

Вихревые методы для расчета двумерных течений вязкой несжимаемой жидкости вихревыми методами. Программный комплекс VM2D с открытым исходным кодом

И.К. Марчевский, К.С. Кузьмина, Е.П. Рятина



Институт системного программирования
им. В.П. Иванникова РАН

МГТУ им. Н.Э. Баумана
каф. «Прикладная математика»



Санкт-Петербург
26 сентября 2018 г.

Вихревые методы являются эффективным инструментом для моделирования течений несжимаемой среды и решения сопряженных задач гидроупругости:

- аэрокосмические системы: крылья, стартовые системы;
- спутные следы самолетов (на эшелоне и у аэродрома);
- несущий и рулевой винты самолетов;
- парашютные системы;
- задачи промышленной аэrodинамики.

Основные особенности:

Вихревые методы — бессеточные лагранжевы методы

- произвольное движение тела;
- нет необходимости деформировать или перестраивать сетку;
- удобство расчета внешних течений;
- вычислительные ресурсы «сосредоточены» в области, занятой завихренностью.

Научные школы, развивающие вихревые методы

- С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ, И.К. Лифанов, А.В. Сетуха (ВВИА им. Н.Е. Жуковского, МГУ им. М.В. Ломоносова);
- С.В. Гувернюк, Г.Я. Дынникова (МГУ им. М.В. Ломоносова);
- В.И. Морозов, В.А. Апаринов (НИИ Парашютостроения);
- М.А. Головкин, В.М. Калявкин, Желанников А.И. (ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского);
- Г.А. Щеглов, И.К. Марчевский (МГТУ им. Н.Э. Баумана);
- Д.Н. Горелов (СО РАН, г. Томск);
- С.А. Довгий, Д.И. Черний (НАНУ, г. Киев);
- A. Leonard, G. Winckelmans (Бельгия);
- G.-H. Cottet, P. Koumoutsakos (Франция, Швейцария);
- G. Morgenthal (Великобритания).

Конференции по вихревым методам

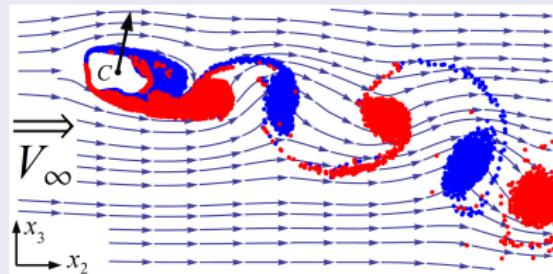
- International conference on vortex flows and models (2010, 2016, 2018)
- International conference «Coupled Problems» (ECCOMAS) (2013, 2015)
- Международный симпозиум «Метод дискретных особенностей в задачах математической физики» (2003 – 2013)
- Международный семинар им. С.М. Белоцерковского (2004 – 2015)
- Международная научно-практическая конференция «Современные проблемы физико-математических наук» (2017)

Постановка задачи

Уравнения движения жидкости и граничные условия

Уравнение неразрывности и
уравнение Навье – Стокса:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0, \quad \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = \nu \Delta \vec{V} - \frac{\nabla p}{\rho}.$$



Граничные условия:

Условие затухания возмущений на бесконечности:

$$\vec{V}(\vec{r}, t) \rightarrow \vec{V}_\infty, \quad p(\vec{r}, t) \rightarrow p_\infty, \quad |\vec{r}| \rightarrow \infty.$$

Условие прилипания: $\vec{V}(\vec{r}, t) = \vec{0}$ или $\vec{V}(\vec{r}, t) = \vec{V}_K(\vec{r}, t)$, $\vec{r} \in K$.

Начальные условия:

Заданное поле скоростей: $\vec{V}(\vec{r}, 0) = \vec{V}_0(\vec{r})$.

\vec{V} — поле скоростей; \vec{V}_∞, p_∞ — скорость и давление на бесконечности;
 p — давление; ν — коэффициент кинематической вязкости.

Завихренность $\vec{\Omega}(\vec{r}, t) = \text{rot } \vec{V}(\vec{r}, t)$ — первичная расчетная величина

- Уравнение Навье – Стокса в форме Гельмгольца (в двумерном случае):

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} + \text{rot}(\vec{\Omega} \times (\vec{V} + \vec{W})) = 0, \quad \vec{V} = \vec{V}(\vec{\Omega}).$$

- Это уравнение можно рассматривать как уравнение переноса завихренности $\vec{\Omega}$, которая движется с некоторой скоростью $\vec{V} + \vec{W}$,

$$\vec{W}(\vec{r}, t) = -\nu \frac{\nabla \Omega}{\Omega} \text{ — диффузионная скорость,} \quad \Omega = \vec{\Omega} \cdot \vec{k}.$$

- В области течения не возникает новой завихренности.
- Новая завихренность генерируется только на границе профиля;
 $\gamma(\vec{r})$, $\vec{r} \in K$ — неизвестная интенсивность вихревого слоя на границе профиля.

1. Дынникова Г.Я. Движение вихрей в двумерных течениях вязкой жидкости // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2003. № 5. С. 11–19.
2. Ogami Y., Akamatsu T. Viscous flow simulation using the discrete vortex model — the diffusion velocity method // Computers and Fluids, 1991. V. 19, No. 3–4. Pp. 433–441.

Вихревые слои и слой источников

Влияние профиля моделируется присоединенными слоями вихрей и источников и свободным вихревым слоем:

- Интенсивность присоединенного вихревого слоя

$$\gamma_{\text{att}}(\vec{r}, t) = \vec{V}_K(\vec{r}, t) \cdot \vec{\tau}(\vec{r}, t), \quad \vec{r} \in K.$$

- Интенсивность присоединенного слоя источников

$$q_{\text{att}}(\vec{r}, t) = \vec{V}_K(\vec{r}, t) \cdot \vec{n}(\vec{r}, t), \quad \vec{r} \in K.$$

- Интенсивность свободного вихревого слоя $\gamma(\vec{r}, t)$ может быть найдена из граничного условия на поверхности профиля.

