Lecturer:	*December 1st, 2023*	**Approved by:**	*December 1st, 2023*
(Signature and Fullname)		*(Signature and Fullname)*	

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM	**THI CUỐI KỲ**	HK/NH	1	2023-2024
KHOA KH&KT MÁY TÍNH		Ngày thi		23/12/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Course ID	CO2011		
	Thời lượng	80 phút	Mã đề	1821

Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.

1. (L.O.3.1) Một doanh nghiệp kinh doanh vận tải muốn quản lý một dự án xe buýt đi từ trung tâm TPHCM đến các trường đại học trên Thủ Đức với kinh phí 370M. Có 4 tuyến đường đi trực tiếp được đến các trường đại học này gồm: 8, 10, 50, 56; và giá để vận hành 1 xe buýt trên các tuyến đường này lần lượt là: 40M, 35M, 45M, 50M. Hiện công ty có 9 xe buýt. Biết mỗi tuyến đường đều cần được bố trí xe buýt và tối đa có thể bố trí được 4 xe đồng thời công ty mong muốn bố trí tất cả các xe hiện có.
Hệ nào dưới đây thể hiện các điều kiện của mô hình LP được dùng để tối thiểu chi phí cho dự án trên? Giá trị chi phí tối thiểu (min cost) của dự án này là bao nhiêu?

A. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} = 9 \\ 1 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \le 370 \end{cases}$; min cost: 355M

B. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \le 9 \\ B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 0 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \le 370 \end{cases}$; min cost: 345M

C. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \le 9 \\ 1 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 0 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} = 370 \end{cases}$; min cost: 370M

D. Các lựa chọn khác đều sai.

2. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\max_{x_i}(5x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4)$$

$$s.t. \qquad 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 \le 11$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là?

A. 11 B. 17 C. 18 D. 14

3. (L.O.2.1) Số điểm cực biên (extreme points) *nhiều nhất* có thể có của một bài toán quy hoạch tuyến tính có 3 ràng buộc không âm đối với các biến và 6 ràng buộc (chính) khác là

A. 20. B. 24. C. 84. D. 18.

4. (L.O.2.1) Một người gởi tiết kiệm \$100 vào tài khoản ngân hàng vào đầu mỗi tháng. Biết được lãi suất ngân hàng là 12% và lãi suất được gộp hàng tháng. Tổng số tiền người này có sau khi gởi 12 tháng là?

A. 389,6. B. 112,68. C. 1280,93. D. 1312,68.

5. (L.O.3.1)
Tìm
$$\max(x+2y),$$
trong đó x và y thoả
$$x+4y\le 20, x+y\ge 8, 5x+y\le 32 \text{ và } x,y\ge 0.$$

A. 244/19 B. 284/19 C. 301/19 D. Infeasible

6. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có 9 xe buýt và 840 khách hàng. Doanh nghiệp dự tính mỗi xe có thể phục vụ tối đa 100 khách hàng. Biết rằng lượng khách hàng đi xe buýt chiếm 5% dân số khu vực và dân số thì tăng liên tục theo một tỉ lệ cố định và sẽ tăng gấp đôi sau 5 năm. Đâu là số lượng xe buýt mà hãng phải bổ sung sau 100 tháng để phục vụ đầy đủ các khách hàng?

A. 18 B. 27 C. 14 D. 5

Các câu hỏi 7–9, sử dụng giả thiết sau.

Một công ty khởi nghiệp lên kế hoạch sản xuất $n=2$ loại máy tính xách tay: A (loại 1)= Ultra-book và B (loại 2) = Workstation, với công nghệ đột phá (như chip lượng tử) từ năm 2025. Ký hiệu $\boldsymbol{z}=(z_1,z_2)^T$ là số lượng máy tính xách tay được sản xuất cho loại A và B. Do sự không chắc chắn (rủi ro) và nhu cầu cao về sản phẩm, công ty yêu cầu số lượng sản xuất $\boldsymbol{z}$ phải đáp ứng chính xác **vectơ nhu cầu ngẫu nhiên D** $=(D_1,D_2)^T$, nghĩa là
$$0\le z_i=d_i,\quad i=1,\dots,2$$
trong đó d_i là giá trị quan sát của các biến D_1,D_2. Mỗi biến trong mô hình có đơn vị là 1000 chiếc và giả sử rằng nhu cầu $D_1\sim \mathbf{Bin}(10,\frac{1}{2})$ và $D_2\sim \mathbf{Bin}(6,\frac{1}{3})$.

Tiếp theo, sự không chắc chắn của việc sản xuất được biểu diễn bằng bài toán quy hoạch tuyến tính ngẫu nhiên hai giai đoạn (2-SLP). Giả sử máy tính xách tay cần $m=3$ thành phần để sản xuất (CPU, RAM và card đồ hoạ). Đặt $m=3$ biến quyết định là $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,x_3)^T$ trong giai đoạn thứ nhất, với x_j $(j=1,\dots,m)$ là số thành phần được mua trước khi sản xuất máy tính xách tay A và B. Cụ thể, x_1 là số CPU, x_2 là số RAM và x_3 là số card đồ họa (đơn vị 1000 chiếc).
Số lượng thành phần y_j tồn kho phụ thuộc vào số lượng thành phần được mua x_j thông qua các phương trình
$$y_j=x_j-\sum_{i=1}^{n}a_{ji}\,z_i,\quad j=1,\dots,m$$
hay dưới dạng ma trận
$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}-\mathbf{A}^T\,\boldsymbol{z},$$
với $\boldsymbol{y}=(y_1,y_2,y_3)^T$, và $\mathbf{A}=[a_{ij}]$ là ma trận hệ số (của nhu cầu sản xuất) với số chiều $n\times m=2\times 3$.
Dòng đầu tiên $a_{1j}=2$ và dòng thứ hai $a_{2j}=1$ với $j=1,\dots,3$.

7. Giả sử công ty sử dụng cách tiếp cận **No waiting** trong giai đoạn thứ nhất, chúng ta cố định biến quyết định $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,x_3)^T=(12,14,17)$ và giả sử việc sản xuất dựa trên `Unbiased` scenario (the mean scenario), và vector sản xuất $\boldsymbol{z}$ là trung bình của nhu cầu $\mathbf{D}=(D_1,D_2)$. Khi đó $\boldsymbol{z}$ và $\boldsymbol{y}=(y_1,y_2,y_3)^T$ là:

A. $z_1=5,z_2=2$ và $y_1=5,y_2=2;y_3=0$ B. $z_1=5,z_2=2$ và $y_1=0,y_2=2;y_3=5$
C. $z_1=2,z_2=5$ và $y_1=0,y_2=2;y_3=5$ D. $z_1=2,z_2=3$ và $y_1=2,y_2=5;y_3=8$

8. Trong giai đoạn thứ hai của bài toán, ta định nghĩa mô hình

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{z},\boldsymbol{y}} \ (Z_2 = \ \boldsymbol{c}^T \cdot \boldsymbol{z} - \boldsymbol{s}^T \cdot \boldsymbol{y}) \\ \text{với} \quad \boldsymbol{c} = (c_i) \text{ hệ số chi phí sản xuất} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T \ \boldsymbol{z}, \\ 0 \leq \boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}, \quad \boldsymbol{y} \geq 0. \end{cases} \tag{1}$$

với $\boldsymbol{c} = (c_1, c_2)^T$ là chi phí sản xuất mỗi máy tính của loại 1 (Ultra-book) và loại 2 (Workstation), vector $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, s_3)^T$ là giá tồn kho (sau khi biết nhu cầu) mỗi đơn vị của thành phần $j = 1, 2, 3$.
Mô hình (chỉ giai đoạn hai) trên thực tế chấp nhận rằng số lượng sản xuất bằng với nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$. Hàm mục tiêu $Z_2 = Q(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{d}) = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ rõ ràng phụ thuộc vào biến xác định trước (pre-determined) $\boldsymbol{x}$ trong giai đoạn 1 và biến ngẫu nhiên nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ được cho bởi $\boldsymbol{D}$ (the mean scenario) trong câu hỏi trước. Công ty lên kế hoạch sản xuất với các chi phí sản xuất $\boldsymbol{c} = (c_i) = (70, 30)^T$ (USD) và các giá tồn kho $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$ (USD). Giá trị của hàm mục tiêu Z_2 (đơn vị 1000 USD) là

A. $Z_2 = 540$ B. $Z_2 = 400$ C. $Z_2 = 280$ D. $Z_2 = 130$

9. Mô hình tổng thể (2-SLP) dựa trên cách tiếp cận **Scenario approach** được xác định thông qua bài toán tối ưu sau

$$\min(G = g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = \ \boldsymbol{b}^T \cdot \boldsymbol{x} + \ Z_2), \tag{2}$$

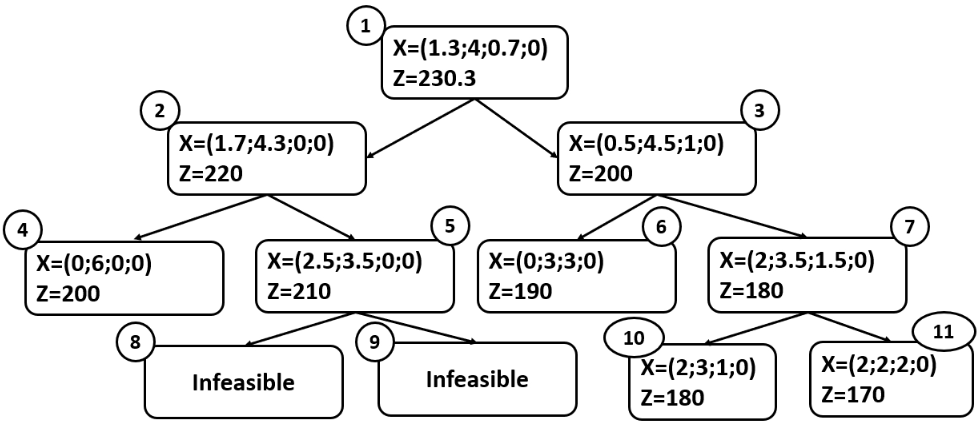
với $\boldsymbol{b}^T = (b_1, b_2, b_3) = 2 \cdot \boldsymbol{s}^T$ trong đó b_j là chi phí đặt mua trước (preorder cost) mỗi đơn vị của thành phần j (trước khi biết nhu cầu), và $Z_2 = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ được định nghĩa ở phương trình (1). Nếu công ty vẫn lên kế hoạch sản xuất với $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$, $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$, và $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ (được chọn bởi Unbiased scenario của biến ngẫu nhiên nhị thức $\boldsymbol{D}$), khi đó giá trị tối ưu của G là

A. $G_{\min} = 1700$ B. $G_{\min} = 1980$ C. $G_{\min} = 2240$ D. $G_{\min} = 3240$

10. (L.O.2.1) Giả sử quần thể cá tăng theo hàm mũ. Một cái ao ban đầu nuôi 500 con cá. Biết rằng sau 6 tháng, trong ao có 1000 con cá. Người chủ sẽ cho phép bạn bè và hàng xóm câu cá trên ao của mình sau khi số lượng cá đạt 10.000 con. Khi nào bạn bè của chủ sở hữu sẽ được phép câu cá?

A. 2 năm sau. B. 25 tháng sau. C. 26 tháng sau. D. 27 tháng sau.

11. (L.O.3.1) Cây nhị phân sau đây thể hiện quá trình sử dụng phương pháp branch and bound để giải một bài toán ILP.



Nốt nào dưới đây (theo số đánh) là điểm dừng của quá trình branch and bound biết việc tìm kiếm đáp án ưu tiên theo chiều rộng từ trái sang phải?

A. 9 B. 6 C. 4 D. 11

12. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Khi giải bài QHTT nguyên (ILP) dạng cực tiểu hóa, giá trị tối ưu của bài toán QHTT nới lỏng (relaxed-LP) không lớn hơn giá trị tối ưu của bài toán gốc.

B. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả this đối với bài toán ILP gốc.

C. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả thi đối với bài toán ILP gốc vì nghiệm nguyên này cần phải thỏa thêm các ràng buộc phụ khác.

D. Số lượng các nút được xem xét trong cây nhánh-và-cận khi giải bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên dạng cực đại luôn là ít nhất bằng cách đi đến nút có cận trên lớn nhất.

13. (L.O.3.1)
Tìm

$$\max(5x + 3y + 2z + 7u + 4v),$$

trong đó x, y, z, u, và v thoả

$$2x + 8y + 4z + 2u + 5v \leq 10 \text{ và } x, y, z, u, v \in \{0, 1\}.$$

A. 19 B. 15 C. 16 D. 20

14. (L.O.3.1) Cho Tableau sau để bắt đầu giải bài toán tìm giá trị tối đa bằng phương pháp simplex của $10x_1 + 50x_2 + 30x_3 + 60x_4$

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
	35	40	45	50	0	0	0	0	0	200
	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3
	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
	1	0	1	0	0	0	0	1	0	3
	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
max	−10	−50	−30	−60	0	0	0	0	0	0

Bảng nào dưới đây có thể là kết quả cuối cùng của việc áp dụng phương pháp simplex để giải bài toán trên?

A.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0.3	0	−0.07	0	−0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
x_4	0	0	0.7	1	0.07	0	−0.3	0	0	0.7
s_4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	3
s_2	0	0	−0.3	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	−0.7	0	−0.07	0	0.3	0	1	2.3
max	0	0	13.3	0	3.3	0	23.3	0	0	203.3

B.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_3	3	0	1	0	−0.2	0	−2	0	0	1.3
x_2	0.7	1	0	0	0	0	1	0	0	3
s_2	0.3	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	−0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3
x_4	0.3	0	0	1	0.07	0	−0.3	0	0	0.7
max	40	0	0	0	6	0	50	0	0	230.3

C.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0	0.3	−0.07	0	−0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0.7	0	0	1	0	0	3
x_3	0	0	1	1	0.07	0	−0.3	0	0	0.7
s_2	0	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	−0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0.7	0	0	0	1	0	3
max	0	0	0	11.3	3.3	0	23.3	0	0	183.17

D. Các lựa chọn khác đều sai.

15. (L.O.3.2)
Nam muốn tiết kiệm tiền để chuẩn bị cho việc học đại học của con gái anh ấy. Anh ta đang xem xét việc gửi một số tiền vào tài khoản với mức lãi suất hàng năm là 6.23%. Mục tiêu là tích luỹ được 120 triệu VND sau 18 năm. Số tiền gửi gần nhất là bao nhiêu (triệu VND)? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 48.47 B. 31.75 C. 19.58 D. 40.44

16. (L.O.2.1) Tính chất nào sau đây của bài toán QHTT không còn đúng cho bài toán QHTT nguyên?

A. Tính tuyến tính. B. Tính cộng tính. C. Tính liên tục. D. Tính hữu hạn.

17. (L.O.2.4) Một sân bay có hai hãng hàng không lớn hoạt động: Vietnam Airlines và VietJet Air. Chúng tôi khảo sát khách du lịch hàng tuần và nhận thấy những người đã đi Vietnam Airlines thì có 80% lại đi Vietnam Airlines và 20% chuyển sang đi VietJet Air. Trong số những người đi hãng hàng không VietJet Air thì 60% đi lại VietJet Air nhưng 40% chuyển sang Vietnam Airlines. Chúng tôi giả định xu hướng này tiếp tục diễn ra hàng tuần và không có thêm hành khách mới nào tham gia hoặc rời khỏi hệ thống. Khi đó, về lâu dài, tỷ lệ hành khách sẽ đi trên các hãng hàng không Vietnam Airlines và VietJet Air lần lượt là:

A. 60% và 40%. B. 90% và 10%. C. 66,67% và 33,33%. D. Phương án khác.

18. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có doanh thu và chi phí vận hành lần lượt là 230M và 370M trong năm 2020. Biết rằng mỗi năm doanh thu sẽ tăng 30% và chi phí sẽ tăng 10%. Đâu là lợi nhuận ròng của doanh nghiệp khi kết thúc năm 2025?

A. 79.1112M B. 420.7616M C. 258.0852M D. 853.9739M

19. (L.O.3.1) Một chuyên gia dinh dưỡng khuyến cáo rằng một người phải tiêu thụ tối thiểu 18 đơn vị canxi, 16 đơn vị sắt và 14 đơn vị kẽm mỗi tuần. Một cô gái muốn đảm bảo tuân thủ chế độ ăn kiêng bằng cách mua một số thực phẩm bổ sung có chứa tất cả các chất dinh dưỡng cô ấy cần từ cửa hàng y tế địa phương, nơi bán các gói 'VitaPlus' và 'BeHealthy'. Cô ấy muốn chọn sự kết hợp khả thi của các chất bổ sung này với chi phí tối thiểu. Biết rằng, mỗi gói VitaPlus có giá 3 USD một gói và chứa 1 đơn vị canxi, 4 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Mỗi gói BeHealthy có giá 4 USD và chứa 1,5 đơn vị canxi, 1 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Cần mua bao nhiêu gói VitaPlus và BeHealthy?

A. 6 gói VitaPlus và 8 gói BeHealthy.
B. Không có nghiệm tối ưu.
C. 0 gói VitaPlus và 16 gói BeHealthy.
D. 18 gói VitaPlus và 0 gói BeHealthy.

20. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Đối với các bài toán QHTT (LP) dạng cực tiểu, nếu giá trị hàm mục tiêu tại một điểm cực hạn (extreme point) trong miền khả thi không lớn hơn giá trị của nó tại mọi điểm cực hạn liền kề trong miền khả thi thì điểm đó là nghiệm tối ưu.
B. Đối với các bài toán LP, nếu tồn tại nhiều nghiệm tối ưu thì có thể có một điểm cực hạn liền kề với một nghiệm tối ưu tại điểm cực hạn khác trong miền khả thi mà nó cũng là nghiệm tối ưu.
C. Đối với các bài toán LP, chỉ có các điểm cực hạn trong miền khả thi mới có thể là nghiệm tối ưu nên số lượng nghiệm tối ưu không thể vượt quá số điểm cực trị trong miền khả thi.
D. Quy tắc "tỉ số bé nhất" (minimum ratio) dùng trong phương pháp đơn hình để chọn biến cơ bản bị thay thế (leaving variable) được sử dụng vì việc thực hiện một lựa chọn khác với tỉ số lớn hơn sẽ đưa đến một nghiệm cơ bản không khả thi.

21. (L.O.3.2)
Giả sử một quần thể cá trong một cái hồ có mô hình như sau

$$\frac{dN}{dt} = 0.25N\left(1 - \frac{N}{100}\right),$$

trong đó $N = N(t) \geq 0$ kích thước quần thể tại thời điểm $t \geq t_0 = 0$ (theo tháng) với quần thể ban đầu là 30 con tại t_0. Trong bao nhiêu tháng thì quần thể cá trên đạt xấp xỉ 65.76 con cá? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 6
B. 5
C. 7
D. 8

22. (L.O.3.1)
Để tận dụng một bãi đỗ xe có diện tích là 7200 feet vuông, các ô tô nhỏ và ô tô lớn sẽ được phân bổ theo cách tối ưu nhất. Mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô nhỏ được chỉ định là 90 feet vuông và mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô lớn được chỉ định là 120 feet vuông sao cho mỗi chiếc ô tô chỉ được chiếm một chỗ đỗ xe có kích thước phù hợp. Tỷ lệ dự kiến giữa ô tô nhỏ và ô tô lớn muốn đỗ xe vào bất kỳ thời điểm nào dự kiến sẽ không ít hơn 2:3 và không lớn hơn 2:1. Khi đó, số lượng chỗ đỗ xe tối ưu cho ô tô nhỏ và ô tô lớn lần lượt là

A. 52 và 21.
B. 48 và 24.
C. 37 và 32.
D. 45 và 50.

Các câu hỏi 23–24, sử dụng giả thiết sau.
Xét bài toán tối ưu sau:

$$\text{Minimize } (Z = x_1 + x_2),$$

với ràng buộc

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$
$$\omega_1\ x_1 + x_2 \leq 7,$$
$$\omega_2\ x_1 + x_2 \geq 4$$

Hai điều kiện cuối phụ thuộc vào biến ngẫu nhiên $\omega_1 \sim \mathbf{Unif}(-2, 4)$ (biến ngẫu nhiên đều- uniform variable) và $\omega_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{2})$ (biến ngẫu nhiên nhị thức- binomial variable). Đặt vector $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2]$.
Trong phương pháp `Guessing at uncertainty` chúng ta có thể đoán các giá trị hợp lý của $\boldsymbol{\omega}$ theo một số cách như: *Unbiased* (chọn giá trị trung bình), *Pessimistic* (chọn giá trị nhỏ nhất) và *Optimistic* (chọn giá trị lớn nhất).

23. Giá trị của vector $\boldsymbol{\omega}$ khi sử dụng phương pháp `Unbiased` và phương pháp `Optimistic` được ký hiệu bởi $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O$ lần lượt là:

A. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ \frac{2}{3})$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (2,\ 0)$.
B. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ 3)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4,\ 6)$.
C. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ 0)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4, 3)$.
D. Phương án khác.

24. Nếu sử dụng phương pháp `Pessimistic` thì giá trị tối ưu Z_m và nghiệm tối ưu $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt}$ lần lượt là:

A. $Z_m = \frac{50}{10}$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (2,\ 0)$.
B. $Z_m = 4$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0,\ 2)$
C. $Z_m = 3$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0,\ 4)$.
D. Phương án khác.

25. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau
Hàm mục tiêu $F = 5x_1 - 4x_2$ với các ràng buộc

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &\geq 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 &\leq 0 \\ x_i &\geq 0. \end{aligned}$$

Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

I. F có giá trị nhỏ nhất trên miền chấp nhận được (feasible region).

II. F có giá trị lớn nhất trên miền chấp nhận được.

III. Miền chấp nhận được bị chặn (bounded).

IV. Miền chấp nhận được không bị chặn (unbounded).

A. I và IV.
B. I và III.
C. Chỉ IV.
D. II và IV.

....HẾT BÀI THI..

