


Lecturer: (Signature and Fullname)	October 2nd, 2023	Approved by: (Signature and Fullname)	October 2nd, 2023
--	-------------------	---	-------------------

 TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH	THI GIỮA KỲ		HK/NH	1	2023-2024
			Ngày thi		18/10/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học			
	Course ID	CO2011			
	Thời lượng	60 phút	Mã đề	1821	
Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết. - SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm. - Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.					

1. (L.O.1.3)

Cho chương trình bên, với \top là tiên điều kiện, hãy tự xác định hậu điều kiện. Để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của bộ ba Hoare thì bất biến (invariant) là?

```

i=0;
s=0;
while (i<=n) {
    if (i%2==0)
        s+=i;
    i+=1;
}

```

A. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k \wedge (i \leq n+1).$

B. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n).$

C. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k.$

D. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n+1).$

Câu 2– Câu 3 sử dụng chung mô tả sau: Cho bảng chữ cái $\Sigma = \{b, c\}$, và đặt $u = bc$, $v = cb$ là chuỗi có độ dài là 2 thuộc Σ^* . Ngôn ngữ $L(r)$ và $L(s)$ lần lượt được xác định bởi các biểu thức chính quy $r = u^* = (bc)^*$ và $s = v^* = (cb)^*$.

2. Ngôn ngữ L_{bc} với tất cả chuỗi có b và c xen kẽ nhau, hơn nữa bắt đầu bằng b và kết thúc bằng c là?

(I) $L(s)$; (II) $L(r) + L(s)$; (III) $L(r)$; (IV) $L(r) \cdot L(s)$.

A. (III) B. (IV) C. (II) D. (I)

3. Ngôn ngữ L với tất cả chuỗi b và c xen kẽ nhau được xác định bởi biểu thức chính quy nào sau đây?

(I) $r + s$; (II) $r + s + c r + b s$; (III) $r + s + b r + c s$; (IV) $s + r$.

A. IV B. III C. II D. I

4. (L.O.1.3)

Xét chương trình P sau đây. Tiền điều kiện (yếu nhất) ϕ và hậu điều kiện ψ của P có thể là

```
x := a;  y := 1;  z := b;
while true do
  if z = 0 then
    return y
  end if
  r := remainder(z, 2);  z := quotient(z, 2);
  if r = 1 then
    y := x * y;
  end if
  x := x * x;
end while
```

- A. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = a^b\}.$ B. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = x^z\}.$
 C. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}^+\}, \psi = \{y = a^b\}.$ D. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}\}, \psi = \{y = a^b\}.$

5. (L.O.1.3)

Xét chương trình P và tiền điều kiện, hậu điều kiện như trong Câu 19. Dạng bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của P là

- A. $z \in \mathbb{Z} \wedge yx^z = a^b.$ B. $z \in \mathbb{N} \wedge yx^z = a^b.$ C. $z \in \mathbb{N} \wedge y = x^z.$ D. $z \in \mathbb{Z} \wedge y = x^z.$

6. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0, 1\}^*$ sao cho số lần xuất hiện của chuỗi con 01 và chuỗi con 10 trong w là bằng nhau. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

- A. Một ô-tô-mát tất định chỉ nhận diện L phải có ít nhất năm trạng thái.
 B. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.
 C. Tổng số bit 1 và tổng số bit 0 của một chuỗi bất kỳ trong L phải bằng nhau.
 D. Các lựa chọn khác đều sai.

7. Cho chương trình $\text{Prod} = \text{Product}(a, b)$ tính tích $a \cdot (b - 1)$ của hai số tự nhiên a, b với $b \geq 2$. Với P là chương trình lõi (core program) của Prod , xét bộ ba Hoare sau:

$$\{\phi\} P \{\psi\}$$

trong đó tiền điều kiện $\phi := (a \geq 1) \wedge (b \geq 2)$ và hậu điều kiện ψ . Dạng biến thiên/bộ đếm giảm (variant) K là một biểu thức có giá trị giảm hoặc giảm ngặt khi chương trình thực thi, và dạng bất biến (invariant form) E **không** thay đổi chân trị trong vòng lặp. Hai biểu thức K và E phụ thuộc vào a, b và cả những biến mới được khai báo trong chương trình. Các điều kiện và các biến thể được đặt trong dấu ngoặc $\{..\}$.

Giả sử $E = \{u = (b - v) \cdot a\}$ là một bất biến “phù hợp” của chương trình Prod với dạng đầy đủ như sau:

$$\begin{aligned} & \{(a \geq 1) \wedge (b \geq 2)\} \\ & u = 0; \\ & v = b; \\ & \{u = 0 \wedge v = b\} \\ & E \\ & \text{while } (v \neq 1) \\ & \{ \\ & \quad \vdots P \\ & \} \\ & \{u = a \cdot (b - v)\} \end{aligned}$$

Trong các phương án sau về chương trình lõi P và cận dưới Lb :

- (I) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 0$
- (II) $P := [u = u + a; v = v - 2;]$ và $Lb := 1$
- (III) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 1$
- (IV) $P := [u = u + a; v = v + 1;]$ và $Lb := 1$.

Phương án nào là đúng để có tính dẫn toàn phần

$$\vdash_{\text{tot}} \{\phi\} \text{Prod} \{u = a \cdot (b - 1)\}?$$

- A. (IV) B. (III) C. (II) D. (I)

8. (L.O.2.3) Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , nếu $L_1 \cup L_2$ chính quy thì cả hai L_1, L_2 cũng đều chính quy.
- B. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , ta có $L_1^* \circ L_2^* \subseteq (L_1 \cup L_2)^*$.
- C. Nếu L_1, L_2 , là hai ngôn ngữ hữu hạn thì $|L_1 \circ L_2| = |L_1| \cdot |L_2|$.
- D. Nếu L_1 là ngôn ngữ chính quy còn L_2 là ngôn ngữ không chính quy thì $L_1^\circ L_2$ cũng là ngôn ngữ không chính quy.

9. (L.O.1.1) Gọi P và Q là hai vị từ có số đối số là một và S là vị từ có số đối số là không. Các công thức nào dưới đây là hằng đúng?

- (I) $\forall x \forall y (P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(y) \rightarrow P(x))$ (II) $\exists y ((\forall x P(x)) \rightarrow P(y))$
- (III) $(\forall x P(x) \rightarrow S) \rightarrow \exists x (P(x) \rightarrow S)$ (IV) $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x)) \vee (\exists x Q(x))$

- A. Chỉ (II), (III) và (IV) B. Chỉ (II) và (III)
- C. Chỉ (I), (II) và (IV) D. Chỉ (III) và (IV)

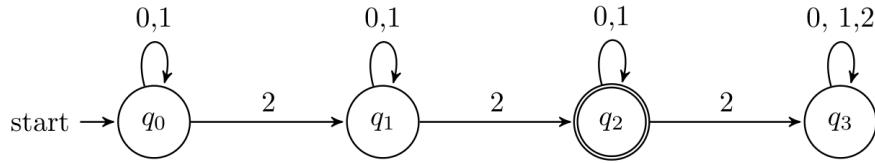
10. (L.O.1.3) Cho một post-condition như sau cho một chương trình đúng:

$$[\forall q (i < q \leq n \implies a[i] \leq a[q]) \wedge a[i] \leq a[i - 1]]$$

Chọn câu trả lời đúng cho post-condition nào dưới đây để chương trình vẫn đúng:

- A. $[\forall q (i - 1 < q \leq n \implies a[i - 1] \leq a[q])]$ B. $[\forall q (i \leq q \leq n \implies a[i] \leq a[q])]$
- C. $[\forall q (i < q \leq n \implies a[i - 1] \leq a[q])]$ D. Các lựa chọn còn lại đều đúng.

11. (L.O.2.3) DFA trên $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ như hình bên dưới



chấp nhận ngôn ngữ nào sau đây

- A. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa đúng hai kí tự } 2\}$. B. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai kí tự } 2\}$.
 C. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa nhiều nhất hai kí tự } 2\}$. D. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai kí tự } 2 \text{ liên tiếp}\}$.
12. (L.O.2.3) Cho L là ngôn ngữ gồm các từ đối xứng tạo ra bởi $\Sigma = \{a, b\}$, ngôn ngữ thể hiện bởi biểu thức nào dưới đây chứa các từ trong ngôn ngữ L ?
- A. $(a+b)^*(b+a)^*$ B. $a^*b^*b^*a^*$
 C. $(abba)^*$ D. Các lựa chọn đều sai.
13. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0, 1\}^+$ sao cho w có giá trị trong hệ thập phân chia hết cho 3. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?
- A. Các lựa chọn khác đều sai.
 B. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.
 C. Số trạng thái của một ô-tô-mát tất định nào chỉ nhận diện L đều phải chia hết cho 3.
 D. Tổng số bit 1 của một chuỗi bất kỳ trong L phải chia hết cho 3.

14. (L.O.1.3)

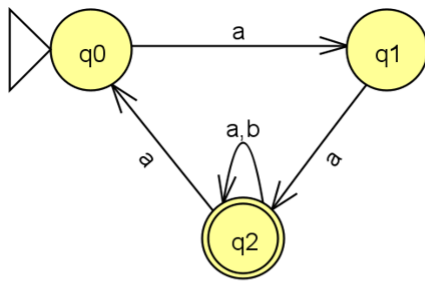
Cho chương trình sau với $\%$ là phép tính chia lấy dư và hàm $\text{abs}()$ trả về giá trị tuyệt đối của số nguyên truyền vào. Xét tiền điều kiện $x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge (x_0 \neq 0 \vee y_0 \neq 0)$, hãy xác định bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn bán phần của chương trình. [Trong các lựa chọn, ta ký hiệu $GCD(a, b)$ là ước chung lớn nhất của hai số nguyên a và b không đồng thời bằng 0, $a \bmod b$ là phép tính chia lấy dư với b dương và $|a|$ là giá trị tuyệt đối của a .]

```

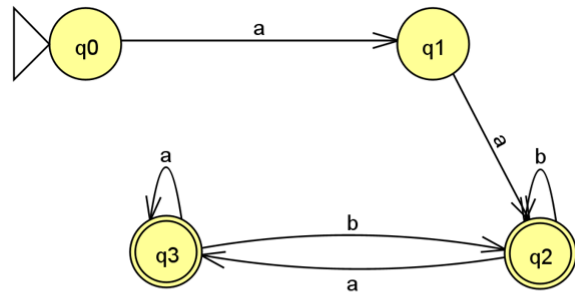
while (x != 0) {
    z = x;
    x = y % x;
    y = z;
}
y = abs(y);
  
```

- A. $GCD(x, y) = GCD(x_0, y_0)$ B. $y \neq 0 \rightarrow GCD(x, x \bmod |y|) = GCD(x_0, y_0)$
 C. $x \neq 0 \rightarrow GCD(y, y \bmod |x|) = GCD(x_0, y_0)$ D. Các lựa chọn kia đều đúng.

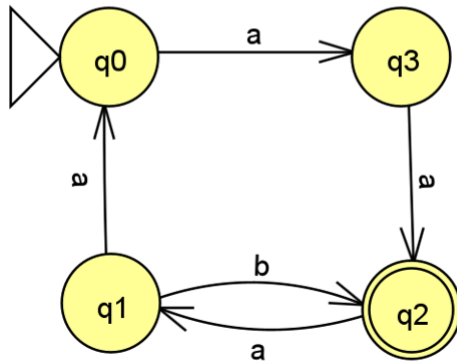
15. (L.O.2.3) Cho 4 automata sau trên $\Sigma = \{a, b\}$ với λ là chuỗi trống.



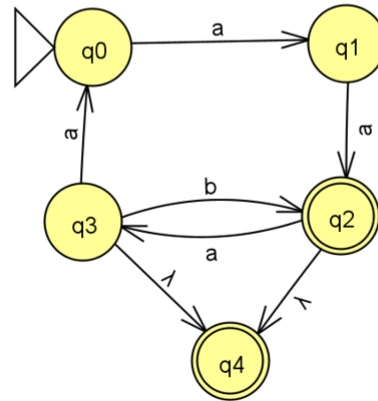
1



2



3



4

Cặp automata nào dưới đây là tương đương nhau?

- A. 1,2 B. 1,3
C. 3,4 D. Các lựa chọn đều sai.

16. (L.O.1.3) Cho chương trình tìm max của 3 số a,b,c như sau:

```

max=0;
if(max<a) max=a;
if(max<b) max=b;
if(max<c) max=c;
  
```

Đâu là cặp tiên điều kiện yếu nhất ϕ và hậu điều kiện ψ để chương trình sau đúng

- A. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a < b < c < max$ B. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a, b, c \leq max$
C. $\phi : a, b, c > 0, \psi : a, b, c \leq max$ D. $\phi : T, \psi : a, b, c \leq max$

17. Xét phát biểu sau: “Một nữ vận động viên đã giành được mọi giải thưởng về thể thao và anh trai cô cũng giành được một số giải thưởng về toán học.” Với phát biểu trên ta định nghĩa các vị từ:

- $Girl(a) = “a \text{ là nữ}”$, $Boy(b) = “b \text{ là nam}”$,
- $SportPrize(x) = “x \text{ là một giải thưởng trong giải đấu thể thao}”$,
- $MathPrize(y) = “y \text{ là một giải thưởng trong cuộc thi toán}”$,
- $Sibling(a, b) = “a \text{ và } b \text{ là anh/chị em trong một gia đình}”$,
- $WinSport(w, s) = “w \text{ thắng giải thưởng thể thao } s”$,
- $WinMath(u, m) = “u \text{ thắng giải thưởng toán học } m”$.

Lựa chọn nào sau đây thể hiện tốt nhất phát biểu trên?

- (I) $\forall x [SportPrize(x) \longrightarrow \exists y (Girl(y) \wedge WinSport(y, x))]$
- (II) $[(\exists f, Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge [(\exists b, Sibling(f, b) \wedge Boy(b) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(b, y)]$
- (III) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$
- (IV) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge Boy(m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$

- A. (IV) B. (III) C. (II) D. (I)

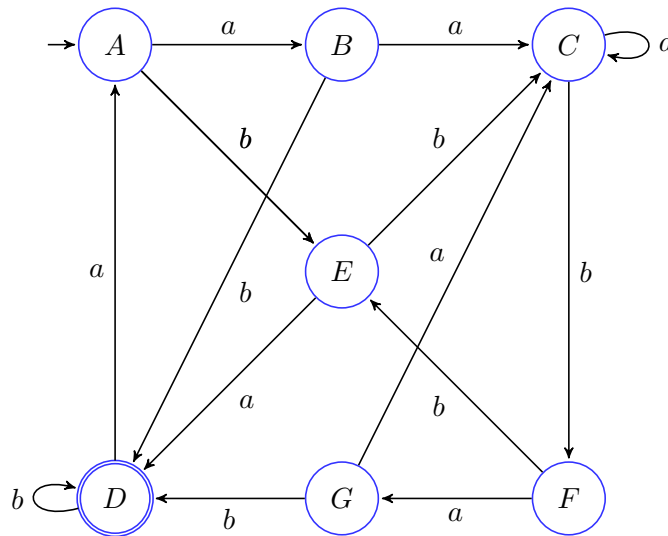
18. (L.O.1.2)

Phát biểu nào sau đây đúng?

- (I) Tất cả ngôn ngữ hữu hạn đều chính quy (regular).
- (II) Nếu L là ngôn ngữ chính quy thì ngôn ngữ đảo $L^R = \{w^R | w \in L\}$ của nó cũng chính quy .
- (III) $L = \{ww | w \in \{a, b\}^*\}$ chính quy.
- (IV) Nếu $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ là một DFA tối thiểu cho một ngôn ngữ chính quy L thì $\widehat{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$ là một DFA tối thiểu cho ngôn ngữ bù \bar{L} .

- A. I, II, III. B. I, II, IV. C. Only I. D. II, III, IV.

19. (L.O.3.2) Xét automata hữu hạn sau:



Số trạng thái của DFA tối thiểu tương đương với automata trên là?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

- HẾT BÀI THI

Solution 1821

- | | | | |
|-------|--------|--------|--------|
| 1. B. | 5. B. | 11. A. | 17. A. |
| 2. A. | 6. A. | 12. A. | 18. B. |
| 3. C. | 7. B. | 13. A. | 19. B. |
| 4. A. | 8. B. | 14. A. | 20. C. |
| | 9. A. | 15. A. | |
| | 10. B. | 16. D. | |

Lecturer:
(Signature and Fullname)

October 2nd, 2023

Approved by:
(Signature and Fullname)

October 2nd, 2023



TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM
KHOA KH&KT MÁY TÍNH

THI GIỮA KỲ

HK/NH	1	2023-2024
Ngày thi	18/10/2023	

Môn học	Mô hình hóa Toán học
---------	----------------------

Course ID	CO2011
-----------	--------

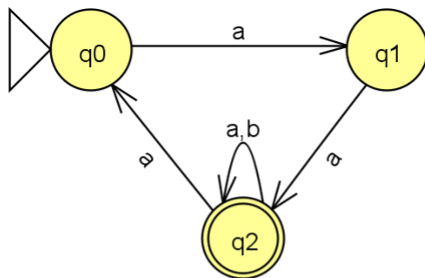
Thời lượng	60 phút	Mã đề	1822
------------	---------	-------	------

Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.

