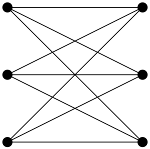
Karlsruher Institut für Technologie

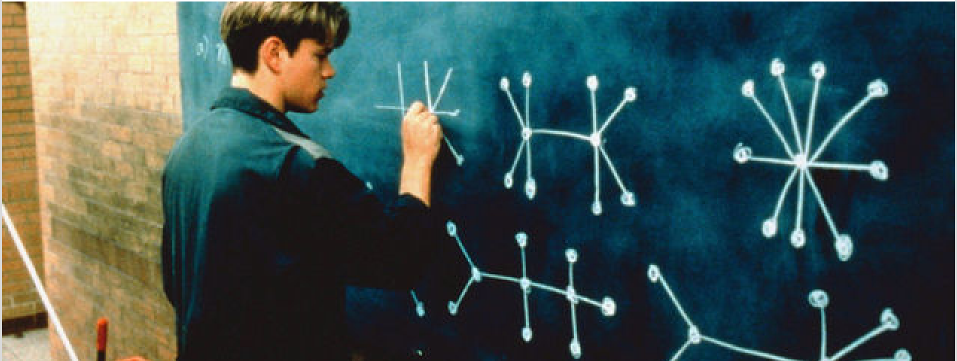


IMP

Informatik, Mathematik, Physik

Malte Voß | 29. Januar 2020

ABTEILUNG FÜR DIDAKTIK DER MATHEMATIK



Gliederung

Profilfach IMP

- IMP ist ein Profilfach
- wird in Klassenstufe 8 bis 10 unterrichtet
- alternativ zu NWT oder 3. Fremdsprach
- vierstündig
- Inhalte zu je unterschiedlichen Teilen

Profilfach IMP

- IMP ist ein Profilfach
- wird in Klassenstufe 8 bis 10 unterrichtet
- alternativ zu NWT oder 3. Fremdsprach
- vierstündig
- Inhalte zu je unterschiedlichen Teilen

Profilfach IMP

- IMP ist ein Profilfach
- wird in Klassenstufe 8 bis 10 unterrichtet
- alternativ zu NWT oder 3. Fremdsprach
- vierstündig
- Inhalte zu je unterschiedlichen Teilen

Profilfach IMP

- IMP ist ein Profilfach
- wird in Klassenstufe 8 bis 10 unterrichtet
- alternativ zu NWT oder 3. Fremdsprach
- vierstündig
- Inhalte zu je unterschiedlichen Teilen

Profilfach IMP

- IMP ist ein Profilfach
- wird in Klassenstufe 8 bis 10 unterrichtet
- alternativ zu NWT oder 3. Fremdsprach
- vierstündig
- Inhalte zu je unterschiedlichen Teilen

Lehrplan - inhaltsbezogene Kompetenzen

3.3 Klasse 10			
3.3.1 Informatik	3.3.1.1 Daten und Codierung	3.3.1.2 Algorithmen	3.3.1.3 Rechner und Netze
	3.3.1.4 Informationsgesellschaft und Datensicherheit		
3.3.2 Mathematik	3.3.2.1 Mathematische Grundlagen der Kryptologie	3.3.2.2 Aussagenlogik und Graphen	3.3.2.3 Geometrie
	3.3.2.4 Funktionen im Sachkontext		
3.3.3 Physik	3.3.3.1 Numerische Verfahren in der Mechanik	3.3.3.2 Erde und Weltall: Himmelsmechanik und Astrophysik	

[2] `http://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GYM/IMP`

Prozessbezogene Kompetenzen

2.20 MATHEMATIK
2.21 Argumentieren und Beweisen
2.22 Probleme lösen
2.23 Modellieren
2.24 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
2.25 Kommunizieren

[2]

Was sind Graphen?

Formale Definition

„Ein gerichteter Graph ist festgelegt durch ein Paar $G = (V, E)$, wobei $E \subset V \times V$ ist“[3].

etwas handlicher

Ein Graph besteht aus Knoten und Kanten, wobei jede Kante zwei Knoten verbindet.

etwas mathematischer

Ein Graph stellt eine Relation zwischen Objekten dar.

Was sind Graphen?

Formale Definition

„Ein gerichteter Graph ist festgelegt durch ein Paar $G = (V, E)$, wobei $E \subset V \times V$ ist“[3].

etwas handlicher

Ein Graph besteht aus Knoten und Kanten, wobei jede Kante zwei Knoten verbindet.

etwas mathematischer

Ein Graph stellt eine Relation zwischen Objekten dar.

Was sind Graphen?

