





Grundlagen: Erste Schritte

`z = 2`

`f x = 2*x + 3`

`meineListe = [1,1,2,3,5]`

Grundlagen

●○○○○○○○

Typen

○○○

Listen

○○○○○○

Fortgeschritten

○○○○○○

Lambda-Kalkül

○○○○



if-then-else

$f\ x\ y = \text{if } x \geq y \text{ then } x \text{ else } y$

Was macht f ?

Grundlagen

●○○○○○○○

Typen

○○○

Listen

○○○○○○

Fortgeschritten

○○○○○○

Lambda-Kalkül

○○○○



if-then-else

$f\ x\ y = \text{if } x \geq y \text{ then } x \text{ else } y$

Was macht f ? Das Maximum von x, y berechnen.

Grundlagen

●○○○○○○○

Typen

○○○

Listen

○○○○○○

Fortgeschritten

○○○○○○

Lambda-Kalkül

○○○○



switch-case

Grundlagen
○○●○○○○○

Typen
○○○

Listen
○○○○○○

Fortgeschritten
○○○○○

Lambda-Kalkül
○○○○



switch-case

```
max3 x y z
| x >= y && x >= z = x
| y >= x && y >= z = y
| otherwise = z
```



switch-case

```
max3 x y z
  | x >= y && x >= z = x
  | y >= x && y >= z = y
  | otherwise = z
```

Der erste passende Fall wird ausgewertet.
Diese Struktur wird guards genannt.



Haskell ausführen

Datei anlegen: `programm.hs`

Grundlagen
ooo●ooooo

Typen
ooo

Listen
ooooooo

Fortgeschritten
ooooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Haskell ausführen

Datei anlegen: `programm.hs`

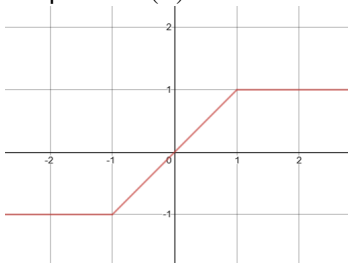
Im Terminal:

- zur Datei navigieren: `cd directory`
- Interaktiven Compiler aufrufen: `ghci`
- Programm laden: `:l programm.hs`
- Programm neu laden: `:r`



Aufgabe: Funktion definieren

Graph von $f(x)$



Definiere diese Funktion in Haskell. Verwende if-then-else oder guards.

Grundlagen
○○○○●○○○

Typen
○○○

Listen
○○○○○○

Fortgeschritten
○○○○○○

Lambda-Kalkül
○○○○



Basisfälle

```
lucky 7 = "LUCKY_NUMBER_SEVEN!"
```

```
lucky x = "Sorry, you're out of luck, pal!"
```

Grundlagen

oooo●ooo

Typen

ooo

Listen

oooooo

Fortgeschritten

oooooo

Lambda-Kalkül

oooo



Basisfälle

```
lucky 7 = "LUCKY_NUMBER_SEVEN!"
```

```
lucky x = "Sorry, _you're_out_of_luck,_pal!"
```

Das Konzept heißt Pattern-Matching. Mehr dazu bei Listen.



Rekursion

Rekursion allgemein: Basisfall und allgemeiner Fall.

Grundlagen
○○○○○●○○

Typen
○○○

Listen
○○○○○○

Fortgeschritten
○○○○○○

Lambda-Kalkül
○○○○



Rekursion

Rekursion allgemein: Basisfall und allgemeiner Fall.

```
factorial 0 = 1
```

```
factorial n = n * (factorial (n-1))
```



Prefix- / Infixnotation

Im Allgemeinen verwenden wir Prefix-Notation: **max** 255 256

Grundlagen
oooooooo●o

Typen
ooo

Listen
oooooo

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Prefix- / Infixnotation

Im Allgemeinen verwenden wir Prefix-Notation: **max** 255 256

Besondere Funktionen werden infix notiert: 13+29

Man kann sie aber auch jeweils andernorts verwenden:

7 'mod' 3

(+) 13 29



Grundlagen: Aufgaben

Schreibe eine Funktion. . .

- welche die ganzzahlige Potenz a^b berechnet
- die für a, b angibt, ob a durch b teilbar ist
- zur Berechnung des ggT mit Hilfe des euklidischen Algorithmus
- die prüft, ob eine Zahl prim ist
- welche die ganzzahlige Potenz geschickt berechnet: $a^{2b} = (a^2)^b$



Funktionale Programmierung

Alles ist Funktion*.

$x = 3$ ist eine parameterlose Funktion.

