Giảng viên ra đề:	*15-5-2024*	**Người phê duyệt:**	15-5-2024
Nguyễn An Khương et al.		*(Chữ ký và họ tên)*	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KH & KT MÁY TÍNH	**THI CUỐI KỲ**	Học kỳ / Năm học	2	2023-2024
		Ngày thi	13/06/2024	
	Môn học	Cấu trúc rời rạc cho KHMT		
	Mã môn học	CO1007		
	Thời lượng	90 phút	Mã đề	3111

Ghi chú: - Sinh viên được phép đem theo một tờ A4 viết tay và được dùng máy tính cầm tay.
- Chọn đáp án đúng nhất cho mỗi câu hỏi.
- Sinh viên nộp lại đề sau khi thi.

1. (L.O.4.1) Có sáu trạm phát sóng được bố trí cách nhau như trong bảng ở dưới đây (ví dụ như khoảng cách từ trạm một và trạm hai là 85 km, khoảng cách từ trạm ba đến trạm năm là 200 km). Biết rằng các trạm phát sóng không thể dùng chung một kênh nếu chúng cách nhau dưới 150 km (≤ 150). Hỏi trong trường hợp tối ưu về mặt bố trí, chúng ta cần có tối thiểu bao nhiêu kênh để có thể phát sóng các trạm trên?

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	—	85	175	200	50	100
2	85	—	125	175	100	160
3	175	125	—	100	200	250
4	200	175	100	—	210	220
5	50	100	200	210	—	100
6	100	160	250	220	100	—

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

2. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây không đúng?

A. Nếu ($m = 2$, và n lẻ), hoặc (m lẻ, và $n = 2$), thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một đường đi Euler.
B. Một biến cố có thể độc lập với chính nó.
C. Khi m và n chẵn, thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một chu trình Euler.
D. E và F là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi $\overline{E}$ và F là hai biến cố độc lập.

3. **(L.O.1.2)** Đồ thị chứa chu trình Hamilton được gọi là *Hamiltonian*. Đồ thị nào sau đây là *Hamiltonian*?

A. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{n,n}$ ($n \geq 2$.)
B. Tất cả phương án đều đúng.
C. Khối n chiều (hypercube) Q_n ($n \geq 2$)
D. Đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n ($n \geq 3$)

4. (L.O.3.2) Trong các thời khắc quan trọng của các sự kiện giao tranh khốc liệt trên địa cầu kể từ cuối năm 2023, cơ quan Inter-Pol ước tính rằng có khoảng M phần tử khủng bố (kẻ cực đoan bạo lực- máu lạnh, `brutal extremists`) trên toàn cầu. Chính phủ Hoa Kỳ hàng tuần đều quan sát một nhóm lớn H với số lượng cố định K du khách đến đất nước của họ, với $K > M$, và rồi chọn ngẫu nhiên k khách trong nhóm H để tạo thành mẫu ngẫu nhiên $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ có kích thước k, trong đó $M < k \ll K$. Số lượng kẻ khủng bố giả dạng du khách trong mẫu V được ký hiệu là Y, nhưng chúng ta không biết giá trị cụ thể của nó. Giá trị trung bình (`expected value`) những kẻ khủng bố có thể vào Hoa Kỳ mỗi tuần, $\mathbf{E}[Y]$, được ước tính là

A. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{k}{K}$. B. $\mathbf{E}[Y] = \dfrac{M}{K}$. C. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{M}{K}$. D. $\mathbf{E}[Y] = k\,\dfrac{M}{K}$.

5. **(L.O.4.2)** Ta tô màu một cách ngẫu nhiên với xác xuất như nhau các cạnh của đồ thị đầy đủ K_n bằng hai màu đỏ và xanh. Chọn ngẫu nhiên một tập con S gồm k đỉnh trong K_n. Gọi p là xác suất mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Và gọi m là kì vọng của số tất cả các tập con S gồm k đỉnh trong K_n mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Khi đó giá trị của bộ (p, m) là

A. $\left(\frac{1}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}, \frac{C(n,k)}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}\right)$. B. $\left(\frac{2}{k(k-1)}, \frac{2C(n,k)}{k(k-1)}\right)$. C. $\left(\frac{1}{k(k-1)}, \frac{C(n,k)}{k(k-1)}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2^{k(k-1)}}, \frac{C(n,k)}{2^{k(k-1)}}\right)$.

6. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{2,n}$ không là đồ thị phẳng với mọi $n \geq 1$.

B. Nếu hai đồ thị G_1 và G_2 có cùng số đỉnh, số cạnh, và cũng dãy bậc thì chúng sẽ đẳng cấu với nhau.

C. Trong một đồ thị đơn bất kì, luôn tồn tại một đường đi từ một đỉnh bậc lẻ đến một đỉnh bậc lẻ khác.

D. Nếu G_1 với H_1 đẳng cấu với nhau và G_2 với H_2 đẳng cấu với nhau, thì $G_1 \cup G_2$ với $H_1 \cup H_2$ cũng đẳng cấu với nhau.

7. **(L.O.1.2)** Cho một đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \geq 3)$ với mỗi cạnh trên vành bánh xe có trọng số là 2 và mỗi cạnh nối một đỉnh trên vành bánh xe với đỉnh trung tâm có trọng số là 3. Cây khung tối thiểu của đồ thị trên có tổng trọng số là bao nhiêu?

A. $2n + 1$ B. $2n$ C. $2n + 3$ D. $3n$

8. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc bằng 5. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 12. B. 8. C. 10. D. 14.

9. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 thành ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF_Path() với đỉnh bắt đầu là 'A', đỉnh cần đi là 'C'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V và P; hàm BF_Path, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, giá trị được trả về của hàm là:

A. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C" B. V={0,4,7,1,3},P={-1,3,4,0,0}

C. V={0,8,-1,1,3},P={-1,0,-1,0,0} D. Đáp án khác

10. (L.O.4.2) Một cửa hàng sách ước lượng rằng: Trong tổng số các khách hàng đến cửa hàng, có 30% khách cần hỏi nhân viên bán hàng, 20% khách mua sách và 15% khách thực hiện cả hai điều trên. Gặp ngẫu nhiên một khách trong nhà sách. Tính xác suất để người này không mua sách, biết rằng người này đã hỏi nhân viên bán hàng.

A. 1/2 B. 1/3 C. 1/4 D. 1/5

11. **(L.O.1.2)** Số lượng chu trình Hamilton phân biệt trong một đồ thị đầy đủ n đỉnh là ...

A. $(n-1)!$. B. $n!$. C. $n(n-1)/2$. D. at most $n!$.

12. **(L.O.1.2)** Nếu G một rừng với n đỉnh và c thành phần liên thông thì

A. G có ít nhất $n - c$ cạnh. B. G nhiều nhất $n - c$ cạnh.

C. G đúng $n - c$ cạnh. D. ta không thể xác định được số lượng cạnh chính xác của G.

13. **(L.O.4.1)** Giả sử K_n là đồ thị vô hướng đầy đủ với các đỉnh là $\{1, 2, ..., n\}$ và với mỗi cặp đỉnh $u, v \in \{1, 2, ..., n\}$, cạnh uv có trọng số $c_{uv} = u + v$. Hãy xác định một cây khung tối tiểu của đồ thị và từ đó suy ra được tổng cho phí trên cây khung tối tiểu này là ...

A. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 3$. B. $\frac{1}{2}n(n+1) - 1$. C. $\frac{1}{2}n(n+1) - 2$. D. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 2$.

14. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V({0,2,3,5,7}) và P({-1,0,0,0,0}); hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, khoảng cách ngắn nhất từ giá trị của biến V sau khi kết thúc hàm BF là?

A. V={0,4,7,1,3} B. V={0,2,3,1,3}

C. V={0,8,-1,1,3} D. Không thể xác định được V do V và P truyền vào không khớp đồ thị

15. (L.O.1.2) Một đồ thị **m phần đầy đủ (complete m-partite graph)** $K_{n_1,n_2,\dots,n_m}$ là đồ thị có các đỉnh được phân vùng (partitioned) vào m tập con $n_1, n_2, \dots, n_m$, và các đỉnh chỉ được nối với nhau khi chúng nằm trong các tập con khác nhau (nối đầy đủ).
Gợi ý: Chúng ta có thể xem đồ thị **m phần đầy đủ** là mở rộng của đồ thị phân đôi (bi-partite) đầy đủ có m phân vùng. Hỏi có bao nhiêu đỉnh (N) và cạnh (E) của đồ thị m phần đầy đủ $K_{n_1,n_2,\dots,n_m}$?

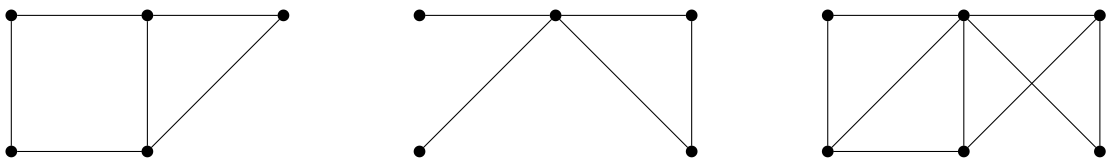
A. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1 \le i < j \le m} n_i n_j$.
B. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1 \le i < j \le n} n_i n_j$.
C. $N = \sum_{i=1}^{n} n_i$, $E = \sum_{1 \le i < j \le n} n_i n_j$.
D. Không có câu nào trong các đáp án trên là đúng.

Questions 16– 17 use the same assumption- definition below.
Giả sử đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ không liên thông với $p = 3$ thành phần liên thông, trong đó tập đỉnh V có tổng số $n = 16$ đỉnh và tập cạnh E có m cạnh.

16. (L.O.3.2) Khoảng tốt nhất $[L, U]$ giới hạn số cạnh m trong đồ thị G [có nghĩa là giới hạn dưới $L \le m$ và giới hạn trên $U \ge m$] là

A. $[L, U] = [13, 90]$.
B. $[L, U] = [13, 91]$.
C. $[L, U] = [14, 90]$.
D. $[L, U] = [15, 92]$.

17. (L.O.3.2) Đồ thị $G = (V, E)$ nói ở trên được sử dụng để thiết kế địa đồ cho một khu đô thị mới, gọi là **MA**, ở ngoại ô TP.HCM, ở đó đỉnh v là những tòa nhà cao tầng có cùng cấu trúc và mỗi cạnh $e = \{u, v\}$ là đoạn đường nối các tòa nhà u, v. Do khu vực này bao gồm 3 hòn đảo biệt lập nên nhóm kiến trúc sư ban đầu quy hoạch 3 ngôi làng biệt lập (rời nhau) là A, B, C khớp với các hòn đảo, và do đó, đồ thị G với $n = 16$ tòa nhà cao tầng và $p = 3$ thành phần liên thông rời nhau về cơ bản đáp ứng nhu cầu di chuyển "địa phương" của cư dân tương lai, xem hình bên dưới.



A B C

Tuy nhiên, để đáp ứng tốt hơn các tiện ích sinh sống của cư dân của khu dân cư mới **MA** (ví dụ, họ có thể hoàn toàn đi lại thuận tiện giữa tất cả các tòa nhà trong khu **MA**), nhóm kiến trúc sư quyết định thay đổi quy hoạch thành một thiết kế mới $G_* = (V, E_*)$, trong đó tất cả các tòa nhà $v \in V$ phải được kết nối với nhau nhờ một số đoạn đường mới $m_* = |E_*|$ thêm mà có thể lớn hơn $m = |E|$, số lượng đoạn đường cũ.
Theo bạn, để chắc chắn có thiết kế tốt G_*, ràng buộc chính xác nhất về số đoạn đường mới m_* là gì?

A. $m_* \ge m + n - p$.
B. $m_* \ge 111$.
C. $m_* \ge 121$.
D. $m_* \ge m + 16$.

18. **(L.O.4.2)** Xét nghiệm máu trong phòng thí nghiệm có hiệu quả 99% trong việc phát hiện một bệnh nhất định khi nó thực sự có mặt (nghĩa là, nếu một người thực sự mắc bệnh khi làm xét nghiệm sẽ cho kết quả dương tính với xác suất 99%). Tuy nhiên, xét nghiệm cũng cho kết quả "dương tính giả" đối với 1% số người khỏe mạnh được xét nghiệm. (Nghĩa là, nếu một người khỏe mạnh được xét nghiệm thì với xác suất 0,01, kết quả xét nghiệm sẽ cho thấy người đó mắc bệnh.) Nếu 0,5% dân số thực sự mắc bệnh, xác suất một người mắc bệnh là bao nhiêu khi kết quả xét nghiệm của anh ta dương tính?

A. 0.495.
B. 0.33.
C. 0.99.
D. Phương án khác.

19. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc ít nhất bằng 5 và có ít nhất một đỉnh bậc 8. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 15.
B. 12.
C. 14.
D. 16.

20. **(L.O.4.2)** Một gia đình có ba người con có tuổi khác nhau từng đôi một với tên là A, B, and C. Khi đó xác suất để A lớn tuổi hơn B, nếu biết rằng A lớn tuổi hơn C là ...

A. 2/3.
B. 1/3.
C. 1/2.
D. 3/4.

21. **(L.O.3.2)** Cho 2 biến ngẫu nhiên độc lập tuân theo phân phối nhị thức $X \sim Bin(n_1, p_1)$ và $Y \sim Bin(n_2, p_2)$. Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

A. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p_1 + p_2)$.
B. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$.
C. $X + Y \sim Bin(n, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$ và $n_1 = n_2 = n$.
D. Phương án khác.

22. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 4 đỉnh A, B, C, D gồm các cạnh AB, AC, AD, BD có cùng trọng số 2 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), khởi tạo hai mảng V và P lần lượt để chứa giá trị và đỉnh trước (previous) cho thuật toán Bell-man Ford rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'B'. Giả sử hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, các giá trị được trả về của hàm là:

A. chuỗi thể hiện đường đi "B A D"
B. V={-1,0,-1,-1},P={-1,-1,-1,-1}
C. V={2,0,-1,2},P={1,-1,-1,1}
D. Các đáp án khác đều sai

23. (L.O.3.2) Giả sử có $m > 0$ kẻ khủng bố trong nhóm G gồm N du khách đến Mỹ mỗi ngày. Trên thực tế, chúng ta cần một giả định thực tế hơn rằng $1 < m \leq N$, tất cả đều là số tự nhiên. Đặt $S = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$ là mẫu ngẫu nhiên được lấy bằng cách chọn ngẫu nhiên n khách b_i trong G, với điều kiện $m < n \ll N$. Số lượng kẻ khủng bố X trong mẫu S có thể được biểu thị bằng biến ngẫu nhiên có phân phối ...

A. nhị thức $\mathbf{Bin}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.
B. Bernoulli $\mathbf{B}(p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.
C. hình học $\mathbf{Geom}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.
D. nhị thức $\mathbf{Bin}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{n}$.

24. (L.O.3.1) Có một trò chơi diễn ra như sau: Người chơi và một máy tính của nhà cái sẽ chọn ngẫu nhiên năm số (có thể giống nhau) trong tập {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Người chơi phải trả \$2 để chơi và có thể kiếm được \$100.000 nếu bạn khớp tất cả năm số theo thứ tự (nhận lại được \$2 cộng với \$100.000 tiền thưởng). Hỏi trò chơi có công bằng không? và tại sao?

A. Trò chơi này là công bằng, bạn có thể kiếm được rất nhiều tiền.
B. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$1 mỗi lần chơi.
C. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$0.5 mỗi lần chơi.
D. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$1.5 mỗi lần chơi.

25. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm Traveling() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, câu nào sau đây không thể là giá trị trả về của hàm?

A. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C E A"
B. chuỗi thể hiện đường đi "A D E C B A"
C. chuỗi thể hiện đường đi "A E C B D A"
D. Đáp án khác

Solution 3111

1. C.
2. A.
3. B.
4. D.
5. A.
6. C.
7. A.
8. A.
9. D.
10. A.
11. A.
12. C.
13. A.
14. B.
15. A.
16. B.
17. C.
18. B.
19. A.
20. A.
21. B.
22. B.
23. A.
24. B.
25. D.

