

МФТИ
Алгоритмы и структуры данных, осень 2022
Программа экзамена

1. Полиномиальное хеширование. Вероятность коллизии на словах длины n (б/д).
2. Алгоритм Рабина—Карпа.
3. Префикс-функция: определение, алгоритм нахождения за $O(|s|)$ и применение для нахождения вхождений шаблона в текст.
4. Зет-функция: определение, алгоритм нахождения за $O(|s|)$ и применение для нахождения вхождений шаблона в текст.
5. Бор. Построение бора по набору слов.
6. Способы хранения бора: преимущества и недостатки.
7. Хранение множества слов/чисел с помощью бора. Добавление и проверка наличия. Опционально: удаление.
8. Алгоритм Ахо—Корасик: определение суффиксных ссылок (**link**) и переходов по буквам (**to**).
9. Алгоритм Ахо—Корасик: реализация, корректность, асимптотика.
10. Подсчёт числа вхождений словарных слов в текст с помощью алгоритма Ахо—Корасик.
11. Сжатые суффиксные ссылки. Перечисление всех вхождений словарных слов в текст с помощью алгоритма Ахо—Корасик.
12. Определение суффиксного массива и массива **lcp**.
13. Алгоритм построения суффиксного массива строки длины n за $O(n \log n)$.
14. Алгоритм Касаи нахождения массива **lcp** по построенному суффиксному массиву длины n за $O(n)$.
15. Проверка равенства подстрок в строке: ответ на запрос за $O(1)$ с помощью **sparse table** и суффиксного массива.
16. Суффиксное дерево: определение, представление в памяти, наивный алгоритм построения. Занимаемый размер структуры.
17. Классификация позиций в суффиксном дереве. Суффиксная ссылка в суффиксном дереве. Суффиксная ссылка вершины. Процедура **getLink**.
18. Алгоритм Укконена построения суффиксного дерева.
19. Детерминированный конечный автомат. Принимаемые слова, распознаваемый язык. Суффиксный автомат строки s : определение.
20. Правый контекст слова относительно языка. Эквивалентность слов.
21. Утверждение об устройстве классов эквивалентности (относительно языка, состоящего из всех суффиксов s).
22. Суффиксный автомат: обозначения $[x]$, **longest**(C), **len**(C), **link**(C).
23. Критерий того, что $u = \text{longest}([u])$.
24. Суффиксный автомат: устройство рёбер, ведущих в вершину v .
25. Алгоритм построения суффиксного автомата: характеристика новых классов при дописывании символа c , потенциальные кандидаты в *longest*.
26. Алгоритм построения суффиксного автомата. Случай 1: появление символа c , которого не было в строке. Изменение множества рёбер, проставление суффиксных ссылок.
27. Алгоритм построения суффиксного автомата. Случай 2: новый класс не появляется. Изменение множества рёбер, проставление суффиксных ссылок.
28. Алгоритм построения суффиксного автомата. Случай 3: появляется новый класс. Изменение множества рёбер, проставление суффиксных ссылок. изменение множества рёбер при дописывании символа c в трёх случаях; проставление **len** и **link** у всех вершин.
29. Алгоритм построения суффиксного автомата: реализация (б/д).
30. Количество вершин и рёбер в суффиксном автомате.
31. Алгоритм построения суффиксного автомата: асимптотика.

