

| | | | |
|--|--------------------|---|--------------------|
| Lecturer: (Signature and Fullname) | December 1st, 2023 | Approved by: (Signature and Fullname) | December 1st, 2023 |
|--|--------------------|---|--------------------|

| | | | | | |
|---|-------------|----------------------|----------|------|------------|
| <div></div> <div>TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM</div> <div>KHOA KH&KT MÁY TÍNH</div> | THI CUỐI KỲ | | HK/NH | 1 | 2023-2024 |
| | | | Ngày thi | | 22/12/2023 |
| | Môn học | Mô hình hóa Toán học | | | |
| | Course ID | CO2011 | | | |
| | Thời lượng | 70 phút | Mã đề | 3132 | |
| Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết. - SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm. - Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi. | | | | | |

For questions 1–2, we use the following assumption.
Consider the following optimization problem

$$\text{Minimize } Z = x_1 + x_2,$$

subject to

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

$$\omega_1 x_1 + x_2 \leq 7,$$

$$\omega_2 x_1 + x_2 \geq 4$$

where the last two conditions depend on random parameters $\omega_1 \sim \text{Unif}(a, b)$, $a < b$ (uniform random variable) and $\omega_2 \sim \text{Bin}(16c, \frac{1}{4})$ (binomial random variable) with $1 \leq c \in \mathbb{N}$.

Put vector $\omega = [\omega_1, \omega_2]$. With **Guessing at uncertainty** method we could guess reasonable values of ω in three ways, (1) *Unbiased* (choosing the means), (2) *Pessimistic* (choosing the minimum values) and (3) *Optimistic* (choosing the maximum values).

1. If use the **Unbiased method**, the value of vector ω , denoted by $\hat{\omega}_U$ is

A. $\hat{\omega}_U = (\frac{a+b}{2}, 4c).$

B. $\hat{\omega}_U = (\frac{a+b}{2}, \frac{16}{4}).$

C. $\hat{\omega}_U = (\frac{b+a}{2}, \frac{6c}{4}).$

D. $\hat{\omega}_U = (\frac{b-a}{2}, \frac{16c}{4}).$

2. If we use the **Optimistic way** then the value of vector ω , denoted by $\hat{\omega}_O$ is

A. Other answer.

B. $\hat{\omega}_O = (a, \frac{16c}{4}).$

C. $\hat{\omega}_O = (b, 16c).$

D. $\hat{\omega}_O = (\frac{a+b}{2}, 4c).$

3. (L.O.3.2) Mabb muốn tiết kiệm một khoản tiền để mua mô hình đồ chơi giá 15tr. Mỗi tháng Mabb dành ra 10% lương của mình để bỏ vào ngân hàng. Biết lần đầu tiên Mabb gửi 1tr vào ngân hàng và lãi hàng tháng là 15%. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì Mabb cầm được trên tay 15tr để mua mô hình.

A. Các đáp án khác đều sai

B. 4

C. 8

D. 12

4. (L.O.3.2) Mỗi lần biến hình, sức mạnh của K tăng thêm 7 lần sức mạnh của hình dạng trước đó. Biết sức mạnh hiện tại của S là 15.625 hỏi sau bao nhiêu lần biến hình thì K đạt được sức mạnh trên 8000?

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

5. (L.O.3.1) Để đạt được sức mạnh tối đa, một người huấn luyện cần nâng tối thiểu 90 đơn vị spd, 80 đơn vị phy và 70 đơn vị HP cho quái vật của mình. Để thực hiện việc này, người huấn luyện có thể mua 2 gói nâng cấp 'PhysicTank' và 'SpdAtker' để bổ sung các nâng cấp trên với chi phí tối thiểu. Biết rằng, mỗi gói PhysicTank có giá 15 USD một gói và chứa 5 đơn vị spd, 20 đơn vị phy và 5 đơn vị HP. Mỗi gói BeHealthy có giá 40 USD và chứa 15 đơn vị spd, 10 đơn vị phy và 10 đơn vị HP. Cần mua bao nhiêu gói PhysicTank và SpdAtker?