Giảng viên ra đề:	*15-5-2024*	**Người phê duyệt:**	15-5-2024
Nguyễn An Khương et al.		*(Chữ ký và họ tên)*	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM	**THI CUỐI KỲ**	Học kỳ / Năm học	2	2023-2024
KHOA KH & KT MÁY TÍNH		Ngày thi		13/06/2024
	Môn học	Cấu trúc rời rạc cho KHMT		
	Mã môn học	CO1007		
	Thời lượng	90 phút	Mã đề	3112

Ghi chú: - Sinh viên được phép đem theo một tờ A4 viết tay và được dùng máy tính cầm tay.
- Chọn đáp án đúng nhất cho mỗi câu hỏi.
- Sinh viên nộp lại đề sau khi thi.

1. **(L.O.4.2)** Ta tô màu một cách ngẫu nhiên với xác xuất như nhau các cạnh của đồ thị đầy đủ K_n bằng hai màu đỏ và xanh. Chọn ngẫu nhiên một tập con S gồm k đỉnh trong K_n. Gọi p là xác suất mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Và gọi m là kì vọng của số tất cả các tập con S gồm k đỉnh trong K_n mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Khi đó giá trị của bộ (p, m) là

A. $\left(\frac{1}{2^{k(k-1)}}, \frac{C(n,k)}{2^{k(k-1)}}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}, \frac{C(n,k)}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}\right)$. C. $\left(\frac{2}{k(k-1)}, \frac{2C(n,k)}{k(k-1)}\right)$. D. $\left(\frac{1}{k(k-1)}, \frac{C(n,k)}{k(k-1)}\right)$.

2. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc bằng 5. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 14. B. 12. C. 8. D. 10.

3. (L.O.4.1) Có sáu trạm phát sóng được bố trí cách nhau như trong bảng ở dưới đây (ví dụ như khoảng cách từ trạm một và trạm hai là 85 km, khoảng cách từ trạm ba đến trạm năm là 200 km). Biết rằng các trạm phát sóng không thể dùng chung một kênh nếu chúng cách nhau dưới 150 km (≤ 150). Hỏi trong trường hợp tối ưu về mặt bố trí, chúng ta cần có tối thiểu bao nhiêu kênh để có thể phát sóng các trạm trên?

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	—	85	175	200	50	100
2	85	—	125	175	100	160
3	175	125	—	100	200	250
4	200	175	100	—	210	220
5	50	100	200	210	—	100
6	100	160	250	220	100	—

A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

4. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây không đúng?

A. E và F là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi $\overline{E}$ và F là hai biến cố độc lập.
B. Nếu ($m = 2$, và n lẻ), hoặc (m lẻ, và $n = 2$), thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một đường đi Euler.
C. Một biến cố có thể độc lập với chính nó.
D. Khi m và n chẵn, thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một chu trình Euler.

5. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc ít nhất bằng 5 và có ít nhất một đỉnh bậc 8. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 16. B. 15. C. 12. D. 14.

6. (L.O.3.2) Trong các thời khắc quan trọng của các sự kiện giao tranh khốc liệt trên địa cầu kể từ cuối năm 2023, cơ quan Inter-Pol ước tính rằng có khoảng M phần tử khủng bố (kẻ cực đoan bạo lực- máu lạnh, `brutal extremists`) trên toàn cầu. Chính phủ Hoa Kỳ hàng tuần đều quan sát một nhóm lớn H với số lượng cố định K du khách đến đất nước của họ, với $K > M$, và rồi chọn ngẫu nhiên k khách trong nhóm H để tạo thành mẫu ngẫu nhiên $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ có kích thước k, trong đó $M < k \ll K$. Số lượng kẻ khủng bố giả dạng du khách trong mẫu V được ký hiệu là Y, nhưng chúng ta không biết giá trị cụ thể của nó. Giá trị trung bình (`expected value`) những kẻ khủng bố có thể vào Hoa Kỳ mỗi tuần, $\mathbf{E}[Y]$, được ước tính là

A. $\mathbf{E}[Y] = k\,\dfrac{M}{K}$. B. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{k}{K}$. C. $\mathbf{E}[Y] = \dfrac{M}{K}$. D. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{M}{K}$.

7. **(L.O.1.2)** Nếu G một rừng với n đỉnh và c thành phần liên thông thì

A. ta không thể xác định được số lượng cạnh chính xác của G. B. G có ít nhất $n - c$ cạnh.
C. G nhiều nhất $n - c$ cạnh. D. G đúng $n - c$ cạnh.

8. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Nếu G_1 với H_1 đẳng cấu với nhau và G_2 với H_2 đẳng cấu với nhau, thì $G_1 \cup G_2$ với $H_1 \cup H_2$ cũng đẳng cấu với nhau.
B. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{2,n}$ không là đồ thị phẳng với mọi $n \geq 1$.
C. Nếu hai đồ thị G_1 và G_2 có cùng số đỉnh, số cạnh, và cũng dãy bậc thì chúng sẽ đẳng cấu với nhau.
D. Trong một đồ thị đơn bất kì, luôn tồn tại một đường đi từ một đỉnh bậc lẻ đến một đỉnh bậc lẻ khác.

9. (L.O.3.2) Giả sử có $m > 0$ kẻ khủng bố trong nhóm G gồm N du khách đến Mỹ mỗi ngày. Trên thực tế, chúng ta cần một giả định thực tế hơn rằng $1 < m \leq N$, tất cả đều là số tự nhiên. Đặt $S = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$ là mẫu ngẫu nhiên được lấy bằng cách chọn ngẫu nhiên n khách b_i trong G, với điều kiện $m < n \ll N$. Số lượng kẻ khủng bố X trong mẫu S có thể được biểu thị bằng biến ngẫu nhiên có phân phối ...

A. nhị thức $\mathbf{Bin}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{n}$. B. nhị thức $\mathbf{Bin}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.
C. Bernoulli $\mathbf{B}(p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$. D. hình học $\mathbf{Geom}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.

10. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 4 đỉnh A, B, C, D gồm các cạnh AB, AC, AD, BD có cùng trọng số 2 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), khởi tạo hai mảng V và P lần lượt để chứa giá trị và đỉnh trước (previous) cho thuật toán Bell-man Ford rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'B'. Giả sử hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, các giá trị được trả về của hàm là:

A. Các đáp án khác đều sai B. chuỗi thể hiện đường đi "B A D"
C. V={-1,0,-1,-1},P={-1,-1,-1,-1} D. V={2,0,-1,2},P={1,-1,-1,1}

11. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 thành ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF_Path() với đỉnh bắt đầu là 'A', đỉnh cần đi là 'C'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V và P; hàm BF_Path, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, giá trị được trả về của hàm là:

A. Đáp án khác B. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C"
C. V={0,4,7,1,3},P={-1,3,4,0,0} D. V={0,8,-1,1,3},P={-1,0,-1,0,0}

12. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm Traveling() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, câu nào sau đây không thể là giá trị trả về của hàm?

A. Đáp án khác B. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C E A"
C. chuỗi thể hiện đường đi "A D E C B A" D. chuỗi thể hiện đường đi "A E C B D A"

13. **(L.O.3.2)** Cho 2 biến ngẫu nhiên độc lập tuân theo phân phối nhị thức $X \sim Bin(n_1, p_1)$ và $Y \sim Bin(n_2, p_2)$. Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

A. Phương án khác. B. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p_1 + p_2)$.
C. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$. D. $X + Y \sim Bin(n, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$ và $n_1 = n_2 = n$.

14. (L.O.1.2) Một đồ thị **m phần đầy đủ (complete m-partite graph)** $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$ là đồ thị có các đỉnh được phân vùng (partitioned) vào m tập con $n_1, n_2, \ldots, n_m$, và các đỉnh chỉ được nối với nhau khi chúng nằm trong các tập con khác nhau (nối đầy đủ).
Gợi ý: Chúng ta có thể xem đồ thị **m phần đầy đủ** là mở rộng của đồ thị phân đôi (bi-partite) đầy đủ có m phân vùng. Hỏi có bao nhiêu đỉnh (N) và cạnh (E) của đồ thị m phần đầy đủ $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$?

A. Không có câu nào trong các đáp án trên là đúng.
B. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1\le i<j\le m} n_i n_j$.
C. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1\le i<j\le n} n_i n_j$.
D. $N = \sum_{i=1}^{n} n_i$, $E = \sum_{1\le i<j\le n} n_i n_j$.

15. **(L.O.1.2)** Cho một đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \ge 3)$ với mỗi cạnh trên vành bánh xe có trọng số là 2 và mỗi cạnh nối một đỉnh trên vành bánh xe với đỉnh trung tâm có trọng số là 3. Cây khung tối thiểu của đồ thị trên có tổng trọng số là bao nhiêu?

A. $3n$
B. $2n+1$
C. $2n$
D. $2n+3$

16. **(L.O.4.2)** Xét nghiệm máu trong phòng thí nghiệm có hiệu quả 99% trong việc phát hiện một bệnh nhất định khi nó thực sự có mặt (nghĩa là, nếu một người thực sự mắc bệnh khi làm xét nghiệm sẽ cho kết quả dương tính với xác suất 99%). Tuy nhiên, xét nghiệm cũng cho kết quả "dương tính giả" đối với 1% số người khỏe mạnh được xét nghiệm. (Nghĩa là, nếu một người khỏe mạnh được xét nghiệm thì với xác suất 0,01, kết quả xét nghiệm sẽ cho thấy người đó mắc bệnh.) Nếu 0,5% dân số thực sự mắc bệnh, xác suất một người mắc bệnh là bao nhiêu khi kết quả xét nghiệm của anh ta dương tính?

A. Phương án khác.
B. 0.495.
C. 0.33.
D. 0.99.

17. **(L.O.4.1)** Giả sử K_n là đồ thị vô hướng đầy đủ với các đỉnh là $\{1, 2, ..., n\}$ và với mỗi cặp đỉnh $u, v \in \{1, 2, ..., n\}$, cạnh uv có trọng số $c_{uv} = u + v$. Hãy xác định một cây khung tối tiểu của đồ thị và từ đó suy ra được tổng cho phí trên cây khung tối tiểu này là ...

A. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 2$.
B. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 3$.
C. $\frac{1}{2}n(n+1) - 1$.
D. $\frac{1}{2}n(n+1) - 2$.

18. **(L.O.1.2)** Đồ thị chứa chu trình Hamilton được gọi là *Hamiltonian*. Đồ thị nào sau đây là *Hamiltonian*?

A. Đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \ge 3)$
B. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{n,n}$ $(n \ge 2.)$
C. Tất cả phương án đều đúng.
D. Khối n chiều (hypercube) Q_n $(n \ge 2)$

19. **(L.O.4.2)** Một gia đình có ba người con có tuổi khác nhau từng đôi một với tên là A, B, and C. Khi đó xác suất để A lớn tuổi hơn B, nếu biết rằng A lớn tuổi hơn C là ...

A. 3/4.
B. 2/3.
C. 1/3.
D. 1/2.

20. (L.O.4.2) Một cửa hàng sách ước lượng rằng: Trong tổng số các khách hàng đến cửa hàng, có 30% khách cần hỏi nhân viên bán hàng, 20% khách mua sách và 15% khách thực hiện cả hai điều trên. Gặp ngẫu nhiên một khách trong nhà sách. Tính xác suất để người này không mua sách, biết rằng người này đã hỏi nhân viên bán hàng.

A. 1/5
B. 1/2
C. 1/3
D. 1/4

21. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V({0,2,3,5,7}) và P({-1,0,0,0,0}); hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, khoảng cách ngắn nhất từ giá trị của biến V sau khi kết thúc hàm BF là?

A. Không thể xác định được V do V và P truyền vào không khớp đồ thị
B. V={0,4,7,1,3}
C. V={0,2,3,1,3}
D. V={0,8,-1,1,3}

22. **(L.O.1.2)** Số lượng chu trình Hamilton phân biệt trong một đồ thị đầy đủ n đỉnh là ...

A. at most $n!$.
B. $(n-1)!$.
C. $n!$.
D. $n(n-1)/2$.

23. (L.O.3.1) Có một trò chơi diễn ra như sau: Người chơi và một máy tính của nhà cái sẽ chọn ngẫu nhiên năm số (có thể giống nhau) trong tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Người chơi phải trả \$2 để chơi và có thể kiếm được \$100.000 nếu bạn khớp tất cả năm số theo thứ tự (nhận lại được \$2 cộng với \$100.000 tiền thưởng). Hỏi trò chơi có công bằng không? và tại sao?

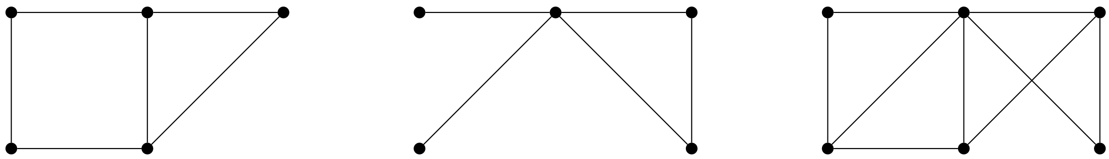
A. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$1.5 mỗi lần chơi.
B. Trò chơi này là công bằng, bạn có thể kiếm được rất nhiều tiền.
C. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$1 mỗi lần chơi.
D. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$0.5 mỗi lần chơi.

Questions 24– 25 use the same assumption- definition below.
Giả sử đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ không liên thông với $p = 3$ thành phần liên thông, trong đó tập đỉnh V có tổng số $n = 16$ đỉnh và tập cạnh E có m cạnh.

24. (L.O.3.2) Khoảng tốt nhất $[L, U]$ giới hạn số cạnh m trong đồ thị G [có nghĩa là giới hạn dưới $L \leq m$ và giới hạn trên $U \geq m$] là

A. $[L, U] = [15, 92]$. B. $[L, U] = [13, 90]$. C. $[L, U] = [13, 91]$. D. $[L, U] = [14, 90]$.

25. (L.O.3.2) Đồ thị $G = (V, E)$ nói ở trên được sử dụng để thiết kế địa đồ cho một khu đô thị mới, gọi là **MA**, ở ngoại ô TP.HCM, ở đó đỉnh v là những tòa nhà cao tầng có cùng cấu trúc và mỗi cạnh $e = \{u, v\}$ là đoạn đường nối các tòa nhà u, v. Do khu vực này bao gồm 3 hòn đảo biệt lập nên nhóm kiến trúc sư ban đầu quy hoạch 3 ngôi làng biệt lập (rời nhau) là A, B, C khớp với các hòn đảo, và do đó, đồ thị G với $n = 16$ tòa nhà cao tầng và $p = 3$ thành phần liên thông rời nhau về cơ bản đáp ứng nhu cầu di chuyển "địa phương" của cư dân tương lai, xem hình bên dưới.



A B C

Tuy nhiên, để đáp ứng tốt hơn các tiện ích sinh sống của cư dân của khu dân cư mới **MA** (ví dụ, họ có thể hoàn toàn đi lại thuận tiện giữa tất cả các tòa nhà trong khu **MA**), nhóm kiến trúc sư quyết định thay đổi quy hoạch thành một thiết kế mới $G_* = (V, E_*)$, trong đó tất cả các tòa nhà $v \in V$ phải được kết nối với nhau nhờ một số đoạn đường mới $m_* = |E_*|$ thêm mà có thể lớn hơn $m = |E|$, số lượng đoạn đường cũ. Theo bạn, để chắc chắn có thiết kế tốt G_*, ràng buộc chính xác nhất về số đoạn đường mới m_* là gì?

A. $m_* \geq m + 16$. B. $m_* \geq m + n - p$. C. $m_* \geq 111$. D. $m_* \geq 121$.

Solution 3112

1. B.
2. B.
3. D.
4. B.
5. B.
6. A.
7. D.
8. D.
9. B.
10. C.
11. A.
12. A.
13. C.
14. B.
15. B.
16. C.
17. B.
18. C.
19. B.
20. B.
21. C.
22. B.
23. C.
24. C.
25. D.

Giảng viên ra đề:	*15-5-2024*	**Người phê duyệt:**	15-5-2024
Nguyễn An Khương et al.		*(Chữ ký và họ tên)*	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM **KHOA KH & KT MÁY TÍNH**	**THI CUỐI KỲ**	Học kỳ / Năm học	2	2023-2024
		Ngày thi		13/06/2024
	Môn học	Cấu trúc rời rạc cho KHMT		
	Mã môn học	CO1007		
	Thời lượng	90 phút	Mã đề	3113

Ghi chú: - Sinh viên được phép đem theo một tờ A4 viết tay và được dùng máy tính cầm tay.
- Chọn đáp án đúng nhất cho mỗi câu hỏi.
- Sinh viên nộp lại đề sau khi thi.