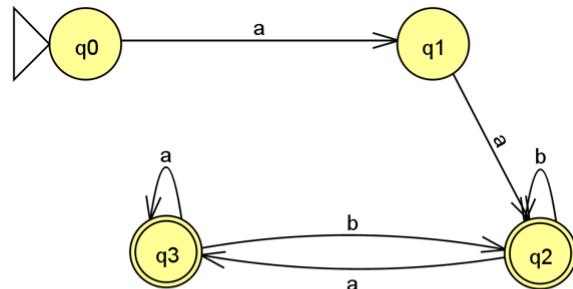
- SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.

- Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.

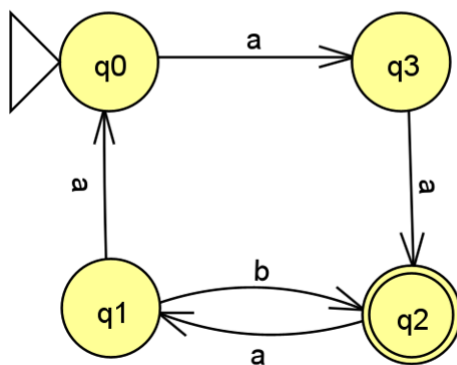
1. (L.O.2.3) Cho 4 automata sau trên $\Sigma = \{a, b\}$ với λ là chuỗi trống.



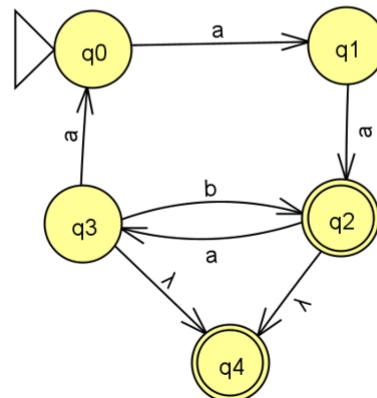
1



2



3



4

Cặp automata nào dưới đây là tương đương nhau?

A. Các lựa chọn đều sai.

B. 1,2

C. 1,3

D. 3,4

2. (L.O.1.3)

Cho chương trình sau với % là phép tính chia lấy dư và hàm $\text{abs}()$ trả về giá trị tuyệt đối của số nguyên truyền vào. Xét tiền điều kiện $x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge (x_0 \neq 0 \vee y_0 \neq 0)$, hãy xác định bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn bán phần của chương trình. [Trong các lựa chọn, ta ký hiệu $\text{GCD}(a, b)$ là ước chung lớn nhất của hai số nguyên a và b không đồng thời bằng 0, $a \bmod b$ là phép tính chia lấy dư với b dương và $|a|$ là giá trị tuyệt đối của a .]

```
while (x != 0) {
    z = x;
    x = y % x;
    y = z;
}
y = abs(y);
```

- A. Các lựa chọn kia đều đúng. B. $\text{GCD}(x, y) = \text{GCD}(x_0, y_0)$
 C. $y \neq 0 \rightarrow \text{GCD}(x, x \bmod |y|) = \text{GCD}(x_0, y_0)$ D. $x \neq 0 \rightarrow \text{GCD}(y, y \bmod |x|) = \text{GCD}(x_0, y_0)$

3. (L.O.2.3) Cho L là ngôn ngữ gồm các từ đối xứng tạo ra bởi $\Sigma = \{a, b\}$, ngôn ngữ thể hiện bởi biểu thức nào dưới đây chứa các từ trong ngôn ngữ L ?

- A. Các lựa chọn đều sai. B. $(a+b)^*(b+a)^*$
 C. $a^*b^*b^*a^*$ D. $(abba)^*$

4. (L.O.2.3) Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Nếu L_1 là ngôn ngữ chính quy còn L_2 là ngôn ngữ không chính quy thì $L_1^\circ L_2$ cũng là ngôn ngữ không chính quy.
 B. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , nếu $L_1 \cup L_2$ chính quy thì cả hai L_1, L_2 cũng đều chính quy.
 C. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , ta có $L_1^* \circ L_2^* \subseteq (L_1 \cup L_2)^*$.
 D. Nếu L_1, L_2 , là hai ngôn ngữ hữu hạn thì $|L_1 \circ L_2| = |L_1| \cdot |L_2|$.

5. (L.O.1.1) Gọi P và Q là hai vị từ có số đối số là một và S là vị từ có số đối số là không. Các công thức nào dưới đây là hằng đúng?

- (I) $\forall x \forall y (P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(y) \rightarrow P(x))$ (II) $\exists y ((\forall x P(x)) \rightarrow P(y))$
 (III) $(\forall x P(x) \rightarrow S) \rightarrow \exists x (P(x) \rightarrow S)$ (IV) $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x)) \vee (\exists x Q(x))$

- A. Chỉ (III) và (IV) B. Chỉ (II), (III) và (IV)
 C. Chỉ (II) và (III) D. Chỉ (I), (II) và (IV)

6. (L.O.1.2)

Phát biểu nào sau đây đúng?

- (I) Tất cả ngôn ngữ hữu hạn đều chính quy (regular).
 (II) Nếu L là ngôn ngữ chính quy thì ngôn ngữ đảo $L^R = \{w^R | w \in L\}$ của nó cũng chính quy.
 (III) $L = \{ww | w \in \{a, b\}^*\}$ chính quy.
 (IV) Nếu $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ là một DFA tối thiểu cho một ngôn ngữ chính quy L thì $\widehat{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$ là một DFA tối thiểu cho ngôn ngữ bù \bar{L} .

- A. II, III, IV. B. I, II, III. C. I, II, IV. D. Only I.

7. (L.O.1.3)

Cho chương trình bên, với \top là tiên điều kiện, hãy tự xác định hậu điều kiện. Để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của bộ ba Hoare thì bất biến (invariant) là?

```
i=0;
s=0;
while (i<=n) {
    if (i%2==0)
        s+=i;
    i+=1;
}
```

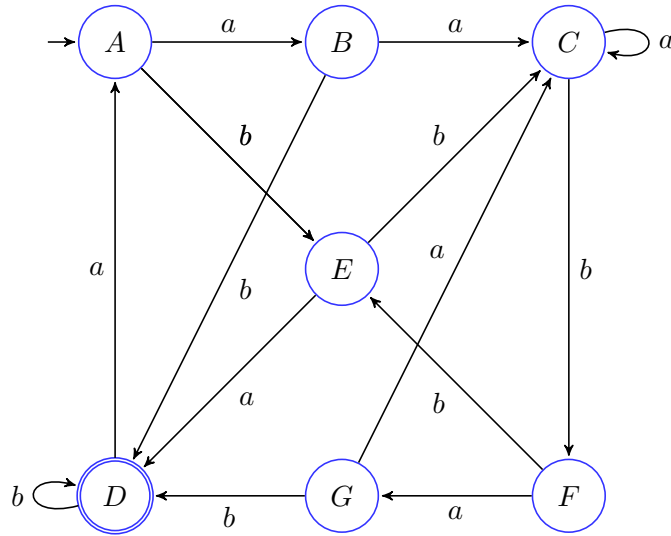
A. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n+1).$

B. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k \wedge (i \leq n+1).$

C. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n).$

D. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k.$

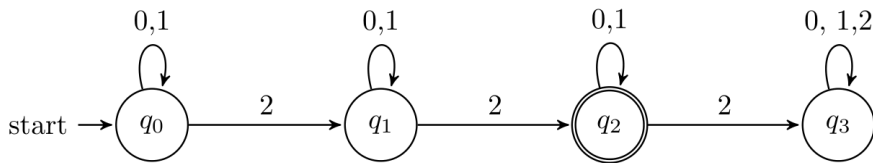
8. (L.O.3.2) Xét automata hữu hạn sau:



Số trạng thái của DFA tối thiểu tương đương với automata trên là?

- A. 7. B. 4. C. 5. D. 6.

9. (L.O.2.3) DFA trên $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ như hình bên dưới



chấp nhận ngôn ngữ nào sau đây

- A. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai ký tự 2 liên tiếp}\}.$
 B. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa đúng hai ký tự 2}\}.$ C. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai ký tự 2}\}.$
 D. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa nhiều nhất hai ký tự 2}\}.$

10. (L.O.1.3)

Xét chương trình P và tiên điều kiện, hậu điều kiện như trong Câu 19. Dạng bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của P là

- A. $z \in \mathbb{Z} \wedge y = x^z.$ B. $z \in \mathbb{Z} \wedge yx^z = a^b.$ C. $z \in \mathbb{N} \wedge yx^z = a^b.$ D. $z \in \mathbb{N} \wedge y = x^z.$

11. (L.O.1.3) Cho chương trình tìm max của 3 số a,b,c như sau:

```
max=0;
if(max<a) max=a;
if(max<b) max=b;
if(max<c) max=c;
```

Đâu là cặp tiền điều kiện yếu nhất ϕ và hậu điều kiện ψ để chương trình sau đúng

- A. $\phi : T, \psi : a, b, c \leq \max$ B. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a < b < c < \max$
 C. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a, b, c \leq \max$ D. $\phi : a, b, c > 0, \psi : a, b, c \leq \max$

12. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0,1\}^*$ sao cho số lần xuất hiện của chuỗi con 01 và chuỗi con 10 trong w là bằng nhau. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

- A. Các lựa chọn khác đều sai.
 B. Một ô-tô-mát tất định chỉ nhận diện L phải có ít nhất năm trạng thái.
 C. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.
 D. Tổng số bit 1 và tổng số bit 0 của một chuỗi bất kỳ trong L phải bằng nhau.

13. Xét phát biểu sau: “Một nữ vận động viên đã giành được mọi giải thưởng về thể thao và anh trai cô cũng giành được một số giải thưởng về toán học.” Với phát biểu trên ta định nghĩa các vị từ:

- $Girl(a) = “a \text{ là nữ}”, \quad Boy(b) = “b \text{ là nam}”,$
- $SportPrize(x) = “x \text{ là một giải thưởng trong giải đấu thể thao}”,$
- $MathPrize(y) = “y \text{ là một giải thưởng trong cuộc thi toán}”,$
- $Sibling(a, b) = “a \text{ và } b \text{ là anh/chị em trong một gia đình}”,$
- $WinSport(w, s) = “w \text{ thắng giải thưởng thể thao } s”,$
- $WinMath(u, m) = “u \text{ thắng giải thưởng toán học } m”.$

Lựa chọn nào sau đây thể hiện tốt nhất phát biểu trên?

- (I) $\forall x [SportPrize(x) \longrightarrow \exists y (Girl(y) \wedge WinSport(y, x))]$
 (II) $[(\exists f, Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge [(\exists b, Sibling(f, b) \wedge Boy(b) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(b, y)]$
 (III) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$
 (IV) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge Boy(m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$

- A. (I) B. (IV) C. (III) D. (II)

Câu 14– Câu 15 sử dụng chung mô tả sau: Cho bảng chữ cái $\Sigma = \{b, c\}$, và đặt $u = bc, v = cb$ là chuỗi có độ dài là 2 thuộc Σ^* . Ngôn ngữ $L(r)$ và $L(s)$ lần lượt được xác định bởi các biểu thức chính quy $r = u^* = (bc)^*$ và $s = v^* = (cb)^*$.

14. Ngôn ngữ L_{bc} với tất cả chuỗi có b và c xen kẽ nhau, hơn nữa bắt đầu bằng b và kết thúc bằng c là?

- (I) $L(s)$; (II) $L(r) + L(s)$; (III) $L(r)$; (IV) $L(r) \cdot L(s)$.

- A. (I) B. (III) C. (IV) D. (II)

15. Ngôn ngữ L với tất cả chuỗi b và c xen kẽ nhau được xác định bởi biểu thức chính quy nào sau đây?

- (I) $r + s$; (II) $r + s + c r + b s$; (III) $r + s + b r + c s$; (IV) $s + r$.

- A. I B. IV C. III D. II

16. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0, 1\}^+$ sao cho w có giá trị trong hệ thập phân chia hết cho 3. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?
- A. Tổng số bit 1 của một chuỗi bất kỳ trong L phải chia hết cho 3.
 B. Các lựa chọn khác đều sai.
 C. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.
 D. Số trạng thái của một ô-tô-mát tất định nào chỉ nhận diện L đều phải chia hết cho 3.
17. Cho chương trình $\text{Prod} = \text{Product}(a, b)$ tính tích $a \cdot (b - 1)$ của hai số tự nhiên a, b với $b \geq 2$. Với P là chương trình lõi (core program) của Prod , xét bộ ba Hoare sau:

$$\{\phi\} P \{\psi\}$$

trong đó tiền điều kiện $\phi := (a \geq 1) \wedge (b \geq 2)$ và hậu điều kiện ψ . Dạng biến thiên/bộ đếm giảm (variant) K là một biểu thức có giá trị giảm hoặc giảm ngặt khi chương trình thực thi, và dạng bất biến (invariant form) E **không** thay đổi chân trị trong vòng lặp. Hai biểu thức K và E phụ thuộc vào a, b và cả những biến mới được khai báo trong chương trình. Các điều kiện và các biến thể được đặt trong dấu ngoặc $\{\cdot\}$.

Giả sử $E = \{u = (b - v) \cdot a\}$ là một bất biến “phù hợp” của chương trình Prod với dạng đầy đủ như sau:

$$\begin{aligned} & \{(a \geq 1) \wedge (b \geq 2)\} \\ & u = 0; \\ & v = b; \\ & \{u = 0 \wedge v = b\} \\ & E \\ & \text{while } (v \neq 1) \text{ do} \\ & \{ \\ & \quad \vdots P \\ & \} \\ & \{u = a \cdot (b - v)\} \end{aligned}$$

Trong các phương án sau về chương trình lõi P và cận dưới Lb :

- (I) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 0$
 (II) $P := [u = u + a; v = v - 2;]$ và $Lb := 1$
 (III) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 1$
 (IV) $P := [u = u + a; v = v + 1;]$ và $Lb := 1$.

Phương án nào là đúng để có tính dẫn toàn phần

$$\vdash_{\text{tot}} \{\phi\} \text{Prod} \{u = a \cdot (b - 1)\}?$$

- A. (I) B. (IV) C. (III) D. (II)

18. (L.O.1.2) Cho công thức logic $\phi : \forall x \exists y \exists z (P(x, y) \wedge P(z, y) \wedge (P(x, z) \rightarrow P(z, x)))$ và mô hình $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ và \mathcal{M}_3 trên tập vũ trụ là tập hợp số tự nhiên \mathbb{N} , $P^{\mathcal{M}_1} = \{(m, n) | n < m\}$, $P^{\mathcal{M}_2} = \{(m, 2m) | m \in \mathbb{N}\}$ và $P^{\mathcal{M}_3} = \{(m, n) | m < n + 1\}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \not\models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$. B. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \not\models \phi, \mathcal{M}_3 \not\models \phi$.
 C. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$. D. $\mathcal{M}_1 \not\models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$.

19. (L.O.1.3)

Xét chương trình P sau đây. Tiền điều kiện (yếu nhất) ϕ và hậu điều kiện ψ của P có thể là

```
x := a;  y := 1;  z := b;
while true do
  if z = 0 then
    return y
  end if
  r := remainder(z, 2);  z := quotient(z, 2);
  if r = 1 then
    y := x * y;
  end if
  x := x * x;
end while
```

- A. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}\}, \psi = \{y = a^b\}.$ B. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = a^b\}.$
 C. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = x^z\}.$ D. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}^+\}, \psi = \{y = a^b\}.$

20. (L.O.1.3) Cho một post-condition như sau cho một chương trình đúng:

$[[\forall q(i < q \leq n \implies a[i] \leq a[q]) \wedge a[i] \leq a[i-1]]]$

Chọn câu trả lời đúng cho post-condition nào dưới đây để chương trình vẫn đúng:


- A. Các lựa chọn còn lại đều đúng. B. $[[\forall q(i-1 < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]]$
 C. $[[\forall q(i \leq q \leq n \implies a[i] \leq a[q])]]$ D. $[[\forall q(i < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]]$

HẾT BÀI THI

Solution 1822

- | | | | |
|-------|--------|--------|--------|
| 1. B. | 7. C. | 13. B. | 17. C. |
| 2. B. | 8. C. | | 18. D. |
| 3. B. | 9. B. | 14. B. | |
| 4. C. | 10. C. | 15. D. | 19. B. |
| 5. B. | 11. A. | | |
| 6. C. | 12. B. | 16. B. | 20. C. |

Lecturer: (Signature and Fullname)	October 2nd, 2023	Approved by: (Signature and Fullname)	October 2nd, 2023
--	-------------------	---	-------------------

<div></div> <div>TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM</div> <div>KHOA KH&KT MÁY TÍNH</div>	THI GIỮA KỲ		HK/NH	1	2023-2024
			Ngày thi		18/10/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học			
	Course ID	CO2011			
	Thời lượng	60 phút	Mã đề	1823	
Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết. - SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm. - Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.					

