Giảng viên ra đề:	*25-08-2021*	**Người phê duyệt:**	*25-08-2022*
Nguyễn An Khương Nguyễn Tiến Thịnh		BM KHMT/Khoa KH&KT Máy tính	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM **KHOA KH&KT MÁY TÍNH**	**THI CUỐI KỲ**	Học kỳ/Năm học	3	2021-2022
		Ngày thi		26-08-2022
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Mã môn học	CO2011		
	Thời lượng	80 phút	**Mã đề**	**2681**

Ghi chú: - SV được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- **SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.**
- Tô đậm phương án trả lời đúng vào phiếu làm bài trắc nghiệm.
- Bài thi có **24** câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. (L.O.1.2)
Công thức nào sau đây là một định lý (theorem) trong logic vị từ?

(A) $\forall x \forall y((P(x) \longrightarrow P(y)) \wedge (P(y) \longrightarrow P(x)))$.
(B) $(\forall x((P(x) \longrightarrow Q(x)) \wedge (Q(x) \longleftarrow P(x)))) \longrightarrow ((\forall x P(x)) \longrightarrow (\forall x Q(x)))$.
(C) $((\forall x P(x)) \longrightarrow A) \longrightarrow (\forall x(P(x) \longrightarrow A))$, với A có số ngôi (arity) 0.
(D) $((\forall x P(x)) \longrightarrow (\forall x Q(x))) \longrightarrow (\forall x((P(x) \longrightarrow Q(x)) \wedge (Q(x) \longrightarrow P(x))))$.

Câu 2. (L.O.1.2)
Xét đoạn chương trình bên cùng với một hậu điều kiện $\psi := (z < 0)$. Khi đó tiền điều kiện yếu nhất $wp(P, \psi)$ tương ứng là

```
u: = 2 * u;
x: = -u;
y: = v + 1;
z: = min(x, y)
```

(A) $(u > 0)$.
(B) $((u > 0) \vee (v < -1))$.
(C) $(v < -1)$.
(D) $((u > 2) \vee (v < 0))$.

Câu 3. (L.O.1.2)
Gọi $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là nghiệm của bài toán Cauchy sau

$$\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$$

Khi đó $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là

(A) $\begin{bmatrix} R_0 \cos(t) - J_0 \sin(t) \\ J_0 \cos(t) + R_0 \sin(t) \end{bmatrix}$.
(B) $\begin{bmatrix} R_0 \cos(t) + J_0 \sin(t) \\ J_0 \cos(t) - R_0 \sin(t) \end{bmatrix}$.
(C) $\begin{bmatrix} R_0 \cos(t) + J_0 \sin(t) \\ J_0 \cos(t) + R_0 \sin(t) \end{bmatrix}$.
(D) $\begin{bmatrix} R_0 \cos(t) - J_0 \sin(t) \\ J_0 \cos(t) - R_0 \sin(t) \end{bmatrix}$.

Câu 4. (L.O.1.2)
Xét chương trình P sau đây

$$\textbf{if} \quad u > 2 \quad \textbf{then} \quad v := 1 \quad \textbf{else} \quad v := -1$$

cùng với một hậu điều kiện $\psi := (v > 0)$. Khi đó tiền điều kiện yếu nhất $wp(P, \psi)$ tương ứng là

(A) $((u > 2) \longrightarrow \textbf{True}))$.
(B) $(u > 2)$.
(C) $((u \leq 2) \longrightarrow \textbf{False})$.
(D) $((u > 2) \longrightarrow \textbf{True}) \vee ((u \leq 2) \longrightarrow \textbf{False})$.

Câu 5. (L.O.1.2)

Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Romeo và Juliet lặp lại cảm xúc của nhau. Nếu một người yêu (ghét) người kia, thì tình cảm yêu (ghét) của người kia đối với người đó sẽ tăng lên. Vì vậy, nếu ban đầu cả hai đều yêu (ghét) nhau, tức là điều kiện ban đầu nằm ở góc phần tư thứ nhất (thứ ba), thì tình yêu (ghét) lẫn nhau của họ sẽ tăng lên. Nếu điều này không xảy ra; tức là ban đầu người này thích người kia nhưng người kia không thích lại, thì kết quả của câu chuyện sẽ phụ thuộc vào việc liệu cảm xúc tích cực của người thứ nhất dành cho người thứ hai có mạnh mẽ hơn cảm xúc tiêu cực của người thứ hai dành cho người đầu tiên hay không."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

Câu 6. (L.O.1.2)

Công thức nào sau đây không là một tautology?

(A) $(\forall x(P(x) \longrightarrow \exists y Q(x,y))) \longrightarrow (\exists x P(x) \longrightarrow \exists y Q(x,y))$.

(B) $(\forall x(P(x) \longleftrightarrow Q(x))) \longleftrightarrow (\forall x P(x) \longleftrightarrow \forall x Q(x))$.

(C) $(\exists x Q(x) \land (\forall x(P(x) \longrightarrow \neg Q(x)))) \longrightarrow \exists x \neg P(x)$.

(D) $\forall x(P(x) \longrightarrow A) \longleftrightarrow \exists x P(x) \longrightarrow A$, trong đó x không là biến tự do trong A.

Câu 7. (L.O.1.1, L.O.1.2)

Xét chương trình sau.
Dạng bất biến nào nên được dùng để chứng minh tính đúng đắn của nó?

```
i := 1;
s := b[0];
while (i < 2022)
    s := s + b[i];
    i := i + 1;
end-while
```

(A) $\{(s = \sum_{k=1}^{i} b[k]) \land 2022 > i > 0\}$.

(B) $\{(s = \sum_{k=0}^{i-1} b[k]) \land 2022 \geq i \geq 0\}$.

(C) $\{(s = \sum_{k=1}^{i-1} b[k]) \land 2022 \geq i > 0\}$.

(D) $\{(s = \sum_{k=1}^{2022} b[k]) \land 2022 > i \geq 0\}$.

Câu 8. (L.O.1.2)

Công thức nào sau đây không phải là một định lý (theorem) trong logic vị từ?

(A) $(\forall x \exists y(P(x) \longrightarrow Q(y))) \longrightarrow (\exists y \forall x(P(x) \longrightarrow Q(y)))$.

(B) $(\forall x(P(x) \longrightarrow R(x)) \land \forall x(Q(x) \longrightarrow R(x))) \longrightarrow \exists x(P(x) \land Q(x))$.

(C) $\exists y((\forall x P(x)) \longrightarrow P(y))$.

(D) $(\exists x(P(x) \land Q(x))) \land (\forall y(P(x) \longrightarrow R(x))) \longrightarrow \exists x(R(x) \land Q(x))$.

Câu 9. (L.O.1.2)

Gọi $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là nghiệm của bài toán Cauchy sau

$$\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Khi đó $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là

(A) $\begin{bmatrix} 7e^2 - 3e^3 \\ -7e^2 + 6e^3 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} 7e^2 + 3e^3 \\ 7e^2 - 6e^3 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} -7e^2 + 6e^3 \\ 7e^2 - e^3 \end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix} 7e^2 - 6e^3 \\ -7e^2 + 3e^3 \end{bmatrix}$.

Câu 10. (L.O.1.2)
Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Romeo và Juliet quá thận trọng và ngay cả trong tình huống tốt nhất là cả hai đều thích nhau, họ lại quá lo sợ khi hành động theo cảm xúc của mình. Do đó, bất kỳ tình cảm ban đầu nào của họ cuối cùng cũng chết đi và tất cả những gì còn lại là sự thờ ơ lẫn nhau. Nói cách khác, bài học dường như là 'thận trọng quá mức có thể dẫn đến lãnh cảm'."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

Câu 11. (L.O.1.2)
Xét chương trình P như trong **Câu 23** cùng với một tiền điều kiện $\{a > 0\}$, và hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{a > 0\}\ P\ \{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn riêng phần thì ta nên sử dụng dạng bất biến nào sau đây?

(A) $((t > 1) \wedge (u = (2a+t)-1) \wedge (v = (a+1-t)^2)$.
(B) $((t > 1) \wedge (u = (2a-t)+1) \wedge (v = (a+1-t)^2)$.
(C) $((t > 1) \wedge (u = (2a-t)+1) \wedge (v = a^2)$.
(D) $(t > 1)$.

