



(Bài kiểm tra có 20 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có điểm số là 0.5. Tô đậm phương án trả lời đúng vào phiếu làm bài trắc nghiệm)

Câu 1. Trong phương pháp Nhánh-Cận (Branch and Bound), ta sẽ dừng phân chia một nhánh thành các nhánh con khi:

- (A) Bài toán quy hoạch tuyến tính giảm bớt điều kiện ràng buộc biến số nguyên tại nhánh đó không khả thi.
- (B) Cả ba phương án còn lại đều đúng.
- (C) Nghiệm tối ưu của bài toán quy hoạch tuyến tính giảm bớt điều kiện ràng buộc biến số nguyên tại nhánh đó nhỏ hơn hoặc bằng nghiệm tối ưu nguyên tốt nhất ta tìm được ở các nhánh khác.
- (D) Nghiệm tối ưu của bài toán quy hoạch tuyến tính giảm bớt điều kiện ràng buộc biến số nguyên tại nhánh đó là số nguyên.

Câu 2.

Xét bài toán n quân hậu trên bàn cờ vua kích thước $n \times n$, trong đó ta phải tìm cách đặt n quân hậu vào bàn cờ sao cho không có hai quân hậu nào có thể bắt được nhau. Nhắc lại rằng các quân hậu có thể bắt được nhau nếu như chúng cùng nằm trên một hàng, một cột, hoặc một đoạn chéo. Gọi $S(i, j)$ là vị từ diễn tả ô vuông trên dòng thứ i , cột thứ j có thể đặt một quân hậu vào đó, $i, j \in \{1, \dots, n\}$. Công thức nào sau đây đặc tả chính xác ràng buộc tương ứng?

- (A) “**Mỗi cột phải chứa ít nhất một quân hậu, nằm giữa dòng 1 và dòng n** ”:
 $\forall i ((1 \leq i \leq n) \rightarrow \exists j S(i, j))$.
- (B) “**Chỉ có đúng một quân hậu trên mỗi đoạn chéo**”: $\forall i, j, k (S(i, j) \wedge (S(i + k, j + k) \vee S(i - k, j - k) \vee S(i + k, j - k) \vee S(i - k, j + k)) \rightarrow (k = 0))$.
- (C) “**Chỉ có đúng một quân hậu trên mỗi dòng**”:
 $\forall i, j, k (S(j, i) \wedge S(k, i) \rightarrow (j = k))$.
- (D) “**Chỉ có đúng một quân hậu trên mỗi cột**”:
 $\forall i, j, k (S(i, j) \wedge S(i, k) \rightarrow (j = k))$.

Câu 3. Một người nông dân có trồng lúa mì và đại mạch trên 110 hecta đất. Biết rằng nhờ vào điều kiện thời tiết thuận lợi, nông sản sau thu hoạch được bán hết. Dựa vào dữ kiện dưới đây (tính trên mỗi hecta đất) để tính lợi nhuận tối đa mà người nông dân này có thể thu được.

Loại	Chi phí (Đô la)	Số ngày công (ngày)	Lợi nhuận (Đô la)
Lúa mì	100	10	50
Đại mạch	200	30	100

Biết rằng tiền vốn của người nông dân có thể bỏ ra không nhiều hơn 10000 đô la và số ngày công tổng cộng không quá 1200 ngày.

- (A) 5400 đô la
- (B) 3200 đô la
- (C) 6500 đô la
- (D) 5000 đô la

Câu 4. Xét đoạn chương trình bên. Hãy tự xác định hậu điều kiện. Từ đó suy ra tiền điều kiện yếu nhất của nó là

```
while (x < y) do
    x := x + 1;
    y := y - 1;
if (x = y)
    then a := y
    else a := y + 1/2
```

- (A) \top .
- (B) $(x \leq y + 1)$.
- (C) $x < y + 1$.
- (D) $((sum = x + y) \wedge (x \leq y + 1))$.

Câu 5. Bộ ba Hoare nào dưới đây không thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

- (A) $\langle (i > 0) \wedge (j > 0) \rangle$ **if** $i < j$ **then** $\text{min} := i$ **else** $\text{min} := j$ $\langle \text{min} > 0 \rangle$.
 (B) $\langle a = 0 \rangle$ **while** $x > a$ **do** $x := x - 1$ $\langle x = 0 \rangle$.
 (C) $\langle \top \rangle$ **if** $i < j$ **then** $\text{min} := i$ **else** $\text{min} := j$ $\langle (\text{min} \leq i) \wedge (\text{min} \leq j) \rangle$.
 (D) $\langle i \neq j \rangle$ **if** $i > j$ **then** $m := i - j$ **else** $m := j - i$ $\langle m > 0 \rangle$.

Câu 6. Với các vị từ như sau

- $S(x)$: “phép thực thi (operation) x thành công,”
- $F(x)$: “phép thực thi (operation) x thất bại,”
- C : “giao tác (transaction) được lưu lại (committed),”
- $C(t)$: “giao tác (transaction) t được lưu lại (committed),”
- $O(t, x)$: “phép thực thi x thuộc vào giao tác t .”

Công thức nào sau đây không diễn tả đúng phát biểu tương ứng?

- (A) “Giao tác được lưu lại trừ khi có phép thực thi thất bại”: $C \longrightarrow \neg \exists op F(op)$.
 (B) “Mọi giao tác được lưu lại nếu mọi phép thực thi thuộc vào nó đều thành công”: $\forall t ((\forall op O(t, op) \longrightarrow S(op)) \longrightarrow C(t))$.
 (C) “Giao tác được lưu lại nếu mọi phép thực thi đều thành công”: $\forall op S(op) \longrightarrow C$.
 (D) “Mọi giao tác đều được lưu lại trừ khi có phép thực thi thuộc vào nó thất bại”: $\forall t (\neg \exists op O(t, op) \wedge F(op)) \longrightarrow C(t)$.

Câu 7. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\begin{aligned} & \max 3x_1 + 4x_2 \\ & \text{subject to } \begin{aligned} 6x_1 + 8x_2 &\leq 5 \\ 5x_1 + x_2 &\leq 7 \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned} \end{aligned}$$

- (A) Bài toán không khả thi. (B) Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là 3.
 (C) Tồn tại duy nhất nghiệm. (D) Tồn tại nhiều hơn một nghiệm tối ưu.

Câu 8. Điều nào sau đây đúng cho các bài toán quy hoạch tuyến tính?

- (A) Phương pháp điểm trong (interior-point) luôn thực hiện được khi miền khả thi khác rỗng.
 (B) Cả ba phương án còn lại đều đúng.
 (C) Phương pháp đơn hình (simplex) bắt đầu từ một đỉnh của miền khả thi và đi đến một đỉnh kề cho đến khi tìm được nghiệm tối ưu.
 (D) Để thu hẹp miền khả thi của bài toán có ràng buộc biến số nguyên, ta luôn phải sử dụng bảng đơn hình.

Câu 9. Nếu ta kí hiệu $wp(P, \psi)$ là tiền điều kiện yếu nhất (weakest precondition) ϕ sao cho tính đúng đắn đẳng hoàn toàn (complete correctness) của bộ ba Hoare $\langle \phi \rangle P \langle \psi \rangle$ được thỏa. Khi đó khẳng định nào sau đây không đúng?

- (A) $wp(x := E, \psi(x)) = [x \rightarrow E]\psi$.
 (B) $wp(\text{if } B \text{ then } C, \psi) = (B \wedge wp(C, \psi)) \vee (\neg B \wedge \psi)$.
 (C) $wp(C_1; C_2, \psi) = wp(C_1, wp(C_2, \psi))$.
 (D) $wp(\text{if } B \text{ then } C, \psi) = (B \longrightarrow wp(C, \psi)) \vee (\neg B \longrightarrow \psi)$.

Câu 10. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{subject to} \quad & x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 10 \\ & x_2 + x_3 \leq 5 \\ & 5x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Khi đó bài toán đối ngẫu của nó sẽ là

- (A) min $10x_1 + 5x_2 + 10x_3$ subject to $\{x_1 + 5x_3 \geq 1; x_2 - 3x_1 + x_3 \geq 2; x_1 + x_2 \geq 1; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (B) min $10x_1 + 5x_2 + 10x_3$ subject to $\{x_1 + 5x_3 \geq 1; -3x_1 + x_2 - x_3 \geq 2; x_1 + x_2 \geq 1; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (C) min $x_1 + 2x_2 + x_3$ subject to $\{x_1 + 5x_3 \geq 10; x_2 - 3x_1 + x_3 \geq 5; x_1 + x_2 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (D) min $x_1 + 2x_2 + x_3$ subject to $\{x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 10; x_2 + x_3 \geq 5; 5x_1 + x_2 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$

Câu 11. Xét hai bộ ba Hoare sau:

- (I) $\langle (x = y) \rangle$ if $(x = 0)$ then $x := y + 1$ else $z := y + 1 \langle (x = y + 1) \vee (z = x + 1) \rangle$;
 (II) $\langle (x = y) \rangle$ if $(x = 0)$ then $x := y + 1$ else $z := y + 1 \langle (z = 1) \rightarrow (x = 1) \rangle$.