1. Xét phát biểu sau: “Một nữ vận động viên đã giành được mọi giải thưởng về thể thao và anh trai cô cũng giành được một số giải thưởng về toán học.” Với phát biểu trên ta định nghĩa các vị từ:

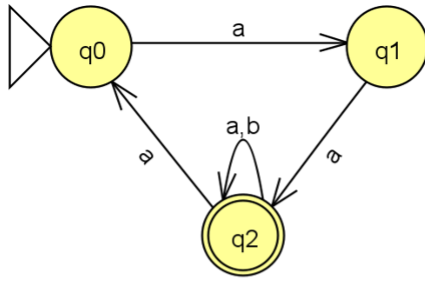
- $Girl(a) = “a \text{ là nữ}”, \quad Boy(b) = “b \text{ là nam}”,$
- $SportPrize(x) = “x \text{ là một giải thưởng trong giải đấu thể thao}”,$
- $MathPrize(y) = “y \text{ là một giải thưởng trong cuộc thi toán}”,$
- $Sibling(a, b) = “a \text{ và } b \text{ là anh/chị em trong một gia đình}”,$
- $WinSport(w, s) = “w \text{ thắng giải thưởng thể thao } s”,$
- $WinMath(u, m) = “u \text{ thắng giải thưởng toán học } m”.$

Lựa chọn nào sau đây thể hiện tốt nhất phát biểu trên?

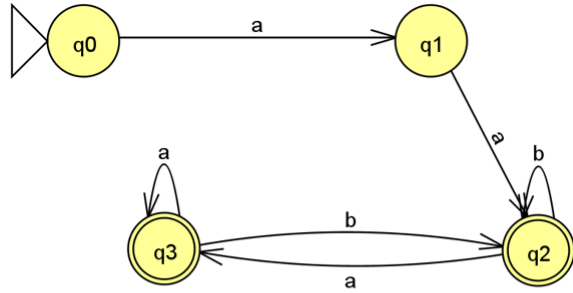
- (I) $\forall x [SportPrize(x) \longrightarrow \exists y (Girl(y) \wedge WinSport(y, x))]$
- (II) $[(\exists f, Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge [(\exists b, Sibling(f, b) \wedge Boy(b) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(b, y)]$
- (III) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$
- (IV) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge Boy(m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$

- A. (IV) B. (I) C. (III) D. (II)

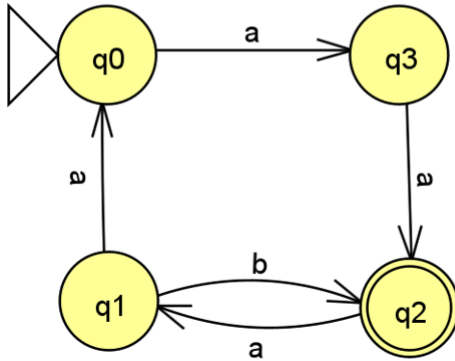
2. (L.O.2.3) Cho 4 automata sau trên $\Sigma = \{a, b\}$ với λ là chuỗi trống.



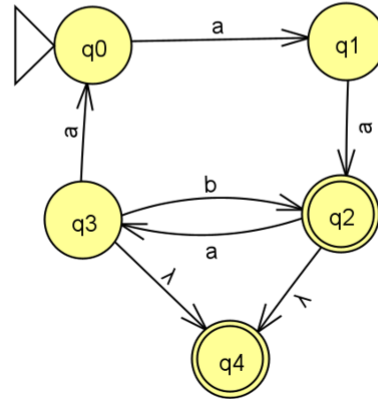
1



2



3



4

Cặp automata nào dưới đây là tương đương nhau?

- A. 1,2 B. Các lựa chọn đều sai.
C. 1,3 D. 3,4

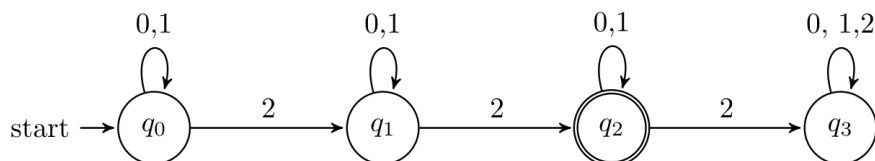
3. (L.O.1.3)

Cho chương trình sau với $\%$ là phép tính chia lấy dư và hàm $\text{abs}()$ trả về giá trị tuyệt đối của số nguyên truyền vào. Xét tiền điều kiện $x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge (x_0 \neq 0 \vee y_0 \neq 0)$, hãy xác định bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn bán phần của chương trình. [Trong các lựa chọn, ta ký hiệu $\text{GCD}(a, b)$ là ước chung lớn nhất của hai số nguyên a và b không đồng thời bằng 0, $a \bmod b$ là phép tính chia lấy dư với b dương và $|a|$ là giá trị tuyệt đối của a .]

```
while (x != 0) {
    z = x;
    x = y % x;
    y = z;
}
y = abs(y);
```

- A. $\text{GCD}(x, y) = \text{GCD}(x_0, y_0)$ B. Các lựa chọn kia đều đúng.
C. $y \neq 0 \rightarrow \text{GCD}(x, x \bmod |y|) = \text{GCD}(x_0, y_0)$ D. $x \neq 0 \rightarrow \text{GCD}(y, y \bmod |x|) = \text{GCD}(x_0, y_0)$

4. (L.O.2.3) DFA trên $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ như hình bên dưới



chấp nhận ngôn ngữ nào sau đây

- A. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa đúng hai kí tự } 2\}$. B. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai kí tự } 2 \text{ liên tiếp}\}$.
C. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai kí tự } 2\}$. D. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa nhiều nhất hai kí tự } 2\}$.

5. (L.O.1.3)

Cho chương trình bên, với \top là tiên điều kiện, hãy tự xác định hậu điều kiện. Để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của bộ ba Hoare thì bất biến (invariant) là?

```
i=0;
s=0;
while (i<=n) {
    if (i%2==0)
        s+=i;
    i+=1;
}
```

A. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k \wedge (i \leq n+1).$

B. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n+1).$

C. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n).$

D. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k.$

6. (L.O.2.3) Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , nếu $L_1 \cup L_2$ chính quy thì cả hai L_1, L_2 cũng đều chính quy.
- B. Nếu L_1 là ngôn ngữ chính quy còn L_2 là ngôn ngữ không chính quy thì $L_1^o L_2$ cũng là ngôn ngữ không chính quy.
- C. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , ta có $L_1^* \circ L_2^* \subseteq (L_1 \cup L_2)^*$.
- D. Nếu L_1, L_2 , là hai ngôn ngữ hữu hạn thì $|L_1 \circ L_2| = |L_1| \cdot |L_2|$.

7. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0, 1\}^+$ sao cho w có giá trị trong hệ thập phân chia hết cho 3. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

- A. Các lựa chọn khác đều sai.
- B. Tổng số bit 1 của một chuỗi bất kỳ trong L phải chia hết cho 3.
- C. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.
- D. Số trạng thái của một ô-tô-mát tất định nào chỉ nhận diện L đều phải chia hết cho 3.

8. (L.O.2.3) Cho L là ngôn ngữ gồm các từ đối xứng tạo ra bởi $\Sigma = \{a, b\}$, ngôn ngữ thể hiện bởi biểu thức nào dưới đây chứa các từ trong ngôn ngữ L ?

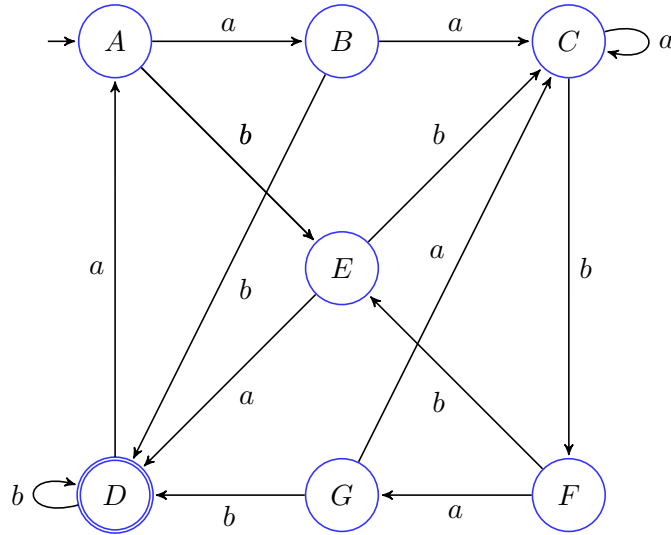
- A. $(a+b)^*(b+a)^*$
- B. Các lựa chọn đều sai.
- C. $a^*b^*b^*a^*$
- D. $(abba)^*$

9. (L.O.1.1) Gọi P và Q là hai vị từ có số đối số là một và S là vị từ có số đối số là không. Các công thức nào dưới đây là hằng đúng?

- (I) $\forall x \forall y (P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(y) \rightarrow P(x))$
- (II) $\exists y ((\forall x P(x)) \rightarrow P(y))$
- (III) $(\forall x P(x) \rightarrow S) \rightarrow \exists x (P(x) \rightarrow S)$
- (IV) $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x)) \vee (\exists x Q(x))$

- A. Chỉ (II), (III) và (IV)
- B. Chỉ (III) và (IV)
- C. Chỉ (II) và (III)
- D. Chỉ (I), (II) và (IV)

10. (L.O.3.2) Xét automat hữu hạn sau:



Số trạng thái của DFA tối thiểu tương đương với automat trên là?

- A. 4. B. 7. C. 5. D. 6.

11. (L.O.1.3) Cho chương trình tìm max của 3 số a,b,c như sau:

max=0;

if(max<a) max=a;

if(max<b) max=b;

if(max<c) max=c;

Đâu là cặp tiền điều kiện yếu nhất ϕ và hậu điều kiện ψ để chương trình sau đúng

- A. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a < b < c < max$ B. $\phi : T, \psi : a, b, c \leq max$
 C. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a, b, c \leq max$ D. $\phi : a, b, c > 0, \psi : a, b, c \leq max$

Câu 12– Câu 13 sử dụng chung mô tả sau: Cho bảng chữ cái $\Sigma = \{b, c\}$, và đặt $u = bc$, $v = cb$ là chuỗi có độ dài là 2 thuộc Σ^* . Ngôn ngữ $L(r)$ và $L(s)$ lần lượt được xác định bởi các biểu thức chính quy $r = u^* = (bc)^*$ và $s = v^* = (cb)^*$.

12. Ngôn ngữ L_{bc} với tất cả chuỗi có b và c xen kẽ nhau, hơn nữa bắt đầu bằng b và kết thúc bằng c là?

- (I) $L(s)$; (II) $L(r) + L(s)$; (III) $L(r)$; (IV) $L(r) \cdot L(s)$.

- A. (III) B. (I) C. (IV) D. (II)

13. Ngôn ngữ L với tất cả chuỗi b và c xen kẽ nhau được xác định bởi biểu thức chính quy nào sau đây?

- (I) $r + s$; (II) $r + s + c r + b s$; (III) $r + s + b r + c s$; (IV) $s + r$.

- A. IV B. I C. III D. II

14. (L.O.1.2) Cho công thức logic $\phi : \forall x \exists y \exists z (P(x, y) \wedge P(z, y) \wedge (P(x, z) \rightarrow P(z, x)))$ và mô hình $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ và \mathcal{M}_3 trên tập vũ trụ là tập hợp số tự nhiên \mathbb{N} , $P^{\mathcal{M}_1} = \{(m, n) | n < m\}$, $P^{\mathcal{M}_2} = \{(m, 2m) | m \in \mathbb{N}\}$ và $P^{\mathcal{M}_3} = \{(m, n) | m < n + 1\}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \not\models \phi, \mathcal{M}_3 \not\models \phi$. B. $\mathcal{M}_1 \not\models \phi, \mathcal{M}_2 \not\models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$.
 C. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$. D. $\mathcal{M}_1 \not\models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$.

15. (L.O.1.3) Cho một post-condition như sau cho một chương trình đúng:

$[\forall q (i < q \leq n \implies a[i] \leq a[q]) \wedge a[i] \leq a[i-1]]$

Chọn câu trả lời đúng cho post-condition nào dưới đây để chương trình vẫn đúng:

- A. $[\forall q (i-1 < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]$ B. Các lựa chọn còn lại đều đúng.
 C. $[\forall q (i \leq q \leq n \implies a[i] \leq a[q])]$ D. $[\forall q (i < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]$

16. (L.O.1.3)

Xét chương trình P sau đây. Tiền điều kiện (yếu nhất) ϕ và hậu điều kiện ψ của P có thể là

```
x := a;  y := 1;  z := b;
while true do
  if z = 0 then
    return y
  end if
  r := remainder(z, 2);  z := quotient(z, 2);
  if r = 1 then
    y := x * y;
  end if
  x := x * x;
end while
```

- A. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = a^b\}.$ B. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}\}, \psi = \{y = a^b\}.$
 C. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = x^z\}.$ D. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}^+\}, \psi = \{y = a^b\}.$

17. (L.O.1.3)

Xét chương trình P và tiền điều kiện, hậu điều kiện như trong Câu 19. Dạng bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của P là

- A. $z \in \mathbb{Z} \wedge yx^z = a^b.$ B. $z \in \mathbb{Z} \wedge y = x^z.$ C. $z \in \mathbb{N} \wedge yx^z = a^b.$ D. $z \in \mathbb{N} \wedge y = x^z.$

18. Cho chương trình $\text{Prod} = \text{Product}(a, b)$ tính tích $a \cdot (b - 1)$ của hai số tự nhiên a, b với $b \geq 2$. Với P là chương trình lõi (core program) của Prod , xét bộ ba Hoare sau:

$$\{\phi\} P \{\psi\}$$

trong đó tiền điều kiện $\phi := (a \geq 1) \wedge (b \geq 2)$ và hậu điều kiện ψ . Dạng biến thiên/bộ đếm giảm (variant) K là một biểu thức có giá trị giảm hoặc giảm ngặt khi chương trình thực thi, và dạng bất biến (invariant form) E **không** thay đổi chân trị trong vòng lặp. Hai biểu thức K và E phụ thuộc vào a, b và cả những biến mới được khai báo trong chương trình. Các điều kiện và các biến thể được đặt trong dấu ngoặc $\{\dots\}$.

Giả sử $E = \{u = (b - v) \cdot a\}$ là một bất biến “phù hợp” của chương trình Prod với dạng đầy đủ như sau:

```
{(a ≥ 1) ∧ (b ≥ 2)}
u = 0;
v = b;
{u = 0 ∧ v = b}
E
while ( v != Lb )
{
    : P
}
{u = a · (b - v)}
```

Trong các phương án sau về chương trình lõi P và cận dưới Lb :

- (I) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 0$
 (II) $P := [u = u + a; v = v - 2;]$ và $Lb := 1$
 (III) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 1$
 (IV) $P := [u = u + a; v = v + 1;]$ và $Lb := 1$.

Phương án nào là đúng để có tính dẫn toàn phần

$$\vdash_{\text{tot}} \{\phi\} \text{Prod} \{u = a \cdot (b - 1)\}?$$

- A. (IV) B. (I) C. (III) D. (II)

19. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0,1\}^*$ sao cho số lần xuất hiện của chuỗi con 01 và chuỗi con 10 trong w là bằng nhau. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

- A. Một ô-tô-mát tất định chỉ nhận diện L phải có ít nhất năm trạng thái. B. Các lựa chọn khác đều sai.
C. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.
D. Tổng số bit 1 và tổng số bit 0 của một chuỗi bất kỳ trong L phải bằng nhau.

20. (L.O.1.2)

Phát biểu nào sau đây đúng?

- (I) Tất cả ngôn ngữ hữu hạn đều chính quy (regular).
(II) Nếu L là ngôn ngữ chính quy thì ngôn ngữ đảo $L^R = \{w^R | w \in L\}$ của nó cũng chính quy .
(III) $L = \{ww | w \in \{a,b\}^*\}$ chính quy.
(IV) Nếu $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ là một DFA tối thiểu cho một ngôn ngữ chính quy L thì $\widehat{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$ là một DFA tối thiểu cho ngôn ngữ bù \bar{L} .


- A. I, II, III. B. II, III, IV. C. I, II, IV. D. Only I.

..... HẾT BÀI THI

Solution 1823

- | | | | |
|-------|--------|--------|--------|
| 1. A. | 7. A. | 12. A. | 17. C. |
| 2. A. | 8. A. | 13. D. | 18. C. |
| 3. A. | 9. A. | 14. D. | 19. A. |
| 4. A. | 10. C. | 15. C. | 20. C. |
| 5. C. | 11. B. | 16. A. | |
| 6. C. | | | |

Lecturer: (Signature and Fullname)	October 2nd, 2023	Approved by: (Signature and Fullname)	October 2nd, 2023
--	-------------------	---	-------------------

<div></div> <div>TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM</div> <div>KHOA KH&KT MÁY TÍNH</div>	THI GIỮA KỲ		HK/NH	1	2023-2024
			Ngày thi		18/10/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học			
	Course ID	CO2011			
	Thời lượng	60 phút	Mã đề	1824	
Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết. - SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm. - Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.					

- (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0, 1\}^+$ sao cho w có giá trị trong hệ thập phân chia hết cho 3. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

A. Các lựa chọn khác đều sai.

B. Số trạng thái của một ô-tô-mát tất định nào chỉ nhận diện L đều phải chia hết cho 3.

C. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.

