



Họ & tên SV: \_\_\_\_\_

MSSV: \_\_\_\_\_

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Điểm số: \_\_\_\_\_

GV chấm bài: \_\_\_\_\_

Điểm chữ: \_\_\_\_\_

Chữ ký: \_\_\_\_\_

Thang điểm cao nhất là 10. Không được viết nháp vào đề. Chọn đáp án chính xác nhất cho mỗi câu hỏi trắc nghiệm và trả lời trong phiếu. Phần điền vào chỗ trống cần trả lời trực tiếp vào đề.

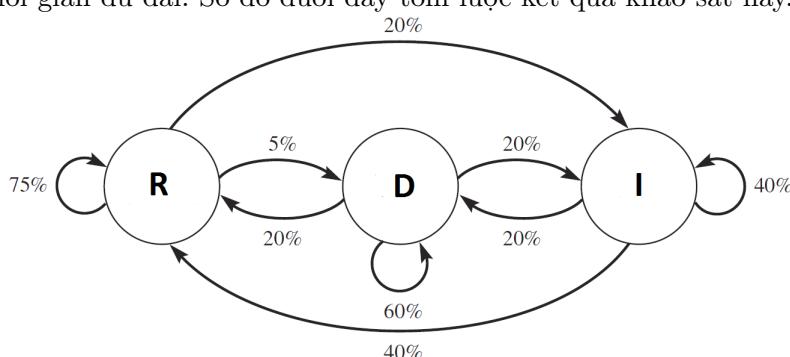
Các câu 1–2 dùng chung dữ kiện sau.

Người ta đang thực hiện một cuộc khảo sát đối với xu hướng bỏ phiếu của cử tri phổ thông trong kỳ bầu cử tổng thống Mĩ với 3 ứng cử viên: Ứng cử viên Cộng hòa (R), Ứng cử viên Dân chủ (D), và Ứng cử viên Độc lập (I). Giả sử dữ liệu lịch sử cho thấy rằng trong số những cử tri bầu cho Ứng cử viên Cộng hòa trong kỳ bầu cử trước thì có 75% cũng lại tiếp tục bầu cho Ứng cử viên Cộng hòa trong kỳ bầu cử này, có 5% chuyển sang bầu cho Ứng cử viên Dân chủ, còn 20% chuyển sang bầu cho Ứng cử viên Độc lập.

Trong số những cử tri bầu cho Ứng cử viên Dân chủ trong kỳ bầu cử trước thì có 60% cũng lại tiếp tục bầu cho Ứng cử viên Dân chủ trong lần này, 20% chuyển sang bầu cho Ứng cử viên Cộng hòa, còn 20% chuyển sang bầu cho Ứng cử viên Độc lập.

Cuối cùng, trong số những cử tri bầu cho Ứng cử viên Độc lập trong kỳ bầu cử trước thì trong kỳ này có 40% vẫn tiếp tục bầu cho Ứng cử viên Độc lập, 40% chuyển sang bầu cho Ứng cử viên Cộng hòa và 20% chuyển sang bầu cho Ứng cử viên dân chủ.

Giả sử xu hướng này sẽ còn tiếp diễn theo các kỳ bầu cử tiếp theo và số lượng cử tri Mĩ không thay đổi trong một thời gian đủ dài. Sơ đồ dưới đây tóm lược kết quả khảo sát này.



**Câu 1.** Gọi  $n$  là kì bầu cử thứ  $n$  và đặt

- $R_n$  là tỉ lệ cử tri bầu cho Ủng cử viên Cộng hòa trong lần bầu cử thứ  $n$ ,
- $D_n$  là tỉ lệ cử tri bầu cho Ủng cử viên Dân chủ trong lần bầu cử thứ  $n$ ,
- $I_n$  là tỉ lệ cử tri bầu cho Ủng cử viên Độc lập trong lần bầu cử thứ  $n$ .