$\vec{\tau}(\vec{r}, t)$ и $\vec{n}(\vec{r}, t)$ — единичные векторы нормали и касательной.

Восстановление поля скоростей

Обобщенный закон Био – Савара

$$\vec{V}(\vec{r}, t) = \vec{V}_\infty + \frac{1}{2\pi} \int_{S(t)} \frac{\vec{\Omega}(\vec{\xi}, t) \times (\vec{r} - \vec{\xi})}{|\vec{r} - \vec{\xi}|^2} dS + \frac{1}{2\pi} \oint_{K(t)} \frac{\vec{\gamma}(\vec{\xi}, t) \times (\vec{r} - \vec{\xi})}{|\vec{r} - \vec{\xi}|^2} dl_K + \\ + \frac{1}{2\pi} \oint_{K(t)} \frac{\vec{\gamma}_{\text{att}}(\vec{\xi}, t) \times (\vec{r} - \vec{\xi})}{|\vec{r} - \vec{\xi}|^2} dl_K + \frac{1}{2\pi} \oint_{K(t)} \frac{q_{\text{att}}(\vec{\xi}, t)(\vec{r} - \vec{\xi})}{|\vec{r} - \vec{\xi}|^2} dl_K,$$

$$\vec{\gamma}_{\text{att}} = \gamma_{\text{att}} \vec{k}, \quad \vec{\gamma} = \gamma \vec{k}, \quad \vec{\Omega} = \Omega \vec{k}, \quad \vec{n}(\vec{r}, t) \times \vec{\tau}(\vec{r}, t) = \vec{k}.$$

Предельное значение скорости среды на границе профиля

$$\vec{V}_-(\vec{r}, t) = \vec{V}(\vec{r}, t) - \frac{\gamma(\vec{r}, t) - \gamma_{\text{att}}(\vec{r}, t)}{2} \vec{\tau}(\vec{r}, t) + \frac{q_{\text{att}}(\vec{r}, t)}{2} \vec{n}(\vec{r}, t)$$

3. Жуковский Н.Е. О присоединенных вихрях. 1908.
4. Kempka S.N., Glass M.W., Peery J.S., Strickland J.H. Accuracy considerations for implementing velocity boundary conditions in vorticity formulations // SANDIA REPORT. SAND96-0583, UC-700, 1996. 52 p.

- Интеграл Коши – Лагранжа для потенциальных течений:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + \frac{\vec{V}^2}{2} = \text{const};$$

- обобщенный интеграл Коши – Лагранжа для непотенциальных течений [5];
- выражения для вычисления интегральных нагрузок, действующих на тело [6].

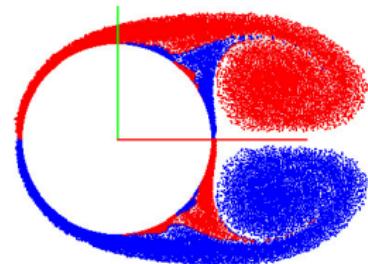
5. Dynnikova G.Ya. An analog of the Bernoulli and Cauchy-Lagrange integrals for a time-dependent vortex flow of an ideal incompressible fluid // Fluid Dynamics, 2000. V. 35, No. 1. Pp. 24–32.
6. Dynnikova G.Ya. The Integral Formula for Pressure Field in the Nonstationary Barotropic Flows of Viscous Fluid // Journal of Mathematical Fluid Mechanics, 2014. V. 16, No. 1. Pp. 145–162

Моделирование вихревого следа

Распределение завихренности в области течения моделируется большим количеством отдельных вихревых элементов (ВЭ)

$$\Omega(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \Gamma_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i),$$

Γ_i — циркуляции ВЭ, \vec{r}_i — положения ВЭ.