D. Tổng số bit 1 của một chuỗi bất kỳ trong L phải chia hết cho 3.
- (L.O.1.3) Xét chương trình P và tiền điều kiện, hậu điều kiện như trong Câu 19. Dạng bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của P là

A. $z \in \mathbb{Z} \wedge yx^z = a^b$. B. $z \in \mathbb{N} \wedge y = x^z$. C. $z \in \mathbb{N} \wedge yx^z = a^b$. D. $z \in \mathbb{Z} \wedge y = x^z$.
- (L.O.1.1) Gọi P và Q là hai vị từ có số đối số là một và S là vị từ có số đối số là không. Các công thức nào dưới đây là hằng đúng?

(I) $\forall x \forall y (P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(y) \rightarrow P(x))$ (II) $\exists y ((\forall x P(x)) \rightarrow P(y))$
 (III) $(\forall x P(x) \rightarrow S) \rightarrow \exists x (P(x) \rightarrow S)$ (IV) $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x)) \vee (\exists x Q(x))$

A. Chỉ (II), (III) và (IV) B. Chỉ (I), (II) và (IV)

C. Chỉ (II) và (III) D. Chỉ (III) và (IV)
- (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0, 1\}^*$ sao cho số lần xuất hiện của chuỗi con 01 và chuỗi con 10 trong w là bằng nhau. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

A. Một ô-tô-mát tất định chỉ nhận diện L phải có ít nhất năm trạng thái.

B. Tổng số bit 1 và tổng số bit 0 của một chuỗi bất kỳ trong L phải bằng nhau.

C. L không phải là một ngôn ngữ chính quy. D. Các lựa chọn khác đều sai.
- (L.O.1.2) Phát biểu nào sau đây đúng?

(I) Tất cả ngôn ngữ hữu hạn đều chính quy (regular).

(II) Nếu L là ngôn ngữ chính quy thì ngôn ngữ đảo $L^R = \{w^R | w \in L\}$ của nó cũng chính quy .

(III) $L = \{ww | w \in \{a, b\}^*\}$ chính quy.

(IV) Nếu $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ là một DFA tối thiểu cho một ngôn ngữ chính quy L thì $\widehat{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$ là một DFA tối thiểu cho ngôn ngữ bù \overline{L} .

A. I, II, III. B. Only I. C. I, II, IV. D. II, III, IV.

6. Xét phát biểu sau: “Một nữ vận động viên đã giành được mọi giải thưởng về thể thao và anh trai cô cũng giành được một số giải thưởng về toán học.” Với phát biểu trên ta định nghĩa các vị từ:

- $Girl(a) = “a \text{ là nữ}”, \quad Boy(b) = “b \text{ là nam}”,$
- $SportPrize(x) = “x \text{ là một giải thưởng trong giải đấu thể thao}”,$
- $MathPrize(y) = “y \text{ là một giải thưởng trong cuộc thi toán}”,$
- $Sibling(a, b) = “a \text{ và } b \text{ là anh/chị em trong một gia đình}”,$
- $WinSport(w, s) = “w \text{ thắng giải thưởng thể thao } s”,$
- $WinMath(u, m) = “u \text{ thắng giải thưởng toán học } m”.$

Lựa chọn nào sau đây thể hiện tốt nhất phát biểu trên?

- (I) $\forall x [SportPrize(x) \longrightarrow \exists y (Girl(y) \wedge WinSport(y, x))]$
- (II) $[(\exists f, Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge [(\exists b, Sibling(f, b) \wedge Boy(b) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(b, y)]$
- (III) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$
- (IV) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge Boy(m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$

- A. (IV) B. (II) C. (III) D. (I)

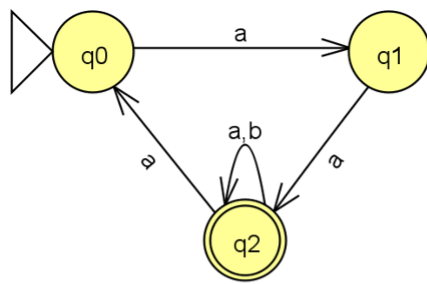
7. (L.O.1.3) Cho một post-condition như sau cho một chương trình đúng:

$$[\forall q(i < q \leq n \implies a[i] \leq a[q]) \wedge a[i] \leq a[i-1]]$$

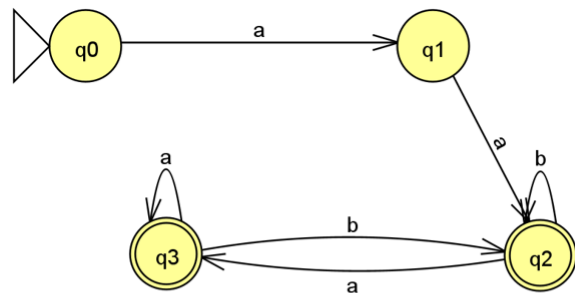
Chọn câu trả lời đúng cho post-condition nào dưới đây để chương trình vẫn đúng:

- A. $[\forall q(i-1 < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]$ B. $[\forall q(i < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]$
- C. $[\forall q(i \leq q \leq n \implies a[i] \leq a[q])]$ D. Các lựa chọn còn lại đều đúng.

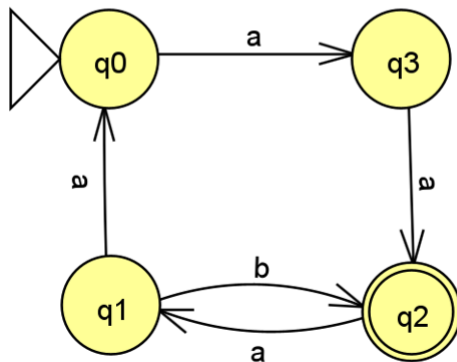
8. (L.O.2.3) Cho 4 automata sau trên $\Sigma = \{a, b\}$ với λ là chuỗi trống.



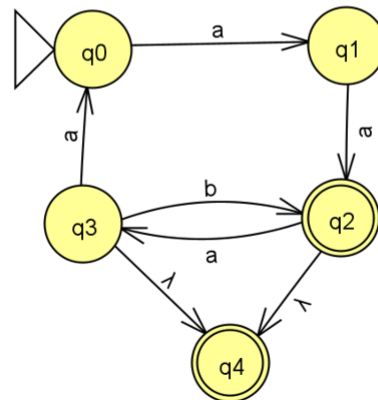
1



2



3



4

Cặp automata nào dưới đây là tương đương nhau?

- A. 1,2
B. 3,4
C. 1,3
D. Các lựa chọn đều sai.

9. (L.O.2.3) Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , nếu $L_1 \cup L_2$ chính quy thì cả hai L_1, L_2 cũng đều chính quy.
 B. Nếu L_1, L_2 , là hai ngôn ngữ hữu hạn thì $|L_1 \circ L_2| = |L_1| \cdot |L_2|$.
 C. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , ta có $L_1^* \circ L_2^* \subseteq (L_1 \cup L_2)^*$.
 D. Nếu L_1 là ngôn ngữ chính quy còn L_2 là ngôn ngữ không chính quy thì $L_1^o L_2$ cũng là ngôn ngữ không chính quy.

10. (L.O.1.3) Cho chương trình tìm max của 3 số a,b,c như sau:

```
max=0;
if(max<a) max=a;
if(max<b) max=b;
if(max<c) max=c;
```

Đâu là cặp tiền điều kiện yếu nhất ϕ và hậu điều kiện ψ để chương trình sau đúng

- A. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a < b < c < \max$ B. $\phi : a, b, c > 0, \psi : a, b, c \leq \max$
 C. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a, b, c \leq \max$ D. $\phi : T, \psi : a, b, c \leq \max$

Câu 11– Câu 12 sử dụng chung mô tả sau: Cho bảng chữ cái $\Sigma = \{b, c\}$, và đặt $u = bc$, $v = cb$ là chuỗi có độ dài là 2 thuộc Σ^* . Ngôn ngữ $L(r)$ và $L(s)$ lần lượt được xác định bởi các biểu thức chính quy $r = u^* = (bc)^*$ và $s = v^* = (cb)^*$.

11. Ngôn ngữ L_{bc} với tất cả chuỗi có b và c xen kẽ nhau, hơn nữa bắt đầu bằng b và kết thúc bằng c là?

- $$(I) \ L(s); \quad (II) \ L(r) + L(s); \quad (III) \ L(r); \quad (IV) \ L(r) \cdot L(s).$$

- A. (III)
B. (II)
C. (IV)
D. (I)

12. Ngôn ngữ L với tất cả chuỗi b và c xen kẽ nhau được xác định bởi biểu thức chính quy nào sau đây?

- (I) $r + s$; (II) $r + s + c r + b s$; (III) $r + s + b r + c s$; (IV) $s + r$.

- A. IV B. II C. III D. I

13. (L.O.1.3)

Cho chương trình bên, với \top là tiên điều kiện, hãy tự xác định hậu điều kiện. Để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của bộ ba Hoare thì bất biến (invariant) là?

```
i=0;
s=0;
while (i<=n) {
    if (i%2==0)
        s+=i;
    i+=1;
}
```

A. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k \wedge (i \leq n+1)$.

B. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k$.

C. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n)$.

D. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n+1)$.

14. (L.O.1.3)

Cho chương trình sau với $\%$ là phép tính chia lấy dư và hàm $\text{abs}()$ trả về giá trị tuyệt đối của số nguyên truyền vào. Xét tiên điều kiện $x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge (x_0 \neq 0 \vee y_0 \neq 0)$, hãy xác định bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn bán phần của chương trình. [Trong các lựa chọn, ta ký hiệu $\text{GCD}(a, b)$ là ước chung lớn nhất của hai số nguyên a và b không đồng thời bằng 0, $a \bmod b$ là phép tính chia lấy dư với b dương và $|a|$ là giá trị tuyệt đối của a .]

```
while (x != 0) {
    z = x;
    x = y % x;
    y = z;
}
y = abs(y);
```

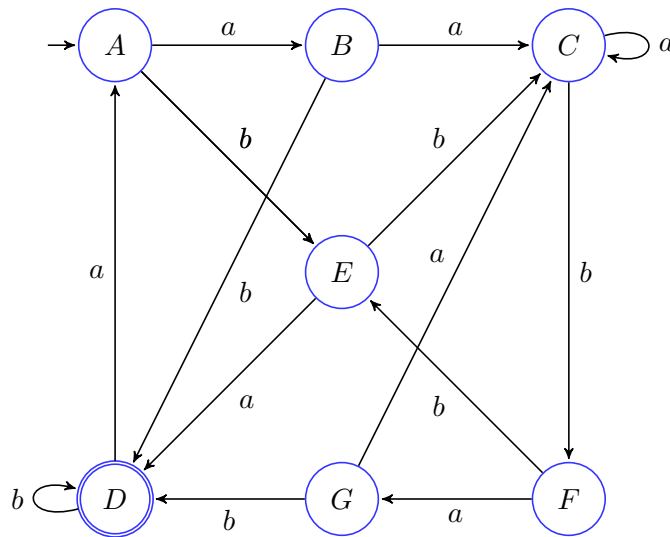
A. $\text{GCD}(x, y) = \text{GCD}(x_0, y_0)$

B. $x \neq 0 \rightarrow \text{GCD}(y, y \bmod |x|) = \text{GCD}(x_0, y_0)$

C. $y \neq 0 \rightarrow \text{GCD}(x, x \bmod |y|) = \text{GCD}(x_0, y_0)$

D. Các lựa chọn kia đều đúng.

15. (L.O.3.2) Xét automata hữu hạn sau:



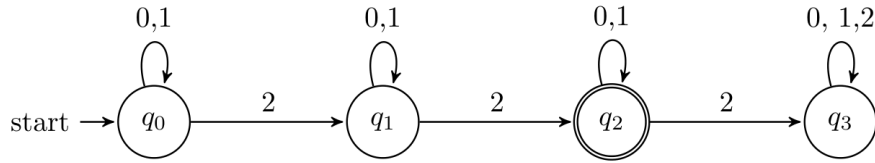
Số trạng thái của DFA tối thiểu tương đương với automata trên là?

- A. 4. B. 6. C. 5. D. 7.

16. (L.O.2.3) Cho L là ngôn ngữ gồm các từ đối xứng tạo ra bởi $\Sigma = \{a, b\}$, ngôn ngữ thể hiện bởi biểu thức nào dưới đây chứa các từ trong ngôn ngữ L ?

- A. $(a+b)^*(b+a)^*$ B. $(abba)^*$
C. $a^*b^*b^*a^*$ D. Các lựa chọn đều sai.

17. (L.O.2.3) DFA trên $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ như hình bên dưới



chấp nhận ngôn ngữ nào sau đây

- A. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa đúng hai kí tự } 2\}$. B. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa nhiều nhất hai kí tự } 2\}$.
C. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai kí tự } 2\}$. D. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai kí tự } 2 \text{ liên tiếp}\}$.

18. (L.O.1.2) Cho công thức logic $\phi : \forall x \exists y \exists z (P(x, y) \wedge P(z, y) \wedge (P(x, z) \rightarrow P(z, x)))$ và mô hình $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ và \mathcal{M}_3 trên tập vũ trụ là tập hợp số tự nhiên \mathbb{N} , $P^{\mathcal{M}_1} = \{(m, n) \mid n < m\}$, $P^{\mathcal{M}_2} = \{(m, 2m) \mid m \in \mathbb{N}\}$ và $P^{\mathcal{M}_3} = \{(m, n) \mid m < n + 1\}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \not\models \phi, \mathcal{M}_3 \not\models \phi$. B. $\mathcal{M}_1 \not\models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$.
C. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$. D. $\mathcal{M}_1 \not\models \phi, \mathcal{M}_2 \not\models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$.

19. Cho chương trình $\text{Prod} = \text{Product}(a, b)$ tính tích $a \cdot (b - 1)$ của hai số tự nhiên a, b với $b \geq 2$. Với P là chương trình lõi (core program) của Prod , xét bộ ba Hoare sau:

$$\{\phi\} P \{\psi\}$$

trong đó tiền điều kiện $\phi := (a \geq 1) \wedge (b \geq 2)$ và hậu điều kiện ψ . Dạng biến thiên/bộ đếm giảm (variant) K là một biểu thức có giá trị giảm hoặc giảm ngặt khi chương trình thực thi, và dạng bất biến (invariant form) E **không** thay đổi chân trị trong vòng lặp. Hai biểu thức K và E phụ thuộc vào a, b và cả những biến mới được khai báo trong chương trình. Các điều kiện và các biến thể được đặt trong dấu ngoặc $\{.. \}$.

Giả sử $E = \{u = (b - v) \cdot a\}$ là một bất biến “phù hợp” của chương trình Prod với dạng đầy đủ như sau:

```

{ (a ≥ 1) ∧ (b ≥ 2) }
u = 0;
v = b;
{ u = 0 ∧ v = b }
E
while ( v != Lb )
{
    ⋮ P
}
{ u = a · (b - v) }
  
```

Trong các phương án sau về chương trình lõi P và cận dưới Lb :

- (I) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 0$
(II) $P := [u = u + a; v = v - 2;]$ và $Lb := 1$
(III) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 1$
(IV) $P := [u = u + a; v = v + 1;]$ và $Lb := 1$.

Phương án nào là đúng để có tính dẫn toàn phần

$$\vdash_{\text{tot}} \{\phi\} \text{Prod} \{u = a \cdot (b - 1)\}?$$

- A. (IV) B. (II) C. (III) D. (I)

20. (L.O.1.3)

Xét chương trình P sau đây. Tiền điều kiện (yếu nhất) ϕ và hậu điều kiện ψ của P có thể là

```
x := a;  y := 1;  z := b;
while true do
  if z = 0 then
    return y
  end if
  r := remainder(z, 2);  z := quotient(z, 2);
  if r = 1 then
    y := x * y;
  end if
  x := x * x;
end while
```

- A. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = a^b\}.$
 C. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = x^z\}.$


- B. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}^+\}, \psi = \{y = a^b\}.$
 D. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}\}, \psi = \{y = a^b\}.$

HẾT BÀI THI

Solution 1824

- | | | | |
|-------|--------|--------|--------|
| 1. A. | 6. A. | 11. A. | 16. A. |
| 2. C. | 7. C. | 12. B. | 17. A. |
| 3. A. | 8. A. | 13. C. | 18. B. |
| 4. A. | 9. C. | 14. A. | 19. C. |
| 5. C. | 10. D. | 15. C. | 20. A. |

Lecturer: (Signature and Fullname)	October 2nd, 2023	Approved by: (Signature and Fullname)	October 2nd, 2023
--	-------------------	---	-------------------

<div></div> <div>TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM</div> <div>KHOA KH&KT MÁY TÍNH</div>	THI GIỮA KỲ		HK/NH	1	2023-2024
			Ngày thi		18/10/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học			
	Course ID	CO2011			
	Thời lượng	60 phút	Mã đề	1825	
Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết. - SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm. - Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.					

