БРОЙНИ СИСТЕМИ. ДВОИЧНА, ОСМИЧНА И ШЕСТНАЙСЕТИЧНА БРОЙНИ СИСТЕМИ. ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА ЧИСЛА ОТ ЕДНА БРОЙНА СИСТЕМА КЪМ ДРУГА. ПОБИТОВИ ОПЕРАЦИИ. ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА IP И MAC АДРЕСИ КЪМ ДВОИЧНА БРОЙНА СИСТЕМА.

I. Въведение

Бройните системи (**numeral systems**) са начин за представяне (записване) на числата, чрез краен набор от графични знаци наречени цифри. Към тях трябва да се добавят и правила за представяне на числата. Всяка бройна система има и **основа**. Основата е число, равно на броя различни цифри, използвани от системата за записване на числата в нея. Например арабската бройна система е десетична, защото има 10 цифри – 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Двоичната бройна система се състои от 2 цифри – 0 и 1. Шестнадесетичната от 16 – 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C ,D, E и F. Осмичната – 0,1,2,3,4,5,6,7.

Съществуват два вида бройни системи - непозиционни и позиционни.

Непозиционната бройна система е тази, при която стойността на цифрата не зависи от нейното място в записването на числото. Такива бройни системи са римската, гръцката и др.

В **римската бройна система** използваните цифри са M (1000), D (500), C (100), L (50), X (10), V (5), I (1). Там действа правилото: Когато тези знаци са написани в намаляващ ред на стойностите им, стойностите им се събират, а когато по-малък числов знак стои пред по-голям, стойностите им се изваждат - например IV = 5 - 1.

позиционни - Позиционна бройна система е тази, при която цифрата има тежест в зависимост от нейното място в записването на числото.

Такива бройни системи са десетична, двоична, осмична и шестнайсетична.

- ✓ Десетичната бройна система се представя с цифрите от 0 до 9. Най-голяма тежест и най-висока степен на 10 има цифрата записана в най-ляво.

Пример 1:

десетично число $514 = 5*10^2 + 1*10^1 + 4*10^0$

Таблица 1 представя записа на пример 1

5	1	4
10^2	10^1	10^0
100	10	1

**) Ако числото е дробно се записва с отрицателна степен на десетиците*

При Дробните числа – дробната част се записва с отрицателен степенен показател

Пример 2: десетично число $3{,}14 = 3*10^0 + 1*10^{-1} + 4*10^{-2}$

Таблица 2 представя записа на пример 2

3	1	4
10^0	10^{-1}	10^{-2}
1	0.1	0.01

*Прието е, когато едно число се записва в бройна система, различна от десетичната, във вид на индекс в долната му част да се отразява, коя бройна система е използвана за представянето му. Например със записа **$1110_{(2)}$** означаваме число в двоична бройна система. Ако не бъде указана изрично, бройната система се приема, че е десетична.*

II. Преобразуване на числа

✓ Двоична бройна система

Двоичната бройна система се представя с цифрите 0 и 1. Най-голяма тежест и най-висока степен на 2 има цифрата, записана в най-ляво.

Преобразуване от двоична в десетична бройна система **/формула за сума/**

Пример 3: двоично число 100 = $1*2^2+0*2^1+0*2^0$ =4+0+0 = 4 десетично

Пример 4: $11001010_{(2)\to(10)} = 1*2^7+1*2^6+0*2^5+0*2^4+1*2^3+0*2^2+1*2^1+0*2^0=$

=128+64+0+0+8+0+2+0=**202** десетично

Втори начин /**чрез таблица**/

128	64	32	16	8	4	2	1
$/2^7/$	$/2^6/$	$/2^5/$	$/2^4/$	$/2^3/$	$/2^2/$	$/2^1/$	$/2^0/$
1	1	0	0	1	0	1	0
128	64	0	0	8	0	2	0

Умножение на ред 1 и ред 3

128+64+8+2=202

✓ Осмична бройна система

Осмичната бройна система се представя с цифрите от 0 до 7. Най-голяма тежест и най-висока степен на 8 имат цифрите на записа в най-вляво.

Преобразуване от осмична в десетична бройна система

Пример 5: осмично число 32 = $3*8^1+2*8^0$=24+2 = 26 десетично

Пример 6: $25_{(8)} - {}_{10)} = 2*8^1 + 5*8^0$= 16+5=21 десетично

✓ Шестнайсетична бройна система

Шестнайсетичната бройна система се представя с цифрите от 0 до 9 и първите шест букви от латинската азбука A=10, B=11, C=12, D=13, E=14, F=15. Най-голяма тежест и най-висока степен на 16 има символа на записа в най-ляво.

