

Taller 3

Valerie Parra Cortés

Febrero 2019

1 Punto

1.1 Literal A

La ecuación diferencial a resolver sería

$$\frac{dm(R)}{dt} = \frac{A(R)h}{L_f}(T_{amb} - T)$$

Como la masa y el área superficial de la esfera depende del radio necesitamos colocar ambas variables en términos de este, para esto tenemos las siguientes ecuaciones

$$m = -\rho * \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right)$$
$$\frac{dm}{dt} = -4 \frac{dR}{dt} \pi R^2 \rho$$

Además sabemos que para una esfera el área superficial es $4\pi R^2$ Por lo que al reemplazar todo en la ecuación diferencial tenemos que

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{h}{\rho L_f}(T_{amb} - T)$$

Si resolvemos con ambos métodos llegamos a las siguientes gráficas

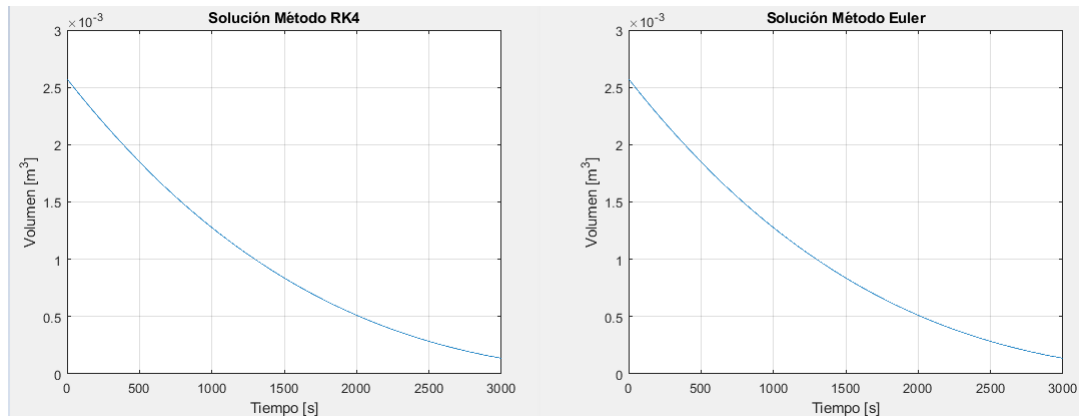


Figure 1: Soluciones con los métodos de RK4 y RK1 (euler)

1.2 Literal B

Si solucionamos para cada h por Taylor de segundo orden llegamos a que

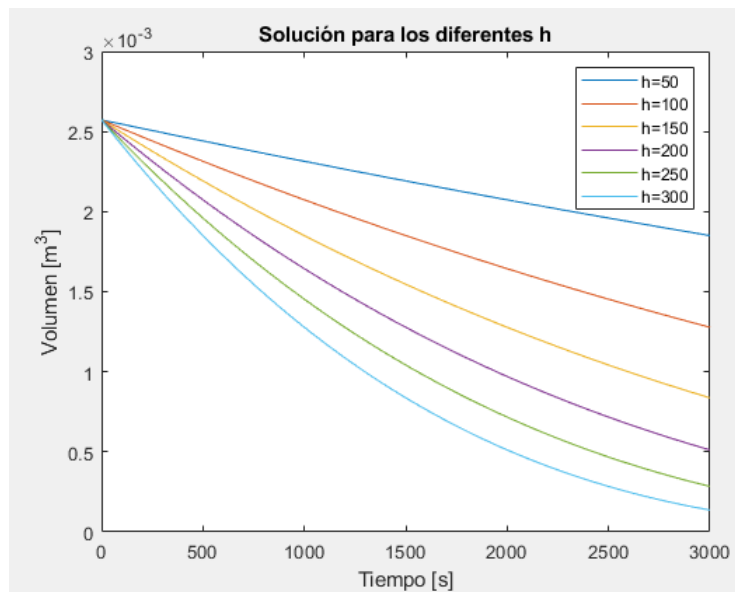


Figure 2: Cambio de volumen en la esfera para diferentes h

1.3 Literal c

Vemos como el método de euler es muy preciso, ya que no hay diferencias notorias entre ambas gráficas, al menos en este caso, lo que nos indica que podemos

aplicar el método de euler sin miedo perder mucha precisión. En cuanto al literal b vemos que, como era de esperarse, a medida que el coeficiente de transferencia (h) aumenta también se hace más pronunciado el cambio del volumen en el tiempo, ya que aumenta el intercambio de calor con el ambiente, lo que conlleva a un mayor intercambio de masa.

1.4 Punto

Se plantean las ecuaciones para un CSTR

$$\begin{aligned}\frac{dF_c}{dV} &= -k_1C_C - k_2C_C \\ \frac{dF_P}{dV} &= k_1C_C + k_4C_A - k_3C_P \\ \frac{dF_A}{dV} &= k_2C_C + k_3C_P - k_4C_A - k_5C_A \\ \frac{dF_O}{dV} &= k_5C_A\end{aligned}$$

Ahora, como queremos expresar todo en términos del espacio tiempo llegaríamos al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}\frac{dF_c}{d\tau} &= v_0(-k_1C_C - k_2C_C) \\ \frac{dF_P}{d\tau} &= v_0(k_1C_C + k_4C_A - k_3C_P) \\ \frac{dF_A}{d\tau} &= v_0(k_2C_C + k_3C_P - k_4C_A - k_5C_A) \\ \frac{dF_O}{d\tau} &= v_0(k_5C_A)\end{aligned}$$