Solution 1821

1. A.
2. B.
3. C.
4. C.
5. A.
6. A.
7. B.
8. C.
9. B.
10. C.
11. A.
12. C.
13. C.
14. A.
15. D.
16. C.
17. C.
18. A.
19. A.
20. C.
21. A.
22. B.
23. B.
24. D.
25. C.

Lecturer:	*December 1st, 2023*	**Approved by:**	*December 1st, 2023*
(Signature and Fullname)		*(Signature and Fullname)*	

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH	THI CUỐI KỲ	HK/NH	1	2023-2024
		Ngày thi	23/12/2023	
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Course ID	CO2011		
	Thời lượng	80 phút	Mã đề	1822

Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.

1. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Quy tắc “tỉ số bé nhất” (minimum ratio) dùng trong phương pháp đơn hình để chọn biến cơ bản bị thay thế (leaving variable) được sử dụng vì việc thực hiện một lựa chọn khác với tỉ số lớn hơn sẽ đưa đến một nghiệm cơ bản không khả thi.

B. Đối với các bài toán QHTT (LP) dạng cực tiểu, nếu giá trị hàm mục tiêu tại một điểm cực hạn (extreme point) trong miền khả thi không lớn hơn giá trị của nó tại mọi điểm cực hạn liền kề trong miền khả thi thì điểm đó là nghiệm tối ưu.

C. Đối với các bài toán LP, nếu tồn tại nhiều nghiệm tối ưu thì có thể có một điểm cực hạn liền kề với một nghiệm tối ưu tại điểm cực hạn khác trong miền khả thi mà nó cũng là nghiệm tối ưu.

D. Đối với các bài toán LP, chỉ có các điểm cực hạn trong miền khả thi mới có thể là nghiệm tối ưu nên số lượng nghiệm tối ưu không thể vượt quá số điểm cực trị trong miền khả thi.

2. (L.O.2.1) Tính chất nào sau đây của bài toán QHTT không còn đúng cho bài toán QHTT nguyên?

A. Tính hữu hạn. B. Tính tuyến tính. C. Tính cộng tính. D. Tính liên tục.

3. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau
Hàm mục tiêu $F = 5x_1 - 4x_2$ với các ràng buộc

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &\geq 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 &\leq 0 \\ x_i &\geq 0. \end{aligned}$$

Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

I. F có giá trị nhỏ nhất trên miền chấp nhận được (feasible region).

II. F có giá trị lớn nhất trên miền chấp nhận được.

III. Miền chấp nhận được bị chặn (bounded).

IV. Miền chấp nhận được không bị chặn (unbounded).

A. II và IV. B. I và IV. C. I và III. D. Chỉ IV.

4. (L.O.3.1) Cho Tableau sau để bắt đầu giải bài toán tìm giá trị tối đa bằng phương pháp simplex của $10x_1 + 50x_2 + 30x_3 + 60x_4$

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
	35	40	45	50	0	0	0	0	0	200
	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3
	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
	1	0	1	0	0	0	0	1	0	3
	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
max	-10	-50	-30	-60	0	0	0	0	0	0

Bảng nào dưới đây có thể là kết quả cuối cùng của việc áp dụng phương pháp simplex để giải bài toán trên?

A. Các lựa chọn khác đều sai.

B.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0.3	0	-0.07	0	-0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
x_4	0	0	0.7	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
s_4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	3
s_2	0	0	-0.3	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	-0.7	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
max	0	0	13.3	0	3.3	0	23.3	0	0	203.3

C.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_3	3	0	1	0	-0.2	0	-2	0	0	1.3
x_2	0.7	1	0	0	0	0	1	0	0	3
s_2	0.3	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3
x_4	0.3	0	0	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
max	40	0	0	0	6	0	50	0	0	230.3

D.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0	0.3	-0.07	0	-0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0.7	0	0	1	0	0	3
x_3	0	0	1	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
s_2	0	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0.7	0	0	0	1	0	3
max	0	0	0	11.3	3.3	0	23.3	0	0	183.17

5. (L.O.3.2)
Nam muốn tiết kiệm tiền để chuẩn bị cho việc học đại học của con gái anh ấy. Anh ta đang xem xét việc gửi một số tiền vào tài khoản với mức lãi suất hàng năm là 6.23%. Mục tiêu là tích luỹ được 120 triệu VND sau 18 năm. Số tiền gửi gần nhất là bao nhiêu (triệu VND)? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 40.44 B. 48.47 C. 31.75 D. 19.58

Các câu hỏi 6–7, sử dụng giả thiết sau.
Xét bài toán tối ưu sau:

$$\text{Minimize } (Z = x_1 + x_2),$$

với ràng buộc

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

$$\omega_1\ x_1 + x_2 \leq 7,$$

$$\omega_2\ x_1 + x_2 \geq 4$$

Hai điều kiện cuối phụ thuộc vào biến ngẫu nhiên $\omega_1 \sim \mathbf{Unif}(-2, 4)$ (biến ngẫu nhiên đều- uniform variable) và $\omega_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{2})$ (biến ngẫu nhiên nhị thức- binomial variable). Đặt vector $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2]$.
Trong phương pháp `Guessing at uncertainty` chúng ta có thể đoán các giá trị hợp lý của $\boldsymbol{\omega}$ theo một số cách

như: *Unbiased* (chọn giá trị trung bình), *Pessimistic* (chọn giá trị nhỏ nhất) và *Optimistic* (chọn giá trị lớn nhất).

6. Giá trị của vector $\boldsymbol{\omega}$ khi sử dụng phương pháp `Unbiased` và phương pháp `Optimistic` được ký hiệu bởi $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O$ lần lượt là:

A. `Phương án khác.`
B. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1, \ \frac{2}{3})$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (2, \ 0)$.
C. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1, \ 3)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4, \ 6)$.
D. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1, \ 0)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4, 3)$.

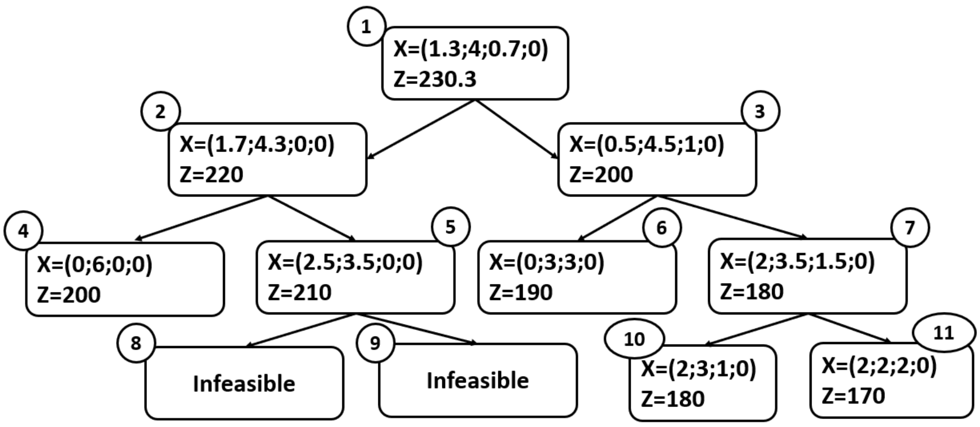
7. Nếu sử dụng phương pháp `Pessimistic` thì giá trị tối ưu Z_m và nghiệm tối ưu $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt}$ lần lượt là:

A. `Phương án khác.`
B. $Z_m = \frac{50}{10}$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (2, \ 0)$.
C. $Z_m = 4$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0, \ 2)$
D. $Z_m = 3$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0, \ 4)$.

8. (L.O.2.1) Giả sử quần thể cá tăng theo hàm mũ. Một cái ao ban đầu nuôi 500 con cá. Biết rằng sau 6 tháng, trong ao có 1000 con cá. Người chủ sẽ cho phép bạn bè và hàng xóm câu cá trên ao của mình sau khi số lượng cá đạt 10.000 con. Khi nào bạn bè của chủ sở hữu sẽ được phép câu cá?

A. 27 tháng sau.
B. 2 năm sau.
C. 25 tháng sau.
D. 26 tháng sau.

9. (L.O.3.1) Cây nhị phân sau đây thể hiện quá trình sử dụng phương pháp branch and bound để giải một bài toán ILP.



Nốt nào dưới đây (theo số đánh) là điểm dừng của quá trình branch and bound biết việc tìm kiếm đáp án ưu tiên theo chiều rộng từ trái sang phải?

A. 11
B. 9
C. 6
D. 4

10. (L.O.3.1)
Tìm
$$\max(x + 2y),$$
trong đó x và y thoả
$$x + 4y \leq 20, x + y \geq 8, 5x + y \leq 32 \text{ và } x, y \geq 0.$$

A. Infeasible
B. $244/19$
C. $284/19$
D. $301/19$

11. (L.O.2.1) Số điểm cực biên (extreme points) *nhiều nhất* có thể có của một bài toán quy hoạch tuyến tính có 3 ràng buộc không âm đối với các biến và 6 ràng buộc (chính) khác là

A. 18.
B. 20.
C. 24.
D. 84.

12. (L.O.3.1) Một doanh nghiệp kinh doanh vận tải muốn quản lý một dự án xe buýt đi từ trung tâm TPHCM đến các trường đại học trên Thủ Đức với kinh phí 370M. Có 4 tuyến đường đi trực tiếp được đến các trường đại học này gồm: 8, 10, 50, 56; và giá để vận hành 1 xe buýt trên các tuyến đường này lần lượt là: 40M, 35M, 45M, 50M. Hiện công ty có 9 xe buýt. Biết mỗi tuyến đường đều cần được bố trí xe buýt và tối đa có thể bố tri được 4 xe đồng thời công ty mong muốn bố trí tất cả các xe hiện có.
Hệ nào dưới đây thể hiện các điều kiện của mô hình LP được dùng để tối thiểu chi phí cho dự án trên? Giá trị chi phí tối thiểu (min cost) của dự án này là bao nhiêu?

A. Các lựa chọn khác đều sai.

B. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} = 9 \\ 1 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \le 370 \end{cases}$; min cost: 355M

C. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \le 9 \\ B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 0 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \le 370 \end{cases}$; min cost: 345M

D. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \le 9 \\ 1 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 0 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} = 370 \end{cases}$; min cost: 370M

13. (L.O.2.4) Một sân bay có hai hãng hàng không lớn hoạt động: Vietnam Airlines và VietJet Air. Chúng tôi khảo sát khách du lịch hàng tuần và nhận thấy những người đã đi Vietnam Airlines thì có 80% lại đi Vietnam Airlines và 20% chuyển sang đi VietJet Air. Trong số những người đi hãng hàng không VietJet Air thì 60% đi lại VietJet Air nhưng 40% chuyển sang Vietnam Airlines. Chúng tôi giả định xu hướng này tiếp tục diễn ra hàng tuần và không có thêm hành khách mới nào tham gia hoặc rời khỏi hệ thống. Khi đó, về lâu dài, tỷ lệ hành khách sẽ đi trên các hãng hàng không Vietnam Airlines và VietJet Air lần lượt là:

A. Phương án khác. B. 60% và 40%. C. 90% và 10%. D. 66,67% và 33,33%.

14. (L.O.3.2)
Giả sử một quần thể cá trong một cái hồ có mô hình như sau

$$\frac{dN}{dt} = 0.25N\left(1 - \frac{N}{100}\right),$$

trong đó $N = N(t) \ge 0$ kích thước quần thể tại thời điểm $t \ge t_0 = 0$ (theo tháng) với quần thể ban đầu là 30 con tại t_0. Trong bao nhiêu tháng thì quần thể cá trên đạt xấp xỉ 65.76 con cá? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 8 B. 6 C. 5 D. 7

15. (L.O.3.1)
Tìm

$$\max(5x + 3y + 2z + 7u + 4v),$$

trong đó $x, y, z, u,$ và v thoả

$$2x + 8y + 4z + 2u + 5v \le 10 \text{ và } x, y, z, u, v \in \{0, 1\}.$$

A. 20 B. 19 C. 15 D. 16

16. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có doanh thu và chi phí vận hành lần lượt là 230M và 370M trong năm 2020. Biết rằng mỗi năm doanh thu sẽ tăng 30% và chi phí sẽ tăng 10%. Đâu là lợi nhuận ròng của doanh nghiệp khi kết thúc năm 2025?

A. 853.9739M B. 79.1112M C. 420.7616M D. 258.0852M

17. (L.O.2.1) Một người gởi tiết kiệm $100 vào tài khoản ngân hàng vào đầu mỗi tháng. Biết được lãi suất ngân hàng là 12% và lãi suất được gộp hàng tháng. Tổng số tiền người này có sau khi gởi 12 tháng là?

A. 1312,68. B. 389,6. C. 112,68. D. 1280,93.

18. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Số lượng các nút được xem xét trong cây nhánh-và-cận khi giải bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên dạng cực đại luôn là ít nhất bằng cách đi đến nút có cận trên lớn nhất.

B. Khi giải bài QHTT nguyên (ILP) dạng cực tiểu hóa, giá trị tối ưu của bài toán QHTT nới lỏng (relaxed-LP) không lớn hơn giá trị tối ưu của bài toán gốc.

C. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả this đối với bài toán ILP gốc.

D. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả thi đối với bài toán ILP gốc vì nghiệm nguyên này cần phải thỏa thêm các ràng buộc phụ khác.

19. (L.O.3.1) Một chuyên gia dinh dưỡng khuyến cáo rằng một người phải tiêu thụ tối thiểu 18 đơn vị canxi, 16 đơn vị sắt và 14 đơn vị kẽm mỗi tuần. Một cô gái muốn đảm bảo tuân thủ chế độ ăn kiêng bằng cách mua một số thực phẩm bổ sung có chứa tất cả các chất dinh dưỡng cô ấy cần từ cửa hàng y tế địa phương, nơi bán các gói 'VitaPlus' và 'BeHealthy'. Cô ấy muốn chọn sự kết hợp khả thi của các chất bổ sung này với chi phí tối thiểu. Biết rằng, mỗi gói VitaPlus có giá 3 USD một gói và chứa 1 đơn vị canxi, 4 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Mỗi gói BeHealthy có giá 4 USD và chứa 1,5 đơn vị canxi, 1 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Cần mua bao nhiêu gói VitaPlus và BeHealthy?

A. 18 gói VitaPlus và 0 gói BeHealthy.
B. 6 gói VitaPlus và 8 gói BeHealthy.
C. Không có nghiệm tối ưu.
D. 0 gói VitaPlus và 16 gói BeHealthy.

20. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\max_{x_i}(5x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4)$$

$$s.t. \qquad 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 \leq 11$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là?

A. 14
B. 11
C. 17
D. 18

21. (L.O.3.1)
Để tận dụng một bãi đỗ xe có diện tích là 7200 feet vuông, các ô tô nhỏ và ô tô lớn sẽ được phân bổ theo cách tối ưu nhất. Mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô nhỏ được chỉ định là 90 feet vuông và mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô lớn được chỉ định là 120 feet vuông sao cho mỗi chiếc ô tô chỉ được chiếm một chỗ đỗ xe có kích thước phù hợp. Tỷ lệ dự kiến giữa ô tô nhỏ và ô tô lớn muốn đỗ xe vào bất kỳ thời điểm nào dự kiến sẽ không ít hơn 2:3 và không lớn hơn 2:1. Khi đó, số lượng chỗ đỗ xe tối ưu cho ô tô nhỏ và ô tô lớn lần lượt là

A. 45 và 50.
B. 52 và 21.
C. 48 và 24.
D. 37 và 32.

Các câu hỏi 22–24, sử dụng giả thiết sau.

Một công ty khởi nghiệp lên kế hoạch sản xuất $n = 2$ loại máy tính xách tay: A (loại 1)= Ultra-book và B (loại 2) = Workstation, với công nghệ đột phá (như chip lượng tử) từ năm 2025. Ký hiệu $\boldsymbol{z} = (z_1, z_2)^T$ là số lượng máy tính xách tay được sản xuất cho loại A và B. Do sự không chắc chắn (rủi ro) và nhu cầu cao về sản phẩm, công ty yêu cầu số lượng sản xuất $\boldsymbol{z}$ phải đáp ứng chính xác **vectơ nhu cầu ngẫu nhiên D** $= (D_1, D_2)^T$, nghĩa là

$$0 \leq z_i = d_i, \quad i = 1, \ldots, 2$$

trong đó d_i là giá trị quan sát của các biến D_1, D_2. Mỗi biến trong mô hình có đơn vị là 1000 chiếc và giả sử rằng nhu cầu $D_1 \sim \mathbf{Bin}(10, \frac{1}{2})$ và $D_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{3})$.

Tiếp theo, sự không chắc chắn của việc sản xuất được biểu diễn bằng bài toán quy hoạch tuyến tính ngẫu nhiên hai giai đoạn (2-SLP). Giả sử máy tính xách tay cần $m = 3$ thành phần để sản xuất (CPU, RAM và card đồ hoạ). Đặt $m = 3$ biến quyết định là $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ trong giai đoạn thứ nhất, với x_j $(j = 1, \ldots, m)$ là số thành phần được mua trước khi sản xuất máy tính xách tay A và B. Cụ thể, x_1 là số CPU, x_2 là số RAM và x_3 là số card đồ họa (đơn vị 1000 chiếc).

Số lượng thành phần y_j tồn kho phụ thuộc vào số lượng thành phần được mua x_j thông qua các phương trình

$$y_j = x_j - \sum_{i=1}^{n} a_{ji}\, z_i, \quad j = 1, \ldots, m$$

hay dưới dạng ma trận

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\, \boldsymbol{z},$$

với $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$, và $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ là ma trận hệ số (của nhu cầu sản xuất) với số chiều $n \times m = 2 \times 3$.
Dòng đầu tiên $a_{1j} = 2$ và dòng thứ hai $a_{2j} = 1$ với $j = 1, \ldots, 3$.

22. Giả sử công ty sử dụng cách tiếp cận **No waiting** trong giai đoạn thứ nhất, chúng ta cố định biến quyết định $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$ và giả sử việc sản xuất dựa trên `Unbiased` scenario (the mean scenario), và vector sản xuất $\boldsymbol{z}$ là trung bình của nhu cầu $\mathbf{D} = (D_1, D_2)$. Khi đó $\boldsymbol{z}$ và $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$ là:

A. $z_1 = 2, z_2 = 3$ và $y_1 = 2, y_2 = 5; y_3 = 8$
B. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 5, y_2 = 2; y_3 = 0$
C. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$
D. $z_1 = 2, z_2 = 5$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$

23. Trong giai đoạn thứ hai của bài toán, ta định nghĩa mô hình

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{z},\boldsymbol{y}} \; (Z_2 = \; \boldsymbol{c}^T \cdot \boldsymbol{z} - \boldsymbol{s}^T \cdot \boldsymbol{y}) \\ \text{với} \quad \boldsymbol{c} = (c_i) \text{ hệ số chi phí sản xuất} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\, \boldsymbol{z}, \\ 0 \le \boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}, \quad \boldsymbol{y} \ge 0. \end{cases} \tag{1}$$

với $\boldsymbol{c} = (c_1, c_2)^T$ là chi phí sản xuất mỗi máy tính của loại 1 (Ultra-book) và loại 2 (Workstation), vector $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, s_3)^T$ là giá tồn kho (sau khi biết nhu cầu) mỗi đơn vị của thành phần $j = 1, 2, 3$.
Mô hình (chỉ giai đoạn hai) trên thực tế chấp nhận rằng số lượng sản xuất bằng với nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$. Hàm mục tiêu $Z_2 = Q(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{d}) = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ rõ ràng phụ thuộc vào biến xác định trước (pre-determined) $\boldsymbol{x}$ trong giai đoạn 1 và biến ngẫu nhiên nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ được cho bởi $\boldsymbol{D}$ (the mean scenario) trong câu hỏi trước. Công ty lên kế hoạch sản xuất với các chi phí sản xuất $\boldsymbol{c} = (c_i) = (70, 30)^T$ (USD) và các giá tồn kho $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$ (USD). Giá trị của hàm mục tiêu Z_2 (đơn vị 1000 USD) là

A. $Z_2 = 130$
B. $Z_2 = 540$
C. $Z_2 = 400$
D. $Z_2 = 280$

24. Mô hình tổng thể (2-SLP) dựa trên cách tiếp cận **Scenario approach** được xác định thông qua bài toán tối ưu sau

$$\min(G = g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = \; \boldsymbol{b}^T \cdot \boldsymbol{x} + \; Z_2), \tag{2}$$

với $\boldsymbol{b}^T = (b_1, b_2, b_3) = 2 \cdot \boldsymbol{s}^T$ trong đó b_j là chi phí đặt mua trước (preorder cost) mỗi đơn vị của thành phần j (trước khi biết nhu cầu), và $Z_2 = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ được định nghĩa ở phương trình (1). Nếu công ty vẫn lên kế hoạch sản xuất với $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$, $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$, và $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ (được chọn bởi Unbiased scenario của biến ngẫu nhiên nhị thức $\boldsymbol{D}$), khi đó giá trị tối ưu của G là

A. $G_{\min} = 3240$
B. $G_{\min} = 1700$
C. $G_{\min} = 1980$
D. $G_{\min} = 2240$

25. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có 9 xe buýt và 840 khách hàng. Doanh nghiệp dự tính mỗi xe có thể phục vụ tối đa 100 khách hàng. Biết rằng lượng khách hàng đi xe buýt chiếm 5% dân số khu vực và dân số thì tăng liên tục theo một tỉ lệ cố định và sẽ tăng gấp đôi sau 5 năm. Đâu là số lượng xe buýt mà hãng phải bổ sung sau 100 tháng để phục vụ đầy đủ các khách hàng?

A. 5
B. 18
C. 27
D. 14

....HẾT BÀI THI..

Solution 1822

1. D.
2. D.
3. D.
4. B.
5. A.
6. C.
7. A.
8. D.
9. B.
10. B.
11. D.
12. B.
13. D.
14. B.
15. D.
16. B.
17. D.
18. D.
19. B.
20. C.
21. C.
22. C.
23. D.
24. C.
25. B.

