МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

Отчёт о выполнении лабораторной работы 2.2.8

Практика взятия производной сложной фукции

Автор:
Воронцов Амадей Александрович
Б01-102

Долгопрудный
20 мая 2022 г.

1 Дисклеймер

Данная статья не рекомендуется к прочтению лиц младше 18 лет, либо не сдавшим коллоквиум студентам первого курса. Приведенная информация является сугубо мнением автора. Данная статья может задеть ваши чувства, связанные с этикой и нормами вашей жизни, поэтому просим всех гуманнитариев убрать глаза от экрана.

2 Введение

Цель работы:

1. изучить алгоритм взятия производной сложной функции
2. бесполезно потратить своё время

В работе используются: ручка, бумага, мозги

3 Теоретические сведения

Определение: Производной функции f называется предел $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$, если этот предел конечен, либо равен $+\infty$ или $-\infty$. Обозначается этот предел $f'(x_0)$.
Теорема 1: Пусть функции f и g имеют конечные производные в точке x_0. Тогда функции $f+g, f\cdot g, \frac{f}{g}$ имеют производные в точке x_0. (В последнем случае нужно требовать, чтобы $g'(x_0)\neq 0$), причем в точке x_0 выполняются равенства

$$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$$
$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Теорема 2: Пусть функция f имеет конечную производную в точке x_0, а функция g имеет конечную производную в точке $u_0 = f(x_0)$. Тогда функция $h(x) = g(f(x))$ имеет производную в точке x_0, причем $h'(x_0) = g'(u_0)f'(x_0)$

4 Ход работы

Задача: найти $\left(\left(\frac{x^{\sin(x)}}{\tan\left((3x)^4\cdot 2^x\right)}\right)\cos(x)\right)'$
Как легко видеть, $\left|\oplus_{k\in S}\left(\mathfrak{K}^{F^\alpha(i)}\right)\right| \preceq \mathfrak{N}_1$ при $\lfloor\mathfrak{H}\rfloor_W \cap F^\alpha(\mathbb{N}) \neq \varnothing$ поэтому

$$\left(\left(\frac{x^{\sin(x)}}{\tan\left((3x)^4\cdot 2^x\right)}\right)\cos(x)\right)' = \left(\frac{x^{\sin(x)}}{\tan\left((3x)^4\cdot 2^x\right)}\right)'\cdot(\cos(x)) + \left(\frac{x^{\sin(x)}}{\tan\left((3x)^4\cdot 2^x\right)}\right)\cdot(\cos(x))'$$

Следующее утверждение представляет собой перефомулировку предложения 5.3.18, которое вытекает из теоремы 7.1.24, основанной на лемме 2.4.14, являющейся следствием из теоремы 7.1.24 и предложение 5.3.18

$$(\cos(x))' = -\sin(x)\cdot(x)'$$

Очевидно, что

$$(x)' = 1$$

Утверждение вытекает из результата приведенного в [1].[1] К. А. Който (ред.) Югославское математическое общество. Заседание 2. 1925. Сборник рукописей внесекционных докладов. Стр 17.

$$\left(\frac{x^{\sin(x)}}{\tan\left(\left(3x\right)^{4}\cdot 2^{x}\right)}\right)' = \frac{\left(x^{\sin(x)}\right)'\cdot\left(\tan\left(\left(3x\right)^{4}\cdot 2^{x}\right)\right) - \left(x^{\sin(x)}\right)\cdot\left(\tan\left(\left(3x\right)^{4}\cdot 2^{x}\right)\right)'}{\left(\tan\left(\left(3x\right)^{4}\cdot 2^{x}\right)\right)^{2}}$$

Обоснование выссказывание имеется на стр. 478 в [2].[2] Аут Оф Пейпер. Теория нумераций. М.Каунтер, 1990. 396 с.

$$\left(\tan\left(\left(3x\right)^{4}\cdot 2^{x}\right)\right)' = \frac{\left(\left(3x\right)^{4}\cdot 2^{x}\right)'}{\cos\left(\left(3x\right)^{4}\cdot 2^{x}\right)^{2}}$$

Заинтересованный читатель может найти доказательство этого результата на домашней странице У. Узлера: Error 404 Page not found

$$\left(\left(3x\right)^{4}\cdot 2^{x}\right)' = \left(\left(3x\right)^{4}\right)'\cdot\left(2^{x}\right) + \left(\left(3x\right)^{4}\right)\cdot\left(2^{x}\right)'$$

Подробное обоснование будет рассмотрена в главе 7 после развития соответствующей теории

$$\left(2^{x}\right)' = \left(2^{x}\right)\cdot\ln\left(2\right)\cdot\left(x\right)'$$

Глава 7: Ради простоты предположим, что z = 0 (Общий случай рассмотрен в приложении 2)

$$\left(\left(3x\right)^{4}\right)' = 4\cdot\left(3x\right)^{3}\cdot\left(3x\right)'$$

Приложение 2: Формальное доказательство выходит за рамки данной монографии

$$\left(3x\right)' = \left(3\right)'\cdot\left(x\right) + \left(3\right)\cdot\left(x\right)'$$

Опытный читатель сразу заметит что

$$(x)' = 1$$

Если мысли сходятся, то они ограничены

$$(3)' = 0$$

Для любого эпсилон больше нуля

$$\left(x^{\sin(x)}\right)' = x^{\sin(x)}\cdot\left(\left(\sin\left(x\right)\right)'\cdot\ln\left(x\right) + \frac{\sin\left(x\right)}{x}\cdot\left(x\right)'\right)$$

Доказательство следующего отверждения дается читаетелю в качестве упражнения

$$(x)' = 1$$

Давай, дифференцируй, дифференцируй, мы же миллионеры. Ещё функций напридумываем.

$$(\sin(x))' = \cos(x) \cdot (x)'$$

Не опять, а снова! Для закрепления ещё раз посмотрим как решать этот пример. Берем его, и...

$$(x)' = 1$$

Finaly:

$$\left(\left(\frac{x^{\sin(x)}}{\tan\left((3x)^4 \cdot 2^x\right)}\right)\cos(x)\right)' =$$

$$\left(\frac{x^{\sin(x)} \cdot \left(\cos(x)\ln(x) + \frac{\sin(x)}{x}\right)\tan\left((3x)^4 \cdot 2^x\right) - x^{\sin(x)} \cdot \left(\frac{4(3x)^3 \cdot 3 \cdot 2^x + (3x)^4 \cdot 2^x \ln(2)}{\cos\left((3x)^4 \cdot 2^x\right)^2}\right)}{\tan\left((3x)^4 \cdot 2^x\right)^2}\right)\cos(x) + \left(\frac{x^{\sin(x)}}{\tan\left((3x)^4 \cdot 2^x\right)}\right)(-\sin(x))$$