







# La magia de las sucesiones de De Bruijn

#### Víctor Osores

Departamento de Matemática, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule.

vosores@ucm.cl

## Sucesión de De Bruijn

Una sucesión de de Bruijn de orden n que usa un alfabeto de k símbolos (B(k, n)), es una sucesión cíclica en la que todas las subsucesiones posibles de longitud n ocurren una y sóla una vez.

El nombre de estas sucesiones hacen referencia al matemático holandes Nicolaas Govert de Bruijn quien las describió en el año 1946. Hay

 $\frac{(k!)^{k^{n-1}}}{k!}$ 

sucesiones de De Bruijn B(k, n) distintas.

Una sucesión de De Bruijn de orden 2 (n=2) que usa un alfabeto de 2 (k=2) símbolos  $\{R,N\}$ , viene dada por

RNNR.

Una secuencia de De Bruijn que contiene todos los cuartetos (k=4) formados por los números (o símbolos)  $\{0,1\}$ , es

0000111100101101.

El cuarteto 1000 está formado por el último dígito y los tres primeros.

**Sucesión de De Bruijn** B(2,5): Esta sucesión de De Bruijn tiene longitud  $2^5 = 32$ . El número de subsucesiones diferentes de 5 elementos también es 32. Hay 2048 sucesiones B(2,5) posibles. Usando el alfabeto  $\{R,N\}$  una de estas sucesiones viene dada por,

NNNNRNNRNRRRRRRNNNRRNRRRRNRNR.

¡Que no se te olvide lo más importante! En la sucesión de De Bruijn presentada aparecen una sola vez todas las subsucesiones posibles de 5 elementos.

NNNN<mark>RNNR</mark>NRRNNRRRRRRNNNRRNRRRRNRNR.

¿Cómo encontrar una sucesión de De Bruijn? No es tarea fácil. Para números pequeños es fácil encontrar sucesiones de De Bruijn a lápiz y papel. Conforme k se hace mas grande, la cosa se complica. En 1946 I. J. Good propuso un método para resolver el problema mediante teoría de grafos.

## ¿Y la magia de las sucesiones de De Bruijn?

Bueno, usaremos la sucesión de De Bruijn anterior.

- 1. Considere 32 cartas de una baraja inglesa, 16 rojas y 16 negras.
- 2. Da el orden a las cartas de forma que los colores reproduzcan la sucesión anterior.
- 3. Recuerde que la sucesión es cíclica, puede cortar la baraja todas las veces que necesite y la sucesión de colores no se alterará.

Con una baraja preparada de esta manera, si somos capaces de memorizarla, es posible identificar 5 cartas consecutivas cualesquiera solo con conocer el orden de sus colores, ya que, como se ha visto, cada subsucesión es única.

8.	A♣	2♣	4*	A♠	<b>2</b> ♦	5♣	3♠
6*	44	A♥	3♦	7♣	7♠	7♥	6♥
4♥	8♥	A◆	3♣	6 <b>*</b>	5♠	3♥	<b>7\(\psi\)</b>
64	5♥	2♥	5*	2♠	4.	84	8•

Fig. 1: Persi Diaconis y Ron Graham, en su libro Magical Mathematics, presentan esta sucesión de De Bruijn usando estas 32 cartas y siguiendo el orden de la sucesión NNNNRNNRNNRNNRRNNRRRNNNRRNRRNNRRNRRNRNR.

¿Y cómo se puede adivinar 5 cartas elegidas por los espectadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Pectadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Pectadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Pectadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Petadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Petadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Petadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Petadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Petadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Petadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Petadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Petadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Petadores? Con esta disposición de cartas concreta (no solo de colores).

Petadores y Craham explican cómo es posible, sin tener que memorizar toda la suce
Petadores y Craham explican cómo es posible, sin tener que memorizar toda la suce
Petadores y Craham explican cómo es posible, sin tener que memorizar toda la suce
Petadores y Craham explican cómo es posible, sin tener que memorizar toda la suce
Petadores y Craham explican cómo es posible, sin tener que memorizar toda la suce
Petadores y Craham explican cómo es posible es posible

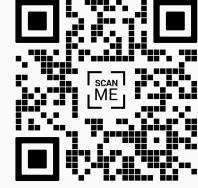


Fig. 2: Basado en el libro Magical Mathematics: The Mathematical Ideas that Animate Great Magic Tricks de Persi Diaconis y Ron Graham.

### El secreto del mago

Hemos visto que la baraja, tal como está organizada, puede ser cortada cuantas veces se requiera. Esto no cambiará el patrón cíclico, solo cambiará el punto de partida de este. Para realizar el truco:

- El mago debe ser capaz de "decodificar" el patrón descrito por los cinco espectadores (en ceros y unos).
- Y convertir el patrón identificado en los nombres de las cinco cartas.

Una forma práctica de realizar el proceso anterior es usar una tabla que enumera las cinco cartas junto a cada patrón posible.