Es gibt keine Nebeneffekte (außer IO)

Grundlagen
oooooooo

Typen
●ooo

Listen
oooooo

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Typen untersuchen

```
:t max
```

```
max :: Ord a => a -> a -> a
```

Bedeutung?

Grundlagen
oooooooo

Typen
o●o

Listen
oooooo

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Typen untersuchen

```
:t max
```

```
max :: Ord a => a -> a -> a
```

Bedeutung? a ist ein Typ und hat eine **Ordnung**.

Grundlagen
oooooooo

Typen
o●o

Listen
oooooo

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Typen untersuchen

```
:t max
```

```
max :: Ord a => a -> a -> a
```

Bedeutung? a ist ein Typ und hat eine **Ordnung**.

max nimmt ein solches a und ein weiteres und gibt etwas vom Typ a aus.



Typen untersuchen 2

```
f x = x*x+1
```

```
:t f
```

```
f :: Num a => a -> a
```

Bedeutung?

Grundlagen
oooooooo

Typen
oo●

Listen
oooooo

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Listen - Einstieg

[1,2,3,4,5]

1:2:3:4:5:[]

[1..5]

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
●ooooo

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Listen - Einstieg

`[1,2,3,4,5]`

`1:2:3:4:5:[]`

`[1..5]`

Was ist der Typ von `(:)`?

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
●ooooo

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Listen - Einstieg

[1,2,3,4,5]

1:2:3:4:5:[]

[1..5]

Was ist der Typ von (:)?

Auf ein Element der Liste zugreifen: [1,1,2,3,5,8] !! 3



List comprehension

```
[x*x | x<-[1..30], mod x 2 == 0]
```

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
o●oooo

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Pattern matching

`summiere [] = 0`

`summiere (x:rest) = x + (summiere rest)`

Zerteilung der Liste in Kopf und Rest.



Unendlichkeit

[1..]

Man kann unendliche Listen *definieren*,
man sollte sie aber lieber nicht ganz *aufrufen*.

take 11 [1..]



Operatoren auf Listen

`head, tail, last, init, take, drop`

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
oooo●o

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Operatoren auf Listen

`head, tail, last, init, take, drop`

`map`

`map odd [1..20]`

`filter`

`foldl`

`zip`

`zipWith`



Operatoren auf Listen

`head, tail, last, init, take, drop`

`map`

`filter`

`foldl`

`zip`

`zipWith`

`map odd [1..20]`

`filter odd [1..20]`



Operatoren auf Listen

`head, tail, last, init, take, drop`

`map`

`filter`

`foldl`

`zip`

`zipWith`

`map odd [1..20]`

`filter odd [1..20]`

`foldl (+) 0 [1..10]`



Operatoren auf Listen

`head, tail, last, init, take, drop`

<code>map</code>	<code>map odd [1..20]</code>
<code>filter</code>	<code>filter odd [1..20]</code>
<code>foldl</code>	<code>foldl (+) 0 [1..10]</code>
<code>zip</code>	<code>zip [1..4] ['a'..'d']</code>
<code>zipWith</code>	



Operatoren auf Listen

`head, tail, last, init, take, drop`

<code>map</code>	<code>map odd [1..20]</code>
<code>filter</code>	<code>filter odd [1..20]</code>
<code>foldl</code>	<code>foldl (+) 0 [1..10]</code>
<code>zip</code>	<code>zip [1..4] ['a'..'d']</code>
<code>zipWith</code>	<code>zipWith (*) [1..4] [5..8]</code>



Listen: Aufgaben

Schreibe eine Funktion...

- zur Berechnung der Länge einer Liste
- welche die Liste aller gerade Zahlen erzeugt
- die prüft, ob ein gesuchtes Element in einer Liste enthalten ist
- die ein Element in eine sortierte Liste einfügt
- die zwei sortierte Listen zu einer zusammenfasst (merge)
- die eine Liste aller Quadratzahlen erzeugt
- die merge-sort implementiert
- die insertion-sort implementiert
- die eine Liste umdreht

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
oooo●

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Fibonacci und zip

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
oooooo

Fortgeschritten
●ooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Fibonacci und zip

```
fib = 1:zipWith (+) fib (tail fib)
```

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
oooooo

Fortgeschritten
●ooooo

Lambda-Kalkül
oooo



Primzahlen

```
odds = filter odd [1..]  
oddPrimes (p : ps) = p : (oddPrimes [q | q <- ps, q 'mod' p /= 0])  
primes = 2 : oddPrimes (tail odds)
```

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
oooooo

Fortgeschritten
o●oooo

Lambda-Kalkül
oooo



lambda: λ

```
langweilig = \x -> x
```

```
linF m c = \x -> m*x+c
```

Lambdas sind anonyme Funktionen, sie haben keinen Namen.



