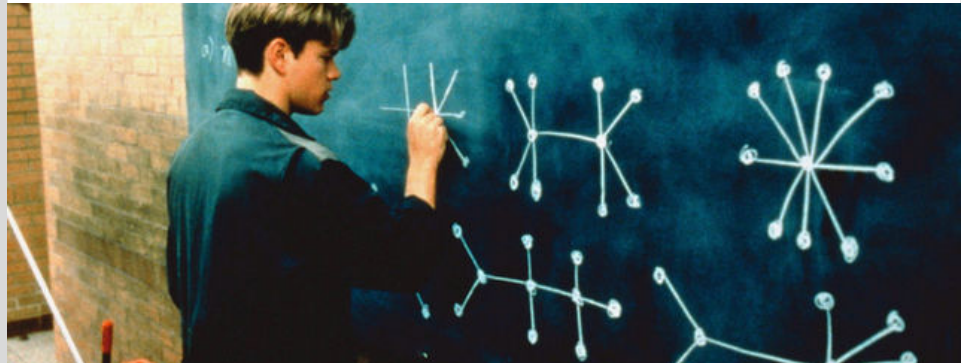


# IMP

Informatik, Mathematik, Physik

Malte Voß | 29. Januar 2020

ABTEILUNG FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK



1 IMP

2 Graphen

3 Videos

- IMP ist ein Profilfach
- wird in Klassenstufe 8 bis 10 unterrichtet
- alternativ zu NWT oder 3. Fremdsprach
- vierstündig
- Inhalte zu je unterschiedlichen Teilen

- IMP ist ein Profilfach
- wird in Klassenstufe 8 bis 10 unterrichtet
- alternativ zu NWT oder 3. Fremdsprach
- vierstündig
- Inhalte zu je unterschiedlichen Teilen

- IMP ist ein Profilfach
- wird in Klassenstufe 8 bis 10 unterrichtet
- alternativ zu NWT oder 3. Fremdsprach
- vierstündig
- Inhalte zu je unterschiedlichen Teilen

- IMP ist ein Profilfach
- wird in Klassenstufe 8 bis 10 unterrichtet
- alternativ zu NWT oder 3. Fremdsprach
- vierstündig
- Inhalte zu je unterschiedlichen Teilen

- IMP ist ein Profilfach
- wird in Klassenstufe 8 bis 10 unterrichtet
- alternativ zu NWT oder 3. Fremdsprach
- vierstündig
- Inhalte zu je unterschiedlichen Teilen

# Lehrplan - inhaltsbezogene Kompetenzen

## 3.3 Klasse 10



<b>3.3.1 Informatik</b>	3.3.1.1 Daten und Codierung	3.3.1.2 Algorithmen	3.3.1.3 Rechner und Netze
	3.3.1.4 Informationsgesellschaft und Datensicherheit		
<b>3.3.2 Mathematik</b>	3.3.2.1 Mathematische Grundlagen der Kryptologie	3.3.2.2 Aussagenlogik und Graphen	3.3.2.3 Geometrie
	3.3.2.4 Funktionen im Sachkontext		
<b>3.3.3 Physik</b>	3.3.3.1 Numerische Verfahren in der Mechanik	3.3.3.2 Erde und Weltall: Himmelsmechanik und Astrophysik	

[2] <http://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GYM/IMP>



## 2.20 MATHEMATIK

### 2.21 Argumentieren und Beweisen

### 2.22 Probleme lösen

### 2.23 Modellieren

### 2.24 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

### 2.25 Kommunizieren

[2]

## 2.20 MATHEMATIK

### 2.21 Argumentieren und Beweisen

### 2.22 Probleme lösen

### 2.23 Modellieren

### 2.24 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

### 2.25 Kommunizieren

[2]

## Formale Definition

„Ein gerichteter Graph ist festgelegt durch ein Paar  $G = (V, E)$ , wobei  $E \subset V \times V$  ist“[3].

### etwas handlicher

Ein Graph besteht aus Knoten und Kanten, wobei jede Kante zwei Knoten verbindet.

### etwas mathematischer

Ein Graph stellt eine Relation zwischen Objekten dar.

