Câu 17.

Một hộp đựng hạt giống trong đó có 12 hạt loại A và 8 hạt loại B. Chọn ngẫu nhiên có thứ tự không hoàn lại 3 hạt để gieo vào 3 vị trí khác nhau. Tìm xác suất để có:

- a) Đúng 1 hạt loại B được gieo.
- b) Ít nhất 1 hạt loại B được gieo.

Câu 18.

Ba viên đạn độc lập bắn vào 1 bia. Xác suất trúng đích của viên thứ nhất, viên thứ hai, viên thứ ba tương ứng là 0,4; 0,5; 0,7. Tìm xác suất để:

- a) Có đúng 1 viên trúng đích.
- b) Có ít nhất 1 viên trúng đích.

Câu 19.

Có hai cái hộp. Hộp thứ nhất có 4 bi trắng và 5 bi đen. Hộp thứ hai có 5 bi trắng và 4 bi đen. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi sau đó chọn ngẫu nhiên một viên bi ở hộp thứ hai ra. Tính xác suất để lấy được bi trắng từ hộp thứ hai.

Câu 20.

Một hộp gồm có 12 viên phần đỏ và 8 viên phần trắng. Lấy 1 viên phần ra khỏi hộp rồi bỏ vào 1 viên phần khác màu với nó. Sau đó lại lấy ra 1 viên phần nữa. Tính xác suất để:

- a) Viên phần lấy ra lần sau có màu trắng.
- b) Hai viên phần lấy ra cùng màu.

Câu 21.

Có 2 lô sản phẩm. Lô 1 có 20 sản phẩm, trong đó có 15 sản phẩm tốt. Lô 2 có 20 sản phẩm, trong đó có 10 sản phẩm tốt. Lấy ngẫu nhiên 1 lô và từ lô đó chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm

- a) Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt.

- b) Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc lô thứ nhất, lô thứ hai

Câu 22.

Hộp I có 2 bi xanh và 4 bi đỏ. Hộp II có 3 bi xanh và 3 bi đỏ. Rút ngẫu nhiên từ hộp I ra 2 bi và từ hộp II ra 1 bi

- a) Tìm xác suất rút ra ít nhất một bi đỏ.
- b) Tìm xác suất rút được hai bi xanh và một bi đỏ.
- c) Nếu rút được 2 bi xanh, 1 bi đỏ. Tìm xác suất để 2 bi xanh rút được là của hộp I.

Câu 23.

Tại một phòng khám chuyên khoa, tỉ lệ người đến khám bệnh có bệnh là 0.8. Người ta áp dụng phương pháp mới để chuẩn đoán bệnh thì thấy: Nếu khẳng định có bệnh thì đúng 9 trên 10 trường hợp, còn nếu khẳng định không bệnh thì đúng 7 trên 10 trường hợp. Một người đến khám bệnh, tính xác suất để người này được:

- a) Chuẩn đoán có bệnh.
- b) Chuẩn đoán đúng.
- c) Chuẩn đoán có bệnh là đúng.

Câu 24.

Một lô hàng chứa 10 sản phẩm, trong đó có 6 sản phẩm tốt và 4 sản phẩm xấu. Chọn ngẫu nhiên từ lô hàng 2 sản phẩm. Gọi X là số sản phẩm tốt có trong hai sản phẩm chọn ra

- a) Lập bảng phân bố xác suất của X .
- b) Tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của X .

Câu 25.

Trò chơi "bầu cua" công bằng hay thiên vị? Tại sao?

Luật chơi: Giả sử đặt a (đồng) vào ô B. Gieo ngẫu nhiên 3 cục xí ngầu. Nếu xuất hiện i mặt B thì sẽ được thưởng i lần a đồng ($i = 1, 2, 3$), ngược lại nếu không xuất hiện mặt B nào thì mất số tiền đặt vào.

Câu 26.

Một vận động viên ném bóng vào rổ với xác suất thành công ở 1 lần ném là 0,8. Giả sử người này thực hiện ném bóng 5 lần. Hãy lập luật phân phối xác suất cho số lần bóng vào rổ.

Câu 27.

Một xạ thủ bắn 3 viên đạn độc lập vào bia, xác suất bắn trúng không đổi trong mỗi lần bắn là 0,8. Tìm xác suất để:

- a) Cả ba viên đều trúng đích.
- b) Hai viên trúng đích.
- c) Cả ba viên đều bắn trượt.

Câu 28.