lambda: λ

```
langweilig = \x -> x
```

```
linF m c = \x -> m*x+c
```

Lambdas sind anonyme Funktionen, sie haben keinen Namen.

```
filter (\x -> (mod x 3 == 0 || mod x 5 == 0)) [1..10]
```




lambda: λ

```
langweilig = \x -> x
```

```
linF m c = \x -> m*x+c
```

Lambdas sind anonyme Funktionen, sie haben keinen Namen.

```
filter (\x -> (mod x 3 == 0 || mod x 5 == 0)) [1..10]
```

Parameter stehen vor dem Pfeil, Vorschrift dahinter



Endrekursive Funktionen

$\text{pow } a \ 0 = 1$

$\text{pow } a \ b = a * \text{pow } a \ (b-1)$

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
oooooo

Fortgeschritten
ooo●oo

Lambda-Kalkül
oooo



Endrekursive Funktionen

`pow a 0 = 1`

`pow a b = a * pow a (b-1)`

`xpow a b = powAcc a b 1`

`powAcc a b acc = a (b-1) (acc*a)`

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
oooooo

Fortgeschritten
ooo●oo

Lambda-Kalkül
oooo



Typen in Haskell

type Polynom = [Double]

mit $f(x) = a_0 \cdot x^0 + a_1 \cdot x^1$ und den Koeffizienten a_i im Datentyp gespeichert.



Typen in Haskell

type Polynom = [Double]

mit $f(x) = a_0 \cdot x^0 + a_1 \cdot x^1$ und den Koeffizienten a_i im Datentyp gespeichert.

- Schreibe eine Funktion `add`, die zwei Polynome addiert
- Nutze das Hornerschema, um ein Polynom auszuwerten



Curry-ing

```
incr = 1 +
```

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
oooooo

Fortgeschritten
oooo●

Lambda-Kalkül
oooo



Curry-ing

```
incr = 1 +  
square = flip (^) 2
```

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
oooooo

Fortgeschritten
oooo●

Lambda-Kalkül
oooo



“Dinge” im Lambda-Kalkül

TRUE = $\lambda x y \rightarrow x$

FALSE = $\lambda x y \rightarrow y$

IF_ELSE = $\lambda b d e \rightarrow b d e$

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
oooooo

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
●ooo



“Dinge” im Lambda-Kalkül

TRUE = $\lambda x y . x$

FALSE = $\lambda x y . y$

IF_ELSE = $\lambda b d e . b d e$

Zum Testen: IF_ELSE TRUE 0 1



“Dinge” im Lambda-Kalkül

TRUE = $\lambda x y \rightarrow x$

FALSE = $\lambda x y \rightarrow y$

IF_ELSE = $\lambda b d e \rightarrow b d e$

Zum Testen: IF_ELSE TRUE 0 1

Das Lambda-Kalkül ist eine Alternative zur Turing-Maschine.



Church-Zahlen

`c0 = \s z -> z`

`c1 = \s z -> s z`

`c2 = \s z -> s (s z)`

`c3 = \s z -> s (s (s z))`

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
oooooo

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
o●oo



Church-Zahlen

`c0 = \s z -> z`

`c1 = \s z -> s z`

`c2 = \s z -> s (s z)`

`c3 = \s z -> s (s (s z))`

Die Zahlen drücken aus, wie oft eine Funktion `s` angewandt wird.

Umrechnen: `c3 (1+) 0`



Church-Zahlen

$c0 = \lambda s z \rightarrow z$

$c1 = \lambda s z \rightarrow s z$

$c2 = \lambda s z \rightarrow s (s z)$

$c3 = \lambda s z \rightarrow s (s (s z))$

Die Zahlen drücken aus, wie oft eine Funktion s angewandt wird.

Umrechnen: $c3 (1+) 0$

Nachfolger:

succ = $\lambda n s z \rightarrow s (n s z)$

$c4 = \mathbf{succ} c3$



Lambda-Kalkül: Aufgaben

Nutze nur Lambdas und selbst definierte Ausdrücke

- definiere **and** – Tipp: if-else
- definiere **or**
- definiere **isZero**
- definiere **add**
- definiere **times**
- definiere **exp**



Lambda-Kalkül: Lösungen

```
and = \a b -> a b FALSE
or  = \a b -> a TRUE b
isZero = \n -> n (\x -> FALSE) TRUE
add   = \n m s z -> m s (n s z)
times = \n m s z -> n (m s) z
exp  = \n m s z -> n m s z
```

Grundlagen
oooooooo

Typen
ooo

Listen
oooooo

Fortgeschritten
oooooo

Lambda-Kalkül
ooo●