Lecturer:	*December 1st, 2023*	Approved by:	*December 1st, 2023*
(Signature and Fullname)		*(Signature and Fullname)*	

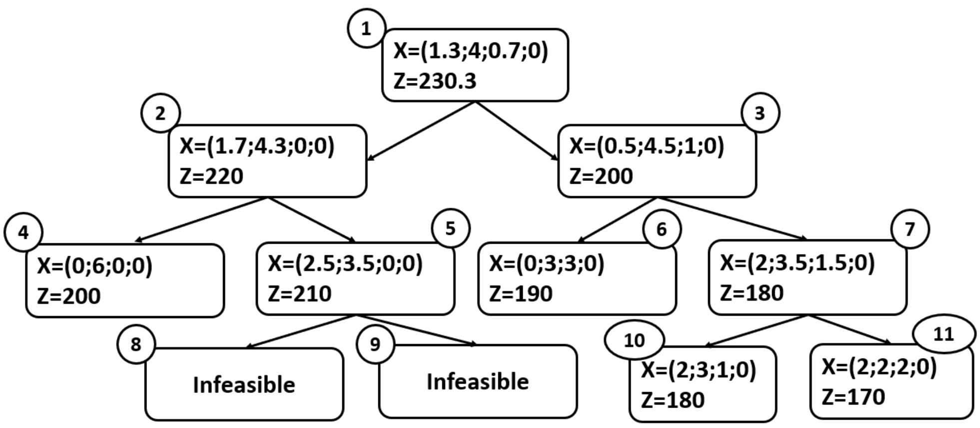
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH	THI CUỐI KỲ	HK/NH	1	2023-2024
		Ngày thi		23/12/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Course ID	CO2011		
	Thời lượng	80 phút	Mã đề	1823

Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.

1. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Khi giải bài QHTT nguyên (ILP) dạng cực tiểu hóa, giá trị tối ưu của bài toán QHTT nới lỏng (relaxed-LP) không lớn hơn giá trị tối ưu của bài toán gốc.
B. Số lượng các nút được xem xét trong cây nhánh-và-cận khi giải bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên dạng cực đại luôn là ít nhất bằng cách đi đến nút có cận trên lớn nhất.
C. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả this đối với bài toán ILP gốc.
D. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả thi đối với bài toán ILP gốc vì nghiệm nguyên này cần phải thỏa thêm các ràng buộc phụ khác.

2. (L.O.3.1) Cây nhị phân sau đây thể hiện quá trình sử dụng phương pháp branch and bound để giải một bài toán ILP.



Nốt nào dưới đây (theo số đánh) là điểm dừng của quá trình branch and bound biết việc tìm kiếm đáp án ưu tiên theo chiều rộng từ trái sang phải?

A. 9 B. 11 C. 6 D. 4

3. (L.O.3.2)
Nam muốn tiết kiệm tiền để chuẩn bị cho việc học đại học của con gái anh ấy. Anh ta đang xem xét việc gửi một số tiền vào tài khoản với mức lãi suất hàng năm là 6.23%. Mục tiêu là tích luỹ được 120 triệu VND sau 18 năm. Số tiền gửi gần nhất là bao nhiêu (triệu VND)? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 48.47 B. 40.44 C. 31.75 D. 19.58

4. (L.O.2.1) Giả sử quần thể cá tăng theo hàm mũ. Một cái ao ban đầu nuôi 500 con cá. Biết rằng sau 6 tháng, trong ao có 1000 con cá. Người chủ sẽ cho phép bạn bè và hàng xóm câu cá trên ao của mình sau khi số lượng cá đạt 10.000 con. Khi nào bạn bè của chủ sở hữu sẽ được phép câu cá?

A. 2 năm sau. B. 27 tháng sau. C. 25 tháng sau. D. 26 tháng sau.

5. (L.O.2.4) Một sân bay có hai hãng hàng không lớn hoạt động: Vietnam Airlines và VietJet Air. Chúng tôi khảo sát khách du lịch hàng tuần và nhận thấy những người đã đi Vietnam Airlines thì có 80% lại đi Vietnam Airlines và 20% chuyển sang đi VietJet Air. Trong số những người đi hãng hàng không VietJet Air thì 60% đi lại VietJet Air nhưng 40% chuyển sang Vietnam Airlines. Chúng tôi giả định xu hướng này tiếp tục diễn ra hàng tuần và không có thêm hành khách mới nào tham gia hoặc rời khỏi hệ thống. Khi đó, về lâu dài, tỷ lệ hành khách sẽ đi trên các hãng hàng không Vietnam Airlines và VietJet Air lần lượt là:

A. 60% và 40%. B. Phương án khác. C. 90% và 10%. D. 66,67% và 33,33%.

Các câu hỏi 6–8, sử dụng giả thiết sau.

Một công ty khởi nghiệp lên kế hoạch sản xuất $n = 2$ loại máy tính xách tay: A (loại 1)= Ultra-book và B (loại 2) = Workstation, với công nghệ đột phá (như chip lượng tử) từ năm 2025. Ký hiệu $\boldsymbol{z} = (z_1, z_2)^T$ là số lượng máy tính xách tay được sản xuất cho loại A và B. Do sự không chắc chắn (rủi ro) và nhu cầu cao về sản phẩm, công ty yêu cầu số lượng sản xuất $\boldsymbol{z}$ phải đáp ứng chính xác **vectơ nhu cầu ngẫu nhiên** $\mathbf{D} = (D_1, D_2)^T$, nghĩa là

$$0 \leq z_i = d_i, \quad i = 1, \ldots, 2$$

trong đó d_i là giá trị quan sát của các biến D_1, D_2. Mỗi biến trong mô hình có đơn vị là 1000 chiếc và giả sử rằng nhu cầu $D_1 \sim \mathbf{Bin}(10, \frac{1}{2})$ và $D_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{3})$.

Tiếp theo, sự không chắc chắn của việc sản xuất được biểu diễn bằng bài toán quy hoạch tuyến tính ngẫu nhiên hai giai đoạn (2-SLP). Giả sử máy tính xách tay cần $m = 3$ thành phần để sản xuất (CPU, RAM và card đồ hoạ). Đặt $m = 3$ biến quyết định là $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ trong giai đoạn thứ nhất, với x_j $(j = 1, \ldots, m)$ là số thành phần được mua trước khi sản xuất máy tính xách tay A và B. Cụ thể, x_1 là số CPU, x_2 là số RAM và x_3 là số card đồ họa (đơn vị 1000 chiếc).
Số lượng thành phần y_j tồn kho phụ thuộc vào số lượng thành phần được mua x_j thông qua các phương trình

$$y_j = x_j - \sum_{i=1}^{n} a_{ji}\, z_i, \quad j = 1, \ldots, m$$

hay dưới dạng ma trận

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\, \boldsymbol{z},$$

với $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$, và $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ là ma trận hệ số (của nhu cầu sản xuất) với số chiều $n \times m = 2 \times 3$.
Dòng đầu tiên $a_{1j} = 2$ và dòng thứ hai $a_{2j} = 1$ với $j = 1, \ldots, 3$.

6. Giả sử công ty sử dụng cách tiếp cận **No waiting** trong giai đoạn thứ nhất, chúng ta cố định biến quyết định $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$ và giả sử việc sản xuất dựa trên `Unbiased` scenario (the mean scenario), và vector sản xuất $\boldsymbol{z}$ là trung bình của nhu cầu $\mathbf{D} = (D_1, D_2)$. Khi đó $\boldsymbol{z}$ và $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$ là:

A. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 5, y_2 = 2; y_3 = 0$
B. $z_1 = 2, z_2 = 3$ và $y_1 = 2, y_2 = 5; y_3 = 8$
C. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$
D. $z_1 = 2, z_2 = 5$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$

7. Trong giai đoạn thứ hai của bài toán, ta định nghĩa mô hình

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{z},\boldsymbol{y}} \left(Z_2 = \ \boldsymbol{c}^T \cdot \boldsymbol{z} - \boldsymbol{s}^T \cdot \boldsymbol{y}\right) \\ \text{với} \quad \boldsymbol{c} = (c_i) \text{ hệ số chi phí sản xuất} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\ \boldsymbol{z}, \\ 0 \leq \boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}, \quad \boldsymbol{y} \geq 0. \end{cases} \tag{1}$$

với $\boldsymbol{c} = (c_1, c_2)^T$ là chi phí sản xuất mỗi máy tính của loại 1 (Ultra-book) và loại 2 (Workstation), vector $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, s_3)^T$ là giá tồn kho (sau khi biết nhu cầu) mỗi đơn vị của thành phần $j = 1, 2, 3$.
Mô hình (chỉ giai đoạn hai) trên thực tế chấp nhận rằng số lượng sản xuất bằng với nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$. Hàm mục tiêu $Z_2 = Q(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{d}) = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ rõ ràng phụ thuộc vào biến xác định trước (pre-determined) $\boldsymbol{x}$ trong giai đoạn 1 và biến ngẫu nhiên nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ được cho bởi $\boldsymbol{D}$ (the mean scenario) trong câu hỏi trước. Công ty lên kế hoạch sản xuất với các chi phí sản xuất $\boldsymbol{c} = (c_i) = (70, 30)^T$ (USD) và các giá tồn kho $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$ (USD). Giá trị của hàm mục tiêu Z_2 (đơn vị 1000 USD) là

A. $Z_2 = 540$ B. $Z_2 = 130$ C. $Z_2 = 400$ D. $Z_2 = 280$

8. Mô hình tổng thể (2-SLP) dựa trên cách tiếp cận **Scenario approach** được xác định thông qua bài toán tối ưu sau

$$\min(G = g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = \ \boldsymbol{b}^T \cdot \boldsymbol{x} + \ Z_2), \tag{2}$$

với $\boldsymbol{b}^T = (b_1, b_2, b_3) = 2 \cdot \boldsymbol{s}^T$ trong đó b_j là chi phí đặt mua trước (preorder cost) mỗi đơn vị của thành phần j (trước khi biết nhu cầu), và $Z_2 = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ được định nghĩa ở phương trình (1). Nếu công ty vẫn lên kế hoạch sản xuất với $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$, $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$, và $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ (được chọn bởi Unbiased scenario của biến ngẫu nhiên nhị thức $\boldsymbol{D}$), khi đó giá trị tối ưu của G là

A. $G_{\min} = 1700$ B. $G_{\min} = 3240$ C. $G_{\min} = 1980$ D. $G_{\min} = 2240$

9. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có doanh thu và chi phí vận hành lần lượt là 230M và 370M trong năm 2020. Biết rằng mỗi năm doanh thu sẽ tăng 30% và chi phí sẽ tăng 10%. Đâu là lợi nhuận ròng của doanh nghiệp khi kết thúc năm 2025?

A. 79.1112M   B. 853.9739M   C. 420.7616M   D. 258.0852M

10. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau
Hàm mục tiêu $F = 5x_1 - 4x_2$ với các ràng buộc

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &\geq 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 &\leq 0 \\ x_i &\geq 0. \end{aligned}$$

Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

I. F có giá trị nhỏ nhất trên miền chấp nhận được (feasible region).

II. F có giá trị lớn nhất trên miền chấp nhận được.

III. Miền chấp nhận được bị chặn (bounded).

IV. Miền chấp nhận được không bị chặn (unbounded).

A. I và IV.   B. II và IV.   C. I và III.   D. Chỉ IV.

11. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Đối với các bài toán QHTT (LP) dạng cực tiểu, nếu giá trị hàm mục tiêu tại một điểm cực hạn (extreme point) trong miền khả thi không lớn hơn giá trị của nó tại mọi điểm cực hạn liền kề trong miền khả thi thì điểm đó là nghiệm tối ưu.

B. Quy tắc "tỉ số bé nhất" (minimum ratio) dùng trong phương pháp đơn hình để chọn biến cơ bản bị thay thế (leaving variable) được sử dụng vì việc thực hiện một lựa chọn khác với tỉ số lớn hơn sẽ đưa đến một nghiệm cơ bản không khả thi.

C. Đối với các bài toán LP, nếu tồn tại nhiều nghiệm tối ưu thì có thể có một điểm cực hạn liền kề với một nghiệm tối ưu tại điểm cực hạn khác trong miền khả thi mà nó cũng là nghiệm tối ưu.

D. Đối với các bài toán LP, chỉ có các điểm cực hạn trong miền khả thi mới có thể là nghiệm tối ưu nên số lượng nghiệm tối ưu không thể vượt quá số điểm cực trị trong miền khả thi.

12. (L.O.3.2)
Giả sử một quần thể cá trong một cái hồ có mô hình như sau

$$\frac{dN}{dt} = 0.25N\left(1 - \frac{N}{100}\right),$$

trong đó $N = N(t) \geq 0$ kích thước quần thể tại thời điểm $t \geq t_0 = 0$ (theo tháng) với quần thể ban đầu là 30 con tại t_0. Trong bao nhiêu tháng thì quần thể cá trên đạt xấp xỉ 65.76 con cá? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 6   B. 8   C. 5   D. 7

13. (L.O.2.1) Số điểm cực biên (extreme points) *nhiều nhất* có thể có của một bài toán quy hoạch tuyến tính có 3 ràng buộc không âm đối với các biến và 6 ràng buộc (chính) khác là

A. 20.   B. 18.   C. 24.   D. 84.

14. (L.O.2.1) Tính chất nào sau đây của bài toán QHTT không còn đúng cho bài toán QHTT nguyên?

A. Tính tuyến tính. B. Tính hữu hạn. C. Tính cộng tính. D. Tính liên tục.

15. (L.O.3.1)
Tìm

$$\max(5x + 3y + 2z + 7u + 4v),$$

trong đó x, y, z, u, và v thoả

$$2x + 8y + 4z + 2u + 5v \leq 10 \text{ và } x, y, z, u, v \in \{0, 1\}.$$

A. 19 B. 20 C. 15 D. 16

16. (L.O.3.1)
Tìm

$$\max(x + 2y),$$

trong đó x và y thoả

$$x + 4y \leq 20, x + y \geq 8, 5x + y \leq 32 \text{ và } x, y \geq 0.$$

A. 244/19 B. Infeasible C. 284/19 D. 301/19

17. (L.O.3.1) Một doanh nghiệp kinh doanh vận tải muốn quản lý một dự án xe buýt đi từ trung tâm TPHCM đến các trường đại học trên Thủ Đức với kinh phí 370M. Có 4 tuyến đường đi trực tiếp được đến các trường đại học này gồm: 8, 10, 50, 56; và giá để vận hành 1 xe buýt trên các tuyến đường này lần lượt là: 40M, 35M, 45M, 50M. Hiện công ty có 9 xe buýt. Biết mỗi tuyến đường đều cần được bố trí xe buýt và tối đa có thể bố tri được 4 xe đồng thời công ty mong muốn bố trí tất cả các xe hiện có.
Hệ nào dưới đây thể hiện các điều kiện của mô hình LP được dùng để tối thiểu chi phí cho dự án trên? Giá trị chi phí tối thiểu (min cost) của dự án này là bao nhiêu?

A. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} = 9 \\ 1 \leq B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \leq 4 \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \leq 370 \end{cases}$; min cost: 355M

B. Các lựa chọn khác đều sai.

C. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \leq 9 \\ B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \leq 4 \\ 0 \leq B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \leq 370 \end{cases}$; min cost: 345M

D. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \leq 9 \\ 1 \leq B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \leq 4 \\ 0 \leq B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} = 370 \end{cases}$; min cost: 370M

18. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có 9 xe buýt và 840 khách hàng. Doanh nghiệp dự tính mỗi xe có thể phục vụ tối đa 100 khách hàng. Biết rằng lượng khách hàng đi xe buýt chiếm 5% dân số khu vực và dân số thì tăng liên tục theo một tỉ lệ cố định và sẽ tăng gấp đôi sau 5 năm. Đâu là số lượng xe buýt mà hãng phải bổ sung sau 100 tháng để phục vụ đầy đủ các khách hàng?

A. 18 B. 5 C. 27 D. 14

19. (L.O.3.1)
Để tận dụng một bãi đỗ xe có diện tích là 7200 feet vuông, các ô tô nhỏ và ô tô lớn sẽ được phân bổ theo cách tối ưu nhất. Mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô nhỏ được chỉ định là 90 feet vuông và mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô lớn được chỉ định là 120 feet vuông sao cho mỗi chiếc ô tô chỉ được chiếm một chỗ đỗ xe có kích thước phù hợp. Tỷ lệ dự kiến giữa ô tô nhỏ và ô tô lớn muốn đỗ xe vào bất kỳ thời điểm nào dự kiến sẽ không ít hơn 2:3 và không lớn hơn 2:1. Khi đó, số lượng chỗ đỗ xe tối ưu cho ô tô nhỏ và ô tô lớn lần lượt là

A. 52 và 21. B. 45 và 50. C. 48 và 24. D. 37 và 32.

20. (L.O.3.1) Một chuyên gia dinh dưỡng khuyến cáo rằng một người phải tiêu thụ tối thiểu 18 đơn vị canxi, 16 đơn vị sắt và 14 đơn vị kẽm mỗi tuần. Một cô gái muốn đảm bảo tuân thủ chế độ ăn kiêng bằng cách mua một số thực phẩm bổ sung có chứa tất cả các chất dinh dưỡng cô ấy cần từ cửa hàng y tế địa phương, nơi bán các gói 'VitaPlus' và 'BeHealthy'. Cô ấy muốn chọn sự kết hợp khả thi của các chất bổ sung này với chi phí tối thiểu. Biết rằng, mỗi gói VitaPlus có giá 3 USD một gói và chứa 1 đơn vị canxi, 4 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Mỗi gói BeHealthy có giá 4 USD và chứa 1,5 đơn vị canxi, 1 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Cần mua bao nhiêu gói VitaPlus và BeHealthy?

A. 6 gói VitaPlus và 8 gói BeHealthy.
B. 18 gói VitaPlus và 0 gói BeHealthy.
C. Không có nghiệm tối ưu.
D. 0 gói VitaPlus và 16 gói BeHealthy.

21. (L.O.3.1) Cho Tableau sau để bắt đầu giải bài toán tìm giá trị tối đa bằng phương pháp simplex của $10x_1 + 50x_2 + 30x_3 + 60x_4$

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
	35	40	45	50	0	0	0	0	0	200
	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3
	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
	1	0	1	0	0	0	0	1	0	3
	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
max	-10	-50	-30	-60	0	0	0	0	0	0

Bảng nào dưới đây có thể là kết quả cuối cùng của việc áp dụng phương pháp simplex để giải bài toán trên?

A.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0.3	0	-0.07	0	-0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
x_4	0	0	0.7	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
s_4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	3
s_2	0	0	-0.3	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	-0.7	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
max	0	0	13.3	0	3.3	0	23.3	0	0	203.3

B. Các lựa chọn khác đều sai.

C.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_3	3	0	1	0	-0.2	0	-2	0	0	1.3
x_2	0.7	1	0	0	0	0	1	0	0	3
s_2	0.3	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3
x_4	0.3	0	0	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
max	40	0	0	0	6	0	50	0	0	230.3

D.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0	0.3	-0.07	0	-0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0.7	0	0	1	0	0	3
x_3	0	0	1	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
s_2	0	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0.7	0	0	0	1	0	3
max	0	0	0	11.3	3.3	0	23.3	0	0	183.17

Các câu hỏi 22–23, sử dụng giả thiết sau.
Xét bài toán tối ưu sau:

$$\text{Minimize } (Z = x_1 + x_2),$$

với ràng buộc

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

$$\omega_1\ x_1 + x_2 \leq 7,$$

$$\omega_2\ x_1 + x_2 \geq 4$$

Hai điều kiện cuối phụ thuộc vào biến ngẫu nhiên $\omega_1 \sim \textbf{Unif}(-2,4)$ (biến ngẫu nhiên đều- uniform variable) và $\omega_2 \sim \textbf{Bin}(6, \frac{1}{2})$ (biến ngẫu nhiên nhị thức- binomial variable). Đặt vector $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2]$.
Trong phương pháp `Guessing at uncertainty` chúng ta có thể đoán các giá trị hợp lý của $\boldsymbol{\omega}$ theo một số cách như: *Unbiased* (chọn giá trị trung bình), *Pessimistic* (chọn giá trị nhỏ nhất) và *Optimistic* (chọn giá trị lớn nhất).

22. Giá trị của vector $\boldsymbol{\omega}$ khi sử dụng phương pháp `Unbiased` và phương pháp `Optimistic` được ký hiệu bởi $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O$ lần lượt là:

A. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ \frac{2}{3})$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (2,\ 0)$.

B. Phương án khác.

C. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ 3)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4,\ 6)$.

D. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ 0)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4, 3)$.

23. Nếu sử dụng phương pháp `Pessimistic` thì giá trị tối ưu Z_m và nghiệm tối ưu $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt}$ lần lượt là:

A. $Z_m = \frac{50}{10}$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (2,\ 0)$.

B. Phương án khác.

C. $Z_m = 4$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0,\ 2)$

D. $Z_m = 3$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0,\ 4)$.

24. (L.O.2.1) Một người gởi tiết kiệm \$100 vào tài khoản ngân hàng vào đầu mỗi tháng. Biết được lãi suất ngân hàng là 12% và lãi suất được gộp hàng tháng. Tổng số tiền người này có sau khi gởi 12 tháng là?

A. 389,6. B. 1312,68. C. 112,68. D. 1280,93.

25. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\max_{x_i}(5x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4)$$

$$s.t. \qquad 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 \leq 11$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là?

A. 11 B. 14 C. 17 D. 18

....HẾT BÀI THI..

Solution 1823

1. D.
2. A.
3. B.
4. D.
5. D.
6. C.
7. D.
8. C.
9. A.
10. D.
11. D.
12. A.
13. D.
14. D.
15. D.
16. A.
17. A.
18. A.
19. C.
20. A.
21. A.
22. C.
23. B.
24. D.
25. C.