Formale Definition

„Ein gerichteter Graph ist festgelegt durch ein Paar $G = (V, E)$, wobei $E \subset V \times V$ ist“[3].

etwas handlicher

Ein Graph besteht aus Knoten und Kanten, wobei jede Kante zwei Knoten verbindet.

etwas mathematischer

Ein Graph stellt eine Relation zwischen Objekten dar.

Wozu benutzt man Graphen?

Ein paar Beispiele

- Straßennetz modellieren
- Abläufe modellieren
- Navigationssysteme
- Automaten darstellen
- Soziale Netzwerke
- Maschinelles Lernen
- ...

Wozu benutzt man Graphen?

Ein paar Beispiele

- Straßennetz modellieren
- Abläufe modellieren
- Navigationssysteme
- Automaten darstellen
- Soziale Netzwerke
- Maschinelles Lernen
- ...

Wozu benutzt man Graphen?

Ein paar Beispiele

- Straßennetz modellieren
- Abläufe modellieren
- Navigationssysteme
- Automaten darstellen
- Soziale Netzwerke
- Maschinelles Lernen
- ...

Wozu benutzt man Graphen?

Ein paar Beispiele

- Straßennetz modellieren
- Abläufe modellieren
- Navigationssysteme
- Automaten darstellen
- Soziale Netzwerke
- Maschinelles Lernen
- ...

Wozu benutzt man Graphen?

Ein paar Beispiele

- Straßennetz modellieren
- Abläufe modellieren
- Navigationssysteme
- Automaten darstellen
- Soziale Netzwerke
- Maschinelles Lernen
- ...

Wozu benutzt man Graphen?

Ein paar Beispiele

- Straßennetz modellieren
- Abläufe modellieren
- Navigationssysteme
- Automaten darstellen
- Soziale Netzwerke
- Maschinelles Lernen
- ...

Wozu benutzt man Graphen?

Ein paar Beispiele

- Straßennetz modellieren
- Abläufe modellieren
- Navigationssysteme
- Automaten darstellen
- Soziale Netzwerke
- Maschinelles Lernen
- ...

Wozu benutzt man Graphen?

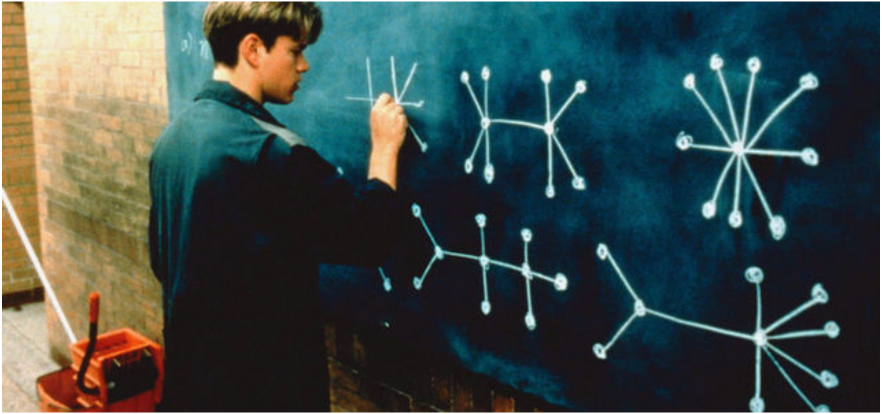


Abbildung: Good Will Hunting, Gus Van Sant 1997

Das Haus vom Nikolaus

$$V := \{1, \ldots, 5\}$$
$$E := \{\{1,2\}, \{1,5\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{2,5\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{4,5\}\}$$

Abbildung: Das Haus vom Nikolaus

Besprechung der Hausaufgabe:

- Grad der Knoten?
- Bedeutung des Grads
- HvN in einem Zug zeichenbar?

Das Haus vom Nikolaus

$$V := \{1, \dots, 5\}$$
$$E := \{\{1,2\}, \{1,5\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{2,5\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{4,5\}\}$$

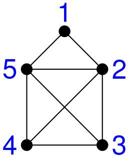


Abbildung: Das Haus vom Nikolaus

Besprechung der Hausaufgabe:

- Grad der Knoten?
- Bedeutung des Grads
- HvN in einem Zug zeichenbar?

Das Haus vom Nikolaus

Karlsruher Institut für Technologie

$$V := \{1, \ldots, 5\}$$
$$E := \{\{1,2\}, \{1,5\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{2,5\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{4,5\}\}$$

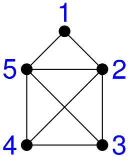


Abbildung: Das Haus vom Nikolaus

Besprechung der Hausaufgabe:

- Grad der Knoten?
- Bedeutung des Grads
- HvN in einem Zug zeichenbar?

