

## Задача 1

Напишите программу для интерполирования данных на основе интерполяции в форме Лагранжа для функции  $f(x) = (1 + 25x^2)^{-1}$  на интервале  $[-1, 1]$ . Рассмотреть случаи  $n = 4, 6, 10$ , где  $n$  - количество узлов.

1. Построить график исходной функции
2. Построить график полученного интерполяционного многочлена для всех рассмотренных случаев  $n$ .
3. Построить интерполяционный многочлен в форме Ньютона, где в качестве узлов взяты нули полинома Чебышева, которые рассчитываются по формуле

$$x_k = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right).$$

Сравнить с предыдущими результатами.

## Задача 2

Написать программу для вычисления интеграла

$$I = \int_0^{10} \frac{\ln(100-x)}{10-\sqrt{x}} dx$$

с помощью квадратурной формулы Гаусса.

1. Программа должна содержать функцию, которая принимает на вход ссылку на функцию  $f$ , отрезок  $[a, b]$ , и число узлов  $n$ .
2. Функция должна вычислять узлы квадратуры Гаусса, которые являются нулями полинома Лежандра
3. Функция должна вычислять веса квадратурной формулы через интегралы от базовых многочленов Лагранжа по узлам квадратуры. Для вычисления интегралов необходимо воспользоваться методом численного интегрирования порядка  $p > 2$ .
4. Функция должна возвращать приближенное значение интеграла, вычисленное по квадратурной формуле Гаусса.
5. Программа должна сравнивать значение интеграла с точным.
6. Построить кривую зависимости количества узлов от ошибки интегрирования

## Задача 3

Решить интегральное уравнение вида

$$g(x)u(x) - \lambda \int_b^a K(x, s)u(s)ds = f(x)$$

используя квадратурную формулу Гаусса. Получить значение функции  $u(x)$  в точке  $x_0 > b$  с максимальной возможной точностью.

1. Рассмотреть случай  $g(x) = 1$ ,  $\lambda = -1$ ,  $K(x, s) = 0.2/(0.04 + (x - s)^2)$ ,  $f(x) = \cos(\pi x)$ ,  $a = -1$ ,  $b = 1$ .
2. Программа должна принимать на вход число узлов  $n$ .
3. Функция должна вычислять веса квадратурной формулы через интегралы от базовых многочленов Лагранжа по узлам квадратуры, при этом считать шаг между узлами постоянным ( $x_i - x_{i-1} = s_j - s_{j-1} = h = Const$ ). Для вычисления интегралов необходимо воспользоваться методом численного интегрирования порядка  $p \geq 2$ .
4. Программа должна решать систему линейных уравнений, решением которой будет вектор значений  $u(x_i)$ ,  $i = 1 \dots n$ .
5. Программа должна считать интерполяционный полином по известным значениям  $x_i$  и  $u(x_i)$ , где  $i = 1 \dots n$ , строить его график и, который получает значение функции  $u(x)$  в точке  $x_0 = 1.1, 1.25, 1.5$  с максимальной возможной точностью.