1. **(L.O.4.2)** Một gia đình có ba người con có tuổi khác nhau từng đôi một với tên là A, B, and C. Khi đó xác suất để A lớn tuổi hơn B, nếu biết rằng A lớn tuổi hơn C là ...

A. 2/3. B. 3/4. C. 1/3. D. 1/2.

2. **(L.O.1.2)** Nếu G một rừng với n đỉnh và c thành phần liên thông thì

A. G có ít nhất $n-c$ cạnh.
B. ta không thể xác định được số lượng cạnh chính xác của G.
C. G nhiều nhất $n-c$ cạnh.
D. G đúng $n-c$ cạnh.

3. **(L.O.1.2)** Đồ thị chứa chu trình Hamilton được gọi là *Hamiltonian*. Đồ thị nào sau đây là *Hamiltonian*?

A. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{n,n}$ $(n \geq 2.)$
B. Đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \geq 3)$
C. Tất cả phương án đều đúng.
D. Khối n chiều (hypercube) Q_n $(n \geq 2)$

4. (L.O.4.1) Có sáu trạm phát sóng được bố trí cách nhau như trong bảng ở dưới đây (ví dụ như khoảng cách từ trạm một và trạm hai là 85 km, khoảng cách từ trạm ba đến trạm năm là 200 km). Biết rằng các trạm phát sóng không thể dùng chung một kênh nếu chúng cách nhau dưới 150 km (≤ 150). Hỏi trong trường hợp tối ưu về mặt bố trí, chúng ta cần có tối thiểu bao nhiêu kênh để có thể phát sóng các trạm trên?

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	—	85	175	200	50	100
2	85	—	125	175	100	160
3	175	125	—	100	200	250
4	200	175	100	—	210	220
5	50	100	200	210	—	100
6	100	160	250	220	100	—

A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

5. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây không đúng?

A. Nếu ($m = 2$, và n lẻ), hoặc (m lẻ, và $n = 2$), thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một đường đi Euler.
B. E và F là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi $\overline{E}$ và F là hai biến cố độc lập.
C. Một biến cố có thể độc lập với chính nó.
D. Khi m và n chẵn, thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một chu trình Euler.

6. (L.O.3.1) Có một trò chơi diễn ra như sau: Người chơi và một máy tính của nhà cái sẽ chọn ngẫu nhiên năm số (có thể giống nhau) trong tập {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Người chơi phải trả \$2 để chơi và có thể kiếm được \$100.000 nếu bạn khớp tất cả năm số theo thứ tự (nhận lại được \$2 cộng với \$100.000 tiền thưởng). Hỏi trò chơi có công bằng không? và tại sao?

A. Trò chơi này là công bằng, bạn có thể kiếm được rất nhiều tiền.
B. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất ≈ \$1.5 mỗi lần chơi.
C. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất ≈ \$1 mỗi lần chơi.
D. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất ≈ \$0.5 mỗi lần chơi.

7. **(L.O.3.2)** Cho 2 biến ngẫu nhiên độc lập tuân theo phân phối nhị thức $X \sim Bin(n_1, p_1)$ và $Y \sim Bin(n_2, p_2)$. Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

A. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p_1 + p_2)$.
B. Phương án khác.
C. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$.
D. $X + Y \sim Bin(n, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$ và $n_1 = n_2 = n$.

8. **(L.O.4.1)** Giả sử K_n là đồ thị vô hướng đầy đủ với các đỉnh là $\{1, 2, ..., n\}$ và với mỗi cặp đỉnh $u, v \in \{1, 2, ..., n\}$, cạnh uv có trọng số $c_{uv} = u + v$. Hãy xác định một cây khung tối tiểu của đồ thị và từ đó suy ra được tổng cho phí trên cây khung tối tiểu này là ...

A. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 3$.
B. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 2$.
C. $\frac{1}{2}n(n+1) - 1$.
D. $\frac{1}{2}n(n+1) - 2$.

9. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 thành ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF_Path() với đỉnh bắt đầu là 'A', đỉnh cần đi là 'C'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V và P; hàm BF_Path, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, giá trị được trả về của hàm là:

A. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C"
B. Đáp án khác
C. V={0,4,7,1,3},P={-1,3,4,0,0}
D. V={0,8,-1,1,3},P={-1,0,-1,0,0}

10. (L.O.3.2) Giả sử có $m > 0$ kẻ khủng bố trong nhóm G gồm N du khách đến Mỹ mỗi ngày. Trên thực tế, chúng ta cần một giả định thực tế hơn rằng $1 < m \leq N$, tất cả đều là số tự nhiên. Đặt $S = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$ là mẫu ngẫu nhiên được lấy bằng cách chọn ngẫu nhiên n khách b_i trong G, với điều kiện $m < n \ll N$. Số lượng kẻ khủng bố X trong mẫu S có thể được biểu thị bằng biến ngẫu nhiên có phân phối ...

A. nhị thức $\mathbf{Bin}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.
B. nhị thức $\mathbf{Bin}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{n}$.
C. Bernoulli $\mathbf{B}(p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.
D. hình học $\mathbf{Geom}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.

11. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc bằng 5. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 12.
B. 14.
C. 8.
D. 10.

12. **(L.O.1.2)** Số lượng chu trình Hamilton phân biệt trong một đồ thị đầy đủ n đỉnh là ...

A. $(n-1)!$.
B. at most $n!$.
C. $n!$.
D. $n(n-1)/2$.

13. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm Traveling() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, câu nào sau đây không thể là giá trị trả về của hàm?

A. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C E A"
B. Đáp án khác
C. chuỗi thể hiện đường đi "A D E C B A"
D. chuỗi thể hiện đường đi "A E C B D A"

14. (L.O.3.2) Trong các thời khắc quan trọng của các sự kiện giao tranh khốc liệt trên địa cầu kể từ cuối năm 2023, cơ quan Inter-Pol ước tính rằng có khoảng M phần tử khủng bố (kẻ cực đoan bạo lực- máu lạnh, `brutal extremists`) trên toàn cầu. Chính phủ Hoa Kỳ hàng tuần đều quan sát một nhóm lớn H với số lượng cố định K du khách đến đất nước của họ, với $K > M$, và rồi chọn ngẫu nhiên k khách trong nhóm H để tạo thành mẫu ngẫu nhiên $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ có kích thước k, trong đó $M < k \ll K$. Số lượng kẻ khủng bố giả dạng du khách trong mẫu V được ký hiệu là Y, nhưng chúng ta không biết giá trị cụ thể của nó. Giá trị trung bình (`expected value`) những kẻ khủng bố có thể vào Hoa Kỳ mỗi tuần, $\mathbf{E}[Y]$, được ước tính là

A. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{k}{K}$.
B. $\mathbf{E}[Y] = k\,\dfrac{M}{K}$.
C. $\mathbf{E}[Y] = \dfrac{M}{K}$.
D. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{M}{K}$.

15. **(L.O.4.2)** Xét nghiệm máu trong phòng thí nghiệm có hiệu quả 99% trong việc phát hiện một bệnh nhất định khi nó thực sự có mặt (nghĩa là, nếu một người thực sự mắc bệnh khi làm xét nghiệm sẽ cho kết quả dương tính với xác suất 99%). Tuy nhiên, xét nghiệm cũng cho kết quả “dương tính giả” đối với 1% số người khỏe mạnh được xét nghiệm. (Nghĩa là, nếu một người khỏe mạnh được xét nghiệm thì với xác suất 0,01, kết quả xét nghiệm sẽ cho thấy người đó mắc bệnh.) Nếu 0,5% dân số thực sự mắc bệnh, xác suất một người mắc bệnh là bao nhiêu khi kết quả xét nghiệm của anh ta dương tính?

A. 0.495. B. Phương án khác. C. 0.33. D. 0.99.

16. **(L.O.1.2)** Cho một đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \geq 3)$ với mỗi cạnh trên vành bánh xe có trọng số là 2 và mỗi cạnh nối một đỉnh trên vành bánh xe với đỉnh trung tâm có trọng số là 3. Cây khung tối thiểu của đồ thị trên có tổng trọng số là bao nhiêu?

A. $2n+1$ B. $3n$ C. $2n$ D. $2n+3$

17. (L.O.1.2) Một đồ thị **m phần đầy đủ (complete m-partite graph)** $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$ là đồ thị có các đỉnh được phân vùng (partitioned) vào m tập con $n_1, n_2, \ldots, n_m$, và các đỉnh chỉ được nối với nhau khi chúng nằm trong các tập con khác nhau (nối đầy đủ).
Gợi ý: Chúng ta có thể xem đồ thị **m phần đầy đủ** là mở rộng của đồ thị phân đôi (bi-partite) đầy đủ có m phân vùng. Hỏi có bao nhiêu đỉnh (N) và cạnh (E) của đồ thị m phần đầy đủ $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$?

A. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1\leq i<j\leq m} n_i n_j$.
B. Không có câu nào trong các đáp án trên là đúng.
C. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1\leq i<j\leq n} n_i n_j$.
D. $N = \sum_{i=1}^{n} n_i$, $E = \sum_{1\leq i<j\leq n} n_i n_j$.

18. (L.O.4.2) Một cửa hàng sách ước lượng rằng: Trong tổng số các khách hàng đến cửa hàng, có 30% khách cần hỏi nhân viên bán hàng, 20% khách mua sách và 15% khách thực hiện cả hai điều trên. Gặp ngẫu nhiên một khách trong nhà sách. Tính xác suất để người này không mua sách, biết rằng người này đã hỏi nhân viên bán hàng.

A. 1/2 B. 1/5 C. 1/3 D. 1/4

19. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 4 đỉnh A, B, C, D gồm các cạnh AB, AC, AD, BD có cùng trọng số 2 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), khởi tạo hai mảng V và P lần lượt để chứa giá trị và đỉnh trước (previous) cho thuật toán Bell-man Ford rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là ’B’. Giả sử hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, các giá trị được trả về của hàm là:

A. chuỗi thể hiện đường đi "B A D"
B. Các đáp án khác đều sai
C. V={-1,0,-1,-1},P={-1,-1,-1,-1}
D. V={2,0,-1,2},P={1,-1,-1,1}

20. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{2,n}$ không là đồ thị phẳng với mọi $n \geq 1$.
B. Nếu G_1 với H_1 đẳng cấu với nhau và G_2 với H_2 đẳng cấu với nhau, thì $G_1 \cup G_2$ với $H_1 \cup H_2$ cũng đẳng cấu với nhau.
C. Nếu hai đồ thị G_1 và G_2 có cùng số đỉnh, số cạnh, và cũng dãy bậc thì chúng sẽ đẳng cấu với nhau.
D. Trong một đồ thị đơn bất kì, luôn tồn tại một đường đi từ một đỉnh bậc lẻ đến một đỉnh bậc lẻ khác.

21. **(L.O.4.2)** Ta tô màu một cách ngẫu nhiên với xác xuất như nhau các cạnh của đồ thị đầy đủ K_n bằng hai màu đỏ và xanh. Chọn ngẫu nhiên một tập con S gồm k đỉnh trong K_n. Gọi p là xác suất mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Và gọi m là kì vọng của số tất cả các tập con S gồm k đỉnh trong K_n mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Khi đó giá trị của bộ (p, m) là

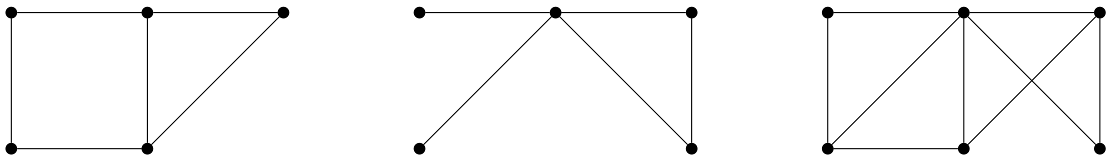
A. $\left(\frac{1}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}, \frac{C(n,k)}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2^{k(k-1)}}, \frac{C(n,k)}{2^{k(k-1)}}\right)$. C. $\left(\frac{2}{k(k-1)}, \frac{2C(n,k)}{k(k-1)}\right)$. D. $\left(\frac{1}{k(k-1)}, \frac{C(n,k)}{k(k-1)}\right)$.

Questions 22– 23 use the same assumption- definition below.
Giả sử đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ không liên thông với $p = 3$ thành phần liên thông, trong đó tập đỉnh V có tổng số $n = 16$ đỉnh và tập cạnh E có m cạnh.

22. (L.O.3.2) Khoảng tốt nhất $[L, U]$ giới hạn số cạnh m trong đồ thị G [có nghĩa là giới hạn dưới $L \leq m$ và giới hạn trên $U \geq m$] là

A. $[L, U] = [13, 90]$. B. $[L, U] = [15, 92]$. C. $[L, U] = [13, 91]$. D. $[L, U] = [14, 90]$.

23. (L.O.3.2) Đồ thị $G = (V, E)$ nói ở trên được sử dụng để thiết kế địa đồ cho một khu đô thị mới, gọi là **MA**, ở ngoại ô TP.HCM, ở đó đỉnh v là những tòa nhà cao tầng có cùng cấu trúc và mỗi cạnh $e = \{u, v\}$ là đoạn đường nối các tòa nhà u, v. Do khu vực này bao gồm 3 hòn đảo biệt lập nên nhóm kiến trúc sư ban đầu quy hoạch 3 ngôi làng biệt lập (rời nhau) là A, B, C khớp với các hòn đảo, và do đó, đồ thị G với $n = 16$ tòa nhà cao tầng và $p = 3$ thành phần liên thông rời nhau về cơ bản đáp ứng nhu cầu di chuyển "địa phương" của cư dân tương lai, xem hình bên dưới.



A B C

Tuy nhiên, để đáp ứng tốt hơn các tiện ích sinh sống của cư dân của khu dân cư mới **MA** (ví dụ, họ có thể hoàn toàn đi lại thuận tiện giữa tất cả các tòa nhà trong khu **MA**), nhóm kiến trúc sư quyết định thay đổi quy hoạch thành một thiết kế mới $G_* = (V, E_*)$, trong đó tất cả các tòa nhà $v \in V$ phải được kết nối với nhau nhờ một số đoạn đường mới $m_* = |E_*|$ thêm mà có thể lớn hơn $m = |E|$, số lượng đoạn đường cũ. Theo bạn, để chắc chắn có thiết kế tốt G_*, ràng buộc chính xác nhất về số đoạn đường mới m_* là gì?

A. $m_* \geq m + n - p$.
B. $m_* \geq m + 16$.
C. $m_* \geq 111$.
D. $m_* \geq 121$.

24. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V({0,2,3,5,7}) và P({-1,0,0,0,0}); hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, khoảng cách ngắn nhất từ giá trị của biến V sau khi kết thúc hàm BF là?

A. V={0,4,7,1,3}
B. Không thể xác định được V do V và P truyền vào không khớp đồ thị
C. V={0,2,3,1,3}
D. V={0,8,-1,1,3}

25. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc ít nhất bằng 5 và có ít nhất một đỉnh bậc 8. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 15.
B. 16.
C. 12.
D. 14.

Solution 3113

1. A.
2. D.
3. C.
4. D.
5. A.
6. C.
7. C.
8. A.
9. B.
10. A.
11. A.
12. A.
13. B.
14. B.
15. C.
16. A.
17. A.
18. A.
19. C.
20. D.
21. A.
22. C.
23. D.
24. C.
25. A.

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KH & KT MÁY TÍNH	THI CUỐI KỲ		Học kỳ / Năm học	2	2023-2024
			Ngày thi		13/06/2024
	Môn học	Cấu trúc rời rạc cho KHMT			
	Mã môn học	CO1007			
	Thời lượng	90 phút	Mã đề		3114

Ghi chú: - Sinh viên được phép đem theo một tờ A4 viết tay và được dùng máy tính cầm tay.
- Chọn đáp án đúng nhất cho mỗi câu hỏi.
- Sinh viên nộp lại đề sau khi thi.

1. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm Traveling() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, câu nào sau đây không thể là giá trị trả về của hàm?

A. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C E A"
B. chuỗi thể hiện đường đi "A E C B D A"
C. chuỗi thể hiện đường đi "A D E C B A"
D. Đáp án khác

2. (L.O.3.1) Có một trò chơi diễn ra như sau: Người chơi và một máy tính của nhà cái sẽ chọn ngẫu nhiên năm số (có thể giống nhau) trong tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Người chơi phải trả \$2 để chơi và có thể kiếm được \$100.000 nếu bạn khớp tất cả năm số theo thứ tự (nhận lại được \$2 cộng với \$100.000 tiền thưởng). Hỏi trò chơi có công bằng không? và tại sao?

A. Trò chơi này là công bằng, bạn có thể kiếm được rất nhiều tiền.
B. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$0.5 mỗi lần chơi.
C. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$1 mỗi lần chơi.
D. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$1.5 mỗi lần chơi.

3. **(L.O.4.2)** Một gia đình có ba người con có tuổi khác nhau từng đôi một với tên là A, B, and C. Khi đó xác suất để A lớn tuổi hơn B, nếu biết rằng A lớn tuổi hơn C là ...

A. 2/3.
B. 1/2.
C. 1/3.
D. 3/4.

4. (L.O.1.2) Một đồ thị **m phần đầy đủ (complete m-partite graph)** $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$ là đồ thị có các đỉnh được phân vùng (partitioned) vào m tập con $n_1, n_2, \ldots, n_m$, và các đỉnh chỉ được nối với nhau khi chúng nằm trong các tập con khác nhau (nối đầy đủ).
Gợi ý: Chúng ta có thể xem đồ thị **m phần đầy đủ** là mở rộng của đồ thị phân đôi (bi-partite) đầy đủ có m phân vùng. Hỏi có bao nhiêu đỉnh (N) và cạnh (E) của đồ thị m phần đầy đủ $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$?

A. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1\le i<j\le m} n_i n_j$.
B. $N = \sum_{i=1}^{n} n_i$, $E = \sum_{1\le i<j\le n} n_i n_j$.
C. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1\le i<j\le n} n_i n_j$.
D. Không có câu nào trong các đáp án trên là đúng.

5. (L.O.4.1) Có sáu trạm phát sóng được bố trí cách nhau như trong bảng ở dưới đây (ví dụ như khoảng cách từ trạm một và trạm hai là 85 km, khoảng cách từ trạm ba đến trạm năm là 200 km). Biết rằng các trạm phát sóng không thể dùng chung một kênh nếu chúng cách nhau dưới 150 km (≤ 150). Hỏi trong trường hợp tối ưu về mặt bố trí, chúng ta cần có tối thiểu bao nhiêu kênh để có thể phát sóng các trạm trên?

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	—	85	175	200	50	100
2	85	—	125	175	100	160
3	175	125	—	100	200	250
4	200	175	100	—	210	220
5	50	100	200	210	—	100
6	100	160	250	220	100	—

A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

6. **(L.O.1.2)** Số lượng chu trình Hamilton phân biệt trong một đồ thị đầy đủ n đỉnh là ...

A. $(n-1)!$. B. $n(n-1)/2$. C. $n!$. D. at most $n!$.

7. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 thành ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF_Path() với đỉnh bắt đầu là 'A', đỉnh cần đi là 'C'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V và P; hàm BF_Path, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, giá trị được trả về của hàm là:

A. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C"
B. V={0,8,-1,1,3},P={-1,0,-1,0,0}
C. V={0,4,7,1,3},P={-1,3,4,0,0}
D. Đáp án khác

8. **(L.O.1.2)** Cho một đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n ($n \geq 3$) với mỗi cạnh trên vành bánh xe có trọng số là 2 và mỗi cạnh nối một đỉnh trên vành bánh xe với đỉnh trung tâm có trọng số là 3. Cây khung tối thiểu của đồ thị trên có tổng trọng số là bao nhiêu?

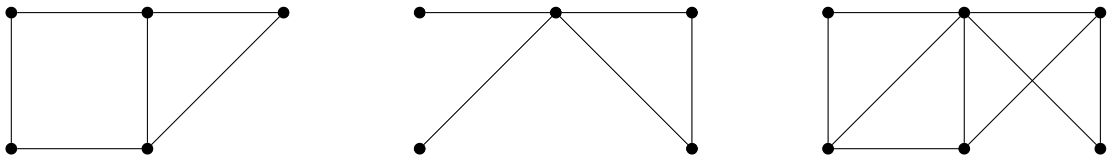
A. $2n+1$ B. $2n+3$ C. $2n$ D. $3n$

Questions 9– 10 use the same assumption- definition below.
Giả sử đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ không liên thông với $p = 3$ thành phần liên thông, trong đó tập đỉnh V có tổng số $n = 16$ đỉnh và tập cạnh E có m cạnh.

9. (L.O.3.2) Khoảng tốt nhất $[L, U]$ giới hạn số cạnh m trong đồ thị G [có nghĩa là giới hạn dưới $L \leq m$ và giới hạn trên $U \geq m$] là

A. $[L, U] = [13, 90]$. B. $[L, U] = [14, 90]$. C. $[L, U] = [13, 91]$. D. $[L, U] = [15, 92]$.

10. (L.O.3.2) Đồ thị $G = (V, E)$ nói ở trên được sử dụng để thiết kế địa đồ cho một khu đô thị mới, gọi là **MA**, ở ngoại ô TP.HCM, ở đó đỉnh v là những tòa nhà cao tầng có cùng cấu trúc và mỗi cạnh $e = \{u, v\}$ là đoạn đường nối các tòa nhà u, v. Do khu vực này bao gồm 3 hòn đảo biệt lập nên nhóm kiến trúc sư ban đầu quy hoạch 3 ngôi làng biệt lập (rời nhau) là A, B, C khớp với các hòn đảo, và do đó, đồ thị G với $n = 16$ tòa nhà cao tầng và $p = 3$ thành phần liên thông rời nhau về cơ bản đáp ứng nhu cầu di chuyển "địa phương" của cư dân tương lai, xem hình bên dưới.



A B C

Tuy nhiên, để đáp ứng tốt hơn các tiện ích sinh sống của cư dân của khu dân cư mới **MA** (ví dụ, họ có thể hoàn toàn đi lại thuận tiện giữa tất cả các tòa nhà trong khu **MA**), nhóm kiến trúc sư quyết định thay đổi quy hoạch thành một thiết kế mới $G_* = (V, E_*)$, trong đó tất cả các tòa nhà $v \in V$ phải được kết nối với nhau nhờ một số đoạn đường mới $m_* = |E_*|$ thêm mà có thể lớn hơn $m = |E|$, số lượng đoạn đường cũ. Theo bạn, để chắc chắn có thiết kế tốt G_*, ràng buộc chính xác nhất về số đoạn đường mới m_* là gì?

A. $m_* \geq m + n - p$. B. $m_* \geq 121$. C. $m_* \geq 111$. D. $m_* \geq m + 16$.

11. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 4 đỉnh A, B, C, D gồm các cạnh AB, AC, AD, BD có cùng trọng số 2 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), khởi tạo hai mảng V và P lần lượt để chứa giá trị và đỉnh trước (previous) cho thuật toán Bell-man Ford rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'B'. Giả sử hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, các giá trị được trả về của hàm là:

A. chuỗi thể hiện đường đi "B A D"
B. V={2,0,-1,2},P={1,-1,-1,1}
C. V={-1,0,-1,-1},P={-1,-1,-1,-1}
D. Các đáp án khác đều sai

12. (L.O.3.2) Giả sử có $m > 0$ kẻ khủng bố trong nhóm G gồm N du khách đến Mỹ mỗi ngày. Trên thực tế, chúng ta cần một giả định thực tế hơn rằng $1 < m \leq N$, tất cả đều là số tự nhiên. Đặt $S = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$ là mẫu ngẫu nhiên được lấy bằng cách chọn ngẫu nhiên n khách b_i trong G, với điều kiện $m < n \ll N$. Số lượng kẻ khủng bố X trong mẫu S có thể được biểu thị bằng biến ngẫu nhiên có phân phối ...

A. nhị thức $\mathbf{Bin}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.
B. hình học $\mathbf{Geom}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.
C. Bernoulli $\mathbf{B}(p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.
D. nhị thức $\mathbf{Bin}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{n}$.

13. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc ít nhất bằng 5 và có ít nhất một đỉnh bậc 8. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 15. B. 14. C. 12. D. 16.

14. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây không đúng?

A. Nếu ($m = 2$, và n lẻ), hoặc (m lẻ, và $n = 2$), thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một đường đi Euler.
B. Khi m và n chẵn, thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một chu trình Euler.
C. Một biến cố có thể độc lập với chính nó.
D. E và F là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi $\overline{E}$ và F là hai biến cố độc lập.

15. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{2,n}$ không là đồ thị phẳng với mọi $n \geq 1$.
B. Trong một đồ thị đơn bất kì, luôn tồn tại một đường đi từ một đỉnh bậc lẻ đến một đỉnh bậc lẻ khác.
C. Nếu hai đồ thị G_1 và G_2 có cùng số đỉnh, số cạnh, và cũng dãy bậc thì chúng sẽ đẳng cấu với nhau.
D. Nếu G_1 với H_1 đẳng cấu với nhau và G_2 với H_2 đẳng cấu với nhau, thì $G_1 \cup G_2$ với $H_1 \cup H_2$ cũng đẳng cấu với nhau.

16. **(L.O.1.2)** Nếu G một rừng với n đỉnh và c thành phần liên thông thì

A. G có ít nhất $n - c$ cạnh. B. G đúng $n - c$ cạnh. C. G nhiều nhất $n - c$ cạnh.
D. ta không thể xác định được số lượng cạnh chính xác của G.

17. **(L.O.4.2)** Ta tô màu một cách ngẫu nhiên với xác xuất như nhau các cạnh của đồ thị đầy đủ K_n bằng hai màu đỏ và xanh. Chọn ngẫu nhiên một tập con S gồm k đỉnh trong K_n. Gọi p là xác suất mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Và gọi m là kì vọng của số tất cả các tập con S gồm k đỉnh trong K_n mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Khi đó giá trị của bộ (p, m) là

A. $\left(\frac{1}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}, \frac{C(n,k)}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}\right)$. B. $\left(\frac{1}{k(k-1)}, \frac{C(n,k)}{k(k-1)}\right)$. C. $\left(\frac{2}{k(k-1)}, \frac{2C(n,k)}{k(k-1)}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2^{k(k-1)}}, \frac{C(n,k)}{2^{k(k-1)}}\right)$.

18. **(L.O.4.1)** Giả sử K_n là đồ thị vô hướng đầy đủ với các đỉnh là $\{1, 2, ..., n\}$ và với mỗi cặp đỉnh $u, v \in \{1, 2, ..., n\}$, cạnh uv có trọng số $c_{uv} = u + v$. Hãy xác định một cây khung tối tiểu của đồ thị và từ đó suy ra được tổng cho phí trên cây khung tối tiểu này là ...

A. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 3$. B. $\frac{1}{2}n(n+1) - 2$. C. $\frac{1}{2}n(n+1) - 1$. D. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 2$.

19. (L.O.4.2) Một cửa hàng sách ước lượng rằng: Trong tổng số các khách hàng đến cửa hàng, có 30% khách cần hỏi nhân viên bán hàng, 20% khách mua sách và 15% khách thực hiện cả hai điều trên. Gặp ngẫu nhiên một khách trong nhà sách. Tính xác suất để người này không mua sách, biết rằng người này đã hỏi nhân viên bán hàng.

A. 1/2 B. 1/4 C. 1/3 D. 1/5

20. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V({0,2,3,5,7}) và P({-1,0,0,0,0}); hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, khoảng cách ngắn nhất từ giá trị của biến V sau khi kết thúc hàm BF là?

A. V={0,4,7,1,3}
B. V={0,8,-1,1,3}
C. V={0,2,3,1,3}
D. Không thể xác định được V do V và P truyền vào không khớp đồ thị

21. (L.O.3.2) Trong các thời khắc quan trọng của các sự kiện giao tranh khốc liệt trên địa cầu kể từ cuối năm 2023, cơ quan Inter-Pol ước tính rằng có khoảng M phần tử khủng bố (kẻ cực đoan bạo lực- máu lạnh, `brutal extremists`) trên toàn cầu. Chính phủ Hoa Kỳ hàng tuần đều quan sát một nhóm lớn H với số lượng cố định K du khách đến đất nước của họ, với $K > M$, và rồi chọn ngẫu nhiên k khách trong nhóm H để tạo thành mẫu ngẫu nhiên $V = \{v_1, v_2, \dots, v_k\}$ có kích thước k, trong đó $M < k \ll K$. Số lượng kẻ khủng bố giả dạng du khách trong mẫu V được ký hiệu là Y, nhưng chúng ta không biết giá trị cụ thể của nó. Giá trị trung bình (`expected value`) những kẻ khủng bố có thể vào Hoa Kỳ mỗi tuần, $\mathbf{E}[Y]$, được ước tính là

A. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{k}{K}$. B. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{M}{K}$. C. $\mathbf{E}[Y] = \dfrac{M}{K}$. D. $\mathbf{E}[Y] = k\,\dfrac{M}{K}$.

22. **(L.O.1.2)** Đồ thị chứa chu trình Hamilton được gọi là *Hamiltonian*. Đồ thị nào sau đây là *Hamiltonian*?

A. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{n,n}$ $(n \geq 2.)$
B. Khối n chiều (hypercube) Q_n $(n \geq 2)$
C. Tất cả phương án đều đúng.
D. Đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \geq 3)$

23. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc bằng 5. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 12. B. 10. C. 8. D. 14.

24. **(L.O.3.2)** Cho 2 biến ngẫu nhiên độc lập tuân theo phân phối nhị thức $X \sim Bin(n_1, p_1)$ và $Y \sim Bin(n_2, p_2)$. Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

A. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p_1 + p_2)$.
B. $X + Y \sim Bin(n, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$ và $n_1 = n_2 = n$.
C. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$.
D. Phương án khác.

25. **(L.O.4.2)** Xét nghiệm máu trong phòng thí nghiệm có hiệu quả 99% trong việc phát hiện một bệnh nhất định khi nó thực sự có mặt (nghĩa là, nếu một người thực sự mắc bệnh khi làm xét nghiệm sẽ cho kết quả dương tính với xác suất 99%). Tuy nhiên, xét nghiệm cũng cho kết quả "dương tính giả" đối với 1% số người khỏe mạnh được xét nghiệm. (Nghĩa là, nếu một người khỏe mạnh được xét nghiệm thì với xác suất 0,01, kết quả xét nghiệm sẽ cho thấy người đó mắc bệnh.) Nếu 0,5% dân số thực sự mắc bệnh, xác suất một người mắc bệnh là bao nhiêu khi kết quả xét nghiệm của anh ta dương tính?

A. 0.495. B. 0.99. C. 0.33. D. Phương án khác.

Solution 3114

1. D.
2. C.
3. A.
4. A.
5. B.
6. A.
7. D.
8. A.
9. C.
10. B.
11. C.
12. A.
13. A.
14. A.
15. B.
16. B.
17. A.
18. A.
19. A.
20. C.
21. D.
22. C.
23. A.
24. C.
25. C.

Giảng viên ra đề:	*15-5-2024*	Người phê duyệt:	15-5-2024
Nguyễn An Khương et al.		*(Chữ ký và họ tên)*	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KH & KT MÁY TÍNH	THI CUỐI KỲ	Học kỳ / Năm học	2	2023-2024
		Ngày thi	13/06/2024	
	Môn học	Cấu trúc rời rạc cho KHMT		
	Mã môn học	CO1007		
	Thời lượng	90 phút	Mã đề	3115

Ghi chú: - Sinh viên được phép đem theo một tờ A4 viết tay và được dùng máy tính cầm tay.
- Chọn đáp án đúng nhất cho mỗi câu hỏi.
- Sinh viên nộp lại đề sau khi thi.

1. **(L.O.1.2)** Số lượng chu trình Hamilton phân biệt trong một đồ thị đầy đủ n đỉnh là ...

