Задача 1

Исследуйте на устойчивость (абсолютная устойчивость, А-устойчивость, L-устойчивость) неявный метод Рунге-Кутты 2 порядка с таблицей Бутчера.

$1/2-\sqrt{3}/6$	$1/2-\sqrt{3}/6$	0
$-1/2-\sqrt{3}/6$	$\sqrt{3}/3$	$-1/2-\sqrt{3}/2$
	$1+\sqrt{3}/6$	$-\sqrt{3}/6$

Учесть, что для методов Рунге-Кутты функция устойчивости определяется выражением:

$$R(z)=\frac{\det\left(E-zA+z\boldsymbol{e}\boldsymbol{b}^T\right)}{\det(E-zA)},$$

где E – единичная матрица, $\boldsymbol{e}=(1,1)^T$.

Решите систему ОДУ данным методом. Для определения $k_j,\ j=1...4$ использовать метод простой итерации ($\boldsymbol{k}^{(l+1)}=f\left(t,\boldsymbol{u},\boldsymbol{k}^{(l)}\right)$). Построить график найденной функции.

$$\frac{d^2u}{dt^2}=-\sin(u),\quad 0<t<4\pi,$$
$$u(0)=1,$$
$$\frac{du}{dt}(0)=0.$$

Задача 2

Использовать метод Адамса 3-го порядка

$$u_{n+1}-u_{n-1}=h\left(\frac{23}{12}f_n-\frac{16}{12}f_{n-1}+\frac{5}{12}f_{n-2}\right)$$

для решения системы ОДУ $0\le t\le 10$:

$$\begin{cases} dy_1/dt=y_1-y_1y_2\\ dy_2/dt=-y_2+y_1y_2\end{cases}$$

с начальными условиями $y_1(0)=2$, $y_2(0)=2$.