Bộ ba nào thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

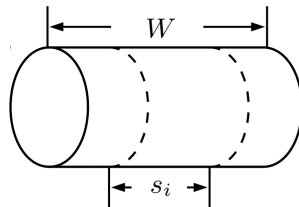
- (A) Chỉ có (I). (B) Cả hai. (C) Chỉ có (II).
 (D) Không có bộ ba nào.

Câu 12. Xét đoạn chương trình bên. Với tiền điều kiện là \top , hãy tự xác định hậu điều kiện. Để chứng minh bộ ba Hoare tương ứng là thỏa tính đúng đắn riêng phần, ta cần dùng dạng bất biến nào sau đây?

```
t := 1;
x := 0;
while (x ≠ 8 * n) do
    t := t + x;
    x := x + 8
```

- (A) $t = \left(\frac{x-8}{8}\right)^2$. (B) $t = \left(\frac{x+4}{4}\right)^2$. (C) $t = \left(\frac{x+8}{8}\right)^2$. (D) $t = \left(\frac{x-4}{4}\right)^2$.

Các câu 13–16 đối với *Bài toán Cutting-Stock* sử dụng chung thông tin sau đây. Trong công nghiệp sản xuất giấy, giấy thường được sản xuất thành các cuộn lớn bằng nhau gọi là các cuộn gốc. Người tiêu dùng khi đó có thể đặt hàng nhà sản xuất các cuộn giấy nhỏ hơn cắt ra từ cuộn gốc. Ví dụ một cuộn gốc có chiều dài là 100cm, thì có thể cắt ra thành hai cuộn nhỏ mỗi cuộn 50cm hoặc một cuộn nhỏ 50cm, hai cuộn nhỏ 20cm và dư một cuộn 10cm (phần lãng phí). Mỗi cách chia như vậy gọi là một cách cắt (Lưu ý: phần dư là phần không sử dụng được để tạo ra cuộn giấy có kích thước như yêu cầu).



Giả sử người tiêu dùng đặt mua ba cuộn 50cm và ba cuộn 20cm. Khi đó tùy theo cách cắt mỗi cuộn gốc mà phần lãng phí nhiều hay ít. Lãng phí nhất là sử dụng sáu cuộn giấy gốc, mỗi cuộn cắt ra một cuộn nhỏ theo yêu cầu. Như vậy, mục tiêu của nhà sản xuất là tìm ra cách cắt tối ưu ít lãng phí nhất cho mỗi đơn hàng. Ta gọi:

- W là chiều dài của một cuộn gốc;
- b_i là số cuộn nhỏ có chiều dài s_i được yêu cầu bởi khách hàng với $i = 1, 2, \dots, m$ (có $\sum_{i=1}^m b_i$ cuộn được yêu cầu tất cả);
- a_{ij} là số cuộn có chiều dài s_i trong cách cắt thứ j đối với một cuộn giấy nếu giả sử có n cách cắt khác nhau với $j = 1, 2, \dots, n$;
- x_j là số cuộn gốc cần dùng đối với kiểu cắt thứ j .

Câu 13. Điều kiện nào sau đây là một ràng buộc cho a_{ij} với $i = 1, 2, \dots, m$ và $j = 1, 2, \dots, n$?

- (A) $\sum_{i=1}^m a_{ij} \leq W$. (B) $\sum_{j=1}^n a_{ij} \geq W$. (C) $\sum_{i=1}^m a_{ij} \geq W$. (D) $\sum_{j=1}^n a_{ij} \leq W$.

Câu 14. Điều kiện nào sau đây là một ràng buộc cho a_{ij} và x_j với $i = 1, 2, \dots, m$ và $j = 1, 2, \dots, n$?

- (A) $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i$. (B) $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq s_i$. (C) $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i$. (D) $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq s_i$.

Câu 15. Mô hình tuyến tính nào sau đây có thể sử dụng cho bài toán Cutting-Stock trong trường hợp yêu cầu 10 cuộn 50cm, 15 cuộn 30cm nếu chiều dài cuộn gốc là 100cm?

- (A) $\min (x_1+x_2+x_3)$ subject to $\{x_1+2x_2 \geq 15; x_2+3x_3 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (B) $\min (x_1+x_2+x_3)$ subject to $\{2x_1+x_3 \geq 10; 3x_2+x_3 \geq 15; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (C) $\min (x_1+x_2+x_3)$ subject to $\{2x_1+x_3 \geq 15; 3x_2+x_3 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (D) $\min (x_1+x_2+x_3)$ subject to $\{x_1+2x_2 \geq 10; x_2+3x_3 \geq 15; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$

Câu 16. Bài toán Cutting-Stock trong trường hợp yêu cầu 10 cuộn 50cm, 15 cuộn 30cm và chiều dài cuộn gốc là 100cm chỉ lãng phí bao nhiêu giấy trong trường hợp tối ưu?

- (A) 5% (B) 8% (C) 10% (D) 6%

Câu 17. Để chứng minh bộ ba Hoare

$\{(x=0) \wedge (y=1) \wedge (z=1) \wedge (n \geq 1)\} \text{ while } z < n \text{ do } y := x+y; x := y-x; x := x+1 \{y = f(n)\}$

thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness) ta cần dùng dạng bất biến nào sau đây?

- (A) $(y = f(z-1)) \wedge (x = f(z)) \wedge (z \leq n)$. (B) $(y = f(z)) \wedge (x = f(z-1)) \wedge (z \leq n)$.
 (C) $(y = f(n)) \wedge (x = f(n-1))$. (D) $(y = f(z)) \wedge (x = f(z-1))$.

Câu 18. Bộ ba Hoare nào dưới đây thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

- (A) $\{j = a\} j := j + 1 \{a = j + 1\}$.
 (B) $\{i = 3 * j\} \text{ if } i > j \text{ then } m := i - j \text{ else } m := j - i \{m - 2 * j = 0\}$.
 (C) $\{j = a\} j := j + 1 \{i > j\}$.
 (D) $\{i > j\} j := i + 1; i := j + 1 \{i > j\}$.

Câu 19. Điều nào sau đây đúng cho bài toán quy hoạch tuyến tính và bài toán đối ngẫu của nó?

- (A) Nếu bài toán quy hoạch tuyến tính không khả thi thì bài toán đối ngẫu vẫn có thể có nghiệm tối ưu.
 (B) Không thể khẳng định sự tồn tại của nghiệm tối ưu của bài toán này dù bài toán kia có nghiệm tối ưu.
 (C) Bài toán đối ngẫu của bài toán đối ngẫu khác với bài toán quy hoạch tuyến tính gốc.
 (D) Các biến quyết định của bài toán này là ràng buộc đối với bài toán kia.

Câu 20. Xét bài toán n quân hậu được đặc tả như trong **Câu 2** với $n = 4$. Kết luận nào sau đây tương ứng với công thức $\neg S(1,1) \vee \neg S(1,2) \vee \neg S(1,3) \vee \neg S(1,4) \vee (\neg S(1,2) \wedge \neg S(1,3) \wedge \neg S(1,4)) \vee (\neg S(1,1) \wedge \neg S(1,3) \wedge \neg S(1,4)) \vee (\neg S(1,1) \wedge \neg S(1,2) \wedge \neg S(1,4)) \vee (\neg S(1,1) \wedge \neg S(1,2) \wedge \neg S(1,3))$?

- (A) “Chỉ có đúng một quân hậu trên cột 1”. (B) “Dòng 1 chứa tối đa một quân hậu”.
 (C) “Chỉ có đúng một quân hậu trên dòng 1”. (D) “Cột 1 chứa tối đa một quân hậu”.