A. at most $n!$. B. $(n-1)!$. C. $n(n-1)/2$. D. $n!$.

2. (L.O.3.1) Có một trò chơi diễn ra như sau: Người chơi và một máy tính của nhà cái sẽ chọn ngẫu nhiên năm số (có thể giống nhau) trong tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Người chơi phải trả \$2 để chơi và có thể kiếm được \$100.000 nếu bạn khớp tất cả năm số theo thứ tự (nhận lại được \$2 cộng với \$100.000 tiền thưởng). Hỏi trò chơi có công bằng không? và tại sao?

A. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$1.5 mỗi lần chơi.
B. Trò chơi này là công bằng, bạn có thể kiếm được rất nhiều tiền.
C. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$0.5 mỗi lần chơi.
D. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$1 mỗi lần chơi.

3. (L.O.4.1) Có sáu trạm phát sóng được bố trí cách nhau như trong bảng ở dưới đây (ví dụ như khoảng cách từ trạm một và trạm hai là 85 km, khoảng cách từ trạm ba đến trạm năm là 200 km). Biết rằng các trạm phát sóng không thể dùng chung một kênh nếu chúng cách nhau dưới 150 km (≤ 150). Hỏi trong trường hợp tối ưu về mặt bố trí, chúng ta cần có tối thiểu bao nhiêu kênh để có thể phát sóng các trạm trên?

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	—	85	175	200	50	100
2	85	—	125	175	100	160
3	175	125	—	100	200	250
4	200	175	100	—	210	220
5	50	100	200	210	—	100
6	100	160	250	220	100	—

A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

4. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây không đúng?

A. E và F là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi $\overline{E}$ và F là hai biến cố độc lập.
B. Nếu ($m = 2$, và n lẻ), hoặc (m lẻ, và $n = 2$), thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một đường đi Euler.
C. Khi m và n chẵn, thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một chu trình Euler.
D. Một biến cố có thể độc lập với chính nó.

5. **(L.O.1.2)** Đồ thị chứa chu trình Hamilton được gọi là *Hamiltonian*. Đồ thị nào sau đây là *Hamiltonian*?

A. Đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \geq 3)$ B. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{n,n}$ $(n \geq 2.)$
C. Khối n chiều (hypercube) Q_n $(n \geq 2)$ D. Tất cả phương án đều đúng.

6. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 thành ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF_Path() với đỉnh bắt đầu là 'A', đỉnh cần đi là 'C'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V và P; hàm BF_Path, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, giá trị được trả về của hàm là:

A. Đáp án khác
B. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C"
C. V={0,8,-1,1,3},P={-1,0,-1,0,0}
D. V={0,4,7,1,3},P={-1,3,4,0,0}

7. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc bằng 5. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 14.
B. 12.
C. 10.
D. 8.

8. (L.O.3.2) Giả sử có $m > 0$ kẻ khủng bố trong nhóm G gồm N du khách đến Mỹ mỗi ngày. Trên thực tế, chúng ta cần một giả định thực tế hơn rằng $1 < m \le N$, tất cả đều là số tự nhiên. Đặt $S = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$ là mẫu ngẫu nhiên được lấy bằng cách chọn ngẫu nhiên n khách b_i trong G, với điều kiện $m < n \ll N$.
Số lượng kẻ khủng bố X trong mẫu S có thể được biểu thị bằng biến ngẫu nhiên có phân phối ...

A. nhị thức $\mathbf{Bin}(n,p)$ với $p = \frac{m}{n}$.
B. nhị thức $\mathbf{Bin}(n,p)$ với $p = \frac{m}{N}$.
C. hình học $\mathbf{Geom}(n,p)$ với $p = \frac{m}{N}$.
D. Bernoulli $\mathbf{B}(p)$ với $p = \frac{m}{N}$.

9. (L.O.1.2) Một đồ thị **m phần đầy đủ (complete m-partite graph)** $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$ là đồ thị có các đỉnh được phân vùng (partitioned) vào m tập con $n_1, n_2, \ldots, n_m$, và các đỉnh chỉ được nối với nhau khi chúng nằm trong các tập con khác nhau (nối đầy đủ).
Gợi ý: Chúng ta có thể xem đồ thị **m phần đầy đủ** là mở rộng của đồ thị phân đôi (bi-partite) đầy đủ có m phân vùng. Hỏi có bao nhiêu đỉnh (N) và cạnh (E) của đồ thị m phần đầy đủ $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$?

A. Không có câu nào trong các đáp án trên là đúng.
B. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1 \le i < j \le m} n_i n_j$.
C. $N = \sum_{i=1}^{n} n_i$, $E = \sum_{1 \le i < j \le n} n_i n_j$.
D. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1 \le i < j \le n} n_i n_j$.

10. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc ít nhất bằng 5 và có ít nhất một đỉnh bậc 8. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 16.
B. 15.
C. 14.
D. 12.

11. **(L.O.4.2)** Xét nghiệm máu trong phòng thí nghiệm có hiệu quả 99% trong việc phát hiện một bệnh nhất định khi nó thực sự có mặt (nghĩa là, nếu một người thực sự mắc bệnh khi làm xét nghiệm sẽ cho kết quả dương tính với xác suất 99%). Tuy nhiên, xét nghiệm cũng cho kết quả "dương tính giả" đối với 1% số người khỏe mạnh được xét nghiệm. (Nghĩa là, nếu một người khỏe mạnh được xét nghiệm thì với xác suất 0,01, kết quả xét nghiệm sẽ cho thấy người đó mắc bệnh.) Nếu 0,5% dân số thực sự mắc bệnh, xác suất một người mắc bệnh là bao nhiêu khi kết quả xét nghiệm của anh ta dương tính?

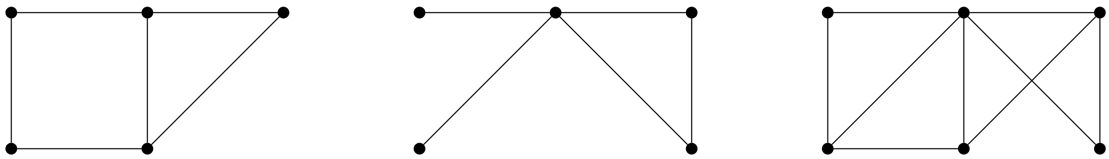
A. Phương án khác.
B. 0.495.
C. 0.99.
D. 0.33.

Questions 12– 13 use the same assumption- definition below.
Giả sử đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ không liên thông với $p = 3$ thành phần liên thông, trong đó tập đỉnh V có tổng số $n = 16$ đỉnh và tập cạnh E có m cạnh.

12. (L.O.3.2) Khoảng tốt nhất $[L, U]$ giới hạn số cạnh m trong đồ thị G [có nghĩa là giới hạn dưới $L \le m$ và giới hạn trên $U \ge m$] là

A. $[L, U] = [15, 92]$.
B. $[L, U] = [13, 90]$.
C. $[L, U] = [14, 90]$.
D. $[L, U] = [13, 91]$.

13. (L.O.3.2) Đồ thị $G = (V, E)$ nói ở trên được sử dụng để thiết kế địa đồ cho một khu đô thị mới, gọi là **MA**, ở ngoại ô TP.HCM, ở đó đỉnh v là những tòa nhà cao tầng có cùng cấu trúc và mỗi cạnh $e = \{u, v\}$ là đoạn đường nối các tòa nhà u, v. Do khu vực này bao gồm 3 hòn đảo biệt lập nên nhóm kiến trúc sư ban đầu quy hoạch 3 ngôi làng biệt lập (rời nhau) là A, B, C khớp với các hòn đảo, và do đó, đồ thị G với $n = 16$ tòa nhà cao tầng và $p = 3$ thành phần liên thông rời nhau về cơ bản đáp ứng nhu cầu di chuyển "địa phương" của cư dân tương lai, xem hình bên dưới.



A B C

Tuy nhiên, để đáp ứng tốt hơn các tiện ích sinh sống của cư dân của khu dân cư mới **MA** (ví dụ, họ có thể hoàn toàn đi lại thuận tiện giữa tất cả các tòa nhà trong khu **MA**), nhóm kiến trúc sư quyết định thay đổi quy hoạch thành một thiết kế mới $G_* = (V, E_*)$, trong đó tất cả các tòa nhà $v \in V$ phải được kết nối với nhau nhờ một số đoạn đường mới $m_* = |E_*|$ thêm mà có thể lớn hơn $m = |E|$, số lượng đoạn đường cũ. Theo bạn, để chắc chắn có thiết kế tốt G_*, ràng buộc chính xác nhất về số đoạn đường mới m_* là gì?

A. $m_* \geq m + 16$. B. $m_* \geq m + n - p$. C. $m_* \geq 121$. D. $m_* \geq 111$.

14. **(L.O.3.2)** Cho 2 biến ngẫu nhiên độc lập tuân theo phân phối nhị thức $X \sim Bin(n_1, p_1)$ và $Y \sim Bin(n_2, p_2)$. Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

A. Phương án khác. B. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p_1 + p_2)$.
C. $X + Y \sim Bin(n, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$ và $n_1 = n_2 = n$.
D. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$.

15. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 4 đỉnh A, B, C, D gồm các cạnh AB, AC, AD, BD có cùng trọng số 2 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), khởi tạo hai mảng V và P lần lượt để chứa giá trị và đỉnh trước (previous) cho thuật toán Bell-man Ford rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'B'. Giả sử hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, các giá trị được trả về của hàm là:

A. Các đáp án khác đều sai B. chuỗi thể hiện đường đi "B A D"
C. V={2,0,-1,2},P={1,-1,-1,1} D. V={-1,0,-1,-1},P={-1,-1,-1,-1}

16. **(L.O.1.2)** Cho một đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \geq 3)$ với mỗi cạnh trên vành bánh xe có trọng số là 2 và mỗi cạnh nối một đỉnh trên vành bánh xe với đỉnh trung tâm có trọng số là 3. Cây khung tối thiểu của đồ thị trên có tổng trọng số là bao nhiêu?

A. $3n$ B. $2n + 1$ C. $2n + 3$ D. $2n$

17. (L.O.4.2) Một cửa hàng sách ước lượng rằng: Trong tổng số các khách hàng đến cửa hàng, có 30% khách cần hỏi nhân viên bán hàng, 20% khách mua sách và 15% khách thực hiện cả hai điều trên. Gặp ngẫu nhiên một khách trong nhà sách. Tính xác suất để người này không mua sách, biết rằng người này đã hỏi nhân viên bán hàng.

A. 1/5 B. 1/2 C. 1/4 D. 1/3

18. **(L.O.4.2)** Ta tô màu một cách ngẫu nhiên với xác xuất như nhau các cạnh của đồ thị đầy đủ K_n bằng hai màu đỏ và xanh. Chọn ngẫu nhiên một tập con S gồm k đỉnh trong K_n. Gọi p là xác suất mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Và gọi m là kì vọng của số tất cả các tập con S gồm k đỉnh trong K_n mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Khi đó giá trị của bộ (p, m) là

A. $\left(\frac{1}{2^{k(k-1)}}, \frac{C(n,k)}{2^{k(k-1)}}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}, \frac{C(n,k)}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}\right)$. C. $\left(\frac{1}{k(k-1)}, \frac{C(n,k)}{k(k-1)}\right)$. D. $\left(\frac{2}{k(k-1)}, \frac{2C(n,k)}{k(k-1)}\right)$.

19. **(L.O.4.1)** Giả sử K_n là đồ thị vô hướng đầy đủ với các đỉnh là $\{1, 2, ..., n\}$ và với mỗi cặp đỉnh $u, v \in \{1, 2, ..., n\}$, cạnh uv có trọng số $c_{uv} = u + v$. Hãy xác định một cây khung tối tiểu của đồ thị và từ đó suy ra được tổng cho phí trên cây khung tối tiểu này là ...

A. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 2$. B. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 3$. C. $\frac{1}{2}n(n+1) - 2$. D. $\frac{1}{2}n(n+1) - 1$.

20. **(L.O.4.2)** Một gia đình có ba người con có tuổi khác nhau từng đôi một với tên là A, B, and C. Khi đó xác suất để A lớn tuổi hơn B, nếu biết rằng A lớn tuổi hơn C là ...

A. 3/4. B. 2/3. C. 1/2. D. 1/3.

21. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Nếu G_1 với H_1 đẳng cấu với nhau và G_2 với H_2 đẳng cấu với nhau, thì $G_1 \cup G_2$ với $H_1 \cup H_2$ cũng đẳng cấu với nhau.

B. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{2,n}$ không là đồ thị phẳng với mọi $n \geq 1$.

C. Trong một đồ thị đơn bất kì, luôn tồn tại một đường đi từ một đỉnh bậc lẻ đến một đỉnh bậc lẻ khác.

D. Nếu hai đồ thị G_1 và G_2 có cùng số đỉnh, số cạnh, và cũng dãy bậc thì chúng sẽ đẳng cấu với nhau.

22. **(L.O.1.2)** Nếu G một rừng với n đỉnh và c thành phần liên thông thì

A. ta không thể xác định được số lượng cạnh chính xác của G. B. G có ít nhất $n - c$ cạnh.

C. G đúng $n - c$ cạnh. D. G nhiều nhất $n - c$ cạnh.

23. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V({0,2,3,5,7}) và P({-1,0,0,0,0}); hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, khoảng cách ngắn nhất từ giá trị của biến V sau khi kết thúc hàm BF là?

A. Không thể xác định được V do V và P truyền vào không khớp đồ thị

B. V={0,4,7,1,3}

C. V={0,8,-1,1,3}

D. V={0,2,3,1,3}

24. (L.O.3.2) Trong các thời khắc quan trọng của các sự kiện giao tranh khốc liệt trên địa cầu kể từ cuối năm 2023, cơ quan Inter-Pol ước tính rằng có khoảng M phần tử khủng bố (kẻ cực đoan bạo lực- máu lạnh, `brutal extremists`) trên toàn cầu. Chính phủ Hoa Kỳ hàng tuần đều quan sát một nhóm lớn H với số lượng cố định K du khách đến đất nước của họ, với $K > M$, và rồi chọn ngẫu nhiên k khách trong nhóm H để tạo thành mẫu ngẫu nhiên $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ có kích thước k, trong đó $M < k \ll K$. Số lượng kẻ khủng bố giả dạng du khách trong mẫu V được ký hiệu là Y, nhưng chúng ta không biết giá trị cụ thể của nó. Giá trị trung bình (`expected value`) những kẻ khủng bố có thể vào Hoa Kỳ mỗi tuần, $\mathbf{E}[Y]$, được ước tính là

A. $\mathbf{E}[Y] = k\,\dfrac{M}{K}$. B. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{k}{K}$. C. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{M}{K}$. D. $\mathbf{E}[Y] = \dfrac{M}{K}$.

25. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm Traveling() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, câu nào sau đây không thể là giá trị trả về của hàm?

A. Đáp án khác

B. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C E A"

C. chuỗi thể hiện đường đi "A E C B D A"

D. chuỗi thể hiện đường đi "A D E C B A"

Solution 3115

1. B.
2. D.
3. C.
4. B.
5. D.
6. A.
7. B.
8. B.
9. B.
10. B.
11. D.
12. D.
13. C.
14. D.
15. D.
16. B.
17. B.
18. B.
19. B.
20. B.
21. C.
22. C.
23. D.
24. A.
25. A.

Giảng viên ra đề:	*15-5-2024*	**Người phê duyệt:**	15-5-2024
Nguyễn An Khương et al.		*(Chữ ký và họ tên)*	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM	**THI CUỐI KỲ**	Học kỳ / Năm học	2	2023-2024
KHOA KH & KT MÁY TÍNH		Ngày thi		13/06/2024
	Môn học	Cấu trúc rời rạc cho KHMT		
	Mã môn học	CO1007		
	Thời lượng	90 phút	Mã đề	3116

Ghi chú: - Sinh viên được phép đem theo một tờ A4 viết tay và được dùng máy tính cầm tay.
- Chọn đáp án đúng nhất cho mỗi câu hỏi.
- Sinh viên nộp lại đề sau khi thi.

1. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây không đúng?

A. Nếu ($m = 2$, và n lẻ), hoặc (m lẻ, và $n = 2$), thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một đường đi Euler.
B. E và F là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi $\overline{E}$ và F là hai biến cố độc lập.
C. Khi m và n chẵn, thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một chu trình Euler.
D. Một biến cố có thể độc lập với chính nó.

