

Белорусский государственный технологический университет
Кафедра Информационных Систем и Технологий

Курс «Математическое программирование»
Отчёт по лабораторной работе №6
ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА
Вариант 10

Выполнила: Савчук А. М.
ФИТ 2 курс 4 группа
Проверил: Бракович А. И.

Минск 2018

Условие:

ПОТРЕБИТЕЛИ ПОСТАВЩИКИ	1	2	3	4	5	6	ЗАПАСЫ
1	22	12	16	13	21	11	178
2	20	10	18	15	17	23	123
3	11	15	21	18	12	21	160
4	14	20	20	13	23	12	169
5	13	21	19	10	20	14	110
ПОТРЕБНОСТИ	153	117	141	203	105	173	

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы суммарные запасы продукции у поставщиков равнялись суммарной потребности потребителей. Проверим это условие.

$$\sum a = 178 + 123 + 160 + 169 + 110 = 740$$

$$\sum b = 153 + 117 + 141 + 203 + 105 + 173 = 892$$

Так как запасы поставщиков меньше потребности потребителей, введем фиктивного поставщика 6, с запасом продукции равным $892 - 740 = 152$. Стоимость доставки единицы продукции от фиктивного поставщика ко всем потребителям примем равной нулю.

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13	21	11	178
2	20	10	18	15	17	23	123
3	11	15	21	18	12	21	160
4	14	20	20	13	23	12	169
5	13	21	19	10	20	14	110
6	0	0	0	0	0	0	152
Потребность	153	117	141	203	105	173	

Теперь выполняется условие $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$.

Этап I

Метод наименьшей стоимости

Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают клетку с наименьшей стоимостью, для этой ячейки присваиваем меньшее из чисел a_i , или b_j . Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя. Повторяем, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

Искомый элемент равен $c_{22} = 10$.

$$x_{22} = \min(123, 117) = 117.$$

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13	21	11	178
2	20	10	18	15	17	23	123-117=6
3	11	15	21	18	12	21	160
4	14	20	20	13	23	12	169
5	13	21	19	10	20	14	110
6	0	0	0	0	0	0	152
Потребность	153	117-117=0	141	203	105	173	

Искомый элемент равен $c_{54}=10$.

$$x_{54} = \min(110, 203) = 110.$$

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13	21	11	178
2	20	10 117	18	15	17	23	6
3	11	15	21	18	12	21	160
4	14	20	20	13	23	12	169
5	13	21	19	10	20	14	110-110=0
6	0	0	0	0	0	0	152
Потребность	153	0	141	203-110=93	105	173	

Искомый элемент равен $c_{16}=11$.

$$x_{16} = \min(178, 173) = 173.$$

Поставщик	Потребитель						Запас
	22	2	3	4	5	6	
1	20	12	16	13	21	11	178-173=5
2	11	10 117	18	15	17	23	6
3	14	15	21	18	12	21	160
4	13	20	20	13	23	12	169
5	0	21	19	10 110	20	14	0
6	22	0	0	0	0	0	152
Потребность	153	0	141	203	105	173-173=0	

Искомый элемент равен $c_{31}=11$.

$$x_{31} = \min(160, 153) = 153.$$

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13	21	11 173	5
2	20	10 117	18	15	17	23	6
3	11	15	21	18	12	21	160-153=7
4	14	20	20	13	23	12	169
5	13	21	19	10 110	20	14	0
6	0	0	0	0	0	0	152
Потребность	153-153=0	0	141	93	105	0	

Искомый элемент равен $c_{35}=12$.

$$x_{35} = \min(7, 105) = 7.$$

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13	21	11 173	5
2	20	10 117	18	15	17	23	6
3	11 153	15	21	18	12	21	7-7=0
4	14	20	20	13	23	12	169
5	13	21	19	10 110	20	14	0
6	0	0	0	0	0	0	152
Потребность	0	0	141	93	105-7=98	0	

Искомый элемент равен $c_{14}=13$.

$$x_{14} = \min(5, 93) = 5.$$

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13	21	11 173	5-5=0
2	20	10 117	18	15	17	23	6
3	11 153	15	21	18	12 7	21	0
4	14	20	20	13	23	12	169
5	13	21	19	10 110	20	14	0
6	0	0	0	0	0	0	152
Потребность	0	0	141	93-5=88	98	0	

Искомый элемент равен $c_{44}=13$.

$$x_{44} = \min(169, 88) = 88.$$

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13 5	21	11 173	0
2	20	10 117	18	15	17	23	6
3	11 153	15	21	18	12 7	21	0
4	14	20	20	13	23	12	169-88=81
5	13	21	19	10 110	20	14	0
6	0	0	0	0	0	0	152
Потребность	0	0	141	88-88=0	98	0	