Lecturer:	*December 1st, 2023*	Approved by:	*December 1st, 2023*
(Signature and Fullname)		*(Signature and Fullname)*	

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH	THI CUỐI KỲ		HK/NH	1	2023-2024
			Ngày thi		23/12/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học			
	Course ID	CO2011			
	Thời lượng	80 phút	Mã đề		1824

Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.

1. (L.O.3.1)
Tìm
$$\max(x+2y),$$
trong đó x và y thoả
$$x+4y \leq 20, x+y \geq 8, 5x+y \leq 32 \text{ và } x,y \geq 0.$$

A. 244/19 B. 301/19 C. 284/19 D. Infeasible

2. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Khi giải bài QHTT nguyên (ILP) dạng cực tiểu hóa, giá trị tối ưu của bài toán QHTT nới lỏng (relaxed-LP) không lớn hơn giá trị tối ưu của bài toán gốc.

B. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả thi đối với bài toán ILP gốc vì nghiệm nguyên này cần phải thỏa thêm các ràng buộc phụ khác.

C. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả this đối với bài toán ILP gốc.

D. Số lượng các nút được xem xét trong cây nhánh-và-cận khi giải bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên dạng cực đại luôn là ít nhất bằng cách đi đến nút có cận trên lớn nhất.

Các câu hỏi 3–4, sử dụng giả thiết sau.
Xét bài toán tối ưu sau:
$$\text{Minimize } (Z = x_1 + x_2),$$
với ràng buộc
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$
$$\omega_1\, x_1 + x_2 \leq 7,$$
$$\omega_2\, x_1 + x_2 \geq 4$$
Hai điều kiện cuối phụ thuộc vào biến ngẫu nhiên $\omega_1 \sim \mathbf{Unif}(-2,4)$ (biến ngẫu nhiên đều- uniform variable) và $\omega_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{2})$ (biến ngẫu nhiên nhị thức- binomial variable). Đặt vector $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2]$.
Trong phương pháp `Guessing at uncertainty` chúng ta có thể đoán các giá trị hợp lý của $\boldsymbol{\omega}$ theo một số cách như: *Unbiased* (chọn giá trị trung bình), *Pessimistic* (chọn giá trị nhỏ nhất) và *Optimistic* (chọn giá trị lớn nhất).

3. Giá trị của vector $\boldsymbol{\omega}$ khi sử dụng phương pháp `Unbiased` và phương pháp `Optimistic` được ký hiệu bởi $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O$ lần lượt là:

A. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ \frac{2}{3})$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (2,\ 0)$.
B. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ 0)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4,3)$.
C. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ 3)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4,\ 6)$.
D. Phương án khác.

4. Nếu sử dụng phương pháp `Pessimistic` thì giá trị tối ưu Z_m và nghiệm tối ưu $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt}$ lần lượt là:

A. $Z_m = \frac{50}{10}$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (2,\ 0)$.
B. $Z_m = 3$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0,\ 4)$.
C. $Z_m = 4$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0,\ 2)$
D. Phương án khác.

5. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau
Hàm mục tiêu $F = 5x_1 - 4x_2$ với các ràng buộc

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 10$$
$$x_1 - 2x_2 + x_4 \leq 0$$
$$x_i \geq 0.$$

Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

I. F có giá trị nhỏ nhất trên miền chấp nhận được (feasible region).

II. F có giá trị lớn nhất trên miền chấp nhận được.

III. Miền chấp nhận được bị chặn (bounded).

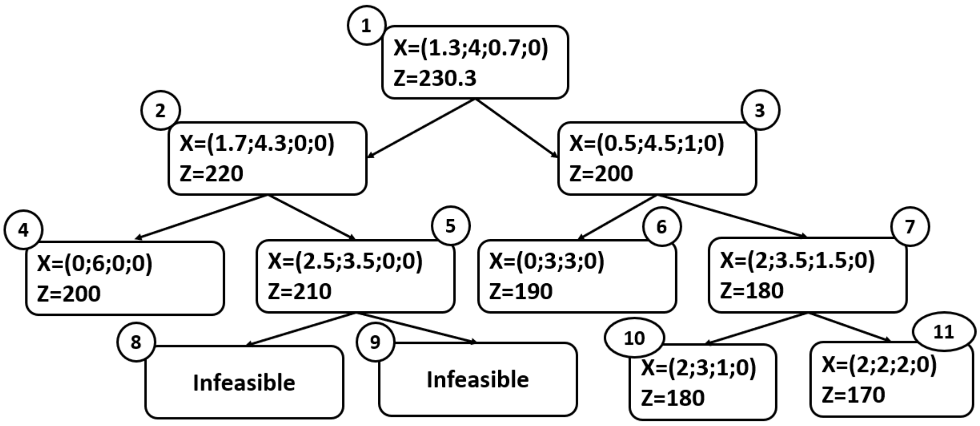
IV. Miền chấp nhận được không bị chặn (unbounded).

A. I và IV.
B. Chỉ IV.
C. I và III.
D. II và IV.

6. (L.O.2.1) Số điểm cực biên (extreme points) *nhiều nhất* có thể có của một bài toán quy hoạch tuyến tính có 3 ràng buộc không âm đối với các biến và 6 ràng buộc (chính) khác là

A. 20.
B. 84.
C. 24.
D. 18.

7. (L.O.3.1) Cây nhị phân sau đây thể hiện quá trình sử dụng phương pháp branch and bound để giải một bài toán ILP.



Nốt nào dưới đây (theo số đánh) là điểm dừng của quá trình branch and bound biết việc tìm kiếm đáp án ưu tiên theo chiều rộng từ trái sang phải?

A. 9
B. 4
C. 6
D. 11

8. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\max_{x_i}(5x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4)$$

$$s.t. \qquad 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 \leq 11$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là?

A. 11
B. 18
C. 17
D. 14

Các câu hỏi 9–11, sử dụng giả thiết sau.

Một công ty khởi nghiệp lên kế hoạch sản xuất $n = 2$ loại máy tính xách tay: A (loại 1)= Ultra-book và B (loại 2) = Workstation, với công nghệ đột phá (như chip lượng tử) từ năm 2025. Ký hiệu $\boldsymbol{z} = (z_1, z_2)^T$ là số lượng máy tính xách tay được sản xuất cho loại A và B. Do sự không chắc chắn (rủi ro) và nhu cầu cao về sản phẩm, công ty yêu cầu số lượng sản xuất $\boldsymbol{z}$ phải đáp ứng chính xác **vectơ nhu cầu ngẫu nhiên** $\mathbf{D} = (D_1, D_2)^T$, nghĩa là

$$0 \le z_i = d_i, \quad i = 1, \dots, 2$$

trong đó d_i là giá trị quan sát của các biến D_1, D_2. Mỗi biến trong mô hình có đơn vị là 1000 chiếc và giả sử rằng nhu cầu $D_1 \sim \mathbf{Bin}(10, \frac{1}{2})$ và $D_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{3})$.

Tiếp theo, sự không chắc chắn của việc sản xuất được biểu diễn bằng bài toán quy hoạch tuyến tính ngẫu nhiên hai giai đoạn (2-SLP). Giả sử máy tính xách tay cần $m = 3$ thành phần để sản xuất (CPU, RAM và card đồ hoạ). Đặt $m = 3$ biến quyết định là $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ trong giai đoạn thứ nhất, với x_j $(j = 1, \dots, m)$ là số thành phần được mua trước khi sản xuất máy tính xách tay A và B. Cụ thể, x_1 là số CPU, x_2 là số RAM và x_3 là số card đồ họa (đơn vị 1000 chiếc).
Số lượng thành phần y_j tồn kho phụ thuộc vào số lượng thành phần được mua x_j thông qua các phương trình

$$y_j = x_j - \sum_{i=1}^{n} a_{ji}\, z_i, \quad j = 1, \dots, m$$

hay dưới dạng ma trận

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\, \boldsymbol{z},$$

với $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$, và $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ là ma trận hệ số (của nhu cầu sản xuất) với số chiều $n \times m = 2 \times 3$.
Dòng đầu tiên $a_{1j} = 2$ và dòng thứ hai $a_{2j} = 1$ với $j = 1, \dots, 3$.

9. Giả sử công ty sử dụng cách tiếp cận **No waiting** trong giai đoạn thứ nhất, chúng ta cố định biến quyết định $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$ và giả sử việc sản xuất dựa trên `Unbiased` scenario (the mean scenario), và vector sản xuất $\boldsymbol{z}$ là trung bình của nhu cầu $\mathbf{D} = (D_1, D_2)$. Khi đó $\boldsymbol{z}$ và $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$ là:

A. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 5, y_2 = 2; y_3 = 0$
B. $z_1 = 2, z_2 = 5$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$
C. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$
D. $z_1 = 2, z_2 = 3$ và $y_1 = 2, y_2 = 5; y_3 = 8$

10. Trong giai đoạn thứ hai của bài toán, ta định nghĩa mô hình

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{z},\boldsymbol{y}} \, (Z_2 = \ \boldsymbol{c}^T \cdot \boldsymbol{z} - \boldsymbol{s}^T \cdot \boldsymbol{y}) \\ \text{với} \quad \boldsymbol{c} = (c_i) \text{ hệ số chi phí sản xuất} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\ \boldsymbol{z}, \\ 0 \le \boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}, \quad \boldsymbol{y} \ge 0. \end{cases} \tag{1}$$

với $\boldsymbol{c} = (c_1, c_2)^T$ là chi phí sản xuất mỗi máy tính của loại 1 (Ultra-book) và loại 2 (Workstation), vector $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, s_3)^T$ là giá tồn kho (sau khi biết nhu cầu) mỗi đơn vị của thành phần $j = 1, 2, 3$.
Mô hình (chỉ giai đoạn hai) trên thực tế chấp nhận rằng số lượng sản xuất bằng với nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$. Hàm mục tiêu $Z_2 = Q(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{d}) = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ rõ ràng phụ thuộc vào biến xác định trước (pre-determined) $\boldsymbol{x}$ trong giai đoạn 1 và biến ngẫu nhiên nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ được cho bởi $\boldsymbol{D}$ (the mean scenario) trong câu hỏi trước. Công ty lên kế hoạch sản xuất với các chi phí sản xuất $\boldsymbol{c} = (c_i) = (70, 30)^T$ (USD) và các giá tồn kho $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$ (USD). Giá trị của hàm mục tiêu Z_2 (đơn vị 1000 USD) là

A. $Z_2 = 540$
B. $Z_2 = 280$
C. $Z_2 = 400$
D. $Z_2 = 130$

11. Mô hình tổng thể (2-SLP) dựa trên cách tiếp cận **Scenario approach** được xác định thông qua bài toán tối ưu sau

$$\min(G = g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = \ \boldsymbol{b}^T \cdot \boldsymbol{x} + \ Z_2), \tag{2}$$

với $\boldsymbol{b}^T = (b_1, b_2, b_3) = 2 \cdot \boldsymbol{s}^T$ trong đó b_j là chi phí đặt mua trước (preorder cost) mỗi đơn vị của thành phần j (trước khi biết nhu cầu), và $Z_2 = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ được định nghĩa ở phương trình (1). Nếu công ty vẫn lên kế hoạch sản xuất với $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$, $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$, và $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ (được chọn bởi Unbiased scenario của biến ngẫu nhiên nhị thức $\boldsymbol{D}$), khi đó giá trị tối ưu của G là

A. $G_{\min} = 1700$
B. $G_{\min} = 2240$
C. $G_{\min} = 1980$
D. $G_{\min} = 3240$

12. (L.O.3.2)
Nam muốn tiết kiệm tiền để chuẩn bị cho việc học đại học của con gái anh ấy. Anh ta đang xem xét việc gửi một số tiền vào tài khoản với mức lãi suất hàng năm là 6.23%. Mục tiêu là tích luỹ được 120 triệu VND sau 18 năm. Số tiền gửi gần nhất là bao nhiêu (triệu VND)? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 48.47 B. 19.58 C. 31.75 D. 40.44

13. (L.O.2.4) Một sân bay có hai hãng hàng không lớn hoạt động: Vietnam Airlines và VietJet Air. Chúng tôi khảo sát khách du lịch hàng tuần và nhận thấy những người đã đi Vietnam Airlines thì có 80% lại đi Vietnam Airlines và 20% chuyển sang đi VietJet Air. Trong số những người đi hãng hàng không VietJet Air thì 60% đi lại VietJet Air nhưng 40% chuyển sang Vietnam Airlines. Chúng tôi giả định xu hướng này tiếp tục diễn ra hàng tuần và không có thêm hành khách mới nào tham gia hoặc rời khỏi hệ thống. Khi đó, về lâu dài, tỷ lệ hành khách sẽ đi trên các hãng hàng không Vietnam Airlines và VietJet Air lần lượt là:

A. 60% và 40%. B. 66,67% và 33,33%. C. 90% và 10%. D. Phương án khác.

14. (L.O.3.1)
Để tận dụng một bãi đỗ xe có diện tích là 7200 feet vuông, các ô tô nhỏ và ô tô lớn sẽ được phân bổ theo cách tối ưu nhất. Mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô nhỏ được chỉ định là 90 feet vuông và mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô lớn được chỉ định là 120 feet vuông sao cho mỗi chiếc ô tô chỉ được chiếm một chỗ đỗ xe có kích thước phù hợp. Tỷ lệ dự kiến giữa ô tô nhỏ và ô tô lớn muốn đỗ xe vào bất kỳ thời điểm nào dự kiến sẽ không ít hơn 2:3 và không lớn hơn 2:1. Khi đó, số lượng chỗ đỗ xe tối ưu cho ô tô nhỏ và ô tô lớn lần lượt là

A. 52 và 21. B. 37 và 32. C. 48 và 24. D. 45 và 50.

15. (L.O.3.1) Một doanh nghiệp kinh doanh vận tải muốn quản lý một dự án xe buýt đi từ trung tâm TPHCM đến các trường đại học trên Thủ Đức với kinh phí 370M. Có 4 tuyến đường đi trực tiếp được đến các trường đại học này gồm: 8, 10, 50, 56; và giá để vận hành 1 xe buýt trên các tuyến đường này lần lượt là: 40M, 35M, 45M, 50M. Hiện công ty có 9 xe buýt. Biết mỗi tuyến đường đều cần được bố trí xe buýt và tối đa có thể bố tri được 4 xe đồng thời công ty mong muốn bố trí tất cả các xe hiện có.
Hệ nào dưới đây thể hiện các điều kiện của mô hình LP được dùng để tối thiểu chi phí cho dự án trên? Giá trị chi phí tối thiểu (min cost) của dự án này là bao nhiêu?

A. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} = 9 \\ 1 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \le 370 \end{cases}$; min cost: 355M

B. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \le 9 \\ 1 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 0 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} = 370 \end{cases}$; min cost: 370M

C. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \le 9 \\ B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 0 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \le 370 \end{cases}$; min cost: 345M

D. Các lựa chọn khác đều sai.

16. (L.O.2.1) Giả sử quần thể cá tăng theo hàm mũ. Một cái ao ban đầu nuôi 500 con cá. Biết rằng sau 6 tháng, trong ao có 1000 con cá. Người chủ sẽ cho phép bạn bè và hàng xóm câu cá trên ao của mình sau khi số lượng cá đạt 10.000 con. Khi nào bạn bè của chủ sở hữu sẽ được phép câu cá?

A. 2 năm sau. B. 26 tháng sau. C. 25 tháng sau. D. 27 tháng sau.

17. (L.O.2.1) Tính chất nào sau đây của bài toán QHTT không còn đúng cho bài toán QHTT nguyên?

A. Tính tuyến tính. B. Tính liên tục. C. Tính cộng tính. D. Tính hữu hạn.

18. (L.O.2.1) Một người gởi tiết kiệm \$100 vào tài khoản ngân hàng vào đầu mỗi tháng. Biết được lãi suất ngân hàng là 12% và lãi suất được gộp hàng tháng. Tổng số tiền người này có sau khi gởi 12 tháng là?

A. 389,6. B. 1280,93. C. 112,68. D. 1312,68.

19. (L.O.3.1) Một chuyên gia dinh dưỡng khuyến cáo rằng một người phải tiêu thụ tối thiểu 18 đơn vị canxi, 16 đơn vị sắt và 14 đơn vị kẽm mỗi tuần. Một cô gái muốn đảm bảo tuân thủ chế độ ăn kiêng bằng cách mua một số thực phẩm bổ sung có chứa tất cả các chất dinh dưỡng cô ấy cần từ cửa hàng y tế địa phương, nơi bán các gói 'VitaPlus' và 'BeHealthy'. Cô ấy muốn chọn sự kết hợp khả thi của các chất bổ sung này với chi phí tối thiểu. Biết rằng, mỗi gói VitaPlus có giá 3 USD một gói và chứa 1 đơn vị canxi, 4 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Mỗi gói BeHealthy có giá 4 USD và chứa 1,5 đơn vị canxi, 1 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Cần mua bao nhiêu gói VitaPlus và BeHealthy?

A. 6 gói VitaPlus và 8 gói BeHealthy.
B. 0 gói VitaPlus và 16 gói BeHealthy.
C. Không có nghiệm tối ưu.
D. 18 gói VitaPlus và 0 gói BeHealthy.

20. (L.O.3.1)
Tìm

$$\max(5x + 3y + 2z + 7u + 4v),$$

trong đó x, y, z, u, và v thoả

$$2x + 8y + 4z + 2u + 5v \leq 10 \text{ và } x, y, z, u, v \in \{0, 1\}.$$

A. 19
B. 16
C. 15
D. 20

21. (L.O.3.2)
Giả sử một quần thể cá trong một cái hồ có mô hình như sau

$$\frac{dN}{dt} = 0.25N\left(1 - \frac{N}{100}\right),$$

trong đó $N = N(t) \geq 0$ kích thước quần thể tại thời điểm $t \geq t_0 = 0$ (theo tháng) với quần thể ban đầu là 30 con tại t_0. Trong bao nhiêu tháng thì quần thể cá trên đạt xấp xỉ 65.76 con cá? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 6
B. 7
C. 5
D. 8

22. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Đối với các bài toán QHTT (LP) dạng cực tiểu, nếu giá trị hàm mục tiêu tại một điểm cực hạn (extreme point) trong miền khả thi không lớn hơn giá trị của nó tại mọi điểm cực hạn liền kề trong miền khả thi thì điểm đó là nghiệm tối ưu.
B. Đối với các bài toán LP, chỉ có các điểm cực hạn trong miền khả thi mới có thể là nghiệm tối ưu nên số lượng nghiệm tối ưu không thể vượt quá số điểm cực trị trong miền khả thi.
C. Đối với các bài toán LP, nếu tồn tại nhiều nghiệm tối ưu thì có thể có một điểm cực hạn liền kề với một nghiệm tối ưu tại điểm cực hạn khác trong miền khả thi mà nó cũng là nghiệm tối ưu.
D. Quy tắc "tỉ số bé nhất" (minimum ratio) dùng trong phương pháp đơn hình để chọn biến cơ bản bị thay thế (leaving variable) được sử dụng vì việc thực hiện một lựa chọn khác với tỉ số lớn hơn sẽ đưa đến một nghiệm cơ bản không khả thi.

23. (L.O.3.1) Cho Tableau sau để bắt đầu giải bài toán tìm giá trị tối đa bằng phương pháp simplex của $10x_1 + 50x_2 + 30x_3 + 60x_4$

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
	35	40	45	50	0	0	0	0	0	200
	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3
	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
	1	0	1	0	0	0	0	1	0	3
	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
max	-10	-50	-30	-60	0	0	0	0	0	0

Bảng nào dưới đây có thể là kết quả cuối cùng của việc áp dụng phương pháp simplex để giải bài toán trên?

A.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0.3	0	-0.07	0	-0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
x_4	0	0	0.7	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
s_4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	3
s_2	0	0	-0.3	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	-0.7	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
max	0	0	13.3	0	3.3	0	23.3	0	0	203.3

B.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0	0.3	-0.07	0	-0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0.7	0	0	1	0	0	3
x_3	0	0	1	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
s_2	0	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0.7	0	0	0	1	0	3
max	0	0	0	11.3	3.3	0	23.3	0	0	183.17

C.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_3	3	0	1	0	-0.2	0	-2	0	0	1.3
x_2	0.7	1	0	0	0	0	1	0	0	3
s_2	0.3	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3
x_4	0.3	0	0	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
max	40	0	0	0	6	0	50	0	0	230.3

D. Các lựa chọn khác đều sai.

24. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có 9 xe buýt và 840 khách hàng. Doanh nghiệp dự tính mỗi xe có thể phục vụ tối đa 100 khách hàng. Biết rằng lượng khách hàng đi xe buýt chiếm 5% dân số khu vực và dân số thì tăng liên tục theo một tỉ lệ cố định và sẽ tăng gấp đôi sau 5 năm. Đâu là số lượng xe buýt mà hãng phải bổ sung sau 100 tháng để phục vụ đầy đủ các khách hàng?

A. 18 B. 14 C. 27 D. 5

25. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có doanh thu và chi phí vận hành lần lượt là 230M và 370M trong năm 2020. Biết rằng mỗi năm doanh thu sẽ tăng 30% và chi phí sẽ tăng 10%. Đâu là lợi nhuận ròng của doanh nghiệp khi kết thúc năm 2025?

A. 79.1112M B. 258.0852M C. 420.7616M D. 853.9739M

....HẾT BÀI THI..

Solution 1824

1. A.
2. B.
3. C.
4. D.
5. B.
6. B.
7. A.
8. C.
9. C.
10. B.
11. C.
12. D.
13. B.
14. C.
15. A.
16. B.
17. B.
18. B.
19. A.
20. B.
21. A.
22. B.
23. A.
24. A.
25. A.

Lecturer:	*December 1st, 2023*	**Approved by:**	*December 1st, 2023*
(Signature and Fullname)		*(Signature and Fullname)*	

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM **KHOA KH&KT MÁY TÍNH**	**THI CUỐI KỲ**	HK/NH	1	2023-2024
		Ngày thi		23/12/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Course ID	CO2011		
	Thời lượng	80 phút	Mã đề	1825

Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.