Câu 12. (L.O.1.2)
Xét đoạn chương trình bên cùng với một hậu điều kiện $\psi := (x < y)$. Khi đó tiền điều kiện yếu nhất $wp(P, \psi)$ tương ứng là

```
if (x > y) then
z:=x;
x:=y;
y:=z
```

(A) $(x > y)$.
(B) (Tautology)
(C) (NOT$(x = y)$).
(D) $(x < y)$.

Câu 13. (L.O.1.2)
Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Kết cục đáng buồn của cuộc tình của họ, tất nhiên, là một chu kỳ yêu và ghét không bao giờ kết thúc; các phương trình điều chỉnh là các phương trình của một dao động điều hòa đơn giản. Nhưng ít nhất thì họ cũng có thể đạt được tình yêu đồng thời trong 1/4 thời gian."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

Câu 14. (L.O.1.2)
Xétϕ là một công thức logic mệnh đề tùy ý với hai phát biểu sau về ϕ.

I. hoặc là ϕ thỏa được, hoặc là $\neg\phi$ thỏa được.

II. hoặc ϕ là một tautology, hoặc $\neg\phi$ là một tautology.

Khi đó:

(A) Cả I và II đều đúng.
(B) I đúng và II sai.
(C) Cả I và II đều sai.
(D) I sai và II đúng.

Câu 15. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình P ở bên cùng với một tiền điều kiện $\{n \geq 0\}$, và hãy tự tìm hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{a > 0\}$ P $\{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn toàn phần thì ta nên sử dụng biểu thức không âm và giảm ngặt khi vòng lặp WHILE thực thi nào sau đây để chứng minh tính dừng của chương trình P?

```
x:=((n+1)/2);
while n < x² do
    x:=x-1
```

(A) $((x-1)^2 - n)$. (B) (x^2). (C) $(x^2 - n)$. (D) $((x^2 - 1) - n)$.

Câu 16. (L.O.1.2)

Gọi $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là nghiệm của bài toán Cauchy như trong Câu 3. Khi đó hình dạng của quỹ đạo (trajectory) của mặt phẳng pha (phase plane, tức là đồ thị của $J(t)$ và $R(t)$) là

(A) các đường quỹ đạo đóng (chính xác hơn là các ellipses nhưng không phải là các đường tròn) trong mặt phẳng (J, R).

(B) các đường quỹ đạo đóng (chính xác hơn là các đường tròn) trong mặt phẳng (J, R).

(C) các đường xoắn quanh (winding around) và ngày càng gần gốc tọa độ $(0, 0)$ trong mặt phẳng (J, R) hơn theo thời gian.

(D) các nhánh của các đường hyperbol trong mặt phẳng (J, R).

Câu 17. (L.O.1.2)

Biểu thức E để đảm bảo bộ ba Hoare

$$\{f = n!\}\texttt{f: = E; n :=n+1}\{f = n!\}$$

thỏa được tính đúng đắn riêng phần là

(A) $n * f$. (B) $(n+1) * f$. (C) $(n+1)!$. (D) $f * [(n-1)!]$.

Câu 18. (L.O.1.2)

Xét chương trình P như trong **Câu 15** cùng với một tiền điều kiện $\{n \geq 0\}$, và hãy tự tìm hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{n \geq 0\}$ P $\{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn riêng phần thì ta nên sử dụng dạng bất biến nào sau đây?

(A) $((n > 0) \longrightarrow ((x+1)^2 \leq n)) \wedge ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.

(B) $((n > 0) \longrightarrow ((x-1)^2 \leq n)) \wedge ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.

(C) $((n > 0) \longrightarrow ((x+1)^2 \geq n)) \wedge ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.

(D) $((n > 0) \longrightarrow ((x-1)^2 \geq n)) \wedge ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.

Câu 19. (L.O.1.2)

Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Mối quan hệ này dường như sẽ thất bại ngay từ đầu. Mỗi người đều muốn những gì họ không thể có và chán những gì họ có thể có. Vì vậy, nếu một người không thích người kia, tình cảm của người thứ hai dành cho người thứ nhất sẽ phát triển và ngược lại. Vì lý do này, bất kể cảm xúc ban đầu là gì, cuối cùng một người sẽ ngày càng từ chối người kia trong khi người kia ('bị thu hút một cách kỳ lạ' bởi sự từ chối) sẽ ngày càng tuyệt vọng hơn với người đầu tiên (điều này sẽ làm giảm tình cảm của người đầu tiên về thứ hai). Cuối cùng, một người sẽ phải bị nhận được một lệnh 'cấm cửa' từ người kia ..."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

Câu 20. (L.O.1.1, L.O.1.2)

Xét chương trình sau.
Nếu hậu điều kiện của nó là $\{x = y\}$, thì công thức nào sau đây nên là một tiền điều kiện tương ứng?

```
x := x + y;
if x < 0 then
  abort
else
  while x ≠ y do
    x := x + 1;
    y := y + 2
```

(A) $\{x = 2y \wedge y < 2022\}$.
(B) $\{x < 2y \wedge y > 2022\}$.
(C) $\{x < 2y \wedge y > 2022\}$.
(D) $\{x > 2y \wedge y = 2022\}$.

Câu 21. (L.O.1.2)
Xét công thức $\phi = \forall x \exists y \exists z (P(x, y) \wedge P(z, y) \wedge (P(x, z) \longrightarrow P(z, x)))$. Khi đó mô hình nào sau đây không thể thỏa được ϕ?

(A) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m, n) | m < n\}$.
(B) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m, n) | m > n\}$.
(C) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m, 2m) | m$ là một số tự nhiên tùy ý$\}$.
(D) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m, n) | m < n + 1\}$.

Câu 22. (L.O.1.2)
Xét chương trình P như trong **Câu 23**. Với tiền điều kiện $\{a > 0\}$, thì hậu điều kiện của P tương ứng là

(A) $v = (a + 1)^2$.
(B) $v = a^2$.
(C) $v = (a - 1)^2$.
(D) $v = (a + 1 - t)^2$.

Câu 23. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình P ở bên cùng với một tiền điều kiện $\{a > 0\}$, và hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{a > 0\}\ P\ \{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn toàn phần thì ta nên sử dụng biểu thức không âm và giảm ngặt khi vòng lặp WHILE thực thi nào sau đây để chứng minh tính dừng của chương trình P?

```
t:=a;
u:=1;
v:=1;
while t > 1 do
    t:=t-1;
    u:=u+2;
    v:=u+v
```

(A) $(t + 1 - a)^2$.
(B) $t + 1 - a$.
(C) t.
(D) $t > 1$.

Câu 24. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình bên. Tìm các công thức yếu nhất B_1, B_2 sao cho bộ ba

$$\{x + 2y = z\} P \{x + 2y < z\}$$

thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

```
if B1 then
   x:=y;
   y:=x
else
   if B2 then
      x:= 2*x+y;
      y:= -x+y-1
```

(A) $B_1 = (x < y - 2), B_2 = (y < x)$.
(B) $B_1 = (x > y), B_2 = (y - 2 > x)$.
(C) $B_1 = (x < y), B_2 = (y - 2 < x)$.
(D) $B_1 = (x > y - 2), B_2 = (y > x)$.

TRƯỜNG ĐHBK TP. HCM
KHOA KH&KT MÁY TÍNH

ĐÁP ÁN THI CUỐI KỲ
Môn: **MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC**
(CO2011)
Lớp: **MT20** Nhóm: **DT01**
Thời gian làm bài: **80 phút**
(SV chỉ được sử dụng 01 tờ A4 viết tay chứa những ghi chú cần thiết)
Ngày thi: **26-08-2022**

Mã đề: 2681

Câu 1. B	**Câu 7.** B	**Câu 13.** B	**Câu 19.** C
Câu 2. C	**Câu 8.** B	**Câu 14.** B	**Câu 20.** D
Câu 3. B	**Câu 9.** B	**Câu 15.** C	**Câu 21.** B
Câu 4. B	**Câu 10.** D	**Câu 16.** B	**Câu 22.** B
Câu 5. A	**Câu 11.** B	**Câu 17.** B	**Câu 23.** C
Câu 6. B	**Câu 12.** C	**Câu 18.** B	**Câu 24.** C

Giảng viên ra đề:	*25-08-2021*	Người phê duyệt:	*25-08-2022*
Nguyễn An Khương Nguyễn Tiến Thịnh		BM KHMT/Khoa KH&KT Máy tính	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH	THI CUỐI KỲ	Học kỳ/Năm học	3	2021-2022
		Ngày thi		26-08-2022
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Mã môn học	CO2011		
	Thời lượng	80 phút	**Mã đề**	**2682**

Ghi chú: - SV được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- **SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.**
- Tô đậm phương án trả lời đúng vào phiếu làm bài trắc nghiệm.
- Bài thi có **24** câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. (L.O.1.2)
Biểu thức E để đảm bảo bộ ba Hoare

$$\{f = n!\}\texttt{f: = E; n :=n+1}\{f = n!\}$$

thỏa được tính đúng đắn riêng phần là

(A) $f * [(n-1)!]$. (B) $n * f$. (C) $(n+1) * f$. (D) $(n+1)!$.

