

Giảng viên ra đề:
(Chữ ký và Họ tên)

Người phê duyệt:
(Chữ ký, Chức vụ và Họ tên)



TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM
KHOA KH&KT MÁY TÍNH

THI CUỐI KỲ		HK/NH	3	2023-2024
		Ngày thi	23/08/2024	
Môn học	Mô hình hóa Toán học			
Course ID	CO2011			
Thời lượng	80 phút	Mã đề	2331	

Ghi chú: - Sinh viên được phép sử dụng 01 tờ giấy A4 viết tay có chứa ghi chép cần thiết.
- SV phải ghi MSSV, họ và tên vào cuối trang này và nộp lại đề thi cùng với bài làm.
- Chọn phương án đúng nhất (chỉ chọn 1) cho mỗi câu hỏi.

1. (L.O.3.1) Tìm số điểm có tọa độ nguyên thuộc miền khả thi (feasible region) được xác định bởi:

$$\begin{aligned}3x + 8y &\leq 24 \\x + y &\leq 5 \\x &\geq 1 \\y &\geq 0\end{aligned}$$

- A. 8. B. 10. C. 11. D. Phương án khác.

2. (L.O.2.1) Số điểm cực biên (extreme points) **nhiều nhất** có thể có của một bài toán quy hoạch tuyến tính có 4 ràng buộc không âm đối với các biến và 6 ràng buộc (chính) khác là

- A. 36. B. 84. C. Phương án khác. D. 45.

3. (L.O.2.1) Cho bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\begin{aligned}\max x_1 - x_3 + x_4 \\x_1 + 2x_3 &= 2 \\x_3 + x_4 &= 4 \\x_2 + 3x_3 &= 3 \\x_i \geq 0, \text{ với } i &= 1, 2, 3, 4\end{aligned}$$

khi đó, điểm (2, 3, 0, 4)

- A. là nghiệm cơ sở chấp nhận được nhưng không là nghiệm tối ưu. B. là nghiệm tối ưu.

- C. không phải là nghiệm cơ sở chấp nhận được. D. không thuộc miền khả thi.

4. (L.O.2.1) Khi dùng phương pháp nhánh-cận (branch-and-bound method) để giải bài toán quy hoạch nguyên trong mô hình cực đại hóa, ta sẽ dừng việc phân nhánh khi

- A. giá trị của hàm mục tiêu là 0.
B. cận trên (upper bound) mới tìm được bé hơn hoặc bằng cận dưới (lower bound), hoặc tìm được nghiệm nguyên.
C. cận trên (upper bound) mới tìm được lớn hơn cận dưới (lower bound). D. cận dưới (lower bound) bằng 0.

5. (L.O.3.1) Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Bài toán quy hoạch tuyến tính có ít nhất một nghiệm tối ưu.
B. Bài toán quy hoạch tuyến tính có duy nhất một nghiệm tối ưu.
C. Nếu bài toán quy hoạch tuyến tính có hai nghiệm tối ưu thì sẽ có vô số nghiệm tối ưu.
D. Nếu miền khả thi (feasible region) không bị chặn (unbounded) thì bài toán quy hoạch tuyến tính vô nghiệm.

6. (L.O.3.1) Cho x và y là nghiệm tối ưu của bài toán quy hoạch tuyến tính. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $z = \lambda x + (1 - \lambda)y, \lambda \in \mathbb{R}$ cũng là nghiệm tối ưu.
- B. $z = \lambda x + (1 - \lambda)y, 0 \leq \lambda \leq 1$ là một nghiệm tối ưu.
- C. $z = \lambda x + (1 + \lambda)y, 0 \leq \lambda \leq 1$ là một nghiệm tối ưu.
- D. $z = \lambda x + (1 + \lambda)y, \lambda \in \mathbb{R}$ là một nghiệm tối ưu.

7. (L.O.3.1) Một người có dự định nghỉ hưu nên tạo một tài khoản tiết kiệm, hàng tháng rút một số tiền cố định là 1000\$ và lãi suất tiết kiệm cố định 1%/tháng. Cụ thể ta có hệ động lực sau:

$$a_{n+1} = 1,01a_n - 1000$$

trong đó a_n là số tiền còn lại sau n tháng. Hỏi số tiền ban đầu người này cần phải có là bao nhiêu để sau 20 năm số tiền trong tài khoản bằng 0? Chọn đáp án gần đúng nhất.

- A. 86372\$
- B. 123036\$.
- C. 90819\$.
- D. 104327\$.

8. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

$$\max(8x_1 + 11x_2 + 6x_3 + 4x_4)$$

$$s.t. \quad 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 14$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

Giá trị tối ưu của hàm mục tiêu là?

- A. 22.
- B. 21.
- C. 18.
- D. 25.

9. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính

$$\min x_1 + x_3 - x_4$$

$$x_1 - x_3 = 1$$

$$x_3 + x_4 = 6$$

$$x_2 - 2x_3 = 3$$

$$x_i \geq 0, \text{ với } i = 1, 2, \dots, 4$$

Khi đó điểm $(1, 3, 0, 6)$

- A. là nghiệm tối ưu (optimal solution).
- B. không là một nghiệm cơ sở.
- C. không là nghiệm tối ưu.
- D. không thuộc miền khả thi (feasible region).

10. Giả sử số lượng cá thể $P(t)$ của một loài tăng theo mô hình logistic

$$\frac{dP}{dt} = P \left(3 - \frac{P}{1000} \right),$$

trong đó $P(0) = 1000$ và t để chỉ số năm. Khi đó giá trị giới hạn $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t)$ là

- A. 5000.
- B. 10000.
- C. 3000.
- D. $+\infty$.

11. (L.O.3.2) Giả sử số lượng dân số y của một quần thể tăng theo mô hình $\frac{dy}{dt} = ky(t)$, trong đó k là hằng số và t để chỉ số năm. Nếu dân số tăng gấp đôi mỗi 20 năm thì giá trị của k là

- A. 0,235.
- B. 0,069.
- C. 0,301.
- D. 0,035.

Các câu 12–14, sử dụng dữ liệu sau cho bài toán 1D cutting stock problem.

Một nhà máy sản xuất thép cần cắt các thanh thép có chiều dài 10 mét thành các khổ ngắn hơn để đáp ứng các đơn đặt hàng. Các đơn đặt hàng yêu cầu các khổ thép có chiều dài lần lượt là 2 mét, 3 mét, và 5 mét.

Đặt x_j : số lượng thanh sắt 10m được cắt theo cách thứ j .

a_{ij} : số lượng thanh sắt khổ thứ i được cắt ra theo cách thứ j .

d_i : nhu cầu thanh sắt khổ thứ i .

12. (L.O.2.1) Có bao nhiêu cách cắt khác nhau?

- A. Phương án khác.
- B. 5.
- C. 4.
- D. 6.

13. (L.O.2.1) Ràng buộc cho bài toán trên là?

- A. $a_{ij}x_j \geq d_i$. B. $a_{ij}x_j \leq d_i$. C. $\sum_j a_{ij}x_j \geq d_i$. D. $\sum_j a_{ij}x_j \leq d_i$.

14. (L.O.2.1) Xác định hàm mục tiêu để tối ưu số lượng thanh sắt 10m sử dụng?

- A. $\min(\sum_j a_{ij})$. B. $\max(\sum x_j)$. C. $\min(\sum x_j)$. D. Phương án khác.

15. (L.O.3.2) Vốn chứng khoán (K) của một nhà đầu tư biến động theo thời gian t theo phương trình sau:

$$\frac{dK}{dt} = 3\sqrt{t} + 2$$

với $K = 25$ khi $t = 1$. Hãy tính vốn chứng khoán khi $t = 4$?

- A. 30. B. 40. C. 45. D. 25.

16. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính tìm \min có bảng đơn hình với các biến cơ sở x_2, x_5, x_4 như sau

1	1	1	0	0	Rhs
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
-1	1	2	0	0	2
1	0	-1	0	1	3
2	0	1	1	0	4
2	0	-1	0	0	-f(x)

Khẳng định nào sau đây đúng

- A. tiêu chuẩn tối ưu chưa thỏa, tiếp tục lập bảng đơn hình mới với biến ra x_2 .
B. bài toán không có nghiệm do hàm mục tiêu không bị chặn. C. tiêu chuẩn tối ưu thỏa mãn.
D. tiêu chuẩn tối ưu chưa thỏa, tiếp tục lập bảng đơn hình mới với biến ra x_3 .

17. (L.O.3.2) Giả sử phương trình phân rã của một chất phóng xạ được biết đến là $y = y_0 e^{-0.03t}$, với t là số ngày. Hỏi sẽ mất bao lâu để lượng chất phân hủy chỉ còn 40% khối lượng gốc của nó?

- A. 30,5 ngày. B. 52,8 ngày. C. 13,3 ngày. D. Phương án khác.

18. (L.O.3.2) Trong một đợt dịch bệnh, giả sử số người bị nhiễm bệnh bất cứ lúc nào cũng tăng theo thời gian liên tục. Nếu 500 người bị nhiễm khi dịch bệnh được phát hiện lần đầu tiên và 1000 người bị nhiễm 10 ngày sau đó, thì có khoảng bao nhiêu người bị nhiễm 15 ngày sau khi dịch bệnh được phát hiện lần đầu tiên?

- A. 1343 người. B. 1415 người. C. 1621 người. D. Phương án khác.

19. (L.O.3.1) Cho các phát biểu sau về phương pháp đơn hình (simplex method) sử dụng để giải bài toán quy hoạch tuyến tính.

(I). Một biến đã trở thành biến không cơ sở (nonbasic variable) trong một lần lặp của phương pháp đơn hình không thể trở thành biến cơ sở (basic variable) trong lần lặp tiếp theo.