Mã đề: 0763 (MT18)

Câu 1. (C)

Câu 6. (A)

Câu 11. (B)

Câu 16. (A)

Câu 2. (B)

Câu 7. (D)

Câu 12. (D)

Câu 17. (B)

Câu 3. (D)

Câu 8. (C)

Câu 13. (A)

Câu 18. (D)

Câu 4. (D)

Câu 9. (D)

Câu 14. (C)

Câu 19. (D)

Câu 5. (B)

Câu 10. (A)

Câu 15. (B)

Câu 20. (B)



(Bài kiểm tra có 20 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có điểm số là 0.5. Tô đậm phương án trả lời đúng vào phiếu làm bài trắc nghiệm)

Câu 1. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{subject to} \quad & x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 10 \\ & x_2 + x_3 \leq 5 \\ & 5x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Khi đó bài toán đối ngẫu của nó sẽ là

- (A) $\min 10x_1 + 5x_2 + 10x_3$ subject to $\{x_1 + 5x_3 \geq 1; x_2 - 3x_1 + x_3 \geq 2; x_1 + x_2 \geq 1; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
- (B) $\min x_1 + 2x_2 + x_3$ subject to $\{x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 10; x_2 + x_3 \geq 5; 5x_1 + x_2 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
- (C) $\min x_1 + 2x_2 + x_3$ subject to $\{x_1 + 5x_3 \geq 10; x_2 - 3x_1 + x_3 \geq 5; x_1 + x_2 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
- (D) $\min 10x_1 + 5x_2 + 10x_3$ subject to $\{x_1 + 5x_3 \geq 1; -3x_1 + x_2 - x_3 \geq 2; x_1 + x_2 \geq 1; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$

Câu 2. Nếu ta kí hiệu $wp(P, \psi)$ là tiên điều kiện yếu nhất (weakest precondition) ϕ sao cho tính đúng đắn hoàn toàn (complete correctness) của bộ ba Hoare $\{\phi\} P \{\psi\}$ được thỏa. Khi đó khẳng định nào sau đây không đúng?

- (A) $wp(x := E, \psi(x)) = [x \rightarrow E]\psi$.
- (B) $wp(\text{if } B \text{ then } C, \psi) = (B \rightarrow wp(C, \psi)) \vee (\neg B \rightarrow \psi)$.
- (C) $wp(C_1; C_2, \psi) = wp(C_1, wp(C_2, \psi))$.
- (D) $wp(\text{if } B \text{ then } C, \psi) = (B \wedge wp(C, \psi)) \vee (\neg B \wedge \psi)$.

Câu 3. Xét bài toán n quân hậu được đặc tả như trong **Câu 6** với $n = 4$. Kết luận nào sau đây tương ứng với công thức $\neg S(1, 1) \vee \neg S(1, 2) \vee \neg S(1, 3) \vee \neg S(1, 4) \vee (\neg S(1, 2) \wedge \neg S(1, 3) \wedge \neg S(1, 4)) \vee (\neg S(1, 1) \wedge \neg S(1, 3) \wedge \neg S(1, 4)) \vee (\neg S(1, 1) \wedge \neg S(1, 2) \wedge \neg S(1, 4)) \vee (\neg S(1, 1) \wedge \neg S(1, 2) \wedge \neg S(1, 3))$?

- (A) “Chỉ có đúng một quân hậu trên cột 1”.
- (B) “Cột 1 chứa tối đa một quân hậu”.
- (C) “Chỉ có đúng một quân hậu trên dòng 1”.
- (D) “Dòng 1 chứa tối đa một quân hậu”.

Câu 4. Điều nào sau đây đúng cho các bài toán quy hoạch tuyến tính?

- (A) Phương pháp điểm trong (interior-point) luôn thực hiện được khi miền khả thi khác rỗng.
- (B) Để thu hẹp miền khả thi của bài toán có ràng buộc biến số nguyên, ta luôn phải sử dụng bảng đơn hình.
- (C) Phương pháp đơn hình (simplex) bắt đầu từ một đỉnh của miền khả thi và đi đến một đỉnh kề cho đến khi tìm được nghiệm tối ưu.
- (D) Cả ba phương án còn lại đều đúng.

Câu 5. Xét đoạn chương trình bên. Hãy tự xác định hậu điều kiện. Từ đó suy ra tiền điều kiện yếu nhất của nó là

```
while (x < y) do
  x := x + 1;
  y := y - 1;
if (x = y)
  then a := y
  else a := y +  $\frac{1}{2}$ 
```

- (A) \top . (B) $((sum = x + y) \wedge (x \leq y + 1))$.
 (C) $x < y + 1$. (D) $(x \leq y + 1)$.

Câu 6.

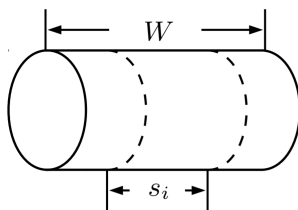
Xét bài toán n quân hậu trên bàn cờ vua kích thước $n \times n$, trong đó ta phải tìm cách đặt n quân hậu vào bàn cờ sao cho không có hai quân hậu nào có thể bắt được nhau. Nhắc lại rằng các quân hậu có thể bắt được nhau nếu như chúng cùng nằm trên một hàng, một cột, hoặc một đoạn chéo. Gọi $S(i, j)$ là vị tử diễn tả ô vuông trên dòng thứ i , cột thứ j có thể đặt một quân hậu vào đó, $i, j \in \{1, \dots, n\}$. Công thức nào sau đây đặc tả chính xác ràng buộc tương ứng?

- (A) “**Mỗi cột phải chứa ít nhất một quân hậu, nằm giữa dòng 1 và dòng n** ”:
 $\forall i ((1 \leq i \leq n) \rightarrow \exists j S(i, j))$.
 (B) “**Chỉ có đúng một quân hậu trên mỗi cột**”:
 $\forall i, j, k (S(i, j) \wedge S(i, k) \rightarrow (j = k))$.
 (C) “**Chỉ có đúng một quân hậu trên mỗi dòng**”:
 $\forall i, j, k (S(j, i) \wedge S(k, i) \rightarrow (j = k))$.
 (D) “**Chỉ có đúng một quân hậu trên mỗi đoạn chéo**”: $\forall i, j, k (S(i, j) \wedge (S(i + k, j + k) \vee S(i - k, j - k) \vee S(i + k, j - k) \vee S(i - k, j + k)) \rightarrow (k = 0))$.

Câu 7. Điều nào sau đây đúng cho bài toán quy hoạch tuyến tính và bài toán đối ngẫu của nó?

- (A) Nếu bài toán quy hoạch tuyến tính không khả thi thì bài toán đối ngẫu vẫn có thể có nghiệm tối ưu.
 (B) Các biến quyết định của bài toán này là ràng buộc đối với bài toán kia.
 (C) Bài toán đối ngẫu của bài toán đối ngẫu khác với bài toán quy hoạch tuyến tính gốc.
 (D) Không thể khẳng định sự tồn tại của nghiệm tối ưu của bài toán này dù bài toán kia có nghiệm tối ưu.

Các câu 8–11 đối với *Bài toán Cutting-Stock* sử dụng chung thông tin sau đây. Trong công nghiệp sản xuất giấy, giấy thường được sản xuất thành các cuộn lớn bằng nhau gọi là các cuộn gốc. Người tiêu dùng khi đó có thể đặt hàng nhà sản xuất các cuộn giấy nhỏ hơn cắt ra từ cuộn gốc. Ví dụ một cuộn gốc có chiều dài là 100cm, thì có thể cắt ra thành hai cuộn nhỏ mỗi cuộn 50cm hoặc một cuộn nhỏ 50cm, hai cuộn nhỏ 20cm và dư một cuộn 10cm (phần lãng phí). Mỗi cách chia như vậy gọi là một cách cắt (Lưu ý: phần dư là phần không sử dụng được để tạo ra cuộn giấy có kích thước như yêu cầu).



Giả sử người tiêu dùng đặt mua ba cuộn 50cm và ba cuộn 20cm. Khi đó tùy theo cách cắt mỗi cuộn gốc mà phần lãng phí nhiều hay ít. Lãng phí nhất là sử dụng sáu cuộn giấy gốc, mỗi cuộn cắt ra một cuộn nhỏ theo yêu cầu. Như vậy, mục tiêu của nhà sản xuất là tìm ra cách cắt tối ưu ít lãng phí nhất cho mỗi đơn hàng. Ta gọi:

- W là chiều dài của một cuộn gốc;
- b_i là số cuộn nhỏ có chiều dài s_i được yêu cầu bởi khách hàng với $i = 1, 2, \dots, m$ (có $\sum_{i=1}^m b_i$ cuộn được yêu cầu tất cả);
- a_{ij} là số cuộn có chiều dài s_i trong cách cắt thứ j đối với một cuộn giấy nếu giả sử có n cách cắt khác nhau với $j = 1, 2, \dots, n$;
- x_j là số cuộn gốc cần dùng đối với kiểu cắt thứ j .

Câu 8. Điều kiện nào sau đây là một ràng buộc cho a_{ij} với $i = 1, 2, \dots, m$ và $j = 1, 2, \dots, n$?

- (A) $\sum_{i=1}^m a_{ij} \leq W$. (B) $\sum_{j=1}^n a_{ij} \leq W$. (C) $\sum_{i=1}^m a_{ij} \geq W$. (D) $\sum_{j=1}^n a_{ij} \geq W$.