Câu 2. (L.O.1.2)
Xét chương trình P sau đây

$$\textbf{if}\quad u > 2 \quad \textbf{then} \quad v := 1 \quad \textbf{else} \quad v := -1$$

cùng với một hậu điều kiện $\psi := (v > 0)$. Khi đó tiền điều kiện yếu nhất $wp(P, \psi)$ tương ứng là

(A) $((u > 2) \longrightarrow \textbf{True}) \vee ((u \leq 2) \longrightarrow \textbf{False})$.
(B) $((u > 2) \longrightarrow \textbf{True}))$.
(C) $(u > 2)$.
(D) $((u \leq 2) \longrightarrow \textbf{False})$.

Câu 3. (L.O.1.2)
Xét chương trình P như trong **Câu 18**. Với tiền điều kiện $\{a > 0\}$, thì hậu điều kiện của P tương ứng là

(A) $v = (a+1-t)^2$. (B) $v = (a+1)^2$. (C) $v = a^2$. (D) $v = (a-1)^2$.

Câu 4. (L.O.1.2)
Xétϕ là một công thức logic mệnh đề tùy ý với hai phát biểu sau về ϕ.

I. hoặc là ϕ thỏa được, hoặc là $\neg\phi$ thỏa được.

II. hoặc ϕ là một tautology, hoặc $\neg\phi$ là một tautology.

Khi đó:

(A) I sai và II đúng.
(B) Cả I và II đều đúng.
(C) I đúng và II sai.
(D) Cả I và II đều sai.

Câu 5. (L.O.1.2)
Công thức nào sau đây không phải là một định lý (theorem) trong logic vị từ?

(A) $(\exists x(P(x) \wedge Q(x))) \wedge (\forall y(P(x) \longrightarrow R(x))) \longrightarrow \exists x(R(x) \wedge Q(x))$.
(B) $(\forall x \exists y(P(x) \longrightarrow Q(y))) \longrightarrow (\exists y \forall x(P(x) \longrightarrow Q(y)))$.
(C) $(\forall x(P(x) \longrightarrow R(x)) \wedge \forall x(Q(x) \longrightarrow R(x))) \longrightarrow \exists x(P(x) \wedge Q(x))$.
(D) $\exists y((\forall x P(x)) \longrightarrow P(y))$.

Câu 6. (L.O.1.2)

Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Kết cục đáng buồn của cuộc tình của họ, tất nhiên, là một chu kỳ yêu và ghét không bao giờ kết thúc; các phương trình điều chỉnh là các phương trình của một dao động điều hòa đơn giản. Nhưng ít nhất thì họ cũng có thể đạt được tình yêu đồng thời trong 1/4 thời gian."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

Câu 7. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình bên. Tìm các công thức yếu nhất B_1, B_2 sao cho bộ ba

$$\{x + 2y = z\}P\{x + 2y < z\}$$

thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

```
if B1 then
    x:=y;
    y:=x
else
    if B2 then
        x:= 2*x+y;
        y:= -x+y-1
```

(A) $B_1 = (x > y - 2), B_2 = (y > x)$.

(B) $B_1 = (x < y - 2), B_2 = (y < x)$.

(C) $B_1 = (x > y), B_2 = (y - 2 > x)$.

(D) $B_1 = (x < y), B_2 = (y - 2 < x)$.

Câu 8. (L.O.1.2)

Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Mối quan hệ này dường như sẽ thất bại ngay từ đầu. Mỗi người đều muốn những gì họ không thể có và chán những gì họ có thể có. Vì vậy, nếu một người không thích người kia, tình cảm của người thứ hai dành cho người thứ nhất sẽ phát triển và ngược lại. Vì lý do này, bất kể cảm xúc ban đầu là gì, cuối cùng một người sẽ ngày càng từ chối người kia trong khi người kia ('bị thu hút một cách kỳ lạ' bởi sự từ chối) sẽ ngày càng tuyệt vọng hơn với người đầu tiên (điều này sẽ làm giảm tình cảm của người đầu tiên về thứ hai). Cuối cùng, một người sẽ phải bị nhận được một lệnh 'cấm cửa' từ người kia ..."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

Câu 9. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình P ở bên cùng với một tiền điều kiện $\{n \geq 0\}$, và hãy tự tìm hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{a > 0\}$ P $\{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn toàn phần thì ta nên sử dụng biểu thức không âm và giảm ngặt khi vòng lặp WHILE thực thi nào sau đây để chứng minh tính dừng của chương trình P?

```
x:=((n+1)/2);
while n < x² do
    x:=x-1
```

(A) $((x^2 - 1) - n)$.

(B) $((x - 1)^2 - n)$.

(C) (x^2).

(D) $(x^2 - n)$.

Câu 10. (L.O.1.2)

Gọi $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là nghiệm của bài toán Cauchy sau

$$\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Khi đó $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là

(A) $\begin{bmatrix} 7e^2 - 6e^3 \\ -7e^2 + 3e^3 \end{bmatrix}$. (B) $\begin{bmatrix} 7e^2 - 3e^3 \\ -7e^2 + 6e^3 \end{bmatrix}$. (C) $\begin{bmatrix} 7e^2 + 3e^3 \\ 7e^2 - 6e^3 \end{bmatrix}$. (D) $\begin{bmatrix} -7e^2 + 6e^3 \\ 7e^2 - e^3 \end{bmatrix}$.

Câu 11. (L.O.1.1, L.O.1.2)

Xét chương trình sau.
Nếu hậu điều kiện của nó là $\{x = y\}$, thì công thức nào sau đây nên là một tiền điều kiện tương ứng?

```
x := x + y;
if x < 0 then
  abort
else
  while x ≠ y do
    x := x + 1;
    y := y + 2
```

(A) $\{x > 2y \wedge y = 2022\}$. (B) $\{x = 2y \wedge y < 2022\}$.
(C) $\{x < 2y \wedge y > 2022\}$. (D) $\{x < 2y \wedge y > 2022\}$.

Câu 12. (L.O.1.2)

Xét chương trình P như trong **Câu 18** cùng với một tiền điều kiện $\{a > 0\}$, và hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{a > 0\}\ P\ \{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn riêng phần thì ta nên sử dụng dạng bất biến nào sau đây?

(A) $(t > 1)$. (B) $((t > 1) \wedge (u = (2a + t) - 1) \wedge (v = (a + 1 - t)^2)$.
(C) $((t > 1) \wedge (u = (2a - t) + 1) \wedge (v = (a + 1 - t)^2)$. (D) $((t > 1) \wedge (u = (2a - t) + 1) \wedge (v = a^2)$.

Câu 13. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình bên cùng với một hậu điều kiện $\psi := (x < y)$. Khi đó tiền điều kiện yếu nhất $wp(P, \psi)$ tương ứng là

```
if (x > y) then
z:=x;
x:=y;
y:=z
```

(A) $(x < y)$. (B) $(x > y)$. (C) (Tautology) (D) $(\mathrm{NOT}(x = y))$.

Câu 14. (L.O.1.1, L.O.1.2)

Xét chương trình sau.
Dạng bất biến nào nên được dùng để chứng minh tính đúng đắn của nó?

```
i := 1;
s := b[0];
while (i < 2022)
    s := s + b[i];
    i := i + 1;
end-while
```

(A) $\{(s = \sum_{k=1}^{2022} b[k]) \wedge 2022 > i \geq 0\}$. (B) $\{(s = \sum_{k=1}^{i} b[k]) \wedge 2022 > i > 0\}$.
(C) $\{(s = \sum_{k=0}^{i-1} b[k]) \wedge 2022 \geq i \geq 0\}$. (D) $\{(s = \sum_{k=1}^{i-1} b[k]) \wedge 2022 \geq i > 0\}$.