Khi đó, hệ động lực rời rạc dưới dạng ma trận nào sau đây chính là mô hình cho hệ thống bầu cử nói trên?

$$\begin{array}{ll} \textcircled{A} \quad \begin{pmatrix} R_{n+1} \\ D_{n+1} \\ I_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.400 & 0.20 \\ 0.05 & 0.20 & 0.60 \\ 0.20 & 0.40 & 0.20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_n \\ D_n \\ I_n \end{pmatrix} & \textcircled{B} \quad \begin{pmatrix} R_{n+1} \\ D_{n+1} \\ I_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.05 & 0.20 \\ 0.20 & 0.60 & 0.20 \\ 0.40 & 0.20 & 0.40 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_n \\ D_n \\ I_n \end{pmatrix} \\ \textcircled{C} \quad \begin{pmatrix} R_{n+1} \\ D_{n+1} \\ I_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.20 & 0.40 \\ 0.05 & 0.60 & 0.20 \\ 0.20 & 0.20 & 0.40 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_n \\ D_n \\ I_n \end{pmatrix} & \textcircled{D} \quad \begin{pmatrix} R_{n+1} \\ D_{n+1} \\ I_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.20 & 0.40 \\ 0.20 & 0.20 & 0.40 \\ 0.05 & 0.60 & 0.20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_n \\ D_n \\ I_n \end{pmatrix} \end{array}$$

**Câu 2.** Trạng thái cân bằng của hệ thống bầu cử trên xảy ra khi tỉ lệ cử tri bầu cho mỗi ứng cử viên không đổi theo các kì bầu cử, tức là khi  $R_{n+1} = R_n = R$ ,  $D_{n+1} = D_n = D$ , và  $I_{n+1} = I_n = I$ ,  $\forall n$ . Nếu trạng thái cân bằng xảy ra thì  $R$ ,  $D$ , và  $I$  sẽ thỏa mãn hệ phương trình tuyến tính thuận nhất nào sau đây?

$$\begin{array}{ll} \textcircled{A} \quad \begin{pmatrix} -0.25 & 0.40 & 0.20 \\ 0.05 & -0.40 & 0.20 \\ 0.20 & 0.20 & -0.60 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ D \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \textcircled{B} \quad \begin{pmatrix} -0.25 & 0.20 & 0.05 \\ 0.20 & -0.40 & 0.20 \\ 0.40 & 0.20 & -0.60 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ D \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \textcircled{C} \quad \begin{pmatrix} -0.25 & 0.05 & 0.20 \\ 0.20 & -0.40 & 0.20 \\ 0.40 & 0.20 & -0.60 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ D \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & \textcircled{D} \quad \begin{pmatrix} -0.25 & 0.20 & 0.40 \\ 0.05 & -0.40 & 0.20 \\ 0.20 & 0.20 & -0.60 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ D \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

**Câu 3.** Giả sử tại thời điểm  $t = 0$ , một nửa trong số 100 nghìn cư dân của một cộng đồng bị lây nhiễm một loại virus, và số người bị lây nhiễm loại virus này tăng lên 1000 người mỗi ngày (tức là  $P'(0) = 1000$ ) theo mô hình tăng trưởng logistic. Khi đó hệ số  $k$  trong mô hình  $P' = kP(M - P)$  và nghiệm của mô hình này sẽ là

$$\begin{array}{ll} \textcircled{A} \quad k = 10^{-2} \text{ và } P(t) = \frac{5 \times 10^5}{1 + e^{\frac{t}{25}}} & \textcircled{B} \quad k = 4 \times 10^{-7} \text{ và } P(t) = \frac{5 \times 10^5}{1 + e^{10^{-2} \times t}} e^{\frac{t}{25}} \\ \textcircled{C} \quad k = 4 \times 10^{-7} \text{ và } P(t) = \frac{5 \times 10^5}{1 + e^{\frac{t}{25}}} & \textcircled{D} \quad k = 10^{-2} \text{ và } P(t) = \frac{5 \times 10^5}{t} e^{\frac{t}{25}} \end{array}$$

Các câu từ 4–8 sử dụng chung thông tin mô tả bên dưới.