2. **(L.O.1.2)** Đồ thị chứa chu trình Hamilton được gọi là *Hamiltonian*. Đồ thị nào sau đây là *Hamiltonian*?

A. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{n,n}$ $(n \geq 2.)$
B. Đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \geq 3)$
C. Khối n chiều (hypercube) Q_n $(n \geq 2)$
D. Tất cả phương án đều đúng.

3. **(L.O.4.2)** Ta tô màu một cách ngẫu nhiên với xác xuất như nhau các cạnh của đồ thị đầy đủ K_n bằng hai màu đỏ và xanh. Chọn ngẫu nhiên một tập con S gồm k đỉnh trong K_n. Gọi p là xác suất mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Và gọi m là kì vọng của số tất cả các tập con S gồm k đỉnh trong K_n mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Khi đó giá trị của bộ (p, m) là

A. $\left(\frac{1}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}, \frac{C(n,k)}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}\right)$.
B. $\left(\frac{1}{2^{k(k-1)}}, \frac{C(n,k)}{2^{k(k-1)}}\right)$.
C. $\left(\frac{1}{k(k-1)}, \frac{C(n,k)}{k(k-1)}\right)$.
D. $\left(\frac{2}{k(k-1)}, \frac{2C(n,k)}{k(k-1)}\right)$.

4. (L.O.1.2) Một đồ thị **m phần đầy đủ (complete m-partite graph)** $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$ là đồ thị có các đỉnh được phân vùng (partitioned) vào m tập con $n_1, n_2, \ldots, n_m$, và các đỉnh chỉ được nối với nhau khi chúng nằm trong các tập con khác nhau (nối đầy đủ).
Gợi ý: Chúng ta có thể xem đồ thị **m phần đầy đủ** là mở rộng của đồ thị phân đôi (bi-partite) đầy đủ có m phân vùng. Hỏi có bao nhiêu đỉnh (N) và cạnh (E) của đồ thị m phần đầy đủ $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$?

A. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1 \leq i < j \leq m} n_i n_j$.
B. Không có câu nào trong các đáp án trên là đúng.
C. $N = \sum_{i=1}^{n} n_i$, $E = \sum_{1 \leq i < j \leq n} n_i n_j$.
D. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1 \leq i < j \leq n} n_i n_j$.

5. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc ít nhất bằng 5 và có ít nhất một đỉnh bậc 8. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 15.
B. 16.
C. 14.
D. 12.

6. **(L.O.4.2)** Một gia đình có ba người con có tuổi khác nhau từng đôi một với tên là A, B, and C. Khi đó xác suất để A lớn tuổi hơn B, nếu biết rằng A lớn tuổi hơn C là ...

A. 2/3.
B. 3/4.
C. 1/2.
D. 1/3.

7. **(L.O.4.2)** Xét nghiệm máu trong phòng thí nghiệm có hiệu quả 99% trong việc phát hiện một bệnh nhất định khi nó thực sự có mặt (nghĩa là, nếu một người thực sự mắc bệnh khi làm xét nghiệm sẽ cho kết quả dương tính với xác suất 99%). Tuy nhiên, xét nghiệm cũng cho kết quả "dương tính giả" đối với 1% số người khỏe mạnh được xét nghiệm. (Nghĩa là, nếu một người khỏe mạnh được xét nghiệm thì với xác suất 0,01, kết quả xét nghiệm sẽ cho thấy người đó mắc bệnh.) Nếu 0,5% dân số thực sự mắc bệnh, xác suất một người mắc bệnh là bao nhiêu khi kết quả xét nghiệm của anh ta dương tính?

A. 0.495.
B. Phương án khác.
C. 0.99.
D. 0.33.

8. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 thành ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF_Path() với đỉnh bắt đầu là 'A', đỉnh cần đi là 'C'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V và P; hàm BF_Path, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, giá trị được trả về của hàm là:

A. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C"
B. Đáp án khác
C. V={0,8,-1,1,3},P={-1,0,-1,0,0}
D. V={0,4,7,1,3},P={-1,3,4,0,0}

9. **(L.O.4.1)** Giả sử K_n là đồ thị vô hướng đầy đủ với các đỉnh là $\{1, 2, ..., n\}$ và với mỗi cặp đỉnh $u, v \in \{1, 2, ..., n\}$, cạnh uv có trọng số $c_{uv} = u + v$. Hãy xác định một cây khung tối tiểu của đồ thị và từ đó suy ra được tổng cho phí trên cây khung tối tiểu này là ...

A. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 3$.
B. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 2$.
C. $\frac{1}{2}n(n+1) - 2$.
D. $\frac{1}{2}n(n+1) - 1$.

10. **(L.O.1.2)** Số lượng chu trình Hamilton phân biệt trong một đồ thị đầy đủ n đỉnh là ...

A. $(n-1)!$.
B. at most $n!$.
C. $n(n-1)/2$.
D. $n!$.

11. (L.O.3.1) Có một trò chơi diễn ra như sau: Người chơi và một máy tính của nhà cái sẽ chọn ngẫu nhiên năm số (có thể giống nhau) trong tập {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Người chơi phải trả \$2 để chơi và có thể kiếm được \$100.000 nếu bạn khớp tất cả năm số theo thứ tự (nhận lại được \$2 cộng với \$100.000 tiền thưởng). Hỏi trò chơi có công bằng không? và tại sao?

A. Trò chơi này là công bằng, bạn có thể kiếm được rất nhiều tiền.
B. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất ≈ \$1.5 mỗi lần chơi.
C. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất ≈ \$0.5 mỗi lần chơi.
D. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất ≈ \$1 mỗi lần chơi.

12. (L.O.3.2) Trong các thời khắc quan trọng của các sự kiện giao tranh khốc liệt trên địa cầu kể từ cuối năm 2023, cơ quan Inter-Pol ước tính rằng có khoảng M phần tử khủng bố (kẻ cực đoan bạo lực- máu lạnh, `brutal extremists`) trên toàn cầu. Chính phủ Hoa Kỳ hàng tuần đều quan sát một nhóm lớn H với số lượng cố định K du khách đến đất nước của họ, với $K > M$, và rồi chọn ngẫu nhiên k khách trong nhóm H để tạo thành mẫu ngẫu nhiên $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ có kích thước k, trong đó $M < k \ll K$. Số lượng kẻ khủng bố giả dạng du khách trong mẫu V được ký hiệu là Y, nhưng chúng ta không biết giá trị cụ thể của nó. Giá trị trung bình (`expected value`) những kẻ khủng bố có thể vào Hoa Kỳ mỗi tuần, $\mathbf{E}[Y]$, được ước tính là

A. $\mathbf{E}[Y] = 7\ \dfrac{k}{K}$.
B. $\mathbf{E}[Y] = k\ \dfrac{M}{K}$.
C. $\mathbf{E}[Y] = 7\ \dfrac{M}{K}$.
D. $\mathbf{E}[Y] = \dfrac{M}{K}$.

13. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{2,n}$ không là đồ thị phẳng với mọi $n \geq 1$.
B. Nếu G_1 với H_1 đẳng cấu với nhau và G_2 với H_2 đẳng cấu với nhau, thì $G_1 \cup G_2$ với $H_1 \cup H_2$ cũng đẳng cấu với nhau.
C. Trong một đồ thị đơn bất kì, luôn tồn tại một đường đi từ một đỉnh bậc lẻ đến một đỉnh bậc lẻ khác.
D. Nếu hai đồ thị G_1 và G_2 có cùng số đỉnh, số cạnh, và cũng dãy bậc thì chúng sẽ đẳng cấu với nhau.

14. **(L.O.1.2)** Cho một đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \geq 3)$ với mỗi cạnh trên vành bánh xe có trọng số là 2 và mỗi cạnh nối một đỉnh trên vành bánh xe với đỉnh trung tâm có trọng số là 3. Cây khung tối thiểu của đồ thị trên có tổng trọng số là bao nhiêu?

A. $2n + 1$
B. $3n$
C. $2n + 3$
D. $2n$

15. (L.O.4.1) Có sáu trạm phát sóng được bố trí cách nhau như trong bảng ở dưới đây (ví dụ như khoảng cách từ trạm một và trạm hai là 85 km, khoảng cách từ trạm ba đến trạm năm là 200 km). Biết rằng các trạm phát sóng không thể dùng chung một kênh nếu chúng cách nhau dưới 150 km (≤ 150). Hỏi trong trường hợp tối ưu về mặt bố trí, chúng ta cần có tối thiểu bao nhiêu kênh để có thể phát sóng các trạm trên?

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	—	85	175	200	50	100
2	85	—	125	175	100	160
3	175	125	—	100	200	250
4	200	175	100	—	210	220
5	50	100	200	210	—	100
6	100	160	250	220	100	—

A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

16. **(L.O.3.2)** Cho 2 biến ngẫu nhiên độc lập tuân theo phân phối nhị thức $X \sim Bin(n_1, p_1)$ và $Y \sim Bin(n_2, p_2)$. Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

A. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p_1 + p_2)$.
B. Phương án khác.
C. $X + Y \sim Bin(n, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$ và $n_1 = n_2 = n$.
D. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$.

17. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V({0,2,3,5,7}) và P({-1,0,0,0,0}); hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, khoảng cách ngắn nhất từ giá trị của biến V sau khi kết thúc hàm BF là?

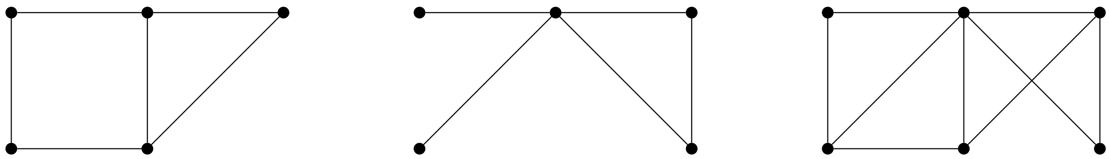
A. V={0,4,7,1,3}
B. Không thể xác định được V do V và P truyền vào không khớp đồ thị
C. V={0,8,-1,1,3}
D. V={0,2,3,1,3}

Questions 18– 19 use the same assumption- definition below.
Giả sử đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ không liên thông với $p = 3$ thành phần liên thông, trong đó tập đỉnh V có tổng số $n = 16$ đỉnh và tập cạnh E có m cạnh.

18. (L.O.3.2) Khoảng tốt nhất $[L, U]$ giới hạn số cạnh m trong đồ thị G [có nghĩa là giới hạn dưới $L \leq m$ và giới hạn trên $U \geq m$] là

A. $[L, U] = [13, 90]$. B. $[L, U] = [15, 92]$. C. $[L, U] = [14, 90]$. D. $[L, U] = [13, 91]$.

19. (L.O.3.2) Đồ thị $G = (V, E)$ nói ở trên được sử dụng để thiết kế địa đồ cho một khu đô thị mới, gọi là **MA**, ở ngoại ô TP.HCM, ở đó đỉnh v là những tòa nhà cao tầng có cùng cấu trúc và mỗi cạnh $e = \{u, v\}$ là đoạn đường nối các tòa nhà u, v. Do khu vực này bao gồm 3 hòn đảo biệt lập nên nhóm kiến trúc sư ban đầu quy hoạch 3 ngôi làng biệt lập (rời nhau) là A, B, C khớp với các hòn đảo, và do đó, đồ thị G với $n = 16$ tòa nhà cao tầng và $p = 3$ thành phần liên thông rời nhau về cơ bản đáp ứng nhu cầu di chuyển "địa phương" của cư dân tương lai, xem hình bên dưới.



A $\quad$ B $\quad$ C

Tuy nhiên, để đáp ứng tốt hơn các tiện ích sinh sống của cư dân của khu dân cư mới **MA** (ví dụ, họ có thể hoàn toàn đi lại thuận tiện giữa tất cả các tòa nhà trong khu **MA**), nhóm kiến trúc sư quyết định thay đổi quy hoạch thành một thiết kế mới $G_* = (V, E_*)$, trong đó tất cả các tòa nhà $v \in V$ phải được kết nối với nhau nhờ một số đoạn đường mới $m_* = |E_*|$ thêm mà có thể lớn hơn $m = |E|$, số lượng đoạn đường cũ. Theo bạn, để chắc chắn có thiết kế tốt G_*, ràng buộc chính xác nhất về số đoạn đường mới m_* là gì?

A. $m_* \geq m + n - p$. B. $m_* \geq m + 16$. C. $m_* \geq 121$. D. $m_* \geq 111$.

20. (L.O.3.2) Giả sử có $m > 0$ kẻ khủng bố trong nhóm G gồm N du khách đến Mỹ mỗi ngày. Trên thực tế, chúng ta cần một giả định thực tế hơn rằng $1 < m \leq N$, tất cả đều là số tự nhiên. Đặt $S = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$ là mẫu ngẫu nhiên được lấy bằng cách chọn ngẫu nhiên n khách b_i trong G, với điều kiện $m < n \ll N$. Số lượng kẻ khủng bố X trong mẫu S có thể được biểu thị bằng biến ngẫu nhiên có phân phối ...

A. nhị thức $\mathbf{Bin}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$. B. nhị thức $\mathbf{Bin}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{n}$.
C. hình học $\mathbf{Geom}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$. D. Bernoulli $\mathbf{B}(p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.

21. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 4 đỉnh A, B, C, D gồm các cạnh AB, AC, AD, BD có cùng trọng số 2 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), khởi tạo hai mảng V và P lần lượt để chứa giá trị và đỉnh trước (previous) cho thuật toán Bell-man Ford rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'B'. Giả sử hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, các giá trị được trả về của hàm là:

A. chuỗi thể hiện đường đi "B A D" B. Các đáp án khác đều sai
C. V={2,0,-1,2},P={1,-1,-1,1} D. V={-1,0,-1,-1},P={-1,-1,-1,-1}

22. (L.O.4.2) Một cửa hàng sách ước lượng rằng: Trong tổng số các khách hàng đến cửa hàng, có 30% khách cần hỏi nhân viên bán hàng, 20% khách mua sách và 15% khách thực hiện cả hai điều trên. Gặp ngẫu nhiên một khách trong nhà sách. Tính xác suất để người này không mua sách, biết rằng người này đã hỏi nhân viên bán hàng.

A. 1/2 B. 1/5 C. 1/4 D. 1/3

23. **(L.O.1.2)** Nếu G một rừng với n đỉnh và c thành phần liên thông thì

A. G có ít nhất $n - c$ cạnh.
B. ta không thể xác định được số lượng cạnh chính xác của G. C. G đúng $n - c$ cạnh.
D. G nhiều nhất $n - c$ cạnh.

24. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc bằng 5. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 12. B. 14. C. 10. D. 8.

25. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm Traveling() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, câu nào sau đây không thể là giá trị trả về của hàm?

A. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C E A" B. Đáp án khác
C. chuỗi thể hiện đường đi "A E C B D A" D. chuỗi thể hiện đường đi "A D E C B A"

Solution 3116

1. A.
2. D.
3. A.
4. A.
5. A.
6. A.
7. D.
8. B.
9. A.
10. A.
11. D.
12. B.
13. C.
14. A.
15. C.
16. D.
17. D.
18. D.
19. C.
20. A.
21. D.
22. A.
23. C.
24. A.
25. B.

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KH & KT MÁY TÍNH	THI CUỐI KỲ	Học kỳ / Năm học	2	2023-2024
		Ngày thi		13/06/2024
	Môn học	Cấu trúc rời rạc cho KHMT		
	Mã môn học	CO1007		
	Thời lượng	90 phút	Mã đề	3117

Ghi chú: - Sinh viên được phép đem theo một tờ A4 viết tay và được dùng máy tính cầm tay.
- Chọn đáp án đúng nhất cho mỗi câu hỏi.
- Sinh viên nộp lại đề sau khi thi.