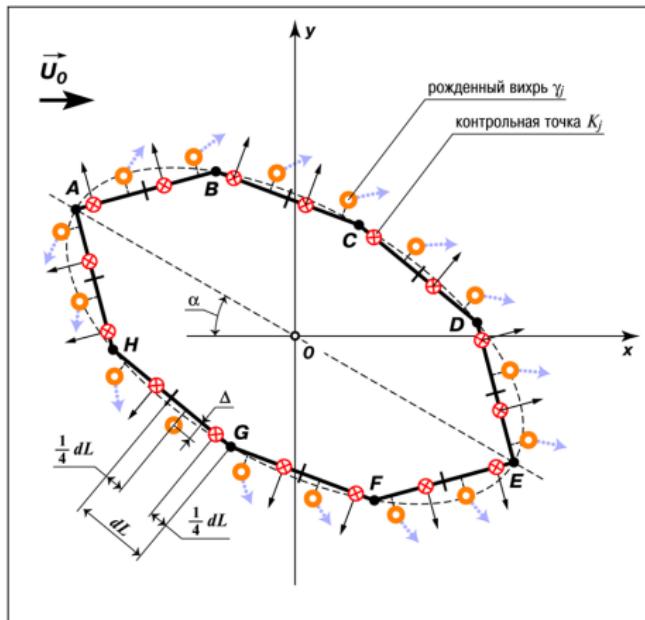


Движение вихревых элементов

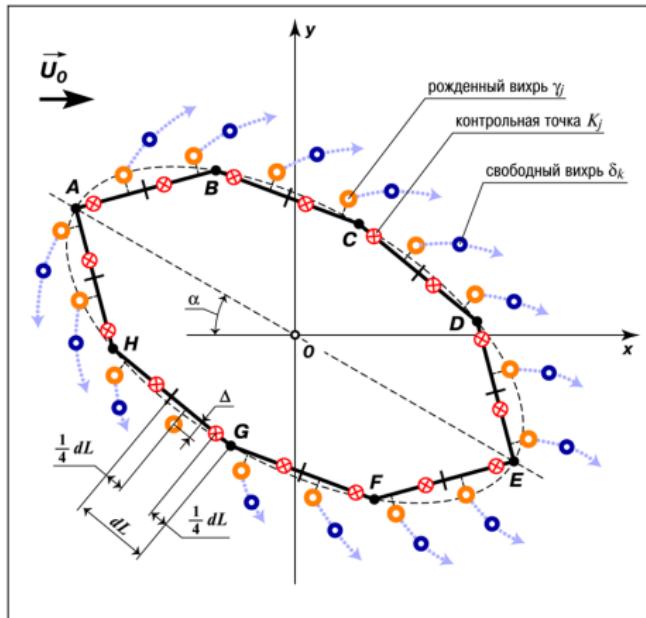
Уравнение движения: $\frac{D\vec{\Omega}}{Dt} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Gamma_i = \text{const}, \\ \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{V}(\vec{r}_i) + \vec{W}(\vec{r}_i), \quad i = 1, \dots, n. \end{cases}$

$$\vec{V}(\vec{r}_i) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \underbrace{\frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{\vec{k} \times (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2}}_{\vec{v}_{ij}} + \vec{V}_\gamma + \vec{V}_\gamma^{\text{att}} + \vec{V}_q^{\text{att}} + \vec{V}_\infty.$$

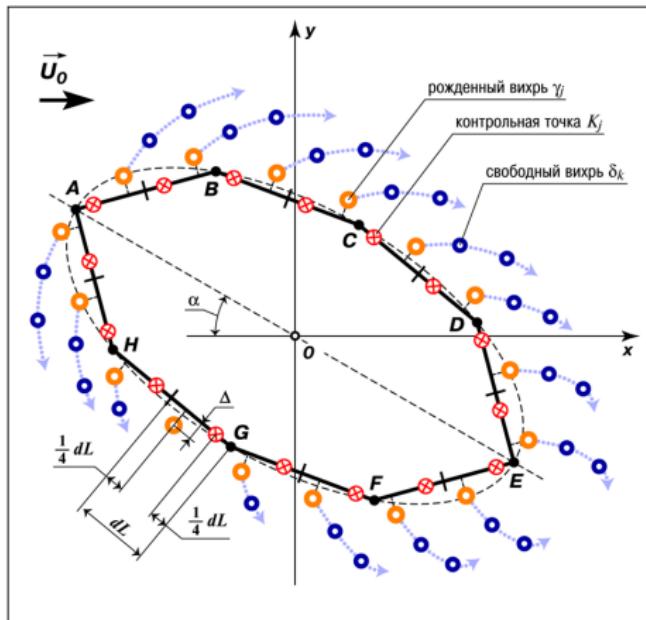
Движение вихревых элементов



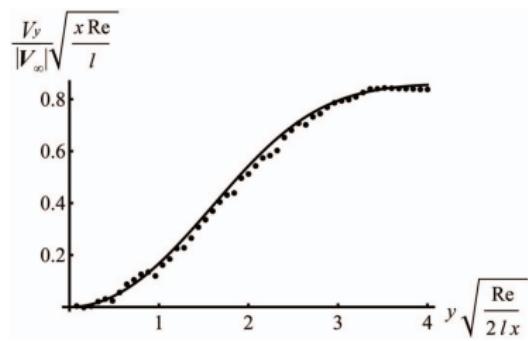
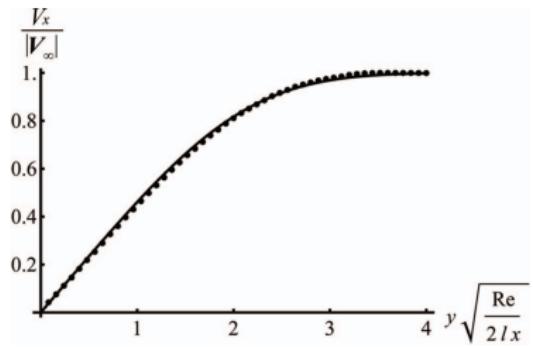
Движение вихревых элементов



Движение вихревых элементов



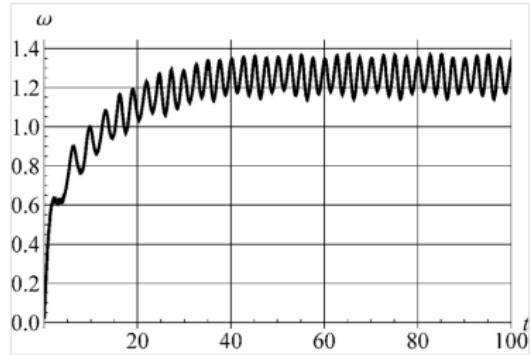
Примеры: задача Блазиуса



7. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.

Примеры: течение вокруг ротора Савониуса

- Ротор с малым моментом инерции
- Монолитная схема связывания



Сравнение с другими методами и кодами



* — исследования в области данных методов ведутся на каф. Прикладная математика в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

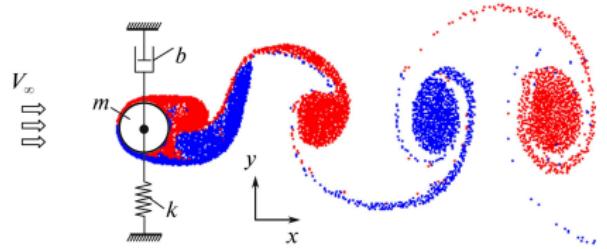
Сравнение с другими методами и кодами

	Вихревой метод	OpenFOAM	Kratos	LS-STAG
Время	+	±	+	-
Точность	±	+	-	+
Подвижное тело	+	±	±	+
Параллелизация	+	+	-*	-*
Автоматический выбор шага	-	+	-	±
Турбулентные течения	-	+	-	+
3D случай	-*	+	+	-*

* — данное свойство доступно для некоторых частных случаев либо находится в стадии разработки.

