

Задание на практику для студентов:

Науменко Кирилл Николаевич

Вычисление интеграла методом трапеций

Для функции, являющейся полиномом степени не выше p

$$f(x) = c_0 x^p + c_1 x^{p-1} + \dots + c_{p-1} x + c_p,$$

требуется точно и приближенно вычислить $I = \int_a^b f(x) dx$ ($a < b$), задаваясь абсолютной величиной допустимой относительной погрешности ε . Для приближенных расчетов использовать метод трапеций, в соответствии с которым

$$I \approx I_n = \left(\frac{f_0 + f_n}{2} + \sum_{j=1}^{n-1} f_j \right) h,$$

где $n \in \mathbb{N}$ – количество частей, на которые разбивается отрезок $[a, b]$; $h = (b - a)/n$ – длина каждого подотрезка; $f_j = f(x_j) = f(a + jh)$ – значение функции в соответствующей точке. Провести расчеты для $n = 2$ и затем удваивая каждый раз n до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$(\delta_n < \varepsilon) \vee (|I_{n/2} - I_n| < 10^{-10}),$$

где величина δ_n дает оценку точности приближения интеграла значением I_n

$$\delta_n = \left| \frac{I_{n/2} - I_n}{4I_n - I_{n/2}} \right| < \varepsilon.$$

В ответе для каждого из трех значений ε , заданных по убыванию, указать полученное количество подотрезков n , приближенное значение интеграла, абсолютную и относительную погрешности (если относительную погрешность вычислить не удастся, указать вместо ее значения 0).

Структура исходных данных:

p	<< определяет количество коэффициентов
c0 c1 ... cp	<< коэффициенты полинома
a b	<< начало и конец отрезка интегрирования
eps1 eps2 eps3	<< три значения, определяющие точность

Структура результата:

I	<< точное значение интеграла
n1 I1 E1 e1	<< число подотрезков, приближенное
n2 I2 E2 e2	значение интеграла, абсолютная
n3 I3 E3 e3	и относительная погрешность