1. (L.O.1.3)

Xét chương trình P sau đây. Tiền điều kiện (yếu nhất) ϕ và hậu điều kiện ψ của P có thể là

```

x := a;   y := 1;   z := b;
while true do
  if z = 0 then
    return y
  end if
  r := remainder(z, 2);   z := quotient(z, 2);
  if r = 1 then
    y := x * y;
  end if
  x := x * x;
end while

```

- A. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}\}, \psi = \{y = a^b\}.$ B. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = a^b\}.$
 C. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}^+\}, \psi = \{y = a^b\}.$ D. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = x^z\}.$

2. Xét phát biểu sau: “Một nữ vận động viên đã giành được mọi giải thưởng về thể thao và anh trai cô cũng giành được một số giải thưởng về toán học.” Với phát biểu trên ta định nghĩa các vị từ:

- $Girl(a) = “a \text{ là nữ}”, \quad Boy(b) = “b \text{ là nam}”,$
- $SportPrize(x) = “x \text{ là một giải thưởng trong giải đấu thể thao}”,$
- $MathPrize(y) = “y \text{ là một giải thưởng trong cuộc thi toán}”,$
- $Sibling(a, b) = “a \text{ và } b \text{ là anh/chị em trong một gia đình}”,$
- $WinSport(w, s) = “w \text{ thắng giải thưởng thể thao } s”,$
- $WinMath(u, m) = “u \text{ thắng giải thưởng toán học } m”.$

Lựa chọn nào sau đây thể hiện tốt nhất phát biểu trên?

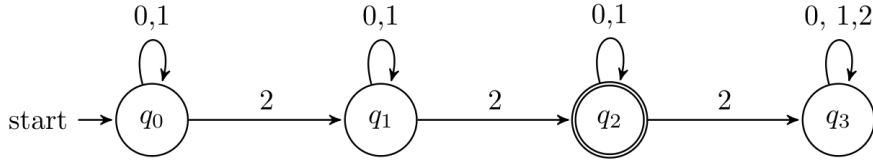
- (I) $\forall x [SportPrize(x) \longrightarrow \exists y (Girl(y) \wedge WinSport(y, x))]$
- (II) $[(\exists f, Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge [(\exists b, Sibling(f, b) \wedge Boy(b) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(b, y)]$
- (III) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$
- (IV) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge Boy(m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$

- A. (I) B. (IV) C. (II) D. (III)

3. (L.O.2.3) Cho L là ngôn ngữ gồm các từ đối xứng tạo ra bởi $\Sigma = \{a, b\}$, ngôn ngữ thể hiện bởi biểu thức nào dưới đây chứa các từ trong ngôn ngữ L ?

- A. Các lựa chọn đều sai. B. $(a+b)^*(b+a)^*$
C. $(abba)^*$ D. $a^*b^*b^*a^*$

4. (L.O.2.3) DFA trên $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ như hình bên dưới



chấp nhận ngôn ngữ nào sau đây

- A. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai kí tự 2 liên tiếp}\}$.
B. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa đúng hai kí tự 2}\}$. C. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa nhiều nhất hai kí tự 2}\}$.
D. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai kí tự 2}\}$.

5. (L.O.1.1) Gọi P và Q là hai vị từ có số đối số là một và S là vị từ có số đối số là không. Các công thức nào dưới đây là hằng đúng?

- (I) $\forall x \forall y (P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(y) \rightarrow P(x))$ (II) $\exists y ((\forall x P(x)) \rightarrow P(y))$
(III) $(\forall x P(x) \rightarrow S) \rightarrow \exists x (P(x) \rightarrow S)$ (IV) $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x)) \vee (\exists x Q(x))$

- A. Chỉ (III) và (IV) B. Chỉ (II), (III) và (IV)
C. Chỉ (I), (II) và (IV) D. Chỉ (II) và (III)

6. (L.O.1.3) Cho chương trình tìm max của 3 số a,b,c như sau:

```

max=0;
if(max<a) max=a;
if(max<b) max=b;
if(max<c) max=c;
  
```

Đâu là cặp tiền điều kiện yếu nhất ϕ và hậu điều kiện ψ để chương trình sau đúng

- A. $\phi : T, \psi : a, b, c \leq \max$ B. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a < b < c < \max$
C. $\phi : a, b, c > 0, \psi : a, b, c \leq \max$ D. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a, b, c \leq \max$

7. (L.O.1.3) Cho một post-condition như sau cho một chương trình đúng:

$[\forall q(i < q \leq n \implies a[i] \leq a[q]) \wedge a[i] \leq a[i-1]]$

Chọn câu trả lời đúng cho post-condition nào dưới đây để chương trình vẫn đúng:

- A. Các lựa chọn còn lại đều đúng. B. $[\forall q(i-1 < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]$
C. $[\forall q(i < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]$ D. $[\forall q(i \leq q \leq n \implies a[i] \leq a[q])]$

8. (L.O.1.2) Cho công thức logic $\phi : \forall x \exists y \exists z (P(x, y) \wedge P(z, y) \wedge (P(x, z) \rightarrow P(z, x)))$ và mô hình $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ và \mathcal{M}_3 trên tập vũ trụ là tập hợp số tự nhiên \mathbb{N} , $P^{\mathcal{M}_1} = \{(m, n) \mid n < m\}$, $P^{\mathcal{M}_2} = \{(m, 2m) \mid m \in \mathbb{N}\}$ và $P^{\mathcal{M}_3} = \{(m, n) \mid m < n + 1\}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$. B. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \not\models \phi$.
C. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$. D. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$.

9. (L.O.1.2)

Phát biểu nào sau đây đúng?

- (I) Tất cả ngôn ngữ hữu hạn đều chính quy (regular).
(II) Nếu L là ngôn ngữ chính quy thì ngôn ngữ đảo $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$ của nó cũng chính quy.
(III) $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$ chính quy.
(IV) Nếu $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ là một DFA tối thiểu cho một ngôn ngữ chính quy L thì $\widehat{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$ là một DFA tối thiểu cho ngôn ngữ bù \bar{L} .

- A. II, III, IV. B. I, II, III. C. Only I. D. I, II, IV.

10. (L.O.2.3) Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Nếu L_1 là ngôn ngữ chính quy còn L_2 là ngôn ngữ không chính quy thì $L_1^\circ L_2$ cũng là ngôn ngữ không chính quy.
- B. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , nếu $L_1 \cup L_2$ chính quy thì cả hai L_1, L_2 cũng đều chính quy.
- C. Nếu L_1, L_2 , là hai ngôn ngữ hữu hạn thì $|L_1 \circ L_2| = |L_1| \cdot |L_2|$.
- D. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , ta có $L_1^* \circ L_2^* \subseteq (L_1 \cup L_2)^*$.

11. (L.O.1.3)

Cho chương trình sau với % là phép tính chia lấy dư và hàm `abs()` trả về giá trị tuyệt đối của số nguyên truyền vào. Xét tiền điều kiện $x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge (x_0 \neq 0 \vee y_0 \neq 0)$, hãy xác định bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn bán phần của chương trình. [Trong các lựa chọn, ta ký hiệu $GCD(a, b)$ là ước chung lớn nhất của hai số nguyên a và b không đồng thời bằng 0, $a \bmod b$ là phép tính chia lấy dư với b dương và $|a|$ là giá trị tuyệt đối của a .]

```
while (x != 0) {
    z = x;
    x = y % x;
    y = z;
}
y = abs(y);
```

- A. Các lựa chọn kia đều đúng.
- B. $GCD(x, y) = GCD(x_0, y_0)$
- C. $x \neq 0 \rightarrow GCD(y, y \bmod |x|) = GCD(x_0, y_0)$
- D. $y \neq 0 \rightarrow GCD(x, x \bmod |y|) = GCD(x_0, y_0)$

12. Cho chương trình `Prod = Product(a, b)` tính tích $a \cdot (b - 1)$ của hai số tự nhiên a, b với $b \geq 2$. Với P là chương trình lõi (core program) của `Prod`, xét bộ ba Hoare sau:

$$\{\phi\} P \{\psi\}$$

trong đó tiền điều kiện $\phi := (a \geq 1) \wedge (b \geq 2)$ và hậu điều kiện ψ . Dạng biến thiên/bộ đếm giảm (variant) K là một biểu thức có giá trị giảm hoặc giảm ngặt khi chương trình thực thi, và dạng bất biến (invariant form) E **không** thay đổi chân trị trong vòng lặp. Hai biểu thức K và E phụ thuộc vào a, b và cả những biến mới được khai báo trong chương trình. Các điều kiện và các biến thể được đặt trong dấu ngoặc $\{.. \}$.

Giả sử $E = \{u = (b - v) \cdot a\}$ là một bất biến “phù hợp” của chương trình `Prod` với dạng đầy đủ như sau:

```
{(a ≥ 1) ∧ (b ≥ 2)}
u = 0;
v = b;
{u = 0 ∧ v = b}
E
while ( v != Lb )
{
    ⋮ P
}
{u = a · (b - v)}
```

Trong các phương án sau về chương trình lõi P và cận dưới Lb :

- (I) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 0$
- (II) $P := [u = u + a; v = v - 2;]$ và $Lb := 1$
- (III) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 1$
- (IV) $P := [u = u + a; v = v + 1;]$ và $Lb := 1$.

Phương án nào là đúng để có tính dẫn toàn phần

$$\vdash_{\text{tot}} \{\phi\} \text{Prod} \{u = a \cdot (b - 1)\}?$$

- A. (I)
- B. (IV)
- C. (II)
- D. (III)

13. (L.O.1.3)

Cho chương trình bên, với \top là tiên điều kiện, hãy tự xác định hậu điều kiện. Để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của bộ ba Hoare thì bất biến (invariant) là?

```
i=0;
s=0;
while (i<=n) {
    if (i%2==0)
        s+=i;
    i+=1;
}
```

A. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n+1).$

B. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k \wedge (i \leq n+1).$

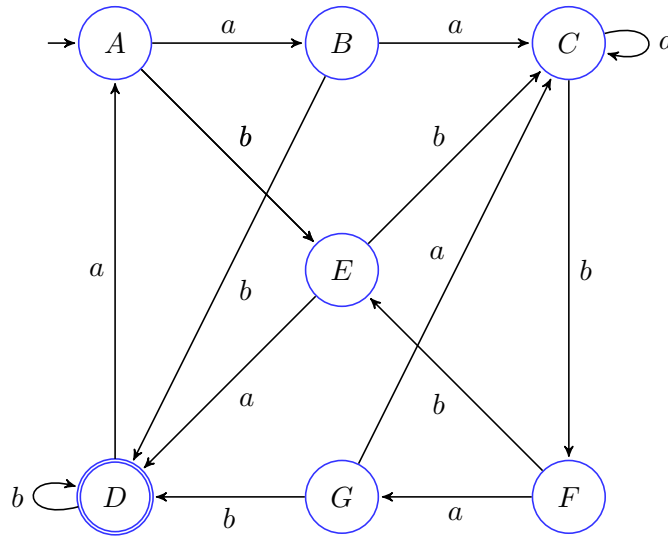
C. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k.$

D. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n).$

14. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0,1\}^*$ sao cho số lần xuất hiện của chuỗi con 01 và chuỗi con 10 trong w là bằng nhau. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

- A. Các lựa chọn khác đều sai.
 B. Một ô-tô-mát tất định chỉ nhận diện L phải có ít nhất năm trạng thái.
 C. Tổng số bit 1 và tổng số bit 0 của một chuỗi bất kỳ trong L phải bằng nhau.
 D. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.

15. (L.O.3.2) Xét automat hữu hạn sau:



Số trạng thái của DFA tối thiểu tương đương với automat trên là?

- A. 7. B. 4. C. 6. D. 5.

16. (L.O.1.3)

Xét chương trình P và tiên điều kiện, hậu điều kiện như trong Câu 19. Dạng bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của P là

- A. $z \in \mathbb{Z} \wedge y = x^z.$ B. $z \in \mathbb{Z} \wedge yx^z = a^b.$ C. $z \in \mathbb{N} \wedge y = x^z.$ D. $z \in \mathbb{N} \wedge yx^z = a^b.$

Câu 17– Câu 18 sử dụng chung mô tả sau: Cho bảng chữ cái $\Sigma = \{b, c\}$, và đặt $u = bc$, $v = cb$ là chuỗi có độ dài là 2 thuộc Σ^* . Ngôn ngữ $L(r)$ và $L(s)$ lần lượt được xác định bởi các biểu thức chính quy $r = u^* = (bc)^*$ và $s = v^* = (cb)^*$.

17. Ngôn ngữ L_{bc} với tất cả chuỗi có b và c xen kẽ nhau, hơn nữa bắt đầu bằng b và kết thúc bằng c là?

- (I) $L(s)$; (II) $L(r) + L(s)$; (III) $L(r)$; (IV) $L(r) \cdot L(s).$

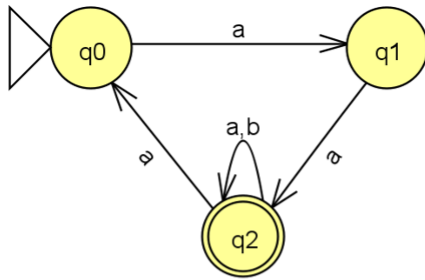
- A. (I) B. (III) C. (II) D. (IV)

18. Ngôn ngữ L với tất cả chuỗi b và c xen kẽ nhau được xác định bởi biểu thức chính quy nào sau đây?

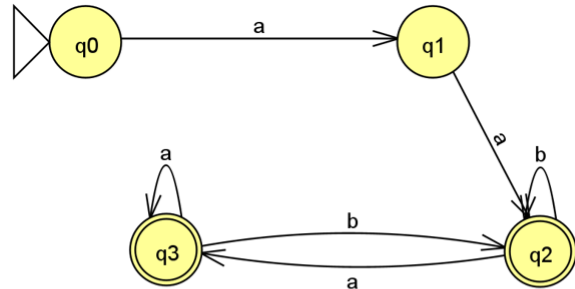
- (I) $r + s$; (II) $r + s + c r + b s$; (III) $r + s + b r + c s$; (IV) $s + r$.

- A. I B. IV C. II D. III

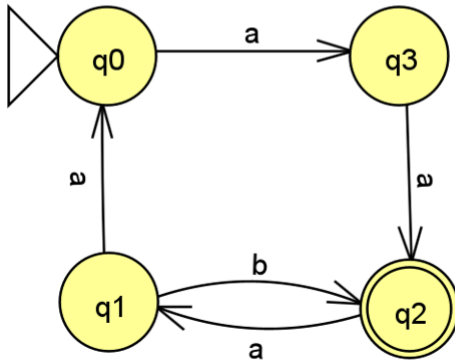
19. (L.O.2.3) Cho 4 automata sau trên $\Sigma = \{a, b\}$ với λ là chuỗi trống.



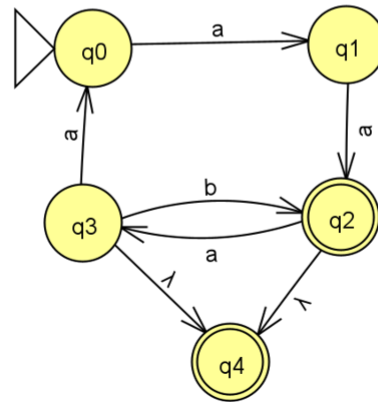
1



2



3



4

Cặp automata nào dưới đây là tương đương nhau?

- A. Các lựa chọn đều sai. B. 1,2
C. 3,4 D. 1,3

20. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0, 1\}^+$ sao cho w có giá trị trong hệ thập phân chia hết cho 3.

Điều nào dưới đây là ĐÚNG?


- A. Tổng số bit 1 của một chuỗi bất kỳ trong L phải chia hết cho 3.
B. Các lựa chọn khác đều sai.
C. Số trạng thái của một ô-tô-mát tất định nào chỉ nhận diện L đều phải chia hết cho 3.
D. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.

HẾT BÀI THI

Solution 1825

- | | | | |
|-------|--------|--------|--------|
| 1. B. | 7. D. | 13. D. | 18. C. |
| 2. B. | 8. C. | 14. B. | |
| 3. B. | 9. D. | 15. D. | 19. B. |
| 4. B. | 10. D. | 16. D. | 20. B. |
| 5. B. | 11. B. | | |
| 6. A. | 12. D. | 17. B. | |

Lecturer: (Signature and Fullname)	October 2nd, 2023	Approved by: (Signature and Fullname)	October 2nd, 2023
--	-------------------	---	-------------------

<div></div> <div>TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM</div> <div>KHOA KH&KT MÁY TÍNH</div>	THI GIỮA KỲ		HK/NH	1	2023-2024
			Ngày thi		18/10/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học			
	Course ID	CO2011			
	Thời lượng	60 phút	Mã đề	1826	
Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết. - SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm. - Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.					