Gieo một con súc sắc. Phải gieo ít nhất bao nhiêu lần thì xác suất được ít nhất 1 lần xuất hiện mặt 6 chấm không nhỏ hơn 0,9.

Câu 29.

Một hộp có 10 bi gồm 3 trắng và 7 đen. Lấy ngẫu nhiên lần lượt ra 3 viên và có hoàn lại sau khi lấy. Hỏi xác suất để lấy được 2 bi đen

Câu 30.

Có 2 lô hàng. Xác suất lấy được sản phẩm tốt từ lô 1 là 0,7 và từ lô 2 là 0,8. Lấy ngẫu nhiên mỗi lô 1 sản phẩm. Hỏi xác suất chỉ có đúng 1 sản phẩm tốt trong 2 sản phẩm lấy ra.

Câu 31.

Bắn 5 phát súng vào một mục tiêu, xác suất trúng đích của mỗi phát bằng 0,2. Để phá hủy mục tiêu phải cần từ 3 phát trở lên trúng đích. Tính xác suất để mục tiêu bị phá hủy

Câu 32.

Một cung thủ thi đấu Olympic có xác suất bắn trúng hồng tâm là 80%. Giả sử mỗi lần bắn là độc lập với nhau. Nếu cung thủ này bắn 6 mũi tên, xác suất trong các trường hợp sau sẽ như thế nào?

- a) Cú trúng hồng tâm đầu tiên là phát bắn thứ 3.
- b) Cung thủ bắn hụt hồng tâm ít nhất một lần.
- c) Phát trúng hồng tâm đầu tiên là phát thứ 4 hoặc thứ 5.
- d) Cung thủ bắn được chính xác 4 phát trúng hồng tâm.
- e) Cung thủ bắn được ít nhất 4 phát trúng hồng tâm.
- f) Cung thủ bắn được nhiều nhất 4 phát trúng hồng tâm.

Câu 33.

Cho E và F là các biến cố ngẫu nhiên thuộc không gian mẫu. Cho biết $P(E) = 0,8$ và $P(F) = 0,6$. Chứng minh rằng $P(E \cup F) \geq 0,8$ và $P(E \cap F) \geq 0,4$

Câu 34.

Cho A và B là các biến cố ngẫu nhiên thuộc không gian mẫu. Cho biết $P(A) = 0,5$ và $P(B) = 0,4$ và $P(A \cap B) = 0,3$. Tính

- a) $P(\neg B)$.
- b) $P(A \cup B)$.
- c) $P(\neg(A \cup B))$.
- d) $P(\neg A \cap \neg B)$.
- e) $P(A \cap \neg B)$.
- f) $P(\neg A \cap B)$.
- g) $P(\neg(A \cap B))$.
- h) $P(\neg A \cup \neg B)$.
- i) $P(A \cup \overline{AB})$

4 Bài tập làm thêm

Câu 35.

Tung 2 con súc sắc. Gọi A là biến cố "số chấm trên súc sắc 1 chia hết cho số chấm trên súc sắc 2", B là biến cố "tổng số chấm trên 2 súc sắc là một số chẵn". Hỏi A và B có độc lập nhau không, có xung khắc nhau không?

Câu 36.

Giả sử 23% số người trưởng thành hút thuốc lá. Một cuộc điều tra cho thấy 57% người hút thuốc lá và 13% người không hút thuốc lá bị bệnh phổi trước 60 tuổi.

- a) Giải thích tại sao những con số trên cho thấy việc bị bệnh phổi và hút thuốc lá không độc lập với nhau?
- b) Xác suất để lựa chọn ngẫu nhiên một người 60 tuổi mắc bệnh phổi là bao nhiêu?

Câu 37.

Từ một hộp chứa m quả cầu trắng và n quả cầu đen, người ta rút ngẫu nhiên không hoàn lại từng quả một hai lần. Tính xác suất để quả lấy lần thứ hai là trắng

Câu 38.

Trong một cái hộp có n sản phẩm, ta bỏ vào cái hộp đó một sản phẩm tốt sau đó lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt nếu mọi giả thuyết về trạng thái cấu thành ban đầu của hộp là đồng xác suất.

Câu 39.

Một sinh viên muốn đến được trường phải đi qua 5 ngã tư có đèn giao thông, và phải dừng lại nếu có đèn đỏ. Sinh viên này ước lượng mô hình xác suất cho số đèn đỏ mà người này gặp phải, như sau.