Câu 9. Điều kiện nào sau đây là một ràng buộc cho a_{ij} và x_j với $i = 1, 2, \dots, m$ và $j = 1, 2, \dots, n$?

- (A) $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i$. (B) $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq s_i$. (C) $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i$. (D) $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq s_i$.

Câu 10. Mô hình tuyến tính nào sau đây có thể sử dụng cho bài toán Cutting-Stock trong trường hợp yêu cầu 10 cuộn 50cm, 15 cuộn 30cm nếu chiều dài cuộn gốc là 100cm?

- (A) $\min (x_1 + x_2 + x_3)$ subject to $\{x_1 + 2x_2 \geq 15; x_2 + 3x_3 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (B) $\min (x_1 + x_2 + x_3)$ subject to $\{x_1 + 2x_2 \geq 10; x_2 + 3x_3 \geq 15; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (C) $\min (x_1 + x_2 + x_3)$ subject to $\{2x_1 + x_3 \geq 15; 3x_2 + x_3 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (D) $\min (x_1 + x_2 + x_3)$ subject to $\{2x_1 + x_3 \geq 10; 3x_2 + x_3 \geq 15; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$

Câu 11. Bài toán Cutting-Stock trong trường hợp yêu cầu 10 cuộn 50cm, 15 cuộn 30cm và chiều dài cuộn gốc là 100cm chỉ lãng phí bao nhiêu giấy trong trường hợp tối ưu?

- (A) 5% (B) 6% (C) 10% (D) 8%

Câu 12. Xét đoạn chương trình bên. Với tiền điều kiện là \top , hãy tự xác định hậu điều kiện. Để chứng minh bộ ba Hoare tương ứng là thỏa tính đúng đắn riêng phần, ta cần dùng dạng bất biến nào sau đây?

```
t := 1;
x := 0;
while (x ≠ 8 * n) do
    t := t + x;
    x := x + 8
```

- (A) $t = \left(\frac{x-8}{8}\right)^2$. (B) $t = \left(\frac{x-4}{4}\right)^2$. (C) $t = \left(\frac{x+8}{8}\right)^2$. (D) $t = \left(\frac{x+4}{4}\right)^2$.

Câu 13. Trong phương pháp Nhánh-Cận (Branch and Bound), ta sẽ dừng phân chia một nhánh thành các nhánh con khi:

- (A) Bài toán quy hoạch tuyến tính giảm bớt điều kiện ràng buộc biến số nguyên tại nhánh đó không khả thi.
 (B) Nghiệm tối ưu của bài toán quy hoạch tuyến tính giảm bớt điều kiện ràng buộc biến số nguyên tại nhánh đó là số nguyên.
 (C) Nghiệm tối ưu của bài toán quy hoạch tuyến tính giảm bớt điều kiện ràng buộc biến số nguyên tại nhánh đó nhỏ hơn hoặc bằng nghiệm tối ưu nguyên tốt nhất ta tìm được ở các nhánh khác.
 (D) Cả ba phương án còn lại đều đúng.

Câu 14. Xét hai bộ ba Hoare sau:

- (I) $\{(x = y)\} \text{ if } (x = 0) \text{ then } x := y + 1 \text{ else } z := y + 1 \{(x = y + 1) \vee (z = x + 1)\};$
 (II) $\{(x = y)\} \text{ if } (x = 0) \text{ then } x := y + 1 \text{ else } z := y + 1 \{(z = 1) \rightarrow (x = 1)\}.$

Bộ ba nào thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

- (A) Chỉ có (I). (B) Không có bộ ba nào. (C) Chỉ có (II). (D) Cả hai.

Câu 15. Một người nông dân có trồng lúa mì và đại mạch trên 110 hecta đất. Biết rằng nhờ vào điều kiện thời tiết thuận lợi, nông sản sau thu hoạch được bán hết. Dựa vào dữ kiện dưới đây (tính trên mỗi hecta đất) để tính lợi nhuận tối đa mà người nông dân này có thể thu được.

Loại	Chi phí (Đô la)	Số ngày công (ngày)	Lợi nhuận (Đô la)
Lúa mì	100	10	50
Đại mạch	200	30	100

Biết rằng tiền vốn của người nông dân có thể bỏ ra không nhiều hơn 10000 đô la và số ngày công tổng cộng không quá 1200 ngày.

- (A) 5400 đô la (B) 5000 đô la (C) 6500 đô la (D) 3200 đô la

Câu 16. Bộ ba Hoare nào dưới đây thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

- (A) $\langle j = a \rangle \ j := j + 1 \ \langle a = j + 1 \rangle$.
- (B) $\langle i > j \rangle \ j := i + 1; i := j + 1 \ \langle i > j \rangle$.
- (C) $\langle j = a \rangle \ j := j + 1 \ \langle i > j \rangle$.
- (D) $\langle i = 3 * j \rangle \ \text{if } i > j \ \text{then } m := i - j \ \text{else } m := j - i \ \langle m - 2 * j = 0 \rangle$.

Câu 17. Với các vị từ như sau

- $S(x)$: “phép thực thi (operation) x thành công,”
- $F(x)$: “phép thực thi (operation) x thất bại,”
- C : “giao tác (transaction) được lưu lại (committed),”
- $C(t)$: “giao tác (transaction) t được lưu lại (committed),”
- $O(t, x)$: “phép thực thi x thuộc vào giao tác t .”

Công thức nào sau đây không diễn tả đúng phát biểu tương ứng?

- (A) “Giao tác được lưu lại trừ khi có phép thực thi thất bại”: $C \longrightarrow \neg \exists op \ F(op)$.
- (B) “Mọi giao tác đều được lưu lại trừ khi có phép thực thi thuộc vào nó thất bại”: $\forall t \ (\neg \exists op \ O(t, op) \wedge F(op)) \longrightarrow C(t)$.
- (C) “Giao tác được lưu lại nếu mọi phép thực thi đều thành công”: $\forall op \ S(op) \longrightarrow C$.
- (D) “Mọi giao tác được lưu lại nếu mọi phép thực thi thuộc vào nó đều thành công”: $\forall t \ ((\forall op \ O(t, op) \longrightarrow S(op)) \longrightarrow C(t))$.

Câu 18. Để chứng minh bộ ba Hoare

$$\langle (x = 0) \wedge (y = 1) \wedge (z = 1) \wedge (n \geq 1) \rangle \ \text{while } z < n \ \text{do } y := x + y; \ x := y - x; \ x := x + 1 \ \langle y = f(n) \rangle$$

thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness) ta cần dùng dạng bất biến nào sau đây?

- (A) $(y = f(z - 1)) \wedge (x = f(z)) \wedge (z \leq n)$.
- (B) $(y = f(z)) \wedge (x = f(z - 1))$.
- (C) $(y = f(n)) \wedge (x = f(n - 1))$.
- (D) $(y = f(z)) \wedge (x = f(z - 1)) \wedge (z \leq n)$.

Câu 19. Bộ ba Hoare nào dưới đây không thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

- (A) $\langle (i > 0) \wedge (j > 0) \rangle \ \text{if } i < j \ \text{then } \min := i \ \text{else } \min := j \ \langle \min > 0 \rangle$.
- (B) $\langle i \neq j \rangle \ \text{if } i > j \ \text{then } m := i - j \ \text{else } m := j - i \ \langle m > 0 \rangle$.
- (C) $\langle \top \rangle \ \text{if } i < j \ \text{then } \min := i \ \text{else } \min := j \ \langle (\min \leq i) \wedge (\min \leq j) \rangle$.
- (D) $\langle a = 0 \rangle \ \text{while } x > a \ \text{do } x := x - 1 \ \langle x = 0 \rangle$.

Câu 20. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\begin{aligned} & \max \ 3x_1 + 4x_2 \\ & \text{subject to} \quad \begin{aligned} 6x_1 + 8x_2 &\leq 5 \\ 5x_1 + x_2 &\leq 7 \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned} \end{aligned}$$

- (A) Bài toán không khả thi.
- (B) Tồn tại nhiều hơn một nghiệm tối ưu.
- (C) Tồn tại duy nhất nghiệm.
- (D) Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là 3.