Königsberger Brückenproblem I

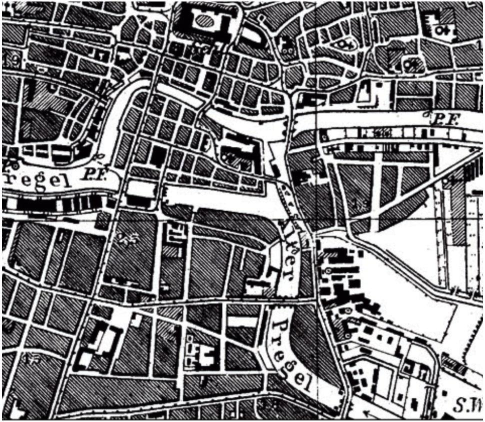


Abbildung: Königsberg 1937 [1]

Königsberger Brückenproblem II

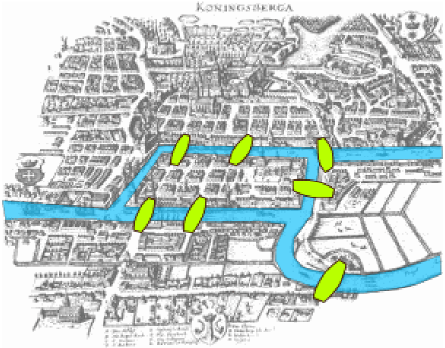


Abbildung: `wikimedia.org`

„Die Einwohner fragten sich, ob es möglich sei, durch die Stadt zu spazieren und dabei alle Brücken genau einmal zu überqueren.“

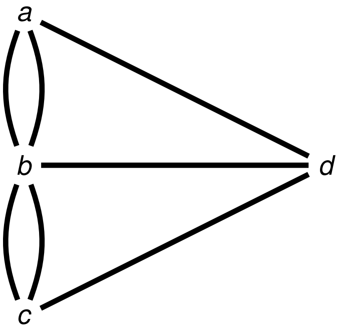


Abbildung: Königsberg als Graph

Begriffe: Eulerweg, -kreis

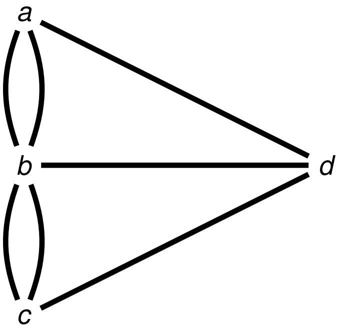


Abbildung: Königsberg als Graph

Begriffe: Eulerweg, -kreis

Planare Graphen

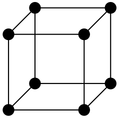


Abbildung: Kantenmodell eines Würfel

Abbildung: Der gleiche Graph

Bemerkung

Wenn wir einen Graphen zeichnen können, ohne dass sich Kanten schneiden, nennen wir ihn planar.

Planare Graphen

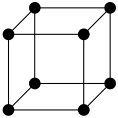


Abbildung: Kantenmodell eines Würfel

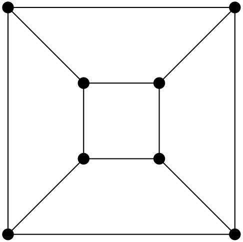


Abbildung: Der gleiche Graph

Bemerkung

Wenn wir einen Graphen zeichnen können, ohne dass sich Kanten schneiden, nennen wir ihn planar.

Planare Graphen

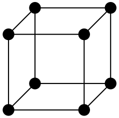


Abbildung: Kantenmodell eines Würfel

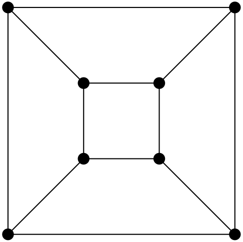


Abbildung: Der gleiche Graph

Bemerkung

Wenn wir einen Graphen zeichnen können, ohne dass sich Kanten schneiden, nennen wir ihn planar.

Versorger-Verbraucher-Problem

Leitungen

Drei Häuser sollen an je drei Versorger angeschlossen werden, damit jedes mit Wasser, Strom und Fernwärme versorgt wird.
Die Leitungen dürfen sich nicht kreuzen.

- Betrachte die Versorger und Häuser als Knoten
- Die Leitungen stellen Kanten dar
- Kanten dürfen sich nicht schneiden

Versorger-Verbraucher-Problem

Leitungen

Drei Häuser sollen an je drei Versorger angeschlossen werden, damit jedes mit Wasser, Strom und Fernwärme versorgt wird.
Die Leitungen dürfen sich nicht kreuzen.