A. 18 gói PhysicTank và 0 gói SpdAtker.

B. 6 gói PhysicTank và 4 gói SpdAtker.

C. Không có nghiệm tối ưu.

D. 0 gói PhysicTank và 8 gói SpdAtker.

6. Consider a program with two variables and three specific constraints given as:

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 & \leq 80 \\ 4x_1 + 2x_2 & \geq 20 \\ x_1 + x_2 & \geq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

The number of slack and surplus variables needed to transform the constraint to the **Canonical form** of our LP (Linear Programming) model is

- A. 2 B. 5 C. 4 D. 3

7. (L.O.3.2) Pháp sư S đang cố gắng dùng phép thuật của mình để cản sức mạnh của lá bài E xóa bỏ mọi người trong thành phố. biết người trong thành phố sẽ bị xóa đi liên tục theo một tỷ lệ nhất định và sau 20 phút thì chỉ còn 1/2 dân số ban đầu. Giả sử pháp sư S sẽ là người bị xóa cuối cùng. Hỏi pháp sư S có bao nhiêu phút (chỉ lấy số nguyên) để dừng lại quá trình xóa bỏ người trong thành phố này khi trong thành phố ban đầu có 10tr người.

- A. Đáp án khác B. 466 C. 496 D. 436

For questions 8–9, we use the following assumption.

In Financial Engineering, a bank is considered **ineffective in treating bad debts** if its debt amount of money remains above 100 million dollar per year (US\$ 100 M/year). Assume that the initial debt amount at a certain bank in the U.S. currently (year 2023) is US\$ 600 M/year.

It is known from the bank's fiscal data that its debt decays (decreases) at the rate of 18% of the amount present each year. Let a_n be the debt amount of money of that bank after n years; (year $n = 0$ means 2023, year $n = 1$ means 2024, and so on).

8. The debt amount of money after the n -th year (with $n \geq 1$) is

- A. $a_n = 0.18 a_{n-1}, a_0 = 600$
B. $a_n = 0.80 a_{n-1}, a_0 = 640$
C. $a_n = 0.82 a_{n-1}, a_0 = 600$
D. $a_n = 0.82 a_{n+1}, a_0 = 640$

9. The year when the bank's ability of treating debt just becomes effective is

- A. $n = 11$ B. $n = 8$ C. $n = 9$ D. $n = 10$

10. (L.O.3.2)

Giả sử số lượng cá thể của một loài $N(t)$ tăng trưởng theo mô hình như sau:

$$\frac{dN}{dt} = N \left(1 - \frac{N}{1000} \right),$$

trong đó $N = N(t) \geq 0$ kích thước quần thể tại thời điểm $t \geq t_0 = 0$ (theo tháng) với quần thể ban đầu là 200 con tại t_0 . Trong bao nhiêu tháng thì quần thể trên đạt hơn 800 cá thể? Chọn đáp án đúng nhất.

- A. 6 B. 3 C. 4 D. 5

11. For a population \mathcal{P} under epidemic threat in the near future we denote three functions

$$\begin{aligned} S(n) &= \text{the number of persons in } \mathcal{P} \text{ being susceptible at the end of year } n \\ I(n) &= \text{the number of persons in } \mathcal{P} \text{ being infected at the end of year } n \\ R(n) &= \text{the number of persons in } \mathcal{P} \text{ recovered/removed at the end of year } n. \end{aligned} \quad (1)$$

These functions are defined on disjoint compartments **S**, **I** and **R**, respectively describing subsets of people suspected of being infected, being infected, and lastly recovered and became immune (or died) from a fast contagious disease (as SARS flu) occurring in a total population of $N = |\mathcal{P}|$ individuals.

