

Lista 1 - Modelagem de problemas lineares

Exercício 1.

Júlio começou a estudar no ICMC e já percebeu que só estudar e não se divertir faz dele um bobalhão. Assim, ele quer partilhar seu tempo de aproximadamente 10 horas por dia entre estudo e diversão. Ele estima que divertir é duas vezes mais interessante que estudar e, além disso, ele quer estudar pelo menos o mesmo tempo que dedica para diversão. Entretanto, Júlio percebeu que, para realizar todas as suas atividades, não poderá se divertir mais que 4 horas por dia. Como ele deve distribuir o tempo para maximizar seu prazer em termos de estudo e diversão?

Exercício 2.

Uma empresa de rádio de São Carlos constatou que o programa *Parada Internacional*, com 20 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 30.000 ouvintes, enquanto o programa *Top Tunes*, com 10 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 10.000 ouvintes. No decorrer de uma semana, o patrocinador insiste no uso de no mínimo 5 minutos para sua propaganda e que não há verba para mais de 80 minutos de música. Quantas vezes por semana cada programa deve ser levado ao ar visando ter o número máximo de ouvintes?

Exercício 3.

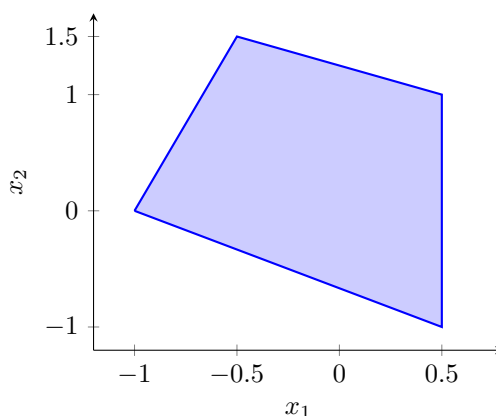
Um fabricante produz copos e garrafas. Para isso, ele pode utilizar dois processos P_1 e P_2 . A produção de copos leva 30 minutos usando o processo P_1 e 20 minutos usando o processo P_2 . A produção de garrafas leva 35 minutos com o processo P_1 e 40 com o processo P_2 . Devido à mão-de-obra disponível, só se pode utilizar, por semana, 40 horas do processo P_1 e 30 horas do processo P_2 . Modele o problema de se organizar a produção de forma a ter um estoque máximo conjunto de copos e garrafas ao fim de uma semana.

Exercício 4.

Considere um conjunto de líquidos coloridos de diversas cores e um conjunto de recipientes. Cada cor tem uma pontuação associada $\{c_1, c_2, \dots, c_N\}$ por mililitro utilizado e cada recipiente tem uma capacidade volumétrica $\{v_1, v_2, \dots, v_M\}$. Escreva um modelo de programação linear para escolher o volume de cada cor a ser posto em cada recipiente para maximizar a pontuação ganha. Suponha que há l_i mililitros disponíveis do líquido com cor i e que não há problemas em misturar os líquidos.

Exercício 5.

Considere o problema $\min\{c_1x_1 + c_2x_2 : Ax \leq b\}$ cuja região factível é dada pela figura a seguir.



(a) Determine a matriz A e o vetor b .

- (b) Supondo que $c_1 \neq 0$ e $c_2 \neq 0$, escolha quatro pares (c_1, c_2) para obter quatro soluções ótimas diferentes. Indique o ponto (x_1, x_2) e o valor da solução ótima para cada par (c_1, c_2) .
- (c) Refaça o exercício para o problema $\max\{c_1x_1 + c_2x_2 : Ax \leq b\}$.

Exercício 6.

Dois de seus amigos possuem, cada um, R\$ 10.000 para investir. O primeiro deseja escolher entre dois investimentos A e B e o segundo entre os investimentos C e D. Alguns destes investimentos possuem limites mínimos e/ou máximos de quantia a ser investida. Estas informações e o rendimento anual de cada investimento são apresentados na tabela a seguir.

Investimento	Min	Max	Rendimento
A	0	não há limite	9,0%
B	1.000	5.000	11,0%
C	500	não há limite	10,5%
D	0	3.000	11,5%

- (a) Modele o problema de decisão do primeiro amigo, $z_1 = \max\{c^T x : Ax \leq b\}$.
- (b) Modele o problema de decisão do segundo amigo, $z_2 = \max\{c^T x : Cx \leq d\}$.
- (c) Desenhe a região factível dos dois problemas. Qual a solução ótima, z_1 e z_2 , de cada um deles?
- (d) Você também possui R\$ 10.000 e deseja escolher em qual das quatro opções investir. Em outras palavras, você deseja resolver o problema $z_3 = \max\{c^T x : Ax \leq b, Cx \leq d\}$. Qual a relação entre z_1 , z_2 e z_3 ?

Exercício 7.

Suponha que para construir uma casa popular por mês uma construtora necessite de 2 pedreiros, 4 serventes e 1 carpinteiro. Para se construir um apartamento no mesmo intervalo de tempo, a mesma construtora necessita de 3 pedreiros, 8 serventes e 3 carpinteiros. A construtora possui um efetivo total de 30 pedreiros, 70 serventes e 20 carpinteiros contratados. A construtora obtém um lucro de R\$3.000,00 na venda de cada casa popular e de R\$5.000,00 na venda de cada apartamento e toda produção da construtora é vendida. Qual é a quantidade ótima de casas populares e apartamentos que a construtora deve construir para que está obtenha lucro máximo.

Exercício 8.

Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele já transporta 200 caixas de laranjas a 20 u.m de lucro por caixa por mês. Ele necessita transportar pelo menos 100 caixas de pêssegos a 10 u.m. de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a 30 u.m. de lucro por caixa. De que forma deverá ele carregar o caminhão para obter o lucro máximo?

Exercício 9.

Paula deseja balancear os alimentos que consome de forma a obter uma dieta alimentar que forneça diariamente toda a energia, proteína e cálcio que necessita. Seu médico recomendou que ela se alimente de forma a obter diariamente no mínimo 2000 kcal de energia, 65g de proteína e 800 mg de cálcio. O Valor nutritivo e o preço (por porção) de cada alimento a ser considerado na dieta é dado na tabela abaixo. Quanto de cada alimento Paula deve consumir para obter uma dieta que atenda a recomendação médica e que tenha o menor custo possível?

Tipo de alimento	Tamanho da porção	Energia (Kcal)	Proteína (g)	Cálcio (mg)	Preço por porção (centavos)	Limite máximo de porção
Arroz	100 g	170	3	12	14	1
Ovos	2 un	160	13	54	13	2
Leite	273 ml	160	8	285	9	2
Feijão	260 g	337	22	86	19	3

Exercício 10.

Uma pessoa precisa de 10, 12 e 12 unidades dos produtos químicos A, B e C, respectivamente, para o seu jardim. Um produto líquido contém 5, 2 e 1 unidade de A, B e C, respectivamente, por vidro; um produto em pó contém 1, 2 e 4 unidades de A, B e C, respectivamente, por caixa. Se o produto líquido custa R\$3,00 por vidro e o produto em pó custa R\$2,00 por caixa. Determine o modelo de programação linear para definir quantos vidros e quantas caixas a pessoa deve comprar para minimizar o custo e satisfazer as necessidades?