- Betrachte die Versorger und Häuser als Knoten
- Die Leitungen stellen Kanten dar
- Kanten dürfen sich nicht schneiden

Nicht planare Graphen

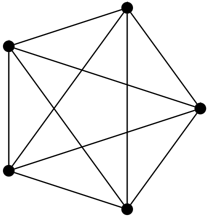


Abbildung: K_5

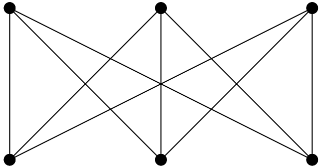


Abbildung: $K_{3,3}$

Satz von Kuratowski

Graphen, die nicht K_5 oder $K_{3,3}$ als (topologischen) Minor enthalten sind planar.

Nicht planare Graphen

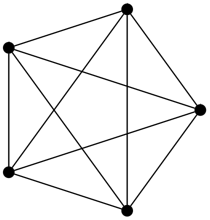


Abbildung: K_5

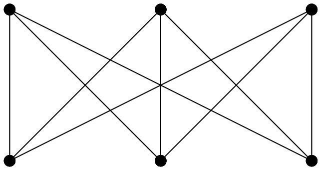


Abbildung: $K_{3,3}$

Satz von Kuratowski

Graphen, die nicht K_5 oder $K_{3,3}$ als (topologischen) Minor enthalten sind planar.

Graphen und Euler-Characteristik

Euler-Characteristik

$\chi = e - k + f$

https://www.youtube.com/watch?v=-9OUyo8NFZg

- Welche neuen Begriffe sind im Video gefallen?
- Notiere wichtige Aussagen des Videos.

Graphen und Euler-Characteristik

Euler-Characteristik

$\chi = e - k + f$

`https://www.youtube.com/watch?v=-9OUyo8NFZg`

- Welche neuen Begriffe sind im Video gefallen?
- Notiere wichtige Aussagen des Videos.

Graphen färben

Färbbarkeitsproblem

Wie viele Farben brauche ich, damit je zwei benachbarte Knoten eines Graphen *nicht* die gleiche Farbe haben?

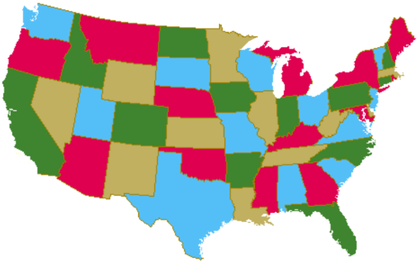


Abbildung: Bundesstaaten sind Knoten, Nachbarn sind Nachbarn

Graphen färben

Färbbarkeitsproblem

Wie viele Farben brauche ich, damit je zwei benachbarte Knoten eines Graphen *nicht* die gleiche Farbe haben?

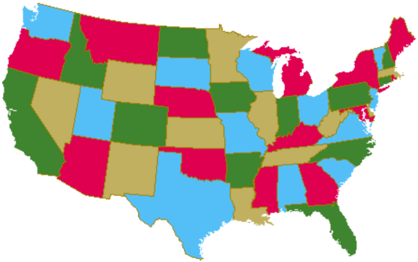
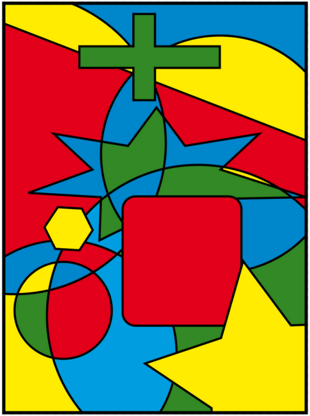


Abbildung: Bundesstaaten sind Knoten, Nachbarn sind Nachbarn

Graphen färben

4-Farben-Satz

Planare Graphen sind mit höchstens vier Farben färbbar, um das Färbbarkeitsproblem zu lösen.



Von Inductiveload - Based on a this raster image by chas zzz brown on en.wikipedia., CC BY-SA 3.0, `https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1680050`

Dijkstra-Algorithmus

- berechnet kürzesten Weg in einem Graph von *A* nach *B*
- naive Beschreibung:
  Laufe immer die kürzeste bekannte Route vom Startknoten, bis du am Ziel bist.

Dijkstra-Algorithmus

- berechnet kürzesten Weg in einem Graph von A nach B
- naive Beschreibung:
  Laufe immer die kürzeste bekannte Route vom Startknoten, bis du am Ziel bist.

Quellen I

- Bundesamt für Kartographie und Geodäsie. `https://www.bkg.bund.de/SharedDocs/Downloads/BKG/DE/Downloads-Karten/Karte-TK25-Koenigsberg.pdf`.
- Ministerium für Kultus, Jugend und Sport. `http://www.bildungsplaene-bw.de/,Lde/LS/BP2016BW/ALLG/GYM/IMP`.
- Worsch, Thomas und Wacker, Simon: *Grundbegriffe der Informatik - Skript*, 2016.

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Abbildung: QR-Code zu `http://invote.de/15949`