- (L.O.2.3)** Phát biểu nào sau đây đúng?
 A. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , nếu $L_1 \cup L_2$ chính quy thì cả hai L_1, L_2 cũng đều chính quy.
 B. Nếu L_1 là ngôn ngữ chính quy còn L_2 là ngôn ngữ không chính quy thì $L_1^o L_2$ cũng là ngôn ngữ không chính quy.
 C. Nếu L_1, L_2 , là hai ngôn ngữ hữu hạn thì $|L_1 \circ L_2| = |L_1| \cdot |L_2|$.
 D. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , ta có $L_1^* \circ L_2^* \subseteq (L_1 \cup L_2)^*$.
- (L.O.1.2)**
 Phát biểu nào sau đây đúng?
 (I) Tất cả ngôn ngữ hữu hạn đều chính quy (regular).
 (II) Nếu L là ngôn ngữ chính quy thì ngôn ngữ đảo $L^R = \{w^R | w \in L\}$ của nó cũng chính quy .
 (III) $L = \{ww | w \in \{a, b\}^*\}$ chính quy.
 (IV) Nếu $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ là một DFA tối thiểu cho một ngôn ngữ chính quy L thì $\widehat{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$ là một DFA tối thiểu cho ngôn ngữ bù \bar{L} .
 A. I, II, III. B. II, III, IV. C. Only I. D. I, II, IV.
- Xét phát biểu sau: “Một nữ vận động viên đã giành được mọi giải thưởng về thể thao và anh trai cô cũng giành được một số giải thưởng về toán học.” Với phát biểu trên ta định nghĩa các vị từ:
 - $Girl(a) = “a \text{ là nữ}”$, $Boy(b) = “b \text{ là nam}”$,
 - $SportPrize(x) = “x \text{ là một giải thưởng trong giải đấu thể thao}”$,
 - $MathPrize(y) = “y \text{ là một giải thưởng trong cuộc thi toán}”$,
 - $Sibling(a, b) = “a \text{ và } b \text{ là anh/chị em trong một gia đình}”$,
 - $WinSport(w, s) = “w \text{ thắng giải thưởng thể thao } s”$,
 - $WinMath(u, m) = “u \text{ thắng giải thưởng toán học } m”$.
 Lựa chọn nào sau đây thể hiện tốt nhất phát biểu trên?
 (I) $\forall x [SportPrize(x) \longrightarrow \exists y (Girl(y) \wedge WinSport(y, x))]$
 (II) $[(\exists f, Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge [(\exists b, Sibling(f, b) \wedge Boy(b) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(b, y)]$
 (III) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$
 (IV) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge Boy(m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$
 A. (IV) B. (I) C. (II) D. (III)

4. (L.O.1.3)

Xét chương trình P sau đây. Tiền điều kiện (yếu nhất) ϕ và hậu điều kiện ψ của P có thể là

```
x := a;  y := 1;  z := b;
while true do
  if z = 0 then
    return y
  end if
  r := remainder(z, 2);  z := quotient(z, 2);
  if r = 1 then
    y := x * y;
  end if
  x := x * x;
end while
```

- A. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = a^b\}.$ B. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}\}, \psi = \{y = a^b\}.$
 C. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}^+\}, \psi = \{y = a^b\}.$ D. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = x^z\}.$

5. (L.O.1.3) Cho một post-condition như sau cho một chương trình đúng:

$[\forall q(i < q \leq n \implies a[i] \leq a[q]) \wedge a[i] \leq a[i-1]]$

Chọn câu trả lời đúng cho post-condition nào dưới đây để chương trình vẫn đúng:

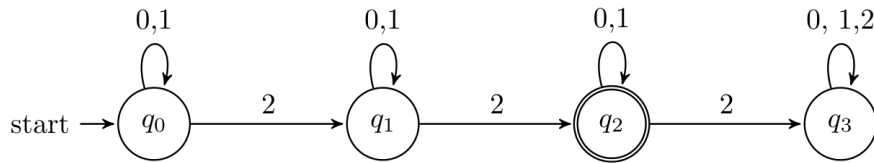
- A. $[\forall q(i-1 < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]$ B. Các lựa chọn còn lại đều đúng.
 C. $[\forall q(i < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]$ D. $[\forall q(i \leq q \leq n \implies a[i] \leq a[q])]$

6. (L.O.1.3)

Xét chương trình P và tiền điều kiện, hậu điều kiện như trong Câu 19. Dạng bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của P là

- A. $z \in \mathbb{Z} \wedge yx^z = a^b.$ B. $z \in \mathbb{Z} \wedge y = x^z.$ C. $z \in \mathbb{N} \wedge y = x^z.$ D. $z \in \mathbb{N} \wedge yx^z = a^b.$

7. (L.O.2.3) DFA trên $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ như hình bên dưới



chấp nhận ngôn ngữ nào sau đây

- A. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa đúng hai ký tự } 2\}.$ B. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai ký tự } 2 \text{ liên tiếp}\}.$
 C. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa nhiều nhất hai ký tự } 2\}.$ D. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai ký tự } 2\}.$

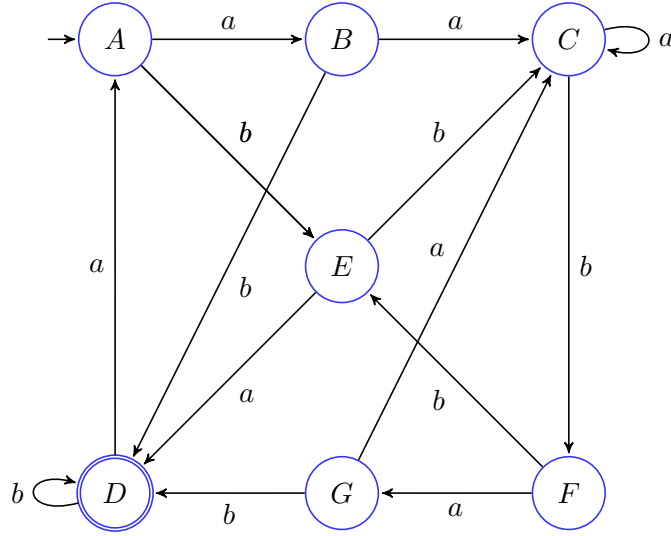
8. (L.O.1.3)

Cho chương trình bên, với \top là tiền điều kiện, hãy tự xác định hậu điều kiện. Để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của bộ ba Hoare thì bất biến (invariant) là?

```
i=0;
s=0;
while (i<=n) {
  if (i%2==0)
    s+=i;
  i+=1;
}
```

- A. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k \wedge (i \leq n+1).$ B. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n+1).$
 C. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k.$ D. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n).$

9. (L.O.3.2) Xét automat hữu hạn sau:



Số trạng thái của DFA tối thiểu tương đương với automat trên là?

- A. 4. B. 7. C. 6. D. 5.

10. (L.O.1.2) Cho công thức logic $\phi : \forall x \exists y \exists z (P(x, y) \wedge P(z, y) \wedge (P(x, z) \rightarrow P(z, x)))$ và mô hình $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ và \mathcal{M}_3 trên tập vũ trụ là tập hợp số tự nhiên \mathbb{N} , $P^{\mathcal{M}_1} = \{(m, n) | n < m\}$, $P^{\mathcal{M}_2} = \{(m, 2m) | m \in \mathbb{N}\}$ và $P^{\mathcal{M}_3} = \{(m, n) | m < n + 1\}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \not\models \phi, \mathcal{M}_3 \not\models \phi$. B. $\mathcal{M}_1 \not\models \phi, \mathcal{M}_2 \not\models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$.
C. $\mathcal{M}_1 \not\models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$. D. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$.

11. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0, 1\}^+$ sao cho w có giá trị trong hệ thập phân chia hết cho 3. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

- A. Các lựa chọn khác đều sai.
B. Tổng số bit 1 của một chuỗi bất kỳ trong L phải chia hết cho 3.
C. Số trạng thái của một ô-tô-mát tất định nào chỉ nhận diện L đều phải chia hết cho 3.
D. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.

Câu 12– Câu 13 sử dụng chung mô tả sau: Cho bảng chữ cái $\Sigma = \{b, c\}$, và đặt $u = bc$, $v = cb$ là chuỗi có độ dài là 2 thuộc Σ^* . Ngôn ngữ $L(r)$ và $L(s)$ lần lượt được xác định bởi các biểu thức chính quy $r = u^* = (bc)^*$ và $s = v^* = (cb)^*$.

12. Ngôn ngữ L_{bc} với tất cả chuỗi có b và c xen kẽ nhau, hơn nữa bắt đầu bằng b và kết thúc bằng c là?

- (I) $L(s)$; (II) $L(r) + L(s)$; (III) $L(r)$; (IV) $L(r) \cdot L(s)$.

- A. (III) B. (I) C. (II) D. (IV)

13. Ngôn ngữ L với tất cả chuỗi b và c xen kẽ nhau được xác định bởi biểu thức chính quy nào sau đây?

- (I) $r + s$; (II) $r + s + c r + b s$; (III) $r + s + b r + c s$; (IV) $s + r$.

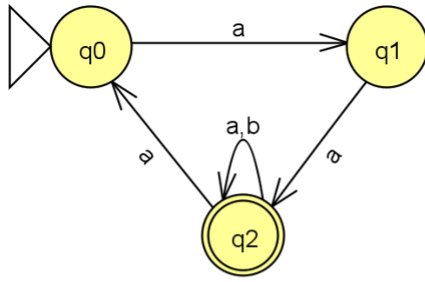
- A. IV B. I C. II D. III

14. (L.O.1.1) Gọi P và Q là hai vị từ có số đối số là một và S là vị từ có số đối số là không. Các công thức nào dưới đây là hằng đúng?

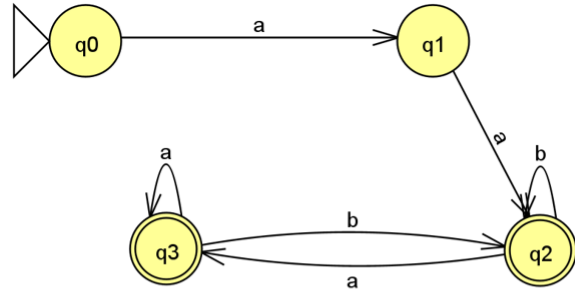
- (I) $\forall x \forall y (P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(y) \rightarrow P(x))$ (II) $\exists y ((\forall x P(x)) \rightarrow P(y))$
(III) $(\forall x P(x) \rightarrow S) \rightarrow \exists x (P(x) \rightarrow S)$ (IV) $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x)) \vee (\exists x Q(x))$

- A. Chỉ (II), (III) và (IV) B. Chỉ (III) và (IV)
C. Chỉ (I), (II) và (IV) D. Chỉ (II) và (III)

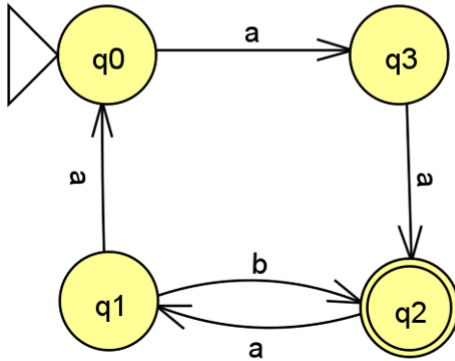
15. (L.O.2.3) Cho 4 automata sau trên $\Sigma = \{a, b\}$ với λ là chuỗi trống.



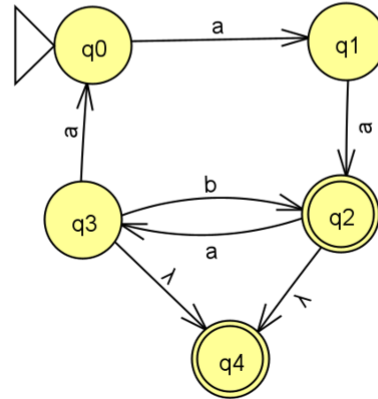
1



2



3



4

Cặp automata nào dưới đây là tương đương nhau?

- A. 1,2 B. Các lựa chọn đều sai.
C. 3,4 D. 1,3

16. (L.O.1.3)

Cho chương trình sau với % là phép tính chia lấy dư và hàm `abs()` trả về giá trị tuyệt đối của số nguyên truyền vào. Xét tiền điều kiện $x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge (x_0 \neq 0 \vee y_0 \neq 0)$, hãy xác định bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn bán phần của chương trình. [Trong các lựa chọn, ta ký hiệu $GCD(a, b)$ là ước chung lớn nhất của hai số nguyên a và b không đồng thời bằng 0, $a \bmod b$ là phép tính chia lấy dư với b dương và $|a|$ là giá trị tuyệt đối của a .]

```
while (x != 0) {
    z = x;
    x = y % x;
    y = z;
}
y = abs(y);
```

- A. $GCD(x, y) = GCD(x_0, y_0)$ B. Các lựa chọn kia đều đúng.
C. $x \neq 0 \rightarrow GCD(y, y \bmod |x|) = GCD(x_0, y_0)$ D. $y \neq 0 \rightarrow GCD(x, x \bmod |y|) = GCD(x_0, y_0)$

17. (L.O.2.3) Cho L là ngôn ngữ gồm các từ đối xứng tạo ra bởi $\Sigma = \{a, b\}$, ngôn ngữ thể hiện bởi biểu thức nào dưới đây chứa các từ trong ngôn ngữ L ?

- A. $(a+b)^*(b+a)^*$ B. Các lựa chọn đều sai.
C. $(abba)^*$ D. $a^*b^*b^*a^*$

18. Cho chương trình $\text{Prod} = \text{Product}(a, b)$ tính tích $a \cdot (b - 1)$ của hai số tự nhiên a, b với $b \geq 2$. Với P là chương trình lõi (core program) của Prod , xét bộ ba Hoare sau:

$$\{\phi\} P \{\psi\}$$

trong đó tiền điều kiện $\phi := (a \geq 1) \wedge (b \geq 2)$ và hậu điều kiện ψ . Dạng biến thiên/bộ đếm giảm (variant) K là một biểu thức có giá trị giảm hoặc giảm ngặt khi chương trình thực thi, và dạng bất biến (invariant form) E **không** thay đổi chân trị trong vòng lặp. Hai biểu thức K và E phụ thuộc vào a, b và cả những biến mới được khai báo trong chương trình. Các điều kiện và các biến thể được đặt trong dấu ngoặc $\{..\}$.

Giả sử $E = \{u = (b - v) \cdot a\}$ là một bất biến “phù hợp” của chương trình Prod với dạng đầy đủ như sau:

```

{(a ≥ 1) ∧ (b ≥ 2)}
u = 0;
v = b;
{u = 0 ∧ v = b}
E
while ( v != Lb )
{
    : P
}
{u = a · (b - v)}

```

Trong các phương án sau về chương trình lõi P và cận dưới Lb :

- (I) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 0$
- (II) $P := [u = u + a; v = v - 2;]$ và $Lb := 1$
- (III) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 1$
- (IV) $P := [u = u + a; v = v + 1;]$ và $Lb := 1$.

Phương án nào là đúng để có tính dẫn toàn phần

$$\vdash_{\text{tot}} \{\phi\} \text{Prod} \{u = a \cdot (b - 1)\}?$$

- A. (IV) B. (I) C. (II) D. (III)

19. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0, 1\}^*$ sao cho số lần xuất hiện của chuỗi con 01 và chuỗi con 10 trong w là bằng nhau. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

- A. Một ô-tô-mát tất định chỉ nhận diện L phải có ít nhất năm trạng thái.
- B. Các lựa chọn khác đều sai.
- C. Tổng số bit 1 và tổng số bit 0 của một chuỗi bất kỳ trong L phải bằng nhau.
- D. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.

20. (L.O.1.3) Cho chương trình tìm max của 3 số a, b, c như sau:

```

max=0;
if(max<a) max=a;
if(max<b) max=b;
if(max<c) max=c;

```


Đâu là cặp tiền điều kiện yếu nhất ϕ và hậu điều kiện ψ để chương trình sau đúng

- A. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a < b < c < \max$
- B. $\phi : T, \psi : a, b, c \leq \max$
- C. $\phi : a, b, c > 0, \psi : a, b, c \leq \max$
- D. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a, b, c \leq \max$

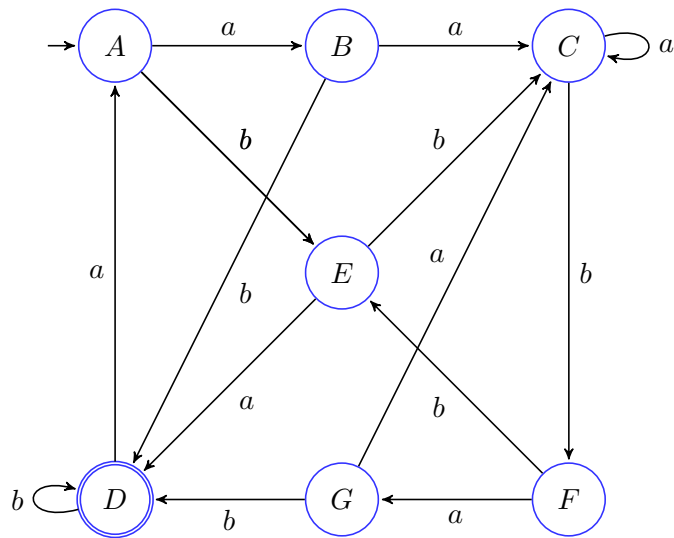
..... HẾT BÀI THI.

Solution 1826

- | | | | |
|-------|--------|--------|--------|
| 1. D. | 7. A. | 12. A. | 17. A. |
| 2. D. | 8. D. | 13. C. | 18. D. |
| 3. A. | 9. D. | 14. A. | 19. A. |
| 4. A. | 10. C. | 15. A. | 20. B. |
| 5. D. | 11. A. | 16. A. | |
| 6. D. | | | |

 TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH	THI GIỮA KỲ		HK/NH	1	2023-2024
			Ngày thi		18/10/2023
	Môn học	Mô hình hóa Toán học			
	Course ID	CO2011			
	Thời lượng	60 phút	Mã đề	1827	
Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết. - SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm. - Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.					

1. (L.O.3.2) Xét automata hữu hạn sau:



Số trạng thái của DFA tối thiểu tương đương với automata trên là?