1. (L.O.3.2) Trong các thời khắc quan trọng của các sự kiện giao tranh khốc liệt trên địa cầu kể từ cuối năm 2023, cơ quan Inter-Pol ước tính rằng có khoảng M phần tử khủng bố (kẻ cực đoan bạo lực- máu lạnh, `brutal extremists`) trên toàn cầu. Chính phủ Hoa Kỳ hàng tuần đều quan sát một nhóm lớn H với số lượng cố định K du khách đến đất nước của họ, với $K > M$, và rồi chọn ngẫu nhiên k khách trong nhóm H để tạo thành mẫu ngẫu nhiên $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ có kích thước k, trong đó $M < k \ll K$. Số lượng kẻ khủng bố giả dạng du khách trong mẫu V được ký hiệu là Y, nhưng chúng ta không biết giá trị cụ thể của nó. Giá trị trung bình (`expected value`) những kẻ khủng bố có thể vào Hoa Kỳ mỗi tuần, $\mathbf{E}[Y]$, được ước tính là

A. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{k}{K}$. B. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{M}{K}$. C. $\mathbf{E}[Y] = k\,\dfrac{M}{K}$. D. $\mathbf{E}[Y] = \dfrac{M}{K}$.

2. (L.O.4.1) Có sáu trạm phát sóng được bố trí cách nhau như trong bảng ở dưới đây (ví dụ như khoảng cách từ trạm một và trạm hai là 85 km, khoảng cách từ trạm ba đến trạm năm là 200 km). Biết rằng các trạm phát sóng không thể dùng chung một kênh nếu chúng cách nhau dưới 150 km (≤ 150). Hỏi trong trường hợp tối ưu về mặt bố trí, chúng ta cần có tối thiểu bao nhiêu kênh để có thể phát sóng các trạm trên?

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	—	85	175	200	50	100
2	85	—	125	175	100	160
3	175	125	—	100	200	250
4	200	175	100	—	210	220
5	50	100	200	210	—	100
6	100	160	250	220	100	—

A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

3. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 4 đỉnh A, B, C, D gồm các cạnh AB, AC, AD, BD có cùng trọng số 2 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), khởi tạo hai mảng V và P lần lượt để chứa giá trị và đỉnh trước (previous) cho thuật toán Bell-man Ford rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'B'. Giả sử hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, các giá trị được trả về của hàm là:

A. chuỗi thể hiện đường đi "B A D"
B. V={2,0,-1,2},P={1,-1,-1,1}
C. Các đáp án khác đều sai
D. V={-1,0,-1,-1},P={-1,-1,-1,-1}

4. **(L.O.3.2)** Cho 2 biến ngẫu nhiên độc lập tuân theo phân phối nhị thức $X \sim Bin(n_1, p_1)$ và $Y \sim Bin(n_2, p_2)$. Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

A. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p_1 + p_2)$.
B. $X + Y \sim Bin(n, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$ và $n_1 = n_2 = n$.
C. Phương án khác.
D. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$.

5. (L.O.1.2) Một đồ thị **m phần đầy đủ (complete m-partite graph)** $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$ là đồ thị có các đỉnh được phân vùng (partitioned) vào m tập con $n_1, n_2, \ldots, n_m$, và các đỉnh chỉ được nối với nhau khi chúng nằm trong các tập con khác nhau (nối đầy đủ).
Gợi ý: Chúng ta có thể xem đồ thị **m phần đầy đủ** là mở rộng của đồ thị phân đôi (bi-partite) đầy đủ có m phân vùng. Hỏi có bao nhiêu đỉnh (N) và cạnh (E) của đồ thị m phần đầy đủ $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$?

A. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1\le i<j\le m} n_i n_j$.
B. $N = \sum_{i=1}^{n} n_i$, $E = \sum_{1\le i<j\le n} n_i n_j$.
C. Không có câu nào trong các đáp án trên là đúng.
D. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1\le i<j\le n} n_i n_j$.

6. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây không đúng?

A. Nếu ($m = 2$, và n lẻ), hoặc (m lẻ, và $n = 2$), thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một đường đi Euler.
B. Khi m và n chẵn, thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một chu trình Euler.
C. E và F là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi $\overline{E}$ và F là hai biến cố độc lập.
D. Một biến cố có thể độc lập với chính nó.

7. **(L.O.1.2)** Nếu G một rừng với n đỉnh và c thành phần liên thông thì

A. G có ít nhất $n - c$ cạnh.
B. G đúng $n - c$ cạnh.
C. ta không thể xác định được số lượng cạnh chính xác của G.
D. G nhiều nhất $n - c$ cạnh.

8. **(L.O.4.2)** Ta tô màu một cách ngẫu nhiên với xác xuất như nhau các cạnh của đồ thị đầy đủ K_n bằng hai màu đỏ và xanh. Chọn ngẫu nhiên một tập con S gồm k đỉnh trong K_n. Gọi p là xác suất mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Và gọi m là kì vọng của số tất cả các tập con S gồm k đỉnh trong K_n mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Khi đó giá trị của bộ (p, m) là

A. $\left(\frac{1}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}, \frac{C(n,k)}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}\right)$.
B. $\left(\frac{1}{k(k-1)}, \frac{C(n,k)}{k(k-1)}\right)$.
C. $\left(\frac{1}{2^{k(k-1)}}, \frac{C(n,k)}{2^{k(k-1)}}\right)$.
D. $\left(\frac{2}{k(k-1)}, \frac{2C(n,k)}{k(k-1)}\right)$.

9. **(L.O.4.2)** Một gia đình có ba người con có tuổi khác nhau từng đôi một với tên là A, B, and C. Khi đó xác suất để A lớn tuổi hơn B, nếu biết rằng A lớn tuổi hơn C là ...

A. 2/3.
B. 1/2.
C. 3/4.
D. 1/3.

10. **(L.O.4.2)** Xét nghiệm máu trong phòng thí nghiệm có hiệu quả 99% trong việc phát hiện một bệnh nhất định khi nó thực sự có mặt (nghĩa là, nếu một người thực sự mắc bệnh khi làm xét nghiệm sẽ cho kết quả dương tính với xác suất 99%). Tuy nhiên, xét nghiệm cũng cho kết quả "dương tính giả" đối với 1% số người khỏe mạnh được xét nghiệm. (Nghĩa là, nếu một người khỏe mạnh được xét nghiệm thì với xác suất 0,01, kết quả xét nghiệm sẽ cho thấy người đó mắc bệnh.) Nếu 0,5% dân số thực sự mắc bệnh, xác suất một người mắc bệnh là bao nhiêu khi kết quả xét nghiệm của anh ta dương tính?

A. 0.495.
B. 0.99.
C. Phương án khác.
D. 0.33.

11. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V({0,2,3,5,7}) và P({-1,0,0,0,0}); hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, khoảng cách ngắn nhất từ giá trị của biến V sau khi kết thúc hàm BF là?

A. V={0,4,7,1,3}
B. V={0,8,-1,1,3}
C. Không thể xác định được V do V và P truyền vào không khớp đồ thị
D. V={0,2,3,1,3}

12. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 thành ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF_Path() với đỉnh bắt đầu là 'A', đỉnh cần đi là 'C'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V và P; hàm BF_Path, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, giá trị được trả về của hàm là:

A. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C"
B. V={0,8,-1,1,3},P={-1,0,-1,0,0}
C. Đáp án khác
D. V={0,4,7,1,3},P={-1,3,4,0,0}

13. (L.O.3.1) Có một trò chơi diễn ra như sau: Người chơi và một máy tính của nhà cái sẽ chọn ngẫu nhiên năm số (có thể giống nhau) trong tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Người chơi phải trả \$2 để chơi và có thể kiếm được \$100.000 nếu bạn khớp tất cả năm số theo thứ tự (nhận lại được \$2 cộng với \$100.000 tiền thưởng). Hỏi trò chơi có công bằng không? và tại sao?

A. Trò chơi này là công bằng, bạn có thể kiếm được rất nhiều tiền.
B. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$0.5 mỗi lần chơi.
C. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$1.5 mỗi lần chơi.
D. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx$ \$1 mỗi lần chơi.

14. **(L.O.1.2)** Số lượng chu trình Hamilton phân biệt trong một đồ thị đầy đủ n đỉnh là ...

A. $(n-1)!$. B. $n(n-1)/2$. C. at most $n!$. D. $n!$.

15. **(L.O.4.1)** Giả sử K_n là đồ thị vô hướng đầy đủ với các đỉnh là $\{1, 2, ..., n\}$ và với mỗi cặp đỉnh $u, v \in \{1, 2, ..., n\}$, cạnh uv có trọng số $c_{uv} = u + v$. Hãy xác định một cây khung tối tiểu của đồ thị và từ đó suy ra được tổng cho phí trên cây khung tối tiểu này là ...

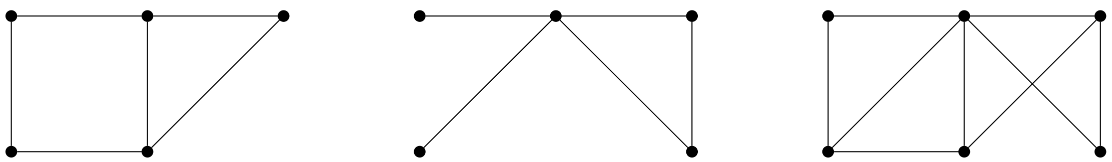
A. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 3$. B. $\frac{1}{2}n(n+1) - 2$. C. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 2$. D. $\frac{1}{2}n(n+1) - 1$.

Questions 16– 17 use the same assumption- definition below.
Giả sử đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ không liên thông với $p = 3$ thành phần liên thông, trong đó tập đỉnh V có tổng số $n = 16$ đỉnh và tập cạnh E có m cạnh.

16. (L.O.3.2) Khoảng tốt nhất $[L, U]$ giới hạn số cạnh m trong đồ thị G [có nghĩa là giới hạn dưới $L \leq m$ và giới hạn trên $U \geq m$] là

A. $[L, U] = [13, 90]$. B. $[L, U] = [14, 90]$. C. $[L, U] = [15, 92]$. D. $[L, U] = [13, 91]$.

17. (L.O.3.2) Đồ thị $G = (V, E)$ nói ở trên được sử dụng để thiết kế địa đồ cho một khu đô thị mới, gọi là **MA**, ở ngoại ô TP.HCM, ở đó đỉnh v là những tòa nhà cao tầng có cùng cấu trúc và mỗi cạnh $e = \{u, v\}$ là đoạn đường nối các tòa nhà u, v. Do khu vực này bao gồm 3 hòn đảo biệt lập nên nhóm kiến trúc sư ban đầu quy hoạch 3 ngôi làng biệt lập (rời nhau) là A, B, C khớp với các hòn đảo, và do đó, đồ thị G với $n = 16$ tòa nhà cao tầng và $p = 3$ thành phần liên thông rời nhau về cơ bản đáp ứng nhu cầu di chuyển "địa phương" của cư dân tương lai, xem hình bên dưới.



A B C

Tuy nhiên, để đáp ứng tốt hơn các tiện ích sinh sống của cư dân của khu dân cư mới **MA** (ví dụ, họ có thể hoàn toàn đi lại thuận tiện giữa tất cả các tòa nhà trong khu **MA**), nhóm kiến trúc sư quyết định thay đổi quy hoạch thành một thiết kế mới $G_* = (V, E_*)$, trong đó tất cả các tòa nhà $v \in V$ phải được kết nối với nhau nhờ một số đoạn đường mới $m_* = |E_*|$ thêm mà có thể lớn hơn $m = |E|$, số lượng đoạn đường cũ. Theo bạn, để chắc chắn có thiết kế tốt G_*, ràng buộc chính xác nhất về số đoạn đường mới m_* là gì?

A. $m_* \geq m + n - p$. B. $m_* \geq 121$. C. $m_* \geq m + 16$. D. $m_* \geq 111$.

18. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc bằng 5. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 12. B. 10. C. 14. D. 8.

19. (L.O.3.2) Giả sử có $m > 0$ kẻ khủng bố trong nhóm G gồm N du khách đến Mỹ mỗi ngày. Trên thực tế, chúng ta cần một giả định thực tế hơn rằng $1 < m \leq N$, tất cả đều là số tự nhiên. Đặt $S = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$ là mẫu ngẫu nhiên được lấy bằng cách chọn ngẫu nhiên n khách b_i trong G, với điều kiện $m < n \ll N$. Số lượng kẻ khủng bố X trong mẫu S có thể được biểu thị bằng biến ngẫu nhiên có phân phối ...

A. nhị thức $\mathbf{Bin}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$. B. hình học $\mathbf{Geom}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.
C. nhị thức $\mathbf{Bin}(n, p)$ với $p = \dfrac{m}{n}$. D. Bernoulli $\mathbf{B}(p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.

20. **(L.O.1.2)** Cho một đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \geq 3)$ với mỗi cạnh trên vành bánh xe có trọng số là 2 và mỗi cạnh nối một đỉnh trên vành bánh xe với đỉnh trung tâm có trọng số là 3. Cây khung tối thiểu của đồ thị trên có tổng trọng số là bao nhiêu?

A. $2n + 1$ B. $2n + 3$ C. $3n$ D. $2n$

21. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{2,n}$ không là đồ thị phẳng với mọi $n \geq 1$.
B. Trong một đồ thị đơn bất kì, luôn tồn tại một đường đi từ một đỉnh bậc lẻ đến một đỉnh bậc lẻ khác.
C. Nếu G_1 với H_1 đẳng cấu với nhau và G_2 với H_2 đẳng cấu với nhau, thì $G_1 \cup G_2$ với $H_1 \cup H_2$ cũng đẳng cấu với nhau.
D. Nếu hai đồ thị G_1 và G_2 có cùng số đỉnh, số cạnh, và cũng dãy bậc thì chúng sẽ đẳng cấu với nhau.

22. (L.O.4.2) Một cửa hàng sách ước lượng rằng: Trong tổng số các khách hàng đến cửa hàng, có 30% khách cần hỏi nhân viên bán hàng, 20% khách mua sách và 15% khách thực hiện cả hai điều trên. Gặp ngẫu nhiên một khách trong nhà sách. Tính xác suất để người này không mua sách, biết rằng người này đã hỏi nhân viên bán hàng.

A. 1/2 B. 1/4 C. 1/5 D. 1/3

23. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm Traveling() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, câu nào sau đây không thể là giá trị trả về của hàm?

A. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C E A" B. chuỗi thể hiện đường đi "A E C B D A"
C. Đáp án khác D. chuỗi thể hiện đường đi "A D E C B A"

24. **(L.O.1.2)** Đồ thị chứa chu trình Hamilton được gọi là *Hamiltonian*. Đồ thị nào sau đây là *Hamiltonian*?

A. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{n,n}$ $(n \geq 2.)$ B. Khối n chiều (hypercube) Q_n $(n \geq 2)$
C. Đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \geq 3)$ D. Tất cả phương án đều đúng.

25. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc ít nhất bằng 5 và có ít nhất một đỉnh bậc 8. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 15. B. 14. C. 16. D. 12.

Solution 3117

1. C.
2. B.
3. D.
4. D.
5. A.
6. A.
7. B.
8. A.
9. A.
10. D.
11. D.
12. C.
13. D.
14. A.
15. A.
16. D.
17. B.
18. A.
19. A.
20. A.
21. B.
22. A.
23. C.
24. D.
25. A.

Giảng viên ra đề:	*15-5-2024*	**Người phê duyệt:**	15-5-2024
Nguyễn An Khương et al.		*(Chữ ký và họ tên)*	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM	**THI CUỐI KỲ**	Học kỳ / Năm học	2	2023-2024
KHOA KH & KT MÁY TÍNH		Ngày thi		13/06/2024
	Môn học	Cấu trúc rời rạc cho KHMT		
	Mã môn học	CO1007		
	Thời lượng	90 phút	Mã đề	3118

Ghi chú: - Sinh viên được phép đem theo một tờ A4 viết tay và được dùng máy tính cầm tay.
- Chọn đáp án đúng nhất cho mỗi câu hỏi.
- Sinh viên nộp lại đề sau khi thi.

1. **(L.O.4.1)** Giả sử K_n là đồ thị vô hướng đầy đủ với các đỉnh là $\{1, 2, ..., n\}$ và với mỗi cặp đỉnh $u, v \in \{1, 2, ..., n\}$, cạnh uv có trọng số $c_{uv} = u + v$. Hãy xác định một cây khung tối tiểu của đồ thị và từ đó suy ra được tổng cho phí trên cây khung tối tiểu này là ...

A. $\frac{1}{2}n(n+1) - 1$. B. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 3$. C. $\frac{1}{2}n(n+1) - 2$. D. $\frac{1}{2}(n+1)(n+2) - 2$.