Câu 15. (L.O.1.2)

Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Romeo và Juliet lặp lại cảm xúc của nhau. Nếu một người yêu (ghét) người kia, thì tình cảm yêu (ghét) của người kia đối với người đó sẽ tăng lên. Vì vậy, nếu ban đầu cả hai đều yêu (ghét) nhau, tức là điều kiện ban đầu nằm ở góc phần tư thứ nhất (thứ ba), thì tình yêu (ghét) lẫn nhau của họ sẽ tăng lên. Nếu điều này không xảy ra; tức là ban đầu người này thích người kia nhưng người kia không thích lại, thì kết quả của câu chuyện sẽ phụ thuộc vào việc liệu cảm xúc tích cực của người thứ nhất dành cho người thứ hai có mạnh mẽ hơn cảm xúc tiêu cực của người thứ hai dành cho người đầu tiên hay không."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

Câu 16. (L.O.1.2)

Gọi $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là nghiệm của bài toán Cauchy như trong Câu 20. Khi đó hình dạng của quỹ đạo (trajectory) của mặt phẳng pha (phase plane, tức là đồ thị của $J(t)$ và $R(t)$) là

(A) các nhánh của các đường hyperbol trong mặt phẳng (J, R).

(B) các đường quỹ đạo đóng (chính xác hơn là các ellipses nhưng không phải là các đường tròn) trong mặt phẳng (J, R).

(C) các đường quỹ đạo đóng (chính xác hơn là các đường tròn) trong mặt phẳng (J, R).

(D) các đường xoắn quanh (winding around) và ngày càng gần gốc tọa độ $(0, 0)$ trong mặt phẳng (J, R) hơn theo thời gian.

Câu 17. (L.O.1.2)

Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Romeo và Juliet quá thận trọng và ngay cả trong tình huống tốt nhất là cả hai đều thích nhau, họ lại quá lo sợ khi hành động theo cảm xúc của mình. Do đó, bất kỳ tình cảm ban đầu nào của họ cuối cùng cũng chết đi và tất cả những gì còn lại là sự thờ ơ lẫn nhau. Nói cách khác, bài học dường như là 'thận trọng quá mức có thể dẫn đến lãnh cảm'."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

Câu 18. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình P ở bên cùng với một tiền điều kiện $\{a > 0\}$, và hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{a > 0\}$ P $\{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn toàn phần thì ta nên sử dụng biểu thức không âm và giảm ngặt khi vòng lặp WHILE thực thi nào sau đây để chứng minh tính dừng của chương trình P?

```
t:=a;
u:=1;
v:=1;
while t > 1 do
    t:=t-1;
    u:=u+2;
    v:=u+v
```

(A) $t > 1$.

(B) $(t + 1 - a)^2$.

(C) $t + 1 - a$.

(D) t.

Câu 19. (L.O.1.2)

Xét công thức $\phi = \forall x \exists y \exists z (P(x,y) \land P(z,y) \land (P(x,z) \longrightarrow P(z,x)))$. Khi đó mô hình nào sau đây không thể thỏa được ϕ?

(A) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m,n) | m < n+1\}$.
(B) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m,n) | m < n\}$.
(C) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m,n) | m > n\}$.
(D) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m,2m) | m$ là một số tự nhiên tùy ý$\}$.

Câu 20. (L.O.1.2)

Gọi $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là nghiệm của bài toán Cauchy sau

$$\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$$

Khi đó $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là

(A) $\begin{bmatrix} R_0\cos(t) - J_0\sin(t) \\ J_0\cos(t) - R_0\sin(t) \end{bmatrix}$.
(B) $\begin{bmatrix} R_0\cos(t) - J_0\sin(t) \\ J_0\cos(t) + R_0\sin(t) \end{bmatrix}$.
(C) $\begin{bmatrix} R_0\cos(t) + J_0\sin(t) \\ J_0\cos(t) - R_0\sin(t) \end{bmatrix}$.
(D) $\begin{bmatrix} R_0\cos(t) + J_0\sin(t) \\ J_0\cos(t) + R_0\sin(t) \end{bmatrix}$.

Câu 21. (L.O.1.2)

Xét chương trình P như trong **Câu 9** cùng với một tiền điều kiện $\{n \geq 0\}$, và hãy tự tìm hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{n \geq 0\}\ P\ \{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn riêng phần thì ta nên sử dụng dạng bất biến nào sau đây?

(A) $((n > 0) \longrightarrow ((x-1)^2 \geq n)) \land ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.
(B) $((n > 0) \longrightarrow ((x+1)^2 \leq n)) \land ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.
(C) $((n > 0) \longrightarrow ((x-1)^2 \leq n)) \land ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.
(D) $((n > 0) \longrightarrow ((x+1)^2 \geq n)) \land ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.

Câu 22. (L.O.1.2)

Công thức nào sau đây là một định lý (theorem) trong logic vị từ?

(A) $((\forall x P(x)) \longrightarrow (\forall x Q(x))) \longrightarrow (\forall x((P(x) \longrightarrow Q(x)) \land (Q(x) \longrightarrow P(x))))$.
(B) $\forall x \forall y ((P(x) \longrightarrow P(y)) \land (P(y) \longrightarrow P(x)))$.
(C) $(\forall x((P(x) \longrightarrow Q(x)) \land (Q(x) \longleftarrow P(x)))) \longrightarrow ((\forall x P(x)) \longrightarrow (\forall x Q(x)))$.
(D) $((\forall x P(x)) \longrightarrow A) \longrightarrow (\forall x (P(x) \longrightarrow A))$, với A có số ngôi (arity) 0.

Câu 23. (L.O.1.2)

Công thức nào sau đây không là một tautology?

(A) $\forall x (P(x) \longrightarrow A) \longleftrightarrow \exists x P(x) \longrightarrow A$, trong đó x không là biến tự do trong A.
(B) $(\forall x (P(x) \longrightarrow \exists y Q(x,y))) \longrightarrow (\exists x P(x) \longrightarrow \exists y Q(x,y))$.
(C) $(\forall x (P(x) \longleftrightarrow Q(x))) \longleftrightarrow (\forall x P(x) \longleftrightarrow \forall x Q(x))$.
(D) $(\exists x Q(x) \land (\forall x (P(x) \longrightarrow \neg Q(x)))) \longrightarrow \exists x \neg P(x)$.

Câu 24. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình bên cùng với một hậu điều kiện $\psi := (z < 0)$. Khi đó tiền điều kiện yếu nhất $wp(P, \psi)$ tương ứng là

```
u: = 2 * u;
x: = -u;
y: = v + 1;
z: = min(x, y)
```

(A) $((u > 2) \lor (v < 0)$.
(B) $(u > 0)$.
(C) $((u > 0) \lor (v < -1))$.
(D) $(v < -1)$.

TRƯỜNG ĐHBK TP. HCM
KHOA KH&KT MÁY TÍNH

ĐÁP ÁN THI CUỐI KỲ
Môn: MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC
(CO2011)

Lớp: **MT20** Nhóm: **DT01**
Thời gian làm bài: **80 phút**
(SV chỉ được sử dụng 01 tờ A4 viết tay chứa những ghi chú cần thiết)
Ngày thi: **26-08-2022**

Mã đề: 2682

Câu 1. C	**Câu 7.** D	**Câu 13.** D	**Câu 19.** C
Câu 2. C	**Câu 8.** D	**Câu 14.** C	**Câu 20.** C
Câu 3. C	**Câu 9.** D	**Câu 15.** B	**Câu 21.** C
Câu 4. C	**Câu 10.** C	**Câu 16.** C	**Câu 22.** C
Câu 5. C	**Câu 11.** A	**Câu 17.** A	**Câu 23.** C
Câu 6. C	**Câu 12.** C	**Câu 18.** D	**Câu 24.** D

Giảng viên ra đề:	*25-08-2021*	Người phê duyệt:	*25-08-2022*
Nguyễn An Khương Nguyễn Tiến Thịnh		BM KHMT/Khoa KH&KT Máy tính	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH	THI CUỐI KỲ	Học kỳ/Năm học	3	2021-2022
		Ngày thi		26-08-2022
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Mã môn học	CO2011		
	Thời lượng	80 phút	**Mã đề**	**2683**

Ghi chú: - SV được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Tô đậm phương án trả lời đúng vào phiếu làm bài trắc nghiệm.
- Bài thi có **24** câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. (L.O.1.2)
Xét công thức $\phi = \forall x \exists y \exists z (P(x,y) \wedge P(z,y) \wedge (P(x,z) \longrightarrow P(z,x)))$. Khi đó mô hình nào sau đây không thể thỏa được ϕ?