Assuming the length of time someone has the flu is $mtf = 5/2$ weeks (mean time frequency of developing the flu), we define the removal rate per week as $r = \frac{1}{mtf}$.

The ratio r represents the **proportion** of the infected persons (in compartment **I**) who are **removed from infection each week**. The number of infected persons $I(n)$ at the end of year n is increased by the number of susceptible people who come into contact with infected people and catch the disease, so this increasing is described by the quantity $K_a(n) := a S(n) I(n)$. The parameter a is known as the **transmission coefficient** (the **rate at which the disease is spread**).

The dynamic evolution of this fatal flu would be weekly characterized by the following discrete system of difference equations

- A. $R(n+1) = R(n) - 0.4 I(n)$, $I(n+1) = I(n) - 0.4 * I(n) + K_a(n)$, $S(n+1) = S(n) - K_a(n)$.
- B. $R(n+1) = R(n) + 0.4 I(n)$, $I(n+1) = I(n) - 0.4 * I(n) + K_a(n)$, $S(n+1) = S(n) - K_a(n)$.
- C. $R(n+1) = R(n) + 0.4 I(n)$, $I(n+1) = I(n) + 0.4 * I(n) + K_a(n)$, $S(n+1) = S(n) - K_a(n)$.
- D. $R(n+1) = R(n) + 0.6 I(n)$, $I(n+1) = I(n) + 0.6 * I(n) + K_a(n)$, $S(n+1) = S(n) + K_a(n)$.

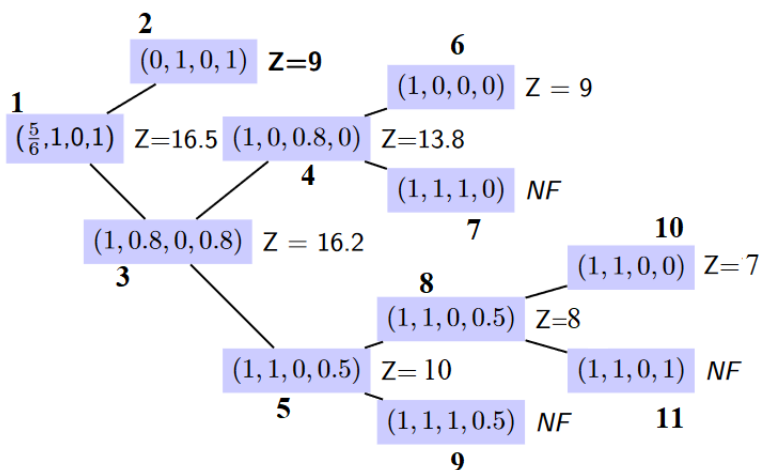
12. Consider a linear program with two variables and constraints given as:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 - 4x_2 \geq -8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

The feasible region found from the constraints is

- A. a quadrilateral
- B. a line
- C. a triangle
- D. a pentagon

13. (L.O.3.1) Cây nhị phân sau đây thể hiện quá trình sử dụng phương pháp branch and bound để giải một bài toán ILP.



Nút nào dưới đây (theo số đánh) là điểm dừng của quá trình branch and bound biết việc tìm kiếm đáp án ưu tiên theo chiều sâu?

- A. Các đáp án khác đều sai
- B. 9
- C. 8
- D. 2

14. (L.O.3.2) Một công ty sản xuất xe điện có doanh thu bán xe và chi phí sản xuất lần lượt là 400M và 500M trong năm 2020. Trong 500M chi phí thì 40% là chi phí nhiên liệu đầu vào và 60% là lương nhân viên. Biết rằng mỗi năm giá bán xe sẽ tăng 30% (số lượng xe bán không đổi) và chi phí nhiên liệu tăng 20% và lương nhân viên tăng 10%. Đây là lợi nhuận ròng của doanh nghiệp khi kết thúc năm 2025?
- A. 288.49M B. 801.745M C. 504.355M D. 1485.17M

.....HẾT BÀI THI.....