

Решить уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right), \text{ где } \lambda(T) = \lambda_0 T^\sigma$$

С краевыми и начальными условиями

$$t = 0, T(x, 0) = 10^{-4}, x \in [0, L]$$

$$x = 0, T(0, t) = T_0 t^{\frac{1}{\sigma}}, T_0 = \text{Const} > 0, \sigma = \text{Const} > 0$$

$$x = L, T(L, t) = 0$$

Для решения использовать шеститочечную схему:

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \gamma \Delta(u_m^{n+1}) + (1 - \gamma) \Delta(u_m^n), \gamma \in (0, 1),$$

трехступенчатую схему:

$$\frac{u_m^{\text{wv}} - u_m^n}{\tau} = \Delta(u_m^{\text{wv}}),$$

$$\frac{u_m^{\text{sh}} - u_m^n}{0.5\tau} = \Delta(u_m^{\text{sh}}),$$

$$\frac{u_m^{\text{st}} - u_m^{\text{sh}}}{0.5\tau} = \Delta(u_m^{\text{st}}),$$

$$u_m^{n+1} = 2u_m^{\text{st}} - u_m^{\text{sh}},$$

явную схему:

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \Delta(u_m^n).$$

Для неявных схем использовать метод трехточечной прогонки:

$$u_m^{n+1} = \alpha_{m+1} u_{m+1}^{n+1} + \beta_{m+1}, \alpha_{m+1} = -\frac{C_m}{B_m + A_m \alpha_m}, \beta_{m+1} = \frac{-A_m \beta_m - D}{B_m + A_m \alpha_m}$$

для СЛАУ вида:

$$A_m u_{m-1}^{n+1} + B_m u_m^{n+1} + C_m u_{m+1}^{n+1} + D_m = 0$$

$\alpha_0$  и  $\beta_0$  получаются из начальных условий.

**В итоге:**

1. Получить устойчивые решения задачи теплопроводности.
2. Построить графики минимум 3 времен.
3. Сравнить время расчетов с МПИ.