Пример 7: шестнайсетично число AB $=10*16^1+11*16^0$ = 171 десетично

Пример 8: $1AF_{(16)} - {}_{(10)}$ $1*16^2 +10*16^1+15*16^0$= 256+160+15= 431 десетично

Таблица 3 Представя еквивалентните стойности между различните бройни системи

Десетична	Двоична	Осмична	Шестнайсетична
0	0000	00	0
1	0001	01	1
2	0010	02	2
3	0011	03	3
4	0100	04	4
5	0101	05	5
6	0110	06	6
7	0111	07	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

- **Преобразуване на десетично число в двоично число:**
  /разделяне на основата на бр. с-ма, в която искаме да превърнем/

Пример 9: 75десетично в двоично

75 : 2 остатък 1
37 : 2 остатък 1
18 : 2 остатък 0
9 : 2 остатък 1
4 : 2 остатък 0
2 : 2 остатък 0
1

Двоичното число е **1001011**

Пример 10: $100_{(10)} - _{(2)}$

100 : 2 50 остатък 0
50 : 2 25 остатък 0
25 : 2 12 остатък 1
12 : 2 6 остатък 0
6 : 2 3 остатък 0
3 : 2 1 остатък 0
1 : 2 по-малко, остатък 1

Двоичното число е **1100100**

Забележка: Записвате полученото число от долу на горе (както е показано със стрелката).

Втори метод за преобразуване на десетичното число 75 в двоично

Пресмятате 2 на коя степен е най-близко и по-малко до вашето число. За примера най-близкото по-малко число е 64 - то е равно на 2^6. Попълвате таблицата с всички предходни степени на двойката от 2^5 до 2^0. Създавате нов ред в таблицата и въвеждате 1 под намереното число. След като вече сте намерили числото изчислявате разликата между зададеното число и намереното число. В нашия пример тя е 11.

Следва ново изчисление, чрез което се търси по-малкото и най-близко число на степен на две до разликата. В случая е 8 и във вече създадения „нов ред” записваме 1. Предстои ново търсене с разликата, която е 3. И така докато получим нула.

75-64	-	-	11-8	-	3-2	1
64	32	16	8	4	2	1
1	0	0	1	0	1	1
2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

- **Преобразуване на десетично число в осмично**

Пример 11:

75 : 8 остатък 3

9 : 8 остатък 1

1

Осмично число е **1**13

Пример 12:

$35_{(10)} - {}_{(8)}$

35 : 8 4 остатък 3

4 :8 по-малко, остатък 4

Осмичното число е 43

- **Преобразуване на десетично число в шестнайсетично**

Пример 13:

75 : 16 остатък 11 =B

4

Шестнайсетично число е **4**B

Пример 14:

$250_{(10)} - {}_{(16)}$

250 : 16 15 остатък 10 (A) /16*15=240/

15 : 16 по-малко, остатък 15 (F)

Шестнайсетично число е FA

- **Преобразуване на двоично число в осмично**

  Използва се таблицата за еквивалентните стойности (Таблица 3)

Числата се групират по три от ляво на дясно. Ако числата в последната група са по-малко от три се дописват нули.

Пример 15: Двоичното число 10010101 се групира по следния начин 10 010 101

Двоично	010	010	101
Осмично	2	5	5

Пример 16: 110101001 $_{(2)}$ – $_{(8)}$ ***разделяме на групи по 3 цифри***

110	101	001
6	**5**	**1**

- **Преобразуване на двоично в шестнайсетично**

Числата се групират по четири от ляво на дясно. Ако числата в последната група са по-малко от четири се дописват нули.

Пример 17: Двоичното число 10010101 се групира по следния начин 1001 0101

Двоично	1001	0101
Шестнайсетично	9	5

Пример 18: 111000101011 $_{(2)}$ - $_{(16)}$ **разделяме на групи по 4 цифри**

1110	0010	1011
E	2	B

- **Преобразуване на двоично в шестнайсетично**

Пример 19: E1AC $_{(16)}$ – $_{(2)}$

E	1	A	C
1110	**0001**	**1010**	**1100**

III. Аритметични операции

Операции се извършват по същият начин, както в десетична аритметика, но има една особеност - формира се пренос към по-старшия разряд при събиране и заемане от по-старши разряд при изваждане.