1. (L.O.2.1) Số điểm cực biên (extreme points) *nhiều nhất* có thể có của một bài toán quy hoạch tuyến tính có 3 ràng buộc không âm đối với các biến và 6 ràng buộc (chính) khác là

A. 18. B. 20. C. 84. D. 24.

2. (L.O.2.4) Một sân bay có hai hãng hàng không lớn hoạt động: Vietnam Airlines và VietJet Air. Chúng tôi khảo sát khách du lịch hàng tuần và nhận thấy những người đã đi Vietnam Airlines thì có 80% lại đi Vietnam Airlines và 20% chuyển sang đi VietJet Air. Trong số những người đi hãng hàng không VietJet Air thì 60% đi lại VietJet Air nhưng 40% chuyển sang Vietnam Airlines. Chúng tôi giả định xu hướng này tiếp tục diễn ra hàng tuần và không có thêm hành khách mới nào tham gia hoặc rời khỏi hệ thống. Khi đó, về lâu dài, tỷ lệ hành khách sẽ đi trên các hãng hàng không Vietnam Airlines và VietJet Air lần lượt là:

A. Phương án khác. B. 60% và 40%. C. 66,67% và 33,33%. D. 90% và 10%.

3. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Số lượng các nút được xem xét trong cây nhánh-và-cận khi giải bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên dạng cực đại luôn là ít nhất bằng cách đi đến nút có cận trên lớn nhất.
B. Khi giải bài QHTT nguyên (ILP) dạng cực tiểu hóa, giá trị tối ưu của bài toán QHTT nới lỏng (relaxed-LP) không lớn hơn giá trị tối ưu của bài toán gốc.
C. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả thi đối với bài toán ILP gốc vì nghiệm nguyên này cần phải thỏa thêm các ràng buộc phụ khác.
D. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả this đối với bài toán ILP gốc.

Các câu hỏi 4–5, sử dụng giả thiết sau.
Xét bài toán tối ưu sau:

$$\text{Minimize } (Z = x_1 + x_2),$$

với ràng buộc

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

$$\omega_1\ x_1 + x_2 \leq 7,$$

$$\omega_2\ x_1 + x_2 \geq 4$$

Hai điều kiện cuối phụ thuộc vào biến ngẫu nhiên $\omega_1 \sim \mathbf{Unif}(-2, 4)$ (biến ngẫu nhiên đều- uniform variable) và $\omega_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{2})$ (biến ngẫu nhiên nhị thức- binomial variable). Đặt vector $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2]$.
Trong phương pháp `Guessing at uncertainty` chúng ta có thể đoán các giá trị hợp lý của $\boldsymbol{\omega}$ theo một số cách như: *Unbiased* (chọn giá trị trung bình), *Pessimistic* (chọn giá trị nhỏ nhất) và *Optimistic* (chọn giá trị lớn nhất).

4. Giá trị của vector $\boldsymbol{\omega}$ khi sử dụng phương pháp `Unbiased` và phương pháp `Optimistic` được ký hiệu bởi $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O$ lần lượt là:

A. Phương án khác.
B. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ \frac{2}{3})$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (2,\ 0)$.
C. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ 0)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4, 3)$.
D. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ 3)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4,\ 6)$.

5. Nếu sử dụng phương pháp `Pessimistic` thì giá trị tối ưu Z_m và nghiệm tối ưu $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt}$ lần lượt là:

A. Phương án khác.

B. $Z_m = \frac{50}{10}$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (2,\ 0)$.

C. $Z_m = 3$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0,\ 4)$.

D. $Z_m = 4$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0,\ 2)$

6. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có doanh thu và chi phí vận hành lần lượt là 230M và 370M trong năm 2020. Biết rằng mỗi năm doanh thu sẽ tăng 30% và chi phí sẽ tăng 10%. Đâu là lợi nhuận ròng của doanh nghiệp khi kết thúc năm 2025?

A. 853.9739M

B. 79.1112M

C. 258.0852M

D. 420.7616M

7. (L.O.3.1)
Tìm

$$\max(x + 2y),$$

trong đó x và y thoả

$$x + 4y \leq 20, x + y \geq 8, 5x + y \leq 32 \text{ và } x, y \geq 0.$$

A. Infeasible

B. 244/19

C. 301/19

D. 284/19

8. (L.O.3.1) Một doanh nghiệp kinh doanh vận tải muốn quản lý một dự án xe buýt đi từ trung tâm TPHCM đến các trường đại học trên Thủ Đức với kinh phí 370M. Có 4 tuyến đường đi trực tiếp được đến các trường đại học này gồm: 8, 10, 50, 56; và giá để vận hành 1 xe buýt trên các tuyến đường này lần lượt là: 40M, 35M, 45M, 50M. Hiện công ty có 9 xe buýt. Biết mỗi tuyến đường đều cần được bố trí xe buýt và tối đa có thể bố tri được 4 xe đồng thời công ty mong muốn bố trí tất cả các xe hiện có.
Hệ nào dưới đây thể hiện các điều kiện của mô hình LP được dùng để tối thiểu chi phí cho dự án trên? Giá trị chi phí tối thiểu (min cost) của dự án này là bao nhiêu?

A. Các lựa chọn khác đều sai.

B. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} = 9 \\ 1 \leq B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \leq 4 \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \leq 370 \end{cases}$; min cost: 355M

C. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \leq 9 \\ 1 \leq B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \leq 4 \\ 0 \leq B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} = 370 \end{cases}$; min cost: 370M

D. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \leq 9 \\ B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \leq 4 \\ 0 \leq B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \leq 370 \end{cases}$; min cost: 345M

9. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau
Hàm mục tiêu $F = 5x_1 - 4x_2$ với các ràng buộc

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &\geq 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 &\leq 0 \\ x_i &\geq 0. \end{aligned}$$

Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

I. F có giá trị nhỏ nhất trên miền chấp nhận được (feasible region).

II. F có giá trị lớn nhất trên miền chấp nhận được.

III. Miền chấp nhận được bị chặn (bounded).

IV. Miền chấp nhận được không bị chặn (unbounded).

A. II và IV.

B. I và IV.

C. Chỉ IV.

D. I và III.

10. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Quy tắc "tỉ số bé nhất" (minimum ratio) dùng trong phương pháp đơn hình để chọn biến cơ bản bị thay thế (leaving variable) được sử dụng vì việc thực hiện một lựa chọn khác với tỉ số lớn hơn sẽ đưa đến một nghiệm cơ bản không khả thi.

B. Đối với các bài toán QHTT (LP) dạng cực tiểu, nếu giá trị hàm mục tiêu tại một điểm cực hạn (extreme point) trong miền khả thi không lớn hơn giá trị của nó tại mọi điểm cực hạn liền kề trong miền khả thi thì điểm đó là nghiệm tối ưu.

C. Đối với các bài toán LP, chỉ có các điểm cực hạn trong miền khả thi mới có thể là nghiệm tối ưu nên số lượng nghiệm tối ưu không thể vượt quá số điểm cực trị trong miền khả thi.

D. Đối với các bài toán LP, nếu tồn tại nhiều nghiệm tối ưu thì có thể có một điểm cực hạn liền kề với một nghiệm tối ưu tại điểm cực hạn khác trong miền khả thi mà nó cũng là nghiệm tối ưu.

11. (L.O.2.1) Tính chất nào sau đây của bài toán QHTT không còn đúng cho bài toán QHTT nguyên?

A. Tính hữu hạn. B. Tính tuyến tính. C. Tính liên tục. D. Tính cộng tính.

12. (L.O.2.1) Một người gởi tiết kiệm $100 vào tài khoản ngân hàng vào đầu mỗi tháng. Biết được lãi suất ngân hàng là 12% và lãi suất được gộp hàng tháng. Tổng số tiền người này có sau khi gởi 12 tháng là?

A. 1312,68. B. 389,6. C. 1280,93. D. 112,68.

13. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\max_{x_i}(5x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4)$$

$$s.t. \qquad 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 \leq 11$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là?

A. 14 B. 11 C. 18 D. 17

14. (L.O.3.1) Cho Tableau sau để bắt đầu giải bài toán tìm giá trị tối đa bằng phương pháp simplex của $10x_1 + 50x_2 + 30x_3 + 60x_4$

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
	35	40	45	50	0	0	0	0	0	200
	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3
	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
	1	0	1	0	0	0	0	1	0	3
	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
max	-10	-50	-30	-60	0	0	0	0	0	0

Bảng nào dưới đây có thể là kết quả cuối cùng của việc áp dụng phương pháp simplex để giải bài toán trên?

A. Các lựa chọn khác đều sai.

B.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0.3	0	-0.07	0	-0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
x_4	0	0	0.7	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
s_4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	3
s_2	0	0	-0.3	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	-0.7	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
max	0	0	13.3	0	3.3	0	23.3	0	0	203.3

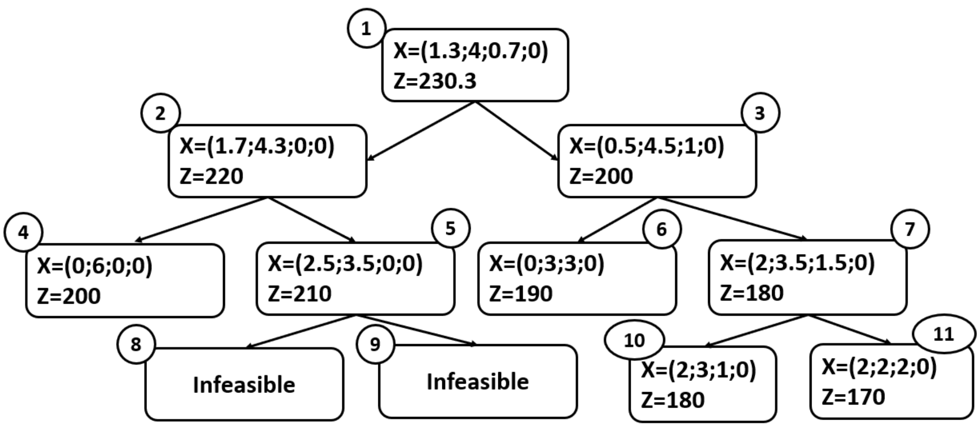
C.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0	0.3	-0.07	0	-0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0.7	0	0	1	0	0	3
x_3	0	0	1	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
s_2	0	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0.7	0	0	0	1	0	3
max	0	0	0	11.3	3.3	0	23.3	0	0	183.17

D.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_3	3	0	1	0	-0.2	0	-2	0	0	1.3
x_2	0.7	1	0	0	0	0	1	0	0	3
s_2	0.3	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3
x_4	0.3	0	0	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
max	40	0	0	0	6	0	50	0	0	230.3

15. (L.O.3.1) Cây nhị phân sau đây thể hiện quá trình sử dụng phương pháp branch and bound để giải một bài toán ILP.



Nốt nào dưới đây (theo số đánh) là điểm dừng của quá trình branch and bound biết việc tìm kiếm đáp án ưu tiên theo chiều rộng từ trái sang phải?

A. 11 B. 9 C. 4 D. 6

16. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có 9 xe buýt và 840 khách hàng. Doanh nghiệp dự tính mỗi xe có thể phục vụ tối đa 100 khách hàng. Biết rằng lượng khách hàng đi xe buýt chiếm 5% dân số khu vực và dân số thì tăng liên tục theo một tỉ lệ cố định và sẽ tăng gấp đôi sau 5 năm. Đâu là số lượng xe buýt mà hãng phải bổ sung sau 100 tháng để phục vụ đầy đủ các khách hàng?

A. 5 B. 18 C. 14 D. 27

17. (L.O.3.1)
Để tận dụng một bãi đỗ xe có diện tích là 7200 feet vuông, các ô tô nhỏ và ô tô lớn sẽ được phân bổ theo cách tối ưu nhất. Mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô nhỏ được chỉ định là 90 feet vuông và mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô lớn được chỉ định là 120 feet vuông sao cho mỗi chiếc ô tô chỉ được chiếm một chỗ đỗ xe có kích thước phù hợp. Tỷ lệ dự kiến giữa ô tô nhỏ và ô tô lớn muốn đỗ xe vào bất kỳ thời điểm nào dự kiến sẽ không ít hơn 2:3 và không lớn hơn 2:1. Khi đó, số lượng chỗ đỗ xe tối ưu cho ô tô nhỏ và ô tô lớn lần lượt là

A. 45 và 50. B. 52 và 21. C. 37 và 32. D. 48 và 24.

18. (L.O.2.1) Giả sử quần thể cá tăng theo hàm mũ. Một cái ao ban đầu nuôi 500 con cá. Biết rằng sau 6 tháng, trong ao có 1000 con cá. Người chủ sẽ cho phép bạn bè và hàng xóm câu cá trên ao của mình sau khi số lượng cá đạt 10.000 con. Khi nào bạn bè của chủ sở hữu sẽ được phép câu cá?

A. 27 tháng sau. B. 2 năm sau. C. 26 tháng sau. D. 25 tháng sau.

19. (L.O.3.1)
Tìm

$$\max(5x + 3y + 2z + 7u + 4v),$$

trong đó x, y, z, u, và v thoả

$$2x + 8y + 4z + 2u + 5v \leq 10 \text{ và } x, y, z, u, v \in \{0, 1\}.$$

A. 20 B. 19 C. 16 D. 15

20. (L.O.3.2)
Nam muốn tiết kiệm tiền để chuẩn bị cho việc học đại học của con gái anh ấy. Anh ta đang xem xét việc gửi một số tiền vào tài khoản với mức lãi suất hàng năm là 6.23%. Mục tiêu là tích luỹ được 120 triệu VND sau 18 năm. Số tiền gửi gần nhất là bao nhiêu (triệu VND)? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 40.44 B. 48.47 C. 19.58 D. 31.75

21. (L.O.3.2)
Giả sử một quần thể cá trong một cái hồ có mô hình như sau

$$\frac{dN}{dt} = 0.25N\left(1 - \frac{N}{100}\right),$$

trong đó $N = N(t) \geq 0$ kích thước quần thể tại thời điểm $t \geq t_0 = 0$ (theo tháng) với quần thể ban đầu là 30 con tại t_0. Trong bao nhiêu tháng thì quần thể cá trên đạt xấp xỉ 65.76 con cá? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 8 B. 6 C. 7 D. 5

22. (L.O.3.1) Một chuyên gia dinh dưỡng khuyến cáo rằng một người phải tiêu thụ tối thiểu 18 đơn vị canxi, 16 đơn vị sắt và 14 đơn vị kẽm mỗi tuần. Một cô gái muốn đảm bảo tuân thủ chế độ ăn kiêng bằng cách mua một số thực phẩm bổ sung có chứa tất cả các chất dinh dưỡng cô ấy cần từ cửa hàng y tế địa phương, nơi bán các gói 'VitaPlus' và 'BeHealthy'. Cô ấy muốn chọn sự kết hợp khả thi của các chất bổ sung này với chi phí tối thiểu. Biết rằng, mỗi gói VitaPlus có giá 3 USD một gói và chứa 1 đơn vị canxi, 4 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Mỗi gói BeHealthy có giá 4 USD và chứa 1,5 đơn vị canxi, 1 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Cần mua bao nhiêu gói VitaPlus và BeHealthy?

A. 18 gói VitaPlus và 0 gói BeHealthy. B. 6 gói VitaPlus và 8 gói BeHealthy.
C. 0 gói VitaPlus và 16 gói BeHealthy. D. Không có nghiệm tối ưu.

Các câu hỏi 23–25, sử dụng giả thiết sau.

Một công ty khởi nghiệp lên kế hoạch sản xuất $n = 2$ loại máy tính xách tay: A (loại 1)= Ultra-book và B (loại 2) = Workstation, với công nghệ đột phá (như chip lượng tử) từ năm 2025. Ký hiệu $\boldsymbol{z} = (z_1, z_2)^T$ là số lượng máy tính xách tay được sản xuất cho loại A và B. Do sự không chắc chắn (rủi ro) và nhu cầu cao về sản phẩm, công ty yêu cầu số lượng sản xuất $\boldsymbol{z}$ phải đáp ứng chính xác **vectơ nhu cầu ngẫu nhiên** $\mathbf{D} = (D_1, D_2)^T$, nghĩa là

$$0 \le z_i = d_i, \quad i = 1, \dots, 2$$

trong đó d_i là giá trị quan sát của các biến D_1, D_2. Mỗi biến trong mô hình có đơn vị là 1000 chiếc và giả sử rằng nhu cầu $D_1 \sim \mathbf{Bin}(10, \frac{1}{2})$ và $D_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{3})$.

Tiếp theo, sự không chắc chắn của việc sản xuất được biểu diễn bằng bài toán quy hoạch tuyến tính ngẫu nhiên hai giai đoạn (2-SLP). Giả sử máy tính xách tay cần $m = 3$ thành phần để sản xuất (CPU, RAM và card đồ hoạ). Đặt $m = 3$ biến quyết định là $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ trong giai đoạn thứ nhất, với x_j $(j = 1, \dots, m)$ là số thành phần được mua trước khi sản xuất máy tính xách tay A và B. Cụ thể, x_1 là số CPU, x_2 là số RAM và x_3 là số card đồ họa (đơn vị 1000 chiếc).
Số lượng thành phần y_j tồn kho phụ thuộc vào số lượng thành phần được mua x_j thông qua các phương trình

$$y_j = x_j - \sum_{i=1}^{n} a_{ji}\, z_i, \quad j = 1, \dots, m$$

hay dưới dạng ma trận

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\, \boldsymbol{z},$$

với $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$, và $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ là ma trận hệ số (của nhu cầu sản xuất) với số chiều $n \times m = 2 \times 3$.
Dòng đầu tiên $a_{1j} = 2$ và dòng thứ hai $a_{2j} = 1$ với $j = 1, \dots, 3$.

23. Giả sử công ty sử dụng cách tiếp cận **No waiting** trong giai đoạn thứ nhất, chúng ta cố định biến quyết định $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$ và giả sử việc sản xuất dựa trên `Unbiased` scenario (the mean scenario), và vector sản xuất $\boldsymbol{z}$ là trung bình của nhu cầu $\mathbf{D} = (D_1, D_2)$. Khi đó $\boldsymbol{z}$ và $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$ là:

A. $z_1 = 2, z_2 = 3$ và $y_1 = 2, y_2 = 5; y_3 = 8$
B. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 5, y_2 = 2; y_3 = 0$
C. $z_1 = 2, z_2 = 5$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$
D. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$

24. Trong giai đoạn thứ hai của bài toán, ta định nghĩa mô hình

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{z},\boldsymbol{y}} \; (Z_2 = \; \boldsymbol{c}^T \cdot \boldsymbol{z} - \boldsymbol{s}^T \cdot \boldsymbol{y}) \\ \text{với} \quad \boldsymbol{c} = (c_i) \text{ hệ số chi phí sản xuất} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\; \boldsymbol{z}, \\ 0 \le \boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}, \quad \boldsymbol{y} \ge 0. \end{cases} \tag{1}$$

với $\boldsymbol{c} = (c_1, c_2)^T$ là chi phí sản xuất mỗi máy tính của loại 1 (Ultra-book) và loại 2 (Workstation), vector $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, s_3)^T$ là giá tồn kho (sau khi biết nhu cầu) mỗi đơn vị của thành phần $j = 1, 2, 3$.
Mô hình (chỉ giai đoạn hai) trên thực tế chấp nhận rằng số lượng sản xuất bằng với nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$. Hàm mục tiêu $Z_2 = Q(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{d}) = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ rõ ràng phụ thuộc vào biến xác định trước (pre-determined) $\boldsymbol{x}$ trong giai đoạn 1 và biến ngẫu nhiên nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ được cho bởi $\boldsymbol{D}$ (the mean scenario) trong câu hỏi trước. Công ty lên kế hoạch sản xuất với các chi phí sản xuất $\boldsymbol{c} = (c_i) = (70, 30)^T$ (USD) và các giá tồn kho $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$ (USD). Giá trị của hàm mục tiêu Z_2 (đơn vị 1000 USD) là

A. $Z_2 = 130$
B. $Z_2 = 540$
C. $Z_2 = 280$
D. $Z_2 = 400$

25. Mô hình tổng thể (2-SLP) dựa trên cách tiếp cận **Scenario approach** được xác định thông qua bài toán tối ưu sau

$$\min(G = g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = \; \boldsymbol{b}^T \cdot \boldsymbol{x} + \; Z_2), \tag{2}$$

với $\boldsymbol{b}^T = (b_1, b_2, b_3) = 2 \cdot \boldsymbol{s}^T$ trong đó b_j là chi phí đặt mua trước (preorder cost) mỗi đơn vị của thành phần j (trước khi biết nhu cầu), và $Z_2 = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ được định nghĩa ở phương trình (1). Nếu công ty vẫn lên kế hoạch sản xuất với $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$, $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$, và $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ (được chọn bởi Unbiased scenario của biến ngẫu nhiên nhị thức $\boldsymbol{D}$), khi đó giá trị tối ưu của G là

A. $G_{\min} = 3240$
B. $G_{\min} = 1700$
C. $G_{\min} = 2240$
D. $G_{\min} = 1980$

....HẾT BÀI THI..

Solution 1825

1. C.
2. C.
3. C.
4. D.
5. A.
6. B.
7. B.
8. B.
9. C.
10. C.
11. C.
12. C.
13. D.
14. B.
15. B.
16. B.
17. D.
18. C.
19. C.
20. A.
21. B.
22. B.
23. D.
24. C.
25. D.

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM **KHOA KH&KT MÁY TÍNH**	**THI CUỐI KỲ**	HK/NH	1	2023-2024
		Ngày thi		23/12/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Course ID	CO2011		
	Thời lượng	80 phút	Mã đề	1826

Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.

1. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Khi giải bài QHTT nguyên (ILP) dạng cực tiểu hóa, giá trị tối ưu của bài toán QHTT nới lỏng (relaxed-LP) không lớn hơn giá trị tối ưu của bài toán gốc.
B. Số lượng các nút được xem xét trong cây nhánh-và-cận khi giải bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên dạng cực đại luôn là ít nhất bằng cách đi đến nút có cận trên lớn nhất.
C. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả thi đối với bài toán ILP gốc vì nghiệm nguyên này cần phải thỏa thêm các ràng buộc phụ khác.
D. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả this đối với bài toán ILP gốc.

2. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Đối với các bài toán QHTT (LP) dạng cựu tiểu, nếu giá trị hàm mục tiêu tại một điểm cực hạn (extreme point) trong miền khả thi không lớn hơn giá trị của nó tại mọi điểm cực hạn liền kề trong miền khả thi thì điểm đó là nghiệm tối ưu.
B. Quy tắc "tỉ số bé nhất" (minimum ratio) dùng trong phương pháp đơn hình để chọn biến cơ bản bị thay thế (leaving variable) được sử dụng vì việc thực hiện một lựa chọn khác với tỉ số lớn hơn sẽ đưa đến một nghiệm cơ bản không khả thi.
C. Đối với các bài toán LP, chỉ có các điểm cực hạn trong miền khả thi mới có thể là nghiệm tối ưu nên số lượng nghiệm tối ưu không thể vượt quá số điểm cực trị trong miền khả thi.
D. Đối với các bài toán LP, nếu tồn tại nhiều nghiệm tối ưu thì có thể có một điểm cực hạn liền kề với một nghiệm tối ưu tại điểm cực hạn khác trong miền khả thi mà nó cũng là nghiệm tối ưu.

3. (L.O.3.1)
Tìm
$$\max(x + 2y),$$
trong đó x và y thoả
$$x + 4y \leq 20, x + y \geq 8, 5x + y \leq 32 \text{ và } x, y \geq 0.$$

A. 244/19 B. Infeasible C. 301/19 D. 284/19

4. (L.O.3.1) Một doanh nghiệp kinh doanh vận tải muốn quản lý một dự án xe buýt đi từ trung tâm TPHCM đến các trường đại học trên Thủ Đức với kinh phí 370M. Có 4 tuyến đường đi trực tiếp được đến các trường đại học này gồm: 8, 10, 50, 56; và giá để vận hành 1 xe buýt trên các tuyến đường này lần lượt là: 40M, 35M, 45M, 50M. Hiện công ty có 9 xe buýt. Biết mỗi tuyến đường đều cần được bố trí xe buýt và tối đa có thể bố tri được 4 xe đồng thời công ty mong muốn bố trí tất cả các xe hiện có.
Hệ nào dưới đây thể hiện các điều kiện của mô hình LP được dùng để tối thiểu chi phí cho dự án trên? Giá trị chi phí tối thiểu (min cost) của dự án này là bao nhiêu?

A. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} = 9 \\ 1 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \le 370 \end{cases}$; min cost: 355M

B. Các lựa chọn khác đều sai.

C. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \le 9 \\ 1 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 0 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} = 370 \end{cases}$; min cost: 370M

D. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \le 9 \\ B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 0 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \le 370 \end{cases}$; min cost: 345M

5. (L.O.3.1)
Để tận dụng một bãi đỗ xe có diện tích là 7200 feet vuông, các ô tô nhỏ và ô tô lớn sẽ được phân bổ theo cách tối ưu nhất. Mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô nhỏ được chỉ định là 90 feet vuông và mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô lớn được chỉ định là 120 feet vuông sao cho mỗi chiếc ô tô chỉ được chiếm một chỗ đỗ xe có kích thước phù hợp. Tỷ lệ dự kiến giữa ô tô nhỏ và ô tô lớn muốn đỗ xe vào bất kỳ thời điểm nào dự kiến sẽ không ít hơn 2:3 và không lớn hơn 2:1. Khi đó, số lượng chỗ đỗ xe tối ưu cho ô tô nhỏ và ô tô lớn lần lượt là

A. 52 và 21. B. 45 và 50. C. 37 và 32. D. 48 và 24.

6. (L.O.2.1) Tính chất nào sau đây của bài toán QHTT không còn đúng cho bài toán QHTT nguyên?

A. Tính tuyến tính. B. Tính hữu hạn. C. Tính liên tục. D. Tính cộng tính.

7. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có doanh thu và chi phí vận hành lần lượt là 230M và 370M trong năm 2020. Biết rằng mỗi năm doanh thu sẽ tăng 30% và chi phí sẽ tăng 10%. Đâu là lợi nhuận ròng của doanh nghiệp khi kết thúc năm 2025?

A. 79.1112M B. 853.9739M C. 258.0852M D. 420.7616M

Các câu hỏi 8–9, sử dụng giả thiết sau.
Xét bài toán tối ưu sau:

$$\text{Minimize } (Z = x_1 + x_2),$$

với ràng buộc

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0,$$

$$\omega_1\ x_1 + x_2 \le 7,$$

$$\omega_2\ x_1 + x_2 \ge 4$$

Hai điều kiện cuối phụ thuộc vào biến ngẫu nhiên $\omega_1 \sim \textbf{Unif}(-2, 4)$ (biến ngẫu nhiên đều- uniform variable) và $\omega_2 \sim \textbf{Bin}(6, \frac{1}{2})$ (biến ngẫu nhiên nhị thức- binomial variable). Đặt vector $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2]$.
Trong phương pháp `Guessing at uncertainty` chúng ta có thể đoán các giá trị hợp lý của $\boldsymbol{\omega}$ theo một số cách như: *Unbiased* (chọn giá trị trung bình), *Pessimistic* (chọn giá trị nhỏ nhất) và *Optimistic* (chọn giá trị lớn nhất).

8. Giá trị của vector $\boldsymbol{\omega}$ khi sử dụng phương pháp `Unbiased` và phương pháp `Optimistic` được ký hiệu bởi $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O$ lần lượt là:

A. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ \frac{2}{3})$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (2,\ 0)$.
B. Phương án khác.
C. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ 0)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4, 3)$.
D. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ 3)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4,\ 6)$.

9. Nếu sử dụng phương pháp `Pessimistic` thì giá trị tối ưu Z_m và nghiệm tối ưu $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt}$ lần lượt là:

A. $Z_m = \dfrac{50}{10}$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (2,\ 0)$.

B. Phương án khác.

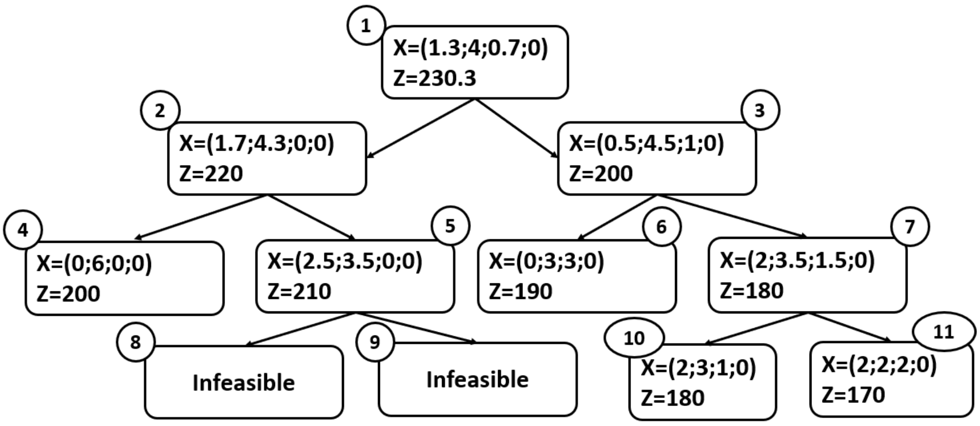
C. $Z_m = 3$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0,\ 4)$.

D. $Z_m = 4$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0,\ 2)$

10. (L.O.2.4) Một sân bay có hai hãng hàng không lớn hoạt động: Vietnam Airlines và VietJet Air. Chúng tôi khảo sát khách du lịch hàng tuần và nhận thấy những người đã đi Vietnam Airlines thì có 80% lại đi Vietnam Airlines và 20% chuyển sang đi VietJet Air. Trong số những người đi hãng hàng không VietJet Air thì 60% đi lại VietJet Air nhưng 40% chuyển sang Vietnam Airlines. Chúng tôi giả định xu hướng này tiếp tục diễn ra hàng tuần và không có thêm hành khách mới nào tham gia hoặc rời khỏi hệ thống. Khi đó, về lâu dài, tỷ lệ hành khách sẽ đi trên các hãng hàng không Vietnam Airlines và VietJet Air lần lượt là:

A. 60% và 40%.
B. Phương án khác.
C. 66,67% và 33,33%.
D. 90% và 10%.

11. (L.O.3.1) Cây nhị phân sau đây thể hiện quá trình sử dụng phương pháp branch and bound để giải một bài toán ILP.



Nốt nào dưới đây (theo số đánh) là điểm dừng của quá trình branch and bound biết việc tìm kiếm đáp án ưu tiên theo chiều rộng từ trái sang phải?

A. 9
B. 11
C. 4
D. 6

12. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có 9 xe buýt và 840 khách hàng. Doanh nghiệp dự tính mỗi xe có thể phục vụ tối đa 100 khách hàng. Biết rằng lượng khách hàng đi xe buýt chiếm 5% dân số khu vực và dân số thì tăng liên tục theo một tỉ lệ cố định và sẽ tăng gấp đôi sau 5 năm. Đâu là số lượng xe buýt mà hãng phải bổ sung sau 100 tháng để phục vụ đầy đủ các khách hàng?

A. 18
B. 5
C. 14
D. 27

13. (L.O.3.1) Cho Tableau sau để bắt đầu giải bài toán tìm giá trị tối đa bằng phương pháp simplex của $10x_1 + 50x_2 + 30x_3 + 60x_4$

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
	35	40	45	50	0	0	0	0	0	200
	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3
	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
	1	0	1	0	0	0	0	1	0	3
	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
max	−10	−50	−30	−60	0	0	0	0	0	0

Bảng nào dưới đây có thể là kết quả cuối cùng của việc áp dụng phương pháp simplex để giải bài toán trên?

A.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0.3	0	−0.07	0	−0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
x_4	0	0	0.7	1	0.07	0	−0.3	0	0	0.7
s_4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	3
s_2	0	0	−0.3	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	−0.7	0	−0.07	0	0.3	0	1	2.3
max	0	0	13.3	0	3.3	0	23.3	0	0	203.3

B. Các lựa chọn khác đều sai.

C.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0	0.3	−0.07	0	−0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0.7	0	0	1	0	0	3
x_3	0	0	1	1	0.07	0	−0.3	0	0	0.7
s_2	0	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	−0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0.7	0	0	0	1	0	3
max	0	0	0	11.3	3.3	0	23.3	0	0	183.17

D.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_3	3	0	1	0	−0.2	0	−2	0	0	1.3
x_2	0.7	1	0	0	0	0	1	0	0	3
s_2	0.3	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	−0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3
x_4	0.3	0	0	1	0.07	0	−0.3	0	0	0.7
max	40	0	0	0	6	0	50	0	0	230.3

14. (L.O.3.1) Một chuyên gia dinh dưỡng khuyến cáo rằng một người phải tiêu thụ tối thiểu 18 đơn vị canxi, 16 đơn vị sắt và 14 đơn vị kẽm mỗi tuần. Một cô gái muốn đảm bảo tuân thủ chế độ ăn kiêng bằng cách mua một số thực phẩm bổ sung có chứa tất cả các chất dinh dưỡng cô ấy cần từ cửa hàng y tế địa phương, nơi bán các gói 'VitaPlus' và 'BeHealthy'. Cô ấy muốn chọn sự kết hợp khả thi của các chất bổ sung này với chi phí tối thiểu. Biết rằng, mỗi gói VitaPlus có giá 3 USD một gói và chứa 1 đơn vị canxi, 4 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Mỗi gói BeHealthy có giá 4 USD và chứa 1,5 đơn vị canxi, 1 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Cần mua bao nhiêu gói VitaPlus và BeHealthy?

A. 6 gói VitaPlus và 8 gói BeHealthy. B. 18 gói VitaPlus và 0 gói BeHealthy.
C. 0 gói VitaPlus và 16 gói BeHealthy. D. Không có nghiệm tối ưu.

15. (L.O.2.1) Một người gởi tiết kiệm $100 vào tài khoản ngân hàng vào đầu mỗi tháng. Biết được lãi suất ngân hàng là 12% và lãi suất được gộp hàng tháng. Tổng số tiền người này có sau khi gởi 12 tháng là?

A. 389,6. B. 1312,68. C. 1280,93. D. 112,68.

16. (L.O.2.1) Giả sử quần thể cá tăng theo hàm mũ. Một cái ao ban đầu nuôi 500 con cá. Biết rằng sau 6 tháng, trong ao có 1000 con cá. Người chủ sẽ cho phép bạn bè và hàng xóm câu cá trên ao của mình sau khi số lượng cá đạt 10.000 con. Khi nào bạn bè của chủ sở hữu sẽ được phép câu cá?

A. 2 năm sau. B. 27 tháng sau. C. 26 tháng sau. D. 25 tháng sau.

17. (L.O.3.2)
Giả sử một quần thể cá trong một cái hồ có mô hình như sau

$$\frac{dN}{dt} = 0.25N\left(1 - \frac{N}{100}\right),$$

trong đó $N = N(t) \geq 0$ kích thước quần thể tại thời điểm $t \geq t_0 = 0$ (theo tháng) với quần thể ban đầu là 30 con tại t_0. Trong bao nhiêu tháng thì quần thể cá trên đạt xấp xỉ 65.76 con cá? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 6 B. 8 C. 7 D. 5

18. (L.O.3.2)
Nam muốn tiết kiệm tiền để chuẩn bị cho việc học đại học của con gái anh ấy. Anh ta đang xem xét việc gửi một số tiền vào tài khoản với mức lãi suất hàng năm là 6.23%. Mục tiêu là tích luỹ được 120 triệu VND sau 18 năm. Số tiền gửi gần nhất là bao nhiêu (triệu VND)? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 48.47 B. 40.44 C. 19.58 D. 31.75

19. (L.O.3.1)
Tìm

$$\max(5x + 3y + 2z + 7u + 4v),$$

trong đó $x, y, z, u,$ và v thoả

$$2x + 8y + 4z + 2u + 5v \leq 10 \text{ và } x, y, z, u, v \in \{0, 1\}.$$

A. 19 B. 20 C. 16 D. 15

20. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\max_{x_i}(5x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4)$$

$$s.t. \qquad 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 \leq 11$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là?

A. 11 B. 14 C. 18 D. 17

21. (L.O.2.1) Số điểm cực biên (extreme points) *nhiều nhất* có thể có của một bài toán quy hoạch tuyến tính có 3 ràng buộc không âm đối với các biến và 6 ràng buộc (chính) khác là

A. 20. B. 18. C. 84. D. 24.

22. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau
Hàm mục tiêu $F = 5x_1 - 4x_2$ với các ràng buộc

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &\geq 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 &\leq 0 \\ x_i &\geq 0. \end{aligned}$$

Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

I. F có giá trị nhỏ nhất trên miền chấp nhận được (feasible region).

II. F có giá trị lớn nhất trên miền chấp nhận được.

III. Miền chấp nhận được bị chặn (bounded).

IV. Miền chấp nhận được không bị chặn (unbounded).

A. I và IV. B. II và IV. C. Chỉ IV. D. I và III.

Các câu hỏi 23–25, sử dụng giả thiết sau.

Một công ty khởi nghiệp lên kế hoạch sản xuất $n = 2$ loại máy tính xách tay: A (loại 1)= Ultra-book và B (loại 2) = Workstation, với công nghệ đột phá (như chip lượng tử) từ năm 2025. Ký hiệu $\boldsymbol{z} = (z_1, z_2)^T$ là số lượng máy tính xách tay được sản xuất cho loại A và B. Do sự không chắc chắn (rủi ro) và nhu cầu cao về sản phẩm, công ty yêu cầu số lượng sản xuất $\boldsymbol{z}$ phải đáp ứng chính xác **vectơ nhu cầu ngẫu nhiên** $\mathbf{D} = (D_1, D_2)^T$, nghĩa là

$$0 \leq z_i = d_i, \quad i = 1, \ldots, 2$$

trong đó d_i là giá trị quan sát của các biến D_1, D_2. Mỗi biến trong mô hình có đơn vị là 1000 chiếc và giả sử rằng nhu cầu $D_1 \sim \mathbf{Bin}(10, \frac{1}{2})$ và $D_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{3})$.

Tiếp theo, sự không chắc chắn của việc sản xuất được biểu diễn bằng bài toán quy hoạch tuyến tính ngẫu nhiên hai giai đoạn (2-SLP). Giả sử máy tính xách tay cần $m = 3$ thành phần để sản xuất (CPU, RAM và card đồ hoạ). Đặt $m = 3$ biến quyết định là $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ trong giai đoạn thứ nhất, với x_j $(j = 1, \ldots, m)$ là số thành phần được mua trước khi sản xuất máy tính xách tay A và B. Cụ thể, x_1 là số CPU, x_2 là số RAM và x_3 là số card đồ họa (đơn vị 1000 chiếc).
Số lượng thành phần y_j tồn kho phụ thuộc vào số lượng thành phần được mua x_j thông qua các phương trình

$$y_j = x_j - \sum_{i=1}^{n} a_{ji}\, z_i, \quad j = 1, \ldots, m$$

hay dưới dạng ma trận

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\, \boldsymbol{z},$$

với $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$, và $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ là ma trận hệ số (của nhu cầu sản xuất) với số chiều $n \times m = 2 \times 3$.
Dòng đầu tiên $a_{1j} = 2$ và dòng thứ hai $a_{2j} = 1$ với $j = 1, \ldots, 3$.

23. Giả sử công ty sử dụng cách tiếp cận **No waiting** trong giai đoạn thứ nhất, chúng ta cố định biến quyết định $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$ và giả sử việc sản xuất dựa trên `Unbiased` scenario (the mean scenario), và vector sản xuất $\boldsymbol{z}$ là trung bình của nhu cầu $\mathbf{D} = (D_1, D_2)$. Khi đó $\boldsymbol{z}$ và $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$ là:

A. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 5, y_2 = 2; y_3 = 0$
B. $z_1 = 2, z_2 = 3$ và $y_1 = 2, y_2 = 5; y_3 = 8$
C. $z_1 = 2, z_2 = 5$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$
D. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$

24. Trong giai đoạn thứ hai của bài toán, ta định nghĩa mô hình

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{z},\boldsymbol{y}}\ (Z_2 = \ \boldsymbol{c}^T \cdot \boldsymbol{z} - \boldsymbol{s}^T \cdot \boldsymbol{y}) \\ \text{với} \quad \boldsymbol{c} = (c_i) \text{ hệ số chi phí sản xuất} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\, \boldsymbol{z}, \\ 0 \leq \boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}, \quad \boldsymbol{y} \geq 0. \end{cases} \tag{1}$$

với $\boldsymbol{c} = (c_1, c_2)^T$ là chi phí sản xuất mỗi máy tính của loại 1 (Ultra-book) và loại 2 (Workstation), vector $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, s_3)^T$ là giá tồn kho (sau khi biết nhu cầu) mỗi đơn vị của thành phần $j = 1, 2, 3$.
Mô hình (chỉ giai đoạn hai) trên thực tế chấp nhận rằng số lượng sản xuất bằng với nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$. Hàm mục tiêu $Z_2 = Q(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{d}) = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ rõ ràng phụ thuộc vào biến xác định trước (pre-determined) $\boldsymbol{x}$ trong giai đoạn 1 và biến ngẫu nhiên nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ được cho bởi $\boldsymbol{D}$ (the mean scenario) trong câu hỏi trước. Công ty lên kế hoạch sản xuất với các chi phí sản xuất $\boldsymbol{c} = (c_i) = (70, 30)^T$ (USD) và các giá tồn kho $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$ (USD). Giá trị của hàm mục tiêu Z_2 (đơn vị 1000 USD) là

A. $Z_2 = 540$
B. $Z_2 = 130$
C. $Z_2 = 280$
D. $Z_2 = 400$

25. Mô hình tổng thể (2-SLP) dựa trên cách tiếp cận **Scenario approach** được xác định thông qua bài toán tối ưu sau

$$\min(G = g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = \ \boldsymbol{b}^T \cdot \boldsymbol{x} + \ Z_2), \tag{2}$$

với $\boldsymbol{b}^T = (b_1, b_2, b_3) = 2 \cdot \boldsymbol{s}^T$ trong đó b_j là chi phí đặt mua trước (preorder cost) mỗi đơn vị của thành phần j (trước khi biết nhu cầu), và $Z_2 = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ được định nghĩa ở phương trình (1). Nếu công ty vẫn lên kế hoạch sản xuất với $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$, $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$, và $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ (được chọn bởi Unbiased scenario của biến ngẫu nhiên nhị thức $\boldsymbol{D}$), khi đó giá trị tối ưu của G là

A. $G_{\min} = 1700$
B. $G_{\min} = 3240$
C. $G_{\min} = 2240$
D. $G_{\min} = 1980$

....HẾT BÀI THI..

Solution 1826

1. C.
2. C.
3. A.
4. A.
5. D.
6. C.
7. A.
8. D.
9. B.
10. C.
11. A.
12. A.
13. A.
14. A.
15. C.
16. C.
17. A.
18. B.
19. C.
20. D.
21. C.
22. C.
23. D.
24. C.
25. D.

Lecturer:	*December 1st, 2023*	**Approved by:**	*December 1st, 2023*
(Signature and Fullname)		*(Signature and Fullname)*	

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH	THI CUỐI KỲ	HK/NH	1	2023-2024
		Ngày thi		23/12/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Course ID	CO2011		
	Thời lượng	80 phút	Mã đề	1827

Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.

1. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Đối với các bài toán QHTT (LP) dạng cực tiểu, nếu giá trị hàm mục tiêu tại một điểm cực hạn (extreme point) trong miền khả thi không lớn hơn giá trị của nó tại mọi điểm cực hạn liền kề trong miền khả thi thì điểm đó là nghiệm tối ưu.