Mã đề: 0764 (MT18)

- | | | | |
|------------|-------------|-------------|-------------|
| Câu 1. (A) | Câu 6. (D) | Câu 11. (A) | Câu 16. (B) |
| Câu 2. (B) | Câu 7. (B) | Câu 12. (B) | Câu 17. (A) |
| Câu 3. (D) | Câu 8. (A) | Câu 13. (C) | Câu 18. (D) |
| Câu 4. (C) | Câu 9. (C) | Câu 14. (D) | Câu 19. (D) |
| Câu 5. (B) | Câu 10. (D) | Câu 15. (B) | Câu 20. (B) |



(Bài kiểm tra có 20 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có điểm số là 0.5. Tô đậm phương án trả lời đúng vào phiếu làm bài trắc nghiệm)

Câu 1. Trong phương pháp Nhánh-Cận (Branch and Bound), ta sẽ dùng phân chia một nhánh thành các nhánh con khi:

- (A) Bài toán quy hoạch tuyến tính giảm bớt điều kiện ràng buộc biến số nguyên tại nhánh đó không khả thi.
(B) Cả ba phương án còn lại đều đúng.
(C) Nghiệm tối ưu của bài toán quy hoạch tuyến tính giảm bớt điều kiện ràng buộc biến số nguyên tại nhánh đó là số nguyên.
(D) Nghiệm tối ưu của bài toán quy hoạch tuyến tính giảm bớt điều kiện ràng buộc biến số nguyên tại nhánh đó nhỏ hơn hoặc bằng nghiệm tối ưu nguyên tốt nhất ta tìm được ở các nhánh khác.

Câu 2. Xét hai bộ ba Hoare sau:

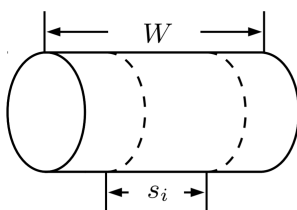
(I) $\langle (x = y) \rangle$ if $(x = 0)$ then $x := y + 1$ else $z := y + 1 \langle (x = y + 1) \vee (z = x + 1) \rangle$;

(II) $\langle (x = y) \rangle$ if $(x = 0)$ then $x := y + 1$ else $z := y + 1 \langle (z = 1) \rightarrow (x = 1) \rangle$.

Bộ ba nào thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

- (A) Chỉ có (I). (B) Cả hai. (C) Không có bộ ba nào. (D) Chỉ có (II).

Các câu 3–6 đối với Bài toán Cutting-Stock sử dụng chung thông tin sau đây. Trong công nghiệp sản xuất giấy, giấy thường được sản xuất thành các cuộn lớn bằng nhau gọi là các cuộn gốc. Người tiêu dùng khi đó có thể đặt hàng nhà sản xuất các cuộn giấy nhỏ hơn cắt ra từ cuộn gốc. Ví dụ một cuộn gốc có chiều dài là 100cm, thì có thể cắt ra thành hai cuộn nhỏ mỗi cuộn 50cm hoặc một cuộn nhỏ 50cm, hai cuộn nhỏ 20cm và dư một cuộn 10cm (phần lãng phí). Mỗi cách chia như vậy gọi là một cách cắt (Lưu ý: phần dư là phần không sử dụng được để tạo ra cuộn giấy có kích thước như yêu cầu).



Giả sử người tiêu dùng đặt mua ba cuộn 50cm và ba cuộn 20cm. Khi đó tùy theo cách cắt mỗi cuộn gốc mà phần lãng phí nhiều hay ít. Lãng phí nhất là sử dụng sáu cuộn giấy gốc, mỗi cuộn cắt ra một cuộn nhỏ theo yêu cầu. Như vậy, mục tiêu của nhà sản xuất là tìm ra cách cắt tối ưu ít lãng phí nhất cho mỗi đơn hàng. Ta gọi:

- W là chiều dài của một cuộn gốc;
- b_i là số cuộn nhỏ có chiều dài s_i được yêu cầu bởi khách hàng với $i = 1, 2, \dots, m$ (có $\sum_{i=1}^m b_i$ cuộn được yêu cầu tất cả);
- a_{ij} là số cuộn có chiều dài s_i trong cách cắt thứ j đối với một cuộn giấy nếu giả sử có n cách cắt khác nhau với $j = 1, 2, \dots, n$;
- x_j là số cuộn gốc cần dùng đối với kiểu cắt thứ j .

Câu 3. Điều kiện nào sau đây là một ràng buộc cho a_{ij} với $i = 1, 2, \dots, m$ và $j = 1, 2, \dots, n$?

- (A) $\sum_{i=1}^m a_{ij} \leq W$. (B) $\sum_{j=1}^n a_{ij} \geq W$. (C) $\sum_{j=1}^n a_{ij} \leq W$. (D) $\sum_{i=1}^m a_{ij} \geq W$.

Câu 4. Điều kiện nào sau đây là một ràng buộc cho a_{ij} và x_j với $i = 1, 2, \dots, m$ và $j = 1, 2, \dots, n$?

- (A) $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i$. (B) $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq s_i$. (C) $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq s_i$. (D) $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i$.

Câu 5. Mô hình tuyến tính nào sau đây có thể sử dụng cho bài toán Cutting-Stock trong trường hợp yêu cầu 10 cuộn 50cm, 15 cuộn 30cm nếu chiều dài cuộn gốc là 100cm?

- (A) $\min (x_1+x_2+x_3)$ subject to $\{x_1+2x_2 \geq 15; x_2+3x_3 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (B) $\min (x_1+x_2+x_3)$ subject to $\{2x_1+x_3 \geq 10; 3x_2+x_3 \geq 15; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (C) $\min (x_1+x_2+x_3)$ subject to $\{x_1+2x_2 \geq 10; x_2+3x_3 \geq 15; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (D) $\min (x_1+x_2+x_3)$ subject to $\{2x_1+x_3 \geq 15; 3x_2+x_3 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$

Câu 6. Bài toán Cutting-Stock trong trường hợp yêu cầu 10 cuộn 50cm, 15 cuộn 30cm và chiều dài cuộn gốc là 100cm chỉ lãng phí bao nhiêu giấy trong trường hợp tối ưu?

- (A) 5% (B) 8% (C) 6% (D) 10%

Câu 7. Một người nông dân có trồng lúa mì và đại mạch trên 110 hecta đất. Biết rằng nhờ vào điều kiện thời tiết thuận lợi, nông sản sau thu hoạch được bán hết. Dựa vào dữ kiện dưới đây (tính trên mỗi hecta đất) để tính lợi nhuận tối đa mà người nông dân này có thể thu được.

Loại	Chi phí (Đô la)	Số ngày công (ngày)	Lợi nhuận (Đô la)
Lúa mì	100	10	50
Đại mạch	200	30	100

Biết rằng tiền vốn của người nông dân có thể bỏ ra không nhiều hơn 10000 đô la và số ngày công tổng cộng không quá 1200 ngày.

- (A) 5400 đô la (B) 3200 đô la (C) 5000 đô la (D) 6500 đô la

Câu 8. Xét bài toán n quân hậu được đặc tả như trong **Câu 18** với $n = 4$. Kết luận nào sau đây tương ứng với công thức $\neg S(1,1) \vee \neg S(1,2) \vee \neg S(1,3) \vee \neg S(1,4) \vee (\neg S(1,2) \wedge \neg S(1,3) \wedge \neg S(1,4)) \vee (\neg S(1,1) \wedge \neg S(1,3) \wedge \neg S(1,4)) \vee (\neg S(1,1) \wedge \neg S(1,2) \wedge \neg S(1,4)) \vee (\neg S(1,1) \wedge \neg S(1,2) \wedge \neg S(1,3))$?

- (A) “Chỉ có đúng một quân hậu trên cột 1”. (B) “Dòng 1 chứa tối đa một quân hậu”.
 (C) “Cột 1 chứa tối đa một quân hậu”. (D) “Chỉ có đúng một quân hậu trên dòng 1”.

Câu 9. Điều nào sau đây đúng cho bài toán quy hoạch tuyến tính và bài toán đối ngẫu của nó?

- (A) Nếu bài toán quy hoạch tuyến tính không khả thi thì bài toán đối ngẫu vẫn có thể có nghiệm tối ưu.
 (B) Không thể khẳng định sự tồn tại của nghiệm tối ưu của bài toán này dù bài toán kia có nghiệm tối ưu.
 (C) Các biến quyết định của bài toán này là ràng buộc đối với bài toán kia.
 (D) Bài toán đối ngẫu của bài toán đối ngẫu khác với bài toán quy hoạch tuyến tính gốc.

Câu 10. Bộ ba Hoare nào dưới đây thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

- (A) $\langle j = a \rangle j := j + 1 \langle a = j + 1 \rangle$.
 (B) $\langle i = 3 * j \rangle$ **if** $i > j$ **then** $m := i - j$ **else** $m := j - i$ $\langle m - 2 * j = 0 \rangle$.
 (C) $\langle i > j \rangle j := i + 1; i := j + 1 \langle i > j \rangle$.
 (D) $\langle j = a \rangle j := j + 1 \langle i > j \rangle$.

Câu 11. Điều nào sau đây đúng cho các bài toán quy hoạch tuyến tính?