$X = \text{số đèn đỏ}$	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0.05	0.25	0.35	0.15	0.15	0.05

- a) Sinh viên này nên kỳ vọng sẽ gặp bao nhiêu đèn đỏ mỗi ngày?
- b) Độ lệch chuẩn là bao nhiêu?

Câu 40.

Ta có thể sử dụng mô hình xác suất dựa trên phép thử Bernoulli cho các tình huống được hay không? Giải thích.

- a) Thảy 50 con xúc xắc để tìm phân bố số dấu chấm trên mặt
- b) Khi kiểm tra 120 người thì khả năng đa số có nhóm máu A là bao nhiêu, nếu ta biết nhóm máu A chiếm 43% trong dân số?
- c) Chia 5 lá từ bộ bài và nhận được toàn bộ là cơ. Khả năng thế nào?
- d) Ta muốn dự đoán kết quả bỏ phiếu về chính sách mới của trường, bằng cách chọn 500 trong tổng số 3000 sinh viên để xem có bao nhiêu người ủng hộ.
- e) Một công ty nhận thấy có 10% gói hàng không được niêm phong đúng quy chuẩn. Nếu lấy ra 24 gói hàng, có khả năng có hơn 3 gói chưa được niêm phong không?

Câu 41.

Một tổ chức tiêu dùng ước tính rằng qua 1 năm sử dụng 17% số xe máy cần được sửa chữa một lần, 7% cần sửa chữa hai lần, và 4% cần sửa chữa từ ba lần trở lên.

- a) Xác suất để một chiếc xe được chọn ngẫu nhiên sẽ
1. không cần phải sửa?
 2. không quá một lần sửa?
 3. có bị sửa chữa?
- b) Nếu bạn có hai chiếc xe máy, xác suất sẽ thế nào nếu
1. cả hai chiếc đều không cần sửa?
 2. cả hai chiếc đều cần phải sửa?

Câu 42.

Hãng sản xuất kẹo Sô-cô-la M&M nói rằng số viên màu vàng trơn chiếm 20% lượng sản xuất, đỏ chiếm 20%, và cam, xanh dương và xanh lá mỗi màu chiếm 10%. Còn lại là màu nâu.

a) Nếu bạn lấy ngẫu nhiên một viên kẹo M&M, xác suất sẽ là gì để

1. nó màu nâu?
2. nó màu vàng hoặc màu cam?
3. nó không phải màu xanh lá?
4. nó có sọc?

b) Nếu bạn lấy liên tiếp ba viên kẹo M&M, xác suất là bao nhiêu để

1. chúng đều có màu nâu?
2. viên thứ ba là viên đầu tiên có màu đỏ?
3. không có viên nào màu vàng?
4. có ít nhất một viên màu xanh lá?

Câu 43.

Trong Bài 4 chúng ta đã tính xác suất có được các loại kẹo M&M khác nhau. Trong một số câu trả lời, chúng ta phải dựa vào giả định rằng các kết quả có được là *rời nhau*; tức là, chúng không thể đồng thời xảy ra cùng một lúc. Các câu trả lời khác lại dựa trên sự kiện là chúng *độc lập* tức là, sự xảy ra một kết quả không ảnh hưởng đến xác suất của các kết quả khác. Bạn có hiểu được sự khác nhau giữa rời nhau và độc lập?

- a) Nếu bạn lấy ra một viên M&M, sự kiện lấy được một viên đỏ và lấy được một viên cam là rời nhau hay độc lập với nhau hay không phải cả hai?
- b) Nếu bạn lấy ra lần lượt 2 viên M&M, sự kiện đầu tiên lấy ra viên đỏ rồi tiếp đến là viên đỏ nữa là rời nhau hay độc lập với nhau?
- c) Các sự kiện rời nhau có thể độc lập được với nhau hay không? Giải thích.

Câu 44.

Công an vừa thiết lập một trạm kiểm tra-trong đó người lái xe sẽ được yêu cầu dừng lại để trả lời một vài câu hỏi ngắn để công an quyết định người này có say rượu hay không. Nếu viên công an không cảm thấy có vấn đề, người lái xe sẽ được tiếp tục cho đi. Ngược lại, người lái xe sẽ được yêu cầu thổi vào ống kiểm tra để quyết định xem họ có bị bắt giữ hay không. Công an cho rằng dựa trên việc hỏi đáp, một công an viên có thể quyết định đúng 80%. Tại thời điểm 9 giờ tối thứ 7, các chuyên gia cho rằng có khoảng 12% người lái xe có uống bia rượu.