32. Алгоритм построения суффиксного массива за линейное время.
33. Перемножение двух многочленов за $O(n \log n)$ с использованием быстрого преобразования Фурье как чёрного ящика.
34. Быстрое преобразование Фурье: рекурсивный алгоритм.
35. Быстрое преобразование Фурье: обратное преобразование.
36. Быстрое преобразование Фурье: избавление от рекурсии.
37. Задача о вхождении шаблона в текст с k ошибками.
38. Нахождение обратного к многочлену по модулю x^M .
39. Деление многочленов за $O(n \log n)$, где n — максимальная из степеней.
40. Задача multipoint evaluation. Решение с помощью быстрого преобразования Фурье.
41. Нахождение n -го члена линейной рекуррентности s -го порядка за $O(s \log s \log n)$.
42. Примитив точки, вектора, прямой. Построение прямой по двум точкам. Нормальный и направляющий векторы прямой.
43. Расстояние от точки до прямой, проекция. Пересечение двух прямых.
44. Примитив окружности. Пересечение прямой и окружности. Пересечение двух окружностей.
45. Скалярное и «векторное» произведения векторов: формулы и свойства (б/д).
46. Триангуляции многоугольника. Диагональ, ухо. Лемма о двух ушах.
47. Алгоритм триангуляции многоугольника за $O(n^2)$, где n — число вершин.
48. Выпуклая оболочка конечного множества точек: определение и доказательство того, что выпуклая оболочка — многоугольник. Построение выпуклой оболочки заворачиванием подарка за $O(nh)$.
49. Построение выпуклой оболочки сортировкой точек по координатам за $O(n \log n)$.
50. Построение выпуклой оболочки сортировкой точек по полярному углу за $O(n \log n)$.
51. Динамическая выпуклая оболочка: вставка точек за $O^*(\log n)$.
52. Максимум скалярного произведения с фиксированным вектором, нахождение за $O(\log n)$.
53. Диаметр конечного множества точек за $O(n \log n)$.
54. Характеризация выпуклой оболочки как множества всех выпуклых комбинаций.
55. Сумма Минковского: определение и доказательство того, что сумма Минковского двух выпуклых многоугольников — выпуклый многоугольник.
56. Нахождение суммы Минковского двух выпуклых многоугольников за линейное время.
57. Проверка принадлежности точки многоугольнику: решение с помощью суммы ориентированных углов.
58. Проверка принадлежности точки многоугольнику: решение с горизонтальным лучом. Модификации: случайный луч, луч, заведомо не содержащий вершин многоугольника.
59. Представление полуплоскостей. Характеризация множеств, являющихся пересечениями множества полуплоскостей. Введение bounding box'a.
60. Пересечение полуплоскостей: алгоритм за $O(n^2)$.
61. Пересечение полуплоскостей: алгоритм за $O(n \log n)$.
62. Post office problem: постановка. Определение диаграммы Вороного. Алгоритм построения за $O(n^2 \log n)$. Вид каждой ячейки диаграммы.
63. Связность диаграммы Вороного. Число вершин и рёбер в диаграмме.
64. Критерий того, что точка является вершиной диаграммы Вороного. Критерий того, что серединный перпендикуляр к $p_i p_j$ участвует в диаграмме Вороного.
65. Алгоритм Форчуна построения диаграммы Вороного. Хранение элементов береговой линии. Виды событий. Асимптотика.
66. Определение триангуляции. Мотивировка: моделирование ландшафта. Число треугольников и рёбер в триангуляции.
67. Определение графа Делоне, его свойство (он является плоским).
68. Критерий того, что три сайта являются вершинами одной грани графа Делоне (б/д). Критерий того, что два сайта соединены ребром в графе Делоне (б/д). Вид любой грани графа Делоне. Определение триангуляции Делоне.

- 69. Первый критерий триангуляции Делоне, через окружности.
- 70. Флип ребра. Нелегальное ребро, критерий легальности в терминах окружности (б/д).
- 71. Легальная триангуляция, легализация триангуляции. Второй критерий триангуляции Делоне, через легальность.
- 72. Максимизация минимального угла в триангуляции Делоне.
- 73. Алгоритм построения триангуляции Делоне.
- 74. Сведение задачи построения триангуляции Делоне к задаче нахождения выпуклой оболочки множества в \mathbb{R}^3 .
- 75. Сведение задачи построения диаграммы Вороного к задаче нахождения верхней огибающей множества плоскостей в \mathbb{R}^3 .
- 76. $2d$ -дерево. Модельная задача, алгоритм построения. Обработка запросов (асимптотика — б/д).
- 77. Асимптотика обработки запроса на прямоугольнике в $2d$ -дереве.