B. Đối với các bài toán LP, chỉ có các điểm cực hạn trong miền khả thi mới có thể là nghiệm tối ưu nên số lượng nghiệm tối ưu không thể vượt quá số điểm cực trị trong miền khả thi.

C. Quy tắc "tỉ số bé nhất" (minimum ratio) dùng trong phương pháp đơn hình để chọn biến cơ bản bị thay thế (leaving variable) được sử dụng vì việc thực hiện một lựa chọn khác với tỉ số lớn hơn sẽ đưa đến một nghiệm cơ bản không khả thi.

D. Đối với các bài toán LP, nếu tồn tại nhiều nghiệm tối ưu thì có thể có một điểm cực hạn liền kề với một nghiệm tối ưu tại điểm cực hạn khác trong miền khả thi mà nó cũng là nghiệm tối ưu.

2. (L.O.3.1)
Để tận dụng một bãi đỗ xe có diện tích là 7200 feet vuông, các ô tô nhỏ và ô tô lớn sẽ được phân bổ theo cách tối ưu nhất. Mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô nhỏ được chỉ định là 90 feet vuông và mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô lớn được chỉ định là 120 feet vuông sao cho mỗi chiếc ô tô chỉ được chiếm một chỗ đỗ xe có kích thước phù hợp. Tỷ lệ dự kiến giữa ô tô nhỏ và ô tô lớn muốn đỗ xe vào bất kỳ thời điểm nào dự kiến sẽ không ít hơn 2:3 và không lớn hơn 2:1. Khi đó, số lượng chỗ đỗ xe tối ưu cho ô tô nhỏ và ô tô lớn lần lượt là

A. 52 và 21. B. 37 và 32. C. 45 và 50. D. 48 và 24.

3. (L.O.3.1) Một doanh nghiệp kinh doanh vận tải muốn quản lý một dự án xe buýt đi từ trung tâm TPHCM đến các trường đại học trên Thủ Đức với kinh phí 370M. Có 4 tuyến đường đi trực tiếp được đến các trường đại học này gồm: 8, 10, 50, 56; và giá để vận hành 1 xe buýt trên các tuyến đường này lần lượt là: 40M, 35M, 45M, 50M. Hiện công ty có 9 xe buýt. Biết mỗi tuyến đường đều cần được bố trí xe buýt và tối đa có thể bố trí được 4 xe đồng thời công ty mong muốn bố trí tất cả các xe hiện có.
Hệ nào dưới đây thể hiện các điều kiện của mô hình LP được dùng để tối thiểu chi phí cho dự án trên? Giá trị chi phí tối thiểu (min cost) của dự án này là bao nhiêu?

A. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} = 9 \\ 1 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \le 370 \end{cases}$; min cost: 355M

B. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \le 9 \\ 1 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 0 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} = 370 \end{cases}$; min cost: 370M

C. Các lựa chọn khác đều sai.

D. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \le 9 \\ B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 0 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \le 370 \end{cases}$; min cost: 345M

4. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Khi giải bài QHTT nguyên (ILP) dạng cực tiểu hóa, giá trị tối ưu của bài toán QHTT nới lỏng (relaxed-LP) không lớn hơn giá trị tối ưu của bài toán gốc.

B. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả thi đối với bài toán ILP gốc vì nghiệm nguyên này cần phải thỏa thêm các ràng buộc phụ khác.

C. Số lượng các nút được xem xét trong cây nhánh-và-cận khi giải bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên dạng cực đại luôn là ít nhất bằng cách đi đến nút có cận trên lớn nhất.

D. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả this đối với bài toán ILP gốc.

5. (L.O.3.1) Một chuyên gia dinh dưỡng khuyến cáo rằng một người phải tiêu thụ tối thiểu 18 đơn vị canxi, 16 đơn vị sắt và 14 đơn vị kẽm mỗi tuần. Một cô gái muốn đảm bảo tuân thủ chế độ ăn kiêng bằng cách mua một số thực phẩm bổ sung có chứa tất cả các chất dinh dưỡng cô ấy cần từ cửa hàng y tế địa phương, nơi bán các gói 'VitaPlus' và 'BeHealthy'. Cô ấy muốn chọn sự kết hợp khả thi của các chất bổ sung này với chi phí tối thiểu. Biết rằng, mỗi gói VitaPlus có giá 3 USD một gói và chứa 1 đơn vị canxi, 4 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Mỗi gói BeHealthy có giá 4 USD và chứa 1,5 đơn vị canxi, 1 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Cần mua bao nhiêu gói VitaPlus và BeHealthy?

A. 6 gói VitaPlus và 8 gói BeHealthy.
B. 0 gói VitaPlus và 16 gói BeHealthy.
C. 18 gói VitaPlus và 0 gói BeHealthy.
D. Không có nghiệm tối ưu.

6. (L.O.2.1) Tính chất nào sau đây của bài toán QHTT không còn đúng cho bài toán QHTT nguyên?

A. Tính tuyến tính.
B. Tính liên tục.
C. Tính hữu hạn.
D. Tính cộng tính.

7. (L.O.3.2)
Nam muốn tiết kiệm tiền để chuẩn bị cho việc học đại học của con gái anh ấy. Anh ta đang xem xét việc gửi một số tiền vào tài khoản với mức lãi suất hàng năm là 6.23%. Mục tiêu là tích luỹ được 120 triệu VND sau 18 năm. Số tiền gửi gần nhất là bao nhiêu (triệu VND)? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 48.47
B. 19.58
C. 40.44
D. 31.75

8. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\max_{x_i}(5x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4)$$

$$s.t. \qquad 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 \leq 11$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là?

A. 11
B. 18
C. 14
D. 17

9. (L.O.3.1) Cho Tableau sau để bắt đầu giải bài toán tìm giá trị tối đa bằng phương pháp simplex của $10x_1 + 50x_2 + 30x_3 + 60x_4$

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
	35	40	45	50	0	0	0	0	0	200
	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3
	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
	1	0	1	0	0	0	0	1	0	3
	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
max	-10	-50	-30	-60	0	0	0	0	0	0

Bảng nào dưới đây có thể là kết quả cuối cùng của việc áp dụng phương pháp simplex để giải bài toán trên?

A.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0.3	0	-0.07	0	-0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
x_4	0	0	0.7	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
s_4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	3
s_2	0	0	-0.3	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	-0.7	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
max	0	0	13.3	0	3.3	0	23.3	0	0	203.3

B.

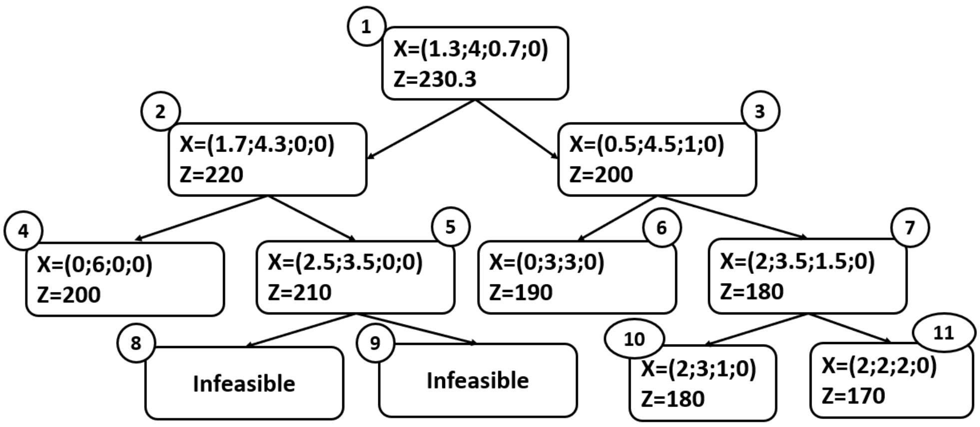
B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0	0.3	-0.07	0	-0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0.7	0	0	1	0	0	3
x_3	0	0	1	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
s_2	0	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0.7	0	0	0	1	0	3
max	0	0	0	11.3	3.3	0	23.3	0	0	183.17

C. Các lựa chọn khác đều sai.

D.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_3	3	0	1	0	-0.2	0	-2	0	0	1.3
x_2	0.7	1	0	0	0	0	1	0	0	3
s_2	0.3	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3
x_4	0.3	0	0	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
max	40	0	0	0	6	0	50	0	0	230.3

10. (L.O.3.1) Cây nhị phân sau đây thể hiện quá trình sử dụng phương pháp branch and bound để giải một bài toán ILP.



Nốt nào dưới đây (theo số đánh) là điểm dừng của quá trình branch and bound biết việc tìm kiếm đáp án ưu tiên theo chiều rộng từ trái sang phải?

A. 9 B. 4 C. 11 D. 6

11. (L.O.3.1)
Tìm
$$\max(x+2y),$$
trong đó x và y thoả
$$x+4y \leq 20, x+y \geq 8, 5x+y \leq 32 \text{ và } x, y \geq 0.$$

A. 244/19 B. 301/19 C. Infeasible D. 284/19

12. (L.O.2.1) Số điểm cực biên (extreme points) *nhiều nhất* có thể có của một bài toán quy hoạch tuyến tính có 3 ràng buộc không âm đối với các biến và 6 ràng buộc (chính) khác là

A. 20. B. 84. C. 18. D. 24.

13. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau
Hàm mục tiêu $F = 5x_1 - 4x_2$ với các ràng buộc
$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 10$$
$$x_1 - 2x_2 + x_4 \leq 0$$
$$x_i \geq 0.$$

Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

I. F có giá trị nhỏ nhất trên miền chấp nhận được (feasible region).

II. F có giá trị lớn nhất trên miền chấp nhận được.

III. Miền chấp nhận được bị chặn (bounded).

IV. Miền chấp nhận được không bị chặn (unbounded).

A. I và IV. B. Chỉ IV. C. II và IV. D. I và III.

Các câu hỏi 14–16, sử dụng giả thiết sau.

Một công ty khởi nghiệp lên kế hoạch sản xuất $n = 2$ loại máy tính xách tay: A (loại 1)= Ultra-book và B (loại 2) = Workstation, với công nghệ đột phá (như chip lượng tử) từ năm 2025. Ký hiệu $\boldsymbol{z} = (z_1, z_2)^T$ là số lượng máy tính xách tay được sản xuất cho loại A và B. Do sự không chắc chắn (rủi ro) và nhu cầu cao về sản phẩm, công ty yêu cầu số lượng sản xuất $\boldsymbol{z}$ phải đáp ứng chính xác **vectơ nhu cầu ngẫu nhiên D** $= (D_1, D_2)^T$, nghĩa là
$$0 \leq z_i = d_i, \quad i = 1, \ldots, 2$$
trong đó d_i là giá trị quan sát của các biến D_1, D_2. Mỗi biến trong mô hình có đơn vị là 1000 chiếc và giả sử rằng nhu cầu $D_1 \sim \mathbf{Bin}(10, \frac{1}{2})$ và $D_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{3})$.

Tiếp theo, sự không chắc chắn của việc sản xuất được biểu diễn bằng bài toán quy hoạch tuyến tính ngẫu nhiên hai giai đoạn (2-SLP). Giả sử máy tính xách tay cần $m = 3$ thành phần để sản xuất (CPU, RAM và card đồ hoạ). Đặt $m = 3$ biến quyết định là $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ trong giai đoạn thứ nhất, với x_j $(j = 1, \ldots, m)$ là số thành phần được mua trước khi sản xuất máy tính xách tay A và B. Cụ thể, x_1 là số CPU, x_2 là số RAM và x_3 là số card đồ họa (đơn vị 1000 chiếc).
Số lượng thành phần y_j tồn kho phụ thuộc vào số lượng thành phần được mua x_j thông qua các phương trình
$$y_j = x_j - \sum_{i=1}^{n} a_{ji}\, z_i, \quad j = 1, \ldots, m$$
hay dưới dạng ma trận
$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\, \boldsymbol{z},$$
với $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$, và $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ là ma trận hệ số (của nhu cầu sản xuất) với số chiều $n \times m = 2 \times 3$.
Dòng đầu tiên $a_{1j} = 2$ và dòng thứ hai $a_{2j} = 1$ với $j = 1, \ldots, 3$.

14. Giả sử công ty sử dụng cách tiếp cận **No waiting** trong giai đoạn thứ nhất, chúng ta cố định biến quyết định $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$ và giả sử việc sản xuất dựa trên `Unbiased` scenario (the mean scenario), và vector sản xuất $\boldsymbol{z}$ là trung bình của nhu cầu $\mathbf{D} = (D_1, D_2)$. Khi đó $\boldsymbol{z}$ và $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$ là:

A. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 5, y_2 = 2; y_3 = 0$
B. $z_1 = 2, z_2 = 5$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$
C. $z_1 = 2, z_2 = 3$ và $y_1 = 2, y_2 = 5; y_3 = 8$
D. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$

15. Trong giai đoạn thứ hai của bài toán, ta định nghĩa mô hình

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{z},\boldsymbol{y}} \left(Z_2 = \ \boldsymbol{c}^T \cdot \boldsymbol{z} - \boldsymbol{s}^T \cdot \boldsymbol{y}\right) \\ \text{với} \quad \boldsymbol{c} = (c_i) \text{ hệ số chi phí sản xuất} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\ \boldsymbol{z}, \\ 0 \le \boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}, \quad \boldsymbol{y} \ge 0. \end{cases} \tag{1}$$

với $\boldsymbol{c} = (c_1, c_2)^T$ là chi phí sản xuất mỗi máy tính của loại 1 (Ultra-book) và loại 2 (Workstation), vector $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, s_3)^T$ là giá tồn kho (sau khi biết nhu cầu) mỗi đơn vị của thành phần $j = 1, 2, 3$.
Mô hình (chỉ giai đoạn hai) trên thực tế chấp nhận rằng số lượng sản xuất bằng với nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$. Hàm mục tiêu $Z_2 = Q(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{d}) = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ rõ ràng phụ thuộc vào biến xác định trước (pre-determined) $\boldsymbol{x}$ trong giai đoạn 1 và biến ngẫu nhiên nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ được cho bởi $\boldsymbol{D}$ (the mean scenario) trong câu hỏi trước. Công ty lên kế hoạch sản xuất với các chi phí sản xuất $\boldsymbol{c} = (c_i) = (70, 30)^T$ (USD) và các giá tồn kho $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$ (USD). Giá trị của hàm mục tiêu Z_2 (đơn vị 1000 USD) là

A. $Z_2 = 540$
B. $Z_2 = 280$
C. $Z_2 = 130$
D. $Z_2 = 400$

16. Mô hình tổng thể (2-SLP) dựa trên cách tiếp cận **Scenario approach** được xác định thông qua bài toán tối ưu sau

$$\min(G = g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = \ \boldsymbol{b}^T \cdot \boldsymbol{x} + \ Z_2), \tag{2}$$

với $\boldsymbol{b}^T = (b_1, b_2, b_3) = 2 \cdot \boldsymbol{s}^T$ trong đó b_j là chi phí đặt mua trước (preorder cost) mỗi đơn vị của thành phần j (trước khi biết nhu cầu), và $Z_2 = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ được định nghĩa ở phương trình (1). Nếu công ty vẫn lên kế hoạch sản xuất với $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$, $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$, và $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ (được chọn bởi Unbiased scenario của biến ngẫu nhiên nhị thức $\boldsymbol{D}$), khi đó giá trị tối ưu của G là

A. $G_{\min} = 1700$
B. $G_{\min} = 2240$
C. $G_{\min} = 3240$
D. $G_{\min} = 1980$

17. (L.O.2.1) Giả sử quần thể cá tăng theo hàm mũ. Một cái ao ban đầu nuôi 500 con cá. Biết rằng sau 6 tháng, trong ao có 1000 con cá. Người chủ sẽ cho phép bạn bè và hàng xóm câu cá trên ao của mình sau khi số lượng cá đạt 10.000 con. Khi nào bạn bè của chủ sở hữu sẽ được phép câu cá?

A. 2 năm sau.
B. 26 tháng sau.
C. 27 tháng sau.
D. 25 tháng sau.

18. (L.O.2.4) Một sân bay có hai hãng hàng không lớn hoạt động: Vietnam Airlines và VietJet Air. Chúng tôi khảo sát khách du lịch hàng tuần và nhận thấy những người đã đi Vietnam Airlines thì có 80% lại đi Vietnam Airlines và 20% chuyển sang đi VietJet Air. Trong số những người đi hãng hàng không VietJet Air thì 60% đi lại VietJet Air nhưng 40% chuyển sang Vietnam Airlines. Chúng tôi giả định xu hướng này tiếp tục diễn ra hàng tuần và không có thêm hành khách mới nào tham gia hoặc rời khỏi hệ thống. Khi đó, về lâu dài, tỷ lệ hành khách sẽ đi trên các hãng hàng không Vietnam Airlines và VietJet Air lần lượt là:

A. 60% và 40%.
B. 66,67% và 33,33%.
C. Phương án khác.
D. 90% và 10%.

19. (L.O.3.2)
Giả sử một quần thể cá trong một cái hồ có mô hình như sau

$$\frac{dN}{dt} = 0.25N\left(1 - \frac{N}{100}\right),$$

trong đó $N = N(t) \ge 0$ kích thước quần thể tại thời điểm $t \ge t_0 = 0$ (theo tháng) với quần thể ban đầu là 30 con tại t_0. Trong bao nhiêu tháng thì quần thể cá trên đạt xấp xỉ 65.76 con cá? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 6
B. 7
C. 8
D. 5

20. (L.O.2.1) Một người gởi tiết kiệm \$100 vào tài khoản ngân hàng vào đầu mỗi tháng. Biết được lãi suất ngân hàng là 12% và lãi suất được gộp hàng tháng. Tổng số tiền người này có sau khi gởi 12 tháng là?

A. 389,6.
B. 1280,93.
C. 1312,68.
D. 112,68.

21. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có 9 xe buýt và 840 khách hàng. Doanh nghiệp dự tính mỗi xe có thể phục vụ tối đa 100 khách hàng. Biết rằng lượng khách hàng đi xe buýt chiếm 5% dân số khu vực và dân số thì tăng liên tục theo một tỉ lệ cố định và sẽ tăng gấp đôi sau 5 năm. Đâu là số lượng xe buýt mà hãng phải bổ sung sau 100 tháng để phục vụ đầy đủ các khách hàng?

A. 18 B. 14 C. 5 D. 27

Các câu hỏi 22–23, sử dụng giả thiết sau.
Xét bài toán tối ưu sau:

$$\text{Minimize } (Z = x_1 + x_2),$$

với ràng buộc

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$
$$\omega_1 \; x_1 + x_2 \leq 7,$$
$$\omega_2 \; x_1 + x_2 \geq 4$$

Hai điều kiện cuối phụ thuộc vào biến ngẫu nhiên $\omega_1 \sim \mathbf{Unif}(-2, 4)$ (biến ngẫu nhiên đều- uniform variable) và $\omega_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{2})$ (biến ngẫu nhiên nhị thức- binomial variable). Đặt vector $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2]$.
Trong phương pháp `Guessing at uncertainty` chúng ta có thể đoán các giá trị hợp lý của $\boldsymbol{\omega}$ theo một số cách như: *Unbiased* (chọn giá trị trung bình), *Pessimistic* (chọn giá trị nhỏ nhất) và *Optimistic* (chọn giá trị lớn nhất).

22. Giá trị của vector $\boldsymbol{\omega}$ khi sử dụng phương pháp `Unbiased` và phương pháp `Optimistic` được ký hiệu bởi $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O$ lần lượt là:

A. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1, \; \frac{2}{3})$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (2, \; 0)$.
B. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1, \; 0)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4, 3)$.
C. Phương án khác.
D. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1, \; 3)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4, \; 6)$.

23. Nếu sử dụng phương pháp `Pessimistic` thì giá trị tối ưu Z_m và nghiệm tối ưu $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt}$ lần lượt là:

A. $Z_m = \frac{50}{10}$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (2, \; 0)$.
B. $Z_m = 3$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0, \; 4)$.
C. Phương án khác.
D. $Z_m = 4$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0, \; 2)$

24. (L.O.3.1)
Tìm

$$\max(5x + 3y + 2z + 7u + 4v),$$

trong đó x, y, z, u, và v thoả

$$2x + 8y + 4z + 2u + 5v \leq 10 \text{ và } x, y, z, u, v \in \{0, 1\}.$$

A. 19 B. 16 C. 20 D. 15

25. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có doanh thu và chi phí vận hành lần lượt là 230M và 370M trong năm 2020. Biết rằng mỗi năm doanh thu sẽ tăng 30% và chi phí sẽ tăng 10%. Đâu là lợi nhuận ròng của doanh nghiệp khi kết thúc năm 2025?

A. 79.1112M B. 258.0852M C. 853.9739M D. 420.7616M

....HẾT BÀI THI..

Solution 1827

1. B.
2. D.
3. A.
4. B.
5. A.
6. B.
7. C.
8. D.
9. A.
10. A.
11. A.
12. B.
13. B.
14. D.
15. B.
16. D.
17. B.
18. B.
19. A.
20. B.
21. A.
22. D.
23. C.
24. B.
25. A.

Lecturer:	*December 1st, 2023*	**Approved by:**	*December 1st, 2023*
(Signature and Fullname)		*(Signature and Fullname)*	

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH	**THI CUỐI KỲ**	HK/NH	1	2023-2024
		Ngày thi		23/12/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Course ID	CO2011		
	Thời lượng	80 phút	Mã đề	1828

Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.

1. (L.O.3.1) Cho Tableau sau để bắt đầu giải bài toán tìm giá trị tối đa bằng phương pháp simplex của $10x_1 + 50x_2 + 30x_3 + 60x_4$

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
	35	40	45	50	0	0	0	0	0	200
	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3
	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
	1	0	1	0	0	0	0	1	0	3
	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
max	-10	-50	-30	-60	0	0	0	0	0	0

Bảng nào dưới đây có thể là kết quả cuối cùng của việc áp dụng phương pháp simplex để giải bài toán trên?