Một trường tiểu học đang tiến hành sắp xếp số lượng học sinh cho bốn lớp 1 có tên lần lượt là  $A, B, C, D$  để bắt đầu năm học mới. Số lượng hồ sơ nhập học mà trường nhận được bao gồm  $S^{DT}$  hồ sơ học sinh đúng tuyển, và  $S^{TT}$  hồ sơ học sinh trái tuyển. Để đảm bảo tỷ lệ giữa hồ sơ đúng tuyển (thường là của học sinh địa phương) và hồ sơ trái tuyển (thường là của học sinh không địa phương), trường đưa ra quy định là số hồ sơ trái tuyển trong một lớp không được vượt quá  $L_{TT/DT}\%$  số hồ sơ đúng tuyển.

Một vấn đề khác khi sắp xếp số lượng học sinh cho từng lớp là khả năng của các phòng học. Phòng học dành cho lớp  $A$  chỉ chứa tối đa  $C_A$  học sinh, phòng cho lớp  $B$  chỉ chứa tối đa  $C_B$  học sinh, phòng cho lớp  $C$  chỉ chứa tối đa  $C_C$  học sinh, phòng cho lớp  $D$  chỉ chứa tối đa  $C_D$  học sinh.

Mục tiêu sắp xếp của trường là phải tối đa hóa tổng hệ số sử dụng của tất cả các phòng.

Chú ý: Hệ số sử dụng phòng = (số học sinh trong lớp)/(khả năng của phòng học).

**Câu 4.** Đại lượng nào sau đây là đầu vào không điều khiển được (uncontrollable input)?

- |  |   |
|--|---|
| <input type="radio"/> A Số lượng hồ sơ đúng tuyển, trái tuyển. | <input type="radio"/> B Tỷ lệ hồ sơ trái tuyển trên hồ sơ đúng tuyển. |
| <input type="radio"/> C Số lượng lớp học và phòng học.         | <input type="radio"/> D Các đáp án khác đều đúng.                     |

**Câu 5.** Các đại lượng nào sau đây có thể là biến quyết định cho bài toán?

- (A) Tỷ lệ học sinh đúng tuyển và trái tuyển trong từng lớp.
- (B) Số hồ sơ đúng tuyển và trái tuyển trong từng lớp.
- (C) Hệ số sử dụng của từng phòng.
- (D) Phương án gán lớp cụ thể cho từng hồ sơ học sinh.

**Câu 6.** Đặt  $S_A^{DT}, S_B^{DT}, S_C^{DT}, S_D^{DT}$  là số lượng hồ sơ đúng tuyển của các lớp  $A, B, C, D$  tương ứng. Tương tự,  $S_A^{TT}, S_B^{TT}, S_C^{TT}, S_D^{TT}$  là ký hiệu cho số hồ sơ trái tuyển của các lớp. Đẳng thức/bất đẳng thức nào sau đây mô tả khả năng chứa tối đa của phòng học dành cho lớp  $A$ ?

- |   |   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>(A) <math>S_A^{DT} \leq \frac{L_{TT/DT}}{100} \times S_A^{TT}</math></li> <li>(C) <math>S_A^{DT} + S_B^{DT} + S_C^{DT} + S_D^{DT} = S^{DT}</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>(B) <math>S_A^{TT} \leq \frac{L_{TT/DT}}{100} \times S_A^{DT}</math></li> <li>(D) Các câu khác đều sai.</li> </ul> |
|---|---|

**Câu 7.** Biểu thức nào sau đây mô tả tổng hệ số sử dụng của tất cả các phòng?

- |   |   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>(A) <math>\sum_{i \in \{A, B, C, D\}} \left( \frac{\sum_{j \in \{DT, TT\}} S_i^j}{C_i} \right)</math></li> <li>(C) <math>\frac{\sum_{i \in \{A, B, C, D\}} S_i^{DT}}{\sum_{i \in \{A, B, C, D\}} S_i^{TT}}</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>(B) <math>\sum_{i \in \{A, B, C, D\}} \sum_{j \in \{DT, TT\}} S_i^j</math></li> <li>(D) Các câu khác đều sai.</li> </ul> |
|---|---|

