Множество – совокупность каких-либо объектов (элементов множества).
Операции над множествами:

- $A \subset B \Leftrightarrow \forall a \in A \Rightarrow a \in B$
- $A = B \Leftrightarrow A \subset B, B \subset A$
- $A \cap B = \{x \mid x \in A,\ x \in B\}$
- $A \cup B = \{x, y \mid x \in A,\ y \in B\}$
- $A \setminus B = \{x \mid x \in A,\ x \notin B\}$
- $A \subset B \Rightarrow \bar{A} = B \setminus A$

Свойства $\cup$ и $\cap$:

- $A \cap B = B \cap A,\ A \cup B = B \cup A$
- $A \cap \varnothing = \varnothing,\ A \cup \varnothing = A$
- $A \cap A = A,\ A \cup A = A$
- Если $A \subset B$, то $A \cap B = A,\ A \cup B = B$

Множества чисел:

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ – множество натуральных чисел.
- $\mathbb{Z} = \{1, 2, 3, 4...\}$ – множество целых чисел.
- $\mathbb{Q} = \{\dfrac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}; q \neq 0\}$ – множество рациональных чисел.
- $\mathbb{I}$ – множество иррациональных чисел.
- $\mathbb{R} = \mathbb{I} \cup \mathbb{Q}$ – множество вещественных чисел.
- $\mathbb{C} = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Z}; i = \sqrt{-1}\}$ – множество комплексных чисел.

Эпсион-окрестность точки точки x_0 на числовой прямой – множество точек, удаленных от x_0 менее чем на ε, то есть:

$$O_\varepsilon(x_0) = \{x :\ |x - x_0| < \varepsilon\} \tag{1}$$

$$O_\varepsilon(x_0) = (x_o - \varepsilon; x_0 + \varepsilon) \tag{2}$$

Точная верхняя грань (супремум) $X \subset M$ – наименьший элемент M, который равен или больше всех элементов множества X. Другими словами, супремум — это наименьшая из всех верхних граней. Обозначается $\sup X$.

$$S_x = \{y \in M |\ \forall x \in X :\ x \leq y\} \text{ – множество всех верхних границ } X.$$

$$s = \sup(X) \Longleftrightarrow s \in S_x \mid \forall y \in S_x x \leq y \tag{3}$$

Точная нижняя грань (инфимум) $X \subset M$ – наибольший элемент M, который равен или меньше всех элементов множества X. Другими словами, инфимум — это наибольшая из всех нижних граней. Обозначается $\inf X$.

$$S_x = \{y \in M |\ \forall x \in X :\ x \geq y\} \text{ – множество нижних границ } X.$$

$$s = \sup(X) \Longleftrightarrow s \in S_x \mid \forall y \in S_x x \geq y \tag{4}$$

Числовая последовательность: Пусть X – это либо множество вещественных чисел $\mathbb{R}$, либо множество комплексных чисел $\mathbb{C}$, тогда последовательность $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ элементов множества X называется **числовой последовательностью**.

- **Последовательность ограничена сверху, если** существует граница сверху C.

$$\exists C \in X \quad \forall n \in \mathbb{N} : x_n \leq M.$$

- **Последовательность ограничена снизу, если** существует граница снизу C.

$$\exists C \in X \quad \forall n \in \mathbb{N} : x_n \geq M.$$

- **Последовательность x_n возрастает, если** $x_{i+i} > x_i\ \forall i \in \mathbb{N}$
- **Последовательность x_n убывает, если** $x_{i+i} < x_i\ \forall i \in \mathbb{N}$