## Formale Definition

„Ein gerichteter Graph ist festgelegt durch ein Paar  $G = (V, E)$ , wobei  $E \subset V \times V$  ist“[3].

## etwas handlicher

Ein Graph besteht aus Knoten und Kanten, wobei jede Kante zwei Knoten verbindet.

## etwas mathematischer

Ein Graph stellt eine Relation zwischen Objekten dar.

## Formale Definition

„Ein gerichteter Graph ist festgelegt durch ein Paar  $G = (V, E)$ , wobei  $E \subset V \times V$  ist“[3].

## etwas handlicher

Ein Graph besteht aus Knoten und Kanten, wobei jede Kante zwei Knoten verbindet.

## etwas mathematischer

Ein Graph stellt eine Relation zwischen Objekten dar.

## Ein paar Beispiele

- Straßennetz modellieren
- Abläufe modellieren
- Navigationssysteme
- Automaten darstellen
- Soziale Netzwerke
- Maschinelles Lernen
- ...

# Wozu benutzt man Graphen? II

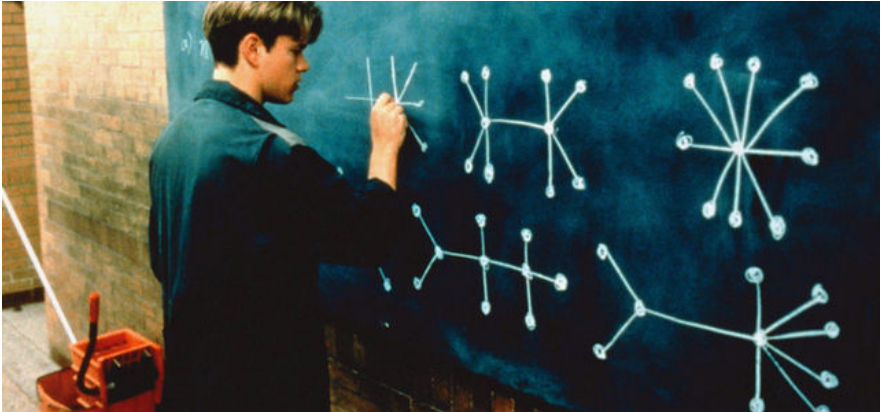
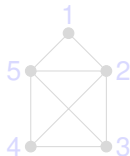


Abbildung: Good Will Hunting, Gus Van Sant 1997

$$V := \{1, \dots, 5\}$$

$$E := \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}\}$$



Besprechung der Hausaufgabe:

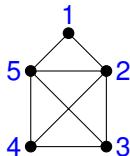
- Grad der Knoten?
- Bedeutung des Grads
- HvN in einem Zug zeichenbar?

Abbildung: Das Haus vom Nikolaus



$$V := \{1, \dots, 5\}$$

$$E := \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}\}$$



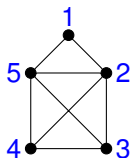
Besprechung der Hausaufgabe:

- Grad der Knoten?
- Bedeutung des Grads
- HvN in einem Zug zeichenbar?

Abbildung: Das Haus vom Nikolaus

$$V := \{1, \dots, 5\}$$

$$E := \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}\}$$



Besprechung der Hausaufgabe:

- Grad der Knoten?
- Bedeutung des Grads
- HvN in einem Zug zeichenbar?

Abbildung: Das Haus vom Nikolaus

# Königsberger Brückenproblem I

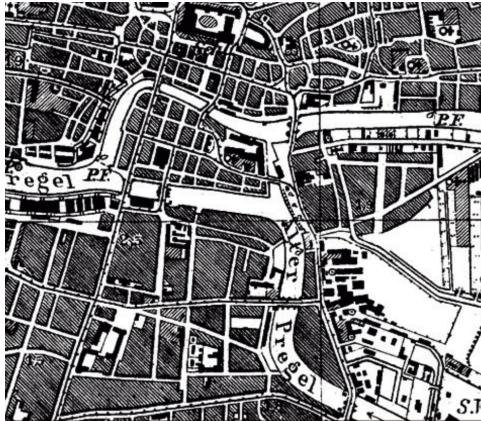


Abbildung: Königsberg 1937 [1]

