

Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Телекоммуникационные технологии

Отчет по лабораторной работе №7

Помехоустойчивое кодирование

Работу

выполнил:

Балсутьев В.А.

Группа: 33501/4

Преподаватель:

Богач Н.В.

Санкт-Петербург
2017

Содержание

1. Цель работы	2
2. Постановка задачи	2
3. Теоретическая информация	2
3.1. Кодирование	2
3.2. Типы помехоустойчивого кодирования	2
3.2.1. Кодирование Хэмминга	2
3.2.2. Циклические коды	3
3.2.3. Коды БЧХ	4
3.2.4. Коды Рида-Соломона	4
4. Ход работы	4
4.1. Коды Хэмминга	4
4.2. Циклические коды	4
4.3. Коды БЧХ	5
4.4. Коды Рида-Соломона	6
5. Выводы	8

1. Цель работы

Изучение методов помехоустойчивого кодирования и сравнения их свойств.

2. Постановка задачи

Провести кодирование/декодирование сигнала, полученного с помощью функции `randerr` кодом Хэмминга 2-мя способами: с помощью встроенных функций `encode/decode`, а также через создание проверочной и генераторной матриц и вычисление синдрома. Оценить корректирующую способность кода.

Выполнить кодирование/декодирование циклическим кодом, кодом БЧХ, кодом Рида-Соломона. Оценить корректирующую способность кода.

3. Теоретическая информация

3.1. Кодирование

Физическое кодирование — линейное преобразование двоичных данных, осуществляемое для их передачи по физическому каналу. Физическое кодирование может менять форму, ширину полосы частот и гармонический состав сигнала в целях осуществления синхронизации приёмника и передатчика, устранения постоянной составляющей или уменьшения аппаратных затрат передачи сигнала.

Обнаружение ошибок в технике связи — действие, направленное на контроль целостности данных при записи/воспроизведении информации или при её передаче по линиям связи. Исправление ошибок (коррекция ошибок) — процедура восстановления информации после чтения её из устройства хранения или канала связи.

Для обнаружения ошибок используют коды обнаружения ошибок, для исправления — корректирующие коды (коды, исправляющие ошибки, коды с коррекцией ошибок, помехоустойчивые коды).

3.2. Типы помехоустойчивого кодирования

3.2.1. Кодирование Хэмминга

Коды Хэмминга — простейшие линейные коды с минимальным расстоянием 3, то есть способные исправить одну ошибку. Код Хэмминга может быть представлен в таком виде, что синдром

$$\vec{s} = \vec{r}H^T \quad (1)$$

Этот принятый вектор будет равен номеру позиции, в которой произошла ошибка. Это свойство позволяет сделать декодирование очень простым.

Коды, в которых возможно автоматическое исправление ошибок, называются самокорректирующимися. Коды Хэмминга являются самоконтролирующимися кодами, то есть кодами, позволяющими автоматически обнаруживать ошибки при передаче данных и исправлять их.

Для построения самокорректирующегося кода, рассчитанного на исправление одиночных ошибок, одного контрольного разряда недостаточно. Как видно из дальнейшего, количество контрольных разрядов k должно быть выбрано так, чтобы удовлетворялось неравенство

$$2^k \geq k + m + 1 \quad (2)$$

или

$$k \geq \log_2(k + m + 1) \quad (3)$$

где m — количество основных двоичных разрядов кодового слова.

Минимальные значения k при заданных значениях m , найденные в соответствии с этим неравенством, приведены в таблице.

Диапазон m	k_{\min}
1	2
2-4	3
5-11	4
12-26	5
27-57	6

Рис. 3.2.1. Значения K_{\min} в зависимости от m

Построение кодов Хэмминга основано на принципе проверки на четность числа единичных символов: к последовательности добавляется такой элемент, чтобы число единичных символов в получившейся последовательности было четным.

$$r_1 = i_1 \oplus i_2 \oplus \dots \oplus i_k \quad (4)$$

$$S = i_1 \oplus i_2 \oplus \dots \oplus i_n \oplus r_1 \quad (5)$$

Тогда если $S = 0$ - ошибки нет, иначе есть однократная ошибка.

Такой код называется $(k + 1, k)$. Первое число — количество элементов последовательности, второе — количество информационных символов.

Получение кодового слова выглядит следующим образом:

$$(i_1 \ i_2 \ i_3 \ i_4) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (i_1 \ i_2 \ i_3 \ i_4 \ r_1 \ r_2 \ r_3) \quad (6)$$

Получение синдрома выглядит следующим образом:

$$(i_1 \ i_2 \ i_3 \ i_4 \ r_1 \ r_2 \ r_3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (S_1 \ S_2 \ S_3) \quad (7)$$

3.2.2. Циклические коды

Циклический код — линейный код, обладающий свойством цикличности, то есть каждая циклическая перестановка кодового слова также является кодовым словом. Используется для преобразования информации для защиты её от ошибок.

3.2.3. Коды БЧХ

Коды Боуза — Чоудхури — Хоквингема (БЧХ-коды) — в теории кодирования это широкий класс циклических кодов, применяемых для защиты информации от ошибок. Отличается возможностью построения кода с заранее определёнными корректирующими свойствами, а именно, минимальным кодовым расстоянием. Частным случаем БЧХ-кодов является код Рида — Соломона.