(A) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m,n)|m < n\}$.
(B) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m,n)|m < n+1\}$.
(C) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m,n)|m > n\}$.
(D) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m,2m)|m$ là một số tự nhiên tùy ý$\}$.

Câu 2. (L.O.1.2)
Xét đoạn chương trình P ở bên cùng với một tiền điều kiện $\{n \geq 0\}$, và hãy tự tìm hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{a > 0\}$ P $\{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn toàn phần thì ta nên sử dụng biểu thức không âm và giảm ngặt khi vòng lặp WHILE thực thi nào sau đây để chứng minh tính dừng của chương trình P?

```
x:=((n+1)/2);
while n < x² do
    x:=x-1
```

(A) $((x-1)^2 - n)$. (B) $((x^2-1)-n)$. (C) (x^2). (D) $(x^2 - n)$.

Câu 3. (L.O.1.2)
Gọi $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là nghiệm của bài toán Cauchy như trong Câu 21. Khi đó hình dạng của quỹ đạo (trajectory) của mặt phẳng pha (phase plane, tức là đồ thị của $J(t)$ và $R(t)$) là

(A) các đường quỹ đạo đóng (chính xác hơn là các ellipses nhưng không phải là các đường tròn) trong mặt phẳng (J,R).
(B) các nhánh của các đường hyperbol trong mặt phẳng (J,R).
(C) các đường quỹ đạo đóng (chính xác hơn là các đường tròn) trong mặt phẳng (J,R).
(D) các đường xoắn quanh (winding around) và ngày càng gần gốc tọa độ $(0,0)$ trong mặt phẳng (J,R) hơn theo thời gian.

Câu 4. (L.O.1.2)
Công thức nào sau đây không phải là một định lý (theorem) trong logic vị từ?

(A) $(\forall x \exists y (P(x) \longrightarrow Q(y))) \longrightarrow (\exists y \forall x (P(x) \longrightarrow Q(y)))$.
(B) $(\exists x (P(x) \wedge Q(x))) \wedge (\forall y (P(x) \longrightarrow R(x))) \longrightarrow \exists x (R(x) \wedge Q(x))$.
(C) $(\forall x (P(x) \longrightarrow R(x)) \wedge \forall x (Q(x) \longrightarrow R(x))) \longrightarrow \exists x (P(x) \wedge Q(x))$.
(D) $\exists y ((\forall x P(x)) \longrightarrow P(y))$.

Câu 5. (L.O.1.2)
Xét chương trình P như trong **Câu 18**. Với tiền điều kiện $\{a > 0\}$, thì hậu điều kiện của P tương ứng là

(A) $v = (a+1)^2$. (B) $v = (a+1-t)^2$. (C) $v = a^2$. (D) $v = (a-1)^2$.

Câu 6. (L.O.1.2)
Biểu thức E để đảm bảo bộ ba Hoare

$$\{f = n!\}\texttt{f: = E; n :=n+1}\{f = n!\}$$

thỏa được tính đúng đắn riêng phần là

(A) $n * f$. (B) $f * [(n-1)!]$. (C) $(n+1) * f$. (D) $(n+1)!$.

Câu 7. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình bên. Tìm các công thức yếu nhất B_1, B_2 sao cho bộ ba

$$\{x + 2y = z\}P\{x + 2y < z\}$$

thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

```
if B1 then
   x:=y;
   y:=x
else
   if B2 then
      x:= 2*x+y;
      y:= -x+y-1
```

(A) $B_1 = (x < y - 2), B_2 = (y < x)$. (B) $B_1 = (x > y - 2), B_2 = (y > x)$.
(C) $B_1 = (x > y), B_2 = (y - 2 > x)$. (D) $B_1 = (x < y), B_2 = (y - 2 < x)$.

Câu 8. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình bên cùng với một hậu điều kiện $\psi := (x < y)$. Khi đó tiền điều kiện yếu nhất $wp(P, \psi)$ tương ứng là

```
if (x > y) then

z:=x;
x:=y;
y:=z
```

(A) $(x > y)$. (B) $(x < y)$. (C) (Tautology) (D) (NOT$(x = y)$).

Câu 9. (L.O.1.2)
Công thức nào sau đây là một định lý (theorem) trong logic vị từ?

(A) $\forall x \forall y((P(x) \longrightarrow P(y)) \wedge (P(y) \longrightarrow P(x)))$.
(B) $((\forall x P(x)) \longrightarrow (\forall x Q(x))) \longrightarrow (\forall x((P(x) \longrightarrow Q(x)) \wedge (Q(x) \longrightarrow P(x))))$.
(C) $(\forall x((P(x) \longrightarrow Q(x)) \wedge (Q(x) \longleftarrow P(x)))) \longrightarrow ((\forall x P(x)) \longrightarrow (\forall x Q(x)))$.
(D) $((\forall x P(x)) \longrightarrow A) \longrightarrow (\forall x(P(x) \longrightarrow A))$, với A có số ngôi (arity) 0.

Câu 10. (L.O.1.2)
Xét chương trình P như trong **Câu 18** cùng với một tiền điều kiện $\{a > 0\}$, và hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{a > 0\}\ P\ \{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn riêng phần thì ta nên sử dụng dạng bất biến nào sau đây?

(A) $((t > 1) \wedge (u = (2a+t)-1) \wedge (v = (a+1-t)^2)$. (B) $(t > 1)$.
(C) $((t > 1) \wedge (u = (2a-t)+1) \wedge (v = (a+1-t)^2)$. (D) $((t > 1) \wedge (u = (2a-t)+1) \wedge (v = a^2)$.

Câu 11. (L.O.1.2)
Công thức nào sau đây không là một tautology?

(A) $(\forall x(P(x) \longrightarrow \exists y Q(x, y))) \longrightarrow (\exists x P(x) \longrightarrow \exists y Q(x, y))$.
(B) $\forall x(P(x) \longrightarrow A) \longleftrightarrow \exists x P(x) \longrightarrow A$, trong đó x không là biến tự do trong A.
(C) $(\forall x(P(x) \longleftrightarrow Q(x))) \longleftrightarrow (\forall x P(x) \longleftrightarrow \forall x Q(x))$.
(D) $(\exists x Q(x) \wedge (\forall x(P(x) \longrightarrow \neg Q(x)))) \longrightarrow \exists x \neg P(x)$.

Câu 12. (L.O.1.2)

Gọi $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là nghiệm của bài toán Cauchy sau

$$\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Khi đó $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là

(A) $\begin{bmatrix} 7e^2 - 3e^3 \\ -7e^2 + 6e^3 \end{bmatrix}$. (B) $\begin{bmatrix} 7e^2 - 6e^3 \\ -7e^2 + 3e^3 \end{bmatrix}$. (C) $\begin{bmatrix} 7e^2 + 3e^3 \\ 7e^2 - 6e^3 \end{bmatrix}$. (D) $\begin{bmatrix} -7e^2 + 6e^3 \\ 7e^2 - e^3 \end{bmatrix}$.