# Königsberger Brückenproblem II

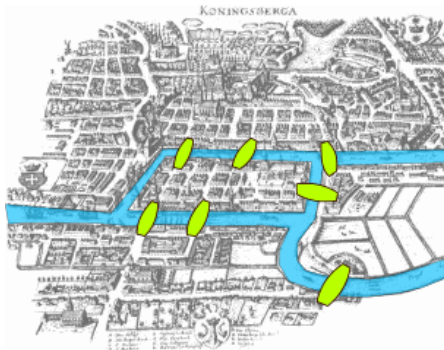


Abbildung: [wikimedia.org](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Koenigsberg.jpg)

„Die Einwohner fragten sich, ob es möglich sei, durch die Stadt zu spazieren und dabei alle Brücken genau einmal zu überqueren.“

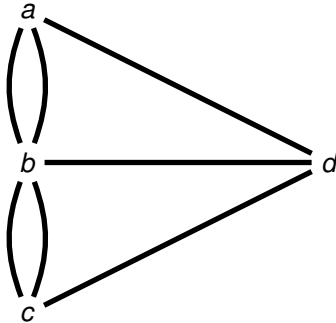


Abbildung: Königsberg als Graph

Begriffe: Eulerweg, -kreis

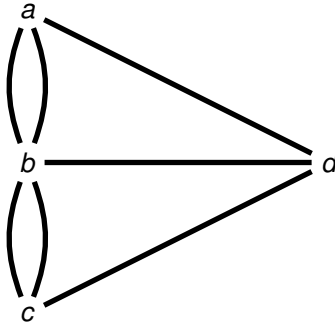


Abbildung: Königsberg als Graph

Begriffe: Eulerweg, -kreis

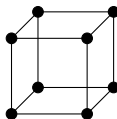


Abbildung: Kantenmodell eines Würfels

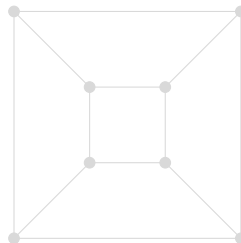


Abbildung: Der gleiche Graph

## Bemerkung

Wenn wir einen Graphen zeichnen können, ohne dass sich Kanten schneiden, nennen wir ihn planar.

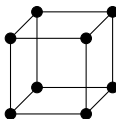


Abbildung: Kantenmodell eines Würfels

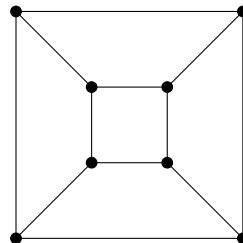


Abbildung: Der gleiche Graph

## Bemerkung

Wenn wir einen Graphen zeichnen können, ohne dass sich Kanten schneiden, nennen wir ihn planar.



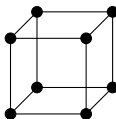


Abbildung: Kantenmodell eines Würfel

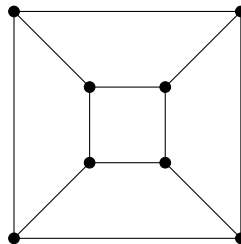


Abbildung: Der gleiche Graph

## Bemerkung

Wenn wir einen Graphen zeichnen können, ohne dass sich Kanten schneiden, nennen wir ihn planar.

## Leitungen

Drei Häuser sollen an je drei Versorger angeschlossen werden, damit jedes mit Wasser, Strom und Fernwärme versorgt wird.  
Die Leitungen dürfen sich nicht kreuzen.

- Betrachte die Versorger und Häuser als Knoten
- Die Leitungen stellen Kanten dar
- Kanten dürfen sich nicht schneiden

## Leitungen

Drei Häuser sollen an je drei Versorger angeschlossen werden, damit jedes mit Wasser, Strom und Fernwärme versorgt wird.  
Die Leitungen dürfen sich nicht kreuzen.

- Betrachte die Versorger und Häuser als Knoten
- Die Leitungen stellen Kanten dar
- Kanten dürfen sich nicht schneiden

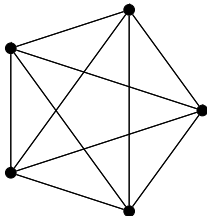


Abbildung:  $K_5$

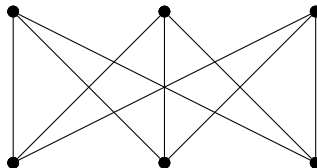


Abbildung:  $K_{3,3}$

## Satz von Kuratowski

Graphen, die nicht  $K_5$  oder  $K_{3,3}$  als (topologischen) Minor enthalten sind planar.