8. Kraposhin M., Kuzmina K., Marchevsky I., Puzikova V. Study of OpenFOAM Efficiency for Solving Fluid-Structure Interaction Problems // Selected papers of the 11th Workshop, J. Nóbrega, H. Jasak (Eds.). Springer, 2018.

Пример: явление резонанса для круглого профиля



Время вычислений, в часах (1 ядро)

	VM2D	Kratos	OpenFOAM	LS-STAG
Вдали от резонанса	41.3	55.0	58.1	180.0
Резонанс	63.4	-	74.4	250.0

Вычисление интенсивности вихревого слоя

Условие прилипания

$$\vec{V}_-(\vec{r}, t) = \vec{0} \Leftrightarrow \underbrace{\vec{V} \cdot \vec{n} = 0}_{N\text{-scheme}} \Leftrightarrow \underbrace{\vec{V}_- \cdot \vec{r} = 0}_{T\text{-scheme}},$$

где $\vec{V}_-(\vec{r}, t) = \vec{V}(\vec{r}, t) - \frac{\gamma(\vec{r}, t)}{2} \vec{r}(\vec{r}, t)$ — предельное значение скорости среды.

Границное интегральное уравнение

N-схема: Сингулярное уравнение 1-го рода

$$\frac{1}{2\pi} \oint_K \gamma(\vec{\xi}) Q_n(\vec{r}, \vec{\xi}) dl_\xi = f_n(\vec{r}), \quad \vec{r} \in K.$$

T-схема: Уравнение Фредгольма второго рода

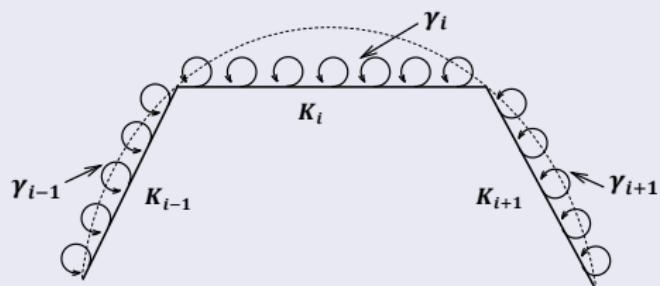
$$\frac{1}{2\pi} \oint_K \gamma(\vec{\xi}) Q_T(\vec{r}, \vec{\xi}) dl_\xi - \frac{1}{2} \gamma(\vec{r}) = f_T(\vec{r}), \quad \vec{r} \in K.$$

Дополнительное условие

$$\oint_K \gamma(\vec{\xi}) dl_\xi = \Gamma.$$

8. Kempka S.N., Glass M.W., Peery J.S., and Strickland J.H., Accuracy considerations for implementing velocity boundary conditions in vorticity formulations // Sandia Rep. No.SAND96-0583 UC-700, 1996.

Прямолинейные панели



- Кусочно-гладкая кривая → многоугольник;
- погрешность аппроксимации профиля имеет порядок $O(h^2)$.

Основная проблема

гладкая кривая



- Вместо гладкого участка кривой имеем дело с угловой точкой;
- ядро интегрального уравнения становится неограниченным;
- точное решение имеем нефизичную слабую особенность в угловой точке.

- Константные и линейные базисные функции:

$$\phi_0^i(\vec{r}) = \begin{cases} 1, & \vec{r} \in K_i, \\ 0, & \vec{r} \notin K_i; \end{cases} \quad \phi_1^i(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{(\vec{r} - \vec{c}_i) \cdot \vec{\tau}_i}{L_i}, & \vec{r} \in K_i, \\ 0, & \vec{r} \notin K_i. \end{cases}$$

- Выбор проекционных функций $\psi_k(\vec{r})$: такие же как базисные функции $\phi_k(\vec{r})$.
- Ортогональность невязки интегрального уравнения проекционным функциям:

$$\oint_K \left(\frac{1}{2\pi} \oint_K \gamma(\vec{\xi}) Q_\tau(\vec{r}, \vec{\xi}) dl_\xi - \frac{1}{2} \gamma(\vec{r}) - f_\tau(\vec{r}) \right) \psi_k(\vec{r}) dl_r = 0.$$

Кусочно-константное

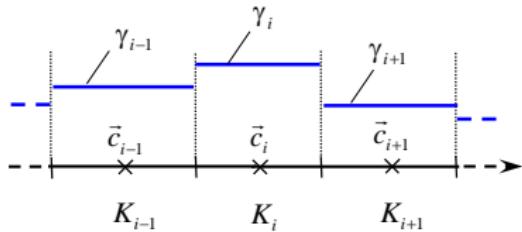
$$\gamma(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \phi_0^i(\vec{r})$$

Кусочно-линейное

$$\gamma(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N (\gamma_i \phi_0^i(\vec{r}) + \delta_i \phi_1^i(\vec{r}))$$

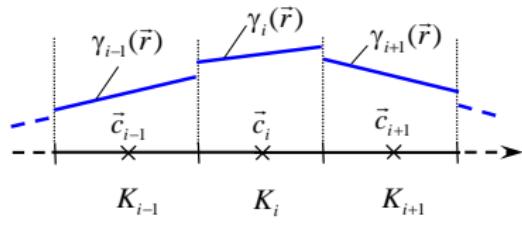
- Кузьмина К.С., Марчевский И.К., Морева В.С., Рятина Е.П. Расчетная схема вихревых методов второго порядка точности для моделирования обтекания профилей несжимаемым потоком // Изв. ВУЗов. Авиац. техника. 2017. № 3. С. 73–80.