Câu 13. (L.O.1.2)

Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Romeo và Juliet quá thận trọng và ngay cả trong tình huống tốt nhất là cả hai đều thích nhau, họ lại quá lo sợ khi hành động theo cảm xúc của mình. Do đó, bất kỳ tình cảm ban đầu nào của họ cuối cùng cũng chết đi và tất cả những gì còn lại là sự thờ ơ lẫn nhau. Nói cách khác, bài học dường như là 'thận trọng quá mức có thể dẫn đến lãnh cảm'."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

Câu 14. (L.O.1.2)

Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Mối quan hệ này dường như sẽ thất bại ngay từ đầu. Mỗi người đều muốn những gì họ không thể có và chán những gì họ có thể có. Vì vậy, nếu một người không thích người kia, tình cảm của người thứ hai dành cho người thứ nhất sẽ phát triển và ngược lại. Vì lý do này, bất kể cảm xúc ban đầu là gì, cuối cùng một người sẽ ngày càng từ chối người kia trong khi người kia ('bị thu hút một cách kỳ lạ' bởi sự từ chối) sẽ ngày càng tuyệt vọng hơn với người đầu tiên (điều này sẽ làm giảm tình cảm của người đầu tiên về thứ hai). Cuối cùng, một người sẽ phải bị nhận được một lệnh 'cấm cửa' từ người kia ..."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

Câu 15. (L.O.1.2)
Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Romeo và Juliet lặp lại cảm xúc của nhau. Nếu một người yêu (ghét) người kia, thì tình cảm yêu (ghét) của người kia đối với người đó sẽ tăng lên. Vì vậy, nếu ban đầu cả hai đều yêu (ghét) nhau, tức là điều kiện ban đầu nằm ở góc phần tư thứ nhất (thứ ba), thì tình yêu (ghét) lẫn nhau của họ sẽ tăng lên. Nếu điều này không xảy ra; tức là ban đầu người này thích người kia nhưng người kia không thích lại, thì kết quả của câu chuyện sẽ phụ thuộc vào việc liệu cảm xúc tích cực của người thứ nhất dành cho người thứ hai có mạnh mẽ hơn cảm xúc tiêu cực của người thứ hai dành cho người đầu tiên hay không."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

Câu 16. (L.O.1.2)
Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Kết cục đáng buồn của cuộc tình của họ, tất nhiên, là một chu kỳ yêu và ghét không bao giờ kết thúc; các phương trình điều chỉnh là các phương trình của một dao động điều hòa đơn giản. Nhưng ít nhất thì họ cũng có thể đạt được tình yêu đồng thời trong 1/4 thời gian."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

Câu 17. (L.O.1.1, L.O.1.2)

Xét chương trình sau.
Nếu hậu điều kiện của nó là $\{x = y\}$, thì công thức nào sau đây nên là một tiền điều kiện tương ứng?

```
x := x + y;
if x < 0 then
   abort
else
   while x ≠ y do
      x := x + 1;
      y := y + 2
```

(A) $\{x = 2y \wedge y < 2022\}$.
(B) $\{x > 2y \wedge y = 2022\}$.
(C) $\{x < 2y \wedge y > 2022\}$.
(D) $\{x < 2y \wedge y > 2022\}$.

Câu 18. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình P ở bên cùng với một tiền điều kiện $\{a > 0\}$, và hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{a > 0\}\ P\ \{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn toàn phần thì ta nên sử dụng biểu thức không âm và giảm ngặt khi vòng lặp WHILE thực thi nào sau đây để chứng minh tính dừng của chương trình P?

```
t:=a;
u:=1;
v:=1;
while t > 1 do
   t:=t-1;
   u:=u+2;
   v:=u+v
```

(A) $(t + 1 - a)^2$.
(B) $t > 1$.
(C) $t + 1 - a$.
(D) t.

Câu 19. (L.O.1.1, L.O.1.2)

Xét chương trình sau.
Dạng bất biến nào nên được dùng để chứng minh tính đúng đắn của nó?

```
i := 1;
s := b[0];
while (i < 2022)
    s := s + b[i];
    i := i + 1;
end-while
```

(A) $\{(s = \sum_{k=1}^{i} b[k]) \wedge 2022 > i > 0\}$.
(B) $\{(s = \sum_{k=1}^{2022} b[k]) \wedge 2022 > i \geq 0\}$.
(C) $\{(s = \sum_{k=0}^{i-1} b[k]) \wedge 2022 \geq i \geq 0\}$.
(D) $\{(s = \sum_{k=1}^{i-1} b[k]) \wedge 2022 \geq i > 0\}$.

Câu 20. (L.O.1.2)
Xét chương trình P sau đây

$$\textbf{if} \quad u > 2 \quad \textbf{then} \quad v := 1 \quad \textbf{else} \quad v := -1$$

cùng với một hậu điều kiện $\psi := (v > 0)$. Khi đó tiền điều kiện yếu nhất $wp(P, \psi)$ tương ứng là

(A) $((u > 2) \longrightarrow \textbf{True}))$.
(B) $((u > 2) \longrightarrow \textbf{True}) \vee ((u \leq 2) \longrightarrow \textbf{False})$.
(C) $(u > 2)$.
(D) $((u \leq 2) \longrightarrow \textbf{False})$.

Câu 21. (L.O.1.2)
Gọi $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là nghiệm của bài toán Cauchy sau

$$\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$$

Khi đó $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là

(A) $\begin{bmatrix} R_0\cos(t) - J_0\sin(t) \\ J_0\cos(t) + R_0\sin(t) \end{bmatrix}$.
(B) $\begin{bmatrix} R_0\cos(t) - J_0\sin(t) \\ J_0\cos(t) - R_0\sin(t) \end{bmatrix}$.
(C) $\begin{bmatrix} R_0\cos(t) + J_0\sin(t) \\ J_0\cos(t) - R_0\sin(t) \end{bmatrix}$.
(D) $\begin{bmatrix} R_0\cos(t) + J_0\sin(t) \\ J_0\cos(t) + R_0\sin(t) \end{bmatrix}$.

Câu 22. (L.O.1.2)
Xét chương trình P như trong **Câu 2** cùng với một tiền điều kiện $\{n \geq 0\}$, và hãy tự tìm hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{n \geq 0\}$ P $\{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn riêng phần thì ta nên sử dụng dạng bất biến nào sau đây?

(A) $((n > 0) \longrightarrow ((x+1)^2 \leq n)) \wedge ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.
(B) $((n > 0) \longrightarrow ((x-1)^2 \geq n)) \wedge ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.
(C) $((n > 0) \longrightarrow ((x-1)^2 \leq n)) \wedge ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.
(D) $((n > 0) \longrightarrow ((x+1)^2 \geq n)) \wedge ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.

Câu 23. (L.O.1.2)
Xétϕ là một công thức logic mệnh đề tùy ý với hai phát biểu sau về ϕ.

I. hoặc là ϕ thỏa được, hoặc là $\neg\phi$ thỏa được.

II. hoặc ϕ là một tautology, hoặc $\neg\phi$ là một tautology.

Khi đó:

(A) Cả I và II đều đúng.
(B) I sai và II đúng.
(C) I đúng và II sai.
(D) Cả I và II đều sai.

Câu 24. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình bên cùng với một hậu điều kiện $\psi := (z < 0)$. Khi đó tiền điều kiện yếu nhất $wp(P, \psi)$ tương ứng là

```
u: = 2 * u;
x: = -u;
y: = v + 1;
z: = min(x, y)
```

(A) $(u > 0)$.

(B) $((u > 2) \vee (v < 0)$.

(C) $((u > 0) \vee (v < -1))$.

(D) $(v < -1)$.

TRƯỜNG ĐHBK TP. HCM
KHOA KH&KT MÁY TÍNH

ĐÁP ÁN THI CUỐI KỲ
Môn: **MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC**
(CO2011)
Lớp: **MT20** Nhóm: **DT01**
Thời gian làm bài: **80 phút**
(SV chỉ được sử dụng 01 tờ A4 viết tay chứa những ghi chú cần thiết)
Ngày thi: **26-08-2022**

Mã đề: 2683

Câu 1. C	**Câu 7.** D	**Câu 13.** B	**Câu 19.** C
Câu 2. D	**Câu 8.** D	**Câu 14.** D	**Câu 20.** C
Câu 3. C	**Câu 9.** C	**Câu 15.** A	**Câu 21.** C
Câu 4. C	**Câu 10.** C	**Câu 16.** C	**Câu 22.** C
Câu 5. C	**Câu 11.** C	**Câu 17.** B	**Câu 23.** C
Câu 6. C	**Câu 12.** C	**Câu 18.** D	**Câu 24.** D

Giảng viên ra đề:	*25-08-2021*	Người phê duyệt:	*25-08-2022*
Nguyễn An Khương Nguyễn Tiến Thịnh		BM KHMT/Khoa KH&KT Máy tính	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM KHOA KH&KT MÁY TÍNH	THI CUỐI KỲ	Học kỳ/Năm học	3	2021-2022
		Ngày thi		26-08-2022
	Môn học	Mô hình hóa Toán học		
	Mã môn học	CO2011		
	Thời lượng	80 phút	**Mã đề**	**2684**

Ghi chú: - SV được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- **SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.**
- Tô đậm phương án trả lời đúng vào phiếu làm bài trắc nghiệm.
- Bài thi có **24** câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. (L.O.1.2)
Xét chương trình P sau đây

$$\textbf{if}\quad u > 2\quad \textbf{then}\quad v := 1\quad \textbf{else}\quad v := -1$$

cùng với một hậu điều kiện $\psi := (v > 0)$. Khi đó tiền điều kiện yếu nhất $wp(P, \psi)$ tương ứng là

(A) $((u > 2) \longrightarrow \textbf{True}))$.
(B) $((u \leq 2) \longrightarrow \textbf{False})$.
(C) $(u > 2)$.
(D) $((u > 2) \longrightarrow \textbf{True}) \vee ((u \leq 2) \longrightarrow \textbf{False})$.