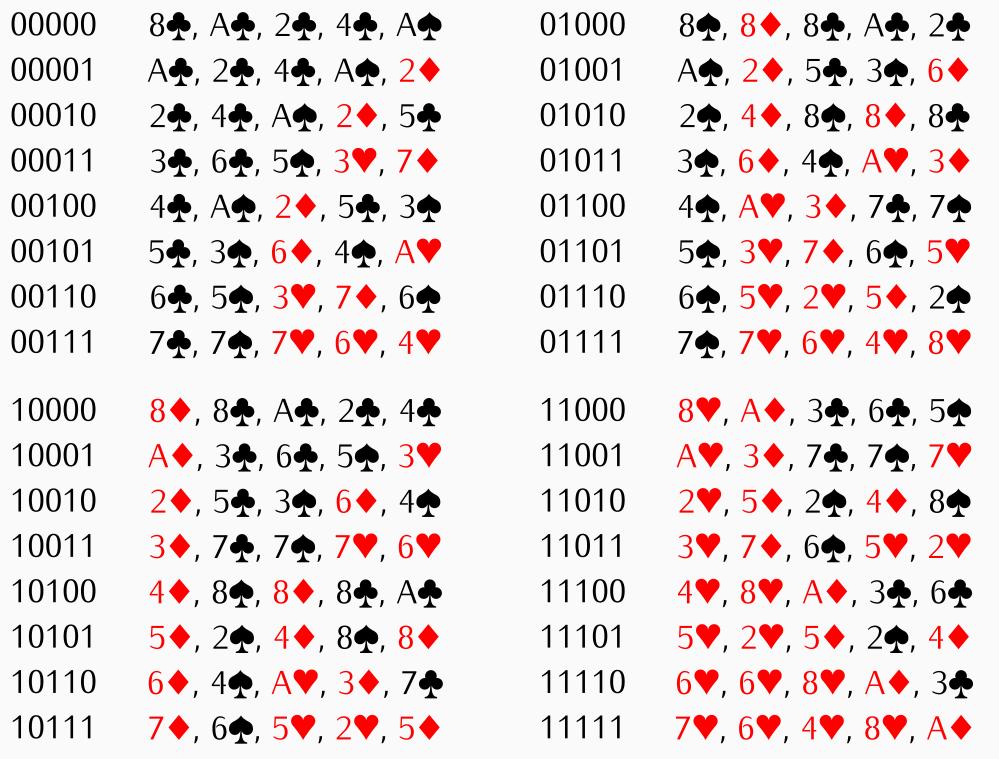


Fig. 3: Posibles patrones de cartas.

#### Ejemplo de aplicación

- Haz que 5 personas seleccionen 5 cartas de la siguiente manera.
- Enumera las personas del 1 al 5 (P1, P2, P3, P4, P5).
- Pide a cada una de las 5 personas (P1, P2, P3, P4, P5) que corte la baraja.
- Cuando P5 corte la baraja, pide que retire la carta superior.
- Luego, pasa la baraja a P4, a quien también le pides que retire una carta de la parte superior. Y así sucesivamente con P3, P2 y P1.
- Después de admitir la dificultad (parte del show), pide a los espectadores que tienen cartas rojas que se pongan de pie.



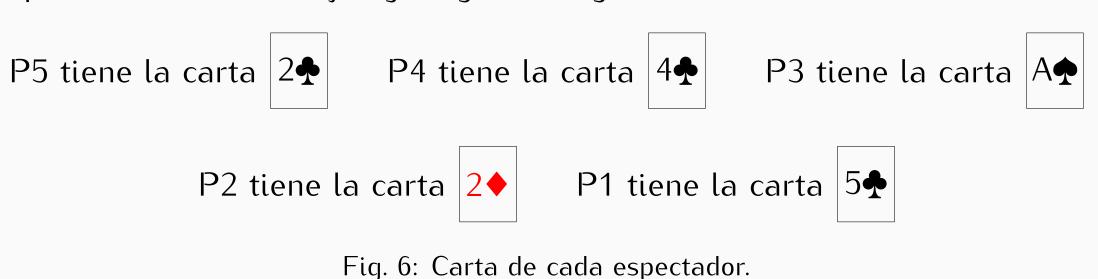
Fig. 4: El patrón binario correspondiente es 00010.

- Traduce el paso anterior como un patrón binario, en este caso 00010 (cero para negro, uno para rojo) siguiendo el orden en que se entregaron las cartas.
- Encuentra este patrón en la lista de cartas desde la Tabla 3.



Fig. 5: Cartas para el patrón binario 00010.

• Ahora conoces las cinco cartas y puedes revelarlas de manera dramática, quizás nombrando primero las cartas rojas y luego las negras.



# ¡A practicar!

Ahora que conoces los conceptos básicos de las sucesiones de De Bruijn, te invitamos a practicar este fascinante truco de magia. ¡Es la oportunidad perfecta para sorprender a tus amigos!