Погрешности для расчетных схем с прямолинейными панелями



Константные базисные и проекционные функции

Погрешности:
 $C^h: O(h^2)$;
 $L_1: O(h)$;
 $C: O(h)$.



Константные и линейные базисные и проекционные функции

Погрешности:
 $O(h^2)$
 в C^h, L_1, C .

Вычисление погрешности

$$\|\delta\|_{C^h} = \max_i |\gamma_i - \gamma_i^*|, \quad \|\delta\|_{L_1} = \oint_K |\gamma(\vec{r}) - \gamma^*(\vec{r})| dl_r, \quad \|\delta\|_C = \max_r |\gamma(\vec{r}) - \gamma^*(\vec{r})|,$$

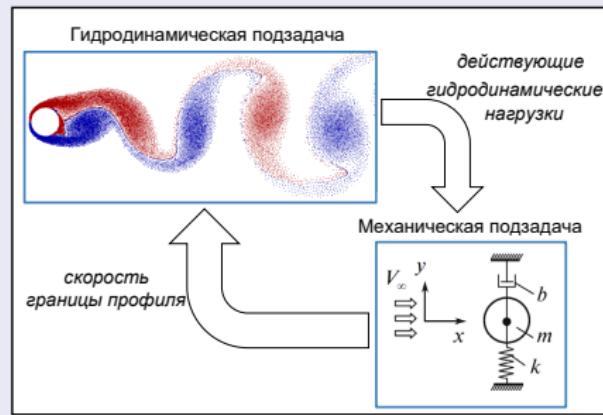
$\gamma^*(\vec{r})$ — точное решение.

FSI problems

Monolithic approach

Partitioned approach

Расщепленный подход



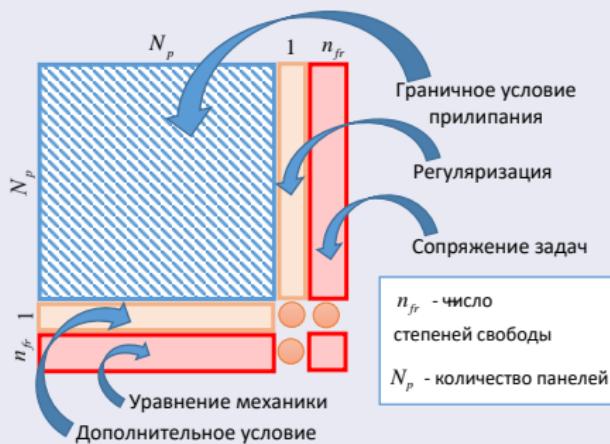
Достоинства:

- простота реализации;
- независимость модулей, связанных через интерфейс.

Недостатки:

- неустойчивость в случае, когда плотность профиля меньше плотности жидкости.

Монолитный подход



Достоинства:

- высокая точность и устойчивость;
- возможность решать задачи, в которых плотность профиля меньше плотности жидкости.

Недостатки:

- сложность реализации для нелинейных механических систем;
- невозможность разбиения программы на отдельные блоки.

10. Dynnikova G.Ya., Andronov P.R. Expressions of force and moment exerted on a body in a viscous flow via the flux of vorticity generated on its surface // European Journal of Mechanics / B Fluids 72, 2018. Pp 293–300.

Численный эксперимент

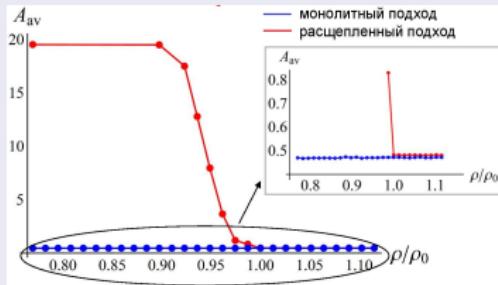
Плотность профиля больше, чем плотность жидкости

$$\begin{aligned}\rho_0 &= 1.0, & V_\infty &= 3.0, \\ D &= 1.0, & \text{Re} &= 150, \\ b &= 0.731, & \rho/\rho_0 &\approx 50.\end{aligned}$$



Плотность профиля меньше, чем плотность жидкости

$$\begin{aligned}\rho_0 &= 1.0, & V_\infty &= 3.0, \\ D &= 1.0, & \text{Re} &= 150, \\ b &= 0.731, & St_\omega &= 0.190.\end{aligned}$$



Средние амплитуды колебаний для различных соотношений плотностей

Программный комплекс VM2D

- C++ код (GCC, Intel C++ Compiler, MSVC)
- Linux / Windows
- Технологии OpenMP, MPI, NVidia CUDA
- Линейная алгебра: Eigen (eigen.tuxfamily.org)
- Открытый исходный код: <https://github.com/vortexmethods/VM2D/>
- Doxygen-документация: <http://vortexmethods.github.io/VM2D/>
- Модульная структура позволяет легко расширять возможности программы

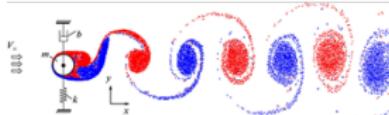


Версии

- VM2Dv.1.0 (1 декабря 2017 г., ISPRASOpen)
- VM2Dv.1.1 (2 апреля 2018 г., ПаВТ 2018)
 - + Подвижные профили
 - + Поддержка NVidia CUDA (неполная)
- VM2Dv.1.2 (14 июня 2018 г., ECCM-ECFD 2018)
 - + Сопряженные задачи гидроупругости
 - + Вращающиеся профили
- VM2Dv.1.3 (26 сентября 2018 г., Военмех 2018)
 - + Расчет скорости и давления в заданных точках
- VM2Dv.1.4 (16 октября 2018 г., ICVFM 2018, будущая версия)
 - + Расширенный список функций, использующих NVidia CUDA