Si resolvemos el sistema por los métodos propuesto con los 4 métodos llegamos a las gráficas que se encuentran a continuación. De esto podemos analizar dos cosas, por la parte los métodos numéricos, al igual que en el punto anterior, la solución numérica de los 4 métodos es muy parecida, no hay diferencia notable en la gráfica que nos da RK1, Taylor de 2do orden, Euler o RK45 (ode45). Por el lado del reactor, vemos que la formación de aceites es una constante y crece constantemente a través de todo el espacio tiempo. Así mismo vemos como en un espacio tiempo de 18 min tenemos máximos globales de la concentración de preasfaltinas y asfaltinas, pero la reacción rápidamente se mueve a la formación de aceites, por lo que esta reacción debe ser mucho más rápida que la formación de los productos intermedios.

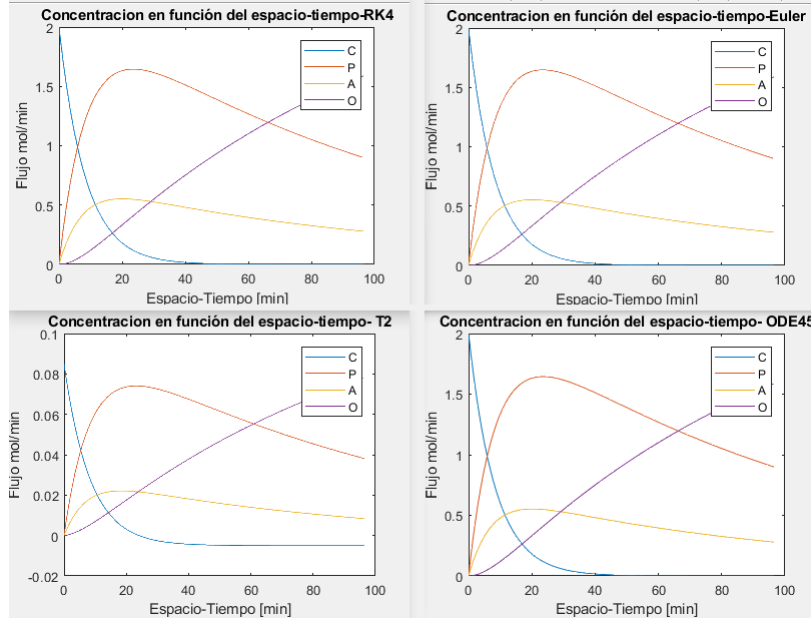


Figure 3: Flujos en función del espacio tiempo con los diferentes métodos numéricos

2 Punto

Realizamos una sustitución con $m_4 = T$ $m_1 = y$ $m_2 = \frac{dY}{dx}$ $m_3 = \frac{dT}{dy}$

$$\begin{aligned}\frac{dm_1}{dx} &= m_2 \\ \frac{dm_2}{dx} &= \phi^2 m_1 e^{\gamma(1-\frac{1}{T})} - \frac{2}{x} m_2 \\ \frac{dm_3}{dx} &= -\beta \phi^2 m_1 e^{\gamma(1-\frac{1}{T})} - \frac{2}{x} m_3 \\ \frac{dm_4}{dx} &= m_3\end{aligned}$$

Si resolvemos el sistema llegamos a figura mostrada abajo. Como podemos ver, hay un aumento cóncavo hacia arriba de la coordenada la concentración adimensional (y), mientras que se la temperatura adimensional disminuye cóncava hacia abajo, por lo que como es de esperarse y como se ve en la gráfica, sus pendientes serán casi que una el reflejo de la otra. Esto quiere decir que a los sitios de mayor temperatura la concentración es baja, pero a medida que esta disminuye en la coordenada radial (x) la concentración va aumentando hasta las condiciones de frontera.

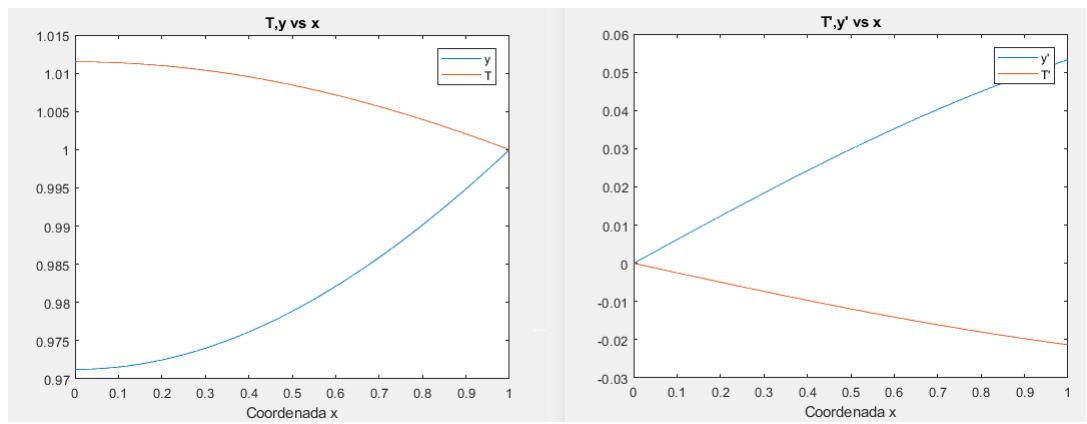


Figure 4: Solución de las ecuaciones