A.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_3	3	0	1	0	-0.2	0	-2	0	0	1.3
x_2	0.7	1	0	0	0	0	1	0	0	3
s_2	0.3	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	3
x_4	0.3	0	0	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
max	40	0	0	0	6	0	50	0	0	230.3

B.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0.3	0	-0.07	0	-0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3
x_4	0	0	0.7	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
s_4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	3
s_2	0	0	-0.3	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	-0.7	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
max	0	0	13.3	0	3.3	0	23.3	0	0	203.3

C.

B	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	b
x_1	1	0	0	0.3	-0.07	0	-0.7	0	0	1.3
x_2	0	1	0	0.7	0	0	1	0	0	3
x_3	0	0	1	1	0.07	0	-0.3	0	0	0.7
s_2	0	0	0	0	0.07	1	0.7	0	0	1.7
s_5	0	0	0	0	-0.07	0	0.3	0	1	2.3
s_4	0	0	0	0.7	0	0	0	1	0	3
max	0	0	0	11.3	3.3	0	23.3	0	0	183.17

D. Các lựa chọn khác đều sai.

2. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\max_{x_i}(5x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4)$$

$$s.t. \qquad 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 \le 11$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là?

A. 17 B. 11 C. 18 D. 14

3. (L.O.3.1) Một doanh nghiệp kinh doanh vận tải muốn quản lý một dự án xe buýt đi từ trung tâm TPHCM đến các trường đại học trên Thủ Đức với kinh phí 370M. Có 4 tuyến đường đi trực tiếp được đến các trường đại học này gồm: 8, 10, 50, 56; và giá để vận hành 1 xe buýt trên các tuyến đường này lần lượt là: 40M, 35M, 45M, 50M. Hiện công ty có 9 xe buýt. Biết mỗi tuyến đường đều cần được bố trí xe buýt và tối đa có thể bố tri được 4 xe đồng thời công ty mong muốn bố trí tất cả các xe hiện có.
Hệ nào dưới đây thể hiện các điều kiện của mô hình LP được dùng để tối thiểu chi phí cho dự án trên? Giá trị chi phí tối thiểu (min cost) của dự án này là bao nhiêu?

A. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \le 9 \\ B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 0 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \le 370 \end{cases}$; min cost: 345M

B. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} = 9 \\ 1 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} \le 370 \end{cases}$; min cost: 355M

C. $\begin{cases} B_8 + B_{10} + B_{50} + B_{56} \le 9 \\ 1 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \le 4 \\ 0 \le B_8, B_{10}, B_{50}, B_{56} \\ 40B_8 + 35B_{10} + 45B_{50} + 50B_{56} = 370 \end{cases}$; min cost: 370M

D. Các lựa chọn khác đều sai.

4. (L.O.2.1) Tính chất nào sau đây của bài toán QHTT không còn đúng cho bài toán QHTT nguyên?

A. Tính cộng tính. B. Tính tuyến tính. C. Tính liên tục. D. Tính hữu hạn.

Các câu hỏi 5–7, sử dụng giả thiết sau.

Một công ty khởi nghiệp lên kế hoạch sản xuất $n = 2$ loại máy tính xách tay: A (loại 1)= Ultra-book và B (loại 2) = Workstation, với công nghệ đột phá (như chip lượng tử) từ năm 2025. Ký hiệu $\boldsymbol{z} = (z_1, z_2)^T$ là số lượng máy tính xách tay được sản xuất cho loại A và B. Do sự không chắc chắn (rủi ro) và nhu cầu cao về sản phẩm, công ty yêu cầu số lượng sản xuất $\boldsymbol{z}$ phải đáp ứng chính xác **vectơ nhu cầu ngẫu nhiên D** $= (D_1, D_2)^T$, nghĩa là

$$0 \le z_i = d_i, \quad i = 1, \ldots, 2$$

trong đó d_i là giá trị quan sát của các biến D_1, D_2. Mỗi biến trong mô hình có đơn vị là 1000 chiếc và giả sử rằng nhu cầu $D_1 \sim \mathbf{Bin}(10, \frac{1}{2})$ và $D_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{3})$.

Tiếp theo, sự không chắc chắn của việc sản xuất được biểu diễn bằng bài toán quy hoạch tuyến tính ngẫu nhiên hai giai đoạn (2-SLP). Giả sử máy tính xách tay cần $m = 3$ thành phần để sản xuất (CPU, RAM và card đồ hoạ). Đặt $m = 3$ biến quyết định là $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ trong giai đoạn thứ nhất, với x_j $(j = 1, \ldots, m)$ là số thành phần được mua trước khi sản xuất máy tính xách tay A và B. Cụ thể, x_1 là số CPU, x_2 là số RAM và x_3 là số card đồ họa (đơn vị 1000 chiếc).
Số lượng thành phần y_j tồn kho phụ thuộc vào số lượng thành phần được mua x_j thông qua các phương trình

$$y_j = x_j - \sum_{i=1}^{n} a_{ji}\, z_i, \quad j = 1, \ldots, m$$

hay dưới dạng ma trận

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\ \boldsymbol{z},$$

với $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$, và $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ là ma trận hệ số (của nhu cầu sản xuất) với số chiều $n \times m = 2 \times 3$. Dòng đầu tiên $a_{1j} = 2$ và dòng thứ hai $a_{2j} = 1$ với $j = 1, \ldots, 3$.

5. Giả sử công ty sử dụng cách tiếp cận **No waiting** trong giai đoạn thứ nhất, chúng ta cố định biến quyết định $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$ và giả sử việc sản xuất dựa trên `Unbiased` scenario (the mean scenario), và vector sản xuất $\boldsymbol{z}$ là trung bình của nhu cầu $\mathbf{D} = (D_1, D_2)$. Khi đó $\boldsymbol{z}$ và $\boldsymbol{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$ là:

A. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$
B. $z_1 = 5, z_2 = 2$ và $y_1 = 5, y_2 = 2; y_3 = 0$
C. $z_1 = 2, z_2 = 5$ và $y_1 = 0, y_2 = 2; y_3 = 5$
D. $z_1 = 2, z_2 = 3$ và $y_1 = 2, y_2 = 5; y_3 = 8$

6. Trong giai đoạn thứ hai của bài toán, ta định nghĩa mô hình

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{z},\boldsymbol{y}} \ (Z_2 = \ \boldsymbol{c}^T \cdot \boldsymbol{z} - \boldsymbol{s}^T \cdot \boldsymbol{y}) \\ \text{với} \quad \boldsymbol{c} = (c_i) \text{ hệ số chi phí sản xuất} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T\ \boldsymbol{z}, \\ 0 \leq \boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}, \quad \boldsymbol{y} \geq 0. \end{cases} \tag{1}$$

với $\boldsymbol{c} = (c_1, c_2)^T$ là chi phí sản xuất mỗi máy tính của loại 1 (Ultra-book) và loại 2 (Workstation), vector $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, s_3)^T$ là giá tồn kho (sau khi biết nhu cầu) mỗi đơn vị của thành phần $j = 1, 2, 3$.
Mô hình (chỉ giai đoạn hai) trên thực tế chấp nhận rằng số lượng sản xuất bằng với nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$. Hàm mục tiêu $Z_2 = Q(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{d}) = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ rõ ràng phụ thuộc vào biến xác định trước (pre-determined) $\boldsymbol{x}$ trong giai đoạn 1 và biến ngẫu nhiên nhu cầu $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ được cho bởi $\boldsymbol{D}$ (the mean scenario) trong câu hỏi trước. Công ty lên kế hoạch sản xuất với các chi phí sản xuất $\boldsymbol{c} = (c_i) = (70, 30)^T$ (USD) và các giá tồn kho $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$ (USD). Giá trị của hàm mục tiêu Z_2 (đơn vị 1000 USD) là

A. $Z_2 = 400$
B. $Z_2 = 540$
C. $Z_2 = 280$
D. $Z_2 = 130$

7. Mô hình tổng thể (2-SLP) dựa trên cách tiếp cận **Scenario approach** được xác định thông qua bài toán tối ưu sau

$$\min(G = g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = \ \boldsymbol{b}^T \cdot \boldsymbol{x} + \ Z_2), \tag{2}$$

với $\boldsymbol{b}^T = (b_1, b_2, b_3) = 2 \cdot \boldsymbol{s}^T$ trong đó b_j là chi phí đặt mua trước (preorder cost) mỗi đơn vị của thành phần j (trước khi biết nhu cầu), và $Z_2 = Q(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{d})$ được định nghĩa ở phương trình (1). Nếu công ty vẫn lên kế hoạch sản xuất với $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T = (12, 14, 17)$, $\boldsymbol{s} = (25, 15, 20)^T$, và $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{d}$ (được chọn bởi Unbiased scenario của biến ngẫu nhiên nhị thức $\boldsymbol{D}$), khi đó giá trị tối ưu của G là

A. $G_{\min} = 1980$
B. $G_{\min} = 1700$
C. $G_{\min} = 2240$
D. $G_{\min} = 3240$

8. (L.O.3.1)
Tìm

$$\max(x + 2y),$$

trong đó x và y thoả

$$x + 4y \leq 20, x + y \geq 8, 5x + y \leq 32 \text{ và } x, y \geq 0.$$

A. 284/19
B. 244/19
C. 301/19
D. Infeasible

9. (L.O.2.4) Một sân bay có hai hãng hàng không lớn hoạt động: Vietnam Airlines và VietJet Air. Chúng tôi khảo sát khách du lịch hàng tuần và nhận thấy những người đã đi Vietnam Airlines thì có 80% lại đi Vietnam Airlines và 20% chuyển sang đi VietJet Air. Trong số những người đi hãng hàng không VietJet Air thì 60% đi lại VietJet Air nhưng 40% chuyển sang Vietnam Airlines. Chúng tôi giả định xu hướng này tiếp tục diễn ra hàng tuần và không có thêm hành khách mới nào tham gia hoặc rời khỏi hệ thống. Khi đó, về lâu dài, tỷ lệ hành khách sẽ đi trên các hãng hàng không Vietnam Airlines và VietJet Air lần lượt là:

A. 90% và 10%.
B. 60% và 40%.
C. 66,67% và 33,33%.
D. Phương án khác.

10. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có 9 xe buýt và 840 khách hàng. Doanh nghiệp dự tính mỗi xe có thể phục vụ tối đa 100 khách hàng. Biết rằng lượng khách hàng đi xe buýt chiếm 5% dân số khu vực và dân số thì tăng liên tục theo một tỉ lệ cố định và sẽ tăng gấp đôi sau 5 năm. Đâu là số lượng xe buýt mà hãng phải bổ sung sau 100 tháng để phục vụ đầy đủ các khách hàng?

A. 27 B. 18 C. 14 D. 5

11. (L.O.2.1) Một người gởi tiết kiệm $100 vào tài khoản ngân hàng vào đầu mỗi tháng. Biết được lãi suất ngân hàng là 12% và lãi suất được gộp hàng tháng. Tổng số tiền người này có sau khi gởi 12 tháng là?

A. 112,68. B. 389,6. C. 1280,93. D. 1312,68.

12. (L.O.3.1) Một chuyên gia dinh dưỡng khuyến cáo rằng một người phải tiêu thụ tối thiểu 18 đơn vị canxi, 16 đơn vị sắt và 14 đơn vị kẽm mỗi tuần. Một cô gái muốn đảm bảo tuân thủ chế độ ăn kiêng bằng cách mua một số thực phẩm bổ sung có chứa tất cả các chất dinh dưỡng cô ấy cần từ cửa hàng y tế địa phương, nơi bán các gói 'VitaPlus' và 'BeHealthy'. Cô ấy muốn chọn sự kết hợp khả thi của các chất bổ sung này với chi phí tối thiểu. Biết rằng, mỗi gói VitaPlus có giá 3 USD một gói và chứa 1 đơn vị canxi, 4 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Mỗi gói BeHealthy có giá 4 USD và chứa 1,5 đơn vị canxi, 1 đơn vị sắt và 1 đơn vị kẽm. Cần mua bao nhiêu gói VitaPlus và BeHealthy?

A. Không có nghiệm tối ưu.
B. 6 gói VitaPlus và 8 gói BeHealthy.
C. 0 gói VitaPlus và 16 gói BeHealthy.
D. 18 gói VitaPlus và 0 gói BeHealthy.

13. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả this đối với bài toán ILP gốc.
B. Khi giải bài QHTT nguyên (ILP) dạng cực tiểu hóa, giá trị tối ưu của bài toán QHTT nới lỏng (relaxed-LP) không lớn hơn giá trị tối ưu của bài toán gốc.
C. Làm tròn nghiệm không nguyên của bài toán LP nới lỏng có thể dẫn đến nghiệm không khả thi đối với bài toán ILP gốc vì nghiệm nguyên này cần phải thỏa thêm các ràng buộc phụ khác.
D. Số lượng các nút được xem xét trong cây nhánh-và-cận khi giải bài toán quy hoạch tuyến tính nguyên dạng cực đại luôn là ít nhất bằng cách đi đến nút có cận trên lớn nhất.

14. (L.O.3.1)
Tìm

$$\max(5x + 3y + 2z + 7u + 4v),$$

trong đó $x, y, z, u,$ và v thoả

$$2x + 8y + 4z + 2u + 5v \leq 10 \text{ và } x, y, z, u, v \in \{0, 1\}.$$

A. 15 B. 19 C. 16 D. 20

15. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau
Hàm mục tiêu $F = 5x_1 - 4x_2$ với các ràng buộc

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &\geq 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 &\leq 0 \\ x_i &\geq 0. \end{aligned}$$

Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

I. F có giá trị nhỏ nhất trên miền chấp nhận được (feasible region).

II. F có giá trị lớn nhất trên miền chấp nhận được.

III. Miền chấp nhận được bị chặn (bounded).

IV. Miền chấp nhận được không bị chặn (unbounded).

A. I và III. B. I và IV. C. Chỉ IV. D. II và IV.

16. (L.O.3.2) Một doanh nghiệp vận tải có doanh thu và chi phí vận hành lần lượt là 230M và 370M trong năm 2020. Biết rằng mỗi năm doanh thu sẽ tăng 30% và chi phí sẽ tăng 10%. Đâu là lợi nhuận ròng của doanh nghiệp khi kết thúc năm 2025?

A. 420.7616M B. 79.1112M C. 258.0852M D. 853.9739M

Các câu hỏi 17–18, sử dụng giả thiết sau.
Xét bài toán tối ưu sau:

$$\text{Minimize } (Z = x_1 + x_2),$$

với ràng buộc

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

$$\omega_1\ x_1 + x_2 \leq 7,$$

$$\omega_2\ x_1 + x_2 \geq 4$$

Hai điều kiện cuối phụ thuộc vào biến ngẫu nhiên $\omega_1 \sim \mathbf{Unif}(-2, 4)$ (biến ngẫu nhiên đều- uniform variable) và $\omega_2 \sim \mathbf{Bin}(6, \frac{1}{2})$ (biến ngẫu nhiên nhị thức- binomial variable). Đặt vector $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2]$.
Trong phương pháp `Guessing at uncertainty` chúng ta có thể đoán các giá trị hợp lý của $\boldsymbol{\omega}$ theo một số cách như: *Unbiased* (chọn giá trị trung bình), *Pessimistic* (chọn giá trị nhỏ nhất) và *Optimistic* (chọn giá trị lớn nhất).

17. Giá trị của vector $\boldsymbol{\omega}$ khi sử dụng phương pháp `Unbiased` và phương pháp `Optimistic` được ký hiệu bởi $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O$ lần lượt là:

A. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ 3)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4,\ 6)$.

B. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ \frac{2}{3})$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (2,\ 0)$.

C. $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_U = (1,\ 0)$ và $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_O = (4, 3)$.

D. Phương án khác.

18. Nếu sử dụng phương pháp `Pessimistic` thì giá trị tối ưu Z_m và nghiệm tối ưu $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt}$ lần lượt là:

A. $Z_m = 4$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0,\ 2)$

B. $Z_m = \frac{50}{10}$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (2,\ 0)$.

C. $Z_m = 3$ và $\widehat{\boldsymbol{x}}_{Opt} = (0,\ 4)$.

D. Phương án khác.

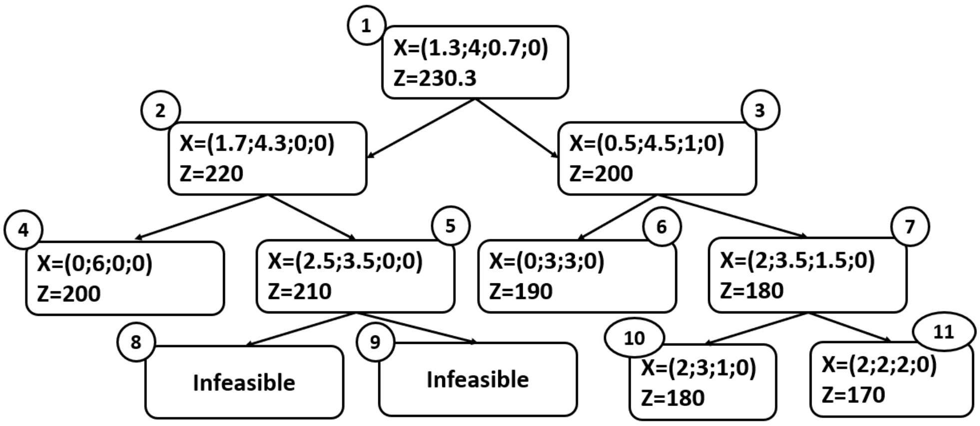
19. (L.O.3.1)
Để tận dụng một bãi đỗ xe có diện tích là 7200 feet vuông, các ô tô nhỏ và ô tô lớn sẽ được phân bổ theo cách tối ưu nhất. Mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô nhỏ được chỉ định là 90 feet vuông và mỗi chỗ đỗ xe cho ô tô lớn được chỉ định là 120 feet vuông sao cho mỗi chiếc ô tô chỉ được chiếm một chỗ đỗ xe có kích thước phù hợp. Tỷ lệ dự kiến giữa ô tô nhỏ và ô tô lớn muốn đỗ xe vào bất kỳ thời điểm nào dự kiến sẽ không ít hơn 2:3 và không lớn hơn 2:1. Khi đó, số lượng chỗ đỗ xe tối ưu cho ô tô nhỏ và ô tô lớn lần lượt là

A. 48 và 24. B. 52 và 21. C. 37 và 32. D. 45 và 50.

20. (L.O.3.2)
Nam muốn tiết kiệm tiền để chuẩn bị cho việc học đại học của con gái anh ấy. Anh ta đang xem xét việc gửi một số tiền vào tài khoản với mức lãi suất hàng năm là 6.23%. Mục tiêu là tích luỹ được 120 triệu VND sau 18 năm. Số tiền gửi gần nhất là bao nhiêu (triệu VND)? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 31.75 B. 48.47 C. 19.58 D. 40.44

21. (L.O.3.1) Cây nhị phân sau đây thể hiện quá trình sử dụng phương pháp branch and bound để giải một bài toán ILP.



Nốt nào dưới đây (theo số đánh) là điểm dừng của quá trình branch and bound biết việc tìm kiếm đáp án ưu tiên theo chiều rộng từ trái sang phải?

A. 6 B. 9 C. 4 D. 11

22. (L.O.2.1) Phát biểu nào sau đây SAI?

A. Đối với các bài toán LP, nếu tồn tại nhiều nghiệm tối ưu thì có thể có một điểm cực hạn liền kề với một nghiệm tối ưu tại điểm cực hạn khác trong miền khả thi mà nó cũng là nghiệm tối ưu.

B. Đối với các bài toán QHTT (LP) dạng cựu tiểu, nếu giá trị hàm mục tiêu tại một điểm cực hạn (extreme point) trong miền khả thi không lớn hơn giá trị của nó tại mọi điểm cực hạn liền kề trong miền khả thi thì điểm đó là nghiệm tối ưu.

C. Đối với các bài toán LP, chỉ có các điểm cực hạn trong miền khả thi mới có thể là nghiệm tối ưu nên số lượng nghiệm tối ưu không thể vượt quá số điểm cực trị trong miền khả thi.

D. Quy tắc "tỉ số bé nhất" (minimum ratio) dùng trong phương pháp đơn hình để chọn biến cơ bản bị thay thế (leaving variable) được sử dụng vì việc thực hiện một lựa chọn khác với tỉ số lớn hơn sẽ đưa đến một nghiệm cơ bản không khả thi.

23. (L.O.2.1) Giả sử quần thể cá tăng theo hàm mũ. Một cái ao ban đầu nuôi 500 con cá. Biết rằng sau 6 tháng, trong ao có 1000 con cá. Người chủ sẽ cho phép bạn bè và hàng xóm câu cá trên ao của mình sau khi số lượng cá đạt 10.000 con. Khi nào bạn bè của chủ sở hữu sẽ được phép câu cá?

A. 25 tháng sau. B. 2 năm sau. C. 26 tháng sau. D. 27 tháng sau.

24. (L.O.2.1) Số điểm cực biên (extreme points) *nhiều nhất* có thể có của một bài toán quy hoạch tuyến tính có 3 ràng buộc không âm đối với các biến và 6 ràng buộc (chính) khác là

A. 24. B. 20. C. 84. D. 18.

25. (L.O.3.2)
Giả sử một quần thể cá trong một cái hồ có mô hình như sau

$$\frac{dN}{dt} = 0.25N\left(1 - \frac{N}{100}\right),$$

trong đó $N = N(t) \geq 0$ kích thước quần thể tại thời điểm $t \geq t_0 = 0$ (theo tháng) với quần thể ban đầu là 30 con tại t_0. Trong bao nhiêu tháng thì quần thể cá trên đạt xấp xỉ 65.76 con cá? Chọn đáp án đúng nhất.

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

....HẾT BÀI THI...

Solution 1828

1. B.
2. A.
3. B.
4. C.
5. A.
6. C.
7. A.
8. B.
9. C.
10. B.
11. C.
12. B.
13. C.
14. C.
15. C.
16. B.
17. A.
18. D.
19. A.
20. D.
21. B.
22. C.
23. C.
24. C.
25. B.