- Двоично събиране

0+0=0
1+0=1
0+1=1
1+1=0 и пренос 1

Пример 20

+	1	1	0	1	1
	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0

Проверка с десетични числа

$$\frac{+\begin{smallmatrix}27\\19\end{smallmatrix}}{46}$$

Забележка:

<u>Пренос 1 при шестнайсетичните числа се записва, когато сборът е равен или по-голям от 16.</u>
<u>Пренос 1 при осмични числа се записва, когато сборът е равен или по-голям от 8.</u>

- Двоично изваждане

0-0=0
0-1=1 и заема 1
1-0 =1
1-1=0 и заема 1

Пример 21

.	.	.	.		
1	0	0	1	0	1
-		1	1	1	0
0	1	0	1	1	1

Проверка с десетични числа

$$\frac{-\begin{smallmatrix}37\\14\end{smallmatrix}}{23}$$

- Умножение на двоични числа

0*0=0
0*1=0
1*0=0

1*1=1

Правила за умножение на двоични числа

1) Умножаването на двете числа се започва от най-младшия разред на множителя. Ако този разред е 1, записва се множимото, а ако е 0, се записва един ред от нули. При 1 в следващия разред на множителя се преписва множимото, изместено с един разред вляво, а при 0 се записва ред нули, също изместени с един разред вляво. След това се преминава към следващия разред и т. н.
2) Умножаването на двете числа се започва от най-старшия разред на множителя. Ако този разред е 1, записва се множимото, а ако е 0, се записва един ред от нули. При 1 в следващия разред на множителя се преписва множимото, изместено с един разред вдясно, а при 0 се записва ред нули, също изместени с един разред вдясно. След това се преминава към следващия разред и т. н.

Пример22: Проверка с десетични числа

$$\begin{array}{r}
101 \\
{}^{*}100 \\
\hline
101 \\
000 \\
000 \\
\hline
10100
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
5 \\
{}^{*}4 \\
\hline
20
\end{array}$$

- Деление на двоични числа

Правилото е както при десетичната бройна система.

Пример 23:

111 001:110 = 1001

111:110 =1 остатък 1

10:110=0

100:110 =0

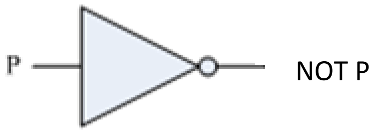
1001:110=1 остатък 11

IV. Побитова операция

Побитовата операция се прилага върху един бит или набор от повече отделни битове на двоични числа.

Побитовата операция е много бърза, понеже нейното изпълнение се осъществява пряко от процесор с цел сравняване на различни стойности или прилагане на аритметични операции върху тях (ДВОИЧНИТЕ ЧИСЛА). Използването на побитовите операции се основава на много по-бързи действия в сравнение със събиране, изваждане, умножение и деление, и използват по-малко ресурси.

Not P HE



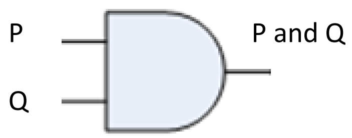
Ако входната стойност е 1, то изходната стойност ще е 0 , или обратно.

P	*NOT P*
0	*1*
1	*0*

Пример 24: Ако имате двоично число 1100, побитовото отрицание е 0011

1100
NOT 0011

AND *И &* *КОНЮНКЦИЯ*



Ако едновременно и двете входни стойности са 1, то изходната стойност ще се получи 1.

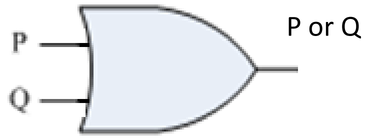
P	*Q*	*P and Q*
0	*0*	*0*
0	*1*	*0*
1	*0*	*0*
1	*1*	*1*

Пример 25: Имате две двоични числа 1100 и 0011

AND 1101
0011
0001

Задачата проверява дали вторият бит е вдигнат (1).

OR *ИЛИ* *ДИЗЮНКЦИЯ* |



P	*Q*	*P or Q*
0	*0*	*0*
0	*1*	*1*
1	*0*	*1*
1	*1*	*1*

Ако поне едната от двете входни стойности е 1, ще се получи 1 като изходна стойност.

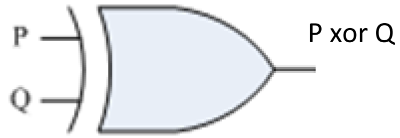
Тази техника е много ефективен начин за съхраняване на булеви стойности, използвайки възможно най-малко памет.

Пример 26:

$$\frac{OR \quad \begin{matrix}1000\\0010\end{matrix}}{1010}$$

От примера се вижда, че се задава стойност 1 на четвъртия бит.

XOR *изключващо ИЛИ*



P	*Q*	*P xor Q*
0	*0*	*0*
0	*1*	*1*
1	*0*	*1*
1	*1*	*0*

Ако ИЛИ P, ИЛИ Q, входната стойност е 1, но не и двете едновременно, ще се получи 1 като изходна стойност.

