МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

Отчёт о выполнении лабораторной работы 2.2.8

Практика взятия производной сложной фукции

Автор:
Воронцов Амадей Александрович
Б01-102

Долгопрудный
22 мая 2022 г.

1 Дисклеймер

Данная статья не рекомендуется к прочтению лиц младше 18 лет, либо не сдавшим коллоквиум студентам первого курса. Приведенная информация является сугубо мнением автора. Данная статья может задеть ваши чувства, связанные с этикой и нормами вашей жизни, поэтому просим всех гуманнитариев убрать глаза от экрана.

2 Введение

Цель работы:

1. изучить алгоритм взятия производной сложной функции

2. бесполезно потратить своё время

В работе используются: ручка, бумага, мозги

3 Теоретические сведения

Определение: Производной функции f называется предел $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$, если этот предел конечен, либо равен $+\infty$ или $-\infty$. Обозначается этот предел $f'(x_0)$.
Теорема 1: Пусть функции f и g имеют конечные производные в точке x_0. Тогда функции $f+g, f\cdot g, \frac{f}{g}$ имеют производные в точке x_0. (В последнем случае нужно требовать, чтобы $g'(x_0)\neq 0$), причем в точке x_0 выполняются равенства

$$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$$
$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$$
$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Теорема 2: Пусть функция f имеет конечную производную в точке x_0, а функция g имеет конечную производную в точке $u_0 = f(x_0)$. Тогда функция $h(x) = g(f(x))$ имеет производную в точке x_0, причем $h'(x_0) = g'(u_0)f'(x_0)$

4 Ход работы

Задача: найти $\left(\sin(x)^{\cot\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)}\cdot\left(3x^2\cdot 2-\frac{2^x}{x}\right)+1\right)'$
Как легко видеть, $\left|\oplus_{k\in S}\left(\mathfrak{K}^{F^{\alpha}(i)}\right)\right| \preceq \mathfrak{N}_1$ при $\lfloor\mathfrak{H}\rfloor_W \cap F^{\alpha}(\mathbb{N}) \neq \varnothing$ поэтому

$$\left(\sin(x)^{\cot\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)}\cdot\left(3x^2\cdot 2-\frac{2^x}{x}\right)+1\right)' = \left(\sin(x)^{\cot\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)}\cdot\left(3x^2\cdot 2-\frac{2^x}{x}\right)\right)' + (1)'$$

Следующее утверждение представляет собой перефомулировку предложения 5.3.18, которое вытекает из теоремы 7.1.24, основанной на лемме 2.4.14, являющейся следствием из теоремы 7.1.24 и предложение 5.3.18

$$(1)' = 0$$

Очевидно, что

$$\left(\sin\left(x\right)^{\cot\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)}\cdot\left(3x^2\cdot 2-\frac{2^x}{x}\right)\right)'=\left(\sin\left(x\right)^{\cot\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)}\right)'\cdot\left(3x^2\cdot 2-\frac{2^x}{x}\right)+\left(\sin\left(x\right)^{\cot\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)}\right)\cdot\left(3x^2$$

Утвевerждение вытекает из результата приведенного в [1].[1] К. А. Който (ред.) Югославское математическое общество. Заседание 2. 1925. Сборник рукописей внесекционных докладов. Стр 17.

$$\left(3x^2\cdot 2-\frac{2^x}{x}\right)'=\left(3x^2\cdot 2\right)'-\left(\frac{2^x}{x}\right)'$$

Обоснование высcказывание имеется на стр. 478 в [2].[2] Аут Оф Пейпер. Теория нумераций. М.Каунтер, 1990. 396 с.

$$\left(\frac{2^x}{x}\right)'=\frac{\left(2^x\right)'\cdot(x)-\left(2^x\right)\cdot(x)'}{(x)^2}$$

Заинтересованный читатель может найти доказательство этого результата на домашней странице У. Узлера: Error 404 Page not found

$$(x)'=1$$

Подробное обоснование будет рассмотрена в главе 7 после развития соответствующей теории

$$\left(2^x\right)'=\left(2^x\right)\cdot\ln(2)\cdot(x)'$$

Глава 7: Ради простоты предположим, что z = 0 (Общий случай рассмотрен в приложении 2)

$$\left(3x^2\cdot 2\right)'=\left(3x^2\right)'\cdot(2)+\left(3x^2\right)\cdot(2)'$$

Приложение 2: Формальное доказательство выходит за рамки данной монографии

$$(2)'=0$$

Опытный читатель сразу заметит что

$$\left(3x^2\right)'=(3)'\cdot\left(x^2\right)+(3)\cdot\left(x^2\right)'$$

Если мысли сходятся, то они ограничены

$$\left(x^2\right)'=2\cdot(x)^1\cdot(x)'$$

Для любого эпсилон больше нуля

$$(x)'=1$$

Доказательство следующего отверждения дается читаетелю в качестве упражнения

$$(3)' = 0$$

Давай, дифференцируй, дифференцируй, мы же миллионеры. Ещё функций напридумываем.

$$\left(\sin(x)^{\cot\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)}\right)' = \sin(x)^{\cot\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)} \cdot \left(\left(\cot\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)\right)' \cdot \ln(\sin(x)) + \frac{\cot\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)}{\sin(x)} \cdot (\sin(x))'\right)$$

Не опять, а снова! Для закрепления ещё раз посмотрим как решать этот пример. Берем его, и...

$$(\sin(x))' = \cos(x) \cdot (x)'$$

$$(x)' = 1$$

$$\left(\cot\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)\right)' = \frac{\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)'}{\sinh\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)^2}$$

$$\left(6x^{\sinh(x)}\cdot 4\right)' = \left(6x^{\sinh(x)}\right)' \cdot (4) + \left(6x^{\sinh(x)}\right) \cdot (4)'$$

$$(4)' = 0$$

$$\left(6x^{\sinh(x)}\right)' = (6)' \cdot \left(x^{\sinh(x)}\right) + (6) \cdot \left(x^{\sinh(x)}\right)'$$

$$\left(x^{\sinh(x)}\right)' = x^{\sinh(x)} \cdot \left((\sinh(x))' \cdot \ln(x) + \frac{\sinh(x)}{x} \cdot (x)'\right)$$

$$(x)' = 1$$

$$(\sinh(x))' = \cosh(x) \cdot (x)'$$

$$(x)' = 1$$

$$(6)' = 0$$

Finally:

$$\left(\sin\left(x\right)^{\cot\left(6x^{\sinh(x)} \cdot 4\right)} \cdot \left(3x^2 \cdot 2 - \frac{2^x}{x}\right) + 1\right)' =$$

$$\sin\left(x\right)^{\cot\left(24x^{\sinh(x)}\right)} \cdot \left(\left(\frac{-24 \cdot x^{\sinh(x)} \cdot \left(\cosh(x)\ln(x) + \frac{\sinh(x)}{x}\right)}{\sin\left(24x^{\sinh(x)}\right)^2}\right)\ln\left(\sin\left(x\right)\right) + \left(\frac{\cot\left(24x^{\sinh(x)}\right)}{\sin(x)}\right)\cos\left(x\right)\right) \cdot \left(6x^2 - \frac{2^x}{x}\right) + \sin\left(x\right)^{\cot\left(24x^{\sinh(x)}\right)} \cdot \left(12x - \frac{2^x \ln(2) \cdot x - 2^x}{x^2}\right)$$