Doxxygen-документация разработчика

← → C https://vortexmethods.github.io/VM2D/d9/d06/class_passport.html



VM2D 1.3

Вихревые методы для решения двумерных задач

Титульная страница Описания Группы Пространства имен Классы Файлы

Классы Альфавитный указатель классов Иерархия классов Члены классов

Открытые члены | Открытые атрибуты | Закрытые члены |

Класс Passport

Класс, определяющий паспорт задачи [Подробнее...](#)

```
#include <Passport.h>
```

Граф связей класса Passport:

```
graph TD; Passport --> Point2D[Point2D]; Point2D --> vinf[vinf]; vinf --> PhysicalProperties[PhysicalProperties]; PhysicalProperties --> WakeDiscretizationProperties[WakeDiscretizationProperties]; PhysicalProperties --> TimeDiscretizationProperties[TimeDiscretizationProperties]; PhysicalProperties --> NumericalSchemes[NumericalSchemes]; WakeDiscretizationProperties --> wakeDiscretizationProperties[wakeDiscretizationProperties]; TimeDiscretizationProperties --> timeDiscretizationProperties[timeDiscretizationProperties]; NumericalSchemes --> numericalSchemes[numericalSchemes];
```

[см. легенду]

Открытые члены

`Passport (const std::string &_dir, const std::string &_filePassport, const std::string &_mechanics, const std::string &_defaults, const std::string &_switchers, const std::vector<double> &_parameters)`
Конструктор [Подробнее...](#)

`virtual ~Passport ()`
Деструктор [Подробнее...](#)

Airfoil — геометрия профиля

- **Rectilinear** — дискретизация профиля при помощи прямолинейных панелей
- **Curvilinear** — дискретизация профиля с учетом криволинейности поверхности профиля

Boundary — способ удовлетворения граничного условия (решения граничного интегрального уравнения)

- **MDV** — классический метод дискретных вихрей
- **VortColl** — метод коллокаций решения интегрального уравнения 2-го рода
- **ConstLayerAver** — кусочно-постоянное распределение интенсивности вихревого слоя
- **LinearLayerAver** — разрывная кусочно-линейная аппроксимация интенсивности вихревого слоя
- **FEMLayerAver** — аппроксимация вихревого слоя с помощью схемы типа МКЭ

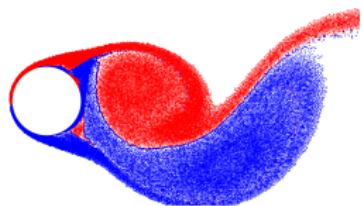
Mechanics — модель сопряженной задачи гидроупругости

- **RigidImmovable** — жесткое неподвижное тело
- **RigidGivenLaw** — жесткое тело, движущееся по заданному закону
- **RigidOscillPartitioned** — вязко-упругая связь, профиль колеблется поперек потока; для сопряжения применяется расщепленный подход (применимо для случаев, когда плотность профиля больше плотности жидкости)
- **RigidOscillStronglyCoupled** — вязко-упругая связь, профиль колеблется поперек потока; для сопряжения применяется монолитная схема (применимо для профилей любой плотности)
- **RigidRotateStronglyCoupled** — вращающийся профиль; применяется монолитная схема связывания (применимо для профилей любой плотности)

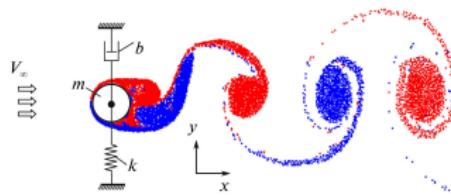
Velocity — метод расчета скоростей ВЭ

- **BiotSavart** — прямой расчет (каждый ВЭ взаимодействует с каждым ВЭ)
- **BarnesHut** — быстрый метод на основе мультипольного разложения
- **Fourier** — быстрый метод на основе БПФ

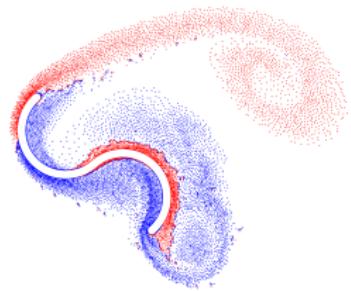
Некоторые возможности VM2D



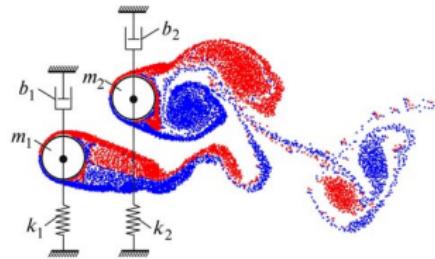
Течение вокруг неподвижного профиля



Сопряженные задачи гидроупругости



Вращающиеся профили



Системы профилей

- Генерация завихренности
 - Решение граничного интегрального уравнения
- Расчет скоростей ВЭ
 - Конвективные скорости
 - Диффузионные скорости
- Расчет нагрузок
 - Гидродинамическая сила и момент
 - Сила вязкого трения
 - Вычисление скорости и давления в заданных точках
- Эволюция вихревого следа
 - Решение системы ОДУ
 - Контроль «протыкания»
 - Реструктуризация вихревого следа

- Имеется возможность решения одной или нескольких задач одновременно
 - Для каждой задачи должна быть создана отдельная папка с названием решаемой задачи, содержащая файл `passport` с описанием задачи
 - В файле "problems" перечисляются задачи с необходимыми аргументами
- ```
problems=
{
 wing00deg(np = 1, alpha = 0, tau = 0.015),
 wing05deg(np = 1, alpha = 5, tau = 0.015),
 wing10deg(np = 1, alpha = 10, tau = 0.010),
};
```