**Câu 8.** Câu trả lời nào sau đây có thể gọi là vỏ mô hình (model shell) của bài toán nêu trên.

- (A)  $\max$  Tổng hệ số sử dụng của tất cả các phòng  
s.t. Ràng buộc về tỷ lệ trái tuyển với đúng tuyển trong mỗi lớp  
Ràng buộc số lượng học sinh tối đa của từng lớp
- (B)  $\max$  Tổng hệ số sử dụng của tất cả các phòng  
s.t. Ràng buộc về tổng số lượng học sinh đúng tuyển, trái tuyển  
Ràng buộc số lượng học sinh tối đa của từng lớp
- (C)  $\min$  Tổng số học sinh đúng tuyển và trái tuyển được sắp xếp  
s.t. Ràng buộc về tỷ lệ trái tuyển với đúng tuyển  
Ràng buộc số lượng học sinh tối đa của từng lớp  
Ràng buộc về hệ số sử dụng phòng
- (D)  $\min$  Tổng số học sinh đúng tuyển và trái tuyển được sắp xếp  
s.t. Ràng buộc về tỷ lệ trái tuyển với đúng tuyển trong mỗi lớp  
Ràng buộc số lượng học sinh tối đa của từng lớp  
Ràng buộc về hệ số sử dụng phòng

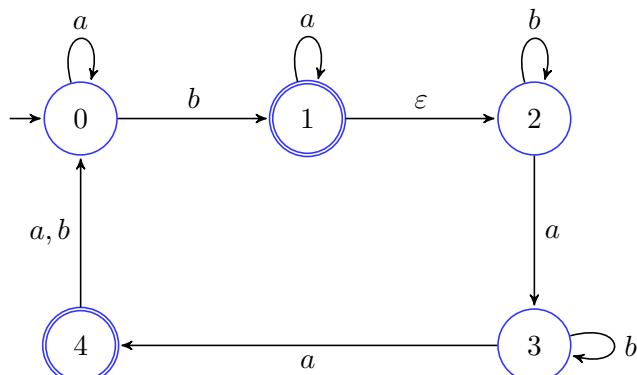
**Câu 9.** Xét  $\Sigma = \{a, b, c\}$  và  $L = \{a, ca, bb, ba\}$ . Chuỗi nào dưới đây không thuộc vào  $L^*$ .

- (A)  $abaaaacbb$
- (B)  $aacabbbbba$
- (C)  $aabacabba$
- (D)  $babacbbbaaa$

**Câu 10.** Xét  $\Sigma = \{a, b\}$  và  $L = \{a, aa, bb, ba\}$ . Chuỗi nào dưới đây không thuộc vào  $L^4$ .

- (A)  $aababb$
- (B)  $aaaaa$
- (C)  $abaabba$
- (D)  $bbbbaaa$

Trong các câu 11–14, xét automata hữu hạn trên tập ký tự  $\{a, b\}$  bên dưới đây.



Câu 11. Hãy cho biết đâu không phải là từ hợp lệ trong automata trên.

- (A) ababa      (B) aabbaabbab      (C) aabbbbaa      (D) bbbbaba

Câu 12. Hãy viết biểu thức chính qui cho automata bên trên.

- (A)  $X = a^*b; Y = a^*ab^*a; Z = X(Y(a+b)X)^* + XY((a+b)XY)^*$   
(B)  $X = a^*b; Y = a^*b^*ab^*a; Z = X(Y(a+b)X)^* + XY((a+b)XY)^*$   
(C)  $X = a^*ba^*; Y = b^*ab^*a; Z = X(Y(a+b)X)^* + XY((a+b)XY)^*$   
(D)  $X = (a+b)^*b; Y = a^*ab^*a; Z = X(Y(a+b)X)^* + XY((a+b)XY)^*$

Câu 13. Nếu sử dụng giải thuật đơn định hóa để chuyển NFA trên thành DFA thì DFA mới có bao nhiêu trạng thái.

- (A) 12      (B) 10      (C) 16  
(D) Các chọn lựa khác đều sai.

Câu 14. Số trạng thái có trong DFA tối giản (tương đương với NFA trên) là bao nhiêu?

- (A) 3      (B) 10      (C) 16  
(D) Các chọn lựa khác đều sai.