- A. 4.
- B. 6.
- C. 7.
- D. 5.

2. (L.O.1.3)

Cho chương trình bên, với \top là tiên đề điều kiện, hãy tự xác định hậu điều kiện. Để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của bộ ba Hoare thì bất biến (invariant) là?

```

i=0;
s=0;
while (i<=n) {
    if (i%2==0)
        s+=i;
    i+=1;
}
  
```

- A.

$$s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k \wedge (i \leq n + 1).$$
- B.

$$s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k.$$
- C.

$$s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n + 1).$$
- D.

$$s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n).$$

3. (L.O.1.3) Cho chương trình tìm max của 3 số a,b,c như sau:

```
max=0;
if(max<a) max=a;
if(max<b) max=b;
if(max<c) max=c;
```

Đâu là cặp tiền điều kiện yếu nhất ϕ và hậu điều kiện ψ để chương trình sau đúng

- A. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a < b < c < max$ B. $\phi : a, b, c > 0, \psi : a, b, c \leq max$
 C. $\phi : T, \psi : a, b, c \leq max$ D. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a, b, c \leq max$

4. (L.O.1.3) Cho một post-condition như sau cho một chương trình đúng:

$[\forall q(i < q \leq n \implies a[i] \leq a[q]) \wedge a[i] \leq a[i-1]]$

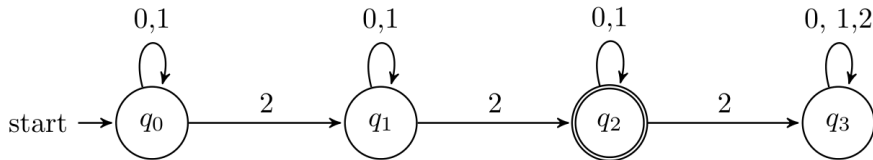
Chọn câu trả lời đúng cho post-condition nào dưới đây để chương trình vẫn đúng:

- A. $[\forall q(i-1 < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]$ B. $[\forall q(i < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]$
 C. Các lựa chọn còn lại đều đúng. D. $[\forall q(i \leq q \leq n \implies a[i] \leq a[q])]$

5. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0,1\}^*$ sao cho số lần xuất hiện của chuỗi con 01 và chuỗi con 10 trong w là bằng nhau. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

- A. Một ô-tô-mát tất định chỉ nhận diện L phải có ít nhất năm trạng thái.
 B. Tổng số bit 1 và tổng số bit 0 của một chuỗi bất kỳ trong L phải bằng nhau.
 C. Các lựa chọn khác đều sai. D. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.

6. (L.O.2.3) DFA trên $\Sigma = \{0,1,2\}$ như hình bên dưới



chấp nhận ngôn ngữ nào sau đây

- A. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa đúng hai ký tự } 2\}$. B. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa nhiều nhất hai ký tự } 2\}$.
 C. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai ký tự } 2 \text{ liên tiếp}\}$.
 D. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai ký tự } 2\}$.

7. (L.O.1.2)

Phát biểu nào sau đây đúng?

- (I) Tất cả ngôn ngữ hữu hạn đều chính quy (regular).
 (II) Nếu L là ngôn ngữ chính quy thì ngôn ngữ đảo $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$ của nó cũng chính quy.
 (III) $L = \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$ chính quy.
 (IV) Nếu $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ là một DFA tối thiểu cho một ngôn ngữ chính quy L thì $\widehat{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$ là một DFA tối thiểu cho ngôn ngữ bù \overline{L} .

- A. I, II, III. B. Only I. C. II, III, IV. D. I, II, IV.

8. (L.O.2.3) Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , nếu $L_1 \cup L_2$ chính quy thì cả hai L_1, L_2 cũng đều chính quy.
 B. Nếu L_1, L_2 , là hai ngôn ngữ hữu hạn thì $|L_1 \circ L_2| = |L_1| \cdot |L_2|$.
 C. Nếu L_1 là ngôn ngữ chính quy còn L_2 là ngôn ngữ không chính quy thì $L_1^\circ L_2$ cũng là ngôn ngữ không chính quy.
 D. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , ta có $L_1^* \circ L_2^* \subseteq (L_1 \cup L_2)^*$.

9. (L.O.1.3)

Xét chương trình P sau đây. Tiền điều kiện (yếu nhất) ϕ và hậu điều kiện ψ của P có thể là

```
x := a;  y := 1;  z := b;
while true do
  if z = 0 then
    return y
  end if
  r := remainder(z, 2);  z := quotient(z, 2);
  if r = 1 then
    y := x * y;
  end if
  x := x * x;
end while
```

- A. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = a^b\}.$ B. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}^+\}, \psi = \{y = a^b\}.$
 C. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}\}, \psi = \{y = a^b\}.$ D. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = x^z\}.$

10. (L.O.1.3)

Xét chương trình P và tiền điều kiện, hậu điều kiện như trong Câu 19. Dạng bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của P là

- A. $z \in \mathbb{Z} \wedge yx^z = a^b.$ B. $z \in \mathbb{N} \wedge y = x^z.$ C. $z \in \mathbb{Z} \wedge y = x^z.$ D. $z \in \mathbb{N} \wedge yx^z = a^b.$

11. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0, 1\}^+$ sao cho w có giá trị trong hệ thập phân chia hết cho 3.

Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

- A. Các lựa chọn khác đều sai.
 B. Số trạng thái của một ô-tô-mát tất định nào chỉ nhận diện L đều phải chia hết cho 3.
 C. Tổng số bit 1 của một chuỗi bất kỳ trong L phải chia hết cho 3.
 D. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.

12. (L.O.2.3) Cho L là ngôn ngữ gồm các từ đối xứng tạo ra bởi $\Sigma = \{a, b\}$, ngôn ngữ thể hiện bởi biểu thức nào dưới đây chứa các từ trong ngôn ngữ L ?

- A. $(a+b)^*(b+a)^*$ B. $(abba)^*$
 C. Các lựa chọn đều sai. D. $a^*b^*b^*a^*$

Câu 13– Câu 14 sử dụng chung mô tả sau: Cho bảng chữ cái $\Sigma = \{b, c\}$, và đặt $u = bc$, $v = cb$ là chuỗi có độ dài là 2 thuộc Σ^* . Ngôn ngữ $L(r)$ và $L(s)$ lần lượt được xác định bởi các biểu thức chính quy $r = u^* = (bc)^*$ và $s = v^* = (cb)^*$.

13. Ngôn ngữ L_{bc} với tất cả chuỗi có b và c xen kẽ nhau, hơn nữa bắt đầu bằng b và kết thúc bằng c là?

- (I) $L(s)$; (II) $L(r) + L(s)$; (III) $L(r)$; (IV) $L(r) \cdot L(s)$.

- A. (III) B. (II) C. (I) D. (IV)

14. Ngôn ngữ L với tất cả chuỗi b và c xen kẽ nhau được xác định bởi biểu thức chính quy nào sau đây?

- (I) $r + s$; (II) $r + s + c r + b s$; (III) $r + s + b r + c s$; (IV) $s + r$.

- A. IV B. II C. I D. III

15. (L.O.1.1) Gọi P và Q là hai vị từ có số đối số là một và S là vị từ có số đối số là không. Các công thức nào dưới đây là hằng đúng?

- (I) $\forall x \forall y (P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(y) \rightarrow P(x))$ (II) $\exists y ((\forall x P(x)) \rightarrow P(y))$
 (III) $(\forall x P(x) \rightarrow S) \rightarrow \exists x (P(x) \rightarrow S)$ (IV) $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x)) \vee (\exists x Q(x))$

- A. Chỉ (II), (III) và (IV) B. Chỉ (I), (II) và (IV)
 C. Chỉ (III) và (IV) D. Chỉ (II) và (III)

16. Cho chương trình $\text{Prod} = \text{Product}(a, b)$ tính tích $a \cdot (b - 1)$ của hai số tự nhiên a, b với $b \geq 2$. Với P là chương trình lõi (core program) của Prod , xét bộ ba Hoare sau:

$$\{\phi\} P \{\psi\}$$

trong đó tiền điều kiện $\phi := (a \geq 1) \wedge (b \geq 2)$ và hậu điều kiện ψ . Dạng biến thiên/bộ đếm giảm (variant) K là một biểu thức có giá trị giảm hoặc giảm ngặt khi chương trình thực thi, và dạng bất biến (invariant form) E **không** thay đổi chân trị trong vòng lặp. Hai biểu thức K và E phụ thuộc vào a, b và cả những biến mới được khai báo trong chương trình. Các điều kiện và các biến thể được đặt trong dấu ngoặc $\{..\}$.

Giả sử $E = \{u = (b - v) \cdot a\}$ là một bất biến “phù hợp” của chương trình Prod với dạng đầy đủ như sau:

$$\begin{aligned} & \{(a \geq 1) \wedge (b \geq 2)\} \\ & u = 0; \\ & v = b; \\ & \{u = 0 \wedge v = b\} \\ & E \\ & \text{while } (v \neq 1) \\ & \{ \\ & \quad \vdots P \\ & \} \\ & \{u = a \cdot (b - v)\} \end{aligned}$$

Trong các phương án sau về chương trình lõi P và cận dưới Lb :

- (I) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 0$
- (II) $P := [u = u + a; v = v - 2;]$ và $Lb := 1$
- (III) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 1$
- (IV) $P := [u = u + a; v = v + 1;]$ và $Lb := 1$.

Phương án nào là đúng để có tính dẫn toàn phần

$$\vdash_{\text{tot}} \{\phi\} \text{Prod} \{u = a \cdot (b - 1)\}?$$

A. (IV)

B. (II)

C. (I)

D. (III)

17. Xét phát biểu sau: “Một nữ vận động viên đã giành được mọi giải thưởng về thể thao và anh trai cô cũng giành được một số giải thưởng về toán học.” Với phát biểu trên ta định nghĩa các vị từ:

- $Girl(a) = “a \text{ là nữ}”, \quad Boy(b) = “b \text{ là nam}”,$
- $SportPrize(x) = “x \text{ là một giải thưởng trong giải đấu thể thao}”,$
- $MathPrize(y) = “y \text{ là một giải thưởng trong cuộc thi toán}”,$
- $Sibling(a, b) = “a \text{ và } b \text{ là anh/chị em trong một gia đình}”,$
- $WinSport(w, s) = “w \text{ thắng giải thưởng thể thao } s”,$
- $WinMath(u, m) = “u \text{ thắng giải thưởng toán học } m”.$

Lựa chọn nào sau đây thể hiện tốt nhất phát biểu trên?

- (I) $\forall x [SportPrize(x) \longrightarrow \exists y (Girl(y) \wedge WinSport(y, x))]$
- (II) $[(\exists f, Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge [(\exists b, Sibling(f, b) \wedge Boy(b) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(b, y)]$
- (III) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$
- (IV) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge Boy(m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$

- A. (IV) B. (II) C. (I) D. (III)

18. (L.O.1.3)

Cho chương trình sau với % là phép tính chia lấy dư và hàm `abs()` trả về giá trị tuyệt đối của số nguyên truyền vào. Xét tiền điều kiện $x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge (x_0 \neq 0 \vee y_0 \neq 0)$, hãy xác định bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn bán phần của chương trình. [Trong các lựa chọn, ta ký hiệu $GCD(a, b)$ là ước chung lớn nhất của hai số nguyên a và b không đồng thời bằng 0, $a \bmod b$ là phép tính chia lấy dư với b dương và $|a|$ là giá trị tuyệt đối của a .]

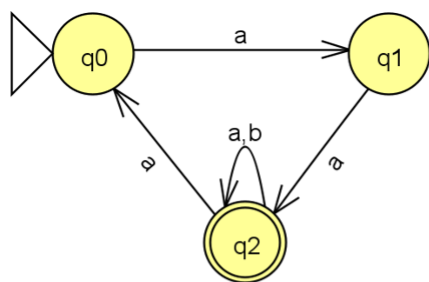
```
while (x != 0) {
    z = x;
    x = y % x;
    y = z;
}
y = abs(y);
```

- A. $GCD(x, y) = GCD(x_0, y_0)$ B. $x \neq 0 \rightarrow GCD(y, y \bmod |x|) = GCD(x_0, y_0)$
 C. Các lựa chọn kia đều đúng. D. $y \neq 0 \rightarrow GCD(x, x \bmod |y|) = GCD(x_0, y_0)$

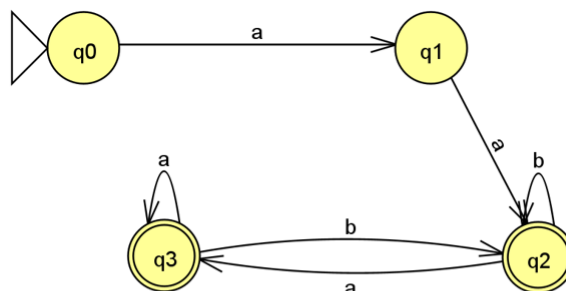
19. (L.O.1.2) Cho công thức logic $\phi : \forall x \exists y \exists z (P(x, y) \wedge P(z, y) \wedge (P(x, z) \rightarrow P(z, x)))$ và mô hình $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ và \mathcal{M}_3 trên tập vũ trụ là tập hợp số tự nhiên \mathbb{N} , $P^{\mathcal{M}_1} = \{(m, n) | n < m\}$, $P^{\mathcal{M}_2} = \{(m, 2m) | m \in \mathbb{N}\}$ và $P^{\mathcal{M}_3} = \{(m, n) | m < n + 1\}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \not\models \phi, \mathcal{M}_3 \not\models \phi.$ B. $\mathcal{M}_1 \not\models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi.$
 C. $\mathcal{M}_1 \not\models \phi, \mathcal{M}_2 \not\models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi.$ D. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi.$

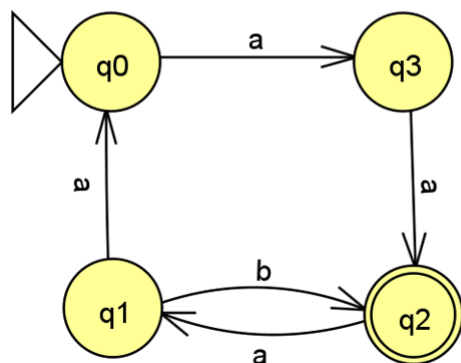
20. (L.O.2.3) Cho 4 automata sau trên $\Sigma = \{a, b\}$ với λ là chuỗi trống.



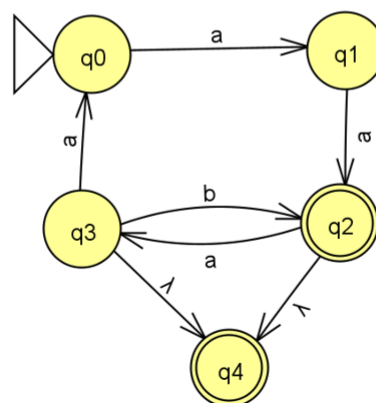
1



2



3



4

Cặp automata nào dưới đây là tương đương nhau?

- A. 1,2
B. 3,4
C. Các lựa chọn đều sai.
D. 1,3

.HẾT BÀI THI

Solution 1827

- | | | | |
|-------|--------|--------|--------|
| 1. D. | 7. D. | 12. A. | 16. D. |
| 2. D. | 8. D. | | 17. A. |
| 3. C. | 9. A. | 13. A. | 18. A. |
| 4. D. | 10. D. | 14. B. | 19. B. |
| 5. A. | 11. A. | 15. A. | 20. A. |
| 6. A. | | | |



TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM
KHOA KH&KT MÁY TÍNH

THI GIỮA KỲ

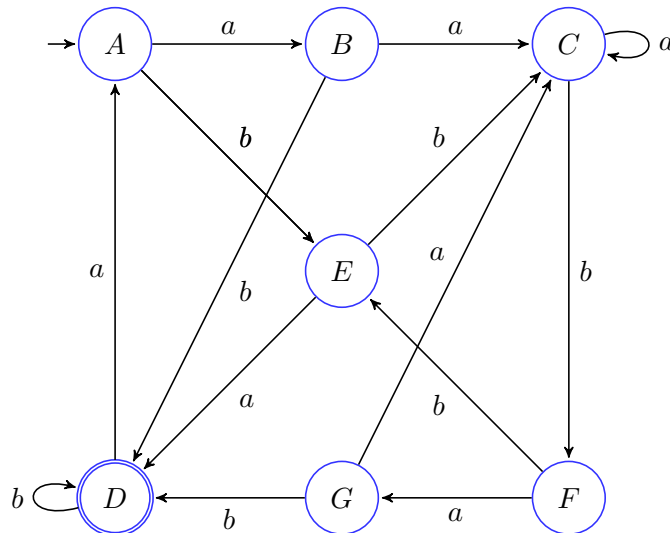
HK/NH	1	2023-2024
Ngày thi	18/10/2023	
Môn học	Mô hình hóa Toán học	
Course ID	CO2011	
Thời lượng	60 phút	Mã đề
		1828

Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.