## Описание задачи в файле "passport"

```
//Physical Properties
rho = 1.0; плотность среды
vInf = {3.0, 0.0}; скорость набегающего потока
nu = 0.02; кинематическая вязкость

//Time Discretization Properties
timeStart = 1.0; //by default=0.0 момент времени начала расчета
timeStop = 250.0; момент времени конца расчета
dt = 0.004; шаг расчета по времени
timeAccel = 1.0; //by default=0.0 время ускорения набегающего потока
 от нуля до заданного значения
deltacntText = 10; //by default=1 шаг сохранения кадра в текстовый файл
deltacntBinary = 0; //by default=0 шаг сохранения кадра в файл .vtk

//Wake Discretization Properties
eps = 0.008; радиус вихря
epscol = 0.008; радиус коллапса
distKill = 20.0; //by default=10.0 расстояние, на котором вихри "убиваются"
delta = 2.5e-6; //by default=1.e-5 радиус, на который вихри отодвигаются
 от профиля
nPerPanel = 3; //by default=1 количество вихрей, слетающих
 с одной панели
```

## Описание задачи в файле "passport"

```
//Numerical Schemes
linearSystemSolver = 0; способ решения СЛАУ
velocityComputation = velocityBiotSavart; способ вычисления скорости
wakeMotionIntegrator = 0; способ интегрирования уравнений

//Files and parameters
airfoil = {"airfoilFileName" (basePoint = {0.0, 0.0},
 panelsType = panelsRectilinear,
 boundaryConditionSatisfaction =
 boundaryConstantLayerAverage,
 mechanicalSystem = mech3)};
fileWake = { "wakeFileName" };
```

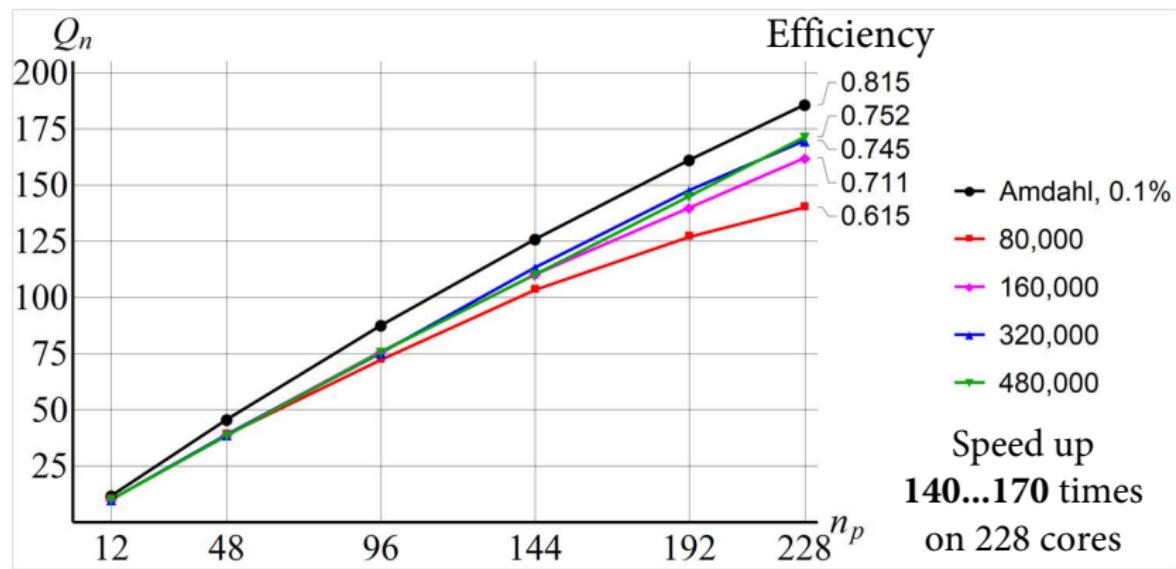
## Вспомогательные файлы

- Файл "**defaults- Файл "**switchers- Файл "**mechanics- Файл "**pointsVelocityPressure********

## Вывод результатов расчета

- В папку "**Snapshots**" сохраняются файлы "Kadr\*\*\*\*\*" с состоянием пелены
- В папку "**velocityPressure**" сохраняются файлы "velocityPressure\*\*\*\*\*" со значениями скоростей и давления, рассчитанными в заданных точках
- В файл "**forces-airfoil-\***" сохраняются значения гидродинамических сил и моментов, действующих на профиль
- В файл "**timestat\***" сохраняется временная статистика расчета