Câu 2. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình bên. Tìm các công thức yếu nhất B_1, B_2 sao cho bộ ba

$$\{x + 2y = z\}P\{x + 2y < z\}$$

thỏa được tính đúng đắn riêng phần (partial correctness)?

```
if B1 then
    x:=y;
    y:=x
else
    if B2 then
        x:= 2*x+y;
        y:= -x+y-1
```

(A) $B_1 = (x < y - 2), B_2 = (y < x)$.
(B) $B_1 = (x < y), B_2 = (y - 2 < x)$.
(C) $B_1 = (x > y), B_2 = (y - 2 > x)$.
(D) $B_1 = (x > y - 2), B_2 = (y > x)$.

Câu 3. (L.O.1.2)
Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Romeo và Juliet lặp lại cảm xúc của nhau. Nếu một người yêu (ghét) người kia, thì tình cảm yêu (ghét) của người kia đối với người đó sẽ tăng lên. Vì vậy, nếu ban đầu cả hai đều yêu (ghét) nhau, tức là điều kiện ban đầu nằm ở góc phần tư thứ nhất (thứ ba), thì tình yêu (ghét) lẫn nhau của họ sẽ tăng lên. Nếu điều này không xảy ra; tức là ban đầu người này thích người kia nhưng người kia không thích lại, thì kết quả của câu chuyện sẽ phụ thuộc vào việc liệu cảm xúc tích cực của người thứ nhất dành cho người thứ hai có mạnh mẽ hơn cảm xúc tiêu cực của người thứ hai dành cho người đầu tiên hay không."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

Câu 4. (L.O.1.2)

Gọi $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là nghiệm của bài toán Cauchy sau

$$\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$$

Khi đó $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là

(A) $\begin{bmatrix} R_0\cos(t) - J_0\sin(t) \\ J_0\cos(t) + R_0\sin(t) \end{bmatrix}$.
(B) $\begin{bmatrix} R_0\cos(t) + J_0\sin(t) \\ J_0\cos(t) + R_0\sin(t) \end{bmatrix}$.
(C) $\begin{bmatrix} R_0\cos(t) + J_0\sin(t) \\ J_0\cos(t) - R_0\sin(t) \end{bmatrix}$.
(D) $\begin{bmatrix} R_0\cos(t) - J_0\sin(t) \\ J_0\cos(t) - R_0\sin(t) \end{bmatrix}$.

Câu 5. (L.O.1.2)

Xét công thức $\phi = \forall x \exists y \exists z (P(x,y) \wedge P(z,y) \wedge (P(x,z) \longrightarrow P(z,x)))$. Khi đó mô hình nào sau đây không thể thỏa được ϕ?

(A) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m,n) | m < n\}$.
(B) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m,2m) | m$ là một số tự nhiên tùy ý$\}$.
(C) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m,n) | m > n\}$.
(D) Mô hình M trên tập các số tự nhiên với $P^M = \{(m,n) | m < n+1\}$.

Câu 6. (L.O.1.2)

Công thức nào sau đây không là một tautology?

(A) $(\forall x(P(x) \longrightarrow \exists y Q(x,y))) \longrightarrow (\exists x P(x) \longrightarrow \exists y Q(x,y))$.
(B) $(\exists x Q(x) \wedge (\forall x(P(x) \longrightarrow \neg Q(x)))) \longrightarrow \exists x \neg P(x)$.
(C) $(\forall x(P(x) \longleftrightarrow Q(x))) \longleftrightarrow (\forall x P(x) \longleftrightarrow \forall x Q(x))$.
(D) $\forall x(P(x) \longrightarrow A) \longleftrightarrow \exists x P(x) \longrightarrow A$, trong đó x không là biến tự do trong A.

Câu 7. (L.O.1.2)

Xét chương trình P như trong **Câu 21** cùng với một tiền điều kiện $\{a > 0\}$, và hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{a > 0\}\ P\ \{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn riêng phần thì ta nên sử dụng dạng bất biến nào sau đây?

(A) $((t > 1) \wedge (u = (2a+t)-1) \wedge (v = (a+1-t)^2)$.
(B) $((t > 1) \wedge (u = (2a-t)+1) \wedge (v = a^2)$.
(C) $((t > 1) \wedge (u = (2a-t)+1) \wedge (v = (a+1-t)^2)$.
(D) $(t > 1)$.

Câu 8. (L.O.1.2)

Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Mối quan hệ này dường như sẽ thất bại ngay từ đầu. Mỗi người đều muốn những gì họ không thể có và chán những gì họ có thể có. Vì vậy, nếu một người không thích người kia, tình cảm của người thứ hai dành cho người thứ nhất sẽ phát triển và ngược lại. Vì lý do này, bất kể cảm xúc ban đầu là gì, cuối cùng một người sẽ ngày càng từ chối người kia trong khi người kia ('bị thu hút một cách kỳ lạ' bởi sự từ chối) sẽ ngày càng tuyệt vọng hơn với người đầu tiên (điều này sẽ làm giảm tình cảm của người đầu tiên về thứ hai). Cuối cùng, một người sẽ phải bị nhận được một lệnh 'cấm cửa' từ người kia ..."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.
(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.
(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.
(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}$.

Câu 9. (L.O.1.2)

Gọi $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là nghiệm của bài toán Cauchy như trong Câu 4. Khi đó hình dạng của quỹ đạo (trajectory) của mặt phẳng pha (phase plane, tức là đồ thị của $J(t)$ và $R(t)$) là

(A) các đường quỹ đạo đóng (chính xác hơn là các ellipses nhưng không phải là các đường tròn) trong mặt phẳng (J, R).

(B) các đường xoắn quanh (winding around) và ngày càng gần gốc tọa độ $(0, 0)$ trong mặt phẳng (J, R) hơn theo thời gian.

(C) các đường quỹ đạo đóng (chính xác hơn là các đường tròn) trong mặt phẳng (J, R).

(D) các nhánh của các đường hyperbol trong mặt phẳng (J, R).

Câu 10. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình P ở bên cùng với một tiền điều kiện $\{n \geq 0\}$, và hãy tự tìm hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{a > 0\}$ P $\{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn toàn phần thì ta nên sử dụng biểu thức không âm và giảm ngặt khi vòng lặp WHILE thực thi nào sau đây để chứng minh tính dừng của chương trình P?

```
x:=((n+1)/2);
while n < x² do
    x:=x-1
```

(A) $((x-1)^2 - n)$. (B) $(x^2 - n)$. (C) (x^2). (D) $((x^2 - 1) - n)$.

Câu 11. (L.O.1.2)

Biểu thức E để đảm bảo bộ ba Hoare

$$\{f = n!\}\texttt{f: = E; n :=n+1}\{f = n!\}$$

thỏa được tính đúng đắn riêng phần là

(A) $n * f$. (B) $(n+1)!$. (C) $(n+1) * f$. (D) $f * [(n-1)!]$.

Câu 12. (L.O.1.1, L.O.1.2)

Xét chương trình sau.
Dạng bất biến nào nên được dùng để chứng minh tính đúng đắn của nó?

```
i := 1;
s := b[0];
while (i < 2022)
    s := s + b[i];
    i := i + 1;
end-while
```

(A) $\{(s = \sum_{k=1}^{i} b[k]) \wedge 2022 > i > 0\}$.

(B) $\{(s = \sum_{k=1}^{i-1} b[k]) \wedge 2022 \geq i > 0\}$.

(C) $\{(s = \sum_{k=0}^{i-1} b[k]) \wedge 2022 \geq i \geq 0\}$.

(D) $\{(s = \sum_{k=1}^{2022} b[k]) \wedge 2022 > i \geq 0\}$.