Искомый элемент равен $c_{25}=17$.

$$x_{25} = \min(6, 98) = 6.$$

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13 5	21	11 173	0
2	20	10 117	18	15	17	23	6-6=0
3	11 153	15	21	18	12 7	21	0
4	14	20	20	13 88	23	12	81
5	13	21	19	10 110	20	14	0
6	0	0	0	0	0	0	152
Потребность	0	0	141	0	98-6=92	0	

Искомый элемент равен $c_{43}=20$.

$$x_{43} = \min(81, 141) = 81.$$

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13 5	21	11 173	0
2	20	10 117	18	15	17 6	23	0
3	11 153	15	21	18	12 7	21	0
4	14	20	20	13 88	23	12	81-81=0
5	13	21	19	10 110	20	14	0
6	0	0	0	0	0	0	152
Потребность	0	0	141-81=60	0	92	0	

Искомый элемент равен $c_{63}=0$.

$$x_{63} = \min(152, 60) = 60.$$

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13 5	21	11 173	0
2	20	10 117	18	15	17 6	23	0
3	11 153	15	21	18	12 7	21	0
4	14	20	20 81	13 88	23	12	0
5	13	21	19	10 110	20	14	0
6	0	0	0	0	0	0	152-60=92
Потребность	0	0	60-60=0	0	92	0	

Искомый элемент равен $c_{65}=0$.

$$x_{65} = \min(92, 92) = 92.$$

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13 5	21	11 173	0
2	20	10 117	18	15	17 6	23	0
3	11 153	15	21	18	12 7	21	0
4	14	20	20 81	13 88	23	12	0
5	13	21	19	10 110	20	14	0
6	0	0	0 60	0	0	0	92-92=0
Потребность	0	0	0	0	92-92=0	0	

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13 5	21	11 173	0
2	20	10 117	18	15	17 6	23	0
3	11 153	15	21	18	12 7	21	0
4	14	20	20 81	13 88	23	12	0
5	13	21	19	10 110	20	14	0
6	0	0	0 60	0	0 92	0	0
Потребность	0	0	0	0	0	0	

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число базисных переменных. Их должно быть $m + n - 1 = 11$

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$F(x) = 13 \cdot 5 + 11 \cdot 173 + 10 \cdot 117 + 17 \cdot 6 + 11 \cdot 153 + 12 \cdot 7 + 20 \cdot 81 + 13 \cdot 88 + 10 \cdot 110 + 0 \cdot 60 + 0 \cdot 92 = 8871$$

Этап II

Метод потенциалов

Каждому поставщику a_i ставим в соответствие некоторое число - u_i , называемое потенциалом поставщика. Каждому потребителю b_j ставим в соответствие некоторое число - v_j , называемое потенциалом потребителя. Для базисной ячейки (задействованного маршрута), сумма потенциалов поставщика и потребителя должна быть равна тарифу данного маршрута.

$$u_i + v_j = c_{ij}$$

Найдем предварительные потенциалы u_i, v_j по занятым клеткам таблицы, полагая, что $u_1 = 0$.

$$u_1 + v_4 = 13; 0 + v_4 = 13; v_4 = 13$$

$$u_4 + v_4 = 13; 13 + u_4 = 13; u_4 = 0$$

$$u_4 + v_3 = 20; 0 + v_3 = 20; v_3 = 20$$

$$u_6 + v_3 = 0; 20 + u_6 = 0; u_6 = -20$$

$$u_6 + v_5 = 0; -20 + v_5 = 0; v_5 = 20$$

$$u_2 + v_5 = 17; 20 + u_2 = 17; u_2 = -3$$

$$u_2 + v_2 = 10; -3 + v_2 = 10; v_2 = 13$$

$$u_3 + v_5 = 12; 20 + u_3 = 12; u_3 = -8$$

$$u_3 + v_1 = 11; -8 + v_1 = 11; v_1 = 19$$

$$u_5 + v_4 = 10; 13 + u_5 = 10; u_5 = -3$$

$$u_1 + v_6 = 11; 0 + v_6 = 11; v_6 = 11$$

Поставщик	Потребитель						U
	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	
a ₁	22	12	16	13 5	21	11 173	u ₁ = 0
a ₂	20	10 117	18	15	17 6	23	u ₂ = -3
a ₃	11 153	15	21	18	12 7	21	u ₃ = -8
a ₄	14	20	20 81	13 88	23	12	u ₄ = 0
a ₅	13	21	19	10 110	20	14	u ₅ = -3
a ₆	0	0	0 60	0	0 92	0	u ₆ = -20
V	v ₁ = 19	v ₂ = 13	v ₃ = 20	v ₄ = 13	v ₅ = 20	v ₆ = 11	