- (A) Phương pháp điểm trong (interior-point) luôn thực hiện được khi miền khả thi khác rỗng.
- (B) Cả ba phương án còn lại đều đúng.
- (C) Để thu hẹp miền khả thi của bài toán có ràng buộc biến số nguyên, ta luôn phải sử dụng bảng đơn hình.
- (D) Phương pháp đơn hình (simplex) bắt đầu từ một đỉnh của miền khả thi và đi đến một đỉnh kề cho đến khi tìm được nghiệm tối ưu.

Câu 12. Để chứng minh bộ ba Hoare

$\{(x = 0) \wedge (y = 1) \wedge (z = 1) \wedge (n \geq 1)\} \text{ while } z < n \text{ do } y := x + y; x := y - x; x := x + 1 \{y = f(n)\}$

thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness) ta cần dùng dạng bất biến nào sau đây?

- (A) $(y = f(z - 1)) \wedge (x = f(z)) \wedge (z \leq n).$
- (B) $(y = f(z)) \wedge (x = f(z - 1)) \wedge (z \leq n).$
- (C) $(y = f(z)) \wedge (x = f(z - 1)).$
- (D) $(y = f(n)) \wedge (x = f(n - 1)).$

Câu 13. Xét đoạn chương trình bên. Với tiên điều kiện là \top , hãy tự xác định hậu điều kiện. Để chứng minh bộ ba Hoare tương ứng là thỏa tính đúng đắn riêng phần, ta cần dùng dạng bất biến nào sau đây?

```
t := 1;
x := 0;
while (x ≠ 8 * n) do
    t := t + x;
    x := x + 8
```

- (A) $t = \left(\frac{x-8}{8}\right)^2.$
- (B) $t = \left(\frac{x+4}{4}\right)^2.$
- (C) $t = \left(\frac{x-4}{4}\right)^2.$
- (D) $t = \left(\frac{x+8}{8}\right)^2.$

Câu 14. Nếu ta kí hiệu $wp(P, \psi)$ là tiên điều kiện yếu nhất (weakest precondition) ϕ sao cho tính đúng đắn hoàn toàn (complete correctness) của bộ ba Hoare $\{\phi\} P \{\psi\}$ được thỏa. Khi đó khẳng định nào sau đây không đúng?

- (A) $wp(x := E, \psi(x)) = [x \rightarrow E]\psi.$
- (B) $wp(\text{if } B \text{ then } C, \psi) = (B \wedge wp(C, \psi)) \vee (\neg B \wedge \psi).$
- (C) $wp(\text{if } B \text{ then } C, \psi) = (B \rightarrow wp(C, \psi)) \vee (\neg B \rightarrow \psi).$
- (D) $wp(C_1; C_2, \psi) = wp(C_1, wp(C_2, \psi)).$

Câu 15. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\begin{aligned} & \max x_1 + 2x_2 + x_3 \\ & \text{subject to } \begin{array}{rcl} x_1 & - & 3x_2 + x_3 \leq 10 \\ & & x_2 + x_3 \leq 5 \\ 5x_1 & + & x_2 \leq 10 \end{array} \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Khi đó bài toán đối ngẫu của nó sẽ là

- (A) $\min 10x_1 + 5x_2 + 10x_3 \text{ subject to } \{x_1 + 5x_3 \geq 1; x_2 - 3x_1 + x_3 \geq 2; x_1 + x_2 \geq 1; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
- (B) $\min 10x_1 + 5x_2 + 10x_3 \text{ subject to } \{x_1 + 5x_3 \geq 1; -3x_1 + x_2 - x_3 \geq 2; x_1 + x_2 \geq 1; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
- (C) $\min x_1 + 2x_2 + x_3 \text{ subject to } \{x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 10; x_2 + x_3 \geq 5; 5x_1 + x_2 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
- (D) $\min x_1 + 2x_2 + x_3 \text{ subject to } \{x_1 + 5x_3 \geq 10; x_2 - 3x_1 + x_3 \geq 5; x_1 + x_2 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$

Câu 16. Với các vị từ như sau

- $S(x)$: “phép thực thi (operation) x thành công,”
- $F(x)$: “phép thực thi (operation) x thất bại,”
- C : “giao tác (transaction) được lưu lại (committed),”
- $C(t)$: “giao tác (transaction) t được lưu lại (committed),”
- $O(t, x)$: “phép thực thi x thuộc vào giao tác t .”

Công thức nào sau đây không diễn tả đúng phát biểu tương ứng?

- (A) “Giao tác được lưu lại trừ khi có phép thực thi thất bại”: $C \rightarrow \neg \exists op F(op)$.
- (B) “Mọi giao tác được lưu lại nếu mọi phép thực thi thuộc vào nó đều thành công”: $\forall t ((\forall op O(t, op) \rightarrow S(op)) \rightarrow C(t))$.
- (C) “Mọi giao tác đều được lưu lại trừ khi có phép thực thi thuộc vào nó thất bại”: $\forall t (\neg \exists op O(t, op) \wedge F(op)) \rightarrow C(t)$.
- (D) “Giao tác được lưu lại nếu mọi phép thực thi đều thành công”: $\forall op S(op) \rightarrow C$.

Câu 17. Xét đoạn chương trình bên. Hãy tự xác định hậu điều kiện. Từ đó suy ra tiền điều kiện yếu nhất của nó là

```
while (x < y) do
    x := x + 1;
    y := y - 1;
if (x = y)
    then a := y
    else a := y + 1/2
```

- (A) \top . (B) $(x \leq y + 1)$.
- (C) $((sum = x + y) \wedge (x \leq y + 1))$. (D) $x < y + 1$.

Câu 18.

Xét bài toán n quân hậu trên bàn cờ vua kích thước $n \times n$, trong đó ta phải tìm cách đặt n quân hậu vào bàn cờ sao cho không có hai quân hậu nào có thể bắt được nhau. Nhắc lại rằng các quân hậu có thể bắt được nhau nếu như chúng cùng nằm trên một hàng, một cột, hoặc một đoạn chéo. Gọi $S(i, j)$ là vị từ diễn tả ô vuông trên dòng thứ i , cột thứ j có thể đặt một quân hậu vào đó, $i, j \in \{1, \dots, n\}$. Công thức nào sau đây đặc tả chính xác ràng buộc tương ứng?

- (A) “Mỗi cột phải chứa ít nhất một quân hậu, nằm giữa dòng 1 và dòng n ”: $\forall i ((1 \leq i \leq n) \rightarrow \exists j S(i, j))$.
- (B) “Chỉ có đúng một quân hậu trên mỗi đoạn chéo”: $\forall i, j, k (S(i, j) \wedge (S(i + k, j + k) \vee S(i - k, j - k) \vee S(i + k, j - k) \vee S(i - k, j + k)) \rightarrow (k = 0))$.
- (C) “Chỉ có đúng một quân hậu trên mỗi cột”: $\forall i, j, k (S(i, j) \wedge S(i, k) \rightarrow (j = k))$.
- (D) “Chỉ có đúng một quân hậu trên mỗi dòng”: $\forall i, j, k (S(j, i) \wedge S(k, i) \rightarrow (j = k))$.

Câu 19. Bộ ba Hoare nào dưới đây không thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

- (A) $\langle (i > 0) \wedge (j > 0) \rangle$ if $i < j$ then $min := i$ else $min := j$ $\langle min > 0 \rangle$.
- (B) $\langle a = 0 \rangle$ while $x > a$ do $x := x - 1$ $\langle x = 0 \rangle$.
- (C) $\langle i \neq j \rangle$ if $i > j$ then $m := i - j$ else $m := j - i$ $\langle m > 0 \rangle$.
- (D) $\langle \top \rangle$ if $i < j$ then $min := i$ else $min := j$ $\langle (min \leq i) \wedge (min \leq j) \rangle$.

Câu 20. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\begin{aligned} & \max 3x_1 + 4x_2 \\ & \text{subject to } \begin{aligned} 6x_1 + 8x_2 &\leq 5 \\ 5x_1 + x_2 &\leq 7 \end{aligned} \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- (A) Bài toán không khả thi. (B) Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là 3.
- (C) Tồn tại nhiều hơn một nghiệm tối ưu. (D) Tồn tại duy nhất nghiệm.



