

Musíme vyplnit  $\square$  v následující rovnici znaménky  $+$  a  $-$  tak, aby byl součet  $a$  kladný a co nejmenší.

$$a = 1 \square 2 \square 3 \square \dots \square 4320 \square 4321$$

$$a \in \mathbb{N}_1$$

Vzhledem k tomu, že znaménko před 1 neovlivníme (je tam vždy  $+$ ), tak můžeme 1 přehodit na druhou stranu a zjednodušit tím problém. Součet takových čísel bude  $b = a - 1$  a jejich počet bude  $n = 4320$ .

$$\begin{aligned} a - 1 &= \overbrace{\square 2 \square 3 \square \dots \square 4320 \square 4321}^{n \text{ čísel}} \\ b &= \square 2 \square 3 \square \dots \square 4320 \square 4321 \end{aligned}$$

$$b \in \mathbb{N}_0$$

Když postupně zapíšeme hodnoty do tabulky takovým způsobem, že v prvním sloupci půjdeme od začátku sekvence, a v druhém naopak od konce, tak si všimneme, že všechny takové dvojice čísel mají stejný součet. Celkový počet takových dvojic (řádků v tabulce) je  $n/2 = 2160$ .

$x$	$y$	$x + y$
2	4321	4323
3	4320	4323
...	...	...
2160	2163	4323
2161	2162	4323

Nejmenší možný součet  $b$ , který splňuje zadání je 0. Toho můžeme dosáhnout když budeme na přeskáčku přičítat a odečítat 4323. Takových párů bude  $n/2/2 = n/4 = 1080$ . A protože je počet párů přirozené číslo, tak nám nebude na konci chybět  $-4323$ .

$$\overbrace{+4323 - 4323 \dots}^{n/4 \text{ párů}} = 0$$

Nemusíme ale přičítat a odčítat na přeskáčku, bude stačit, když první půlku 4323 přičteme a tu druhou naopak odečteme. Výsledek zůstane stejný, ale řešení se nám zjednoduší.

$$\begin{aligned} &+(2 + 4321) + (3 + 4320) + \dots - (2160 + 2163) - (2161 + 2162) = 0 \\ &+2 + 4321 + 3 + 4320 + \dots - 2160 - 2163 - 2161 - 2162 = 0 \end{aligned}$$

Takže když rozepíšeme sekvenci v zadání, tak bude distribuce  $+$  a  $-$  vypadat takhle:

1. sčítání ( $n/4 = 1080$  čísel)  $\in \langle 2, 1081 \rangle$
2. odčítání ( $n/2 = 2160$  čísel)  $\in \langle 1082, 3241 \rangle$
3. sčítání ( $n/4 = 1080$  čísel)  $\in \langle 3242, 4321 \rangle$

Před čísly od 1082 do 3241 bude znaménko  $-$ , před ostatními bude znaménko  $+$ .