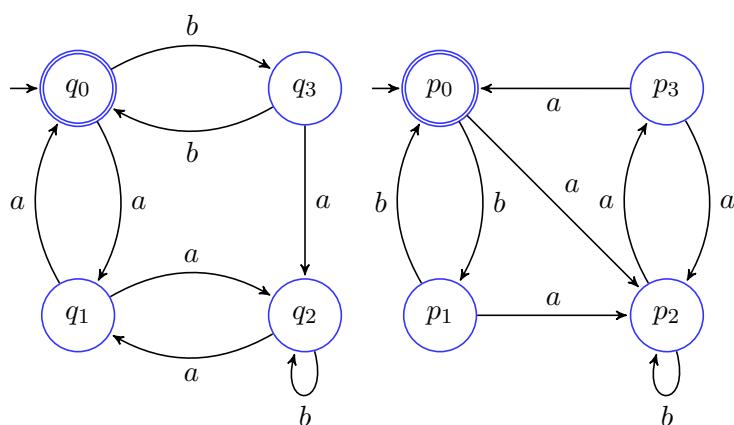
Câu 15. Chọn phát biểu đúng.

- (A) Khi đọc một sự kiện từ một trạng thái, NFA không xác định được chắc chắn trạng thái kế tiếp.  
(B) NFA thì số trạng thái không xác định còn DFA thì xác định được số trạng thái.  
(C) Tổng số trạng thái luôn rút giảm trong quá trình đơn định hóa từ một NFA sang DFA.  
(D) NFA không xác định được chắc chắn trạng thái kế tiếp để đơn giản hóa hình vẽ.

Câu 16. Chọn phát biểu đúng.

- (A) Số trạng thái của mạng Petri không được xác định.  
(B) Mạng Petri cũng là một hình thức của automata mà sự chuyển trạng thái cần sự kích hoạt có điều kiện.  
(C) Một mạng Petri tương đương với một NFA.  
(D) Trong quá trình chuyển từ một NFA sang DFA, tổng số trạng thái không được rút giảm.

Câu 17. Hai automata bên dưới có tương đương không? Nếu không hãy đưa phản ví dụ.

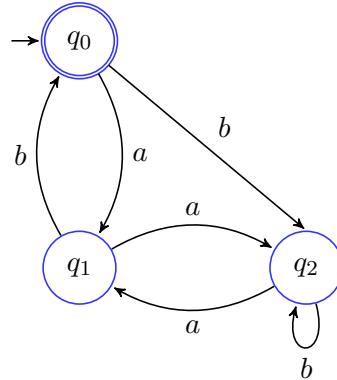


- (A) Tương đương.  
(B) Chỉ tương đương một chiều.  
(C) Không tương đương, phản ví dụ là \_\_\_\_\_.

**Câu 18.** Hai biểu thức chính qui:  $E_1 = ((c + b)^*(a + c))^*$  và  $E_2 = (a + cc + ba + c)^*$  có biểu diễn cùng một ngôn ngữ không? Nếu không hãy đưa phản ví dụ hoặc giải thích.

- (A) Biểu diễn cùng ngôn ngữ
- (B)  $E_1 \subseteq E_2$
- (C) Không tương đương, phản ví dụ là \_\_\_\_\_.

**Câu 19.** Automata bên dưới và biểu thức chính quy  $E = (ab)^* + bb^*a(aa)^*b(ab)^*$  có biểu diễn cùng một ngôn ngữ không? Nếu không hãy đưa phản ví dụ hoặc giải thích.



- (A) Biểu diễn cùng một ngôn ngữ.
- (B) Không tương đương, phản ví dụ là \_\_\_\_\_.

**Câu 20.** Cách nào dưới đây có thể xác định hai automata hữu hạn (FA) là tương đương?

- (A) So sánh số trạng thái của hai FA.
- (B) Chuyển về so sánh bảng chuyển trạng thái của hai automata tối ưu tương ứng.
- (C) Áp dụng vét cạn các trường hợp dựa trên bảng chuyển trạng thái.
- (D) Chuyển về các biểu thức chính quy tương đương để chứng minh bằng toán học.

**Câu 21.** Hãy vẽ DFA cho ngôn ngữ được biểu diễn bằng biểu thức chính quy  $ab + (a + b)ab^*$