Mã đề: 0766 (MT18)

- | | | | |
|------------|-------------|-------------|-------------|
| Câu 1. (D) | Câu 6. (A) | Câu 11. (D) | Câu 16. (A) |
| Câu 2. (B) | Câu 7. (C) | Câu 12. (B) | Câu 17. (C) |
| Câu 3. (A) | Câu 8. (B) | Câu 13. (C) | Câu 18. (B) |
| Câu 4. (D) | Câu 9. (C) | Câu 14. (C) | Câu 19. (B) |
| Câu 5. (B) | Câu 10. (C) | Câu 15. (A) | Câu 20. (C) |



(Bài kiểm tra có 20 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có điểm số là 0.5. Tô đậm phương án trả lời đúng vào phiếu làm bài trắc nghiệm)

Câu 1. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{subject to} \quad & x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 10 \\ & x_2 + x_3 \leq 5 \\ & 5x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Khi đó bài toán đối ngẫu của nó sẽ là

- (A) $\min 10x_1 + 5x_2 + 10x_3$ subject to $\{x_1 + 5x_3 \geq 1; x_2 - 3x_1 + x_3 \geq 2; x_1 + x_2 \geq 1; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
- (B) $\min x_1 + 2x_2 + x_3$ subject to $\{x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 10; x_2 + x_3 \geq 5; 5x_1 + x_2 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
- (C) $\min 10x_1 + 5x_2 + 10x_3$ subject to $\{x_1 + 5x_3 \geq 1; -3x_1 + x_2 - x_3 \geq 2; x_1 + x_2 \geq 1; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
- (D) $\min x_1 + 2x_2 + x_3$ subject to $\{x_1 + 5x_3 \geq 10; x_2 - 3x_1 + x_3 \geq 5; x_1 + x_2 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$

Câu 2. Trong phương pháp Nhánh-Cận (Branch and Bound), ta sẽ dừng phân chia một nhánh thành các nhánh con khi:

- (A) Bài toán quy hoạch tuyến tính giảm bớt điều kiện ràng buộc biến số nguyên tại nhánh đó không khả thi.
- (B) Nghiệm tối ưu của bài toán quy hoạch tuyến tính giảm bớt điều kiện ràng buộc biến số nguyên tại nhánh đó là số nguyên.
- (C) Cả ba phương án còn lại đều đúng.
- (D) Nghiệm tối ưu của bài toán quy hoạch tuyến tính giảm bớt điều kiện ràng buộc biến số nguyên tại nhánh đó nhỏ hơn hoặc bằng nghiệm tối ưu tốt nhất ta tìm được ở các nhánh khác.

Câu 3. Một người nông dân có trồng lúa mì và đại mạch trên 110 hecta đất. Biết rằng nhờ vào điều kiện thời tiết thuận lợi, nông sản sau thu hoạch được bán hết. Dựa vào dữ kiện dưới đây (tính trên mỗi hecta đất) để tính lợi nhuận tối đa mà người nông dân này có thể thu được.

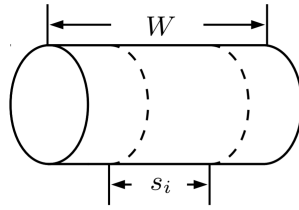
Loại	Chi phí (Đô la)	Số ngày công (ngày)	Lợi nhuận (Đô la)
Lúa mì	100	10	50
Đại mạch	200	30	100

Biết rằng tiền vốn của người nông dân có thể bỏ ra không nhiều hơn 10000 đô la và số ngày công tổng cộng không quá 1200 ngày.

- (A) 5400 đô la (B) 5000 đô la (C) 3200 đô la (D) 6500 đô la

Các câu 4–7 đối với Bài toán Cutting-Stock sử dụng chung thông tin sau đây. Trong công nghiệp sản xuất giấy, giấy thường được sản xuất thành các cuộn lớn bằng nhau gọi là các cuộn gốc. Người tiêu dùng khi đó có thể đặt hàng nhà sản xuất các cuộn giấy nhỏ hơn cắt ra từ cuộn gốc. Ví dụ một cuộn gốc có chiều dài là 100cm, thì có thể cắt ra thành hai cuộn nhỏ mỗi cuộn 50cm hoặc một cuộn

nhỏ 50cm, hai cuộn nhỏ 20cm và dư một cuộn 10cm (phần lãng phí). Mỗi cách chia như vậy gọi là một cách cắt (Lưu ý: phần dư là phần không sử dụng được để tạo ra cuộn giấy có kích thước như yêu cầu).



Giả sử người tiêu dùng đặt mua ba cuộn 50cm và ba cuộn 20cm. Khi đó tùy theo cách cắt mỗi cuộn gốc mà phần lãng phí nhiều hay ít. Lãng phí nhất là sử dụng sáu cuộn giấy gốc, mỗi cuộn cắt ra một cuộn nhỏ theo yêu cầu. Như vậy, mục tiêu của nhà sản xuất là tìm ra cách cắt tối ưu ít lãng phí nhất cho mỗi đơn hàng. Ta gọi:

- W là chiều dài của một cuộn gốc;
- b_i là số cuộn nhỏ có chiều dài s_i được yêu cầu bởi khách hàng với $i = 1, 2, \dots, m$ (có $\sum_{i=1}^m b_i$ cuộn được yêu cầu tất cả);
- a_{ij} là số cuộn có chiều dài s_i trong cách cắt thứ j đối với một cuộn giấy nếu giả sử có n cách cắt khác nhau với $j = 1, 2, \dots, n$;
- x_j là số cuộn gốc cần dùng đối với kiểu cắt thứ j .

Câu 4. Điều kiện nào sau đây là một ràng buộc cho a_{ij} với $i = 1, 2, \dots, m$ và $j = 1, 2, \dots, n$?

- (A) $\sum_{i=1}^m a_{ij} \leq W$. (B) $\sum_{j=1}^n a_{ij} \leq W$. (C) $\sum_{j=1}^n a_{ij} \geq W$. (D) $\sum_{i=1}^m a_{ij} \geq W$.

Câu 5. Điều kiện nào sau đây là một ràng buộc cho a_{ij} và x_j với $i = 1, 2, \dots, m$ và $j = 1, 2, \dots, n$?

- (A) $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i$. (B) $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq s_i$. (C) $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq s_i$. (D) $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i$.

Câu 6. Mô hình tuyến tính nào sau đây có thể sử dụng cho bài toán Cutting-Stock trong trường hợp yêu cầu 10 cuộn 50cm, 15 cuộn 30cm nếu chiều dài cuộn gốc là 100cm?

- (A) $\min (x_1 + x_2 + x_3)$ subject to $\{x_1 + 2x_2 \geq 15; x_2 + 3x_3 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (B) $\min (x_1 + x_2 + x_3)$ subject to $\{x_1 + 2x_2 \geq 10; x_2 + 3x_3 \geq 15; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (C) $\min (x_1 + x_2 + x_3)$ subject to $\{2x_1 + x_3 \geq 10; 3x_2 + x_3 \geq 15; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$
 (D) $\min (x_1 + x_2 + x_3)$ subject to $\{2x_1 + x_3 \geq 15; 3x_2 + x_3 \geq 10; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}; x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$

Câu 7. Bài toán Cutting-Stock trong trường hợp yêu cầu 10 cuộn 50cm, 15 cuộn 30cm và chiều dài cuộn gốc là 100cm chỉ lãng phí bao nhiêu giấy trong trường hợp tối ưu?

- (A) 5% (B) 6% (C) 8% (D) 10%

Câu 8. Xét đoạn chương trình bên. Với tiền điều kiện là \top , hãy tự xác định hậu điều kiện. Để chứng minh bộ ba Hoare tương ứng là thỏa tính đúng đắn riêng phần, ta cần dùng dạng bất biến nào sau đây?

```
t := 1;
x := 0;
while (x ≠ 8 * n) do
    t := t + x;
    x := x + 8
```

- (A) $t = \left(\frac{x-8}{8}\right)^2$. (B) $t = \left(\frac{x-4}{4}\right)^2$. (C) $t = \left(\frac{x+4}{4}\right)^2$. (D) $t = \left(\frac{x+8}{8}\right)^2$.

Câu 9. Nếu ta kí hiệu $wp(P, \psi)$ là tiền điều kiện yếu nhất (weakest precondition) ϕ sao cho tính đúng đắn hoàn toàn (complete correctness) của bộ ba Hoare $\langle \phi \rangle P \langle \psi \rangle$ được thỏa. Khi đó khẳng định nào sau đây không đúng?

- (A) $wp(x := E, \psi(x)) = [x \rightarrow E]\psi$.
 (B) $wp(\text{if } B \text{ then } C, \psi) = (B \rightarrow wp(C, \psi)) \vee (\neg B \rightarrow \psi)$.
 (C) $wp(\text{if } B \text{ then } C, \psi) = (B \wedge wp(C, \psi)) \vee (\neg B \wedge \psi)$.
 (D) $wp(C_1; C_2, \psi) = wp(C_1, wp(C_2, \psi))$.

Câu 10.