2. **(L.O.1.2)** Nếu G một rừng với n đỉnh và c thành phần liên thông thì

A. G nhiều nhất $n - c$ cạnh. B. G có ít nhất $n - c$ cạnh.
C. G đúng $n - c$ cạnh. D. ta không thể xác định được số lượng cạnh chính xác của G.

3. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Nếu hai đồ thị G_1 và G_2 có cùng số đỉnh, số cạnh, và cũng dãy bậc thì chúng sẽ đẳng cấu với nhau.
B. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{2,n}$ không là đồ thị phẳng với mọi $n \geq 1$.
C. Trong một đồ thị đơn bất kì, luôn tồn tại một đường đi từ một đỉnh bậc lẻ đến một đỉnh bậc lẻ khác.
D. Nếu G_1 với H_1 đẳng cấu với nhau và G_2 với H_2 đẳng cấu với nhau, thì $G_1 \cup G_2$ với $H_1 \cup H_2$ cũng đẳng cấu với nhau.

4. **(L.O.4.2)** Một gia đình có ba người con có tuổi khác nhau từng đôi một với tên là A, B, and C. Khi đó xác suất để A lớn tuổi hơn B, nếu biết rằng A lớn tuổi hơn C là ...

A. 1/3. B. 2/3. C. 1/2. D. 3/4.

5. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 thành ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF_Path() với đỉnh bắt đầu là 'A', đỉnh cần đi là 'C'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V và P; hàm BF_Path, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, giá trị được trả về của hàm là:

A. V={0,4,7,1,3},P={-1,3,4,0,0} B. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C"
C. V={0,8,-1,1,3},P={-1,0,-1,0,0} D. Đáp án khác

6. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 4 đỉnh A, B, C, D gồm các cạnh AB, AC, AD, BD có cùng trọng số 2 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), khởi tạo hai mảng V và P lần lượt để chứa giá trị và đỉnh trước (previous) cho thuật toán Bell-man Ford rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'B'. Giả sử hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, các giá trị được trả về của hàm là:

A. V={-1,0,-1,-1},P={-1,-1,-1,-1} B. chuỗi thể hiện đường đi "B A D"
C. V={2,0,-1,2},P={1,-1,-1,1} D. Các đáp án khác đều sai

7. (L.O.4.1) Có sáu trạm phát sóng được bố trí cách nhau như trong bảng ở dưới đây (ví dụ như khoảng cách từ trạm một và trạm hai là 85 km, khoảng cách từ trạm ba đến trạm năm là 200 km). Biết rằng các trạm phát sóng không thể dùng chung một kênh nếu chúng cách nhau dưới 150 km (≤ 150). Hỏi trong trường hợp tối ưu về mặt bố trí, chúng ta cần có tối thiểu bao nhiêu kênh để có thể phát sóng các trạm trên?

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	—	85	175	200	50	100
2	85	—	125	175	100	160
3	175	125	—	100	200	250
4	200	175	100	—	210	220
5	50	100	200	210	—	100
6	100	160	250	220	100	—

A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

8. (L.O.4.2) Một cửa hàng sách ước lượng rằng: Trong tổng số các khách hàng đến cửa hàng, có 30% khách cần hỏi nhân viên bán hàng, 20% khách mua sách và 15% khách thực hiện cả hai điều trên. Gặp ngẫu nhiên một khách trong nhà sách. Tính xác suất để người này không mua sách, biết rằng người này đã hỏi nhân viên bán hàng.

A. 1/3 B. 1/2 C. 1/4 D. 1/5

9. (L.O.3.1) Có một trò chơi diễn ra như sau: Người chơi và một máy tính của nhà cái sẽ chọn ngẫu nhiên năm số (có thể giống nhau) trong tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Người chơi phải trả \$2 để chơi và có thể kiếm được \$100.000 nếu bạn khớp tất cả năm số theo thứ tự (nhận lại được \$2 cộng với \$100.000 tiền thưởng). Hỏi trò chơi có công bằng không? và tại sao?

A. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx \$1$ mỗi lần chơi.
B. Trò chơi này là công bằng, bạn có thể kiếm được rất nhiều tiền.
C. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx \$0.5$ mỗi lần chơi.
D. Trò chơi này không công bằng vì thực tế kì vọng trung bình người chơi sẽ mất $\approx \$1.5$ mỗi lần chơi.

10. (L.O.3.2) Giả sử có $m > 0$ kẻ khủng bố trong nhóm G gồm N du khách đến Mỹ mỗi ngày. Trên thực tế, chúng ta cần một giả định thực tế hơn rằng $1 < m \leq N$, tất cả đều là số tự nhiên. Đặt $S = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ là mẫu ngẫu nhiên được lấy bằng cách chọn ngẫu nhiên n khách b_i trong G, với điều kiện $m < n \ll N$. Số lượng kẻ khủng bố X trong mẫu S có thể được biểu thị bằng biến ngẫu nhiên có phân phối ...

A. Bernoulli $\mathbf{B}(p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$. B. nhị thức $\mathbf{Bin}(n,p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$.
C. hình học $\mathbf{Geom}(n,p)$ với $p = \dfrac{m}{N}$. D. nhị thức $\mathbf{Bin}(n,p)$ với $p = \dfrac{m}{n}$.

11. **(L.O.1.2)** Số lượng chu trình Hamilton phân biệt trong một đồ thị đầy đủ n đỉnh là ...

A. $n!$. B. $(n-1)!$. C. $n(n-1)/2$. D. at most $n!$.

12. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc ít nhất bằng 5 và có ít nhất một đỉnh bậc 8. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

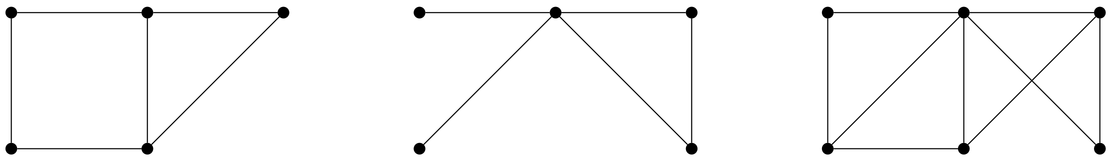
A. 12. B. 15. C. 14. D. 16.

Questions 13– 14 use the same assumption- definition below.
Giả sử đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ không liên thông với $p = 3$ thành phần liên thông, trong đó tập đỉnh V có tổng số $n = 16$ đỉnh và tập cạnh E có m cạnh.

13. (L.O.3.2) Khoảng tốt nhất $[L, U]$ giới hạn số cạnh m trong đồ thị G [có nghĩa là giới hạn dưới $L \leq m$ và giới hạn trên $U \geq m$] là

A. $[L, U] = [13, 91]$. B. $[L, U] = [13, 90]$. C. $[L, U] = [14, 90]$. D. $[L, U] = [15, 92]$.

14. (L.O.3.2) Đồ thị $G = (V, E)$ nói ở trên được sử dụng để thiết kế địa đồ cho một khu đô thị mới, gọi là **MA**, ở ngoại ô TP.HCM, ở đó đỉnh v là những tòa nhà cao tầng có cùng cấu trúc và mỗi cạnh $e = \{u, v\}$ là đoạn đường nối các tòa nhà u, v. Do khu vực này bao gồm 3 hòn đảo biệt lập nên nhóm kiến trúc sư ban đầu quy hoạch 3 ngôi làng biệt lập (rời nhau) là A, B, C khớp với các hòn đảo, và do đó, đồ thị G với $n = 16$ tòa nhà cao tầng và $p = 3$ thành phần liên thông rời nhau về cơ bản đáp ứng nhu cầu di chuyển "địa phương" của cư dân tương lai, xem hình bên dưới.



A B C

Tuy nhiên, để đáp ứng tốt hơn các tiện ích sinh sống của cư dân của khu dân cư mới **MA** (ví dụ, họ có thể hoàn toàn đi lại thuận tiện giữa tất cả các tòa nhà trong khu **MA**), nhóm kiến trúc sư quyết định thay đổi quy hoạch thành một thiết kế mới $G_* = (V, E_*)$, trong đó tất cả các tòa nhà $v \in V$ phải được kết nối với nhau nhờ một số đoạn đường mới $m_* = |E_*|$ thêm mà có thể lớn hơn $m = |E|$, số lượng đoạn đường cũ. Theo bạn, để chắc chắn có thiết kế tốt G_*, ràng buộc chính xác nhất về số đoạn đường mới m_* là gì?

A. $m_* \geq 111$. B. $m_* \geq m + n - p$. C. $m_* \geq 121$. D. $m_* \geq m + 16$.

15. **(L.O.4.2)** Ta tô màu một cách ngẫu nhiên với xác xuất như nhau các cạnh của đồ thị đầy đủ K_n bằng hai màu đỏ và xanh. Chọn ngẫu nhiên một tập con S gồm k đỉnh trong K_n. Gọi p là xác suất mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Và gọi m là kì vọng của số tất cả các tập con S gồm k đỉnh trong K_n mà mọi cạnh có hai đầu mút trong S đều được tô màu đỏ. Khi đó giá trị của bộ (p, m) là

A. $\left(\frac{2}{k(k-1)}, \frac{2C(n,k)}{k(k-1)}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}, \frac{C(n,k)}{2^{\frac{k(k-1)}{2}}}\right)$. C. $\left(\frac{1}{k(k-1)}, \frac{C(n,k)}{k(k-1)}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2^{k(k-1)}}, \frac{C(n,k)}{2^{k(k-1)}}\right)$.

16. (L.O.3.2) Cho đồ thị vô hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm Traveling() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, câu nào sau đây không thể là giá trị trả về của hàm?

A. chuỗi thể hiện đường đi "A D E C B A"
B. chuỗi thể hiện đường đi "A D B C E A"
C. chuỗi thể hiện đường đi "A E C B D A"
D. Đáp án khác

17. **(L.O.1.2)** Giả sử G là đơn đồ thị phẳng liên thông n đỉnh sao cho mỗi đỉnh đều có bậc bằng 5. Khi đó giá trị bé nhất có thể có của n là ...

A. 8. B. 12. C. 10. D. 14.

18. **(L.O.1.2)** Đồ thị chứa chu trình Hamilton được gọi là *Hamiltonian*. Đồ thị nào sau đây là *Hamiltonian*?

A. Tất cả phương án đều đúng.
B. Đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{n,n}$ $(n \geq 2.)$
C. Khối n chiều (hypercube) Q_n $(n \geq 2)$
D. Đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n $(n \geq 3)$

19. **(L.O.3.2)** Cho 2 biến ngẫu nhiên độc lập tuân theo phân phối nhị thức $X \sim Bin(n_1, p_1)$ và $Y \sim Bin(n_2, p_2)$. Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

A. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$.
B. $X + Y \sim Bin(n_1 + n_2, p_1 + p_2)$.
C. $X + Y \sim Bin(n, p)$ nếu $p_1 = p_2 = p$ và $n_1 = n_2 = n$.
D. Phương án khác.

20. (L.O.3.2) Cho đồ thị có hướng gồm 5 đỉnh A, B, C, D, E gồm các cạnh AB, AD, AE, BC, DB, ED, EC có trọng số lần lượt là 8, 1, 3, 3, 3, 7, 4 ở dạng ma trận trọng số (weight matrix), rồi đưa các biến này vào hàm BF() với đỉnh bắt đầu là 'A'. Giả sử hai mảng dùng để lưu khoảng cách và đỉnh trước lần lượt là V({0,2,3,5,7}) và P({-1,0,0,0,0}); hàm BF, mọi khởi tạo và nhập biến đều đúng, khoảng cách ngắn nhất từ giá trị của biến V sau khi kết thúc hàm BF là?

A. V={0,2,3,1,3}
B. V={0,4,7,1,3}
C. V={0,8,-1,1,3}
D. Không thể xác định được V do V và P truyền vào không khớp đồ thị

21. **(L.O.4.2)** Xét nghiệm máu trong phòng thí nghiệm có hiệu quả 99% trong việc phát hiện một bệnh nhất định khi nó thực sự có mặt (nghĩa là, nếu một người thực sự mắc bệnh khi làm xét nghiệm sẽ cho kết quả dương tính với xác suất 99%). Tuy nhiên, xét nghiệm cũng cho kết quả "dương tính giả" đối với 1% số người khỏe mạnh được xét nghiệm. (Nghĩa là, nếu một người khỏe mạnh được xét nghiệm thì với xác suất 0,01, kết quả xét nghiệm sẽ cho thấy người đó mắc bệnh.) Nếu 0,5% dân số thực sự mắc bệnh, xác suất một người mắc bệnh là bao nhiêu khi kết quả xét nghiệm của anh ta dương tính?

A. 0.33. B. 0.495. C. 0.99. D. Phương án khác.

22. **(L.O.1.2)** Phát biểu nào sau đây không đúng?

A. Một biến cố có thể độc lập với chính nó.
B. Nếu ($m = 2$, và n lẻ), hoặc (m lẻ, và $n = 2$), thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một đường đi Euler.
C. Khi m và n chẵn, thì đồ thị phân đôi đầy đủ $K_{m,n}$ có chứa một chu trình Euler.
D. E và F là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi $\overline{E}$ và F là hai biến cố độc lập.

23. **(L.O.1.2)** Cho một đồ thị hình bánh xe (wheel) W_n ($n \geq 3$) với mỗi cạnh trên vành bánh xe có trọng số là 2 và mỗi cạnh nối một đỉnh trên vành bánh xe với đỉnh trung tâm có trọng số là 3. Cây khung tối thiểu của đồ thị trên có tổng trọng số là bao nhiêu?

A. $2n$ B. $2n + 1$ C. $2n + 3$ D. $3n$

24. (L.O.1.2) Một đồ thị **m phần đầy đủ (complete m-partite graph)** $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$ là đồ thị có các đỉnh được phân vùng (partitioned) vào m tập con $n_1, n_2, \ldots, n_m$, và các đỉnh chỉ được nối với nhau khi chúng nằm trong các tập con khác nhau (nối đầy đủ).
Gợi ý: Chúng ta có thể xem đồ thị **m phần đầy đủ** là mở rộng của đồ thị phân đôi (bi-partite) đầy đủ có m phân vùng. Hỏi có bao nhiêu đỉnh (N) và cạnh (E) của đồ thị m phần đầy đủ $K_{n_1,n_2,\ldots,n_m}$?

A. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1\leq i<j\leq n} n_i n_j$.
B. $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$, $E = \sum_{1\leq i<j\leq m} n_i n_j$.
C. $N = \sum_{i=1}^{n} n_i$, $E = \sum_{1\leq i<j\leq n} n_i n_j$.
D. Không có câu nào trong các đáp án trên là đúng.

25. (L.O.3.2) Trong các thời khắc quan trọng của các sự kiện giao tranh khốc liệt trên địa cầu kể từ cuối năm 2023, cơ quan Inter-Pol ước tính rằng có khoảng M phần tử khủng bố (kẻ cực đoan bạo lực- máu lạnh, `brutal extremists`) trên toàn cầu. Chính phủ Hoa Kỳ hàng tuần đều quan sát một nhóm lớn H với số lượng cố định K du khách đến đất nước của họ, với $K > M$, và rồi chọn ngẫu nhiên k khách trong nhóm H để tạo thành mẫu ngẫu nhiên $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ có kích thước k, trong đó $M < k \ll K$. Số lượng kẻ khủng bố giả dạng du khách trong mẫu V được ký hiệu là Y, nhưng chúng ta không biết giá trị cụ thể của nó. Giá trị trung bình (`expected value`) những kẻ khủng bố có thể vào Hoa Kỳ mỗi tuần, $\mathbf{E}[Y]$, được ước tính là

A. $\mathbf{E}[Y] = \dfrac{M}{K}$. B. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{k}{K}$. C. $\mathbf{E}[Y] = 7\,\dfrac{M}{K}$. D. $\mathbf{E}[Y] = k\,\dfrac{M}{K}$.

Solution 3118

1. B.
2. C.
3. C.
4. B.
5. D.
6. A.
7. C.
8. B.
9. A.
10. B.
11. B.
12. B.
13. A.
14. C.
15. B.
16. D.
17. B.
18. A.
19. A.
20. A.
21. A.
22. B.
23. B.
24. B.
25. D.