(II). Một biến đã trở thành cơ sở trong một lần lặp của phương pháp đơn hình có thể trở thành biến không cơ sở trong lần lặp tiếp theo.

- A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng. C. (I) và (II) đúng. D. (I) và (II) sai.

20. (L.O.2.1) Xét bài toán quy hoạch tuyến tính với hàm mục tiêu $F = 5x_1 - 4x_2$ và các ràng buộc $x_1 + x_2 - x_3 \geq 10$; $x_1 - 2x_2 + x_4 \leq 0$; $x_i \geq 0$. Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

I. F có giá trị nhỏ nhất trên miền chấp nhận được (feasible region).

II. F có giá trị lớn nhất trên miền chấp nhận được.

III. Miền chấp nhận được bị chặn (bounded).

IV. Miền chấp nhận được không bị chặn (unbounded).

- A. I và IV. B. I và III. C. Chỉ IV. D. II và IV.

21. (L.O.3.2) Lượng dự trữ dầu của một quốc gia giảm theo tỷ lệ không đổi, $k > 0$, biết

$$\frac{dN}{dt} = -kN$$

trong đó $N(t)$ là số thùng dầu còn lại sau t năm. Hỏi sau bao lâu lượng dữ trữ dầu giảm xuống còn một nửa mức hiện tại?

- A. $k \ln(2)$ B. e^2/k . C. $\ln(2)/k$. D. Phương án khác.
22. (L.O.2.4) Một sân bay có hai hãng hàng không lớn hoạt động: Vietnam Airlines và VietJet Air. Người ta khảo sát khách du lịch hàng tuần và nhận thấy những người đã đi Vietnam Airlines thì có 90% lại đi Vietnam Airlines và 10% chuyển sang đi VietJet Air. Trong số những người đi hãng hàng không VietJet Air thì 70% đi lại VietJet Air nhưng 30% chuyển sang Vietnam Airlines. Với giả định xu hướng này tiếp tục diễn ra hàng tuần và không có thêm hành khách mới nào tham gia hoặc rời khỏi hệ thống. Khi đó, về lâu dài, tỷ lệ hành khách sẽ đi trên các hãng hàng không Vietnam Airlines và VietJet Air lần lượt là:
- A. 60% và 40%. B. 75% và 25%. C. 66,67% và 33,33%. D. Phương án khác.
23. (L.O.3.1) Một công ty may mặc thiết kế sản xuất khăn quàng cổ và áo choàng cho phụ nữ bằng cách sử dụng hỗn hợp sợi len và sợi tơ tằm. Lượng sợi (tính bằng gram) cần thiết để làm ra một chiếc khăn quàng cổ, một chiếc áo choàng, và lợi nhuận (tính bằng đô la) thu được từ việc bán mỗi mặt hàng được thể hiện trong bảng dưới đây:

	Len (gram)	Tơ tằm (gram)	Lợi nhuận (\$)
Khăn quàng	12	24	70
Áo choàng	18	12	84

Công ty có nguồn cung cấp hàng tuần là 10,8 kg len và 19,2 kg sợi tơ tằm. Công ty nên sản xuất bao nhiêu khăn quàng cổ và áo choàng mỗi tuần để tối đa hóa lợi nhuận?

- A. 650 khăn quàng và 200 áo choàng. B. 800 khăn quàng và 150 áo choàng.
 C. 750 khăn quàng và 100 áo choàng. D. Phương án khác.
24. (L.O.3.2) Giả sử quần thể cá tăng theo hàm mũ. Một cái ao ban đầu nuôi 1000 con cá. Biết rằng sau 1 năm, trong ao có 2500 con cá. Người chủ sẽ cho phép bạn bè và hàng xóm câu cá trên ao của mình sau khi số lượng cá đạt 10000 con. Khi nào bạn bè của chủ sở hữu sẽ được phép câu cá?
- A. 2 năm sau. B. 29 tháng sau. C. 31 tháng sau. D. Phương án khác.
25. (L.O.3.2) Một ngân hàng có ba loại tài khoản khác nhau trong đó lãi suất phụ thuộc vào số tiền đầu tư. Nếu khách hàng đầu tư dưới 5000\$ sẽ được cấp tài khoản 'Ordinary' có lãi suất 6%/năm. Tài khoản 'Extra' có lãi suất 7%/năm và chỉ dành cho những khách hàng đầu tư 5000\$ trở lên. Tài khoản 'Superextra' có lãi suất 8% và chỉ dành cho những khách hàng đầu tư 20000\$ trở lên. Trong mỗi trường hợp, lãi suất được tính gộp hàng năm và được thêm vào khoản đầu tư vào cuối năm. Một người tiết kiệm 4000\$ vào đầu mỗi năm trong 25 năm. Tính tổng số tiền tiết kiệm được sau 25 năm, biết được tài khoản sẽ được nâng lên nếu thỏa điều kiện.
- A. 513374\$. B. 218326\$. C. 313238\$. D. 335654\$.

..... HẾT