Xét bài toán n quân hậu trên bàn cờ vua kích thước $n \times n$, trong đó ta phải tìm cách đặt n quân hậu vào bàn cờ sao cho không có hai quân hậu nào có thể bắt được nhau. Nhắc lại rằng các quân hậu có thể bắt được nhau nếu như chúng cùng nằm trên một hàng, một cột, hoặc một đoạn chéo. Gọi $S(i, j)$ là vị tử diễn tả ô vuông trên dòng thứ i , cột thứ j có thể đặt một quân hậu vào đó, $i, j \in \{1, \dots, n\}$. Công thức nào sau đây đặc tả chính xác ràng buộc tương ứng?

- (A) “**Mỗi cột phải chứa ít nhất một quân hậu, nằm giữa dòng 1 và dòng n** ”:
 $\forall i ((1 \leq i \leq n) \rightarrow \exists j S(i, j)).$
- (B) “**Chỉ có đúng một quân hậu trên mỗi cột**”:
 $\forall i, j, k (S(i, j) \wedge S(i, k) \rightarrow (j = k)).$
- (C) “**Chỉ có đúng một quân hậu trên mỗi đoạn chéo**”: $\forall i, j, k (S(i, j) \wedge (S(i + k, j + k) \vee S(i - k, j - k) \vee S(i + k, j - k) \vee S(i - k, j + k)) \rightarrow (k = 0)).$
- (D) “**Chỉ có đúng một quân hậu trên mỗi dòng**”:
 $\forall i, j, k (S(j, i) \wedge S(k, i) \rightarrow (j = k)).$

Câu 11. Để chứng minh bộ ba Hoare

$\{(x = 0) \wedge (y = 1) \wedge (z = 1) \wedge (n \geq 1)\} \text{ while } z < n \text{ do } y := x + y; x := y - x; x := x + 1 \{y = f(n)\}$

thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness) ta cần dùng dạng bất biến nào sau đây?

- (A) $(y = f(z - 1)) \wedge (x = f(z)) \wedge (z \leq n).$ (B) $(y = f(z)) \wedge (x = f(z - 1)).$
 (C) $(y = f(z)) \wedge (x = f(z - 1)) \wedge (z \leq n).$ (D) $(y = f(n)) \wedge (x = f(n - 1)).$

Câu 12. Bộ ba Hoare nào dưới đây thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

- (A) $\{j = a\} j := j + 1 \{a = j + 1\}.$
 (B) $\{i > j\} j := i + 1; i := j + 1 \{i > j\}.$
 (C) $\{i = 3 * j\} \text{ if } i > j \text{ then } m := i - j \text{ else } m := j - i \{m - 2 * j = 0\}.$
 (D) $\{j = a\} j := j + 1 \{i > j\}.$

Câu 13. Cho bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\max 3x_1 + 4x_2$$

$$\text{subject to } 6x_1 + 8x_2 \leq 5$$

$$5x_1 + x_2 \leq 7$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

- (A) Bài toán không khả thi. (B) Tồn tại nhiều hơn một nghiệm tối ưu.
 (C) Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là 3. (D) Tồn tại duy nhất nghiệm.

Câu 14. Điều nào sau đây đúng cho bài toán quy hoạch tuyến tính và bài toán đối ngẫu của nó?

- (A) Nếu bài toán quy hoạch tuyến tính không khả thi thì bài toán đối ngẫu vẫn có thể có nghiệm tối ưu.
 (B) Các biến quyết định của bài toán này là ràng buộc đối với bài toán kia.
 (C) Không thể khẳng định sự tồn tại của nghiệm tối ưu của bài toán này dù bài toán kia có nghiệm tối ưu.
 (D) Bài toán đối ngẫu của bài toán đối ngẫu khác với bài toán quy hoạch tuyến tính gốc.

Câu 15. Với các vị từ như sau

- $S(x)$: “phép thực thi (operation) x thành công,”
- $F(x)$: “phép thực thi (operation) x thất bại,”
- C : “giao tác (transaction) được lưu lại (committed),”
- $C(t)$: “giao tác (transaction) t được lưu lại (committed),”
- $O(t, x)$: “phép thực thi x thuộc vào giao tác t .”

Công thức nào sau đây không diễn tả đúng phát biểu tương ứng?

- (A) “Giao tác được lưu lại trừ khi có phép thực thi thất bại”: $C \longrightarrow \neg \exists op F(op)$.
 (B) “Mọi giao tác đều được lưu lại trừ khi có phép thực thi thuộc vào nó thất bại”: $\forall t (\neg \exists op O(t, op) \wedge F(op)) \longrightarrow C(t)$.
 (C) “Mọi giao tác được lưu lại nếu mọi phép thực thi thuộc vào nó đều thành công”: $\forall t ((\forall op O(t, op) \longrightarrow S(op)) \longrightarrow C(t))$.
 (D) “Giao tác được lưu lại nếu mọi phép thực thi đều thành công”: $\forall op S(op) \longrightarrow C$.

Câu 16. Xét hai bộ ba Hoare sau:

- (I) $\langle (x = y) \rangle$ if $(x = 0)$ then $x := y + 1$ else $z := y + 1$ $\langle (x = y + 1) \vee (z = x + 1) \rangle$;
 (II) $\langle (x = y) \rangle$ if $(x = 0)$ then $x := y + 1$ else $z := y + 1$ $\langle (z = 1) \longrightarrow (x = 1) \rangle$.

Bộ ba nào thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

- (A) Chỉ có (I). (B) Không có bộ ba nào. (C) Cả hai. (D) Chỉ có (II).

Câu 17. Điều nào sau đây đúng cho các bài toán quy hoạch tuyến tính?

- (A) Phương pháp điểm trong (interior-point) luôn thực hiện được khi miền khả thi khác rỗng.
 (B) Để thu hẹp miền khả thi của bài toán có ràng buộc biến số nguyên, ta luôn phải sử dụng bảng đơn hình.
 (C) Cả ba phương án còn lại đều đúng.
 (D) Phương pháp đơn hình (simplex) bắt đầu từ một đỉnh của miền khả thi và đi đến một đỉnh kề cho đến khi tìm được nghiệm tối ưu.

Câu 18. Bộ ba Hoare nào dưới đây không thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

- (A) $\langle (i > 0) \wedge (j > 0) \rangle$ if $i < j$ then $\text{min} := i$ else $\text{min} := j$ $\langle \text{min} > 0 \rangle$.
 (B) $\langle i \neq j \rangle$ if $i > j$ then $m := i - j$ else $m := j - i$ $\langle m > 0 \rangle$.
 (C) $\langle a = 0 \rangle$ while $x > a$ do $x := x - 1$ $\langle x = 0 \rangle$.
 (D) $\langle \top \rangle$ if $i < j$ then $\text{min} := i$ else $\text{min} := j$ $\langle (\text{min} \leq i) \wedge (\text{min} \leq j) \rangle$.

Câu 19. Xét đoạn chương trình bên. Hãy tự xác định hậu điều kiện. Từ đó suy ra tiền điều kiện yếu nhất của nó là

```
while (x < y) do
    x := x + 1;
    y := y - 1;
if (x = y)
    then a := y
    else a := y + 1/2
```

- (A) \top . (B) $((\text{sum} = x + y) \wedge (x \leq y + 1))$.
 (C) $(x \leq y + 1)$. (D) $x < y + 1$.

Câu 20. Xét bài toán n quân hậu được đặc tả như trong **Câu 10** với $n = 4$. Kết luận nào sau đây tương ứng với công thức $\neg S(1, 1) \vee \neg S(1, 2) \vee \neg S(1, 3) \vee \neg S(1, 4) \vee (\neg S(1, 2) \wedge \neg S(1, 3) \wedge \neg S(1, 4)) \vee (\neg S(1, 1) \wedge \neg S(1, 3) \wedge \neg S(1, 4)) \vee (\neg S(1, 1) \wedge \neg S(1, 2) \wedge \neg S(1, 4)) \vee (\neg S(1, 1) \wedge \neg S(1, 2) \wedge \neg S(1, 3))$?

- (A) “Chỉ có đúng một quân hậu trên cột 1”. (B) “Cột 1 chứa tối đa một quân hậu”.
 (C) “Dòng 1 chứa tối đa một quân hậu”. (D) “Chỉ có đúng một quân hậu trên dòng 1”.



Mã đề: 0767 (MT18)

- | | | | |
|------------|-------------|-------------|-------------|
| Câu 1. (A) | Câu 6. (C) | Câu 11. (C) | Câu 16. (C) |
| Câu 2. (D) | Câu 7. (A) | Câu 12. (B) | Câu 17. (D) |
| Câu 3. (B) | Câu 8. (B) | Câu 13. (B) | Câu 18. (C) |
| Câu 4. (A) | Câu 9. (B) | Câu 14. (B) | Câu 19. (B) |
| Câu 5. (D) | Câu 10. (C) | Câu 15. (A) | Câu 20. (C) |