1. (L.O.1.2) Cho công thức logic $\phi : \forall x \exists y \exists z (P(x, y) \wedge P(z, y) \wedge (P(x, z) \rightarrow P(z, x)))$ và mô hình $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ và \mathcal{M}_3 trên tập vũ trụ là tập hợp số tự nhiên \mathbb{N} , $P^{\mathcal{M}_1} = \{(m, n) | n < m\}$, $P^{\mathcal{M}_2} = \{(m, 2m) | m \in \mathbb{N}\}$ và $P^{\mathcal{M}_3} = \{(m, n) | m < n + 1\}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$.
B. $\mathcal{M}_1 \models \phi, \mathcal{M}_2 \not\models \phi, \mathcal{M}_3 \not\models \phi$.
C. $\mathcal{M}_1 \not\models \phi, \mathcal{M}_2 \models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$.
D. $\mathcal{M}_1 \not\models \phi, \mathcal{M}_2 \not\models \phi, \mathcal{M}_3 \models \phi$.

2. (L.O.3.2) Xét automata hữu hạn sau:



Số trạng thái của DFA tối thiểu tương đương với automata trên là?

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 7.

3. (L.O.1.1) Gọi P và Q là hai vị từ có số đối số là một và S là vị từ có số đối số là không. Các công thức nào dưới đây là hằng đúng?

- (I) $\forall x \forall y (P(x) \rightarrow P(y)) \wedge (P(y) \rightarrow P(x))$ (II) $\exists y ((\forall x P(x)) \rightarrow P(y))$
(III) $(\forall x P(x) \rightarrow S) \rightarrow \exists x (P(x) \rightarrow S)$ (IV) $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x)) \vee (\exists x Q(x))$

- A. Chỉ (II) và (III) B. Chỉ (II), (III) và (IV)
C. Chỉ (I), (II) và (IV) D. Chỉ (III) và (IV)

Câu 4- Câu 5 sử dụng chung mô tả sau: Cho bảng chữ cái $\Sigma = \{b, c\}$, và đặt $u = bc$, $v = cb$ là chuỗi có độ dài là 2 thuộc Σ^* . Ngôn ngữ $L(r)$ và $L(s)$ lần lượt được xác định bởi các biểu thức chính quy $r = u^* = (bc)^*$ và $s = v^* = (cb)^*$.

4. Ngôn ngữ L_{bc} với tất cả chuỗi có b và c xen kẽ nhau, hơn nữa bắt đầu bằng b và kết thúc bằng c là?

- (I) $L(s)$; (II) $L(r) + L(s)$; (III) $L(r)$; (IV) $L(r) \cdot L(s)$.

- A. (IV) B. (III) C. (II) D. (I)

5. Ngôn ngữ L với tất cả chuỗi b và c xen kẽ nhau được xác định bởi biểu thức chính quy nào sau đây?

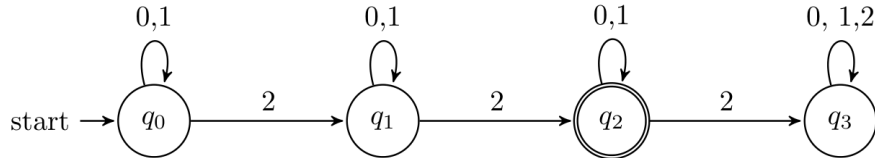
- (I) $r + s$; (II) $r + s + c r + b s$; (III) $r + s + b r + c s$; (IV) $s + r$.

- A. III B. IV C. II D. I

6. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0, 1\}^*$ sao cho số lần xuất hiện của chuỗi con 01 và chuỗi con 10 trong w là bằng nhau. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

- A. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.
 B. Một ô-tô-mát tất định chỉ nhận diện L phải có ít nhất năm trạng thái.
 C. Tổng số bit 1 và tổng số bit 0 của một chuỗi bất kỳ trong L phải bằng nhau.
 D. Các lựa chọn khác đều sai.

7. (L.O.2.3) DFA trên $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ như hình bên dưới



chấp nhận ngôn ngữ nào sau đây

- A. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai kí tự } 2\}$. B. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa đúng hai kí tự } 2\}$.
 C. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa nhiều nhất hai kí tự } 2\}$. D. $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ chứa ít nhất hai kí tự } 2 \text{ liên tiếp}\}$.

8. (L.O.1.2)

Phát biểu nào sau đây đúng?

- (I) Tất cả ngôn ngữ hữu hạn đều chính quy (regular).
 (II) Nếu L là ngôn ngữ chính quy thì ngôn ngữ đảo $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$ của nó cũng chính quy.
 (III) $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$ chính quy.
 (IV) Nếu $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ là một DFA tối thiểu cho một ngôn ngữ chính quy L thì $\widehat{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$ là một DFA tối thiểu cho ngôn ngữ bù \overline{L} .

- A. I, II, IV. B. I, II, III. C. Only I. D. II, III, IV.

9. Cho chương trình $\text{Prod} = \text{Product}(a, b)$ tính tích $a \cdot (b - 1)$ của hai số tự nhiên a, b với $b \geq 2$. Với P là chương trình lõi (core program) của Prod , xét bộ ba Hoare sau:

$$\{\phi\} P \{\psi\}$$

trong đó tiền điều kiện $\phi := (a \geq 1) \wedge (b \geq 2)$ và hậu điều kiện ψ . Dạng biến thiên/bộ đếm giảm (variant) K là một biểu thức có giá trị giảm hoặc giảm ngặt khi chương trình thực thi, và dạng bất biến (invariant form) E **không** thay đổi chân trị trong vòng lặp. Hai biểu thức K và E phụ thuộc vào a, b và cả những biến mới được khai báo trong chương trình. Các điều kiện và các biến thể được đặt trong dấu ngoặc $\{..\}$.

Giả sử $E = \{u = (b - v) \cdot a\}$ là một bất biến “phù hợp” của chương trình Prod với dạng đầy đủ như sau:

$$\begin{aligned} & \{(a \geq 1) \wedge (b \geq 2)\} \\ & u = 0; \\ & v = b; \\ & \{u = 0 \wedge v = b\} \\ & E \\ & \text{while } (v \neq 1) \\ & \{ \\ & \quad \vdots P \\ & \} \\ & \{u = a \cdot (b - v)\} \end{aligned}$$

Trong các phương án sau về chương trình lõi P và cận dưới Lb :

- (I) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 0$
- (II) $P := [u = u + a; v = v - 2;]$ và $Lb := 1$
- (III) $P := [u = u + a; v = v - 1;]$ và $Lb := 1$
- (IV) $P := [u = u + a; v = v + 1;]$ và $Lb := 1$.

Phương án nào là đúng để có tính dẫn toàn phần

$$\vdash_{\text{tot}} \{\phi\} \text{Prod} \{u = a \cdot (b - 1)\}?$$

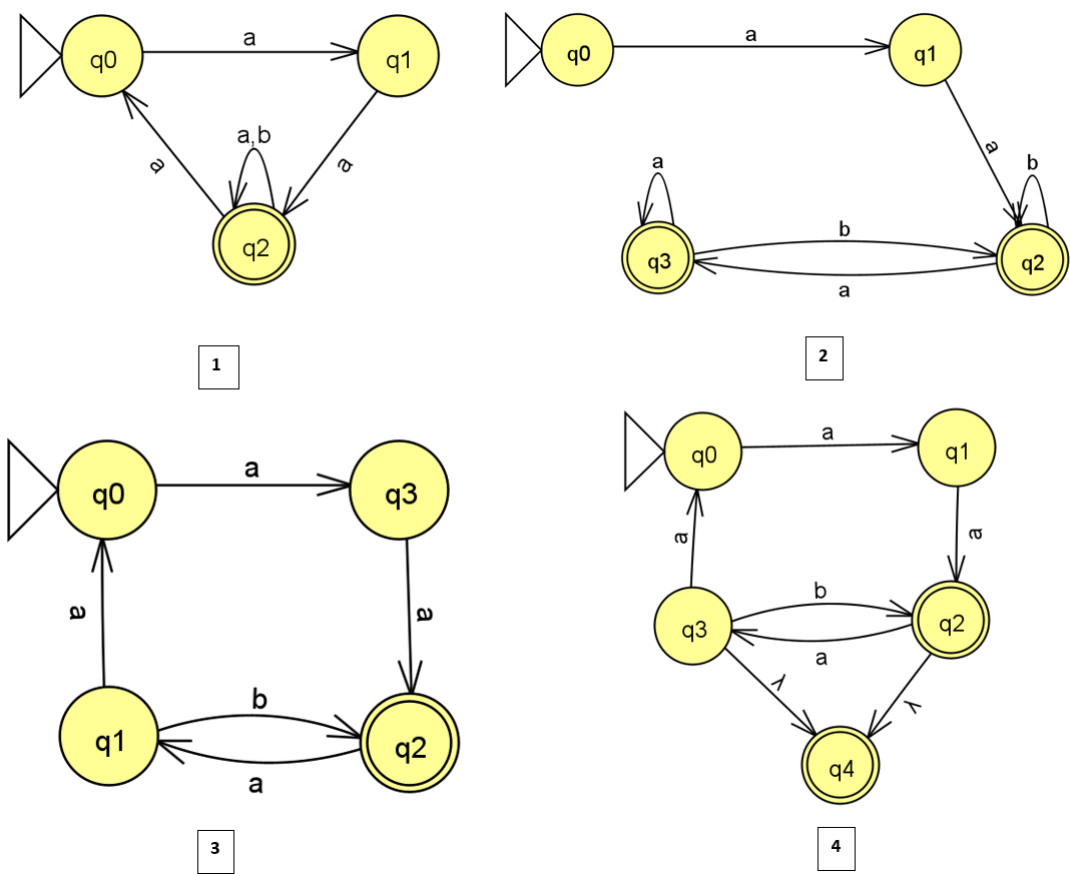
A. (III)

B. (IV)

C. (II)

D. (I)

10. (L.O.2.3) Cho 4 automata sau trên $\Sigma = \{a, b\}$ với λ là chuỗi trống.



Cặp automata nào dưới đây là tương đương nhau?

- A. 1,3

B. 1,2
- C. 3,4

D. Các lựa chọn đều sai.

11. Xét phát biểu sau: “Một nữ vận động viên đã giành được mọi giải thưởng về thể thao và anh trai cô cũng giành được một số giải thưởng về toán học.” Với phát biểu trên ta định nghĩa các vị từ:

- $Girl(a) = “a \text{ là nữ}”$, $Boy(b) = “b \text{ là nam}”$,
- $SportPrize(x) = “x \text{ là một giải thưởng trong giải đấu thể thao}”$,
- $MathPrize(y) = “y \text{ là một giải thưởng trong cuộc thi toán}”$,
- $Sibling(a, b) = “a \text{ và } b \text{ là anh/chị em trong một gia đình}”$,
- $WinSport(w, s) = “w \text{ thắng giải thưởng thể thao } s”$,
- $WinMath(u, m) = “u \text{ thắng giải thưởng toán học } m”$.

Lựa chọn nào sau đây thể hiện tốt nhất phát biểu trên?

- (I) $\forall x [SportPrize(x) \longrightarrow \exists y (Girl(y) \wedge WinSport(y, x))]$
- (II) $[(\exists f, Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge [(\exists b, Sibling(f, b) \wedge Boy(b) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(b, y)]$
- (III) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$
- (IV) $\exists f [(Girl(f) \wedge \forall x, SportPrize(x)) \longrightarrow WinSport(f, x)]$
 $\wedge \exists m [(Sibling(f, m) \wedge Boy(m) \wedge \exists y, MathPrize(y)) \longrightarrow WinMath(m, y)]$

- A. (III) B. (IV) C. (II) D. (I)

12. (L.O.1.3)

Xét chương trình P và tiền điều kiện, hậu điều kiện như trong Câu 19. Dạng bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của P là

- A. $z \in \mathbb{N} \wedge yx^z = a^b$. B. $z \in \mathbb{Z} \wedge yx^z = a^b$. C. $z \in \mathbb{N} \wedge y = x^z$. D. $z \in \mathbb{Z} \wedge y = x^z$.

13. (L.O.2.3) Xét ngôn ngữ L gồm các chuỗi $w \in \{0, 1\}^+$ sao cho w có giá trị trong hệ thập phân chia hết cho 3. Điều nào dưới đây là ĐÚNG?

- A. L không phải là một ngôn ngữ chính quy.
 B. Các lựa chọn khác đều sai.
 C. Số trạng thái của một ô-tô-mát tất định nào chỉ nhận diện L đều phải chia hết cho 3.
 D. Tổng số bit 1 của một chuỗi bất kỳ trong L phải chia hết cho 3.

14. (L.O.1.3)

Cho chương trình bên, với \top là tiền điều kiện, hãy tự xác định hậu điều kiện. Để chứng minh tính đúng đắn riêng phần của bộ ba Hoare thì bất biến (invariant) là?

```
i=0;
s=0;
while (i<=n) {
    if (i%2==0)
        s+=i;
    i+=1;
}
```

- A. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n)$. B. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k \wedge (i \leq n+1)$.
 C. $s = \sum_{k=0}^{(i-1)/2} 2k$. D. $s = \sum_{k=0}^{i/2} 2k \wedge (i \leq n+1)$.

15. (L.O.1.3) Cho chương trình tìm max của 3 số a,b,c như sau:

```
max=0;
if(max<a) max=a;
if(max<b) max=b;
if(max<c) max=c;
```

Đâu là cặp tiền điều kiện yếu nhất ϕ và hậu điều kiện ψ để chương trình sau đúng

- A. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a, b, c \leq \max$ B. $\phi : a, b, c \geq 0, \psi : a < b < c < \max$
 C. $\phi : a, b, c > 0, \psi : a, b, c \leq \max$ D. $\phi : T, \psi : a, b, c \leq \max$

16. (L.O.2.3) Cho L là ngôn ngữ gồm các từ đối xứng tạo ra bởi $\Sigma = \{a, b\}$, ngôn ngữ thể hiện bởi biểu thức nào dưới đây chứa các từ trong ngôn ngữ L?

- A. $a^*b^*b^*a^*$ B. $(a+b)^*(b+a)^*$
 C. $(abba)^*$ D. Các lựa chọn đều sai.

17. (L.O.2.3) Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , ta có $L_1^* \circ L_2^* \subseteq (L_1 \cup L_2)^*$.
 B. Với hai ngôn ngữ L_1, L_2 , nếu $L_1 \cup L_2$ chính quy thì cả hai L_1, L_2 cũng đều chính quy.
 C. Nếu L_1, L_2 , là hai ngôn ngữ hữu hạn thì $|L_1 \circ L_2| = |L_1| \cdot |L_2|$.
 D. Nếu L_1 là ngôn ngữ chính quy còn L_2 là ngôn ngữ không chính quy thì $L_1^* L_2$ cũng là ngôn ngữ không chính quy.

18. (L.O.1.3)

Cho chương trình sau với % là phép tính chia lấy dư và hàm `abs()` trả về giá trị tuyệt đối của số nguyên truyền vào. Xét tiền điều kiện $x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge (x_0 \neq 0 \vee y_0 \neq 0)$, hãy xác định bất biến dùng để chứng minh tính đúng đắn bán phần của chương trình. [Trong các lựa chọn, ta ký hiệu $GCD(a, b)$ là ước chung lớn nhất của hai số nguyên a và b không đồng thời bằng 0, $a \bmod b$ là phép tính chia lấy dư với b dương và $|a|$ là giá trị tuyệt đối của a .]

```
while (x != 0) {
    z = x;
    x = y % x;
    y = z;
}
y = abs(y);
```

- A. $y \neq 0 \rightarrow GCD(x, x \bmod |y|) = GCD(x_0, y_0)$ B. $GCD(x, y) = GCD(x_0, y_0)$
 C. $x \neq 0 \rightarrow GCD(y, y \bmod |x|) = GCD(x_0, y_0)$ D. Các lựa chọn kia đều đúng.

19. (L.O.1.3)

Xét chương trình P sau đây. Tiền điều kiện (yếu nhất) ϕ và hậu điều kiện ψ của P có thể là

```
x := a; y := 1; z := b;
while true do
  if z = 0 then
    return y
  end if
  r := remainder(z, 2); z := quotient(z, 2);
  if r = 1 then
    y := x * y;
  end if
  x := x * x;
end while
```

- A. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = x^z\}$. B. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{N}\}, \psi = \{y = a^b\}$.
 C. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}^+\}, \psi = \{y = a^b\}$. D. $\phi = \{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}\}, \psi = \{y = a^b\}$.

20. (L.O.1.3) Cho một post-condition như sau cho một chương trình đúng:

$[\forall q(i < q \leq n \implies a[i] \leq a[q]) \wedge a[i] \leq a[i-1]]$

Chọn câu trả lời đúng cho post-condition nào dưới đây để chương trình vẫn đúng:

- A. $[\forall q(i \leq q \leq n \implies a[i] \leq a[q])]$ B. $[\forall q(i-1 < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]$
 C. $[\forall q(i < q \leq n \implies a[i-1] \leq a[q])]$ D. Các lựa chọn còn lại đều đúng.

..... HẾT BÀI THI.....

Solution 1828

- | | | | |
|-------|-------|--------|--------|
| 1. C. | 5. C. | 10. B. | 16. B. |
| 2. A. | 6. B. | 11. B. | 17. A. |
| 3. B. | 7. B. | 12. A. | 18. B. |
| | 8. A. | 13. B. | 19. B. |
| 4. B. | 9. A. | 14. A. | 20. A. |
| | | 15. D. | |