3.2.4. Коды Рида-Соломона

Коды Рида—Соломона (англ. Reed–Solomon codes) — не двоичные циклические коды, позволяющие исправлять ошибки в блоках данных. Элементами кодового вектора являются не биты, а группы битов (блоки). Код Рида—Соломона является частным случаем БЧХ-кода.

4. Ход работы

4.1. Коды Хэмминга

Ниже представлены сообщение и его код (использовался стандартный код Хемминга (7,4)).

```
-----Hamming code-----
      0      0      1      1      0      1      0

Successful decoding:
      1      0      1      0
      1      0      1      0
```

Рис. 4.1.1. Исходное сообщение и его код Хэмминга

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием, равным 1, получали, как пример, закодированные сообщения с кодовым расстоянием равным 3.

4.2. Циклические коды

Ниже представлено сообщение, закодированное циклическим кодом, полученным стандартной функцией Matlab (использовался стандартный код (7,4)).

```

-----Cyclic code-----
      1      1      0      1      0      0      1

Successful decoding:
      1      0      0      1

      1      0      0      1

```

Рис. 4.2.1. Исходное сообщение и его циклический код

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием, равным 1, получали, как пример, закодированные сообщения с кодовым расстоянием равным 3.

4.3. Коды БЧХ

Для кодирования/декодирования с помощью кодов БЧХ используем также встроенные функции Matlab. При кодировании сообщений с кодовым расстоянием, равным 1, получали, как пример, закодированные сообщения с кодовым расстоянием равным 3, или 4. Массивы до и после декодирования

Successful decoding:

dcode = GF(2) array.

Array elements =

1	0	0	1	0
1	0	0	0	0
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	1	0	1	1
1	1	0	1	0
1	1	0	1	0
1	1	0	1	0
1	0	1	1	1
0	0	0	1	1

code = GF(2) array.

Array elements =

1	0	0	1	0
1	0	0	0	0
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	1	0	1	1
1	1	0	1	0
1	1	0	1	0
1	1	0	1	0
1	0	1	1	1
0	0	0	1	1

Рис. 4.3.1. Массив до и после декодирования

4.4. Коды Рида-Соломона

При использовании кодов Рида-Соломона в виде стандартной функции `rsenc` можно наблюдать вектор `snurett`, который содержит количества исправляемых ошибок.

```

-----Reed-Solomon code-----

cnumerr =

    1|
    2
   -1

```

Рис. 4.4.1. Исходное сообщение и его циклический код

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием, равным 1, получали, как пример, закодированные сообщения с кодовым расстоянием равным 3, или 4.

Реализация различных типов кодирования с помощью MATLAB:

Листинг 1: Программа в МатЛаб

```

1 function lab07()
2
3 %% coding and encoding using hamming code with matlab in-built functions
4 disp('-----Hamming_code-----');
5 out = randerr(1,4) + randerr(1,4);
6 n = 7; % Code length
7 k = 4; % Message length
8 code = encode(out, n, k, 'hamming/binary');
9 disp(code);
10 dcode = decode(code, n, k, 'hamming/binary');
11 if (dcode == out)
12     disp('Successful_decoding:');
13     disp(dcode);
14     disp(out);
15 end;
16
17 %% coding and encoding using Cyclic code with matlab in-built functions
18 disp('-----Cyclic_code-----');
19 out = randerr(1,4) + randerr(1,4);
20 n = 7; % Code length
21 k = 4; % Message length
22 code = encode(out, n, k, 'cyclic/binary');
23 disp(code);
24 dcode = decode(code, n, k, 'cyclic/binary');
25 if (dcode == out)
26     disp('Successful_decoding:');
27     disp(dcode);
28     disp(out);
29 end;
30
31 %% coding and encoding using BCH code with matlab in-built functions
32 disp('-----BCH_code-----');
33 m = 4;
34 n = 2^m-1;
35 k = 5;
36 nwords = 10;
37 code = gf(randi([0 1],nwords,k));

```



```

38 [~,t] = bchgenpoly(n,k);
39 enc = bchenc(code,n,k);
40 noisycode = enc + randerr(nwords,n,1:t);
41 dcode = bchdec(noisycode,n,k);
42 code
43 dcode
44 if (code == dcode)
45     disp('Successful_decoding:');
46     dcode
47     code
48 end;
49
50 %% coding and encoding using Reed-Solomon code with matlab in-built functions
51 disp('-----Reed-Solomon_code-----');
52 m = 3;
53 n = 2^m - 1;
54 k = 3;
55 msg = gf([2 7 3; 4 0 6; 5 1 1],m);
56 code = rsenc(msg,n,k);
57 errors = gf([2 0 0 0 0 0 0; 3 4 0 0 0 0 0; 5 6 7 0 0 0 0],m);
58 noisycode = code + errors;
59 [dcode,cnumerr] = rsdec(noisycode,n,k);
60 cnumerr
61
62 end

```

5. Выводы

Кодирование - важный процесс при передаче сигналов по каналам связи. Методы кодирования дополняют методы модуляции для обеспечения улучшения качества передачи, для предотвращения ошибок при передаче, а также защищенности данных от получения злоумышленниками. В результате проделанной работы нам удалось познакомиться и разобраться с принципами различных методов кодирования, таких как:

- коды Хэмминга
- циклические коды
- коды БЧХ
- коды Рида-Соломона

Следует отметить, что данные коды - самокорректирующие(помехоустойчивые), что является главным отличием и практическим подспорьем при кодировании информации и передачи с возможным возникновением ошибок.