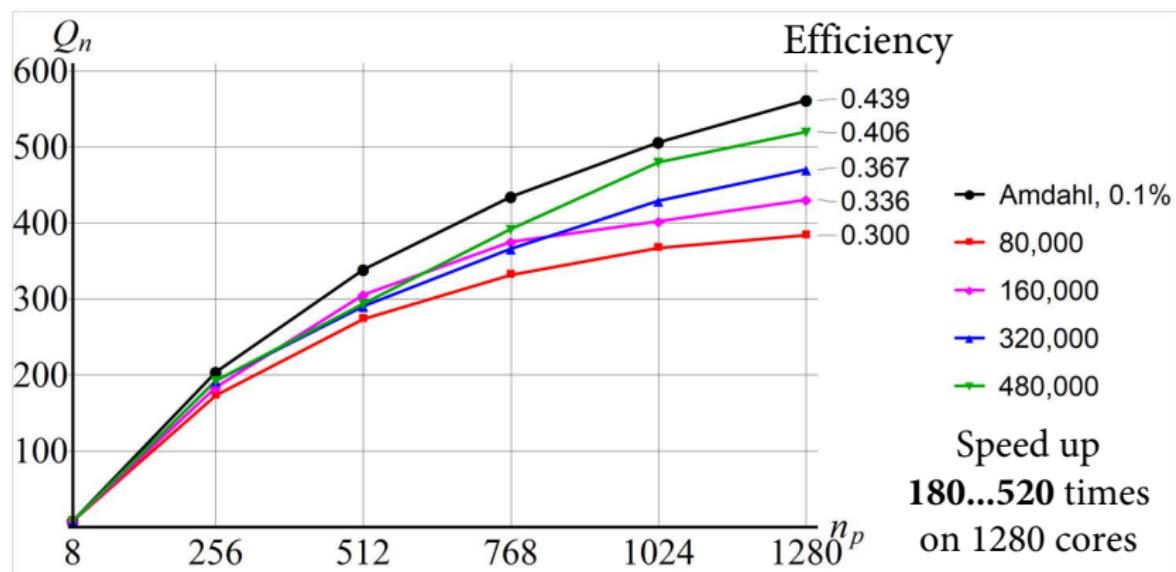
Кластер ИСП РАН BL2x220c G7, Infiniband QDR  
 19 узлов: 2 x Intel Xeon X5670 (6 ядер), 2.93 GHz



### Эффективность

|          | Абсолютная    | 0.1% последовательного кода |
|----------|---------------|-----------------------------|
| 228 ядер | 0.62 ... 0.75 | 0.75 ... 0.88               |
| 96 ядер  | 0.75 ... 0.79 | 0.82 ... 0.92               |

Национальный исследовательский центр ‘Курчатовский институт’, Infiniband QDR  
160 узлов: 2 x Intel Xeon E5343 (4 ядра), 2.33 GHz



## Эффективность

|           | Абсолютная    | 0.1% последовательного кода |
|-----------|---------------|-----------------------------|
| 1280 ядер | 0.30 ... 0.41 | 0.68 ... 0.93               |
| 256 ядер  | 0.68 ... 0.76 | 0.84 ... 0.94               |

## GPU реализация алгоритма

- Тесты были проведены на двух GPU:

|            | GeForce GTX 970 | Tesla K40c |
|------------|-----------------|------------|
| CUDA Cores | 1664            | 2880       |
| Memory     | 4 Gb (3.5 Gb)   | 12 Gb      |

Оптимальный  
размер блока — 128

- Сравнение с кластером ИСП РАН BL220:

| Кол-во ядер      | 1 | 12   | 48   | G970        | 96   | 144   | 192   | 228   | K40          |
|------------------|---|------|------|-------------|------|-------|-------|-------|--------------|
| Задача '80 000'  | 1 | 10.2 | 39.1 | <b>58.7</b> | 72.3 | 103.4 | 127.0 | 140.1 | <b>158.9</b> |
| Задача '480 000' | 1 | 10.2 | 38.6 | <b>66.1</b> | 75.8 | 110.3 | 145.1 | 171.5 | <b>162.6</b> |

- Сравнение с кластером НИЦ 'Курчатовский институт':

| Кол-во ядер      | 1 | 8   | G970         | 256   | 512   | 768   | 1024  | K40          | 1280  |
|------------------|---|-----|--------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------|
| Задача '80 000'  | 1 | 7.2 | <b>127.9</b> | 173.3 | 273.7 | 331.7 | 367.2 | <b>467.6</b> | 468.6 |
| Задача '480 000' | 1 | 7.3 | <b>190.8</b> | 192.8 | 294.0 | 392.3 | 463.0 | <b>469.0</b> | 565.9 |

2 MPI узла (Ethernet) + GeForce970 → × 1.6 раз

3 MPI узла (Ethernet) + GeForce970 → × 2.2 раз

## Результаты

- Разработан программный комплекс VM2D, позволяющий моделировать двумерные течения вязкой несжимаемой среды с помощью вихревых методов.
- VM2D имеет открытый исходный код.
- Структура VM2D имеет модульную структуру, что позволяет легко производить модификацию кода:
  - расширять круг решаемых задач;
  - разрабатывать новые подходы и алгоритмы.
- VM2D позволяет производить расчеты в параллельном режиме как на CPU, так и на GPU.
- Анализ эффективности распараллеливания показывает, что использование GPU является перспективным направлением в повышении производительности вычислений.

- Исследование поддержано:
  - Министерством образования и науки Российской Федерации (проект № 9.2422.2017/ПЧ),
  - Грантом Президента Российской Федерации для молодых кандидатов наук (проект № МК-743.2018.8).
- Авторы выражают свою благодарность:
  - Институту системного программирования им. В. П. Иванникова Российской Академии наук,
  - Национальному исследовательскому центру 'Курчатовский институт'за предоставление вычислительных ресурсов.

## Авторы

**Марчевский Илья Константинович** — [iliamarchevsky@mail.ru](mailto:iliamarchevsky@mail.ru)  
к.ф.-м.н., доцент, доцент каф. «Прикладная  
математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
старший научный сотрудник Института системного  
программирования им. В.П. Иванникова РАН



**Кузьмина Ксения Сергеевна** — [kuz-ksen-serg@yandex.ru](mailto:kuz-ksen-serg@yandex.ru)  
аспирант 2-го года обучения, ассистент каф. «Прикладная  
математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
стажер-исследователь Института системного программирования  
им. В.П. Иванникова РАН



**Рятина Евгения Павловна** — [evgeniya.ryatina@yandex.ru](mailto:evgeniya.ryatina@yandex.ru)  
студент 1-го курса магистратуры каф. «Прикладная математика»  
МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
лаборант-исследователь Института системного программирования  
им. В.П. Иванникова РАН