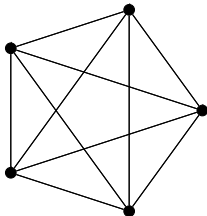


Abbildung:  $K_5$

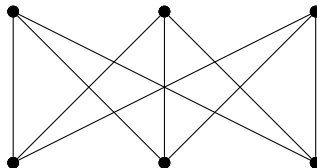


Abbildung:  $K_{3,3}$

## Satz von Kuratowski

Graphen, die nicht  $K_5$  oder  $K_{3,3}$  als (topologischen) Minor enthalten sind planar.

## Färbbarkeitsproblem

Wie viele Farben brauche ich, damit je zwei benachbarte Knoten eines Graphen *nicht* die gleiche Farbe haben?

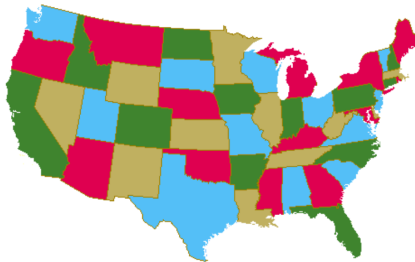


Abbildung: Bundesstaaten sind Knoten, Nachbarn sind Nachbarn

## Färbbarkeitsproblem

Wie viele Farben brauche ich, damit je zwei benachbarte Knoten eines Graphen *nicht* die gleiche Farbe haben?

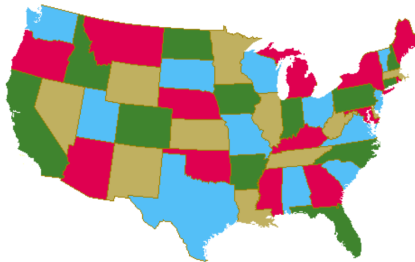
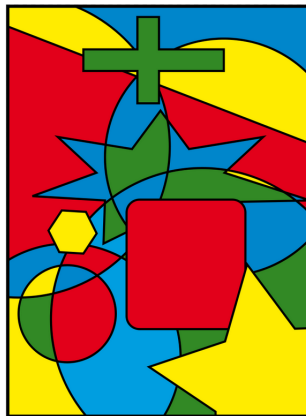


Abbildung: Bundesstaaten sind Knoten, Nachbarn sind Nachbarn

## 4-Farben-Satz

Planare Graphen sind mit höchstens vier Farben färbbar, um das Färbbarkeitsproblem zu lösen.



Von Inductiveload - Based on a this raster image by chas zzz brown on en.wikipedia., CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1680050>



- berechnet kürzesten Weg in einem Graph von  $A$  nach  $B$
- naive Beschreibung:  
Laufe immer die kürzeste bekannte Route vom Startknoten, bis du am Ziel bist.

- berechnet kürzesten Weg in einem Graph von  $A$  nach  $B$
- naive Beschreibung:  
Laufe immer die kürzeste bekannte Route vom Startknoten, bis du am Ziel bist.

## Euler-Charakteristik

$$\chi = e - k + f$$

<https://www.youtube.com/watch?v=-90Uyo8NFZg>




- Welche neuen Begriffe sind im Video gefallen?
- Notiere wichtige Aussagen des Videos.

## Euler-Charakteristik

$$\chi = e - k + f$$

<https://www.youtube.com/watch?v=-90Uyo8NFZg>

- Welche neuen Begriffe sind im Video gefallen?
- Notiere wichtige Aussagen des Videos.

-  Bundesamt für Kartographie und Geodäsie.  
<https://www.bkg.bund.de/SharedDocs/Downloads/BKG/DE/Downloads-Karten/Karte-TK25-Koenigsberg.pdf>.
-  Ministerium für Kultus, Jugend und Sport.  
<http://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GYM/IMP>.
-  Worsch, Thomas und Wacker, Simon: *Grundbegriffe der Informatik - Skript*, 2016.

# Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!



Abbildung: QR-Code zu <http://invote.de/15949>