Изключващото ИЛИ може да се използва за обръщане на битове
Пример 27:

$$\begin{array}{r} XOR \quad \begin{array}{r} 1010 \\ 0010 \end{array} \\ \hline 1000 \end{array}$$

V. Преобразуване на IP и MAC адреси към двоична бройна система.

IP адресите се използват за идентифициране на мрежовите устройства. Всеки компютър свързан към мрежата, принтер или други мрежови устройства притежава уникален IP адрес. Всеки IP адрес се представя вътрешно в компютъра като двоично число. При IP версия 4 протоколйт се използва 32-битово адресиране. Тъй като двуичния запис е по-труден за възприемане, IP адресът се представя в десетично-точков формат. 32-битовия адрес се записва като поредица от четири 8-битови числа (октети). Всеки един от октетите се проебразува в десетично число. Октетите се разделят с точка. За едно 32-битово число възможните комбинации са 2^{32} или 4 294 967 296.

Десетично	192	168	1	12
Двоично	11000000	10101000	00000001	00001100

При IP версия 6 протоколът се използва 128-битово число – 8 16-битови двоични числа. 16-битовите числа се записват в шестнадесетична бройна система и се разделят обикновено с двоеточия. Пример : F38:323C:5:A704:3E:80:0:24BD – 2^{128} възможни комбинации.

IP адресът е съвкупност от две части - адрес на мрежата към която принадлежи дадено устройство и адрес на устройството.
Класове мрежи според IP адресирането:
Клас А – 1 - 126

Class A	Network	Host		
Octet	1	2	3	4

За мрежова част е заделен един октет /мрежовия адрес започва с 0 в двоичен код/ възможните числа са 2^7 или 128 като два адреса са забранени за използване 0 и 127, така допустимите стойности са 126 на брой.
За хостова част са заделени 3 октета /24 бита/. Възможните стойности са 2^{24} или 16 777 216. използват се 16 777 214 /два остават – гейтуей и броудкаст/.

Клас В: 128-191

Class B	Network		Host	
Octet	1	2	3	4

Мрежова част – два октета. Възможен брой мрежи 2^{14}. Мрежовият адрес в двоичен вид започва с 10 и стойностите са в диапазона 128-191.
Хостова част – 2 октета или 16 бита /2^{16}/.

Клас C : 192 – 223

Class C	Network			Host
Octet	1	2	3	4

Мрежова част – три октета. Започва с 110 в двоичен вид. Броят на възможните мрежи от клас C – 2^{21} .
Хостова част – 1 октет – 8 бита. 256-2= 254 устройства.

Клас D: - 224-239

Class D	Host			
Octet	1	2	3	4

Резервирани за мултикаст.

Клас E – 240-255. Експериментални и не се използват за публични цели.

Мрежова маска /32-битово число/:

Определя кои битове от IP адреса са за мрежовата част и кои за адреса на устройството. По подразбиране подмрежовите маски на класовете са: клас A – 255.0.0.0; клас B – 255.255.0.0; клас C – 255.255.255.0.
Подмрежовата маска на клас A означава, че първите 8 бита определят мрежовата част, а останалите са за устройството.
Когато устройство А изпраща информация до устройство Б в мрежата, устройство А използва подмрежовите маски, за да определи дали устройство Б е в локалната или в друга мрежа. Извършват се следните операции от устройство А:

1. Логическо „И" над две двоични числа – IP адреса на устройство А и и подмрежовата маска на устройство А. Като резултат се получава мрежовия адрес на устройство А;
2. Същите изчисления се извършват и с устройство Б;
3. Сравняват се двата мрежови адреса;
4. Ако те съвпадат от гледна точка на устройство А, то двете устройства се намират в една мрежа и ще комуникират директно;
5. Ако не съвпадат, то двете устройства са в различни мрежови сегменти;

Пример 28:

Устройство А	десетично	Двоично
Първи IP адрес	192.168.1.1	11000000. 10101000. 00000001. 00000001
Подмрежова маска	255.255.255.0	11111111. 11111111. 11111111.00000000
Логическо И	192.168.1.0	**11000000. 10101000. 00000001. 00000000**

Устройство Б	десетично	Двоично
Втори IP адрес	192.168.3.1	11000000. 10101000. 00000011. 00000001
Подмрежова маска	255.255.255.0	11111111. 11111111. 11111111.00000000
Логическо И	192.168.3.0	**11000000. 10101000. 00000011. 00000000**