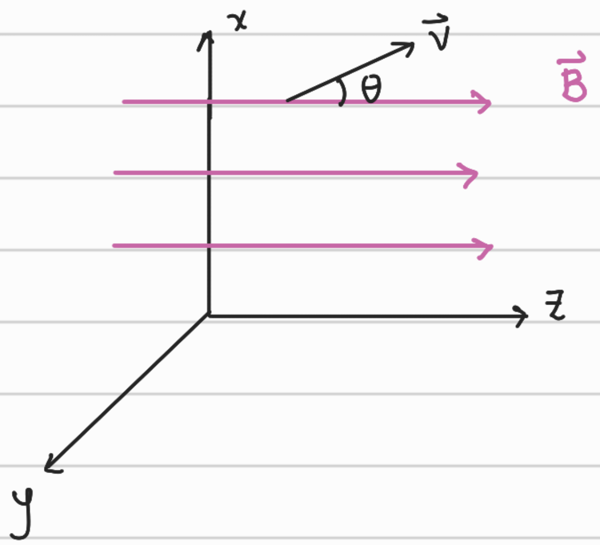

Datos:

- $\vec{B} = (0, 0, B)$
- $E_K = 18.6\ eV = \frac{1}{2} m v^2$
- $\theta = 30$
- $m = m_e$

Condiciones iniciales

- $\vec{r}(t=0) = 0$
- $\vec{v}(t=0) = (v_0 \operatorname{sen}\theta, 0, v_0 \cos\theta)$

Según la 2da ley de Newton:

$$m\dot{\vec{v}} = q\,\vec{v}\times\vec{B}$$

$$\dot{\vec{v}} = \frac{q}{m}\,\vec{v}\times\vec{B} = \frac{q}{m}\left[\hat{\imath}\,(v_y B_z - v_z \cancelto{0}{B_y}) + \hat{\jmath}\,(v_z \cancelto{0}{B_x} - v_x B_z) + \hat{k}\,(v_x \cancelto{0}{B_y} - v_y \cancelto{0}{B_x})\right]$$

$$\left\{\begin{aligned}
\dot{v}_x &= \frac{q}{m}(v_y B_z) = \frac{qB}{m} v_y \equiv w_c v_y && (1)\\
\dot{v}_y &= \frac{q}{m}(-v_x B_z) = -\frac{qB}{m} v_x \equiv -w_c v_x && (2)\\
\dot{v}_z &= 0 && (3)
\end{aligned}\right.$$

Derivando (1) respecto a t:

$$\ddot{v}_x = w_c \dot{v}_y \longrightarrow \dot{v}_y = \frac{\ddot{v}_x}{w_c} \qquad (4)$$

Sustituir (4) en (2)

$$\frac{\ddot{v}_x}{w_c} = -w_c v_x \longrightarrow \boxed{\ddot{v}_x + w_c^2 v_x = 0} \qquad (6)$$

Derivando (2) respecto a t:

$$\ddot{v}_y = -w_c \dot{v}_x \rightarrow \dot{v}_x = -\frac{\ddot{v}_y}{w_c} \qquad (5)$$

Sustituir (5) en (1)

$$-\frac{\ddot{v}_y}{w_c} = w_c v_y \longrightarrow \boxed{\ddot{v}_y + w_c^2 v_y = 0} \qquad (7)$$

Las ecuaciones (6) y (7) corresponden a ecuaciones diferenciales de Euler con coeficientes constantes. La solución a estas ecuaciones son de la forma.

- $v_x(t) = A\cos(w_c t) + B\,\mathrm{sen}(w_c t)$

  Aplicando las condiciones iniciales:

  $t=0 \rightarrow v_x(0) = v_0\,\mathrm{sen}\theta = A$:

  $\rightarrow v_x(t) = v_0\,\mathrm{sen}\theta\cos(w_c t) + B\,\mathrm{sen}(w_c t)$

  $\dot{v}_x(t) = -\cancel{w_c}\, v_0\,\mathrm{sen}\theta\,\mathrm{sen}(w_c t) + B\,\cancel{w_c}\cos(w_c t) = \cancel{w_c}\, v_y(t)$

  $t=0 \rightarrow v_y(0) = 0$:

  $\rightarrow B = 0.$

Luego: $\boxed{v_x(t) = v_0\,\mathrm{sen}\theta\cos(w_c t)}$ (8)

$\frac{ds}{dc} = c$

$dc = -s$

$$\boxed{x(t) = \frac{v_0\,\mathrm{sen}\theta}{w_c}\,\mathrm{sen}(w_c t)} \qquad (9)$$

- $v_y(t) = C\cos(w_c t) + D\,\mathrm{sen}(w_c t)$

  Aplicando las condiciones iniciales:

  $t=0 \rightarrow v_y(0) = 0 \longrightarrow C = 0$

  $\rightarrow v_y(t) = D\,\mathrm{sen}(w_c t)$

  $\dot{v}_y(t) = D\,\cancel{w_c}\cos(w_c t) = -\cancel{w_c}\, v_x(t)$

  $t=0 \longrightarrow v_x(0) = v_0\,\mathrm{sen}\theta$:

  $\rightarrow D = -v_0\,\mathrm{sen}\theta$

Luego: $\boxed{v_y(t) = -v_0 \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}(w_c t)}$ (10)

$$y(t) = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{w_c} \cos(w_c t) \Big|_0^t$$

$$\boxed{y(t) = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{w_c} \left[\cos(w_c t) - 1 \right]} \quad (11)$$

Es importante observar que en el espacio de las velocidades

$$v_x^2 + v_y^2 = v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta \cos^2(w_c t) + v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta \operatorname{sen}^2(w_c t)$$

$\boxed{v_x^2 + v_y^2 = v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta}$ $\longrightarrow$ Circunferencia de radio $|v_0 \operatorname{sen}\theta|$

(12)

- $\boxed{\begin{array}{l} v_z = v_0 \cos\theta \\ z(t) = v_0 \cos\theta \, t \end{array}}$ (13)

Las ecuaciones: 8, 9, 10. 11, 12, 13 serán implementadas en el código.

Solución analítica de la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = 2xy \rightarrow \frac{dy}{y} = 2x\,dx \rightarrow \ln y + \ln a = x^2$$

$$\ln(y \cdot a) = x^2 \rightarrow y \cdot a = e^{x^2} \rightarrow y = \frac{e^{x^2}}{a}$$

Aplicando las condiciones iniciales $y(1) = 1$ se obtiene

$$1 = \frac{e}{a} \rightarrow a = \frac{1}{e}.$$

Finalmente la solución es : $\boxed{y(x) = \frac{e^{x^2}}{e}}$