Câu 13. (L.O.1.2)

Xét chương trình P như trong **Câu 10** cùng với một tiền điều kiện $\{n \geq 0\}$, và hãy tự tìm hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{n \geq 0\}$ P $\{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn riêng phần thì ta nên sử dụng dạng bất biến nào sau đây?

(A) $((n > 0) \longrightarrow ((x+1)^2 \leq n)) \wedge ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.

(B) $((n > 0) \longrightarrow ((x+1)^2 \geq n)) \wedge ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.

(C) $((n > 0) \longrightarrow ((x-1)^2 \leq n)) \wedge ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.

(D) $((n > 0) \longrightarrow ((x-1)^2 \geq n)) \wedge ((n = 0) \longrightarrow (x = 0))$.

Câu 14. (L.O.1.2)

Công thức nào sau đây là một định lý (theorem) trong logic vị từ?

(A) $\forall x \forall y ((P(x) \longrightarrow P(y)) \wedge (P(y) \longrightarrow P(x)))$.

(B) $((\forall x P(x)) \longrightarrow A) \longrightarrow (\forall x (P(x) \longrightarrow A))$, với A có số ngôi (arity) 0.

(C) $(\forall x ((P(x) \longrightarrow Q(x)) \wedge (Q(x) \longleftarrow P(x)))) \longrightarrow ((\forall x P(x)) \longrightarrow (\forall x Q(x)))$.

(D) $((\forall x P(x)) \longrightarrow (\forall x Q(x))) \longrightarrow (\forall x ((P(x) \longrightarrow Q(x)) \wedge (Q(x) \longrightarrow P(x))))$.

Câu 15. (L.O.1.2)
Xét chương trình P như trong **Câu 21**. Với tiền điều kiện $\{a > 0\}$, thì hậu điều kiện của P tương ứng là

(A) $v = (a+1)^2$.
(B) $v = (a-1)^2$.
(C) $v = a^2$.
(D) $v = (a+1-t)^2$.

Câu 16. (L.O.1.2)
Xétϕ là một công thức logic mệnh đề tùy ý với hai phát biểu sau về ϕ.

I. hoặc là ϕ thỏa được, hoặc là $\neg\phi$ thỏa được.

II. hoặc ϕ là một tautology, hoặc $\neg\phi$ là một tautology.

Khi đó:

(A) Cả I và II đều đúng.
(B) Cả I và II đều sai.
(C) I đúng và II sai.
(D) I sai và II đúng.

Câu 17. (L.O.1.2)
Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Romeo và Juliet quá thận trọng và ngay cả trong tình huống tốt nhất là cả hai đều thích nhau, họ lại quá lo sợ khi hành động theo cảm xúc của mình. Do đó, bất kỳ tình cảm ban đầu nào của họ cuối cùng cũng chết đi và tất cả những gì còn lại là sự thờ ơ lẫn nhau. Nói cách khác, bài học dường như là 'thận trọng quá mức có thể dẫn đến lãnh cảm'."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

Câu 18. (L.O.1.2)
Bài toán Cauchy nào sau đây có thể được dùng để mô tả cho câu chuyện của Romeo và Juliet với tính chất "Kết cục đáng buồn của cuộc tình của họ, tất nhiên, là một chu kỳ yêu và ghét không bao giờ kết thúc; các phương trình điều chỉnh là các phương trình của một dao động điều hòa đơn giản. Nhưng ít nhất thì họ cũng có thể đạt được tình yêu đồng thời trong 1/4 thời gian."

(A) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(B) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(C) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

(D) $\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0 \\ J_0 \end{bmatrix}.$

Câu 19. (L.O.1.1, L.O.1.2)

Xét chương trình sau.
Nếu hậu điều kiện của nó là $\{x = y\}$, thì công thức nào sau đây nên là một tiền điều kiện tương ứng?

```
x := x + y;
if x < 0 then
  abort
else
  while x ≠ y do
    x := x + 1;
    y := y + 2
```

(A) $\{x = 2y \wedge y < 2022\}$.
(B) $\{x < 2y \wedge y > 2022\}$.
(C) $\{x < 2y \wedge y > 2022\}$.
(D) $\{x > 2y \wedge y = 2022\}$.

Câu 20. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình bên cùng với một hậu điều kiện $\psi := (x < y)$. Khi đó tiền điều kiện yếu nhất $wp(P, \psi)$ tương ứng là

```
if (x > y) then
z:=x;
x:=y;
y:=z
```

(A) $(x > y)$. (B) $(\text{NOT}(x = y))$. (C) (Tautology) (D) $(x < y)$.

Câu 21. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình P ở bên cùng với một tiền điều kiện $\{a > 0\}$, và hậu điều kiện ψ tương ứng, trong việc chứng minh bộ ba Hoare $\{a > 0\}\ P\ \{\psi\}$, thỏa được tính đúng đắn toàn phần thì ta nên sử dụng biểu thức không âm và giảm ngặt khi vòng lặp WHILE thực thi nào sau đây để chứng minh tính dừng của chương trình P?

```
t:=a;
u:=1;
v:=1;
while t > 1 do
    t:=t-1;
    u:=u+2;
    v:=u+v
```

(A) $(t + 1 - a)^2$. (B) t. (C) $t + 1 - a$. (D) $t > 1$.

Câu 22. (L.O.1.2)

Công thức nào sau đây không phải là một định lý (theorem) trong logic vị từ?

(A) $(\forall x \exists y(P(x) \longrightarrow Q(y))) \longrightarrow (\exists y \forall x(P(x) \longrightarrow Q(y)))$.

(B) $\exists y((\forall x P(x)) \longrightarrow P(y))$.

(C) $(\forall x(P(x) \longrightarrow R(x)) \wedge \forall x(Q(x) \longrightarrow R(x))) \longrightarrow \exists x(P(x) \wedge Q(x))$.

(D) $(\exists x(P(x) \wedge Q(x))) \wedge (\forall y(P(x) \longrightarrow R(x))) \longrightarrow \exists x(R(x) \wedge Q(x))$.

Câu 23. (L.O.1.2)

Xét đoạn chương trình bên cùng với một hậu điều kiện $\psi := (z < 0)$. Khi đó tiền điều kiện yếu nhất $wp(P, \psi)$ tương ứng là

```
u: = 2 * u;
x: = -u;
y: = v + 1;
z: = min(x, y)
```

(A) $(u > 0)$. (B) $(v < -1)$.

(C) $((u > 0) \vee (v < -1))$. (D) $((u > 2) \vee (v < 0))$.

Câu 24. (L.O.1.2)

Gọi $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là nghiệm của bài toán Cauchy sau

$$\begin{bmatrix} R'(t) \\ J'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} R(0) \\ J(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Khi đó $\begin{bmatrix} R(t) \\ J(t) \end{bmatrix}$ là

(A) $\begin{bmatrix} 7e^2 - 3e^3 \\ -7e^2 + 6e^3 \end{bmatrix}$. (B) $\begin{bmatrix} -7e^2 + 6e^3 \\ 7e^2 - e^3 \end{bmatrix}$. (C) $\begin{bmatrix} 7e^2 + 3e^3 \\ 7e^2 - 6e^3 \end{bmatrix}$. (D) $\begin{bmatrix} 7e^2 - 6e^3 \\ -7e^2 + 3e^3 \end{bmatrix}$.

TRƯỜNG ĐHBK TP. HCM
KHOA KH&KT MÁY TÍNH

ĐÁP ÁN THI CUỐI KỲ

Môn: **MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC**

(CO2011)

Lớp: **MT20** Nhóm: **DT01**

Thời gian làm bài: **80 phút**

(SV chỉ được sử dụng 01 tờ A4 viết tay chứa những ghi chú cần thiết)

Ngày thi: **26-08-2022**

Mã đề: 2684

Câu 1. C	**Câu 7.** C	**Câu 13.** C	**Câu 19.** D
Câu 2. B	**Câu 8.** B	**Câu 14.** C	**Câu 20.** B
Câu 3. A	**Câu 9.** C	**Câu 15.** C	**Câu 21.** B
Câu 4. C	**Câu 10.** B	**Câu 16.** C	**Câu 22.** C
Câu 5. C	**Câu 11.** C	**Câu 17.** D	**Câu 23.** B
Câu 6. C	**Câu 12.** C	**Câu 18.** C	**Câu 24.** C