- a) Bạn bị chặn xe ở trạm, và tất nhiên, bạn không uống bia rượu. Xác suất bạn bị yêu cầu thổi vào ống kiểm tra là bao nhiêu?
- b) Xác suất một người bị yêu cầu thổi vào ống là bao nhiêu?
- c) Xác suất để một lái xe bị yêu cầu thổi vào ống thực sự đang say rượu?
- d) Xác suất để một lái xe được thả thực ra đang say rượu?

Câu 45.

Một công ty bán túi hạt giống, mỗi túi có 20 hạt. Số hạt trung bình sẽ mọc thành cây là 18, với độ lệch chuẩn là 1.2. Bạn mua năm túi hạt giống khác nhau.

- a) Bạn kỳ vọng sẽ có bao nhiêu hạt bị hỏng?
- b) Độ lệch chuẩn là gì?

Câu 46.

Bạn sẽ chơi hai lượt của một trò chơi với cùng một đối thủ. Xác suất để bạn thắng lượt đầu tiên là 0.4. Nếu bạn thắng trận đầu, xác suất để bạn thắng trận thứ hai là 0.2. Nếu bạn thua trận đầu, xác suất để bạn thắng trận thứ hai là 0.3.

- a) Hai lượt chơi có độc lập với nhau hay không? Giải thích.
- b) Xác suất để bạn thua cả hai lượt chơi là gì?
- c) Xác suất để bạn thắng cả hai lượt chơi là gì?
- d) Gọi biến ngẫu nhiên X là số lượt chơi mà bạn thắng. Tìm mô hình xác suất cho X .
- e) Giá trị kỳ vọng và độ lệch chuẩn của X là bao nhiêu?

Câu 47.

Một cầu thủ bóng rổ ném thành công 80% số quả ném phạt mà anh ta được ném. Giả sử các lần ném là độc lập với nhau, tìm xác suất trong trận đấu tối nay mà anh ta

- a) ném hụt lần đầu tiên trong lần ném thứ năm
- b) ném thành công lần đầu tiên trong lần ném thứ tư
- c) ném thành công lần đầu tiên trong ba lần ném đầu tiên.
- d) Số lần ném kỳ vọng của cầu thủ này cho đến khi anh ta ném hụt là bao nhiêu?

Câu 48.

Giả sử vận động viên bắn cung trong Bài 3 bắn 10 mũi tên.

- a) Tìm giá trị trung bình và độ lệch chuẩn của số lần bắn trúng hồng tâm của người này
- b) Xác suất để cô ta không bắt trượt phát nào là bao nhiêu?
- c) Xác suất để có không quá 8 lần bắn trúng hồng tâm là bao nhiêu?
- d) Xác suất để có chính xác 8 lần bắn trúng hồng tâm là bao nhiêu?
- e) Xác suất để số lần cô ta bắn trúng hồng tâm nhiều hơn số lần bắn hụt là bao nhiêu?

Câu sau dựa trên dữ kiện về trò chơi Xì tố như sau. Trong một dạng chơi xì tố, bạn được chia 5 con bài. Người thắng sẽ là người có tổ hợp bài tốt nhất. Tổ hợp theo thứ tự từ xấu nhất đến tốt nhất như sau:

1. Không có đôi nào
2. Có một đôi (hai lá bài có cùng số)
3. Có hai đôi (hai cặp bài cùng số)
4. Bộ ba (ba lá bài cùng số)
5. Sảnh (năm lá bài theo thứ tự nhưng không đồng chất)
6. Thùng (năm lá bài cùng chất nhưng không có thứ tự, ví dụ 5 con bích)
7. Cù lũ (một bộ ba và một đôi)
8. Tứ quý (bốn lá bài cùng số)
9. Thùng phá sảnh (một dãy đồng chất, ví dụ 8, 9, 10, J, Q đều là chuồn)
10. Thùng phá sảnh lớn (là một thùng phá sảnh với xì là lá bài cao nhất)

Câu 49.

Trong trò chơi xì tố, tìm xác suất để có được:

- a) Thùng phá sảnh lớn?
- b) Tứ quý?
- c) Thùng?
- d) Cù lũ?
- e) Bộ ba?
- f) Không có thùng phá sảnh lớn?

5 Tổng kết

Thông qua các bài tập trong phần này, chúng ta đã hiểu rõ hơn và làm quen với các bài toán xác suất mà chi tiết về lý thuyết đã được trình bày trong slide chương 7.