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_j > c_{ij}$

$$(1;2): \Delta_{12} = 0 + 13 - 12 = 1 > 0$$

$$(1;3): \Delta_{13} = 0 + 20 - 16 = 4 > 0$$

$$(4;1): \Delta_{41} = 0 + 19 - 14 = 5 > 0$$

$$(5;1): \Delta_{51} = -3 + 19 - 13 = 3 > 0$$

$$\max(1,4,5,3) = 5$$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 14. Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13 5	21	11 173	0
2	20	10 117	18	15	17 6	23	0
3	11 153[-]	15	21	18	12 7[+]	21	0
4	14[+]	20	20 81[-]	13 88	23	12	0
5	13	21	19	10 110	20	14	0
6	0	0	0 60[+]	0	0 92[-]	0	0
Потребность	0	0	0	0	0	0	

Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. Прибавляем 81 к объемам грузов, стоящих в плюсовых и вычитаем 81 из x_{ij} , стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

Поставщик	Потребитель						Запас
	1	2	3	4	5	6	
1	22	12	16	13 5	21	11 173	0
2	20	10 117	18	15	17 6	23	0
3	11 72	15	21	18	12 88	21	0
4	14 81	20	20	13 88	23	12	0
5	13	21	19	10 110	20	14	0
6	0	0	0 141	0	0 11	0	0
Потребность	0	0	0	0	0	0	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем предварительные потенциалы u_i, v_j . по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_j = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

$$u_1 + v_4 = 13; 0 + v_4 = 13; v_4 = 13$$

$$u_4 + v_4 = 13; 13 + u_4 = 13; u_4 = 0$$

$$u_4 + v_1 = 14; 0 + v_1 = 14; v_1 = 14$$

$$u_3 + v_1 = 11; 14 + u_3 = 11; u_3 = -3$$

$$u_3 + v_5 = 12; -3 + v_5 = 12; v_5 = 15$$

$$u_2 + v_5 = 17; 15 + u_2 = 17; u_2 = 2$$

$$u_2 + v_2 = 10; 2 + v_2 = 10; v_2 = 8$$

$$u_6 + v_5 = 0; 15 + u_6 = 0; u_6 = -15$$

$$u_6 + v_3 = 0; -15 + v_3 = 0; v_3 = 15$$

$$u_5 + v_4 = 10; 13 + u_5 = 10; u_5 = -3$$

$$u_1 + v_6 = 11; 0 + v_6 = 11; v_6 = 11$$

Поставщик	Потребитель						U
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	
a_1	22	12	16	13 5	21	11 173	$u_1 = 0$
a_2	20	10 117	18	15	17 6	23	$u_2 = 2$
a_3	11 72	15	21	18	12 88	21	$u_3 = -3$
a_4	14 81	20	20	13 88	23	12	$u_4 = 0$
a_5	13	21	19	10 110	20	14	$u_5 = -3$
a_6	0	0	0	0 141	0 11	0	$u_6 = -15$
V	$v_1 = 14$	$v_2 = 8$	$v_3 = 15$	$v_4 = 13$	$v_5 = 15$	$v_6 = 11$	

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию $u_i + v_j \leq c_{ij}$.

Минимальные затраты составят: $F(x) = 13*5 + 11*173 + 10*117 + 17*6 + 11*72 + 12*88 + 14*81 + 13*88 + 10*110 + 0*141 + 0*11 = 8466$

Анализ оптимального плана.

Из 1-го склада необходимо доставить 5 ед. товара 4-му потребителю и 173 ед. товара 6-му потребителю.

Из 2-го склада необходимо доставить 177 ед. товара 2-му потребителю и 6 ед. товара 5-му потребителю.

Из 3-го склада необходимо доставить 72 ед. товара 1-му потребителю и 88 ед. товара 5-му потребителю.

Из 4-го склада необходимо доставить 81 ед. товара 1-му потребителю и 88 ед. товара 4-му потребителю.

Из 5-го склада необходимо доставить 110 ед. товара 4-му потребителю.

Потребность 3-го потребителя остается неудовлетворенной на 141 ед.

Потребность 5-го потребителя остается неудовлетворенной на 11 ед.

Минимальные затраты составят 8466 денежных единиц.